

BACHELORTHESIS
Lukas Warkentin

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing: Grundlagen und Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren

FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK
Department Informations- und Elektrotechnik

Faculty of Computer Science and Engineering
Department of Information and Electrical Engineering

Lukas Warkentin

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing: Grundlagen und Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung
im Studiengang *Bachelor of Science Elektro- und Informationstechnik*
am Department Informations- und Elektrotechnik
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr. Jürgen Vollmer
Zweitgutachter: Prof. Dr. Ralf Wendel

Eingereicht am: 25. Mai 2021

Lukas Warkentin

Thema der Arbeit

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing: Grundlagen und Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren

Stichworte

OFDM, BER, Clipping, PAPR, Crest Faktor, Matlab, Kommunikationssystem, Leistungsdichtespektrum, Bitfehlerwahrscheinlichkeit

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit betrachtet Störungen beim Empfang von „Orthogonal Frequency-Division Multiplexing“ (OFDM). Ein OFDM-Empfänger inklusive grundlegender Störeffekte wird simuliert und, soweit möglich, diese auch theoretisch betrachtet. Der Schwerpunkt ist die Reduktion des „Peak-to-Average Power Ratio“. Neben einfachem Clipping wird ein Ansatz aus der Literatur untersucht und die Ergebnisse verglichen.

Lukas Warkentin

Title of Thesis

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing: Fundamentals and Peak-to-Average Power Ratio reduction methods

Keywords

OFDM, BER, Clipping, PAPR, Crest Factor, Matlab, Communications system, power density spectrum, bit error rate

Abstract

This thesis considers disturbances in the reception of “Orthogonal Frequency-Division Multiplexing” (OFDM). An OFDM receiver including basic interference effects is simulated and, as far as possible, these are also considered theoretically. The main focus is the reduction of the “peak-to-average power ratio”. Besides simple clipping, an approach from the literature is investigated and the results are compared.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	X
Abkürzungen	XI
1 Einleitung	1
2 Einarbeitung	3
2.1 Darstellung von Systemen im Tiefpassbereich	3
2.2 Mobilfunkkanal	8
2.3 Quadratur-Amplituden-Modulation	10
3 Orthogonal Frequency-Division Multiplexing	13
3.1 Grundlagen	13
3.2 Bitfehlerwahrscheinlichkeit	24
3.3 Leistungsdichtespektrum	27
3.4 Peak-to-Average Power Ratio	32
4 Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren	41
4.1 Hartes Clipping	42
4.2 Weiches Clipping	46
4.3 Bandwidth Efficient Reduction of the Crest Factor	56
5 Vergleich der Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren	66
6 Fazit und Ausblick	88
Literaturverzeichnis	90
A Konfiguration der Matlab Simulation	92

Selbstständigkeitserklärung

96

Abbildungsverzeichnis

2.1	Darstellung eines Signals im Bandpassbereich sowie des zugehörigen nach Gleichung 2.7 berechneten analytischen Signals	5
2.2	Spektrum eines Signals im Tiefpassbereich	6
2.3	Schematische Darstellung der Mehrwegeausbreitung modifiziert aus [19, S.556]	9
2.4	Konstellationsdiagramme für 4- und 16-QAM	11
3.1	Subträgerspektrum eines OFDM-Signals mit $N = 64$	18
3.2	Subträgerspektrum eines OFDM-Signals mit CP mit $N = 64$, $N_{CP} = N/4$ und rot markierten neuen Nullstellen	19
3.3	Modell eines OFDM-Systems im Tiefpass-Bereich, angelehnt an [8, S.556]	21
3.4	OFDM-Signal im Zeitbereich mit 4-QAM und hervorgehobenem CP, Abtastfrequenz mit Überabtastung von 20 MHz auf 1 GHz erhöht, eigene Simulation	22
3.5	Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines OFDM-Systems mit 4-QAM bei unterschiedlicher Länge des CP, eigene Simulation	25
3.6	Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines OFDM-Systems mit 16-QAM bei unterschiedlicher Länge des CP, eigene Simulation	25
3.7	Belegte, sowie in rot gekennzeichnete un belegte IDFT-Eingänge	28
3.8	LDS eines OFDM-Signals, eigene Simulation	29
3.9	Vergrößerte Darstellung des LDS eines OFDM-Signals, eigene Simulation	29
3.10	LDS eines OFDM-Signals mit CP, $N_{CP} = N/4$, eigene Simulation	30
3.11	LDS eines OFDM-Signals mit CP, $N_{CP} = N/4$, vergrößerte Darstellung, eigene Simulation	31
3.12	Konstellationsdiagramm von 16-QAM, Datensymbole mit maximalen Betrag gekennzeichnet	34
3.13	Verteilung des Betrags von $s(t)$ bei Verwendung von für 4- und 256-QAM	36

3.14	Vergleich der Verteilung des Betrags von $s(t)$ bei Verwendung von 4- und 256-QAM	37
3.15	Vergleich der Verteilung des Betrags von $s(t)$ mit 52 von 1600 und 208 von 1600 belegten Subträgern	38
3.16	OFDM-Signal mit $PAPR \approx 17$ bei Verwendung von 256-QAM	40
4.1	Übertragungsfunktion des harten Clippings	42
4.2	OFDM-Signal vor und nach Begrenzung durch hartes Clipping bei $S_{max} = 2\sigma_Q$	43
4.3	LDS von unverändertem OFDM-Signal und OFDM-Signal nach hartem Clipping, eigene Simulation	44
4.4	LDS von unverändertem OFDM-Signal und auf die Leistung des unveränderten Signals verstärktes OFDM-Signal nach hartem Clipping, eigene Simulation	45
4.5	Übertragungsfunktion des weichen Clippings Variante 1 mit markierten Übergangsbereichen	49
4.6	OFDM-Signal vor und nach Begrenzung durch weiches Clipping Variante 1 bei $S_{max} = 2\sigma_Q$	50
4.7	Übertragungsfunktion des weichen Clippings Variante 2 mit markierten Übergangsbereichen	51
4.8	OFDM-Signal vor und nach Begrenzung durch weiches Clipping Variante 2 bei $S_{max} = 2\sigma_Q$	52
4.9	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch die Varianten des weichen Clippings, eigene Simulation	53
4.10	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch die Varianten des weichen Clippings bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	54
4.11	Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch die Varianten des weichen Clippings bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	55
4.12	Realteil eines OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern, sowie die zugehörige Gewichtsfunktion des BERC-Verfahrens	58
4.13	Realteil eines mit BERC-Verfahren veränderten OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern	59
4.14	Realteil eines OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern, sowie die zugehörige Gewichtsfunktion des BERC-Verfahrens bei falscher Wahl von K_{BERC}	60

4.15	Realteil eines mit falsch parametrisiertem BER-C-Verfahren veränderten OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern	61
4.16	Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit der Implementierungen des BER-C-Verfahrens bei einer Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$, 4-QAM bei 52 von 128 belegten Subträgern, eigene Simulation	62
4.17	Vergleich der LDS bei Beschränkung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch BER-C-Verfahren, 52 von 1600 Subträgern belegt, eigene Simulation	63
4.18	Vergleich der LDS der Implementierungen des BER-C-Verfahrens bei Beschränkung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ bei gleicher Signalleistung, 52 von 1600 Subträgern belegt, eigene Simulation	64
4.19	Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS der Implementierungen des BER-C-Verfahrens bei gleicher Signalleistung, 52 von 1600 Subträgern belegt, eigene Simulation	65
5.1	Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren, eigene Simulation	67
5.2	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	68
5.3	Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	69
5.4	Vergleich der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	70
5.5	Vergrößerte Ansicht der belegten Subträger des Vergleichs der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	71
5.6	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung mit Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1], eigene Simulation	73
5.7	Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren, eigene Simulation	74
5.8	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	75

5.9	Vergrößerte Ansicht des Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren	76
5.10	Vergleich der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	77
5.11	Vergrößerte Ansicht der belegten Subträger des Vergleichs der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	78
5.12	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung mit Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1], eigene Simulation	79
5.13	Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren	81
5.14	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren	82
5.15	Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren	83
5.16	Vergleich der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	84
5.17	Vergrößerte Ansicht der belegten Subträger des Vergleichs der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation	85
5.18	Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung mit Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1], eigene Simulation	86

Tabellenverzeichnis

3.1	Verschlechterung des SNR durch die Verwendung eines CP der Dauer T_{CP}	24
4.1	Auflistung der Parameter der der kubischen Funktion des weichen Clippings Variante 1 und Variante 2	48

Abkürzungen

AWGN additives weißes gaußsches Rauschen.

BERC Bandwidth Efficient Reduction of the Crest Factor.

CF Crest Factor.

CP Cyclic Prefix.

DFT Diskrete Fourier-Transformation.

DTFT Fourier-Transformation für zeitdiskrete Signale.

DVB-T Digital Video Broadcasting – Terrestrial.

ICI Intercarrier Interference.

IDFT Inverse Diskrete Fourier-Transformation.

ISI Intersymbolinterferenz.

LDS Leistungsdichtespektrum.

OFDM Orthogonal Frequency-Division Multiplexing.

PAPR Peak-to-Average Power Ratio.

QAM Quadratur-Amplituden-Modulation.

SNR Signal-Rausch-Verhältnis.

Abkürzungen

WLAN Wireless Local Area Network.

1 Einleitung

Die heutige Informationsgesellschaft ist maßgeblich durch digitale Informations- und Kommunikationstechnologien geprägt. Dies zeigt sich beispielsweise daran, dass kaum jemand den privaten Wohnbereich ohne Smartphone, Tablet oder Laptop verlässt. Wir nutzen auf dem Weg ins Büro, zur Schule oder an die Arbeitsstätte digitale Kommunikationsmöglichkeiten; wie selbstverständlich ist bei einer Fahrt mit dem Pkw die Nutzung des Navigationssystem und der digitale Radioempfang. Und auch das häusliche Leben ist geprägt durch eine ständig steigende Nutzung digitaler Möglichkeiten; angefangen beim Smart-TV, den smart-home Systemen oder verschiedensten anderen Anwendungen, die teils kabelgebunden aber heute auch in einem immer weiterwachsenden Maß kabellos kommunizieren. Daher wird es zunehmend wichtiger, dass Übertragungen, die ihnen zu Verfügung gestellte Bandbreite effizient ausnutzen.

Eine Möglichkeit einer Übertragung höhere Datenraten zu ermöglichen, besteht darin, mehrere Träger für eine Übertragung zu nutzen. Dies findet bei Mehrträgerverfahren Verwendung. Eines dieser Verfahren ist Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM). Der geringe Frequenzabstand der einzelnen Träger ermöglicht es besonders viele Übertragungen in einem Frequenzband unterzubringen. OFDM findet bei einer Vielzahl an Kommunikationsstandards Anwendung, sowohl kabelgebunden als auch kabellos. Darunter fallen beispielsweise Digital Video Broadcasting – Terrestrial (DVB-T) [8, S.602ff.] und mehrere Erweiterungen des Wireless Local Area Network (WLAN)-Standards. Der WLAN-Standard IEEE 802.11a bildet die Basis für das in dieser Arbeit verwendete System.

In dieser Arbeit soll mit Hilfe von Matlab ein einfaches OFDM-System simuliert und theoretisch betrachtet werden. Der Quellcode dieser Simulationen ist im digitalen Anhang verfügbar. Der Anhang zur Arbeit befindet sich auf CD und kann beim Erstgutachter eingesehen werden. Eine Erläuterung der einstellbaren Parameter der Simulation ist in Anhang A enthalten. Aufbauend auf den Grundlagen des OFDM wird der Begriff des

Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) eingeführt. Für die Verringerung des potentiell hohen PAPR eines OFDM-Signals werden drei Reduktionsverfahren vorgestellt. Dabei handelt es sich um hartes und weiches Clipping und das dazu im Vergleich komplexe Bandwidth Efficient Reduction of the Crest Factor (BERC)-Verfahren.

Um die Zielsetzung zu erreichen, wird die Arbeit in mehrere Kapitel gegliedert. Im Kapitel zwei werden erste Grundlagen, welche für die Systembeschreibung notwendig sind, gelegt. Daneben werden Aspekte von Mobilfunkkanälen erläutert, sowie die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Modulationsart erklärt. Darauf folgt im dritten Kapitel die Einführung in OFDM. Zu Beginn des dritten Kapitels wird die mathematische Beschreibung eines OFDM-Signals hergeleitet, worauf die durch Simulationen gestützte Untersuchung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit und des Leistungsdichtespektrum (LDS) folgt. Als Abschluss des dritten Kapitels folgt die Einführung des PAPR und eine Untersuchung der Amplitudenverteilung eines OFDM-Signals. Im 4. Kapitel werden drei einfache PAPR-Reduktionsverfahren vorgestellt und untersucht. Abgeschlossen wird die Thematik der PAPR-Reduktionsverfahren in Kapitel 5 mit einem Vergleich der vorgestellten Verfahren in Bezug auf ihre Auswirkung auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit und das LDS. Im letzten Kapitel erfolgt eine abschließende Bewertung der Ergebnisse sowie ein Ausblick auf weitere Untersuchungsmöglichkeiten.

2 Einarbeitung

Um die Beschreibung komplexer Systeme zu erleichtern, werden diese häufig im Tiefpassbereich beschrieben. Die theoretischen Grundlagen dieser Beschreibung werden im Folgenden erläutert. Es werden Grundlagen des Mobilfunkkanals eingeführt, die dem besseren Verständnis des OFDM-Systems dienen. Zudem wird Quadratur-Amplituden-Modulation (QAM) erklärt, da dieses im IEEE802.11a Standard verwendet wird und somit auch im OFDM-System dieser Arbeit.

2.1 Darstellung von Systemen im Tiefpassbereich

Die Beschreibung von Systemen im Tiefpassbereich, auch Basisband-Bereich genannt, ermöglicht es Systeme unabhängig von ihrer tatsächlichen Trägerfrequenz zu beschreiben. Somit können Beschreibungen von Systemen, die sich nur durch ihre Trägerfrequenz unterscheiden, vereinheitlicht werden.

Um zu einer Vorschrift für die Berechnung des Systems im Tiefpassbereich aus dem Bandpassbereich heraus zu gelangen, wird die Definition der Hilbert-Transformierten benötigt. Die Hilbert-Transformierte des Signals $x(t)$ ist mit

$$\mathcal{H}\{x(t)\} = \hat{x}(t) \tag{2.1}$$

gekennzeichnet [8, S.13]. Die Hilbert-Transformierte $\hat{x}(t)$ zeichnet sich dadurch aus, dass sie im positiven Frequenzbereich um -90° und im negativen Frequenzbereich um 90° gegenüber $x(t)$ verschoben ist. Diese Phasenverschiebung lässt sich durch die Multiplikation mit einem Hilberttransformator im Frequenzbereich erzielen. Dazu wird ein Hilberttransformator mit einer Übertragungsfunktion der Form

$$H_{\mathcal{H}}(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) \tag{2.2}$$

mit der Signumfunktion

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -1 & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

genutzt [8, S.11]. Im Frequenzbereich lässt sich die Hilbert-Transformierte $\hat{X}(j\omega)$ über

$$\hat{X}(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) X(j\omega) \quad (2.4)$$

berechnen [8, S.11]. Im Zeitbereich ergibt sich die Hilbert-Transformierte aus der Fourier-Transformierten von $\hat{X}(j\omega)$. Somit gilt

$$\hat{x}(t) = \mathcal{F}\{X(j\omega)\}. \quad (2.5)$$

Mit Hilfe der Hilbert-Transformation lassen sich Signale erzeugen, die aus rein positiven Frequenzkomponenten bestehen. Diese Signale werden analytische Signale genannt. Ein analytisches Signal $x^+(t)$ lässt sich aus dem Signal $x(t)$ und seiner Hilbert-Transformierten $\hat{x}(t)$ berechnen. Das analytische Signal lässt sich über die Beziehung

$$x^+(t) = x(t) + j \hat{x}(t) \quad (2.6)$$

berechnen [8, S.17]. Zudem ergibt sich aus den Gleichungen 2.4 und 2.6 im Frequenzbereich

$$X^+(j\omega) = X(j\omega)(1 + \operatorname{sgn}(\omega)). \quad (2.7)$$

Aus Gleichung 2.6 ergeben sich zudem für reelle $x(t)$ und damit folglich ebenfalls reelle $\hat{x}(t)$ die Zusammenhänge [8, S.18]

$$x(t) = \operatorname{Re}\{x^+(t)\}, \quad (2.8)$$

$$\hat{x}(t) = \operatorname{Im}\{x^+(t)\}. \quad (2.9)$$

In Abbildung 2.1a ist beispielhaft das Spektrum eines Signals im Bandpassbereich dargestellt, bei dem die Mittenkreisfrequenz des Signals ω_0 ist. Das Spektrum des zugehörigen analytischen Signals wird in Abbildung 2.1b veranschaulicht. Die Darstellung zeigt das Verschwinden der negativen Frequenzen beim Übergang zum analytischen Signal sowie die Verdoppelung des Betrages.

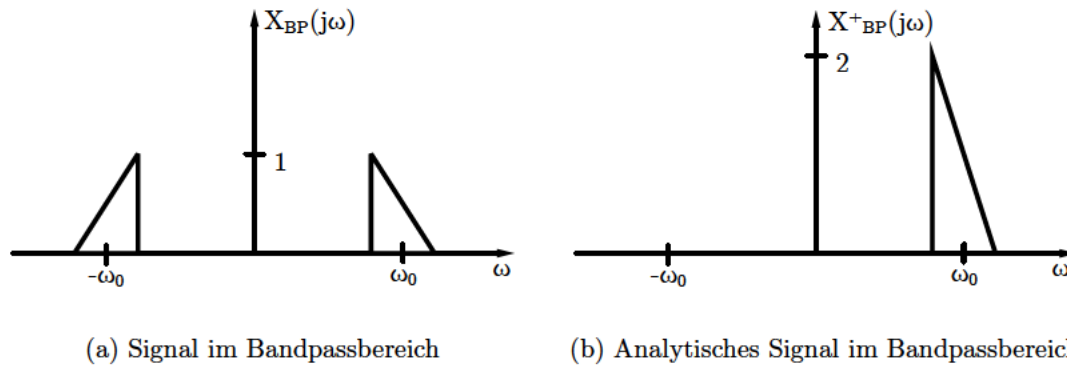


Abbildung 2.1: Darstellung eines Signals im Bandpassbereich sowie des zugehörigen nach Gleichung 2.7 berechneten analytischen Signals

Aus Gleichung 2.6 kann die Tiefpass-Darstellung eines Bandpass-Signals hergeleitet werden. Seien $x_{BP}^+(t)$ ein Signal im Bandpassbereich und ω_0 die zugehörige Bandpass-Mittenfrequenz, dann gilt nach [8, S. 18] für das Signal $x_{TP}(t)$ im Basisband-Bereich

$$x_{TP}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} x_{BP}^+(t) e^{-j\omega_0 t} \quad (2.10)$$

und daraus im Frequenzbereich

$$x_{TP}(t) \circ \bullet X_{TP}(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} X_{BP}^+(j(\omega + \omega_0)). \quad (2.11)$$

Der Faktor $1/\sqrt{2}$ wird eingeführt, damit gleiche Leistung des Signals im Tiefpass- und Bandpassbereich gegeben ist [8, S.18].

In Abbildung 2.2 ist das aus Abbildung 2.1 bekannte Signal im Basisband-Bereich abgebildet. Das Spektrum des Tiefpass-Signals liegt um die Nulllage herum mit einem mit $1/\sqrt{2}$ bewertetem Betrag.

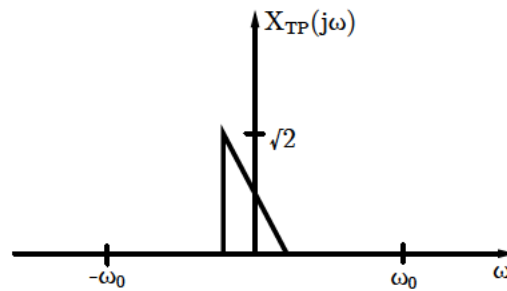


Abbildung 2.2: Spektrum eines Signals im Tiefpassbereich

Durch die Verschiebung in den Tiefpassbereich wird ein reelles Signal $x_{BP}(t)$ zu einem komplexen Signal $x_{TP}(t)$ im Tiefpassbereich, es sei denn, dass Fourier-Spektrum von $x_{BP}(t)$ weist einen geraden Betrags- und einen ungeraden Phasenverlauf auf. Unter diesen Voraussetzungen ist auch $x_{TP}(t)$ reell [8, S.19f.].

Die Überlegungen für Signale können nun auch auf Systeme übertragen werden. Somit ergibt sich ähnlich zu Gleichung 2.10 die Impulsantwort

$$h_{TP}(t) = \frac{1}{2} h_{BP}^+(t) e^{-j\omega_0 t} \quad (2.12)$$

des Systems im Tiefpassbereich [8, S.S22]. Zu beachten ist hierbei jedoch, dass bei Systemen der Faktor $1/2$ anstelle von $1/\sqrt{2}$ genutzt wird. Hiermit wird erreicht, dass Systeme sowohl im Bandpassbereich als auch im Tiefpassbereich die gleiche Bewertung der Spektren durchführen [8, S. 22].

Die Verschiebung eines Signals aus dem Tiefpassbereich in den Bandpassbereich kann unter Berücksichtigung der Gleichungen 2.8 und 2.10 über

$$x_{BP}(t) = \text{Re} \left\{ \sqrt{2} x_{TP}(t) e^{j\omega_0 t} \right\} \quad (2.13)$$

erfolgen.

Die dargelegten Zusammenhänge ermöglichen es somit Signale und Systeme im Tiefpassbereich zu beschreiben und Signalverarbeitung durchzuführen.

Dabei besteht bei der Verarbeitung keine Abhängigkeit der Mittenfrequenz des Signals mehr. Über die Beschreibung im Tiefpassbereich wird somit auch die Implementierung von Systemen vereinfacht, welche nicht über eine feste Mittenfrequenz verfügen. Zudem kann die für eine Simulation notwendige Frequenz um den Faktor $2 \cdot f_0$ verringert werden. Daraus ergibt sich beispielsweise für das später betrachtete System mit einer Bandbreite von

$$B = 20 \text{ MHz} \quad (2.14)$$

und einer Trägerfrequenz von

$$f_0 = 2,4 \text{ GHz} \quad (2.15)$$

eine Abtastfrequenz $f_{A,BP}$ von mindestens

$$f_{A,BP} = 2 \cdot (f_0 + B/2) = 2 \cdot f_0 + B. \quad (2.16)$$

Somit führt die Beschreibung im Tiefpassbereich zu einer Reduzierung der nötigen Abtastfrequenz von 5,02 GHz zu 20 MHz. Dies entspricht einer Reduzierung der Abtastfrequenz um den Faktor 251. Die Reduzierung des Rechenaufwands fällt jedoch nicht so groß aus wie die der Abtastfrequenz. Aufgrund des zumeist komplexen Signals im Tiefpassbereich erhöht sich allerdings die Anzahl der benötigten Rechenoperationen im Vergleich mit rein reellen Rechnungen. So entspricht eine komplexe Addition beispielsweise dem Aufwand von zwei reellen Additionen und eine komplexe Multiplikation dem Aufwand von vier reellen Multiplikationen. Unter der Annahme, dass eine komplexe Rechenoperation im Mittel drei reelle Rechenoperationen benötigt, ergibt sich eine Reduzierung des Rechenaufwands um den Faktor $251/3 \approx 83$.

2.2 Mobilfunkkanal

Für das Verständnis einiger Aspekte des OFDM Übertragungsverfahrens ist es notwendig, Eigenschaften von Mobilfunkkanälen zu kennen. Daher werden in diesem Abschnitt für das Verständnis einiger Aspekte des OFDM-Systems wichtige Eigenschaften von Mobilfunkkanälen erläutert. Das Sendesignal erfährt nicht nur einfaches Rauschen, wie es in einem additiven weißes gaußsches Rauschen (AWGN) Kanal nachgebildet wird, sondern auch eine Vielzahl anderer Effekte.

Als Grundlage dieses Kapitels dient [16]. Für weiterreichende Erklärungen kann beispielsweise [7] herangezogen werden.

Zu den auftretenden Effekten gehören unter anderem: Dämpfung, Streuung, Reflexionen und Beugung.

Ein grundlegender Effekt ist die Freiraumdämpfung. Dies bedeutet, dass die Empfangsleistung, bei gleichbleibender Sendeleistung, sinkt, sofern sich der Empfänger weiter vom Sender entfernt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich die abgestrahlte Leistung bei steigendem Abstand auf eine größere Fläche verteilt. Die Freiraumdämpfung ändert sich aufgrund ihrer Abhängigkeit von der Entfernung zwischen Sender und Empfänger nur langsam. Sie wird daher dem sogenannten Large-Scale Fading (Schwund) zugeordnet.

In einem realen Mobilfunkkanal können, durch die räumliche Umgebung bedingt, eine Vielzahl von Effekten auftreten. Diese Effekte führen dazu, dass das Signal sich nicht nur über den direkten Pfad zwischen Sender und Empfänger bewegt. Vielmehr kommt es zu der sogenannten Mehrwegeausbreitung, da das Signal über mehrere Pfade zum Empfänger gelangt. Die Entstehung der zusätzlichen Ausbreitungswege lässt sich unter anderem auf die Effekte Reflexion, Beugung und Streuung zurückführen:

- Bei der Reflexion wird eine elektromagnetische Welle an einer glatten Oberfläche reflektiert. Dies tritt auf, sofern die Fläche groß im Vergleich zu der Wellenlänge des Signals ist.
- Beugung tritt auf, wenn zwischen Sender und Empfänger Hindernisse, welche groß gegenüber der Wellenlänge sind, liegen. Dadurch kommt es hinter dem Hindernis zu einer Ausbildung von neuen Wellen.

- Streuung tritt auf, wenn elektromagnetische Wellen auf raue Oberflächen mit einer Größenordnung größer der Wellenlänge, oder auf Flächen in der Größe der Wellenlänge oder kleiner treffen. Durch die Streuung breitet sich das Signal anschließend ungerichtet aus.

Diese Effekte führen dazu, dass Signale nicht nur einmal am Empfänger ankommen, sondern mit unterschiedlichen Verzögerungen und Dämpfungen eintreffen. Die Überlagerung der Signale kann sowohl destruktiv als auch konstruktiv ausfallen, was zu frequenzselektivem Verhalten des Übertragungskanals führt.

Durch die Vielzahl an möglichen Pfaden kann es schon durch geringe Veränderungen des Standortes des Empfängers zu starken Schwankungen in den Kanaleigenschaften kommen. Diese Effekte werden daher als Small-Scale Fading zusammengefasst. Die zeitliche Differenz zwischen der kürzesten und der längsten Verzögerung wird Delay-Spread genannt.

In Abbildung 2.3 ist eine schematische Darstellung gezeigt, welche die Entstehung von zusätzlichen Ausbreitungspfaden zeigt. Zum einen besteht ein direkter Pfad zwischen Sender und Empfänger, es treten jedoch auch Reflexion und Streuung durch verschiedene Hindernisse auf.

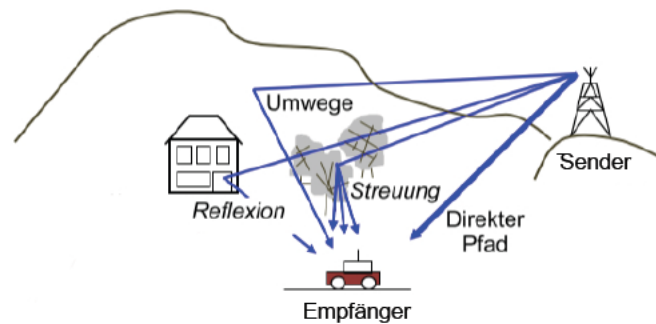


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Mehrwegeausbreitung modifiziert aus [19, S.556]

2.3 Quadratur-Amplituden-Modulation

QAM ist das Modulationsverfahren, welches in Übertragungen nach IEEE 802.11a verwendet wird. Der Standard IEEE 802.11a ist die Basis für das OFDM-System in dieser Arbeit. Da in diesem Standard M-QAM verwendet wird [1], soll diese Modulationsart zuerst betrachtet werden.

Bei QAM handelt es sich um ein digitales lineares Modulationsverfahren. Bei M-QAM werden M diskrete Werte als Symbole genutzt. Daraus folgt, dass jedem Symbol ein m-Bit Wort mit

$$m = \lg(M) \quad (2.17)$$

zugeordnet wird. Jedes der genutzten Symbole besteht aus einer In-Phasen- und einer Quadratur-Phasen-Komponente. Seien die M-Symbole

$$d[i] \in \{d[0], d[1], \dots, d[M-1]\}, \quad (2.18)$$

dann wird $\operatorname{Re}\{d[i]\}$ durch die In-Phasen-Komponente und $\operatorname{Im}\{d[i]\}$ durch die Quadratur-Phasen-Komponente bestimmt. In dieser Ausarbeitung wird für die Zuweisung des m-Bit Wortes zum QAM-Symbol eine Gray-Kodierung verwendet.

Damit die QAM ein quadratisches Symbolalphabet besitzt, muss für die Anzahl der Datensymbole M

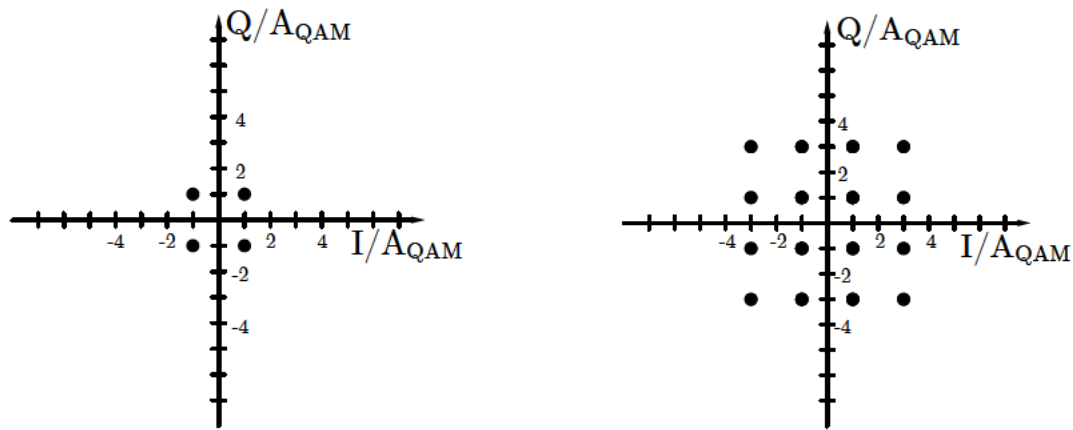
$$M = 4^k, \quad k \in \mathbb{N} \quad (2.19)$$

gelten.

Die Symbole einer QAM mit quadratischem Symbolalphabet ergeben sich mit

$$d[i] \in A_{QAM} \cdot \{\pm 1, \dots, \pm\sqrt{M} - 1\} + j \cdot A_{QAM} \cdot \{\pm 1, \dots, \pm\sqrt{M} - 1\}. \quad (2.20)$$

In Abbildung 2.4 sind beispielhaft die Symbole von 4-QAM und 16-QAM in Konstellationsdiagrammen dargestellt.



(a) Konstellationsdiagramm für 4-QAM

(b) Konstellationsdiagramm für 16-QAM

Abbildung 2.4: Konstellationsdiagramme für 4- und 16-QAM

Hierbei gilt für die Symbole der 4-QAM

$$d_4 \in A_{QAM} \cdot \{\pm 1 \pm j\} \quad (2.21)$$

und darauf aufbauend für die Symbole der 16-QAM

$$d_{16} \in A_{QAM} \cdot \{\pm 1 \pm j, \pm 1 \pm 3j, \pm 3 \pm j, \pm 3 \pm 3j\}. \quad (2.22)$$

Hierbei stellt A_{QAM} einen Verstärkungsfaktor dar. Dieser ermöglicht es, durch Anpassung der Beträge der Datensymbole die mittlere Leistung des Datenalphabetes festzulegen. Zudem ergibt sich bei der Verwendung von M-QAM in einem AWGN-Kanal die von dem Verhältnis von Energie pro Bit E_b zu Rauschleistung pro 1 Hz abhängige Bitfehlerwahrscheinlichkeit

$$P_b = \frac{1}{\text{ld}(M)} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \cdot \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \cdot \text{ld}(M)}{2(M-1)} \cdot \frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (2.23)$$

Der Verlauf von Gleichung 2.23 wird dabei maßgeblich von der komplementären Fehlerfunktion

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\tau^2} d\tau \quad (2.24)$$

bestimmt [8, S.250].

3 Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

3.1 Grundlagen

OFDM bezeichnet eine besondere Form der Mehrträger-Übertragung. Im Gegensatz zur Einträger-Übertragung, bei der die Daten einer Trägerfrequenz aufmoduliert werden, wird bei der Mehrträger-Übertragung eine Vielzahl von Subträgern für die Übertragung genutzt. Dafür wird ein Datenstrom auf mehrere Teildatenströme aufgeteilt, welche anschließend jeweils einem Subträger aufmoduliert werden. Diese einzelnen Subträger liegen im Frequenzbereich nebeneinander und bilden durch ihre Überlagerung im Zeitbereich das Datensignal.

Ein Mehrträgersignal des Senders in äquivalenter Basisbandlage mit N Subträgern lässt sich für gerade N mit

$$s_{MC}(t) = T_S \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{i=-\infty}^{\infty} d_i[n] g_s(t - iT_S) e^{j2\pi f_n t} \quad \text{für } iT_S \leq t < (i+1)T_S \quad (3.1)$$

beschreiben [8, S. 552]. Dabei ist T_S die Dauer des Signals und f_n sind die Frequenzen der Subträger, die über

$$f_n = \frac{n}{T_S}, \quad n \in \{\mathbb{N}_0 \mid -\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2} - 1\} \quad (3.2)$$

festgelegt werden.

Ferner wird mit $g_s(t)$ die Impulsantwort des Sendefilters bezeichnet. Daraus ergibt sich die Form der Subträgerspektren $G_s(j\omega)$ über

$$G_s(f) = \mathcal{F}\{g_s(t)\}. \quad (3.3)$$

Abhängig von der Form der Subträgerspektren kann es schon im Sender zu gegenseitiger Überlagerung der einzelnen Subträger kommen. Dies wird als Intercarrier Interference (ICI) bezeichnet. Im Empfänger kann ICI beispielsweise auch durch imperfekte Synchronisation oder durch Fading im Übertragungskanal auftreten.

ICI wird bei OFDM vermieden, indem Subträger mit zueinander orthogonalen Spektren verwendet werden. Im Maximum eines Subträgers sind alle anderen Subträger daher null. Diese Orthogonalität wird durch Verwendung eines Sendefilters mit rechteckiger Impulsantwort erreicht. Die Impulsantwort des Sendefilters $g_s(t)$ lautet [8, S. 554]

$$g_s(t) = \begin{cases} 1/T_s & \text{für } 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (3.4)$$

Mit dieser Definition des Sendefilters als Rechteckfunktion ergibt sich für ein Subträgerspektrum $G_s(j\omega)$

$$G_s(j\omega) = \mathcal{F}\{g_s(t)\} \quad (3.5)$$

$$= \mathcal{F} \left\{ \frac{1}{T_s} \text{rect} \left(\frac{t - \frac{T_s}{2}}{T_s} \right) \right\} \quad (3.6)$$

$$= e^{-j\frac{\omega T_s}{2}} \cdot \text{si} \left(\frac{\omega T_s}{2} \right). \quad (3.7)$$

Mit dem definierten Sendefilter vereinfacht sich das Mehrträgersignal für gerade N zu [8, S. 554]

$$s_{MC}(t) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{i=-\infty}^{\infty} d_i[n] e^{j2\pi f_n t} \quad \text{für } iT_S \leq t < (i+1)T_S. \quad (3.8)$$

Für die Realisierung in einem digitalen System muss eine Diskretisierung durchgeführt werden. Hierfür wird die Abtastfrequenz

$$F_A = \frac{N}{T_S} \quad (3.9)$$

gewählt, sowie der Abstand der Subträger als

$$\Delta f = \frac{1}{T_S} \quad (3.10)$$

festgelegt. Zudem wird für die spätere Betrachtung der Fourierspektren die normierte Kreisfrequenz Ω eingeführt, die über

$$\Omega = \frac{2\pi f}{F_A} \quad (3.11)$$

berechnet wird.

Es ergibt sich für die normierten Frequenzen der Subträger Ω_n mit f_n

$$\Omega_n = \frac{2\pi f_n}{F_A}. \quad (3.12)$$

Daraus resultiert für jeweils ein Symbol der Dauer T_S das OFDM-Signal

$$S_{OFDM}[k] = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d[n] e^{j2\pi \frac{n}{N} k}, \quad k \in \{\mathbb{N}_0 \mid 0 \leq k \leq N-1\}. \quad (3.13)$$

Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass der Faktor $e^{j2\pi\frac{n}{N}k}$ dem aus der Inversen Diskreten Fourier-Transformation (IDFT) entspricht. Der Vergleich der Gleichung 3.13 mit der Definition der IDFT eines Signals $X[n]$ [5, S. 81]

$$x[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X[n] e^{j2\pi\frac{n}{N}k}, \quad k \in \{\mathbb{N}_0 | 0 \leq k \leq N-1\} \quad (3.14)$$

zeigt, dass diese bis auf einen Faktor $1/N$ identisch sind. Demzufolge kann Gleichung 3.13 auch als N -Punkte IDFT von $d[n]$

$$s_{OFDM}[k] = N \cdot IDFT_N(d[n]) \quad (3.15)$$

formuliert werden.

Um zu untersuchen, ob der hergeleitete Ausdruck ICI-Freiheit erfüllt, also keine Interferenz zwischen den einzelnen Subträgern auftritt, wird eine Fourier-Transformation für zeitdiskrete Signale (DTFT) von Gleichung 3.13 berechnet. Die DTFT mit normierter Kreisfrequenz Ω ist definiert als [14, S. 63]

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] e^{-j\Omega k}. \quad (3.16)$$

Das Spektrum des n -ten Subträgers aus Gleichung 3.13 für ein Symbol der Länge T_s lässt sich folglich mit

$$S_{OFDM}(n, e^{j\Omega}) = \sum_{k=0}^{N-1} d[n] e^{j2\pi\frac{n}{N}k} e^{-j\Omega k} \quad (3.17)$$

$$= d[n] \sum_{k=0}^{N-1} e^{-jk(\Omega - 2\pi\frac{n}{N})} \quad (3.18)$$

berechnen.

Über die Formel zur Berechnung der Partialsumme einer geometrischen Reihe [3, S. 244]

$$y = \sum_{l=0}^j q^l = \frac{1 - q^{j+1}}{1 - q} \quad \text{für } q \neq 1 \quad (3.19)$$

gelangt man mit $n \in \{\mathbb{N}_0 \mid -\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2} - 1\}$ nach [8, S. 554]

für $\Omega \neq \frac{2\pi n}{N}$ ergibt sich

$$S_{OFDM}(n, e^{j\Omega}) = d[n] \frac{1 - e^{-jN(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})}}{1 - e^{-j(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})}} \quad (3.20)$$

$$= d[n] \frac{e^{-j\frac{1}{2}N(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})}}{e^{-j\frac{1}{2}(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})}} \cdot \frac{j2\sin(N(\Omega - 2\pi \frac{n}{N}))}{j2\sin(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})} \quad (3.21)$$

$$= d[n] \cdot e^{-j\frac{1}{2}(N-1)(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})} \cdot \frac{\sin(N(\Omega - 2\pi \frac{n}{N}))}{\sin(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})}, \quad (3.22)$$

für $\Omega = \frac{2\pi n}{N}$ ergibt sich

$$S_{OFDM}(n, e^{j\Omega}) = d[n] \cdot e^{-j\frac{1}{2}(N-1)(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})}. \quad (3.23)$$

Mit der als Diriclet-Kern bezeichneten Funktion [9]

$$di_N(x) = \begin{cases} \frac{\sin(N\frac{x}{2})}{N \sin(\frac{x}{2})} & \text{für } x \neq 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ (-1)^{k(N-1)} & \text{für } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (3.24)$$

vereinfachen sich Gleichung 3.22 und 3.23 nach [8, S. 555] zu

$$S_{OFDM}(n, e^{j\Omega}) = N \cdot d[n] \cdot e^{-j\frac{1}{2}(N-1)(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})} \cdot di_N(\Omega - 2\pi \frac{n}{N}). \quad (3.25)$$

In Abbildung 3.1 ist das Spektrum eines Subträgers bei $n = 0$ mit $d[0] = 1$ dargestellt. Zusätzlich sind die Ω_n der Subträger $n = -5$ bis $n = 5$ in die Abbildung eingetragen.

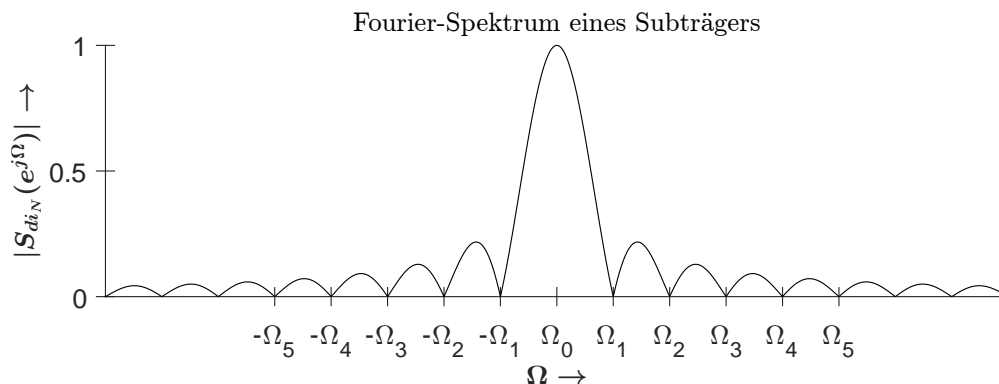


Abbildung 3.1: Subträgerspektrum eines OFDM-Signals mit $N = 64$

Zudem kann aus Gleichung 3.25 ein Ausdruck für die Gesamtheit aller N Subträger formuliert werden

$$S_{OFDM}(e^{j\Omega}) = N \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} d[n] \cdot e^{-j\frac{1}{2}(N-1)(\Omega - 2\pi\frac{n}{N})} \cdot di_N(\Omega - 2\pi\frac{n}{N}). \quad (3.26)$$

Um einen negativen Einfluss des realen Mobilfunkkanals auf das OFDM-Signal zu verringern, muss verhindert werden, dass durch das Einschwingen des Kanals zu Beginn der Übertragung eine Verzerrung im Frequenzbereich entsteht. Außerdem kann es durch Mehrwegeausbreitung zu einem Verschmieren der Symbole kommen, wodurch Intersymbolinterferenz (ISI) entsteht. Dies tritt auf, wenn sich durch die Verzögerung eines Ausbreitungspfades aufeinanderfolgende Symbole überlagern. Um den Effekt des Einschwingens auf das Signal zu verhindern, wird ein Übergangsbereich geschaffen, der dem eigentlichen Sendesignal vorangestellt wird. Dieser Bereich wird *Cyclic Prefix (CP)* oder *Guard Interval* genannt. Die Dauer des CP wird demzufolge durch die Eigenschaften des Kanals bestimmt und ergibt sich somit über die maximale Einschwingzeit des Kanals τ_{max} [8, S.558]. Daraus ergibt sich unter Berücksichtigung der Abtastfrequenz F_A für die Anzahl der Signalwerte N_{CP} des CP

$$N_{CP} > \tau_{max} \cdot F_A. \quad (3.27)$$

Das durch Hinzufügen des CP erzeugte OFDM-Signal weist keine ICI-Freiheit mehr auf. Sofern die Dauer des CP die Dauer der Kanalimpulsantwort nicht überschreitet, wird durch das Entfernen des CP im Empfänger die ICI-Freiheit jedoch wieder erzeugt [8, S. 559]. Durch die Entfernung des CP, der durch die Ein- und Ausschwingvorgänge des Kanals beeinflusst wird, bleibt nur der ICI-freie Signalanteil zurück. Die Verwendung des CP ermöglicht so bei korrekter Dimensionierung eine verlustfreie Übertragung über einen ungestörten Kanal. Ohne diesen CP würde es auch bei einem rauschfreien Kanal durch die Einschwingzeit zu deutlicher Störung der Übertragung kommen.

Das Spektrum der Subträger verändert sich durch Verwendung eines CP, dies hat zur Folge, dass sich der Abstand der Nullstellen des Spektrums verringert. Gleichung 3.25 verändert sich dadurch zu

$$S_{OFDM,CP}(n, e^{j\Omega}) = (N + N_{CP}) \cdot d[n] \cdot e^{-j\frac{1}{2}(N-1)(\Omega - 2\pi\frac{n}{N})} \cdot di_{N+N_{CP}}(\Omega - 2\pi\frac{n}{N}). \quad (3.28)$$

Die Darstellung des Spektrums eines Subträgers nach Gleichung 3.28, in Abbildung 3.2 gezeigt, macht den Einfluss des CP besonders deutlich. Werden die Abbildung 3.1 und 3.2 miteinander verglichen, ist die starke Veränderung des Spektrums deutlich. Für einen besseren Vergleich sind die neuen Nullstellen rot markiert.

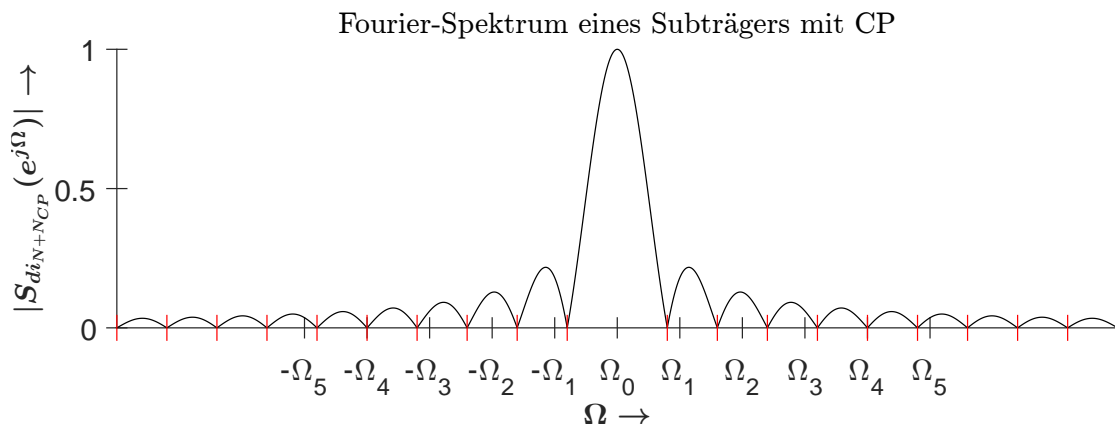


Abbildung 3.2: Subträgerspektrum eines OFDM-Signals mit CP mit $N = 64$, $N_{CP} = N/4$ und rot markierten neuen Nullstellen

Bei Betrachtung der Abbildung wird der verringerte Abstand der Nullstellen des Spektrums durch Verwendung des CP deutlich. Zudem macht die Abbildung deutlich, wie das Hinzufügen des CP zu ICI führt. Die einzelnen Subträgerspektren fallen bei den Frequenzen, bei denen die anderen Subträgerspektren ihr Maximum aufweisen, nicht mehr auf null ab, wodurch die ICI entsteht.

Des Weiteren verändert sich dadurch Gleichung 3.26 zu

$$S_{OFDM,CP}(\Omega) = (N + N_{CP}) \sum_{n=0}^{N-1} d[n] \cdot e^{-j\frac{1}{2}(N-1)(\Omega - 2\pi\frac{n}{N})} \cdot di_{N+N_{CP}}(\Omega - 2\pi\frac{n}{N}). \quad (3.29)$$

Mit Gleichung 3.15 ergibt sich die genutzte Implementierung für die Erzeugung eines OFDM-Signals.

Eine schematische Darstellung des in dieser Ausarbeitung genutzten OFDM-Systems ist in Abbildung 3.3 aufgeführt. Die von der Daten-Quelle erzeugte Bitfolge wird in m-Bit Wörter aufgeteilt. Jedes dieser m-Bit Wörter wird durch den “Map”-Block einem Datensymbol der verwendeten QAM zugeordnet. Die Datensymbole werden dann mit Hilfe einer IDFT in den Zeitbereich transformiert. Dem so erzeugten Zeitsignal wird nun vor der Übertragung der CP vorangestellt. Im Übertragungskanal wird das Signal gestört, als Vereinfachung wird nur der Einfluss durch Additives weißes gaußsches Rauschen betrachtet. Im Empfänger wird der CP wieder entfernt, bevor das Zeitsignal mit einer diskreten Fourier-Transformation (DFT) in den Frequenzbereich transformiert wird. Im Frequenzbereich findet die Entscheidung statt, welches Datensymbol empfangen wurde. Der “Demap”-Block ordnet den Datensymbolen die entsprechende Bitfolge zu.

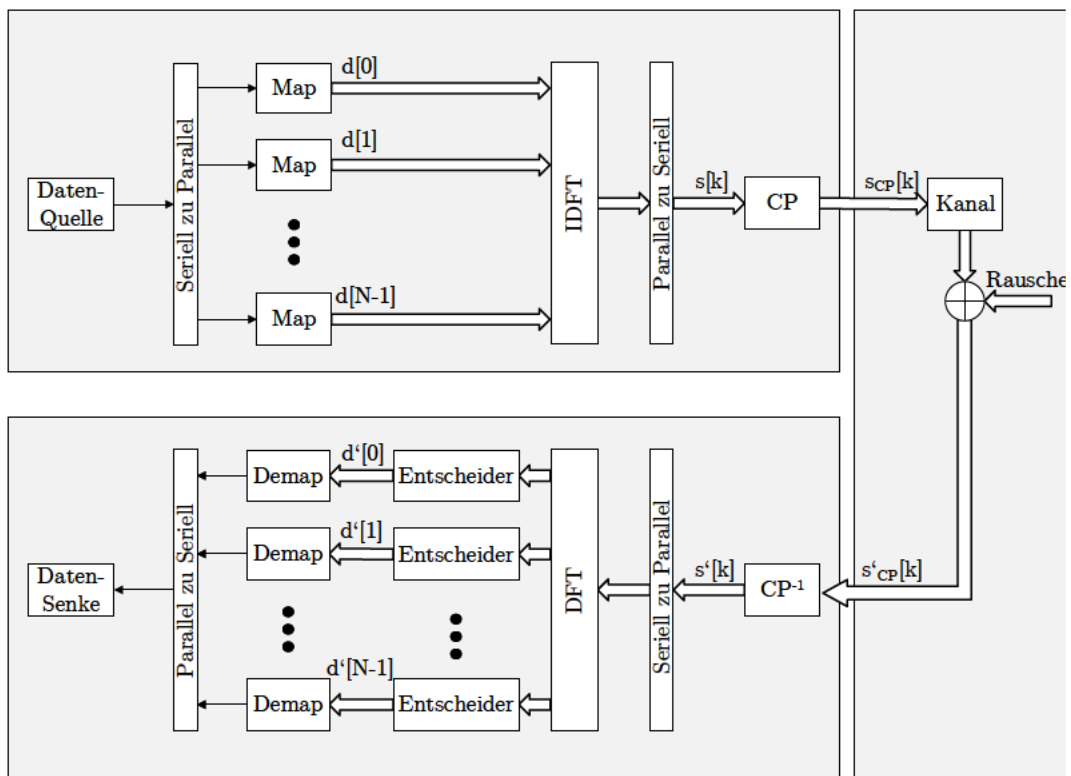


Abbildung 3.3: Modell eines OFDM-Systems im Tiefpass-Bereich, angelehnt an [8, S.556]

In Abbildung 3.4 ist ein OFDM-Signal im Zeitbereich dargestellt, dabei ist der CP besonders hervorgehoben.

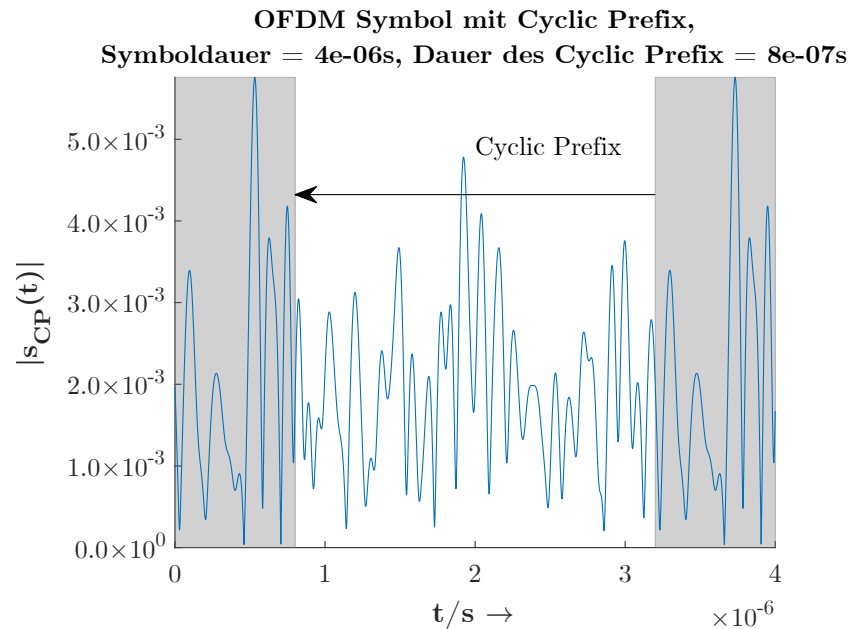


Abbildung 3.4: OFDM-Signal im Zeitbereich mit 4-QAM und hervorgehobenem CP, Abtastfrequenz mit Überabtastung von 20 MHz auf 1 GHz erhöht, eigene Simulation

Darüber hinaus ergibt sich durch den speziellen Aufbau des CP als Wiederholung eines Teils des Signals die Möglichkeit darüber eine Schätzung der Übertragungsfunktion des Mobilfunkkanals zu berechnen. Über die zyklische Faltung kann das Empfangssignal mit entferntem CP mit

$$s'[k] = s_{CP}[k] *_{circ} h[k] \quad (3.30)$$

berechnet werden, wobei $h[k]$ die diskrete Impulsantwort des Übertragungskanals darstellt [8, S.556]. Zudem gilt durch die zyklische Faltung [8, S.556]

$$DFT_N(s_{CP}[k] *_{circ} h[k]) = DFT_N(s[k]) \cdot DFT_N(h[k]). \quad (3.31)$$

Die Anwendung der Kanalschätzung setzt die Kenntnis der gesendeten Datensymbole voraus. In der Praxis kann dies zum Beispiel dadurch erreicht werden, dass nach dem ersten Verbindungsaufbau bekannte Symbole auf allen Subträgern gesendet werden. Diese Sym-

bole werden auch Pilotsymbole genannt [8, S.572]. Bei Verwendung von Pilotsymbolen mit unterschiedlichen Beträgen kann durch eine Mittelung das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) erhöht werden. Durch diese Mittelung ergibt sich die geschätzte Kanalübertragungsfunktion $\hat{H}[n]$

$$\hat{H}[n] = \frac{1}{\sum_{i=0}^{I_{P_i}-1} |d_n^{P_i}[i]|^2} \cdot \sum_{i=0}^{I_{P_i}-1} d_n^{*P_i}[i] \cdot x_n[i]. \quad (3.32)$$

Hierbei ist I_{P_i} die Anzahl der Pilotsymbole, die nacheinander pro Subträger gesendet werden, $x_n[i]$ ist der Ausgang der DFT. Mögliche Verbesserungen dieser Kanalschätzung werden in [8, S.572ff.] diskutiert.

Die Gleichung 3.30 überträgt sich in den Frequenzbereich als

$$DFT_N(s'[k]) = DFT_N(s_{CP}[k]) \cdot DFT_N(h[k]). \quad (3.33)$$

Somit ist es möglich eine Schätzung der Kanalimpulsantwort zu berechnen. Dafür ist es nötig, zu Beginn einer Übertragung und in hinreichend kleinen Abständen dem Empfänger bekannte Symbole zu übertragen.

3.2 Bitfehlerwahrscheinlichkeit

Die Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines OFDM-Systems wird hauptsächlich durch die verwendete Modulationsart bestimmt. In einem Kanal ohne Einschwingzeit kommt es durch die Verwendung des CP zu einer Erhöhung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit, da im CP keine zusätzlichen Informationen enthalten sind. Dadurch kommt es zu einer Verschlechterung des SNR und somit zu einer erhöhten Bitfehlerwahrscheinlichkeit. Seien T_S die Länge des Symbols ohne CP und T_{CP} die Länge des CP, dann ergibt sich nach [8, S.560] eine Verschlechterung um den Faktor β mit

$$\beta = \frac{T_S}{T_S + T_{CP}}. \quad (3.34)$$

In Tabelle 3.1 sind Verschlechterungen der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei verschiedenen Längen des CP aufgeführt. Die Werte der Tabelle sind nach Gleichung 3.34 berechnet. Es ist zu erkennen, dass sich bei zunehmender Länge des CP sich eine immer größer werdende Verschlechterung des SNR ergibt.

T_{CP}	β
$\frac{1}{5} T_S$	-0,792 dB
$\frac{1}{4} T_S$	-0,969 dB
$\frac{1}{3} T_S$	-1,249 dB
$\frac{2}{5} T_S$	-1,461 dB
$\frac{1}{2} T_S$	-1,761 dB
$\frac{2}{3} T_S$	-2,218 dB

Tabelle 3.1: Verschlechterung des SNR durch die Verwendung eines CP der Dauer T_{CP}

In den Abbildungen 3.5 und 3.6 ist der Verlauf der Bitfehlerwahrscheinlichkeit der Simulation eines OFDM-Systems bei Verwendung von 4-QAM und 16-QAM dargestellt. Zudem wird als Referenz die nach Gleichung 2.23 berechnete Bitfehlerwahrscheinlichkeit mit dargestellt. Die Bitfehlerwahrscheinlichkeit des Systems, welches keinen CP verwendet (in grün dargestellt), stimmt so gut mit den theoretischen Werten (in gelb dargestellt) überein, dass diese in den Abbildungen übereinander fallen und somit nicht differenziert werden können.

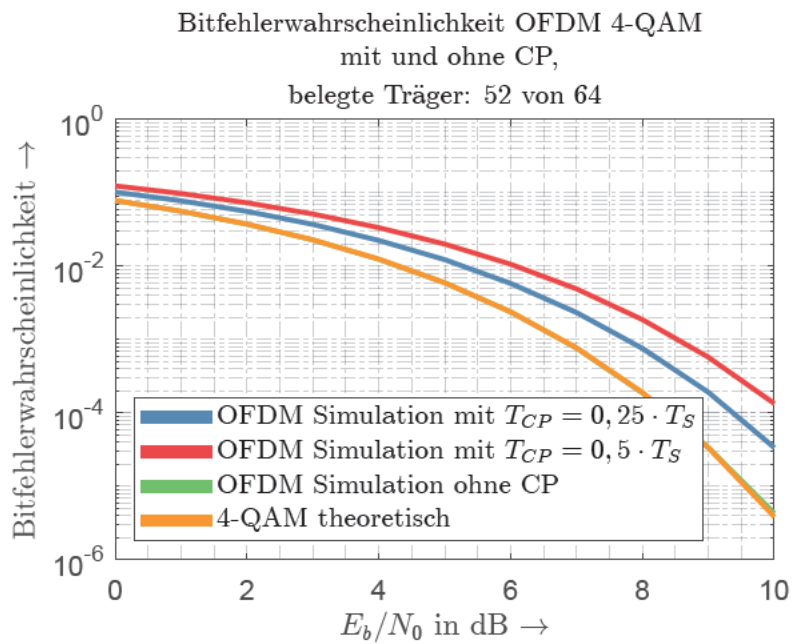


Abbildung 3.5: Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines OFDM-Systems mit 4-QAM bei unterschiedlicher Länge des CP, eigene Simulation

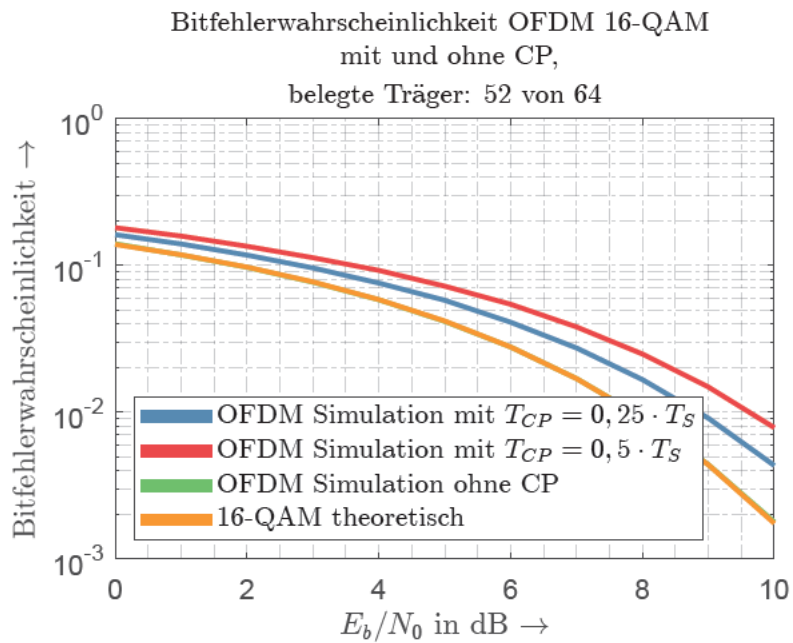


Abbildung 3.6: Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines OFDM-Systems mit 16-QAM bei unterschiedlicher Länge des CP, eigene Simulation

Die Abbildungen zeigen, dass das simulierte System das theoretisch zu erwartende Verhalten aufweist. Ohne Verwendung des CP sind die Verläufe der Bitfehlerwahrscheinlichkeit identisch. Zudem wird deutlich, wie sich der CP auf den Verlauf der Bitfehlerwahrscheinlichkeit auswirkt. Die Länge des CP ist daher möglichst genau an den Übertragungskanal anzupassen, damit die Übertragung gegen Einschwingen des Kanals geschützt ist, jedoch die Verschlechterung des SNR minimiert wird.

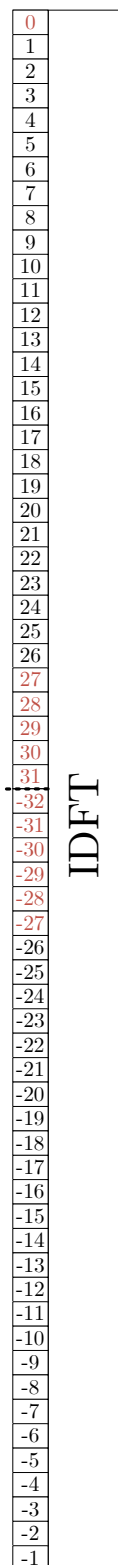
3.3 Leistungsdichtespektrum

Mit dem Leistungsdichtespektrum (LDS) besteht die Möglichkeit die Verteilung der Leistung gegenüber der Frequenz darzustellen. Das LDS lässt sich über die Autokorrelationsfunktion berechnen. Die Autokorrelationsfunktion ergibt sich aus dem Signal $m(t)$ nach [13, S.51] aus

$$\varphi_{mm}(t, t + \Delta t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} s(t - kT) \cdot s(t + \Delta t - lT) \cdot E[d_{k,n}^* \cdot d_{l,m}] \cdot e^{j\omega(m(t+\Delta t)-nt)}. \quad (3.35)$$

Das LDS ergibt sich aus der Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion. Im Falle von unkorrelierten Daten vereinfacht sich das LDS des Mehrträgersignals zu einer Addition der Leistungsdichtespektren der einzelnen Subträger [18]. Ausgehend von der hier genutzten Implementierung des OFDM-Systems ergibt sich aus dem Fourier-Spektrum des OFDM-Signals aus Gleichung 3.26 bei Verwendung eines Datenalphabetes mit einer mittleren Leistung von 1 das in Gleichung 3.36 beschriebene LDS. Dabei addieren sich die Leistungen der einzelnen Subträger aufgrund der Unkorreliertheit der Daten. Unter Berücksichtigung der Symboldauer T_s ergibt sich das LDS

$$S_{SS}(e^{j\Omega}) = \frac{T_s}{N^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |d_{i_N}(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})|^2. \quad (3.36)$$



In Abbildung 3.7 ist die Belegung der Eingänge der IDFT dargestellt, die dem Standard IEEE 802.11a [1, S.12] folgt. Das System besitzt 64 Subträger von denen 52 belegt sind. Der Subträger an der Position 0, welcher bei $f = 0$ Hz liegt ist unbelegt, wodurch eine Gleichspannungsunterdrückung erzielt wird. Die äußeren 6 Subträger bleiben ebenso unbelegt. Sie dienen als Schutz gegen benachbarte Übertragungen. Um die Abtastfrequenz zu erhöhen und somit zusätzliche Zwischenwerte im Zeitbereich zu berechnen, können weitere unbelegte Subträger in der Mitte der IDFT eingefügt werden. Durch die erhöhte Abtastfrequenz können nachfolgende Filter mit geringerer Filtersteilheit verwendet werden.

Das nach Gleichung 3.36 berechnete LDS, sowie das durch eine Monte-Carlo Simulation berechnete LDS ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Dabei ist die Abtastfrequenz durch Überabtastung auf 500 MHz erhöht. Die 20 MHz Bandbreite ist mit zwei vertikalen Linien gekennzeichnet. Das Simulationsergebnis stimmt dabei so gut mit dem nach Gleichung 3.36 berechnetem Ergebnis überein, dass diese in der Abbildung übereinander liegen.

Zusätzlich ist in Abbildung 3.9 eine vergrößerte Ansicht von Abbildung 3.8 im Bereich von $-312,5$ kHz bis 12,5 MHz. Die LDS sind durch den Vorfaktor aus Gleichung 3.36 dividiert, um sie auf das 0 dB Niveau zu skalieren.

Abbildung 3.7: Belegte, sowie in rot gekennzeichnete unbelegte IDFT-Eingänge

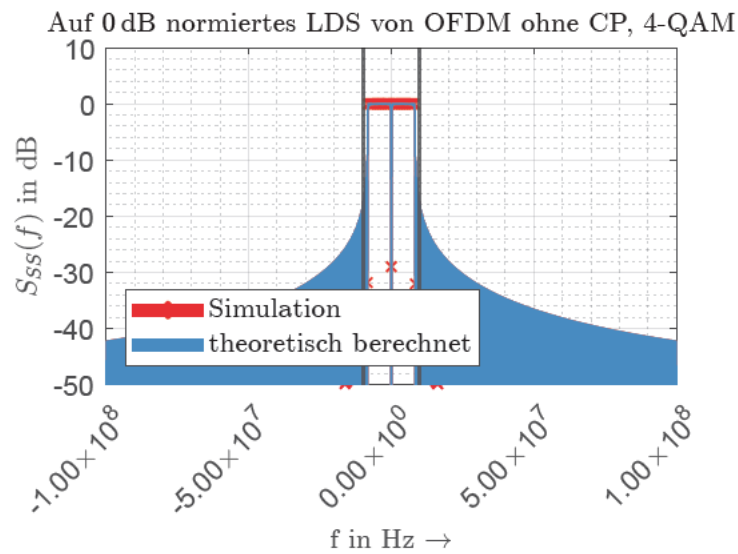


Abbildung 3.8: LDS eines OFDM-Signals, eigene Simulation

In Abbildung 3.8 ist klar zu erkennen, wie durch das Nicht-Belegen des Subträgers bei $f_n = 0 \text{ Hz}$ ein starker Einbruch auftritt. Zudem ist ersichtlich, dass das OFDM-Signal Frequenzanteile außerhalb der 20 MHz besitzt und somit Einfluss auf benachbarte Signale nehmen kann.

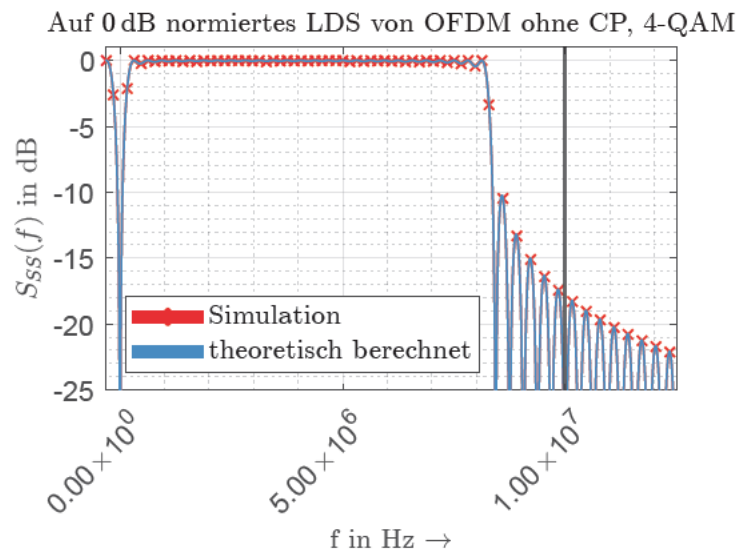


Abbildung 3.9: Vergrößerte Darstellung des LDS eines OFDM-Signals, eigene Simulation

Durch die vergrößerte Darstellung ist in Abbildung 3.9 noch einmal die große Übereinstimmung zwischen dem Simulationsergebnis und dem theoretisch bestimmtem LDS zu erkennen. Auch wird in dieser Darstellung die Form des LDS oberhalb des letzten belegten Subträgers deutlich. Es zeigen sich die aus Abbildung 3.1 bekannten Bögen mit abnehmender Größe, welche durch die Fortsetzung der Spektren der belegten Subträger entstehen. Hierbei sind zudem deutlich die Minima bei Vielfachen des Subträgerabstands Δf erkennbar. Das LDS des Signals mit CP lässt sich ausgehend von Gleichung 3.36 unter Berücksichtigung der zusätzlichen Symbollänge mit

$$S_{SS,CP}(e^{j\Omega}) = \frac{T_S + T_{CP}}{N^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |d_{i_{N+N_{CP}}}(\Omega - 2\pi \frac{n}{N})|^2 \quad (3.37)$$

beschreiben. In Abbildung 3.10 sind simuliertes und berechnetes LDS bei Verwendung eines CP gezeigt. Weiterhin ist in dieser Abbildung die 20 MHz Bandbreite durch vertikale Linien gekennzeichnet. Bei Verwendung eines CP stimmt das Simulationsergebnis ebenfalls mit dem theoretisch berechnetem überein, sodass diese in Abbildung 3.10 und 3.11 nicht unterscheidbar übereinander liegen.

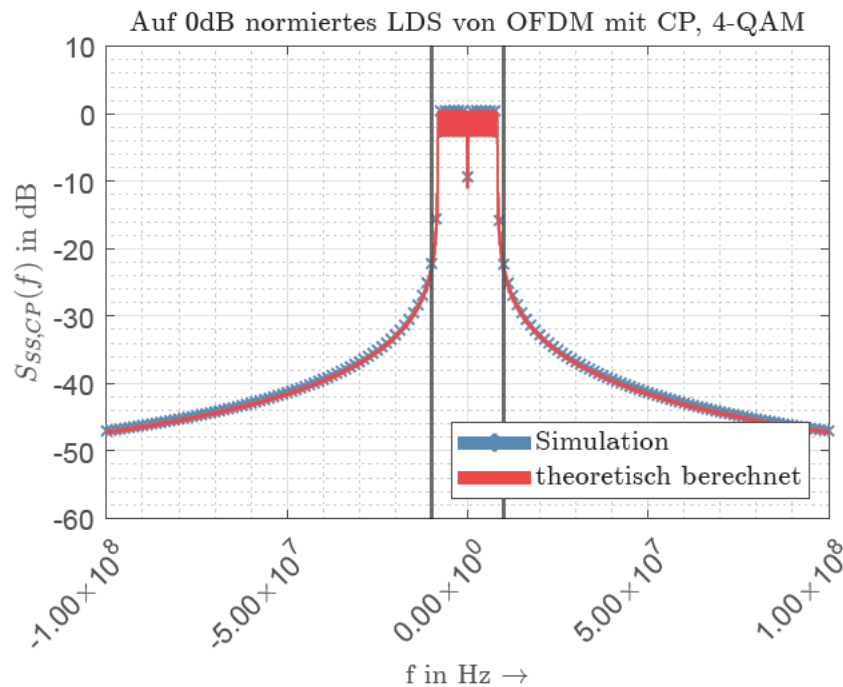


Abbildung 3.10: LDS eines OFDM-Signals mit CP, $N_{CP} = N/4$, eigene Simulation

In Abbildung 3.10 ist zu erkennen, dass der CP zu einem stärkeren Abfall außerhalb der Bandbreite führt. Zudem kommt es nicht mehr zu periodischen Einbrüchen außerhalb der 20 MHz Bandbreite. Des Weiteren führt der CP zu einer deutlich erkennbaren Welligkeit innerhalb der 20 MHz Bandbreite. Abbildung 3.11 zeigt einen im Bereich von $-312,5$ kHz bis $4,0625$ MHz vergrößerten Ausschnitt von Abbildung 3.10.

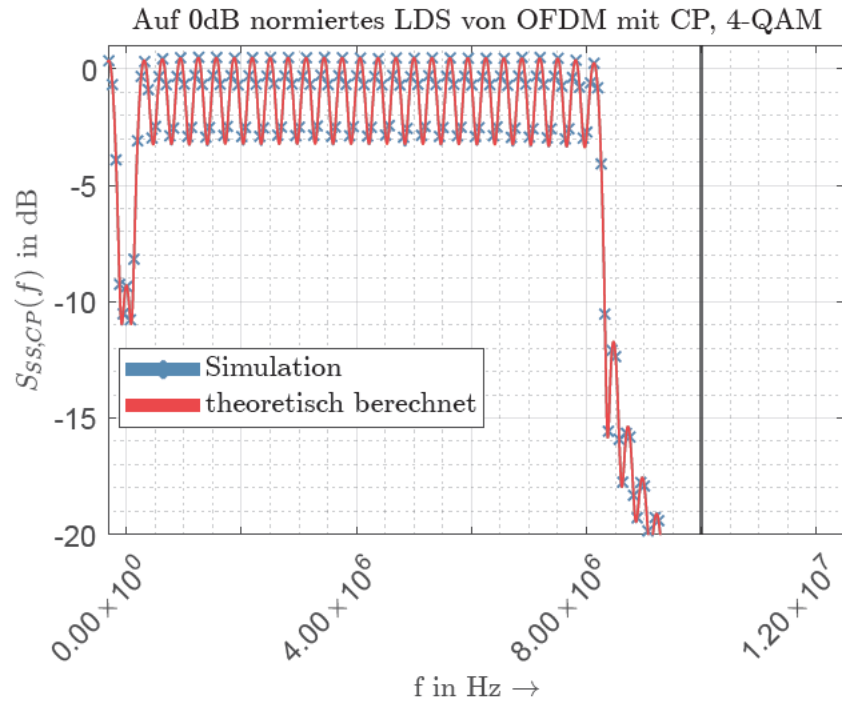


Abbildung 3.11: LDS eines OFDM-Signals mit CP, $N_{CP} = N/4$, vergrößerte Darstellung, eigene Simulation

In der Abbildung lässt sich gut die Welligkeit erkennen. Zudem ist erkennbar, dass der Einbruch bei $f = 0$ Hz durch die Verwendung des CP merklich kleiner ausfällt.

Die Betrachtung der LDS zeigt, dass das entwickelte auch in Bezug auf die LDS die theoretisch erwarteten Verläufe sehr gut nachbildet. Die Gültigkeit des LDS der durch die Simulation erzeugten OFDM-Signale legt eine wichtige Grundlage für die spätere Untersuchung der PAPR Reduktionsverfahren.

3.4 Peak-to-Average Power Ratio

Ein Nachteil des OFDM-Übertragungsverfahrens besteht darin, dass es innerhalb eines Symbols zu großen Schwankungen der Signalamplitude im Zeitbereich kommen kann. Dadurch erhöhen sich die Ansprüche an den Digital-Analog-Umsetzer im Sender, sowie an den Analog-Digital-Umsetzer im Empfänger. Sowohl Digital-Analog-Umsetzer als auch Analog-Digital-Umsetzer müssen über einen großen Dynamikbereich verfügen. Im Empfänger macht sich dies verstärkt bemerkbar, da dieser über keine Kenntnis hinsichtlich des Verlaufs des Empfangssignals verfügt. Zudem bewirkt der Kanal weitere Schwankungen der Signalamplitude. Ebenso erhöhen sich die Ansprüche an die verwendeten Verstärker, da diese über einen großen Bereich hinweg ein lineares Übertragungsverhalten aufweisen müssen [4, S. 57]. Um die Schwankung der Signalamplitude zu beschreiben, wird das Verhältnis von Spitzenleistung zu durchschnittlicher Leistung verwendet. Dieser Wert wird Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) genannt.

Definiert ist der PAPR als [8, S. 587]

$$PAPR = \frac{\max\{|s(t)|\}^2}{E\{|s_a(t)|^2\}}. \quad (3.38)$$

Dabei ist $s(t)$ das kontinuierliche Pendant zu $s[k]$. Für ausreichend hohe Überabtastung kann $s[k]$ als gute Näherung von $s(t)$ angenommen werden.

In der Literatur wird ebenfalls das Crest Factor (CF) genannte Verhältnis von maximaler Amplitude zu mittlerer Amplitude genutzt. Der PAPR und CF lassen sich mit

$$PAPR = CF^2 \quad (3.39)$$

in Verbindung bringen. In dB ausgedrückt sind der PAPR und CF identisch.

Große Amplituden und damit Leistung entsteht dabei durch konstruktive Überlagerung der einzelnen Subträgerschwingungen. Die größtmögliche Leistung entsteht, wenn alle Subträger mit dem gleichen Datensymbol belegt sind und dieses Datensymbol den maximalen Betrag aller möglichen Datensymbole aufweist.

Die maximale Amplitude lässt sich aus den Eigenschaften der IDFT herleiten.

Für

$$x[n] = IDFT\{X[k]\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N} \cdot k \cdot n} \quad (3.40)$$

mit $N = 5$ und $X[k]$ voll mit dem maximalen Datensymbol D_{max}

$$X[k] = [D_{max}, D_{max}, D_{max}, D_{max}, D_{max}] \quad (3.41)$$

belegt, kommt es bei $n = 0$ zu einer direkten Addition aller $X[k]$

$$\max(x[0]) = \frac{1}{5} \cdot (D_{max} e^0 + D_{max} e^0 + D_{max} e^0 + D_{max} e^0 + D_{max} e^0) = \frac{5D_{max}}{5} = D_{max}. \quad (3.42)$$

Allgemein ergibt sich für $\max(x[0])$ bei voll belegten Subträgern somit

$$\max(x[0]) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} D_{max} \cdot e^{k \cdot 0} = \frac{N \cdot D_{max}}{N} = D_{max}. \quad (3.43)$$

Wenn jedoch N_{st} dieser N Werte von $X[k]$ belegt sind, reduziert sich der Maximalwert auf

$$\max(x[0]) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N_{st}-1} D_{max} \cdot e^{k \cdot 0} = \frac{N_{st} \cdot D_{max}}{N} = \frac{N_{st}}{N} \cdot D_{max}. \quad (3.44)$$

In Abbildung 3.12 ist das Konstellationsdiagramm für 16-QAM dargestellt. Dabei sind die Datensymbole mit dem größten Betrag gekennzeichnet. Bei alleiniger Nutzung eines dieser Datensymbole kommt es zu der in Gleichung 3.44 beschriebenen maximalen Amplitude des Signals.

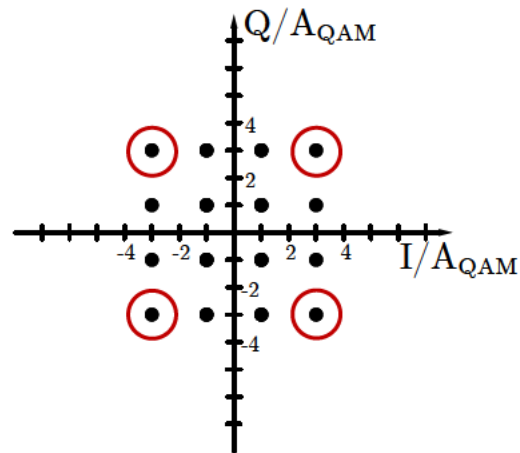


Abbildung 3.12: Konstellationsdiagramm von 16-QAM, Datensymbole mit maximalen Betrag gekennzeichnet

Die maximale Amplitude \hat{s}_{max} ist somit abhängig von dem verwendeten Datenalphabet und von der Länge und Belegung der IDFT. Die Auftrittswahrscheinlichkeit dieser maximalen Amplitude ist jedoch, abhängig von der Modulationsart, sehr gering. Für eine quadratische M-QAM liegt die Wahrscheinlichkeit für N_{st} belegte Subträger bei

$$P(\max(x[0])) = \frac{4}{2^{\log_2(M) \cdot N_{st}}} = \frac{4}{M^{N_{st}}}. \quad (3.45)$$

Für große N können die Verteilungen der Amplituden von Real- und Imaginärteil eines OFDM-Signals über eine Gaußverteilung beschrieben werden [10][2].

Daher lässt sich die Verteilung der Amplitude des Real- und Imaginärteils mit

$$p(\text{Im}\{s(t)\}) = p(\text{Re}\{s(t)\}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_I^2}} \cdot e^{-\frac{\text{Re}\{s(t)\}^2}{2\sigma_I^2}} \quad (3.46)$$

beschreiben.

Die Varianz des Real- und Imaginärteils σ_I^2 , σ_Q^2 kann aus der Varianz σ_D^2 des genutzten Datenalphabetes berechnet werden. Daher gilt

$$\sigma_I^2 + \sigma_Q^2 = \sigma_D^2 \quad (3.47)$$

und folglich

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = \frac{\sigma_D^2}{2}. \quad (3.48)$$

Die Varianz des OFDM-Signals kann über

$$\sigma_a^2 = \frac{N_{st}}{N^2} \cdot \sigma_D^2 \quad (3.49)$$

berechnet werden.

Die Varianz σ_D^2 ergibt sich bei QAM aus dem verwendeten Datenalphabet mit [8, S. 263] als

$$\sigma_D^2 = \frac{2}{3}(M-1) \cdot A_{QAM}^2. \quad (3.50)$$

Mit der Normierung nach [8, S. 263]

$$A_{QAM} = \sqrt{\frac{3}{2(M-1)}} \quad (3.51)$$

ergibt sich damit

$$\sigma_D^2 = \frac{2}{3}(M-1) \cdot \frac{3}{2(M-1)} = 1. \quad (3.52)$$

Daraus folgt für σ_a^2

$$\sigma_a^2 = \frac{N_{st}}{N^2} \cdot 1. \quad (3.53)$$

und daraus die Varianz von Real- und Imaginärteil mit

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = \frac{1}{2} \frac{N_{st}}{N^2}. \quad (3.54)$$

Bei gaußverteilterm Real- und Imaginärteil ergibt sich für den Betrag des OFDM-Signals eine Rayleigh-Verteilung welche mit

$$p(|s(t)|) = \begin{cases} \frac{2|s(t)|}{\sigma_a^2} e^{-\frac{|s(t)|^2}{\sigma_a^2}} & \text{für } |s(t)| \geq 0 \\ 0 & \text{für } |s(t)| < 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

beschrieben werden kann [10, S. 2].

Für einen Vergleich der Verteilungen von verschiedenen stufigen QAM werden OFDM-Signale mit 4-QAM und 256-QAM erzeugt und die Verteilung des Betrags in einem Histogramm

dargestellt. Diese Verteilungen sind in Abbildung 3.13 dargestellt. Die Datenalphabeten werden jeweils durch den nach Gleichung 3.51 berechneten Faktor skaliert.

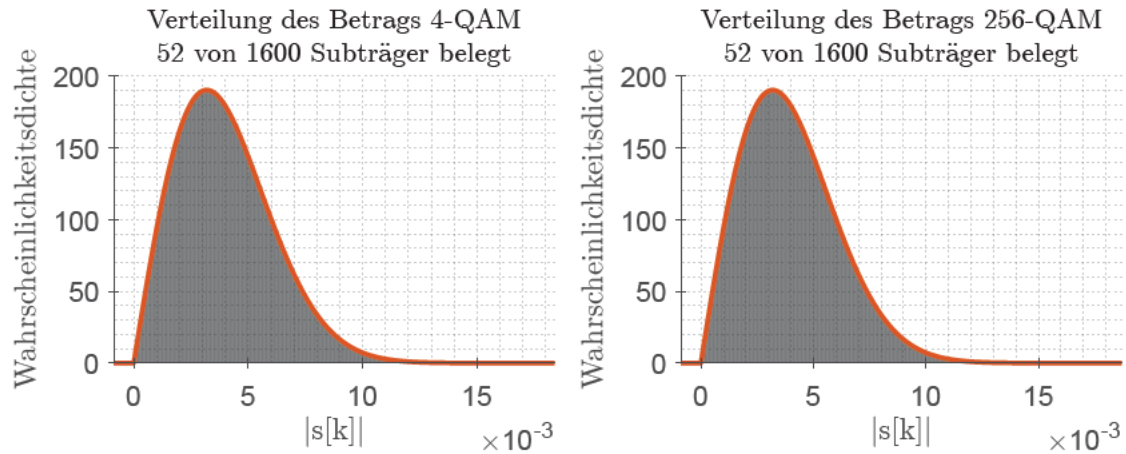


Abbildung 3.13: Verteilung des Betrags von $s(t)$ bei Verwendung von für 4- und 256-QAM

Mit Hilfe von Matlab werden die Parameter der Verteilung erfasst. Das hierfür verwendete Skript ist als "Amplitudenverteilung_M_QAM.m" im elektronischen Anhang enthalten. Ein mit diesen Parametern erstellter Vergleich der Verteilungen aus Abbildung 3.13 ist in Abbildung 3.14 dargestellt.

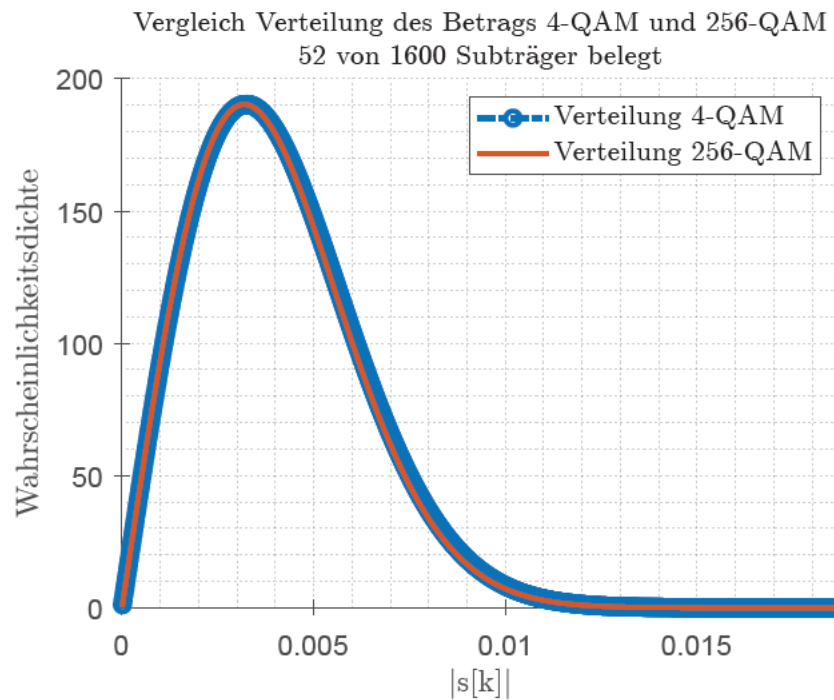


Abbildung 3.14: Vergleich der Verteilung des Betrags von $s(t)$ bei Verwendung von 4- und 256-QAM

Um beide Verteilungen in Abbildung 3.14 voneinander abzuheben, ist die zu 4-QAM zugehörige Verteilung mit Markern dargestellt. Dadurch ist die zu 256-QAM zugehörige Verteilung erkennbar. In der Abbildung zeigt sich, dass die bestimmten Verteilungen für beide QAM in hohem Maße miteinander übereinstimmen. Dies zeigt, dass die verwendete M-QAM bei gleicher Normierung keine deutliche Veränderung der Verteilung der Signalamplituden hervorruft. Die simulierten Signalamplituden folgen somit der durch Gleichung 3.55 gegebenen Verteilung.

Um den Einfluss der Anzahl der Subträger zu untersuchen, werden bei Verwendung von 4-QAM die Verteilungen bei Verwendung von 52 Subträgern und 208 Subträgern gegenübergestellt. Dieser Vergleich ist in Abbildung 3.15 dargestellt.

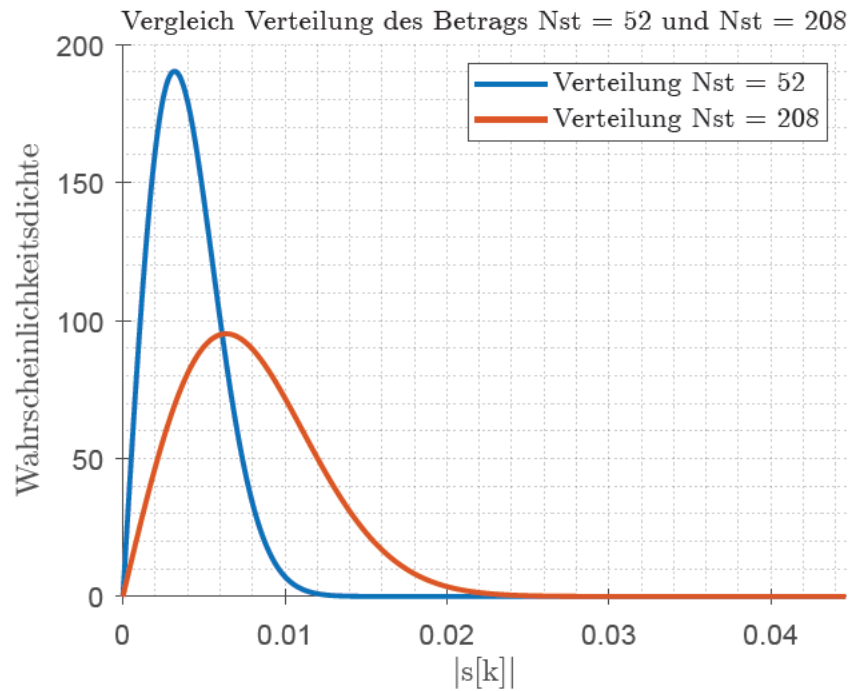


Abbildung 3.15: Vergleich der Verteilung des Betrags von $s(t)$ mit 52 von 1600 und 208 von 1600 belegten Subträgern

Hierbei zeigt sich der starke Einfluss der Anzahl der belegten Subträger deutlich. Dies ist auf die Abhängigkeit der Verteilung von σ_a zurückzuführen. Nach Gleichung 3.49 besteht ein direkter Zusammenhang zwischen dem Anteil der belegten Subträgern an der Gesamtheit der Subträger.

Durch Näherung der Verteilung der Amplitude entfällt jedoch die Abhängigkeit von der Anzahl der Stufen der QAM.

Eine Abschätzung für die obere Grenze des Crest Faktors wird in [20] hergeleitet. Diese Abschätzung soll hier nur mit Verweis auf die Literatur genannt werden. Die Grenze ergibt sich mit dem Faktor der Überabtastung L und der Anzahl der Subträger N über

$$Pr\{CF(S) > \lambda\} \leq \min_{L, k \in \mathbb{N}; L > 1, K > 2} \left\{ KLN e^{-\frac{4(M-1)\lambda^2}{3(4\gamma + M)C_k^2 C_L^2}} \right\} \quad (3.56)$$

mit

$$C_L = \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2L})}, \quad (3.57)$$

$$C_K = \begin{cases} \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{K})} & \text{für } K > 3, K \text{ gerade} \\ \frac{3 - \cos(\frac{\pi}{K})}{1 + \cos(\frac{\pi}{K})} & \text{für } K \geq 3, K \text{ ungerade} \end{cases} \quad (3.58)$$

Außerdem wird γ so gewählt, dass $0 \leq \gamma < \frac{M}{12}$ gilt und

$$\frac{\sinh\left(\frac{\sqrt{M}}{2}\right)}{\sinh(x)} \leq \frac{\sqrt{M}}{2} e^{\frac{\gamma x^2}{2}} \quad (3.59)$$

erfüllt wird. Anhand Gleichung 3.56 zeigt sich, dass die Anzahl der Träger einen größeren Einfluss auf den PAPR hat, als die genutzte QAM.

Abbildung 3.16 zeigt beispielhaft ein OFDM-Signal für das 256-QAM verwendet wird. Die Abbildung verdeutlicht die starke Schwankung zwischen Spitzenleistung und durchschnittlicher Leistung. Anhand der Abbildung wird deutlich, welche Schwierigkeiten durch den hohen PAPR entstehen können. Die verwendeten Umsetzer müssen in der Lage sein, sowohl im Bereich geringer Amplituden angemessen aufzulösen, jedoch gleichzeitig auch große Amplitudenwerte umsetzen können.

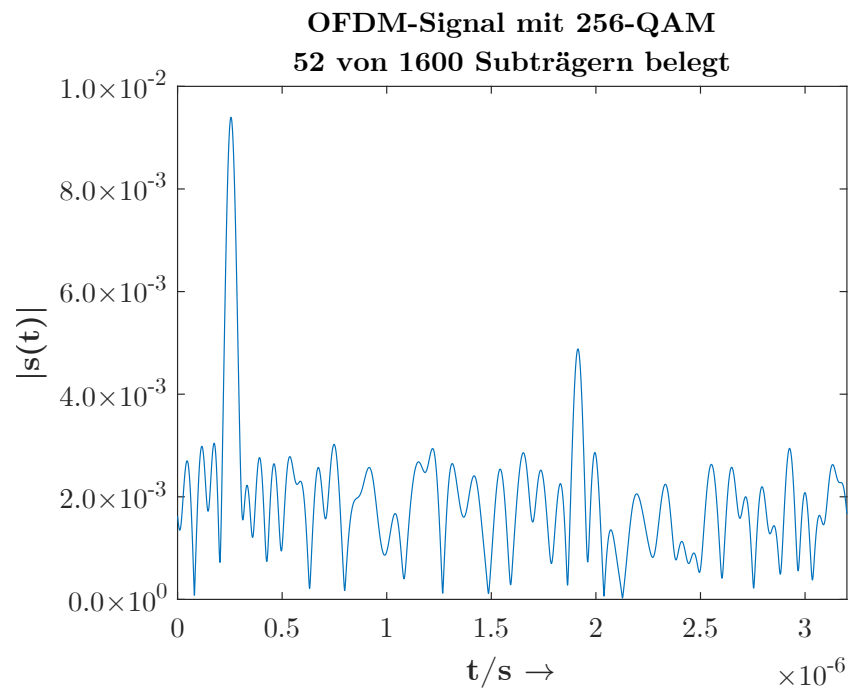


Abbildung 3.16: OFDM-Signal mit $PAPR \approx 17$ bei Verwendung von 256-QAM

Um eine hinreichend große Auflösung für die Abbildung zu erreichen, wird die Anzahl der Subträger von 64 auf 1600 erhöht und damit 50-fache Überabtastung erreicht.

4 Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren

Um einen hohen Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) zu vermeiden, gibt es verschiedene Reduktionsverfahren. Ziel dieser Verfahren ist die maximalen Amplituden der Signale zu reduzieren. Diese Reduktion der Amplitude kann auf verschiedene Weise erreicht werden, beispielsweise durch eine Kodierung. Hierbei werden Daten entweder über mehrere Subträger [15] oder auf dem gleichen Subträger über mehrere OFDM-Symbole hinweg [6] kodiert. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, das ursprüngliche OFDM-Signal so zu bearbeiten, dass eine PAPR-Reduktion eintritt.

In diesem Kapitel werden drei Verfahren untersucht, die diese direkte Signalbearbeitung nutzen. Zuerst wird auf hartes Clipping eingegangen, anschließend auf das weiche Clipping und abschließend auf das BERF Verfahren [13]. Die Anwendung der Verfahren hat durch die Beeinflussung des Signalverlaufs einen direkten Einfluss auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit und das Leistungsdichtespektrum (LDS), daher werden diese für die drei Verfahren untersucht.

4.1 Hartes Clipping

Das harte Clipping zeichnet sich dadurch aus, dass das Signal ohne Übergangsbereich beim Überschreiten eines Schwellwertes S_{max} auf diesen begrenzt wird. Das begrenzte Signal $\tilde{s}[k]$ lässt sich mathematisch mit

$$\tilde{s}_{hart}[k] = \begin{cases} \text{sgn}(s[k]) \cdot S_{max} & \text{für } |s[k]| \geq S_{max} \\ s[k] & \text{für } |s[k]| < S_{max} \end{cases} \quad (4.1)$$

beschreiben [17, Gl. 10.4].

In Abbildung 4.1 ist die nach Gleichung 4.1 definierte Übertragungsfunktion des harten Clippings gezeigt. Deutlich zu sehen ist der harte Übergang vom linearen Bereich der Übertragungskennlinie zum direkt auf den Schwellwert begrenzten Bereich.

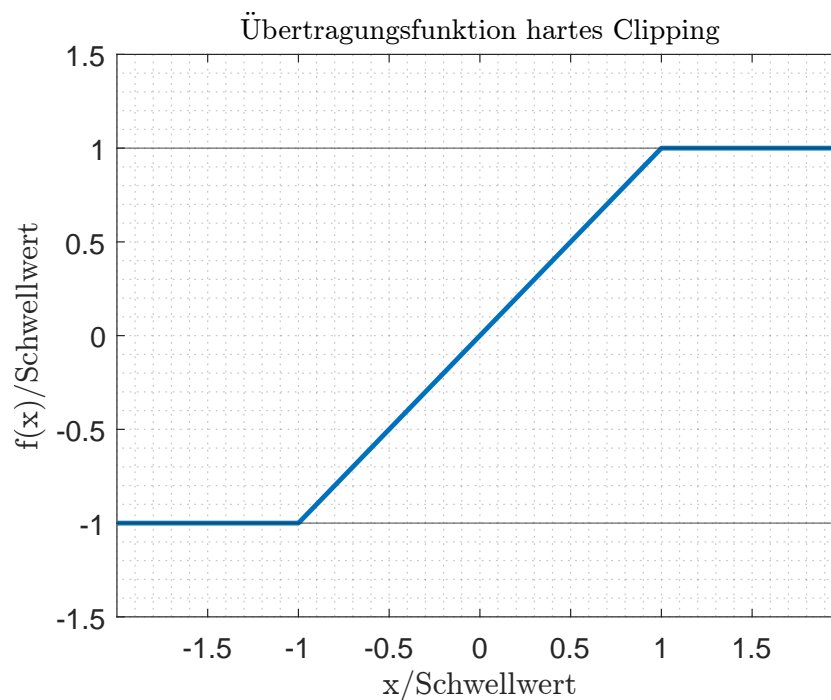


Abbildung 4.1: Übertragungsfunktion des harten Clippings

Das harte Clipping lässt sich effizient durch einfache Fallunterscheidung implementieren und benötigt damit keine zusätzlichen Berechnungen.

Angelehnt an die Verstärkertechnik lässt sich für die Übertragungsfunktion des harten Clippings der 1dB-Kompressionspunkt, also der Punkt bei dem die Kennlinie um 1dB vom linearen Verlauf abgesunken ist, angeben. Bei dem harten Clipping liegt dieser Punkt bei $\pm 10^{\frac{1}{20}} \cdot S_{max}$.

In Abbildung 4.2 ist ein OFDM-Signal zur Verdeutlichung des Clippings im Zeitbereich dargestellt. Dabei soll beispielhaft ein Sender verwendet werden, der aufgrund seines Verstärkers nur bis etwa 25% der maximal möglichen Amplitude des OFDM-Signals ein lineares Verhalten aufweist. Um für die Untersuchung eine vereinfachte Beschreibung des Schwellwert zu verwenden, wird ein Vielfaches der Standardabweichung σ_I genutzt. Mit der Wahl des Schwellwertes $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ findet eine Begrenzung auf etwa 27,7% der nach Gleichung 3.44 berechneten Signalamplitude statt.

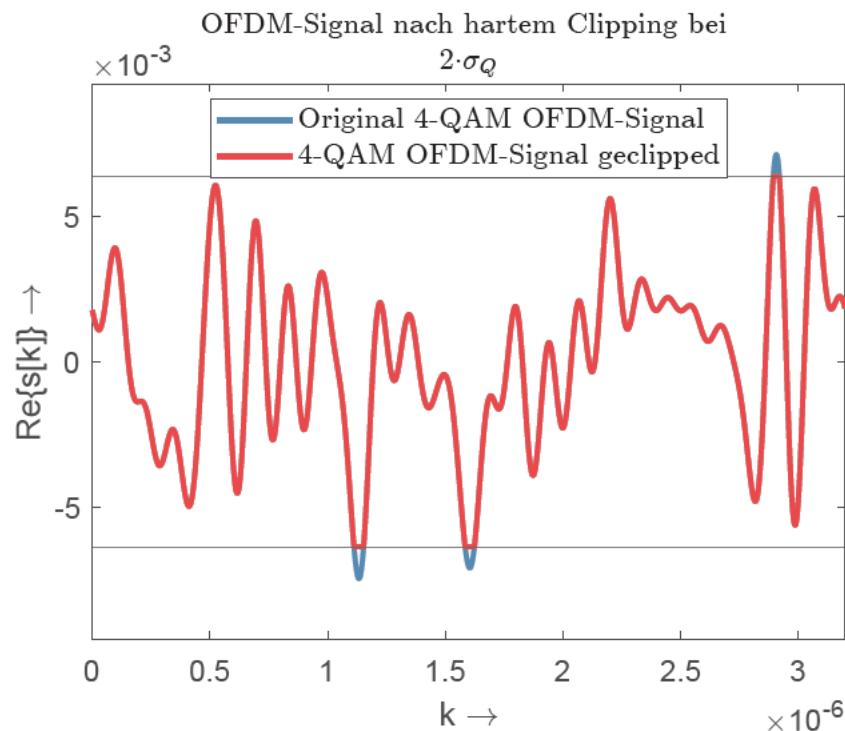


Abbildung 4.2: OFDM-Signal vor und nach Begrenzung durch hartes Clipping bei $S_{max} = 2\sigma_Q$

Deutlich zu sehen ist, dass das Signal hart, also ohne Übergang, auf den maximal zulässigen Wert begrenzt wird.

Für die weitere Untersuchung wird zunächst der direkte Einfluss des Clippings auf das LDS betrachtet. Um den Effekt des Clippings hervorzuheben, wird das OFDM-Signal zuerst auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ begrenzt. Ein Schwellwert von $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ entspricht einer Reduktion auf circa 4,6 % des nach Gleichung 3.44 berechneten maximalen Wertes. Die Standardabweichung hierfür lässt sich mit Gleichung 3.54 berechnen und ergibt

$$\sigma_I = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{52}}{1600} \approx 3,187 \cdot 10^{-3}. \quad (4.2)$$

Ausgehend von der nach Gleichung 3.46 definierten Verteilung der Signalamplitude liegen etwa 32% des Signals außerhalb des Bereichs $\pm S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ [11, S.661].

Das LDS eines OFDM-Signals nach hartem Clipping auf $S_{max} = \sigma_Q$ ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

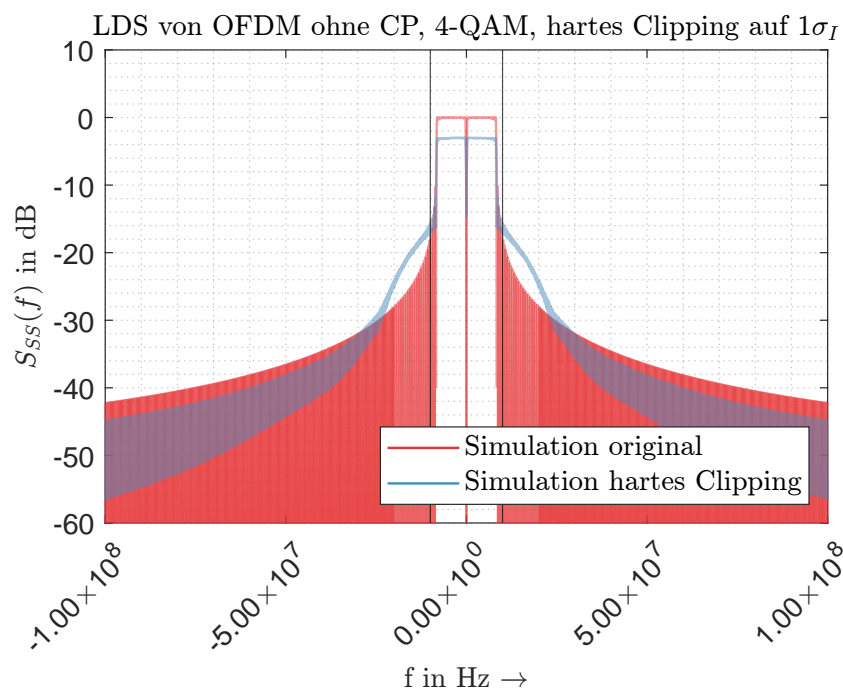


Abbildung 4.3: LDS von unverändertem OFDM-Signal und OFDM-Signal nach hartem Clipping, eigene Simulation

Deutlich erkennbar an dem in Abbildung 4.3 dargestellten LDS ist die Reduktion der Leistung innerhalb der markierten 20 MHz Bandbreite durch das Clipping.

Um das LDS des unveränderten Signals und das LDS des hart geclippten Signals angemessen zu vergleichen, wird das geclippte Signal auf die gleiche Gesamtleistung verstärkt, wie das zur Referenz genutzte unbearbeitete Signal. Dieser Vergleich ist in Abbildung 4.4 dargestellt.

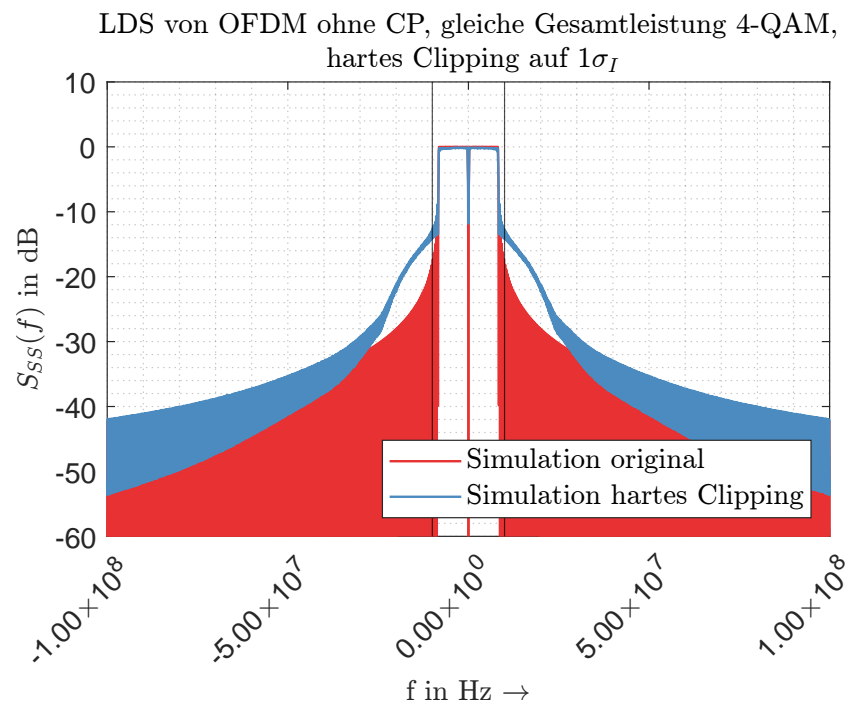


Abbildung 4.4: LDS von unverändertem OFDM-Signal und auf die Leistung des unveränderten Signals verstärktes OFDM-Signal nach hartem Clipping, eigene Simulation

Bei Betrachtung der Abbildung zeigt sich deutlich der Anstieg der Leistung knapp außerhalb der 20 MHz Bandbreite. Ferner sind die Einbrüche des originalen LDS nicht mehr vorhanden, ähnlich wie bei Verwendung eines CP. Das Clipping wirkt sich also negativ auf die Orthogonalität der einzelnen Subträger auf.

4.2 Weiches Clipping

Das weiche Clipping zeichnet sich dadurch aus, dass es, im Gegensatz zu dem harten Clipping, eine Begrenzung auf einen Schwellwert S_{max} mit weichem Übergang bewirkt. Es werden zwei Varianten des weichen Clippings mit unterschiedlich großen Übergangsbereichen untersucht. Beide Varianten des weichen Clippings haben die Gemeinsamkeit, dass der lineare Bereich der Übertragungsfunktion über eine kubische Funktion mit dem konstanten Teil verbunden wird.

Im Folgenden soll zunächst die Übertragungsfunktion der beiden Varianten des weichen Clippings hergeleitet werden. Für den Übergangsbereich wird eine Funktion benötigt, welche den linearen Teil der Kennlinie mit dem konstanten Teil verbindet. Für diesen Übergang wird nach eigener Überlegung eine kubische Funktion der Form

$$f(x) = a \cdot (x - h)^3 + k \quad (4.3)$$

verwendet.

Diese Funktion besitzt einen Sattelpunkt bei $x = h$, $y = k$. Dieser Sattelpunkt wird so angesetzt, dass er den Übergang zu dem konstanten Teil der Übertragungsfunktion darstellt. Daher wird der Parameter $k = S_{max}$ gewählt. Für die Wahl der Parameter a und h ist die Größe des Übergangsbereichs ausschlaggebend. Sei der lineare Anteil der Übertragungsfunktion $g(x) = x$ und der konstante Anteil $h(x) = S_{max}$, sowie u die untere Grenze des Übergangsbereichs und o die obere Grenze. Daraus ergeben sich für einen Übergang ohne Sprungstellen die Anforderungen

$$g(u) = f(u), \quad (4.4)$$

$$f(o) = h(o) \quad (4.5)$$

und

$$g'(u) = f'(u), \quad (4.6)$$

$$f'(o) = h'(o) \quad (4.7)$$

Für Variante 1 des weichen Clippings wird ein kleiner Übergangsbereich mit $u = 0,9 \cdot S_{max}$ und $o = 1,2 \cdot S_{max}$ gewählt.

Für diesen Übergangsbereich werden die Bedingungen bei

$$a = \frac{100}{27} \cdot \frac{1}{S_{max}^2} \quad (4.8)$$

und

$$h = o = 1,2 \cdot S_{max} \quad (4.9)$$

erfüllt.

Bei Variante 2 wird nun ein deutlich größerer Übergangsbereich gewählt. Dafür werden $u = 0,75 \cdot S_{max}$ und $o = 1,5 \cdot S_{max}$ festgelegt. Durch Wahl dieses Übergangsbereichs werden die Bedingungen für

$$a = \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{S_{max}^2} \quad (4.10)$$

und

$$h = o = 1,5 \cdot S_{max} \quad (4.11)$$

erfüllt.

Nach Ermittlung der benötigten Parameter können die Übertragungsfunktionen beider Varianten des weichen Clippings definiert werden. Die Variante 1 lässt sich demnach definieren als

$$\tilde{s}_{weich,1}[k] = \begin{cases} S_{max} & \text{für } s[k] \geq 1,2 \cdot S_{max} \\ \frac{100}{27} \cdot \frac{1}{S_{max}^2} \cdot (s[k] - 1,2 \cdot S_{max})^3 + S_{max} & \text{für } 0,9 \cdot S_{max} < s[k] < 1,2 \cdot S_{max} \\ s[k] & \text{für } |s[k]| < 0,9 \cdot S_{max} \\ \frac{100}{27} \cdot \frac{1}{S_{max}^2} \cdot (s[k] + 1,2 \cdot S_{max})^3 - S_{max} & \text{für } -1,2 \cdot S_{max} < s[k] < -0,9 \cdot S_{max} \\ -S_{max} & \text{für } s[k] \leq -1,2 \cdot S_{max} \end{cases} \quad (4.12)$$

Weiterhin kann die Übertragungsfunktion der Variante 2 über

$$\tilde{s}_{\text{weich},2}[k] = \begin{cases} S_{\text{max}} & \text{für } s[k] \geq 1,5 \cdot S_{\text{max}} \\ \frac{100}{27} \cdot \frac{1}{S_{\text{max}}^2} \cdot (s[k] - 1,5 \cdot S_{\text{max}})^3 + S_{\text{max}} & \text{für } 0,75 \cdot S_{\text{max}} < s[k] < 1,5 \cdot S_{\text{max}} \\ s[k] & \text{für } |s[k]| < 0,75 \cdot S_{\text{max}} \\ \frac{100}{27} \cdot \frac{1}{S_{\text{max}}^2} \cdot (s[k] + 1,5 \cdot S_{\text{max}})^3 - S_{\text{max}} & \text{für } -1,5 \cdot S_{\text{max}} < s[k] < -0,75 \cdot S_{\text{max}} \\ -S_{\text{max}} & \text{für } s[k] \leq -1,5 \cdot S_{\text{max}} \end{cases} \quad (4.13)$$

definiert werden.

In der Tabelle 4.1 ist eine Übersicht der Parameter der kubischen Funktion für die zwei Varianten des weichen Clippings aufgeführt.

	weiches Clipping Variante 1	weiches Clipping Variante 2
a	$\frac{100}{27} \cdot \frac{1}{S_{\text{max}}^2}$	$\frac{16}{27} \cdot \frac{1}{S_{\text{max}}^2}$
h	$1,2 \cdot S_{\text{max}}$	$1,5 \cdot S_{\text{max}}$
k	S_{max}	S_{max}

Tabelle 4.1: Auflistung der Parameter der der kubischen Funktion des weichen Clippings Variante 1 und Variante 2

In Abbildung 4.5 ist die Übertragungsfunktion für Variante 1 des weichen Clippings für einen Schwellwert $S_{max} = 5$ dargestellt. Der bei der Auslegung bezweckte weiche Übergang im Vergleich zum harten Clipping ist deutlich erkennbar.

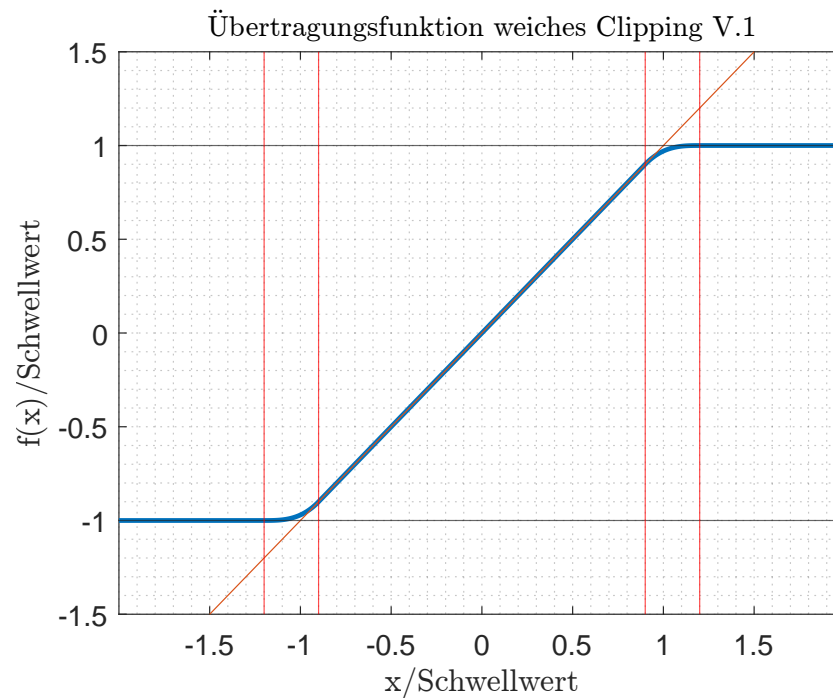


Abbildung 4.5: Übertragungsfunktion des weichen Clippings Variante 1 mit markierten Übergangsbereichen

Wie bei der Übertragungsfunktion des harten Clippings lässt sich auch für die Übertragungsfunktion des weichen Clippings Variante 1 der 1dB-Kompressionspunkt angeben. Dieser verringert sich im Vergleich zum harten Clipping auf ungefähr $\pm 1,12 \cdot S_{max}$. Das frühere Auftreten des Kompressionspunktes liegt an der bereits bei $0,9 \cdot S_{max}$ eintretenden Dämpfung des Eingangssignals.

Um den Effekt des weichen Clippings nach der hier aufgestellten Variante 1 auf ein OFDM-Signal zu visualisieren, ist in Abbildung 4.6 der Einfluss des weichen Clippings bei $S_{max} = 2 \cdot \sigma_Q$, nach Variante 1, auf ein OFDM-Signal gezeigt. Dabei ist der Schwellwert S_{max} mit konstanten Linien und der Übergangsbereich von $0,9 \cdot S_{max}$ bis $1,2 \cdot S_{max}$ mit gestrichelten Linien gekennzeichnet.

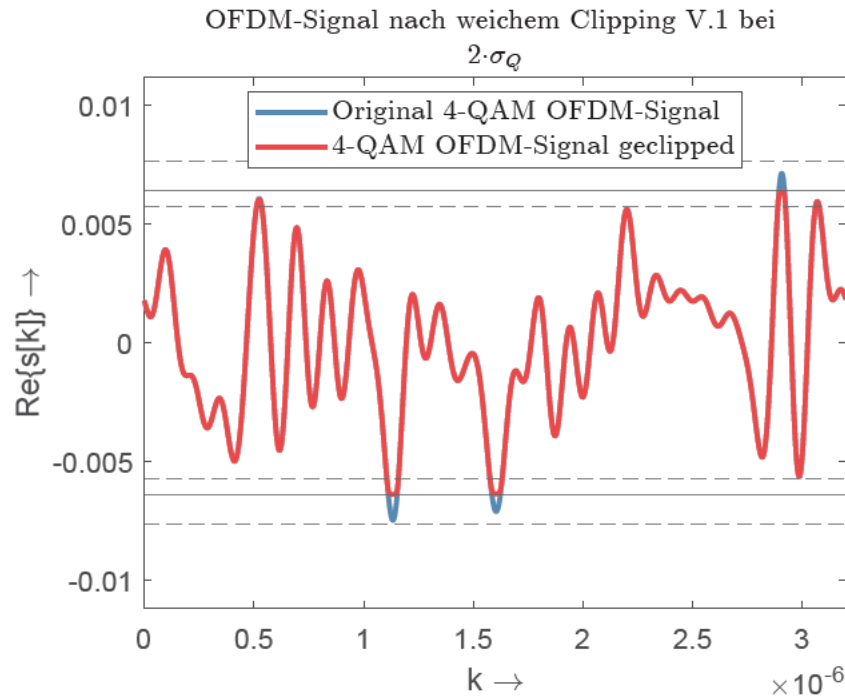


Abbildung 4.6: OFDM-Signal vor und nach Begrenzung durch weiches Clipping Variante 1 bei $S_{max} = 2\sigma_Q$

Bei der Betrachtung des Signals ist zu erkennen, dass nicht wie beim harten Clipping eine abrupte Begrenzung auf den Schwellwert stattfindet, sondern eine weichere Abschwächung erfolgt. Dadurch werden allerdings alle Signalanteile, die entweder im Übergangsbereich oder im konstanten Bereich liegen, beeinflusst. Somit wird bei dem weichen Clipping ein größerer Signalanteil verändert als bei dem zuvor eingeführten harten Clipping.

Die Übertragungsfunktion der Variante 2 des weichen Clippings ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Im Vergleich der Übertragungsfunktionen aus den Abbildungen 4.5 und 4.7 fällt der deutlich größere Übergangsbereich der Variante 2 auf.

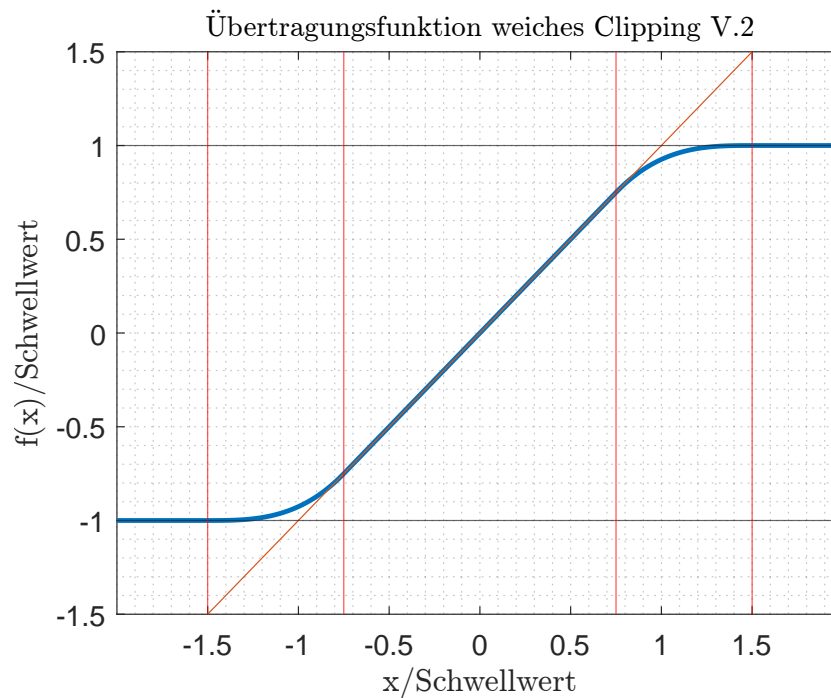


Abbildung 4.7: Übertragungsfunktion des weichen Clippings Variante 2 mit markierten Übergangsbereichen

Bei der Variante 2 des weichen Clippings tritt der 1 dB-Kompressionspunkt aufgrund des früher beginnenden Übergangsbereichs im Vergleich mit der Variante 1 des weichen Clippings früher auf. Der Kompressionspunkt ist auf etwa $1,087 \cdot S_{max}$ verschoben.

Für die Variante 2 des weichen Clippings wird ebenfalls der Einfluss auf ein OFDM-Signal dargestellt. Das Signal ist dabei auf einen Schwellwert von $S_{max} = 2 \cdot \sigma_Q$ begrenzt.

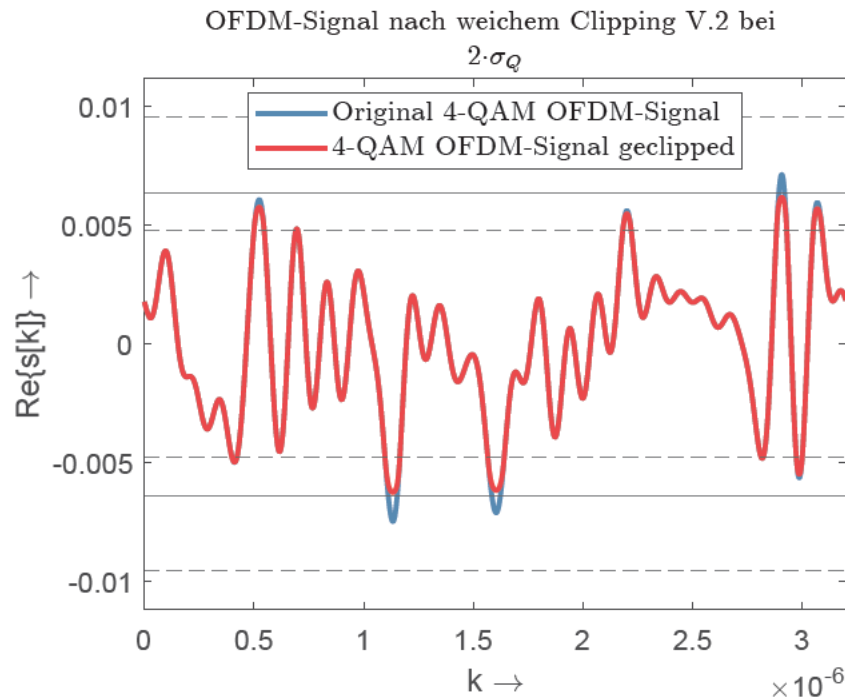


Abbildung 4.8: OFDM-Signal vor und nach Begrenzung durch weiches Clipping Variante 2 bei $S_{max} = 2\sigma_Q$

Bei Betrachtung des geclippten Signals aus Abbildung 4.8 fällt auf, dass auch Anteile des Signals, welche nicht den Schwellwert überschreiten, deutlich durch das Clipping beeinflusst werden. Dies ist auf den im Vergleich zu Variante 1 deutlich vergrößerten Übergangsbereich von dem linearen zu dem konstanten Anteil der Übertragungsfunktion zurückzuführen.

Wie bei der Untersuchung des harten Clippings wird auch für das weiche Clipping der Einfluss auf das LDS untersucht. Als Schwellwert wird, wie in der vorherigen Betrachtung, $S_{max} = \sigma_Q$ gewählt, um einen deutlichen Einfluss des Clippings hervorzurufen.

In Abbildung 4.9 sind zunächst die LDS des unveränderten Signals, sowie die der mit den beiden Varianten des weichen Clippings dargestellt. Die mit weichem Clipping bearbeiteten Signale sind nach dem Clipping nicht nachträglich verstärkt.

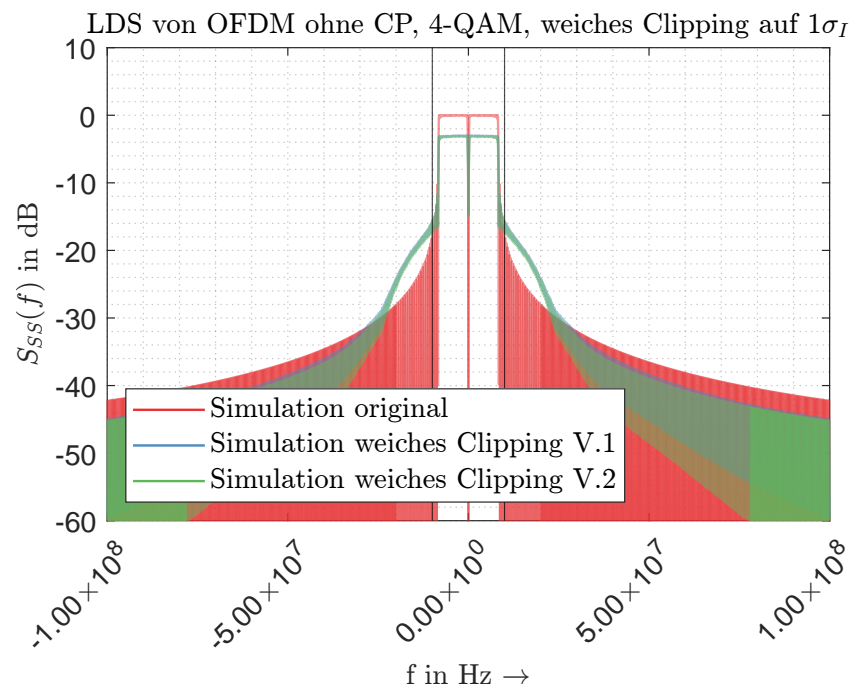


Abbildung 4.9: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch die Varianten des weichen Clippings, eigene Simulation

Anhand der Abbildung 4.9 ist zu erkennen, dass sowohl beim weichen Clipping wie auch beim harten Clipping ein Leistungsverlust eintritt. In dieser Abbildung ist weiterhin zu erkennen, dass die LDS beider hier genutzten Varianten des weichen Clippings nahezu identisch sind. Um die LDS bei Verwendung des weichen Clippings mit dem des unveränderten Signals konkret vergleichen zu können, werden diese nun auf die gleiche Gesamtleistung angehoben. Dieser Vergleich ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Hieraus ist erkennbar, dass durch die Verwendung des weichen Clippings Variante 2 die Leistung im Bereich von 25 MHz bis 100 MHz bis zu 2 dB unterhalb der durch Variante 1 liegt, bevor diese sich bei steigender Frequenz wieder annähern. Dieser Unterschied verringert sich jedoch bei steigender Frequenz zunehmend.

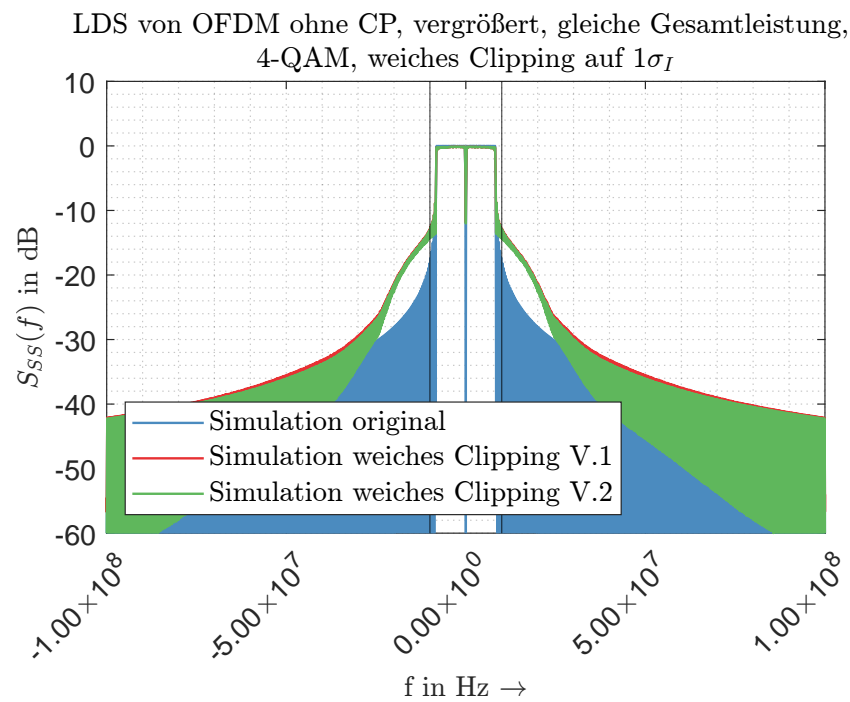


Abbildung 4.10: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch die Varianten des weichen Clippings bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Um zu ermitteln, ob sich die Auswirkungen der beiden Varianten des weichen Clippings innerhalb der 20 MHz Bandbreite sichtbar voneinander unterscheiden, ist in Abbildung 4.11 ein vergrößerter Ausschnitt von Abbildung 4.10 dargestellt. Bei Betrachtung der Abbildung wird deutlich, dass die beiden Varianten des weichen Clippings keinen erkennbaren Unterschied im LDS innerhalb der 20 MHz Bandbreite hervorrufen.

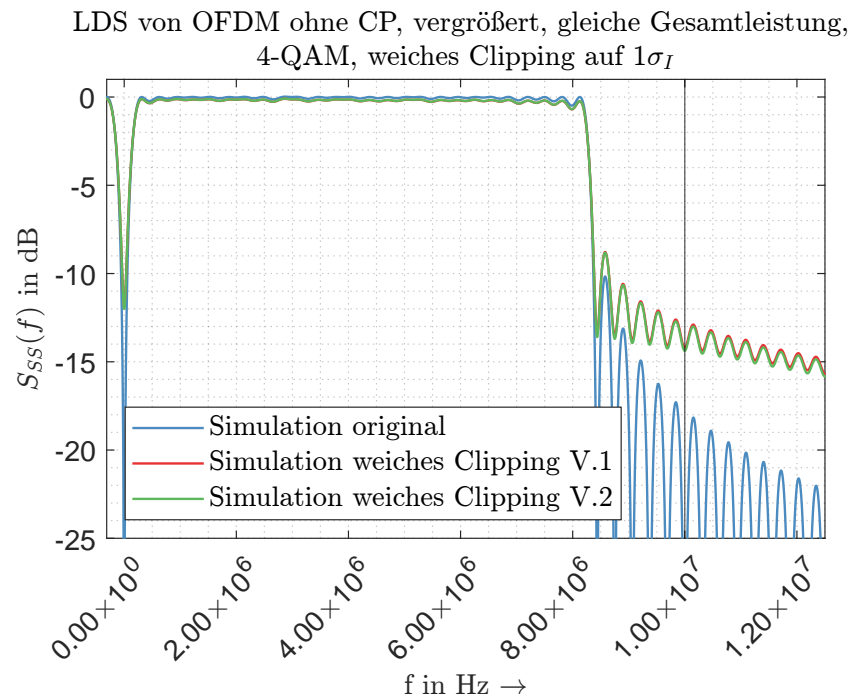


Abbildung 4.11: Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch die Varianten des weichen Clippings bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Das entwickelte weiche Clipping zeigt in beiden Varianten die Eignung für die Begrenzung eines OFDM-Signals auf einen Schwellwert. Hierbei konnte erfolgreich ein im Gegensatz zum harten Clipping stehender weicher Übergang zwischen dem linearem und konstanten Übertragungsbereich erreicht werden.

4.3 Bandwidth Efficient Reduction of the Crest Factor

Das Bandwidth Efficient Reduction of the Crest Factor-Verfahren wurde 1998 von M. Pauli entwickelt [12]. Ziel dieses Verfahrens ist es, eine Spitzenwertreduktion durchzuführen und dabei möglichst geringe Außerbandabstrahlung, also Abstrahlung außerhalb der von Subträgern belegten Frequenzen, hervorzurufen. Die Reduktion erfolgt durch die Gewichtung des Sendesignals mit einer Summe aus Gaußimpulsen.

Die genutzte Gewichtsfunktion $b(t)$ ist nach [13, S. 72] definiert durch

$$b(t) = 1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot g(t - t_{MS,n}). \quad (4.14)$$

Dabei sind $g(t)$ Gaußimpulse der Form

$$g(t) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{\gamma t}{T_S}\right)^2} & \text{für } 0 \leq t < T_S \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.15)$$

mit γ als Freiheitsgrad zur Anpassung des Gaußimpulses. Die Zeitpunkte $t_{MS,n}$ sind die Zeitpunkte der lokalen Maxima von Real- und Imaginärteil des Sendesignals, welche über dem Schwellwert S_{max} liegen. Daraus ergibt sich für den auf S_{max} begrenzten Realteil des Signals

$$\tilde{s}_{BERC,I} = \text{Re}\{s(t)\} \cdot b_I(t) \quad (4.16)$$

und für den begrenzten Imaginärteil

$$\tilde{s}_{BERC,Q} = \text{Im}\{s(t)\} \cdot b_Q(t) \quad (4.17)$$

Die Faktoren a_n werden so gewählt, dass die lokalen Maxima auf den Schwellwert begrenzt werden. Aus dieser Bedingung folgt, dass sich die Faktoren mit

$$a_{l,I} = 1 - \frac{S_{max}}{\text{Re}\{s(t_{MS,I,l})\}} \quad (4.18)$$

und

$$a_{l,Q} = 1 - \frac{S_{max}}{\text{Im}\{s(t_{MS,Q,l})\}} \quad (4.19)$$

berechnen lassen.

Somit ergibt sich für das Signal an den Stellen der lokalen Maxima nach Gleichung 4.16 über

$$\tilde{s}_{BERC,I} = \operatorname{Re}\{s(t_{MS,I,l})\} \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{S_{max}}{\operatorname{Re}\{s(t_{MS,I,n})\}}\right)\right) \quad (4.20)$$

$$\tilde{s}_{BERC,I} = \operatorname{Re}\{s(t_{MS,I,l})\} \cdot \frac{S_{max}}{\operatorname{Re}\{s(t_{MS,I,l})\}} = S_{max} \quad (4.21)$$

eine Begrenzung auf den Schwellwert S_{max} .

Mit den Faktoren ergibt sich an den Stellen der lokalen Maxima eine Begrenzung auf den Schwellwert S_{max} . Dies lässt sich durch Einsetzen der Faktoren a_I und a_Q in die Gewichtsfunktion und anschließende Multiplikation der Gewichtsfunktion mit dem zu beschränkenden Signal zeigen. In den Gleichungen 4.20 und 4.21 ist dieser Vorgang beispielhaft für den Realteil eines Signals gezeigt.

Eine diskretisierte Version des Gaußimpulses wird mit

$$g[k] = e^{-\frac{(k-k_l)^2}{K_{BERC}}}, \quad k \in \{\mathbb{N}_0 | 0 \leq k < N\} \quad (4.22)$$

in [8, S. 588] gegeben.

Daraus ergibt sich für die diskrete Gewichtsfunktion $b[k]$ der Länge N

$$b[k] = 1 - \sum_{l=0}^{N-1} a_l \cdot e^{-\frac{(k-k_l)^2}{K_{BERC}}}, \quad k \in \{\mathbb{N}_0 | 0 \leq k < N\}. \quad (4.23)$$

K_{BERC} ist hierbei der Freiheitsgrad. Mit der Änderung von K_{BERC} besteht die Möglichkeit die Breite des Gaußimpulses anzupassen. Dadurch können mit K_{BERC} die Gaußimpulse so angepasst werden, dass sie für den festgelegten Schwellwert eine möglichst zuverlässige Begrenzung auf ebendiesen sicherstellen. Gleichzeitig kann durch die Impulsbreite der Einfluss auf nicht zu verändernde Signalanteile reduziert werden. Weiterhin wirkt sich die Wahl von K_{BERC} auf das LDS des mittels BERC-Verfahren veränderten OFDM-Signals aus. Die Wahl eines kleinen K_{BERC} führt zu schmaleren Gaußimpulsen und damit zu höheren Leistungsanteilen außerhalb der 20 MHz Bandbreite. In der Beschreibung des BERC-Verfahrens [13] wird keine Berechnungsvorschrift für den Freiheitsgrad des Gaußimpulses gegeben. Die Simulation hat gezeigt, dass bei Verwendung von

$K_{BERC} = N$ für unterschiedliche Schwellwerte eine erfolgreiche Begrenzung durchgeführt werden kann.

In Abbildung 4.12 ist der Realteil eines OFDM-Signals, mit Verwendung von 4-QAM mit 52 von 1600 belegten Trägern, in blau abgebildet. Zudem ist in rot die Gewichtsfunktion eingezeichnet. Für die Berechnung der Gewichtsfunktion wurde $K_{BERC} = N = 1600$ gewählt. In schwarz ist der Schwellwert $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ dargestellt. In der Abbildung ist deutlich die Abhängigkeit der Gewichtsfunktion von der Stärke der Überschreitung des Schwellwerts durch das OFDM-Signal zu erkennen. Weiterhin ist im Bereich bis $k = 200$ zu sehen, dass durch die kurze Distanz der über dem Schwellwert liegenden Maxima auch eine ungewollte Beeinflussung des Signals resultiert.

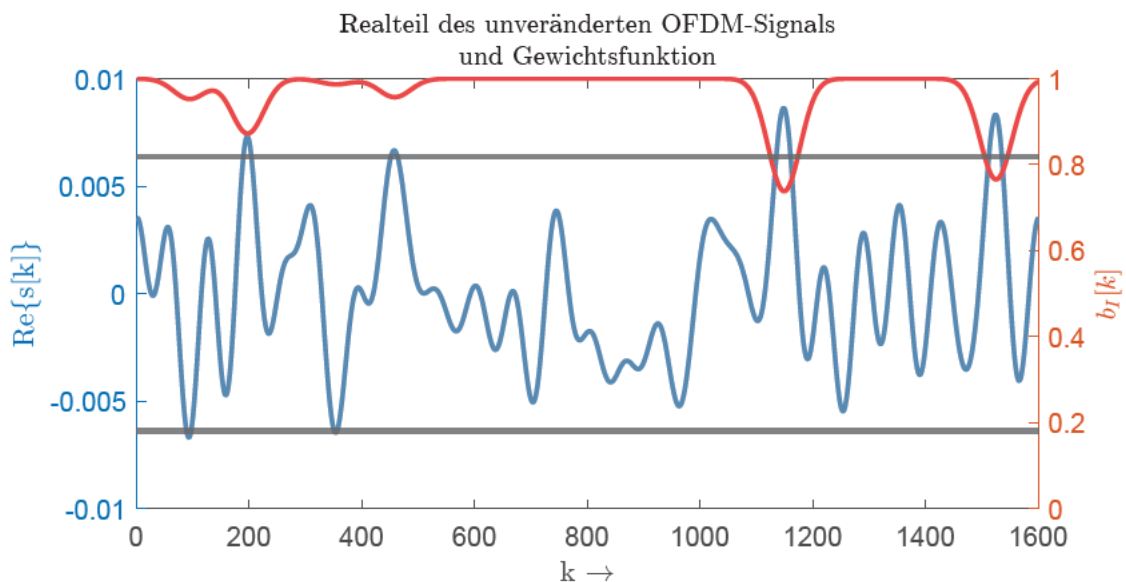


Abbildung 4.12: Realteil eines OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern, sowie die zugehörige Gewichtsfunktion des BERC-Verfahrens

Aus der Multiplikation des Signals $Re\{s[k]\}$ mit der Gewichtsfunktion $b_I[k]$ ergibt sich das in Abbildung 4.13, auf den Schwellwert $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ begrenzte, dargestellte Signal. Es ist deutlich zu erkennen, dass erfolgreich eine Begrenzung auf den geforderten Schwellwert erzielt wird.

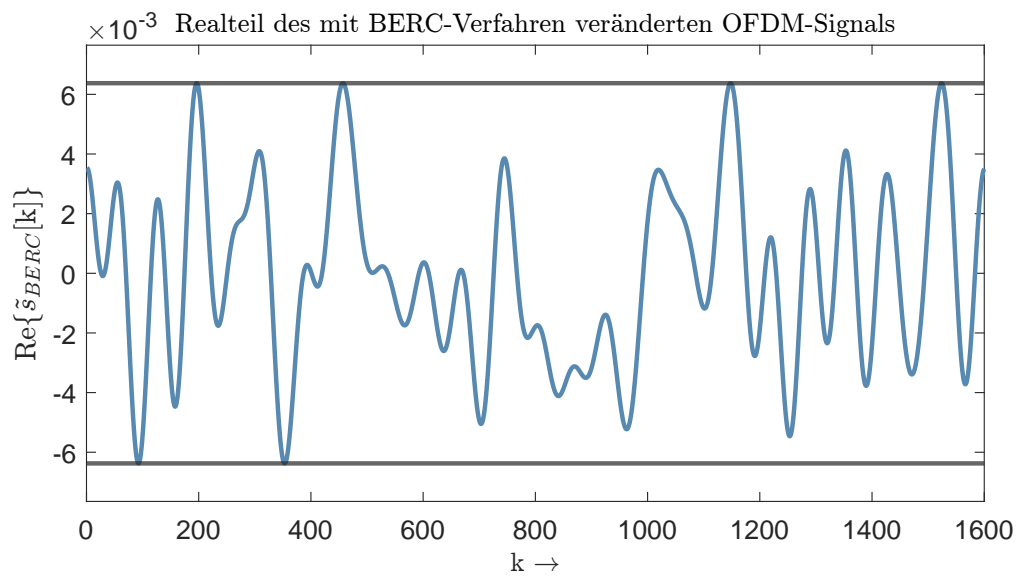


Abbildung 4.13: Realteil eines mit BER-C-Verfahren veränderten OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern

Die verwendete Summe von Gaußimpulsen führt jedoch dazu, dass es bei nah aneinander liegenden Maxima zu einer sehr starken Beeinflussung des zu begrenzenden Signals kommt. Zudem kann bei falscher Wahl des Faktors K_{BERC} eine Beeinflussung auftreten, welche größer als notwendig ist. Des Weiteren kann bei der Wahl eines zu schmalen Impulses eine unzureichende Begrenzung entstehen. Um die Auswirkungen der Wahl eines zu kleinen K_{BERC} zu zeigen sind in Abbildung 4.14 der Realteil eines OFDM-Signals und die resultierende Gewichtsfunktion dargestellt.

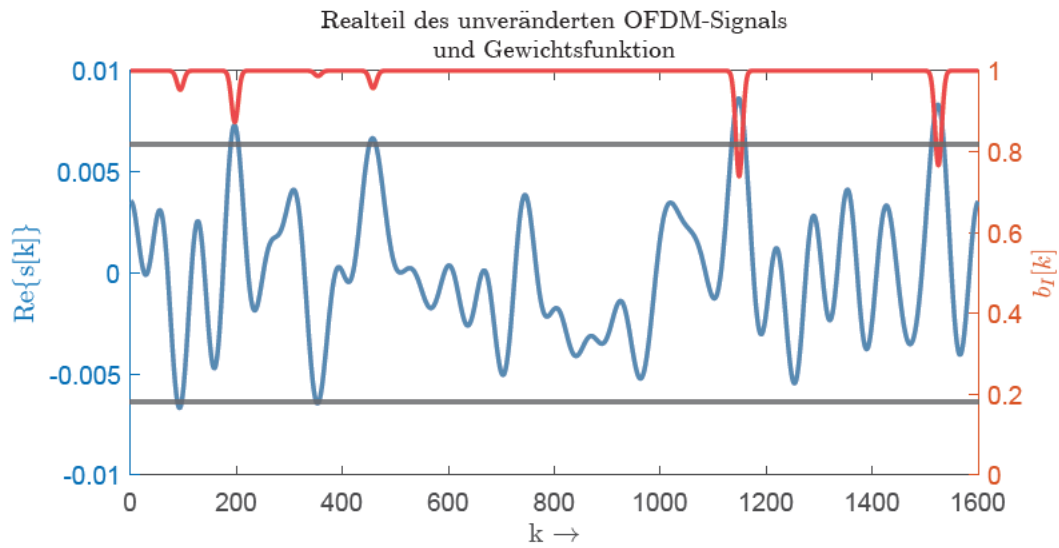


Abbildung 4.14: Realteil eines OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern, sowie die zugehörige Gewichtsfunktion des BERF-Verfahrens bei falscher Wahl von K_{BERF}

Der Realteil des veränderten OFDM-Signals ist in Abbildung 4.15 gezeigt. Hierbei ist zu erkennen, dass keine erfolgreiche Begrenzung des Signals auf den Schwellwert durchgeführt wurde. Durch den schmalen Gaußimpuls bleiben Höcker im Signal zurück die über dem Schwellwert liegen.

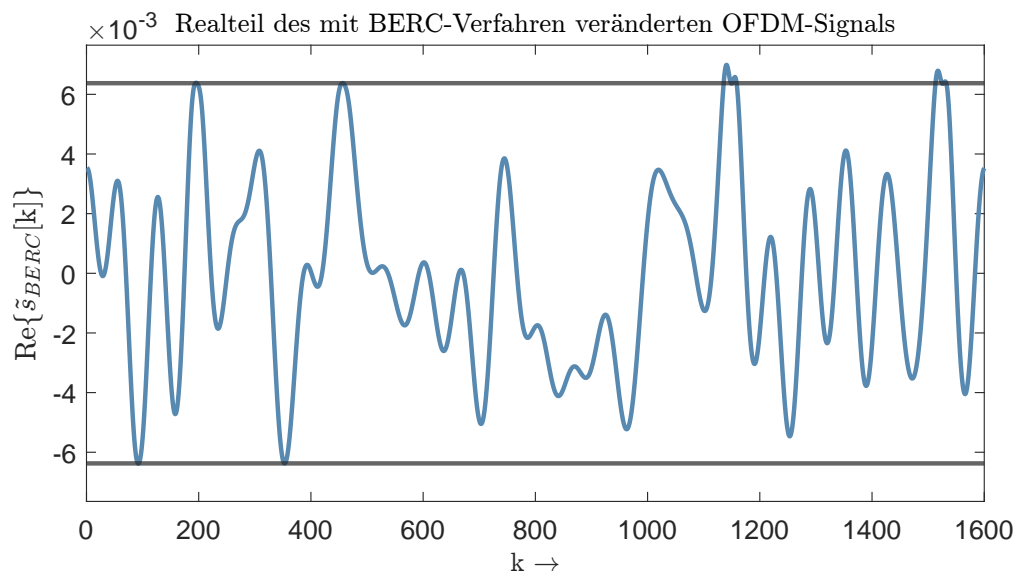


Abbildung 4.15: Realteil eines mit falsch parametrisiertem BEREC-Verfahren veränderten OFDM-Signals mit 4-QAM bei 52 von 1600 belegten Subträgern

In Abbildung 4.15 ist deutlich zu erkennen, dass die zu schmale Wahl der Gaußimpulse zu einer unzureichenden Begrenzung führt. Aus diesen Beobachtungen lässt sich eine robustere Variante des BEREC-Verfahrens ableiten. Dazu wird die Gewichtsfunktion von einer Summe von Gaußimpulsen an den Stellen der lokalen Maxima zu einem einzigen Gaußimpuls an der Stelle des globalen Maximums verändert. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis kein Signalanteil über dem Schwellwert liegt. Dadurch wird bewirkt, dass die Auswirkungen eines zu schmalen Impulses behoben werden. Zudem wird vermieden, dass sich durch nah aneinander liegende lokale Maxima eine zu starke Beeinflussung des Signals ergibt.

Um die beiden Implementierungen zu vergleichen, wird die Bitfehlerwahrscheinlichkeit der Empfangssignale verglichen. In Abbildung 4.16 sind die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für die beiden Implementierungen dargestellt. Das für die Bestimmung genutzte OFDM-Signal verwendet 4-QAM, zudem sind 52 von 128 Subträgern belegt.

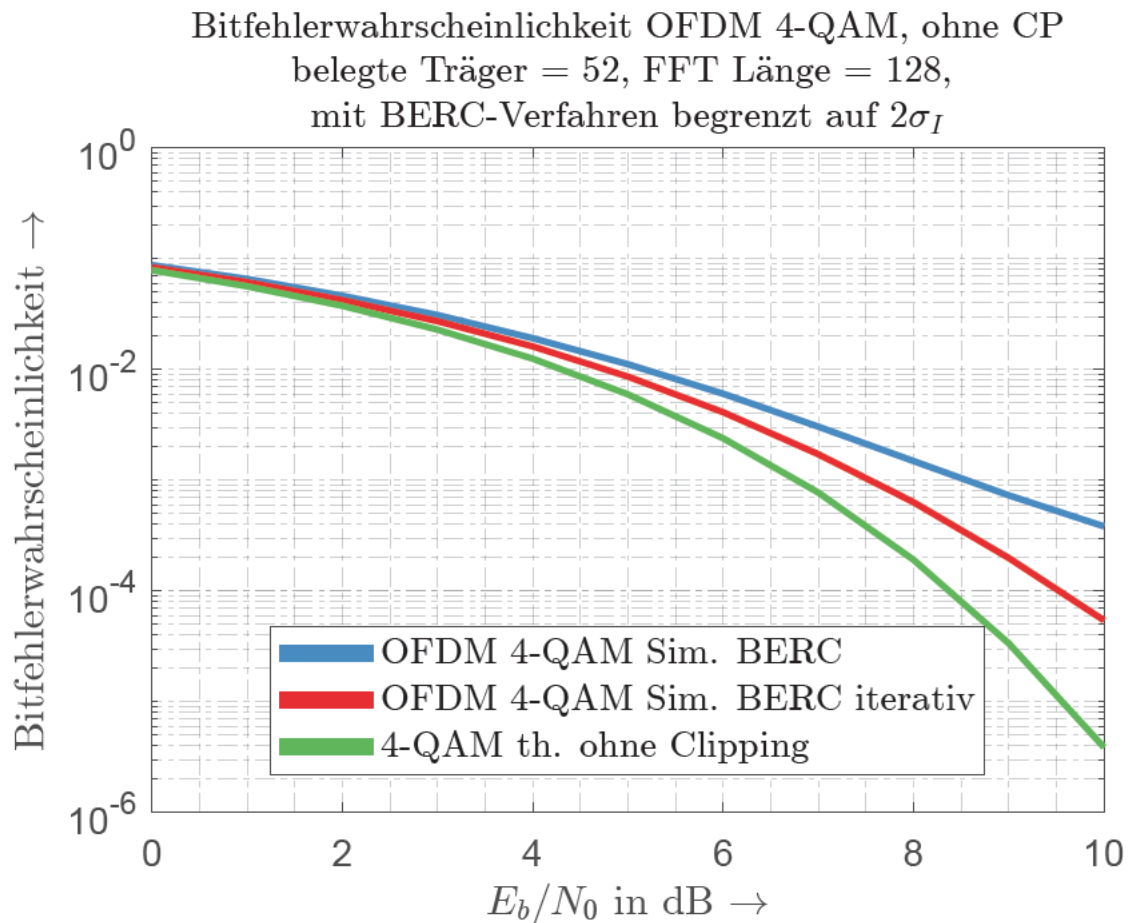


Abbildung 4.16: Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit der Implementierungen des BERC-Verfahren bei einer Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$, 4-QAM bei 52 von 128 belegten Subträgern, eigene Simulation

Für den Vergleich werden jeweils zwei identische Signale erzeugt. Eins dieser Signale wird dann mit dem einfachen BERC-Verfahren und eins mit dem iterativen BERC-Verfahren auf einen Schwellwert begrenzt. Der Vergleich zeigt, dass die iterative Implementierung des BERC-Verfahrens geringere Bitfehler im Empfangssignal erzeugt. Daran lässt sich erkennen, dass die geringere Beeinflussung durch die iterative Implementierung des Verfahrens einen deutlich erkennbaren Einfluss auf die Datenerkennung hat.

Die verwendeten Gaußimpulse zeichnen sich dadurch aus, dass sie sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich eine ähnliche Form aufweisen. Um zu beurteilen, ob durch das BERC-Verfahren effektiv die Außerbandabstrahlung reduziert wird, werden die LDS der einfachen und der iterativen Implementierung mit Hilfe einer Simulation ermittelt.

Um den Einfluss des Verfahrens möglichst deutlich zu zeigen, wird eine Begrenzung auf $S_{max} = \sigma_I$ durchgeführt.

Zu Beginn soll der direkte Einfluss der Verfahren auf das LDS untersucht werden, dafür werden mit Hilfe einer Simulation die LDS der beiden Verfahren zusammen in Abbildung 4.17 dargestellt. Es werden direkt die veränderten Signale ohne Leistungsanpassung verwendet.

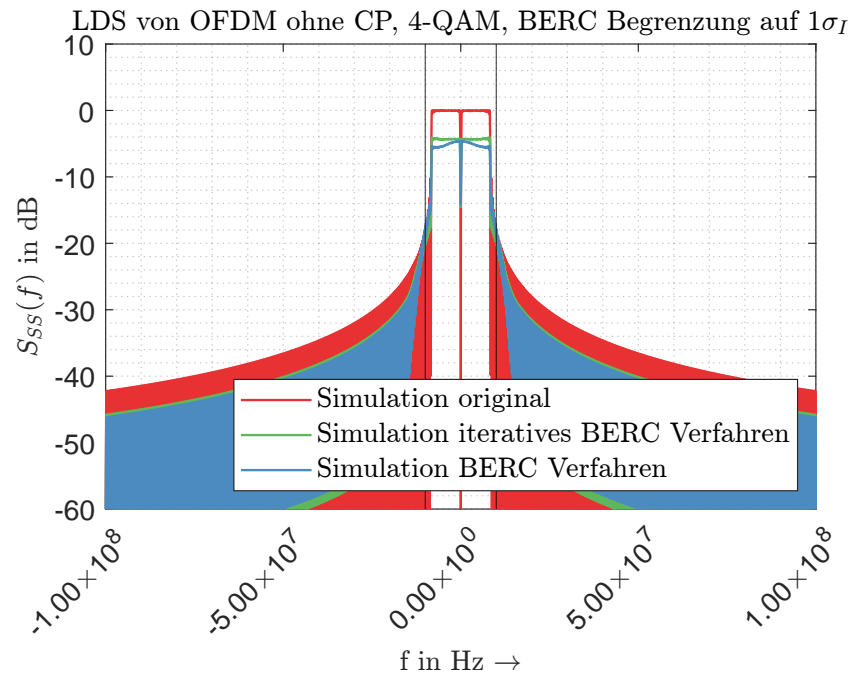


Abbildung 4.17: Vergleich der LDS bei Beschränkung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch BERC-Verfahren, 52 von 1600 Subträgern belegt, eigene Simulation

Abbildung 4.18 zeigt, dass durch die starke Beschränkung ein deutlicher Leistungsabfall hervorgerufen wird. Vergleicht man dies mit dem in den Abbildungen 4.3 und 4.9 gezeigten Darstellungen des LDS des harten und weichen Clippings fällt der merklich stärkere Leistungsverlust auf. Dieser stärkere Verlust ist bereits anhand der Signale im Zeitbereich deutlich zu erkennen. Im Gegensatz zum Clipping wird bei dem BERC-Verfahren nicht nur der Signalanteil über dem Schwellwert oder im Falle des weichen Clippings kurz um den Schwellwert verändert. Durch die Bewertung des Signals mit Gaußimpulsen werden merklich größere Anteile des Signals beeinflusst. Um die LDS der durch das BERC-Verfahren bearbeiteten Signale mit dem LDS des unveränderten Signals konkret zu vergleichen, werden die bearbeiteten Signale auf die Leistung des unbearbeiteten Si-

gnals angehoben. Der Vergleich der LDS von unverändertem, mit BERC-Verfahren und mit der iterativen Implementierung des BERC-Verfahrens ist in Abbildung 4.18 dargestellt.

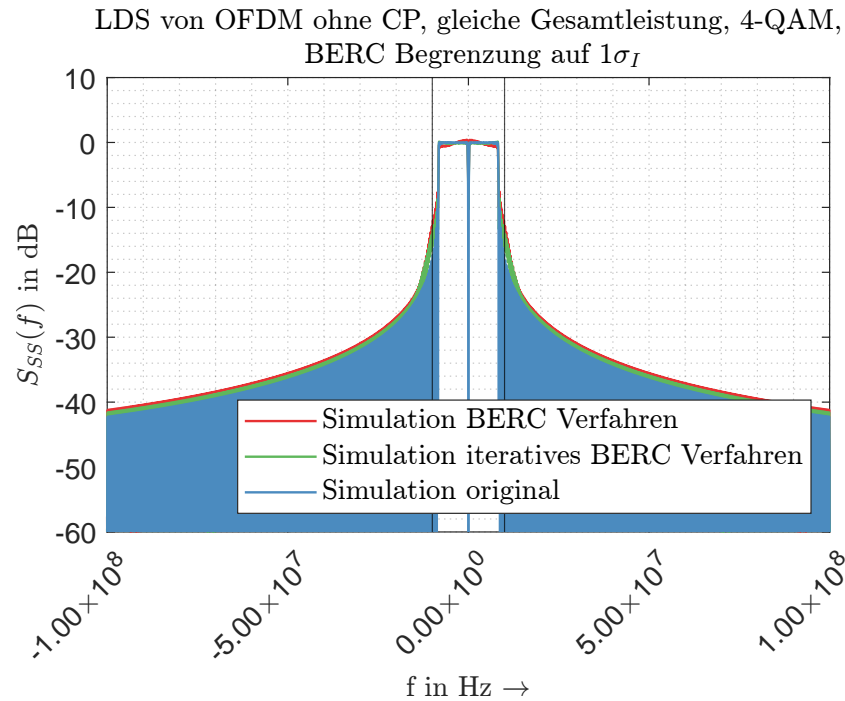


Abbildung 4.18: Vergleich der LDS der Implementierungen des BERC-Verfahrens bei Beschränkung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ bei gleicher Signalleistung, 52 von 1600 Subträgern belegt, eigene Simulation

In Abbildung 4.18 ist zu erkennen, dass die Leistung des mit dem BERC-Verfahren beschränkten Signals im Bereich direkt um 0 Hz für beide Implementierungen über der Leistung des unveränderten Signals liegt. Zudem fällt die Leistung des mit dem einfachen BERC-Verfahren beschränkten Signals im Bereich der äußersten belegten Subträger, hier bei den Subträgern $n = -26$ und $n = 26$, unter das Niveau von unbearbeiteten und mit iterativem BERC-Verfahren beschränkten Signal ab. Der Abfall der LDS außerhalb des von Subträgern belegten Bereichs ist für beide Implementierungen des BERC-Verfahrens nahezu identisch. Das LDS des unveränderten Signals liegt im äußeren Frequenzbereich knapp unterhalb der LDS der beiden Implementierungen des BERC-Verfahrens.

In Abbildung 4.19 ist eine im Bereich von $-312,5$ kHz bis $12,5$ MHz vergrößerte Ansicht der Abbildung 4.18 dargestellt. In dieser Abbildung ist zu erkennen, dass die Leistung des unveränderten Signals nach dem letzten belegten Subträger unterhalb der Leistungen der durch das BERC-Verfahren veränderten Signale liegt.

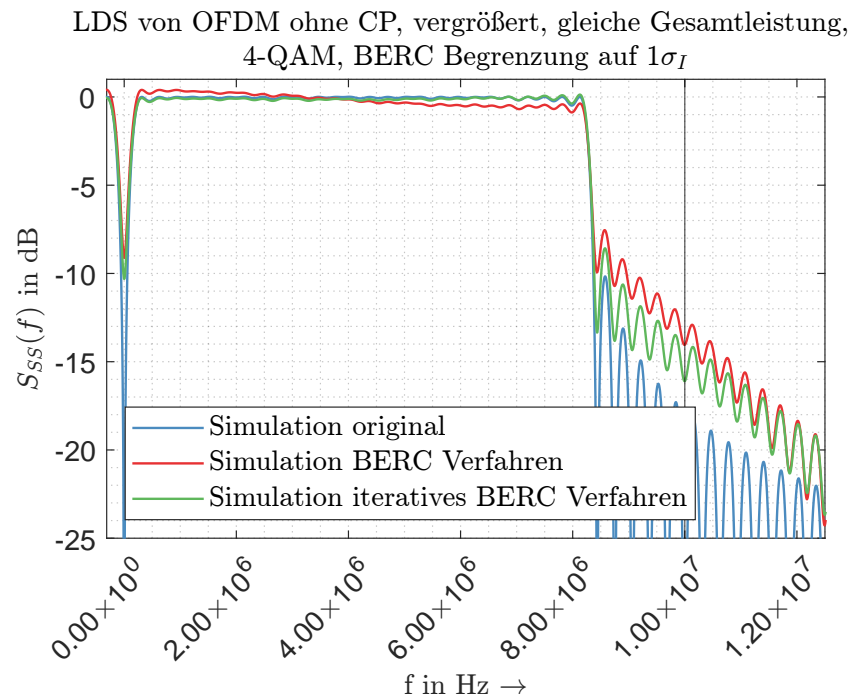


Abbildung 4.19: Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS der Implementierungen des BERC-Verfahrens bei gleicher Signalleistung, 52 von 1600 Subträgern belegt, eigene Simulation

Ausgehend von der theoretischen Beschreibung konnte erfolgreich das BERC-Verfahren implementiert werden und Schwellwertreduktionen durchgeführt werden. Zudem konnte die ursprüngliche Implementierung um eine iterative ergänzt werden und ein Vergleich beider Implementierungen angestellt werden.

5 Vergleich der Peak-to-Average Power Ratio Reduktionsverfahren

Für den Vergleich der in dieser Arbeit vorgestellten und untersuchten PAPR Reduktionsverfahren werden die bereits simulativ ermittelten LDS herangezogen. Des Weiteren wird ein Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Verwendung der unterschiedlichen Verfahren durchgeführt. Zudem werden die LDS mit der durch die IEEE 802.11a Norm festgelegten Frequenzmaske verglichen. Die Vergleiche werden für unterschiedlich starke Begrenzung durchgeführt.

Für den ersten Vergleich der PAPR Reduktionsverfahren wird ein System mit 52 von 1600 belegten Subträgern sowie 4-QAM verwendet. Zudem kann es nur etwa 15% der nach Gleichung 3.44 maximalen Signalamplitude verwenden. Vereinfachend wird als Schwellwert eine einfache Abhängigkeit der nach Gleichung 4.18 berechneten Standardabweichung gewählt. Mit $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ ergibt sich ein einfach zu berechnender Schwellwert, der eine Begrenzung auf ungefähr 14% der maximalen Signalamplitude bewirkt. Aus der Verteilung der Signalamplituden ergibt sich, dass bei einer Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ etwa 32% des ursprünglichen OFDM-Signals über dem festgelegten Schwellwert liegen [11, S.661].

Abbildung 5.1 zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit der vorgestellten Verfahren bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$. Die beiden Implementierungen des BER-C-Verfahrens besitzen dabei gleich parametrisierte Gaußimpulse.

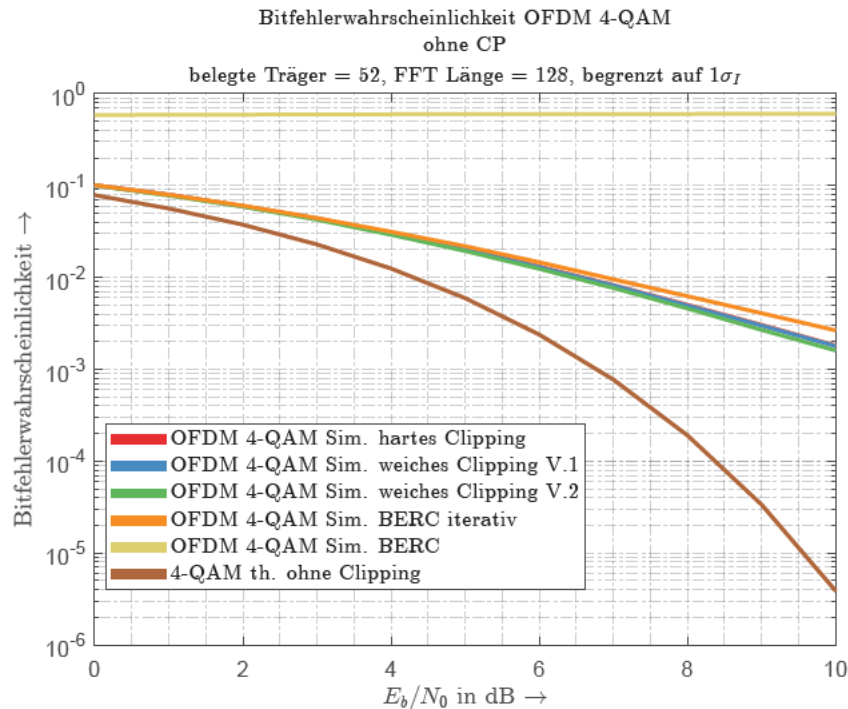


Abbildung 5.1: Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren, eigene Simulation

Es ist deutlich zu erkennen, dass die einfache Implementierung des BER-C-Verfahrens für starke Begrenzung ungeeignet ist. Durch das einfache BER-C-Verfahren wird das Signal dermaßen verändert, dass keine Informationen mehr übertragen werden können. Dahingegen liegt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit des iterativen BER-C-Verfahrens nur etwas über der beider Arten des Clippings.

Eine derart starke Begrenzung führt jedoch mit allen Verfahren dazu, dass die Bitfehlerwahrscheinlichkeit stark ansteigt. Dieser starke Anstieg zeigt, dass die vorgestellten Verfahren für starke Begrenzungen ungeeignet sind.

Die nachfolgende Abbildung 5.2 zeigt das LDS eines OFDM-Signals bei Verwendung der einzelnen Reduktionsverfahren. In der Abbildung ist deutlich zu erkennen, dass die durch die Verwendung von Clipping auftretenden Leistungsanteile knapp außerhalb der 20 dB Bandbreite deutlich über den Anteilen bei Verwendung des BERC-Verfahrens liegen.

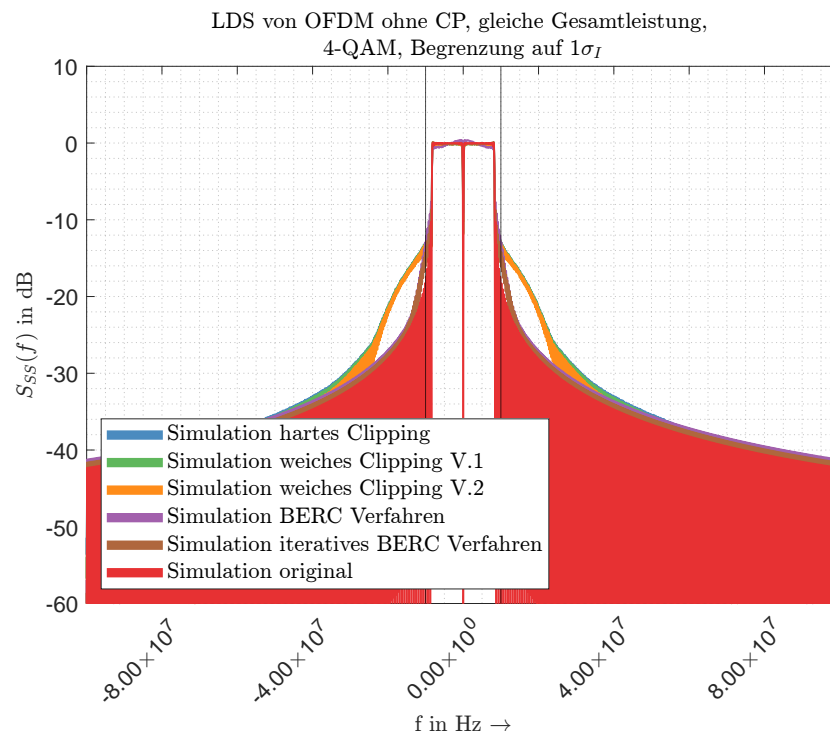


Abbildung 5.2: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Eine weiter vergrößerte Ansicht von Abbildung 5.2 wird in Abbildung 5.3 dargestellt. Diese Vergrößerung zeigt deutlicher, dass die iterative Implementierung des BERC-Verfahrens kurz nach dem letzten belegten Subträger etwas schneller absinkt. Zudem wird erkennbar, dass die Verläufe beider Arten des Clippings nahezu identisch sind, wodurch der Verlauf des LDS des harten Clippings auf den des weichen Clippings Variante 1 fällt. Dadurch ist dieser in der Abbildung nicht eigens erkennbar.

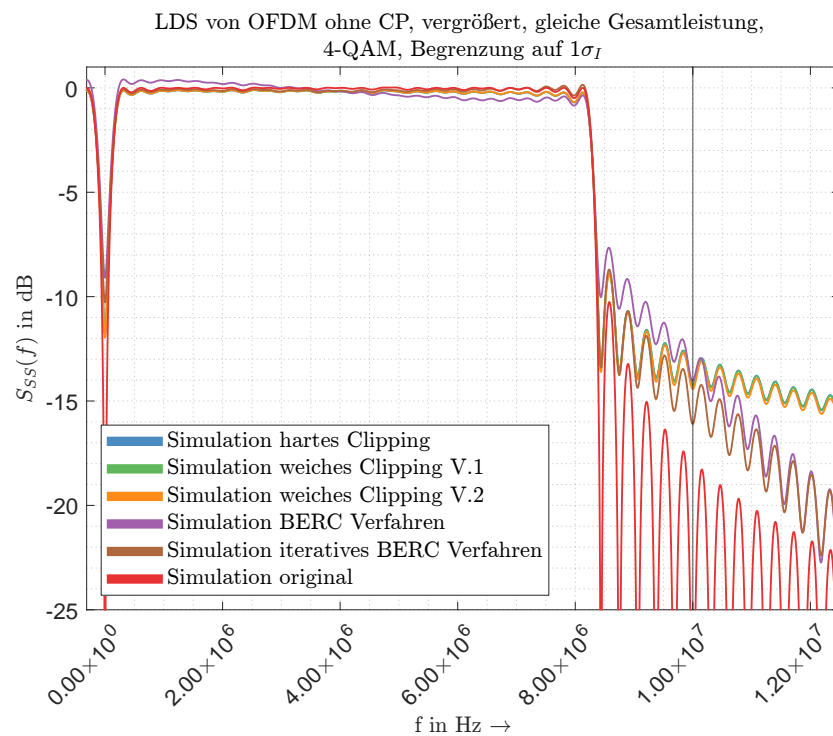


Abbildung 5.3: Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Die Beobachtungen bestätigen, dass das BERC-Verfahren ein Verfahren ist, das eine geringe Außerbandabstrahlung hervorruft.

Eine Übertragung tritt üblicherweise nicht alleine im Frequenzband auf, sondern besitzt mehrere benachbarte Übertragungen. Um die Auswirkungen unter diesen Bedingungen zu untersuchen, wird eine Übertragung mit jeweils einem um -20 MHz und einem um 20 MHz verschobenen Nachbarn überlagert. Eine solche Überlagerung mit einer Begrenzung auf σ_I von jeder der drei Übertragungen ist in Abbildung 5.4 dargestellt. An den Rändern der zwei äußeren Spektren ist der bereits aus den vorherigen Abbildungen bekannte Verlauf zu erkennen. In dem nicht durch Subträger belegten Frequenzbereich zwischen den einzelnen Übertragungen ist zu erkennen, dass die durch die Begrenzung der Signalamplituden hervorgerufenen Außerbandabstrahlung einen Einfluss auf die nebenliegenden Übertragungen hat.

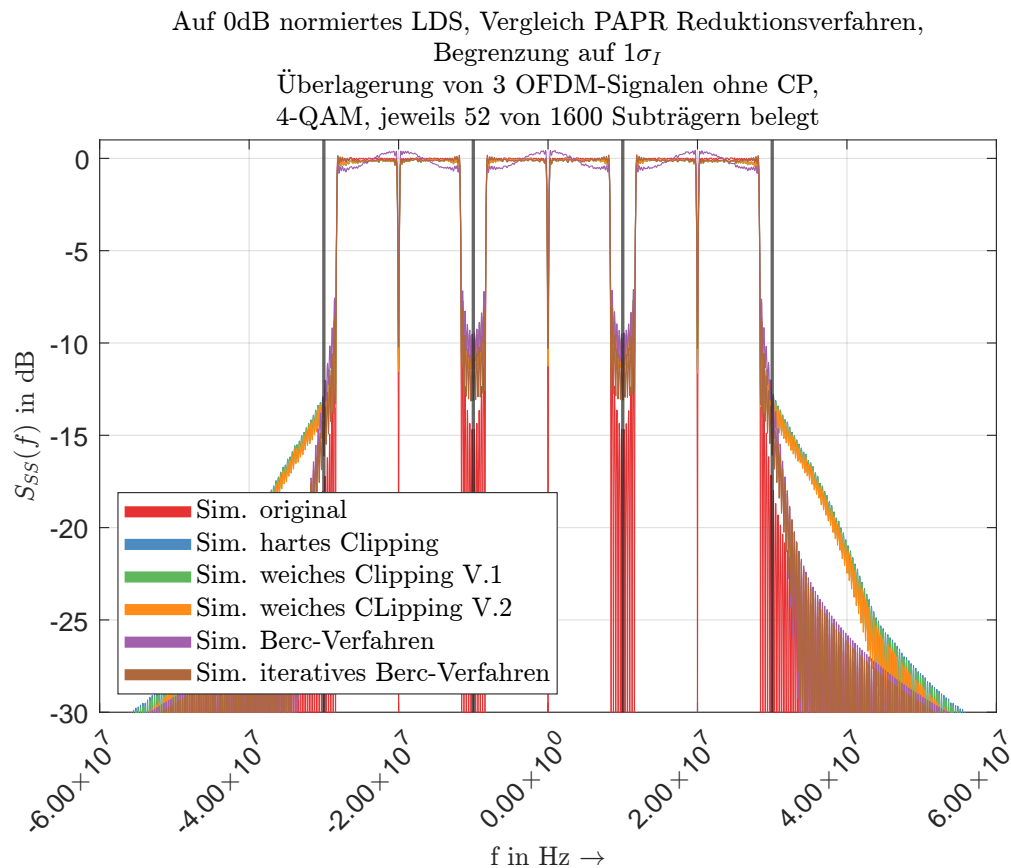


Abbildung 5.4: Vergleich der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Um den Einfluss der beiden äußeren Übertragungen auf die mittlere Übertragung besser sichtbar zu machen, ist in Abbildung 5.5 eine vergrößerte Ansicht des LDS der mittleren Übertragung dargestellt. In der Abbildung ist deutlich der Einfluss der beiden seitlichen Übertragungen sichtbar. In rot ist dabei das LDS eines nicht durch Überlagerung beeinflussten Signals dargestellt. Deutlich ist zu erkennen, dass durch die Überlagerung eine klare Veränderung des LDS entsteht. Besonders stark ist dabei die durch beide Implementierungen des BERC-Verfahrens hervorgerufene Beeinflussung. Für eine bessere Verdeutlichung sind die Frequenzen der einzelnen Subträger gekennzeichnet.

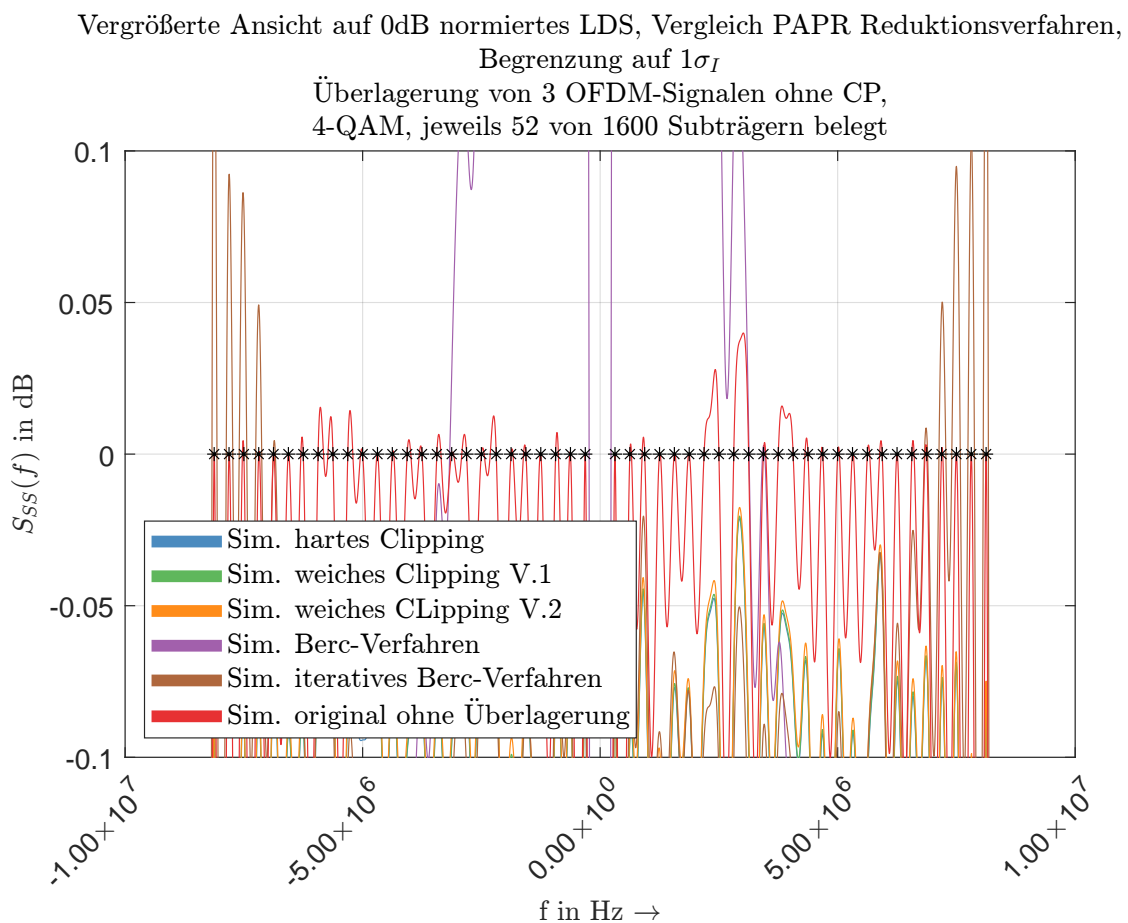


Abbildung 5.5: Vergrößerte Ansicht der belegten Subträger des Vergleichs der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Da das simulierte System auf dem IEEE 802.11a [1] Standard basiert, wird zusätzlich die im Standard definierte Spektralmaske mit in die Abbildung der LDS gelegt. Die Darstellung der LDS mit dieser Spektralmaske ist in Abbildung 5.6 gezeigt. Besonders die durch alle Arten des Clippings hervorgerufene Beeinflussung der LDS führt zu einer starken Überschreitung der durch die Maske vorgegebenen Werte. Bei Verwendung von Clipping liegen die LDS schon kurz außerhalb der 20 MHz Bandbreite über den durch die Maske spezifizierten Grenzen. Daher ist durch Filterung praktisch keine Einhaltung der Grenzen zu erzielen. Die Betrachtung des LDS des unveränderten Signals zeigt, dass auch ohne Anwendung eines PAPR Reduktionsverfahrens der Einsatz eines Sendefilters notwendig wird. Die LDS bei Verwendung des BEREC-Verfahrens weichen nur geringfügig von dem LDS des nicht veränderten Signals ab, daher ist hierbei ein ähnliches Sendefilter einsetzbar, um die Vorgaben durch die Spektralmaske zu erfüllen.

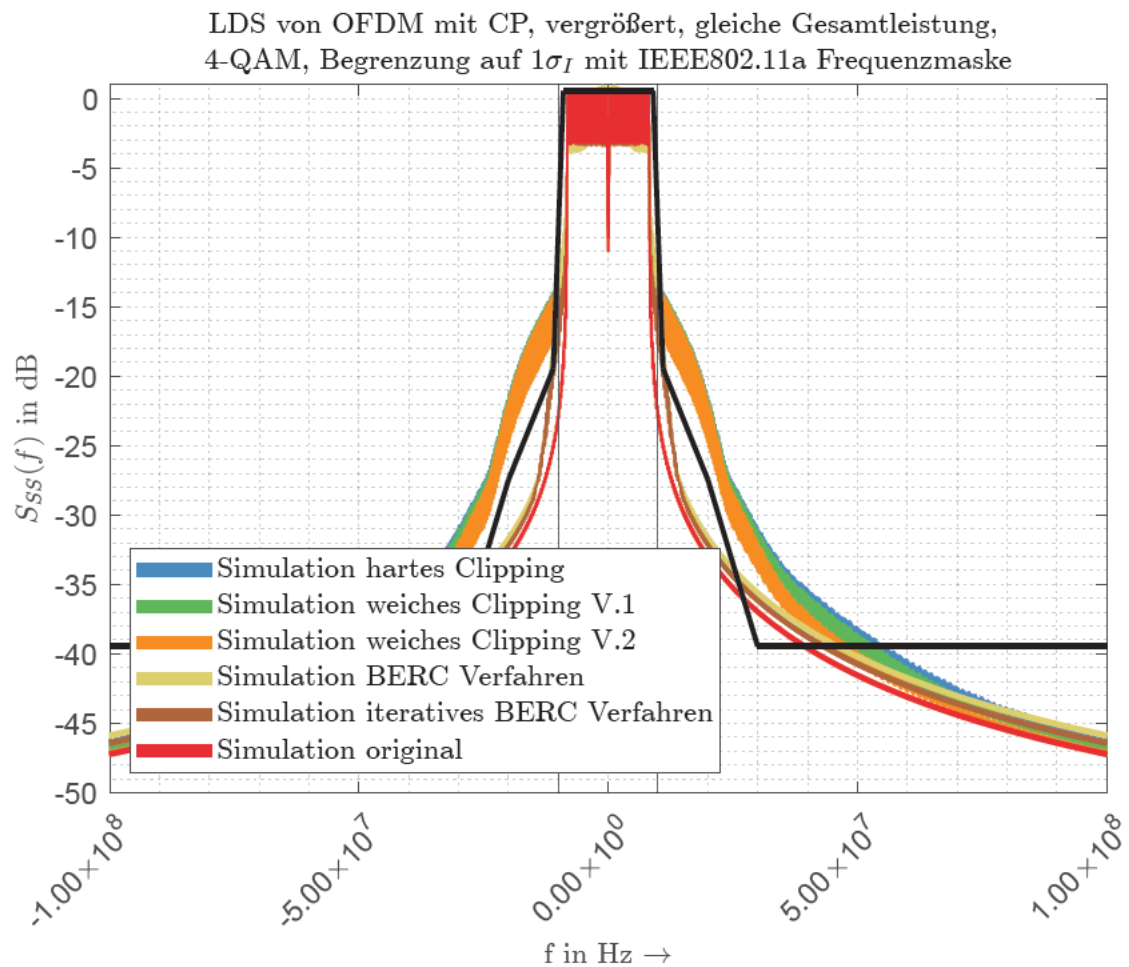


Abbildung 5.6: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 1 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung mit Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1], eigene Simulation

Im Folgenden soll nun als Beispiel ein System dienen, dass im Vergleich zum vorherigen System eine doppelt so hohe Signalamplitude zulässt. Daraus ergibt sich eine Begrenzung auf 30% der maximalen Signalamplitude. Wenn nun als Schwellwert $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$, also eine Verdoppelung im Vergleich zum vorherigen Beispiel, gewählt wird, dann wird eine Begrenzung auf etwa 28% der maximalen Signalamplitude erreicht. Aus der Verteilung der Signalamplitude folgt, dass nun circa 5% des ursprünglichen OFDM-Signals über diesem Schwellwert liegen.

In Abbildung 5.7 ist der Verlauf der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Verwendung der unterschiedlichen Verfahren bei einer Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ dargestellt. Deutlich zu sehen ist, dass nun auch bei Verwendung des einfachen BERC-Verfahrens eine Übertragung Informationen enthält. Jedoch liegt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit hierbei noch deutlich über der der anderen Verfahren. Ferner fällt auf, dass sich die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten der Verfahren stärker voneinander unterscheiden, als es noch in Abbildung 5.1 der Fall war. Auch hier führt die Anwendung des einfachen BERC-Verfahrens zu einer deutlich höheren Bitfehlerwahrscheinlichkeit. Die zu begrenzenden Signalanteile liegen nun so weit auseinander, dass sich die Auswirkungen der Verfahren auf nicht zu begrenzende Signalanteile deutlicher bemerkbar machen.

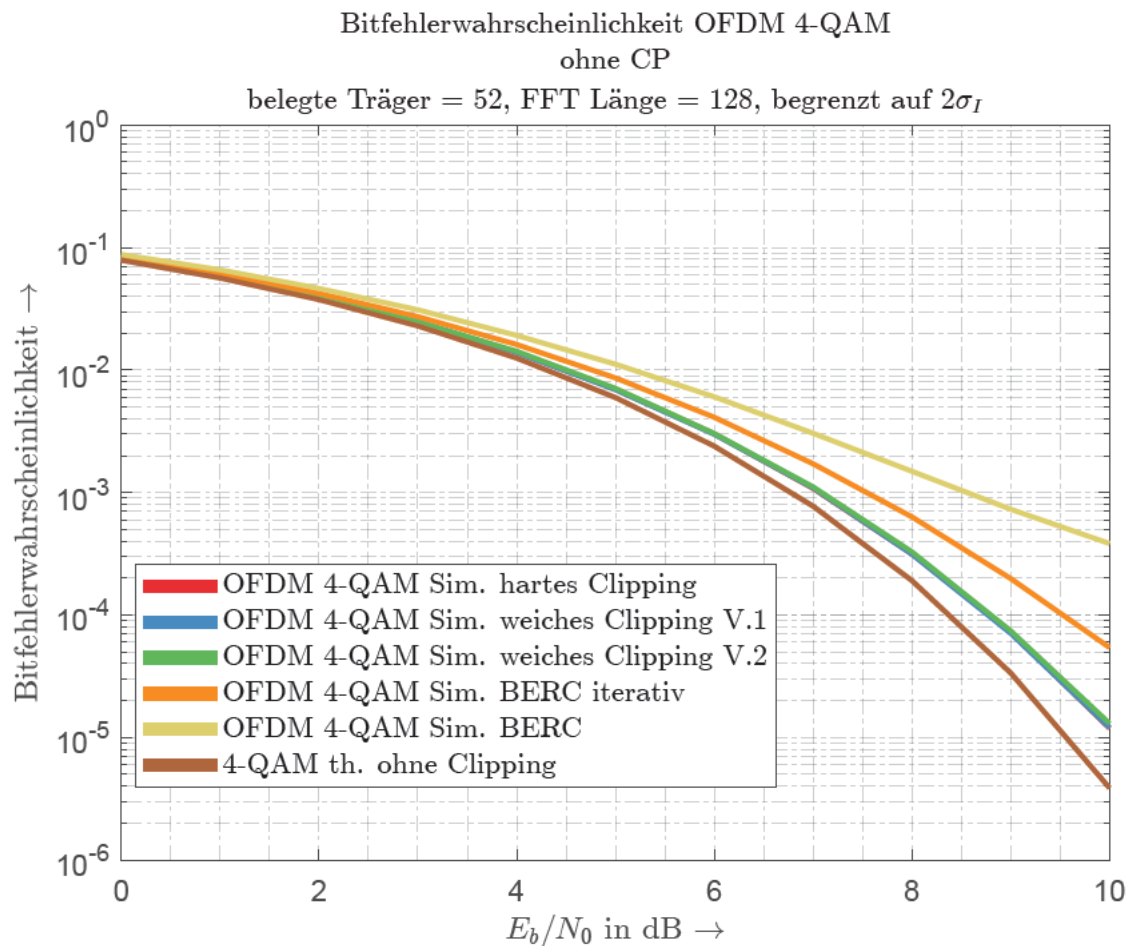


Abbildung 5.7: Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren, eigene Simulation

Auch in den LDS, welche in Abbildung 5.8 dargestellt sind, ist der deutlich geringere Einfluss der weniger starken Beschränkung zu erkennen. Weiterhin ist erkennbar, dass die LDS der durch Clipping begrenzten OFDM-Signale sich noch sichtbar von denen der durch BERC-Verfahren begrenzten OFDM-Signale abheben.

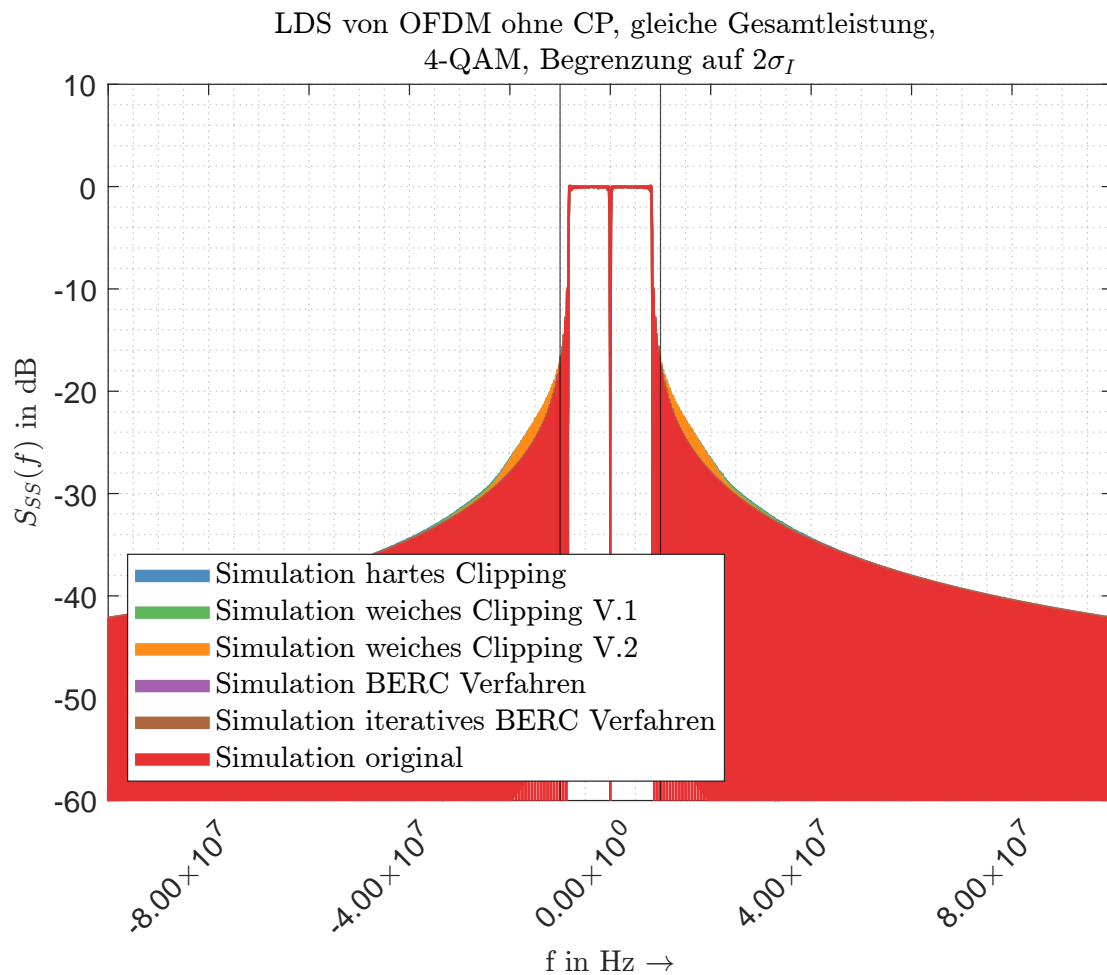


Abbildung 5.8: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Die vergrößerte Ansicht der LDS in Abbildung 5.9 hebt den noch vorhandenen Unterschied der LDS hervor. Dabei ist zu sehen, dass die LDS bei Verwendung von Clipping bis zu 1 dB über dem LDS des unveränderten Signals liegen. Wohingegen die LDS bei Begrenzung durch das BERC-Verfahren maximal um etwa 0,5 dB über dem LDS des unveränderten Signals liegen und sich diesem bei höheren Frequenzen weiter annähern.

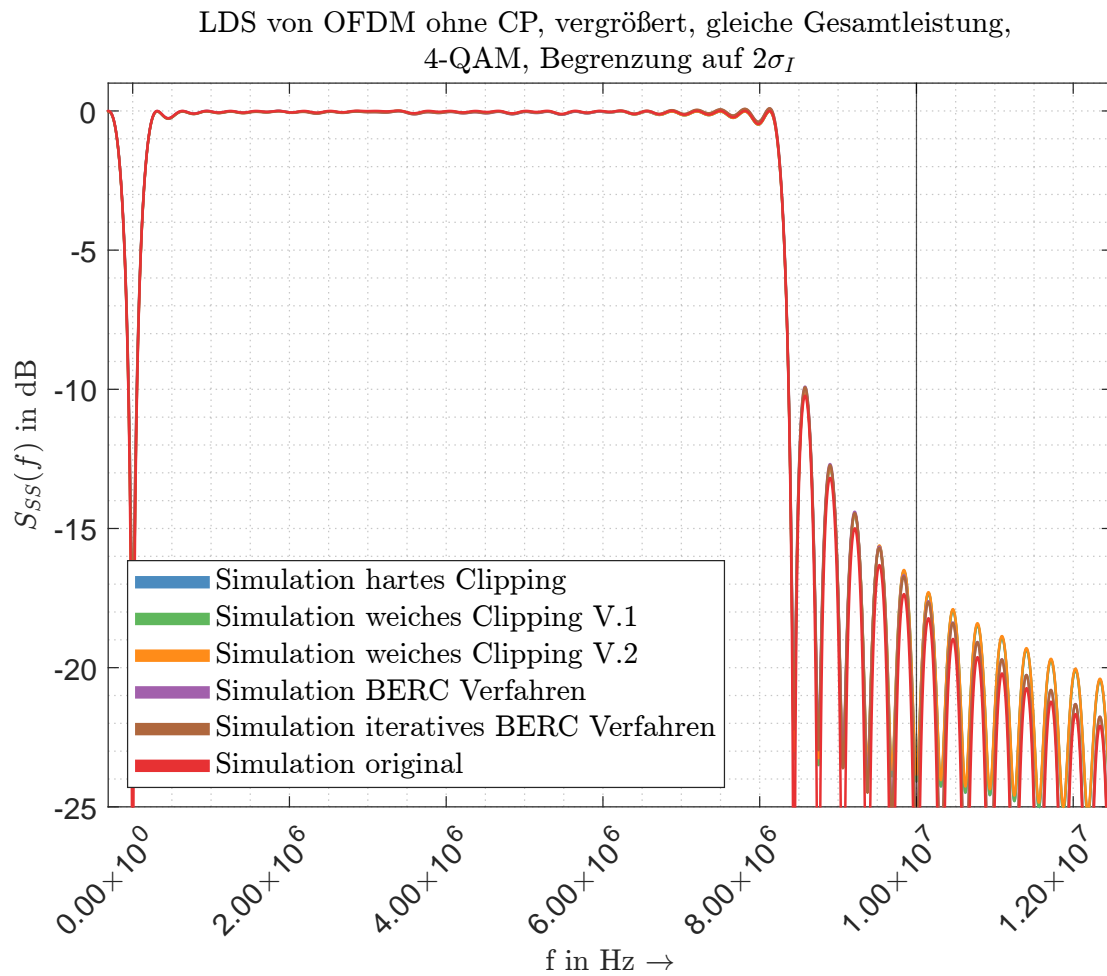


Abbildung 5.9: Vergrößerte Ansicht des Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren

Auch für die Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ wird die Überlagerung von mehreren Übertragungen betrachtet. Dafür werden drei Signale wie zuvor bei Abbildung 5.4 überlagert. In Abbildung 5.10 sind die zugehörigen LDS dargestellt. Zu sehen ist, dass wie zuvor bei Abbildung 5.8 eine deutliche Reduzierung der Außerbandstrahlung auftritt und somit auch die Beeinflussung nebenliegender Übertragungen reduziert wird. Um den Einfluss auf das LDS im Frequenzbereich der Übertragung zu zeigen, ist in Abbildung 5.11 das LDS einer unbeeinflussten Übertragung sowie die durch Überlagerung entstandenen LDS bei Verwendung der verschiedenen PAPR Reduktionsverfahren abgebildet.

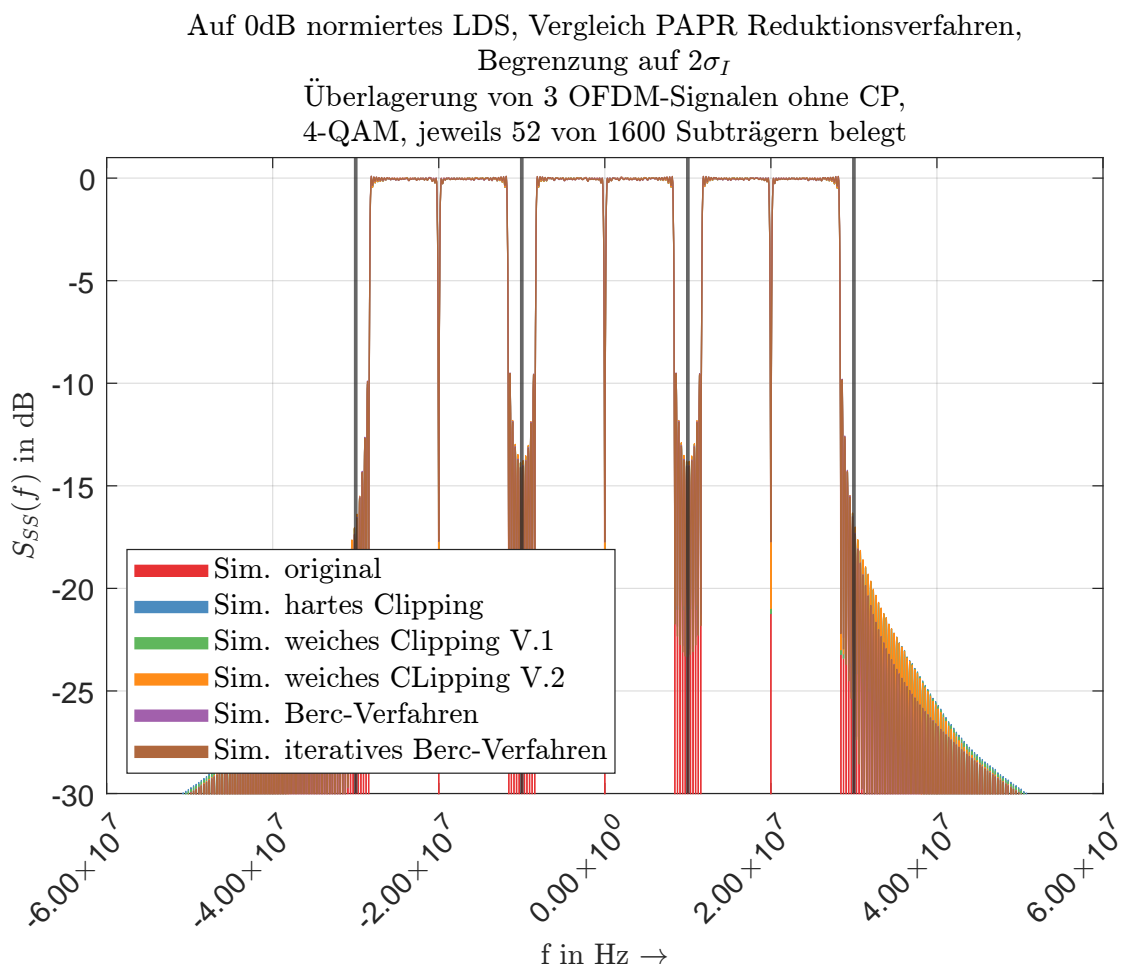


Abbildung 5.10: Vergleich der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Bei dem Vergleich mit Abbildung 5.5 fällt deutlich auf, dass sich die LDS der überlagerten Übertragungen dem LDS einer unbeeinflussten Übertragung annähern. Besonders deutlich besteht jedoch weiterhin die Veränderungen des LDS durch die BERC-Verfahren, die sich in deutlichen Überschwingern an den äußeren Subträgern zeigen.

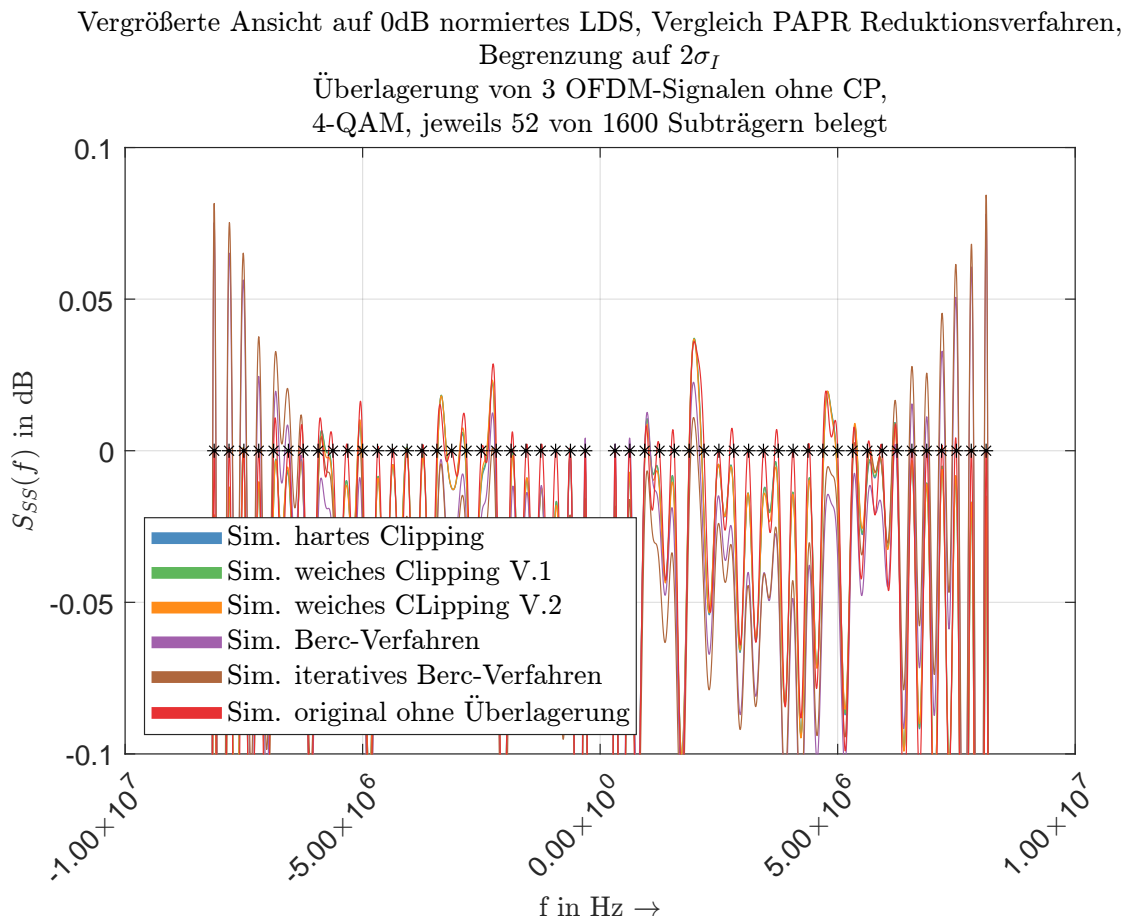


Abbildung 5.11: Vergrößerte Ansicht der belegten Subträger des Vergleichs der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

In Abbildung 5.12 sind die LDS eines OFDM-Signals nach Beschränkung durch die vorgestellten Verfahren auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ dargestellt, weiterhin ist die Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1] eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass die LDS im Vergleich mit Abbildung 5.6 über einen größeren Frequenzbereich unterhalb des durch die Spektralmaske gegebenen Niveaus liegt. Durch die Scheitelwertreduktion wird das durch die Spektralmaske vorgegebene Niveau von den LDS der begrenzten Signale circa 2 MHz vor dem LDS des unveränderten Signals überschritten. Somit erhöhen sich die Anforderungen an das verwendete Sendefilter nur gering.

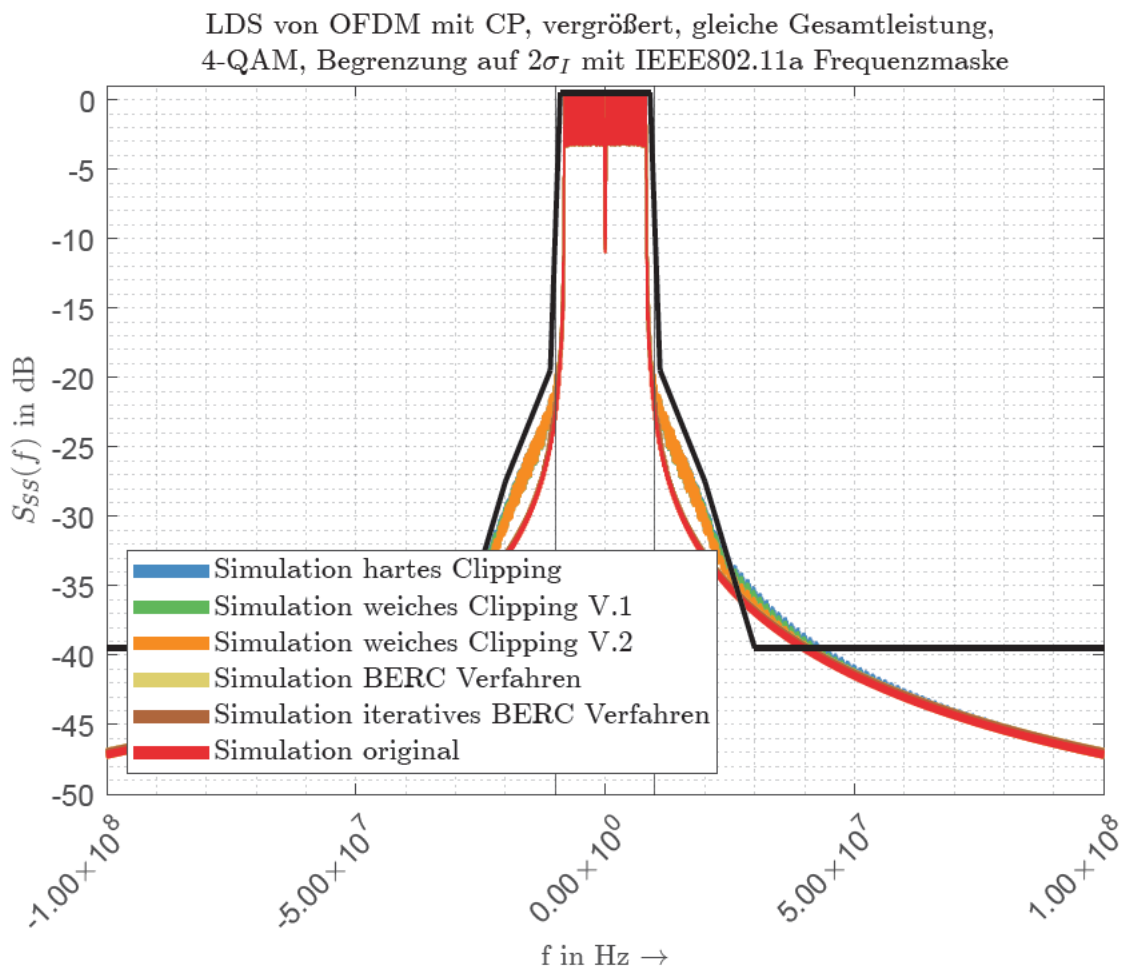


Abbildung 5.12: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 2 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung mit Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1], eigene Simulation

Für die weitere Untersuchung wird ein System betrachtet, welches nur 45% der maximalen Signalamplitude darstellen kann. Wie bei den vorherigen Betrachtungen wird ein Vielfaches von σ_I gewählt. Um eine Begrenzung auf maximal 45% der größten Signalamplitude zu erreichen, wird $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ gewählt, woraus sich eine Begrenzung auf circa 42% der maximalen Signalamplitude ergibt. Aus der Verteilung der Signalamplituden lässt sich ableiten, dass noch etwa 0,3% des ursprünglichen OFDM-Signals über dem festgelegten Schwellwert liegen.

In Abbildung 5.13 sind die Verläufe der Bitfehlerwahrscheinlichkeiten bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass die Verläufe sich sehr stark ähneln. Nur im Bereich eines hohen E_b/N_0 wird ein Unterschied zum Verlauf ohne Beschränkung sichtbar, dieser fällt jedoch gering aus. Folglich hat eine Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ nur noch eine sehr geringe Auswirkung auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit. Dies folgt unweigerlich daraus, dass nur noch ein sehr geringer Anteil des OFDM-Signals über dem Schwellwert liegt und daher kaum Veränderungen am Signal vorgenommen werden müssen.

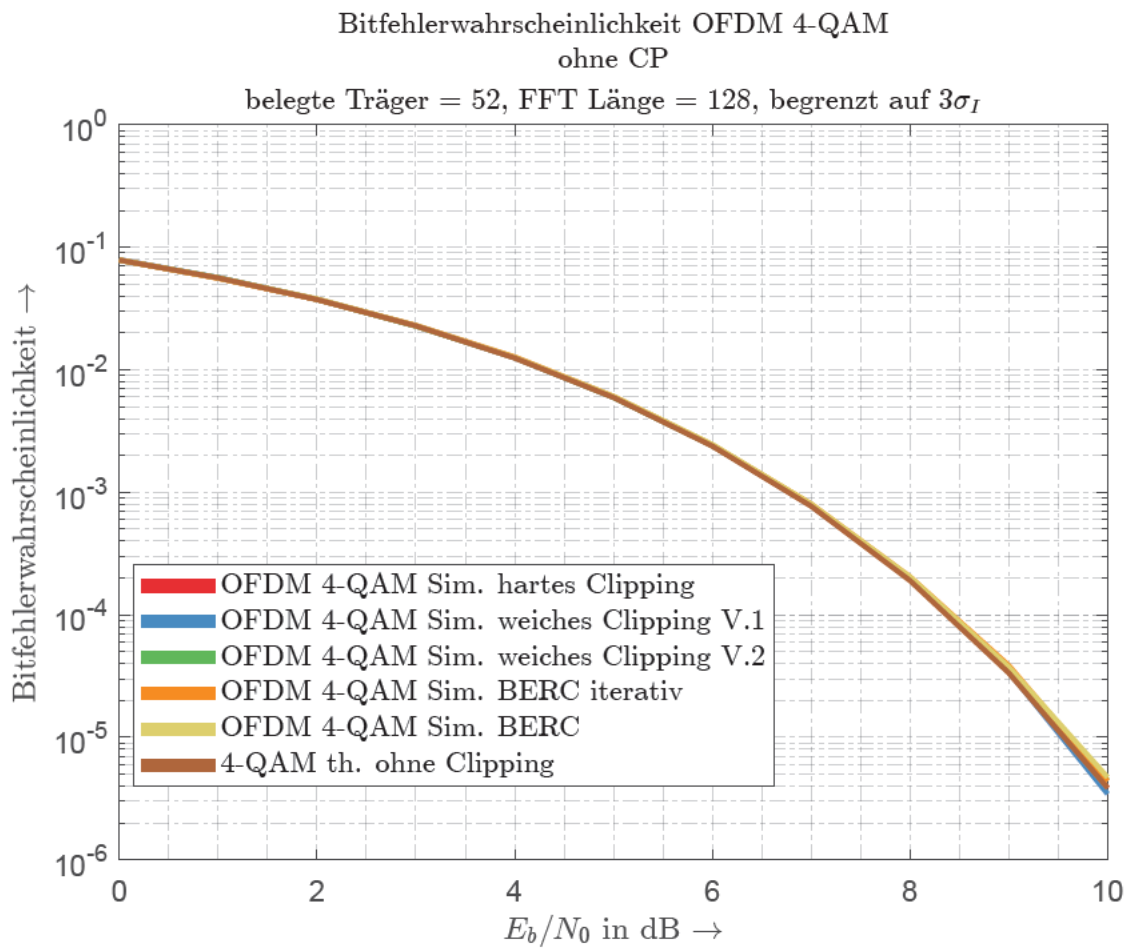


Abbildung 5.13: Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren

Werden zusätzlich die in Abbildung 5.14 dargestellten LDS der einzelnen Signale miteinander verglichen, so lässt sich auch hier feststellen, wie gering der Einfluss der Begrenzung ausfällt. Die LDS stimmen so stark miteinander überein, dass diese in der Darstellung übereinander fallen und somit nicht mehr unterschieden werden können. Wie bereits bei der Untersuchung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu erkennen ist, wird auch das LDS von einer Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ nicht mehr sichtbar beeinflusst.

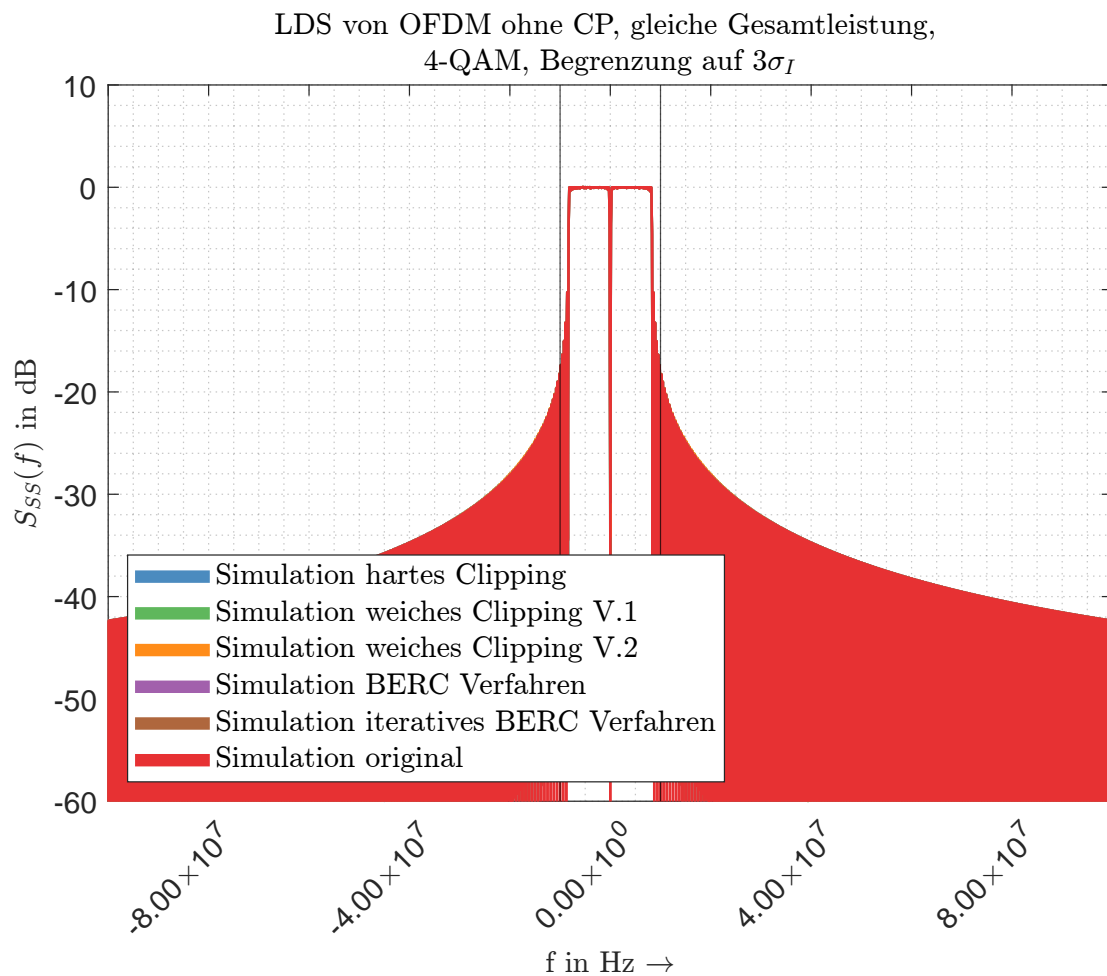


Abbildung 5.14: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren

Für eine genauere Betrachtung der LDS ist in Abbildung 5.15 eine im Bereich von $-312,5\text{ kHz}$ bis $12,5\text{ MHz}$ vergrößerte Darstellung von Abbildung 5.14 gezeigt. Auch bei dieser vergrößerten Ansicht ist kein merklicher Unterschied zwischen den LDS auszumachen. Dies bestätigt, dass eine Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ nur noch einen geringen Einfluss auf das LDS des OFDM-Signals hat.

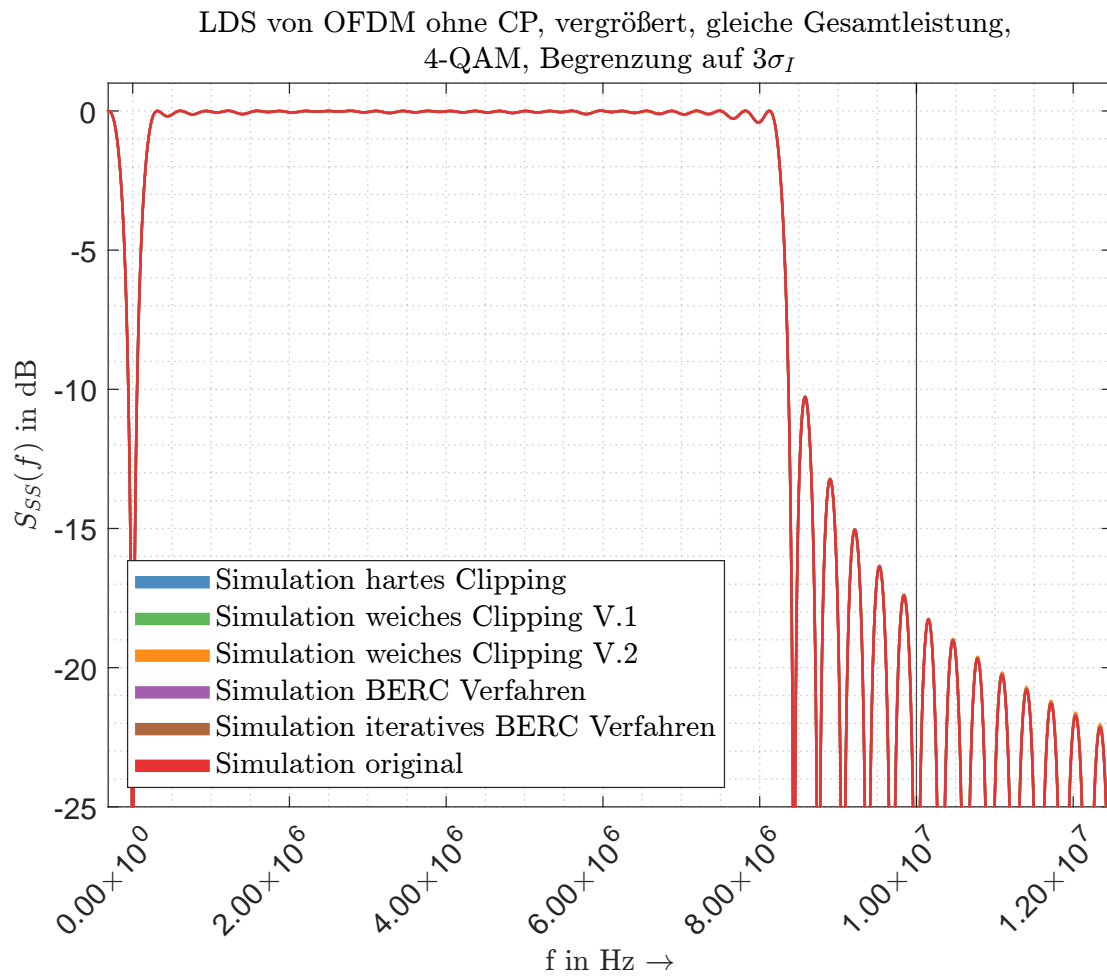


Abbildung 5.15: Vergrößerte Ansicht des Vergleichs der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene Verfahren

In Abbildung 5.16 sind die LDS der überlagerten OFDM-Signale abgebildet. Auch bei diesen LDS zeigt sich kein deutlich ausgeprägter Unterschied zwischen den LDS des unveränderten Signals und den LDS der auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ begrenzten Signale mehr. Dieser Verlauf der LDS des überlagerten Signals ist eine logische Konsequenz der Beobachtung der beiden vorherigen Abbildungen. Da die Beschränkung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ nur geringe Auswirkungen auf das LDS des Signals hat, zeigt sich auch bei der Überlagerung dieser bearbeiteten Signale, dass diese nur gering von den LDS des unveränderten Signals abweichen.

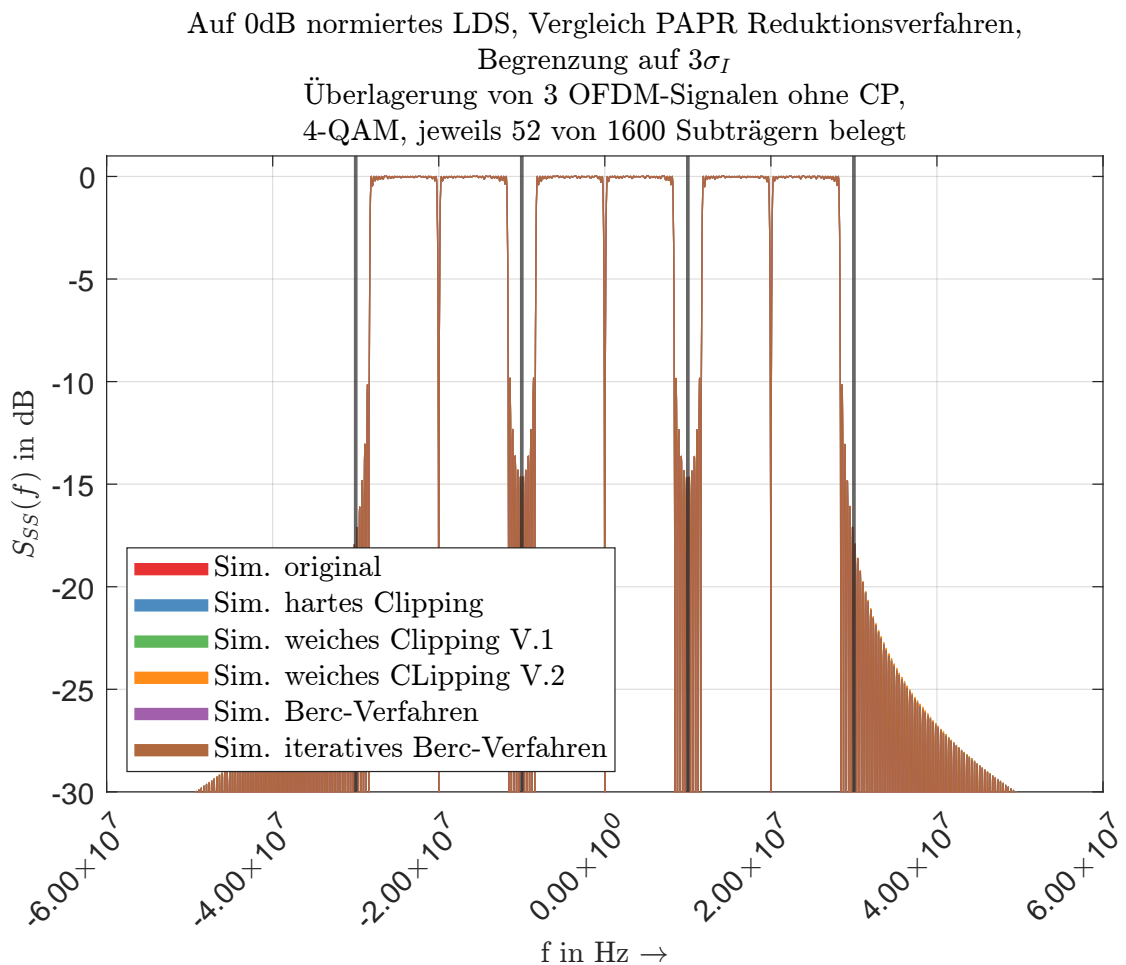


Abbildung 5.16: Vergleich der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Bei zusätzlichem Vergleich des LDS eines nicht durch Überlagerung beeinflussten OFDM-Signals (in rot dargestellt) mit den LDS der begrenzten und überlagerten Signale wird ersichtlich, dass durch die Überlagerung nur eine geringe Veränderung des LDS auftritt. Dieser Vergleich ist in Abbildung 5.17 dargestellt.

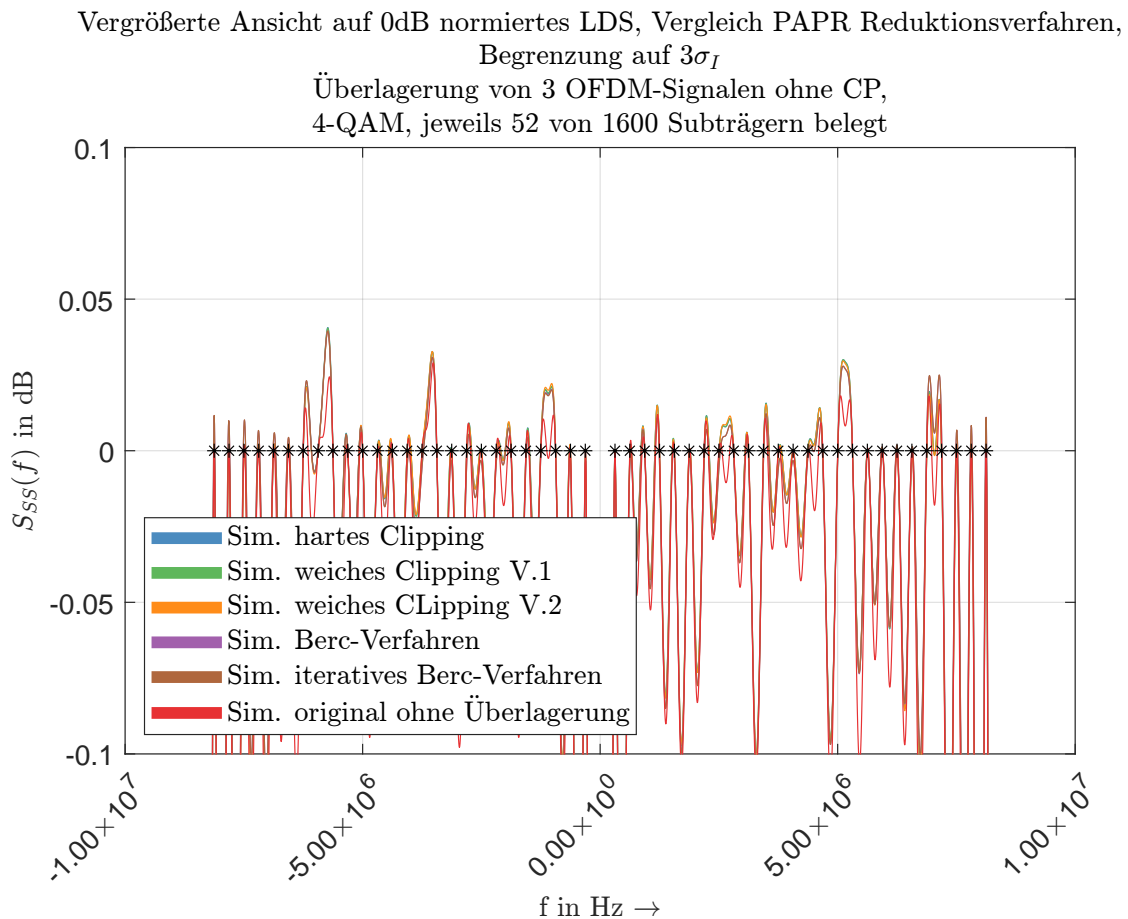


Abbildung 5.17: Vergrößerte Ansicht der belegten Subträger des Vergleichs der LDS von überlagerten OFDM-Signalen bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung, eigene Simulation

Die in Abbildung 5.18 dargestellten LDS zusammen mit der Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1] zeigen, dass bei einer Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$, die durch die Spektralmaske gegebenen Grenzwerte von allen LDS in den gleichen Bereichen eingehalten, beziehungsweise überschritten werden.

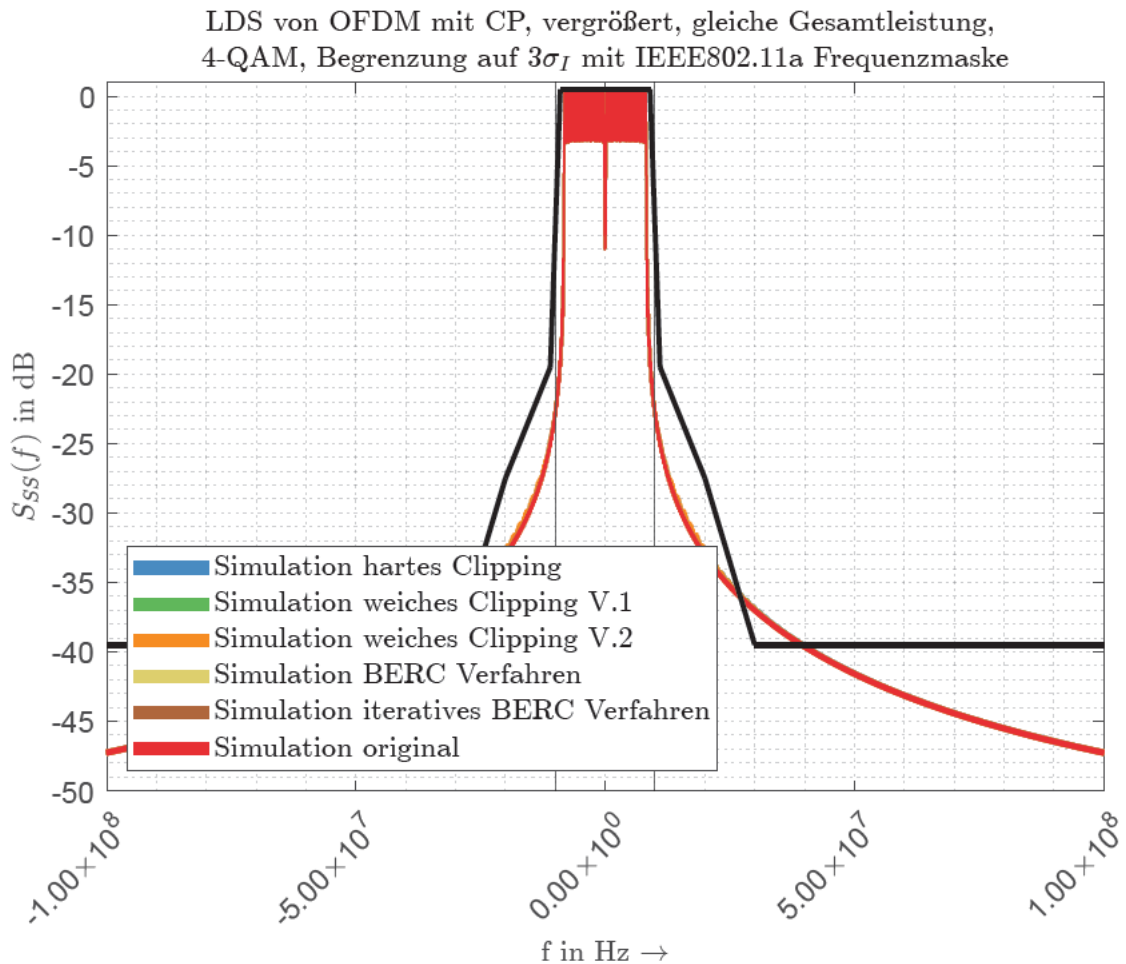


Abbildung 5.18: Vergleich der LDS bei Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ durch verschiedene PAPR Reduktionsverfahren bei gleicher Signalleistung mit Spektralmaske nach IEEE 802.11a [1], eigene Simulation

Der Vergleich der vorgestellten PAPR Reduktionsverfahren zeigt, dass bei der Wahl des Verfahrens die Bitfehlerwahrscheinlichkeit und der Einfluss auf das LDS gegeneinander abgewogen werden müssen. Sofern eine starke Begrenzung durchgeführt werden soll, zeigt sich, dass die beiden Implementierungen des BER-C-Verfahrens eine deutlich geringere Außerbandabstrahlung hervorrufen als die vorgestellten Varianten des Clippings. Jedoch führt die stärkere Veränderung des ursprünglichen OFDM-Signals durch die BER-C-Verfahren zu einer höheren Bitfehlerwahrscheinlichkeit als die Varianten des Clippings. Es fällt jedoch auch der deutliche Unterschied zwischen den beiden Implementierungen des BER-C-Verfahrens auf. Die iterative Implementierung des Verfahrens bewirkt sowohl eine geringere Beeinflussung des LDS als auch eine weniger starke Erhöhung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit. Zudem ist die iterative Implementierung weniger anfällig gegenüber schlecht ausgelegten Gaußimpulsen und garantiert im Gegensatz zur einfachen Implementierung eine Begrenzung auf den festgelegten Schwellwert. Dies wird erreicht, indem bei jeder Iteration nur das globale Maximum des OFDM-Signals für die Erzeugung der Gewichtsfunktion herangezogen wird.

Zudem konnte festgestellt werden, dass schon eine Begrenzung auf $S_{max} = 3 \cdot \sigma_I$ kaum noch Auswirkungen auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit und das LDS hat. Bei dieser Begrenzung lässt sich zeigen, dass die unterschiedlichen Implementierungen der PAPR Reduktionsverfahren sich in ihrem Ergebnis nur wenig unterscheiden. Um den Einfluss der Begrenzung abzuschätzen ist die Kenntnis über die Verteilung der Signalamplituden eine wichtige Voraussetzung. Da die Signalamplituden einer Normalverteilung folgen, deren Standardabweichung berechnet werden kann, fällt es leicht abzuschätzen, wie groß der Anteil des ursprünglichen OFDM-Signals ist, welcher über dem festgelegten Schwellwert liegt. Somit kann eine PAPR Reduktion durchgeführt werden, die zwar in Hinsicht auf die maximal mögliche Signalamplitude eine starke Beschränkung darstellt, jedoch nur einen geringen Anteil des OFDM-Signals beeinflusst.

6 Fazit und Ausblick

Zielsetzung dieser Abschlussarbeit war es, mit Hilfe von Matlab ein grundlegendes OFDM-System zu simulieren und theoretisch zu betrachten. Aufbauend auf den Grundlagen des OFDM wurde der Begriff des PAPR eingeführt und verschiedene PAPR Reduktionsverfahren verglichen.

Hierbei wurden erfolgreich die im Rahmen des Studiums erworbenen Kenntnisse so erweitert, dass ein grundlegendes OFDM-System mathematisch beschrieben und in Matlab implementiert werden konnte. Mit Hilfe dieser Implementierung konnten drei PAPR Reduktionsverfahren untersucht werden. Das System erlaubt dabei die Verwendungen verschiedener M-QAM sowie eine einstellbare Anzahl an Subträgern. Mit Hilfe des Systems konnte der Einfluss dieser Verfahren auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit und das LDS untersucht werden.

Zu den untersuchten PAPR Reduktionsverfahren gehören auch zwei eigens erdachte Varianten des weichen Clippings. Beide dieser Varianten konnten erfolgreich für die Reduktion der maximalen Signalamplituden eines OFDM-Signals verwendet werden. Der Vergleich dieser Varianten mit dem harten Clipping hat allerdings keine deutlichen Unterschiede aufgezeigt. Der erhöhte Rechenaufwand, der durch das weiche Clipping im Gegensatz zum harten Clipping entsteht, stellt zudem einen Nachteil dar.

Weiterhin konnte neben den Clipping Verfahren auch das BERC-Verfahren implementiert werden. Dieses Verfahren gewichtet das Signal mit Gaußimpulsen, um zu große Amplituden auf einen Schwellwert zu reduzieren. Für dieses BERC-Verfahren konnte eine iterative Implementierung entwickelt werden, die ohne Einschränkung der Häufigkeit der zu reduzierenden Signalamplituden eine Begrenzung auf den Schwellwert sicherstellt. Durch die iterative Funktionsweise dieser Implementierung verringern sich zudem die Anforderungen an die verwendeten Gaußimpulse. Die Impulse müssen in ihrer Breite weniger stark auf das Signal abgestimmt werden als bei der einfachen Implementierung des BERC-Verfahrens.

Das implementierte OFDM-System kann durch weitere Funktionen ergänzt werden, um die Untersuchung weiterer PAPR Reduktionsverfahren zu ermöglichen. So kann beispielsweise eine Kanalschätzung implementiert werden und durch Nutzung komplexer Kanalmodelle untersucht werden. Darüber hinaus kann durch die Ergänzung mit einem Kanalkodierer die Untersuchung anderer PAPR Reduktionsverfahren ermöglicht werden. Im Gegensatz zu den hier vorgestellten Verfahren bearbeiten diese nicht ein bereits erzeugtes OFDM-Signal, sondern nehmen eine Kodierung vor, die keine Zeitsignale mit großem PAPR erzeugen und somit eine nachträgliche Reduktion entbehrlich machen.

Literaturverzeichnis

- [1] IEEE Standard for Telecommunications and Information Exchange Between Systems - LAN/MAN Specific Requirements - Part 11: Wireless Medium Access Control (MAC) and physical layer (PHY) specifications: High Speed Physical Layer in the 5 GHz band. In: *IEEE Std 802.11a-1999* (1999), S. 1–102
- [2] ABURAKHIA, Sulaiman A. ; BADRAN, Ehab F. ; MOHAMED, Darwish A.: *Distribution of the PAPR for Real-Valued OFDM Signals*. <http://www.zuj.edu.jo/conferences/ICIT09/PaperList/Papers/Image%20and%20Signal%20Processing/489.pdf>. 2009
- [3] ARENS, Tilo ; HETTLICH, Frank ; KARPFINGER, Christian ; KOCKELKORN, Ulrich ; LICHTENEGGER, Klaus ; STACHEL, Hellmuth: *Mathematik*. 4. Auflage. Berlin ; Heidelberg : Springer Spektrum, 2018 (Lehrbuch). – XXVIII, 1660 Seiten S. – [Extras Online]. – ISBN 978-3-662-56741-8 and 978-3-662-56740-1
- [4] BAHAI, Ahmad R. ; SALTZBERG, Burton R.: *Multi-Carrier Digital Communications: Theory and Applications of Ofdm*. Plenum Publishing Co., 1999. – ISBN 0306462966
- [5] CARLSIN, A. B. ; CRILLY, Paul B.: *Communication systems* :. 5th ed. Boston : : McGraw-Hill Higher Education,, c2010.
- [6] FISCHER, R. F. H. ; SIEGL, C.: OFDM peak-to-average power ratio reduction based on the simplex code. In: *2008 IEEE International Symposium on Information Theory*, 2008, S. 1303–1307
- [7] GOLDSMITH, Andrea: *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005
- [8] KAMMEYER, Karl-Dirk ; DEKORSY, Armin: *Nachrichtenübertragung*. 6. Auflage. Springer Vieweg, 2018. – ISBN 9783658170042
- [9] MATHWORKS: *The Diriclet Function*. – URL <https://de.mathworks.com/help/signal/gs/the-dirichlet-function.html>. – Letzter Zugriff am 16.04.2021

- [10] MÜLLER, Stefan H. ; BÄUML, Robert W. ; FISCHER, Robert F. ; HUBER, Johannes B.: OFDM with Reduced Peak-to-Average Power Ratio by Multiple Signal Representation. In: *Annals of Telecommunications* 52 (1997), Nr. 1-2, S. 58–67
- [11] PAPULA, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler 3: Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Fehler- und Ausgleichsrechnung*. Vieweg + Teubner, 2008 (Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler / Lothar Papula). – ISBN 9783834802255
- [12] PAULI, M. ; KUCHENBECKER, P.: On the reduction of the out-of-band radiation of OFDM-signals. In: *ICC '98. 1998 IEEE International Conference on Communications. Conference Record. Affiliated with SUPERCOMM'98 (Cat. No.98CH36220)* Bd. 3, 1998, S. 1304–1308 vol.3
- [13] PAULI, Mathias: *Zur Anwendung des Mehrträgerverfahrens OFDM mit reduzierter Außerbandstrahlung im Mobilfunk, Reduktion der Außerbandstrahlung von OFDM, Reihe 10, Informatik/Kommunikationstechnik, Fortschritt-Berichte VDI*. Düsseldorf, Zugl.: Hannover, Univ., Diss., Dissertation, 1999
- [14] RAUSCHER-SCHEIBE, Prof. Dr. A.: *Signale und Systeme 2*. 2019. – URL <https://emil.haw-hamburg.de/mod/resource/view.php?id=618030>. – Letzter Zugriff am 16.04.2021
- [15] SCHMIDT, Kai-Uwe: *On spectrally-bounded codes for multicarrier communications*, Technische Universität Dresden, Dissertation, April 2007
- [16] SKLAR, B.: Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems .I. Characterization. In: *IEEE Communications Magazine* 35 (1997), Nr. 7, S. 90–100
- [17] SMITH, Julius.O.: *Physical Audio Signal Processing, online book, 2010 edition*. W3K Publishing, 2010. – Letzter Zugriff am 19.05.2021. – ISBN 978-0-9745607-2-4
- [18] VOLLMER, Prof. Dr. J.: *Digital Übertragungstechnik Kapitel 5: Analoge Modulation eines sinusförmigen Trägers*. 2020. – URL <https://emil.haw-hamburg.de/mod/resource/view.php?id=1195358>. – Letzter Zugriff am 19.05.2021
- [19] WERNER, M.: *Nachrichtentechnik: Eine Einführung für alle Studiengänge*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017. – ISBN 9783834825810
- [20] WUNDER, Gerhard ; BOSCHE, Holger: Upper Bounds on the Statistical Distribution of the Crest-Factor in OFDM Transmission. In: *IEEE Transactions on Information Theory* 49 (2003), Nr. 2, S. 488–494

A Konfiguration der Matlab Simulation

In Listing A.1 ist der erste Teil des Matlab Programmcodes aufgeführt. Dieser Abschnitt enthält die allgemeinen Einstellungen, welche für alle Simulationen gelten.

```
14  %% Systemvariablen
15  ofdmBandbreite = 20 * 10 ^ 6; % OFDM Bandbreite
16  Nog = 64; %Anzahl der Subtraeger ohne Oversampling
17  Ns_data = 48; %Anzahl daten Subcarrier % war vorher falsch
18  Ns_piloten = 4 ; %Anzahl Pilot Subcarrier
19
20  %% allgemeine Einstellungen fuer Simulation
21
22  %Modulationsgrad fuer M-QAM
23  Modulation_order = 4;
24  bitProSymbol = log2(Modulation_order);
25
26  %% abgeleitete Variablen
27  % Namen http://rfmw.em.keysight.com/wireless/helpfiles/89600B/WebHelp/Systems/wlan-ofdm/content/ofdm\_80211-overview.htm
28  Nst = Ns_data + Ns_piloten; %Anzahl benutzter Subcarrier
29  index_null_carrier = [1 Nst/2+2:Nog-Nst/2];%indize der leeren Traeger
30  deltaF = ofdmBandbreite/ Nog;
31  Fs = deltaF*Nog; %mindestens ofdmBandbreite
32  Tfft = 1/ deltaF; % IFFT/ FFT period WLAN 802.11a = 3.2us
33  Tcp = Tfft/ 4;% Guard interval/Cyclic Prefix Dauer
34
35  Tsymbol = Tcp + Tfft; %Dauer OFDM symbol
36  Ncp = ceil(Nog* Tcp/ Tfft); %Anzahl Abtastpunkte fuer Cyclic Prefix
```

Listing A.1: Ausschnitt aus “Startskript.m” für allgemeine Einstellungen der Matlab Simulationen

In Listing A.1 einstellbar sind:

- `ofdmBandbreite`: Bandbreite die von Subträgern belegt werden soll
- `Nog`: Anzahl der Subträger die zur Verfügung stehen soll
- `Ns_data`: Subträger, die mit Daten belegt sind
- `Ns_piloten`: Subträger, die mit Pilotsymbolen belegt werden sollen. Wird aktuell mit Daten belegt
- `Modulation_oder`: Anzahl der Datensymbole der QAM
- `Fs`: Abtastfrequenz des Systems
- `Tcp`: Dauer des CP

In Listing A.2 ist der Programmcode aufgeführt, mit dem die Einstellungen für die Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit vorgenommen werden.

```
38  %% Einstellungen fuer BER Simulation
39  EbN0_dB = 0:1:10; %bei diesen Werten wird die BER berechnet
40  EbN0_linear = 10.^(EbN0_dB/10);
41
42  BER_Schleifen_max = 500000; % Maximale Schleifenanzahl pro SNR Wert
43  BER_Anzahl_Bitfehler_min = 50000; % Mindestanzahl an Bitfehlern pro
   ↪ SNR Wert
44
45  BER_Fs = 20e6; %Fs fuer das LDS, mindestens ofdmBandbreite
46  BER_N = BER_Fs/deltaF; % neues Fs durch originalen Frequenzabstand
   ↪ bestimmen
```

Listing A.2: Ausschnitt aus “Startskript.m” für Einstellungen der Bitfehlerwahrscheinlichkeit Berechnung

In Listing A.2 einstellbar sind:

- `EbN0_dB`: Dieser Vektor enthält die Werte, bei denen die Bitfehlerwahrscheinlichkeit berechnet werden soll
- `BER_Schleifen_max`: Anzahl der Schleifen, nach denen die aktuelle Berechnung abgebrochen wird und zum nächsten `EbN0_dB` Wert übergegangen wird
- `BER_Anzahl_Bitfehler_min`: Anzahl der Bitfehler, die mindestens erreicht werden müssen bevor zum nächsten `EbN0_dB` übergegangen wird. Wird durch maximale Anzahl der Schleifen überschrieben
- `BER_Fs`: Abtastfrequenz die in der Simulation zur Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit genutzt wird. Anzahl der belegten Subträger bleibt gleich, Anzahl der unbelegten Subträger wird entsprechend erhöht

In Listing A.3 ist der Programmcode aufgeführt, mit dem die Einstellungen für die Berechnung der LDS vorgenommen werden.

```
75  %% Eisntellugnen fuer LDS Simulation
76  LDS_deltaF = deltaF/50; % Aufloesung im Frequenzbereich
77  LDS_Fs = 500e6; %Fs fuer das LDS, , mindestens ofdmBandbreite
78  LDS_OFDM_Symbole = 1;
79  LDS_Anzahl = 10000; %Anzahl der Periodogram Berechnungen fuer LDS
```

Listing A.3: Ausschnitt aus “Startskript.m” für Einstellungen der LDS Berechnung

In Listing A.3 einstellbar sind:

- LDS_delta: Auflösung der LDS im Frequenzbereich
- LDS_Fs: Abtastfrequenz bei der Berechnung der LDS
- LDS_Anzahl: Anzahl der Periodogramme die für die Mittlung berechnet werden

In Listing A.4 ist der Programmcode aufgeführt, mit dem die Einstellungen für die Berechnung der LDS vorgenommen werden.

```
103  %% Schwellwerte festlegen
104  Schwellwert_BER = 1*Standardabweichung_BER;
105  Schwellwert_LDS = 1*Standardabweichung_LDS;
106  Schwellwert_LDS_Ueb = 1*Standardabweichung_LDS_Ueb;
```

Listing A.4: Ausschnitt aus “Startskript.m” für Einstellungen der Schwellwerte des Clippings

In Listing A.4 einstellbar sind:

- Schwellwert_BER: Schwellwert für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit Berechnung
- Schwellwert_LDS: Schwellwert für die LDS Berechnung
- Schwellwert_LDS_Ueb: Schwellwert für die LDS Berechnung mit Überlagerung

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Ort

Datum

Unterschrift im Original