



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Masterarbeit

Max-Julian Kiesel

FE-basierte Untersuchung von nichtlinearen Beton-Materialgesetzen für Grout- Verbindungen von Offshore-Tragstrukturen

*Fakultät Technik und Informatik
Department Maschinenbau und Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Mechanical Engineering and
Production Management*

Max-Julian Kiesel

**FE-basierte Untersuchung von nichtlinearen
Beton-Materialgesetzen für Grout-
Verbindungen von Offshore-Tragstrukturen**

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung

im Studiengang Berechnung und Simulation
am Department Maschinenbau und Produktion
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit:
k2 E+C GmbH
engineering consulting
Dietmar-Koel-Straße 24
20459 Hamburg

Erstprüfer: Prof. Dr. Georgi Kolarov
Zweitprüfer: Dipl.-Ing. Ulf Karnath

Abgabedatum: 18.11.2020

Zusammenfassung

Max-Julian Kiesel

Thema der Masterthesis

FE-basierte Untersuchung von nichtlinearen Beton-Materialgesetzen für Grout-Verbindungen von Offshore-Tragstrukturen

Stichworte

Offshore, Windenergie, Beton, FEM, Materialmodell, Schubrippe, Drucker-Prager, Menetrey-Willam, Ansys

Kurzzusammenfassung

In dieser Masterthesis wird das Tragverhalten von Grout-Verbindungen beschrieben und zwei Materialmodelle zur Abbildung von Beton in Ansys untersucht. Dazu werden die Modelle an Grundversuchen getestet und nach ihrer Konvergenz bewertet. Am Ende wird noch ein kleinskaliertes Versuch in Ansys modelliert und die Ergebnisse mit der Literatur verglichen. Abschließend werden die Erkenntnisse zusammengefasst und die gefundenen Probleme benannt. Im Ausblick werden weitere Ansätze zur Abbildung von Beton dargestellt und mögliche Verbesserungen zur Simulation der Versuche genannt.

Name of Student

Max-Julian Kiesel

Title of the paper

FE-based investigation of nonlinear concrete material laws for grout connections of offshore support structures

Keywords

Offshore, wind turbine, grout, material law, shear key, Drucker-Prager, Menetrey-Willam, Ansys

Abstract

In this master thesis the structural behavior of Grout connections is described and two material models for the modelling of concrete in Ansys are investigated. For this purpose, the models are tested on basic experiments and evaluated according to their convergence. Afterwards a small-scale test is modelled in Ansys and the results are compared with the literature. Finally, the results are summarized and the problems are identified. In the outlook further approaches to the modelling of concrete are presented and possible improvements for the simulation of the tests are mentioned.

Aufgabenstellung

Im deutschen Hoheitsgebiet der Nordsee werden zunehmend Offshore-Windparks installiert. Aufgrund der sandigen Beschaffenheit des Nordseebodens kommen dabei vornehmlich Pfahlgründungen zum Einsatz. Bei der zu untersuchenden Verbindung werden die unteren vertikalen Stahlzylinder der Windenergieanlagen-Turmstrukturen sowie der Stahlstrukturen der Umspannplattformen über die Gründungspfähle im Meeresboden gestülpt. Der verbleibende Ringspalt wird mit Beton verfüllt. Es existieren heute weitere Verbindungsalternativen. In dieser Arbeit sollen jedoch ausschließlich die beschriebenen Rohr-in-Rohr-Steckverbindungen betrachtet werden. Diese Verbindungen werden auch kurz als „Grout-Verbindung“ (eng: Grouted Connections) bezeichnet. Hierbei kommt vornehmlich hochfester Feinkornmörtel zum Einsatz. Für die Lastübertragung von Stahlrohr zu Stahlrohr und um das Durchrutschen der Verbindung zu verhindern werden häufig Schubrippen auf den Rohroberflächen angebracht. An diesen entstehen im Beton lokal hohe Druckspannungsspitzen. Zunächst soll einleitend, basierend auf einer Literaturrecherche, das Trag- und Ermüdungsverhalten der Grouted Connections von Offshore-Gründungsstrukturen erläutert werden. Im Hauptteil dieser Arbeit sind Berechnungen der inneren Beanspruchung des Betons mittels FEM Software (z.B. ANSYS) durchzuführen. Zunächst soll dafür die Gültigkeit verschiedener Materialgesetze anhand von Simulationen an Körpern mit vereinfachter Geometrie unter Druck-, Zug- sowie kombinierter Druck-Schubbelastung überprüft werden. Im Anschluss soll das erstellte Modell schrittweise vergrößert werden, sodass die gewonnenen Erkenntnisse für die Berechnung einer Verbindung mit realen Abmessungen eingesetzt werden könnten. Zusammenfassend sind die Anwendbarkeit, bestehende Herausforderungen sowie die Abweichung von der realen Situation durch den Einsatz der betrachteten Materialmodelle für große Simulationsmodelle zu diskutieren. Die besondere Herausforderung in dieser Arbeit besteht darin, die unterschiedlichen Anforderungen hinsichtlich numerischer Größe, Kleinskaligkeit der Geometrie und hinreichender Auflösung der Spannungs- bzw. Dehnungsgradienten abzudecken.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabenstellung	I
Abbildungsverzeichnis	V
Tabellenverzeichnis	VIII
Nomenklatur	IX
1. Einleitung	1
2. Grundlagen	4
2.1. Grout-Verbindung	4
2.1.1. Bauarten	5
2.1.2. Analytisches Modell	6
2.1.3. Versagensarten	7
2.2. Materialeigenschaften	9
2.2.1. Stahl	9
2.2.2. Beton	11
2.3. Empfehlung Det Norske Veritas Germanische Lloyd (DNV GL)	20
2.3.1. Materialmodell Stahl	20
2.3.2. Materialmodell Beton	20
2.3.3. Elemente	21
2.4. Materialmodell Stahl	22
2.5. Materialmodell Beton	22
2.5.1. Cam-Clay	25
2.5.2. Mohr-Coulomb	26
2.5.3. Jointed Rock	27
2.5.4. Drucker-Prager	28
2.5.5. Menetrey-Willam	31
2.6. Ver- und Entfestigungsfunktion	34
2.6.1. Lineare Entfestigung	35
2.6.2. Exponentielle Entfestigung	36
3. Simulation	39
3.1. Materialmodelle	39
3.2. Ducorit S5	40

3.3. Würfeldruckversuch	40
3.3.1. Würfelgeometrie	41
3.3.2. Netz und Simulationsparamter	41
3.3.3. Ergebnisse	42
3.3.4. Konvergenzanalyse	44
3.4. Zylindergeometrie	46
3.5. Zylinderdruckversuch	46
3.6. Zwischenfazit Druckversuche	48
3.7. Zylinder Zugversuch	50
3.8. Zwischenfazit Zugversuch	51
3.9. Spaltzugversuch	51
3.9.1. Versuchsbeschreibung und Modellaufbau	51
3.9.2. Materialien	53
3.9.3. Netze	54
3.9.4. Ergebnisse Materialtest	54
3.9.5. Ergebnisse Spaltzugversuch	58
3.9.6. Zwischenfazit Spaltzugversuch	64
3.10. Biaxial Belastung	65
3.10.1. Modellaufbau	65
3.10.2. Ergebnisse	66
3.10.3. Zwischenfazit biaxiale Belastung	68
3.11. Kleinskalierter Versuch	69
3.11.1. Netz	71
3.11.2. Vorgehen	72
3.11.3. Kontaktformulierung	73
3.11.4. Elastoplastisches Modell für Stahl	74
3.11.5. Varianz der Betonmaterialmodelle	75
3.11.6. Zwischenfazit kleinskalierter Versuch	78
4. Fazit	79
5. Ausblick	81
Literaturverzeichnis	84
Anhang	87
A. APDL-Code	A-1
A.1. Materialdefinition Stahl 100/101	A-1
A.2. Materialdefinition Beton 200/201	A-2
A.3. Materialdefinition Beton Drucker-Prager 210	A-3
A.4. Materialdefinition Beton Drucker-Prager mit HSD6 211	A-4
A.5. Materialdefinition Beton Drucker-Prager mit HSD2 212	A-5
A.6. Materialdefinition Beton Drucker-Prager mit HSD6 213	A-6
A.7. Materialdefinition Beton Drucker-Prager mit HSD6 214	A-7

A.8. Materialdefinition Beton Drucker-Prager mit HSD2 215	A-8
A.9. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam 220	A-9
A.10. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam mit HSD6 221	A-10
A.11. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam mit HSD2 222	A-11
A.12. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam mit HSD6 223	A-12
B. Datenblätter	B-1
B.1. Densit Ducorit	B-2
C. Simulationen	C-1
C.1. Würfeldruckversuch	C-1
C.1.1. Konvergenzanalyse Drucker-Prager exponentielle Entfestigung (HSD2) Simulationspunkte: 1 Element je Kante	C-1
C.1.2. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD2 Ergebnisse	C-1
C.1.3. Konvergenzanalyse Menetrey-Willam HSD2 Simulationspunkte . . .	C-2
C.1.4. Konvergenzanalyse Menetrey-Willam HSD2 Ergebnisse	C-2
C.1.5. Konvergenzanalyse Drucker-Prager lineare Entfestigung (HSD6) Si- mulationspunkte	C-3
C.1.6. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Ergebnisse	C-3
C.1.7. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Simulationspunkte . . .	C-4
C.1.8. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Ergebnisse	C-4
C.2. Spaltzugversuch	C-5
C.2.1. Netze	C-5
C.2.2. Simulationsergebnisse	C-9
C.3. Simulationspunkte und Simulationsergebnisse Biaxialer Versuch	C-11
C.4. Kleinskalierter Versuch	C-15
C.4.1. Prüfkraft-Verformungs-Linien Simulation	C-15
C.4.2. Plastische Vergleichsdehnung	C-16

Abbildungsverzeichnis

1.1.	Gründungsstrukturen von OWEAn	2
1.2.	Geschweißte Schubrippe am Pile	3
2.1.	Komponenten einer Offshore-Windenergie	4
2.2.	Varianten der Grout-Verbindungen	5
2.3.	Schematische Darstellung einer Grout-Verbindung	6
2.4.	Kräfte an der Druckstrebe	6
2.5.	Spannungen und Kräfte in der Grout-Verbindung unter Momentenlast	7
2.6.	Varianten der Positionierung der Schubrippen	8
2.7.	Lokale Versagensmodi in Anlehnung an Hordyk	9
2.8.	Spannungs-Dehnungslinie von Stahl	10
2.9.	Meso- und Makroebene Beton	11
2.10.	Spannungs-Dehnungs-Linie Druckbeanspruchung	12
2.11.	f_{bc} über f_{cm} nach Model Code 1990 und 2010	14
2.12.	Wirklichkeitsnahe Spannungs-Dehnungs-Linie nach DIN 1045	15
2.13.	Vergleich E_{cm} zwischen Eurocode und Model Code	16
2.14.	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Vergleich Eurocode 2 mit Model Code 2010	17
2.15.	Spannung-Verschiebungslinie Zug mit Bruchenergie	18
2.16.	Festigkeits-Bruchenergie Diagramm mit Messdaten aus FIB42	19
2.17.	Spannungs-Dehnungslinie nach DNV GL	20
2.18.	Fließregel der plastischen Dehnung	24
2.19.	Grenzfließfläche Cam-Clay	26
2.20.	Grenzfließfläche Mohr-Coulomb	27
2.21.	Orientierung der Versagensfläche Jointed Rock	28
2.22.	Fließhülle Drucker-Prager	29
2.23.	Schubtest zur Veranschaulichung des Dilatanzwinkels	31
2.24.	Haigh-Westergaard Koordinatensystem	32
2.25.	Grenzfließfläche Menetrey-Willam	34
2.26.	Verlauf der linearen Entfestigung	35
2.27.	Verlauf der exponentiellen Entfestigung	37
3.1.	Würfelmodell	41
3.2.	Vergleich DP-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)	42
3.3.	VGL MW-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)	43
3.4.	Zylindermodell und Netz	46

3.5. Vergleich Zylinderdruckversuch DP-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)	47
3.6. Vergleich Zylinderdruckversuch MW-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)	48
3.7. Vergleich Zylinderzugversuch DP-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)	50
3.8. Vergleich Zylinderzugversuch MW-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)	51
3.9. Schematische Darstellung des Spaltzugversuchs	52
3.10. Schematische Darstellung des Spaltzugversuchs	52
3.11. Zugprobe mit verjüngtem Querschnitt	54
3.12. Ergebnisse Zugversuch Material 222_A	55
3.13. Ergebnisse Zugversuch Material 220_A	56
3.14. Ergebnisse Zugversuch Material 221_A	56
3.15. Ergebnisse Zugversuch Material 212_A	57
3.16. Ergebnisse Zugversuch Material 211_A	57
3.17. Ergebnisse Zugversuch Material 210_A	58
3.18. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch in Anlehnung an Malárics	59
3.19. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A/220_A Viertel- und Vollmodell Remote Point	60
3.20. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A/220_A 2D Viertelmodell mit bonded und reibfreiem Kontakt	61
3.21. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A 2D Viertelmodell mit reibendem Kontakt $\mu = 0,4$	62
3.22. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A 3D Achtelmodell mit Kontakt	63
3.23. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch Material E	63
3.24. Metallbürste aus biaxialen Versuch	65
3.25. Modell 2D Ebener Spannungszustand	66
3.26. Vergleich Simulationsdaten mit Messdaten von H. Kupfer	67
3.27. Abmessungen kleinskalierte Probe in Anlehnung an Anders	69
3.28. Vernetzung Schubrippe nach DNVGL, Rechteck und Halbkreis	70
3.29. Grobes Netz des kleinskalierten Probenkörpers (N100)	71
3.30. Feines Netz des kleinskalierten Probenkörpers (N101)	71
3.31. Sehr feines Netz des kleinskalierten Probenkörpers (N102)	72
3.32. Prüfkraft-Verformungs-Linie des Kleinversuchskörpers mit Schubrippen $h/s=0,056$ faserfrei in Anlehnung an Anders	73
3.33. Prüfkraft-Verformungs-Linie Simulation mit reibfreier Kontaktformulierung in Anlehnung an Anders	76
3.34. Prüfkraft-Verformungs-Linie Simulation mit reibender Kontaktformulierung in Anlehnung an Anders	77
3.35. 102_/210_1 N101 erste Hauptspannung im Beton	77
5.1. Plastische Vergleichsdehnung N100 210 mit Rankine	81
5.2. Mittelwert der 1. Hauptspannung je Element N100 201 mit Rankine	81

5.3. Mittelwert der 1. Hauptspannung je Element 201 mit Rankine feines Netz .	82
5.4. Mittelwert der 1. Hauptspannung je Element 201 mit Rankine feines Netz .	82
C.1. Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 30 mm	C-5
C.2. Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 10 mm	C-5
C.3. Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 3,5 mm	C-5
C.4. Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 2 mm	C-5
C.5. Netz Spaltzugversuch 2D Remote Point Elementgröße = 5 mm	C-6
C.6. Netz Spaltzugversuch 2D Remote Point Elementgröße = 1,25 mm	C-6
C.7. Netz Spaltzugversuch 2D Remote Point Elementgröße = 3,75 mm	C-6
C.8. Netz Spaltzugversuch 2D Kontakt Elementgröße = 5 mm	C-7
C.9. Netz Spaltzugversuch 2D Kontakt Elementgröße = 1,25 mm	C-7
C.10. Netz Spaltzugversuch 2D Kontakt Elementgröße = 3,75 mm	C-7
C.11. Netz Spaltzugversuch 3D Kontakt Elementgröße = 10 mm	C-8
C.12. Netz Spaltzugversuch 3D Kontakt Elementgröße = 5 mm	C-8
C.13. Netz Spaltzugversuch 3D Kontakt Elementgröße = 3,75 mm	C-8
C.14. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A/220_A 2D Viertelmodell mit reibfreiem Kontakt	C-9
C.15. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A Viertelmodell mit bonded Kontakt	C-9
C.16. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch Material E	C-10
C.17. Simulationsergebnisse Spaltzugversuch Material E	C-10
C.18. Prüfkraft-Verformungs-Linie Simulation mit reibfreier Kontaktformulie- rung in Anlehnung an Anders	C-15
C.19. Plastische Vergleichsdehnung - 102/210 N100 asymmetrisch reibfrei	C-16
C.20. Plastische Vergleichsdehnung - 102/210 N101 asymmetrisch reibfrei	C-16
C.21. Plastische Vergleichsdehnung - 102/210 N102 asymmetrisch reibfrei	C-16
C.22. Plastische Vergleichsdehnung - 102/220 N100 asymmetrisch reibfrei	C-17
C.23. Plastische Vergleichsdehnung - 102/220 N101 asymmetrisch reibfrei	C-17
C.24. Plastische Vergleichsdehnung - 102/223 N100 asymmetrisch reibfrei	C-17
C.25. Plastische Vergleichsdehnung - 102/223 N101 asymmetrisch reibfrei	C-17

Tabellenverzeichnis

2.1.	Verwendete Parameter Materialmodell Stahl	22
2.2.	Verwendete Parameter Materialmodell Beton	23
2.3.	Geomechanische Materialmodelle ANSYS	23
2.4.	Verwendete Parameter Grundmaterialmodell Drucker-Prager	30
3.1.	Übersicht Materialnummern	39
3.2.	Materialkennwerte Ducorit S5	40
3.3.	Grundparameter Würfeldruckversuch	42
3.4.	Materialdaten Hartfaserplatte	53
3.5.	Materialdaten Beton Spaltzugversuch	53
3.6.	Parameter lineare Entfestigung	53
3.7.	Parameter exponentielle Entfestigung	54
3.8.	Übersicht Simulationsergebnisse Kontakt kleinskalierte Probe	74
3.9.	Übersicht Simulationsergebnisse Kontakt kleinskalierte Probe	74
3.10.	Übersicht Simulationsergebnisse reibfreier Kontakt kleinskalierte Probe	75
3.11.	Übersicht Simulationsergebnisse reibender Kontakt kleinskalierte Probe	76
C.1.	Simulationenpunkte und Ergebnisse Biaxiale Verschiebungsbelastung	C-11
C.2.	Simulationenpunkte und Ergebnisse Biaxiale Druckbelastung	C-13

Nomenklatur

Römische Buchstaben

Symbol	Beschreibung	Einheit
a_h	Materialparameter Cam-Clay	[-]
b_q	Breite des Quaders	[mm]
c	Kohäsion	[-]
d	Durchmesser	[mm]
E	Elastizitätsmodul (E-Modul)	[N mm ⁻²]
E_{C_dyn}	dynamisches E-Modul Beton	[N mm ⁻²]
E_{C_stat}	Statisches E-Modul Beton	[N mm ⁻²]
E_{c0}	dynamischer E-Modul	[N mm ⁻²]
E_{c1}	Sekanten E-Modul	[N mm ⁻²]
E_{cm}	statischer E-Modul	[N mm ⁻²]
E_{St}	E-Modul Stahl	[N mm ⁻²]
E_T	Tangenten E-Modul Stahl	[N mm ⁻²]
f_{bc}	biaxiale Druckfestigkeit	[N mm ⁻²]
f_{ck}	Zylinderdruckfestigkeit	[N mm ⁻²]
$f_{ck,cube}$	Würfeldruckfestigkeit	[N mm ⁻²]
f_{cm}	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeiten	[N mm ⁻²]
f_{ct}	zentrische Zugfestigkeit	[N mm ⁻²]
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit	[N mm ⁻²]
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit	[N mm ⁻²]
f_{DP_t}	Drucker-Prager Zug-Fließfläche	[N mm ⁻²]
f_x	Fließhülle der verschiedenen Modelle	[N mm ⁻²]
F	Kraft	[N]
F_N	Normalkraft	[N]
F_R	Reibkraft	[N]
$F_{Sr,v}$	Vertikale Kraft an der Schubrippe	[N]
F_u	Prüfkraft	[N]
G_{ft}	Bruchenergie	[N mm ⁻¹]
\hat{G}_{ft}	gespeicherte elastische Energie	[N mm ⁻¹]
h_0	Bezugswert	[mm]
h_q	Höhe des Quaders	[mm]
h_{Sr}	Höhe Schubrippe	[mm]
h^n	Verfestigungsmodul	[-]
J_2	Zweite Spannungsinvariante	[N ² mm ⁻⁴]

Symbol	Beschreibung	Einheit
k	Konstante	[—]
k_{MC}	Plastizitätsnummer	[—]
l	Länge	[mm]
l_{ch}	charakteristische Länge	[mm]
l_q	Länge des Quaders	[mm]
$L_{x,y,z}$	Abmessung Lastverteilungstreifen	[mm]
M	Moment	[N mm]
M_c	Materialparameter Cam-Clay	[—]
n	Anzahl	[—]
n_{St}	Anzahl Druckstreben	[—]
p	Druck	[N mm ⁻²]
Q	Fließpotential	[N mm ⁻²]
R_b	biaxiale Druckfestigkeit	[N mm ⁻²]
R_c	einaxiale Druckfestigkeit Beton	[N mm ⁻²]
R_{eH}	Streckgrenze	[N mm ⁻²]
R_m	Zugfestigkeit	[N mm ⁻²]
R_t	einaxiale Zugfestigkeit Beton	[N mm ⁻²]
t	modifizierte Spannungsinvariante	[N mm ⁻²]
t_g	Spaltbreite Grout	[mm]
T	Spannungslimit Jointed Rock, Rankine	[N mm ⁻²]
w_{SR}	Weite Schubrippe	[mm]
\vec{w}_j	Normale der Versagensfläche	[—]

Griechische Buchstaben

Symbol	Beschreibung	Einheit
α_E	Einflussfaktor Zuschlagstoff	[—]
α_i	Einflussfaktor Festigkeit	[—]
α_j	Rotationswinkel um die neg. z-Achse	[°]
α_{sp}	Umrechnungsfaktor Spaltzugfestigkeit	[—]
β_{cc}	Materialparameter Cam-Clay	[—]
β_j	Rotationswinkel um die neue y-Achse	[°]
β_t	Beiwert für die Drucker-Prager Zug-Fließfläche	[—]
ε	Dehnung	[—]
ε_{el}	elastische Dehnung	[—]
ε_{ges}	Gesamtdehnung	[—]
ε_m	Dehnung bei Zugfestigkeit	[—]
ε_{pl}	plastische Dehnung	[—]
η	Grad der Dehnung	[—]
θ	Lode Winkel	[°]
κ	modifizierter Grad der plastischen Verformung	[—]

Symbol	Beschreibung	Einheit
κ_{cm}	plastische Verformung bei maximaler Druckfestigkeit	[—]
κ_{cr}	plastische Verformung zu Beginn der verbleibenden relativen Druckfestigkeit	[—]
κ_{cu}	plastische Verformung am Übergang von Potenzgesetz zur exponentieller Entfestigung	[—]
κ_{tr}	plastische Verformung zu Beginn der verbleibenden relativen Zugfestigkeit	[—]
$d\lambda^n$	Betrag der plastischen Dehnungszunahme	[—]
μ	Reibungskoeffizient	[—]
ν_C	Poission Zahl Beton	[—]
ν_{St}	Poission Zahl Stahl	[—]
ρ_C	Dichte Beton	[kg m ⁻³]
σ	Spannung	[—]
$\bar{\sigma}$	Spannungstensor	[—]
σ_e	Vergleichsspannung	[N mm ⁻²]
σ_m	Mittlere Spannung	[N mm ⁻²]
σ_n	Normalspannung in der Ebene	[N mm ⁻²]
σ_{Re}	Zugfestigkeit Stahl	[N mm ⁻²]
$\sigma_{Re,Mod}$	Modifizierte Zugfestigkeit Stahl	[N mm ⁻²]
σ_{Yt}	Beiwert für die Drucker-Prager Zug-Fließfläche	[N mm ⁻²]
τ	Schubspannung	[N mm ⁻²]
τ_r	Schubspannung Jointed Rock	[N mm ⁻²]
ϕ	innerer Reibungswinkel	[°]
ψ	Dilatanzwinkel	[°]
Ω_c	Verfestigungsfunktion Druckbereich	[—]
Ω_{ci}	relative Festigkeit zu Beginn der Verfestigung	[—]
Ω_{cr}	Verbleibende relative Druckfestigkeit	[—]
Ω_{cu}	relative Druckfestigkeit am Übergang von Potenzgesetz zur exponentiellen Entfestigung	[—]
Ω_t	Verfestigungsfunktion Zugbereich	[—]
Ω_{tc}	Entfestigungsfunktion Zugbereich Menetry-Willam	[—]
Ω_{tr}	Verbleibende relative Zugfestigkeit	[—]

Abkürzungen

APDL	Ansys Parametric Design Language
DNV GL	Det Norske Veritas Germanische Lloyd
DP	Drucker-Pager
E-Modul	Elastizitätsmodul
EEG	Erneuerbare-Energien-Gesetz
FEM	Finite Element Methode
FIB	Fédération internationale du béton
HSD2	exponentielle Entfestigung
HSD6	lineare Entfestigung
MW	Menetrey-Willam
OWEA	Offshore-Windenergieanlage
WEA	Windenergieanlage

1. Einleitung

Die Windkraft stellte 2019 den größten Anteil am produzierten Strom in Deutschland [1]. Damit lag der Anteil der erneuerbaren Energien bei 46,1 %, für einen höheren Anteil muss der Sektor der erneuerbaren Energien weiter ausgebaut werden. Allerdings wird der Platz an Land für Windenergieanlagen (WEAn) knapper und die Akzeptanz der Bürger stellt die Windkraft in Deutschland vor eine Herausforderung [2].

Der Ausbau der Offshore-Windenergieanlagen (OWEAn) wurde im Jahr 2000 im Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG) beschlossen. Dieses Gesetz soll den Anteil an erneuerbaren Energien des deutschen Strommix erhöhen. Für den Offshore-Bereich wurde durch einen verlängerten Mindestvergütungszeitraum von neun Jahren im Vergleich zum Onshore-Bereich, die für fünf Jahre eine feste Vergütung erhalten, der Anreiz zur Investition geschaffen (§ 7 Absatz 1 EEG v. 31. März 2000). Im Jahr 2004 wurden Neuregelungen zum EEG beschlossen. Diese Neuregelungen verlängern den Mindestvergütungszeitraum von OWEAn auf zwölf Jahre und für Anlagen, die vor dem 31. Dezember 2010 in Betrieb genommen wurden, wurde eine Mindestvergütung von 7,02 Cent gezahlt (§ 10 Absatz 3 EEG v. 21. Juli 2004). Die nächste Neuregelung trat am 1. Januar 2009 in Kraft. Für bis 2015 in Betrieb genommene OWEAn wurde die Anfangsvergütung je kWh auf 15 Cent erhöht. Diese Vergütung wird über einen Zeitraum von zwölf Jahre gezahlt (§ 31 Absatz 1 EEG v. 25. Oktober 2008).

Weltweit wurde die erste OWEA im Jahr 1991 bei Vindeby in Betrieb genommen. Der erste deutsche Offshorewindpark „alpha ventus“ wurde ab 2001 geplant und 2010 in Betrieb genommen. Der Windpark umfasst 12 Anlagen mit je 5 MW und einer Gesamtnennleistung von 60 MW [3]. Damit spiegelt der Windpark „alpha ventus“ weiterhin den Leistungsdurchschnitt aller deutschen OWEAn wieder.

2010 setzte das Energiekonzept der Bundesregierung das Ziel die installierte Leistung im Offshore-Windkraftsektor bis zum Jahr 2030 auf 25 000 MW zu erhöhen [4]. Dieser Zielwert wurde 2016 im Gesetz zur Entwicklung und Förderung der Windenergie auf See (Windenergie-auf-See-Gesetz - WindSeeG) auf 15 000 MW festgeschrieben (§ 1 Absatz 2 WindSeeG v. 13.10.2016). 2019 wurde der Zielwert im Klimapakt auf 20 000 MW erhöht [5]. 2019 sind in der Nord- und Ostsee 7516 MW installiert und ans Netz angeschlossen. Im Durchschnitt beträgt die Nennleistung 5117 kW und die Anlagen haben im Mittel einen Rotordurchmesser von 132 m bei einer Nabenhöhe von 95 m [6].

Die OWEAn werden in Windparks aufgestellt. Der Vorteil von Windparks ist, dass nur ein zentrales Kabel für den Stromtransport zum Festland gelegt werden muss. Zur Erzeugung von Strom werden durch den Wind die an der Nabe befestigten Rotorblätter angetrieben. Die Nabe treibt einen Generator an, der die Bewegungsenergie in elektrische Energie umwandelt. Typischerweise wird der erzeugte Wechselspannungsstrom anschließend durch ein Unterwasserkabel an ein Umspannwerk auf einer zentral gelegenen Plattform geleitet

und auf Hochspannung transformiert. Von dort aus wird der Strom bei weiten Entfernungen zum Festland zu einer Konverterplattform transportiert und in Gleichstrom gerichtet, da Gleichstrom bei weiten Transportlängen einen geringeren Leitungsverlust aufweist. An Land wird der Gleichstrom in einer zweiten Konverterstation wieder in Wechselstrom umgewandelt und in das Deutsche Hochspannungsnetz eingespeist. Die größten OWEAn stehen in der Nordsee in den Windparks „Borkum Riffgrund 2“ und „Deutsche Bucht“. Die OWEA „Vestas V164-8.0 MW“ vom Hersteller MHI Vestas Offshore Wind hat einen Rotor Durchmesser von 164 m. Diese Anlage leistet 8 MW bei einem Gewicht für die Gondel mit den Rotorblättern von 495 t [7]. Damit WEAn als OWEAn auf dem Meer aufgestellt werden können, gibt es verschiedene Arten der Verankerung am Meeresgrund. Die Befestigung und Aufstellung der OWEA wird Gründung genannt. Abbildung 1.1 zeigt verschiedenen Gründungsstrukturen, die zum Aufstellen von OWEA genutzt werden.

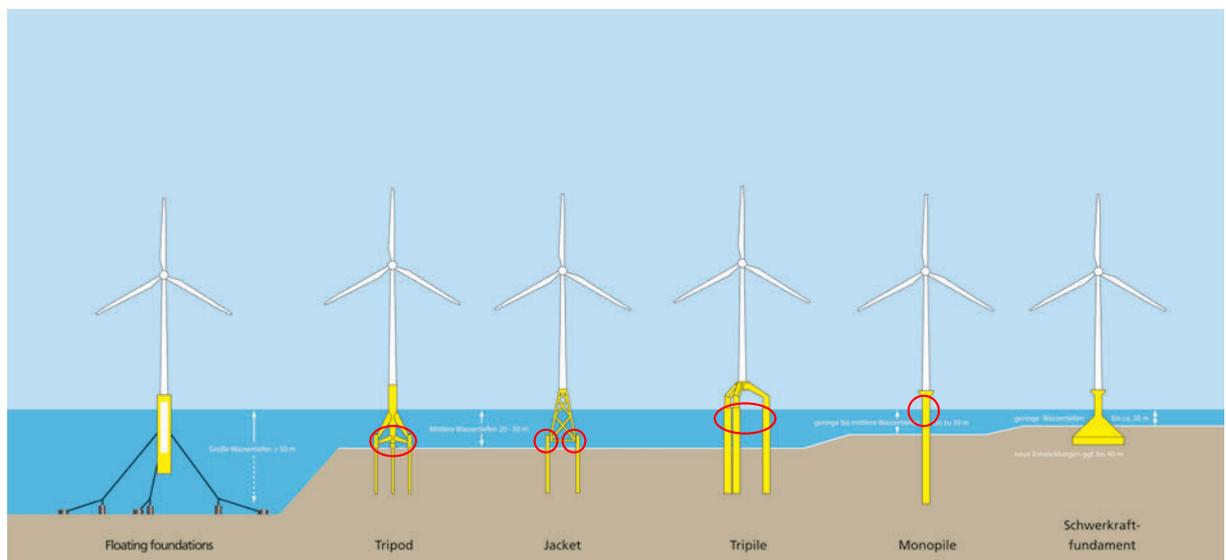


Abbildung 1.1.: Gründungsstrukturen von OWEAn in Anlehnung an die Stiftung Offshore-Windenergie [8]

Je nach Wassertiefe und äußeren Gegebenheiten werden unterschiedliche Konzepte der Gründung angewendet. Bei geringen Wassertiefen bis 30 m werden Schwerkraft-Fundamente und Monopiles genutzt. Für Wassertiefen zwischen 20 m und 50 m werden vorwiegend Tripods, Jakets oder Tripiles angewendet. Für Wassertiefen jenseits der 50 m wird an einer Gründung der OWEA auf Schwimmpontong, die mit Seilen am Meeresboden verankert sind, geforscht. All diese Tiefenangaben sind nur Richtwerte und es gibt auch Ausnahmen. Bei der Verankerung der vier mittleren Strukturen der Abbildung 1.1 kann die Verbindung der Rohre im Meeresgrund und der Gründungsstruktur durch Grout-Verbindungen realisiert werden. Diese Verbindungen stehen im Fokus dieser Arbeit. Bei Grout-Verbindungen wird ein Rohr (eng: Pile) in den Meeresboden gerammt und über dieses Rohr wird ein zweites Rohr (eng: Sleeve) gestülpt. Bei der Gründung von Monopiles wird der „Sleeve“ „Transition piece“ genannt. Der Zwischenraum zwischen diesen

Rohren wird mit hochfestem Beton (Grout) aufgefüllt. Beim Rammen des Piles kann zum Schutz der Meeresbewohner ein Blasenteppich, der die Schwingungen des Rammens dämpft, um das Rohr erzeugt werden. Die Grout-Verbindung ist bei dem Bau von Öl- und Gas-Pipelines und Offshore-Förderplattformen Stand der Technik. Bei OWEAn werden die Verbindungen durch die Wind- und Wellenlasten auf Biegung stärker zyklisch beansprucht als in der Öl- und Gasindustrie.

Aus diesem Grund wurden bei den Verbindungen Schubrippen hinzugefügt, die das Rutschen durch Druckstreben im Beton verhindern. Für die Herstellung der Schubrippen gibt es zwei weit verbreitete Arten. Bei der ersten Art werden die Schubrippen aus mehreren Schichten Schweißnaht, wie in Abbildung 1.2 dargestellt, erzeugt. Bei der zweiten Art werden Rund- oder Flachstäbe an die Wand der Rohre angeschweißt. Die Rohre haben



Abbildung 1.2.: Geschweißte Schubrippe am Pile - Screenshot aus dem Video [9]

einen Durchmesser von mehreren Metern und die Abmessungen der Schubrippen liegen im Bereich weniger Zentimeter. Dieses Verhältnis ist eine Herausforderung für die Berechnung mit der Finite Element Methode (FEM), da in einem kleinen physischen Raum eine große Differenz von Spannungen vorhanden ist. Dieser hohe Spannungsgradient bedingt für eine genaue Darstellung ein feines Netz für die Berechnung. Da das belastete Material sich nichtlinear bei Belastungen verhält, muss für die Simulation ein nichtlineares Materialmodell verwendet werden. Zudem reagiert Beton im Zug- und Druckbereich stark unterschiedlich auf Spannungen. Im Zugbereich führen bereits geringe Spannungen zum Versagen des Materials. Unter Druckspannung kann der Beton sehr hohe Belastungen ohne Versagen ertragen. Diese Eigenschaft muss für eine genaue Berechnung mit abgebildet werden.

2. Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Thematik dieser Arbeit beschrieben und erklärt.

2.1. Grout-Verbindung

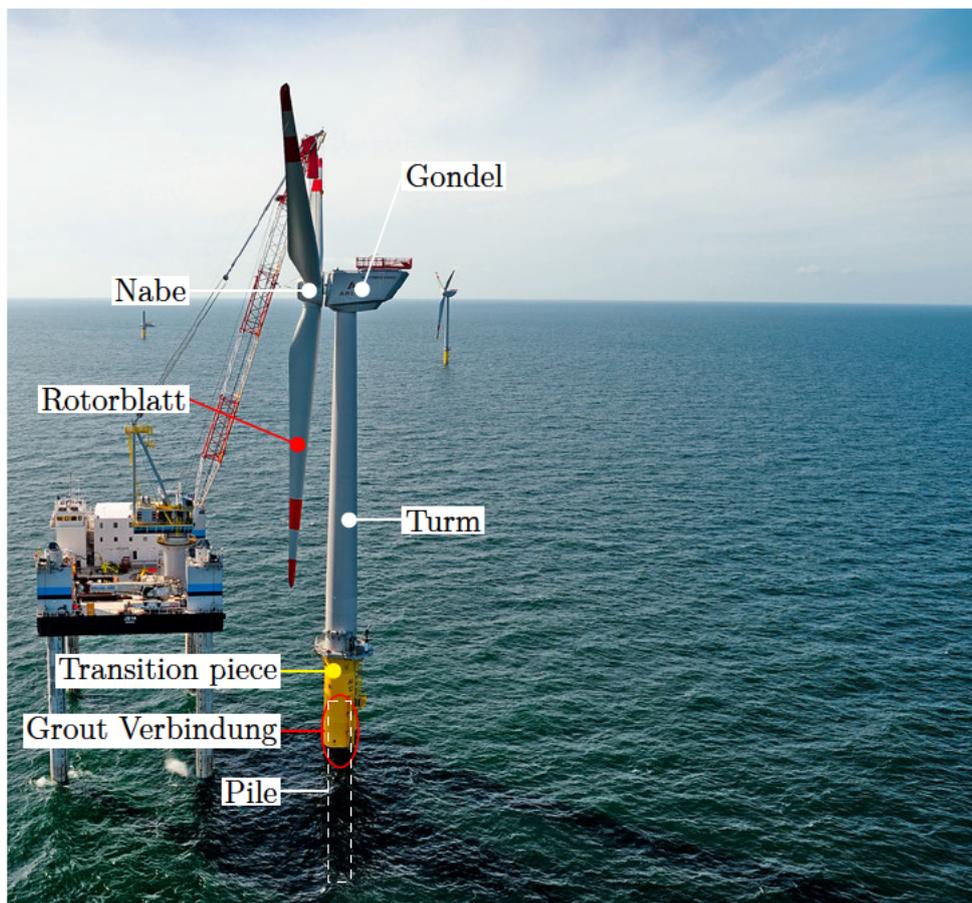


Abbildung 2.1.: Komponenten einer Offshore-Windenergie in Anlehnung an [10]

Wie in der Einleitung beschrieben, ist eine Verbindungsart im Offshore-Bereich die Grout-Verbindung. In Abbildung 2.1 ist eine OWEA, die auf einem Monopile gegründet wurde, dargestellt. Auf dem Bild ist zu erkennen, dass der Turm der OWEA auf dem Transition piece befestigt ist. Das Transition piece ist meistens gelb und hat mehrere Aufgaben.

Strukturell dient es als Adapter zwischen Pile und Turm. Die Verbindung zwischen Turm und Transition piece wird oft als Flanschverbindung realisiert. Bei der Verbindung zwischen Pile und Transition piece kann eine Grout-Verbindung mit Schubrippen genutzt werden. Das Transition piece dient zudem als Anlegestelle. An der Anlegestelle kann eine Person über die am Transition piece befestigte Leiter die Anlage betreten. Diese Leiter führt zu der Arbeitsplattform. Diese Plattform ragt so weit aus dem Wasser, dass diese auch bei hohem Wellengang nicht von den Wellen erreicht wird.

2.1.1. Bauarten

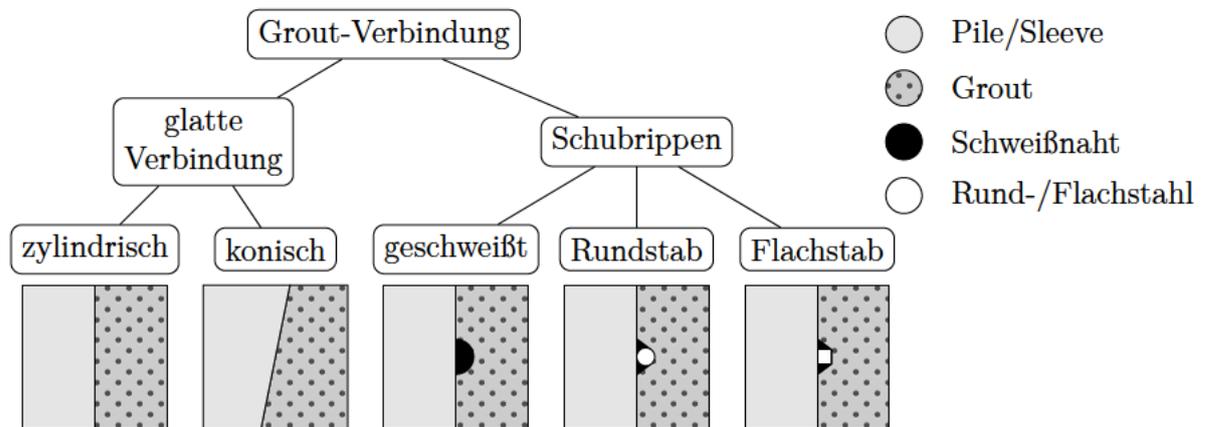


Abbildung 2.2.: Varianten der Grout-Verbindungen

Eine Übersicht über die verschiedenen Bauarten der Grout-Verbindungen ist in der Abbildung 2.2 dargestellt. Die Grout-Verbindungen können in zwei Ausführungen eingeteilt werden. Die erste ist eine glatte Grout-Verbindung. Die glatten Verbindungen können noch in zylindrische und konische Verbindungen unterschieden werden. Die zylindrische Bauweise überträgt die Kraft über Reibung und Adhäsion. Die konische Bauweise ist eine formschlüssige Verbindung bei Druckbelastungen. Bei einer reinen Zugbelastung hält diese Verbindung nur durch die Adhäsion zwischen Beton und Stahl.

Bei der zweiten Ausführung von Grout-Verbindungen befinden sich Schubrippen an der Innenseite des Sleeves und Außenseite des Piles. Schubrippen sind in Umfangsrichtung angebrachte flache Rippen. Diese Rippen werden häufig auf drei verschiedene Arten erzeugt. Die Rippen bestehen entweder aus mehreren Schichten von Schweißnähten, aus einem angeschweißten Rundstahl oder aus einem angeschweißten Flachstahl.

Bei den glatten zylindrischen Verbindungen, die auch bis 2010 in internationalen Windparks verwendet wurden, stellte sich bei der Wartung und Kontrolle der Anlagen heraus, dass es zu einer axialen Verschiebung von mehreren Zentimetern der Verbindung gekommen ist [11]. Durch diese Anfälligkeit wird die glatte zylindrische Grout-Verbindung nicht mehr beim Bau von OWEAn genutzt. Bei OWEAn, deren Verbindung mit Schubrippen aufgestellt wurden, konnte diese Verschiebung nicht festgestellt werden. Daraus lässt sich schließen, dass die Schubrippen einen Großteil der Last aufnehmen können.

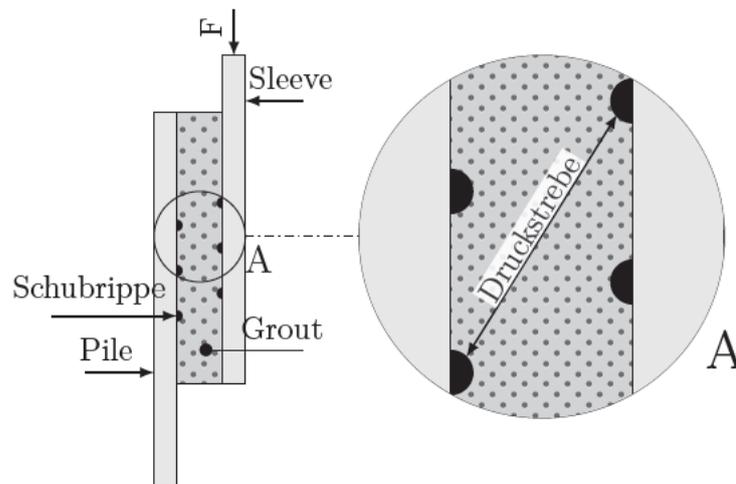


Abbildung 2.3.: Schematische Darstellung einer Grout-Verbindung

2.1.2. Analytisches Modell

Bei der axialen Belastung wird die Last F , wie in Abbildung 2.3 dargestellt, über die im Beton entstehenden Druckstreben an den Schubrippen zwischen den Rohren übertragen. In diesen Druckstreben herrschen im Beton hohen Druckspannungen. Eine nicht mehr genutzte aber sehr anschauliche vereinfachte analytische Berechnung hat Lamport entwickelt [12]. Dieses Modell beruht auf den Vereinfachungen, dass die Reibung zwischen Grout und Stahl nur im Kontaktbereich der Druckstrebe auftritt und somit die gesamte Last über die Druckstreben übertragen wird. Zudem wird die anliegende Kraft F wie in Gleichung (2.1) auf die Anzahl der Druckstreben n_{Sr} gleichmäßig verteilt.

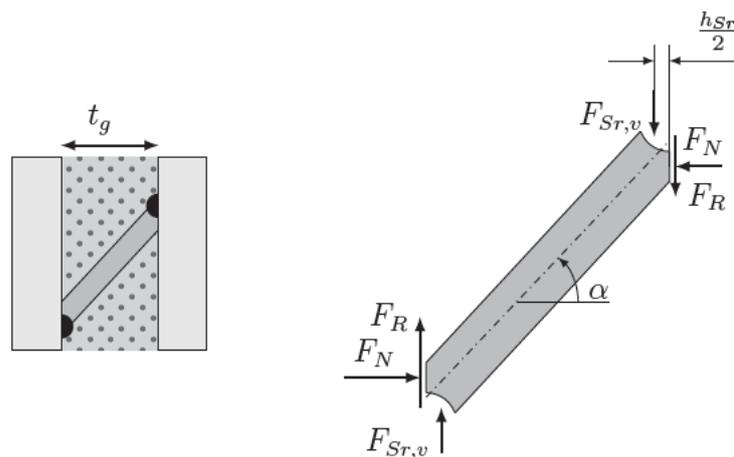


Abbildung 2.4.: Anliegende und resultierende Kräfte an der Druckstrebe

$$F_{Sr,v} = \frac{F}{n_{Sr}} \quad (2.1)$$

Dabei resultieren aus der vertikalen Kraft an einer Schubrippe $F_{Sr,v}$ die Reibkraft F_R und die Normalkraft F_N an der Schubrippe [13]. Diese resultierenden Kräfte sind in der Abbildung 2.4 eingezeichnet.

$$F_N = \frac{F_{Sr,v} \cdot (t_g - h_{Sr})}{t_g \cdot (\tan \alpha - \mu)} \quad (2.2)$$

$$F_R = \mu \cdot F_N \quad (2.3)$$

Für die Gleichung wird die Spaltbreite zwischen dem Pile- und Sleeve-Rohr t_g und die Höhe der Schubrippe h_{Sr} genutzt. μ ist der Reibungskoeffizient für die Reibung zwischen dem Grout und dem Stahl und α gibt den Winkel der Druckstrebe an. Da diese analytische Rechnung sehr viel vereinfacht, wurde 2016 von der DNV GL eine empfohlene Vorgehensweise zur Berechnung von Grout-Verbindungen mit der FEM veröffentlicht [14]. Diese Empfehlungen sind im Kapitel 2.3 aufgelistet.

2.1.3. Versagensarten

Bei einer Belastung der Grout-Verbindung durch einen Moment M wie in Abbildung 2.5 zu sehen, kommt es im oberen und unteren Bereich der Überlappung der Rohre zu einer Kontaktspannung. Diese Spannung ist an den Rändern am größten.

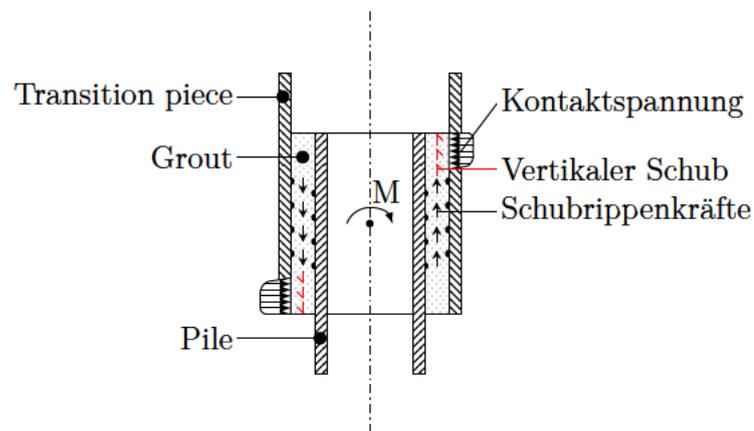


Abbildung 2.5.: Spannungen und Kräfte in der Grout-Verbindung unter Momentenlast

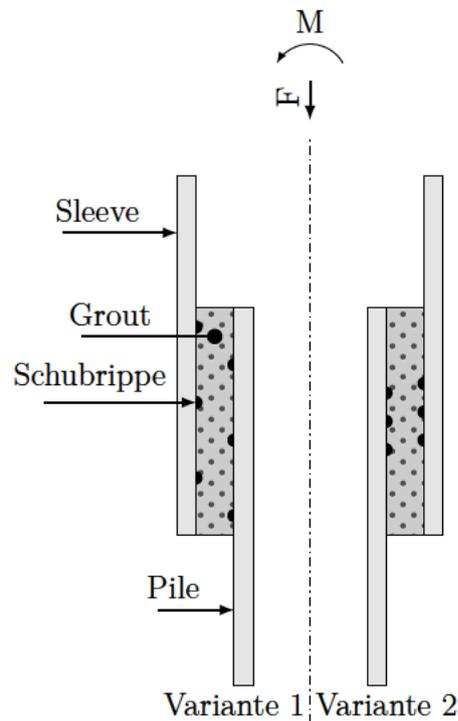


Abbildung 2.6.: Varianten der Positionierung der Schubrippen

In der Abbildung 2.6 sind zwei Varianten der Positionierung der Schubrippen dargestellt. Dabei ist die Variante 2 besser für Belastungen mit einem Moment M geeignet, da die Schubrippen in dem mittleren Bereich angeordnet sind. Bei der Variante 1 führen die Schubrippen zu einer Kerbwirkung im Beton. Diese Kerbwirkung mindert die maximal zu ertragende Spannung im Beton.

Da bei OWEAn durch die Wind- und Wellenlasten große Momente auftreten, wird die zweite Variante vorzugsweise genutzt.

Durch das Umströmen der Strukturen im Wasser entstehen Strudel. Diese reißen einen Teil des Meeresbodens mit sich und legen auf diese Weise die Piles teilweise frei. Diese Ausspülung wird Kolk genannt. Durch die Bildung von Kolk an den Piles kann es auch bei Jacket-Gründungen zu einer signifikanten Erhöhung der zu übertragenden Momenten kommen, da sich die Länge des freien Piles stark erhöht.

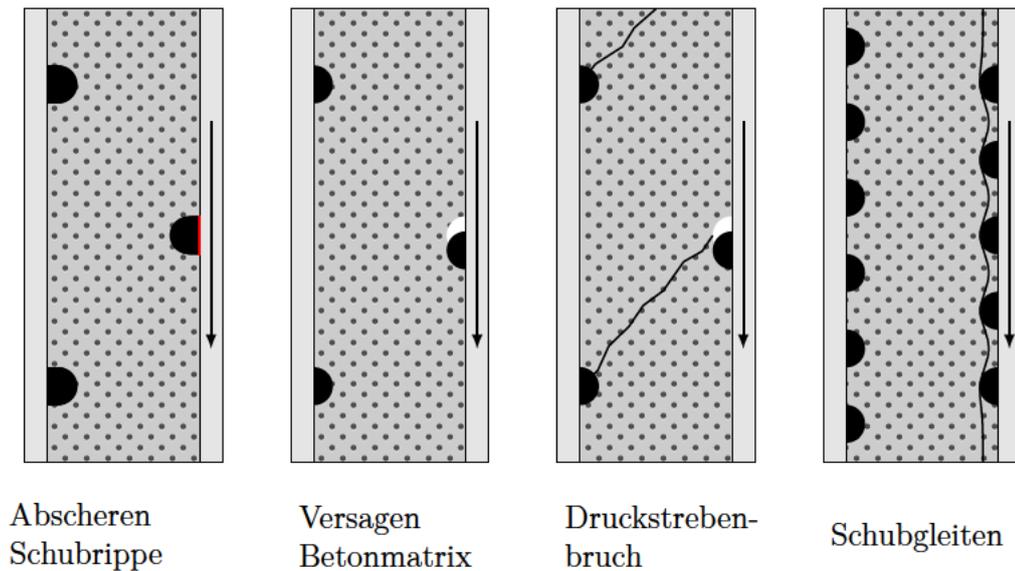


Abbildung 2.7.: Lokale Versagensmodi in Anlehnung an Hordyk [15]

Eine Grout-Verbindung kann auf die verschiedenen Arten in Abbildung 2.7 versagen. Zum einen kann es aufgrund der Normalkraft zum Abscheren der Schubrippen kommen. Eine Ursache dafür ist ein zu großes Verhältnis der Schubrippengeometrie $\frac{h_{SR}}{w_{SR}}$. Dabei ist w_{SR} die Weite der Schubrippe.

Bei der zweiten Art des Versagens kommt es zum Auflösen der Betonmatrix an den Schubrippen. Dabei ist die Druckfestigkeit des Betons zu gering. Größere Schubrippen können diesen Effekt vermindern.

Wenn der Beton nicht durch die hohe Druckbelastung an den Schubrippen versagt, kommt es zu einem Bruch in der Druckstrebe. Die auftretende Belastung führt zu einer Zugspannung orthogonal zu der Druckstrebe.

Die vierte Art ist ein Gleiten der Rohre durch einen Spalt zwischen dem Beton und dem Rohr. Die Ursache für diese Versagensart kann ein Aufdehnen des Stahlrohrs oder leichtes Auflösen des Betons sein. Auch eine zu dichte Anordnung der Schubrippen begünstigt das Gleiten der Verbindung.

2.2. Materialeigenschaften

Die Grout-Verbindung ist eine Stahl-Beton-Stahl Verbindung. Für diese beiden Materialien werden in diesem Teil die grundlegenden Materialeigenschaften beschrieben.

2.2.1. Stahl

Die Rohre der Grout-Verbindung sind aus Stahl hergestellt. Stahl ist ein isotroper Werkstoff. Im Offshore-Bereich wird vor allem Baustahl benutzt. Baustähle besitzen eine ausgeprägte Streckgrenze.

Bis zum Erreichen der Streckgrenze verhält sich der Stahl linear-elastisch. Diese Gerade im Spannungs-Dehnungsdiagramm wird auch Hook'sche Gerade genannt. Nach dem Hook'schen Gesetz kann diese Gerade mit der Gleichung (2.4) beschrieben werden.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.4)$$

Die Spannung im Material σ wird über die Dehnung ε und dem Elastizitätsmodul E bestimmt. Nach Erreichen der Streckgrenze beginnt das Material plastisch zu fließen. Dabei bleibt die im Material vorhandene Spannung annähernd konstant. Dieser Teil der plastischen Dehnung wird Lüdersdehnung genannt. Danach verfestigt sich das Material bis zum Erreichen der Zugfestigkeit. Nach Erreichen der Zugfestigkeit kommt es zum Einschnüren der Zugprobe und schließlich zum Bruch. Dabei sinkt die Spannung wieder ab. Dieser Verlauf resultiert daraus, dass die Spannung als Quotient aus Kraft und Ausgangsfläche bestimmt wird. Wenn kontinuierlich auch die kleinste Fläche gemessen würde, kommt es nach Erreichen der Zugfestigkeit zu einem weiteren Anstieg der Spannung. Vereinfachend kann das Verhalten bis zur Bruchdehnung mit zwei Geraden beschrieben werden. Die erste Gerade ist die Hook'sche Gerade. Die zweite Gerade beginnt an der Streckgrenze und verläuft linear durch den Punkt der Bruchdehnung und Zugfestigkeit mit dem verringerten Tangentenmodul E_T .

$$E_T = \frac{R_m - R_{eH}}{\varepsilon_m - \frac{R_{eH}}{E}} \quad (2.5)$$

$$\sigma = \begin{cases} E \cdot \varepsilon & \text{für } \varepsilon \leq \frac{R_{eH}}{E} \\ R_{eH} + E_T \cdot \left(\varepsilon - \frac{R_{eH}}{E}\right) & \text{für } \varepsilon > \frac{R_{eH}}{E} \end{cases} \quad (2.6)$$

Eine andere Abschätzung des Tangentenmoduls für Stahl ($E_{T,st}$) erfolgt in Anlehnung an DIN 1993-1-5 [16] mit 1% der E-Modul E_{St} .

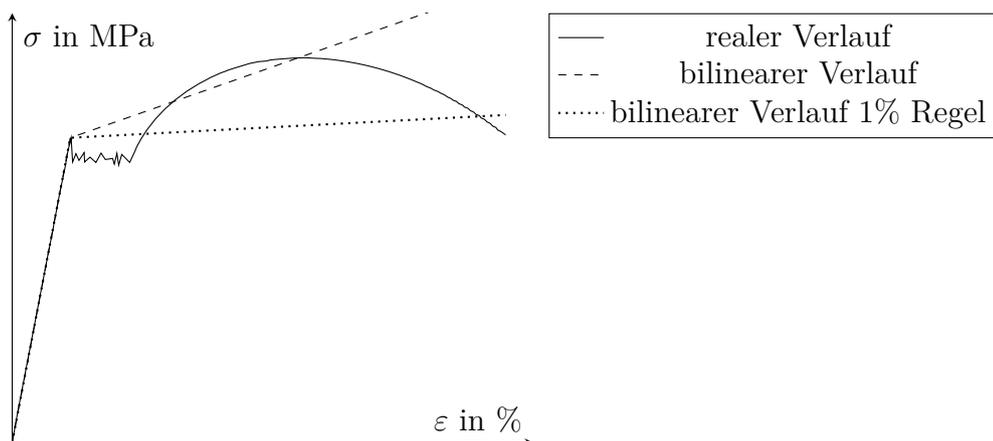


Abbildung 2.8.: Spannungs-Dehnungslinie von Stahl

In der Abbildung 2.8 sind neben dem realen Verlauf auch die bilinearen Verläufe abgebildet.

2.2.2. Beton

Beton ist eine Verbindung aus Zement, Betonzuschlägen und Wasser. Der Zement bildet eine Matrix, in der die Zuschläge gehalten werden. Die Zuschläge sind unter anderem Gesteinskörner. Die Zuschläge sind entweder natürliche Stoffe wie Kies, Sand, Schotter oder Nebenerzeugnisse der Industrie, wie beispielsweise Hochofenschlacke, Gießereisand, Steinkohleflugasche oder Hausmüllverbrennungssachen. In der Abbildung 2.9 ist die Matrix des Beton in der Meso-Ebene und Makroebene dargestellt. In der Abbildung ist zu erkennen, dass die Zuschläge in der Zementsteinmatrix eingefasst sind. Zudem können sich im Zementstein Pore und andere Einschlüsse bilden. In der Makro-Ebene kann der Beton als ein isotroper Werkstoff betrachtet werden. Ein Riss im Beton verläuft meistens durch die Zementsteinmatrix am Rand der Zuschläge. Bei dem festeren Beton kann der Riss auch durch die Zuschläge verlaufen.

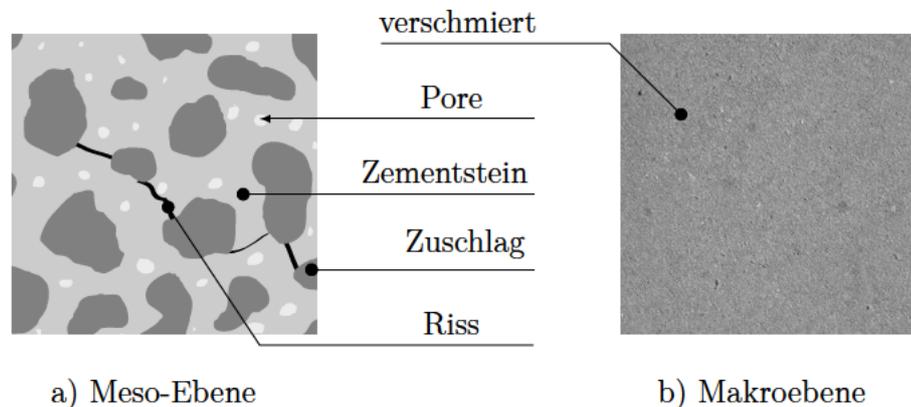


Abbildung 2.9.: Meso- und Makroebene Beton

Die Zuschläge werden in die drei Kategorien Normal-, Leicht- und Schwerzuschlag eingeteilt. Normalzuschlag mit einer Dichte von 2200 bis 3200 kg m⁻³ beinhaltet den Großteil der natürlichen Zuschläge. Leichtzuschläge haben eine Rohdichte von weniger als 2200 kg m⁻³. Beispiele dafür sind Bims, Lavakies oder Blähglas. Schwerzuschläge weisen eine Rohdichte von mehr als 3200 kg m⁻³ auf. Schrott, Schwermetallschalke und Magnetit sind einige Beispiele für diese Kategorie.

Entscheidend für die Festigkeit und Verarbeitbarkeit ist neben der Rohdichte auch die Korngröße. Je feiner die Korngröße ist, desto fließfähiger ist der Beton. Tendenziell weist Schwerbeton eine höhere Festigkeit als Leichtbeton auf. Für Grout-Verbindungen wird hochfester oder ultrahochfester Beton wie beispielsweise der hochfeste Beton Ducorit S5 von der Firma Densit verwendet. Ducorit S5 weist bei einem Würfel mit einer Kantenlänge von 75 mm eine Druckfestigkeit von 130 MPa und eine Zugfestigkeit von 7 MPa auf [17]. An diesem Beispiel ist gut zu erkennen, dass die Druckfestigkeit um ein vielfaches höher als die Zugfestigkeit ist. Durch diese Eigenschaft muss bei der Konstruktion von Betonbauteilen darauf geachtet werden, dass Zugbeanspruchungen vermieden werden oder durch eine Bewehrung abgefangen werden.

Je höher der Wasseranteil ist, desto fließfähiger ist der Beton. Beim Aushärten des Betons, reagiert der Zement mit dem Wasser zu festem Zementstein. Ein zu großer Wasseranteil führt dazu, dass sich im Beton Kapillare bilden und sich die mechanischen Eigenschaften verschlechtern. Ein zu geringer Wasseranteil führt dazu, dass nicht genügend Wassermoleküle für die Reaktion mit dem Zement vorhanden sind und der Beton damit nicht die vollständige Festigkeit erlangt. In der Abbildung 2.10 sind verschiedene

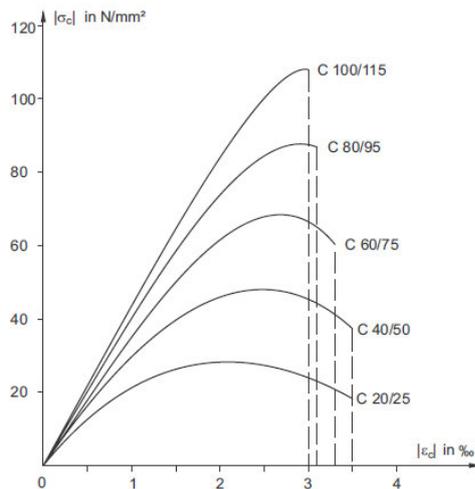


Abbildung 2.10.: Spannungs-Dehnungs-Linie Druckbeanspruchung nach DIN 1045-1 [18]

Spannungs-Dehnungs-Linien einiger Druckfestigkeitsklassen dargestellt. Die Festigkeitsklassen bestehen aus einem „C“ für concrete (Deutsch: Beton) und zwei Kennzahlen. Die erste Kennzahl ist die Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} . Diese wird nach 28 Tagen an einem Zylinder mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm bestimmt. Die zweite Kennzahl ist die Würfelfestigkeit $f_{ck,cube}$, die nach 28 Tagen an einem Würfel mit einer Kantenlänge von 150 mm bestimmt wird. Diese Druckfestigkeitsklassen werden international gleich bestimmt und sind somit vergleichbar. Neben dem „C“ gibt es noch die Klasse des Leichtbeton, die mit „LC“ abgekürzt wird.

In der Abbildung 2.10 ist zu erkennen, dass nach Erreichen der maximalen Druckspannung es zu einem Abfall der Spannung kommt. Diese Verminderung der Druckfestigkeit ist auf die voranschreitende Bildung der Risse im Beton zurückzuführen. Zudem ist zu erkennen, dass das Versagen bei höher festem Beton spontaner auftritt. Die maximale Dehnung der abgebildeten Betonklassen liegt zwischen 3 ‰ und 3,5 ‰. Der Maximalwert ist der Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeiten f_{cm} und kann aus der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} bestimmt werden.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (2.7)$$

Bei der Zugfestigkeit gibt es drei Werte, die genutzt werden.

- Die zentrische Zugfestigkeit f_{ct}
- Die Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$

- Die Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$

Die zentrische Zugfestigkeit wird mithilfe eines Zugversuchs einer Rundstabsprobe bestimmt. Dabei wird wie bei Metallen die angelegte Prüfkraft mit der Querschnittsfläche der Probe dividiert, sodass die anliegende Spannung mit der Gleichung (2.8) errechnet werden kann. Dabei ist F_u die anliegende Prüfkraft und d der Durchmesser des Prüfkörpers.

$$f_{ct} = \frac{4 \cdot F_u}{d^2 \cdot \pi} \quad (2.8)$$

Bei der experimentellen Bestimmung der Spaltzugfestigkeit wird eine zylindrische Probe zwischen zwei parallel liegende Platten gelegt, sodass die Mantelfläche die beiden Platten berührt. Die Prüfkraft wird auf die Platte aufgetragen. Die Spaltzugfestigkeit lässt sich dann mit der Gleichung (2.9) und der Länge l des Prüfkörpers bestimmen.

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot F_u}{d \cdot \pi \cdot l} \quad (2.9)$$

Die dritte Variante zur Bestimmung der Zugfestigkeit ist der Vierpunktbiegeversuch. Dabei wird ein Quader mit quadratischer Grundfläche auf zwei Auflagern bei einem und zwei Drittel des Lagerabstands je mit der halben Prüfkraft belastet. Diese Belastung hat zur Folge, dass zwischen den beiden Kräfteeinleitungspunkte reiner Zug im Quader vorhanden ist. Mit der Höhe h_q , Breite $b_q = h_q$ und Länge l_q des Quaders wird die Biegezugfestigkeit mit der Gleichung (2.10) bestimmt.

$$f_{ct,fl} = \frac{F_u \cdot l_q}{b_q \cdot h_q^2} \quad (2.10)$$

Der Model Code 1990 [19] beinhaltet Näherungsgleichungen für die Umrechnung der verschiedenen Zugfestigkeiten. Die Spaltzugfestigkeit ist 10 % geringer als die zentrische Zugfestigkeit. Diese Verhältnisse wurden im Model Code 2010 [20] nochmal angepasst. Das Verhältnis zwischen Spaltzugfestigkeit und zentrischer Zugfestigkeit wurde als Kompromiss im Model Code 2010 auf 1 angepasst.

$$f_{ct} = \alpha_{sp} \cdot f_{ct,sp} \text{ mit } \alpha_{sp} = \begin{cases} 0.9 & \text{nach Model Code 1990 [19]} \\ 2.08 \cdot f_{cm}^{-0.16} & \text{nach Malárics und Müller [21]} \\ 1 & \text{nach Model Code 2010 [20]} \end{cases} \quad (2.11)$$

Allerdings wird auch auf die Ergebnisse von Malárics und Müller [21] verwiesen. Die Versuche zeigen, dass der Faktor 0,9 aus dem Model Code 1990 [19] nicht für alle Betonklassen gilt. Ein aktualisierter Ansatz für den Faktor ist der Ansatz nach Model Code 2010, der in Gleichung (2.11) dargestellt ist.

Das Verhältnis der Biegezugfestigkeit zu der zentrischen Zugfestigkeit ist nach Model Code 1990 [19] in Gleichung (2.12) beschrieben. Dabei ist $h_0 = 100$ mm ein Bezugswert.

$$f_{ct} = \frac{1,5 \left(\frac{h_q}{h_0}\right)^{0,7}}{1 + 1,5 \cdot \left(\frac{h_q}{h_0}\right)^{0,7}} \cdot f_{ct,fl} \quad (2.12)$$

Die Gleichung (2.12) wurde im Model Code 2010 [20] so angepasst, dass der Bezugswert h_0 bereits im Faktor 0,06 berücksichtigt worden ist.

$$f_{ct} = \frac{0,06 \cdot h_q^{0,7}}{1 + 0,06 \cdot h_q^{0,7}} \cdot f_{ct,fl} \quad (2.13)$$

Zu der Gleichung (2.13) steht im Model Code 2010 die Anmerkung, dass für hochfeste Betonarten der Faktor 0,06 nach Experimenten angepasst werden soll.

Wenn Beton aus mehreren Richtungen auf Druck belastet wird, kann der Werkstoff eine höhere Druckspannung ohne Versagen ertragen. Ein analytischer Ansatz für das Verhältnis zwischen einaxialer und biaxialer Druckfestigkeit f_{bc} steht auch im Model Code. Zwischen den beiden Auflagen des Model Codes wurde der Ansatz angepasst.

$$f_{bc} = \begin{cases} 1.2f_{cm} & \text{Nach Model Code 1990 [19, S.38]} \\ 1.2f_{cm} - \frac{f_{cm}^2}{1000 \text{ MPa}} & \text{Nach Model Code 2010 [20, S.80]} \end{cases} \quad (2.14)$$

Dabei führt der neuere Ansatz zu einer geringeren biaxialen Festigkeit. Der Verlauf der beiden Ansätze ist in der Abbild 2.11 dargestellt. In der Abbildung 2.11 ist zu erkennen, dass die Erhöhung der biaxialen Druckfestigkeit bei steigender Druckfestigkeit abnimmt.

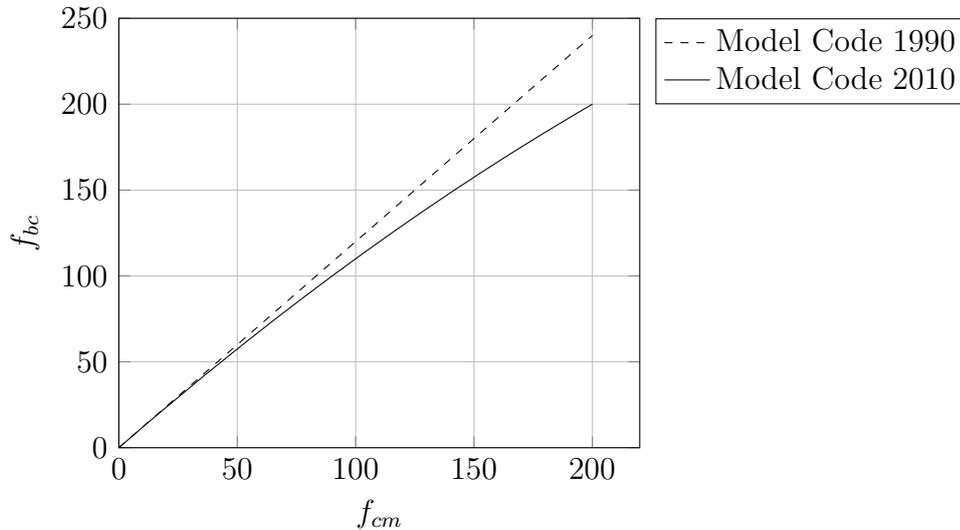


Abbildung 2.11.: f_{bc} über f_{cm} nach Model Code 1990 und 2010

Für Betonwerkstoffe können verschiedene E-Moduln bestimmt werden. In der Abbildung 2.12 ist eine wirklichkeitsnahe Spannungs-Dehnungs-Linie nach DIN 1045-1 [22] abgebildet. In diesem Graphen sind drei verschiedene E-Moduln und ihre Bestimmung eingezeichnet. Der dynamische E-Modul E_{c0} gibt die Steigung der Spannungs-Dehnungs-Linie zu Beginn der Dehnung an. Der Sekantenmodul E_{c1} gibt die mittlere Steigung bis zur einaxialen Druckfestigkeit an. Der statische E-Modul E_{cm} gibt die mittlere Steigung bis 40 % der maximalen Druckfestigkeit an.

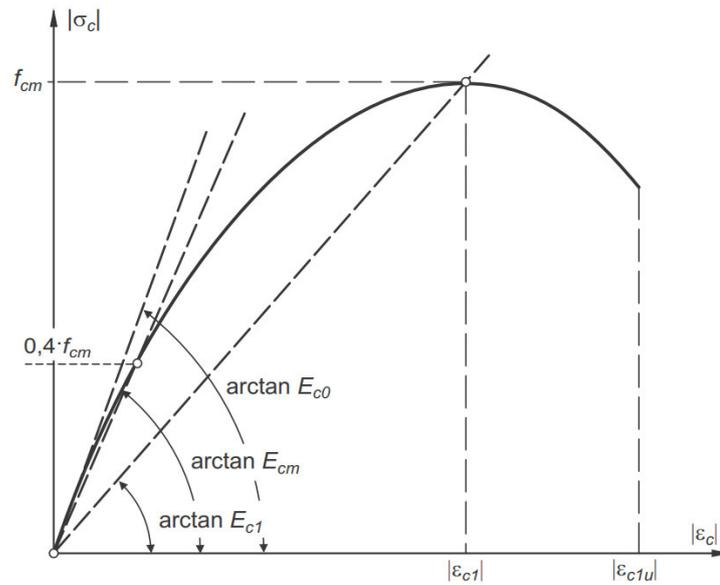


Abbildung 2.12.: Wirklichkeitsnahe Spannungs-Dehnungs-Linie nach DIN 1045 - Bezeichnungen [18]

Die Werte der E-Moduln unterscheiden sich zwischen dem Eurocode 2 und dem Model Code 2010.

$$E_{cm,EC} = 22 \text{ GPa} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \text{ MPa}} \right)^{0.3} \quad (2.15)$$

$$E_{cm,MC} = 21,5 \text{ GPa} \cdot \alpha_E \alpha_i \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.16)$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{cm}}{88 \text{ MPa}} & \text{für } f_{cm} \leq 88 \text{ MPa} \\ 1 & \text{für } f_{cm} > 88 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.17)$$

Nach dem Eurocode 2 [23] wird der statische E-Modul E_{cm} nach der Gleichung (2.15) aus dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} abgeschätzt. Der Model Code 2010 schätzt den statischen E-Modul E_{cm} aus dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} und noch aus zwei Einflussfaktoren ab. Der Wert des ersten Einflussfaktors α_E ist je nach Art der Zuschlagstoffe zwischen 0,7 und 1,2. Der zweite Einflussfaktor α_i wird nach der Gleichung (2.17) aus dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} bestimmt.

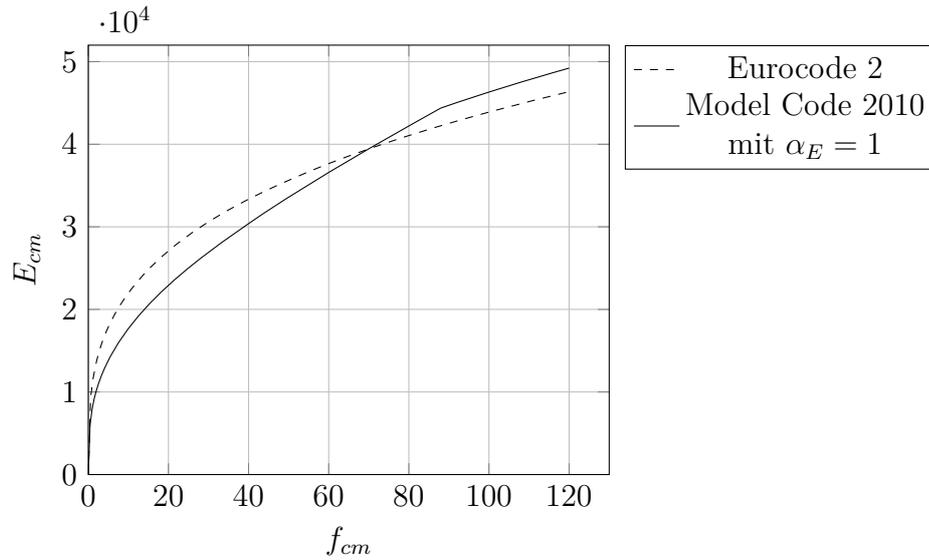


Abbildung 2.13.: Vergleich E_{cm} zwischen Eurocode und Model Code

In der Abbildung 2.13 sind die Ansatzfunktionen für die E-Moduln nach Eurocode 2 und Model Code 2010 dargestellt. Bei Beton-Festigkeitsklassen bis C60/75 gibt der Ansatz nach Eurocode 2 einen höheren E-Modul an. Ab der Klasse C70/85 ist der E-Modul nach Eurocode 2 geringer als nach dem Model Code 2010.

Im Eurocode 2 [23] wird für kurzzeitig wirkende einaxiale Druckbeanspruchung die Spannungs-Dehnungs-Linie mit der Gleichung (2.18) beschrieben.

$$\sigma_c = \left(\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \right) \cdot f_{cm} \quad (2.18)$$

$$k = 1,05 E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} = 1,05 \frac{E_{cm}}{E_{c1}} \quad (2.19)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (2.20)$$

Dabei ist k eine Konstante die durch die Gleichung (2.19) aus dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} , dem mittleren Elastizitätsmodul E_{cm} und der Dehnung unter der der Maximallast ε_{c1} . Das Verhältnis der aktuellen Dehnung ε_c und der Dehnung unter der der Maximallast ε_{c1} ist η . Der Model Code 2010 [20] gibt auch die Gleichung (2.18) an, mit η identisch zum Eurocode 2 [23]. Der zweite Parameter k ist im Model Code 2010 die Plastizitätsnummer. Die Plastizitätsnummer ist das Verhältnis des dynamischen E-Modul E_{cm} und dem Sekanten E-Modul E_{c1} .

$$k_{MC} = \frac{E_{cm}}{E_{c1}} \quad (2.21)$$

Die sich aus der Gleichung (2.18) ergebenden Spannungs-Dehnungskurven für eine Auswahl an Beton der Festigkeitsklassen von C12 bis C120 sind in Abbildung 2.14

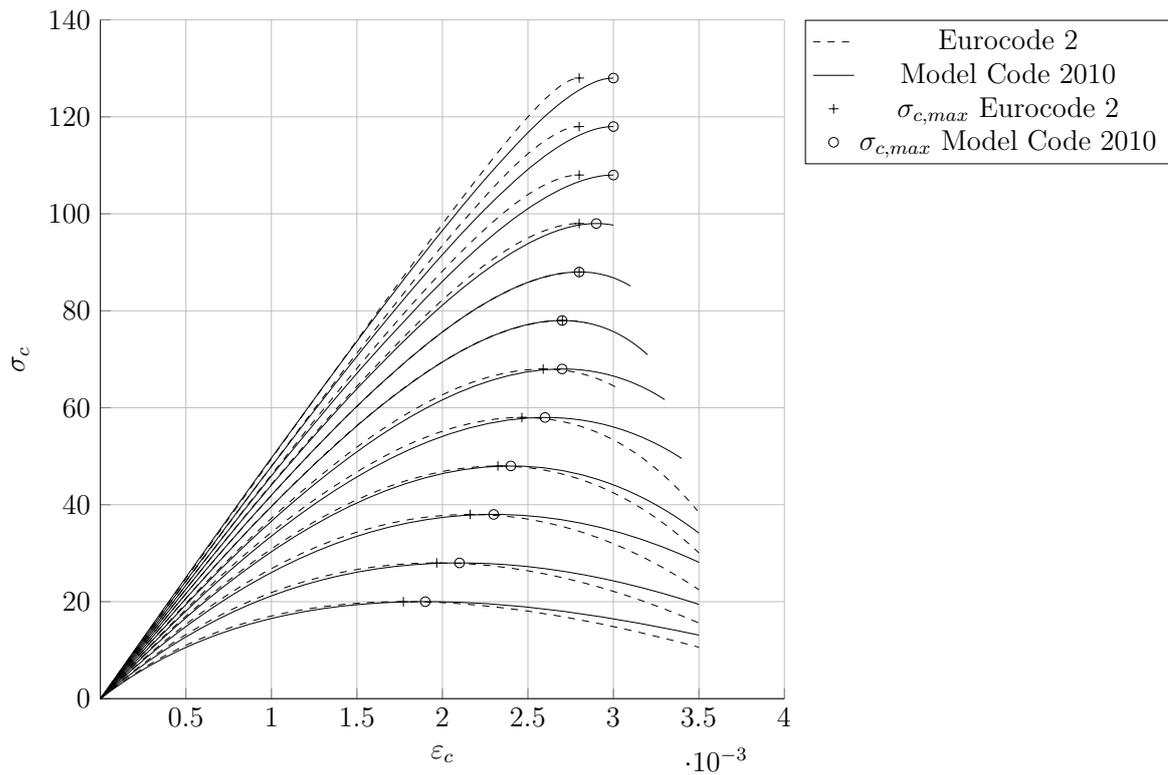


Abbildung 2.14.: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Vergleich Eurocode 2 mit Model Code 2010 nach Gleichung (2.18)

dargestellt. Dabei ist der Verlauf bei beiden Normen bis $0,4 \cdot f_{cm}$ annähernd linear. Die beiden Normen unterscheiden sich allerdings in der Dehnung des Betons unter der Maximalspannung. In der Abbildung 2.14 ist zu sehen, dass die Dehnung unter Maximallast ε_{c1} geringer als im Model Code 2010 ist. Bei der Bruchdehnung ε_{cu1} sind die Werte nach dem Eurocode 2 geringer oder gleich der Werte des Model Code 2010 mit der Ausnahme der Festigkeitsklasse C50.

Für die Poisson'sche Zahl ν_C geben sowohl der Model Code 2010 [20, S.201] als auch der Eurocode 2 [23, S.29] einen Wert von 0,2 für ungerissenen Beton an.

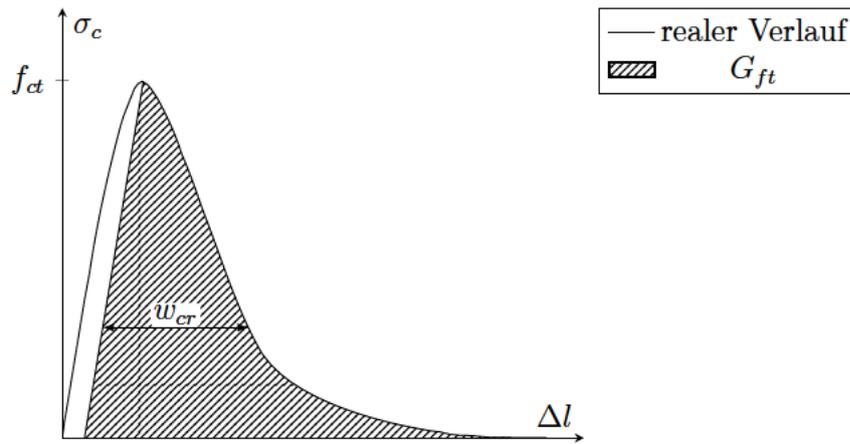


Abbildung 2.15.: Spannung-Verschiebungslinie Zug mit Bruchenergie in Anlehnung an [18, S.70]

Der Verlauf unter Zugbelastung ist in der Abbildung 2.15 dargestellt. Neben dem Verlauf der Zugspannung ist noch der Verlauf der elastischen Entspannung bei der Zugfestigkeit und die Bruchenergie G_f dargestellt. Der Abstand zwischen dem absteigenden Ast und der elastischen Entspannung ist die Rissöffnung w_{cr} . Die Bruchenergie entspricht der schraffierten Fläche in der Abbildung 2.15. Die Bruchenergie kann neben einer experimentellen Bestimmung auch analytisch abgeschätzt werden. Neben den beiden Versionen des Model Codes gibt es auch noch einen Ansatz der Fédération internationale du béton (FIB). Die Bruchenergie kann nach dem Model Code 1990 [19] über die Gleichung (2.22) berechnet werden. Dabei wird in Abhängigkeit des Größtkorndurchmessers d_{max} der Grundwert der Bruchenergie G_{f0} festgelegt und die Bruchenergie wird dann in Abhängigkeit der einaxialen Zugfestigkeit f_{ct} berechnet. Der Grundwert liegt bei $0,025 \text{ N mm mm}^{-2}$ für einen Größtkorndurchmesser von 8 mm und bei $0,058 \text{ N mm mm}^{-2}$ für einen Größtkorndurchmesser von 32 mm. Allerdings kann sich die berechnete Bruchenergie durch andere Einflüsse wie Bauteilgeometrie und bestimmte Zusätze um bis zu $\pm 30\%$ ändern.

$$G_{ft,MC1990} = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{ct} + 8 \text{ MPa}}{10 \text{ MPa}} \right)^{0.7} \quad (2.22)$$

Im Model Code 2010 [20] wird die Bruchenergie nur in Abhängigkeit der einaxialen Zugfestigkeit f_{ct} nach der Gleichung (2.23) bestimmt.

$$G_{ft,MC2010} = 73 \text{ N m}^{-1} \cdot \left(\frac{f_{ct}}{1 \text{ MPa}} \right)^{0.18} \quad (2.23)$$

Im Model Code 2010 wird auf die Veröffentlichung „Constitutive modelling for high strength/high performance concrete“ von FIB hingewiesen. In dieser Veröffentlichung [24] wird eine dritte Variante zur Bestimmung der Bruchenergie vorgestellt. Die Bestimmung nach der Gleichung (2.24) bestimmt die Bruchenergie auch nur aus der einaxialen Zugfestigkeit.

$$G_{ft,FIB} = 0,18 \text{ N m m}^{-2} \left(1 - 0,77 \cdot \frac{10 \text{ MPa}}{f_{ct}} \right) \quad (2.24)$$

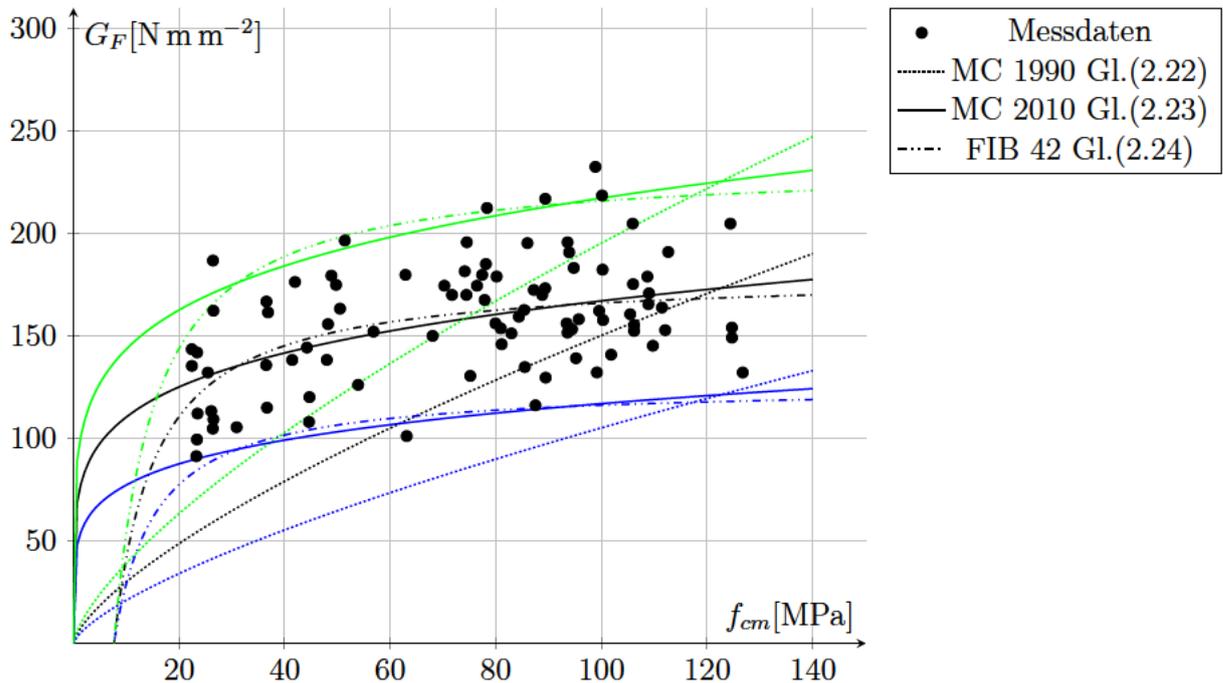


Abbildung 2.16.: Festigkeits-Bruchenergie Diagramm mit Messdaten aus FIB42 [24]

In der Abbildung 2.16 sind die verschiedenen Ansatzfunktionen dargestellt. Dabei sind die blauen Linien jeweils 30% unterhalb und die grünen Linien 30% oberhalb der Ansatzfunktionen. Die Messdaten stammen aus dem Bericht „Constitutive modelling of high strength / high performance concrete“ [24] der FIB. Es ist zu erkennen, dass der Model Code 1990 nur die Messergebnisse im Bereich von $f_{cm} > 110$ MPa komplett einschließt und für Werte von $f_{cm} < 110$ MPa liegen die Messdaten im oder über dem Bereich der Ansatzfunktion. Die beiden Ansätze nach Gleichung (2.23) und (2.24) schließen einen Großteil der Messdaten ein. Der größte Unterschied dieser beiden Ansätze liegt in dem Bereich bis $f_{cm} < 30$ MPa, da die Ansatzfunktion (2.24) erst ab $f_{cm} \geq 7,7$ MPa eine positive flächenspezifische Bruchenergie besitzt. Für die Bestimmung der Bruchenergie wird der Ansatz nach Gleichung (2.23) gewählt, da dieser die vorhandenen Messdaten gut wiedergibt und für alle Festigkeitsklassen definiert ist.

Aus der Bruchenergie kann zudem noch die charakteristische Länge l_{ch} als eine weiterer Materialkonstante abgeleitet werden. Bei einem Zugkörper mit der zweifachen charakteristische Länge ist die gespeicherte elastische Energie $G_e l$ gleich der Bruchenergie.

$$G_e l = \frac{f_{ct}^2}{E_{cm}} \cdot l_{ch} \stackrel{!}{=} G_f t \quad (2.25)$$

Gleichung (2.25) nach l_{ch} umgestellt:

$$l_{ch} = \frac{G_f t \cdot E_{cm}}{f_{ct}^2} \quad (2.26)$$

Die charakteristische Länge l_{ch} gibt die Sprödigkeit eines Werkstoff an. Je kleiner der Wert ist, desto spröder ist ein Werkstoff. Die Sprödigkeit und geringe Zugfestigkeit sind die größten Herausforderungen bei der Nutzung von Beton.

2.3. Empfehlung DNV GL

Im September 2016 veröffentlichte der DNV GL eine empfohlene Herangehensweise „Analysis of grouted connections using the finite element method“.

2.3.1. Materialmodell Stahl

Für die Modellierung des Stahls wird ein isotropes, lineares, elastisches Materialmodell für die meisten Fälle empfohlen. In Ausnahmen wie dem Maximallastfall oder der Beulanalyse wird auch ein nichtlineares Materialmodell empfohlen. Dafür wird auf die Richtlinie EN 1993-1-5 [16] verwiesen.

2.3.2. Materialmodell Beton

Bei Beton empfiehlt der DNV GL eine Simulation mit einem isotropen linearen elastischen Materialmodell für eine schnelle erste Analyse der Spannungsverteilungen.

Für eine weitergehende Analyse muss ein nichtlineares Materialmodell genutzt werden. Dieses Modell sollte das unsymmetrische Verhalten zwischen Druck- und Zugfestigkeiten und das Versagen bei Bruch widerspiegeln können. Hier nennt der DNV GL als einfachstes Modell das lineare Drucker-Prager Modell aber auch andere Ansätze nach Willam-Warnke oder Lubliner-Lee-Fenves werden erwähnt. Zudem können auch Erweiterungen der Modelle genutzt werden.

Der DNV GL schreibt, dass das nichtlineare Materialmodelle drei grundlegende Komponenten besitzen soll.

- Ein Fließkriterium, ab wann der Beton sich plastisch verformt
- Eine Verfestigungsregel, die das Verfestigen des Betons beschreibt und den Verlauf der Spannung formuliert
- Ein plastisches Potential, das die Richtung des Fließens beschreibt.

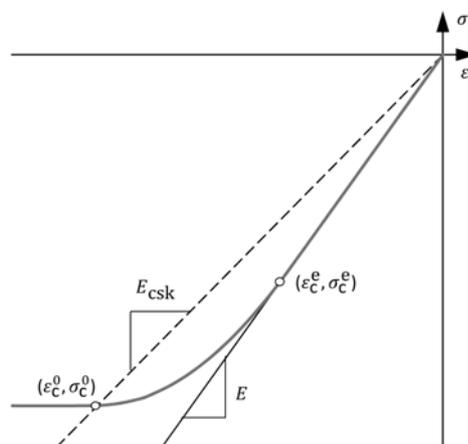


Abbildung 2.17.: Spannungs-Dehnungslinie nach DNV GL [14]

Der DNV GL zeigt auch ein Beispiel für den Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie. Diese ist in der Abbildung 2.17 dargestellt. Bis 60% der maximalen Druckfestigkeit verläuft die Linie linear, danach verfestigt sich der Beton bis zum Erreichen der Druckfestigkeit. Bei größeren Dehnungen verhält sich der Beton ideal plastisch bei einer konstanten Spannung. Im Zugbereich wird eine lineare Entfestigung nach Erreichen der Zugfestigkeit vorgeschlagen. Zudem wird empfohlen, die Entfestigung über die Bruchenergie zu definieren, da sonst das Verhalten stark von der Elementgröße abhängig ist.

2.3.3. Elemente

Der DNV GL empfiehlt für die Modellierung des Betons und des Stahls die Nutzung von Elementen der zweiten Ordnung mit einer reduzierten Integration. Falls bei der Simulation mit reduzierter Integration es zu einer Hourglassing Verformung kommt, kann das Umstellen auf eine volle Integration ein Lösungsansatz zur Verbesserung der Konvergenz sein.

Als Elementtyp werden Quader-Volumen-Elemente empfohlen. Die Seitenverhältnisse sollten unter 1,5 in den Bereichen von Interesse sein. In allen anderen Bereichen sollte das Seitenverhältnis unter 3 liegen.

Die Stahlteile sollten mindestens mit einem Element der zweiten Ordnung in der Dicke modelliert werden. Bei dem Beton sollten mindestens drei Elemente in der Dicke genutzt werden.

Schubrippen sollten mit mindestens sechs Elementkanten an der Kontaktfläche zwischen dem Beton und dem Stahl modelliert werden. Beispiele dafür sind in der Abbildung 3.28 auf der Seite 70 abgebildet.

2.4. Materialmodell Stahl

Um die Eigenschaften von Stahl abzubilden, werden zwei Materialmodelle ausgewählt. Das erste Materialmodell ist ein isotropisches linear elastisches Materialmodell. Dabei wird der Elastizitätsmodul für Stahl E_{St} und die Poisson'sche Zahl ν_{St} verwendet. Dieses Materialmodell ist für Ermüdungsberechnungen und die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit ausreichend [14]. Bei dem zweiten Materialmodell wird das erste Modell um die bilineare isotropische Verfestigung ergänzt. Zudem wird die Streckgrenze nach DIN EN 10025-2 [25] auf die dickenabhängige Mindeststreckgrenze reduziert. Der Tangentenmodul für Stahl ($E_{T,St}$) wird in Anlehnung an DIN 1993-1-5 [16] mit 1% der E-Modul E_{St} angenommen, da für die Berechnung mit der Gleichung (2.5) die Dehnung bei der Zugfestigkeit nicht verfügbar ist. Für die Berechnungen wurden die in der Tabelle 2.1 aufgelisteten Werte verwendet. Das Ansys Parametric Design Language (APDL)-Skript zur

Tabelle 2.1.: Verwendete Parameter Materialmodell Stahl

Parameter	Wert	Einheit
E_{St}	210 000	[MPa]
ν_{St}	0,3	[-]
R_{eH}	355	[MPa]
$R_{eH,Versuch}$	391	[MPa]
$E_{T,St}$	2100	[MPa]

Erzeugung der beiden Materialmodelle ist im Anhang A.1 abgedruckt. Dabei werden dem linear-elastischen Modell die Materialnummer 100 und dem bilinear-elastischen Modell die Materialnummer 101 zugewiesen.

2.5. Materialmodell Beton

Wie im Absatz 2.2.2 beschrieben, verhält sich Beton sehr spröde und die Betonfestigkeit ist bei Zug viel geringer als bei Druck. In der Meso-Struktur ist Beton inhomogen. Eine Modellierung der Meso-Struktur (Abbildung 2.9) führt zu sehr kleinen Elementen und einer Vielzahl an Kontaktbedingungen zwischen den einzeln modellierten Zuschlagskörnern und der Zementmatrix. Dieser Modellierungsansatz wird nicht weiter betrachtet, da die Simulation zu viele Elemente besitzen würde. Die verschmierte Makrostruktur wird in einer ersten vereinfachten Form als isotropisches elastisches Materialmodell modelliert. Dieses Materialmodell wird von der DNV GL [14] für die erste Berechnung empfohlen, um einen Überblick über das Modell zu erhalten. Dafür soll der mittlere dynamische E-Modul E_{dyn} verwendet werden. Für die ersten Simulationen in dieser Arbeit werden die Werte aus der Tabelle 2.2 in Anlehnung an das Material Densit Ducorit S5 [17] verwendet.

Tabelle 2.2.: Verwendete Parameter Materialmodell Beton

Parameter	Wert	Einheit
E_{C_stat}	55 000	[MPa]
E_{C_dyn}	60 000	[MPa]
ν_C	0,19	[-]

Dieses Materialmodell kann mit dem im Anhang A.2 abgedruckten APDL-Code erzeugt werden. Dieses Materialmodell hat die Materialnummern 200 mit dem dynamischen E-Modul und 201 mit dem statischen E-Modul.

Um das Materialverhalten genauer darzustellen, muss ein nichtlineares Materialmodell verwendet werden. Ansys stellt in der Toolbox für die FEM-Berechnung von geomechanischen Materialien verschiedene Materialmodelle zur Verfügung. Eine Übersicht dieser Modelle ist in der Tabelle 2.3 dargestellt.

Tabelle 2.3.: Geomechanische Materialmodelle ANSYS

Modell	Empfehlung
Cam-Clay	lose Böden, Lehm
Mohr-Coulomb	körnige, spröde Materialien
Jointed Rock	geklüfteter Fels, Tunnelbauwerk, viele Trennflächen, Erweiterung von Mohr-Coulomb
Drucker-Prager	Beton, Mörtel, Zement
Menetrey-Willam	Beton, Mörtel, Zement

Alle diese Modelle können bei Volumen-, Schalen- und Plattenelementen verwendet werden. Ansys beschreibt in der „Material Reference“ [26, Kapitel 4.9] die geomechanischen Materialmodelle. Diese Modelle basieren auf der geschwindigkeitsunabhängigen Plastizität. Dabei ist die Verformung nur von der Last abhängig. Die Gesamtdehnung ε_{ges} ist die Summe aus der elastischen ε_{el} und der plastischen Dehnung ε_{pl} .

$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad (2.27)$$

Die Grenze zwischen elastischer und plastischer Verformung wird mit der Fließfläche f beschrieben. Einige Modelle besitzen mehrere Fließflächen, sodass die Steigerung der plastischen Dehnung nach der folgenden Gleichung definiert ist.

$$d\varepsilon_{pl} = \sum_n d\lambda^n \frac{\partial Q^n}{\partial \sigma} \quad (2.28)$$

Dabei ist n die Anzahl der aktiven Fließflächen, $d\lambda^n$ der Betrag der plastischen Dehnungszunahme, σ der Spannungstensor und Q^n das Fließpotential.

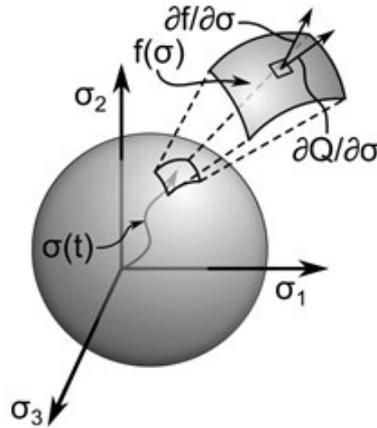


Abbildung 2.18.: Fließregel der plastischen Dehnung [26]

In der Abbildung 2.18 ist eine einfache Fließhülle im Hauptspannungskordinatensystem dargestellt. In der Vergrößerung sind die Richtungen der Fließfläche (f) und des Fließpotentials (Q) dargestellt. Wenn diese beiden Vektoren übereinander liegen, spricht man von einer assoziierten Fließregel. Bei geologischen Materialien kommt es allerdings häufig vor, dass diese beiden Vektoren nicht aufeinander liegen. Dieses Verhalten wird dann als nichtassoziierte Fließregel bezeichnet. Dabei folgt die Richtung der plastischen Dehnung nicht der Richtung der Fließhüllennormalen.

Das Verfestigungs-, Entfestigungs- und Ausdehnungsverhalten (eng: Hardening, Softening and Dilatation HSD) wird in Abhängigkeit der Variablen κ beschrieben. κ ist der modifizierte Grad der plastischen Verformung und wird aus dem Betrag der plastischen Dehnungszunahme $d\lambda^n$ und dem Verfestigungsmodul h^n bestimmt.

$$d\kappa = \sum_n d\lambda^n h^n \quad (2.29)$$

Je nach Materialmodell wird entweder die closet-point Projektion oder die cutting-plane Methode als Integrationsverfahren genutzt.

Die closet-point Projektion wird bei den Materialmodellen Drucker-Prager, Cam-Clay und Menetrey-Willam benutzt. Dieses Iterationsverfahren ist genauer als die cutting-plane Methode, jedoch kann dieses Verfahren zu Divergenz bei Spannungszuständen nahe der Überschneidung von mehreren Fließflächen führen. Der Newton-Raphson Lösungsalgorithmus soll schnell zu konvergenten Lösungen kommen. Mithilfe des APDL-Befehls „`NR,OPT,UNSYM`“ kann die Konvergenzgeschwindigkeit bei unsymmetrischer Materialsteifigkeitsmatrix erhöht werden. Bei symmetrischer Steifigkeitsmatrix führt diese Option nur halb so schnell zu einem Ergebnis [26].

Die cutting-plane Methode ist stabiler bei einer geringeren Genauigkeit. Zudem braucht diese Methode bei Newton-Raphson länger für eine konvergente Lösung. Diese Integrationsmethode wird bei den Materialmodellen Mohr-Coulomb und „jointed rock“ verwendet. Da mehrere Iterationen für die Lösung eines Simulationsschritts benötigt werden, kann

mit dem APDL-Befehl „`NEQIT,NEQ`“ die maximale Anzahl der erlaubten Iterationsschritte gesetzt werden. Dabei steht die Variable „`NEQ`“ für die neue Maximalanzahl [26].

In der Material Referenz [26] gibt Ansys an, dass das plastische Verhalten und Versagen der Struktur zu Konvergenzproblemen führen kann. Die Empfehlung dagegen ist eine Änderung der Geometrie, sodass das Versagen nur lokal auftritt und von der umgebenden Struktur abgefangen wird. Dies kann bei der Berechnung der Grout-Verbindung nicht umgesetzt werden. Zudem soll in einigen Fällen eine transiente Berechnung unkontrolliertes Verformen verhindern. Verschiebungsrandbedingungen führen eher zu konvergenten Lösungen als kraftbasierte Randbedingungen, da die Spannung und damit auch die Kraft begrenzt wird. Die Region, in der das Versagen auftritt, ist korrekt, jedoch ist der genaue Verlauf stark von der Netzgröße, Lastschrittgröße und Schrittweite abhängig.

Den Konvergenzproblemen bei der Entfestigung kann mithilfe der Anpassung von konsistenter zu elastischer Materialtangente entgegengewirkt werden. Bei dieser Anpassung sollte ebenfalls die maximale Anzahl an Iterationsschritten erhöht werden. Die Anpassung der Materialtangente wird mit dem Befehl `TB,CONCR,MatID,,MSOL` und dem anschließenden Beschreiben der Materiallösungstabelle `TBDATA,1,C1` realisiert. Für `C1 = 1` wird die konsistente Tangente benutzt und für `C1 = 2` die elastische Tangente.

Jedes Materialmodell hat eine Fließfläche. Die Fließflächen werden mit dem Symbol f_x dargestellt. Dabei steht das x für die verschiedenen Materialmodelle. Bei einigen geomechanischen Materialmodellen ist die Normale der Fließfläche nicht parallel zu der Normalen des plastischen Potentials. Dieser Fall heißt nicht-assozierte Plastizität. Wenn dies der Fall ist, ist die Definition des plastischen Potentials von der Fließfläche verschieden. Die Funktion des plastischen Potentials wird mit dem Symbol Q_x dargestellt. Eine nicht-assozierte Plastizität führt zu einer unsymmetrischen Materialsteifigkeitsmatrix.

Nachfolgend werden die geomechanischen Materialmodelle von Ansys kurz beschrieben und bewertet, ob sie für die Modellierung von Beton geeignet sind. Die geeigneten Modelle werden dann ausführlicher beschrieben.

2.5.1. Cam-Clay

Das Cam-Clay Materialmodell wird für die Simulation von Böden verwendet. Dabei ist bei dem Material ab Erreichen der Fließgrenze das Volumen und die Spannung konstant. Bei einer größeren Last erhöht sich die plastische Dehnung ohne Veränderung des Volumens und der Spannung. Die Fließhülle und das plastische Potential werden mit den drei Materialparametern β_{cc} , a_h und M_c sowie dem Druck p und einem modifizierten Spannungsinvariante t bestimmt.

$$Q_{cc} = f_{cc} = \frac{1}{\beta_{cc}^2} \left(\frac{p}{a_h} - 1 \right)^2 + \left(\frac{t}{M_c a_h} \right)^2 - 1 \quad (2.30)$$

Die Eigenschaften des Cam-Clay Modells spiegeln nicht die Eigenschaften des Betons wieder, da die Fließhüllkurve (Abb. 2.19) im dreiaxialen Druckbereich geschlossen ist.

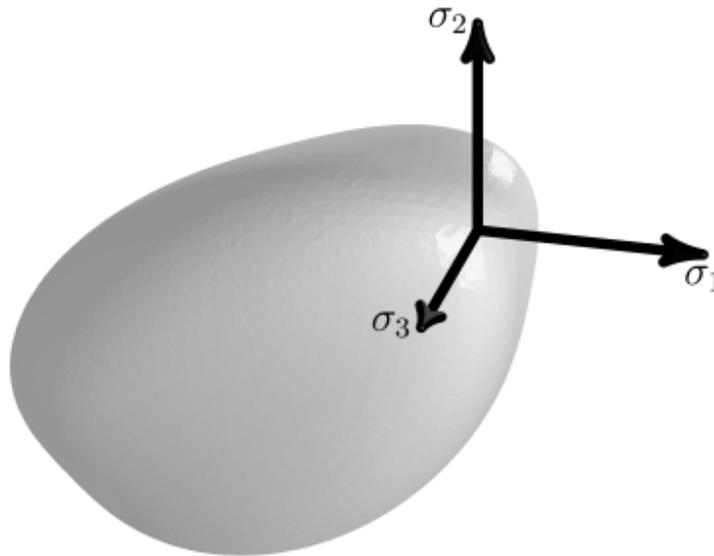


Abbildung 2.19.: Grenzfließfläche Cam-Clay [26]

2.5.2. Mohr-Coulomb

Das Mohr-Coulomb Materialmodell basiert auf der inneren Reibung. Wenn die Schubspannung τ gleich oder größer als der Widerstand der inneren Reibung ist, kommt es zu einer plastischen Verformung. Durch den linearen Zusammenhang aus der Gleichung (2.31) wird die Fließbedingung bestimmt. Dabei steht c für die Kohäsion, σ_m für die mittlere Spannung und ϕ für den inneren Reibungswinkel.

$$\tau = c - \sigma_m \cdot \tan(\phi) \quad (2.31)$$

Die Fließfläche ist eine Funktion des Spannungstensors mit den Parametern des inneren Reibungswinkel ϕ und der Kohäsion c .

$$f_{mc} = \sigma_m \sin \phi + \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \left(\cos \theta - \frac{\sin \theta \sin \phi}{\sqrt{3}} \right) - c \cos \phi \quad (2.32)$$

Dabei ist θ der Lode Winkel der Haigh-Westergaard Koordinaten. Die Form der Fließhülle ist in der Abbildung 2.20 dargestellt. Dieses Materialmodell ist vor allem für lose Materialien geeignet, es ist aber auch möglich mit diesem Modell Beton zu modellieren, jedoch ist die Eingabe bzw. Bestimmung der Materialparameter nicht trivial und benötigt Experimente. Aus diesem Grund wird dieses Modell nicht weiter betrachtet.

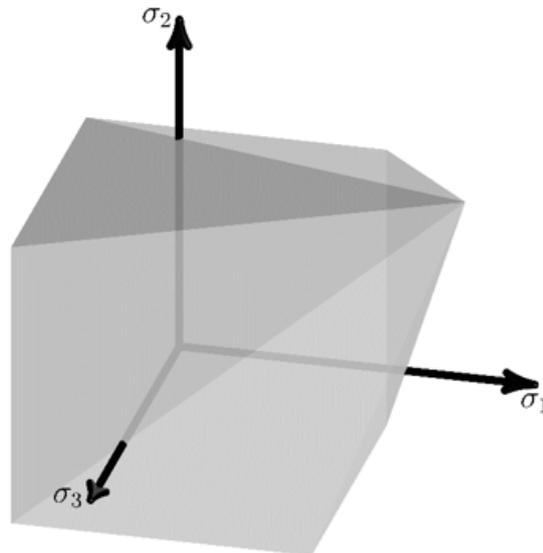


Abbildung 2.20.: Grenzfließfläche Mohr-Coulomb [26]

2.5.3. Jointed Rock

Jointed Rock ist ein anisotropisches Mohr-Coulomb Versagensmodell. Dieses Modell kann zusätzlich zu einem anderen Materialmodell hinzugefügt werden. Durch diese Versagensebenen wird das anisotropische Verhalten modelliert. Eine plastische Verformung kann dann in der Materialmodellierung oder in den Verbindungen auftreten. Es können maximal vier Verbindungen definiert werden. Für jede Versagensebene wird eine Fließfläche aus den Schubspannungen τ_r und den Normalspannungen in der Ebene σ_n mit den Parametern der Kohäsion c_j und des Reibungswinkel ϕ_j definiert.

$$f_j = \tau_r - \sigma_n \tan \phi_j - c_j \quad (2.33)$$

Nach dem Fließen kann zudem eine verbleibende Fließfläche definiert werden. Dabei werden die Parameter des Reibungswinkel ϕ_j und der Kohäsion c_j mit den eingestellten verbleibenden Werten getauscht. Das Fließpotential Q_j wird zudem mit dem Dilatanzwinkel ψ_j bestimmt.

$$Q_j = \tau_r - \sigma_n \tan \psi_j \quad (2.34)$$

Für den Zug-Bereich kann die Normalspannung auf den Wert T_j limitiert werden.

$$f_{T_j} = \sigma_n - T_j \quad (2.35)$$

Nach Erreichen des Limits kann diese Zugspannung auf eine verbleibende Spannung verkleinert werden. Die Orientierung der Versagensfläche wird über die beiden Winkel α_j und β_j angegeben. Es wird mit dem Winkel α_j um die negative z-Achse rotiert und anschließend um die neue y-Achse (v-Achse in Abbildung 2.21) mit dem Winkel β_j rotiert.

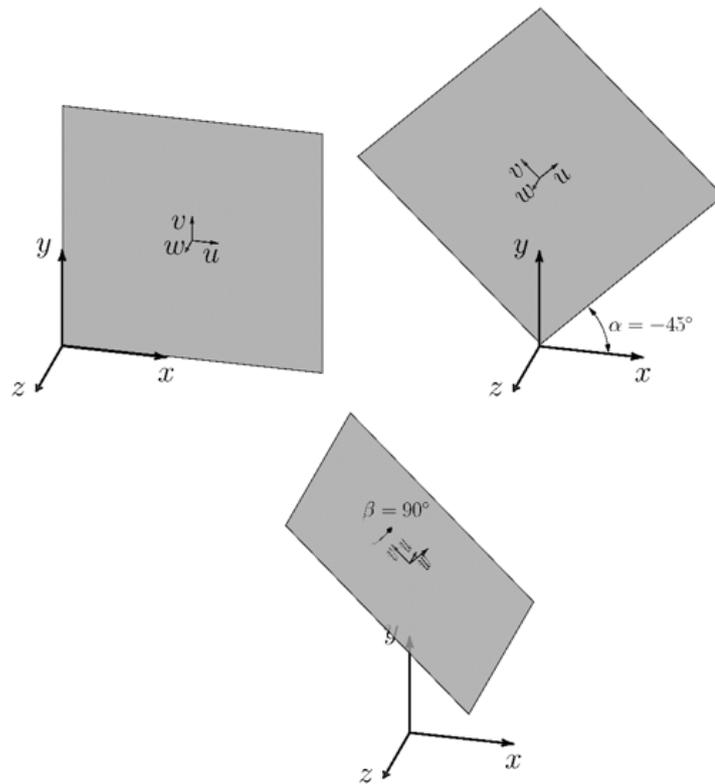


Abbildung 2.21.: Orientierung der Versagensfläche Jointed Rock [26]

Mit diesen beiden Rotationen lautet die Normale der Versagensfläche \vec{w}_j wie folgt:

$$\vec{w}_j = \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \sin \beta_j \\ -\sin \alpha_j \sin \beta_j \\ \cos \beta_j \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Die letzte Einstellmöglichkeit des Modells ist die Kopplung der Fließflächen. Es kann eingestellt werden, dass jede Versagensfläche für sich versagt, dass beim Fließen einer Verbindung auch die anderen Verbindungen die verminderten Eigenschaften erhalten zudem kann das auch mit dem versagen des Materialmodells verbunden werden. Da dieses Modell für anisotropes Verhalten ist, wird es für die Modellierung von den in dieser Arbeit betrachteten Versuche nicht weiter betrachtet, da sich Beton im ungerissenen Zustand isotrop verhält. Wie bei dem Mohr-Coulomb Modell müssen die Werte der Kohäsion, des innerer Reibwinkels und des Dilatanzwinkels experimentell bestimmt werden. Für die Simulation bei denen bereits der Beton gerissen ist, könnte dieses Modell genutzt werden.

2.5.4. Drucker-Prager

Das nächste Materialmodell ist das Druck-Prager Beton Materialmodell. Dieses Modell besitzt in der Standardvariante eine kegelförmige Fließhülle. Diese Fließhülle hat den Nachteil, dass sie entweder das Verhalten im Zug-Zug- und Zug-Druck-Bereich oder den

Druck-Bereich gut abbilden kann. Mit dieser Einschränkung ist das allgemeine Drucker-Prager Modell nicht sehr gut für Beton geeignet. Dieses Problem lässt sich aber auf zwei Arten lösen. Entweder wird eine zweite Fließhülle mit der ersten kombiniert, sodass beide Bereiche gut abgebildet werden oder die Zug-Fließhülle wird mit einer Zug-Versagensfläche nach Rankine erweitert. Beide Varianten werden in dem geomechanischen Drucker-Prager Modell integriert. Dabei ist die zweifache Fließhülle die Standardvariante. Diese Variante ist in Abbildung 2.22 dargestellt. Die Spitze des ersten Kegels ist der Zug-Zug-Zug Versagenspunkt. In Richtung des hydrostatischen Drucks ist der Kegel geöffnet. Die Fließhülle aus Abbildung 2.22 kann damit das Verhalten von Beton gut wiedergeben. Das Modell wird über drei Parameter definiert.

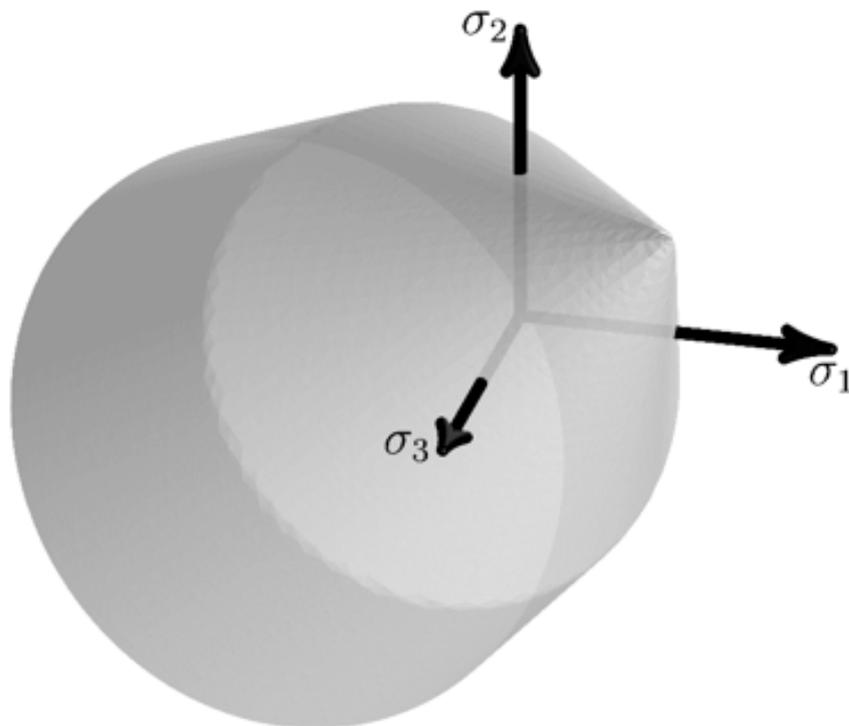


Abbildung 2.22.: Fließhülle Drucker-Prager

Die Hüllfläche wird mit den folgenden Gleichungen beschrieben. Die erste Hüllfläche ist die Zug-Fließhülle und wird mit der Gleichung (2.37) beschrieben.

$$f_{DP_t} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \beta_t \sigma_m - \sigma_{Yt} \quad (2.37)$$

$$\beta_t = \frac{\sqrt{3}(R_c \Omega_c - R_t \Omega_t)}{R_c \Omega_c + R_t \Omega_t} \quad (2.38)$$

$$\sigma_{Yt} = \frac{2 \cdot R_c \Omega_c R_t \Omega_t}{\sqrt{3}(R_c \Omega_c + R_t \Omega_t)} \quad (2.39)$$

Die beiden Variablen β_t (Gleichung (2.38)) und σ_{Yt} (Gleichung (2.39)) werden durch die zwei Materialwerte einaxiale Druckfestigkeit (R_c) und einaxiale Zugfestigkeit (R_t) definiert. Die beiden Funktionen Ω_c und Ω_t sind Ver-/Entfestigungsfunktionen für den Beton in Druck- und Zugbereich. Die Funktionen sind abhängig von κ . Ohne ein Ver- und Entfestigungsverhalten ist der Wert dieser Funktion 1. Die mittlere Spannung σ_m wird aus dem Spannungstensor bestimmt.

$$\sigma_m = \frac{Sp(\sigma)}{3} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \quad (2.40)$$

Die Vergleichsspannung σ_e wird aus der zweiten Spannungsinvariante J_2 bestimmt.

$$\sigma_e = \sqrt{3J_2} \quad (2.41)$$

Alternativ kann zu der Drucker-Prager Zug-Fließhülle der Zug-Bereich und Zug-Druck-Bereich mit der Rankine Fließkurve abgebildet werden. Dabei wird die Normalspannung wie bei dem Jointed Rock auf den Wert T begrenzt.

$$f_R = \sigma_m + \frac{2}{3}\sigma_e \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) - T\Omega_t \quad (2.42)$$

Die Druck-Fließhülle wird nach der Gleichung (2.43) mit den beiden Konstanten β_c und σ_{Yc} aus den der ein- und biaxialen Druckfestigkeit (R_c, R_b) bestimmt.

$$f_{DPc} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \beta_c\sigma_m - \sigma_{Yc} \quad (2.43)$$

$$\beta_c = \frac{\sqrt{3}(R_b - R_c)}{2R_b - R_c} \quad (2.44)$$

$$\sigma_{Yc} = \frac{R_b R_c}{\sqrt{3}(2R_b - R_c)} \quad (2.45)$$

Wenn keine Entfestigungsfunktion formuliert wird, versagt das Material nach Erreichen der Kurve ideal plastisch, sodass keine höheren oder niedrigeren Spannungen im Material auftreten. Die verwendeten Parameter sind zur Übersicht mit ihren Bedingungen in der Tabelle 2.4 dargestellt. Die einaxiale Zugfestigkeit R_t muss als positive Zahl eingetragen werden. Die einaxiale Druckfestigkeit R_c wird auch als positive Zahl eingetragen und muss zudem größer als die Zugfestigkeit sein. Die biaxiale Druckfestigkeit besitzt den höchsten Wert.

Tabelle 2.4.: Verwendete Parameter Grundmaterialmodell Drucker-Prager

Parameter	Bedingung	Wert	Einheit
		Beispiel Ducorit	
R_t	$R_t > 0$	7	[MPa]
R_c	$R_c > R_t$	130	[MPa]
R_b	$R_b > R_c$	149	[MPa]

Das APDL-Skript zur Erzeugung des Materialmodells ist im Anhang A.3 abgedruckt. Die Definition der Entfestigungsfunktion steht im Kapitel 2.6.

2.5.5. Menetrey-Willam

Das Menetrey-Willam Materialmodell ist besonders für Beton geeignet, da sich die einzugebenden Parameter aus den Datenblättern herleiten lassen. Die Hüllfläche wird mit vier Parametern bestimmt:

- Die einaxiale Zugfestigkeit R_t
- Die einaxiale Druckfestigkeit R_c
- Die zweiaxiale Druckfestigkeit R_b
- Der Dilatanzwinkel ψ .

Dabei werden alle Parameter mit positiven Zahlen eingegeben. Zudem muss die zweiaxiale Druckfestigkeit höher als die einaxiale Druckfestigkeit sein. Die Zugfestigkeit muss geringer als die Druckfestigkeit sein. Der Dilatanzwinkel muss das Kriterium nach Gleichung (2.46) erfüllen. Mit den Beispielparametern von Densit Ducorit aus der Tabelle 2.4 wird der Dilatanzwinkel zwischen $2,18^\circ$ und $35,26^\circ$ begrenzt.

$$\frac{R_t}{\sqrt{2}R_c} < \tan \psi \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.46)$$

Der Dilatanzwinkel kann experimentell bestimmt werden. Dazu wird, wie in Abbildung 2.23 dargestellt, ein Schubtest des Materials durchgeführt. Der Winkel der Geschwindigkeit v entspricht dem Dilatanzwinkel. Typische Werte für den Dilatanzwinkel von Beton liegen zwischen 8° und 15° [27].

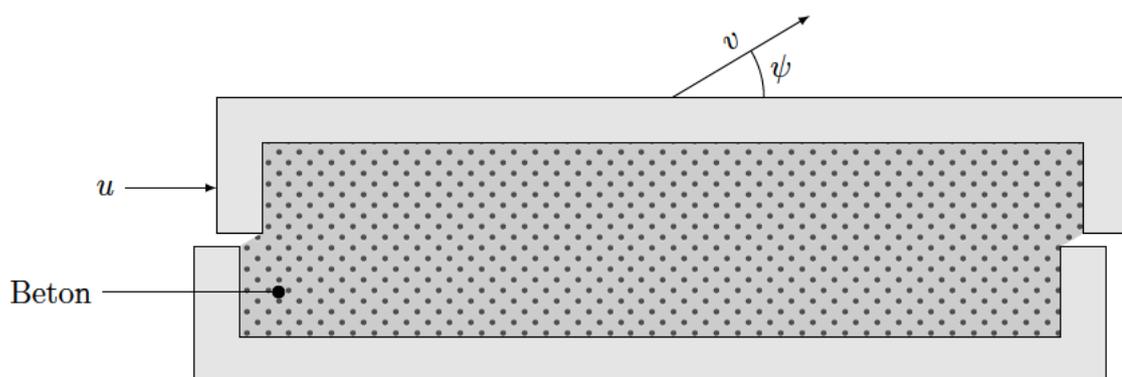


Abbildung 2.23.: Schubtest zur Veranschaulichung des Dilatanzwinkels in Anlehnung an [27]

Zudem bietet Ansys die Möglichkeit Ver- und Entfestigungsfunktionen bei diesem Modell hinzuzufügen. Die Beschreibung der Ver- und Entfestigungsfunktion steht im Kapitel 2.6.

Mit den Ver- und Entfestigungsfunktionen im Druck- und Zugbereich Ω_c und Ω_t werden die Festigkeiten R_t , R_c und R_b abgemindert. Die abgeminderten Festigkeiten werden mit einem Überstrich gekennzeichnet.

$$\bar{R}_t = R_t \Omega_{tc} \quad (2.47)$$

$$\bar{R}_c = R_c \Omega_c \quad (2.48)$$

$$\bar{R}_b = R_b \Omega_c \quad (2.49)$$

$$\Omega_{tc} = \begin{cases} \Omega_t & \kappa_c \leq \kappa_{cm} \\ \Omega_t \Omega_c & \kappa_c > \kappa_{cm} \end{cases} \quad (2.50)$$

Mit diesen Werten wird nach der Gleichung (2.54) die Grenzfließfläche in den Haigh-Westergaard Spannungskordinaten angegeben. Das Haigh-Westergaard Koordinatensystem oder auch Lode-Koordinatensystem besitzt den identischen Ursprung wie das Hauptspannungskordinatensystem und ist ein Zylinderkoordinatensystem. Die Symmetrieachse ξ liegt auf der hydrostatischen Achse des Hauptspannungskordinatensystems. Die Koordinate ρ gibt den Abstand von der Symmetrieachse wieder und θ gibt den Winkel an. Zudem wird, wie in Abbildung 2.24 abgebildet, durch ρ und θ die Deviatorebene aufgespannt. Ein Spannungstensor kann in den Drucktensor σ^P und den Spannungsdeviator

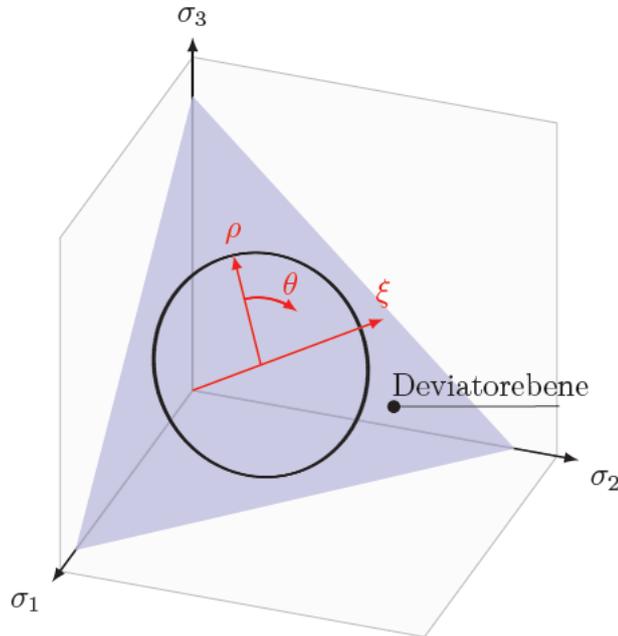


Abbildung 2.24.: Haigh-Westergaard Koordinatensystem

σ^D aufgeteilt werden. Der Drucktensor ist dabei auf der hydrostatischen Achse und der Spannungsdeviator ist der Vektor auf der Deviatorebene.

$$\sigma = \sigma^P + \sigma^D \quad (2.51)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \sigma_m & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \sigma_m & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \sigma_m \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Die mittlere Spannung σ_m des Drucktensors ist der Mittelwert der Hauptgeraden des Spannungstensors.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (2.53)$$

$$f_{MW} = \frac{c_2}{c_3} [\sqrt{2}\xi + r\rho] + \rho^2 - \frac{1}{c_3} \quad (2.54)$$

Die Konstanten c_2 und c_3 sind Funktionen der vorherigen Parameter. Die Variable r beinhaltet zudem den Lodewinkel θ .

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{1}{\bar{R}_c} - \frac{1}{\bar{R}_b} + \frac{\bar{R}_b - \bar{R}_t}{\bar{R}_c^2} \right] \quad (2.55)$$

$$c_3 = \frac{3}{2} \frac{1}{\bar{R}_c^2} \quad (2.56)$$

$$r = \frac{4(1 - e^2) \cos^2 \theta + (2e - 1)^2}{2(1 - e^2) \cos \theta + (2e - 1) \sqrt{4(1 - e^2) \cos^2 \theta + 5e^2 - 4e}} \quad (2.57)$$

$$e = \frac{1 + \epsilon}{2 - \epsilon} \quad (2.58)$$

$$\epsilon = \frac{\bar{R}_t}{\bar{R}_b} \cdot \frac{\bar{R}_b^2 - \bar{R}_c^2}{\bar{R}_c^2 - \bar{R}_t^2} \quad (2.59)$$

Zur einfacheren Schreibweise werden die beiden Variablen ϵ und e eingeführt. Nach den Gleichungen (2.60) bis (2.62) werden die Haigh-Westergaard Spannungskordinaten aus dem Spannungstensor bestimmt.

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \quad (2.60)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} \quad (2.61)$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\sqrt{J_2^3}} \quad (2.62)$$

Für die Bestimmung werden drei Invarianten benötigt. I_1 ist die erste Invariante des Spannungstensors, J_2 und J_3 sind die zweite und dritte Invariante des Spannungsdeviators.

$$I_1 = \text{Spur}(\sigma) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (2.63)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 \quad (2.64)$$

$$J_3 = \det(\sigma^D) \quad (2.65)$$

Die aus der Berechnung resultierende Fließgrenzfläche ist in der Abbildung 2.25 dargestellt.

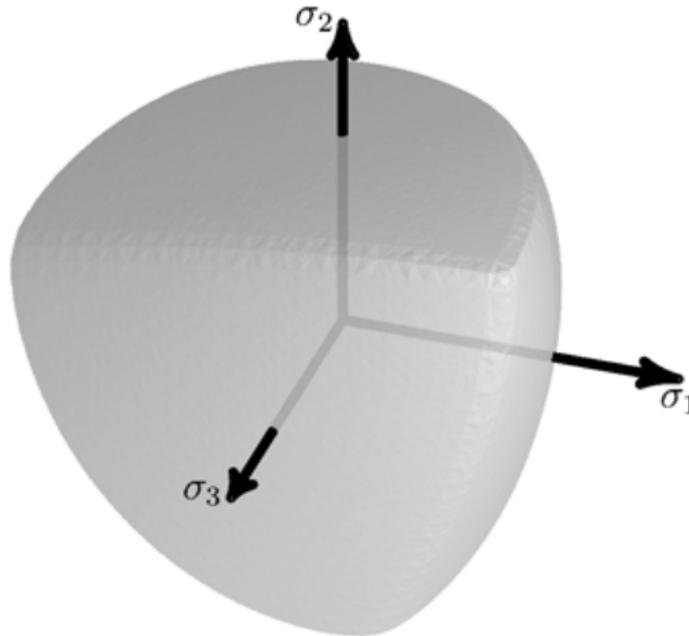


Abbildung 2.25.: Grenzfließfläche Menetrey-Willam [26]

In Ansys wird das Menetrey-Willam Materialmodell mit vier Befehlen definiert. Der erste Befehl `TB, CONCRETE, MATID, , , MW` wählt das Modell aus und mit `TBDATA, 1, C1, C2, C3` werden die drei Materialparameter $C1 = R_c$ einaxiale Druckfestigkeit, $C2 = R_t$ einaxiale Zugfestigkeit und $C3 = R_b$ biaxiale Druckfestigkeit übergeben. Mit den beiden Befehlen `TB, CONCRETE, MATID, , , DILA` und `TBDATA, 1, DILA` wird der Dilatanzwinkel ψ übergeben.

2.6. Ver- und Entfestigungsfunktion

Bei dem Drucker-Prager und dem Menetrey-Willam Materialmodellen bietet Ansys zwei Möglichkeiten eine Ver- und Entfestigungsfunktion zu hinterlegen. Beide Funktionen besitzen die identische Verfestigungsfunktion. Die beiden Varianten unterscheiden sich nur in der Entfestigungsfunktion. Dabei ist die erste Entfestigungsfunktion linear und die zweite Funktion exponentiell. Für die Verfestigungsfunktion werden zwei Parameter benötigt. Der erste Parameter Ω_{ci} ist der Beginn der Verfestigung relativ zur maximalen Spannung

und der zweite Parameter κ_{cm} ist die plastische Dehnung bei Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit. Mit diesen beiden Parametern wird die Verfestigung formuliert.

$$\Omega_c = \Omega_{ci} + (1 - \Omega_{ci}) \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa_{cm}} - \frac{\kappa^2}{\kappa_{cm}^2}} \quad \text{für } 0 \leq \kappa \leq \kappa_{cm} \quad (2.66)$$

Unter Zugbelastung verhalten sich beide Varianten bis zum Erreichen der Zugfestigkeit linear.

2.6.1. Lineare Entfestigung

Für die lineare Entfestigung (HSD6) werden neben den zwei Parametern für die Verfestigung noch vier weitere Parameter benötigt. Die vier Parameter geben jeweils im Paar das Ende der linearen Entfestigung bei Zug und Druck an. Nachdem der Beton sich auf den eingestellten Wert entfestigt hat, verhält sich das Material ideal-plastisch.

Die vier Parameter lauten:

- κ_{cr} : Die plastische Verformung unter Druckbelastung beim Erreichen des ideal-plastischen Bereichs
- Ω_{cr} : Relative Druckeigenspannung im ideal-plastischen Bereich
- κ_{tr} : Die plastische Verformung unter Zugbelastung beim Erreichen des ideal-plastischen Bereichs
- Ω_{tr} : Relative Zugeigenspannung im ideal-plastischen Bereich

Der Verlauf der linearen Entfestigung ist in der Abbildung 2.26 abgebildet.

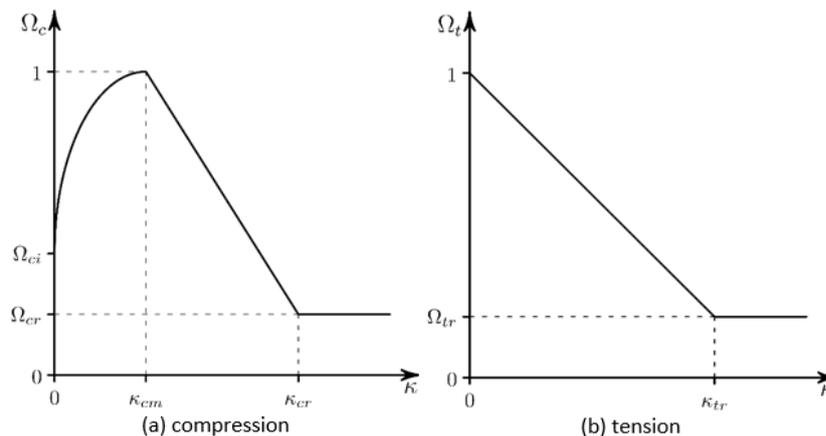


Abbildung 2.26.: Verlauf der linearen Entfestigung [26]

Mit diesen Parametern wird die Entfestigung im Druckbereich nach Gleichung (2.67) formuliert.

$$\Omega_c = 1 - \frac{1 - \Omega_{cr}}{\kappa_{cr} - \kappa_{cm}} (\kappa - \kappa_{cm}) \quad \text{für } \kappa_{cm} \leq \kappa \leq \kappa_{cr} \quad (2.67)$$

Im Zugbereich lautet die Entfestigung wie folgt.

$$\Omega_t = 1 - \frac{1 - \Omega_{tr}}{\kappa_{tr}} \kappa \text{ für } 0 \leq \kappa \leq \kappa_{tr} \quad (2.68)$$

In der APDL wird die lineare Entfestigung mit dem Befehl `TB,CONCR,MatID,,,HSD6` angegeben. Mit dem Befehl `TBDATA,1,C1,C2,C3,C4,C5,C6` werden mit $C1 = \kappa_{cm}$, $C2 = \kappa_{cr}$, $C3 = \Omega_{ci}$, $C4 = \Omega_{cr}$, $C5 = \kappa_{tr}$ und $C6 = \Omega_{tr}$ die Werte definiert. Im Eurocode 2 [23] wird für Beton ein linearer Bereich bis $0,4 f_{cm}$ angenommen. Dieser Wert kann für Ω_{ci} verwendet werden. Die maximale Dehnung unter Druckbeanspruchung von einem Beton der Festigkeitsklasse C80/95 oder fester liegt nach dem Eurocode 2 bei 2,8‰. Wenn man die elastische Dehnung abzieht, erhält man den Wert für die plastische Dehnung.

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{c1} - \frac{f_{cm}}{E_{stat}} \quad (2.69)$$

Für κ_{cm} kann dann der Wert von ε_{pl} genommen werden. Theoretisch ist der Wert κ_{cr} bei Betonfestigkeiten ab C80/95 gleich dem Wert von κ_{cm} . Allerdings ist dieser Wert in Ansys nicht erlaubt, da $\kappa_{cr} > \kappa_{cm}$ sein muss. Daher wird in dieser Arbeit für κ_{cr} der sehr hohe Wert der Gesamtdehnung ε_{c1} als Startwert verwendet. Die verbleibende Druckspannung Ω_{cr} wird anfangs auf 10% gesetzt. Für die Zugseite wurde die plastische Dehnung der Druckseite um den Faktor $\frac{f_t}{f_c}$ reduziert. Die verbleibende Zugspannung wird zu Beginn auch auf 10% gesetzt.

2.6.2. Exponentielle Entfestigung

Die zweite Entfestigung für die Materialmodelle Drucker-Prager und Menetrey-Willam ist die exponentielle Entfestigung (HSD2). Diese Funktion wird zusätzlich zu den zwei Parametern der Verfestigung mit fünf weiteren Parametern beschrieben.

Die fünf Parameter lauten:

- κ_{cu} : Plastische Verformung am Übergang vom Potenzgesetz zur exponentiellen Entfestigung
- Ω_{cu} : Relative Druckeigenspannung beim Übergangspunkt zur Entfestigung
- Ω_{cr} : Relative Druckeigenspannung im ideal-plastischen Bereich
- G_{ft} : Mode 1 flächenspezifische Bruchenergie
- Ω_{tr} : Relative Zugeigenspannung im ideal-plastischen Bereich

Der Verlauf der exponentiellen Verfestigung ist in der Abbildung 2.27 dargestellt.

Die beiden Parameter Ω_{cr} und Ω_{tr} sind identisch mit den Werten der linearen Entfestigung. Der Übergangspunkt vom Potenzgesetz zur exponentiellen Entfestigung wird mit den beiden Parametern κ_{cu} und Ω_{cu} beschrieben. Als Wert für die relative Spannung am Übergang Ω_{cu} wurde die Mitte zwischen der maximalen und verbleibenden Druckeigenspannung genommen. Die plastische Dehnung an diesem Punkt wurde auch als Mittelwert

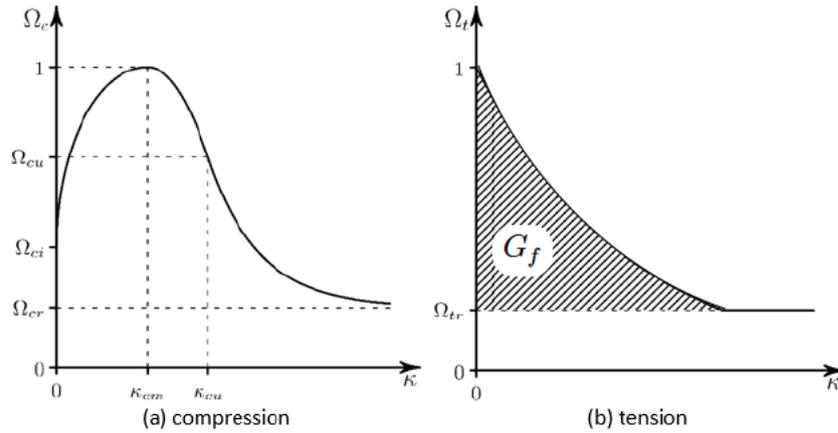


Abbildung 2.27.: Verlauf der exponentiellen Entfestigung in Anlehnung an [26]

aus der plastischen Dehnung beim Erreichen der Druckfestigkeit κ_{cm} und der plastischen Dehnung beim Übergang zum ideal-plastischen Bereich κ_{cr} aus der linearen Verfestigung angenommen. Die Funktion im Druckbereich ist in drei Teile aufgeteilt. Der erste Teil ist die Verfestigungsfunktion (2.66). Der zweite Teil ist die Entfestigung nach dem Potenzgesetz und wird nach der Gleichung (2.70) definiert. Der letzte Teil ist die exponentielle Entfestigung. Dieser wird mit der Gleichung (2.71) definiert.

$$\Omega_c = 1 - (1 - \Omega_{cu}) \left(\frac{\kappa - \kappa_{cm}}{\kappa_{cu} - \kappa_{cm}} \right)^2 \quad \text{für } \kappa_{cm} \leq \kappa \leq \kappa_{cu} \quad (2.70)$$

$$\Omega_c = \Omega_{cr} + (\Omega_{cu} - \Omega_{cr}) \exp \left(2 \frac{\Omega_{cu} - 1}{\kappa_{cu} - \kappa_{cm}} \cdot \frac{\kappa - \kappa_{cu}}{\Omega_{cu} - \Omega_{cr}} \right) \quad \text{für } \kappa_{cu} \leq \kappa \quad (2.71)$$

Im Zugbereich wird die Entfestigungsfunktion nur über die flächenspezifische Bruchenergie G_{ft} und der relativen Zugeigenspannung im ideal-plastischen Bereich Ω_{tr} bestimmt. Solange die elastische Energie im Material kleiner als die Bruchenergie ist, verformt sich das Material elastisch. Aus dem Grenzzustand, in dem die im Material gespeicherte elastische Energie gleich der Bruchenergie ist, wird die charakteristische Länge L_i bestimmt. Bei einem zentrisch gezogenen Körper mit der Länge $2L_i$ ist bei $\sigma_t = f_t$ die Bruchenergie gleich der gespeicherten elastischen Energie. Aus dieser Definition kann die charakteristische Länge wie folgt bestimmt werden.

$$L_i = \frac{G_{ft} \cdot E_{C_stat}}{f_{ct}^2} \quad (2.72)$$

Wenn die Probenlänge geringer ist, kommt es nach Erreichen der Zugfestigkeit zu einem abfallenden Ast im Spannungs-Dehnungsdiagramm. Dies ist die Entfestigung. Diese Länge ist allerdings keine physische Größe, sondern eine abgeleitete Materialkonstante, die die Sprödigkeit beschreibt. Je kleiner die Länge desto spröder ist der Werkstoff [18]. In der FEM wird der Wert L_i je nach Element anders aus dem Integrationspunktvolumen V_{int}

bestimmt.

$$L_i = \begin{cases} \sqrt[3]{V_{int}}, & \text{für 3-D Elemente} \\ \sqrt{V_{int}}, & \text{für 2-D Elemente} \\ V_{int}, & \text{für 1-D Elemente} \end{cases} \quad (2.73)$$

$$\Omega_t = \exp\left(-\frac{\kappa \cdot f_t}{g_{ft}}\right) \quad (2.74)$$

$$g_{ft} = \max\left(\frac{G_{ft}}{L_i}, \frac{f_t^2}{E_{C,stat}}\right) \quad (2.75)$$

Mit dem Zwischenwert g_{ft} wird die Entfestigungsfunktion beschrieben. Diese Funktion gilt für den Wertebereich von $\Omega_t \geq \Omega_{tr}$. Die Bruchenergie kann wie im Kapitel 2.2.2 über die Gleichung (2.23) abgeschätzt werden.

3. Simulation

Um die verschiedenen Materialmodelle zu testen, werden zuerst die Experimente zur Bestimmung der Materialkennwerte simuliert und mit den gegebenen Werten aus dem Datenblatt oder Normen verglichen. Für die Überprüfung der Werte werden der Würfel-druckversuch, der zentrische Zugversuch am Zylinder und der Spaltzugversuch simuliert. Anschließend werden die Bruchkriterien in der biaxialen Belastung simuliert und mit den der Theorien verglichen. Nachdem durch die vorherigen Simulationen eine kleinere Auswahl an Materialmodellen gewählt werden konnte, wird ein Miniaturmodell der Grout-Verbindung simuliert und mit den experimentellen Werten aus der Dissertation von Anders [13] verglichen.

3.1. Materialmodelle

Für diese Simulationen wird der Beton Ducorit S5 in Ansys modelliert. Dieser Werkstoff wird mit den im Abschnitt 2.5 beschriebenen Materialmodellen modelliert. Die Materialparameter werden an die Spannungs-Dehnungskurve nach der Gleichung (2.18) angepasst. Jedem Materialmodell wird eine Materialnummer zugewiesen. Die erste Ziffer beschreibt ob es sich um Stahl oder Beton handelt. Die zweite Ziffer ist für die gewählten Ansätze und die dritte Ziffer ist für die jeweilige Variante. Eine Übersicht der Modelle ist in der Tabelle 3.1 aufgelistet. Die genutzten Werte für die Materialmodelle sind in Anlehnung an den Werkstoff Ducorit S5.

Tabelle 3.1.: Übersicht Materialnummern

Material ID	Werkstoff	Ansatz	Variante	APDL
100	Stahl	linear	ideal elastisch	A.1
101	Stahl	linear	bilinear	A.1
200	Beton	linear	ideal elastisch	A.2
201	Beton	linear	ideal elastisch	A.2
210	Beton	Drucker-Prager	ohne HSD	A.3
211	Beton	Drucker-Prager	HSD6	A.4
212	Beton	Drucker-Prager	HSD2	A.5
213	Beton	Drucker-Prager	HSD6	A.6
214	Beton	Drucker-Prager	HSD6	A.7
215	Beton	Drucker-Prager	HSD2	A.8
220	Beton	Menetrey-Willam	ohne HSD	A.9
221	Beton	Menetrey-Willam	HSD6	A.10

Material ID	Werkstoff	Ansatz	Variante	APDL
222	Beton	Menetrey-Willam	HSD2	A.11
223	Beton	Menetrey-Willam	HSD6	A.12

3.2. Ducorit S5

Für den Betonwerkstoff Ducorit S5 von der Firma Densit werden nicht alle in der Tabelle 3.2 dargestellten Materialkennwerte mitgeliefert. Die fehlenden Werte wurden entweder berechnet oder aus dem Eurocode 2 entnommen.

Tabelle 3.2.: Materialkennwerte Ducorit S5

Parameter	Wert	Einheit	Quelle
$f_{c,75mm}$	130	[MPa]	[17]
$f_{bc,75mm}$	149	[MPa]	Gleichung (2.14)
f_t	7	[MPa]	[17]
$f_{ctk;0,05}$	3,7	[MPa]	[28]
f_{cm}	108	[MPa]	Gleichung (2.7)
f_{bc}	118	[MPa]	Gleichung (2.14)
E_{C_stat}	55 000	[MPa]	[17]
E_{C_dyn}	60 000	[MPa]	[17]
ν_C	0,19	[-]	[17]
Festigkeitsklasse	C100/115	[-]	[17]
ρ_C	2440	[kg m ⁻³]	[17]
ε_{c1}	2,8	[-]	[28]
ε_{cu1}	2,8	[-]	[28]
G_{ft}	103,6	[N m ⁻¹]	Gleichung (2.23)

3.3. Würfeldruckversuch

Die erste Simulation ist der Würfeldruckversuch. Der Würfeldruckversuch wird in den Normen der Reihe EN 12390 beschrieben und dient zur Bestimmung der maximalen Druckfestigkeit. Nach DIN EN 12390-1 [29] ist ein Würfel mit der Kantenlänge von 150 mm erlaubt. Der Versuchsablauf ist in der DIN EN 12390-3 [30] niedergeschrieben. Die Belastungsgeschwindigkeit soll bei $(0,6 \pm 0,2)$ MPa s⁻¹ eingestellt werden. Um den quasizeitlichen Verlauf der Simulation zu erhalten, wird die Simulation mit Substeps berechnet. Damit die nicht-lineare Verformung berücksichtigt wird, werden große Verformungen aktiviert.

3.3.1. Würfelgeometrie

Der Würfel wird, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, als Achtelmodell (grau) modelliert. Dabei werden die Flächen an den drei Koordinatenebenen X-Y, X-Z, Y-Z mit Symmetriebedingungen belegt. Durch diese Bedingungen ist der Würfel statisch bestimmt gelagert und kann an den äußeren Flächen belastet werden. Da die Belastung über die maximale Festigkeit gehen soll, wird die Last über die Verschiebung aufgebracht. Die für die Verschiebung notwendige Kraft kann aus der Reaktionskraft der Verschiebung ausgelesen werden. Für den kompletten Würfel muss die Kraft dann noch mit dem Faktor 4 multipliziert werden, da zwei Symmetrieebenen in der Fläche der Lasteinleitung liegen.

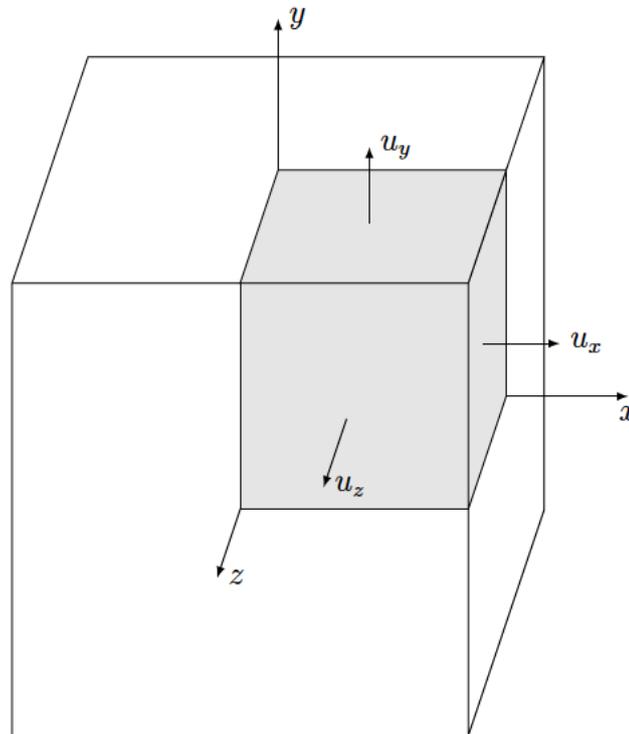


Abbildung 3.1.: Würfelmodell

3.3.2. Netz und Simulationsparameter

Das Volumen wird dann in Ansys Workbench mit den Quadratischen Elementen Solid186 vernetzt.

Um den Würfel bis zum Versagen zu belasten, wird eine Verschiebung von 5‰ der Kantenlänge aufgetragen. Die Verformung $u_x = -0,375$ mm wird linear steigend aufgetragen. Die Zeit am Ende der Simulation wird auf 0,375 s gestellt. Mit dieser Einstellung entspricht die Zeit dem Betrag der aufgetragenen Verschiebung.

Wenn nicht anders beschrieben, werden die Simulationen mit den Grundparametern aus der Tabelle 3.3 simuliert.

Tabelle 3.3.: Grundparameter Würfeldruckversuch

Parameter	Wert
Elemente je Kante	3
Verschiebung u_x	-0,375 mm
Zeit nach Schritt	0,375 s
Substepssteuerung:	
Initialer Substeps	100
Minimale Anzahl Substeps	100
Maximale Anzahl Substeps	1000
Große Verformung	ein
Kraftkonvergenz:	
Toleranz	0,5 %
Mindestreferenz	0,01 N
Verschiebungskonvergenz:	
Toleranz	0,5 %
Mindestreferenz	0 mm

3.3.3. Ergebnisse

Für die Materialien 200 bis 213 sind die Spannungs-Dehnungslinien in der Abbildung 3.2 abgebildet.

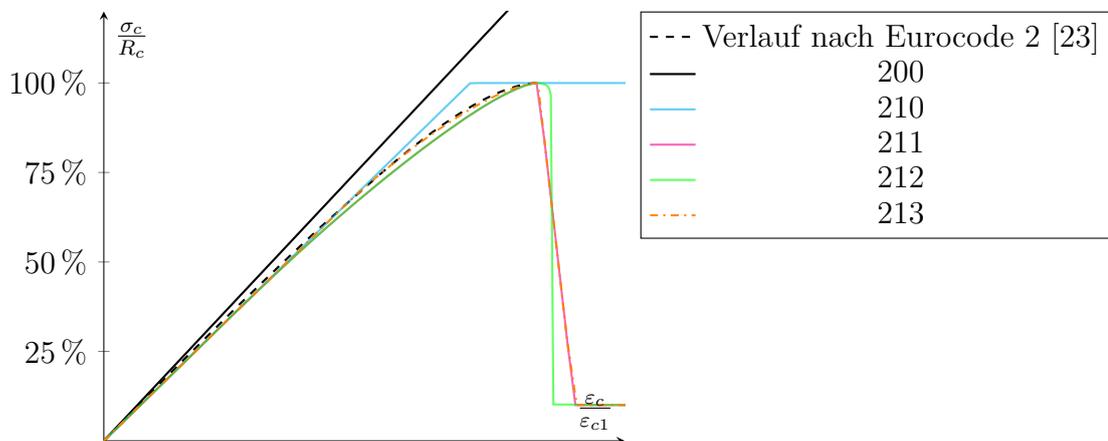


Abbildung 3.2.: Vergleich DP-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)

In der Abbildung 3.2 ist zu sehen, dass für eine geringe Dehnung das lineare Modell mit dem Verlauf nach Eurocode 2 plausible Werte liefert. Je größer die Dehnung ist, desto größer wird die Abweichung zur Referenz.

Das Standard Drucker-Prager Modell (210) erreicht schon bei einer geringeren Dehnung die Druckfestigkeit und hält diese bei stärkerer Dehnung konstant. Der Grund dafür

liegt an der fehlenden Verfestigung des Materials. Bis 75 % der Druckfestigkeit wird der Verlauf gut wiedergegeben.

Das Modelle 211 verläuft bis zum Erreichen der Druckfestigkeit kongruent. Der qualitative Verlauf ist ähnlich zu dem Original, jedoch beginnt die Verfestigung früher als nach dem Eurocode 2. Nach Erreichen der Druckfestigkeit kommt es beim Materialmodell 211 zu einem raschen linearen Abfall auf die eingestellten 10 % der Druckfestigkeit.

Um den Verlauf des Eurocodes 2 besser abzubilden, wird das Materialmodell 211 nochmal mit einem späteren Beginn der nichtlinearen Verfestigung von 65 % des Materials unter der Materialnummer 213 gerechnet. Das Ergebnis zeigt, dass durch diese Anpassung des Parameters der Verlauf vom Eurocode 2 sehr gut abgebildet wird.

Das Materialmodell 212 verläuft bis zur maximalen Druckfestigkeit kongruent zu dem Materialmodell 211 und bricht nach einer kleinen Absenkung der Spannung ab. Durch die Änderung des minimalen Substeps auf 50 kann Ansys eine konvergente Lösung erzeugen. Dieser Verlauf ist in der Abbildung 3.2 dargestellt.

Die Simulationsergebnisse der Materialmodelle 220, 221 und 222 sind in der Abbildung 3.3 dargestellt.

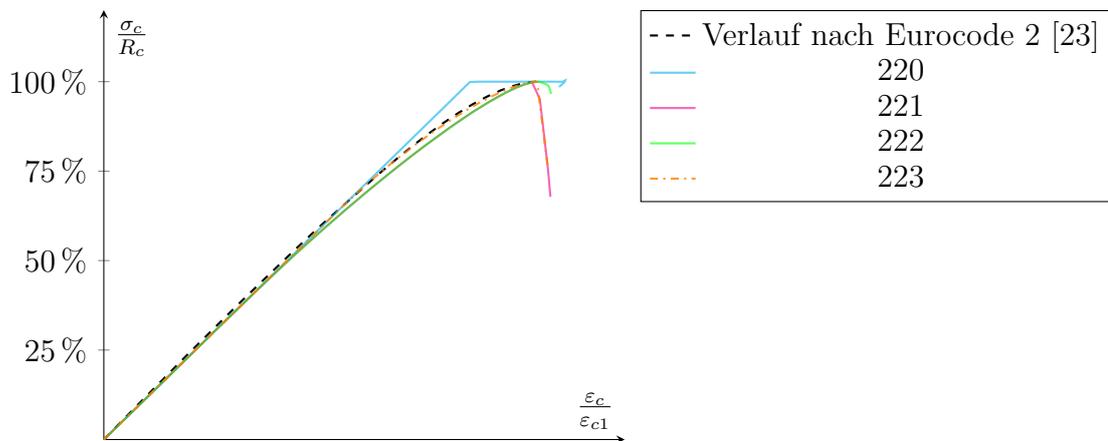


Abbildung 3.3.: VGL MW-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)

Auch hier ist zu erkennen, dass das Standard Menetrey-Willam Modell sich analog wie das Drucker-Prager-Materialmodell verhält. Das Menetrey-Willam Grundmaterialmodell (220) verläuft kongruent zu dem Drucker-Prager Grundmodell. Allerdings kommt es bei der ideal-plastischen Verformung zu einem Fehler. Dabei schwankt im letzten konvergenten Rechenschritt die maximale Hauptspannung in den Werten von 129,99 MPa und 130,01 MPa.

Das Materialmodell 221 bricht im Vergleich zu dem Drucker-Prager Modell (211) bei

der Entfestigung ab. Dieses Verhalten ist auch bei dem Materialmodell 222 und 223 zu erkennen.

Auch das Materialmodell 223 mit der identischen Änderung wie bei 213 bildet bis zum Erreichen der Druckfestigkeit den Eurocode 2 am Besten wieder. Der größte Unterschied zu den Drucker-Prager Modellen ist allerdings, dass die Simulation nach dem Erreichen der Druckfestigkeit noch einige Zwischenschritte konvergent lösen kann, bis die Rechnung aufgrund eines Versagens der Materiallösung divergent abbricht.

3.3.4. Konvergenzanalyse

Da die Simulationen nicht alle konvergent gelöst werden konnten, wurde eine Konvergenzanalyse erstellt. Dabei wurden neben den Kraft- und Verformungstoleranzen auch Parameter der Ver- und Entfestigungsfunktion verändert.

Für diese Simulation wurden folgende Grundparameter genutzt:

- $E_C = 55\,000$ MPa
- $\nu_C = 0,19$
- $R_c = 130$ MPa
- $R_t = 7$ MPa
- $R_b = 149$ MPa
- $\Omega_{ci} = 0.4$
- $\kappa_{cm} = 0.000436$
- $\kappa_{cu} = 0.004$
- $\Omega_{tr} = 0.25$
- $\kappa_{tr} = 0.000436$
- $\Omega_{cu} = 0.6$
- $\Omega_{cr} = 0.25$
- $\kappa_{cr} = 4.00E - 03$
- $G_{ft} = 0,1$ N mm⁻¹
- Elemente je Seite: 1
- Ansatzfunktion: linear

Die Last von -1 mm wurde in zwei Lastschritten aufgebracht. Der erste Lastschritt geht bis $u_x = -0,07$ mm. Bis zu dieser Last verhält sich der Beton linear elastisch. Der initiale Substep in den Tabellen ist vom zweiten Lastschritt. Die Übersicht dieser Analyse ist in den Tabellen im Anhang C.1 aufgelistet.

Bei der Simulation mit dem Drucker-Prager Materialmodell mit der exponentiellen Entfestigung (HSD2, Anhang C.1.2) waren drei der zehn Simulationen konvergent. Eine Veränderung der Krafttoleranz um den Faktor ± 2 und eine Veränderung der Verschiebungstoleranz in den Grenzen 0,25 % bis 5 % führte nicht zu einer konvergenten Lösung. Dabei brachte die Simulation 4 mit den niedrigeren Toleranzen eine minimale Verbesserung gegenüber der Simulation 1 mit den Grundeinstellungen. Eine Erhöhung der Toleranz führte zu einer früheren nicht konvergenten Lösung.

Alle konvergenten Lösungen wurden mit einer quadratischen Ansatzfunktion simuliert. Dabei wurde κ_{cu} die Position des Übergangs vom Potenzgesetz zur exponentiellen Entfestigung verschoben. Die beiden Simulationen 5 und 8 waren nicht konvergent. Der Übergangspunkte liegen bei den beiden Simulationen bei $4 \cdot 10^{-3}$ und $5 \cdot 10^{-3}$. Bei κ_{cu} -Werten

von $8 \cdot 10^{-3}$ (SimID=6) und $6 \cdot 10^{-3}$ (SimID=7) sind die Simulationen konvergent. Bei $\kappa_{cu} = 3 \cdot 10^{-3}$ (SimID=10) musste der initiative Substep auf 10 000 erhöht werden, damit die Rechnung konvergent gelöst wird.

Bei dem Menetrey-Willam Materialmodell mit der exponentiellen Entfestigung (HSD2, Anhang C.1.4) waren fünf der zehn Simulationen konvergent. Die konvergenten Simulationen waren alle mit einer linearen Ansatzfunktion. Eine Vergrößerung der Kraft- und Verschiebungstoleranz führte zu einer zehnfachen Anzahl an benötigten Substeps. Bei allen quadratischen Simulationen konnte die Druckfestigkeit um maximal 10 % abgesenkt werden. Eine Erhöhung der Anzahl der Elemente führte bei dem linearen Ansatz zu einem Abbruch der Simulation bei einer Druckspannungsminderung von 9 %.

Bei der Konvergenzanalyse mit der linearen Entfestigung (HSD6) zeigt sich bei dem Menetrey Willam Materialmodellen ein ähnliches Verhalten. Auch hier waren nur Simulationen mit einer linearen Ansatzfunktion konvergent. Bei zwei linearen Elementen je Kante konnte eine konvergente Lösung nur mit sehr kleinen Toleranzen von 0,1 %, einer sehr hohen Anzahl an Zwischenschritten und einer sehr langsamen Entfestigung erzeugt werden. Eine langsamere Entfestigung tendiert zu einem konvergenteren Verhalten.

Bei Drucker-Prager konnte bei sechs von elf Simulationen eine Druckspannungsenkung auf 25 % simuliert werden. Dabei brach die Simulation mit einem quadratischen Element nach der Entfestigung ab. Bei zwei Elementen je Kante trat dies nicht auf. Eine weitere Erhöhung der Elementanzahl konnte nicht mehr konvergent gelöst werden. Eine Verlangsamung der Entfestigung konnte bei acht Elementen je Kante und dem linearen Ansatz eine Druckspannungabsenkung von 35 % in der Simulation erreicht werden. Eine Umstellung vom einem iterativen zu einem direkten Solver erhöhte die Absenkung bei dem Quadratischen Ansatz von 0,1 % auf 40 %. Eine langsamere Entfestigung führt eher zu einer konvergierenden Simulation als eine schnelle Entfestigung.

3.4. Zylindergeometrie

Für die Berechnungen mit einem Zylinder wird das in Abbildung 3.4a dargestellte Modell erzeugt. Der komplette Zylinder hat einen Durchmesser von 150 mm und eine Gesamthöhe des zweifachen Durchmesser 300 mm. Dieses Verhältnis ist in der DIN 12390-1 [29] angegeben.

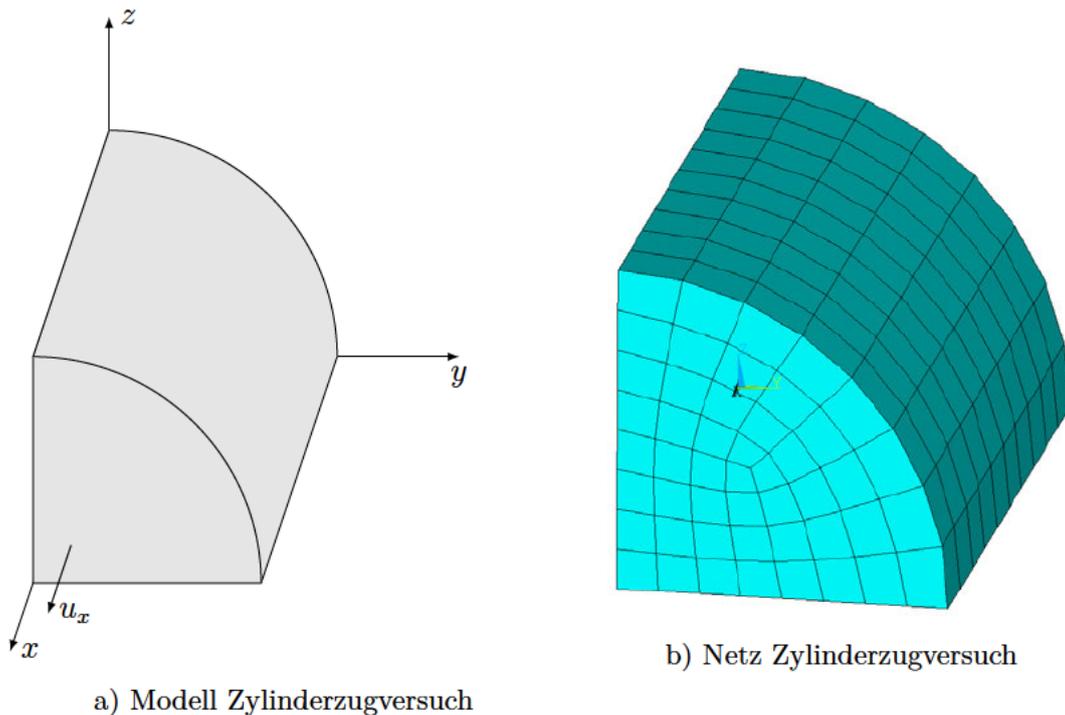


Abbildung 3.4.: Zylindermodell und Netz

Dabei wird die Zylinderachse auf die x-Achse gelegt und an den drei Grundebenen geteilt. Die drei Schnittflächen werden mit Symmetriebedingungen belegt. Über den Radius hat das Modell 8 Elemente, der Viertelbogen wird mit 8 Elementen vernetzt und die Länge wird in 10 Elemente eingeteilt.

3.5. Zylinderdruckversuch

In der DIN 12390-3 [30] ist neben dem Würfeldruckversuch auch der Zylinderdruckversuch beschrieben. Dieser Versuch dient auch zur Bestimmung der einaxialen Druckfestigkeit f_c . Es wird eine Verschiebung von $u_x = -0,75$ mm aufgetragen. Für die Simulation wurden folgende Grundparameter gewählt:

- Initialer Substep: 1000
- Maximale Anzahl an Substeps: 1000
- Minimale Anzahl an Substeps: 100
- Solver: Programmgesteuert

- Große Verformungen: ein
- Kraft- und Verschiebungskonvergenz: siehe Tabelle 3.3

Die Simulationsergebnisse der Drucker-Prager Materialmodelle sind in der Abbildung 3.5 dargestellt.

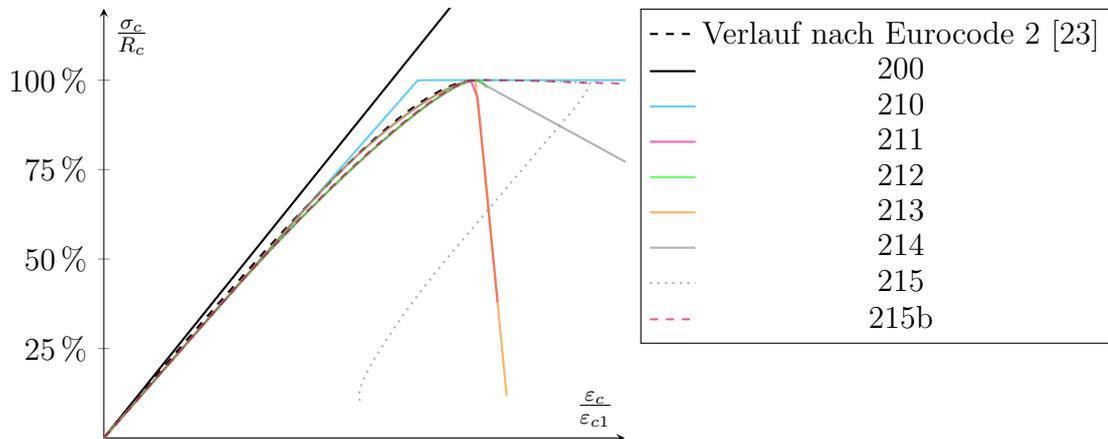


Abbildung 3.5.: Vergleich Zylinderdruckversuch DP-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)

Die Ergebnisse sind sehr ähnlich zu dem Würfeldruckversuch. Auch bei dem Zylinder bildet das lineare Modell mit der Materialnummer 200 nur bis 25% den Literaturverlauf dar. Alle drei Drucker-Prager Modelle mit den Nummern 210 bis 213 begrenzen die einaxiale Druckspannung auf den eingegebenen Wert von $R_c = 130$ MPa. Da das Standard Drucker-Prager-Modell vor Erreichen der Zugfestigkeit keine plastische Verformung aufweist, wird die maximale Druckfestigkeit schon bei einer geringeren Dehnung als in der Literatur erreicht. Das angepasste Materialmodell 213 spiegelt auch hier die Literaturkurve am besten wieder. Auffällig ist, dass nur mit dem Materialmodell 210 die Simulation bis zu der aufgetragenen Verformung berechnet werden kann. Die Simulation mit dem Drucker-Prager Materialmodell mit der HSD2-Erweiterung (212) bricht bei einer Dehnung von 102,8% der Bruchdehnung ϵ_{cu1} ab.

Die Materialmodelle mit der HSD6-Erweiterung (211 und 213) rechnen mit den Grundparametern bis zu 105,8% und 108,2% der Bruchdehnung ϵ_{cu1} . Alle drei Modelle brechen die Simulation mit der Begründung „Fehler in der Elementformulierung“ ab. Daraufhin wurden die beiden Materialmodelle 212 und 213 so angepasst, dass der Spannungsabfall nach Erreichen der Druckfestigkeit langsamer ist. Das Materialmodell 214 ist die Anpassung des Modells 213 und das Modell 215 für 212. Bei dem Materialmodell 214 wurde nur der Parameter κ_{cr} auf 0,007 erhöht. Diese Anpassung führt dazu, dass die Entfestigung langsamer voranschreitet. Wie zu erwarten, sinkt die Spannung langsamer ab. Diese Veränderung führt dazu, dass die Rechnung bis zur aufgebrachten Last konvergente Lösungen berechnet.

Bei der Anpassung der HSD2-Erweiterung (215) liefert die Spannungs-Dehnungslinie eine rückläufige Entfestigung. Die Ursache für diesen „Snapback“ ist, dass der Zylinder sich

an der Fläche $x = 150$ mm stark in Umfangsrichtung aufdehnt. Diese Aufdehnung führt dazu, dass die Spannungen im Ursprung stark zurückgehen und auch die Dehnungen sich verringern. Die Auswertung am Punkt $x = 150$ mm, $y = z = 0$ mm (215b) zeigt, dass die angepasste Einstellung zu einer sehr flachen Absenkung der Spannung nach Erreichen der Druckfestigkeit führt.

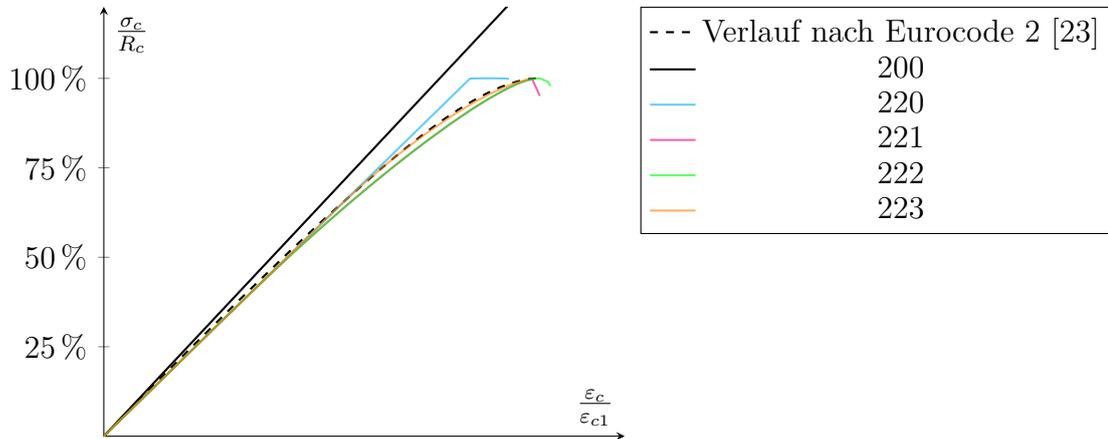


Abbildung 3.6.: Vergleich Zylinderdruckversuch MW-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)

Die Simulationsergebnisse der Menetrey-Willam Materialmodelle, die in Abbildung 3.6 dargestellt sind, verhalten sich bis zum Erreichen der Druckfestigkeit deckungsgleich zu den Drucker-Prager Materialien. Nach Erreichen der Druckfestigkeit kommt es auch bei allen Modellen zu einem Abbruch der Simulation. Bei dem Standard-Modell kommt es zu einer großen Verformung eines Elements. Dieser Fehler kann nicht durch eine Erhöhung der Substeps gelöst werden. Bei den anderen Modellen kommt es wie bei den Drucker-Prager-Modellen zu der Warnung, dass die Materiallösung fehlschlägt.

3.6. Zwischenfazit Druckversuche

Aus den beiden einaxialen Druckversuchen ist zu erkennen, dass die beiden Betonmodelle die maximale Druckspannung begrenzen. Der Bereich nach der Druckfestigkeit wird, wie zu erwarten, nur von Modellen mit einer Entfestigungsfunktion abgebildet. Die Grundmodelle liefern in diesem Bereich den konstanten Wert der Druckfestigkeit. Die Drucker-Prager Modelle führen bei einaxialen Druckbelastungen eher zu konvergenten Lösungen als das Menetrey-Willam Modell. Bei den Ergebnissen unterscheiden sich die Modelle nicht. Der Bereich bis zur Druckfestigkeit ist bei beiden Entfestigungsfunktion identisch formuliert. Die Konvergenzanalyse zeigt, dass eine langsamere Entfestigung das Konvergenzverhalten verbessert. Aus den Ergebnissen der Konvergenzanalyse lässt sich schließen, dass das Drucker-Prager Materialmodell mit der exponentiellen Entfestigung besser mit quadratischen Elementen zu simulieren ist. Die Menetrey-Willam Materialmodell mit exponentieller Entfestigung kommt mit linearen Elementen eher zu einer konvergenten Lösung als mit quadratischen Elementen.

Bei den Simulationen mit der linearen Entfestigung förderten die linearen Elemente die Konvergenz.

3.7. Zylinder Zugversuch

Für die Überprüfung der zentrischen Zugfestigkeit wird ein Zylinderzugversuch simuliert. Dafür werden die identischen Abmessungen des Zylinderdruckversuchs gewählt. Da Beton eine viel geringere Zugfestigkeit als Druckfestigkeit aufweist, wird eine Verschiebung von $u_x = 0,03$ mm aufgetragen. Diese Simulationen wurde mit folgenden Grundparametern durchgeführt:

- Initialer Substep: 1000
- Minimale Anzahl an substeps: 100
- Maximale Anzahl an Substeps: 1000
- Solver: Programmgesteuert
- Große Verformungen: ein
- Kraft- und Verschiebungskonvergenz: siehe Tabelle 3.3

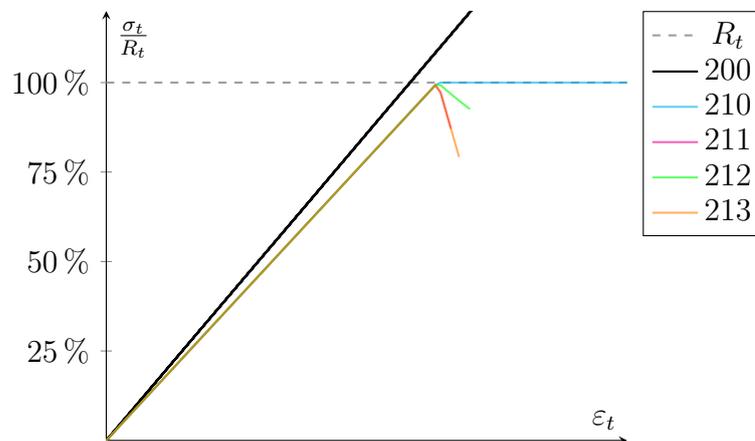


Abbildung 3.7.: Vergleich Zylinderzugversuch DP-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)

Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit verhalten sich alle Modelle gleich. Die beiden Grundmodelle verhalten sich ideal plastisch und halten somit bei größeren Dehnungen die Spannung von 7 MPa. Bei den beiden Modellen mit der linearen Entfestigung wurden die Materialparameter so eingestellt, dass es zu einem schnellen Absinken der Zugspannung kommt. Es wird auf 10 % der Zugfestigkeit abgesenkt. Eine weitere Absenkung führt zu einer schlechteren Konvergenz. Bei den Materialmodellen mit der exponentiellen Entfestigung kann die Entfestigungsgeschwindigkeit durch die Bruchenergie angepasst werden. Es ist zu erkennen, dass die Drucker-Prager Materialmodelle vor Erreichen der vorgegebenen Entfestigung abbrechen (Abbildung 3.7). Mit den gleichen Entfestigungseinstellungen rechnet das Menetrey-Willam Materialmodell (Abbildung 3.8) zu einer weiteren Entfestigung.

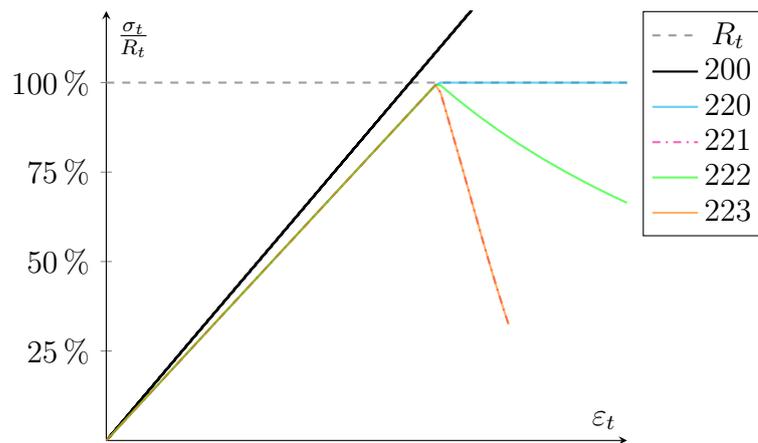


Abbildung 3.8.: Vergleich Zylinderzugversuch MW-Modelle mit Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Gleichung (2.18)

3.8. Zwischenfazit Zugversuch

Der zentrische Zugversuch zeigt, dass die Modelle diesen Bereich bis zur Zugfestigkeit linear elastisch darstellen. Im Gegensatz zur Druckbelastung liefern die Menetrey-Willam Modelle auch bei größeren Verformungen konvergente Lösungen. Bei dem Drucker-Prager Materialmodellen führen die Entfestigungsfunktionen zu einem Abbruch der Simulation. Das Drucker-Prager Grundmaterialmodell liefert auch eine konvergente Lösung.

3.9. Spaltzugversuch

Eine weiterer Versuch, der zur Bestimmung der Zugfestigkeit benutzt wird, ist der Spaltzugversuch.

3.9.1. Versuchsbeschreibung und Modellaufbau

Dabei wird ein Zylinder, wie in Abbildung 3.9 links dargestellt, mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Länge von 300 mm in einer Druckprüfmaschine eingespannt. Über einen Lastverteilungstreifen wird die Prüfkraft F auf einen größeren Teil der Mantelfläche verteilt. Für die Simulation wird der Versuch an den drei Symmetrieebenen geteilt und als Achtelmodell modelliert. Auch bei diesem Versuch wird die Last über eine Verschiebung aufgetragen. Der Lastverteilungstreifen hat die Abmessungen $L_x=10$ mm, $L_y = 4$ mm und $L_z = 330$ mm. Als Referenz für diesen Versuch wird die Dissertation „Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch an zylindrischen Betonproben“ von Viktória Malárics [31] verwendet. In ihrer Dissertation wurden Lastverteilungstreifen aus Stahl und Holz verwendet.

Der Kontakt zwischen dem Lastverteilungstreifen und dem Betonzylinder wird als verbunden oder reibungsfrei simuliert. Zwischen diesen beiden Grenzfällen sollte der reale Wert liegen. Eine weitere Vereinfachung der Simulation ersetzt den Verteilungstreifen

mit einem Remote Point und der projizierten Fläche des Verteilungstreifens auf der Mantelfläche. Der Simulationsaufbau dazu ist in der Abbildung 3.10 auf der linken Seite abgebildet. Auf der rechten Seite der Abbildung 3.10 ist eine weitere Vereinfachung abgebildet. Dabei wird der Versuch in einer zweidimensionalen Simulation abgebildet. Die Simulation wird dabei als ebener Dehnungszustand simuliert.

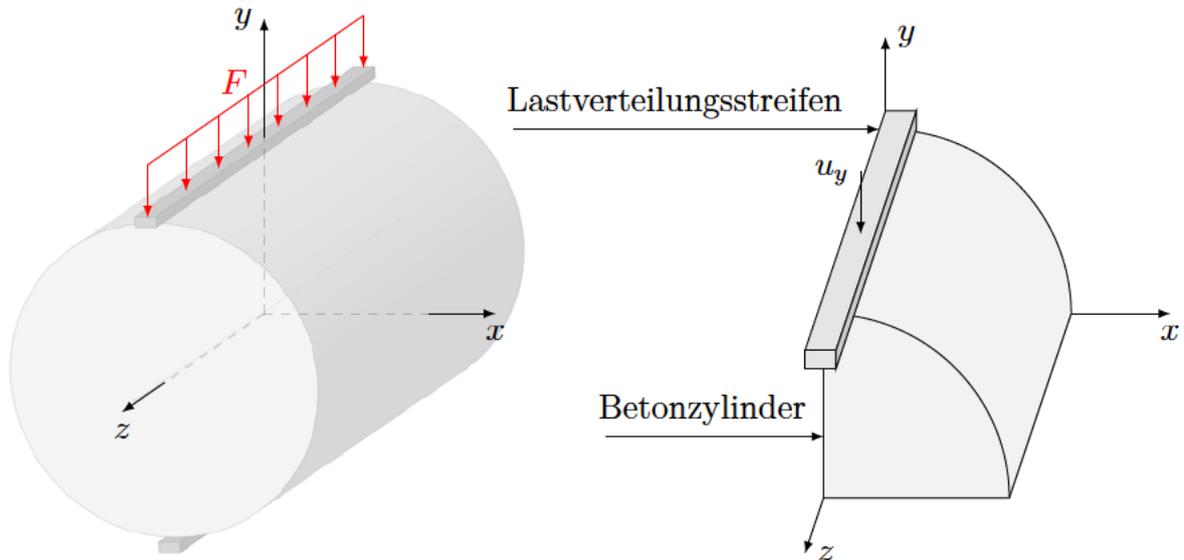


Abbildung 3.9.: Schematische Darstellung des Spaltzugversuchs; links Vollmodell, rechts Achtelmodell

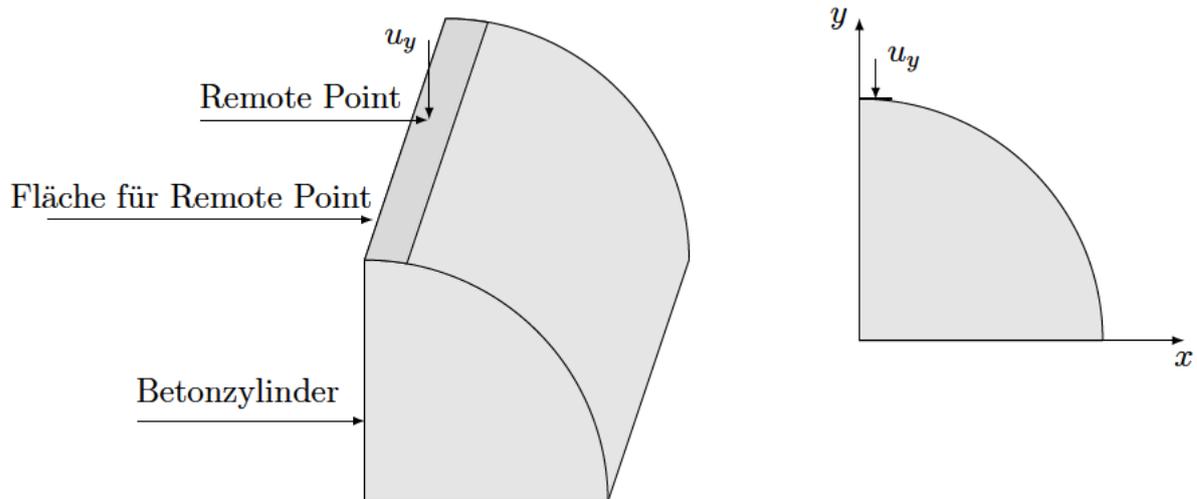


Abbildung 3.10.: Schematische Darstellung des Spaltzugversuchs links: Remote Point rechts: 2D

3.9.2. Materialien

Für Stahl wird das Materialmodell 100 und für den Lastverteilungstreifen aus Holz wird die Materialnummer 300 vergeben. Das Holzmaterial wird als ideal-elastisches Material vereinfacht und mit den Werten (Tabelle 3.4) aus der Dissertation [31] modelliert. Auch für die Betonwerkstoffe werden neue Materialmodelle erstellt. Dabei werden drei Betonwerkstoffe modelliert. Der erste Beton besitzt eine geringe Festigkeit (2XX_A), der zweite Beton besitzt eine mittlere Festigkeit (2XX_C) und der dritte Beton besitzt eine hohe Druck- und Zugfestigkeit (2XX_E). Die in der Dissertation [31] verwendeten Werte sind in der Tabelle 3.5 aufgelistet.

Tabelle 3.4.: Materialdaten Hartfaserplatte

MaterialID	E-Modul	Dichte	Querkontraktionszahl
300	4800 MPa	900 kg m ⁻³	0,2

Tabelle 3.5.: Materialdaten Beton Spaltzugversuch

MatID	f_{cm}	f_{ctm}	E_{c0}	G_{ft}	ν_C
2XX_A	20 MPa	2,3 MPa	24 000 MPa	0,090 N mm ⁻¹	0,2
2XX_C	50 MPa	3,6 MPa	32 000 MPa	0,130 N mm ⁻¹	0,2
2XX_E	110 MPa	5,6 MPa	45 000 MPa	0,170 N mm ⁻¹	0,2

Neben diesen Grundparametern für die Betonwerkstoffe kommen noch die Parameter für die Ver- und Entfestigung. Die Bestimmung der Parameter ist in den Tabellen 3.6 und 3.7 aufgelistet. Für diese Tabellen wurden die Dehnungen nach dem Eurocode 2 [23] benutzt mit der Ausnahme des Werkstoffs „2XX_E“, hier wurde die rechnerische Bruchdehnung ε_{cu1} um 0,1 Promillpunkte erhöht, da in Ansys die Werte verschieden sein müssen. Die Verbleibende Spannung wurde bei allen Materialien auf 10% gesetzt. Die nichtlineare Verfestigung soll bei 65% der maximalen Druckfestigkeit beginnen, da dieser Wert im Kapitel 3.3.1 den Verlauf nach dem Eurocode gut wiedergegeben hat.

Tabelle 3.6.: Parameter lineare Entfestigung

Parameter	Formel	2XY_A	2XY_C	2XY_E*
κ_{cm}	$\varepsilon_{c1} - \frac{f_{cm}}{E_{c0}}$	$1,086 \cdot 10^{-3}$	$7,775 \cdot 10^{-4}$	$3,556 \cdot 10^{-4}$
κ_{cr}	$\varepsilon_{cu1} - \frac{f_{cm}}{E_{c0}}$	$2,786 \cdot 10^{-3}$	$1,938 \cdot 10^{-3}$	$4,556 \cdot 10^{-4}$
Ω_{ci}	0,65	$6,500 \cdot 10^{-1}$	$6,500 \cdot 10^{-1}$	$6,500 \cdot 10^{-1}$
Ω_{cr}	0,1	$1,000 \cdot 10^{-1}$	$1,000 \cdot 10^{-1}$	$1,000 \cdot 10^{-1}$
κ_{tr}	$3 \frac{f_{ct}}{E_{c0}}$	$2,679 \cdot 10^{-4}$	$3,375 \cdot 10^{-4}$	$3,733 \cdot 10^{-4}$
Ω_{tr}	0,1	$1,000 \cdot 10^{-1}$	$1,000 \cdot 10^{-1}$	$1,000 \cdot 10^{-1}$

Tabelle 3.7.: Parameter exponentielle Entfestigung

Parameter	Formel	2XY_A	2XY_C	2XY_E *
κ_{cm}	$\varepsilon_{c1} - \frac{f_{cm}}{E_{c0}}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$	$7,78 \cdot 10^{-4}$	$3,56 \cdot 10^{-4}$
κ_{cu}	$\frac{2\varepsilon_{cu1} + \varepsilon_{c1}}{3} - \frac{f_{cm}}{E_{c0}}$	$2,22 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-3}$	$4,22 \cdot 10^{-4}$
Ω_{ci}	0,65	$6,50 \cdot 10^{-1}$	$6,50 \cdot 10^{-1}$	$6,50 \cdot 10^{-1}$
Ω_{cr}	0,8	$8,00 \cdot 10^{-1}$	$8,00 \cdot 10^{-1}$	$8,00 \cdot 10^{-1}$
Ω_{cu}	0,1	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$
G_{ft}	Daten[31] in $[N\ mm^{-1}]$	$9,00 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-1}$	$1,70 \cdot 10^{-1}$
Ω_{tr}	0,1	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$	$1,00 \cdot 10^{-1}$

3.9.3. Netze

Die Netze für diesen Versuch sind im Anhang C.2.1 abgebildet.

3.9.4. Ergebnisse Materialtest

Als kurzer Test wird vor dem Spaltzugversuch nochmal ein Zugversuch simuliert. Dabei werden die Simulationsdaten mit den Messdaten von Malárics verglichen. Die geometrischen Abmessungen der Zugprobe sind in der Abbildung 3.11 dargestellt.

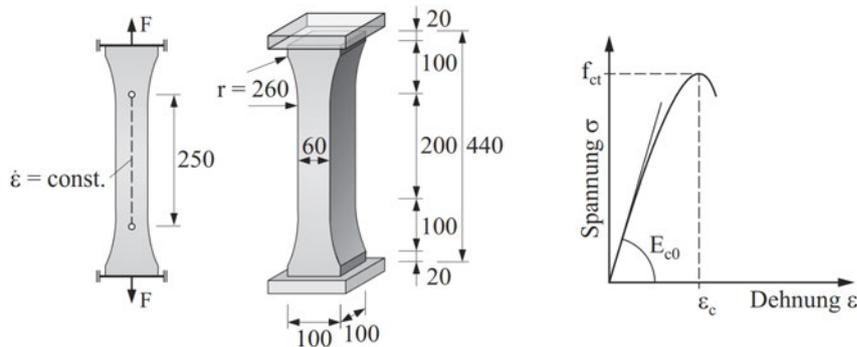


Abbildung 3.11.: Zugprobe mit verjüngtem Querschnitt (Maße in mm) [31]

Die Zugprobe wird im ebenen Dehnungszustand simuliert mit folgenden Elementgrößen simuliert. Bei dem größten Netz wird eine Elementgröße von 30 mm gewählt, das zweite Netz hat eine Elementgröße von 10 mm, das dritte Netz wird mit der Elementgröße von 3,5 mm modelliert und das feinste Netz besitzt eine Elementgröße von 2 mm. Die Nomenklatur für diese Versuche ist wie folgt „2XY_Z_NB“. Dabei steht „X“ für den gewählten Ansatz, $X = 1$ steht für Drucker-Prager und $X = 2$ für Menetrey-Willam. Bei $Y = 0$ wird der Ansatz ohne Entfestigung genommen. $Y = 1$ steht für die lineare Entfestigung und $Y = 2$ für die exponentielle Entfestigung. „Z“ steht für drei Betonarten A, C und E. „B“ gibt die Elementgröße in mm an.

Die ersten Zugversuche wurden mit dem Material A simuliert. Bei den Simulationen in der Abbildung 3.12 mit dem Menetrey-Willam Materialmodell zeigt sich, dass die exponentielle Entfestigung konvergente Lösungen liefert.

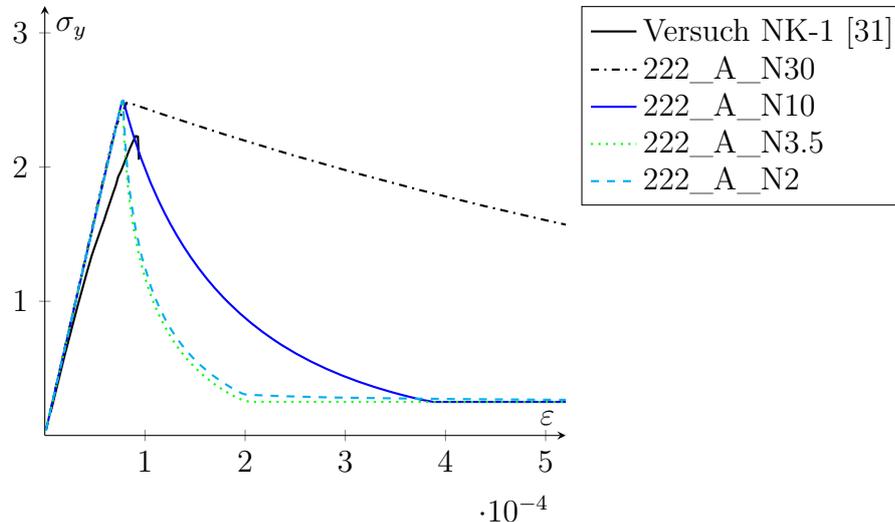


Abbildung 3.12.: Ergebnisse Zugversuch Material 222_A

Die verschiedenen Netze liefern verschiedene Verläufe nach Erreichen der Zugfestigkeit. Dabei weicht der Versuch „222_A_N30“ am stärksten nach Erreichen der Zugfestigkeit von allen ab. Bei dem Versuch „222_A_N10“ haben sich zwei Rissbänder gebildet, aus diesem Grund ist der Abstand zu dem Versuch „222_A_N30“ größer. Ab dem Netz mit einer Elementgröße von 3,5 mm sind die Abweichungen nicht mehr signifikant. Der fallende Ast der beiden feinsten Netze liefert im Vergleich zu den Messdaten „NK-1“ aus der Dissertation von Malárics [31] ein reales Verhalten nach Erreichen der Zugfestigkeit. Auffällig ist zudem noch, dass bei der Simulation „222_A_N2“ die Spannung nicht auf 0,25 MPa absinkt, sondern nur bis 0,3 MPa abfällt und dann langsam den eingestellten 0,25 MPa annähert. Ein Grund für dieses Verhalten können die zu kleinen Elemente sein, da die Entfestigungsfunktion über das Integrationsvolumen definiert ist. Diese Simulationen zeigen zudem, dass die Ergebnisse nach Erreichen der Zugfestigkeit vom Netz abhängig sind. Im Bereich vor Erreichen der Zugfestigkeit fällt auf, dass bei den Daten aus dem Versuch „NK-1“ schon vor der Zugfestigkeit es zu einer plastischen Verformung kommt. Diese Nichtlinearität kann mit den gewählten Modellen nicht abgebildet werden, sodass die Modelle steifer sind.

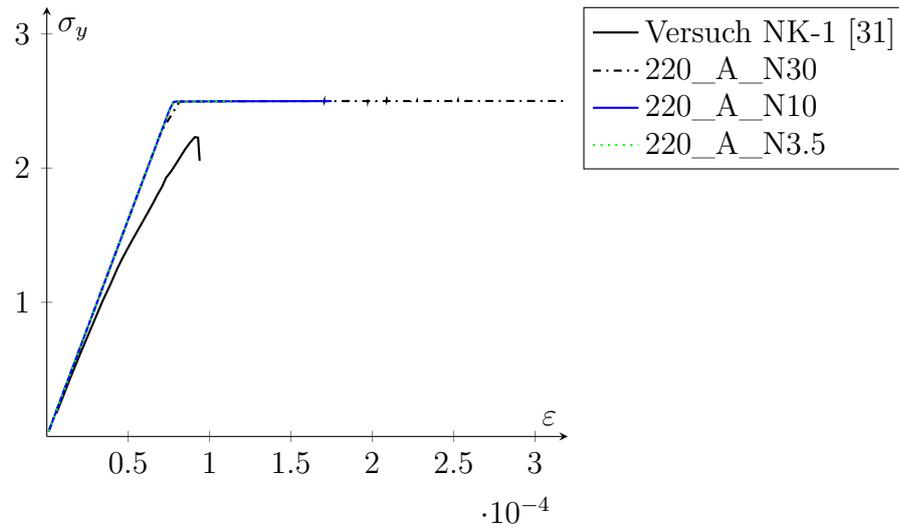


Abbildung 3.13.: Ergebnisse Zugversuch Material 220_A

Die Simulationen ohne Entfestigungsfunktion (Abbildung 3.13) führen netzunabhängig zu einem bilinearen Ergebnis. Allerdings brauchen die Simulationen einen sehr kleinen Zeitschritt, sodass die Simulationen mit den Elementgrößen von 10 und 3,5 mm vorzeitig abgebrochen wurden. Bei der Simulation „220_A_N30“ sind die kleinen Ausschläge der Zugfestigkeit ab $\epsilon > 1,7 \cdot 10^{-4}$ in der Abbildung 3.13 zu erkennen. Diese Werte der Spannung schwanken aus numerischen Gründen zwischen 2,498 MPa und 2,503 MPa. Bei den Simulationen mit der linearen Entfestigung (Abbildung 3.14) führte nur die Simulation mit dem größten Netz zu einem absteigenden Ast nach der maximalen Zugfestigkeit. Alle anderen Simulationen brachen aufgrund des Versagens der Materialdefinition vor Erreichen der Zugfestigkeit ab.

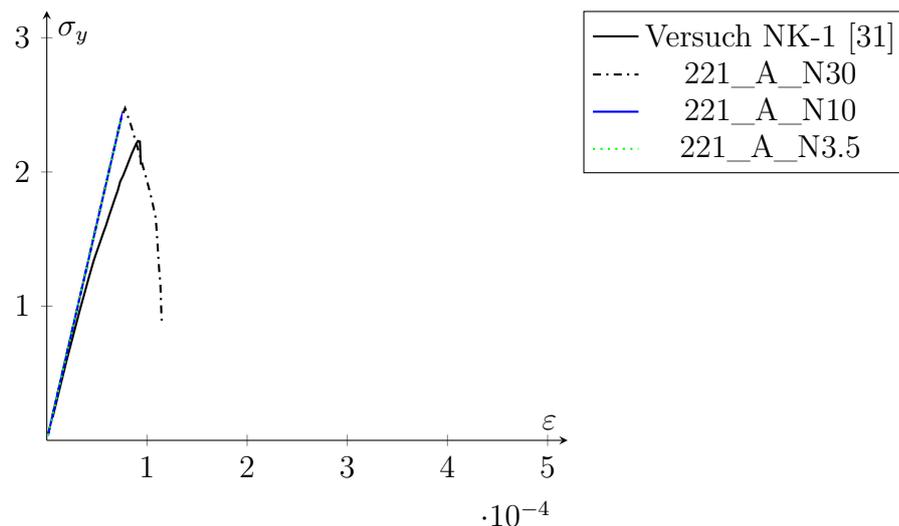


Abbildung 3.14.: Ergebnisse Zugversuch Material 221_A

Abschließend lässt sich aus den Simulationen des Zugversuchs mit dem Menetrey-Willam

Materialmodellen schließen, dass die exponentielle Entfestigung die stabilsten Lösungen liefert. Dabei sollte allerdings eine Studie der Netzgröße mit experimentellen Daten abgeglichen werden. Zudem sollte bei der Auswertung der steifere Verlauf bis zum Erreichen der Zugfestigkeit nicht vergessen werden. Da sich die Modelle bis zur Zugfestigkeit linear elastisch verhalten und die Last homogen verteilt ist, sind die Ergebnisse bis dahin nicht von der Elementgröße abhängig.

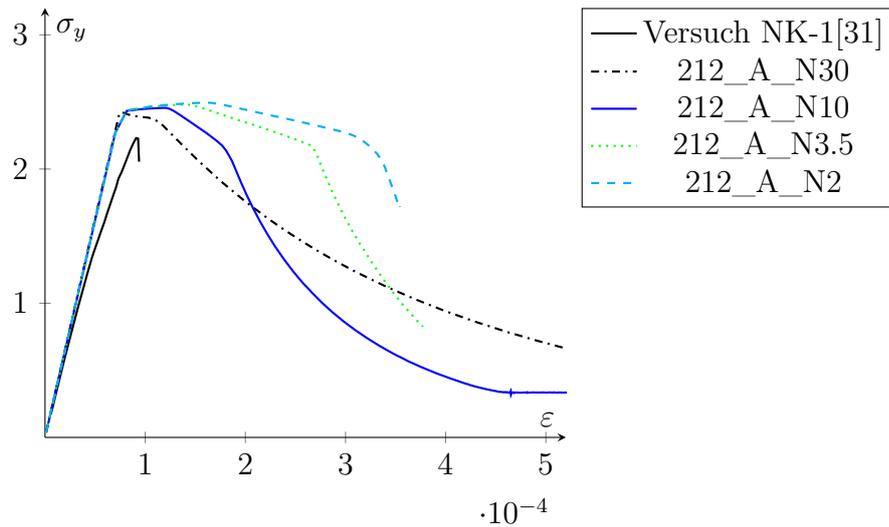


Abbildung 3.15.: Ergebnisse Zugversuch Material 212_A

Bei dem Drucker-Prager Materialmodell mit der exponentiellen Entfestigung führt eine Verfeinerung des Netzes zu einem Verlangsamten der Entfestigung (Abbildung 3.15). Zudem fällt bei diesem Materialmodell die Spannung nach Erreichen der Zugfestigkeit erst langsam ab. Je feiner das Netz ist, desto länger dauert das Abflachen an.

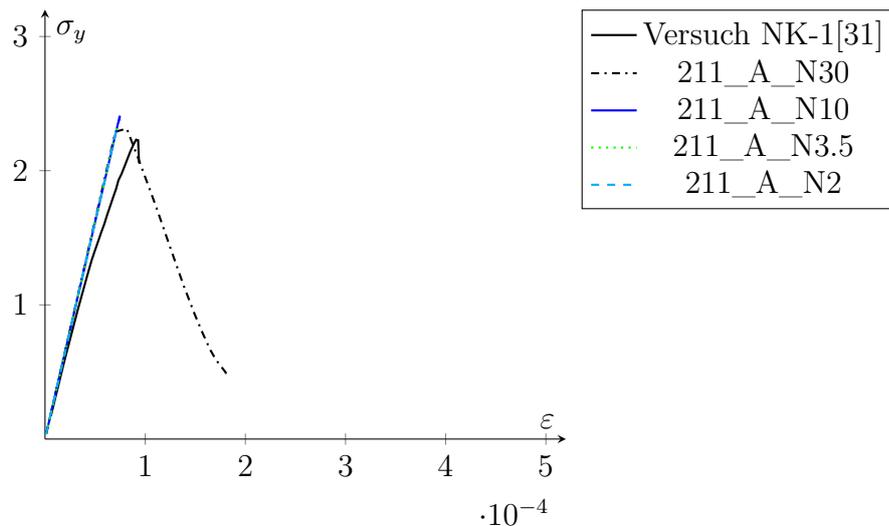


Abbildung 3.16.: Ergebnisse Zugversuch Material 211_A

Die Simulationsergebnisse der linearen Entfestigung sind in der Abbildung 3.16 dargestellt. Bei diesen Ergebnissen ist zu erkennen, dass wie beim Menetrey-Willam Materialmodell nur das größte Netz den absteigenden Ast berechnen konnte. Bei den anderen Elementgrößen führen die Berechnungen zu einer divergenten Lösung.

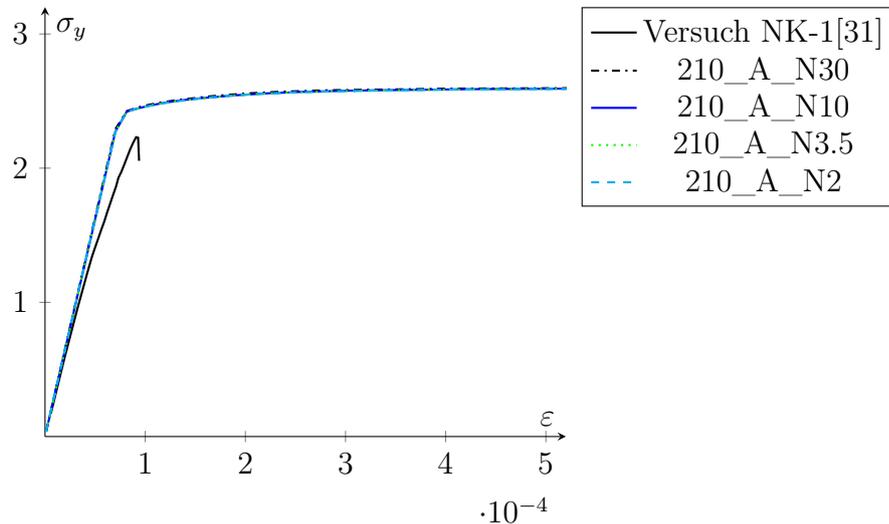


Abbildung 3.17.: Ergebnisse Zugversuch Material 210_A

Bei dem Drucker-Prager-Materialmodell ohne Entfestigung führen alle Elementgrößen zu einem kongruenten Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linien. Die Ergebnisse sind in der Abbildung 3.17 dargestellt.

Aus den Zugversuchssimulationen lässt sich schließen, dass das Menetrey-Willam Modell mit exponentieller Entfestigung für die Modellierung von Beton unter Zugbelastung am Besten geeignet ist. Wenn nur der Verlauf bis zum Erreichen der Zugfestigkeit untersucht werden soll, können beide Ansätze ohne Entfestigungsfunktion genutzt werden. Der Verlauf bis zur Zugfestigkeit ist nicht von der Elementgröße abhängig. Allerdings verhalten sich die Modelle in diesem Bereich linear elastisch, sodass es bei höheren Zugspannungen zu einer Abweichung von den Versuchsdaten kommt.

3.9.5. Ergebnisse Spaltzugversuch

Die Simulationsergebnisse des Spaltzugversuchs werden mit den Simulationen von Malárics [31] verglichen. Malárics hat ihre Simulationen in DIANA im ebenen Dehnungszustand simuliert. Dabei wurden die Kontakte mit Interfacelemente modelliert. Die Simulationsergebnisse von Malárics sind in der Abbildung 3.18 abgebildet. Bei diesen Ergebnissen fällt auf, dass zu Beginn der Belastung mit dem Holzzwischenstreifen ein Knick vorhanden ist. Da der E-Modul von Holz viel geringer als der E-Modul des Betons ist, verformt sich das Holz viel stärker als der Beton.

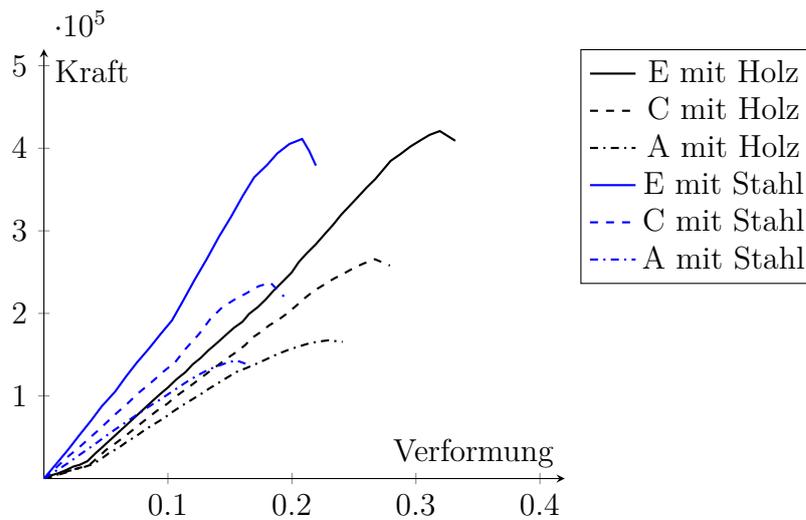


Abbildung 3.18.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch in Anlehnung an Malárics [31]

Die ersten Simulationen werden mit dem Beton „222_A“ und dem 2D Viertel-Modell mit Remote Point durchgeführt. Die Elementgröße des Netzes wird zwischen 5 mm und 1,25 mm variiert. Da nur ein Viertel simuliert wurde, muss sowohl die Kraft als auch die Verformung mit dem Faktor 2 multipliziert werden. Da das Modell als ebener Spannungszustand simuliert wurde, müssen die Kraftwerte mit der Länge des Zylinders in mm multipliziert werden. Die Ergebnisse der Simulationen sind um den Faktor 2 steifer als die Simulationen vom Malárics. Zum besseren Vergleich werden die Simulationsergebnisse über eine mit dem Faktor 2 angepassten Abszisse dargestellt.

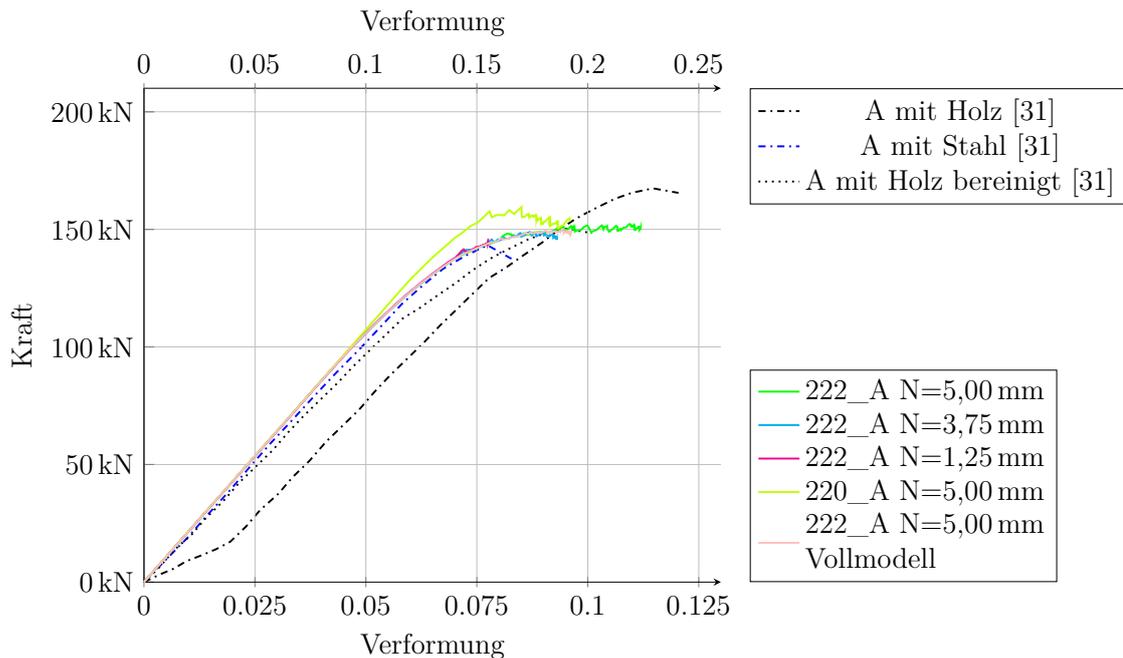


Abbildung 3.19.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A/220_A Viertel- und Vollmodell Remote Point

Die Ergebnisse mit Remote Point sind in der Abbildung 3.19 dargestellt. Die Obere Abszisse gilt für die obere Legende und die untere Abszisse gilt für die untere Legende. Dabei wurde das Simulationsergebnis mit dem Holzzwischenstreifen von Malárics um die Anfangsverformung bis zum ersten Knick bereinigt. Der angepasste Verlauf deckt sich auch mit dem Stahlversuch von Malárics. Alle drei angepassten Netzverfeinerungen zeigen einen annähernd identischen Verlauf bis zu einer Verformung von 0,075 mm. Je feiner das Netz ist, desto früher bricht die Berechnung in Ansys ab. Die Simulationen mit dem Materialmodell „222_A“ zeigen nur eine sehr kleine Entfestigung im Spaltzugversuch. Das Material „220_A“ mit einer Elementgröße von 5 mm führt bei diesem Versuch zu einer höheren Kraftaufnahme. Nach Erreichen der maximalen Kraft sinkt diese wie bei Malárics ab. Eine Ursache für den Unterschied des Faktor 2 wurde nicht herausgefunden. Um einen Fehler bei der Umrechnung durch die Symmetrieebenen auszuschließen, wird der Versuch als 2D Vollmodell mit der Lastein- und Lastausleitung über Remote Points simuliert. Auch diese Simulation führt, wie in Abbildung 3.19 zu sehen, zu einem identischen Verlauf. Eine mögliche Ursache für dieses Verhalten kann durch die Vereinfachung der Lasteinleitung sein. Zudem besteht die Möglichkeit, dass in den verglichenen Daten ein Fehler vorliegt.

Die nächste Abstraktionsstufe ist die Modellierung mit Kontakt und Stahlzwischenstreifen. Der Kontakt wird mit dem Augmented-Lagrange Algorithmus berechnet und die Kontaktflächen werden nicht getrimmt. Der Kontakt wird als verbunden und als reibfrei formuliert.

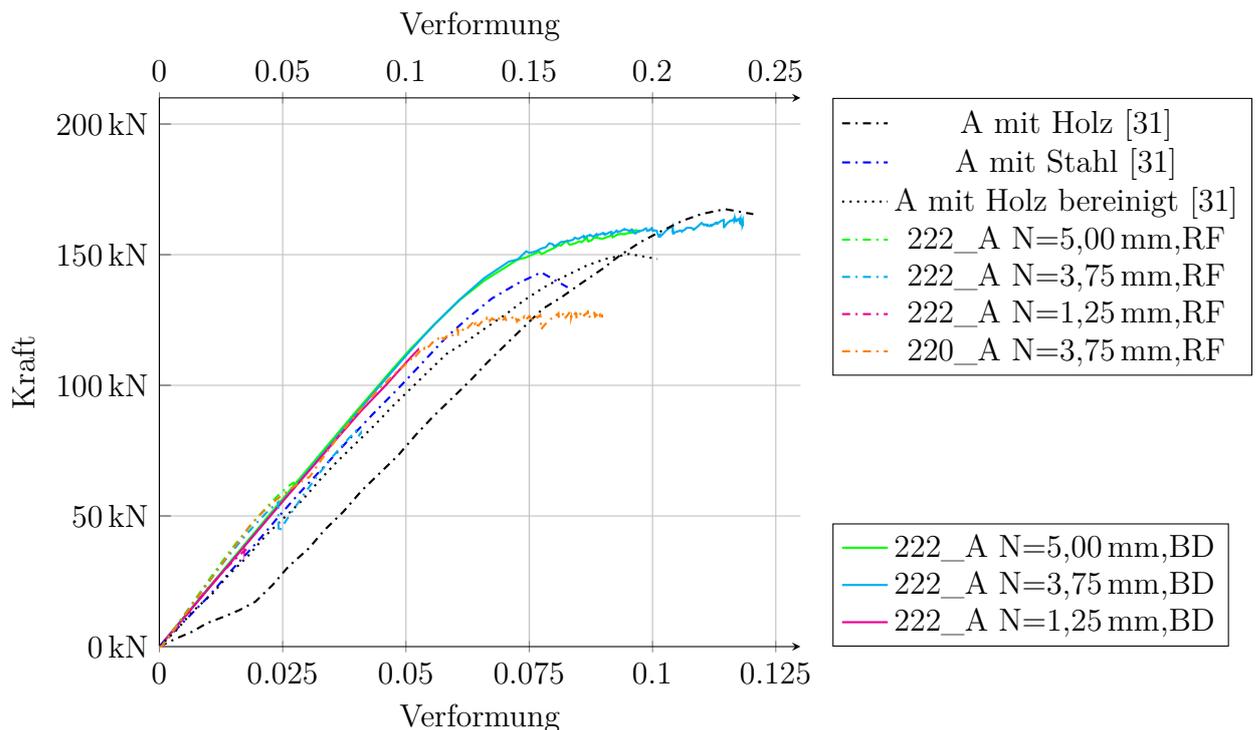


Abbildung 3.20.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A/220_A 2D Viertelmodell mit bonded und reibfreiem Kontakt

In der Abbildung 3.20 sind die Ergebnisse der Kontaktsimulationen dargestellt. Eine getrennte Abbildung der Graphen ist im Anhang C.2.2 dargestellt. Auffällig bei diesen Ergebnissen ist, dass die Variante mit dem bonded Kontakt auch um den Faktor 2 neben den Ergebnissen von Malárics liegen. Die aufgenommene Kraft ist etwa 10 kN höher als bei der Belastung mittels Remote Point.

Die Simulation mit einer reibfreien Kontaktformulierung liefert eine ähnliche Steigung wie bei den Simulationen von Malárics. Allerdings brechen die reibfreien Simulationen vorzeitig nicht konvergent ab, sodass bei dem Netz mit der Elementlänge 3,75 mm nur eine maximale Kraft von 82 kN erreicht wird. Zudem springt bei einer Verformung von 0,05 mm die Kraft um 11 kN nach unten. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Druckspannung unter dem Lastverteilungstreifen 64 MPa. Diese hohe Druckspannung führt bei dem Modell zu einem Versagen und zu einer plastischen Verformung unterhalb des Lastverteilungstreifens. Bei der reibfreien Simulation mit dem Materialmodell 220_A kann eine Kraft von 126 kN aufgenommen werden. Die Steigung des Verlaufs ist ähnlich zu den anderen reibfreien Simulationen und den Daten von Malárics.

Neben den beiden Grenzformulierungen des Kontaktes werden noch die Simulationsergebnisse eines reibenden Kontaktes mit dem Reibungskoeffizienten $\mu = 0,4$. Diese Annahme des Reibungskoeffizienten basiert auf den Erkenntnissen zum Reibungskoeffizienten von Lochte-Holtgreven [32, S.163].

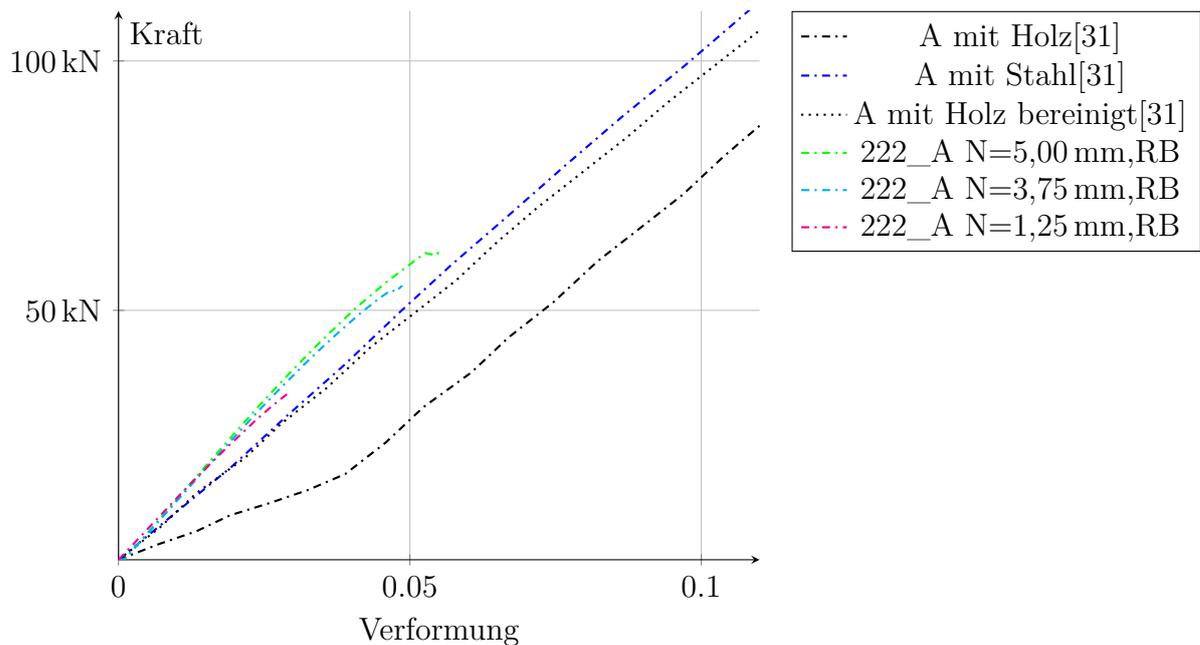


Abbildung 3.21.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A 2D Viertelmodell mit reibendem Kontakt $\mu = 0,4$

Die Ergebnisse dieser Simulationen sind in der Abbildung 3.21 dargestellt. Auch ein reibender Kontakt führt zu einer ähnlichen Steifigkeit wie die Simulationen von Malárics. Allerdings führt diese Kontaktformulierung analog zu der reibfreien Modellierung zu einer vorzeitigen Nichtkonvergenz bei der Lasteinleitung, sodass der eigentliche Versuch nicht abgebildet wird.

Zuletzt wird die Simulation mit dem Achtelmodell simuliert. Dabei wird der Kontakt als verbunden modelliert. Bei dieser Simulation ist zu sehen, dass die Kontaktformulierung wieder die Steifigkeit des Systems um den Faktor 2 erhöht. Die aufgenommene Kraft stimmt mit der Referenz sehr gut überein. Die Elementgrößen 5 mm und 3,75 mm verlaufen bis zum Erreichen der Maximalkraft annähernd deckungsgleich. Bei beiden Simulationen fällt die Kraft nach Erreichen des Maximalwerts jedoch nur sehr langsam ab. Die Simulation mit der Elementgröße von 10 mm führt zu einer leicht erhöhten Lastaufnahme.

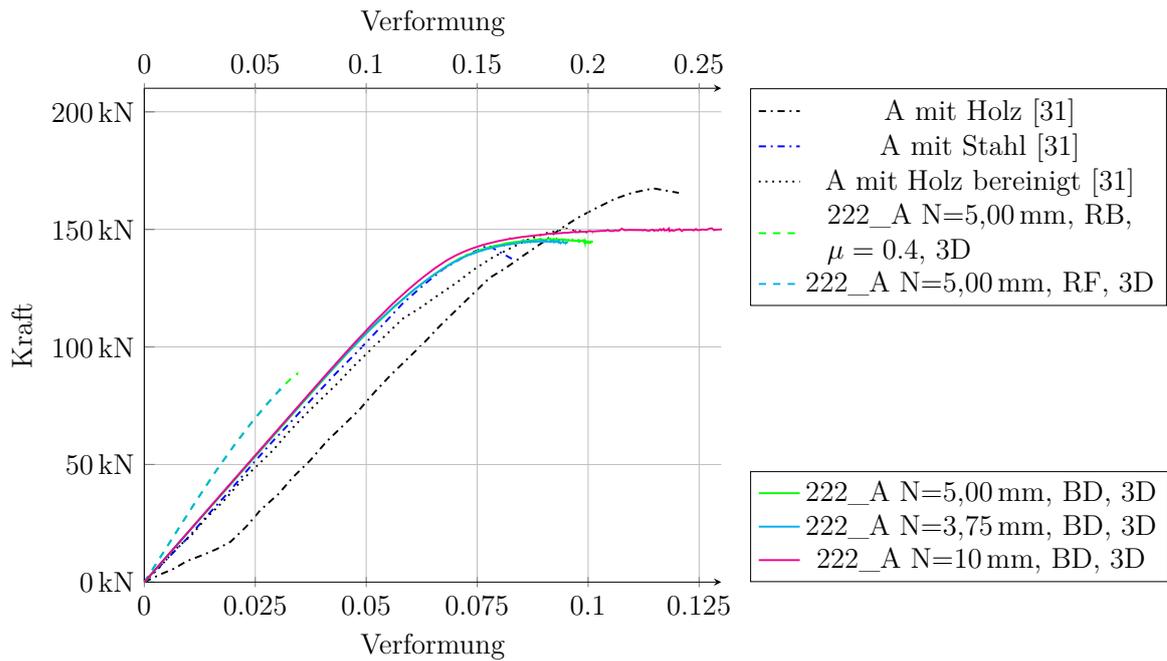


Abbildung 3.22.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A 3D Achtelmodell mit Kontakt

Die Simulation mit einer reibfreien (RF) oder reibenden (RB) Kontaktformulierung führt, wie in Abbildung 3.22 dargestellt, zu einer leichten Versteifung des Systems. Die Simulation versagt allerdings im Kontaktbereich zwischen dem Stahlzwischenstreifen und dem Betonzylinder. Aus diesem Grund bricht die Simulation vorzeitig ab.

Neben dem Material A wurden noch Simulationen mit dem Material E durchgeführt.

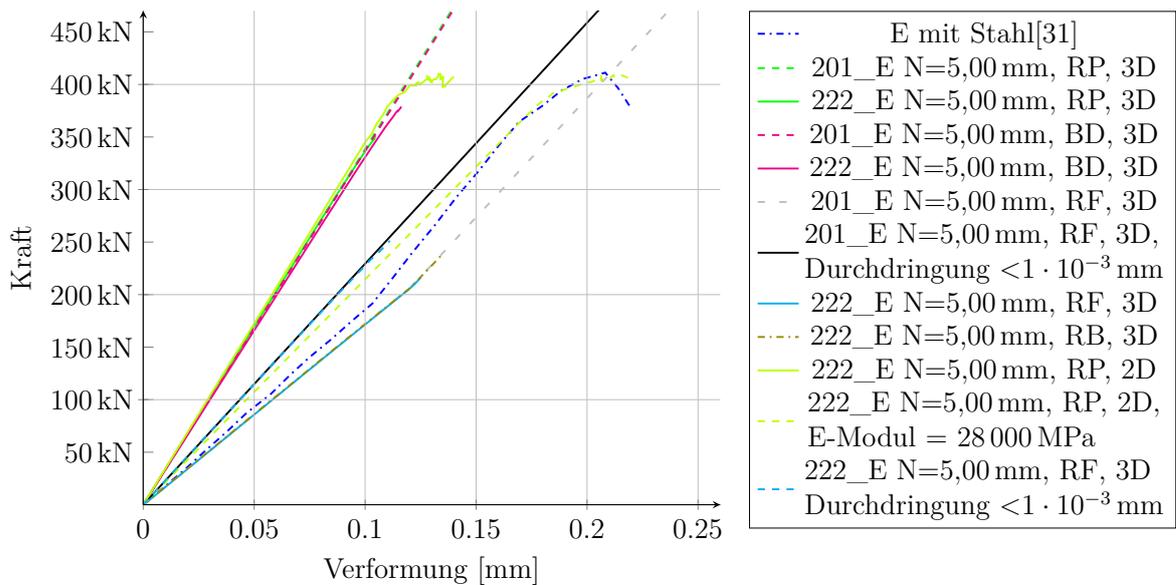


Abbildung 3.23.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch Material E

In der Abbildung 3.23 sind die Kraft-Verformungs-Verläufe mit dem Material E dargestellt. Bei der Simulation mit räumlichen Elementen zeigt sich das gleiche Bild wie bei dem Material A. Bei den Simulationen mit Remote Point und verbundenen Kontakt ist die Steifigkeit wieder um den Faktor 2 höher. Bei der Simulation von Malárics ist zu sehen, dass bei einer Verformung von 0,1 mm ein Knick vorhanden ist. Dieser Knick kann bei der reibfreien und reibungsbehafteten Simulation auch erzeugt werden. Der Knick in der Simulation beruht auf die zusätzlichen Knoten im Kontakt. Bei der Simulation mit dem Knick ist die Durchdringung an der Kontaktlinie bei fast 10 %. Wenn die Durchdringung auf $1 \cdot 10^{-3}$ mm begrenzt wird, ist der Verlauf leicht steifer als die Simulation von Malárics und weist keinen Knick mehr auf. Bei dem Materialmodell 222_E und einem reibfreien Kontakt versagt das Modell ohne Entfestigung bei einer Kraft von 251 kN am oberen Rand des Außenbereichs. Bei einer Zugfestigkeit von 5,6 MPa und einem Verhältnis zwischen Spaltzugfestigkeit und Zugfestigkeit von 1 ist der Erwartungswert der Kraftaufnahme nach Gleichung (2.9) 396 kN. Bei der Simulation mit Plane183 Elementen und der Lasteinleitung mit Remote Point ist zu erkennen, dass die Simulation wieder steifer ist. Eine Anpassung des E-Moduls auf 28 000 MPa gibt die Ergebnisse von Malárics am Besten wieder. Allerdings konnte mit den genutzten Materialmodell keine Entfestigung des Systems erzeugt werden.

3.9.6. Zwischenfazit Spaltzugversuch

Die Simulationen des Spaltzugversuchs zeigen, dass die Kraftaufnahme passend simuliert werden kann. Allerdings ist dabei die Dehnung geringer als bei der zum Vergleich herangezogenen Simulation. Eine finale Beurteilung ist aufgrund der fehlenden Versuchsdaten nicht sicher möglich. Bei der Simulation mit einem verbundenen Kontakt zeigte sich, dass die aufgenommene Kraft bis zu 10 % höher als bei den verglichenen Simulationen ist. Auch bei dem verbundenen Kontakt werden die Kräfte bereits bei um den Faktor 2 geringeren Dehnungen aufgenommen. Die reibfreie Simulation spiegelt die Steigung der verglichenen Quelle deutlich besser wieder, jedoch erreichen diese Simulationen mit der exponentiellen Entfestigung nicht die verglichenen Kraftwerte. Das Grundmodell liefert eine Annäherung an einen Wert, dieser ist jedoch 15 % geringer als der Vergleich. Die Simulation mit reibender Kontaktmodellierung führt schon bei geringen Verformungen zu einem Abbruch der Berechnung, sodass der Beton in der Simulation nicht gespalten wird. Die Simulationen haben gezeigt, dass für den Beton A die Verläufe mit der Elementgröße von 5 mm die ähnlichen Verläufe wie die Simulationen mit den kleineren Elementen aufweisen, sodass die eine Elementgröße von 5 mm ausreichend ist.

3.10. Biaxial Belastung

Für den Vergleich der Simulationsergebnisse bei der biaxialen Belastung werden die Messwerte und der Versuch von H. Kupfer verwendet [33]. Diese Messdaten geben einen qualitativen Verlauf der Versagenshülle bei biaxial belasteten Beton wieder. H. Kupfer hat die Messdaten auf die einaxiale Druckfestigkeit f_{ct} normiert. Bei H. Kupfer ist der Faktor zwischen der einaxialen Druckfestigkeit f_{ct} und der einaxialen Zugfestigkeit f_t $-0,1$. Die biaxiale Druckfestigkeit ist um 18 % höher als die einaxiale Druckfestigkeit. Bei dem Versuch wurde eine Betonquader mit den Abmessungen $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ verwendet. Dieser Quader wurde zwischen zwei Druckzylinder und zwei Auflagen belastet. Der Kontakt am Quader wurde mit Metallbürsten realisiert. Ein Beispiel für diese Bürste ist in der Abbildung 3.24 abgebildet. Die einzelnen Borsten haben die Abmessungen von $5 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ und einen Abstand von $0,2 \text{ mm}$ zueinander. Die Borsten sorgen dafür, dass der Beton in der Querrichtung nicht behindert wird. Bei den Versuchen, in denen Zug aufgebracht wird, werden die Bürsten an den Beton mit Epoxidharz geklebt. Die Zwischenräume der Bürste werden zuvor mit einem Gummiklebstoff abgedichtet, sodass weiterhin keine Behinderung der Querdehnung erfolgt.

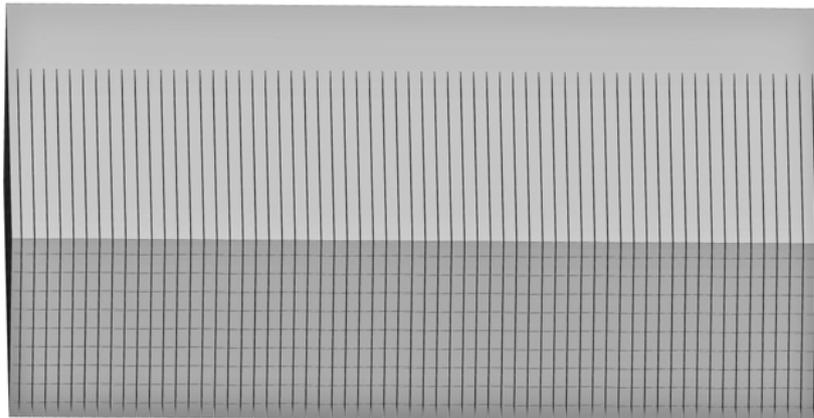


Abbildung 3.24.: Metallbürste aus biaxialen Versuch

Kupfer hat seine Untersuchungen an drei Betonwerkstoffen durchgeführt. Die drei Betonwerkstoffe hatten eine einaxiale Druckfestigkeit von $18,6 \text{ MPa}$, $30,9 \text{ MPa}$ und $57,9 \text{ MPa}$ [33].

3.10.1. Modellaufbau

Bei der Simulation dieses Versuchs soll der qualitative Verlauf der Materialmodelle überprüft werden. Aus diesem Grund wird für die Simulation das Material „2XX_A“ aus dem Spaltzugversuch verwendet. Dieser Versuch wird als zweidimensionaler ebener Spannungszustand simuliert. Zudem wird das Modell, wie in Abbildung 3.25 dargestellt, an den zwei Symmetrieebenen geteilt, sodass nur ein Viertelmodell simuliert wird. Die Verschiebungen u_x und u_y werden als Randbedingung an den Außenkanten aufgebracht.

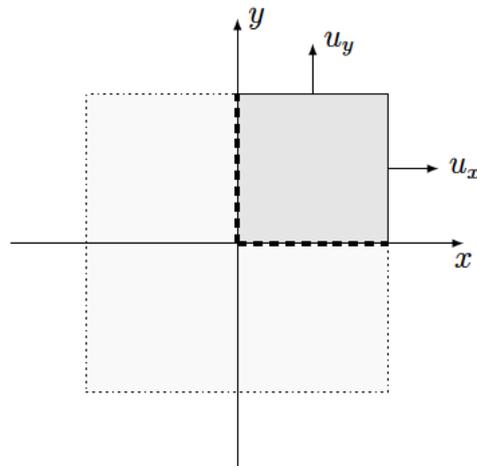


Abbildung 3.25.: Modell 2D Ebener Spannungszustand

Die simulierten Lastfälle sind im Anhang C.3 mit den Ergebnissen notiert. Die Ergebnisse wurden mit einer Elementgröße von 25 mm erzeugt, da es auch bei einer Netzverfeinerung nicht zu einer signifikanten Änderung im Verlauf der Spannungen kommt. Bei der Simulation wird die automatische Zeitsteuerung und große Verformungen aktiviert. Der initiale Substep wird auf 1000 eingestellt. Die Grenzen für die Zeitsteuerung liegen bei mindestens 100 und maximal 10 000 000 Substeps.

3.10.2. Ergebnisse

Bei dem simulierten Materialmodell ist das Verhältnis zwischen Druck- und Zugfestigkeit bei $-0,115$. Die biaxiale Festigkeit ist nach dem Model Code 2010 und der Gleichung (2.14) um 18 % höher als die einaxiale Druckfestigkeit. Damit sollten die Simulationenpunkte mit den Versuchsergebnissen von Kupfer übereinstimmen. Bei der Auswertung wurde der Zustand des Versagens bei den Materialmodellen 210_A und 220_A an einer plastischen Verformung detektiert und die Werte sind die letzten Werte ohne plastische Verformung. Bei den anderen Materialmodellen wird der Zeitpunkt des ersten Maximalwertes in den drei Hauptspannungen verwendet.

Die Ergebnisse der Simulationen sind in der Abbildung 3.26 über den Ergebnissen von Kupfer für den Beton mit einer Druckfestigkeit von 18,6 MPa dargestellt. Das Verhalten ist symmetrisch. Über der Symmetrielinie sind die Ergebnisse der Drucker-Prager Materialmodelle in Blautönen und unterhalb der Symmetrielinie sind die Simulationsergebnisse der Menetrey-Willam Materialmodelle abgebildet. Allgemein wird von allen Modellen ein ähnliches Verhalten wiedergegeben. An den eingegebenen Parametern (f_c , f_{bc} und f_t) stimmen alle Modelle mit den eingegebenen Werten überein. Im Zug-Zug-Bereich ist bei den Drucker-Prager Modellen eine Abnahme gegenüber der einaxialen Zugfestigkeit zu erkennen. Dieses Verhalten spiegelt nicht, wie das Menetrey-Willam Modell, das Verhalten aus den Versuchen von Kupfer wieder. Im Zug-Druck Bereich ist zu erkennen, dass die Grundmodelle (\times -Marker) den Verlauf von Kupfer am besten wiedergeben. Die beiden Varianten mit einer Entfestigungsfunktion unterscheiden sich in diesem Bereich nicht

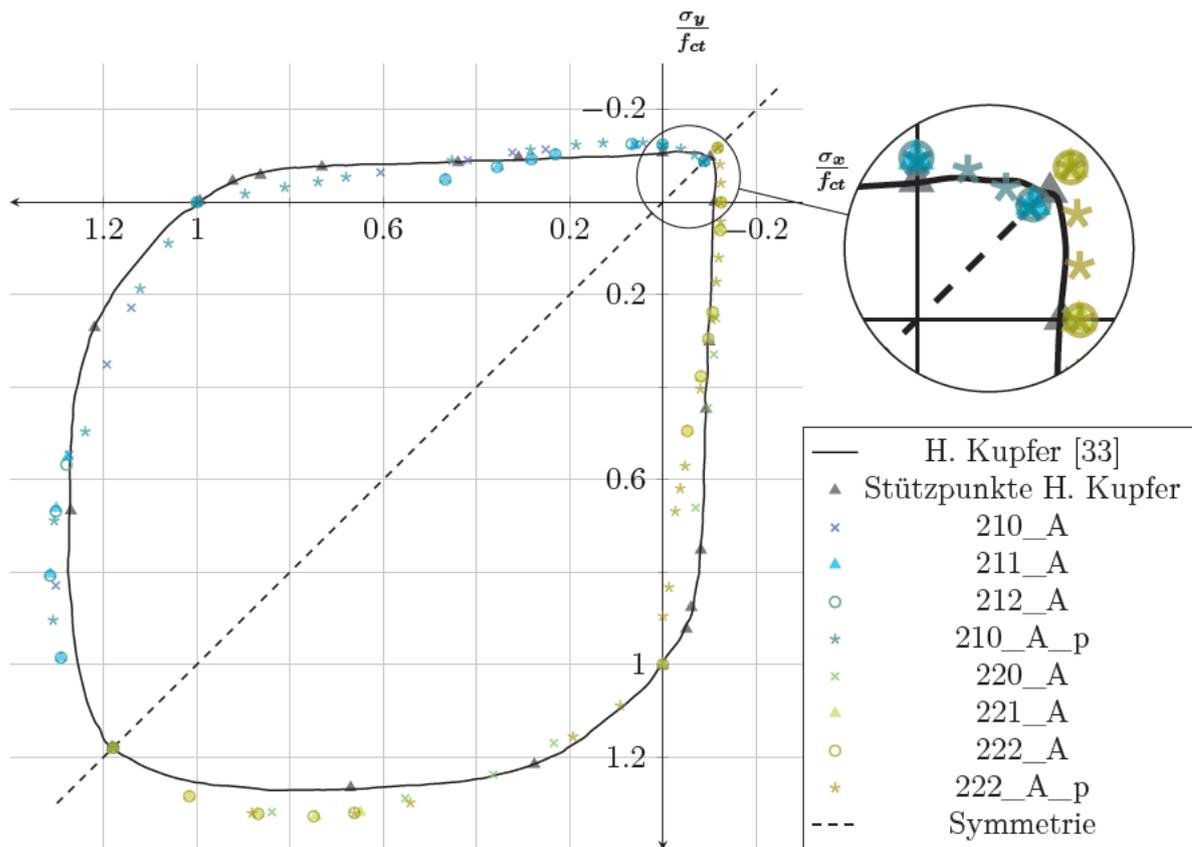


Abbildung 3.26.: Vergleich Simulationsdaten mit Messdaten von H. Kupfer [33]

signifikant. Die Ursache dafür liegt in der identischen linearen Formulierung im Zugbereich bis zum Erreichen der Zugfestigkeit. Im Zug-Druck-Bereich ab einer Druckbelastung von 0,6 sind keine Simulationspunkte vorhanden. Die beiden Grundmodelle nehmen im Zug-Druck-Bereich annähernd linear von der einaxialen Zugfestigkeit bis zur einaxialen Druckfestigkeit ab. Die anderen Varianten fallen schneller ab, sodass ab einer Druckspannung größer als 0,6 der einaxialen Druckspannung die Zugspannung annähernd 0 ist. Im Druck-Druck Bereich verlaufen alle Modelle auf einer ähnlichen Hüllkurve. Im Bereich bis 50% der Einaxialen Druckfestigkeit ist die Überhöhung der zweiten Spannung geringer als bei Kupfer. Bei höheren Druckspannungen ist die Überhöhung leicht über der von Kupfer. Bei der biaxialen Druckfestigkeit stimmt alle Werte überein.

Neben der weggesteuerten Simulation wurden zudem noch einige kraftgesteuerte Simulationen durchgeführt. Diese sind in der Abbildung 3.26 mit der Endung „_p“ gekennzeichnet. Diese Simulationen brechen an der Hüllkurve ab, da keine größeren Spannungen vom Modell aufgenommen werden können. Der Verlauf der Hüllkurve ist sehr ähnlich zu dem Verlauf der weggesteuerten Materialmodelle. Der Vorteil bei dieser Belastung ist, dass der zeitliche Verlauf dieser Simulationen linear vom Ursprung verläuft. Dadurch können auch Messpunkte im Bereich von $0,6 \cdot f_{ct}$ bis f_{ct} simuliert werden. Auch bei diesen Simulationen ist zu erkennen, dass das Drucker-Prager Materialmodell eine Abnahme der maximalen Zugspannung bei einer biaxialen Zugbelastung aufweist. Im Zug-Druck Bereich ist zu

erkennen, dass ab $0,5 \cdot f_{ct}$ bei dem Menetrey-Willam Modell die Zugkomponente viel geringer ist als bei Kupfer. Dieses Verhalten führt zu einem konservativeren Ergebnis. Beim Druck-Prager Modell führen geringe Druckspannungen zu einer höheren Zugfestigkeit. Dieses Verhalten stimmt nicht mit den Experimentergebnissen von Kupfer überein.

Aus diesen Simulationen lässt sich schließen, dass das Menetrey-Willam Modell bei Zug-Zug Belastungen das Verhalten von Beton besser wiedergeben kann. Im Zug-Druck-Bereich ist das Menetrey-Willam Modell konservativer als Drucker-Prager, allerdings wird die Betongfestigkeit bei höheren Druckbelastungen vom Menetrey-Willam stärker abgemindert als bei Drucker-Prager. Im Druck-Druck-Bereich weisen beide Materialmodelle eine leichte Erhöhung gegenüber Kupfer bei der maximalen Druckfestigkeit auf.

3.10.3. Zwischenfazit biaxiale Belastung

Aus den Simulationen der biaxialen Belastung ist zu erkennen, dass beide Materialmodelle das generelle Verhalten von Beton wiedergeben. Beide Modelle führen zu einer Überhöhung bei einer biaxialen Druckbelastung. Der Unterschied der beiden Modelle liegt im Verhalten bei einer biaxialen Zugbelastung. Bei den Drucker-Prager Modelle senkt sich die Zugfestigkeit bei einer biaxialen Zugbelastung ab. Die Menetrey-Willam Modelle besitzen bei jeder Zug-Zug Belastungskombination die einaxiale Zugfestigkeit in jeder Richtung. Unter Zug-Druck Belastung sind die Menetrey-Willam Modelle näher an den Versuchswerten von H.Kupfer.

3.11. Kleinskalierter Versuch

Der nächste Abstraktionsschritt ist die Simulation der in der Abbildung 3.27 dargestellten kleinskalierten Probe aus der Arbeit von Anders [13].

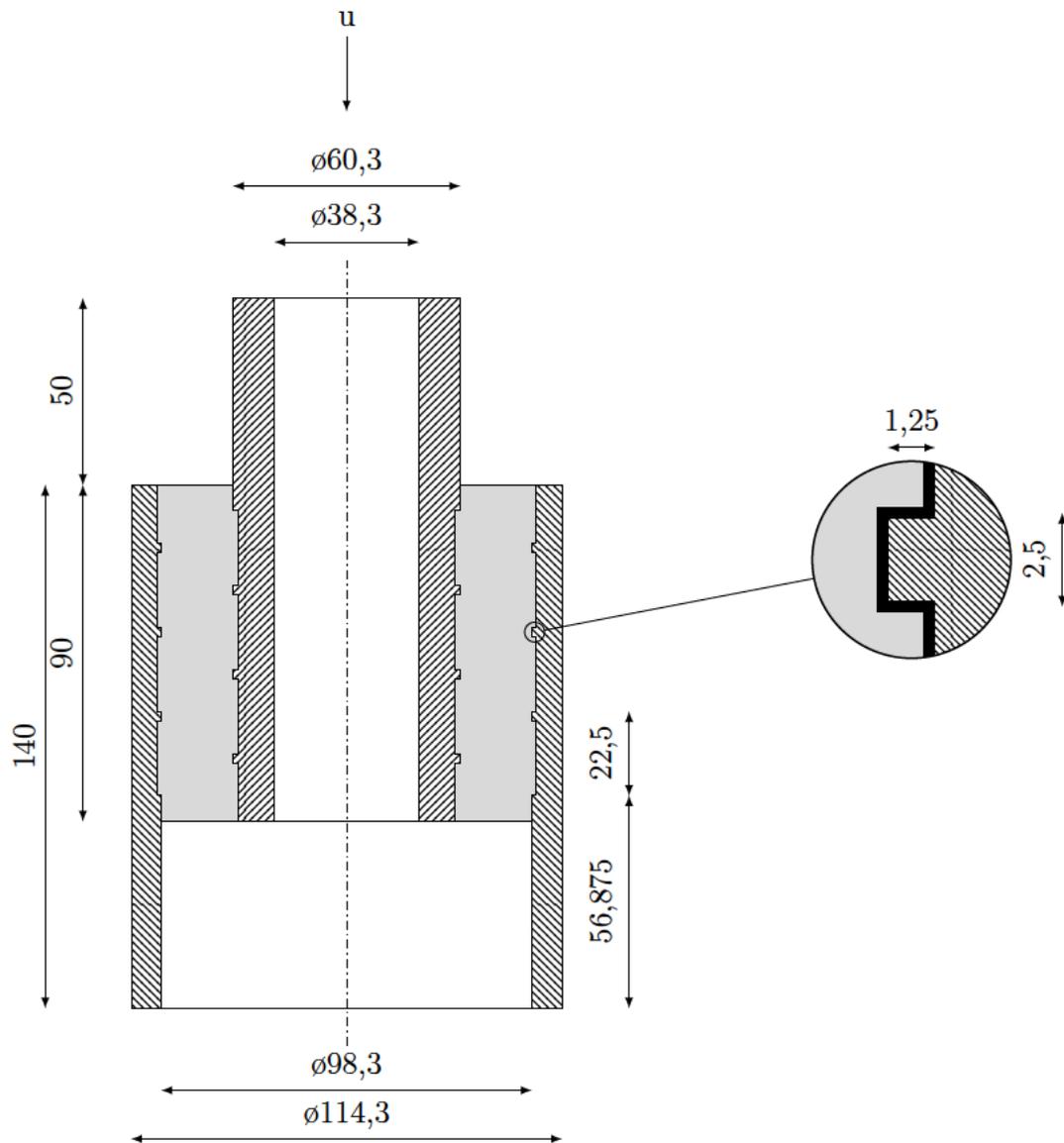


Abbildung 3.27.: Abmessungen kleinskalierte Probe in Anlehnung an Anders [13, S. 86], Maßangaben in mm

Anders untersuchte in seiner Dissertation an der kleinskalierte Probe das grundlegende Tragverhalten einer Grout-Verbindung. Dazu verwendete er vier verschiedene Vergussmörtel.

- C60: Größtkorn 1,2 mm
- C110: Größtkorn 3,0 mm

- C150: Größtkorn 5,0 mm
- C170: Größtkorn 5,0 mm [13, S. 79]

Anders untersuchte neben den Festigkeitsklassen auch den Einfluss von Stahlfasern. Als Referenz für diese Arbeit werden jedoch nur die Ergebnisse des faserfreien Betons genutzt. Auch bei der Schubrippengeometrie wird sich nur auf die Schubrippen mit dem Verhältnis $h/s = 0.056$ bezogen. In der Arbeit von Anders [13] ist der genutzte Probenkörper bemaßt. Allerdings fehlt bei dieser Skizze das Maß des Versatzes der Schubrippen. In dieser Arbeit wurden die Schubrippen so positioniert, dass sie jeweils in der Mitte der gegenüberliegenden Schubrippen liegen. Die Maße von Anders sind in der Abbildung 3.27 dargestellt und um das Maß der ersten Schubrippe ergänzt.

Um zeiteffizient zu simulieren, wird das Modell als 2D-rotationssymmetrisches Modell in Ansys Workbench modelliert und vernetzt. Dabei werden verschiedene Vernetzungen der Schubrippen und unterschiedlich feine Netze verglichen. Eine Vernetzung wird nach der Empfehlungen der DNVGL [14, S.36] vernetzt. Bei der minimalen Vernetzung der Schubrippen sollen 6 Elementkanten die Kontur der Schubrippe abbilden. Dies ist gegeben, wenn eine Schubrippe mit je zwei Elementen in der Höhe und Weite abgebildet wird. Diese Vernetzung ist links in der Abbildung 3.28 dargestellt.

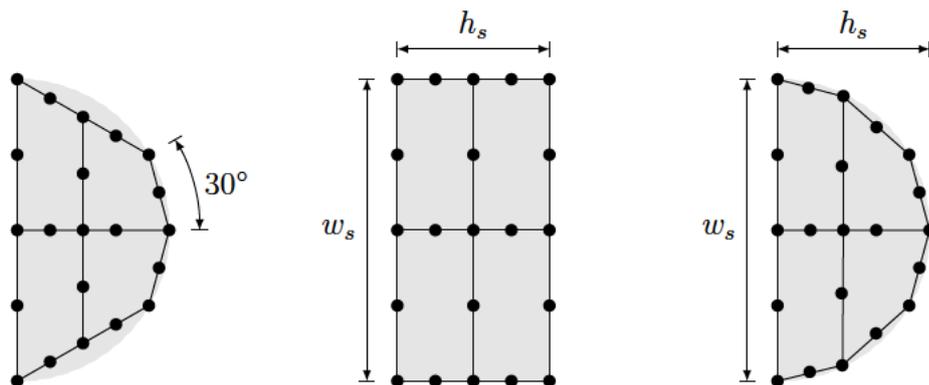


Abbildung 3.28.: Vernetzung Schubrippe nach DNVGL [14], Rechteck und Halbkreis

Die nächste Vernetzung der Schubrippen ist an die Geometrie des kleinskalierten Probenkörpers angepasst. Dabei ist die Form der Schubrippe ein Rechteck, das mit zwei Elementen je Seite vernetzt wird. Diese Vernetzung ist in der Mitte der Abbildung 3.28 gezeigt. Auf der rechten Seite der Abbildung 3.28 ist die dritte Vernetzung der Schubrippen abgebildet. Hierbei wird die Schubrippe als Halbkreis modelliert und vernetzt. Dabei liegen 6 Kanten als Sehne an dem Halbkreis. Pile und Sleeve werden bei der minimalen Vernetzung nach der DNVGL mit einem Element in der Dicke vernetzt. Da diese Vernetzung jedoch zu sehr langgezogenen Elementen führt, werden die beiden Hohlzylinder in dieser Arbeit mit mindestens zwei Elementen in der Dicke vernetzt. Die Last wird als Verschiebung u an dem Pile aufgetragen. Der Sleeve wird gegen eine Verschiebung in Achsrichtung gelagert. Durch die Rotationssymmetrie wird keine weitere Lagerung benötigt.

3.11.1. Netz

Die für den Versuch benutzten Netze sind in diesem Teil abgebildet. Das minimal vernetzte Netz mit der originalen Schubrippengeometrie ist in der Abbildung 3.29 abgebildet. Bei allen Netzen liegt die globale Y-Achse auf der Symmetrieachse des Probenkörpers und die X-Achse liegt in der Richtung der Radialen. Das Netz aus der Abbildung 3.29 ist mit 312 Materialelementen und 1185 Knoten mit quadratischen Elementen vernetzt. Außerdem kommen noch 174 Kontaktelemente bei einem asymmetrischen Kontakt oder 348 Kontaktelemente bei einem symmetrischen Kontakt dazu. Zur Erzeugung des Netzes wurden auf allen Kanten die Anzahl der Elementkanten vorgegeben und anschließend als regelmäßiges Netz vernetzt. Die Enden vom Pile und Sleeve, die nicht mit dem Grout in Kontakt stehen, werden mit sechs Elementen in der Höhe und einem Bias Faktor von 2 so vernetzt, dass die Elemente zum Grout hin kleiner werden. Bei der Vernetzung der ersten Schubrippe wurde der Bias Faktor so angepasst, dass die Elementgröße am Ende gleich der Elementgröße der anderen Schubrippen ist. An der Unterseite des Sleeves ist eine reibfreie Lagerung aufgebracht. Die Verschiebung u wird an der Oberseite des Piles aufgetragen.

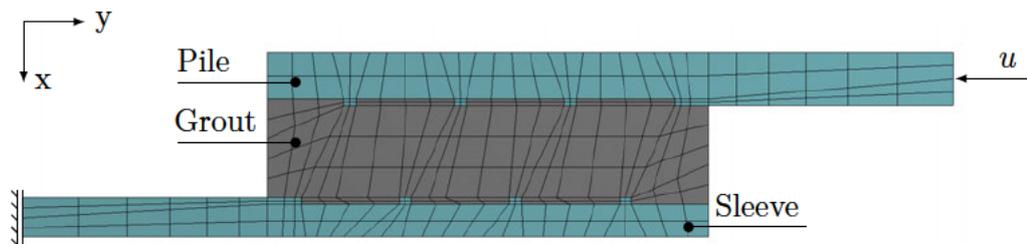


Abbildung 3.29.: Grobes Netz des kleinskalierten Probenkörpers (N100)

Neben der groben Vernetzung wurden auch noch die feine (Abbildung 3.30) und sehr feine Vernetzung (Abbildung 3.31) genutzt. Bei all diesen Netzen wurde die Schubrippe als Rechteck modelliert.

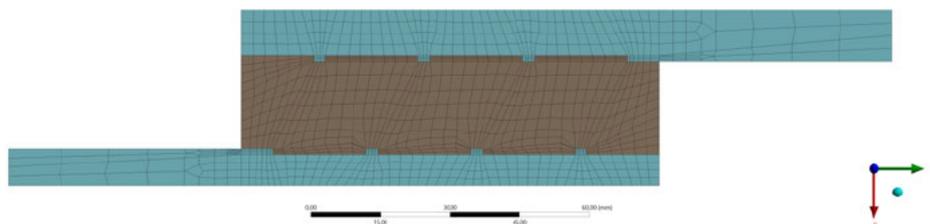


Abbildung 3.30.: Feines Netz des kleinskalierten Probenkörpers (N101)

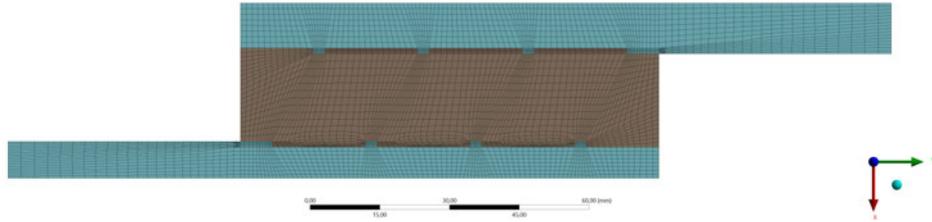


Abbildung 3.31.: Sehr feines Netz des kleinskalierten Probenkörpers (N102)

3.11.2. Vorgehen

Für die Simulation der kleinskalierten Probe werden für die Metallteile die Materialmodelle 100 und 102 verwendet. Das Materialmodell 100 wird dabei für die ersten Simulationen verwendet, um die Parameter des Kontakts zu testen. Bei diesem Test wird zudem für den Beton das Modell 201 verwendet, sodass in dieser ersten Abstraktionsstufe nur der Kontakt nichtlinear ist. Nachdem auf diese Weise die Parameter für den Kontakt bestimmt wurden, wird im zweiten Schritt das Materialmodell von Pile und Sleeve auf 102 geändert, sodass der Stahl sich plastisch Verformen kann.

Die Ergebnisse werden mit den in der Abbildung 3.32 gezeigten Versuchsdaten eines C150 und C110 Betons aus der Arbeit von Anders [13] verglichen. Dabei wird die Prüfkraft F mit der Gleichung (3.1) aus der Verbundspannung f_{bu} und der Kontaktfläche A_p errechnet. Die Kontaktfläche A_p zwischen Pile und Grout wird nach der Gleichung (3.2) bestimmt. Dabei ist d_P der Durchmesser des Piles, h_s die Höhe der Schubrippe und l_G die Höhe des Grouts.

$$F = A_p \cdot f_{bu} \quad (3.1)$$

$$A_p = \pi \cdot (d_P - 2h_s) \cdot l_G \quad (3.2)$$

Die Verformung ist der Versatz zwischen Pile und Sleeveoberkante ohne die elastische Verformung des Piles oberhalb des Grouts. Im Experiment von Anders [13] wurden drei Wegaufnehmer an dem oberen Ende des Sleeves angebracht. Diese haben die Verschiebung des oberen Auflagers gemessen. Die Messwerte wurden anschließend gemittelt und um die elastische Verformung des Piles rechnerisch bereinigt. Die Bereinigung des elastischen Teils wird mit der Gleichung (3.3) auch auf die Daten in der Abbildung 3.32 von Anders wieder hinzugefügt.

$$u_{elas} = F \cdot \frac{l_P - l_G}{E_{St} \cdot A_{P,quer}} = 1,398 \cdot 10^{-7} \text{ mm N}^{-1} \cdot F \quad (3.3)$$

Bei einer Prüfkraft von 500 kN beträgt die mittlere Spannung im Pile 293 MPa. Da diese Spannung geringer als die Streckgrenze ist, kann die Verformung als rein elastisch angenommen werden.

Bei den Versuchen aus dem Forschungsprojekt „GROW“ [34] fehlen zu dem Maß der ersten Schubrippe auch der Abstand zwischen den Schubrippen. Des Weiteren treten bei

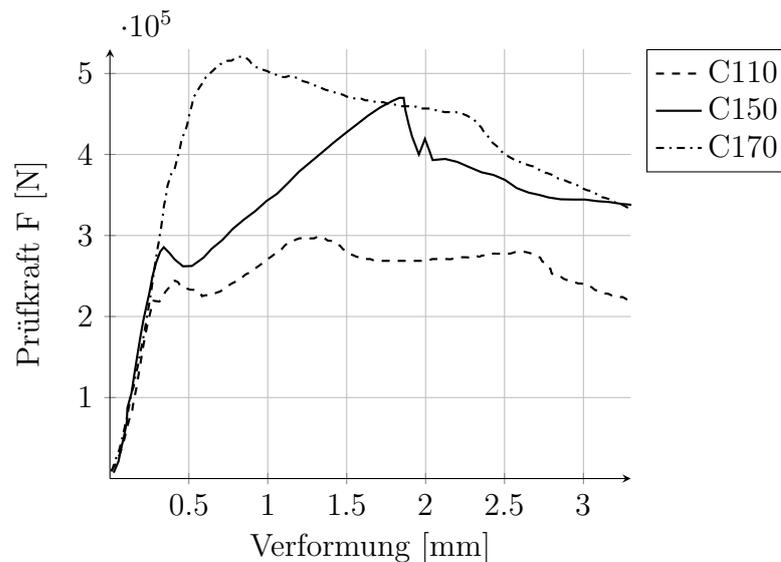


Abbildung 3.32.: Prüfkraft-Verformungs-Linie des Kleinversuchskörpers mit Schubrippen $h/s=0,056$ faserfrei in Anlehnung an Anders [13, S. 100,104]

den Messergebnissen Unstimmigkeit auf. Die für die Versuche genutzte Prüfmaschine kann eine maximale Druckkraft von 500 kN aufbringen. Die Ergebnisse zeigen allerdings Werte bis 578 kN. Aus diesen Gründen wird der kleinskalierte Versuch nur mit den Werten von Anders verglichen.

3.11.3. Kontaktformulierung

Bei der kleinskalierten Probe gibt es zwei Kontaktpaarungen. Beide Kontaktpaarungen sind zwischen Metall und dem Grout. Für die Simulation sind nur die reibungsbehafteten, rauhen oder reibfreien Kontakte sinnvoll. Bei allen Varianten kann kein Zug übertragen werden. Bei dem reibfreien Kontakt werden die Tangentialspannungen vernachlässigt, sodass die Verbindung weicher als mit Reibung ist. Rau hat einen unendlich großen Reibungskoeffizienten, sodass kein Rutschen unter Normalkraft auftritt. Diese Verbindung ist steifer als die reibungsbehaftete Kontaktformulierung. Bei dem reibungsbehafteten Kontakt muss ein Reibungskoeffizient angegeben werden. Dieser Wert wird mit 0,4 nach dem Forschungsprojekt „GROW“ [34, S. 126] angenommen. Alle drei Kontaktvarianten werden mit der Augmented Lagrange Methode berechnet. Zudem wird die Durchdringung auf $3 \cdot 10^{-3}$ mm bei einer aufgebrachtten Verformung von 3 mm begrenzt. Simuliert wird mit den Materialien 100 für Pile und Sleeve und 201 für Grout. Für die Entscheidung, welcher Körper Master oder Slave beim Kontakt ist, wurden nach folgenden Kriterien entschieden. Alle Flächen sind gleich stark gekrümmt und gleich vernetzt und haben auch die gleiche Ansatzordnung in der Elementformulierung. Da Pile und Sleeve aber sowohl den steiferen Werkstoff haben, als auch eine überstehende Fläche besitzen, sind diese Geometrien die Mastergeometrie beim Kontakt. Damit bilden sie die Target-Fläche und das Grout die Kontakt-Fläche.

Für die erste Untersuchung der Kontaktformulierung werden sechs Simulationen ausgewertet. Dabei wird sowohl das Verhalten symmetrisch und asymmetrisch als auch die Kontaktart reibfrei, rau und reibbehaftet variiert. Eine Zusammenfassung der Simulationen mit dem Netz N100 ist in der Tabelle 3.8 dargestellt.

Tabelle 3.8.: Übersicht Simulationsergebnisse Kontakt kleinskalierte Probe

Kontakt	CP-Zeit	Last	u_{diff}	Substeps
reibfrei asym.	11,969 s	$6,358 \cdot 10^3$ kN	1,1249 mm	105
reibfrei sym.	13,531 s	$6,357 \cdot 10^3$ kN	1,1250 mm	105
rau asym.	13,016 s	$6,652 \cdot 10^3$ kN	1,0665 mm	105
rau sym.	19,484 s	$6,637 \cdot 10^3$ kN	1,0738 mm	109
reibend asym.	16,000 s	$6,452 \cdot 10^3$ kN	1,1082 mm	105
reibend sym.	20,625 s	$6,448 \cdot 10^3$ kN	1,1091 mm	105

Die Ergebnisse der Kontaktsimulationen mit dem minimalen Netz bestätigen die angenommene Reihenfolge der Steifigkeit des Verbunds. Zudem lässt sich aus den Ergebnissen schließen, dass die asymmetrische reibfreie Kontaktdefinition am schnellsten rechnet. Für die weiteren Untersuchungen wird der Kontakt sowohl als reibfrei asymmetrisch als auch als reibend asymmetrisch modelliert. Die erste Variante sollte stabilerer und schneller rechnen und die zweite Modellierung sollte die realitätsnäheren Ergebnisse liefern.

3.11.4. Elastoplastisches Modell für Stahl

In der nächsten Abstraktionsstufe wird das Stahlmodell an die Realität angepasst. Dazu wird noch ein Tangentenmodul hinzugefügt. Anders [13] hat in seiner Arbeit ein Zugversuch von dem verwendeten Stahl durchgeführt und eine Streckgrenze von 391 MPa gemessen. Ab dieser Streckgrenze fällt der E-Modul auf 1% des vorherigen E-Moduls ab. Mit diesem Stahl-Materialmodell werden die beiden in Kapitel 3.11.3 ausgewählten Kontaktarten simuliert.

Tabelle 3.9.: Übersicht Simulationsergebnisse Kontakt kleinskalierte Probe

MatID	Kontakt	CP-Zeit	Last	u_{diff}	Substeps
100/201	reibfrei asym.	11,969 s	$6,358 \cdot 10^3$ kN	1,1249 mm	105
102/201	reibfrei asym.	8,812 s	$1,739 \cdot 10^3$ kN	0,5636 mm	105
100/201	reibend asym.	16,000 s	$6,452 \cdot 10^3$ kN	1,1082 mm	105
102/201	reibend asym.	18,016 s	$2,473 \cdot 10^3$ kN	0,8258 mm	105

Die Ergebnisse der beiden Simulationen mit den Ergebnissen der vorherigen Abstraktionsstufe sind in der Tabelle 3.9 dargestellt. Bei dem elastoplastischen Modellen ist eine deutliche Abnahme der Lagerkraft zu erkennen. Zudem ist die Relativverschiebung u_{diff} deutlich kleiner. Die Ursache für diese beiden Phänomene ist, dass die Rohre sich in den

Bereichen außerhalb der Überlappung plastisch verformen. Diese plastische Verformung tritt aber nur auf, da das Grout sich nur elastisch verformt. Vor der plastischen Verformung sind die Kraftverläufe kongruent.

3.11.5. Varianz der Betonmaterialmodelle

Im letzten Schritt wird das Betonmaterialmodell variiert. Zuerst werden die Materialien 210, 220 und 223 simuliert. Die Ergebnisse für den reibfreien Kontakt sind in der Tabelle 3.10 aufgelistet. Bei den Simulationen wurde bei einer nicht konvergenten Lösung die aufgebrachte Verformung u auf -1 mm reduziert um die Schrittweite zu reduzieren. Zudem wird die maximale Anzahl an Substeps auf $1 \cdot 10^6$ geändert.

Tabelle 3.10.: Übersicht Simulationsergebnisse reibfreier Kontakt kleinskalierte Probe

MatID	NetzID	Last	u_{diff}	Schritte	konvergent	u_{max}
102/201	N100	1738,5kN	0,5636mm	105	✓	-3,0mm
102/210	N100	741,1kN	0,5209mm	95	✗	-0,87mm
102/210	N101	739,5kN	2,363mm	132	✓	-3,0mm
102/210	N102	739,2kN	2,391mm	140	✓	-3,0mm
102/220	N100	413,5kN	0,2352mm	471	✗	-0,36mm
102/220	N101	376,9kN	0,2050mm	421	✗	-0,32mm
102/223	N100	247,2kN	0,1400mm	287	✗	-0,18mm
102/223	N101	172,7kN	0,050 20mm	138	✗	-0,10mm
C110	Experiment	297,3kN	1,246mm			-3,6mm
C150	Experiment	469,9kN	1,834mm			-6,5mm

In der Tabelle 3.10 sind die Simulationsergebnisse der reibfreien Kontaktmodellierung aufgelistet. Die dazugehörigen Verläufe sind in der Abbildung 3.33 dargestellt. Bei allen Simulationen ist zu erkennen, dass die Verbindung weicher als beim linearen Betonmodell ist. Allerdings bildet auch diese Abstraktionsstufe nicht die Ergebnisse aus dem Experiment von Anders [13] ab. Die simulierte Verbindung verhält sich viel steifer als das Experiment. Zudem ist bei den konvergenten Lösungen die aufgenommene Last weit über den experimentellen Daten von Anders. Die plastische Dehnung des letzten konvergenten Lastschritts ist im Anhang C.4.2 abgedruckt. Bei den Simulation mit dem Drucker-Prager Grundmaterialmodell (210) ist zu erkennen, dass die größte plastische Vergleichsdehnung unterhalb der Schubrippen des Piles liegen. Bei dem Menetrey-Willam Grundmaterialmodell (220) verläuft die plastische Dehnung von den Schubrippen entlang der Druckstreben. Je nach Netz ist die Steigung der plastischen Zone unterschiedlich. Die plastische Dehnung an der untersten Druckstrebe ist am größten und zuerst geschlossen.

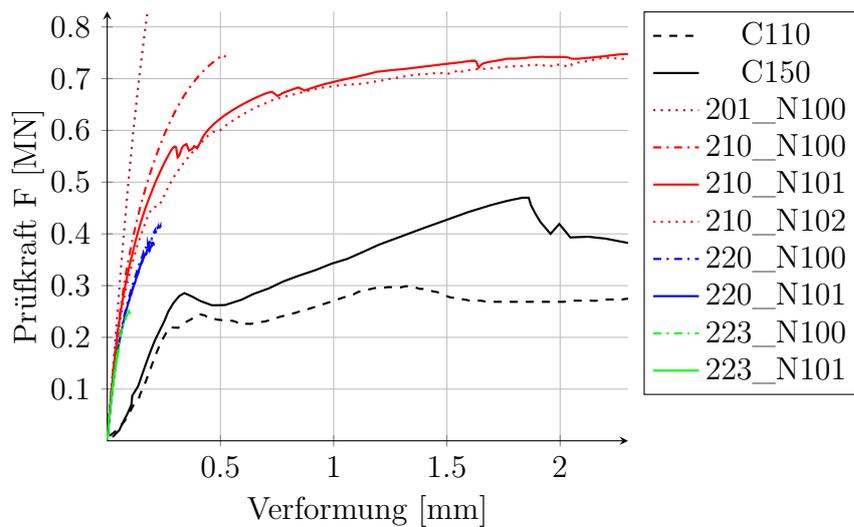


Abbildung 3.33.: Prüfkraft-Verformungs-Linie Simulation mit reibfreier Kontaktformulierung in Anlehnung an Anders [13, S. 100]

Die Ergebnisse für den reibenden Kontakt sind in der Tabelle 3.11 aufgelistet und in der Abbildung 3.34 dargestellt. Aus der Simulation mit dem elastischen Betonmodellen ist zu erkennen, dass das Modell mit dem reibenden Kontakt eine leicht höhere Last bei geringerer relativen Verschiebung von Pile und Sleeve aufnehmen kann.

Tabelle 3.11.: Übersicht Simulationsergebnisse reibender Kontakt kleinskalierte Probe

MatID	NetzID	Last	u_{diff}	Schritte	konvergent	u_{max}
102/201	N100	1770,4kN	0,5220mm	105	✓	-3,00mm
102/210	N100	771,3kN	0,3940mm	111	✗	-0,75mm
102/210	N101	480,2kN	0,2010mm	69	✗	-0,35mm
102/210	N101_L	992,6kN	1,0800mm	133	✓	-2mm
102/220	N100	376,4kN	0,1230mm	65	✗	-0,24mm
102/220	N101	264 kN	0,0427mm	128	✗	-0,16mm

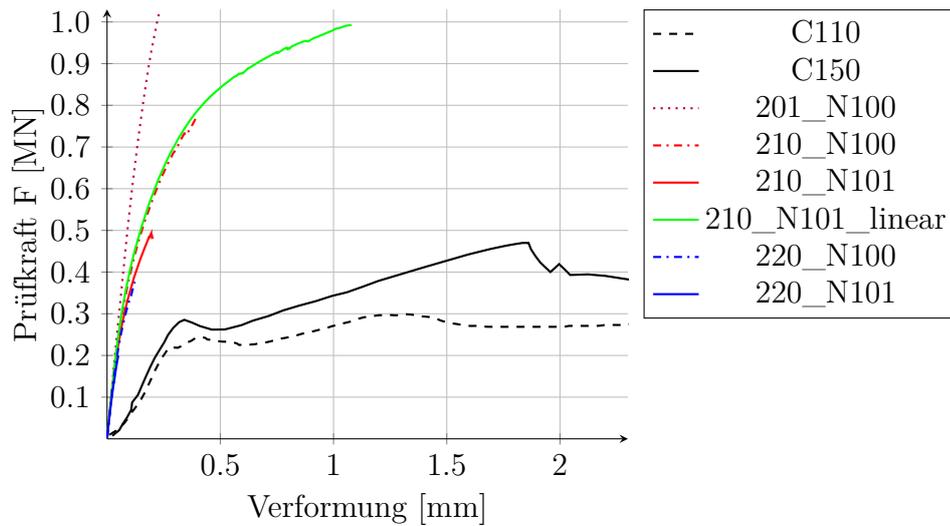


Abbildung 3.34.: Prüfkraft-Verformungs-Linie Simulation mit reibender Kontaktformulierung in Anlehnung an Anders [13, S. 100]

Die Menetrey-Willam Simulationen mit dem Grundmodell brechen bereits nach einer aufgebrauchten Verformung von 0,24 mm (N100) bzw. 0,16 mm (N101) vor den Simulationen mit reibfreien Kontakt ab. Mit dem reibenden Kontakt konnte keine konvergente Lösung mit quadratischen Elementen erzeugt werden.

Mit linearen Elementen konnte eine Verformung von 2 mm konvergent simuliert werden. Da bei dem Grundmodell von Drucker-Prager keine Entfestigung eingegeben ist, ist der Verlauf plausibel. Allerdings ist auch bei dieser Simulation die aufgenommene Kraft viel höher als in den Versuchen von Anders. Eine Ursache für diese Differenz könnte aufgrund des geringen Abmessungen des Versuchskörper liegen. Bei diesem Maßstab könnten die Betonzuschläge zu einem inhomogenen Verhalten des Betons führen.

Auffällig ist allerdings, dass die erste Hauptspannung nicht auf die eingestellten 7 MPa limitiert werden. In der Abbildung 3.35 ist zu erkennen, dass die elementbezogene gemittelte erste Hauptspannung auf 43,276 MPa limitiert wurde. Eine Ursache für dieses Verhalten konnte nicht gefunden werden.

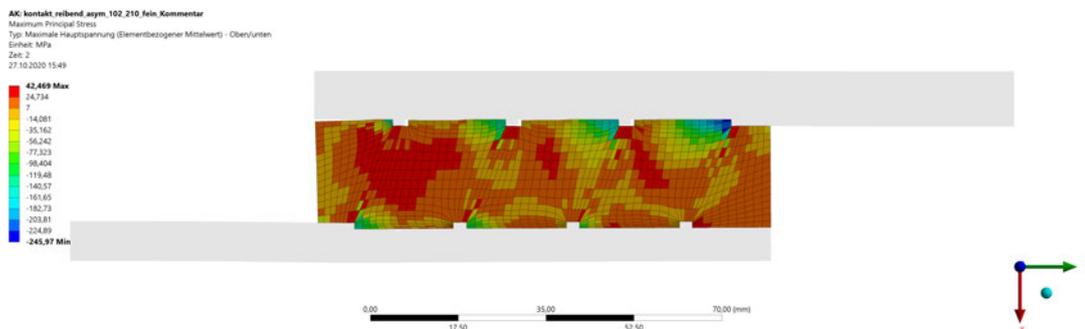


Abbildung 3.35.: 102_/210_1 N101 erste Hauptspannung im Beton

3.11.6. Zwischenfazit kleinskalierter Versuch

Abschließend kann aus den Simulationen des kleinskalierten Versuchs geschlossen werden, dass der qualitative Verlauf der experimentellen Werte von Anders teilweise wiedergegeben werden kann. Bei den Simulationen mit den verschiedenen Materialmodellen zeigte sich, dass das Drucker-Prager Modell besser konvergierte als das Menetrey-Willam Modell. Allerdings begrenzen beide Modelle die maximale Zugspannung nicht auf die eingestellten 7 MPa. Das Menetrey-Willam Modell begrenzt die erste Hauptspannung näher an der eingestellten einaxialen Zugfestigkeit. Allerdings konnte Dabei keine konvergente Rechnung erzeugt werden. Die Ursache für dieses Verhalten konnte nicht geklärt werden.

Durch diesen höheren Wert in der Zugspannung kann die höhere aufgenommene Kraft des Versuchskörpers erklärt werden.

Der Unterschied zwischen der Simulation und den experimentellen Daten könnte auch an dem Einfluss der Korngröße liegen. Bei einem Größtkorndurchmesser von 3 bis 5 mm und einer Betonbreite von 19 mm kann das Verschmieren der Betoneigenschaften sich positiv auf die Tragfähigkeit auswirken.

Diese Differenz der Simulationsergebnisse und Messergebnisse konnte auch in der Simulation des Forschungsprojekts „GROW“ [34] nicht erklärt werden, sodass dort auch nur der qualitative Verlauf wiedergegeben werden konnte.

4. Fazit

Die Simulationen zeigen, dass die untersuchten Materialmodelle das Verhalten von Beton teilweise abbilden können. Bei einaxialen Belastungen liefern alle Materialmodelle eine Konvergente Lösung bis zu den eingegebenen Parameter. Bei den Grundmodellen von Drucker-Prager (210) und Menetrey-Willam (220) findet keine Entfestigung vor dem Erreichen der Festigkeiten statt, sodass diese Modelle bei hohen Auslastungen vom realen Verlauf abweichen. Diese Diskrepanz kann durch das Nutzen des E-Moduls E_{cl} kompensiert werden. Diese Anpassung führt im Gegenzug aber zu größeren Dehnungen bei geringen Auslastungen im Druck- und Zugbereich. Besser ist das Hinzufügen einer linearen oder exponentiellen Entfestigungsfunktion. Mit diesen Funktionen lässt sich sowohl der Bereich vor Erreichen der einaxialen Festigkeiten als auch der Bereich nach Erreichen der Festigkeiten abbilden. Die Anpassung und Auswahl dieser Werte sollten jedoch mit experimentellen Daten verifiziert werden.

Auch der biaxiale Versuch hat gezeigt, dass die Materialmodelle die Eigenschaften von Beton gut nachbilden können. Dabei sei aber nochmal darauf hingewiesen, dass die Drucker-Prager-Materialmodelle bei biaxialer Zugbelastung die Festigkeit entgegen der Realität abmindern und bei geringer Druckbelastung die Zugfestigkeit überhöhen. Die Menetrey-Willam-Materialmodelle bilden diese beiden Bereiche näher an der Realität ab. Bei hohen Druckspannungen und geringen Zugspannungen versagen die beide Materialmodelle vor dem Messdaten von Kupfer [33]. Im Druck-Druckbereich kommt es bei hohen Drücken zu einer leichten Überhöhung im Vergleich zu Kupfer. Der biaxiale Versuch betrachtet allerdings nur die maximalen Spannungen und nicht die dazu gehörigen Dehnungen.

Bei der Simulation des Spaltzugversuchs wurde bei der Vereinfachung mit einer verteilten Last („remote Point“) eine Abweichung in der Verschiebung gegenüber den Simulationen von Malárics [31] festgestellt.

Bei der Recherche zum Spaltzugversuch wurden keine zeitlichen Verläufe eines Spaltzugversuchs gefunden, sodass über die Dehnungen keine Bewertung erfolgen konnte. Die vom Betonzylinder aufgenommene Kraft ist bei dem Menetrey-Willam Material mit der exponentiellen Entfestigung im Vergleich zu den Simulationen und Versuchen von Malárics annähernd identisch. Auch die Simulation mit einem verbundenen Kontakt liefert ähnliche Ergebnisse. Bei den reibfreien und reibenden Simulationen verläuft der Kraft-Verformungsverlauf ohne den Faktor ähnlich zu der Simulation von Malárics. Diese Simulationen brechen vorzeitig ab, da im Bereich der Krafteinleitung sehr hohe plastische Verformungen und Spannungen auftreten. Bei der reibfreien Simulation mit dem Menetrey-Willam Materialmodell ohne Entfestigungsfunktion versagt das Modell nicht bei der Krafteinleitung, sodass auch der weitere Verlauf simuliert wird. Dabei ist die maximale Kraft 15 % geringer als bei Malárics.

Bei den Simulationen hat sich gezeigt, dass beim Einsetzen der Entfestigungsfunktionen

eine sehr kleine Schrittweite benötigt wurde, um konvergente Lösungen zu berechnen. Bei der Elementgröße kann ein zu kleines Element zu einem vorzeitigen Abbruch der Simulation führen. Auch die Elementgröße sollte mithilfe einer Konvergenzstudie bestimmt werden. So zeigte sich bei dem Spaltzugversuch, dass ein zu kleines Element zu einem vorzeitigen Abbrechen der Simulation führt. Größere Elemente brauchen bei der Entfestigung größere Dehnungen, bis der eingestellte Grenzwert erreicht ist. Aus diesem Grund sind die gröberen Netze numerisch stabiler als die feinen Netze. Für die Simulation sollten, wie von der DNV GL AS [14] empfohlen, Elemente zweiter Ordnung verwendet werden.

In den Simulationen des kleinskalierten Versuchs hat sich gezeigt, dass das Drucker-Prager Materialmodell besser konvergiert als das Menetrey-Willam Materialmodell.

Um ein Modell zu simulieren sollte erst ein lineares elastisches Modell gewählt werden. Das Drucker-Prager Materialmodell ist das einfachste Modell, das zu der Modellierung von Beton genutzt werden kann. Dabei müssen neben den elastische Eigenschaften, dem E-Modul und der Querkontraktionszahl noch die drei betonspezifische Werte der einaxialen Druck- und Zugfestigkeit und der biaxialen Druckfestigkeit eingegeben werden. Aus diesen Parametern wird dann eine Fließhülle mit den Gleichungen (2.37) und (2.43) berechnet. Solange der Wert dieser Fließfläche negativ ist, ist der Beton im elastischen Bereich.

Bei dem Menetrey-Willam Materialmodell kommt zu den Drucker-Prager Parametern noch der Dilatanzwinkel hinzu. Die Veranschaulichung des Dilatanzwinkels ist in der Abbildung 2.23 dargestellt. Je kleiner der Dilatanzwinkel ist, desto kleiner ist auch die Normalkraft der Reibung zwischen dem Beton und dem Stahl der Grout-Verbindung. Ein sehr kleiner Winkel ist damit die konservativste Annahme. Ansys gibt dafür in der Gleichung (2.46) eine untere Grenzwert aus den Betonparametern an.

Mit dieser ideal-plastischen Modellierung sollten die Betonparameter mit einem Sicherheitsfaktor belegt werden, damit die die plastische Verformung vor der maximalen Festigkeit abgedeckt wird.

Durch das Hinzufügen einer Entfestigungsfunktion kann das Verhalten von Beton besser abgebildet werden, jedoch erschwert die Entfestigungsfunktion die Konvergenz. Wenn die Entfestigung nach der maximalen Zug- und Druckfestigung nicht benötigt wird sollte nur mit dem Grundmodell gerechnet werden.

Bei der Nutzung dieser beiden Materialmodelle haben die Wahl der Schrittweite, der Elementgröße und des Elementansatzfunktion einen Einfluss auf die Konvergenz. Zudem erschwert die Kontaktformulierung die Konvergenz.

Ein gröberes Netz erhöht die Lastaufnahme des simulierten kleinskalierten Versuchs.

Aus alle Simulationen lässt sich schließen, dass man bei diesem nichtlinearen Materialmodellen nicht allgemein geltende Aussagen bezüglich der Schrittweite und Elementgröße nennen kann. Und für jedes Problem muss durch eine Veränderung der Parameter der konservativste Ansatz gewählt werden. Aber auch mit diesem Vorgehen konnten die Real gemessenen Werte von Anders [13] für den kleinskalierten Versuch nicht wiedergegeben werden, da die Begrenzung der Zugfestigkeit nicht bei dem eingestellten Wert gegriffen hat.

5. Ausblick

Bei der Untersuchung des Spaltzugversuchs könnte eine Anpassung der Zwischenstreifen-geometrie von dem Linien-Anfangskontakt zu einem Flächen-Anfangskontakt die Simulationsergebnisse die Ergebnisse von Malárics besser wiedergeben und auch die Konvergenz der Simulation erhöhen.

Neben den in dieser Arbeit untersuchten Modellen gibt es noch weitere Materialmodelle, die für die Betonformulierung in Ansys benutzt werden können. Einerseits kann das Drucker-Prager Materialmodell mit einem Rankine Fließfläche im Zugbereich ergänzt werden, sodass bei dem Drucker-Prager Materialmodell die Zugspannung auf einen Wert begrenzt werden kann. Dies hat in einer ersten Simulation des kleinskalierten Versuchs funktioniert.

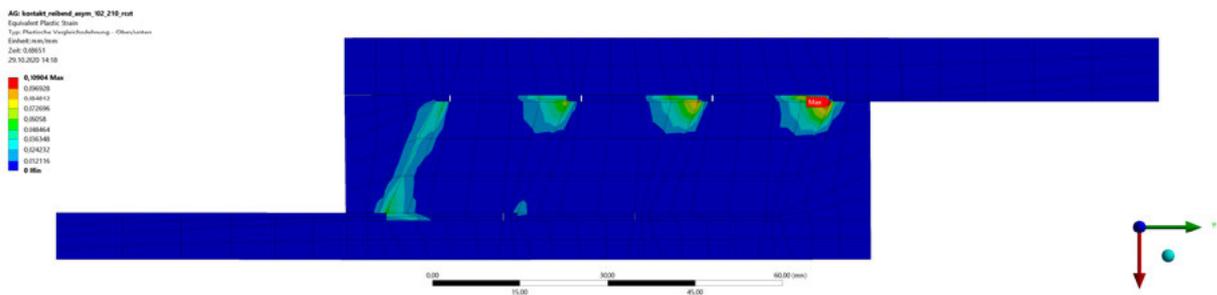


Abbildung 5.1.: Plastische Vergleichsdehnung N100 210 mit Rankine

In der Abbildung 5.1 ist plastische Vergleichsdehnung zu erkennen. Dabei ist zu erkennen, dass die Druckstrebe ganz links in der Abbildung sich plastisch verformt. Diese Verformung deutet auf den Bruch der Druckstrebe hin. Bei den oberen Schubrippen ist die plastische Verformung aufgrund der Druckspannung zu erkennen.

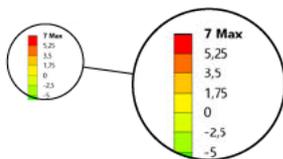


Abbildung 5.2.: Mittelwert der 1. Hauptspannung je Element N100 201 mit Rankine

In der Abbildung 5.2 ist deutlich die funktionierende Begrenzung der Zugspannung erkennbar. Auch mit diesem Modell bricht die Simulation nicht konvergent bei einer Kraft von 675,81 kN ab. Diese Ergebnisse liegen schon näher an den Versuchswerten von Anders [13].

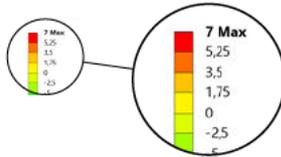


Abbildung 5.3.: Mittelwert der 1. Hauptspannung je Element 201 mit Rankine feines Netz

Auch ein feineres Netz wie in der Abbildung 5.3 begrenzt die erste Hauptspannung und die Bereiche der hohen Druckspannungen werden feiner abgebildet.

Für weitere Simulationen empfiehlt es sich die Fließbedingung als benutzerdefiniertes Ergebnis darzustellen. Als Beispiel ist in der Abbildung 5.4 die Druckfließgrenze des feinen Netzes dargestellt.

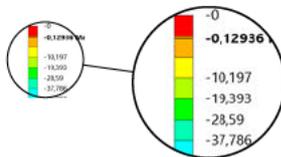


Abbildung 5.4.: Mittelwert der 1. Hauptspannung je Element 201 mit Rankine feines Netz

In der Abbildung 5.4 ist zu sehen, wie weit jedes Element von der Fließgrenze entfernt ist. Ab dem Wert 0 fängt das Material an zu fließen. Durch das ideal plastische Fließen wird der Wert 0 nicht überschritten

Der Einfluss der beiden Materialtangente wurde aus zeitlichen Gründen nicht mehr untersucht. Ob diese Einstellung die Konvergenz verbessert oder mindert müsste mit weiteren Simulationen untersucht werden.

Eine weitere Modellierung wurde im Ansys Technologie Demonstration (eng. Technology Showcase) dargestellt. Dabei wird die Struktur mit einem verbundenen „Coupled pore-pressure-thermal mechanical solid element“ vernetzt. Das Material wird mit einem „coupled damage-plasticity microplane model“ modelliert. Die Formulierung des Modells

erfolgt neben dem E-Modul, der Querkontraktionszahl, der einaxialen Zug-, Druckfestigkeit und der biaxialen Druckfestigkeit noch mit zehn weiteren Parametern. Ob diese Materialmodellierung die Konvergenzprobleme lösen kann, muss auch in weiteren Simulationen untersucht werden.

Literaturverzeichnis

- [1] FRAUNHOFER ISE: *Öffentliche Nettostromerzeugung in Deutschland 2019: Mehr erneuerbare als fossile Energieerzeugung.* https://www.ise.fraunhofer.de/content/dam/ise/de/documents/news/2019/0120_d_ISE_Aktuelles_Stromerzeugung_2019.pdf. Abgerufen am 27.10.2020
- [2] TRITTMACK, Gero: Protest gegen die Windmühlen. In: *Independent* <https://www.independent.co.uk/incoming/fresh-blow-for-wind-farms-as-possible-flaw-is-scrutinised-5533979.html>. Abgerufen am 27.10.2020
- [3] DEUTSCHE OFFSHORE-TESTFELD UND INFRASTRUKTUR GMBH & CO. KG: *Ein Offshore-Windpark entsteht.* https://www.alpha-ventus.de/fileadmin/Dateien/publikationen/av_Broschuere_deutsch_web_bmu.pdf. Abgerufen am 27.10.2020
- [4] BUNDESMINISTERIUM FÜR WIRTSCHAFT UND TECHNOLOGIE: *Energiekonzept für eine umweltschonende, zuverlässige und bezahlbare Energieversorgung.* https://www.bmwi.de/Redaktion/DE/Downloads/E/energiekonzept-2010.pdf?__blob=publicationFile&v=5. Abgerufen am 27.10.2020
- [5] KLIMAKABINETT: *Eckpunkte für das Klimaschutzprogramm 2030.* <https://www.bundesregierung.de/resource/blob/997532/1673502/768b67ba939c098c994b71c0b7d6e636/2019-09-20-klimaschutzprogramm-data.pdf>. Abgerufen am 27.10.2020
- [6] DEUTSCHE WINDGUARD GMBH: *Status des Offshore-Windenergieausbaus in Deutschland Jahr 2019.* https://www.wind-energie.de/fileadmin/redaktion/dokumente/pressemitteilungen/2020/Status_des_Offshore-Windenergieausbaus_Jahr_2019.pdf. Abgerufen am 27.10.2020
- [7] MHI VESTAS OFFSHORE WIND APS: *V164-8.0 MW breaks world record for wind energy production.* <https://www.mhivestasoffshore.com/wp-content/uploads/2015/03/21-10-2014-Press-release.pdf>. Abgerufen am 27.10.2020
- [8] STIFTUNG OFFSHORE-WINDENERGIE: *Fundamentarten von OWEA.* <https://www.offshore-stiftung.de/sites/offshorelink.de/files/mediaimages/Fundamentarten%20von%20offshore-Windenergieanlagen.jpg>. Abgerufen am 27.10.2020

-
- [9] BLADT INDUSTRIES A/S: *Offshore Wind - Grout Seal test over shear keys*. <https://www.youtube.com/watch?v=Ju8TkbATWWM>. Abgerufen am 27.10.2020
- [10] STIFTUNG OFFSHORE-WINDENERGIE: *Fundamentarten von OWEA*. https://www.offshore-stiftung.de/sites/offshorelink.de/files/mediaimages/022_alpha_ventus_28_%2B.jpg. Abgerufen am 04.02.2020
- [11] ARNOTT, Sarah: Fresh blow for wind farms as possible flaw is scrutinised. In: *Schleswiger Nachrichten* <https://www.shz.de/lokales/schleswiger-nachrichten/protest-gegen-die-windmuehlen-id21655497.html>. Abgerufen am 27.10.2020
- [12] LAMPORT, William: *Ultimate strength of grouted pile-to-sleeve connections*. <http://search.proquest.com/docview/303580582/>. Version: 1988
- [13] ANDERS, Steffen: *Betontechnologische Einflüsse auf das Tragverhalten von grouted joints* -. Paderborn : IFB, 2007. ISBN 978 3 936 63405 1
- [14] DNV GL: *Analysis of grouted connections using the finite element method*. <https://rules.dnvgl.com/docs/pdf/DNVGL/RP/2016-09/DNVGL-RP-0419.pdf>. Abgerufen am 27.10.2020
- [15] HORDYK, M.: The Static and Fatigue Strength of Grouted Pile-sleeve Connections. In: *Fatigue in Offshore Structures* Volume 2 (1996), S. 635 657
- [16] *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile; EN 1993-1-5:2006 + AC:2009 + A1:2017 + A2:2019*
- [17] DENSIT: *TECHNICAL DATA SHEET DUCORIT®*, http://www.sintemar.com/sites/default/files/tds_en_ducoit_r5g.pdf. Abgerufen am 27.10.2020
- [18] ZILCH, Konrad ; ZEHETMAIER, Gerhard: *Bemessung im konstruktiven Betonbau - Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2)*. Wiesbaden : Springer Berlin Heidelberg, 2010. ISBN 978 3 540 70637 3
- [19] ETON, Comit E Euro-international Du B.: *CEB-FIP Model Code 1990 - Design Code*. T. Telford, 1993. ISBN 978 0 727 73543 0
- [20] *Fib model code for concrete structures 2010*. Lausanne : Ernst und Sohn, 2013. ISBN 9783433604083
- [21] MÜLLER, V.Malárics & H.: Evaluation of the splitting tension test for concrete from a fracture mechanical point of view. (2010)
- [22] *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion; DIN 1045-1:2008-08*
- [23] *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010*

-
- [24] BÉTON, fib Fédération internationale d.: *Constitutive Modelling of High Strength/high Performance Concrete*. 2008. ISBN 9782883940826
- [25] *DIN EN 10025-2:2019, Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen_ - Teil_2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle; Deutsche Fassung EN_10025-2:2019*
- [26] *Ansys Mechanical APDL 2019R2 Material Reference*
- [27] DMITRIEV, A. et al.: Calibration and Validation of the Menetrey-Willam Constitutive Model for Concrete. In: *Construction of Unique Buildings and Structures Volume 88* (2020), Nr. 8804. [https://unistroy.spbstu.ru/userfiles/files/2020/3\(88\)/8804\(1\).pdf](https://unistroy.spbstu.ru/userfiles/files/2020/3(88)/8804(1).pdf)
- [28] *Nationaler Anhang National festgelegte Parameter Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*
- [29] *DIN EN 12390-1:2019-10, Prüfung von Festbeton_ - Teil_1: Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen; Deutsche und Englische Fassung prEN_12390-1:2019*
- [30] *DIN EN 12390-3:2019-10, Prüfung von Festbeton_ - Teil_3: Druckfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN_12390-3:2019*
- [31] MALÁRICS, Viktória: *Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch an zylindrischen Betonproben* -. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2011. ISBN 978 3 866 44735 6
- [32] LOCHTE-HOLTGREVEN, Stephan: *Zum Trag- und Ermüdungsverhalten biegebeanspruchter Grouted Joints in Offshore-Windenergieanlagen*. Aachen : Shaker, 2013. ISBN 978 3 844 01987 2
- [33] KUPFER, Helmut ; HILSDORF, Hubert K. ; RUSCH, Hubert: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. In: *ACI Journal Proceedings* Bd. 66 ACI, 1969, S. 656 666
- [34] SCHAUMANN, Peter ; LOCHTE-HOLTGREVEN, Stephan: Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Tragverhalten von Grout-Strukturen für Offshore-Windenergieanlagen : Schlussbericht ; Projektlaufzeit: 01.10.2006 bis 30.09.2010. (2011). <http://dx.doi.org/10.2314/GBV:668304839>. DOI 10.2314/GBV:668304839

Anhang

A. APDL-Code

A.1. Materialdefinition Stahl 100/101

Listing A.1: Materialdefinition Stahl

```
! _____Stahl_linear_elastisch___Start_____
/Prep7
! Parameter
E_St      = 210000      ! [N/mm^2]
nu_St     = 0.3        ! [ ]
MatID_St1 = 100        ! [ ]
! Definition
MP,EX,MatID_St1,E_St,
MP,NUXY,MatID_St1,nu_St,
! _____Stahl_linear_elastisch___Ende_____

! _____Stahl_bilinear_plastisch___Start_____
/Prep7
! Parameter
E_St      = 210000      ! [N/mm^2]
E_TSt     = 2100        ! [N/mm^2]
sig_Re_mod = 391        ! [N/mm^2] <-Versuch Anders
nu_St     = 0.3        ! [ ]
MatID_St2 = 101        ! [ ]
! Definition
MP,EX,MatID_St2,E_St,
MP,NUXY,MatID_St2,nu_St,
TB,BISO,MatID_St2,,,,
TBDATA,1,sig_Re_mod,E_TSt
ERESX,DEFA
! __end___Stahl_bilinear_plastisch___Ende_____
```

A.2. Materialdefinition Beton 200/201

Listing A.2: Materialdefinition Beton

```
! ----- Beton_200 ----- Start -----  
/Prep7  
! Parameter  
E_C_stat   =      55000           ![N/mm^2]  
E_C_dyn    =      60000           ![N/mm^2]  
nu_c       =          0.19        ![ ]  
MatID_C    =          200         ![ ]  
! Definition  
MP,EX,MatID_C,E_C_dyn,  
MP,NUXY,MatID_C,nu_c,  
! ----- Beton_200 ----- Ende -----  
  
! ----- Beton_201 ----- Start -----  
/Prep7  
! Parameter  
E_C_stat   =      55000           ![N/mm^2]  
E_C_dyn    =      60000           ![N/mm^2]  
nu_c       =          0.19        ![ ]  
MatID_C    =          201         ![ ]  
! Definition  
MP,EX,MatID_C,E_C_stat,  
MP,NUXY,MatID_C,nu_c,  
! ----- Beton_201 ----- Ende -----
```

A.3. Materialdefinition Beton Drucker-Prager 210

Listing A.3: Materialdefinition Drucker-Prager

```
! _____Drucker-Prager_____Start_____
/Prep7
! Parameter
E_C_stat   =      55000           ![N/mm^2]
nu_c       =          0.19        ![ ]
MatID_DPO  =          210         ![ ]
R_c        =          130         ![N/mm^2]
R_t        =           7          ![N/mm^2]
R_b        =          149         ![N/mm^2]
! Definition
MP,EX,MatID_DPO,E_c_stat,
MP,NUXY,MatID_DPO,nu_c,
TB,CONCRETE,MatID_DPO,,,DP
TBDATA,1,R_c,R_t,R_b
! _____Drucker-Prager_____Ende_____
```


A.9. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam 220

Listing A.7: Materialdefinition Menetrey-Willam

```
!-----Menetrey-Willam-----Start-----
/Prep7
! Parameter
E_C_stat   =      55000           ![N/mm^2]
nu_c       =         0.19         ![ ]
MatID_MW   =         220         ![ ]
R_c        =         130         ![N/mm^2]
R_t        =          7          ![N/mm^2]
R_b        =         149         ![N/mm^2]
arcdila    =          20         ![deg]
! Definition
MP,NUXY,MatID_DPO,nu_c,
TB,CONCRETE,MatID_MW,,,MW
TB,DATA,1,R_c,R_t,R_b
TB,CONCRETE,MatID_MW,,,DILA
TB,DATA,1,arcdila
!-----Menetrey-Willam-----Ende-----
```

A.10. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam mit HSD6 221

Listing A.8: Materialdefinition Menetrey-Willam

```

!-----Menetrey-Willam-----Start-----
/Prep7
! Parameter
E_C_stat    =      55000      ![N/mm^2]
nu_c        =         0.19    ![ ]
MatID_MW    =         221     ![ ]
R_c         =         130     ![N/mm^2]
R_t         =          7      ![N/mm^2]
R_b         =         149     ![N/mm^2]
arcdila     =          20     ![deg]
! linear hardening softening HSD6
kappa_cm1=         4.364E-04! eps_pl bei R_c
kappa_cr1=         0.0028   ! Effektive plastische
  Grenzdehnung bei Druck
omega_ci1=         0.4      ! Relative Spannung beim Start
  der nichtlinearen Verfestigung
omega_cr1=         0.1      ! Verbleibende relative
  Druckspannung
kappa_tr1=         0.00015  ! Plastische Zugdehngrenze
omega_tr1=         0.1      ! Verbleibende relative
  Zugspannung
! Definition
MP,NUXY,MatID_DPO,nu_c,
TB,CONCRETE,MatID_MW,,MW
TB,DATA,1,R_c,R_t,R_b
TB,CONCRETE,MatID_MW,,DILA
TB,DATA,1,arcdila
TB,CONCRETE,MatID_MW,,HSD6
TB,DATA,1,kappa_cm1
TB,DATA,2,kappa_cr1
TB,DATA,3,omega_ci1
TB,DATA,4,omega_cr1
TB,DATA,5,kappa_tr1
TB,DATA,6,omega_tr1
!-----Menetrey-Willam-----Ende-----

```


A.12. Materialdefinition Beton Menetrey-Willam mit HSD6 223

Listing A.9: Materialdefinition Menetrey-Willam

```

! _____Menetrey-Willam_____Start_____
/Prep7
! Parameter
E_C_stat    =      55000          ![N/mm^2]
nu_c        =         0.19        ![ ]
MatID_MW    =         223         ![ ]
R_c         =         130         ![N/mm^2]
R_t         =          7          ![N/mm^2]
R_b         =         149         ![N/mm^2]
arcdila     =          20         ![deg]
! linear hardening softening HSD6
kappa_cm1=      4.364E-04! eps_pl bei R_c
kappa_cr1=      0.0028  ! Effektive plastische
  Grenzdehnung bei Druck
omega_ci1=      0.65          ! Relative Spannung beim Start
  der nichtlinearen Verfestigung
omega_cr1=      0.1          ! Verbleibende relative
  Druckspannung
kappa_tr1=      0.00015  ! Plastische Zugdehngrenze
omega_tr1=      0.1          ! Verbleibende relative
  Zugspannung
! Definition
MP,NUXY,MatID_DPO,nu_c,
TB,CONCRETE,MatID_MW,,MW
TB,DATA,1,R_c,R_t,R_b
TB,CONCRETE,MatID_MW,,DILA
TB,DATA,1,arcdila
TB,CONCRETE,MatID_MW,,HSD6
TB,DATA,1,kappa_cm1,kappa_cr1,omega_ci1,omega_cr1,kappa_tr1,
  omega_tr1
! _____Menetrey-Willam_____Ende_____

```

B. Datenblätter

B.1. Densit Ducorit



TECHNICAL DATA SHEET – DUCORIT®

Revised: 06/2017

DESCRIPTION

The ultra high performance grout, Ducorit® is used for structural grouted connections in wind turbine foundations and oil & gas installations - both offshore and onshore.

PRODUCTS

The core of the Ducorit® products is the unique Densit® Binder. The different properties of Ducorit® S1, Ducorit® S2, Ducorit® S5, Ducorit® S5_p and Ducorit® D4 are obtained by adding aggregates such as quartz sand or bauxite.

Ducorit® products are characterised by extreme strength and stiffness, making them a strong structural component and not just a filling material. Using Ducorit® does not require special precautions with respect to environmental or personal hazards.

PUMPABILITY

Ducorit® products are pumpable up to several hundred metres through hoses between 2" and 5". Due to viscosity and high inner cohesion of the mixed material, there is no risk of washing out cement particles, separation or mixture with water when cast below sea level.

EARLY STRENGTH DEVELOPMENT

Ducorit® develop a significant early strength. After 24 hours of curing at 20°C (68°F), the strength reaches approximately 25% of the long term value. The early strength is even more pronounced with regard to the material stiffness.

FATIGUE

Due to ultra high strength and durability of Ducorit® products, the fatigue strength is outstanding compared to normal concrete. As fatigue strength depends upon the static strength of concrete, the fatigue strength of Ducorit® can be up to more than five times the strength of normal concrete.

DUCORIT® ULTRA HIGH PERFORMANCE GROUT

ITW Engineered Polymers

MECHANICAL PROPERTIES

PROPERTIES	DUCORIT® D4	DUCORIT® S5	DUCORIT® S5 _R	DUCORIT® S2	DUCORIT® S1
Compressive strength f_c^2 - MPa/psi	200 / 29,000	130 / 18,850	130 / 18,850	120 / 17,500	110 / 16,000
Static modulus of elasticity E_s - GPa/ksi	70 / 10,000	55 / 8,000	55 / 8,000	47 / 6,800	35 / 5,000
Dynamic modulus of elasticity E_d - GPa/ksi	88 / 12,800	60 / 8,700	60 / 8,700	48 / 6,975	37 / 5,400
Tensile strength f_t - MPa/psi	10 / 1,500	7 / 1,000	7 / 1,000	6 / 870	5 / 725
Flexural strength f_{b^*} - MPa/psi	23.5 / 3,400	18 / 2,600	18 / 2,600	11 / 1,450	13.5 / 2,000
Density ρ - kg/m ³	2740	2440	2382	2350	2250
Poisson's ratio ν	0.19	0.19	0.19	0.18	0.19
Consistence class ¹	a2	a2	a2	a1	-
Compressive Strength class ³	C170/185	C100/115	C110/125	C90/105	C80/95
Compressive Strength class (24h) ¹	Class A	Class B	Class A	Class A	Class A
Shrinkage ¹ $\epsilon_{s,m,91}$	SKVB I (0,413 ‰)	SKVB 0 (0,559 ‰)	SKVB 0 (-)	SKVB 0 (0,576 ‰)	-
Shrinkage ¹ $\epsilon_{s,i,91}$	SKVB I (0,421 ‰)	SKVB 0 (0,567 ‰)	SKVB 0 (-)	SKVB 0 (0,579 ‰)	-

(Minimum 28 days curing at 20°C). *with 1.9% by volume of steel fibres)

¹ DAFStb-Richtlinie Herstellung und Verwendung von zementgebundenem Vergussmörtel (Juni 2006).

² Note that the stipulated values are mean values, based on 75x75 mm cubes.

³ Strength class refers to characteristically strengths on respectively 150x300 cylinders and 150x150 mm cubes.



Quality checked by



C. Simulationen

C.1. Würfeldruckversuch

C.1.1. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD2 Simulationenpunkte: 1 Element je Kante

Sim ID	Ansatzfunktion	κ_{cu}	Kraftkonvergenz in [%]	Verschiebungskonvergenz in [%]	Initialer Substep
1	linear	4.00E-03	0.5	0.5	1000
2	linear	4.00E-03	1	1	1000
3	linear	4.00E-03	1	5	1000
4	linear	4.00E-03	0.25	0.25	1000
5	quadratisch	4.00E-03	0.5	0.5	1000
6	quadratisch	8.00E-03	0.5	0.5	1000
7	quadratisch	6.00E-03	0.5	0.5	1000
8	quadratisch	5.00E-03	0.5	0.5	1000
9	linear	5.00E-03	0.5	0.5	1000
10	quadratisch	3.00E-03	0.5	0.5	10000

C.1.2. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD2 Ergebnisse

Sim ID	Anzahl Iterationen	Kraft konvergent?	Gesamt konvergent?	u_{max} [mm]	$\sigma(u_{max})$ [MPa]
1	530	nein	nein	-0.76683	33.697
2	287	ja	nein	-0.44619	57.76
3	246	ja	nein	-0.41297	72.304
4	378	ja	nein	-0.77741	33.595
5	249	ja	nein	-0.4128	72.48
6	266	ja	ja	-1	43.734
7	315	ja	ja	-1	35.304
8	296	ja	nein	-0.49401	71.46
9	519	ja	nein	-0.88062	34.555
10	714	ja	ja	-1	32.486

C.1.3. Konvergenzanalyse Menetrey-Willam HSD2 Simulationspunkte

Sim ID	Elemente Kante	Ansatzfunktion	κ_{cu}	Kraftkonvergenz in [%]	Verschiebungs- konvergenz in [%]	Initialer Substep
21	1	linear	4.00E-03	0.5	0.5	1000
22	1	linear	4.00E-03	1	1	1000
23	1	linear	4.00E-03	5	10	1000
24	1	linear	4.00E-03	0.25	0.25	1000
25	1	quadratisch	4.00E-03	0.5	0.5	1000
26	1	quadratisch	8.00E-03	0.5	0.5	1000
27	1	quadratisch	1.00E-02	0.5	0.5	1000
28	1	quadratisch	1.00E-03	0.5	0.5	1000
29	1	linear	1.00E-03	0.5	0.5	1000
30	4	linear	4.00E-03	0.5	0.5	1000

C.1.4. Konvergenzanalyse Menetrey-Willam HSD2 Ergebnisse

Sim ID	Anzahl Iterationen	Kraft konvergent?	Gesamt konvergent?	u_{max} [mm]	$\sigma(u_{max})$ [MPa]
21	258	ja	ja	-1	32.659
22	249	ja	ja	-1	32.659
23	2873	ja	ja	-1	32.252
24	264	ja	ja	-1	32.659
25	255	nein	nein	-0.32372	117.37
26	696	nein	nein	-0.32606	127.66
27	3529	ja	nein	-0.32354	128.6
28	229	nein	nein	-0.21597	125.34
29	243	ja	ja	-1	32.5
30	17148	nein	nein	-0.31819	118.76

C.1.5. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Simulationspunkte

Sim ID	Elemente je Kante	Ansatzfunktion	κ_{cr}	Solver
101	1	linear	4.00E-03	iterativ
103	2	linear	4.00E-03	iterativ
104	2	quadratisch	4.00E-03	iterativ
108	1	linear	3.00E-03	iterativ
110	1	linear	1.00E-02	iterativ
102	1	quadratisch	4.00E-03	iterativ
105	8	quadratisch	4.00E-03	iterativ
106	8	quadratisch	4.00E-03	direkt
107	8	linear	4.00E-03	iterativ
109	1	linear	2.64E-03	iterativ
111	8	linear	1.20E-02	iterativ

C.1.6. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Ergebnisse

Sim ID	Anzahl Iterationen	Kraft konvergent?	Gesamt konvergent?	u_{max} [mm]	$\sigma(u_{max})$ [MPa]
101	269	ja	ja	-1	32.5
103	302	ja	ja	-1	32.501
104	294	ja	ja	-1	32.5
108	326	ja	ja	-1	32.5
110	341	ja	ja	-1	32.5
102	236	nein	nein	-0.34353	32.5
105	232	nein	nein	-0.2098	129.85
106	246	nein	nein	-0.28164	77.63
107	248	nein	nein	-0.24215	106.15
109	224	nein	nein	-0.24156	33.53
111	808	nein	nein	-0.74726	45.724

C.1.7. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Simulationenpunkte

Sim ID	Elemente je Kante	Ansatzfunktion	κ_{cr}	Kraftkonvergenz in [%]	Verschiebungskonvergenz in [%]
121	1	linear	4.00E-03	0.5	0.5
122	1	quadratisch	4.00E-03	0.5	0.5
123	2	linear	4.00E-03	0.5	0.5
124	2	quadratisch	4.00E-03	0.5	0.5
125	1	linear	3.00E-03	0.5	0.5
126	1	linear	2.26E-03	0.5	0.5
127	1	linear	1.00E-02	0.5	0.5
128	2	linear	1.00E-02	0.5	0.5
129	2	linear	1.00E-02	0.1	0.1

C.1.8. Konvergenzanalyse Drucker-Prager HSD6 Ergebnisse

Sim ID	Anzahl Iterationen	Kraft konvergent?	Gesamt konvergent?	u_{max} [mm]	$\sigma(u_{max})$ [MPa]
121	226	ja	ja	-1	32.5
122	220	nein	nein	-0.34142	34.111
123	362	nein	nein	-0.32319	47.041
124	604	nein	nein	-0.24816	101.76
125	229	ja	ja	-1	32.5
126	270	nein	nein	-0.21501	35.304
127	225	ja	ja	-1	32.5
128	22674	nein	nein	-0.6743	51.091
129	521894	ja	ja	-1	32.5

C.2. Spaltzugversuch

C.2.1. Netze

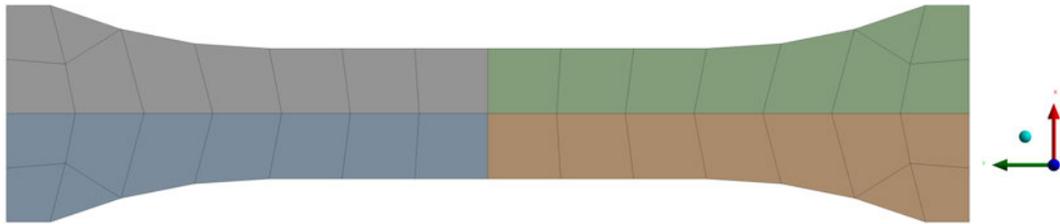


Abbildung C.1.: Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 30 mm

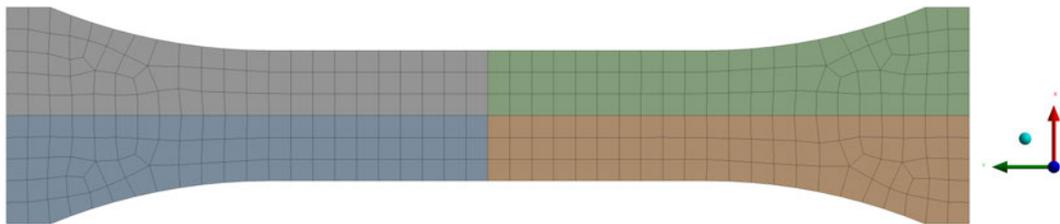


Abbildung C.2.: Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 10 mm

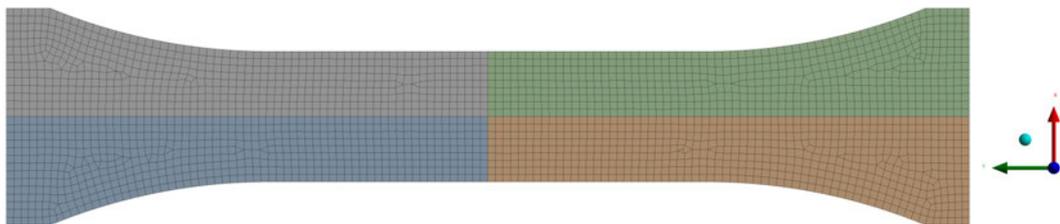


Abbildung C.3.: Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 3,5 mm

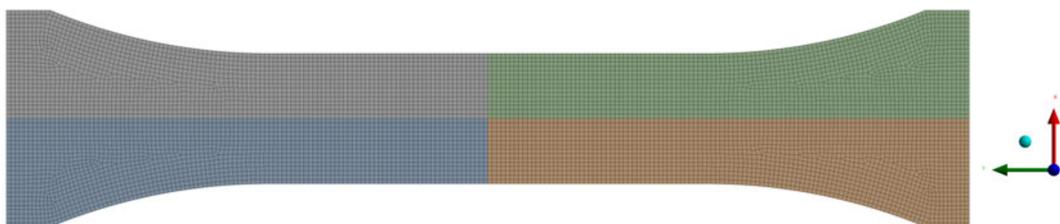


Abbildung C.4.: Netz Zugprobe 2D Elementgröße = 2 mm

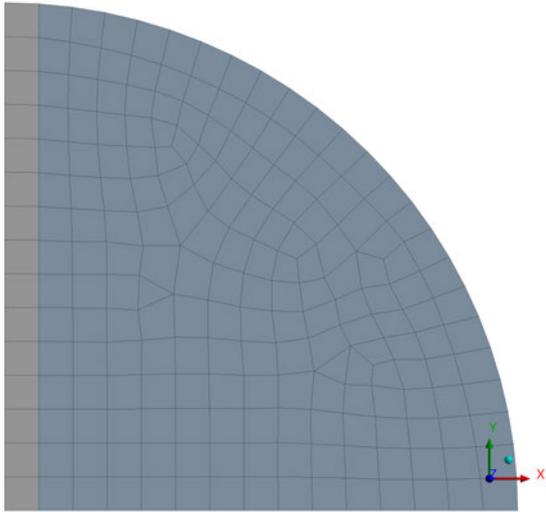


Abbildung C.5.: Netz Spaltzugversuch 2D
Remote Point Elementgröße = 5 mm

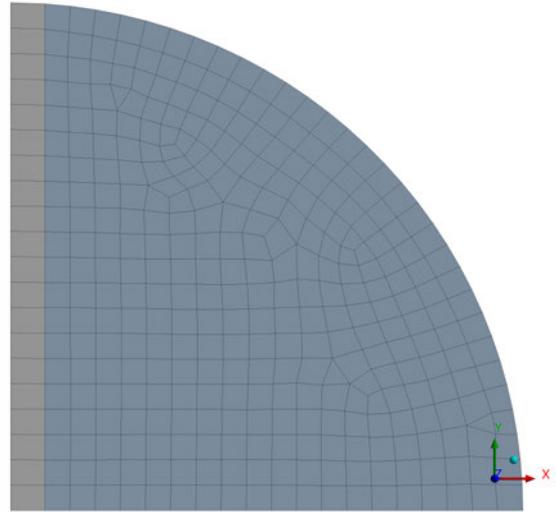


Abbildung C.7.: Netz Spaltzugversuch 2D
Remote Point Elementgröße = 3,75 mm

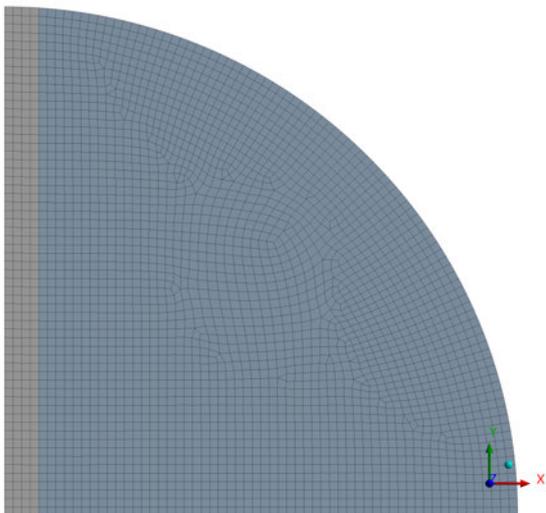


Abbildung C.6.: Netz Spaltzugversuch 2D
Remote Point Elementgröße = 1,25 mm

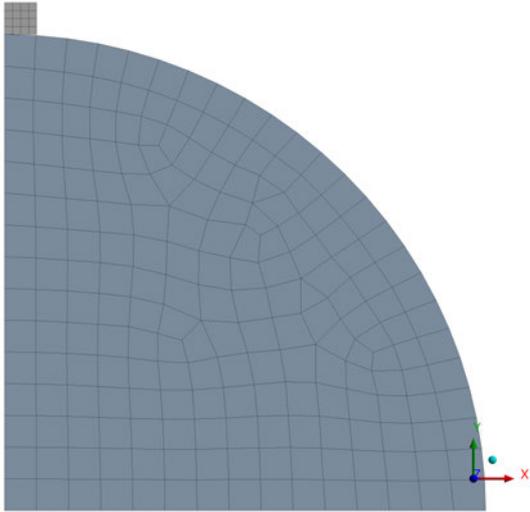


Abbildung C.8.: Netz Spaltzugversuch 2D
Kontakt Elementgröße =
5 mm

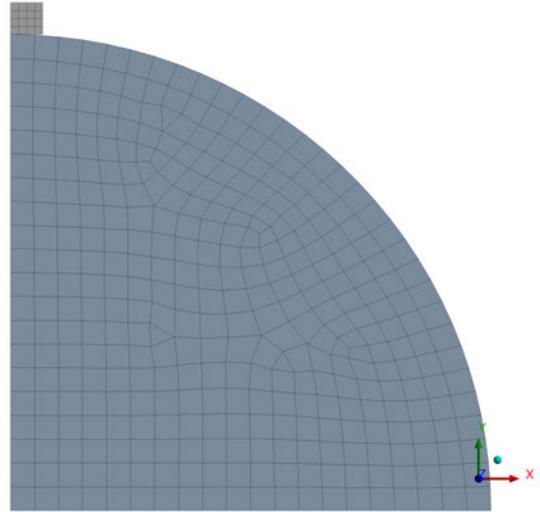


Abbildung C.10.: Netz Spaltzugversuch 2D
Kontakt Elementgröße =
3,75 mm

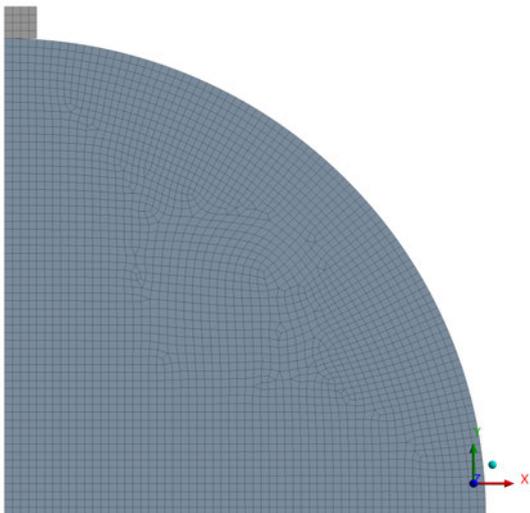


Abbildung C.9.: Netz Spaltzugversuch 2D
Kontakt Elementgröße =
1,25 mm

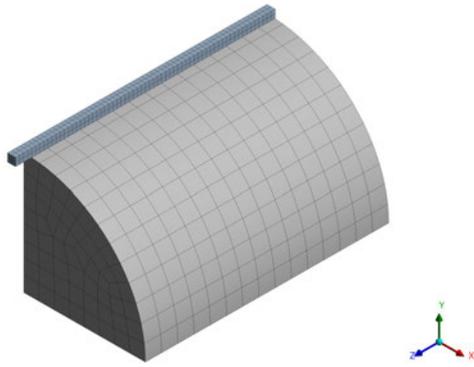


Abbildung C.11.: Netz Spaltzugversuch 3D
Kontakt Elementgröße =
10 mm

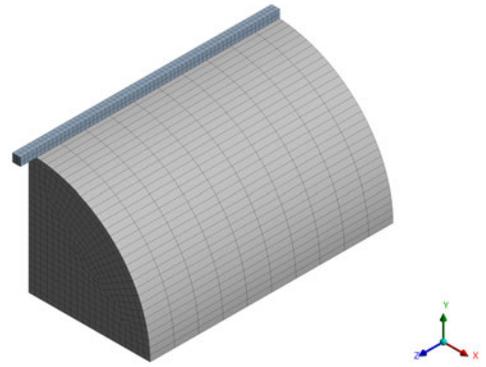


Abbildung C.13.: Netz Spaltzugversuch 3D
Kontakt Elementgröße =
3,75 mm

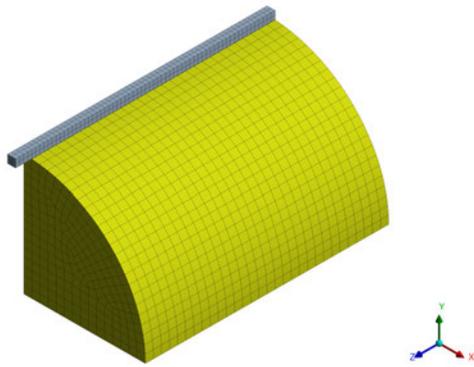


Abbildung C.12.: Netz Spaltzugversuch 3D
Kontakt Elementgröße =
5 mm

C.2.2. Simulationsergebnisse

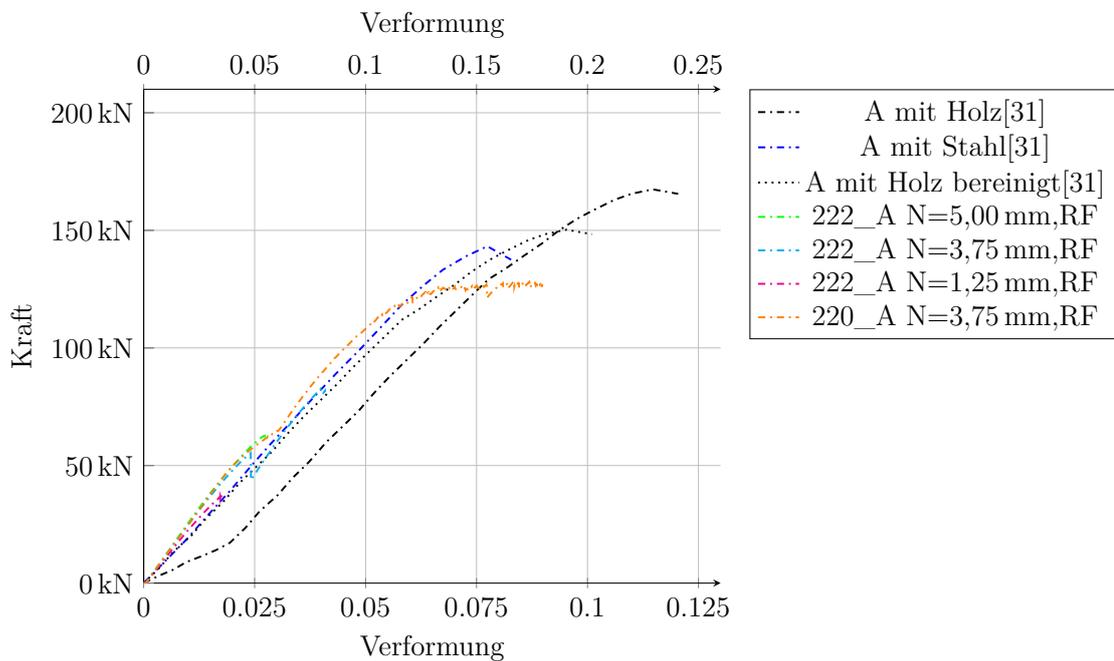


Abbildung C.14.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A/220_A 2D Viertelmodell mit reibfreiem Kontakt

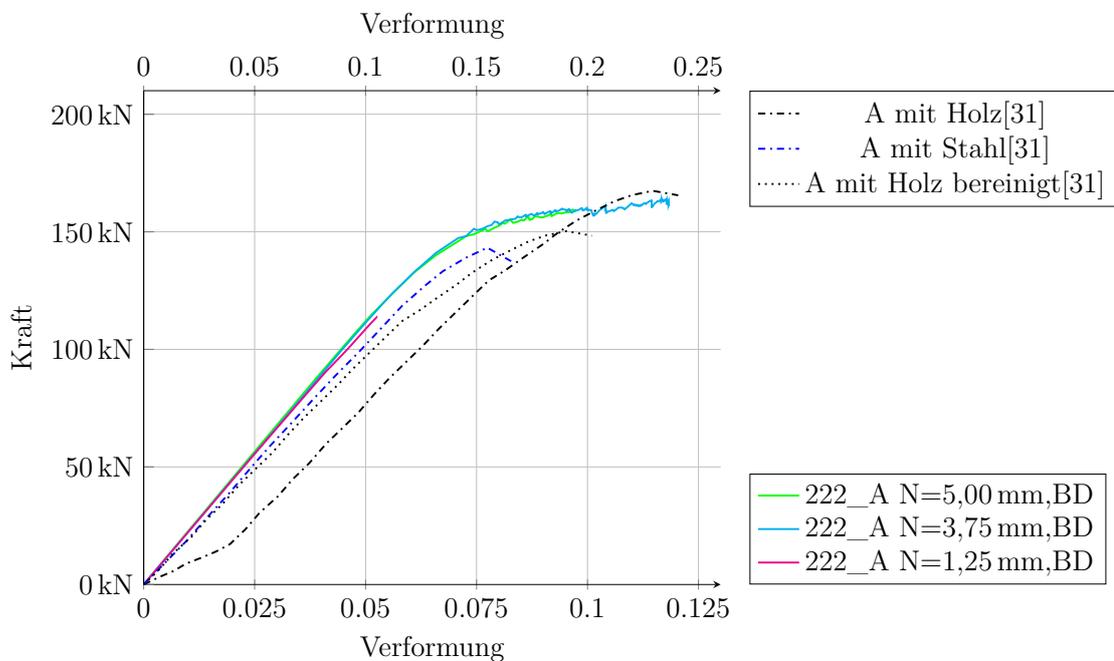


Abbildung C.15.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch 222_A Viertelmodell mit bonded Kontakt

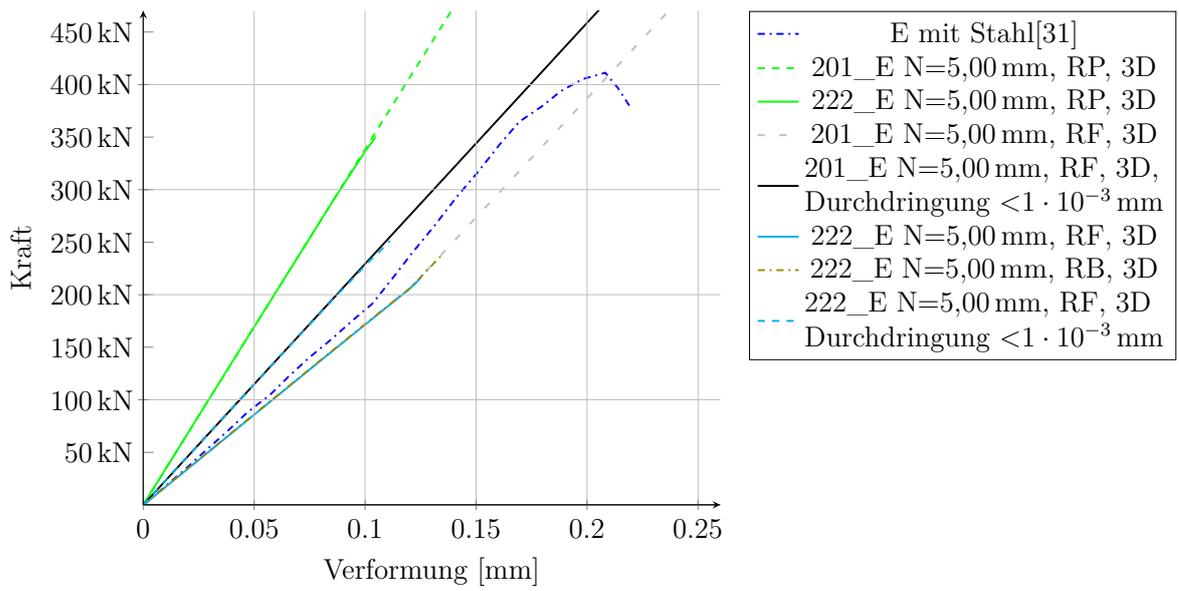


Abbildung C.16.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch Material E

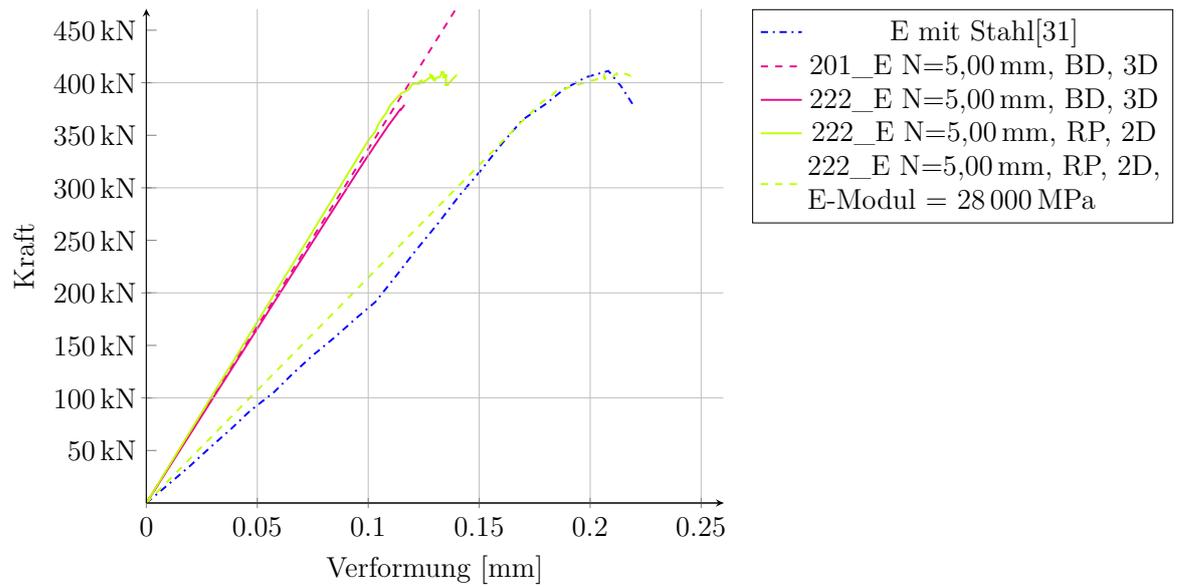


Abbildung C.17.: Simulationsergebnisse Spaltzugversuch Material E

C.3. Simulationspunkte und Simulationsergebnisse Biaxialer Versuch

Tabelle C.1.: Simulationspunkte und Ergebnisse Biaxiale Verschiebungsbelastung

Mat_ID	u_y [mm]	u_x [mm]	Zeitfaktor Auswertung	σ_y [MPa]	σ_x [MPa]
210_A	-0,1	-0,1	0,682	-23,60	-23,60
210_A	-0,1	-0,05	0,812	-26,05	-16,58
210_A	-0,1	-0,025	0,832	-25,48	-10,92
210_A	-0,1	-0,01	0,802	-23,86	-7,02
210_A	-0,1	0	0,782	-22,81	-4,56
210_A	-0,1	0,02	0,712	-19,94	< - 0,01
210_A	-0,1	0,04	0,312	-8,37	1,82
210_A	-0,1	0,03	0,442	-12,12	1,29
210_A	-0,05	0,025	0,492	-6,46	2,15
210_A	-0,05	0,03	0,392	-5,03	2,29
210_A	-0,05	0,08	0,122	-1,21	2,49
210_A	-0,01	0,05	0,172	< - 0,01	2,40
210_A	0,01	0,01	0,492	1,72	1,72
211_A	-0,2	-0,2	0,562	-23,60	-23,60
211_A	-0,2	-0,1	0,722	-25,83	-19,70
211_A	-0,2	-0,05	0,812	-26,29	-16,09
211_A	-0,2	-0,02	0,862	-26,04	-13,23
211_A	-0,2	0	0,882	-25,54	-11,00
211_A	-0,2	frei	0,892	-20,00	< - 0,01
211_A	-0,05	0,015	0,682	-7,07	1,53
211_A	-0,2	0,08	0,132	-9,34	0,98
211_A	-0,05	0,025	0,432	-5,64	1,86
211_A	-0,05	0,03	0,362	-4,61	2,07
211_A	-0,05	0,08	0,122	-1,21 ^[1]	2,49 ^[1]
211_A	-0,01	0,05	0,172	-0,02 ^[1]	2,49 ^[1]
211_A	0,01	0,01	0,512	1,78	1,78
212_A	-0,2	-0,2	0,572	-23,60	-23,60
212_A	-0,2	-0,1	0,722	-25,83	-19,70
212_A	-0,2	-0,05	0,822	-26,30	-16,15
212_A	-0,2	-0,02	0,882	-26,05	-13,38
212_A	-0,2	0	0,932	-25,60	-11,35
212_A	-0,2	frei	0,902	-20,00	< - 0,01
212_A	-0,05	0,015	0,682	-9,34	0,98

Mat_ID	u_y [mm]	u_x [mm]	Zeitfaktor Auswertung	σ_y [MPa]	σ_x [MPa]
212_A	-0,05	0,02	0,532	-7,11	1,53
212_A	-0,05	0,025	0,432	-5,64	1,86
212_A	-0,05	0,03	0,362	-4,61	2,07
212_A	-0,05	0,08	0,132	-1,33	2,52
212_A	-0,01	0,05	0,182	-0,01	2,50
212_A	0,01	0,01	0,512	1,78	1,78
220_A	-0,1	-0,1	0,682	-23,60	-23,60
220_A	-0,1	-0,05	0,822	-26,38	-16,78
220_A	-0,1	-0,025	0,842	-25,79	-11,05
220_A	-0,1	-0,01	0,832	-24,76	-7,28
220_A	-0,1	0	0,802	-23,39	-4,68
220_A	-0,1	0,02	0,712	-19,94	< -0,01
220_A	-0,1	0,03	0,482	-13,21 ^[1]	1,40 ^[1]
220_A	-0,1	0,04	0,342	-9,16 ^[1]	1,98 ^[1]
220_A	-0,05	0,025	0,502	-6,59 ^[1]	2,19 ^[1]
220_A	-0,05	0,03	0,392	-5,03 ^[1]	2,29 ^[1]
220_A	-0,01	0,016	0,602	-1,19	2,46
220_A	-0,01	0,05	0,172	< -0,01	2,40
220_A	0,01	0,01	0,682	2,39	2,39
221_A	-0,2	-0,2	0,562	-23,60	-23,60
221_A	-0,2	-0,1	0,712	-25,70	-20,32
221_A	-0,2	-0,05	0,812	-26,46	-17,37
221_A	-0,2	-0,02	0,862	-26,56	-14,90
221_A	-0,2	0	0,892	-26,39	-12,98
221_A	-0,2	frei	0,641	-19,21 ^[2]	-0,01 ^[2]
221_A	-0,05	0,015	0,722	-9,89	1,05
221_A	-0,2	0,08	0,142	-7,59	1,63
221_A	-0,05	0,025	0,452	-5,91	1,95
221_A	-0,05	0,03	0,372	-4,75	2,14
221_A	-0,05	0,08	0,122	-1,21 ^[1]	2,46 ^[1]
221_A	-0,01	0,05	0,182	-0,01	2,48
221_A	0,008	0,008	0,842	2,35	2,35
222_A	-0,2	-0,2	0,572	-23,60	-23,60
222_A	-0,2	-0,1	0,712	-25,70	-20,32
222_A	-0,2	-0,05	0,812	-26,46	-17,37
222_A	-0,2	-0,02	0,872	-26,57	-14,99
222_A	-0,2	0	0,922	-26,41	-13,24
222_A	-0,2	frei	0,671	-19,38 ^[2]	-0,01 ^[2]

Mat_ID	u_y [mm]	u_x [mm]	Zeitfaktor Auswertung	σ_y [MPa]	σ_x [MPa]
222_A	-0,05	0,015	0,722	-9,89	1,05
222_A	-0,05	0,02	0,562	-7,53	1,63
222_A	-0,05	0,025	0,452	-5,91	1,95
222_A	-0,05	0,03	0,372	-4,75	2,14
222_A	-0,05	0,08	0,122	-1,21	2,47
222_A	-0,005	0,025	0,362	-0,01	2,50
222_A	0,01	0,01	0,682	2,35	2,35

^[1] Die Simulation war bis zum Ende nicht konvergent.

^[2] Die Simulation war bis zum Versagen nicht konvergent.

Tabelle C.2.: Simulationspunkte und Ergebnisse Biaxiale Druckbelastung

Mat_ID	p_x [MPa]	p_y [MPa]	σ_y [MPa]	σ_x [MPa]
210_A	30	30	-23,60	-23,57
210_A	30	20	-18,08	-26,17
210_A	30	15	-13,78	-26,12
210_A	30	12,5	-9,92	-24,79
210_A	30	5	-3,74	-22,43
210_A	30	2,5	-1,77	-21,22
210_A	30	frei	<0,01	-20
210_A	25	-0,5	0,36	-17,93
210_A	25	-1	0,65	-16,23
210_A	25	-1,5	0,89	-14,80
210_A	25	-2	1,09	-13,60
210_A	25	-5	1,81	-9,05
210_A	25	-10	2,27	-5,68
210_A	15	-10	2,48	-3,72
210_A	15	-15	2,57	-2,57
210_A	5	-15	2,58	-0,86
210_A	frei	-3	2,50	<0,01
210_A	-1	-3	2,32	0,77
210_A	-2	-3	2,04	1,36
210_A	-3	-3	1,74	1,74
222_A	30	30	-23,60	-23,60
222_A	30	20	-17,64	-26,43
222_A	30	15	-13,23	-26,43

Mat_ID	p_x [MPa]	p_y [MPa]	σ_y [MPa]	σ_x [MPa]
222_A	30	12,5	-10,84	-25,97
222_A	30	5	-3,86	-23,12
222_A	30	2,5	-1,82	-21,78
222_A	30	frei	<0,01	-17,90
222_A	25	-0,5	0,26	-16,66
222_A	25	-1	0,53	-13,37
222_A	25	-1,5	0,74	-12,38
222_A	25	-2	0,95	-11,41
222_A	25	-5	1,61	-8,07
222_A	25	-10	2,12	-5,08
222_A	15	-10	2,30	-3,44
222_A	15	-15	2,40	-2,40
222_A	5	-15	2,48	-0,83
222_A	frei	-3	2,50	< -0,01
222_A	-1	-3	2,49	0,83
222_A	-2	-3	2,45	1,63
222_A	-3	-3	2,35	2,35

C.4. Kleinskalierter Versuch

C.4.1. Prüfkraft-Verformungs-Linien Simulation

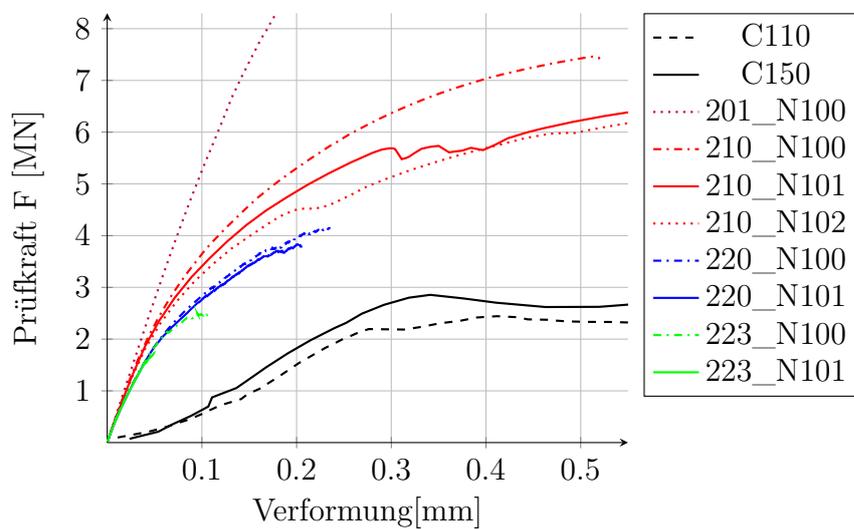


Abbildung C.18.: Prüfkraft-Verformungs-Linie Simulation mit reibfreier Kontaktformulierung in Anlehnung an Anders [13, S. 100]

C.4.2. Plastische Vergleichsdehnung

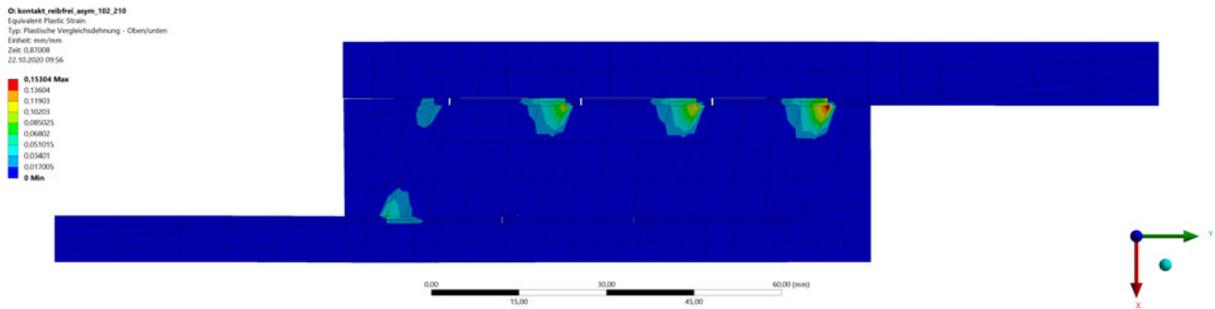


Abbildung C.19.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/210 N100 asymmetrisch reibfrei

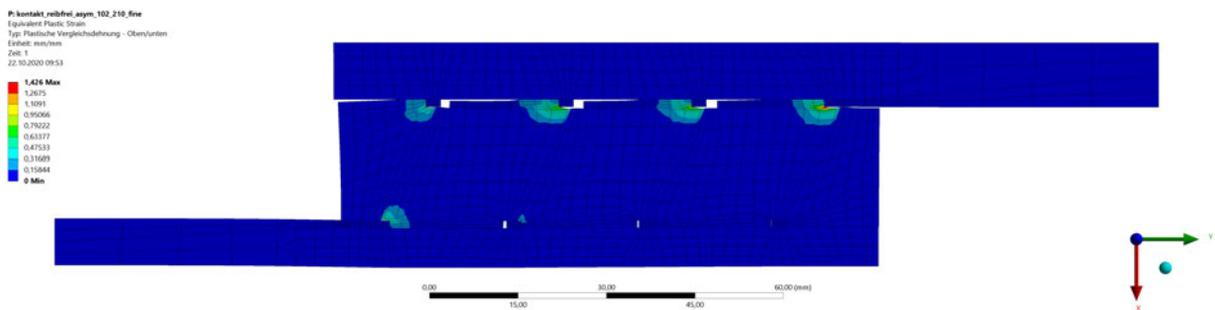


Abbildung C.20.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/210 N101 asymmetrisch reibfrei

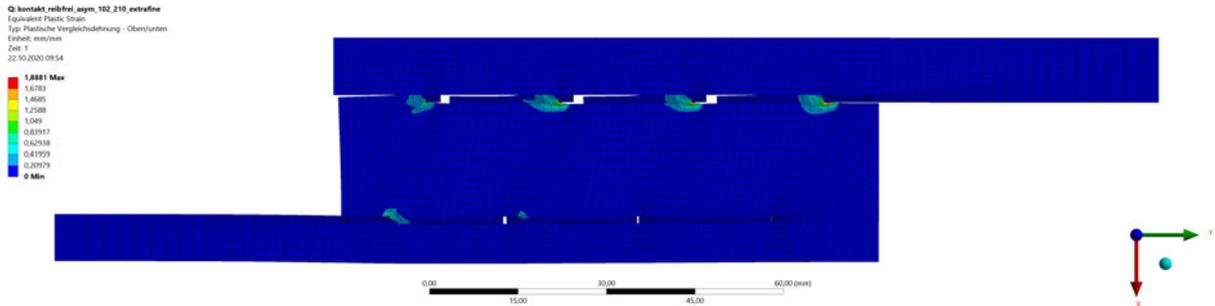


Abbildung C.21.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/210 N102 asymmetrisch reibfrei

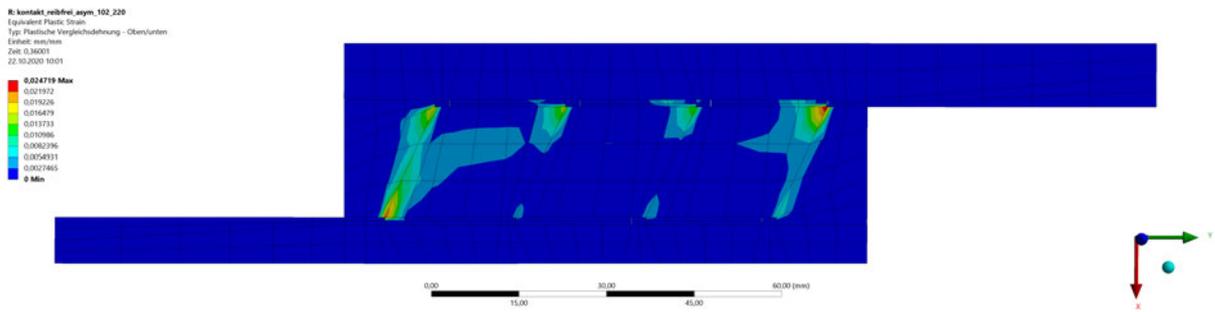


Abbildung C.22.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/220 N100 asymmetrisch reibfrei

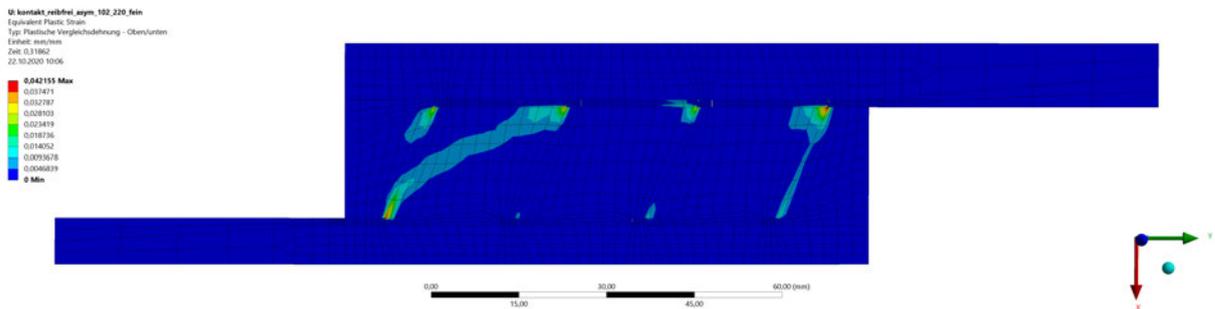


Abbildung C.23.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/220 N101 asymmetrisch reibfrei

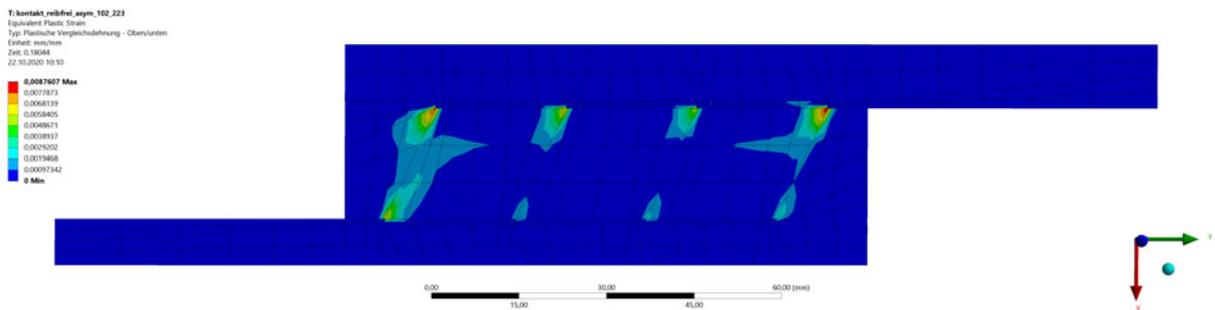


Abbildung C.24.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/223 N100 asymmetrisch reibfrei

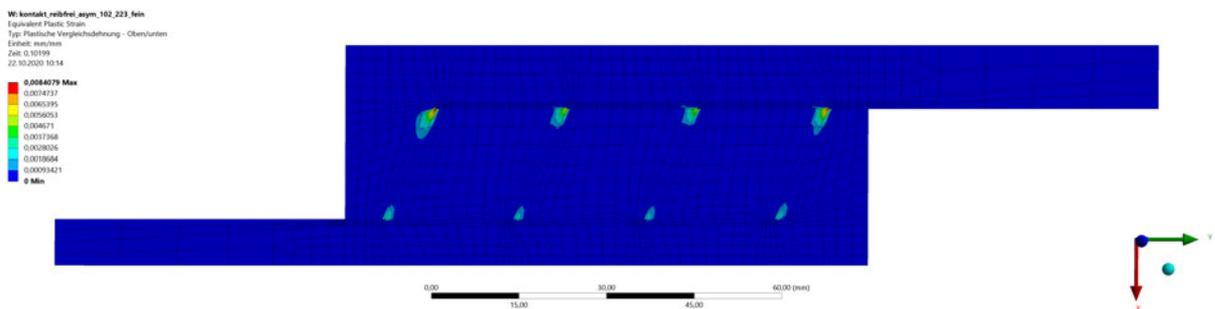


Abbildung C.25.: Plastische Vergleichsdehnung - 102/223 N101 asymmetrisch reibfrei



Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: Kiesel

Vorname: Max-Julian

dass ich die vorliegende Masterarbeit bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

FE-basierte Untersuchung von nichtlinearen Beton-Materialgesetzen für Grout-Verbindungen von Offshore-Tragstrukturen

ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der -bitte auswählen- ist erfolgt durch:

Hamburg

Ort

.11.2020

Datum


Unterschrift im Original