



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

## **Masterarbeit**

Tobias Franz

# **Strukturanalyse sowie Parameterstudie der Turm- und Jacketstruktur einer 20 MW Offshore Windkraftanlage im Hinblick auf die erhöhten Las- ten infolge des Umbaus zu einer Zweiblattanlage**

*Fakultät Technik und Informatik  
Department Maschinenbau und Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science  
Department of Mechanical Engineering and  
Production Management*



**Tobias Franz**

**Strukturanalyse sowie Parameterstudie der Turm- und Jacketstruktur einer 20 MW Offshore Windkraftanlage im Hinblick auf die erhöhten Lasten infolge des Umbaus zu einer Zweiblattanlage**

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung

im Studiengang Maschinenbau/Entwicklung und Konstruktion  
am Department Maschinenbau und Produktion  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Vera Schorbach  
Zweitprüfer: Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch

Betreuer: M.Sc. Marcel Schütt  
Betreuer: M.Sc. Fabian Anstock

Abgabedatum: 06.01.2022



## Zusammenfassung

**Tobias Franz**

**Thema der Masterarbeit:** Strukturanalyse sowie Parameterstudie zur Turm- und Jacketstruktur einer 20 MW Offshore - Windkraftanlage im Hinblick auf die erhöhten Lasten infolge des Umbaus zu einer Zweiblattanlage

**Stichworte:** Parameterstudie, parametrische Beziehungen, parametrischer Zusammenhang, Wanddickenfaktor, Durchmesserfaktor, Fußweitenfaktor, Kopfweitenfaktor, Strahlensatz, Offshore-Windkraftanlage, Jacket-Struktur, Balkenelement, Stabelement, Spannungsanalyse, Eigenfrequenzanalyse, Finite Element Methode

### **Kurzzusammenfassung:**

Das Aufstellen von Windkraftanlagen im Meer (Offshore-Windkraftanlagen) birgt durch die höhere mittlere Windgeschwindigkeit sowie durch die konstant starken Winde ein Potenzial zur Gewinnung elektrischer Energie aus Windenergie. Dafür können sowohl Dreiblattanlagen als auch Zweiblattanlagen eingesetzt werden.

Durch den Einsatz einer Zweiblattanlage entstehen jedoch gegenüber der Dreiblattanlage erhöhte Strukturbelastungen. Diese können durch Einsatz von Geometrieparametern /kompensiert werden. Die Untersuchung der Kompensation der erhöhten Strukturbelastungen infolge erhöhter Lasten sowie die Auswirkung auf die Eigenfrequenzen durch die Geometrieparameter sind Kernthema der vorliegenden Arbeit.

Zunächst werden die bereitgestellten Excel- Rohdaten mit ihren Geometrieinformationen inklusive der Geometrieparameter aufbereitet, um die Input-Datei der Geometrie für das FEM-Programm APDL zu erzeugen.

Nachdem dies erfolgt ist, wird die Turm-Jacket Struktur mit verschiedenen Geometrieparametern in Hinsicht auf die Strukturbeanspruchungen und Eigenfrequenzen numerisch überprüft. Die berücksichtigten Geometrieparameter sind der Durchmesserfaktor, der Wanddickenfaktor, der Kopfweitenfaktor sowie der Fußweitenfaktor.

Durch die Auswertung der Ergebnisse bei unterschiedlichen Parametern bzw. unterschiedlichen Parameterkombinationen werden im Anschluss Aussagen dazu getroffen, inwieweit die parametrischen Beziehungen und die eingesetzten Parameterkombinationen die erhöhten Strukturbeanspruchungen kompensieren können. Dazu wird die Auswirkung der Eigenfrequenzen sowie die Veränderung der Masse bzw. der Kostenfaktor untersucht.

**Tobias Franz**

**Master Thesis title:** Structural analysis and parameter study of a tower and jacket structure of 20 MW Offshore wind turbine in case of higher loads due to modification to a two bladed wind turbine

**Keywords:** parameter study, parametric equation, wall-thickness factor, diameter factor, foot width factor, head width factor, offshore wind turbine, jacket structure, beam element, bar element, stress analysis, eigenfrequency analysis, finite element method

**Abstract:**

The installation of an offshore wind turbine holds great potential to gain more electric energy from wind energy based on higher median wind velocity and constantly high wind power. There a three bladed as well as two bladed wind turbine can be used.

But due to use of two bladed wind turbine, the structural load will be higher than with the three bladed wind turbine. But the higher structural stress according to higher load can be compensated by with geometry parameter. The investigation of this matter and the impact on eigenfrequency of the structure is the central theme of this thesis.

At first raw data from the geometry of a tower-jacket structure including geometric parameters generates the input data for the finite element method program ANSYS APDL.

As a second step this the tower jacket structure, with the higher load, will be analysed with different geometric parameters in terms of eigenfrequency and stress behavior by a numerical method.

In the end the numerical results will be evaluated with different parameters and parameter combinations. This states, how well the parametric combination will compensate increased stress and how it behaves according to eigenfrequency. In conclusion the mass and cost of the modified structure will be compared with the three bladed referency model.

# **Aufgabenstellung**

**für die Masterthesis**

**von Herrn Tobias Franz**

Matrikel-Nummer: XXXXXXXXXX

## **Thema:**

Strukturanalyse sowie Parameterstudie der Turm- und Jacketstruktur einer 20 MW Offshore Windkraftanlage im Hinblick auf die erhöhten Lasten infolge eines Umbaus zu einer Zweiblattanlage

## **Schwerpunkte:**

- Konvertierung der Rohdaten von Turm und Jacket in Ansys APDL Code
- FEM-Strukturanalysen von Turm und Jacket
- Parameterstudien von Turm und Jacket,  
Kompensation der erhöhten Last der Zweiblattanlage ggü. der Dreiblattanlage infolge des angepassten Wanddickenfaktors / Durchmesserfaktors,  
bei Jacket eventuell Hinzuziehung zusätzlicher Parameter
- Untersuchung der Parameter und deren Auswirkungen auf die Eigenfrequenz der Struktur
- ggf. Untersuchung der Parameter und deren Auswirkungen auf die Stabilität der Struktur
- Ermittlung des Zusammenhangs zwischen der Anpassung der Parameter (Geometrieänderung) und den damit verbundenen Kostenänderungen

## Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b> .....	<b>III</b>
<b>Aufgabenstellung</b> .....	<b>V</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>VI</b>
<b>Symbolverzeichnis</b> .....	<b>X</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b> .....	<b>XIII</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b> .....	<b>XIV</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>XVI</b>
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>1</b>
1.1 Motivation	1
1.2 Umsetzung und Vorgehensweise	2
<b>2 Stand der Technik</b> .....	<b>3</b>
2.1 Offshore-Windkraftanlage	3
2.2 Zweiblattrotor bei Horizontalachsen Windkraftanlagen	5
<b>3 Theoretische Grundlagen</b> .....	<b>9</b>
3.1 Einführung Finite Element Methode	9
3.1.1 Grundgleichungen FEM	9
3.1.2 FEM Steifigkeitsmatrix Stabelement	12
3.1.3 FEM Steifigkeitsmatrix Balkenelement	14
3.1.4 FEM – Rahmenelement (Kombination u.a. aus Stab- und Balkenelement)	17
3.1.5 Assemblierung und Lösungsschritte mit FEM	18
3.1.6 Schnittgrößen aus FE- Ergebnissen, Überprüfung der Gleichgewichtsbedingungen	20
3.1.7 Allgemeiner Ablauf einer FEM-Berechnung, Konvergenzkriterien	22
3.1.8 FEM-Modalanalyse	23
3.2 Gleichungen für die parametrischen Zusammenhänge	26
3.2.1 Vorstellung von unterschiedlichen Parametern	26
3.2.2 Parametrischer Zusammenhang für näherungsweise konstante Biegespannung	27
3.2.3 Parametrischer Zusammenhang für näherungsweise konstante Axialspannung	30
3.2.4 Abweichungen der parametrischen Zusammenhänge infolge von Dickwandigkeit	32



3.3	Auswirkungen der Querschnittsparameter auf die Masse bzw. Steifigkeit der Struktur zur überschlägigen Prognose der Biegeeigenfrequenz	35
3.3.1	Theoretische Untersuchung bei der parametrischen Beziehung $f_i = f_D^2 = f_{DEL}$	35
3.3.2	Theoretische Untersuchung bei der parametrischen Beziehung $f_i = f_D = f_{DEL}$	37
3.4	Theoretische Grundlagen für die Modifikation der Kopfweiten- und Fußweitenfaktor bei Jacket	38
3.4.1	Fußweitenmodifikation	38
3.4.2	Kopfweitenmodifikation	44
3.4.3	Kombination aus Fußweiten- und Kopfweitenmodifikation bei Jacket	46
<b>4</b>	<b>Geometrie der Turm-Jacket Struktur.....</b>	<b>51</b>
4.1	Geometrieinformationen aus den Excel-Rohdaten	51
4.1.1	Allgemeine Begriffe	52
4.1.2	Nodes in der Ramboll - Notation	52
4.1.3	Nodes in der X-Rotor Notation	53
4.1.4	member Ramboll	54
4.1.5	Zwischenknoten X-Rotor	55
4.1.6	Gleichungen zur Berechnung der Zwischenknoten	56
4.1.7	member X-Rotor	58
4.1.8	cross sections	59
4.2	Interaktion der Konstruktionselemente zur Realisierung des Geometrieaufbaus in der APDL-Notation	60
4.2.1	GeomModificationParameter	60
4.3	Qualitätssicherung, Überprüfung der Richtigkeit des Geometrieaufbaus	63
4.4	Modellierung sowie Modifikation der Gesamtmasse des Transition Piece	64
4.4.1	Modellierung des Transition Piece mit einem Ersatzmodell	64
4.4.2	Modifikation der Gesamtmasse des Transition Piece	64
4.5	Massendaten sowie Nachbildung der Turmmassen- und trägheiten mittels RBE-Elemente und Massenpunkte	65
<b>5</b>	<b>Strukturanalyse des Referenzmodells .....</b>	<b>69</b>
5.1	Strukturanalyse des Turmes	70
5.1.1	Kurze Vorstellung der APDL-Syntax am Beispiel der Geometrie eines Turmes	70
5.1.2	Randbedingungen für die Analyse des Turmes	71
5.1.3	Vergleich der Ergebnisse vom Turm als Schalenmodell und vom Turm als Balkenmodell	71

5.1.4	Untersuchung der APDL- Funktion tapered section für die Verjüngung	73
5.2	Strukturanalyse der Turm-Jacket- Struktur	77
5.2.1	Randbedingungen für die Analyse der Turm-Jacket- Struktur	77
5.2.2	Lokale Elementkoordinaten des Gesamtsystems	78
5.2.3	Analyse der Biegespannung des Gesamtsystems	80
5.2.4	Analyse der Axialspannung des Gesamtsystems	82
5.2.5	Eigenfrequenzanalyse des Referenzmodells	83
5.2.6	Diskussion Abweichung der Querschnitte durch Näherung von A und $W_b$	85
5.3	Eigenfrequenzanalyse des Turmes	87
5.3.1	Eigenfrequenzanalyse des Turmes bei Änderung des Waddickenfaktors	88
5.3.2	Eigenfrequenzanalyse des Turmes bei Änderung des Durchmesserfaktors	88
<b>6</b>	<b>Parameterstudie zur Turm – Jacket Struktur .....</b>	<b>91</b>
6.1	Auswertebereiche bei den Parameterstudien	91
6.1.1	Konvergenzanalyse	93
6.1.2	Elementnummerierung der Auswertebereiche für das Diagramm	94
6.2	Gegenüberstellung der Biege und Axialspannung des Referenzmodells bei Referenzlast	95
6.3	Spannungsanalyse bei der isolierten Untersuchung einzelner Parameter	96
6.3.1	Spannungsanalyse $f_i=f_{DEL}$ sowie Erläuterung der Auswerteschritte	97
6.3.2	Spannungsanalyse bei $f_D=f_{DEL}$ (bei Turm $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )	102
6.3.3	Spannungsanalyse $f_{fu\beta}$ bei Referenzlast	103
6.3.4	Spannungsanalyse $f_{kopf}$ bei Referenzlast	104
6.3.5	Spannungsanalyse $f_{fu\beta}$ und $f_{kopf}$ mit Lastfaktor	105
6.3.6	Analyse der Normalkraftänderung bei $f_i=f_{DEL}$	105
6.3.7	Analyse der Normalkraftänderung bei $f_D=f_{DEL}$ (Turm $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )	107
6.3.8	Beurteilung Spannungsanalyse	108
6.4	Eigenfrequenzanalyse bei der isolierten Untersuchung einzelner Parameter	111
6.4.1	Eigenfrequenzanalyse bei den Parametern $f_i$ und $f_D$	111
6.4.2	Eigenfrequenzanalyse $f_i$ und $f_D$ mit konstanter TP-Masse	112
6.4.3	Eigenfrequenzanalyse bei $f_{fu\beta}$ und $f_{kopf}$	113
6.4.4	Beurteilung Eigenfrequenzanalyse	114
<b>7</b>	<b>Parameterstudien mit Parameterkombinationen .....</b>	<b>115</b>
7.1	Spannungsanalysen bei Parameterkombinationen	116
7.1.1	Parameterkombination Nr. 1	116
7.1.2	Parameterkombination Nr. 2 und Nr. 3.	116

---

7.1.3	Parameterkombination Nr. 4 und Nr.5.	117
7.2	Beurteilung der Spannungsanalysen bei den Parameterkombinationen inkl. Vergleich mit vorherigen Analysen	118
7.3	Ergebnisse Eigenfrequenzanalysen inkl. Beurteilung	119
<b>8</b>	<b>Zusammenhang der Parameter sowie Parameterkombinationen und deren Kostenanstieg.....</b>	<b>121</b>
8.1	Veränderung der Massen der Turm-Jacket-Struktur bei Zweiblattanlage	121
8.2	Unterschied der Gesamtmassen der Zweiblatt- und Dreiblattanlage	122
8.3	Gegenüberstellung der Massen bei allen Analysen zur Dreiblattanlage	123
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung, Fazit und Ausblick.....</b>	<b>125</b>
	<b>Literatur- und Quellenverzeichnis.....</b>	<b>131</b>
<b>A</b>	<b>Anhang A.....</b>	<b>A</b>
<b>B</b>	<b>Anhang B.....</b>	<b>W</b>
	<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	

## Symbolverzeichnis

Symbol	Bezeichnung	SI-Einheit
$A$	Querschnittsfläche	$[mm^2]$
$A, A'$	(Koordinaten-)Punkte für Strahlensatz	$[mm]$
$\overline{AB}_{fu\beta}(z)$	Höhenabhängige Auslenkungsstrecke bei Fußweitenfaktor	$[mm]$
$\overline{A'B'}_{fu\beta}$	Maximale Auslenkungsstrecke infolge Fußweitenfaktor	$[mm]$
$\overline{AB}_{kopf}(z)$	höhenabhängige Auslenkungsstrecke bei Kopfweitenfaktor	$[mm]$
$\overline{A'B'}_{kopf}$	maximale Auslenkungsstrecke infolge Kopfweitenfaktor	$[mm]$
$A_{exakt}$	exakte Querschnittsfläche	$[mm^2]$
$A_{näherung}$	Näherung der Querschnittsfläche	$[mm^2]$
$a$	Abstand der Hebelarm	$[mm]$
$B$	Verschiebungs-Verzerrungs-Transformationsmatrix	$[-]$
$B, B'$	(Koordinaten-)Punkte für Strahlensatz	$[mm]$
$D$	Differentialoperator	$[-]$
$D_a$	Außendurchmesser	$[mm]$
$D_{a,2B}$	Außendurchmesser des Strukturs bei Zweiblattanlage	$[mm]$
$D_{a,3B}$	Außendurchmesser des Strukturs bei Dreiblattanlage	$[mm]$
$D_i$	Innendurchmesser	$[mm]$
$D_m$	mittlere Durchmesser	$[mm]$
$D_{anf}$	Anfangsdurchmesser (bei Verjüngung)	$[mm]$
$D_{end}$	Enddurchmesser (bei Verjüngung)	$[mm]$
$E$	Elastizitätsmodul	$[N/mm^2]$
$F_{ax}$	Axialkraft	$[N]$
$F_{ax,2B}$	Axialkraft bei Zweiblattanlage	$[N]$
$F_{ax,3B}$	Axialkraft bei Dreiblattanlage	$[N]$
$F_{2B}$	Krafteinwirkung bei Zweiblattanlage	$[N]$
$F_{3B}$	Krafteinwirkung bei Dreiblattanlage	$[N]$
$f_t$	Wanddickenfaktor	$[-]$
$f_D$	Durchmesserfaktor	$[-]$
$f_{fu\beta}$	Fußweitenfaktor	$[-]$
$f_{fu\beta}(z)$	höhenabhängige Fußweitenfaktor	$[-]$
$f_{kopf}$	Kopfweitenfaktor	$[-]$
$f_{kopf}(z)$	höhenabhängige Kopfweitenfaktor	$[-]$
$f_{DEL}$	Lastfaktor	$[-]$
$G$	Schubmodul	$[N/mm^2]$
$I$	Flächenträgheitsmoment	$[mm^4]$
$I_t$	Torsionsträgheitsmoment	$[mm^4]$
$I_y$	Flächenträgheitsmoment um die y-Achse	$[mm^4]$

$I_z$	Flächenträgheitsmoment um die z-Achse	$[mm^4]$
$J_x$	Massenträgheitsmoment um die x-Achse	$[tmm^2]$
$J_y$	Massenträgheitsmoment um die y-Achse	$[tmm^2]$
$J_z$	Massenträgheitsmoment um die z-Achse	$[tmm^2]$
$K$	Steifigkeitsmatrix	$[N/mm]$
$k$	(Feder-)Steifigkeit	$[N/mm]$
$l$	Länge des members	$[mm]$
$M$	Massenmatrix	$[kg \text{ bzw. } t]$
$M_b$	Biegemoment	$[Nmm]$
$M_{b,2B}$	Biegemoment des Strukturs bei Zweiblattanlage	$[Nmm]$
$M_{b,3B}$	Biegemoment des Strukturs bei Dreiblattanlage	$[Nmm]$
$m$	Masse	$[kg \text{ bzw. } t]$
$N$	Ansatzfunktion	u.a. $[mm]$
$N$	Anzahl der Unterteilungen	u.a. $[mm]$
$N_{param}$	Normalkraft der parametrisierten Geometrie	$[N]$
$N_{Ref}$	Referenznormalkraft	$[N]$
$O$	Nullachse, Mittelachse des Jackets für Strahlensatz	$[mm]$
$\overline{OA}(z)$	höhenabhängige Abstand der Mittelachse zum Punkt A	$[mm]$
$\overline{OA'}$	Abstand Mittelachse zum Punkt A'	$[mm]$
$P_{x,ref}$	Referenz-Knotenkoordinaten in x-Richtung	$[mm]$
$P_{y,ref}$	Referenz-Knotenkoordinaten in y-Richtung	$[mm]$
$P_{x,neu}$	parametrisierte Knotenkoordinaten in x-Richtung	$[mm]$
$P_{y,neu}$	parametrisierte Knotenkoordinaten in y-Richtung	$[mm]$
$r_a$	Außenradius	$[mm]$
$r_{a,u}$	Außenradius untere Kante	$[mm]$
$r_{a,o}$	Außenradius obere Kante	$[mm]$
$r_i$	Innenradius	$[mm]$
$r_{i,u}$	Innenradius untere Kante	$[mm]$
$r_{i,o}$	Innenradius obere Kante	$[mm]$
$r_{neu}$	neu errechneter Ortsvektor	$[mm; mm; mm]$
$r_1$	Ortsvektor vom Punkt 1	$[mm; mm; mm]$
$r_2$	Ortsvektor vom Punkt 2	$[mm; mm; mm]$
$t$	Zeit	$[s]$
$t$	Wanddicke	$[mm]$
$t_{2B}$	Wanddicke bei Zweiblattanlage	$[mm]$
$t_{3B}$	Wanddicke bei Dreiblattanlage	$[mm]$
$u$	(Längs-) verschiebung	$[mm]$
$V$	Volumen	$[mm^3]$
$V_{HZ}$	Volumen vom Hohlzylinder	$[mm^3]$
$V_{Hkst}$	Volumen vom Hohlkegelstumpf	$[mm^3]$

$V_{kst,au}$	Volumen vom äußeren Kegelstumpf	$[mm^3]$
$V_{kst,in}$	Volumen vom inneren Kegelstumpf	$[mm^3]$
$\boldsymbol{v}$	Verformungsvektor	u.a. $[mm]$
$\dot{\boldsymbol{v}}$	Geschwindigkeitsvektor	$[mm/s]$
$\ddot{\boldsymbol{v}}$	Beschleunigungsvektor	$[mm/s^2]$
$W_b$	axiales Widerstandsmoment bzw. Biege­widerstandsmoment	$[mm^3]$
$W_{b,2B}$	Widerstandsmoment des Strukturs bei Zweiblattanlage	$[mm^3]$
$W_{b,3B}$	Widerstandsmoment des Strukturs bei Dreiblattanlage	$[mm^3]$
$W_{b,exakt}$	exakte Widerstandsmoment	$[mm^3]$
$W_{b,näherung}$	Näherung der Widerstandsmoment	$[mm^3]$
$\delta W_i$	innere virtuelle Arbeit	$[Nmm]$
$\delta W_a$	äußere virtuelle Arbeit	$[Nmm]$
$w$	Durchbiegung / Durchsenkung	$[mm]$
$X$	Eigenvektor	$[mm]$
$Z$	Koordinaten Scheitelpunkt / Zentrum Strahlensatz	$[mm]$
$\overline{ZA}$	Abstand Zentrum zum Punkt A (Höhendifferenz)	$[mm]$
$\overline{ZA}'$	Abstand Zentrum zum Punkt A' (Höhendifferenz)	$[mm]$
$z$	Abstand vom neutralen Faser zum Randfaser eines Balkens	$[mm]$
$x_{neu}, y_{neu}, z_{neu}$	Komponenten der neu errechneten Ortsvektor	$[mm; mm; mm]$
$x_1, y_1, z_1$	Komponenten vom Ortsvektor Punkt 1	$[mm; mm; mm]$
$x_2, y_2, z_2$	Komponenten vom Ortsvektor Punkt 2	$[mm; mm; mm]$
$\varepsilon$	Dehnung	$[-]$
$\theta$	Drehungswinkel / Transformationswinkel	$[^\circ \text{ bzw. } rad]$
$\lambda$	Parameterfaktor für die Länge des neuen Ortsvektors in Bezug zu Punkt 1	$[-]$
$\lambda \text{ bzw. } \omega^2$	Eigenwert	$[-]$
$\rho$	Dichte	$[rad/s]$
$\rho_{stahl}$	Dichte vom Stahl	$[t/mm^3]$
$\sigma$	Spannung	$[N/mm^2]$
$\sigma_b$	Biegespannung des Strukturs	$[N/mm^2]$
$\sigma_{b,y}$	Biegespannung des Strukturs in y-Richtung	$[N/mm^2]$
$\sigma_{b,z}$	Biegespannung des Strukturs in z-Richtung	$[N/mm^2]$
$\sigma_{b,res}$	resultierende Biegespannung des Strukturs	$[N/mm^2]$
$\sigma_{b,2B}$	Biegespannung des Strukturs bei Zweiblattanlage	$[N/mm^2]$
$\sigma_{b,3B}$	Biegespannung des Strukturs bei Dreiblattanlage	$[N/mm^2]$
$\sigma_{ax}$	Axialspannung des Strukturs	$[N/mm^2]$
$\sigma_{ax,2B}$	Axialspannung des Strukturs bei Zweiblattanlage	$[N/mm^2]$
$\sigma_{ax,3B}$	Axialspannung des Strukturs bei Dreiblattanlage	$[N/mm^2]$
$\varphi$	Verdrehwinkel	$[-]$
$\omega$	Eigenkreisfrequenz	$[rad/s]$

## Abkürzungsverzeichnis

2B	Zweiblattanlage
3B	Dreiblattanlage
FEM	Finite Element Methode
APDL	Ansys Parametric Design Language
RBE	Rigid Body Elemente
RBE2	nicht nachgiebige Rigid Body Elemente
ZW(i)	fehlende Zwischenknoten vom Legs mit dem Indizes i
ZWQ(i)	fehlende Zwischenknoten bei Querverstrebungen mit dem Indizes i
TP	Transistion Piece
HAWT	<i>horizontal axis wind turbine</i>
Abw.	Abweichung

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1 Auswirkungen der Querschnittsparameter auf die Eigenfrequenz bei $f_t=f_D^2=f_{DEL}$ .....	36
Tabelle 3-2 Auswirkungen der Querschnittsparameter auf die Eigenfrequenz bei $f_t=f_D=f_{DEL}$ .....	37
Tabelle 4-1 X-Rotor Knotennummerierung.....	53
Tabelle 4-2 member Ramboll in den Excel -Rohdaten.....	54
Tabelle 4-3 member Ramboll mit Zwischenknoten.....	55
Tabelle 4-4 member X-Rotor.....	58
Tabelle 4-5 Querschnittsdaten (cross sections).....	59
Tabelle 4-6 Berechnung der Gesamtmasse (exemplarisch).....	62
Tabelle 4-7 Querschnittsdaten TP-Strebe.....	65
Tabelle 4-8 Querschnittsdaten TP-Verbindungsstück.....	65
Tabelle 5-1 Die ersten vier Eigenfrequenzen des Referenzmodells.....	83
Tabelle 5-2 Eigenfrequenzen des Turmes bei Parameter $f_t$ bei verschiedenen Lastfaktoren.....	88
Tabelle 5-3 Eigenfrequenzen des Turmes bei Parameter $f_D$ bei verschiedenen Lastfaktoren.....	88
Tabelle 6-1 Elementnummerierung Auswertebereiche (inkl. Nummer für Spannungsanalyse).....	95
Tabelle 6-2 Gegenüberstellung der Biege und Axialspannung des Turm-Jacket- Strukturs.....	95
Tabelle 6-3 Spannungswerte AW 1 ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	97
Tabelle 6-4 Spannungswerte AW 2 ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	98
Tabelle 6-5 Spannungswerte AW 3 ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	99
Tabelle 6-6 Spannungswerte AW 4 ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	100
Tabelle 6-7 Spannungswerte AW 5 ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	101
Tabelle 6-8 Spannungswerte AW Turm ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	102
Tabelle 6-9 Untersuchung der Parameter $f_{fu\beta}$ und $f_{kopf}$ unter Last.....	105
Tabelle 6-10 Zusammenfassung der Abweichungen bei den Durchmesser- und Wanddickenfaktoren bei $f_{DEL}=1,35$ .....	108



---

Tabelle 6-11 Zusammenfassung der Abweichungen bei Fuß- und Kopfweitenfaktor..	109
Tabelle 6-12 Ergebnisse der ersten Eigenfrequenzanalyse beim Wanddicken - und beim Durchmesserfaktor .....	111
Tabelle 6-13 Ergebnisse der dritten Eigenfrequenzanalyse beim Wanddicken - und beim Durchmesserfaktor .....	112
Tabelle 6-14 Ergebnisse Eigenfrequenzen beim Fußweitenfaktor .....	113
Tabelle 6-15 Ergebnisse Eigenfrequenzen beim Kopfweitenfaktor .....	113
Tabelle 7-1 Spannungswerte bei $f_{\text{fuß}}=f_{\text{kopf}}$ .....	116
Tabelle 7-2 Spannungswerte bei der Parameterkombination Jacket: $f_t=f_D=f_{\text{DEL}}^{0,5}$ .....	117
Tabelle 7-3 Spannungswerte bei der Parameterkombination Jacket: $f_t=f_D=f_{\text{DEL}}^{0,5}$ und $f_{\text{fuß}}=f_{\text{kopf}}=1,2$ .....	117
Tabelle 7-4 Gegenüberstellung der Spannungsanalysen bei Parameterkombinationen bei $f_{\text{DEL}}=1,35$ .....	118
Tabelle 7-5 Ergebnisse Eigenfrequenzen bei $f_{\text{fuß}}=f_{\text{kopf}}$ .....	119
Tabelle 7-6 Ergebnisse der Eigenfrequenzen bei den Parameterkombinationen sowie Vergleich mit Parameter $f_t$ und $f_D$ .....	120
Tabelle 8-1 Gegenüberstellung der Masse/Kosten beim Fuß- und Kopfweitenfaktor mit der Referenzlast .....	121
Tabelle 8-2 Gegenüberstellung der Massen in allen Analysen bei $f_{\text{DEL}}=1,35$ .....	122
Tabelle 8-3 Aufstellung der Massen des Turm - Jacket- Strukturs zwischen 2B und 3B Anlage .....	123
Tabelle 8-4 Gegenüberstellung der Massen bei allen Analysen bei $f_{\text{DEL}}=1,35$ .....	124

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 2-1 Offshore-Windkraftprojekte in Europa [2] .....	3
Abb. 2-2 Prinzipieller Aufbau einer Jacket-Gründung (bearbeitet nach [5]) .....	4
Abb. 2-3 Dynamische Belastungen eines Zweiblattrotors nach [1].....	5
Abb. 2-4 Pendelnabe nach [3].....	6
Abb. 3-1 Verschiebungsfreiheitsgrade eines Stabelements .....	13
Abb. 3-2 Balken, belastet mit einem Moment, modifiziert nach [17] .....	14
Abb. 3-3 Verschiebungsfreiheitsgrade eines ebenen Balkenelements.....	16
Abb. 3-4 Verschiebungsfreiheitsgrade eines ebenen Rahmenelements modifiziert nach [18].....	17
Abb. 3-5 Assemblierung der Steifigkeitsmatrix des Balkenelements.....	18
Abb. 3-6 Einbau der Randbedingungen in das Gleichungssystem .....	19
Abb. 3-7 Rückrechnung des Lastvektors .....	20
Abb. 3-8 Prüfung des Kräfte und Momentengleichgewichts.....	21
Abb. 3-9 FEM- Ablaufplan modifiziert nach [21] [22] .....	22
Abb. 3-10 Abweichungen des Widerstandmoments zwischen exakter Formel und Näherungsformel.....	33
Abb. 3-11 Abweichungen der Fläche zwischen exakter Formel und Näherungsformel	34
Abb. 3-12 Gegenüberstellung der Kreisquerschnittsveränderung bei $f_t=f_D^2=f_{DEL}$ .....	36
Abb. 3-13 Gegenüberstellung der Kreisquerschnittsveränderung bei $f_t=f_D=f_{DEL}$ .....	37
Abb. 3-14 Visualisierung der Fußweitenmodifikation mit Hilfslinien für Strahlensatz.	38
Abb. 3-15 Berechnung der Höhendifferenz bei Fußweitenfaktor.....	39
Abb. 3-16 Visualisierung der höhenabhängigen Faktor bei Fußweitenfaktor .....	40
Abb. 3-17 Visualisierung der Verschiebung aller Knoten mit der gleichen höhenabhängigen Faktor .....	41
Abb. 3-18 Interpolation der Strecke OA des Knotens in Abhängigkeit vom Höhenebene.....	43
Abb. 3-19 Visualisierung der Kopfweitenmodifikation mit Hilfslinien für Strahlensatz .....	44
Abb. 3-20 Visualisierung beim Kombination zwischen Fußweiten und Kopfweitenfaktor .....	46

Abb. 3-21 Überlagerung der Fuß und Kopfweitenfaktor .....	49
Abb. 4-1 Aufbau des Jackets .....	51
Abb. 4-2 Benennung der Komponenten der Jacket-Struktur .....	52
Abb. 4-3 Knotenbenennungen in der Ramboll Notation .....	53
Abb. 4-4 zusätzliche Zwischenknoten für nodes X-Rotor .....	55
Abb. 4-5 Berechnung der Zwischenknoten, eigene Darstellung nach [15] .....	56
Abb. 4-6 Beziehungen zwischen den Konstruktionselementen für die APDL- Inputdatei .....	60
Abb. 4-7 Berechnung des Volumens des Hohlkegelstumpfes, modifiziert nach [22] ....	61
Abb. 4-8 Detailansicht des Ersatzmodells des Transistion Piece .....	64
Abb. 4-9 Massen, Trägheiten sowie Schwerpunktlage eines dreiblättrigen Rotors .....	66
Abb. 4-10 Trägheitsmoment einer dünnen Kreisscheibe nach [16] .....	66
Abb. 4-11 Massen, Trägheiten sowie Schwerpunktlage eines zweiblättrigen Rotors ....	67
Abb. 4-12 Trägheitsmoment Kreiszyylinder, modifiziert nach [16] .....	68
Abb. 5-1 Randbedingungen vom Masterprojekt [22] für die Analyse des Turmes .....	71
Abb. 5-2 Verschiebungsrichtung des Turmes nach [22] .....	71
Abb. 5-3 Globale und lokale Koordinaten eines Balkenelements zur Auswertung der Spannungen .....	72
Abb. 5-4 Vergleich der Ergebnisse des Turmes als Schalenmodell und Balkenmodell .	72
Abb. 5-5 Approximation der Verjüngung eines Turmsegments mit vier Balkenelementen .....	73
Abb. 5-6 Visualisierung der Durchmesserapproximation bei der Verjüngung von zwei Turmsegmenten .....	74
Abb. 5-7 Approximation der realen Turmgeometrie mit $N=5$ .....	75
Abb. 5-8 Vergleich der Spannungen zwischen tapered section und programmierte Approximation mit $N=1$ und $N=3$ .....	75
Abb. 5-9 Vergleich der Spannungen zwischen tapered section und programmierte Approximation mit $N=5$ und $N=10$ .....	76
Abb. 5-10 Definiton der Randbedingungen der Gesamtstruktur .....	78
Abb. 5-11 lokale Elementkoordinatensystem des Turmes .....	79
Abb. 5-12 Lokale Elementkoordinaten des Jackets .....	79

---

Abb. 5-13 Qualitativer Verschiebungsverlauf der Struktur .....	80
Abb. 5-14 Biegespannung des Gesamtsystems auf der lokalen y- Achse .....	81
Abb. 5-15 Biegespannung des Gesamtsystems um die lokale y- Achse .....	81
Abb. 5-16 Axialspannung des Gesamtsystems .....	82
Abb. 5-17 Die Eigenformen der Gesamtstruktur bei Mode 1 bis Mode 4.....	84
Abb. 5-18 Untersuchung der Abweichung des Widerstandsmoments unter Anwendung der Näherungsformel .....	85
Abb. 5-19 Untersuchung der Abweichung der Fläche unter Anwendung der Näherungsformel.....	86
Abb. 5-20 Randbedingungen des Turmes für die Eigenfrequenzanalyse.....	87
Abb. 6-1 Auswertebereiche bei den Parameterstudien .....	91
Abb. 6-2 Konvergenzanalyse Axialspannung beim Auswertebereich 1.....	93
Abb. 6-3 Konvergenzanalyse Biegespannung beim Auswertebereich 1 .....	94
Abb. 6-4 Analyse der Axialspannung bei AW1 ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	97
Abb. 6-5 Analyse der Axialspannung bei AW2 ( $f_t=f_{DEL}$ ) .....	98
Abb. 6-6 Analyse der Axialspannung bei AW3 ( $f_t=f_{DEL}$ ) .....	99
Abb. 6-7 Analyse der Axialspannung bei AW4 ( $f_t=f_{DEL}$ ) .....	100
Abb. 6-8 Analyse der Axialspannung bei AW5 ( $f_t=f_{DEL}$ ) .....	100
Abb. 6-9 Analyse der Biegespannung bei AW Turm ( $f_t=f_{DEL}$ ).....	101
Abb. 6-10 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei $f_t=f_{DEL}$ .....	102
Abb. 6-11 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei $f_D=f_{DEL}$ (Turm: $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ ).....	103
Abb. 6-12 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei $f_{Fu\beta}$ ....	104
Abb. 6-13 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei $f_{Kopf}$ ...	104
Abb. 6-14 Normalkraftänderung in Relation zum Lastfaktor bei $f_t=f_{DEL}$ .....	106
Abb. 6-15 Normalkraftänderung in Relation zum Lastfaktor bei $f_D=f_{DEL}$ (Turm $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ ).....	107
Abb. 6-16 Vergleich der Jacket Geometrie bei Fuß- und Kopfweitenfaktor mit dem Referenzmodell .....	109
Abb. 6-17 Eigenfrequenzanalyse $f_1$ bei $f_t=f_{DEL}$ .....	112

### Abbildungen im Anhang

Abb. A- 1 Daten zu Massen, Trägheiten sowie der Schwerpunktlage eines dreiblättrigen Rotors inkl. Gondel .....	A
Abb. A- 2 Daten zu Massen, Trägheiten sowie der Schwerpunktlage eines zweiblättrigen Rotors inkl. Gondel.....	B
Abb. A- 3 APDL-Syntax (Definition globale Eigenschaften Balkenelement).....	C
Abb. A- 4 APDL-Syntax (Definition Keypoints und Linienverbindung Turmstruktur)..	C
Abb. A- 5 APDL-Syntax (Definition Querschnitte Turmstruktur) .....	D
Abb. A- 6 APDL-Syntax (Definition für verjüngte member bei Turm) .....	E
Abb. A- 7 APDL-Syntax (Zuweisung Querschnitte zu den members - Vernetzung).....	E
Abb. A- 8 APDL - Solvereinstellungen Modalanalyse .....	F
Abb. A- 9 Analyse der Axialspannung bei AW1 ( $f_D=f_{DEL}$ ) .....	F
Abb. A- 10 Analyse der Axialspannung bei AW2 ( $f_D=f_{DEL}$ ) .....	G
Abb. A- 11 Analyse der Axialspannung bei AW3 ( $f_D=f_{DEL}$ ) .....	G
Abb. A- 12 Analyse der Axialspannung bei AW4 ( $f_D=f_{DEL}$ ) .....	H
Abb. A- 13 Analyse der Axialspannung bei AW5 ( $f_D=f_{DEL}$ ) .....	H
Abb. A- 14 Analyse der Axialspannung bei AW Turm ( $f_D=(f_{DEL})^{0,5}$ ).....	I
Abb. A- 15 Eigenfrequenzanalyse $f_3$ bei $f_t=f_{DEL}$ .....	O
Abb. A- 16 Eigenfrequenzanalyse $f_1$ bei $f_D=f_{DEL}$ (Turm: $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ ) .....	O
Abb. A- 17 Eigenfrequenzanalyse $f_3$ bei $f_D=f_{DEL}$ (Turm: $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ ) .....	P
Abb. A- 18 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei $f_{fu\beta}=f_{kopf}$ .....	Q
Abb. A- 19 Visualisierung der Abweichungen bei Turm: $f_t = f_{DEL}$ Jacket: $f_t = f_D = f_{DEL}$ . S	
Abb. A- 20 Visualisierung Abweichung bei Turm: $f_t = f_{DEL}$ Jacket: $f_t = f_D = f_{DEL}$ , mit $f_{fu\beta}=f_{kopf}=1,2$ .....	T
Abb. A- 21 Beispielrechnung der fehlenden Zwischenknoten ZWQ1 .....	W



# **1 Einleitung**

## **1.1 Motivation**

Die heutige Professorin an der HAW Frau Prof. Dr. Vera Schorbach konnte in ihrer Dissertation zeigen, dass den Extremlasten, die beim Einsatz einer Zweiblattanlage entstehen, durch eine optimale Kombination aus mehreren mechanischen Bauelementen an der Pendelnabe entgegengewirkt werden kann [1]. Basierend auf dieser Erkenntnis wird im Rahmen des Forschungsprojekts X-Energy: X-Rotor – Zweiblatt in Kooperation mit Siemens Gamesa Renewable Energy mithilfe der Förderung vom Bundesministerium für Forschung und Bildung das Potenzial einer Zweiblattanlage bei einer Offshore-Windkraftanlage untersucht.

Die vorliegende Arbeit ist Teil des Forschungsprojekts. Sie befasst sich mit der Frage, wie den erhöhten Belastungen auf den Turm und auf die Gründungsstruktur (Jacket), die durch die erhöhten Zweiblattlasten entstehen, unter Einsatz der entwickelten Geometrieparameter entgegengewirkt werden kann.

Dabei sollen zunächst die parametrischen Beziehungen der Geometrieparameter mit den bewährten Gleichungen der technischen Mechanik entwickelt werden sowie die Einsatztauglichkeit der Parameter mithilfe einer Simulation überprüft werden. Des Weiteren wird in Hinblick auf das Ziel, die Eigenfrequenz der Anlage gegenüber dem Referenzmodell konstant zu halten, überprüft, wie sich der Einsatz der Parameter auf die Eigenfrequenzen auswirken. Ebenso werden die Kombinationen diverser Geometrieparameter und deren Einflüsse untersucht. Bei allen Varianten soll unter Einfluss diverser Geometrieparameter ein Zusammenhang mit dem Kostenanstieg hergestellt werden.

Mit diesen Ergebnissen können dann letztendlich Erkenntnisse dazu gewonnen werden, welche Geometrieparameter sich besonders gut für den Einsatz eignen.

## 1.2 Umsetzung und Vorgehensweise

Die Basis der Arbeit stellen Rohdaten der Turmstruktur sowie der darunterliegenden Jacket-Struktur einer 20 MW Offshore Windenergieanlage dar, welche dem Masterand bereitgestellt wurden. Bei den Rohdaten handelt es sich um die Koordinaten einzelner Knoten, Balkenverbindungen (*member*) zwischen den Koordinaten, Querschnittsdaten, Materialien sowie um eine Grafik der Lagebeschreibungen der Knoten- und Balkenverbindungen. Anhand dieser Daten soll zunächst ein FEM Modell für das FEM Programm ANSYS APDL erstellt werden. Dieses Programm eignet sich aufgrund der einfachen Parametrisierung besonders zur Analyse von Fachwerken bzw. fachwerkähnlichen Strukturen wie einem Windturbinen- Jacket.

Im Rahmen der Anpassung der Notationen der Excel-Rohdaten mittels Ramboll Notation an das APDL Programm werden die Ramboll Notationen von den Excel Rohdaten mit Zahlensystemen versehen. Danach erfolgt die automatisierte Verknüpfung der Konstruktionselemente (Knoten, *member*, Querschnittsdaten), sodass die Geometrieinformationen in APDL über das Kommandozeilenfenster per Copy- and- Paste- Methode generiert werden können. Die korrekte Implementierung wird durch wiederholte Kontrollschleifen sowie händisches Nachrechnen (z.B. der Koordinaten) gewährleistet. In Hinsicht auf die Eigenfrequenzanalyse der Gesamtanlage wird zudem eine entsprechende Massennachbildung von Rotor und Gondel am Turmkopf erstellt.

Nach der Generierung eines Inputs erfolgt dann eine Strukturanalyse. Ziel der Strukturanalyse ist es herauszufinden, inwieweit die erhöhten Lasten einer Zweiblattanlage, den Turm sowie die darunterliegende Jacket-Struktur, welche für eine Dreiblattanlage ausgelegt sind, beeinflussen.

Anschließend soll in einer Parameterstudie herausgefunden werden, welchen Einfluss Geometrie- und Querschnittveränderungen auf die Eigenfrequenz der Struktur sowie auf ihre Festigkeit haben. Parametrisiert werden sollen die Durchmesser und Wandstärken der Streben (*member*) sowie die Kopf- und Fußweite der Struktur.

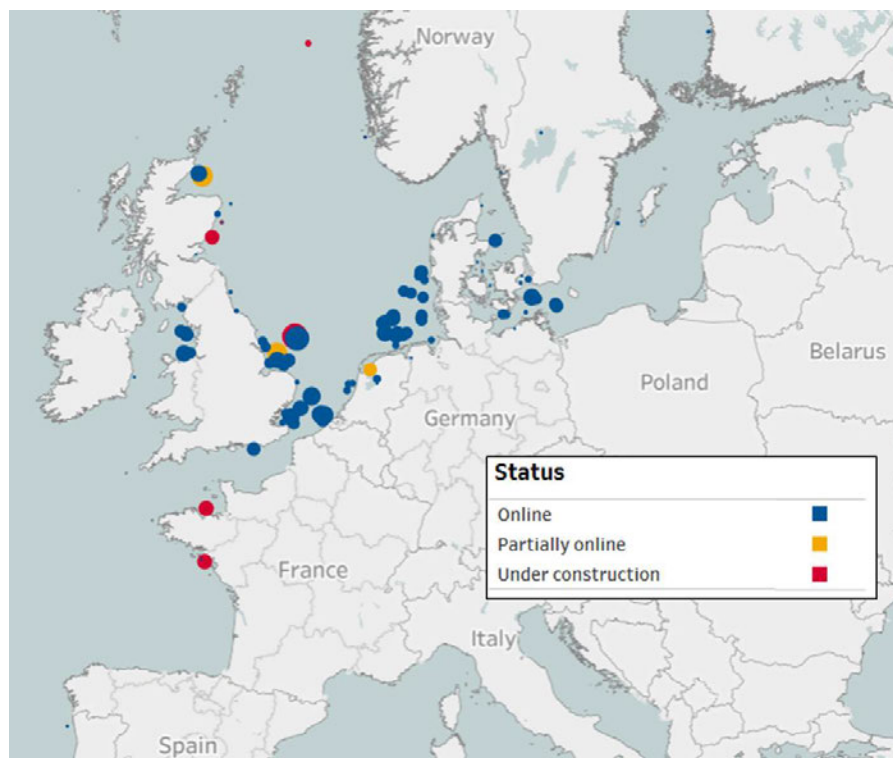
In einem letzten Schritt soll untersucht werden, inwieweit sich die veränderte Gesamtmasse des Jackets und Turmes auf die Materialkosten auswirkt. Es soll ermittelt werden, mit welchen Faktoren die geringste Kostensteigerung erzielt werden kann, unter Erfüllung der Festigkeitsbedingungen bzw. für eine vorgegebene Zieleigenfrequenz.



## 2 Stand der Technik

### 2.1 Offshore-Windkraftanlage

Das Aufstellen von Windkraftanlagen im Meer, die auch Offshore- Windkraftanlagen genannt werden, gewinnt mit Hinsicht auf die Energiewende zunehmend an Bedeutung. Die folgende Abbildung zeigt die aktuell laufenden Offshore-Windkraftprojekte in Europa im Jahr 2021.



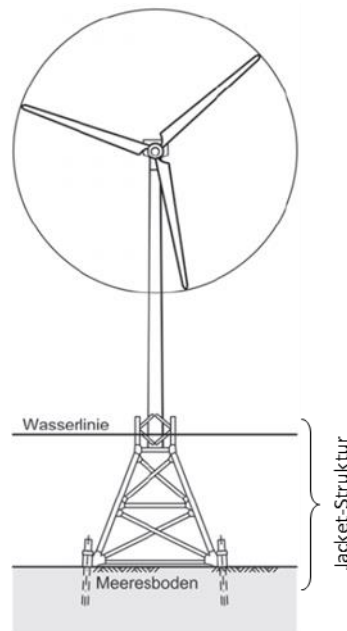
*Abb. 2-1 Offshore-Windkraftprojekte in Europa [2]*

Der Grund für die vermehrte Nutzung von Offshore-Anlagen liegt darin, dass die mittlere Windgeschwindigkeit über dem Meer weniger Turbulenzen mit sich bringt und größer und konstanter ist als die mittlere Windgeschwindigkeit auf dem Land [3] [4]. Dazu sind die Restriktionen bei der Installation aufgrund der größeren verfügbaren Flächen geringer, verglichen mit der Installation auf dem Festland [4]. Des Weiteren eignet sich ein Offshore-Standort insbesondere dazu, größere Windkraftanlagen mit größerem Rotordurchmesser zu installieren,

um somit die Energieerzeugung im höheren Megawattbereich zu ermöglichen [3]. Die weiteren Vorteile und Nachteile von Offshore-Anlagen sind bei [5] aufgeführt.

Die Befestigung der Windkraftanlagen im bzw. auf dem Meeresboden bis zu einer Tiefe von 50 Metern erfolgt durch verschiedene Möglichkeiten, u.a. Monopile, Tripile, Jacket, Sandkastengründung. Weitere Ausführung hierzu finden sich in [6].

Beim vorliegenden Projekt erfolgt die Befestigung durch eine Jacket-Struktur. Die folgende Abbildung zeigt den grundsätzlichen Aufbau einer Jacket-Struktur.



**Abb. 2-2 Prinzipieller Aufbau einer Jacket-Gründung (bearbeitet nach [5])**

Bei dieser Struktur kann gegenüber der Einpfahlgründung, besser bekannt als Monopile-Gründung, mehr Gewicht eingespart werden und zudem kann auch eine hohe Steifigkeit erzielt werden [5]. Weitere Vor- und Nachteile der Jacket-Gründung gegenüber den anderen Gründungsstrukturen sind Quelle [5] zu entnehmen.

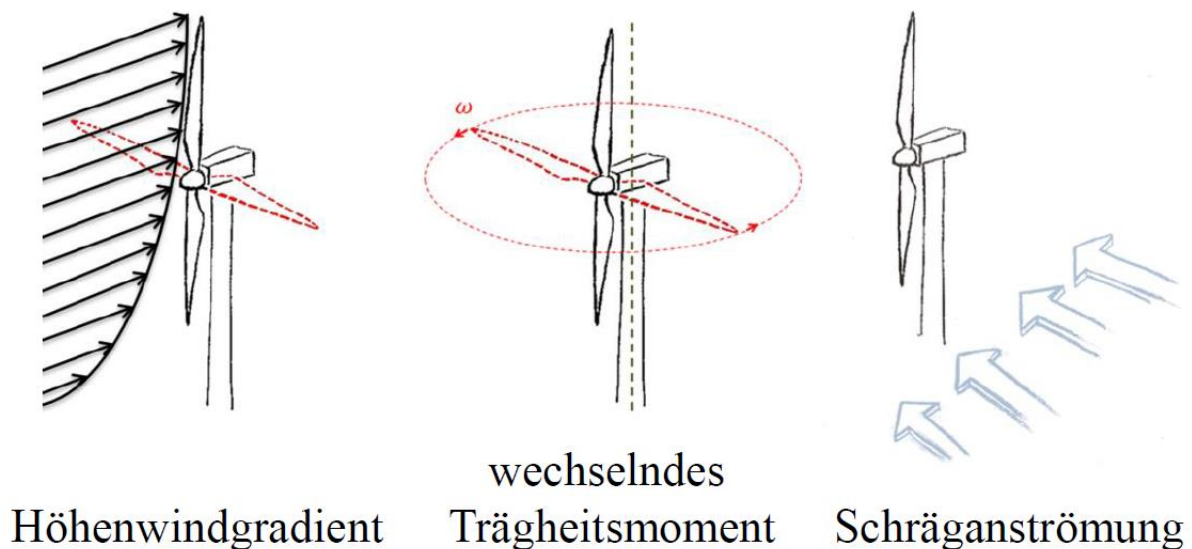
Diese Struktur wird in der Regel mit vier in den Meeresboden eingerammten Pfählen befestigt [3].

Sind die Meeresboden tiefer als 50 m [7] bzw. tiefer als 60 m [8], gibt es die Möglichkeit dieses auf die schwimmende Fundamente (Floating) zu befestigen, näheres beschreiben diverse Publikationen zu diesem Thema u.a. [7], [8], [9].

## 2.2 Zweiblattrotor bei Horizontalachsen Windkraftanlagen

Horizontalachsen-Windkraftanlagen (HAWT) sind Windkraftanlagen, bei denen die Nabe bzw. die Rotorwelle der Windkraftturbine sich horizontal dreht. Bei HAWT hat sich der Einsatz von Dreiblattrotoren bewährt, jedoch weisen Zweiblatt-HAWT auch Potenzial auf [1]. Dies wird im Folgenden näher beleuchtet.

Verglichen mit dem Dreiblattrotor sind die dynamischen Belastungen des Zweiblattrotors auf den Turm sowie auf die umliegende Struktur höher. Dies zeigt die folgende Abbildung.



*Abb. 2-3 Dynamische Belastungen eines Zweiblattrotors nach [1]*

Auf diese drei Phänomene, die in obiger Abbildung dargestellt sind, wird nun kurz eingegangen.

Die Windgeschwindigkeit nimmt bei steigender Höhe zu [3], wie in Abb. 2-3 rechts visualisiert (Höhenwindgradient). Bei einer senkrechten Ausrichtung der Zweiblattanlage trägt das obere Blatt die maximale Windlast, welche wiederum beim unteren Blatt am geringsten ist. Durch die Differenz der Windlasten auf das obere und untere Rotorblatt entsteht ein maximales Biegemoment (bzw. Nickmoment), das auf die Pendelnabe wirkt. Sobald sich die Rotorblätter durch die Einwirkung der Windlast drehen und die Rotorblätter waagrecht stehen, ist das Biegemoment an der Pendelnabe minimal [1].

Durch die wechselnden Biegemomente infolge der Drehbewegung entstehen dynamische Lasten. Diese wirken sich ungünstig auf die umliegende Struktur aus, vor allem in Hinsicht auf die Materialermüdung [10]. Hinzu kommt die im Vergleich zur Dreiblattanlage höhere Belastung der Pendelnabe bzw. der Gondel beim Erreichen des maximalen Biegemoments [4]. Bei der

Dreiblattanlage bleibt das Gondel-Biegemoment bei einer konstanten Windgeschwindigkeit nahezu konstant [1]. Näheres dazu beschreibt [11].

In der Mitte von Abb. 2-3 wird das Phänomen der wechselnden Trägheitsmomente visualisiert, welches nun kurz beschrieben wird. Bei der vertikalen Konstellation des Zweiblattrotors ist das Trägheitsmoment um die Turmachse minimal und bei der waagerechten Ausrichtung maximal [6]. Bei der Windrichtungsnachführung wirkt sich dies ungünstig auf die Struktur aus [1]. Beim Dreiblattrotor kann die Trägheit eines Rotors annähernd als eine Scheibe angenommen werden, d.h. das Trägheitsmoment bleibt konstant [4].

Nun wird kurz auf die Schräganströmung eingegangen (vgl. Abb. 2-3, rechts). Bei der Symmetrie der Rotorblätter einer Anlage mit einem Zweiblattrotor erfährt ein Rotorblatt durch die Schräganströmung größere Auftriebskräfte als das andere Blatt. In Verbindung mit ungünstigen Strömungen entstehen dadurch um die Rotormitte zusätzliche resultierende Momente [1], welche der unsymmetrische Dreiblattrotor ebenfalls nicht hat. Näheres dazu wird bei [1] beschrieben.

Um den eben genannten zusätzlichen dynamischen Belastungen, die zu Pendelendanschlägen führen, entgegenzuwirken, besteht die Möglichkeit des Einsatzes einer Pendelnabe [3].

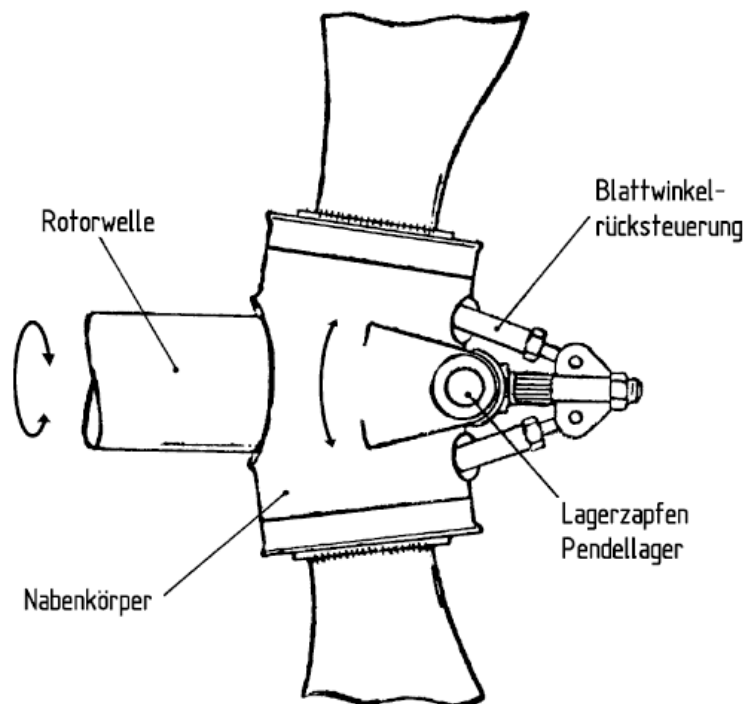


Abb. 2-4 Pendelnabe nach [3]

Eines der bekanntesten Projekte, welches eine solche Pendelnabe einsetzte, war das staatlich geförderte GROWIAN-Projekt. Die Anlage wurde im Jahr 1982 im Kaiser-Wilhelm-Koog aufgestellt und hatte einen Rotordurchmesser von 100 m. Jedoch wurde das Projekt frühzeitig be-

endet, da es durch die ungünstige Einwirkung zusätzlicher Lasten (s.o.) heftige Pendelendanschläge gab. Der Einsatz einer Pendelnabe reichte nicht aus, um den Pendelendanschlägen entgegenzuwirken. Diese Anschläge führten zur Rissbildung im Nabenkörper. Andere Zweiblatt-Projekte weisen ähnliche Probleme auf [3].

Im Rahmen ihrer Dissertation ging Professorin Vera Schorbach dem Problem der Pendelendanschläge auf den Grund. Dabei untersuchte sie die Pendelnabe in mehreren Simulationen unter dem Einfluss verschiedener Parameterfaktoren. Ihre Forschung konnte zeigen, dass den Pendelendanschlägen durch den optimalen Einsatz verschiedener Parameterkombinationen entgegengewirkt werden kann und sie bewies somit, dass der Einsatz einer Zweiblattanlage trotz der dynamischen Lasten möglich ist [1]. Der größte Vorteil von Zweiblattanlagen ist die Kosteneinsparung und sie können eine Alternative zu Dreiblattanlagen bei Offshore-Anlagen sein, wo oftmals sehr große Rotordurchmesser eingesetzt werden [3]. Das Potenzial des Zweiblattrotors in einer Offshore- Windkraftanlage wird im Projekt „X-Rotor-Zweiblatt“ unter der Leitung von Frau Prof. Schorbach in Zusammenarbeit mit Siemens Gamesa Renewable Energy erforscht. Die vorliegende Arbeit ist auch ein Teil des Forschungsprojektes.



## 3 Theoretische Grundlagen

### 3.1 Einführung Finite Element Methode

Die Finite Element Methode wurde ca. in der Mitte des 20. Jahrhunderts entwickelt, um komplexe Geometrie sowie komplexe mechanische Systeme näherungsweise zu berechnen, was analytisch kaum bzw. sehr schwierig lösbar ist. Durch die stetige Weiterentwicklung kommt diese Methode im Bereich der Strukturmechanik heutzutage sehr oft zum Einsatz [12].

#### 3.1.1 Grundgleichungen FEM

Bei der linearen Finite Element Methode (lineare FEM) ist die Bilanz der inneren Arbeit  $\delta W_i$  gleich der äußeren Arbeit  $\delta W_a$ , sodass beide in Gleichgewicht sind [12].

$$\delta W_i = \delta W_a \quad \text{Gl. 3-1}$$

Die innere Formänderungsarbeit  $\delta W_i$  berechnet sich aus den (virtuellen) Dehnungs- ( $\varepsilon$ ) und Spannungskomponenten  $\sigma$  [12]. Sie werden über das infinitesimale Volumen  $dV$  integriert.

$$\delta W_i = \int \delta \varepsilon^T * \sigma dV \quad \text{Gl. 3-2}$$

Die äußere (virtuelle) Arbeit  $\delta W_a$  kann sich beliebig aus den folgenden Lasten zusammensetzen, jeweils multipliziert mit den virtuellen Verschiebungen  $\delta v^T$  [13]

- Einzellast (-kraft)  $F$
- Volumenlast  $p$  (integriert über das infinitesimale Volumen  $dV$ )
- Oberflächenlast  $q$  (integriert über den infinitesimalen Rand  $d\Gamma$ )

$$\delta W_a = \delta v^T * F + \int \delta v^T p dV + \int \delta v^T q d\Gamma \quad \text{Gl. 3-3}$$

Nun wird die innere Arbeit **Gl. 3-2** mit ihren Komponenten  $\varepsilon$  und  $\sigma$  näher betrachtet, um zur allgemeingültigen FEM Gleichung zu kommen. Nach [14] ist die Dehnung  $\varepsilon$  die erste Ableitung von der Verschiebung  $u$ . Für ein eindimensionales Element, wie z.B. das Dehnen eines Zugstabes in x- Richtung gilt die folgende Beziehung [14].

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} = u' \quad \text{Gl. 3-4}$$

Im Falle der mehrdimensionalen Beanspruchungen hängt die Beziehung dann von mehreren Richtungen ab (Verschiebungs-Verzerrungs-Beziehung [12]). Zur Verallgemeinerung wird ein Differentialoperator  $D$  eingesetzt [15], sodass dann Folgendes gilt.

$$\varepsilon = D * u \quad \text{Gl. 3-5}$$

Allerdings ist das exakte Verformungs(-feld)  $u$  nicht bekannt. Jedoch kann sich bei der FEM in Kombination mit einer beliebig gewählten Ansatzfunktion  $N$  (welche die Randbedingung erfüllt [12]) und dem ermittelten Verformungsvektor  $v$  der Verschiebung wie folgt angenähert werden [13].

$$u = N * v \quad \text{Gl. 3-6}$$

Näheres zu Grenzen einer Ansatzfunktion wird bei [12] beschrieben.

Dadurch kann die Dehnung nach Einsetzen von **Gl. 3-6** in **Gl. 3-5** ermittelt werden. Da der (später ermittelte) Verformungsvektor  $v$  eine Konstante ist wird es nicht differenziert [15].

$$\varepsilon = (D * N) * v \quad \text{Gl. 3-7}$$

Nach dem Hookschen Gesetz kann die Spannungskomponente  $\sigma$  mit  $E * \varepsilon$  berechnet werden [14]. Dabei wird für  $\varepsilon$  der Term aus der vorherigen Gleichung eingesetzt.

$$\sigma = E * \varepsilon = E * (D * N) * v \quad \text{Gl. 3-8}$$

Unter Anwendung der Rechenregel für die Transponierte eines Vektors (bzw. Matrix) [15] kann  $\delta\varepsilon^T$ , basierend auf **Gl. 3-7**, Folgendes geschrieben werden



$$\delta \varepsilon^T = [(D * N) * \delta v]^T = \delta v^T * (D * N)^T \quad \text{Gl. 3-9}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen *Gl. 3-8* und *Gl. 3-9* in *Gl. 3-2* kann  $\delta W_i$  wie folgt berechnet werden.

$$\delta W_i = \int \delta \varepsilon^T * \sigma \, dV = \int \delta v^T * (D * N)^T * E * (D * N) * v \, dV \quad \text{Gl. 3-10}$$

Der (später ermittelte) Verformungsvektor  $v$  bzw. virtuelle Verformung  $\delta v$  sind eine Konstante und somit können die Konstanten laut der Faktorregel [15] vor das Integral (bzw. außerhalb des Integrals) gezogen werden. Dazu kann der Term  $(D * N)$  durch  $B$  substituiert werden [12]. Allgemein beschreibt die  $B$ -(Matrix) die Verschiebungs-Verzerrungs-Beziehung (bzw. Verschiebungs-Verzerrungs-Transformationsmatrix [13]).

$$\delta W_i = \delta v^T \int B^T * E * B * dV * v \quad \text{Gl. 3-11}$$

Durch das Einsetzen der Terme  $\delta W_i$  *Gl. 3-10* und  $\delta W_a$  (*Gl. 3-3*) in  $\delta W_i = \delta W_a$  (*Gl. 3-1*) ergibt sich Folgendes.

$$\delta v^T \int B^T * E * B * dV * v = \delta v^T * (F + \int p \, dV + \int q \, d\Gamma) \quad \text{Gl. 3-12}$$

Die virtuellen Verschiebungen  $\delta v^T$  auf der linken und rechten Seite heben sich gegenseitig auf, sodass sich im Anschluss die allgemeine Gleichung der linearen FEM ergibt.

$$\underbrace{\int B^T * E * B * dV}_{\text{Steifigkeitsmatrix}} * \underbrace{v}_{\text{Verformungsvektor}} = \underbrace{F + \int p \, dV + \int q \, d\Gamma}_{\text{Lastvektor der äußeren Lasten}} \quad \text{Gl. 3-13}$$

Diese allgemeine Gleichung weist eine Analogie zu dem Federgesetz (Hooksches Gesetz) auf [13].

### 3.1.2 FEM Steifigkeitsmatrix Stabelement

Nachdem die allgemeingültige Gleichung der FEM im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, wird nun eine Steifigkeitsmatrix für das Stabelement ausgehend von der inneren (virtuellen) Arbeit

$$\delta W_i = \int \delta \varepsilon^T * \sigma \, dV \quad \text{Gl. 3-14}$$

entwickelt.

Ein Stab kann eine Kraft nur in Längsrichtung aufnehmen [16]. D.h. unter Krafteinwirkung dehnt sich der Körper auch in Längsrichtung, sodass für die Dehnung die Beziehung  $\varepsilon = \frac{du}{dx} = u'$  gilt (Gl. 3-4), [14].

Das Einsetzen von  $\delta \varepsilon^T = \delta u'^T$  und  $\sigma = E * \varepsilon = E * u'$  in  $\delta W_i$  ergibt.

$$\delta W_i = \int \delta u'^T * E * u' \, dV \quad \text{Gl. 3-15}$$

Das infinitesimale Volumen  $dV$  besteht aus den infinitesimalen Faktoren  $dx * dA$ .

$$\delta W_i = \iint (\delta u')^T * E * u' \, dx \, dA \quad \text{Gl. 3-16}$$

Wenn die Querschnittsfläche und das Elastizitätsmodul konstant sind, müssen diese nicht mitintegriert werden und können vor das Integral gezogen werden [15].

$$\delta W_i = EA * \int (\delta u')^T * u' \, dx \quad \text{Gl. 3-17}$$

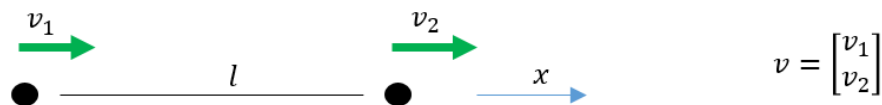
Wie im vorherigen Kapitel beschrieben ist das exakte Verschiebungs(feld) nicht bekannt sodass der Ansatz  $u = N * v$  verwendet wird. Für die Ableitung der Verschiebung gilt es dann  $u' = N' * v$  bzw.  $u' = (D * N) * v$ . Unter Anwendung der Faktorregel (Gl. 3-9) gilt  $(\delta u')^T = \delta v^T * N'^T$ . Somit ergibt es sich nach dem Einsetzen.

$$\delta W_i = EA * \int \delta v^T * N'^T * N' * v \, dx \quad \text{Gl. 3-18}$$

Die konstanten Terme  $v$  und  $\delta v$  können vor das Integral gezogen werden (vgl. **Gl. 3-11**) und nach Kürzen der virtuellen Verschiebung (**Gl. 3-12**) berechnet sich die Steifigkeitsmatrix  $K$  wie folgt.

$$K = EA * \int N'^T * N' dx \quad \text{Gl. 3-19}$$

Die folgende Abbildung zeigt die Verschiebungsfreiheitsgrade eines Stabelements in x-Richtung.



**Abb. 3-1** Verschiebungsfreiheitsgrade eines Stabelements

Anhand dieser Abbildung wird die Verschiebung anhand des linearen Verschiebungsansatzes nach [17] wie folgt beschrieben.

$$u = \left(1 - \frac{x}{l}\right) * v_1 + \left(\frac{x}{l}\right) * v_2 \quad \text{Gl. 3-20}$$

Somit ist  $N_1 = \left(1 - \frac{x}{l}\right)$  und  $N_2 = \left(\frac{x}{l}\right)$ . Die Ableitungen nach  $x$  ergeben dann  $N_1' = -\frac{1}{l}$  und  $N_2' = \frac{1}{l}$ . Die vektorielle Schreibweise beträgt  $N' = \left[-\frac{1}{l} \quad ; \quad \frac{1}{l}\right]$ . Das Einsetzen in **Gl. 3-19** sowie das Ausmultiplizieren ergibt Folgendes.

$$K = EA \int_{x=0}^{x=l} \begin{bmatrix} \frac{1}{l^2} & -\frac{1}{l^2} \\ -\frac{1}{l^2} & \frac{1}{l^2} \end{bmatrix} dx \quad \text{Gl. 3-21}$$

Somit ergibt sich die Steifigkeitsmatrix eines Stabelements  $K_{stab}$

$$K_{stab} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 3-22}$$

### 3.1.3 FEM Steifigkeitsmatrix Balkenelement

In diesem Kapitel wird die Steifigkeitsmatrix eines schubstarren FEM Balkenelements (Bernoulli Balken) mit der inneren virtuellen Arbeit erstellt.

Wie beim Stabelement werden in die innere (virtuelle) Arbeit  $\delta W_i = \int \delta \varepsilon^T * \sigma dV$  die Terme  $\delta \varepsilon^T = \delta u'^T$  und  $\sigma = E * \varepsilon = E * u'$  eingesetzt, sodass  $\delta W_i$  Folgendes ergibt (vgl. Kap. 3.1.2.)

$$\delta W_i = \int \int \delta u'^T * E * u' dx dA \quad \text{Gl. 3-23}$$

Auf der linken Seite der folgenden Abbildung wird die Biegung eines Biegebalkens, belastet mit einem Moment, gezeigt. Dabei zeigt der Winkel  $\varphi$  den Verdrehwinkel,  $w$  die Durchbiegung und die Strecke  $z$  ist der Abstand von der neutralen Faser zur Randfaser. Die rechte Seite der Abbildung zeigt den Verschiebungsverlauf des Balkens unter Belastung mit einem Moment. Dort ist der Übersichtlichkeit halber die Durchbiegung nicht eingezeichnet.

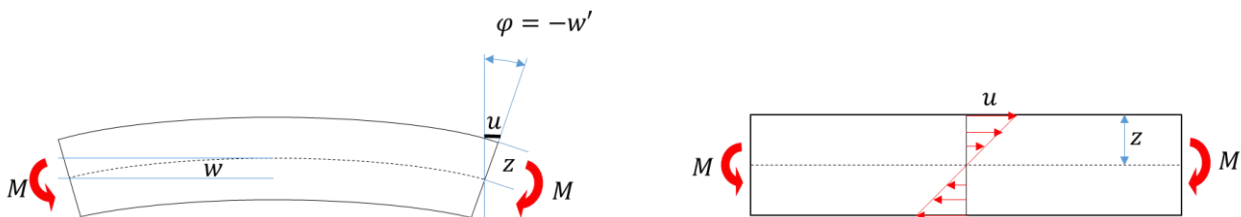


Abb. 3-2 Balken, belastet mit einem Moment, modifiziert nach [17]

Basierend auf der Visualisierung aus der vorherigen Abbildung gilt nach [17] die folgende Beziehung

$$u = z * \varphi . \quad \text{Gl. 3-24}$$

Das Einsetzen in **Gl. 3-23** mit  $u' = z * \varphi'$  und  $(\delta u')^T = (\delta \varphi')^T * z$  ergibt

$$\delta W_i = \int \int (\delta \varphi')^T * z * E * z * \varphi' dx dA \quad \text{Gl. 3-25}$$

Nach [14] bezeichnet der Term  $\int z^2 dA$  den Flächenträgheitsmoment  $I$ . Wenn der Term  $I = \int z^2 dA$  und das Elastizitätsmodul  $E$  konstant sind müssen sie nicht mitintegriert werden und können vor das Integral gezogen werden [15].

$$\delta W_i = EI \int (\delta \varphi')^T * \varphi' dx \quad \text{Gl. 3-26}$$

Nach [17] ist  $\varphi = -w'$ , sodass gilt

$$\delta W_i = EI \int (\delta w'')^T * w'' dx \quad \text{Gl. 3-27}$$

Da die exakte Durchbiegung  $w$  und ihre Ableitungen ( $w'$  repräsentiert die Neigung [14]) nicht bekannt sind, wird sich diesen mit der Ansatzfunktion  $N$  wie folgt angenähert.

$$w = N * v \quad \text{bzw.} \quad w' = N' * v \quad \text{bzw.} \quad w'' = N'' * v \quad \text{Gl. 3-28}$$

Außerdem wird  $(\delta w'')^T = (\delta N'' * v)^T$  wie folgt umgestellt [15]

$$(\delta w'')^T = (\delta v^T) * N''^T \quad \text{Gl. 3-29}$$

Das Einsetzen der Gleichungen **Gl. 3-28** und **Gl. 3-29** in **Gl. 3-27** ergibt

$$\delta W_i = EI \int (\delta v^T) * N''^T * N'' * v dx \quad \text{Gl. 3-30}$$

Wie in den letzten beiden Kapiteln beschrieben, sind die Faktoren  $\delta v^T$  und  $v$  konstant und können vor das Integral gezogen werden, zudem verschwindet der Faktor  $\delta v^T$  durch das Kürzen bzw. Aufheben (vgl. **Gl. 3-12**). Somit ergibt sich für das Steifigkeitsmatrix (ohne Verformungsvektor  $v$ , vgl. **Gl. 3-13**).

$$\delta W_i = EI \int N''^T * N'' dx \quad \text{Gl. 3-31}$$

Die folgende Abbildung zeigt die Verschiebungsfreiheitsgrade eines Balkenelements. Dort können sich die jeweilige Knoten sowohl verschieben als auch verdrehen.

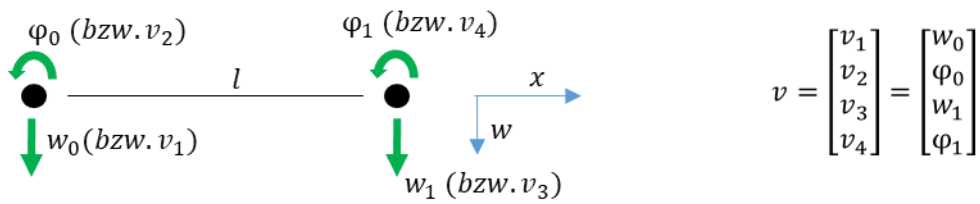


Abb. 3-3 Verschiebungsfreiheitsgrade eines ebenen Balkenelements

Somit wird die Durchsenkung  $w$ , sobald der Verformungsvektor  $v$  ermittelt wurde, wie folgt näherungsweise beschrieben [13].

$$w = N_1 * v_1 + N_2 * v_2 + N_3 * v_3 + N_4 * v_4 \quad \text{Gl. 3-32}$$

Da vier mögliche Randbedingungen erfüllt werden müssen, wird für die Ansatzfunktionen ein kubischer Lösungsansatz verwendet, wofür sich die Hermite Polynome eignen [17]. Nach [18] sind die Ansatzfunktionen wie folgt:

$$N_1 = \frac{2}{l^3} * x^3 - \frac{3}{l^2} * x^2 + 1 \quad N_2 = -\frac{1}{l^2} * x^3 + \frac{2}{l} * x^2 - x$$

$$N_3 = -\frac{2}{l^3} * x^3 + \frac{3}{l^2} * x^2 \quad N_4 = -\frac{1}{l^2} * x^3 + \frac{1}{l} * x^2$$

Gl. 3-33

Zweimaliges Differenzieren der Polynome  $N_1$  bis  $N_4$  sowie Einsetzen in **Gl. 3-31** und anschließendes Integrieren ergibt die Steifigkeitsmatrix eines Balkenelements  $K_{balken}$  [12], [18].

$$K_{balken} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ & sym. & 12 & 6l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 3-34}$$

Die Anwendung der Euler-Bernoulli Balken berücksichtigt jedoch nicht die Schubverformung und ist schubstarr. Aus diesem Grund wird stattdessen oft der schubweiche Timoschenko Balken eingesetzt. Dies ist eine Erweiterung des Euler Bernoulli Balkens unter Berücksichtigung der Schubverformung. Näheres zum Timoschenko Balken wird bei [12] beschrieben.

### 3.1.4 FEM – Rahmenelement (Kombination u.a. aus Stab- und Balkenelement)

Die Eigenschaften eines Stabelements (Kap. 3.1.2) und eines Balkenelements (Kap. 3.1.3) können auch miteinander kombiniert werden, sodass sich ein Rahmenelement ergibt. Für ein ebenes Element ergeben sich dann drei Freiheitsgrade pro Knoten, wie die folgende Abbildung zeigt.

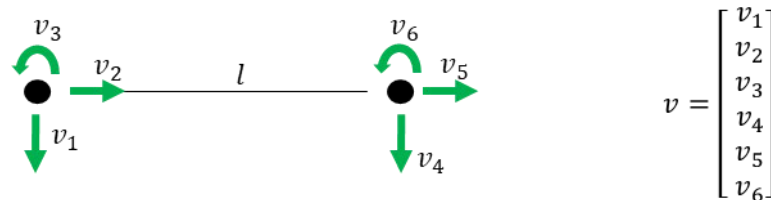


Abb. 3-4 Verschiebungsfreiheitsgrade eines ebenen Rahmenelements modifiziert nach [18].

Somit lässt sich die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $K$  aus der Steifigkeitsmatrix des Stabelements und des Balkenelements mit  $K = K_{Stab} + K_{balken}$  assemblieren. Nach dem Verschiebungsfreiheitsgrad in Abb. 3-4 ist die Steifigkeitsmatrix eines ebenen Stab- und Balkenelements (Euler Bernoulli Balken) dann wie folgt [18]

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EI}{l^3} & -\frac{6 EI}{l^2} & 0 & -\frac{12 EI}{l^3} & -\frac{6 EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6 EI}{l^2} & \frac{4 EI}{l} & 0 & \frac{6 EI}{l^2} & \frac{2 EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 EI}{l^3} & \frac{6 EI}{l^2} & 0 & \frac{12 EI}{l^3} & \frac{6 EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6 EI}{l^2} & \frac{2 EI}{l} & 0 & \frac{6 EI}{l^2} & \frac{4 EI}{l} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 3-35}$$

*sym.*

Für ein räumliches Stab-Balken-Element kann diese Steifigkeitsmatrix mit der gleichen Vorgehensweise mit der Steifigkeitsmatrix eines Balkenelements erweitert werden. Dazu kann das räumliche Stab-Balken-Element ebenfalls mit der gleichen Vorgehensweise mit einem Torsionselement  $K_{Torsion} = \frac{G \cdot I_t}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  nach [12] mit der Torsionsträgheitsmoment  $I_t$  und dem Schubmodul  $G$  assembliert bzw. erweitert werden. Dadurch ergeben sich dann sechs Freiheitsgrade pro Knoten. Das in ANSYS APDL bereitgestellte Balkenelement BEAM 189, welches

in der vorliegenden Arbeit vorrangig verwendet wird, besteht aus einer Kombination des räumlichen Balkenelements, Stabelements und Torsionselements [19].

### 3.1.5 Assemblierung und Lösungsschritte mit FEM

Im Folgenden wird anhand eines einfachen Biegebalken kurz die Vorgehensweise der Assemblierung der Gesamtsteifigkeitsmatrix des Balken-Gesamtsystems mit der hergeleiteten Steifigkeitsmatrix eines Balkenelements aus Kap. 3.1.3 gezeigt. Anschließend werden die üblichen Lösungsschritte einer FEM Berechnung kurz dargelegt.

Das T-Profil in der folgenden Abbildung kann mit einem Balkenelement idealisiert werden, falls der Balken auf Biegung untersucht werden soll. Mit einer Diskretisierung in vier Balkenelemente wird die Gesamtsteifigkeitsmatrix aus den vier Matrizen des Balkenelements (vgl. Kap. 3.1.3) assembliert.

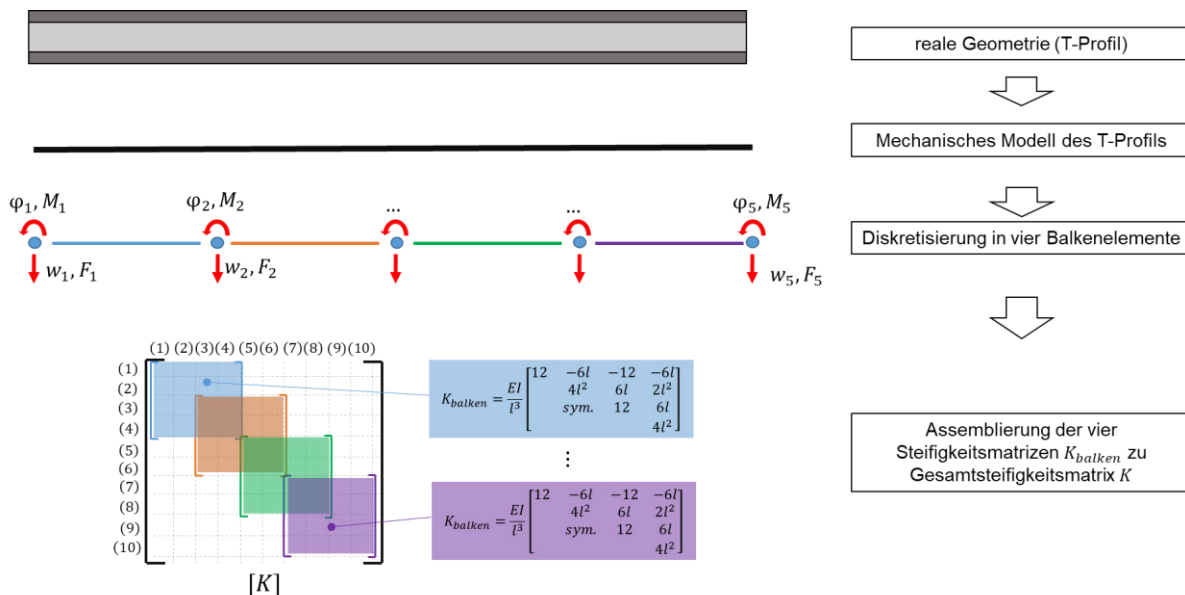


Abb. 3-5 Assemblierung der Steifigkeitsmatrix des Balkenelements

Somit ergeben sich zehn Freiheitsgrade, welche bei diesem Balkenelement jeweils fünf Verschiebungen und Verdrehungen repräsentieren.

Wie in *Gl. 3-13* gezeigt wurde, können mit einer bekannten Gesamtsteifigkeitsmatrix und einer bekannten Randbedingung die unbekanntes Verschiebungen mit  $v = K^{-1} * F$  ermittelt werden. Der Einsatz der Randbedingungen ist bei einer statischen Analyse notwendig, weil die Matrix sonst singulär ist und nicht ermittelt werden könnte [12].

Nun wird der Einsatz einer Randbedingung am Beispiel der folgenden Abbildung exemplarisch gezeigt.



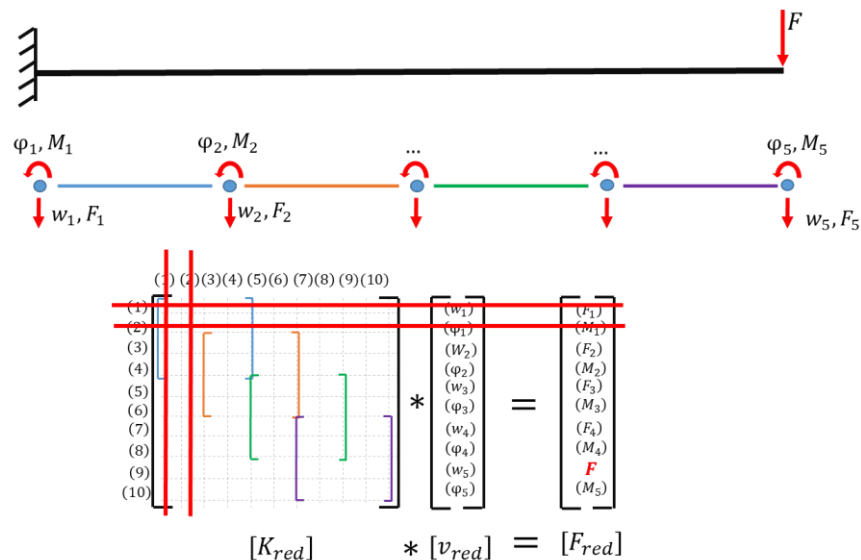


Abb. 3-6 Einbau der Randbedingungen in das Gleichungssystem

Bei einer Einspannung auf der linken Seite des Biegebalkens kann sich der linke Knoten nicht nach unten verschieben und verdrehen ( $w_0 = \varphi_0 = 0$ ). Somit können die entsprechenden Zeilen und Spalten durchgestrichen werden, um die reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix  $K_{red}$  zu erhalten. Ebenfalls reduziert sich auch der Verformungsvektor  $v$  und der Lastvektor  $F$  um jeweils zwei Komponenten, sodass sich dann die reduzierten Vektoren  $v_{red}$  und  $F_{red}$  ergeben. Mit einer bekannten Kraft am fünften Knoten können die unbekanntes Verschiebungen dann mit

$$v_{red} = K_{red}^{-1} * F_{red} \quad \text{Gl. 3-36}$$

berechnet werden. Die Lösung des Gleichungssystems kann mit der direkten Methode erfolgen, jedoch ist der numerische Aufwand größer und rechenintensiver. Deswegen werden iterative Gleichungslöser verwendet. Weiteres sind unter [17] aufgeführt, ebenfalls finden sich detaillierte Berechnungsschritte in [20]. Nachdem die unbekanntes Verformungsvektoren ermittelt wurden, können die unbekanntes Kräfte / Momente beim Biegebalken, die an den jeweiligen Knoten wirken, letztendlich ermittelt werden. Dadurch kann die Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen überprüft werden, auf welche im nächsten Kapitel näher eingegangen wird.

Zusätzlich wird angemerkt, dass die Steifigkeit des Elements mit der Wirkrichtung der Knotenlasten und mit den Verformungsvektoren verknüpft ist [12]. Um dies auch bei versetzter Elementausrichtung zu gewährleisten, werden sie mit der Transformationsmatrix multipliziert. Näheres beschreiben [12] [20]. Diese beschriebene Vorgehensweise erfolgt ebenfalls analog zu der Vorgehensweise bei den Rahmenelementen.

### 3.1.6 Schnittgrößen aus FE- Ergebnissen, Überprüfung der Gleichgewichtsbedingungen

Mit den ermittelten Verformungsvektoren  $v$  können die unbekannt Lastvektoren dann mit

$$F = K * v \quad \text{Gl. 3-37}$$

berechnet werden. Somit sind alle Knotenlasten bekannt und es können daraus Schnittgrößen des Elements berechnet werden. Dieser kann für die Plausibilitätsüberprüfung verwendet werden.

Ebenso können die Gleichgewichtsbedingungen überprüft werden, welches im Folgenden mit dem als Balkenmodell modellierten Kragträger aus dem vorherigen Beispiel Kap. 3.1.5 (Abb. 3-5), exemplarisch gezeigt wird (mit  $E = 210000 \text{ MPa}$ ,  $I = 67500 \text{ mm}^4$ ,  $l = 1000 \text{ mm}$ ).

Mit den numerisch ermittelten Verformungsvektoren aus **Gl. 3-36** können die Lastvektor mit **Gl. 3-38** rückgerechnet werden, sodass daraus der Lastvektor  $F$  sich wie folgt ergibt.

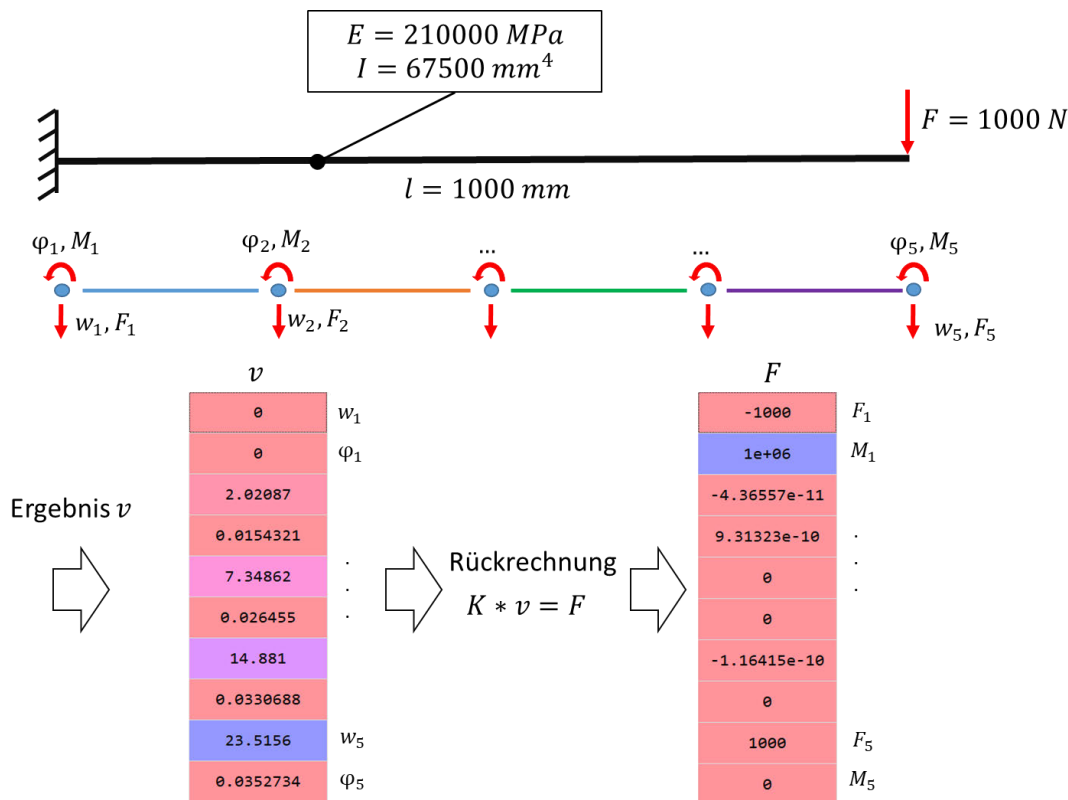
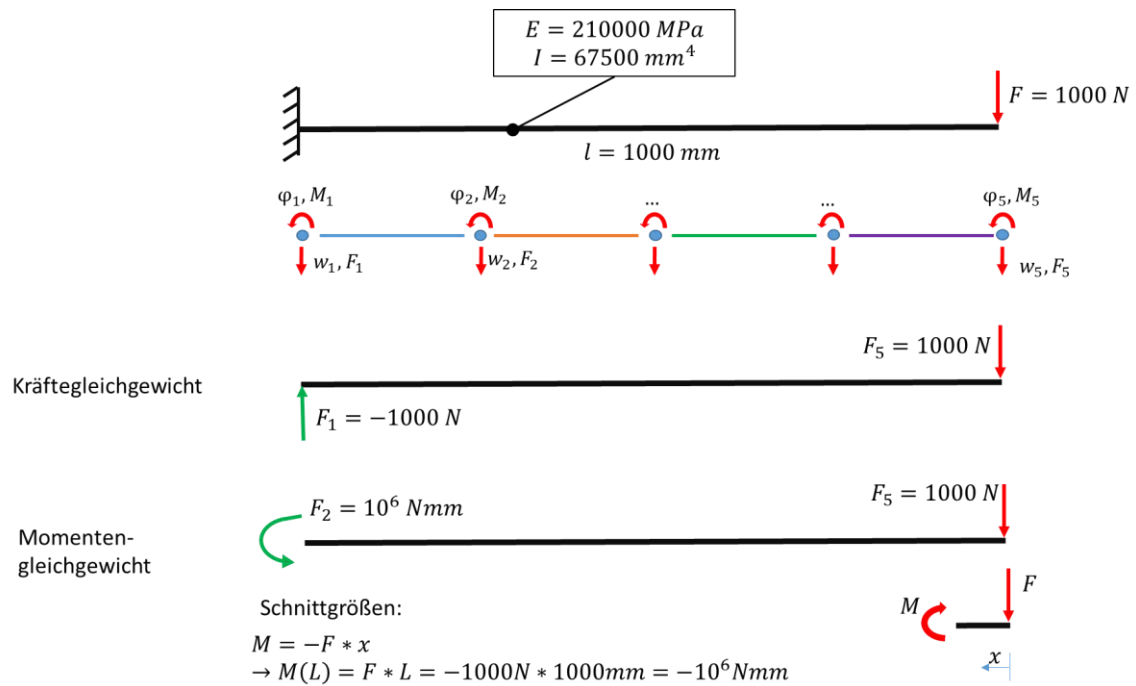


Abb. 3-7 Rückrechnung des Lastvektors

Anhand der bekannten Lastvektoren können die Gleichgewichtsbedingungen überprüft werden, welches in der folgenden Abbildung veranschaulicht wird.



**Abb. 3-8 Prüfung des Kräfte und Momentengleichgewichts**

Der Lastvektor  $F_5 = 1000 \text{ N}$  ist die Last (Kraft), die auf den Kragträger einwirkt und  $F_1$  ist die (Gegen-)Kraft, die an der Einspannstelle wirkt. Somit ist das Kräftegleichgewicht erfüllt.

Die Einspannstelle erfährt ein Moment ausgehend von der Kraft  $F_5 = 1000 \text{ N}$ , multipliziert mit der Länge des Hebelarmes  $l = 1000 \text{ mm}$ . Gemäß der Schnittgrößen ist das wirkende Moment an der Einspannstelle  $10^6 \text{ Nmm}$ . Das heißt, dass die Einspannstelle diesen Moment entgegensetzen muss, um ein Verdrehen des Systems zu verhindern, was auch der Lastvektor  $M_1$  (vgl. Abb. 3-7) zeigt. Somit ist das Momentengleichgewicht erfüllt.

Wie im vorherigen Kapitel (Kap. 3.1.5) erwähnt, können bei einer versetzten Elementausrichtung die lokalen Größen des Lastvektors mit der Koordinatentransformation ermittelt werden.

### 3.1.7 Allgemeiner Ablauf einer FEM-Berechnung, Konvergenzkriterien

Die folgende Abbildung fasst den grundsätzlichen Ablauf einer linear-statischen FEM-Berechnung zusammen.

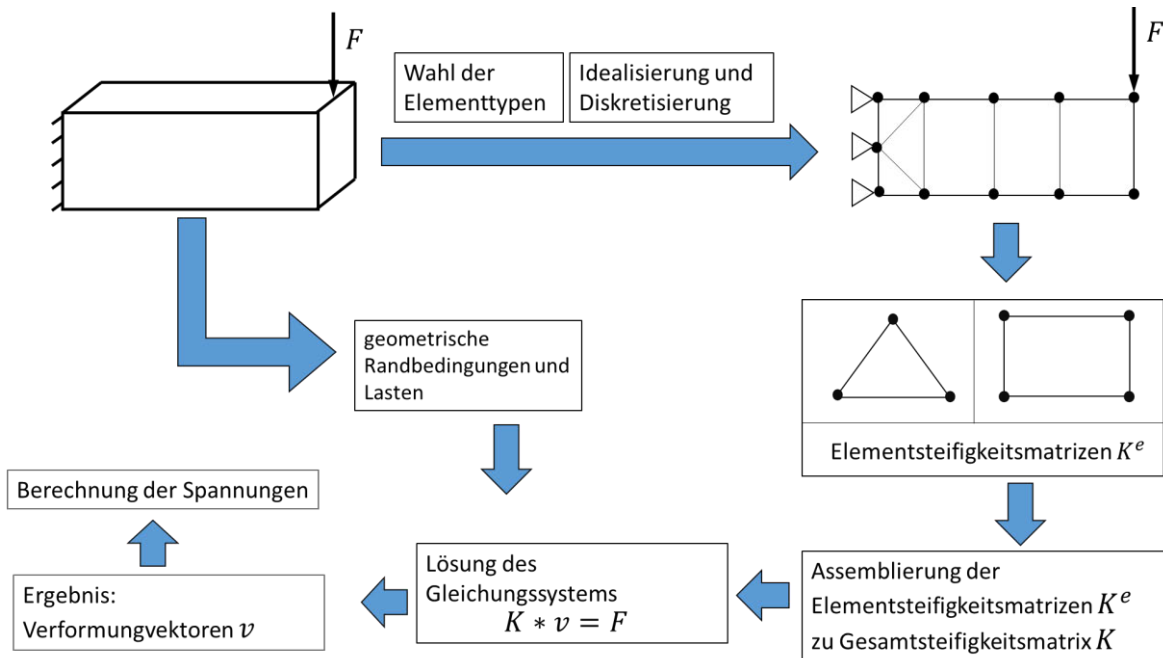


Abb. 3-9 FEM- Ablaufplan modifiziert nach [21] [22]

Zunächst wird die reale Geometrie idealisiert. In Abhängigkeit von den zu analysierenden Freiheitsgraden und der Geometrie wählt der Anwender die passenden Elemente aus dem Elementkatalog. Die drei möglichen Elemente (Linielemente) wurden in Kap. 3.1.2, bis 3.1.4 bereits vorgestellt. Die vorherige Abbildung wurde exemplarisch mit Flächenelementen (Dreiecks – und Viereckselementen) diskretisiert. Näheres zu den weiteren FEM-Elementen, u.a. Flächen- und Volumenelementen, findet sich bei [12].

Anschließend kann der Anwender den Grad der Diskretisierung (bzw. die Netzfeinheit [12]) einstellen. Näheres zur Netzfeinheit wird am Ende dieses Unterkapitels beschrieben.

Das Assemblieren der Elementsteifigkeitsmatrix wird dann anschließend vom Programm selbstständig ausgeführt.

Mit der bekannten Randbedingungen und Lasten auf die bestimmte Knoten, welches vom Anwender vorgegeben wird, löst das Programm dann das Gleichungssystem  $K * v = F$ , um die unbekannte Verschiebungen zu erhalten. Falls das Stuktur mit einer Streckenlast belastet wird, können die „verschmierte“ Streckenlasten auf die Knoten verteilt werden, näheres beschreibt [13].

Nach der Ermittlung des Verformungsvektors können, wie im vorherigen Kapitel gezeigt, auch unbekannte Lastvektoren berechnet werden, (vgl. Kap. 3.1.6).

Bei der Auswertung (Postprocessing) können mit den ermittelten Verschiebungen dann weitere Größen (u.a. Spannungen) ermittelt werden.

Mit dem errechneten Lastvektor können anschließend die Gleichgewichtsbedingungen zur Plausibilität überprüft werden (vgl. Kap. 3.1.6).

Es muss allerdings beachtet werden, dass die Genauigkeit der FEM- Ergebnisse u.a. von der Netzfeinheit / der Anzahl der Elemente abhängt. Eine Konvergenzanalyse kann dann Aufschluss über die optimale Elementanzahl geben. Bei einer Konvergenzanalyse mit h-Verfahren wird die Anzahl der Elemente/Diskretisierungen solange erhöht, bis das Ergebnis nur gering vom Ergebnis der vorherigen Analyse abweicht [17]. Tritt dies ein, so kann die Lösung als konvergent betrachtet werden. Es gibt zudem weitere, weniger häufig eingesetzte Methoden zur Konvergenzanalyse, wie z.B. die Erhöhung der Polynomordnung. Näheres dazu ist in [17] aufgeführt.

### 3.1.8 FEM-Modalanalyse

Die FEM-Analyse kann auch für dynamische Analysen eingesetzt werden. Bei einer Dynamik, d.h. bei einer freien Schwingung eines ungedämpften Systems, kann das Verhalten der Struktur in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  beschrieben werden und zwar mit der folgenden Differentialgleichung bestehend aus Masse  $m$ , der Auslenkung  $v$  und der Federsteifigkeit  $k$  [16].

$$m * \ddot{v}(t) + k * v(t) = 0 \qquad \text{Gl. 3-38}$$

Für das System mit mehreren Freiheitsgraden kann die Gleichung entsprechend wie folgt formuliert werden [12].

$$M * \ddot{v}(t) + K * v(t) = 0 \qquad \text{Gl. 3-39}$$

Dabei ist  $M$  die Massenmatrix,  $K$  die Steifigkeitsmatrix und  $v$  sind die Verformungsvektoren. Die Steifigkeitsmatrix eines Elements wurde allgemein in Kap. 3.1.1 gezeigt, ebenso wurden die Steifigkeitsmatrizen der spezifischen Element wie folgt gezeigt: Kap.3.1.2 (Stabelement), 3.1.3 (Balkenelement) und 3.1.4 (Rahmenelement) .

Die Massenmatrix des Elements berechnet sich nach [12] mit Dichte  $\rho$  und Ansatzfunktion  $N$  folgendermaßen

$$M = \rho \int N^T * N dV \quad \text{Gl. 3-40}$$

Exemplarisch für Stabelemente mit einer konstanten Querschnittsfläche  $A$  berechnet sich die Massenmatrix so.

$$M = \rho A \int N^T * N dx \quad \text{Gl. 3-41}$$

Das Einsetzen der Ansatzfunktionen des Stabelements  $N_1 = \left(1 - \frac{x}{l}\right)$  und  $N_2 = \left(\frac{x}{l}\right)$  (vgl. Kap. 3.1.2) und das anschließende Integrieren der vorherigen Gleichung ergibt für die Massenmatrix folgendes Ergebnis:

$$M = \rho A l \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 3-42}$$

Dies wird auch konsistente Massenmatrix genannt. Es gibt jedoch auch die Möglichkeit, die Massen auf die Knoten aufzuteilen, sodass die „lumped“ Massenmatrix dann wie folgt lautet [17].

$$M_{lumped} = \rho A l \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 3-43}$$

So wie bei der Steifigkeitsmatrix (vgl. Kapitel 3.1.5), lassen sich bei der Massenmatrix bei Zusammensetzung aus mehreren Elementen ebenfalls assemblieren.

Somit sind die Massenmatrix  $M$  und die Steifigkeitsmatrix  $K$  beim folgenden DGL  $M * \ddot{v}(t) + K * v(t) = 0$  (**Gl. 3-39**) bekannt. Der Ansatz für den Verformungsvektor  $v(t)$  mit Eigenformen  $X$  sowie die zweite Ableitung sind wie folgt [17].

$$v(t) = X * \sin(\omega * t) \text{ bzw. } \ddot{v}(t) = -\omega^2 * X * \sin(\omega * t) \quad \text{Gl. 3-44}$$

Somit ist das verallgemeinerte Eigenwertproblem wie folgt [17]

$$(K - \omega^2 M) * X = 0 \quad \text{Gl. 3-45}$$

Um eine eindeutige, triviale Lösung zu bekommen, sind die Eigenvektoren  $X$  gleich Null [17]. Ebenfalls können die Eigenwerte  $\omega^2$  mit der nichttrivialen Lösung bestimmt werden, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix Null ist [17].

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad \text{Gl. 3-46}$$

Nach Lösung der Determinante, woraus sich Eigenwerte  $\omega^2$  ergeben, können die Eigenkreisfrequenzen der jeweiligen Moden  $\omega_i$  dann nach dem Ziehen der Wurzel bestimmt werden. Anschließend können die Eigenvektoren der jeweiligen Moden nach dem Einsetzen der Eigenwerte berechnet werden. Näheres dazu beschreiben [17].

## 3.2 Gleichungen für die parametrischen Zusammenhänge

Durch den Umbau von einer Dreiblattanlage zu einer Zweiblattanlage entstehen höhere Lasten (vgl. 2.2). Die Grundidee ist, die Geometrie in Relation zu den erhöhten Lasten anzupassen. Dadurch soll erreicht werden, dass die Axialspannungen und die Biegespannungen der Struktur trotz erhöhter Lasten gegenüber dem Referenzmodell annähernd konstant bleiben.

Die vorgestellten parametrischen Zusammenhänge im Kap. 3.2.2 und Kap. 3.2.3 gelten für Balkenmodelle mit Kreisringquerschnitt.

### 3.2.1 Vorstellung von unterschiedlichen Parametern

In der vorliegenden Arbeit sollen die Geometrieveränderungen in Relation zum Lastfaktor  $f_{DEL}$  mit den folgenden Parametern vorgenommen werden:

- Veränderung der Wanddicken mit dem Wanddickenfaktor  $f_t$
- Veränderung der Durchmesser mit dem Durchmesserfaktor  $f_D$
- Veränderung der Fußweite der Jacket-Struktur mit dem Fußweitenfaktor
- Veränderung der Kopfweite der Jacket-Struktur mit dem Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}$

In den folgenden Unterkapiteln 3.2.2 sowie 3.2.3 werden die parametrischen Zusammenhänge zwischen  $f_t$  und  $f_D$  in Relation zu den erhöhten Lasten  $f_{DEL}$  hergeleitet.

Dabei werden die Herleitung für die Biegespannung und für die Axialspannung unterschieden.

Für die Parameter  $f_{fuß}$  sowie  $f_{kopf}$  ist eine Ermittlung der analytischen Zusammenhänge aufgrund der Komplexität der Geometrie, welches numerische Analysen erfordern, nicht möglich [13]. Zwischen diesen beiden Parametern werden die Zusammenhänge empirisch-numerisch mit FEM ermittelt (vgl. Kap. 6).



### 3.2.2 Parametrischer Zusammenhang für näherungsweise konstante Biegespannung

Im Folgenden wird der parametrischer Zusammenhang für die näherungsweise konstante Biegespannung hergeleitet.

Bei erhöhten Lasten sollen die Spannungen der Zweiblattanlage  $\sigma_{2B}$  und der Dreiblattanlage  $\sigma_{3B}$  gleich sein.

$$\sigma_{b,2B} = \sigma_{b,3B} \quad \text{Gl. 3-47}$$

Die Biegespannung berechnet sich allgemein aus dem Quotienten aus Biegemoment  $M_b$  und Widerstandsmoment  $W_b$  [16].

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \quad \text{Gl. 3-48}$$

Bei der Geometrie ist es offensichtlich, dass der Durchmesser in Relation zur Wanddicke viel größer ist (vgl. Kap. 5.2.6). Aus diesem Grund wird für die Herleitung von den parametrischen Zusammenhängen eine Näherungsformel für den Widerstandsmoment verwendet. Nach [14] berechnet sich der Flächenträgheitsmoment bei dünnwandigen Kreisringquerschnitten näherungsweise mit der Gleichung **Gl. 3-49**. Die Formelbuchstaben  $I_y = I_z$  sind die Flächenträgheitsmomente um die y- bzw. z- Achse,  $R_m$  ist der mittlere Radius eines Kreisrings und die Wanddicke wird mit  $t$  gekennzeichnet.

$$I_y = I_z \approx \pi * R_m^3 * t \quad \text{Gl. 3-49}$$

Die Gleichung **Gl. 3-49** enthält den mittleren Radius. Die Umrechnung in mittleren Durchmesser  $D_m$  bzw. in Außendurchmesser  $D_a$  bei dünnwandigen Kreisquerschnitten ergibt.

$$I_y = I_z \approx \frac{\pi}{8} * D_m^3 * t \approx \frac{\pi}{8} * D_a^3 * t \quad \text{Gl. 3-50}$$

Projektseitig werden die Kreisringquerschnitte  $D_a$  und  $t$  angegeben, demzufolge ist es pragmatischer die parametrischen Beziehungen sich auch auf  $D_a$  und  $t$  beziehen. Die Näherung

$D_m \approx D_a$  bewirkt jedoch umso größere Abweichungen, je dickwandiger die Kreisquerschnitte werden. Auf die Abweichungen wird in Kapitel 3.2.4 näher eingegangen.

Nach [16] berechnet sich der Widerstandsmoment aus dem Quotienten aus Flächenträgheitsmoment  $I$  und Abstand der Mittelachse zur Randfaser  $z$ .

$$W_b = \frac{I}{z} \quad \text{Gl. 3-51}$$

Beim Kreisringquerschnitt ist der Abstand  $z$  wie folgt [16].

$$z = \frac{D_a}{2} \quad \text{Gl. 3-52}$$

Das Einsetzen von **Gl. 3-49** sowie **Gl. 3-52** in **Gl. 3-51** ergibt die Näherungsformel des Widerstandsmoments für einen dünnwandigen Kreisring:

$$W_b \approx \frac{\pi}{4} * D_a^2 * t \quad \text{Gl. 3-53}$$

Nun werden **Gl. 3-48** und **Gl. 3-53** in **Gl. 3-47** eingesetzt, erweitert um Indizes. Der tiefgestellten Index 3B bezieht sich auf die Dreiblattanlage und 2B auf die Zweiblattanlage.

$$\frac{M_{b,3B}}{W_{b,3B}} = \frac{M_{b,2B}}{W_{b,2B}} \quad \text{Gl. 3-54}$$

In die Gleichung **Gl. 3-54** wird **Gl. 3-53** eingesetzt. Der Biegemoment berechnet sich aus der Kraft  $F$  multipliziert mit dem Hebelarm  $a$  [16].

$$\frac{F_{3B} * a}{\frac{\pi}{4} * D_{a,3B}^2 * t_{3B}} = \frac{F_{2B} * a}{\frac{\pi}{4} * D_{a,2B}^2 * t_{2B}} \quad \text{Gl. 3-55}$$

Das Kürzen der Gleichung **Gl. 3-55** ergibt

$$\frac{F_{3B}}{D_{a,3B}^2 * t_{3B}} = \frac{F_{2B}}{D_{a,2B}^2 * t_{2B}} \quad \text{Gl. 3-56}$$

Wenn man die Kräfteverhältnis bei **Gl. 3-56** betrachten möchte, so ergibt sich

$$\frac{F_{2B}}{F_{3B}} = \frac{D_{a,2B}^2 * t_{2B}}{D_{a,3B}^2 * t_{3B}} \quad \text{Gl. 3-57}$$

Für die veränderte Krafteinwirkung bei der Zweiblattanlage  $F_{2B}$  wird die Referenzkraft aus der Dreiblattanlage  $F_{3B}$  mit einem Faktor  $f_{DEL}$  multipliziert. Es ist in **Gl. 3-57** offensichtlich, dass es infolge der erhöhten Zweiblattlasten  $F_{2B}$  zur Veränderung des Durchmessers und/oder der Wanddicke von der Zweiblattanlage kommen wird, damit die Biegespannungen zwischen der Zweiblattanlage und der Dreiblattanlage näherungsweise gleich sind **Gl. 3-47**. Auch hier wird für die Herleitung der parametrischen Zusammenhänge die Veränderung der Wanddicke  $t_{2B}$  gegenüber der Referenzwanddicke von der Dreiblattanlage  $t_{3B}$  mit einem Wanddickenfaktor  $f_t$  versehen. Analog dazu wird die Durchmesseränderung mit dem Durchmesserfaktor  $f_D$  multipliziert **Gl. 3-58**.

$$F_{2B} = F_{3B} * f_{DEL} \ ; \ D_{a,2B} = D_{a,3B} * f_D \ ; \ t_{2B} = t_{3B} * f_t \quad \text{Gl. 3-58}$$

Das Einsetzen von **Gl. 3-58** in **Gl. 3-57** ergibt

$$f_{DEL} = f_D^2 * f_t \quad \text{Gl. 3-59}$$

Die letztgenannte Gleichung **Gl. 3-59** beschreibt näherungsweise den Zusammenhang zwischen den erhöhten Lasten und den daraus resultierenden Wanddicken und der Durchmesseränderungen, damit die Biegespannungen trotz erhöhter Lasten näherungsweise konstant bleiben.

Eine doppelte Erhöhung der Last mit  $f_{DEL} = 2$  bedeutet, dass bei einem konstanten Durchmesser die Wanddicken auch verdoppelt werden. Analog dazu erhöht sich der Durchmesser bei einer konstanten Wanddicke dann um  $f_D = \sqrt{f_{DEL}} = \sqrt{2}$ .

Ebenso können die Wanddicken und der Durchmesserfaktor miteinander kombiniert werden. Die parametrischen Zusammenhänge sind, wie zuvor erwähnt, eine Näherung. Diese Näherung approximiert zum exakten Ergebnis, wenn die Wanddicke des Kreisringquerschnitts  $t$  viel kleiner ist als der Außendurchmesser  $D_a$ .

Im Kapitel 3.2.4 wird auf die Abweichung dieser parametrischen Zusammenhänge weiter eingegangen.

### 3.2.3 Parametrischer Zusammenhang für näherungsweise konstante Axialspannung

Für Bereiche mit dominanter Axialspannung werden, ebenso wie im vorherigen Kapitel 3.2.2, die parametrischen Zusammenhänge zwischen  $f_{DEL}$ ,  $f_t$  und  $f_D$  hergeleitet. Das Ziel hierbei ist es, die Axialspannungen der Struktur bei der Zweiblattanlage  $\sigma_{ax,2B}$  trotz Lastveränderungen konstant zu halten gegenüber der Axialspannung der Dreiblattanlage  $\sigma_{ax,3B}$ .

$$\sigma_{ax,2B} = \sigma_{ax,3B} \quad \text{Gl. 3-60}$$

Die Axialspannung berechnet sich aus dem Quotient aus Axialkraft  $F_{ax}$  und Querschnittsfläche  $A$  [16], [14].

$$\sigma_{ax} = \frac{F_{ax}}{A} \quad \text{Gl. 3-61}$$

Die Fläche eines Kreisringquerschnitts hängt vom Außenradius  $r_a$  und vom Innenradius  $r_i$  ab und wird wie folgt berechnet [15].

$$A = \pi * (r_a^2 - r_i^2) \quad \text{Gl. 3-62}$$

Für die parametrischen Zusammenhänge sind der Außendurchmesser  $D_a$  und die Wanddicke  $t$  relevant, d.h.  $r_a$  und  $r_i$  kann wie folgt berechnet werden

$$r_a = \frac{D_a}{2} \quad r_i = \frac{D_a}{2} - t \quad \text{Gl. 3-63}$$

Das Einsetzen von *Gl. 3-63* in *Gl. 3-62* ergibt

$$A = \pi * \left[ \left( \frac{D_a}{2} \right)^2 - \left( \frac{D_a}{2} - t \right)^2 \right]. \quad \text{Gl. 3-64}$$

Das Ausmultiplizieren mithilfe einer binomischen Formel (2. Binom) [15] ergibt

$$A = \pi * \left[ \frac{D_a^2}{4} - \left( \frac{D_a^2}{4} - 2 * \frac{D_a}{2} * t + t^2 \right) \right] = \pi * D_a * t + t^2. \quad \text{Gl. 3-65}$$

Wenn  $D_a \gg t$ , ist wird der Term höherer Ordnung  $t^2$  vernachlässigt, sodass näherungsweise gilt (*Gl. 3-65*)

$$A = \pi * D_a * t. \quad \text{Gl. 3-66}$$

Das Einsetzen von *Gl. 3-66* und *Gl. 3-61* in *Gl. 3-60*, erweitert mit Indizes für die Zweiblattanlage (2B) und die Dreiblattanlage (3B), ergibt

$$\frac{F_{ax,2B}}{\pi * D_{a,2B} * t_{2B}} = \frac{F_{ax,3B}}{\pi * D_{a,3B} * t_{3B}} \quad \text{Gl. 3-67}$$

Umstellen ergibt

$$\frac{F_{ax,2B}}{F_{ax,3B}} = \frac{\pi * D_{a,2B} * t_{2B}}{\pi * D_{a,3B} * t_{3B}} \quad \text{Gl. 3-68}$$

Wie im vorherigen Kapitel beschreiben die Faktoren die Last-, Durchmesser- und Wanddickenveränderung bei der Zweiblattanlage gegenüber der Dreiblattanlage.

$$F_{ax,2B} = F_{ax,3B} * f_{DEL} \quad ; \quad D_{a,2B} = D_{a,3B} * f_D \quad ; \quad t_{2B} = t_{3B} * f_t \quad \text{Gl. 3-69}$$

Das Einsetzen von *Gl. 3-69* in *Gl. 3-68* ergibt

$$\frac{F_{ax,3B} * f_{DEL}}{F_{ax,3B}} = \frac{\pi * D_{a,3B} * f_D * t_{3B} * f_t}{\pi * D_{a,3B} * t_{3B}} \quad \text{Gl. 3-70}$$

Nach Kürzen ergibt sich folgender parametrischer Zusammenhang

$$f_{DEL} = f_D * f_t \quad \text{Gl. 3-71}$$

Dieser Zusammenhang beschreibt näherungsweise die Durchmesser bzw. Wanddickenveränderung bei einer Lastveränderung um die Axialspannungen der Struktur konstant zu halten. Wie

im vorherhigen Kapitel (Kap. 3.2.2) anhand von Beispielen beschrieben, lassen sich die Zusammenhänge zwischen  $f_D$  und  $f_t$  auch hier beliebig kombinieren.

### 3.2.4 Abweichungen der parametrischen Zusammenhänge infolge von Dickwandigkeit

In Kapitel Kap. 3.2.2 und Kap. 3.2.3 wurde bereits beschrieben, dass die parametrischen Zusammenhänge für dünnwandige Kreisringquerschnitte gelten, d.h. die parametrischen Zusammenhänge werden ungenauer, je dickwandiger die Kreisringquerschnitte sind.

Nun wird näher auf die Abweichungen der parametrischen Zusammenhänge für die konstante Biegespannung und für die konstante Axialspannung in Relation zum Wanddicken-Durchmesser-Verhältnis eingegangen.

#### Abweichung der parametrischen Zusammenhänge bei konstanter Biegespannung

Der exakte Widerstandsmoment eines Kreisringquerschnitts berechnet sich aus [16] (*Gl. 3-72*), wobei  $D_a$  die Außen- bzw.  $D_i$  die Innendurchmesser sind.

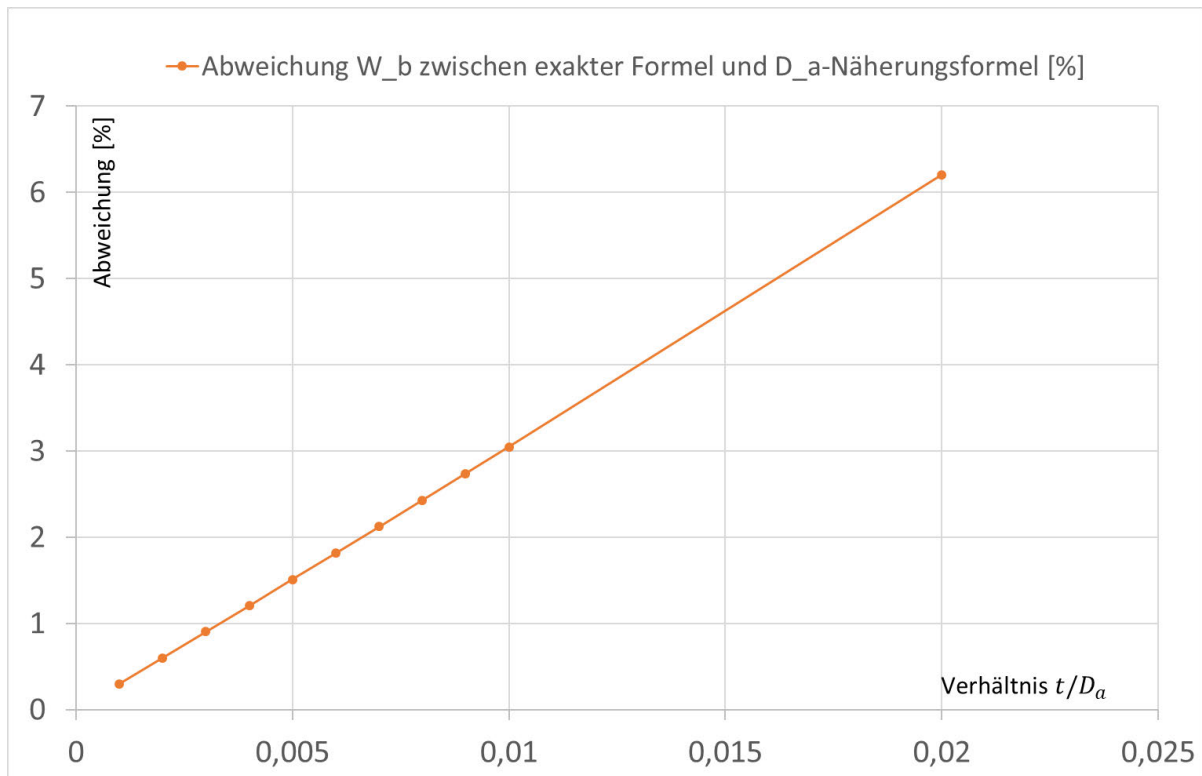
$$W_{b,exakt} = \frac{\pi * (D_a^4 - D_i^4)}{32 * D_a} \quad \text{Gl. 3-72}$$

Die Näherungsformel für den Widerstandsmoment bei einem dünnwandigen Kreisringquerschnitt ist nach *Gl. 3-53*

$$W_{b,näherung} \approx \frac{\pi}{4} * D_a^2 * t \quad \text{Gl. 3-73}$$

Die Abweichungen der Näherungsformel *Gl. 3-73* gegenüber der exakten Formel *Gl. 3-72* werden im Diagramm visualisiert Abb. 3-10, wobei die x-Achse das Wanddicken-Durchmesser-Verhältnis  $t/D_a$  und die y-Achse die Abweichungen kennzeichnet. Die Abweichungen werden wie folgt berechnet

$$\text{Abweichung [\%]} = \frac{W_{b,exakt} - W_{b,näherung}}{W_{b,exakt}} * 100 \quad \text{Gl. 3-74}$$



**Abb. 3-10** Abweichungen des Widerstandsmoments zwischen exakter Formel und Näherungsformel

Auf Basis dieses Diagramms wird später bei der Strukturanalyse (Kap. 5.2.6) analysiert, inwieweit diese Abweichungen tolerierbar sind.

#### Abweichung der parametrischen Zusammenhänge bei konstanter Axialspannung

Die exakte Fläche berechnet sich nach **Gl. 3-62** wie folgt

$$A_{\text{exakt}} = \pi * (r_a^2 - r_i^2) \quad \text{Gl. 3-75}$$

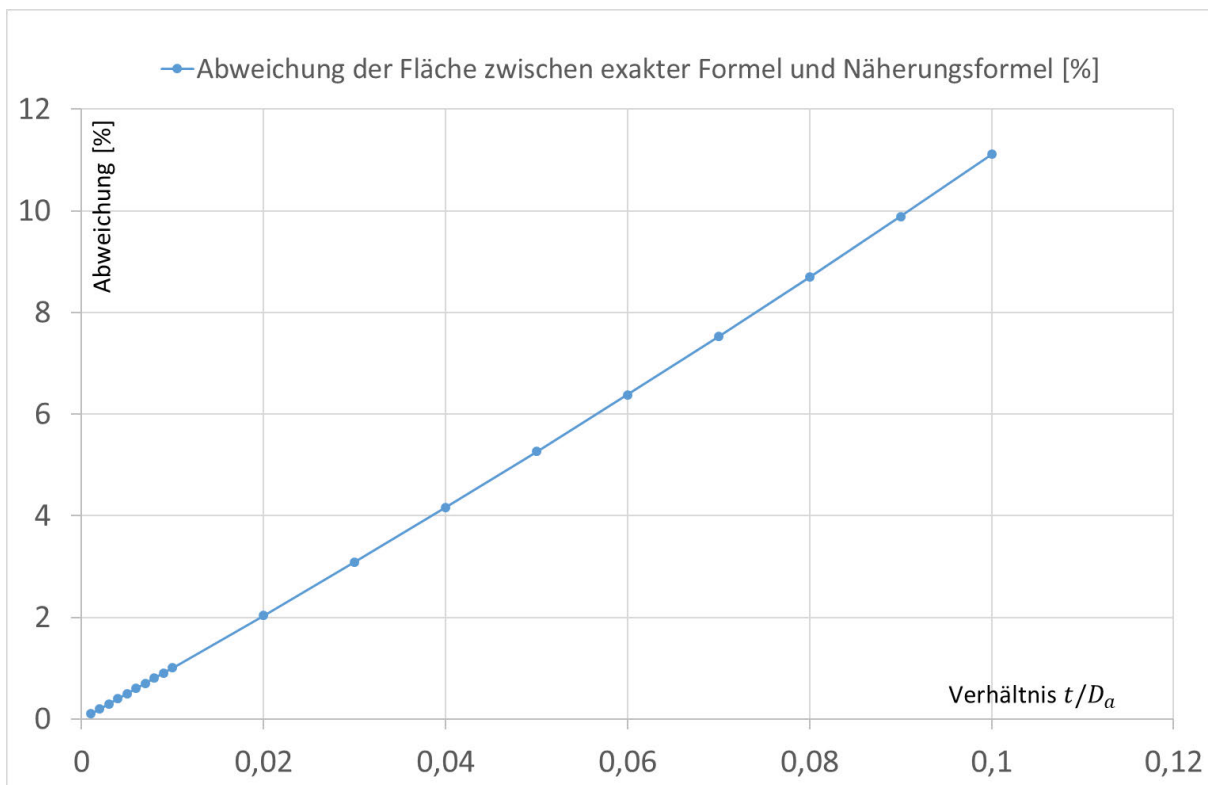
Wie in Kap. 3.2.3 hergeleitet wurde gilt zur Flächenberechnung des dünnwandigen Kreisringquerschnitts auch näherungsweise

$$A_{\text{näherung}} = \pi * D_a * t \quad \text{Gl. 3-76}$$

Wie zuvor beschrieben werden die Abweichungen in Abhängigkeit zum Wanddicken-Durchmesser-Verhältnis  $t/D_a$  im Diagramm visualisiert (Abb. 3-11), wobei die Abweichungen analog zu **Gl. 3-74** wie folgt berechnet werden

$$\text{Abweichung [\%]} = \frac{A_{\text{exakt}} - A_{\text{Näherung}}}{A_{\text{exakt}}} * 100 \% \quad \text{Gl. 3-77}$$

Die Abweichung der Näherungsformel **Gl. 3-76** gegenüber der exakten Formel **Gl. 3-75** werden im Diagramm visualisiert (Abb. 3-11).



**Abb. 3-11** Abweichungen der Fläche zwischen exakter Formel und Näherungsformel

Auch hier zeigt sich beim Strukturanalyse (Kap. 5.2.6), inwieweit die Abweichungen tolerierbar sind.



### 3.3 Auswirkungen der Querschnittsparameter auf die Masse bzw. Steifigkeit der Struktur zur überschlägigen Prognose der Biegeeigenfrequenz

Im folgenden Kapitel werden die Veränderungen der Biegesteifigkeit  $EI$  unter Einfluss der Querschnittsparameter ( $f_t$  und  $f_D$ ) anhand eines fiktiven Querschnitts und ihre Auswirkungen auf die Eigenfrequenzen näher diskutiert. Für die Träger mit konstantem Querschnitt berechnet sich die Eigenfrequenz bei einem bestimmten Eigenwert  $\lambda$  (bzw.  $\omega^2$ ) nach [16] folgendermaßen:

$$\omega = \frac{\lambda}{l^2} \sqrt{\frac{E * I}{\rho * A}} \quad \text{Gl. 3-78}$$

Dabei repräsentiert der Term  $\rho * A * l$  die Masse. Das heißt, dass die Veränderung der Eigenfrequenz, bei einer konstanten Dichte und der konstanten Länge allgemein von der Veränderung der Steifigkeit und von der Masse abhängt.

Bei parametrischen Veränderungen der Querschnittsparameter verändern sich das Flächenträgheitsmoment  $I$ , und die Fläche  $A$ . Dabei bleiben Länge  $l$ , Dichte  $\rho$  und Elastizitätsmodul  $E$  konstant. Das heißt, dass die konstanten Werte für die Analyse der Auswirkungen auf die Eigenfrequenzen bei einem bestimmten Eigenwert  $\lambda$  vernachlässigt werden können. Somit sind die Eigenfrequenzen proportional zu  $I$  und  $A$ , die sich bei Einfluss der Parameterfaktoren verändern:

$$\omega \sim \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \text{Gl. 3-79}$$

Diese Beziehung wird anhand eines Kreisquerschnitts, wie beim vorliegenden Projekt, mit fiktiven Querschnittswerten untersucht.

#### 3.3.1 Theoretische Untersuchung bei der parametrischen Beziehung $f_t = f_D^2 = f_{DEL}$

Nun werden die Auswirkungen der Querschnittsveränderungen in Hinsicht auf die Fläche, das Flächenträgheitsmoment sowie den Eigenfrequenzzuwachs bei der parametrischen Beziehung  $f_{DEL} = f_D^2 * f_t$  (Herleitung von Kap. 3.2.2) untersucht. Die folgende Abbildung zeigt links den

Kreisringquerschnitt (Referenzquerschnitt). Der Querschnitt in der Mitte der folgenden Abbildung wird mit dem Parameter Wanddickenfaktor (*Gl. 3-59*) multipliziert. Analog dazu wird der Querschnitt rechts mit dem Parameter Durchmesserfaktor, ebenfalls nach *Gl. 3-59* multipliziert. Dabei sind die Darstellungen der Querschnitte nicht maßstäblich.

Querschnittsveränderungen bei  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$

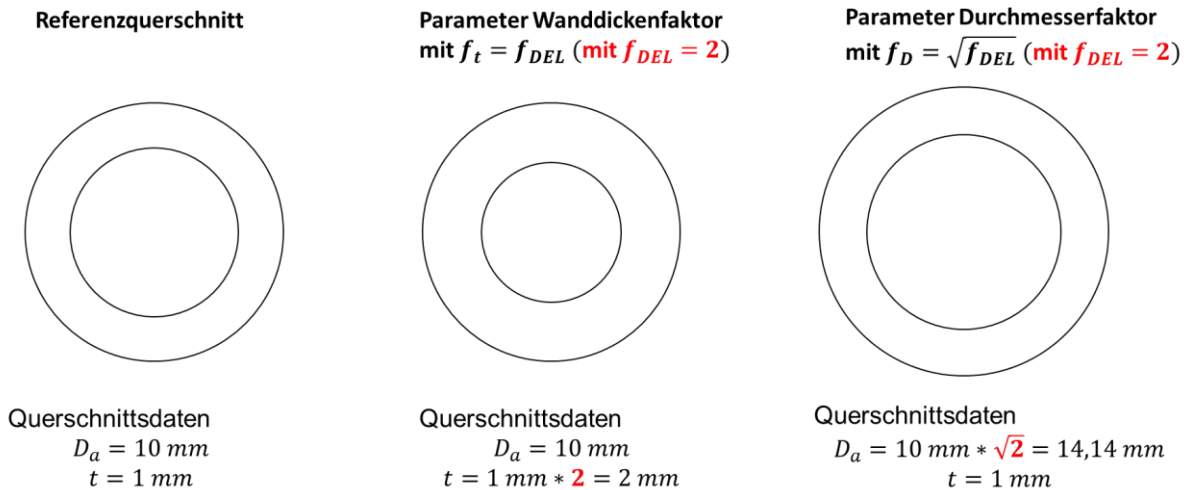


Abb. 3-12 Gegenüberstellung der Kreisquerschnittsveränderung bei  $f_t = f_D^2 = f_{DEL}$

In der folgenden Tabelle wird aus den Querschnittsdaten der vorherigen Abbildung das Flächenträgheitsmoment näherungsweise mit  $\frac{\pi}{8} * D_a^3 * t$  (nach *Gl. 3-50*) sowie die Fläche näherungsweise mit  $A = \pi * D_a * t$  (nach *Gl. 3-66*) berechnet. Durch die Berechnung des Faktors  $\sqrt{I/A}$  (*Gl. 3-75*) können die Zuwächse der Eigenfrequenzen zwischen dem Referenzmodell und zwischen den beiden Parameterfaktoren bestimmt werden.

Tabelle 3-1 Auswirkungen der Querschnittsparameter auf die Eigenfrequenz bei  $f_t = f_D^2 = f_{DEL}$

	$D_a$ [mm]	$t$ [mm]	$I$ [mm <sup>4</sup> ]	$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$\sqrt{I/A}$	Veränd.- Faktor zu Referenz
Referenz	10	1	3,93E+02	3,14E+01	3,536	1
$f_t = f_{DEL} = 2$	10	2	7,85E+02	6,28E+01	3,536	1
$f_D = \sqrt{f_{DEL}} = \sqrt{2}$	14,14	1	1,11E+03	4,44E+01	5	1,41

Die Berechnungen zeigen, dass der Flächenzuwachs und damit der Massenzuwachs bei dem Parameter Wanddickenfaktor im Vergleich zu dem Parameter Durchmesserfaktor größer ist. Bei der Steifigkeit verhält sich dies genau umgekehrt.

In Bezug auf die Biegeeigenfrequenz sind die Zuwächse von  $A$  und  $I$  bei dem Parameter Wanddickenfaktor gleich, sodass theoretisch keine Zuwächse der Eigenfrequenzen entstehen. Bei dem Parameter Durchmesserfaktor ist der Zuwachs von  $I$  größer als der Zuwachs von  $A$ , d.h. die Eigenfrequenzen steigen.

### 3.3.2 Theoretische Untersuchung bei der parametrischen Beziehung $f_t = f_D = f_{DEL}$

Analog zur vorherigen Untersuchung werden die Zuwächse der Masse, der Steifigkeit und der Eigenfrequenz bei der parametrischen Beziehung  $f_{DEL} = f_D * f_t$  (Herleitung von Kap. 3.2.3) untersucht.

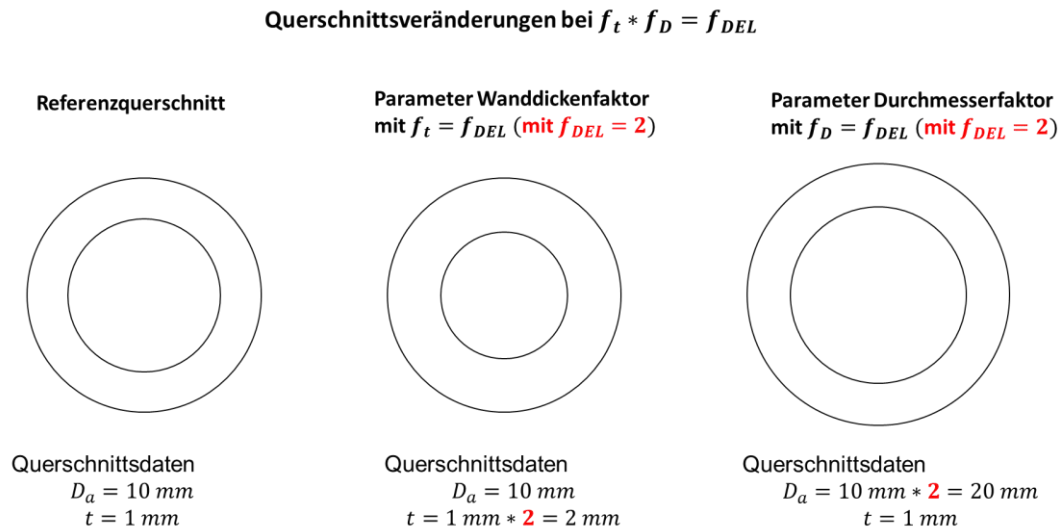


Abb. 3-13 Gegenüberstellung der Kreisquerschnittsveränderung bei  $f_t = f_D = f_{DEL}$

Aus den Querschnittsdaten folgt eine Berechnung und ein Vergleich der Fläche, des Flächenträgheitsmoments sowie der Zuwächse der Eigenfrequenzen mit den genannten Formeln aus dem vorherigen Kapitel.

Tabelle 3-2 Auswirkungen der Querschnittsparameter auf die Eigenfrequenz bei  $f_t = f_D = f_{DEL}$

	$D_a$ [mm]	$t$ [mm]	$I$ [mm <sup>4</sup> ]	$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$\sqrt{I/A}$
Referenz	10	1	3,93E+02	3,14E+01	3,536
$f_t = f_{DEL} = 2$	10	2	7,85E+02	6,28E+01	3,536
$f_D = f_{DEL} = 2$	20	1	3,14E+03	6,28E+01	7,071

Bei dem Parameter Wanddickenfaktor haben sich gegenüber der Tabelle 3-1 die Ergebnisse nicht verändert. Dies liegt daran, dass die parametrischen Beziehungen  $f_{DEL} = f_t$  gleich sind.

Durch die gegebene parametrische Beziehung ist der Durchmesserfaktor im Vergleich zur vorherigen Analyse größer, da die Wurzel wegfällt ( $f_{DEL} = f_D$ ). Dadurch gibt es mehr Steifigkeitszuwachs. Zwar wird die Fläche größer, da aber die Steifigkeitszuwächse viel größer sind, wird die Eigenfrequenz bei dem Parameter Durchmesserfaktor auch vergleichsweise größer. Bei der parametrischen Beziehung  $f_{DEL} = f_D * f_t$  sind die Massenzuwächse sowohl bei dem Parameter Wanddickenfaktor als auch bei dem Parameter Durchmesserfaktor gleich.

### 3.4 Theoretische Grundlagen für die Modifikation der Kopfweiten- und Fußweitenfaktor bei Jacket

Zur Umsetzung der Kopf- und Fußweitenmodifikation des Jackets werden in diesem Kapitel nötige theoretische Grundlagen zur dessen Verwirklichung erläutert.

#### 3.4.1 Fußweitenmodifikation

Die folgende Abbildung Abb. 3-14 zeigt das Linienmodell des Jacket-Strukturs. Auf der linken Seite wird die Modifizierung des Jackets mit dem Fußweitenfaktor, vereinfacht mit einer Hilfslinie, visualisiert. Dies dient zur Visualisierung, tatsächlich wird die komplette Struktur durch die Fußweitenmodifikation verschoben.

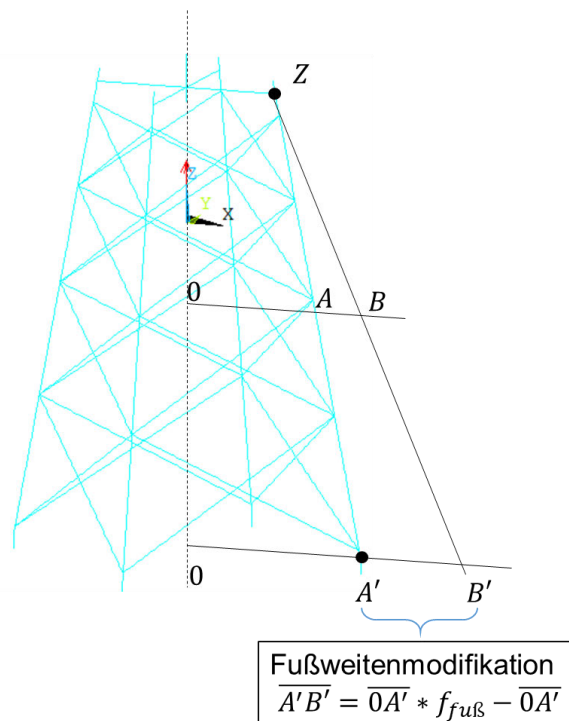


Abb. 3-14 Visualisierung der Fußweitenmodifikation mit Hilfslinien für Strahlensatz

Es ist bei Abb. 3-14 offensichtlich, dass die Auslenkung (Strecke  $\overline{AB}$ ) bei Fußweiten- bzw. Kopfweitenmodifikation nach [15] mit dem Strahlensatz berechnet werden können.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} \rightarrow \overline{AB} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} * \overline{A'B'} \quad \text{Gl. 3-80}$$

Dabei beträgt der Streckenabschnitt  $\overline{A'B'}$  bzw.  $\overline{A'B'}_{Fuß}$  durch Fußweitenfaktor  $f_{Fuß}$

$$\overline{A'B'}_{fu\beta} = \overline{OA'} * f_{fu\beta} - \overline{OA'} \quad \text{Gl. 3-81}$$

Durch bekannte Knotenkoordinaten bei Punkt  $Z, A, A'$  bei vorherigen Abbildung (Abb. 3-14) können die Strecken  $\overline{ZA}$  und  $\overline{ZA'}$ , als unbekannte Größen, dann nach [15] bzw. **Gl. 4-4** mit Satz des Pythagoras berechnet werden.

Allerdings wird beim folgenden Abbildung (Abb. 3-15) beim Fußweitenmodifikation einen pragmatische Vorgehensweise gezeigt, dass die Streckenabschnitte  $\overline{ZA}$  und  $\overline{ZA'}$ , statt der Berechnung mit dem Satz des Pythagoras, einfach durch Höhendifferenz zwischen der Koordinaten vom Punkt  $Z$  und  $A$  bzw.  $Z'$  und  $A'$  berechnet werden können. Dabei wird auch grafisch visualisiert dass die Streckenabstände bei Strecke  $\overline{A'B'}_{fu\beta}$  mit der blauen Farbe sowie bei Strecke  $\overline{AB}_{fu\beta}$  mit der grünen Farbe, identisch sind.

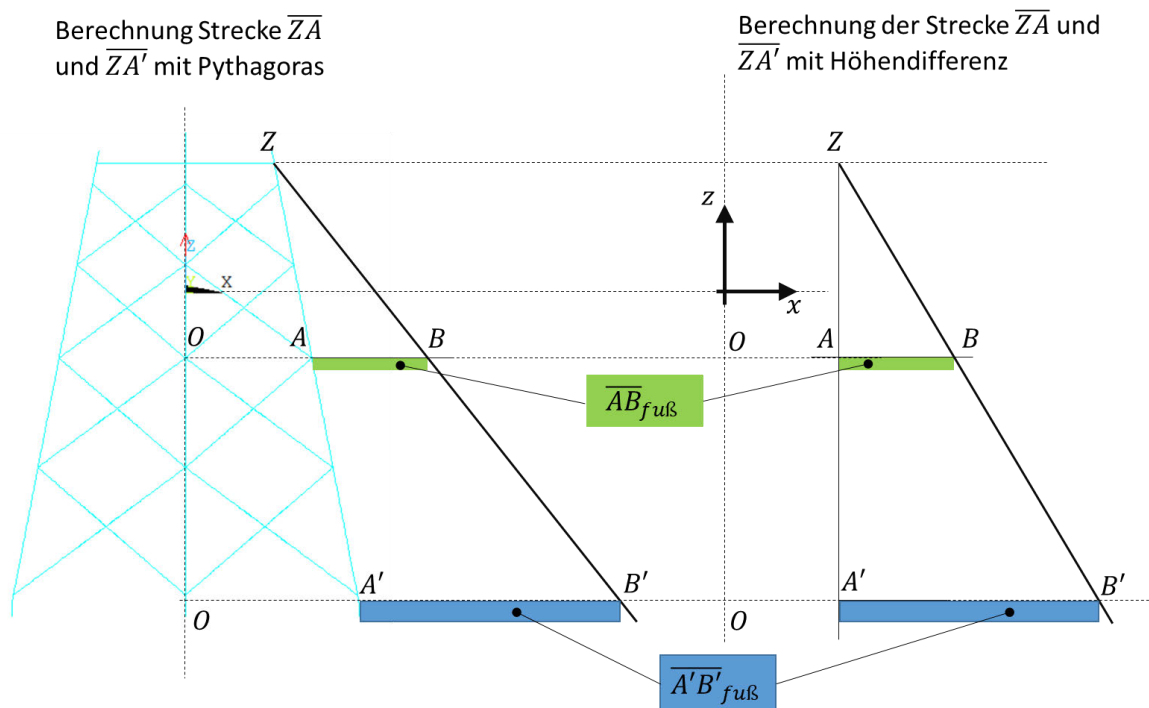


Abb. 3-15 Berechnung der Höhendifferenz bei Fußweitenfaktor

Nachdem alle Größen bekannt sind kann die höhenabhängige Auslenkungstrecke  $\overline{AB}_{fu\beta}$ , mit den maximalen Auslenkungstrecke infolge Fußweitenfaktor  $\overline{A'B'}_{fu\beta}$  (**Gl. 3-81**) sowie mit dem bekannten Streckenabschnitten  $\overline{ZA}$  und  $\overline{ZA'}$  nach **Gl. 3-80** berechnet werden.

Da die Strecke  $\overline{ZA}$ , wie im Abb. 3-15 demonstriert, von der Höhendifferenz zwischen den Knotenpunkten  $Z$  und  $A$  abhängen, beträgt die höhenabhängige Strecke  $\overline{AB}_{fu\beta}(z)$ , modifiziert nach *Gl. 3-80*, wie folgt *Gl. 3-82*

$$\overline{AB}_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{ZA}(z)}{\overline{ZA'}} * \overline{A'B'}_{fu\beta} \quad \text{Gl. 3-82}$$

Anhand des einfachen Beispiels vom Abb. 3-15 sollen alle Knoten des Jackets bei einer gleichen Höhenebene mit der gleichen höhenabhängige Auslenkungsstrecke  $\overline{AB}_{fu\beta}(z)$  verschoben werden. Das heißt dass die Auslenkungsstrecke  $\overline{AB}_{fu\beta}$  bei allen Knoten an der Höhe vom Punkt  $Z$  (Abb. 3-15) Null betragen soll und an der untersten Stelle soll der Auslenkungsstrecke  $\overline{AB}_{fu\beta}$  maximal werden, d.h.  $\overline{AB}_{fu\beta} = \overline{A'B'}_{fu\beta}$ .

Dabei sollen zur Umsetzung einen höhenabhängigen Faktor eingeführt werden, die alle Knoten innerhalb der gleichen Höhenebene mit der gleichen Faktor multipliziert, wie die folgende Abbildung (Abb. 3-16) es qualitativ visualisiert. Bei dieser Abbildung werden aus der Vogelperspektive die Auslenkungen in Abhängigkeit von der Höhe visualisiert. Dabei werden nur die Knoten vom ersten Quadrant der x-y Ebene dargestellt, aufgrund der Symmetrie gelten dies auch beim 2. bis 4. Quadrant.

qualitative Demonstration Ansicht A-A : Faktor in Abhängigkeit von Höhe

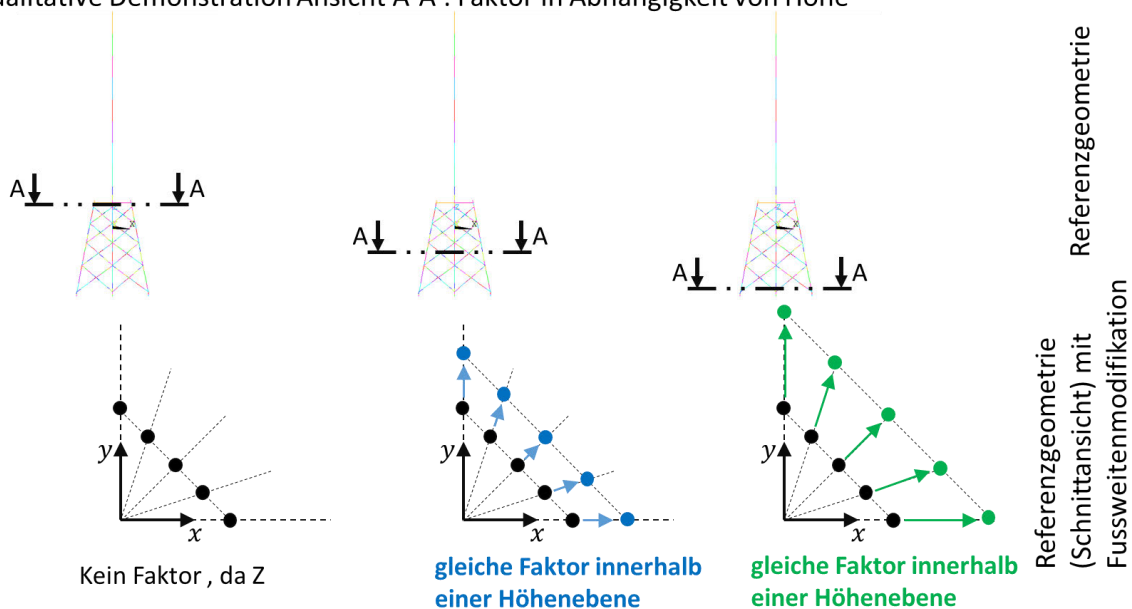
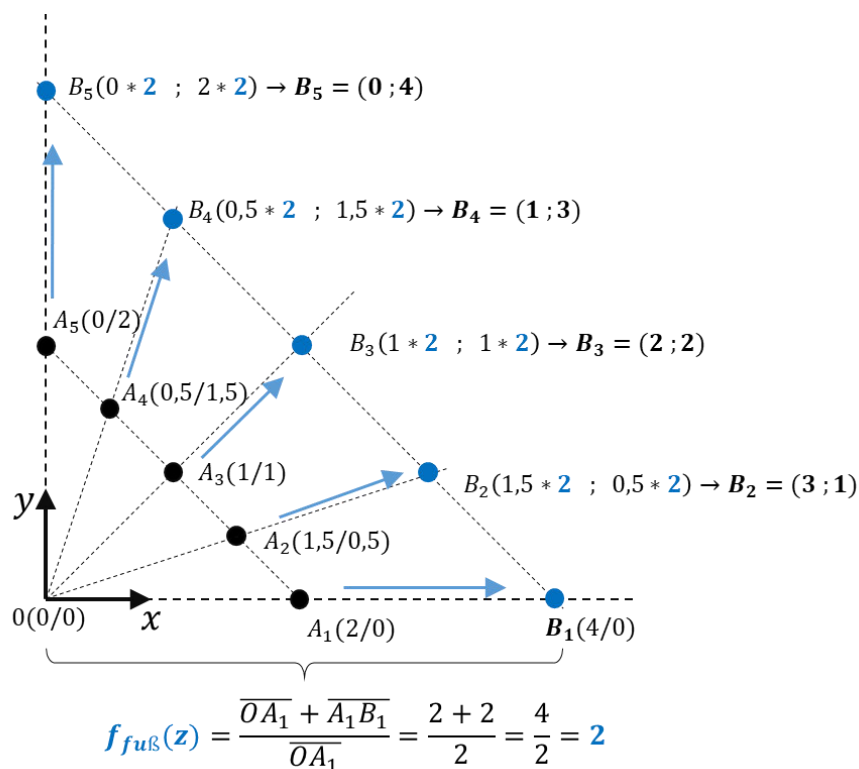


Abb. 3-16 Visualisierung der höhenabhängigen Faktor bei Fußweitenfaktor

Beim linken Seite vom Abb. 3-16 findet keine Knotenverschiebung statt, da der Wegstrecke  $\overline{AB}_{fu\beta}$ , wie zuvor erwähnt, Null betragen soll, d.h. die Faktor bei dieser Höhenebene sollte Eins

betragen. Die höhenabhängige Faktor  $f_{fu\beta}(z)$  wächst dann nach unten linear, bis sie am untersten Punkt maximal werden, d.h, die Faktor dort entspricht der Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$ . Einen mathematischen Beweis, dass die höhenabhängige Faktor überall innerhalb der x-y Ebene bei gleicher Höhe gültig ist und dass der höhenabhängige Faktor am untersten Punkt dem Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$  gelten, wird im Folgenden gezeigt.

Die folgende Abbildung Abb. 3-17 zeigt, anhand der fiktiven Koordinatenwerten, dass alle Knotenkoordinaten bei x-y- Ebene innerhalb der gleichen Höhe mit der gleichen Faktor multipliziert werden können. Dies dient zur Verständnis der entwickelten Formel, ohne auf die tatsächliche Geometrie des Jackets einzugehen.



Blau: Verschiebung der Knoten mit gleichem höhenabhängigen Faktor

Abb. 3-17 Visualisierung der Verschiebung aller Knoten mit der gleichen höhenabhängigen Faktor

Ab Beispiel des Jackets stehen die schwarzen Punkte vom Abbildung Abb. 3-17 stellvertretend für die Knoten der Referenzgeometrie, mit einem fiktiven Koordinaten.

Durch die Abstände vom Ursprung 0 zum bekannten Punkt  $A_1$ , d.h. Strecke  $\overline{0A_1}$  sowie der Strecke  $\overline{A_1B_1}$  die der Auslenkungsstrecke  $\overline{AB}_{fu\beta}$  vom Abb. 3-15 entsprechen, können letztendlich die höhenabhängigen Faktor  $f_{fu\beta}(z)$  bestimmt werden. Nachdem dies bestimmt wird, können letztendlich alle schwarze Punkte  $A_2$  bis  $A_5$  mit dem gleichen höhenabhängigen Faktor  $f_{fu\beta}(z)$  multipliziert werden. Die Abbildung zeigt, dass sowohl bei allen blauen Knoten als auch bei schwarzen Knoten auf einer Gerade stehen. Dazu sind die Geraden parallel zueinander.

Dass der Knoten  $B_3$  zwischen den Knoten  $B_1$ , und  $B_5$  auf einer Gerade liegen kann man dies anhand der Gleichung **Gl. 4-2** nach [15] mathematisch beweisen werden **Gl. 3-83**. Dabei sind die z-Werte durch die gleiche Höhenebene konstant und müssen nicht berechnet werden.

$$\begin{pmatrix} x_{B3} \\ y_{B3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{B1} \\ y_{B1} \end{pmatrix} + \lambda * \begin{pmatrix} x_{B5} - x_{B1} \\ y_{B5} - y_{B1} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3-83}$$

Da der Knoten  $B_3$  (Abb. 3-17) mittig zwischen den Knoten  $B_1$  und  $B_5$  stehen, beträgt der Längenparameter  $\lambda = 0,5$ . Einsetzen der Punkte  $B_1 = (4; 0)$  und  $B_5 = (0; 4)$  in **Gl. 3-83** ergibt

$$\begin{pmatrix} x_{B3} \\ y_{B3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,5 * \begin{pmatrix} 0 - 4 \\ 4 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3-84}$$

Damit wurde mathematisch bewiesen, dass die Punkte  $B_1, B_3$  und  $B_5$  vom Abb. 3-17, trotz Verschiebung mit Faktor  $f_{fu\beta}(z)$ , auf einer Gerade stehen. Auch durch die Tatsache, dass die Gerade vom schwarzen Punkten zum Gerade von den blauen Punkten parallel zueinander stehen, wurde auch gezeigt, dass alle Knoten auf einer Höhenebene mit dem gleichen höhenabhängigen Faktor multipliziert werden können.

Damit können die parametrisierte Knotenkoordinaten in x-Richtung ( $P_{x,neu}$ ) bzw in y-Richtung ( $P_{y,neu}$ ) innerhalb der gleichen Höhenebene  $z$  durch die Faktor zwischen den Referenzkoordinaten des Knotens in x und y-Richtung ( $P_{x,ref}$  und  $P_{y,ref}$ ) mit einem höhenabhängigen Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}(z)$  berechnet werden.

$$\begin{pmatrix} P_{x,neu} \\ P_{y,neu} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} P_{x,ref} \\ P_{y,ref} \end{pmatrix}_z * f_{kopf}(z) \quad \text{Gl. 3-85}$$

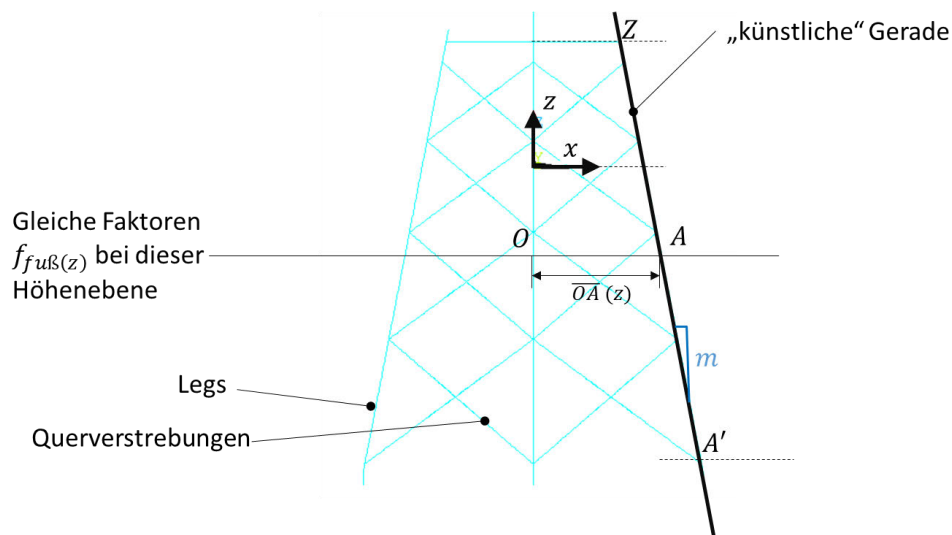
Wie zuvor im Abb. 3-17 demonstriert, wird der Fußweitenfaktor wie folgt bestimmt (**Gl. 3-86**).



$$f_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{fu\beta}(z)}{\overline{OA}(z)} \quad \text{Gl. 3-86}$$

Bei der Gleichung **Gl. 3-86** ist die Strecke  $\overline{OA}(z)$  noch unbekannt und müssen ermittelt werden. Es wurde bei Abb. 3-17 gezeigt, dass der höhenabhängiger Faktor innerhalb gleicher Höhenebene überall gleich ist. Das bedeutet dass die Strecke  $\overline{OA}(z)$  pragmatisch mithilfe der Steigung eines Jacket-Legs bestimmt werden können (Abb. 3-18).

Dabei wird in diesem Abbildung eine Höhenniveau eingezeichnet, innerhalb dieser Niveau existiert gleiche höhenabhängige Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}(z)$ .



**Abb. 3-18** Interpolation der Strecke OA des Knotens in Abhängigkeit vom Höhenniveau

Die Steigung eines Jacket- Leg auf der rechten Seite im x-z Ansicht, die zu der künstlichen Gerade identisch sind, werden aus den Koordinatenpunkten Z und A' , d.h. die Koordinaten x und z des Jacket-Legs ermittelt. Somit kann der Steigung m dann nach Abb. 3-18 wie folgt berechnet werden

$$z = m * x + b \quad \text{Gl. 3-87}$$

Nachdem der Steigung bekannt ist, kann der unbekannte Randbedingung (*b* für *bound*) durch Einsetzen einer beliebigen Koordinatenwert einer Jacket Leg bei **Gl. 3-87** bestimmt werden.

Da der höhenabhängige Strecke  $x(z)$  gesucht werden wird die Gleichung nach  $x$  umgestellt **Gl. 3-88** und weil der höhenabhängiger  $x$ - Wert mit der Strecke  $\overline{OA}(z)$  entsprechen, kann dadurch die gesuchte Strecke  $\overline{OA}(z)$  ermittelt werden.

$$x(z) = \frac{z - b}{m} = \overline{OA}(z) \quad \text{Gl. 3-88}$$

### 3.4.2 Kopfweitenmodifikation

Bei der Modifikation der Kopfweitenfaktor wird auch eine gleiche Grundidee sowie Vorgehensweise wie bei Fußweitenfaktor verfolgt. Allerdings das Zentrum des Strahlensatzes  $Z$ , im Gegensatz zu Fußweitenfaktor (Abb. 3-14) bei Kopfweitenfaktor am untersten Fußpunkt Abb. 3-19.

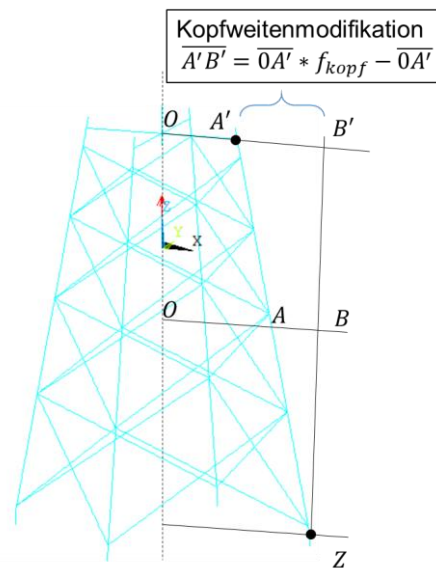


Abb. 3-19 Visualisierung der Kopfweitenmodifikation mit Hilfslinien für Strahlensatz

Analog zu **Gl. 3-82** wachsen die Streckenabstände  $\overline{AB}_{kopf}(z)$  dann linear,

$$\overline{AB}_{kopf}(z) = \frac{\overline{ZA}(z)}{\overline{ZA'}} * \overline{A'B'}_{kopf} \quad \text{Gl. 3-89}$$

bis sie am obersten Punkt, d.h. bei Kopf des Jackets, die maximale Strecke  $\overline{A'B'}$  erreichen. Analog zu **Gl. 3-81** beträgt die maximale Strecke  $\overline{A'B'}_{kopf}$  wie folgt

$$\overline{A'B'}_{kopf} = \overline{OA'} * f_{kopf} - \overline{OA'}. \quad \text{Gl. 3-90}$$

Wie beim vorherigen Kapitel bei Abb. 3-16 und Abb. 3-17 wird werden auch die höhenabhängige Faktor bei Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}(z)$  ermittelt.

$$f_{kopf}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{kopf}(z)}{\overline{OA}(z)} \quad \text{Gl. 3-91}$$

Damit können die parametrisierte Koordinaten  $P_{x,neu}$  und  $P_{y,neu}$  innerhalb gleicher Höhenebene  $z$ , analog zu Kap. 3.4.1, wie folgt berechnet werden

$$\begin{pmatrix} P_{x,neu} \\ P_{y,neu} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} P_{x,ref} \\ P_{y,ref} \end{pmatrix}_z * f_{kopf}(z) \quad \text{Gl. 3-92}$$

Die Berechnung der Strecke  $\overline{OA}(z)$  erfolgt nach gleicher Vorgehensweise wie bei Fußweitenfaktor, näheres erläutert das vorherige Kapitel 3.4.1 bei Abb. 3-18.

Die Prüfung der Gültigkeit der Gleichungen sind im Anhang B zu finden.

### 3.4.3 Kombination aus Fußweiten- und Kopfweitenmodifikation bei Jacket

In den vorherigen Kapiteln wurden die Strahlensätze für die Fuß und Kopfweitenfaktor hergeleitet. Im vorliegenden Projekt soll es auch ermöglicht werden dass die Fuß und Kopfweitenfaktor miteinander kombiniert werden sollen, wie die folgende Abbildung Abb. 3-20 bei  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  es veranschaulicht.

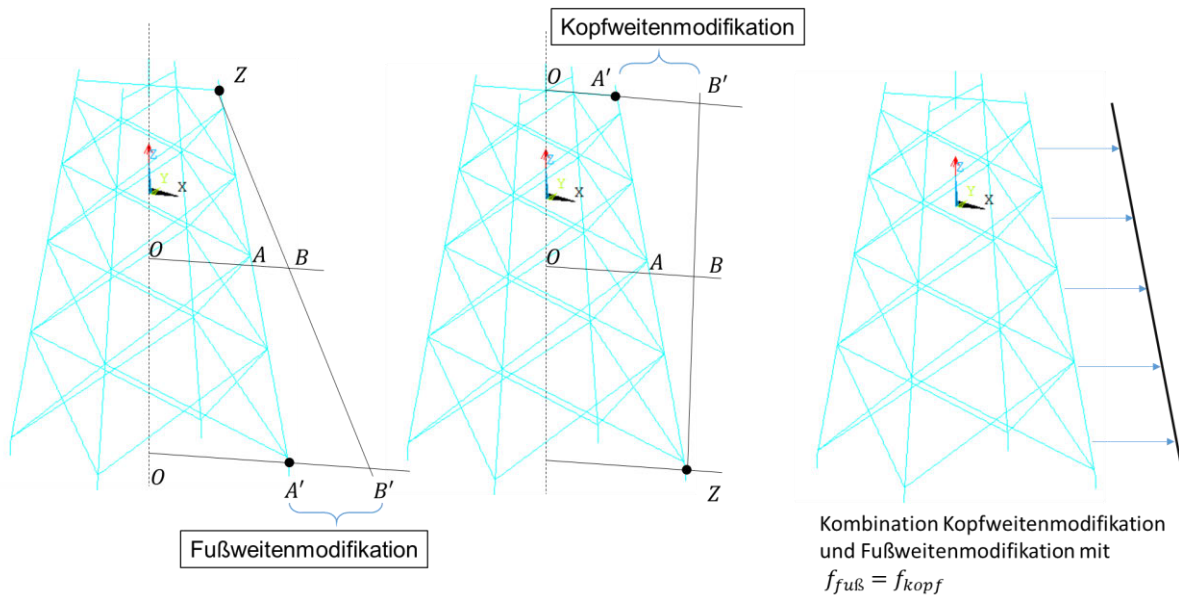


Abb. 3-20 Visualisierung beim Kombination zwischen Fußweiten und Kopfweitenfaktor

Der Vorteil liegt auch darin, dass durch die Kombination nur eine Formel benötigt werden, die für drei Szenarien

1. nur Fußweitenfaktor
2. nur Kopfweitenfaktor
3. Kombination aus Fuß und Kopfweitenfaktor

geeignet sind. Der höhenabhängige Gesamtfaktor berechnet sich nach **Gl. 3-93** aus der Kombination zwischen der Fußweiten und Kopfweitenfaktor

$$f_{ges}(z) = f_{fu\beta}(z) + f_{kopf}(z) \quad \text{Gl. 3-93}$$

Einsetzen der höhenabhängigen Gesamtfaktor  $f_{fu\beta}(z)$  aus **Gl. 3-86** sowie  $f_{kopf}(z)$  aus **Gl. 3-91** ergeben wie folgt

$$f_{ges}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{fuß}(z)}{\overline{OA}(z)} + \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{kopf}(z)}{\overline{OA}(z)} \quad \text{Gl. 3-94}$$

Durch die gleiche Nenner kann **Gl. 3-94** entsprechend zusammengefasst werden, sodass **Gl. 3-95** wie folgt ergibt.

$$f_{ges}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{fuß}(z) + \overline{AB}_{kopf}(z)}{\overline{OA}(z)} \quad \text{Gl. 3-95}$$

Wie zuvor in den Kapiteln 3.4.1 und 3.4.2 beschrieben wird die parametrisierte Koordinaten innerhalb der gleichen Höhenebene  $z$  wie folgt berechnet

$$\begin{pmatrix} P_{x,neu} \\ P_{y,neu} \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} P_{x,ref} \\ P_{y,ref} \end{pmatrix}_z * f_{ges}(z) \quad \text{Gl. 3-96}$$

Nun wird die Gültigkeit der Gleichung **Gl. 3-95** nach den drei Szenarien geprüft.

#### Szenario 1 – nur Fußweitenfaktor

Bei dieser Szenario beträgt der Kopfweitenfaktor  $f_{kopf} = 1$ . Einsetzen in **Gl. 3-90** ergibt für  $\overline{A'B'}_{kopf}$ .

$$\overline{A'B'}_{kopf} = \overline{OA'} * f_{kopf} - \overline{OA'} = \overline{OA'} * 1 - \overline{OA'} = 0 \quad \text{Gl. 3-97}$$

Da  $\overline{A'B'}_{kopf}$  bei **Gl. 3-97** Null beträgt ist die Strecke  $\overline{AB}_{kopf}(z)$  nach **Gl. 3-89** auch Null

$$\overline{AB}_{kopf}(z) = \frac{\overline{ZA}(z)}{\overline{ZA'}} * \overline{A'B'}_{kopf} = \frac{\overline{ZA}(z)}{\overline{ZA'}} * 0 \rightarrow \overline{AB}_{kopf}(z) = 0 \quad \text{Gl. 3-98}$$

Da  $\overline{AB}_{kopf}(z) = 0$  ist entspricht der höhenabhängige Gesamtfaktor  $f_{ges}(z)$  (vgl. **Gl. 3-95**) dem Fußweitenfaktor  $f_{fuß}(z)$  (vgl. **Gl. 3-86**).

$$f_{ges}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{fu\beta}(z) + 0}{\overline{OA}(z)} = f_{fu\beta}(z) \quad \text{Gl. 3-99}$$

Die Gültigkeit der höhenabhängige Fußweitenfaktor wurde bei den Gleichungen bereits bewiesen (s. Anhang B).

### Szenario 2 – nur Kopfweitenfaktor

Bei dieser Szenario beträgt der Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta} = 1$ . Einsetzen in **Gl. 3-81** ergibt für  $\overline{A'B'}_{fu\beta} = 0$

$$\overline{A'B'}_{fu\beta} = \overline{OA'} * f_{fu\beta} - \overline{OA'} = 0 \quad \text{Gl. 3-100}$$

Dadurch ergibt die Strecke  $\overline{AB}_{fu\beta}(z)$  (**Gl. 3-82**) wie folgt

$$\overline{AB}_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{ZA}(z)}{\overline{ZA'}} * \overline{A'B'}_{fu\beta} = 0 \quad \text{Gl. 3-101}$$

Somit entspricht der höhenabhängige Gesamtfaktor dem Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}(z)$  (**Gl. 3-91**).

$$f_{ges}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + 0 + \overline{AB}_{kopf}(z)}{\overline{OA}(z)} = f_{kopf}(z) \quad \text{Gl. 3-102}$$

Bei den Gleichungen im Anhang (**Gl. 0-8** bis **Gl. 0-10**) wurde die Gültigkeit der höhenabhängigen Kopfweitenfaktor anhand zweier Extrempunkte bereits mathematisch bewiesen.

### Szenario 3 – Fußweitenfaktor und Kopfweitenfaktor

In den Szenarien 1 und 2 wurde im Anhang B gezeigt, dass die Gleichung der höhenabhängigen Fuß und Kopfweitenfaktoren **Gl. 3-94** bzw. **Gl. 3-95** in den unteren und oberen Extrempunkten gültig ist. Daraus folgt dass die Überlagerung zwischen  $f_{fu\beta}(z)$  und  $f_{kopf}(z)$  zum Resultierende der höhenabhängigen Faktor  $f_{ges}(z)$  auch gültig ist.

Das folgende Abbildung Abb. 3-21 veranschaulicht dies mit drei Fällen und jeweils kennzeichnen drei verschiedene Linienfarben die Verläufe der höhenabhängigen Faktoren. Die grüne Linien repräsentiert  $f_{fu\beta}(z)$ , die blaue Linie repräsentiert  $f_{kopf}(z)$  und die schwarze Linie  $f_{ges}(z)$  kennzeichnen jeweils die Überlagerung zwischen der grünen und blauen Linie.

Die rechte Seite vom Abbildung zeigt den Fall  $f_{fu\beta}(z) = f_{kopf}(z)$ . In der Mitte vom Abbildung ist die Kopfweitenfaktor um die Hälfte kleiner als der Fußweitenfaktor und bei der rechten Abbildung ist dies umgekehrt.

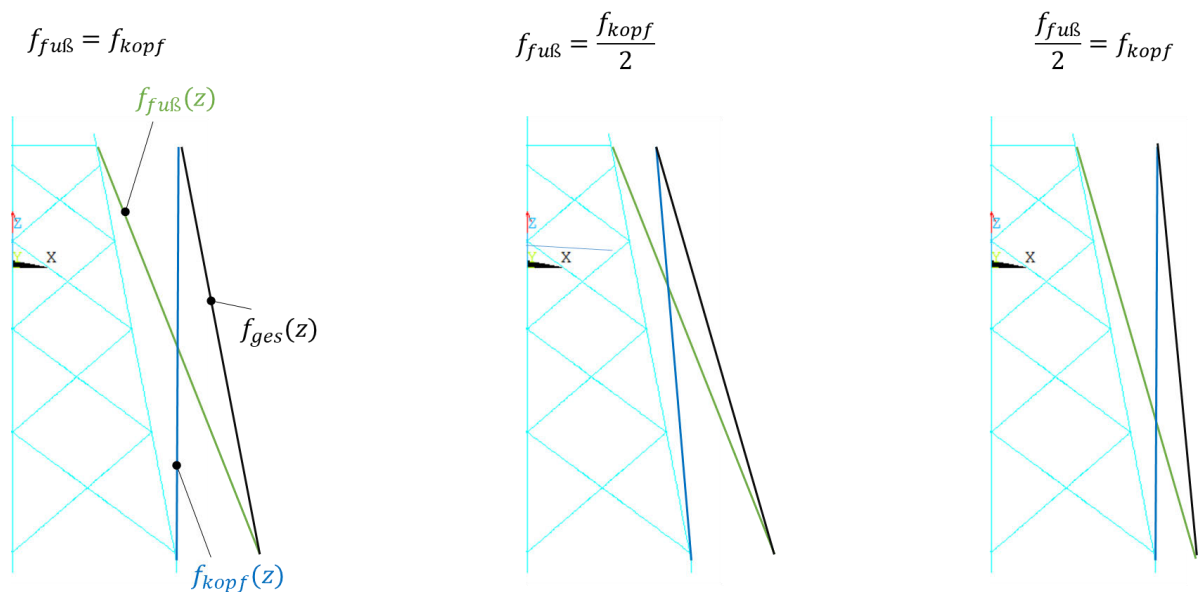


Abb. 3-21 Überlagerung der Fuß und Kopfweitenfaktor

Anhand der Abbildung kann man durch die drei unterschiedlichen Fällen gut erkennen wie die Verlauf der Resultierende  $f_{ges}(z)$  in Abhängigkeit vom  $f_{kopf}(z)$  und  $f_{fu\beta}(z)$  verhält. Ist die Faktoren  $f_{kopf}(z)$  gleich der  $f_{fu\beta}(z)$  so werden alle Knoten des Strukturs parallel nach außen verschoben.

Im Anhang B wird eine erneute Gültigkeitsprüfung der Kombination aus Fußweitenfaktor und Kopfweitenfaktor durchgeführt.



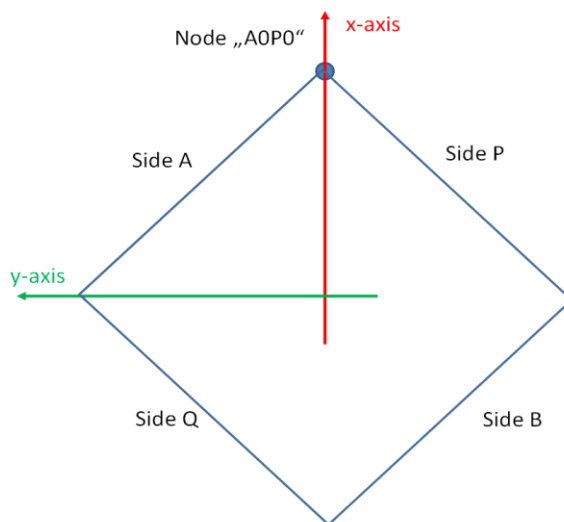


## 4 Geometrie der Turm-Jacket Struktur

### 4.1 Geometrieinformationen aus den Excel-Rohdaten

Die Excel- Rohdaten beinhalten alle relevanten Geometrieinformationen für die Jacket-Modellierung. Der Jacket ist fachwerkartig aufgebaut und hat vier Seiten (*Sides*) vgl. Abb. 4-1. Die Abb. 4-1, zeigt rechts rechts den Aufbau des Jackets bei *Side A*. Bei den restlichen Seiten/*Sides* ist der Aufbau des Jackets identisch zu *Side A*.

Benennung der Seiten eines Jackets aus der Vogelperspektive



Aufbau des Jackets (Side A)

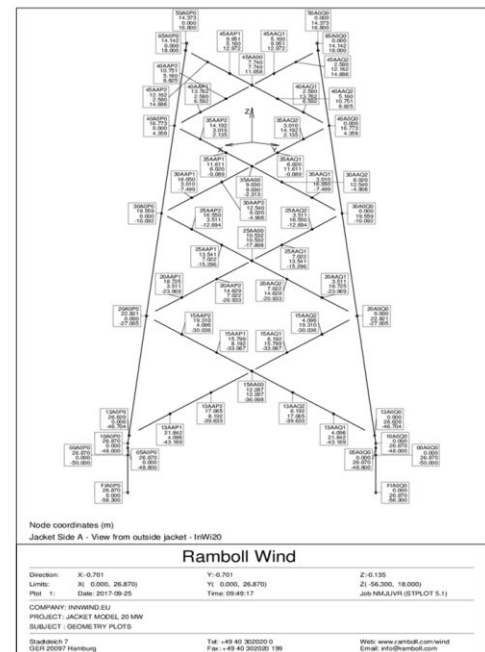


Abb. 4-1 Aufbau des Jackets

Da die Jacket- Strukturen fachwerkartig aufgebaut wurden, sollen sie mit FEM-Balkenelementen modelliert werden [13].

In diesem Kapitel wird näher auf die einzelnen Geometrieinformationen eingegangen und es wird auch die Umsetzung für das FEM-Berechnungsprogramm Ansys Parametric Design Language (APDL) beschrieben. Zunächst werden nach einer Kurzeinführung des Jackets in Kap. 4.1.1 die Aufgaben / Funktionen der Konstruktionselemente in den Kapiteln 4.1.2 bis 4.1.8 beschrieben, bevor in Kapitel 4.2 die Interaktion der Konstruktionselemente miteinander beschrieben wird.

### 4.1.1 Allgemeine Begriffe

Im Folgenden werden einzelne Jacketabschnitte, die relevant für die vorliegende Arbeit sind, markiert und mit Begriffen versehen (Abb. 4-2). Der Jacket besteht aus vier Ansichten / Seiten, die folgende Abbildung zeigt den Jacket nur aus einer Ansicht (*Side A*).

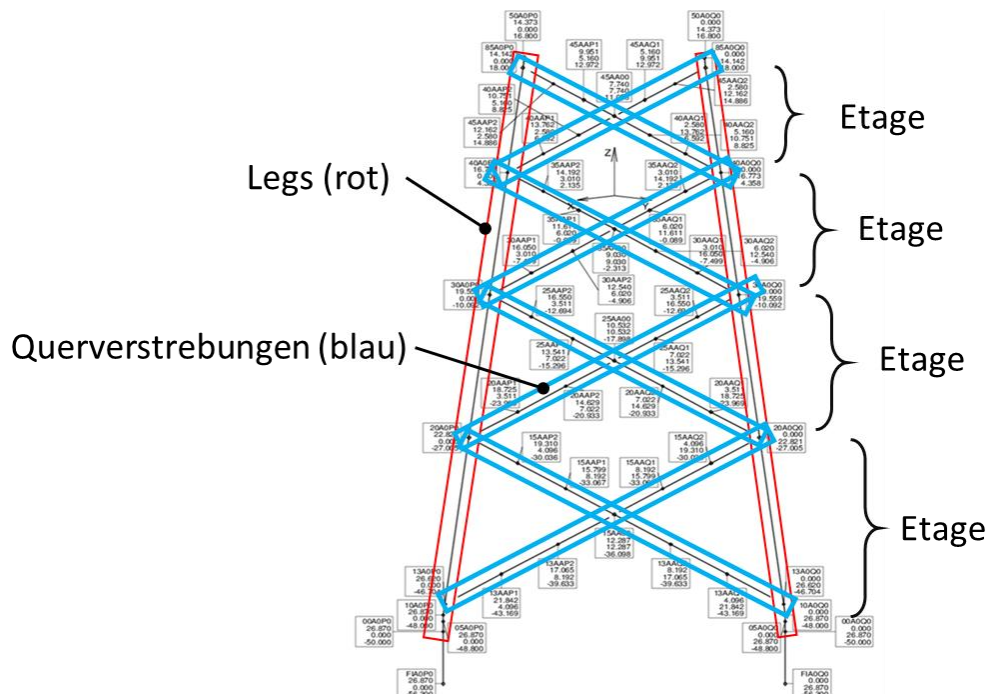


Abb. 4-2 Benennung der Komponenten der Jacket-Struktur

Die schwarzen Punkte in (Abb. 4-2) sind die Konstruktionspunkte, diese werden in der APDL-Notation auch *Keypoints* bzw. *nodes* genannt. Im folgenden Kapitel 4.1.2 wird näher auf sie eingegangen.

Die Linienverbindungen zwischen den Konstruktionspunkten (bzw. *nodes*) werden projektseitig auch als *member* bezeichnet. Die *member* enthalten zunächst keine Querschnittsinformationen, diese kommen erst durch die Zuweisung der Querschnittsdaten zustande (vgl. Kap. 4.1.8).

### 4.1.2 Nodes in der Ramboll - Notation

Die Benennung der *nodes* in der Ramboll-Notation beinhaltet Zahlen- und Buchstabenkombinationen, wie der folgende Bildausschnitt (Abb. 4-3) von *Side A* beispielhaft zeigt.

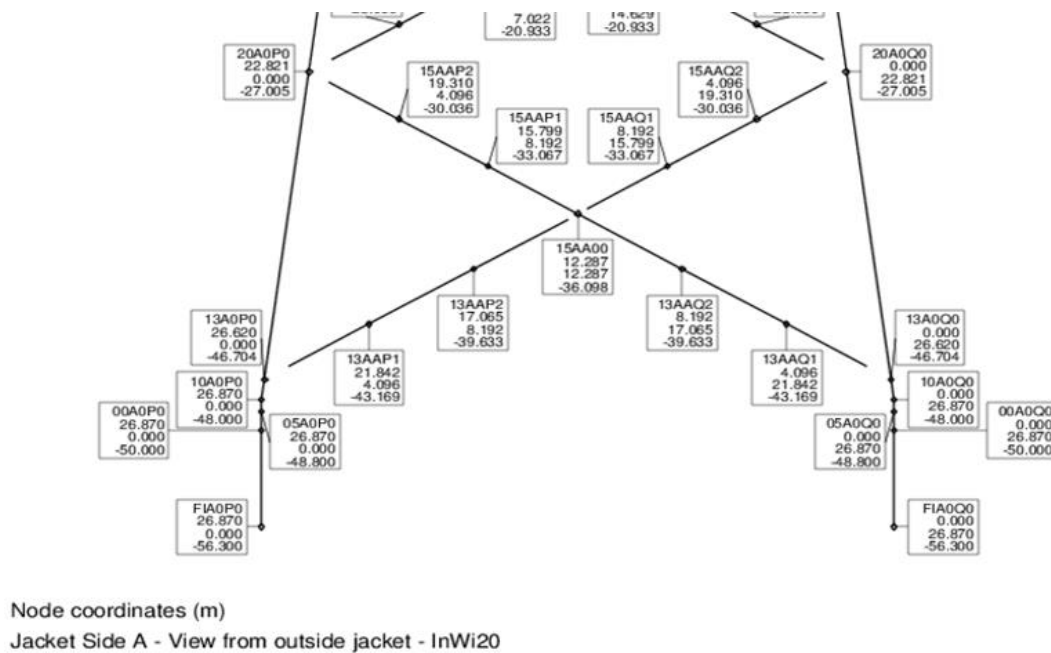


Abb. 4-3 Knotenbenennungen in der Ramboll Notation

In den Excel- Rohdaten sind alle Knotenkoordinaten hinterlegt.

#### 4.1.3 Nodes in der X-Rotor Notation

Die Ramboll-Notation aller *nodes*, einschließlich der berechneten Zwischenknoten im vorherigen Kapitel, besteht aus Zahlen- und Buchstabenkombinationen. Im FEM-Programm APDL allerdings können die Nodes, bzw. *Keypoints* (KP) nur als Zahlenwerte nummeriert werden. Aus diesem Grund werden alle Knoten der Ramboll Notationen auch in der X-Rotor Notation entsprechend mit Nummern manuell durchnummeriert. Die folgende Tabelle 4-1 zeigt auszugsweise die *nodes* bei der Querverstrebung der 1. Etage von *Side A*.

Tabelle 4-1 X-Rotor Knotenummerierung

X-Rotor node name	ramboll node name
85	ZWQ1
86	13AAP1
87	13AAP2
88	ZWQ2
89	15AA00
90	ZWQ3
91	15AAQ1
92	15AAQ2
93	ZWQ4

Die Benennung zusätzlicher Zwischenknoten bei den Querverstrebungen wird mit ZWQ abgekürzt. Näheres wird in Kapitel 4.1.5 aufgeführt.

#### 4.1.4 member Ramboll

Die folgende Tabelle 4-2 zeigt die Namen der *members* (*Beam name*) von den Excel- Rohdaten sowie auszugsweise deren Knotenverknüpfungen von den Querverstrebungen im Bereich der 1. Etage von *Side A* (vgl. Abb. 4-3). Ein *member* besteht immer aus zwei Knotenverknüpfungen (*node i* und *node j*). Des Weiteren finden sich in der Tabelle u.a. Querschnittsinformationen (*Geom. propt name*), Materialinformationen (*Material name*), sowie die Länge des members (*Subelem length*). Die detaillierten Querschnittsinformationen (*Geom. propt name*) sind in den Excel- Rohdaten hinterlegt, diese werden in Kapitel 4.1.8 näher beschrieben.

Tabelle 4-2 member Ramboll in den Excel -Rohdaten

Beam name	node i name	node j name	material name	Geom. propt name	Subelement length [m]
15A1V	15AA00	15AAQ1	355	XAVEP3	1
			355	XAVEP4	5,188
15A2V	15AAQ1	15AAQ2	355	XAVEP4	6,188
15ALV	15AAQ2	20A0Q0	355	XAVEP4	2,688
			355	XAVEP5	3,5
13ALV	13A0P0	13AAP1	355	XAVEP1	4,5
			355	XAVEP2	2,718
13A1V	13AAP1	13AAP2	355	XAVEP2	7,218
13A2V	13AAP2	15AA00	355	XAVEP2	6,218
			355	XAVEP3	1
13ALT	13A0Q0	13AAQ1	355	XATEP1	4,5
			355	XATEP2	2,718

Die Übergangsstellen zwischen den Querschnitten bei der Ramboll Notation werden durch die definiterten Längen beschrieben. Diese Längen werden in der Spalte *Subelem length* angegeben. Ein Beispiel dafür ist, dass das *member* 15A1V aus Tabelle 4-2 aus zwei Querschnittsinformationen und zwei Längenangaben besteht. Daraus folgt, dass das *member* 15A1V aus zwei *members* bestehen sollte.

Zur Realisierung der Modellierung für das FEM Programm Ansys APDL mechanical (Kapitel 0) werden (*node i* und *node j*) aus der vorhergehenden Tabelle 4-2 um weitere Zwischenknoten erweitert (Tabelle 4-3) und die Balkenbenennung modifiziert (*beam name modified*)

Tabelle 4-3 member Ramboll mit Zwischenknoten

Beam name	node i name	node j name	Beam name modified	material name	geom propt name	Subelement length [m]
15A1V	15AA00	ZWQ3	15A1V_1	355	XAVEP3	1
	ZWQ3	15AAQ1	15A1V_2	355	XAVEP4	5,188
15A2V	15AAQ1	15AAQ2	15A2V	355	XAVEP4	6,188
15ALV	15AAQ2	ZWQ4	15ALV_1	355	XAVEP4	2,688
	ZWQ4	20A0Q0	15ALV_2	355	XAVEP5	3,5
13ALV	13A0P0	ZWQ1	13ALV_1	355	XAVEP1	4,5
	ZWQ1	13AAP1	13ALV_2	355	XAVEP2	2,718
13A1V	13AAP1	13AAP2	13A1V	355	XAVEP2	7,218
13A2V	13AAP2	ZWQ2	13A2V_1	355	XAVEP2	6,218
	ZWQ2	15AA00	13A2V_2	355	XAVEP3	1
13ALT	13A0Q0	ZWQ5	13ALT_1	355	XATEP1	4,5
	ZWQ5	13AAQ1	13ALT_2	355	XATEP2	2,718

Genauere Ausführungen zum Hinzufügen der Zwischenknoten erfolgen im nächsten Kapitel.

#### 4.1.5 Zwischenknoten X-Rotor

Die Übergangsstellen zwischen unterschiedlichen Geometrieigenschaften werden, wie im letzten Kapitel beschrieben, bei der Ramboll-Notation mit einer definierten Länge (Tabelle 4-2, *Subelem length*) festgelegt. Die Abb. 4-4 zeigt in den blau markierten Bereichen jeweils eine Übergangsstelle bei Querverstrebenungen, d.h. dort gibt es zwei *member*. Die orangefarbene Bereiche zeigen pro *Leg* innerhalb einer Etage drei Übergangsstellen, welche vier *member* enthalten.

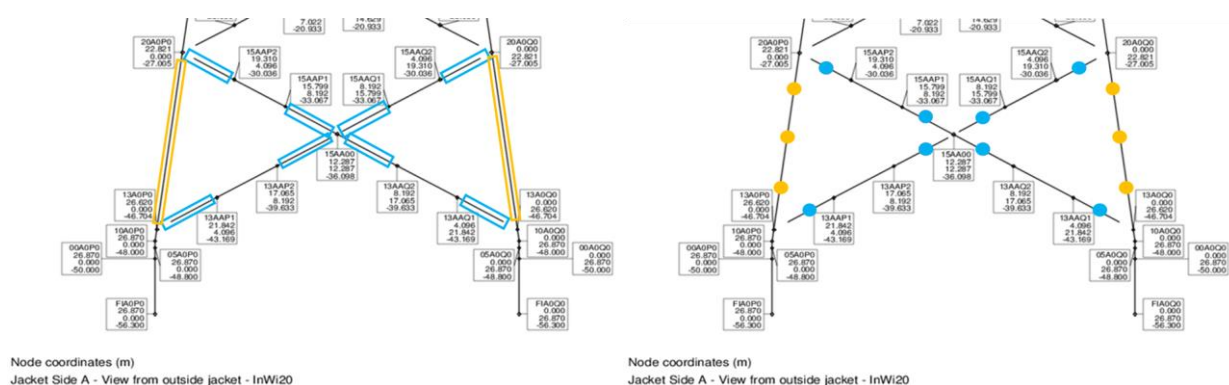


Abb. 4-4 zusätzliche Zwischenknoten für nodes X-Rotor

Zur Realisierung der Modellierung mit dem FEM Programm Ansys APDL mechanical sollen an diesen Übergangsstellen jedoch die Zwischenknoten hinzugefügt werden, welche durch die blauen und orangenen Punkte in Abb. 4-4 rechts dargestellt werden.

Nach Analyse der Excel-Rohdaten sollen, so wie bei Abb. 4-4 rechts, an allen Etagen sowie an allen Ansichten (*Sides* B, Q, P) bei den Querverstreibungen jeweils acht Zwischenknoten und pro Leg-Abschnitt jeweils drei Zwischenknoten hinzugefügt werden.

Die zusätzlichen Zwischenknoten werden wie folgt benannt:

- ZWQ(i): Zwischenknoten der Querverstreibungen mit entsprechenden Indizes i, d.h. ZWQ1, ZWQ2..., ZWQn
- ZW(i): Zwischenknoten für die Legs mit entsprechenden Indizes i, d.h. ZW1, ..., ZWn

#### 4.1.6 Gleichungen zur Berechnung der Zwischenknoten

Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, sollen in der vorliegenden Arbeit zusätzliche Zwischenknoten hinzugefügt werden. Dieses Kapitel zeigt die nötigen Gleichungen zur Berechnung eines Zwischenknotens zwischen zwei bekannten Knoten mithilfe der Vektorrechnung. Des Weiteren wird in diesem Kapitel auch die nötige Formel zur Transformation der Zwischenknoten zu den anderen Jacket-Seiten (*Sides*) mit der Transformationsmatrix gezeigt.

Die folgende Abbildung Abb. 4-5 zeigt zwei Knoten mit bekannten Knotenkoordinaten  $P_1, P_2$  (schwarze Punkte) und die Knotenkoordinaten vom neu errechneten Knoten  $P_{neu}$  (blauer Punkt) sowie deren zugehörige Ortsvektoren  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_{neu}$  in Bezug zu ihrem Ursprung 0.

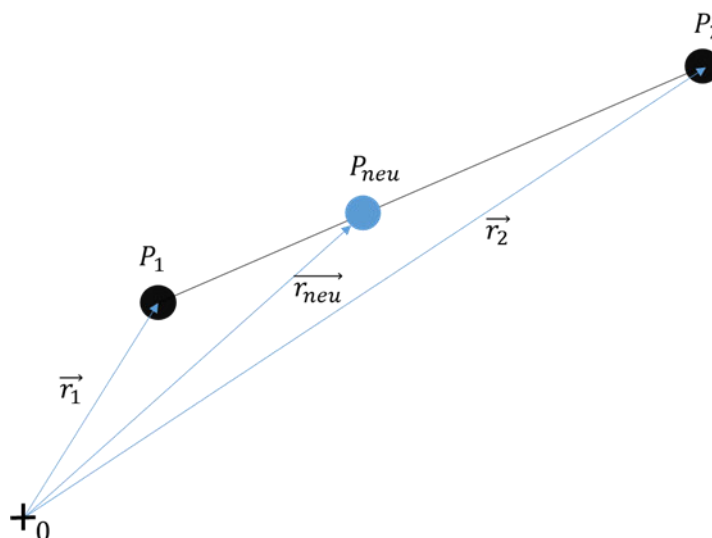


Abb. 4-5 Berechnung der Zwischenknoten, eigene Darstellung nach [15]

Mit einer bekannten Länge des Streckenabschnitts  $|P_1P_{neu}|$  lassen sich die fehlenden Zwischenknoten mit der folgenden Gleichung vektoriell berechnen [15].

$$\vec{r}_{neu}(\lambda) = \vec{r}_1 + \lambda * (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad \text{Gl. 4-1}$$

Die Vektoren  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  sind die Ortsvektoren von Punkt 1 bzw. Punkt 2, d.h. die Ortsvektoren zweier bekannter Knoten (nodes) und  $\vec{r}_{neu}$  ist der Ortsvektor des neu errechneten Zwischenknoten. Der Formelbuchstabe  $\lambda$  steht für die Längenparameter, ein Längenparameter von 0,5 steht beispielsweise genau zwischen den beiden Ortsvektoren  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  auf einer Geraden. Alle nodes haben dreidimensionale Geometrieinformationen, sodass bei vorherigen Gleichung gilt:

$$\begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \lambda * \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 4-2}$$

Mit den Informationen über die Länge des members  $|P_1P_{neu}|$  kann der Längenparameter  $\lambda$  dann wie folgt berechnet werden:

$$\lambda = \frac{|P_1P_{neu}|}{|P_1P_2|} \quad \text{Gl. 4-3}$$

Die Gesamtlänge  $|P_1P_2|$  kann entweder aus den Längen der einzelnen member kumuliert werden oder die Länge des Vektors (Betrag des Vektors) kann durch die bekannten Knotenkoordinaten  $P_1$  und  $P_2$  nach [15] berechnet werden:

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad \text{Gl. 4-4}$$

Basierend auf den Gleichungen *Gl. 4-2*, *Gl. 4-3*, *Gl. 4-4* können alle fehlenden Zwischenknoten berechnet werden.

Falls der Knotenaufbau des Jackets bei allen Sides identisch ist (Erklärung zu Sides vgl. Kap. 4.1), ist es pragmatischer, alle Knoten zunächst auf einer Side zu berechnen, um dann anschließend die fehlenden Zwischenknoten für die restlichen Sides mit der Transformationsmatrix zu transformieren. Dies wird im Folgenden kurz erläutert.

Bei unveränderten z-Werten (Höhenangaben) der Zwischenknoten werden nur die x- und y-Komponenten der neu errechneten Zwischenknoten in Abhängigkeit vom Drehungswinkel  $\theta$  um die z- Achse nach [23] transformiert.

$$\begin{pmatrix} x_{neu}' \\ y_{neu}' \\ z_{neu}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 4-5}$$

Besteht der Jacket aus vier Sides, so wie Kapitel 4.1 dargestellt, werden die drei weiteren Sides mit den Transformationswinkeln von  $\theta = 90^\circ$ ,  $\theta = 180^\circ$  und  $\theta = 270^\circ$  transformiert.

Die exemplarische Berechnung der Koordinaten der zusätzlichen Zwischenknoten ist einschließlich der Transformationsmatrix im Anhang aufgeführt.

#### 4.1.7 member X-Rotor

Wie in der Einführung in Kapitel 4.1.3 beschrieben wurde, soll für den Geometrieaufbau mittels APDL Code im späteren Verlauf beachtet werden, dass die Ramboll-Notationen (Kombination aus Zahlen und Buchstaben) des members in der X-Rotor Notation nummeriert werden sollen.

Die nächste Tabelle (Tabelle 4-4) zeigt die member- Nummerierung in der X-Rotor Notation in der linken Spalte sowie die zugehörige member-Benennung in der Ramboll-Notation in der rechten Spalte.

**Tabelle 4-4 member X-Rotor**

member X-Rotor	member Ramboll
85	13A2V_2
86	15A1V_1
87	15A1V_2
88	15A2V
89	15ALV_1
90	15ALV_2
91	13ALT_1
92	13ALT_2
93	13A1T

Bei diesem Auszug handelt es sich, wie bei allen Beispielen in diesem Kapitel, um member-Nummerierung im Bereich der Querverstrebungen von der 1. Etage bei *Side A*.



#### 4.1.8 cross sections

Wie in Kapitel 4.1.4, Tabelle 4-2 gezeigt wurde, wurden *den members* Querschnittsdaten (*Geome. propt name*) zugewiesen.

Dort finden sich detaillierte Angaben zum Außendurchmesser  $D_a$  sowie die Wanddicke  $t$  der einzelnen Querschnitte, wie die folgende Tabelle zeigt.

*Tabelle 4-5 Querschnittsdaten (cross sections)*

Section name	section number	original		factorized		factorized (für APDL)	
		$D_a$ [mm]	$t$ [mm]	$D_a$ [mm]	$t$ [mm]	$R_i$ [mm]	$R_a$ [mm]
XAVEP1	27	1828	34,9	2584,8	49,3	1243,0	1292,4
XAVEP2	28	1168	31,8	1651,6	45,0	780,8	825,8
XAVEP3	29	1168	31,8	1651,6	45,0	780,8	825,8
XAVEP4	30	1168	34,9	1651,6	49,3	776,4	825,8
XAVEP5	31	1828	38,1	2584,8	53,9	1238,5	1292,4

Die Originalangaben von Außendurchmesser und Wanddicken beziehen sich auf die Referenzgeometrie. Für die Parameterstudien werden Geometriemodifikationen der Außendurchmesser sowie der Wanddicken mit dem Durchmesserfaktor  $f_D$  sowie Wanddickenfaktor  $f_t$  vorgenommen.

In Tabelle 4-5 werden zur Demonstration die Wanddicken mit dem Faktor  $f_t = 1,5$  beaufschlagt und die Außendurchmesser bleiben mit dem Faktor  $f_D = 1$  unverändert. Diese Einstellung wird vorgenommen, wenn man beispielsweise in den späteren Analysen die Parameter Wanddickenfaktor untersuchen möchte (vgl. Kap.6.3.1).

Da bei APDL die Querschnittsangaben in Außenradius und Innenradius angegeben werden und die Querschnittsbezeichnungen nummeriert werden müssen (*section number*), werden diese entsprechend für APDL formatiert.

## 4.2 Interaktion der Konstruktionselemente zur Realisierung des Geometrieaufbaus in der APDL-Notation

Nachdem die Konstruktionselemente in den Kapiteln 4.1.2 bis 4.2.1 vorgestellt wurden, wird in diesem Kapitel die Interaktion der Konstruktionselemente miteinander sowie mit der APDL-Input Datei beschrieben (Abb. 4-6). Durch die Input Datei können dann dadurch die Geometrieinformationen in das Kommandozeilenfenster des APDL-Programms per Copy- and- Paste-Methode eingefügt werden. Das Programm generiert dann die fertige Geometrie, bestehend aus den Balkenmodellen.

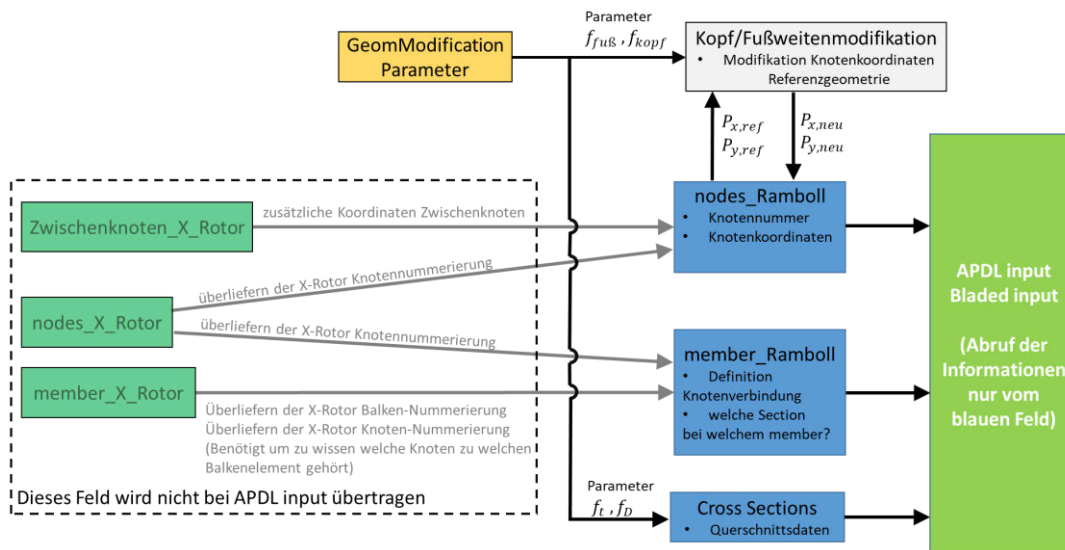


Abb. 4-6 Beziehungen zwischen den Konstruktionselementen für die APDL-Inputdatei

### 4.2.1 GeomModificationParameter

Mithilfe des GeomModificationParameter können dann die Geometrieparameter Wanddickenfaktor  $f_t$ , Durchmesserfaktor  $f_D$ , Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$  sowie Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}$  gesteuert werden (vgl. Abb. 4-6).

Durch die erstgenannten Parameter können die Querschnitte (*cross sections*) des Turmes und des Jackets verändert werden (vgl. Tabelle 4-5, Spalte: factorized). Mit den letztgenannten Parametern werden die ursprünglichen Knotenkoordinaten  $P_{x,ref}$  und  $P_{y,ref}$  mithilfe eines Strahlensatz modifiziert, sodass sich neue Knotenkoordinaten  $P_{x,neu}$  und  $P_{y,neu}$  ergeben (vgl. Kap. 3.4).

#### Ermittlung der Gesamtmasse

Um eine schnelle Übersicht darüber zu bekommen, inwieweit die Veränderung der Parameter zu einer Veränderung der Massen der einzelnen *members* und der Kosten verglichen mit dem Referenzmodell führt, wird auch die errechnete Gesamtmasse angezeigt.

Nun wird kurz auf den mathematischen Grundlagen zur Massenberechnung des einzelnen *members* eingegangen. Die Masse eines Körpers berechnet sich allgemein aus der Produkt zwischen Dichte und Volumen.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho * V \quad \text{Gl. 4-6}$$

Bei vorliegender Geometrie kann der Körper, d.h. der mittels Querschnitt zugewiesene *member*, entweder eine hohlzylinderförmige bzw. eine hohlkegelstumpfförmige Gestalt annehmen.

Bei der Jacket- Struktur hat der *member* eine hohlzylinderförmige Gestalt, sodass das Volumen des Hohlzylinders  $V_{HZ}$  mit dem Außenradius  $r_a$  bzw. dem Innenradius  $r_i$  und der Länge des members  $l$  wie folgt berechnet wird.

$$V_{HZ} = \pi * l * (r_a^2 - r_i^2) \quad \text{Gl. 4-7}$$

Bei der Turmstruktur sowie beim vereinfachten Transition Piece (TP) sind die *member* hohlkegelstumpfförmig, sodass das Volumen  $V_{Hkst}$  nach [15] und [22] berechnet wird (Abb. 4-7). Dabei wird zur Volumenberechnung des Hohlkegelstumpfs das Volumen des inneren Kegelstumpfs  $V_{kst,in}$  vom Volumen des äußeren Kegelstumpfs  $V_{kst,au}$  abgezogen. Die Formelbuchstaben  $R_a, R_i$  entsprechen dem Außenradius bzw. dem Innenradius. Die zugehörigen Indizes in Abb. 4-7  $o$  und  $u$  bezieht sich auf die obere bzw. untere Kante. Der Index  $au$  bezieht sich auf den grünen Vollkörper, von dem der kleinere rote Vollkörper mit dem Index  $in$  abgezogen wird.

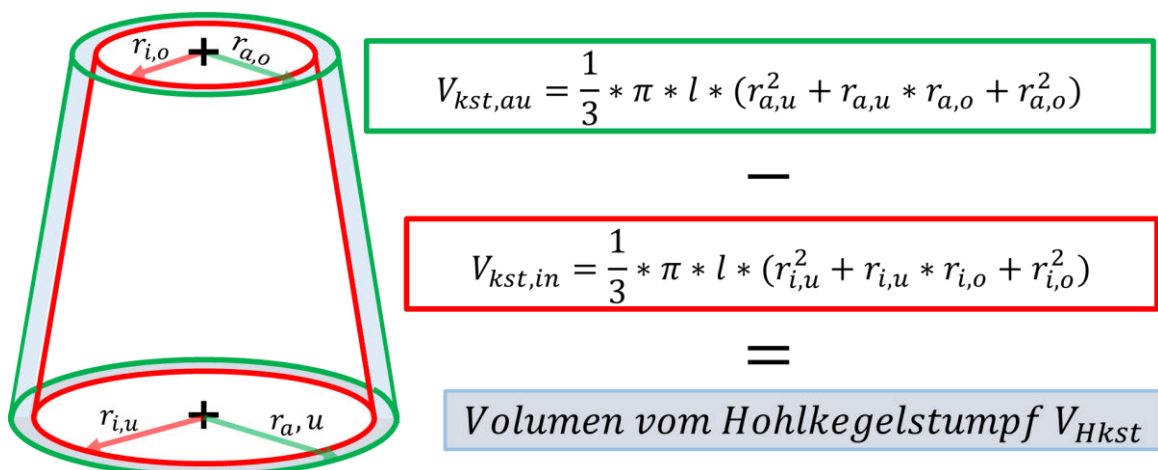


Abb. 4-7 Berechnung des Volumens des Hohlkegelstumpfes, modifiziert nach [22]

Aus den Gleichungen *Gl. 4-6*, *Gl. 4-7* sowie aus Abb. 4-7 ist erkennbar, dass die Längen der *members*, die Dichte und die Querschnittsdaten benötigt werden. Die Dichte der gesamten Struktur wird mit der Dichte von Stahl  $\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}$  angenommen. Jedoch sind die genauen Dichteangaben nicht von Bedeutung, da stattdessen die Berechnung der Relation der Gesamtmasse vom Referenzmodell zum parametrisierten Modell relevant ist.

Die Längen der *members* werden durch die Koordinaten zweier zugehöriger Knoten mit bekannten Knotenkoordinaten in der Excel- Datei beim Reiter APDL-input abgerufen und mit Pythagoras (vgl. *Gl. 4-4*) berechnet. Die zugehörigen Querschnittsdaten werden aus den *cross sections* entnommen.

Auf diese Weise werden die Massen der einzelnen *members* ermittelt, sodass dann, durch ihre Aufsummierung, letztendlich die Gesamtmasse der Struktur ermittelt werden kann.

Die folgende Tabelle 4-6 zeigt exemplarisch den Anstieg der Gesamtmasse infolge der Veränderung der Querschnittsparameter  $f_t$  und  $f_D$  der Turm- und Jacket- Struktur, einschließlich des Transistion Piece, das mit dem Querschnittsparameter vom Turm parametrisiert wird.

**Tabelle 4-6 Berechnung der Gesamtmasse (exemplarisch)**

Parameter	Faktor	Masse der Baugruppen	Masse [t]
Wanddickenfaktor $f_t$ (Turm)	1,5	Jacket	3855,81
Wanddickenfaktor $f_t$ (Jacket)	1,5	Transistion Piece	1015,09
Durchmesserfaktor $f_D$ (Turm)	1,5	Turm	2813,03
Durchmesserfaktor $f_D$ (Jacket)	1,5	Rotor (2B)	611,94
Fußweitenfaktor $f_f$	1	Nacelle (2B)	1050,00
Kopfweitenfaktor $f_k$	1	Gesamtmasse	9345,87
		Gesamtmasse Referenzmodell	5077,02
		Kostenanstieg [%]	84,08 %

Zum Transistion Piece (TP) gibt es projektseitig keine genauen Angaben dazu, inwieweit das TP bei einer höheren Last höher dimensioniert werden soll. Projektseitig wurde angenommen, dass bei einem vereinfachten TP an allen Streben und Verbindungsstücken (vgl. Kap. 4.4.1) das TP bei einem höheren Lastfaktor auch höher dimensioniert werden soll, wie bei der Turm- und Jacket- Struktur. Das heißt, dass die Querschnittsparameter  $f_t$  und  $f_D$  vom Turm übernommen werden.

### 4.3 Qualitätssicherung, Überprüfung der Richtigkeit des Geometrieaufbaus

Durch die sehr große Datenmenge an Geometrieinformationen kann es schnell zu Fehlern kommen, welche dann fatal für die Richtigkeit der FE-Ergebnisse sind [12]. Aus diesem Grund ist eine systematische Kontrolle sowie stichprobenartige Kontrollen der Referenzgeometrie unerlässlich.

#### Überprüfung der Längen des members

Die exakten Längen der members sind member Ramboll (auszugsweise in Tabelle 4-2, *subelem length*) zu entnehmen.

Die Längen der *members in der* APDL- Inputdatei werden dann geprüft, indem man die Länge mit den dem jeweiligen member zugehörigen Knotenkoordinaten  $P_1$  und  $P_2$ , nach [15]

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad \text{Gl. 4-8}$$

berechnet und das Ergebnis mit den exakten Längen (*subelem length*) vergleicht. Wären die Knotenkoordinaten bzw. Knotenverbindungen eines *members* falsch verwiesen, würde die errechnete *member*-Länge von der gegebenen *member*-Länge abweichen. Damit kann man mit dieser Vorgehensweise den Fehler (falsche Zuweisung) bei den Knotenkoordinaten bzw. Knotenverbindungen sofort erkennen.

Mit dieser Vorgehensweise können aber nur die Lage der Knoten und die zugehörigen *member*-Längen der Referenzgeometrie geprüft werden. Dort sollen die Parameterwerte  $f_{fu\beta}$ ,  $f_{kopf}$  in Eins gesetzt werden, . Der Grund dafür ist, dass sich bei der Modifikation der Fuß- und Kopfweitenfaktoren die Knotenkoordinaten der Knoten (*node* i und j) verändern. Daraus folgen automatisch andere *member*-Abstände, die dann von den gegebenen *member*-Abständen abweichen.

Die Überprüfung der Querschnittszuweisungen der Referenzgeometrie erfolgt durch mehrere stichprobenartige Kontrollen.

## 4.4 Modellierung sowie Modifikation der Gesamtmasse des Transition Piece

### 4.4.1 Modellierung des Transition Piece mit einem Ersatzmodell

Das *Transition Piece* (TP) ist die Schnittstelle zwischen Turm und Jacket-Struktur. Projektseitig gibt es keine Angaben zu der genauen Modellierung des *Transition Piece*. Allerdings existiert in den Excel-Rohdaten eine Ersatzmodellierung des TP, die sich an einer Publikation zum EU-geförderten Windkraftprojekt INNWIND [24] orientiert. Diese Modellierung besteht aus zwei TP- Verbindungsstücken und vier TP- Streben, die zusammen eine Schnittstelle zwischen Turm und Jacket bilden.

Wie die Turm – Jacket Struktur wird auch das TP mit einem Balkenmodell modelliert. Die beiden Verbindungsstücke werden mit einem konstanten Querschnitt und die Streben mit einem verjüngten Querschnitt modelliert (Abb. 4-8).

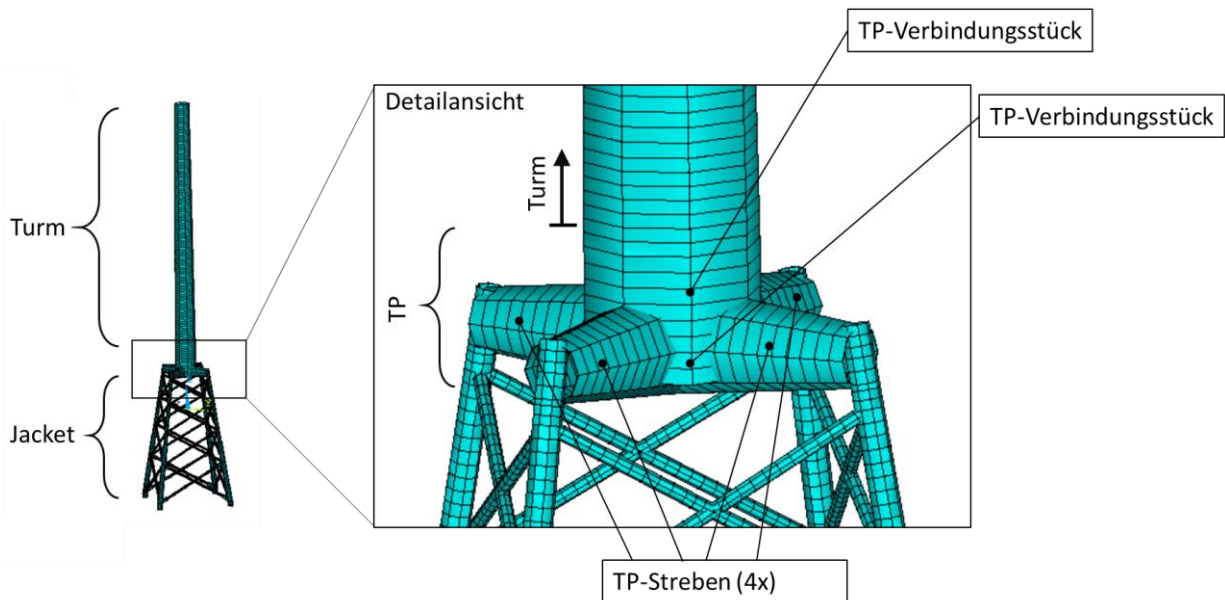


Abb. 4-8 Detailansicht des Ersatzmodells des Transition Piece

### 4.4.2 Modifikation der Gesamtmasse des Transition Piece

Für die Eigenfrequenzanalyse im späteren Verlauf ist es relevant, dass die Masse des TP mit der Massenangabe (450 t) des EU-geförderten Projekts INNWIND [24] übereinstimmt.

Ausgehend von den ursprünglichen Angaben in den Excel- Rohdaten werden die Durchmesserangaben der TP-Strebe leicht modifiziert, sodass die Masse sich den Angaben von INN-WIND bestmöglich annähert.

Die folgende Tabelle zeigt die Querschnittsdaten von einer modifizierten Strebe.

**Tabelle 4-7 Querschnittsdaten TP-Strebe**

	$D_{a1}$ [mm]	$D_{a2}$ [mm]	$t$ [mm]	$l$ [mm]	$R_{a1}$ [mm]	$R_{i1}$ [mm]	$R_{a2}$ [mm]	$R_{i2}$ [mm]
Strebe (konisch)	6250	3250	40	13757	3125	3085	1625	1585

Das Einsetzen der Daten in die Gleichung aus Abb. 4-7 ergibt das Volumen pro Strebe (als Hohlkegelstumpf)  $V = 8,1424 * 10^9 mm^3 = 8,142m^3$ . Multipliziert mit der Dichte von Stahl  $\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}$  ergibt sich eine Masse von  $63918kg = 63,92t$  pro Strebe. Bei den vier Streben liegt das Gesamtgewicht dann bei  $255,67t$ .

Die folgende Tabelle gibt die Querschnittsdaten des TP-Verbindungsstücks an.

**Tabelle 4-8 Querschnittsdaten TP-Verbindungsstück**

	$D_a$ [mm]	$t$ [mm]	$l$ [mm]	$R_a$ [mm]	$R_i$ [mm]
TP-Verbindungsstück (L405)	11099	90	6000	5549,5	5459,5
TP-Verbindungsstück (L427)	11099	90	2000	5549,5	5459,5

Das Einsetzen in **Gl. 4-7** ergibt das Volumen vom TP- Verbindungsstück L405  $V = 1,867 * 10^{10} mm^3 = 18,67m^3$ . Mit  $\rho = 7850 \frac{kg}{m^3}$  beträgt die Masse dann  $146609kg = 146,61t$ . Analog dazu wird das Verbindungsstück L427 berechnet, welches  $48,87t$  schwer ist.

Dadurch beträgt die Gesamtmasse vom TP  $451,15 t$ . Sie stimmt mit einer Massenabweichung von  $0,26 \%$  sehr gut mit der TP-Masse von  $450 t$  des EU-geförderten Projekts INNWIND [24] überein.

#### **4.5 Massendaten sowie Nachbildung der Turmmassen- und trägheiten mittels RBE-Elemente und Massenpunkte**

In der vorliegenden Arbeit wird nur die Turm- sowie die Jacketstruktur modelliert. Das heißt, dass die Gondel einer Windkraftanlage sowie die Rotorblätter einer Windkraftanlage, aufgrund Modellierungsaufwand, nicht mitmodelliert werden. .

Durch die nicht zu vernachlässigen Einflüsse der Masse sowie der Trägheiten der Rotorblätter müssen diese mitberücksichtigt werden. Aus diesem Grund werden die Massenpunkte der Rotorblätter sowie der Gondel (*Nacelle*) mit masselosen und nicht nachgiebigen Verbindungselementen, d.h. mit Rigid-Body-Elementen (RBE2-Elemente), modelliert.

### Dreiblattrotor

Die folgende Abbildung zeigt die Massenpunkte des dreiblättrigen Rotors und der *Nacelle*, die mit der Turmstruktur als Balkenelemente zum Massepunkt hin mit RBE2- Elementen (Abb. 4-9, blaue Linie) verbunden werden.

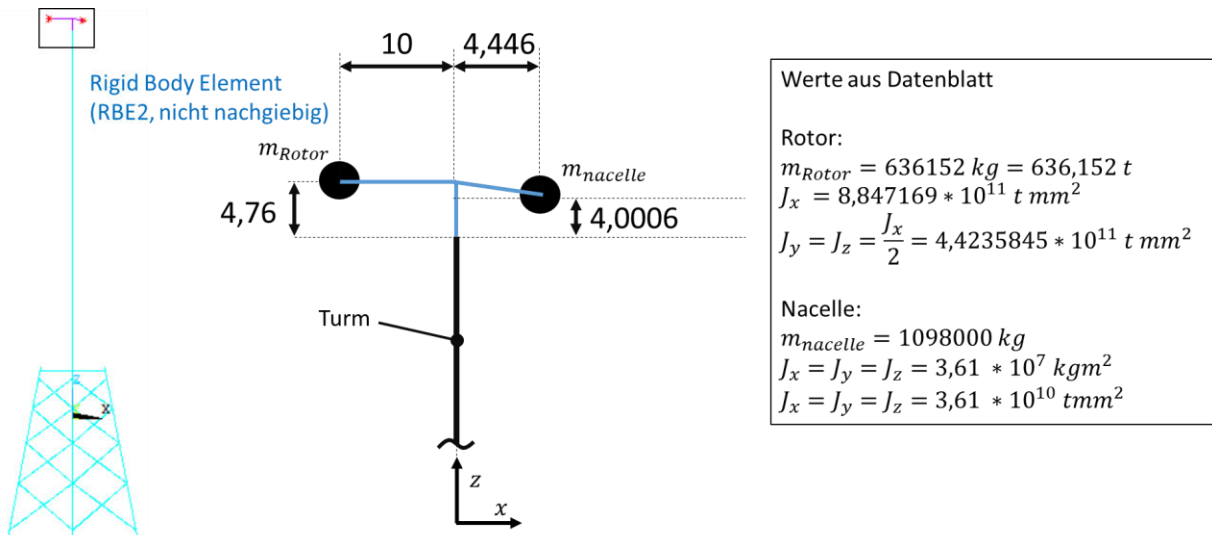


Abb. 4-9 Massen, Trägheiten sowie Schwerpunktlage eines dreiblättrigen Rotors

Die Angaben zu den Massen, Trägheiten sowie zu der Schwerpunktlage von Rotor und *Nacelle* werden projektseitig aus dem Datenblatt Abb. A- 1 entnommen, wobei die Masse des Rotors ( $m_{Rotor}$ ) sich aus der Masse von Rotorblättern und Hub zusammensetzt.

Die Trägheitsangaben bei der Nacelle sind in allen translatorischen Richtungen x,y,z vollständig. Beim Rotor steht lediglich eine Trägheitsangabe (vgl. Abb. A- 1, *Rotor moment of inertia*). Demzufolge wird eine Näherungsberechnung herangezogen.

Bei einem drehenden Dreiblattrotor wurde projektseitig angenommen, dass die Massenverteilung eines drehenden Dreiblattrotors um die globale x-Achse  $x_{glob}$  als eine dünne Kreisscheibe (Abb. 4-10) angenommen werden kann.

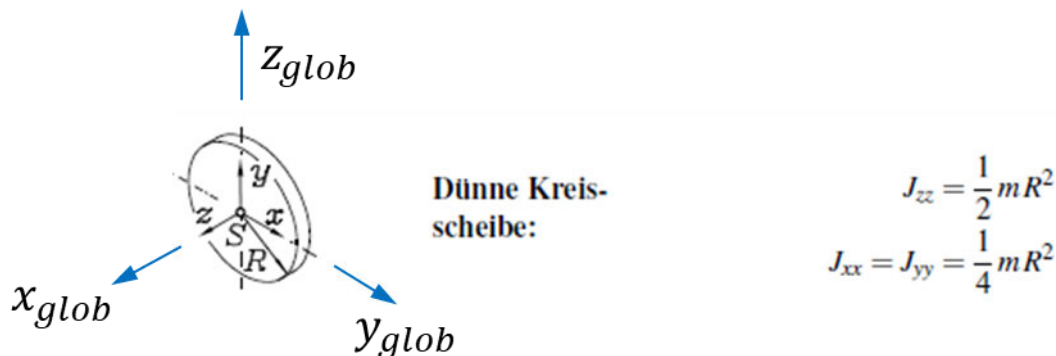


Abb. 4-10 Trägheitsmoment einer dünnen Kreisscheibe nach [16]



Bezogen auf die globalen Koordinaten  $x_{glob}, y_{glob}, z_{glob}$  gilt nach [16] näherungsweise

$$J_{y, glob} = J_{z, glob} = \frac{J_{x, glob}}{2} \quad \text{Gl. 4-9}$$

### Zweiblattrotor

Der zweiblättrigen Rotor wird, analog zum dreiblättrigen Rotor, ebenfalls mit Massepunkten und RBE2- Elementen modelliert. Jedoch weichen die Werte der Massen, Trägheiten und die Schwerpunktlage vom dreiblättrigen Rotor ab.

Die folgende Abbildung (Abb. 4-11) zeigt die Massenpunkte des zweiblättrigen Rotors und der *Nacelle*, die mit der Turmstruktur als Balkenelemente zum Massepunkt hin mit RBE2- Elementen (Abb. 4-11, blaue Linie) verbunden werden.

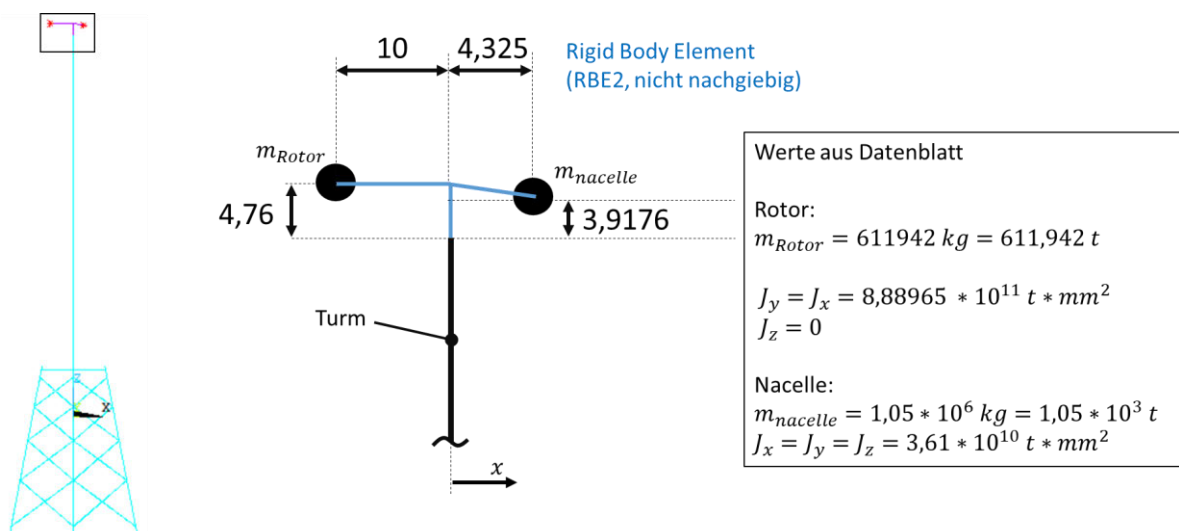
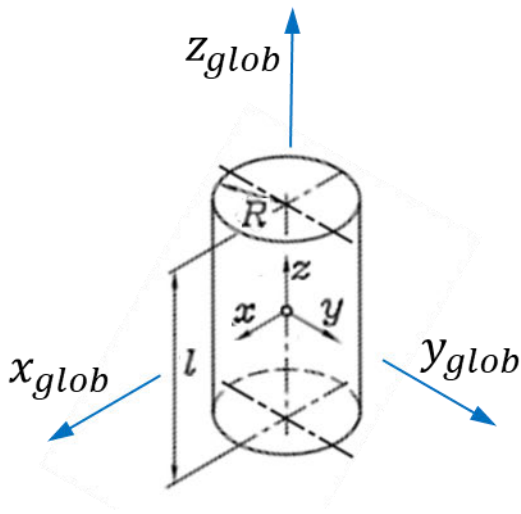


Abb. 4-11 Massen, Trägheiten sowie Schwerpunktlage eines zweiblättrigen Rotors

Analog zum Dreiblattrotor werden die Angaben zu den Massen, Trägheiten sowie zur Schwerpunktlage von Rotor und *Nacelle* projektseitig dem Datenblatt Abb. A- 2 entnommen.

Ebenso sind die Trägheitsangaben bei der *Nacelle* in allen translatorischen Richtungen x,y,z vollständig, beim Rotor steht nur eine Trägheitsangabe (vgl. Abb. A- 2, *Rotor moment of inertia*). Projektseitig wurde angenommen, dass der Rotor sich sowohl um die globale x- Achse als auch um die globale y-Achse in Abhängigkeit von der Windrichtung drehen kann. Da bei einer

Zweiblattanlage die beiden Rotorblätter waagrecht zueinander stehen, kann der Trägheitsmoment näherungsweise mit der Formel zum Trägheitsmoment eines Kreiszyinders berechnet werden ([16], S.549, Kreiszyinder).



Kreiszyinder:

$$J_{zz} = \frac{1}{2} m R^2$$

$$J_{xx} = J_{yy} = \frac{1}{12} m (3R^2 + l^2)$$

Abb. 4-12 Trägheitsmoment Kreiszyinder, modifiziert nach [16]

Durch den Umstand, dass die Länge der beiden Rotorblätter viel größer ist im Vergleich zu der Breite (näherungsweise: Radius), kann der Term „Radius“ bei Abb. 4-12 vernachlässigt werden, sodass dann näherungsweise gilt **Gl. 4-10**

$$J_{x, glob} = J_{y, glob} ; J_{z, glob} \approx 0$$

**Gl. 4-10**

## 5 Strukturanalyse des Referenzmodells

Im Folgenden wird nun eine Strukturanalyse durchgeführt. Bevor die Strukturanalyse der Turm-Jacket- Struktur behandelt wird, wird zunächst nur die Turmstruktur als Schalenmodell sowie als Balkenmodell analysiert und beide Modelle miteinander verglichen.

Der Grund dafür ist, dass im Rahmen des vorherigen Projekts, d.h. beim Masterprojekt von Tobias Franz, die Turmstruktur als Schalenelemente modelliert und vollständig auf Plausibilität überprüft wurde [22].

Allerdings ist die Turmstruktur als Schalenelemente sehr modellierungsaufwändig, da die verjüngte Turmstruktur zunächst mithilfe des CAD-Programms mit neun Segmenten modelliert wird, bevor dann mit ANSYS Workbench einige Preprozessor- Schritte (Trennen, Kontaktdefinition) vorgenommen werden müssen. Da bei der Jacketmodellierung aufgrund der sehr flexiblen Parametrisierung (vgl. Kap. 4.2) ANSYS APDL mechanical eingesetzt wird, müsste man die Turmstruktur als Shell Elemente von ANSYS Workbench nach APDL mechanical importieren. Nach dem Import des Turmes in APDL mechanical muss dort noch die Verbindung zwischen dem Jacket (Balkenelemente) und Turm (Shell Elemente) mit speziellen Verbindungselementen, wie z.B. RBE2- Elementen, modelliert werden.

Für die oben beschriebene Modellierung mit CREO Parametric und für das Preprocessing des Turmes bei ANSYS Workbench wurden beim Masterprojekt [22] zirka drei bis vier Stunden benötigt. Hinzu kommt noch der zusätzliche Zeitaufwand bei der Modellierung von dem Balkenmodell (Jacket) und dem Schalenmodell (Turm). Für die Parameterstudien, in welchen mehrere Parameter untersucht werden, ist die Modellierung der Schalenelemente sehr zeitaufwändig und ggf. fehleranfällig. Zusätzlich sind durch die Komplexität der Schalenmodelle sowie die korrekte Verbindung (z.B. Kontaktdefinition) zwischen Schalenmodell und Balkenmodell auch schwierig zu überprüfen. Aus diesem Grund wird der pragmatische Weg gewählt, indem die komplette Turm-Jacket-Struktur mit Balkenelementen modelliert wird, wobei die Geometrieinformationen aus der Excel- Datei „*APDL input*“ (vgl. Kap. 4.2) bezogen werden.

Zunächst muss dennoch gezeigt werden, dass die Ergebnisse vom Schalenmodell und Balkenmodell nur geringfügig voneinander abweichen (Kap. 5.1), bevor dann das komplette Referenzmodell, bestehend aus Turm-Jacket Struktur, im Kap. 5.2 analysiert wird.

## 5.1 Strukturanalyse des Turmes

In diesem Kapitel wird zunächst die Strukturanalyse des Turmes durchgeführt und dann beurteilt, ob die FEM- Berechnung mit Balkenmodellen ausreicht oder ob das Schalenmodell vom Masterprojekt [22] in die bestehende Jacket-Geometrie integriert werden soll. Dabei wird kurz die APDL-Syntax des Turmes vorgestellt, die ebenso für die Strukturanalyse der Turm- Jacket-Struktur eingesetzt wird.

Danach wird Aufschluss darüber gegeben, in welchen Bereichen der Turm-Jacket-Struktur die Biegespannungen und in welchen Bereichen die Axialspannungen dominieren.

### 5.1.1 Kurze Vorstellung der APDL-Syntax am Beispiel der Geometrie eines Turmes

Die Geometrie des Turmes als Schalenmodell wird dem Masterprojekt [22] entnommen, da die dortigen Abmessungen des Turmes identisch zu den vorliegenden Excel-Rohdaten sind. Die vorgefertigte APDL-Syntax in den Excel-Rohdaten kann in das APDL- Kommandozeilenfenster kopiert werden, wodurch dann ein Turm als Balkenmodell generiert wird.

Die folgenden Anhänge zeigen die Geometriedefinitionen eines Turmes mit der APDL – Syntax, die für die Turmstruktur bereichsweise in den Editor kopiert werden

- Abb. A- 3: globale Einstellungen für Balkenelement mit quadratischer Ansatzfunktion
- Abb. A- 4: Definition der *Keypoints* sowie deren Linienverbindung beim Turm
- Abb. A- 5: Querschnittsdefinition beim Turm
- Abb. A- 6: Querschnittsdefinition für verjüngte Querschnitte (Anfangs-End-Querschnitt)
- Abb. A- 7: Querschnittszuweisung zu den *members* beim Turm

Bei einer kompletten Turm -Jacket- Struktur wird die komplette Syntax (*Keypoints*, Linienverbindungen, Querschnittsdefinition, Querschnittszuweisung) vom Excel- Reiter APDL-input kopiert und in den Editor unterhalb der Syntax von Abb. A- 3 eingefügt. Danach kopiert man die komplette Syntax samt globale Einstellungen (Abb. A- 3) in das APDL-Kommandozeilenfenster, um daraus die komplette Geometrie zu generieren.

Für die Modellierung/Berechnung der verjüngten Turmstruktur mit den Balkenelementen wird bei APDL eine vorgefertigte Funktion (*tapered section*) genutzt. Näheres dazu wird in Kapitel 5.1.4 beschrieben.

### 5.1.2 Randbedingungen für die Analyse des Turmes

Für die Analyse des Turmes mit Balkenelementen werden zum Vergleich mit den Ergebnissen vom Schalenmodell die Randbedingungen vom Masterprojekt [22] übernommen.

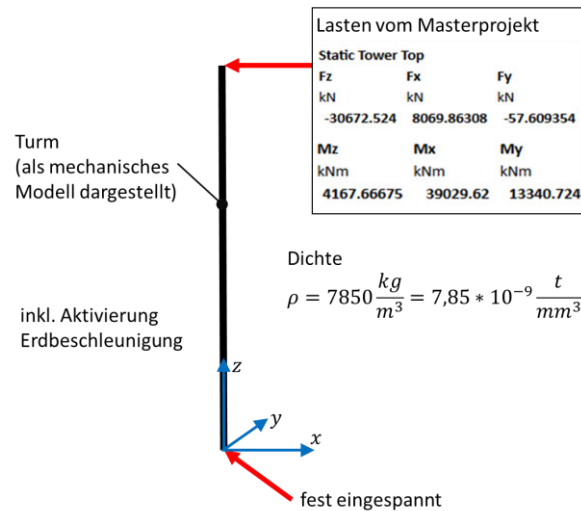


Abb. 5-1 Randbedingungen vom Masterprojekt [22] für die Analyse des Turmes

### 5.1.3 Vergleich der Ergebnisse vom Turm als Schalenmodell und vom Turm als Balkenmodell

Wie im Masterprojekt [22] erwähnt ist die Verschiebung in x-Richtung dominant und viel größer als die Verschiebung in y-Richtung. Daraus folgt, dass die Spannungen der Zugseite in negativer x-Richtung maximal sind, wie die folgende Abbildung visualisiert. Durch diese Begebenheiten wird dort an dieser Stelle ein Spannungspfad angelegt (gelber Pfad).

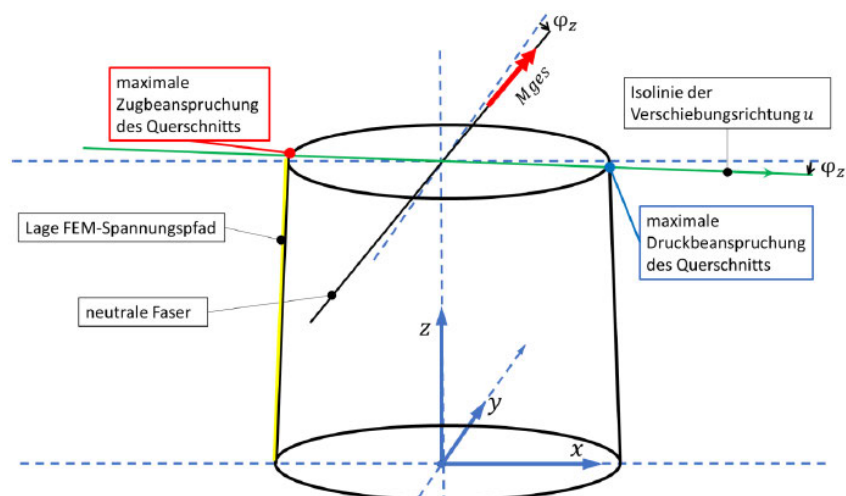


Abb. 5-2 Verschiebungsrichtung des Turmes nach [22]

Für die Balkenelemente wird dieser Bereich ausgewertet, indem man die Biegespannungen und die Axialspannungen von der lokalen  $z$ - Achse ( $z_{loc}$ ) des Balkenelements ausliest und diese miteinander superponiert [14], wie die folgende Abbildung zeigt. Dabei sind die globalen Koordinaten mit dem Index *glob* identisch mit den globalen Koordinaten des Schalenelements.

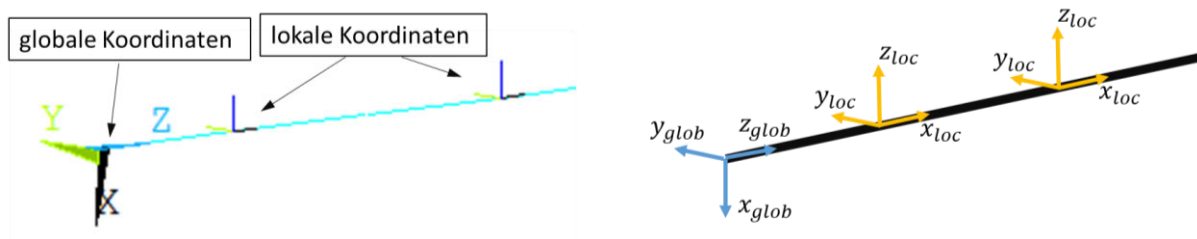


Abb. 5-3 Globale und lokale Koordinaten eines Balkenelements zur Auswertung der Spannungen

Nachdem die Axialspannungen und die Biegespannungen ausgewertet und superponiert wurden, wird das Ergebnis ( $\sigma_z$ \_ges\_beam) dem Ergebnis von der Zugseite des Shell-Modells ( $\sigma_z$ \_ges\_shell – siehe auch Abb. 5-2, gelber Pfad) und den analytischen Ergebnissen der Plausibilitätsprüfung beim Masterprojekt ( $\sigma_z$ \_ges\_analytisch) gegenübergestellt (Abb. 5-4).

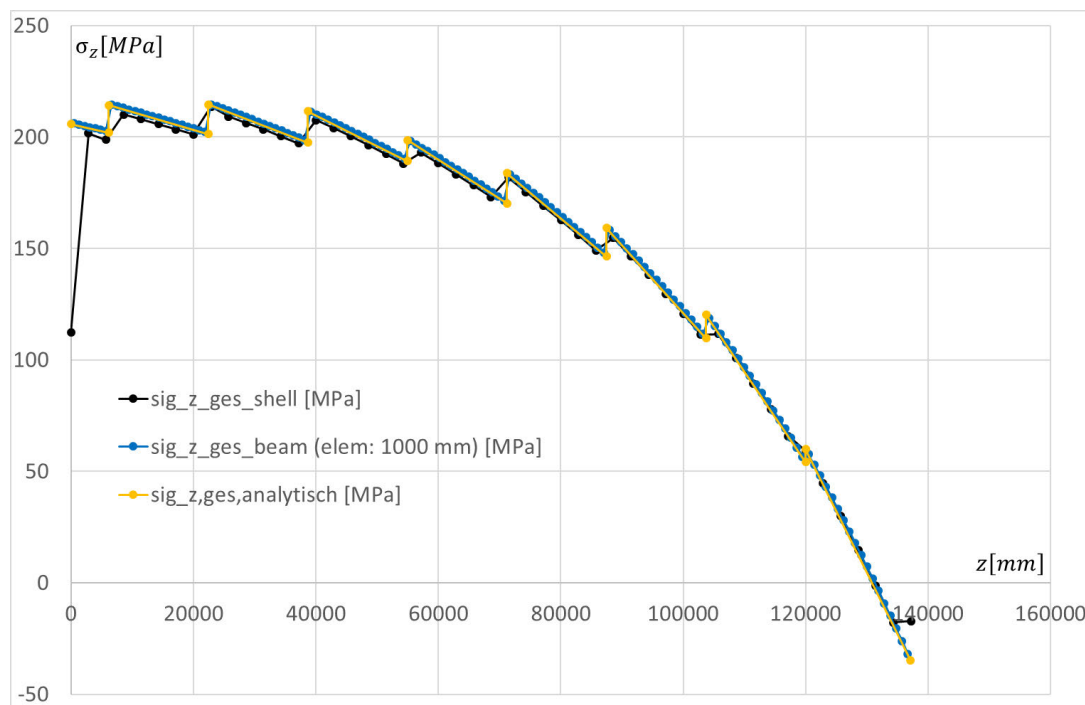


Abb. 5-4 Vergleich der Ergebnisse des Turmes als Schalenmodell und Balkenmodell

Diese Abbildung zeigt, dass die Ergebnisse des Balkenmodells mit der Verjüngung durch *tapered section* sehr gut mit den Ergebnissen vom Masterprojekt übereinstimmen. Das Thema *tapered section* wird im nächsten Kapitel (Kap. 5.1.4) behandelt.

Beim Masterprojekt [22] wurde bereits eine Konvergenzanalyse am Turm durchgeführt und die Ergebnisse des Balkenmodells decken sich sehr gut mit diesem Spannungspfad. Von daher wird

mit der Elementkantenlänge von 1000 mm bereits ein konvergentes Ergebnis erzielt. Es kann jedoch sein, dass die Konvergenz schon früher mit einer größeren Elementkantenlänge erzielt wird, aber in Hinblick auf die schnelle Berechnungszeit des vorliegenden Modells mit einer Elementkantenlänge von 1000 mm besteht an dieser Stelle kein Optimierungsbedarf.

#### 5.1.4 Untersuchung der APDL- Funktion tapered section für die Verjüngung

Die FEM- Formulierung eines Balkenelements gilt nur für Balken mit einem konstanten Querschnitt [13]. Falls die reale Geometrie durch den Anfangsdurchmesser  $D_{anf}$  und den Enddurchmesser  $D_{end}$  verjüngt ist, so wie das bei dem Turm der Fall ist [22], können die Verjüngungen segmentweise mit mehreren Balkenelementen mit unterschiedlichen Durchmessern approximiert werden (Abb. 5-5). Diese Möglichkeit besteht bei APDL mit der vorgefertigten Funktion (tapered section, vgl. Abb. A- 6). Diese Funktion sowie deren Implementierung (Abb. A- 6) wird hier zunächst numerisch mit FEM mit dem erstellten Skript in der Programmiersprache Python geprüft. Das erstellte Skript unterteilt die Verjüngung in mehrere Balkenelemente in Abhängigkeit von der Zahl der Unterteilungen  $N$ . Diese Schritte werden hier kurz vorgestellt.

Im Beispiel des folgenden Bildes (Abb. 5-5) wurde ein verjüngtes Turmsegment exemplarisch in vier Balkenelemente mit den Durchmessern  $D_1$  bis  $D_4$  und mit einer Länge von jeweils einem Viertel der Gesamtlänge, d.h.  $l/4$ , unterteilt.

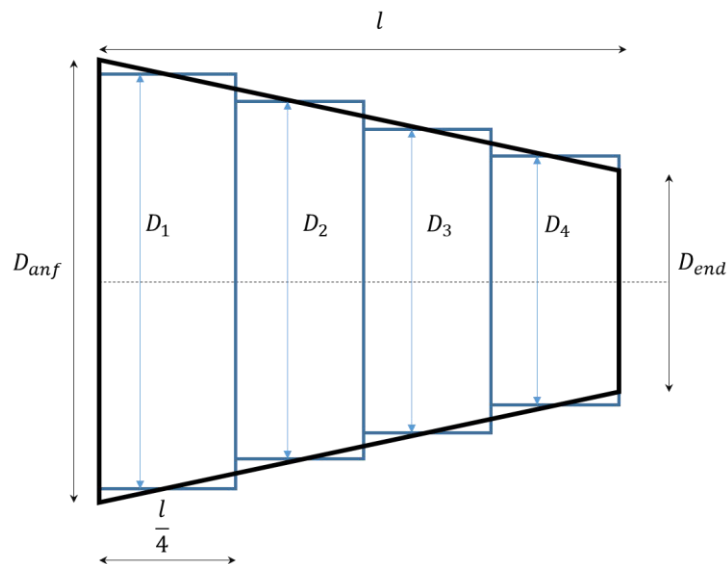


Abb. 5-5 Approximation der Verjüngung eines Turmsegments mit vier Balkenelementen

Durch die unterschiedlichen Längen der Turmsegmente wird pro Turmsegment eine Python-Funktion geschrieben, die dann ein Turmsegment in Abhängigkeit von  $N$  unterteilt. Dies gilt auch für die Generierung der Durchmesser in Abhängigkeit von  $N$ . Anschließend werden in einer anderen Python-Funktion die Unterteilungen der Turmsegmente (9 Segmente) zusammengefasst. Die folgende Abbildung zeigt grafisch die Grundidee dieser Vorgehensweise am Beispiel von zwei Turmsegmenten mit fiktiven Durchmessern mit  $N = [2 ; 4 ; 10 ; 20 ]$  Unterteilungen. Die blaue und die orangenen Linien repräsentieren die realen Durchmesserverlauf und die grüne und die rote Linie zeigt die Interpolation vom realen Durchmesser in Abhängigkeit von  $N$ -Unterteilungen. Es zeigt, dass die Funktion sich trotz Knick des Durchmesserlaufes (bei Verjüngung mit unterschiedlichen Steigungen) einwandfrei verhält.

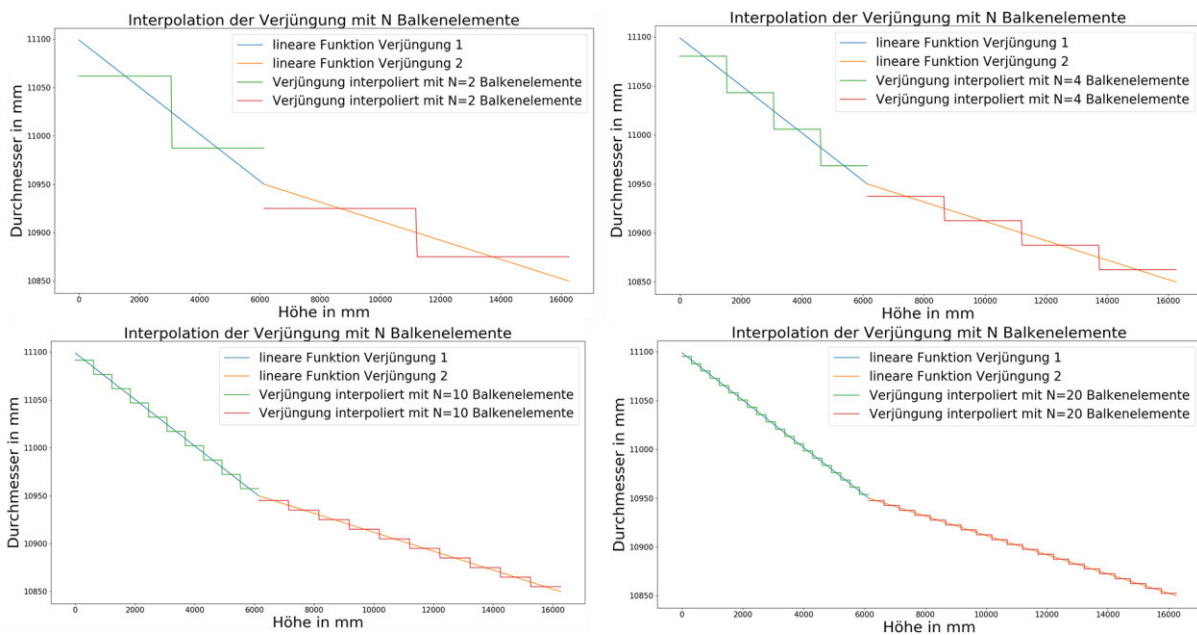
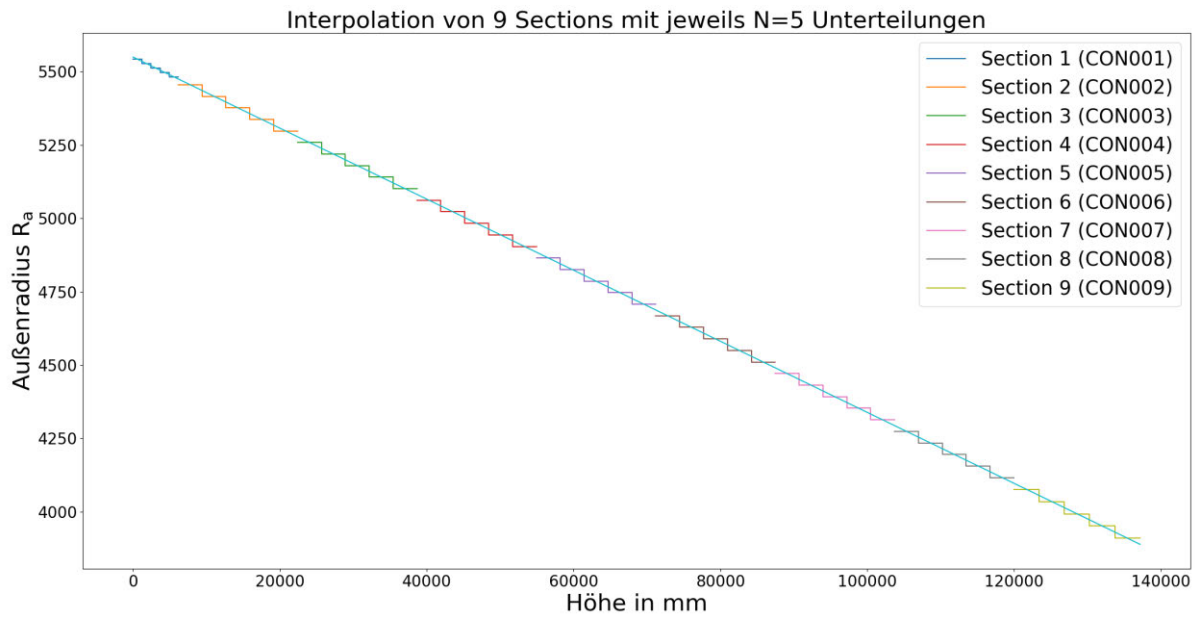


Abb. 5-6 Visualisierung der Durchmesserapproximation bei der Verjüngung von zwei Turmsegmenten

Mit der zuvor vorgestellten Funktion unterteilt das Programm die neun verjüngten Turmsegmente in Abhängigkeit von  $N$ . Die folgende Abbildung zeigt die Approximation der realen Turmgeometrie mit neun Turmsegmenten (mit  $N=5$ ).

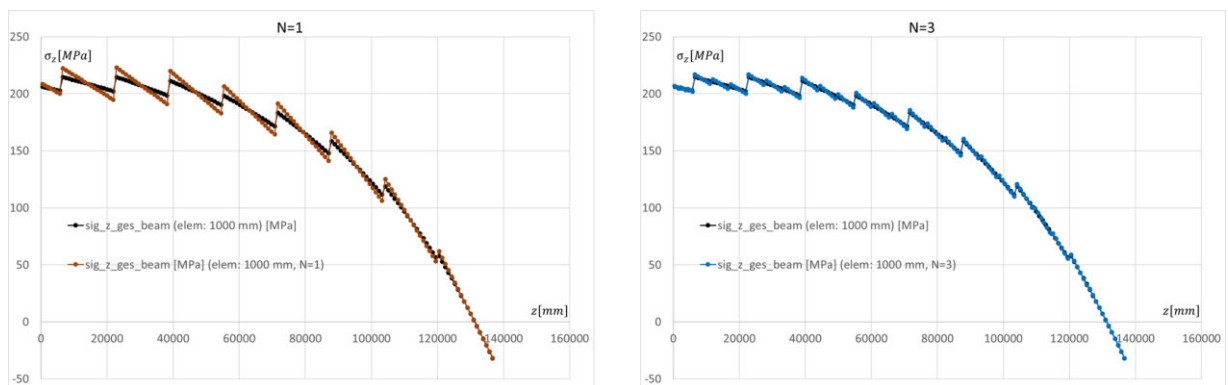




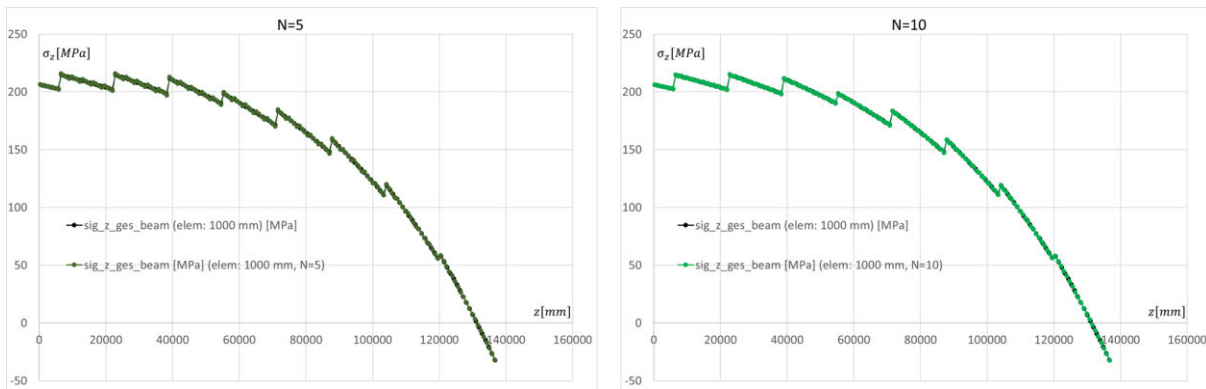
**Abb. 5-7 Approximation der realen Turmgeometrie mit N=5**

Anschließend wird im Python-Skript die APDL-Syntax geschrieben und diese wird dann als txt.- Datei exportiert. Durch Einsetzen in das APDL- Kommandozeilenfenster per Copy- Paste wird anschließend die Geometrie generiert.

Danach wird eine Strukturanalyse mit den Randbedingungen aus Kap. 5.1.2 durchgeführt und der Gesamtspannungsverlauf, bestehend aus Biege- und Axialspannung in Abhängigkeit von der Zahl der Unterteilungen N, mit dem Ergebnis vom Balkenelement mit tapered section – (Abb. 5-4, sig\_z\_ges\_beam) - verglichen. Die Elementkantenlängen liegen hier auch bei 1000 mm.



**Abb. 5-8 Vergleich der Spannungen zwischen tapered section und programmierte Approximation mit N=1 und N=3**



**Abb. 5-9 Vergleich der Spannungen zwischen tapered section und programmierte Approximation mit  $N=5$  und  $N=10$**

Die Abbildungen Abb. 5-8 und Abb. 5-9 zeigen, dass schon bei  $N=3$  das Ergebnis gut approximiert wird, bei  $N=5$  sind die Ergebnisse nahezu deckungsgleich und bei  $N=10$  sind die Unterschiede der Ergebnisse zu APDL vorgefertigte Funktion tapered section kaum sichtbar. Aus der APDL- Programmdokumentation ist nicht ersichtlich, mit welcher Anzahl an Unterteilungen die APDL- Funktion tapered section arbeitet, allerdings dürfte die Zahl der Unterteilungen bei  $N=10$  liegen oder höher.

Somit wurde gezeigt, dass bei Turm, anstelle einer Schalenmodell, Balkenmodell mit tapered section eingesetzt werden können.

## 5.2 Strukturanalyse der Turm-Jacket- Struktur

In der Einführung von Kapitel 5 wurden die Vorteile von Balkenelementen bei der Turmmodellierung erläutert. Zudem wurde anschließend anhand des Spannungspfads (vgl. Abb. 5-4) gezeigt, dass die Turmstruktur (Verjüngung) zuverlässig mit Balkenelementen gerechnet werden können. Aus diesen Gründen wird die Strukturanalyse der Turm-Jacket- Struktur komplett mit Balkenelementen durchgeführt.

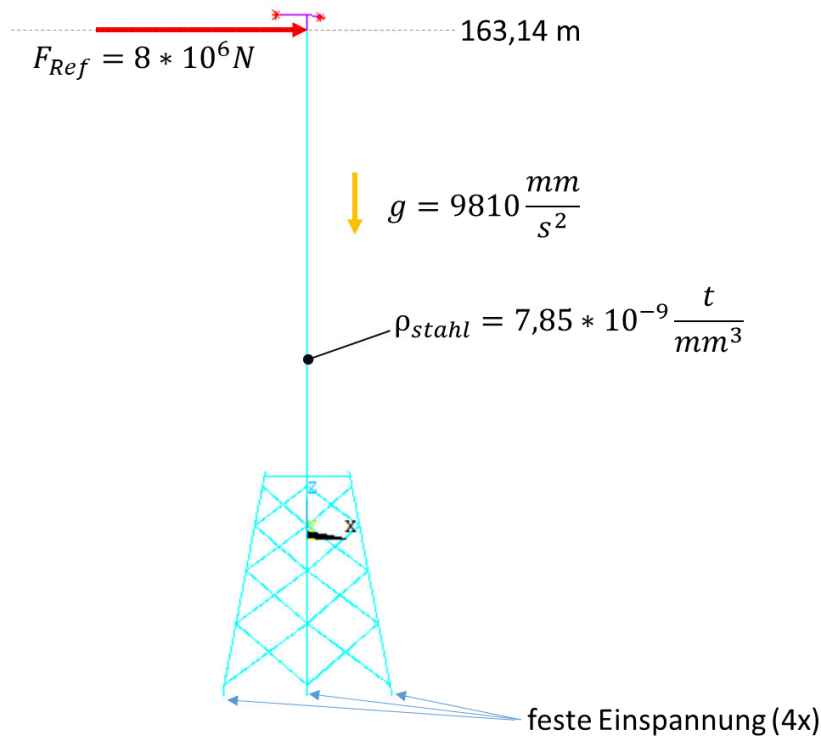
### 5.2.1 Randbedingungen für die Analyse der Turm-Jacket- Struktur

Im Rahmen der vorliegenden Masterarbeit, bei der die parametrischen Zusammenhänge untersucht werden, wird zur Vereinfachung der Berechnung statt mit den Lasten vom Masterprojekt [22] (vgl. Abb. 5-1) mit einer äquivalent horizontalen Last  $F_{DEL}$  (engl.: *damage equivalent load*) gearbeitet.

Da im vorliegenden Projekt hauptsächlich die Lastveränderung in Relation zur Referenzlast ( $f_{DEL}$ ) und die damit verbundenen parametrischen Veränderungen  $f_D$  und  $f_t$  ( *Gl. 3-59* bzw. *Gl. 3-71* ) sowie empirisch mit  $f_{fu\beta}$ ,  $f_{kopf}$  untersucht werden, ist der Betrag der horizontalen Krafteinwirkung nicht relevant. Dennoch wird der resultierende Betrag der horizontalen Krafteinwirkung aus den Kraftkomponenten  $F_x$  und  $F_y$  vom Masterprojekt [22] (vgl. Abb. 5-1) übernommen und berechnet. Gerundet beträgt die horizontale Krafteinwirkung  $F_{REF} = 8 * 10^6 N$  und wird als Referenzkraft (bzw. Referenzlast) bezeichnet. Sie greift in der Höhe der Turmspitze (163,14 m), unterhalb der Massepunkte an (vgl. Abb. 5-10).

In der Höhe auf dem Meeresboden wird die Struktur an den vier Fußpunkten des Jackets fest eingespannt. Das heißt, dass pro Fußpunkt mit drei translatorischen und drei rotatorischen Freiheitsgraden gesperrt werden (vgl. Abb. 5-10). In der Realität wird die Struktur des Jackets im Meeresboden eingepfählt, ähnlich wie bei der Pfahlgründung bei Monopile Strukturen [3]. Durch die laterale Verschiebungsmöglichkeit der Pfahlgründung bei hohen lateralen Kräften existieren mehrere Theorien zur realitätsgerechten Beschreibung des Verhaltens bei der Pfahlgründung in Interaktion mit dem Bodenbeschaffenheit [4]. Bei der verbreitetsten und bewährten p-y-Methode [4] wird eine nichtlineare Berechnung vorausgesetzt. Im vorliegenden Projekt wird hauptsächlich die Relation zwischen den Parametern  $f_t$ ,  $f_D$ ,  $f_{fu\beta}$ ,  $f_{kopf}$  und der Lastveränderung mit  $f_{DEL}$  untersucht. Aus diesem Grund wird das Jacket als fest eingespannt angenommen und somit kann das Modell mit der linearen FEM berechnet werden.

Die folgende Abbildung (Abb. 5-10) zeigt das Linienmodell der kompletten Struktur und stellt die zuvor beschriebenen Randbedingungen dar.



*Abb. 5-10 Definition der Randbedingungen der Gesamtstruktur*

Der Erdbeschleunigung beträgt  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Aufgrund der Einheitenkonsistenz bei der FEM-Analyse wird sie auf  $g = 9810 \text{ mm/s}^2$  umgerechnet. Da die gesamte Struktur aus Stahl besteht, wird das komplette Modell mit der Dichte vom Stahl  $\rho_{stahl} = 7850 \text{ kg/m}^3$  berechnet. Durch die FEM-Einheitenkonstistenz beträgt  $\rho_{stahl}$  umgerechnet  $7,85 * 10^{-9} \text{ t/mm}^3$ .

Die Elementkantenlängen werden wie bei der Berechnung des Turmes in Kap. 5.1.3 global mit 1000 mm eingestellt. Für genaue lokale Untersuchungen werden im späteren Verlauf die Elementkantenlängen ggf. lokal verfeinert.

### 5.2.2 Lokale Elementkoordinaten des Gesamtsystems

In Abbildung Abb. 5-3 wurden die lokalen und globalen Koordinatensysteme vorgestellt, die relevant für die Strukturauswertung sind. In diesem Kapitel werden die lokalen und globalen Koordinatensysteme für die Turm- und Jacket- Struktur gezeigt.

Die folgende Abbildung stellt die lokalen Koordinatensysteme von den Balkenelementen des Turmabschnitts dar (Abb. 5-11). Das darunter eingezeichnete lokale Elementkoordinatensystem gilt für jedes Element des Turmes.

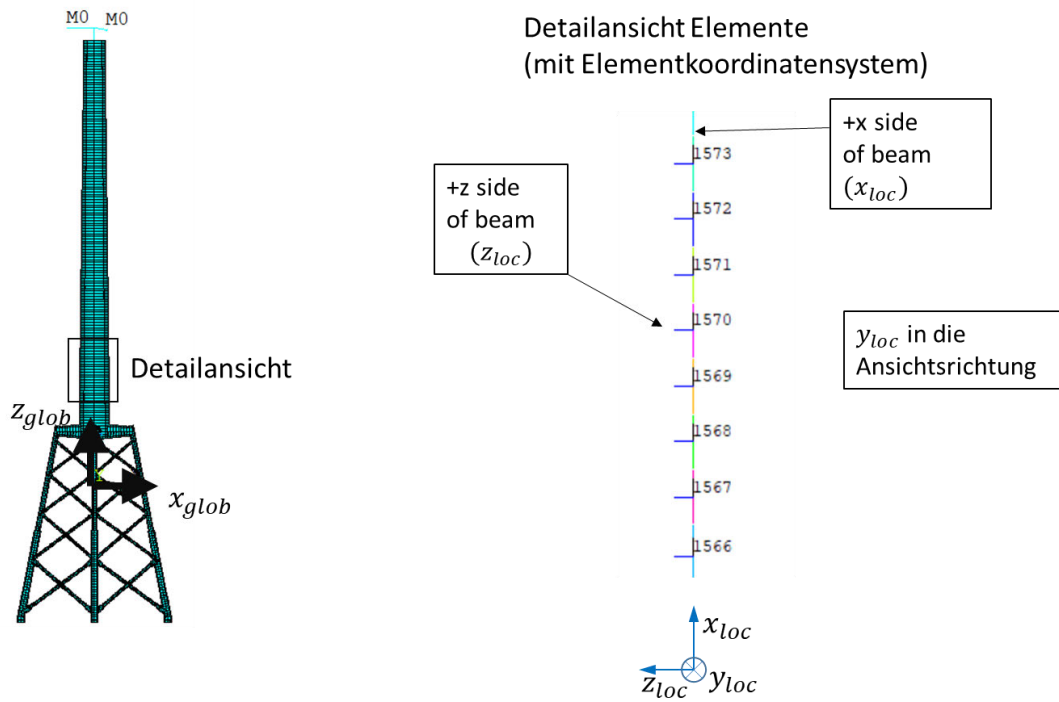


Abb. 5-11 lokale Elementkoordinatensystem des Turmes

Die folgende Abbildung Abb. 5-12 zeigt die lokalen Koordinaten der Balkenelemente des Jackets. Dazu werden der Übersicht halber die lokalen Elementkoordinaten eingezeichnet, die für alle Elemente des markierten Bereichs gelten.

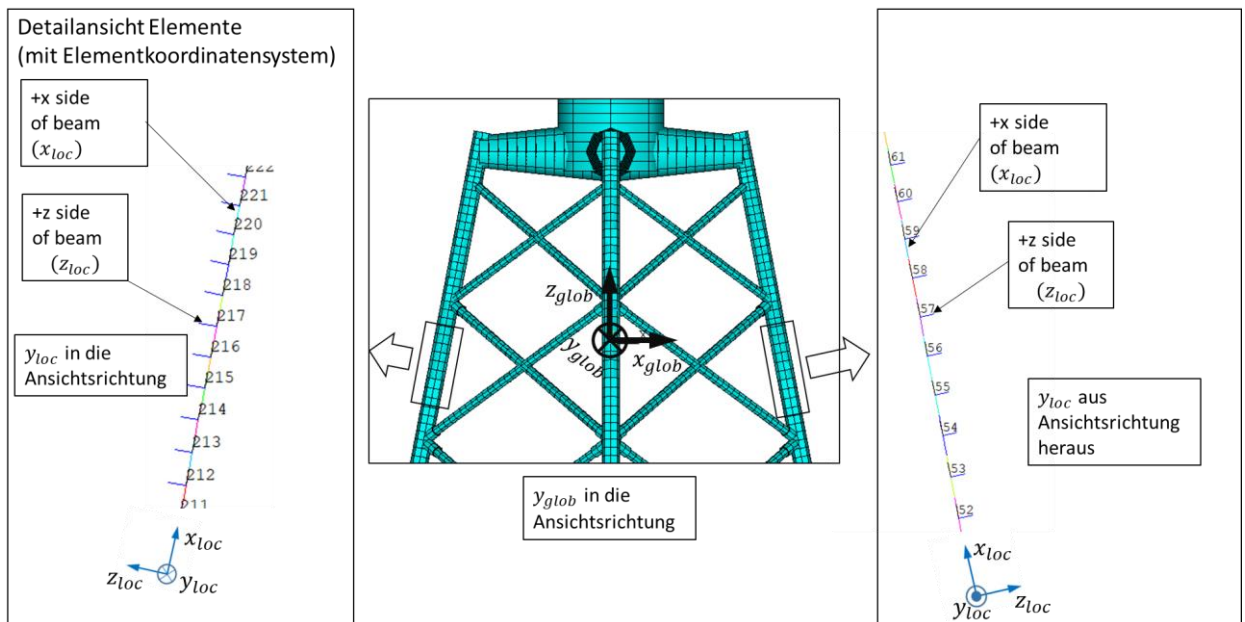


Abb. 5-12 Lokale Elementkoordinaten des Jackets

### 5.2.3 Analyse der Biegespannung des Gesamtsystems

Nun wird das Gesamtsystem mit den im vorherigen Kapitel vorgestellten Randbedingungen, d.h. mit der Referenzgeometrie und mit der Referenzlast, berechnet. Zunächst wird ein qualitativer Verschiebungsverlauf gezeigt Abb. 5-13, um zu prüfen, ob der Verschiebungsverlauf sich den Erwartungen entsprechend verhält. Dies ist auch ein wichtiger Indikator zur Fehlererkennung bei der FEM-Analyse [25].



*Abb. 5-13 Qualitativer Verschiebungsverlauf der Struktur*

In der Abbildung wird auch gezeigt, dass die angehängten Massenpunkte mit „MO“ gekennzeichnet werden. Zudem werden die zugehörigen RBE2- Elemente nur als Linienelemente dargestellt, da sie, anders als die Balkenelemente, keine Querschnittsinformationen besitzen. Das Ergebnis der Verschiebungsanalyse stimmt mit den Erwartungen überein.

Nun soll darüber Aufschluss gegeben werden, in welchem Bereich des Gesamtsystems die Biegespannungen dominieren. Die folgende Abbildung Abb. 5-14 zeigt die Biegespannung des Jackets auf der x-z- Ebene, identisch zu der Ansicht in Abb. 5-10.

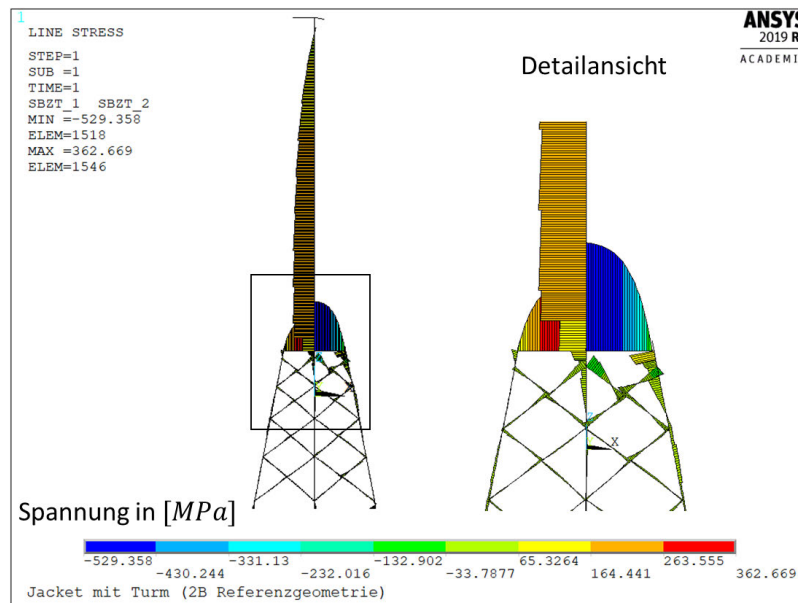


Abb. 5-14 Biegespannung des Gesamtsystems auf der lokalen y- Achse

Die Abbildung zeigt, dass die Biegespannungen bei der Turmstruktur dominieren und bei der Jacketstruktur viel schwächer ausgeprägt sind. Die Biegespannungserhöhung am Transition Piece wird im vorliegenden Projekt in der Analyse nicht berücksichtigt, da zur Modellierung des Transition Piece keine genauen Geometrieangaben vorliegen und stattdessen mit einem Ersatzmodell, d.h. mit einem verjüngten Balkenmodell mit annähernd gleichen Masse vom INN-WIND [19] (vgl. Kap. 4.4.1) gearbeitet wird.

Die folgende Abbildung Abb. 5-15 zeigt den Biegespannungsverlauf in lokaler y-Richtung des Balkenelements. Beim Turm stimmt die lokale y- Achse mit der globalen y- Achse überein.

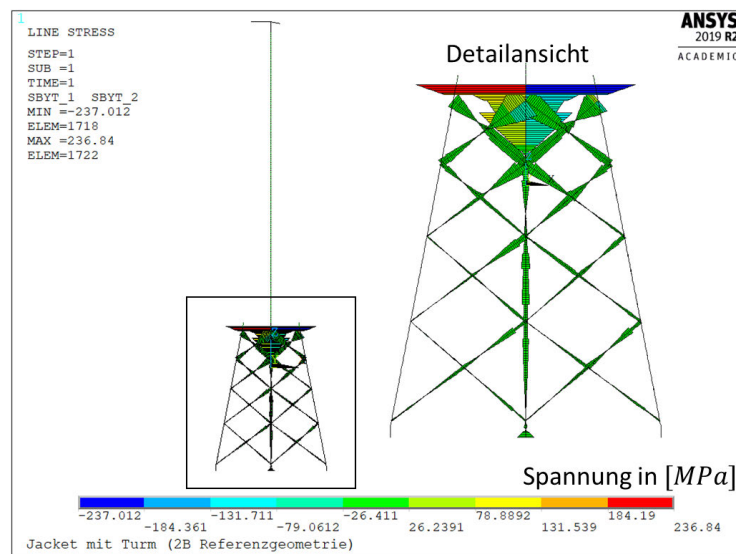


Abb. 5-15 Biegespannung des Gesamtsystems um die lokale y- Achse

Das Ergebnis zeigt, dass am Turm die Biegespannungen in y- Richtung gleich Null sind. Dies stimmt auch mit den Erwartungen überein, da die Kraft in x- Richtung wirkt (vgl. Kap. 5.1.2).

Die quantitative Ergebnisse im Kap. 6.2 mit den vorgestellten Auswertebereichen von Kap. 6.1 zeigen ebenso dass beim Turm die Biegespannung dominiert. Aus diesem Grund wird bei Parameterstudie beim Turm der parametrische Zusammenhang  $f_{DEL} = f_D^2 * f_t$  (nach Kap. 3.2.2, *Gl. 3-59*) verwendet.

#### 5.2.4 Analyse der Axialspannung des Gesamtsystems

Nachdem die Biegespannungsanteile im vorherigen Kapitel untersucht wurden, werden im Folgenden die Axialspannungsanteile des Gesamtsystems nach den in Kapitel 5.2.1 vorgegebenen Randbedingungen analysiert.

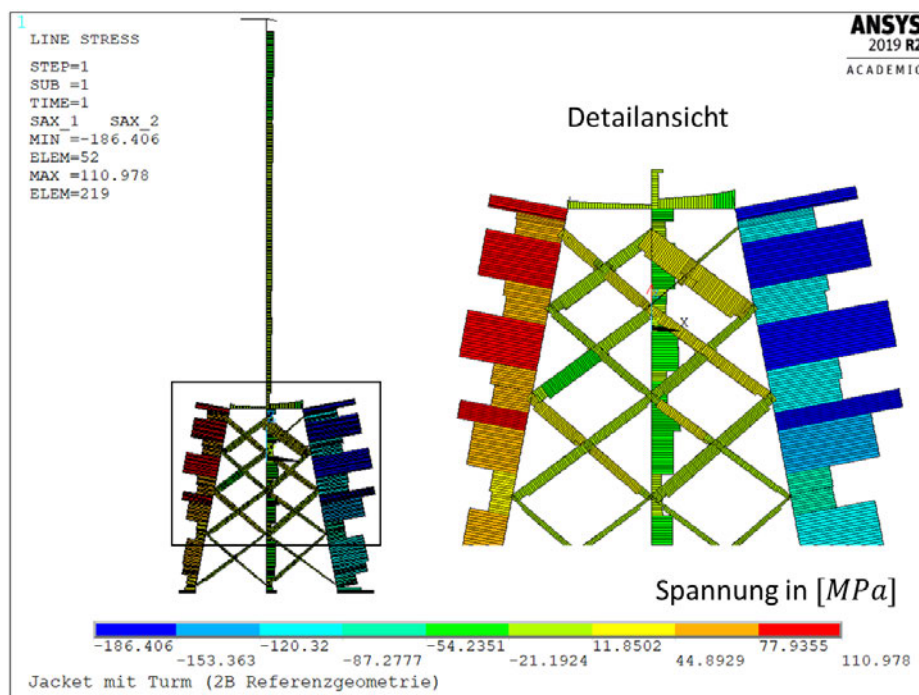


Abb. 5-16 Axialspannung des Gesamtsystems

Die Abbildung zeigt, dass bei der Jacket-Struktur die Axialspannungen dominieren, welches auch die quantitative Gegenüberstellungen beim Kap. 6.2 zeigt. Es heisst, dass bei der Jacket-Struktur für die Parameterstudie der Parameter  $f_{DEL} = f_D * f_t$  (nach Kap. 3.2.3, *Gl. 3-71*) verwendet werden soll.



### 5.2.5 Eigenfrequenzanalyse des Referenzmodells

Die Eigenfrequenzanalyse (Modalanalyse) wird unter den in Kapitel 5.2.1 vorgegebenen Randbedingungen ohne die Einwirkung von Einzelkräften mit vier verschiedenen Moden durchgeführt. Dabei wird eine konsistente Massenmatrix verwendet (Nullsetzen der lumped Massenmatrix, LUMPM=0) welches auch für alle Analysen gelten (vgl. Abb. A- 8).

Die folgende Tabelle zeigt die vier ersten Eigenfrequenzen. Aufgrund der annähernd baugleichen Geometrie der Turm-Jacket-Struktur und der Struktur bei INNWIND werden die Ergebnisse dieses Projekts denen von INNWIND gegenübergestellt [24].

Die ersten vier Eigenfrequenzen ergeben sich wie folgt:

*Tabelle 5-1 Die ersten vier Eigenfrequenzen des Referenzmodells*

	APDL- Modell $f$ in [Hz]	INNWIND [24] $f$ in [Hz]	Abweichung %
$f_1$	0,1694	0,1628	4,1%
$f_2$	0,1697	0,1635	3,8%
$f_3$	0,9016	0,8169	10,4%
$f_4$	0,9284	0,9048	2,6%

Die errechneten Ergebnisse stimmen recht gut mit den INNWIND – Angaben überein. Die Abweichung bei der dritten Eigenfrequenz ist etwas größer. Ein möglicher Grund dafür ist, dass sich die Pfähle bei INNWIND an den Fußpunkten (*Soils*) lateral verschieben können (durch die p-y- Kurve), beim für diese Arbeit genutzten Modell die Fußpunkte jedoch als fest eingespannt angenommen werden. Die Beweggründe für die feste Einspannung wurden in der Einführung von Kapitel 5.2.1 bereits beschrieben.

Beim vorliegenden Projekt werden Parameterstudien der Geometrie bei einem höheren Lastparameter durchgeführt und es wird das Ziel verfolgt, die Abweichungen der Spannungen und Eigenfrequenzen gegenüber dem Referenzmodell möglichst klein zu halten. Aus diesem Grund sind die Abweichungen der Eigenfrequenzen hinnehmbar. Das vorliegende Modell wird für die Parameterstudien als Referenzmodell festgelegt.

Die zu den Eigenfrequenzen zugehörigen Eigenmoden werden in der folgenden Abbildung gezeigt (Abb. 5-17).

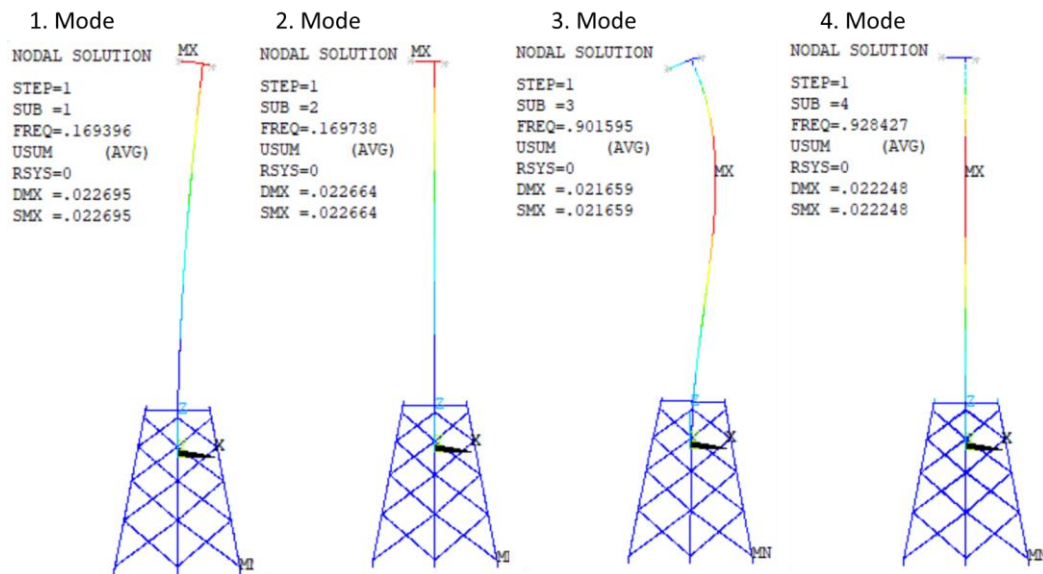


Abb. 5-17 Die Eigenformen der Gesamtstruktur bei Mode 1 bis Mode 4

Die Eigenformen von Mode 1 und 2 sind identisch, die Richtungen sind orthogonal zueinander. Die erste Eigenform verläuft entlang der x- Achse, die zweite Eigenform entlang der y- Achse. Analog verhält es sich bei Mode 3 und Mode 4. Die Eigenfrequenzen von der ersten und zweiten sowie von der dritten und vierten Mode weichen nur geringfügig voneinander ab (vgl. Tabelle 5-1). Aus diesem Grund werden in den weiteren Analysen die erste und die dritte Eigenfrequenz untersucht.

### 5.2.6 Diskussion Abweichung der Querschnitte durch Näherung von A und $W_b$

Die vorherige Ergebnisse zeigen dass für den Turm der parametrische Beziehung  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  angewendet werden soll. Der Basis für diese Herleitung ist die Näherung des Widerstandsmoments (Gl. 3-53).

Hier soll untersucht werden wie groß die Abweichung bei Anwendung der Näherungsformel gegenüber der exakten Formel beim Endquerschnitt des ersten Turmsegmentes (Benennung: CON001) sind. Ebenso wird die Abweichung unter Anwendung der Wanddickenfaktor mit  $f_t = 1,5$  visualisiert.

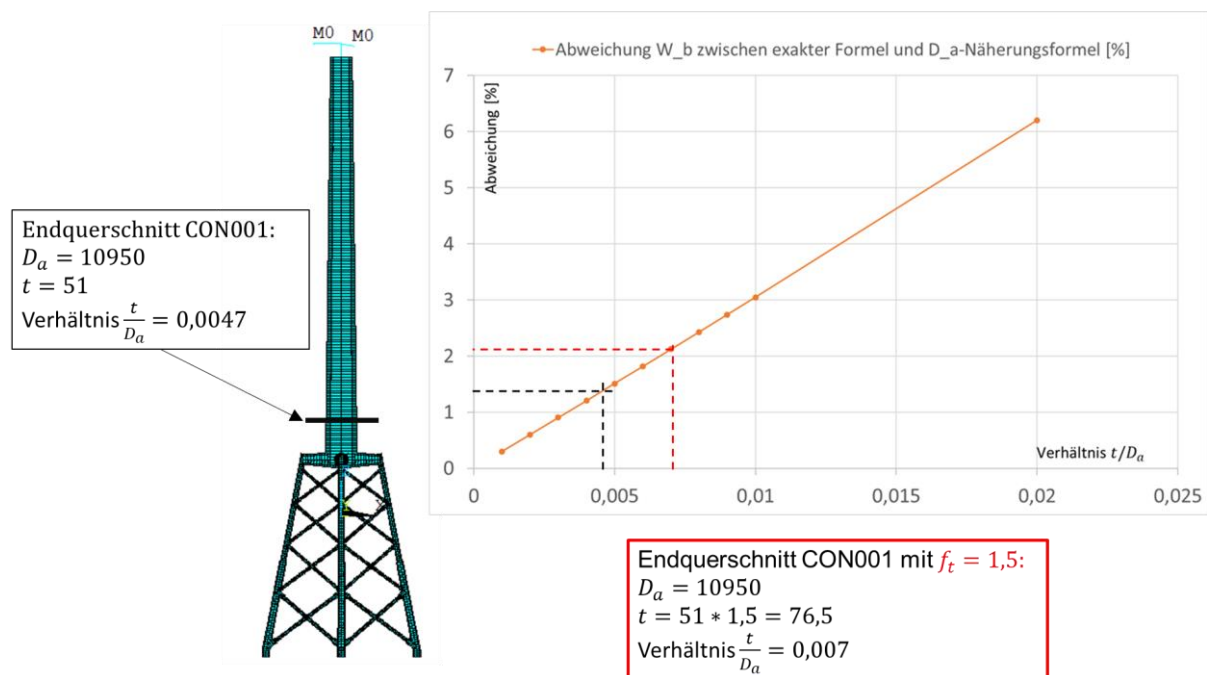


Abb. 5-18 Untersuchung der Abweichung des Widerstandsmoments unter Anwendung der Näherungsformel

Beim genannten Verhältnis  $t/D_a$  dieser Querschnitt liegt die Abweichung des Widerstandsmoment nach Diagramm (Abb. 3-10) bei ca. 1,3 %. Bei einer Wanddickenfaktor mit  $f_t = 1,5$  liegt der Abweichung dann bei ca. 2,1%

Es heißt, dass die Abweichung im Rahmen liegen und somit kann diese Näherung gut eingesetzt werden.

Bei Jacket wird der Parameter  $f_t * f_D = f_{DEL}$  genutzt. Basis dieser Herleitung ist die Näherung der Fläche (Gl. 3-76). Wie zuvor wird die Abweichungen bei Referenzgeometrie und unter Einfluss der Parameter Wanddickenfaktor beim beliebig gewählten Querschnitt des Jackets, unter Anwendung von Diagramm Abb. 3-11, miteinander verglichen.

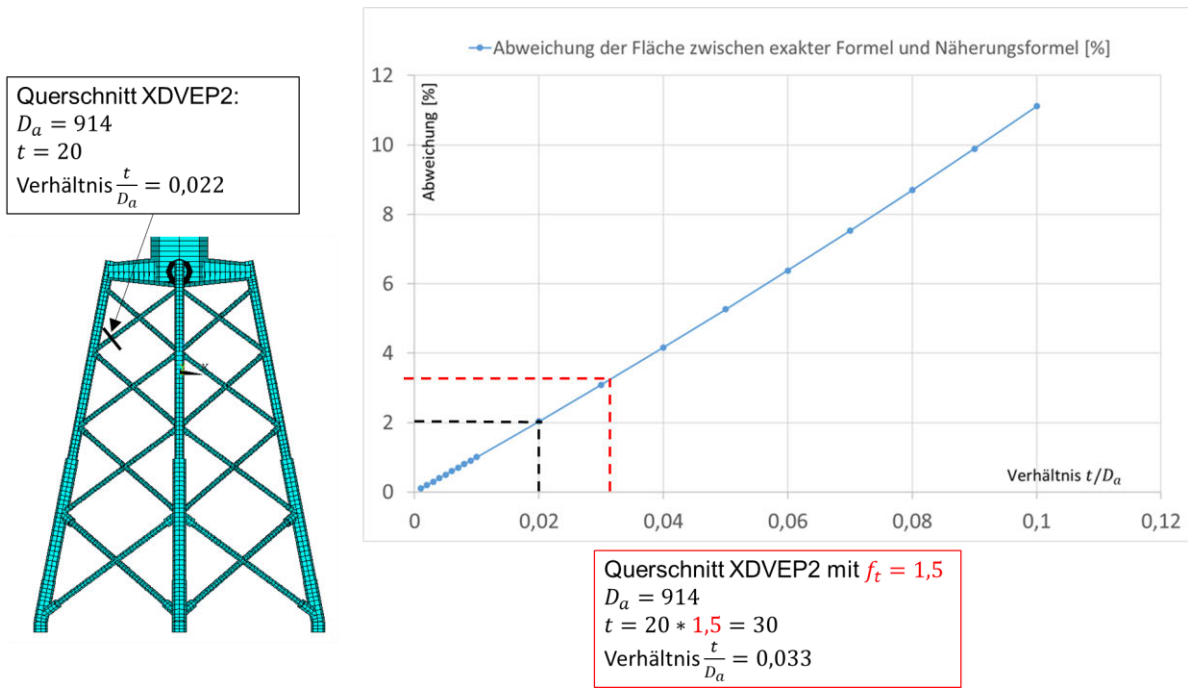


Abb. 5-19 Untersuchung der Abweichung der Fläche unter Anwendung der Näherungsformel

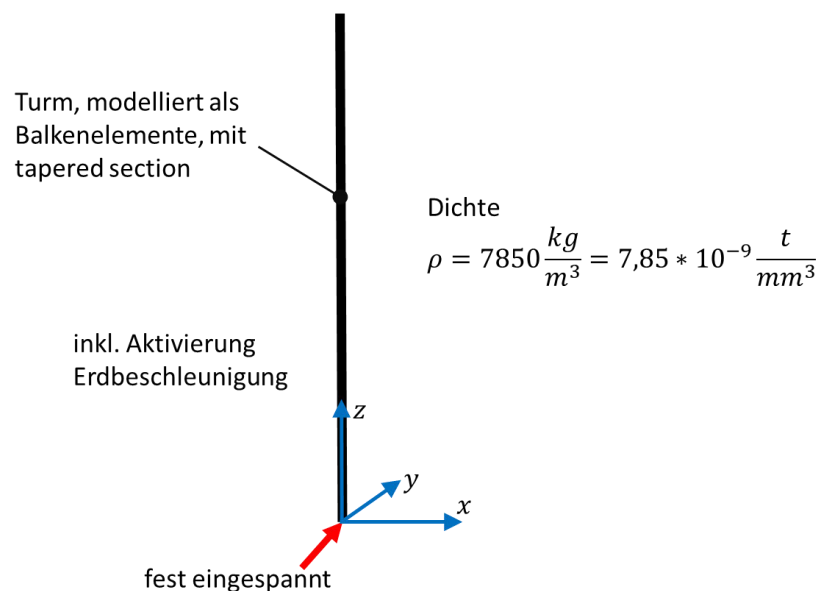
Bei Referenzgeometrie liegt der Abweichung bei 2% und unter Anwendung der Parameter Wanddickenfaktor ist die Abweichung dann etwas größer als 3%. Auch hier liegen die Abweichungen im Rahmen und kann gut eingesetzt werden.

### 5.3 Eigenfrequenzanalyse des Turmes

In Kapitel 3.3 wurde gezeigt, dass die Biegeeigenfrequenzen unter Anwendung des Parameters Wanddickenfaktor konstant bleiben und sich bei dem Parameter Durchmesserfaktor verändern. Dies soll nun bei dem Parameter Wanddickenfaktor und bei dem Parameter Durchmesserfaktor am Turm (ohne Jacket und TP) numerisch überprüft werden.

Dabei wird die Turmgeometrie des Referenzturmes aus den Excel Rohdaten übernommen, welche identisch mit der Turmgeometrie des Masterprojekts von T. Franz ist [22]. Dieser berücksichtigt auch die Verjüngung des Turmes (vgl. 5.1.4).

Für die Eigenfrequenzanalyse wird der Turm am Turmgrund fest eingespannt. Weitere Daten sind der folgenden Abbildung zu entnehmen.



*Abb. 5-20 Randbedingungen des Turmes für die Eigenfrequenzanalyse*

Die Einstellungen für die Eigenfrequenzanalyse (mit konsistenter Massenmatrix) sind Abb. A-8 zu entnehmen.

Nun werden die Eigenfrequenzen des Referenzmodells und des parametrisierten Modells mit den parametrischen Beziehungen  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  verglichen. Die möglichen Abweichungen der Eigenfrequenzen bei  $f_{DEL} = 2$  werden mit den theoretischen Abweichungen aus Kap. 3.3.1 verglichen.

### 5.3.1 Eigenfrequenzanalyse des Turmes bei Änderung des Wanddickenfaktors

Die ersten Eigenfrequenzen des Turmes werden mit den beschriebenen Randbedingungen aus Kap. 5.3 unter verschiedenen Lastfaktoren analysiert. Für diese Analyse wird der Parameter Wanddickenfaktor analysiert, der bei ( $f_D = 1$ ) proportional zu  $f_{DEL}$  ansteigt. Die Ergebnisse zeigt die folgende Tabelle.

*Tabelle 5-2 Eigenfrequenzen des Turmes bei Parameter  $f_i$  bei verschiedenen Lastfaktoren*

$f_{DEL}$	$f_t$	$f_1$	Abweichung in %
1 (Referenz)	1	0,742	
1,35	1,35	0,741	-0,13%
1,5	1,5	0,74	-0,13%
2	2	0,738	-0,27%
2,5	2,5	0,737	-0,14%

Wie bei den theoretischen Berechnungen in Kap. 3.3.1 angedeutet, bleiben die Eigenfrequenzen des Turmes bei Änderung des Parameters Wanddickenfaktor mit sehr geringen Abweichungen konstant

### 5.3.2 Eigenfrequenzanalyse des Turmes bei Änderung des Durchmesserfaktors

Wie bei dem Parameter Wanddickenfaktor werden die Eigenfrequenzen unter Einfluss des Parameters Durchmesserfaktor analysiert. Mit der parametrischen Beziehung  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  und  $f_t = 1$  werden die Eigenfrequenzen mit dem Parameter Durchmesserfaktor  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  analysiert, welches die folgende Tabelle zeigt.

*Tabelle 5-3 Eigenfrequenzen des Turmes bei Parameter  $f_D$  bei verschiedenen Lastfaktoren*

$f_{DEL}$	$f_D$	$f_1$	Abweichung in %	Faktor gegenüber Referenz
1 (Referenz)	1	0,742		
1,35	1,162	0,859	15,77%	1,16
1,5	1,225	0,904	21,83%	1,22
2	1,414	1,038	39,89%	1,40
2,5	1,581	1,155	55,66%	1,56

Die Ergebnisse zeigen, dass sich die Eigenfrequenzen bei steigendem Parameter Durchmesserfaktor (infolge des steigenden Lastfaktors) erhöhen.

Laut überschlägigen theoretischen Berechnung (Tabelle 3-1) sollten sich die Eigenfrequenzen gegenüber der Referenz bei dem Parameter  $f_{DEL} = 2$  ( $f_D = 1,41$ ) um den Faktor 1,41 erhöhen. Dies deckt sich sehr gut mit dem numerischen Ergebnis (Tabelle 5-3: Überhöhungsfaktor 1,40 bei  $f_{DEL} = 2$ ).

---

Bei dieser Analyse kommt man zu der Erkenntnis, dass die relative Änderung der Eigenfrequenz gegenüber dem Referenzmodell (Spalte: Faktor gegenüber Referenz) dem Durchmesserfaktor  $f_D$  bzw.  $\sqrt{f_{DEL}}$  entspricht.





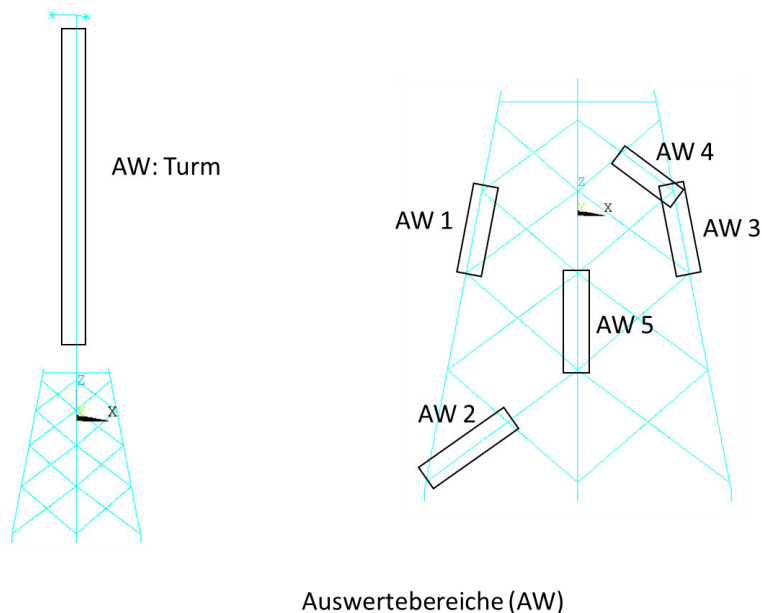
## 6 Parameterstudie zur Turm – Jacket Struktur

In diesem Kapitel werden die Parameterstudien des Strukturs in Hinblick auf die Laststeigerung durchgeführt.

Das Hauptziel ist, die Spannungen und die Eigenfrequenzen der Gesamtstruktur trotz parametrischer Veränderungen möglichst konstant zu halten, d.h. die Ergebnisse der Spannungen und Eigenfrequenzen sollen möglichst wenig vom Referenzmodell abweichen. Dabei sollen die entwickelte parametrische Zusammenhang vom  $f_{DEL} = f_D^2 * f_t$  (Kap. 3.2.2) und  $f_{DEL} = f_D * f_t$  (Kap. 3.2.3) eingesetzt und untersucht werden.

### 6.1 Auswertebereiche bei den Parameterstudien

Für die Spannungsanalyse werden im Folgenden die Auswertebereiche bei den Parameterstudien vorgestellt. Da die Jacketstruktur aus vielen Konstruktionselementen (Balkenelemente) bestehen, wäre es sehr unübersichtlich, wenn beim Jacket alles ausgewertet werden würde. Aus diesem Grund wird die Auswertung in sechs Auswertebereichen vorgenommen: Ein Auswertebereich dient der Auswertung des kompletten Turms und die anderen fünf Auswertebereiche sind für die Auswertung der Jacketstruktur vorgesehen (vgl. Abb. 6-1). Im Anschluss an diese Abbildung wird die Wahl der Auswertebereiche kurz erläutert.



*Abb. 6-1 Auswertebereiche bei den Parameterstudien*

Die Auswertebereiche AW1 und AW3 sind Jacket-Legs und sind die Bereiche mit der höchsten Axialspannung, vgl. Abb. 5-16. Die drei weiteren Auswertebereiche - zwei Querverstrebungen (AW2 und AW4) sowie ein Jacket-Leg-Abschnitt (AW5) - wurden beliebig ausgewählt.

Der AW Turm ist der Bereich wo sich die Biegespannungen dominieren. Dort werden die parametrische Zusammenhänge hinsichtlich der Biegespannung untersucht (vgl. Kapitel 5.2.3 und 6.2)

Die einheitliche Nummerierung der Elemente in den jeweiligen Auswertebereichen, die der direkten Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Ergebnisse bei unterschiedlichen Parameterfaktoren dient, wird im nächsten Kapitel behandelt.

Vorab muss im nächsten Kapitel die Elementnummerierung in Abhängigkeit vom Ergebnis der Konvergenzanalyse durch die individuellen Elementunterteilungen bestimmt werden.

### 6.1.1 Konvergenzanalyse

Wie in Kapitel 5.1.3 erwähnt werden die Elementkantenlängen global mit 1000 mm eingestellt. Für einen Auswertebereich werden die Elementunterteilungen nun lokal untersucht und gegebenenfalls verfeinert.

Das folgende Diagramm Abb. 6-2 zeigt die Konvergenzanalyse der Axialspannung für den Auswertebereich 1. In diesem Auswertebereich gibt es bei der globalen Einstellung der Elementkantenlänge 20 Elemente (bei der globalen Elementkantenlänge von 1000 mm), welche der schwarze Graph zeigt. Der grüne Graph zeigt die Auswertung mit der verdoppelten Elementanzahl. Für den direkten Konvergenzvergleich beider Graphen werden die 40 Punkte (für 40 Elemente) des grünen Graphs innerhalb der Elementnummern 1-20 untergebracht.

Für die Untersuchung der Axialspannung wird bei der globalen Einstellung der Elementkantenlänge (1000 mm) schon ein konvergentes Ergebnis erzielt, d.h. es müssen an dieser Stelle keine Verfeinerungen vorgenommen werden.

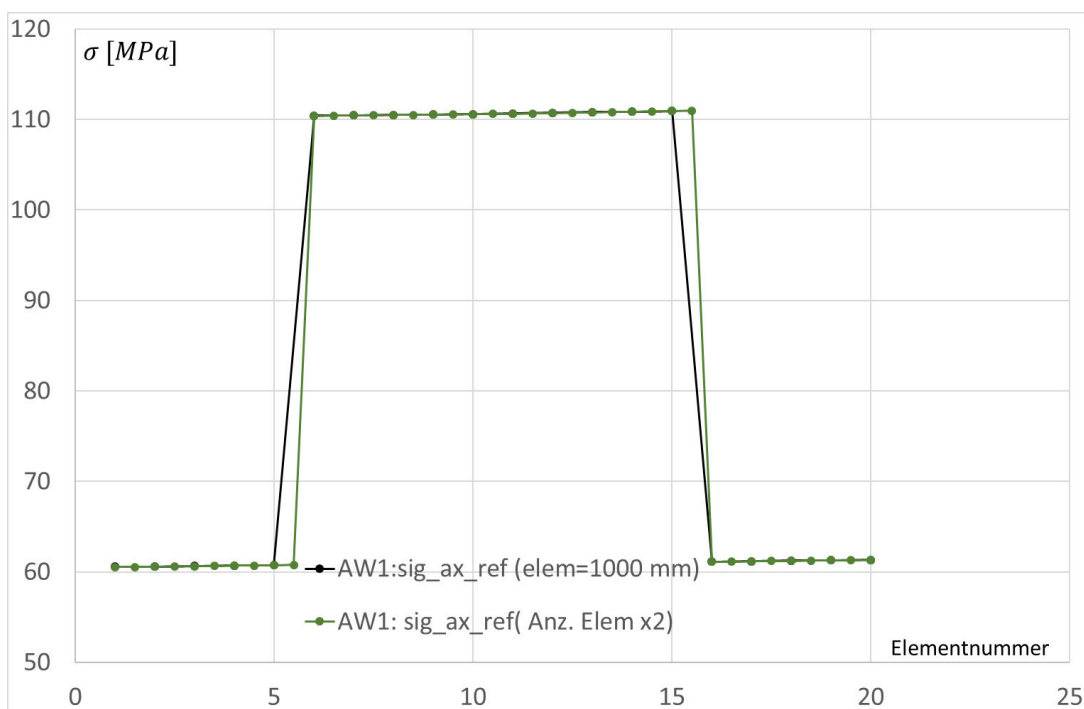
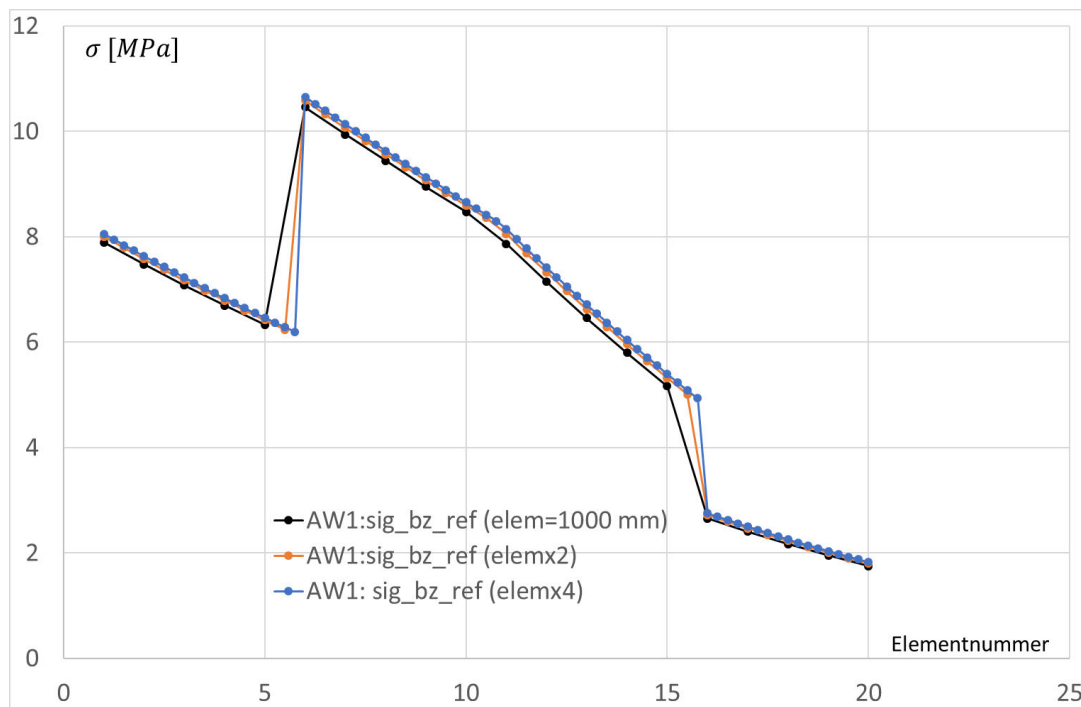


Abb. 6-2 Konvergenzanalyse Axialspannung beim Auswertebereich 1

Für die Konvergenzanalyse der Biegespannung im Auswertebereich 1 (AW 1) wird zunächst mit der globalen Einstellung der Elementkantenlänge (1000 mm) analysiert (Abb. 6-3), d.h. in diesem Bereich gibt es 20 Elemente (Elementnummern 1-20). Danach werden die Analysen mit der im Vergleich zur globalen Einstellung verdoppelten Unterteilung (orangene Linie) und der vervierfachten Unterteilung (blaue Linie) vorgenommen.



**Abb. 6-3 Konvergenzanalyse Biegespannung beim Auswertebereich 1**

Die Ergebnisse zeigen, dass die Biegespannungen in diesem Bereich sich bei der doppelten und vierfachen Unterteilung nur sehr minimal voneinander unterscheiden.

Aus diesem Grund reicht eine im Vergleich zur globalen Einstellung verdoppelte Unterteilung der Elementkantenlänge aus. Diese werden an allen Auswertebereichen vom Abb. 6-1 lokal angewendet.

### 6.1.2 Elementnummerierung der Auswertebereiche für das Diagramm

Da die Längen der jeweiligen Auswertebereiche sich nur wenig voneinander unterscheiden, wird für die Auswertebereiche AW 2 bis AW 5 die gleiche Elementunterteilung wie beim Auswertebereiche AW1 verwendet, d.h. die doppelte Unterteilung verglichen mit der globalen Einstellung der Elementkantenlänge. Für den Turm wurde schon gezeigt, dass die globale Einstellung der Elementkantenlänge bereits konvergiert (Kap. 5.1).

Das Ziel der Auswertung ist, dass die Spannungen immer an der gleichen Position ausgewertet werden soll. Allerdings kann nicht gewährleistet werden, dass sich die lokale Elementnummer nach der Geometriegenerierung an dem gleichen Ort bleiben. Allerdings bleiben aber die Anzahl der Elementunterteilungen der jeweiligen Auswertebereiche gleich. Um zu gewährleisten, dass die Auswertebereiche immer an der gleichen Position ausgewertet werden sollen, werden der tatsächlichen Elementnummerierung eine neue Elementnummerierung zugewiesen. Die Nummerierung lautet wie folgt:

**Tabelle 6-1 Elementnummerierung Auswertebereiche (inkl. Nummer für Spannungsanalyse)**

	Elementnummer innerhalb des Auswertebereichs	Elementnummer Spannungsanalyse
Auswertebereich 1 (AW1)	1 bis 40	10
Auswertebereich 2 (AW2)	41 bis 96	70
Auswertebereich 3 (AW3)	97 bis 136	120
Auswertebereich 4 (AW4)	137 bis 186	160
Auswertebereich Turm (AW Turm)	187 bis 330	200
Auswertebereich 5 (AW5)	331 bis 370	350

Auf die Auswahl der einheitlichen Elementnummern für die Spannungsanalyse, d.h. die Auswertung an der genau selben Stelle, wird im übernächsten Kapitel 6.3 näher eingegangen.

## 6.2 Gegenüberstellung der Biege und Axialspannung des Referenzmodells bei Referenzlast

Die Biege und Axialspannungen des Jackets wird nun mit den folgenden Elementnummerierungen der jeweiligen Auswertebereichen vom Tabelle 6-1 gegenübergestellt. Für die Biegespannungen in Querrichtung des Balkens, d.h. in y- und in z- Richtung wird, durch die Symmetrie des Kreisringquerschnitts [26], die Resultierende  $\sigma_{res}$  der Biegespannung aus den Biegespannung in z-Richtung  $\sigma_{b,z}$  bzw in y-Richtung  $\sigma_{b,y}$  wie folgt berechnet:

$$\sigma_{b,res} = \sqrt{\sigma_{b,z}^2 + \sigma_{b,y}^2} \quad \text{Gl. 6-1}$$

Im folgenden Tabelle werden dann die betragsmäßigen Verhältnisse der Axialspannung zu resultierendes Biegespannung  $abs\left(\frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{b,res}}\right)$  gegenübergestellt.

**Tabelle 6-2 Gegenüberstellung der Biege und Axialspannung des Turm-Jacket-Strukturs**

	$\sigma_{b,z}$	$\sigma_{b,y}$	$\sigma_{b,res}$	$\sigma_{ax}$	$abs\left(\frac{\sigma_{ax}}{\sigma_{b,res}}\right)$
AW1	6,24	0,01	6,24	60,76	9,74
AW2	-3,07	0,57	3,12	-10,06	3,23
AW3	-18,60	0,11	18,60	-186,06	10,00
AW4	0,55	5,62	5,64	35,16	6,23
AW5	0,31	5,79	5,80	-30,63	5,28
AW Turm	227,00	0,00	227,00	-16,63	0,07

Die Ergebnisse der Analysen zeigen, dass beim Jacket die Axialspannungen und beim Turm die Biegespannungen dominieren.

### 6.3 Spannungsanalyse bei der isolierten Untersuchung einzelner Parameter

Die Spannungsanalyse wird mit den mit den unten genannten Parametern durchgeführt.

1. Parameter Wanddickenfaktor (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_{DEL}$ )
2. Parameter Durchmesserfaktor (Turm:  $f_D = f_{DEL}$  Jacket:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ )
3. Parameter Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$  (mit Referenzlast)
4. Parameter Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}$  (mit Referenzlast)

Für Bereiche mit dominanter Biegespannung wird dann bei den Parameterstudien der parametrische Zusammenhang  $f_{DEL} = f_D^2 * f_t$  eingesetzt, damit die Spannungen der Struktur trotz erhöhter Last infolge des Lastfaktors  $f_{DEL}$  konstant bleiben. Wie die Analysen vom Kap. 6.2 zeigen, wird für den Turm und für die Transition Piece diese parametrische Zusammenhang verwendet.

Analog dazu wird für Bereiche mit dominanter Axialspannung der Zusammenhang  $f_{DEL} = f_D * f_t$  verwendet, welches bei Jacket Struktur eingesetzt werden (vgl. Kap. 6.2).

Bei dem Parameter Wanddickenfaktor  $f_t$  sowie beim Durchmesserfaktor  $f_D$  werden die Parameterstudien jeweils mit den Lastfaktoren  $f_{DEL} = 1,35$ ,  $f_{DEL} = 1,5$  und  $f_{DEL} = 2,5$  durchgeführt. Der Lastfaktor 1,35 wird nach Absprache im Projekt als die realitätsnaheste Laststeigerung beim Umbau zu einer Zweiblattanlage erachtet. Die Lastfaktoren  $f_{DEL} = 1,5$  und  $f_{DEL} = 2,5$  dienen zur Untersuchung der Abweichungen.

Für die Fuß und Kopfweitenfaktor wird das Struktur mit der Referenzlast analysiert, um herauszufinden, inwieweit sich die Veränderung der Fuß und Kopfweite sich auf das Spannungsverhalten auswirkt.

Für den Parameter Wanddickenfaktor werden einfürend in den jeweiligen Auswertebereichen (AW 1 bis AW5 sowie AW Turm) zunächst die Diagramme gezeigt und die Abweichungsrechnungen näher erläutert. Abschließend visualisiert ein Bild zusammenfassend die Abweichungen in Abhängigkeit vom Lastfaktor in den jeweiligen Auswertebereichen.

Dies ist die Grundlage für weitere Analysen mit verschiedenen Parametern, wobei die zugehörigen Diagramme im Anhang zu finden sind.

### 6.3.1 Spannungsanalyse $f_i=f_{DEL}$ sowie Erläuterung der Auswerteschritte

#### Auswertebereich 1

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Referenzgeometrie sowie die Ergebnisse des Parameters Wanddickenfaktor ( $f_t = f_{DEL}$ ) mit den Lastfaktoren  $f_{DEL} = 1,35$ ,  $f_{DEL} = 1,5$  und  $f_{DEL} = 2,5$  für den Auswertebereich 1 vorgestellt.

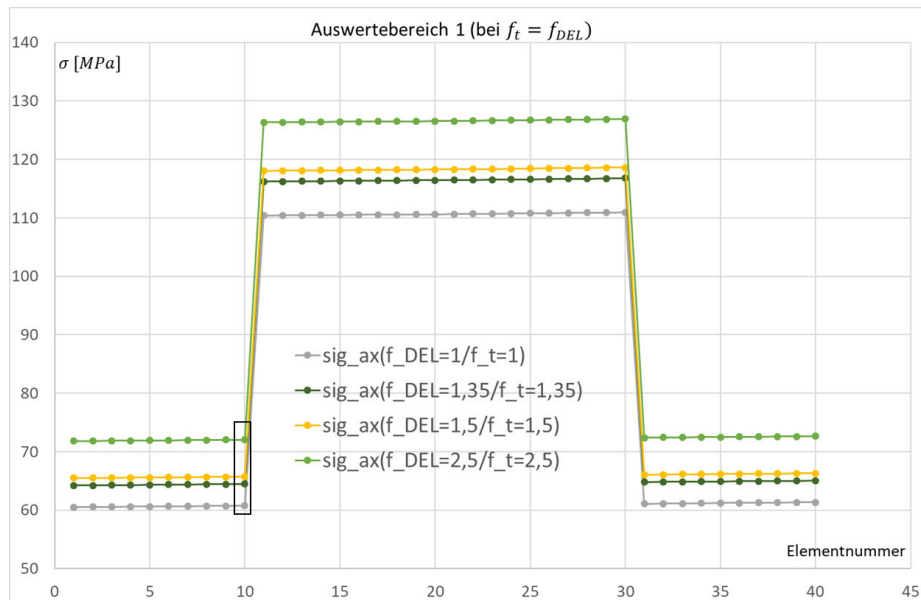


Abb. 6-4 Analyse der Axialspannung bei AW1 ( $f_i=f_{DEL}$ )

Für den direkten Vergleich der Abweichungen der Axialspannungen in Abhängigkeit vom Lastfaktor ( $f_{DEL} = f_t$ ) sollen die Spannungswerte aus den unterschiedlichen Analysen an der selben Elementnummer miteinander verglichen werden. Wie im Diagramm zu sehen ist, verschiebt sich der Spannungsverlauf in Abhängigkeit vom Lastfaktor komplett parallel. Durch die gleiche Relation der Abweichungen bei jeder Elementnummer ist die Wahl der Elementnummer beliebig. Bei Auswertepunkt 1 wird die Elementnummer 10 zum Vergleich der Abweichung der Spannung verwendet. Im Diagramm (Abb. 6-4) werden die betreffenden Punkte mit einem schwarzen Rahmen markiert.

Die Spannungswerte bei Elementnummer 10 werden in der folgenden Tabelle gezeigt.

Tabelle 6-3 Spannungswerte AW 1 ( $f_i=f_{DEL}$ )

$f_{DEL} = f_t$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,76	
1,35	64,47	6,1%
1,5	65,72	8,2%
2,5	72,05	18,6%

Bei der durchgeführten Analyse werden die Abweichungen der Spannungen durch die Erhöhung des Lastfaktors größer.

Für die Auswertung von AW 2 bis AW Turm werden die selben Auswertungsschritte wie bei AW 1 durchgeführt.

### Auswertebereich 2

Das folgende Diagramm zeigt die Spannungsverläufe mit den oben genannten Faktoren beim Auswertebereich 2.

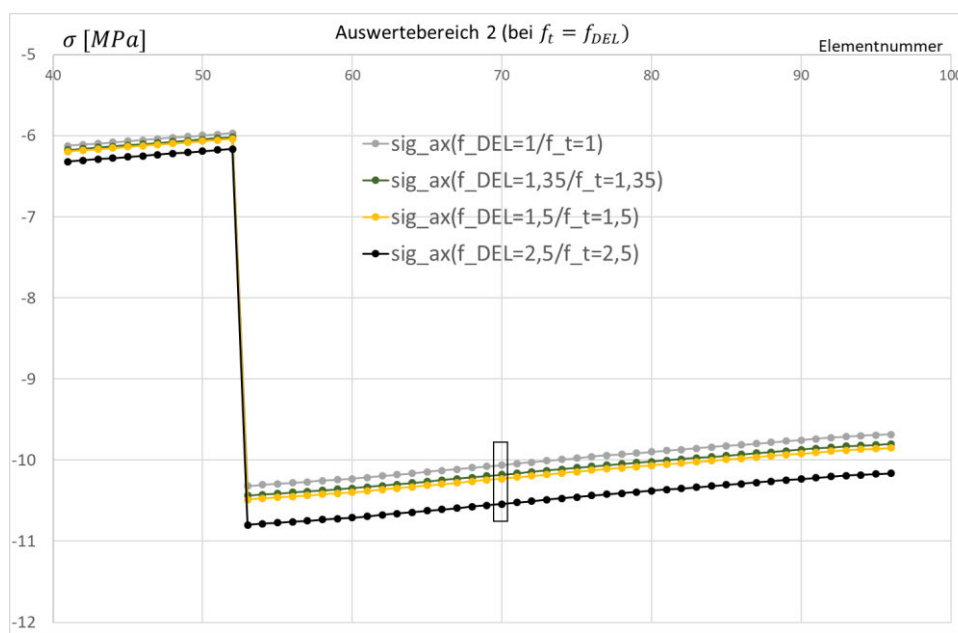


Abb. 6-5 Analyse der Axialspannung bei AW2 ( $f_t=f_{DEL}$ )

Für den Vergleich der Abweichung beim Auswertebereich 2 wird die Elementnummer 70 verwendet (siehe schwarze Markierung bei Abb. 6-5) und die folgende Tabelle gibt die Spannungswerte an.

Tabelle 6-4 Spannungswerte AW 2 ( $f_t=f_{DEL}$ )

$f_{DEL} = f_t$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,06	
1,35	-10,18	1,2%
1,5	-10,23	1,7%
2,5	-10,54	4,8%



### Auswertebereich 3

Das folgende Diagramm zeigt die Spannungsverläufe beim Auswertebereich 3.

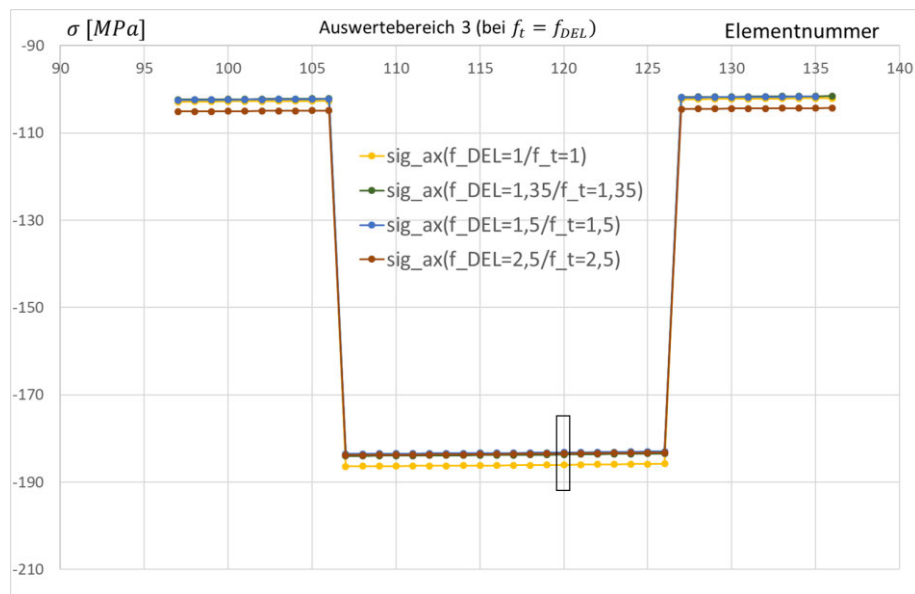


Abb. 6-6 Analyse der Axialspannung bei AW3 ( $f_t=f_{DEL}$ )

Die folgende Tabelle stellt die zugehörigen Spannungsangaben bei Elementnummer 120 dar.

Tabelle 6-5 Spannungswerte AW 3 ( $f_t=f_{DEL}$ )

$f_{DEL} = f_t$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,35	-183,70	-1,3%
1,5	-183,22	-1,5%
2,5	-183,48	-1,4%

Eine negative Abweichung bedeutet eine Verringerung der Spannung, nämlich in diesem Fall die Verringerung der Druckspannung.

### Auswertebereich 4

Das folgende Diagramm zeigt die Spannungsverläufe beim Auswertebereich 4.

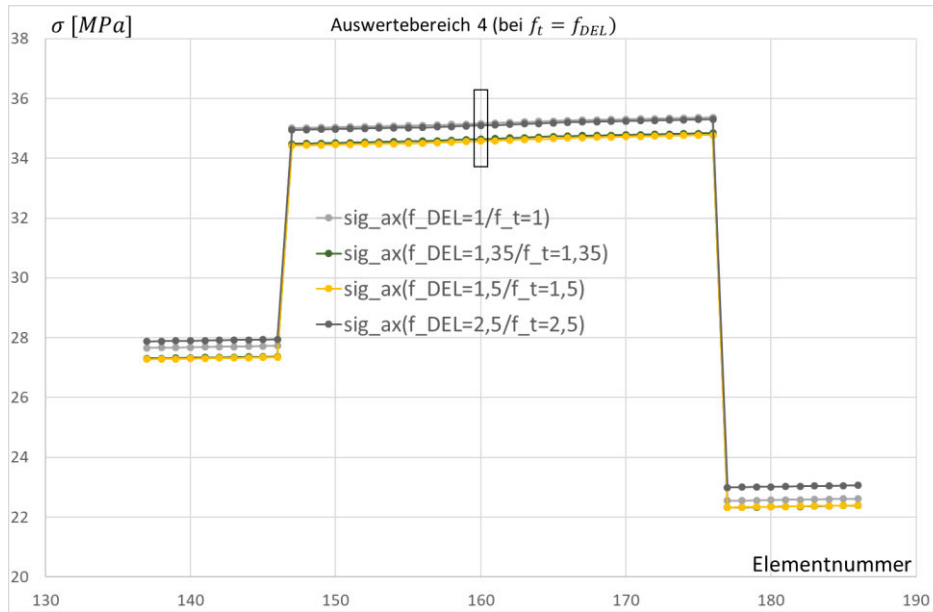


Abb. 6-7 Analyse der Axialspannung bei AW4 ( $f_t=f_{DEL}$ )

Die folgende Tabelle zeigt die Spannungsangaben bei Elementnummer 160.

Tabelle 6-6 Spannungswerte AW 4 ( $f_t=f_{DEL}$ )

$f_{DEL} = f_t$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,35	34,64	-1,5%
1,5	34,57	-1,7%
2,5	35,10	-0,2%

Auswertebereich 5

Im Folgenden werden die Spannungsverläufe beim Auswertebereich 5 gezeigt.

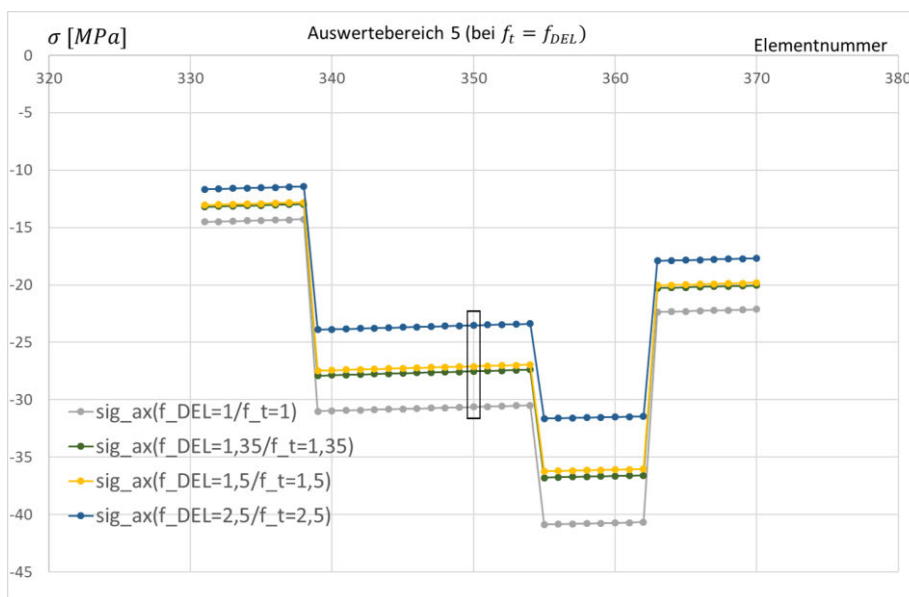


Abb. 6-8 Analyse der Axialspannung bei AW5 ( $f_t=f_{DEL}$ )

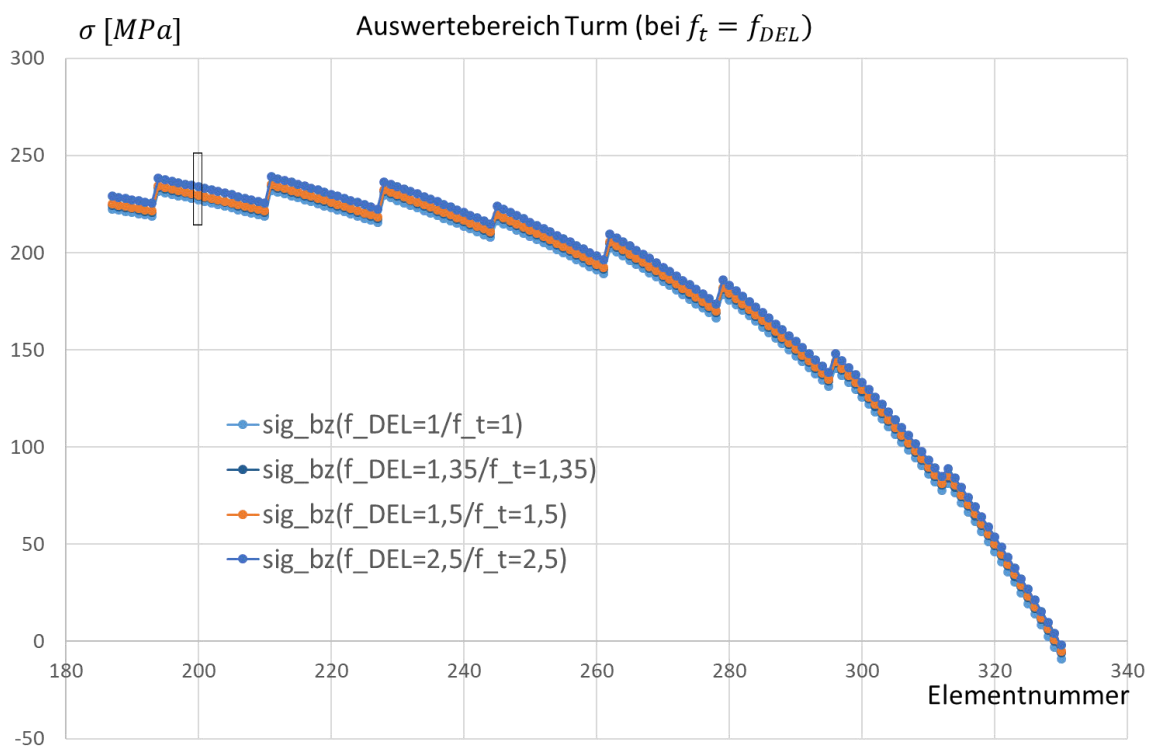
Die folgende Tabelle zeigt die Spannungen dort.

**Tabelle 6-7 Spannungswerte AW 5 ( $f_i=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL} = f_t$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,35	-27,52	-10,1%
1,5	-27,09	-11,6%
2,5	-23,52	-23,2%

### AW Turm

Das folgende Diagramm zeigt die Biegespannung beim Auswertebereich Turm in lokaler z-Richtung (vgl. Abb. 5-11) in Abhängigkeit vom Verlauf der Elementnummern mit den zuvor genannten Lastfaktoren. Der Graph beginnt bei Elementnummer 187 am untersten Punkt des Turmes, d.h. in Höhe der Einspannung beim Masterprojekt von T. Franz [22], und endet bei der Turmspitze in Höhe des Lastangriffs (Elementnummer 330).



**Abb. 6-9 Analyse der Biegespannung bei AW Turm ( $f_i=f_{DEL}$ )**

Der Graph zeigt qualitativ den gleichen Verlauf wie Abb. 5-14 im Bereich des Turmes. Anders als bei den vorherigen Analysen sind die Spannungsverläufe nicht ganz parallelverschoben. Es wird aus diesem Grund der versagenskritische untere Bereich des Turmes unweit oberhalb der

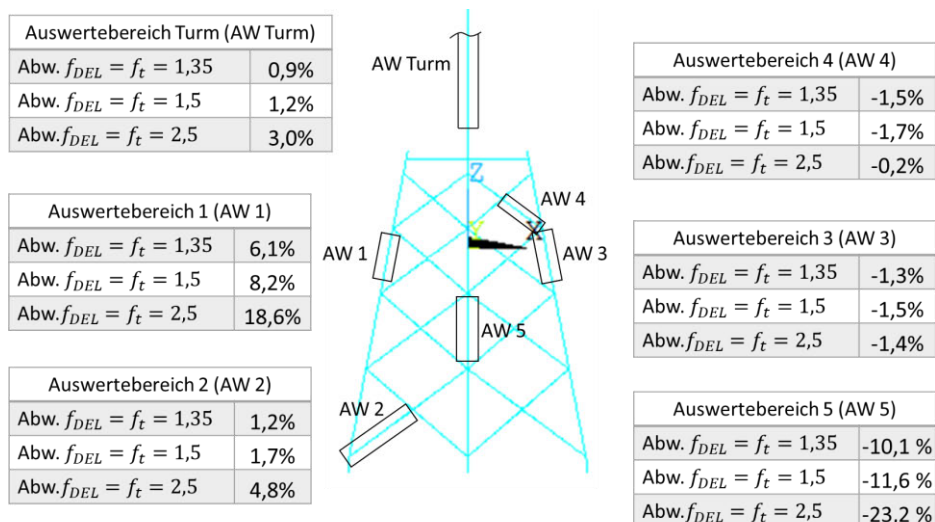
Einspannung bei Elementnummer 200 als Grundlage für den Vergleich der Abweichungen gewählt. Die folgende Tabelle zeigt die Spannungswerte bei der letztgenannten Elementnummer, die auch im Diagramm (Abb. 6-9) mit einem schwarzen Rahmen gekennzeichnet sind.

**Tabelle 6-8 Spannungswerte AW Turm ( $f_t=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL} = f_t$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	226,99	
1,35	228,99	0,9%
1,5	229,72	1,2%
2,5	233,79	3,0%

Da durch die gegebenen Randbedingungen die Biegespannung in lokaler y-Richtung null ist (vgl. Abb. 5-15), wird diese hier nicht dargestellt.

Die folgende Abbildung visualisiert die in Tabelle 6-3 bis Tabelle 6-8 dargestellten Abweichungen der Spannungen in allen Auswertebereichen.



**Abb. 6-10 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei  $f_t=f_{DEL}$**

Wie zuvor beschrieben folgt auf eine Erhöhung der Zug- oder Druckspannung eine positive Abweichung. Eine negative Abweichung bedeutet eine Verringerung der Zug- oder Druckspannung.

### 6.3.2 Spannungsanalyse bei $f_D=f_{DEL}$ (bei Turm $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )

Nun wird der Durchmesserfaktor in Abhängigkeit vom Lastfaktor analysiert.

Die Auswertung der Spannungsverläufe bei der Turm-Jacket-Struktur mit  $f_{DEL} = [1; 1,35; 1,5; 2,5]$  erfolgt nach der gleichen Vorgehensweise wie im letzten Kapitel.

Die folgende Abbildung visualisiert die Abweichungen in den jeweiligen Auswertebereichen.

$$\text{Jacket: } f_D = f_{DEL} \text{ Turm und TP: } f_D = \sqrt{f_{DEL}}$$

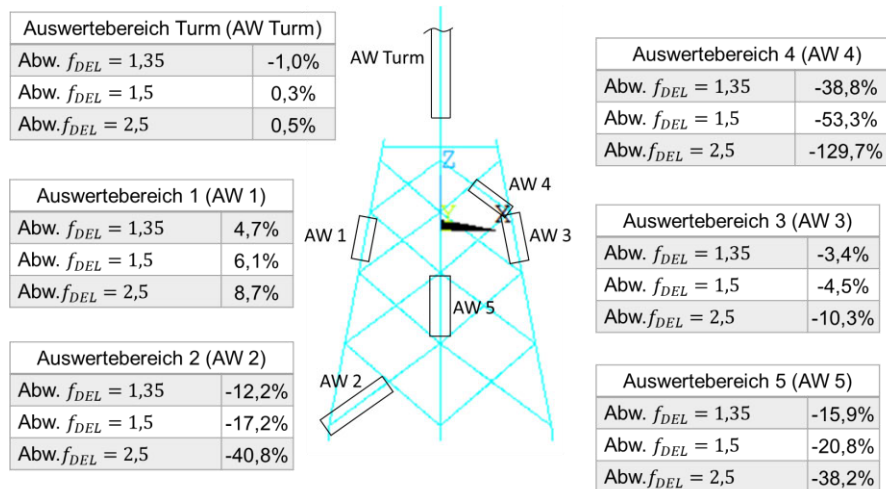


Abb. 6-11 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei  $f_D=f_{DEL}$  (Turm:  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )

Die Ergebnisse der Spannung bei der genannten Elementnummern aus Tabelle 6-1 sind in Tabellenform im Anhang aufgeführt (Tabelle A- 1 bis Tabelle A- 6). Dies gilt auch für die Spannungsverläufe in den jeweiligen Auswertebereichen (Abb. A- 9 bis Abb. A- 14).

### 6.3.3 Spannungsanalyse $f_{fu\beta}$ bei Referenzlast

Für den Parameter Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$  existieren keine parametrischen Zusammenhänge. Jedoch wird das Potenzial dieses Parameters zur Verringerung der Spannung numerisch untersucht. Um diesen Parameter  $f_{fu\beta}$  isoliert untersuchen zu können, bleiben die beiden Querschnittsfaktoren  $f_t$  und  $f_D$  sowie der Lastfaktor  $f_{DEL}$  konstant.

Untersucht werden die Parameter  $f_{fu\beta} = [1,1 ; 1,2]$ . Beim Parameter  $f_{fu\beta} = 1,1$  wird die Strecke von der Mittelachse zum untersten Fußpunkt um 10% verlängert. Analog dazu verlängert sich der Parameter  $f_{fu\beta} = 1,2$  um 20%.

Die folgende Abbildung visualisiert die Veränderung der Spannungswerte in Abhängigkeit vom Fußweitenfaktor. Die zugehörigen Zahlenwerte sind dem Anhang zu entnehmen (Tabelle A- 17 bis Tabelle A- 21).

Parameter  $f_{fu\beta}$  (restliche Parameterfaktoren bleiben konstant)

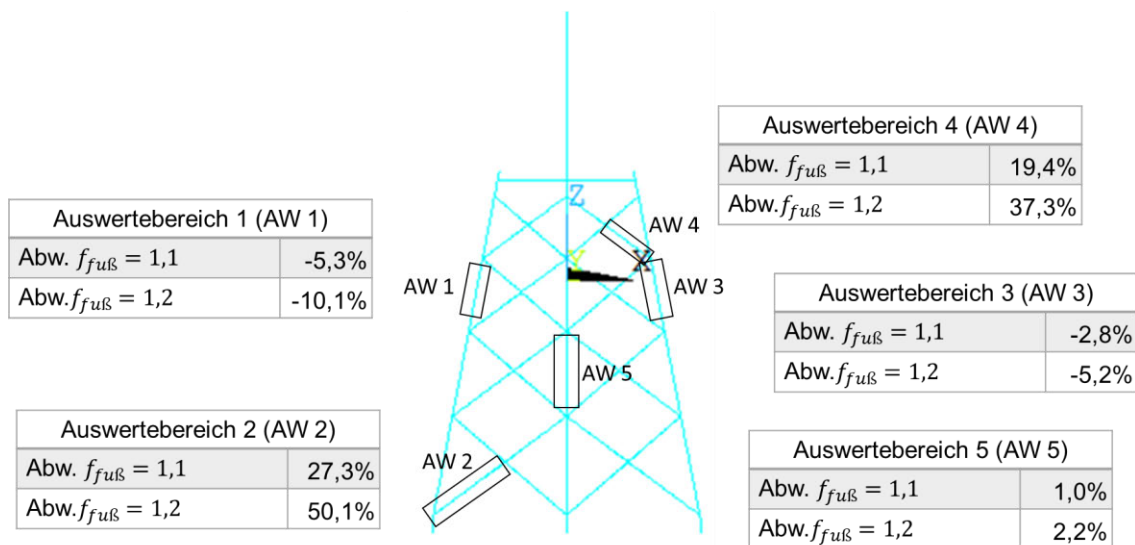


Abb. 6-12 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei  $f_{fu\beta}$

Dabei ist eine Erhöhung der Axialkräfte, vor allem bei den Querverstreibungen, zu beobachten. D.h. durch die Verschiebung der Standpunkte des Legs nach außen erhöht sich die Axialkraftaufnahme bei den Querverstreibungen.

### 6.3.4 Spannungsanalyse $f_{kopf}$ bei Referenzlast

Das folgende Diagramm visualisiert die Spannungsveränderung in Abhängigkeit vom Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}$ . Das Vorgehen ist identisch zum Fußweitenfaktor. Die konkreten Spannungswerte sind erneut im Anhang zu finden (Tabelle A- 22 bis Tabelle A- 26).

Parameter  $f_{kopf}$  (restliche Parameterfaktoren bleiben konstant)

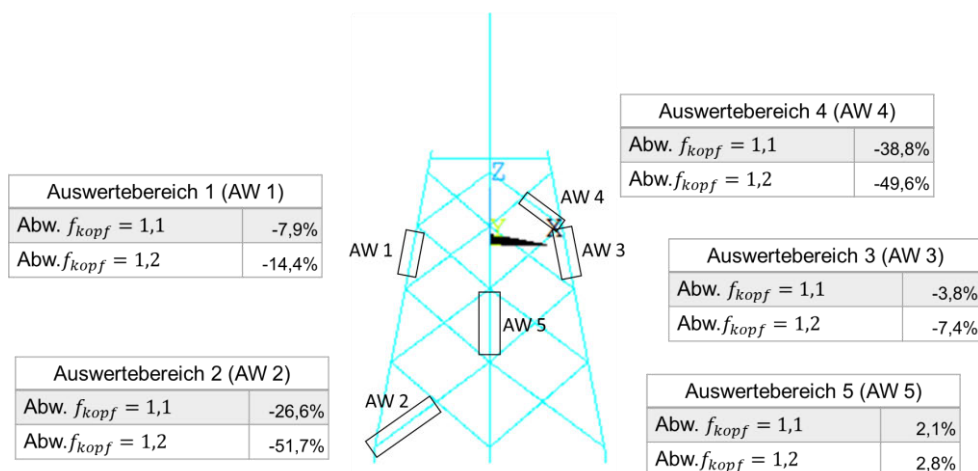


Abb. 6-13 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei  $f_{kopf}$

### 6.3.5 Spannungsanalyse $f_{fu\beta}$ und $f_{kopf}$ mit Lastfaktor

Nun wird der Parameter  $f_{fu\beta}$  und  $f_{kopf}$  bei erhöhten Lasten analysiert. Beim Analyse vom Kopfweitenfaktor beim letzten Kapitel wurde gezeigt, dass sich die Spannungen beim Referenzlast reduzieren. Es wird nun bei der Analyse mit dem relativitätsnächsten Lastfaktor  $f_{DEL} = 1,35$  geprüft, inwieweit sich das auf die Spannungen auswirken.

Für die Analysen wird der Turm unter Einfluss des Lastfaktors  $f_{DEL}$  mit dem Wanddicken bzw. mit dem Durchmesserfaktor beaufschlagt. Bei Jacket- Strukturen werden die Wanddicken und Durchmesser nicht verändert, um die Auswirkung der Parameter  $f_{fu\beta}$  und  $f_{kopf}$  besser untersuchen zu können.

*Tabelle 6-9 Untersuchung der Parameter  $f_{fu\beta}$  und  $f_{kopf}$  unter Last*

Parameterfaktoren				$\sigma$ [MPa]		$\sigma$ [MPa]		$\sigma$ [MPa]		$\sigma$ [MPa]		$\sigma$ [MPa]	
Turm		$f_{fu\beta}$	$f_{kopf}$	AW1	Abw.	AW2	Abw.	AW3	Abw.	AW4	Abw.	AW5	Abw.
$f_t$	$f_D$												
				60,8		-10,1		-186,1		35,2		-30,6	
1,35	1	1,2	1	78,3	29%	-19,1	90%	-230,1	24%	62,6	78%	-35,3	15%
1	1,162	1,2	1	74,8	23%	-5,5	-45%	-224,9	21%	20,3	-42%	-35,7	16%
1,35	1	1	1,2	79,9	31%	-19,1	90%	-227,4	22%	57,0	62%	-33,2	8%
1	1,162	1	1,2	76,4	26%	-5,4	-46%	-222,0	19%	15,7	-55%	-33,5	9%

Der Parameter Fußweitenfaktor und Kopfweitenfaktor können alleine die erhöhten Strukturbelastungen durch das erhöhte Turmeigengewicht bei Parameter Durchmesserfaktor, in Kombination mit der erhöhten Last bei allen Analysen nicht entgegenwirken. Ausgenommen sind vereinzelte Spannungsreduzierungen bei den Auswertebereichen AW2 bis AW4.

### 6.3.6 Analyse der Normalkraftänderung bei $f_t=f_{DEL}$

Die Abweichungen beim Wanddickenfaktor und beim Durchmesserfaktor werden nun näher beleuchtet.

Untersucht werden die Erhöhung der inneren Axialkräfte des Jackets in Abhängigkeit von Lastfaktor  $f_{DEL}$  sowie die Geometriefaktoren. Die inneren Axialkräfte werden in der technischen Mechanik Normalkräfte genannt [16] und im Folgenden wird dieser Begriff verwendet. Es soll Aufschluss darüber gegeben werden, ob die relative Änderung der Normalkräfte der Auswertebereiche bei ansteigendem Lastfaktor überall gleich ist. Ebenfalls wird geprüft ob die relative Änderung der Normalkräfte gleich zu Lastfaktor sind.

Nun wird die Normalkraftänderung bei AW1 bis AW5 hinsichtlich des Wanddickenfaktors analysiert. Für die komplette Geometrie gilt  $f_t = f_{DEL}$  mit  $f_{DEL} = [1; 1,35; 1,5; 2,5]$ .

Analog zur Vorgehensweise bei der Spannungsauswertung werden zur Analyse der Normalkraftänderung die Normalkräfte bei den jeweils gleichen Elementnummierungen von AW 1 bis AW 5 extrahiert. Zur Visualisierung der relativen Änderung der Normalkraft der parametrisierten Geometrie ( $N_{param}$ ) zur Referenznormalkraft  $N_{ref}$  (d.h.  $N_{param}/N_{ref}$ ) in Relation zum Lastfaktor  $f_{DEL}$  wird ein Diagramm erstellt.

Daraus kann abgelesen werden, ob die Normalkrafterhöhung in den jeweiligen Auswertebereichen im Vergleich zum Lastfaktor größer oder kleiner ist.

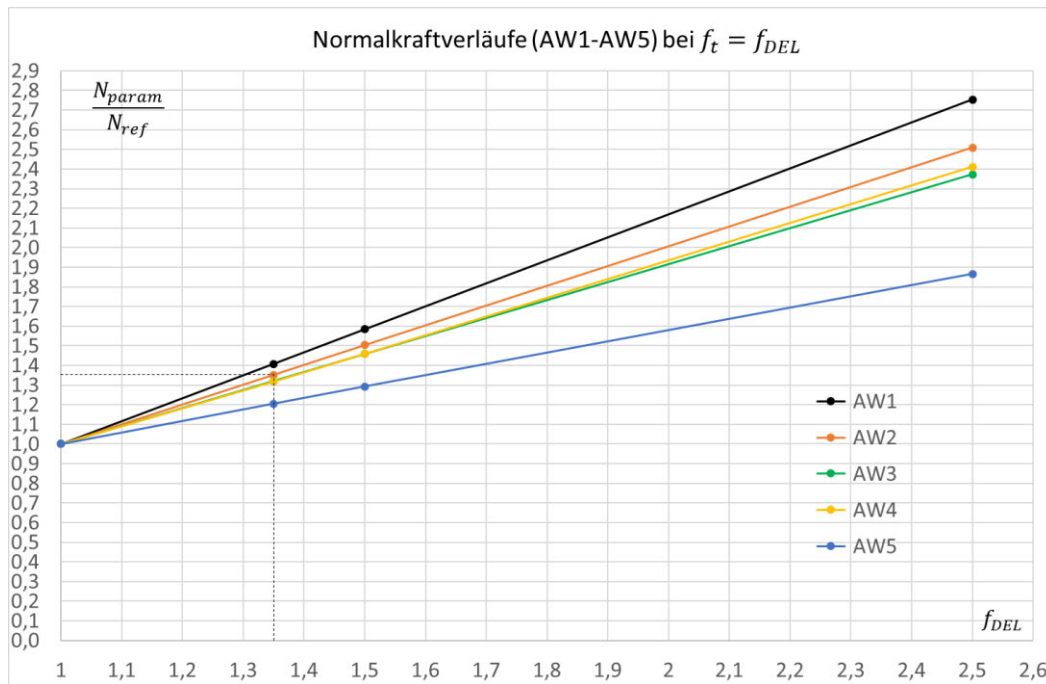


Abb. 6-14 Normalkraftänderung in Relation zum Lastfaktor bei  $f_t=f_{DEL}$

Die Ergebnisse der Normkraftauswertungen bei den jeweiligen Auswertebereichen in Abhängigkeit vom Lastfaktor sind dem Anhang (Tabelle A- 7 bis Tabelle A- 11) zu entnehmen. Des Weiteren wird in den Tabellen die relative Änderung zur Referenz-Normalkraft an den jeweiligen Stellen angegeben.

Anhand der zusätzlichen Hilfslinien beim Lastfaktor  $f_{DEL} = 1,35$  kann abgelesen werden, dass bei AW2, AW3 und AW4 der Lastfaktor und der Normkraftanstieg annähernd gleich ist. Dies erklärt die geringen Unterschiede der Spannungen zum Referenzmodell bei AW2 bis AW4 aus den vorherigen Analysen (Abb. 6-10). Beim Auswertebereich AW1 ist die Normkrafterhöhung größer als der Lastfaktor, dies geht mit der Spannungserhöhung bei AW1 in Abb. 6-10. einher. Analog dazu ist die Spannung bei AW 5 verringert, da die Normkrafterhöhung kleiner ist als der Lastfaktor.



### 6.3.7 Analyse der Normalkraftänderung bei $f_D=f_{DEL}$ (Turm $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )

Analog zur Vorgehensweise im letzten Kapitel wird im Folgenden die Normalkraftveränderung beim Durchmesserfaktor analysiert.

Dabei gilt beim Jacket  $f_D = f_{DEL}$  und beim Turm  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ , mit dem gleichen  $f_{DEL}$  wie in den bisherigen Analysen. Die Auswertung der Normalkrafterhöhung sowie die relative Änderung zu den jeweiligen Referenznormalkräften bei AW1 bis AW5 ist Tabelle A- 12 bis Tabelle A- 16 zu entnehmen.

Analog zum letzten Kapitel zeigt das folgende Diagramm die relative Änderung der Normalkräfte in Bezug zum Lastfaktor.

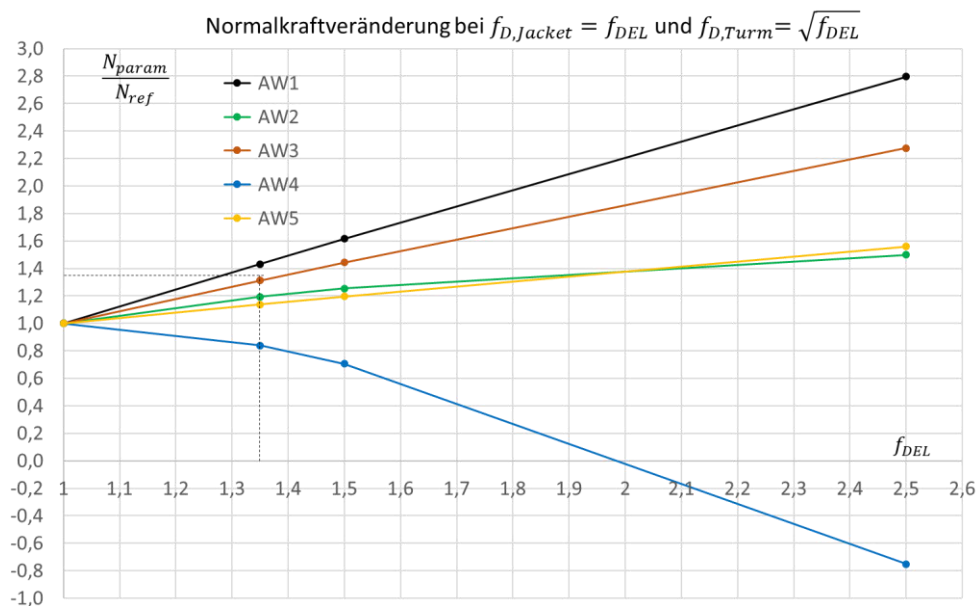


Abb. 6-15 Normalkraftänderung in Relation zum Lastfaktor bei  $f_D=f_{DEL}$  (Turm  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )

Beim Lastfaktor  $f_{DEL} = 1,35$  werden anhand der eingezeichneten Linien im Diagramm folgende Beobachtungen gemacht:

- Bei AW1 ist der relative Normalkraftanstieg größer als der Lastfaktor
- Bei AW3 ist der relative Normalkraftanstieg annähernd gleich zum Lastfaktor.
- Bei AW2, AW4 und AW5 sind die relativen Normalkraftanstiege kleiner als der Lastfaktor.

Die Beobachtungen stimmen mit der Spannungserhöhung und Spannungsverringern bei der Analyse vom Parameter Durchmesserfaktor überein.

### 6.3.8 Beurteilung Spannungsanalyse

Die folgende Tabelle fasst die Abweichungen bei den Parametern Wanddicken- und Durchmesserfaktor bei einem Lastfaktor von  $f_{DEL} = 1,35$  zusammen. Dies ist der realitätsnaheste Lastfaktor bei einem Umbau zu einer Zweiblattanlage.

*Tabelle 6-10 Zusammenfassung der Abweichungen bei den Durchmesser- und Wanddickenfaktoren bei  $f_{DEL}=1,35$*

Lastfaktor $f_{DEL}$	1,35	1,35
Parameter Turm	$f_{DEL} = f_t$	$f_{DEL} = f_D^2$
Parameter Jacket	$f_{DEL} = f_t$	$f_{DEL} = f_D$
	Abweichung	Abweichung
AW1	6,1%	4,7%
AW2	1,2%	-12,2%
AW3	-1,3%	-3,4%
AW4	-1,5%	-38,8%
AW5	-10,1%	-15,9%
AW Turm	0,9%	-1,0%

Die Analysen ergeben, dass beim Parameter Wanddickenfaktor beim Jacket-Struktur die parametrischen Beziehungen  $f_t * f_D = f_{DEL}$  (Gl. 3-71), mit  $f_D = 1$ , bis auf die kleine Spannungserhöhung bei AW1 gut eingesetzt werden können. Es liegt daran, dass die Spannungen von AW2 bis AW5 gegenüber der Referenzgeometrie kleiner werden.

In Hinblick auf die Spannungen ist der Parameter Durchmesserfaktor die bessere Wahl. Der Grund dafür ist, dass es beim Durchmesserfaktor bei AW2 bis AW5 im Vergleich zum Wanddickenfaktor durch die höheren negativen Abweichungen (Tabelle 6-10) von der Referenzgeometrie mehr Auslastung gibt.

Damit besteht das Potenzial, dort mehr Material einsparen zu können. Allerdings ist es nicht möglich, sowohl beim Parameter Wanddickenfaktor als auch beim Durchmesserfaktor einen globalen Korrekturfaktor einzuführen, da die Axialspannungsveränderungen in den jeweiligen Auswertebereichen unterschiedlich sind. Dies liegt daran, dass bei der Lasteinleitung die relativen Änderungen der Normalkräfte beim selben Lastfaktor nicht überall gleich sind und nicht gleich stark ausgeprägt sind, wie die Normalkraftanalyse in Kapitel 6.3.6 (Wanddickenfaktor) und 6.3.2 (Durchmesserfaktor) zeigt.

Beim Turm unter Anwendung von parametrischen Beziehung  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  (Gl. 3-59) wurden im Hinblick auf Biegespannung-Konstanz sehr gute Ergebnisse erzielt.

Nun werden die Ergebnisse im Hinblick auf Parameter Fuß und Kopfweitenfaktor von den Kapiteln Kap. 6.3.3 und Kap. 6.3.4 in Tabellenform zusammengefasst.

Tabelle 6-11 Zusammenfassung der Abweichungen bei Fuß- und Kopfweitenfaktor

Lastfaktor $f_{DEL}$	1	1	1	1
Parameter Jacket	$f_{fu\beta} = 1,1$	$f_{kopf} = 1,1$	$f_{fu\beta} = 1,2$	$f_{kopf} = 1,2$
	Abweichung	Abweichung	Abweichung	Abweichung
AW1 (Leg)	-5,3%	-7,9%	-10,1%	-14,4%
AW2	27,3%	-26,6%	50,1%	-51,7%
AW3 (Leg)	-2,8%	-3,8%	-5,2%	-7,4%
AW4	19,4%	-38,8%	37,3%	-49,6%
AW5 (Leg)	1,0%	2,1%	2,2%	2,8%

Die Auswertung ergibt, dass der Fußweitenfaktor und der Kopfweitenfaktor die Axialkraftaufnahme bei den Legs bei AW1 und AW3 verringern, wobei sie sich bei AW5 leicht erhöhen.

Bei den Querverstreben erhöht sich die Axialkraftaufnahme beim Fußweitenfaktor während sie sich beim Kopfweitenfaktor verringert.

Aufgrund der Komplexität der Geometrie, die numerische Berechnungen voraussetzt, ist es schwierig, zweifelsfrei genaue Aussagen zu den Gründen für diese Ergebnisse zu machen. Allerdings wird die Axialkraftaufnahme bei den Querverstreben beim Fußweitenfaktor vermutlich erhöht, weil aufgrund der Verschiebung der Fußpunkte der Legs die Querverstreben sich etwas mehr in die Waagerechte schieben und sie dadurch mehr Kraft von der waagerechten Krafteinleitung des Turmkopfes aufnehmen können. Bei der Verschiebung des oberen Punkts vom Jacket mit  $f_{kopf}$  werden die Querverstreben im Vergleich zur Referenzgeometrie etwas mehr in der Senkrechten platziert, welche mit dem geringeren Axialkraftaufnahme begründet werden können.

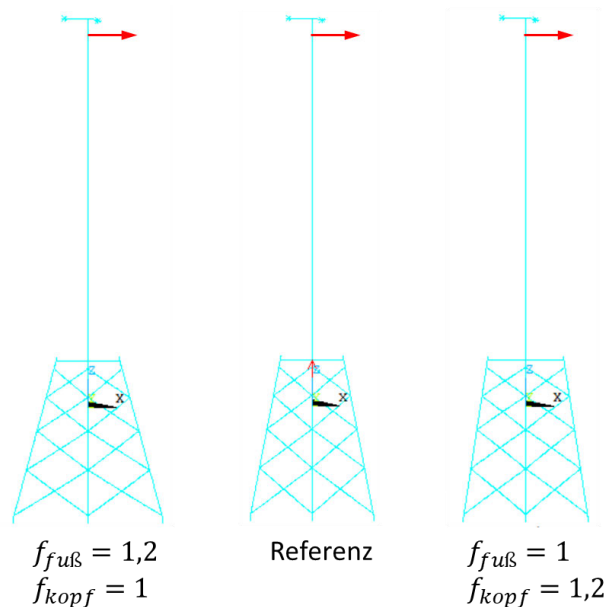


Abb. 6-16 Vergleich der Jacket Geometrie bei Fuß- und Kopfweitenfaktor mit dem Referenzmodell

Bei Kopf und Fußweitenfaktor mit erhöhten Last, mit Parameter Durchmesser bzw. Wanddickenfaktor des Turmes (ohne Modifikation der Wanddicken und Durchmesserfaktor des Jacket-Strukturs) werden auch ähnliche Beobachtungen gemacht, dort sind die Spannungen beim Kopfweitenfaktor in den meisten Fällen betragsmäßig geringer gegenüber Fußweitenfaktor.

Dennoch muss hier angemerkt werden dass im Falle der erhöhten Lastfaktor ( $f_{DEL} > 1$ ) die alleinige Einsatz von Fuß bzw. Kopfweitenfaktor, ohne die Anwendung von Wanddicken und Durchmesserfaktor des Jackets in den meisten Fällen zu Spannungserhöhung führt (Tabelle 6-9). Das liegt zum einen an den erhöhten Last ( $f_{DEL} > 1$ ) und zum anderen die erhöhte Strukturbelastung des Jackets durch die erhöhte Eigengewicht infolge Anwendung der Wanddicken und Durchmesserfaktor des Turmes. Aus diesem Grund werden die Parameter vom Kap. 6.3.3 und 6.3.4, (Parameter Fuß und Kopfweitenfaktor unter erhöhten Last, ohne Querschnittsfaktoren) für die weitere Analysen nicht berücksichtigt.

## 6.4 Eigenfrequenzanalyse bei der isolierten Untersuchung einzelner Parameter

Analog zu Spannungsanalyse wird eine Eigenfrequenzanalyse mit den gleichen Parametern wie folgt durchgeführt.

1. Parameter Wanddickenfaktor (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_{DEL}$ )
2. Parameter Durchmesserfaktor (Turm:  $f_D = f_{DEL}$  Jacket:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ )
3. Parameter Fußweitenfaktor  $f_{fuß}$  (mit Referenzlast)
4. Parameter Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}$  (mit Referenzlast)

### 6.4.1 Eigenfrequenzanalyse bei den Parametern $f_t$ und $f_D$

Bei der Modalanalyse werden die Eigenfrequenzen bei den Parametern Wanddickenfaktor und Durchmesserfaktor in Abhängigkeit von den Lastfaktoren (vgl. Kap. 6.3) analysiert. Dabei werden die gleichen Randbedingungen für die Modalanalyse verwendet wie in Kap. 5.2.1.

Da die Eigenfrequenzen, wie in Kap. 5.2.5 gezeigt, beim ersten und zweiten sowie beim dritten und vierten Mode nur geringfügig voneinander abweichen, werden nur die Eigenfrequenzen des ersten und dritten Mode ausgewertet.

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse der ersten Eigenfrequenzanalyse bei den Parametern Wanddickenfaktor und Durchmesserfaktor.

**Tabelle 6-12 Ergebnisse der ersten Eigenfrequenzanalyse beim Wanddicken - und beim Durchmesserfaktor**

Parameter Turm	$f_{DEL} = f_t$		$f_{DEL} = f_D^2$	
Parameter Jacket	$f_{DEL} = f_t$		$f_{DEL} = f_D$	
$f_{DEL}$	$f_1$	Abw. $f_1$	$f_1$	Abw. $f_1$
1	0,1694		0,1694	
1,35	0,1926	13,7%	0,2092	23,5%
1,5	0,2011	18,7%	0,2228	31,5%
2,5	0,2449	44,6%	0,3090	82,4%

Analog dazu zeigt die nächste Tabelle das Resultat der dritten Eigenfrequenzanalyse.

Tabelle 6-13 Ergebnisse der dritten Eigenfrequenzanalyse beim Wanddicken - und beim Durchmesserfaktor

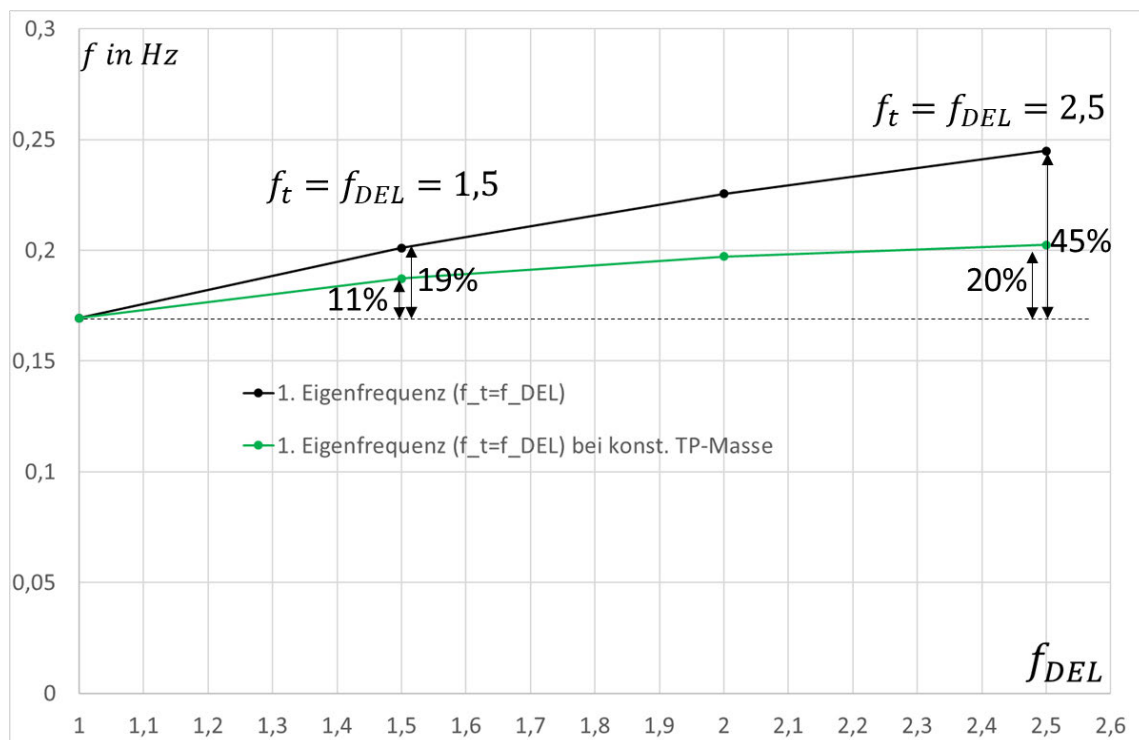
Parameter Turm	$f_{DEL} = f_t$		$f_{DEL} = f_D^2$	
Parameter Jacket	$f_{DEL} = f_t$		$f_{DEL} = f_D$	
$f_{DEL}$	$f_3$	Abw. $f_3$	$f_3$	Abw. $f_3$
1	0,9016		0,9016	
1,35	0,9958	10,4%	1,0996	22,0%
1,5	1,0285	14,1%	1,1661	29,3%
2,5	1,1804	30,9%	1,5806	75,3%

Beim Parameter Wanddickenfaktor sind die Abweichungen, d.h. der Anstieg der Eigenfrequenz, bei allen Analysen viel geringer als beim Parameter Durchmesserfaktor.

#### 6.4.2 Eigenfrequenzanalyse $f_t$ und $f_D$ mit konstanter TP-Masse

Bei parametrischen Veränderungen der Wanddicken und Durchmesserfaktor werden die TP-Massen auch verändert, d.h. bei Erhöhung der Wanddickenfaktor steigt auch die TP-Masse.

Zur Gegenüberstellung und zur Untersuchung der Einfluss vom TP- Masse wird zusätzlich eine Analyse mit der Referenz-TP-Masse (vgl. Kap. 4.4.2) durchgeführt und das Ergebnis im grünen Graph gezeigt.

Abb. 6-17 Eigenfrequenzanalyse  $f_1$  bei  $f_t=f_{DEL}$ 

Es zeigt sich, dass bei einer konstanten TP-Masse der Anstieg der Eigenfrequenz nicht groß ist. Allerdings muss auch geprüft werden, ob das Referenz-TP in Hinsicht auf die erhöhten Lasten sowie durch die erhöhten Massen tragfähig genug ist.

Zur Untersuchung des Einflusses der TP – Masse auf die Eigenfrequenz sind im Anhang weitere Diagramme wie folgt zu finden

- Abb. A- 15: 3. Eigenfrequenz bei  $f_t = f_{DEL}$  , inkl. Ergebnis bei konst. TP-Masse
- Abb. A- 16: 1. Eigenfrequenz bei  $f_D = f_{DEL}$  , inkl. Ergebnis bei konst. TP-Masse
- Abb. A- 17: 3. Eigenfrequenz bei  $f_D = f_{DEL}$  , inkl. Ergebnis bei konst. TP-Masse

Es soll im Folgenden beim Turm analysiert werden, inwieweit die Turmstruktur Einfluss auf die Eigenfrequenz hat.

### 6.4.3 Eigenfrequenzanalyse bei $f_{fu\beta}$ und $f_{kopf}$

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse der ersten und dritten Eigenfrequenzanalyse beim Parameter Fußweitenfaktor. Um den strukturellen Einfluss dieses Parameters auf die Eigenfrequenz isoliert zu untersuchen, werden alle weiteren Geometrieparameter sowie der Lastparameter gleich eins gesetzt.

*Tabelle 6-14 Ergebnisse Eigenfrequenzen beim Fußweitenfaktor*

$f_{DEL}$ Parameter Jacket	1 $f_{fu\beta}$		1 $f_{fu\beta}$	
$f_{fu\beta}$	$f_1$	Abw. $f_1$	$f_3$	Abw. $f_3$
1	0,1694		0,9016	
1,1	0,1697	0,16%	0,9057	0,45%
1,2	0,1698	0,21%	0,9088	0,79%

Analog zur oberen Tabelle zeigt die folgende Tabelle die Ergebnisse beim Kopfweitenfaktor.

*Tabelle 6-15 Ergebnisse Eigenfrequenzen beim Kopfweitenfaktor*

$f_{DEL}$ Parameter Jacket	1 $f_{kopf}$		1 $f_{kopf}$	
$f_{kopf}$	$f_1$	Abw. $f_1$	$f_3$	Abw. $f_3$
1	0,1694		0,9016	
1,1	0,1760	3,87%	0,9124	1,20%
1,2	0,1753	3,49%	0,9104	0,98%

#### 6.4.4 Beurteilung Eigenfrequenzanalyse

Die Eigenfrequenzanalysen haben ergeben, dass bei allen Parameterfaktoren die Eigenfrequenzen steigen (Tabelle 6-12 bis Tabelle 7-15). Analog zur oberen Tabelle zeigt die folgende Tabelle die Ergebnisse beim Kopfweitenfaktor.

Beim Parameter Wanddickenfaktor  $f_t = f_{DEL}$  mit  $f_{DEL} = 1,35$  weicht die erste Eigenfrequenz um 14 % vom Referenzwert ab und beim Parameter Durchmesserfaktor bzw. beim Turm: ( $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ ) steigt die erste Eigenfrequenz verglichen mit dem Referenzwert um 24% an (Tabelle 6-12). Auch für die anderen Lastfaktoren sind die Werte der ersten und dritten Eigenfrequenz beim Parameter Durchmesserfaktor deutlich höher im Vergleich zum Parameter Wanddickenfaktor.

Wenn die Masse des Transition Piece (TP) konstant bleibt, ist der Anstieg der Eigenfrequenz vergleichsweise geringer. Dennoch muss die Tragfähigkeit des TP bei erhöhtem Lastfaktor sowie bei der erhöhten Masse infolge der Veränderung der Parameterfaktoren geprüft werden. Durch die unklare Geometrie des TP (Kap. 4.4.1) wird diese Überprüfung jedoch an dieser Stelle nicht durchgeführt. D.h. im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit wird weiterhin angenommen, dass die TP- Masse bei höheren Lasten, durch die Parameterfaktoren  $f_D$  bzw.  $f_t$ , ansteigen.



## 7 Parameterstudien mit Parameterkombinationen

In diesem Kapitel werden Parameterstudien mit folgenden Parameterkombinationen durchgeführt:

1.  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  (mit  $f_{DEL} = f_t = f_D = 1$ )
2. Turm:  $f_t = f_{DEL}$  und Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
3. Turm:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  und Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
4. Turm:  $f_t = f_{DEL}$  und Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$
5. Turm:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  und Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$

Bei der ersten Parameterkombination soll untersucht werden, wie die Spannungen und Eigenfrequenzen sich in Relation zum Fuß- bzw. Kopfweitenfaktor verhalten (dabei gilt  $f_t = f_D = 1$ ). Der Grund dafür ist, dass die vorherigen Analysen ergeben haben, dass der Parameter  $f_{fu\beta}$  einen geringeren Eigenfrequenzzuwachs hat, allerdings steigen die Spannungen an den Querverstrebungen. Beim Parameter  $f_{kopf}$  verhält es sich genau umgekehrt. Durch die Kombination beider Parameter soll analysiert werden, ob sich durch die Kombination von  $f_{fu\beta}$  und  $f_{kopf}$  Vorteile ergeben.

Bei der zweiten Parameterkombination wird für den Turm der Parameter  $f_t = f_{DEL}$  eingesetzt und für den Jacket wird geprüft, ob aus der Kombination aus Wanddickenfaktor und Durchmesserfaktor ein Nutzen gezogen werden kann. Durch die parametrische Beziehung des Jackets  $f_t * f_D = f_{DEL}$  berechnet sich der Wanddickenfaktor bzw. Durchmesserfaktor bei  $f_t = f_D$  wie folgt:

$$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}} \quad \text{Gl. 7-1}$$

Der Parameterauswahl des Jackets bei der dritten Parameterkombination ist identisch zur zweiten Parameterkombination, für den Turm wird hier der Parameter der zweiten Parameterkombination  $f_t = f_{DEL}$  genutzt.

Die Parameter beim dritten Parameterkombination ist identisch zu zweiten Parameterkombination, für den Turm wird der Parameter  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  verwendet.

Bei der vierten und fünften Parameterkombination wird analog zur zweiten und dritten Parameterkombination zusätzlich eine Analyse mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$  durchgeführt. Dabei wird für den vierten Parameter der Parameter Wanddickenfaktor für den Turm verwendet und bei der fünften Parameterkombination wird für den Turm der Durchmesserfaktor eingesetzt.

Damit kann die Auswirkung der zweiten bzw. der dritten Parameterkombination unter Einfluss des Fuß- und Kopfweitenfaktors untersucht werden.

## 7.1 Spannungsanalysen bei Parameterkombinationen

### 7.1.1 Parameterkombination Nr. 1

Die folgende Tabelle zeigt die Spannungswerte bei der ersten Parameterkombination.  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ . Die zugehörigen Spannungswerte sind im Anhang zu finden (Tabelle A- 27 bis Tabelle A- 31).

*Tabelle 7-1 Spannungswerte bei  $f_{fu\beta}=f_{kopf}$*

Parameterkombi Nr.	1	1
Lastfaktor $f_{DEL}$	1	1
Parameter Jacket	$f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,1$	$f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$
	Abweichung	Abweichung
AW1 (Leg)	-12,8%	-22,8%
AW2	3,0%	6,6%
AW3 (Leg)	-6,3%	-11,7%
AW4	-20,4%	-17,1%
AW5 (Leg)	3,1%	4,7%

Die Abbildung im Anhang (Abb. A- 18) visualisiert die gezeigten Tabellenwerte.

### 7.1.2 Parameterkombination Nr. 2 und Nr. 3.

Nun folgt eine Gegenüberstellung der zweiten und dritten Parameterkombination beim Lastfaktor  $f_{DEL} = 1,35$ . Die Spannungswerte bei der Analyse der zweiten Parameterkombination (Tabelle A- 32 bis Tabelle A- 36) sowie die Visualisierung der jeweiligen Auswertebereiche (Abb. A- 19) sind der Arbeit angehängt.

**Tabelle 7-2 Spannungswerte bei der Parameterkombination Jacket:  $f_t=f_D=f_{DEL}^{0,5}$**

Parameterkombi Nr.	2	3
Lastfaktor $f_{DEL}$	1,35	1,35
Parameter Turm	$f_t = f_{DEL}$	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
Parameter Jacket	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
	Abweichung [%]	Abweichung [%]
AW1 (Leg)	4,4%	5,4%
AW2	-5,1%	-6,2%
AW3 (Leg)	-1,8%	-2,9%
AW4	-10,9%	-46,7%
AW5 (Leg)	-10,8%	-14,4%

Dabei kann beobachtet werden, dass sich die Spannungen des Jackets beim Einsatz des Parameters Durchmesserfaktor des Turmes durch das geringere Turmeigengewicht verringern.

### 7.1.3 Parameterkombination Nr. 4 und Nr.5.

Die folgende Tabelle zeigt eine Gegenüberstellung der Parameterkombinationen Nr.4 und Nr.5, die sich nur durch den Parameter des Turmes voneinander unterscheiden.

Die Spannungsergebnisse bei der Parameterkombination Nr.4 (Tabelle A- 37 bis Tabelle A-41) sowie die Visualisierung der Abweichung in den jeweiligen Auswertebereichen (Abb. A-20) sind im Anhang einsehbar.

**Tabelle 7-3 Spannungswerte bei der Parameterkombination Jacket:  $f_t=f_D=f_{DEL}^{0,5}$  und  $f_{fu\beta}=f_{kopf}=1,2$**

Parameterkombi Nr.	4	5
Lastfaktor $f_{DEL}$	1,35	1,35
Parameter Turm	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = \sqrt{f_{DEL}}$
Parameter Jacket	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
	$f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$	$f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$
	Abweichung	Abweichung
AW1 (Leg)	-18,5%	-16,6%
AW2	2,8%	2,6%
AW3 (Leg)	-13,6%	-14,9%
AW4	-27,4%	-38,8%
AW5 (Leg)	-6,1%	-11,5%

Ähnlich wie bei den Analysen der Parameterkombinationen Nr.2 und Nr.3. hat das geringere Turmeigengewicht Auswirkungen auf die Ergebnisse, die Spannungen reduzieren sich.

## 7.2 Beurteilung der Spannungsanalysen bei den Parameterkombinationen inkl. Vergleich mit vorherigen Analysen

Bei der ersten Parameterkombination  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  wird die Beobachtung gemacht, dass diese Kombination die Spannungen im kritischen Bereich AW1 reduzieren kann.

Dennoch stellt sich heraus, dass der Einsatz des Parameterfaktors  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  sich nicht eignet, wie durch die Spannungsanstiege bei AW2 und AW5, die trotz Referenzlast und Referenzmasse des Turmes auftreten, deutlich wird (Tabelle 7-1). Das heißt, dass der Einsatz vom Wanddicken- oder Durchmesserfaktor beim Jacket notwendig ist, wenn man die Spannungen unter erhöhter Belastung möglichst konstant halten möchte.

Im Folgenden werden die Ergebnisse von den Parameterkombinationen Nr. 2 bis Nr. 5 inklusive der Spannungsanalyse der Parameter Wanddicken- und Durchmesserfaktor aus Kapitel 6 in der folgenden Tabelle einander gegenübergestellt. Dabei ist das beste Ergebnis eines Auswertebereichs grün markiert.

Tabelle 7-4 Gegenüberstellung der Spannungsanalysen bei Parameterkombinationen bei  $f_{DEL}=1,35$

Parameter-kombi	-	-	2	3	4	5
Lastfaktor $f_{DEL}$	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35
Parameter Turm	$f_{DEL} = f_t$	$f_{DEL} = f_D^2$	$f_t = f_{DEL}$	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_{DEL}$	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
Parameter Jacket	$f_{DEL} = f_t$	$f_{DEL} = f_D$	$f_t = f_D$ $= \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D$ $= \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D$ $= \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D$ $= \sqrt{f_{DEL}}$
					$f_{fu\beta} = f_{kopf}$ $= 1,2$	$f_{fu\beta} = f_{kopf}$ $= 1,2$
	Abwei- chung	Abwei- chung	Abwei- chung	Abwei- chung	Abwei- chung	Abwei- chung
AW1 (Leg)	6,1%	4,7%	4,4%	5,4%	-18,5%	-16,6%
AW2	1,2%	-12,2%	-5,1%	-6,2%	2,8%	2,6%
AW3 (Leg)	-1,3%	-3,4%	-1,8%	-2,9%	-13,6%	-14,9%
AW4	-1,5%	-38,8%	-10,9%	-46,7%	-27,4%	-38,8%
AW5 (Leg)	-10,1%	-15,9%	-10,8%	-14,4%	-6,1%	-11,5%

Die Ergebnisse zeigen, dass der Einsatz des Parameters Durchmesserfaktor sowohl beim Turm als auch beim Jacket im Gegensatz zum Parameter Wanddickenfaktor häufig zu einer höheren Auslastung führt. Das liegt an dem geringeren Eigengewicht des Turmes beim Einsatz des Parameters Durchmesserfaktor, welches im Kap. 8 näher beleuchtet wird. Ebenso sind die Flächenträgheitsmomente bei Einsatz der Parameter Durchmesserfaktor sowohl bei  $f_t * f_D = f_{DEL}$  (Jacket) als auch  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  (Turm) größer (vgl. Tabelle 3-1, Tabelle 3-2).

Leider kann ein Korrekturfaktor zur Materialeinsparung nicht global eingesetzt werden, da die Normalkraftzuwächse in jedem Auswertebereich unterschiedlich sind, wie die Analysen in Kap. 6.3.6 und Kap. 6.3.7 bereits gezeigt haben.

Dennoch zeigen alle Analysen, dass die Parameter Wanddicken- und Durchmesserfaktor, sowie deren Kombination im Falle der Lasterhöhung bei überschlägiger Geometrieanpassung gut eingesetzt werden können. Dies liegt daran, dass die Abweichungen überwiegend negativ sind, d.h. die Spannungen reduzieren sich verglichen mit der Referenzgeometrie. Zudem besteht die Möglichkeit, lokal Korrekturen vorzunehmen.

### 7.3 Ergebnisse Eigenfrequenzanalysen inkl. Beurteilung

Wie in vorherigen Analysen gezeigt wurde, reicht der alleinige Einsatz der Fuß- und Kopfweitenfaktoren beim Jacket nicht aus. Dennoch wird bei der ersten Parameterkombination  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  bei der Referenzlast (ohne Einfluss von  $f_D$  und  $f_t$ ) lediglich geprüft, inwieweit die strukturelle Veränderung (d.h. die gleichzeitige Verschiebung der Kopf- und Fußweiten) Auswirkung auf die Eigenfrequenzen hat. Dabei werden die Querschnittsfaktoren nicht verändert.

*Tabelle 7-5 Ergebnisse Eigenfrequenzen bei  $f_{fu\beta}=f_{kopf}$*

$f_{DEL}$ Parameter Jacket	1 $f_{fu\beta} = f_{kopf}$		1 $f_{fu\beta} = f_{kopf}$	
$f_{fu\beta} = f_{kopf}$	$f_1$	Abw. $f_1$	$f_3$	Abw. $f_3$
1	0,1694		0,9016	
1,1	0,1764	4,13%	0,9171	1,72%
1,2	0,1760	3,89%	0,9189	1,92%

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse der ersten und dritten Eigenfrequenz bei den fünf genannten Parameterkombinationen Nr. 2 bis Nr. 5 beim realitätsnächsten Lastfaktor  $f_{DEL} = 1,35$ . Zusätzlich werden die Ergebnisse der Parameter Wanddickenfaktor und Durchmesserfaktor (Kap. 6.4.1) beim Lastfaktor 1,35 zu Vergleichszwecken dargestellt.

**Tabelle 7-6 Ergebnisse der Eigenfrequenzen bei den Parameterkombinationen sowie Vergleich mit Parameter  $f_t$  und  $f_D$**

Analyse	Parameter Turm	Parameter Jacket	$f_1$	Abw. $f_1$	$f_3$	Abw. $f_3$
Kap. 5.2.5	2B Referenz	2B Referenz	0,1694		0,9016	
Kap. 6.4.1	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_{DEL}$	0,1926	13,7%	0,9958	10,4%
Kap. 6.4.1	$f_{DEL} = f_D^2$	$f_{DEL} = f_D$	0,2092	23,5%	1,0996	22,0%
Kombi Nr. 2	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	0,1938	14,4%	0,9982	10,7%
Kombi Nr. 3	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	0,2153	27,1%	1,1039	22,4%
Kombi Nr. 4	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$	0,2015	18,9%	1,0195	13,1%
Kombi Nr. 5	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$	0,2158	27,4%	1,1140	23,6%

Die Ergebnisse zeigen, dass die Eigenfrequenzen bei allen Analysen steigen und sie sich kaum konstant halten lassen. Insbesondere steigt die Eigenfrequenz beim Parameter Durchmesserfaktor stärker als beim Parameter Wanddickenfaktor. Das liegt daran, dass die Steifigkeit des Querschnitts beim Parameter Durchmesserfaktor im Gegensatz zum Parameter Wanddickenfaktor stärker ansteigt, wie in Kapitel 3.3 bei der theoretischen Berechnung bereits gezeigt wurde.

Es wurde auch gezeigt, wie sich die veränderte Masse durch die Querschnittsveränderung (mit  $f_t$  bzw.  $f_D$ ) auf die Eigenfrequenzen auswirken. Bei alleinigem Einsatz von  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  (Tabelle 7-5) liegt die Steigerung der ersten Eigenfrequenz bei 3,89%. Bei Einwirkung des Querschnittsfaktors  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  (Tabelle 7-6, Kombi Nr.5) erhöht sich die Eigenfrequenz dann um 27,4 %.

Falls der Eigenfrequenzerhöhung nicht entgegengewirkt werden kann, wie es in allen Analysen der Fall ist, kann die nächsthöhere Eigenfrequenz innerhalb des unkritischen Frequenzbereichs in Abstimmung mit der Anregungsfrequenz des Windes gewählt werden, um die Resonanz des Systems zu vermeiden.

## 8 Zusammenhang der Parameter sowie Parameterkombinationen und deren Kostenanstieg

### 8.1 Veränderung der Massen der Turm-Jacket-Struktur bei Zweiblattanlage

Den höheren Beanspruchungen der Turm-Jacket-Struktur infolge der höheren Lasten kann durch die parametrischen Veränderungen der Geometrieparameter entgegengewirkt werden. Allerdings steigt dadurch die Gesamtmasse der Turm-Jacket-Struktur. Bis auf wenige Ausnahmen besteht die komplette Turm-Jacket-Struktur aus Stahl S355. Unter Verwendung des gleichen Materials ist die Kostenanstieg dann proportional zum Masseanstieg.

Es soll nun untersucht werden, um wie viel Prozent sich die Gesamtmasse bzw. die Gesamtkosten gegenüber dem Referenzmodell verändern. Die Massen der Turm-Jacket-Struktur werden mit der Excel-Datei ermittelt, wie in Kap. 4.2.1 beschrieben.

Bei den Analysen des Fuß- und Kopfweitenfaktors wurde das Modell mit einer Referenzlast belastet und die Querschnittsfaktoren waren konstant. In Kap. 6 wurde bereits gezeigt, dass der alleinige Einsatz von Fuß- und Kopfweitenfaktor sich nicht eignet, dennoch wird dieser Einsatz der Vollständigkeit halber mit der Referenzmasse verglichen

*Tabelle 8-1 Gegenüberstellung der Masse/Kosten beim Fuß- und Kopfweitenfaktor mit der Referenzlast*

$f_{DEL}$ Parameter Jacket	1 $f_{fuß}$		1 $f_{kopf}$		$f_{fuß}$ = $f_{kopf}$	
$f_{DEL}$	Masse [t]	Massen- steigerung	Masse [t]	Massen- steigerung	Masse [t]	Massen- steigerung
1 (Ref.)	5077,02		5077,02		5077,02	
1,1	5125,68	0,96%	5117,02	0,79%	5165,12	1,7%
1,2	5176,36	1,96%	5157,63	1,59%	5254,65	3,5%

Unter Anwendung des realitätsnächsten Lastfaktors  $f_{DEL} = 1,35$  werden nun die Massen von den bisherigen Analysen wie folgt einander gegenübergestellt.

Analysen aus Kap. 6:

- $f_t = f_{DEL}$
- Turm:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  Jacket:  $f_D = f_{DEL}$

Analysen aus Kap. 7:

- Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
- Turm:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$
- Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$
- Turm:  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$

**Tabelle 8-2 Gegenüberstellung der Massen in allen Analysen bei  $f_{DEL}=1,35$** 

Analyse	Parameter Turm	Parameter Jacket	Masse [t]	Massensteigerung
Kap. 5.2.5	2B Referenz	2B Referenz	5077,02	
Kap. 6.4.1	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_{DEL}$	6243,40	23,0%
Kap. 6.4.1	$f_{DEL} = f_D^2$	$f_{DEL} = f_D$	6009,21	18,4%
Kombi Nr. 2	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	6269,28	23,5%
Kombi Nr. 3	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	5990,85	18,0%
Kombi Nr. 4	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$	6508,90	28,2%
Kombi Nr. 5	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$	6221,14	22,5 %

Die Massenberechnungen der Analysen bei den den Lastfaktoren  $f_{DEL} = [1,35; 1,5; 2,5]$  werden im Anhang aufgeführt (Tabelle A- 42 und Tabelle A- 43).

Bei jeder Analyse werden ebenfalls die vom APDL-Berechnungsprogramm ausgegebenen Massen mit den Massenangaben der Excel- Datei verglichen.

Die Massenüberprüfung zu allen Analysen sind im Anhang zu finden (Tabelle A- 44 bis Tabelle A- 46).

## 8.2 Unterschied der Gesamtmassen der Zweiblatt- und Dreiblattanlage

In diesem Kapitel werden die Gesamtmassen vom Referenzmodell von der Dreiblattanlage und der Zweiblattanlage gegenübergestellt.

Beim Zweiblattanlage reduziert sich die Turmkopfmasse durch die reduzierte Anzahl der Blätter (vgl. Kap. 4.5), sowie die etwas geringere Masse vom Gondel (*Nacelle*). Ansonsten sind die Massen des Turm- Jacket-Strukturs, einschließlich der TP bei Zweiblatt und Dreiblattanlage gleich.



Die Massenangaben des Turm- Jacket Strukturs einschließlich der TP werden mit den Gleichungen vom Kap. 4.2.1 berechnet. Die Turmkopfmassen, bestehend aus der Masse vom Nacelle und vom Rotor wird aus dem Datenblatt (Abb. A- 1, Abb. A- 2) entnommen.

Die folgende Tabelle zeigt die Auflistung der Massen der einzelnen Baugruppen bei Zweiblatt und Dreiblattanlage.

*Tabelle 8-3 Aufstellung der Massen des Turm - Jacket- Strukturs zwischen 2B und 3B Anlage*

Baugruppen	Zweiblatt Masse in [t]	Dreiblatt Masse in [t]	Massenverringerung gegen- über 3B
Jacket	1713,69	1713,69	0,0%
TP	451,15	451,15	0,0%
Turm	1250,24	1250,24	0,0%
Rotor	611,94	636,15	-4,0%
Nacelle	1050,0	1098,0	-4,6%
Gesamt	5077,02	5149,23	-1,4%

Beim Gegenüberstellung beider Referenzmodelle reduziert sich die Gesamtmasse vom Zweiblattanlage gegenüber der Dreiblattanlage durch die Einsparung einer Rotorblatt um 1,4%.

### 8.3 Gegenüberstellung der Massen bei allen Analysen zur Dreiblattanlage

In diesem Kapitel werden die Gesamtmassen der Zweiblattanlage bei verschiedenen Parameterkombinationen dem Referenzmodell einer Dreiblattanlage gegenübergestellt und analysiert, ob die Massen beim Umbau zu einer Zweiblattanlage tatsächlich eingespart werden können. Im letzten Kapitel wurde gezeigt, dass sich die Turmkopfmasse bei einer Zweiblattanlage durch die Einsparung eines Rotorblattes um 1,4% reduziert. Jedoch steigen die Strukturbelastungen infolge des Umbaus, was mit dem Geometrieparameter kompensiert werden muss. Dies geht auch mit einer Massenerhöhung einher, wie die Analysen zeigen (Tabelle 8-1 bis Tabelle 8-2). Nun wird genau Aufschluss darüber gegeben, inwieweit sich die Massen gegenüber der Dreiblattanlage verändern.

Wie zuvor beschrieben steigen die Lasten beim Umbaus zu einer Zweiblattanlage mit einer projektseitigen Annahme um den Faktor  $f_{DEL} = 1,35$ . Dabei sollen die Geometrieparameter entsprechend modifiziert werden damit die Strukturbelastungen gegenüber dem Referenzmodell annähernd gleich sind, wie die Analysen in Kapitel 6 und Kapitel 7 zeigen.

Die folgende Tabelle zeigt die Massen zu allen Analysen beim o.g. Lastfaktor und es werden jeweils die relativen Änderungen zum Dreiblatt - Referenzmodell dargestellt.

Tabelle 8-4 Gegenüberstellung der Massen bei allen Analysen bei  $f_{DEL}=1,35$ 

	Parameter Turm	Parameter Jacket	Lastfaktor $f_{DEL}$	Masse in [t]	relative Massenunter- schied zu 3B
3B Referenz	1	1	1	5149,23	
2B Referenz	1	1	1	5077,02	-1,4%
2B mit	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_{DEL}$	1,35	6243,40	21,2%
	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_D = f_{DEL}$	1,35	6009,21	16,7%
	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	1,35	6269,28	21,8%
	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	1,35	5990,85	16,3%
	$f_t = f_{DEL}$	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	1,35	6508,90	26,4%
	$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$ $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$	1,35	6221,14	20,8%

Die Massenerhöhung bei isolierter Betrachtung der Parameter  $f_{fu\beta}$  und  $f_{kopf}$  findet in der Tabelle keine Berücksichtigung. Der Grund dafür ist, dass bei diesen Parametern bei höheren Lastfaktoren der Einsatz der Wanddicken- und Durchmesserfaktoren notwendig ist, wie die Analysen in Kap. 6.3.5 zeigen.

Die Ergebnisse stellen dar, dass die Massen (bzw. die Kosten) bei allen Zweiblatt-Varianten unter Einfluss des Parameterfaktors  $f_{DEL} = 1,35$  steigen. Das heißt, dass die Massensteigerung durch die strukturelle Veränderung größer ist als die Masseneinsparung durch die Einsparung eines Rotorblattes.

Bei den Zweiblatt-Varianten ist der Massenzuwachs beim Parameter Durchmesserfaktor im Vergleich zu allen bisherigen Analysen am geringsten. Ebenso sind die Massenzuwächse im Allgemeinen unter Anwendung des Parameters Durchmesserfaktor geringer als beim Parameter Wanddickenfaktor. Dies wurde in Kapitel 3.3.1 und 3.3.2 anhand theoretischer Berechnungen bereits gezeigt.

## 9 Zusammenfassung, Fazit und Ausblick

Im Folgenden werden die Ergebnisse dieser Arbeit samt dem Verweis auf den theoretischen Hintergrund zusammengefasst. Danach folgt ein Ausblick.

In der vorliegenden Arbeit wurde zunächst die Geometrie des Turm-Jacket Strukturs aus den bereitgestellten Geometriedaten erfolgreich in das FEM Simulationsprogramm Ansys APDL generiert (Kap. 4). Dies berücksichtigte auch die Modifizierung der Querschnittsparameter, ebenso konnten die Fuß- und Kopfweiten der Jacket-Struktur basierend auf der Strahlensatz-Theorie (vgl. Kap. 3.4) modifiziert werden, sodass die Geometrie dann in APDL generiert werden konnte. Für die Rotoren und für die Gondel erfolgte die Massennachbildung mit einer Punktmasse mit den bereitgestellten Daten (vgl. 4.5).

In Hinblick auf die veränderte Last durch den Umbau zu einer Zweiblattanlage galt es dann im Vorfeld, auf der Grundlage der Grundgleichungen der technischen Mechanik die parametrischen Beziehungen der Parameter Durchmesserfaktor  $f_D$ , des Wanddickenfaktors  $f_t$  sowie des Lastfaktor  $f_{DEL}$  zu entwickeln. Dadurch entstanden die parametrischen Beziehungen für das Konstantbleiben der Biegespannung trotz erhöhter Last  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  (Kap. 3.2.2). Analog dazu wurden die parametrischen Beziehungen für das Konstantbleiben der Axialspannung bei Lasterhöhung hergeleitet, sodass sich daraus  $f_t * f_D = f_{DEL}$  ergab (Kap. 3.2.3). Bei der Entwicklung der parametrischen Beziehungen wurden Vereinfachungen zur Berechnung der Fläche und des Widerstandsmoments vorgenommen, die sich nach dünnwandigen Strukturen richteten. Dennoch sind die Querschnittsabweichungen durch die Vereinfachung der Berechnung der Fläche sowie des Widerstandsmoments gering. Beim Lastfaktor 1,5 liegt die Abweichung der Querschnittsfläche von der exakten Formel bei 3,2 % und beim Widerstandsmoment beträgt die Abweichung 2,1 % (vgl. Kap. 5.2.6).

Die ersten Strukturanalysen zeigen, dass unter den in Kap. 5.2.1 vorgegebenen Randbedingungen beim Turm die Biegespannung und beim Jacket die Axialspannung dominiert (Kap.6.2, Tabelle 6-2). Dadurch wird für den Turm die parametrische Beziehung  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  (Biegespannungs-Konstanz) und für die Jacket- Struktur die parametrische Beziehung  $f_t * f_D = f_{DEL}$  (Axialspannungs-Konstanz) eingesetzt.

### Spannungsanalysen

Die Einsatztauglichkeit bzw. Gültigkeit der parametrischen Beziehung  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$  beim Turm (Biegespannungs-Konstanz) wurde durch die Auswertung der Spannungen bei numerischen Berechnungen mittels Finite Element Methode (FEM) mit den folgenden Analysen bestätigt:

- $f_t = f_{DEL} (f_D = konst.)$ ; Abw.: 0,9 % bei  $f_{DEL} = 1,35$  (s. Tabelle 6-8 und Abb. 6-9)
- $f_D^2 = f_{DEL} (f_t = konst.)$ ; Abw.: -1,0 % bei  $f_{DEL} = 1,35$  (s. Abb. 6-11)

Beim Jacket mit der parametrischen Beziehung  $f_t * f_D = f_{DEL}$  zeigten die FEM Ergebnisse in den ausgewählten Auswertebereichen von Kapitel 6.1, welche auch für alle weiteren Analysen eingesetzt wurden, erhöhte Abweichungen der Axialspannungen. Dies liegt daran, dass die Normkraftanstiege der unterschiedlichen Querverstrebungen der Jacket- Struktur bei einer Lasterhöhung unterschiedlich stark ansteigen, was in Kapitel 6.3.6 und 6.3.7 gezeigt wurde. Idealerweise sollte der Normkraftanstieg überall gleich sein, das heißt, dass in diesem Fall der globale Korrekturfaktor nicht eingeführt werden kann.

Dennoch zeigten die Ergebnisse, dass die parametrische Beziehung  $f_t * f_D = f_{DEL}$  für die Jacket- Struktur gut eingesetzt werden kann. Das liegt daran, dass sich die Abweichungen häufig im negativen Bereich bewegen, was heißt, dass die Auslastung der Struktur sich gegenüber der Referenzgeometrie reduziert, was insbesondere beim Parameter Durchmesserfaktor der Fall ist (Tabelle 6-10). Auch wenn die Auslastung nicht groß ist, weist der Einsatz des Parameters Wanddickenfaktor geringere Abweichungen gegenüber der Spannungen der Referenzgeometrie auf, d.h. es konnte gezeigt werden, dass die Beziehung  $f_t * f_D = f_{DEL}$  bei der Jacket-Struktur überwiegend gut eingesetzt werden kann (Tabelle 6-10).

Es wurde gezeigt, dass der alleinige Einsatz der Parameter Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$  und Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}$  (Kap. 6.3.5, Tabelle 6-9) und deren Kombination  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  (vgl. Kap.7.2, Tabelle 7-1) ohne Einsatz der Querschnittsparameter nicht ausreicht, um die erhöhten Lasten zu kompensieren.

Die Auswertung der Parameterkombination von den Parametern  $f_t$  und  $f_D$  zeigte, dass diese Parameter gut miteinander kombiniert werden können (Kap. 7.2). Ebenso zeigte die Auswertung der Parameterkombinationen, dass der Parameter Durchmesserfaktor sowie die Parameterkombination von Wanddicken- und Durchmesserfaktor mit dem Parameter Fuß- und Kopfweitenfaktor eine erhöhte negative Abweichung aufweist. Auch wenn die parametrische Beziehung  $f_t * f_D = f_{DEL}$  durch die erhöhte negative Abweichung nicht ganz erfüllt wird, sind diese Parameterkombinationen trotz der erhöhten Auslastung gut einsetzbar (Tabelle 7-4).

## Eigenfrequenzanalysen

Die Auswirkungen der Querschnittsfaktoren  $f_t$  und  $f_D$  auf die Steifigkeit und Eigenfrequenzen wurden für einen Kragträger (bzw. für ein mechanisches Modell eines Balkens) theoretisch hergeleitet. Das Ergebnis war, dass die Eigenfrequenzen beim alleinigen Einsatz vom Parameter Wanddickenfaktor konstant bleiben und dass die Eigenfrequenzen sich beim alleinigen Einsatz vom Parameter Durchmesserfaktor mit dem Faktor  $f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  erhöhen (vgl. Kap. 3.3.1). Diese Erkenntnisse wurden numerisch mit FEM mit konsistenter Massenmatrix, welche in Kap. 3.1.8 exemplarisch gezeigt wurde, überprüft und zwar bei einer Turmstruktur, die mit einem Balkenmodell modelliert wurde, inkl. Berücksichtigung der Verjüngung, vgl. 5.1.4. Die FEM-Ergebnisse deckten sich mit der Theorie (vgl. Kap. 5.3.1 und Kap. 5.3.2). Beim Jacket konnten die Ergebnisse der Eigenfrequenzen nicht mit den theoretischen Erkenntnissen verglichen werden, weil die theoretischen Formeln sich auf die Träger (Kap. 3.3) beziehen, welche mit dem mechanischen Modell des Turmes übereinstimmen. Für die Eigenfrequenzberechnung des Jackets wurden aufgrund der Komplexität des Systems numerische Berechnungen vorausgesetzt.

Die Ergebnisse der Eigenfrequenzuntersuchungen des Gesamtsystems (Turm-Jacket-Struktur) zeigten, dass sich die Eigenfrequenzen sowohl bei  $f_t$  als auch bei  $f_D$  erhöhen. Allerdings steigen die Eigenfrequenzen beim Parameter Wanddickenfaktor ( $f_1 = 13,7\%$ , vgl. Tabelle 7-6) geringer als beim Parameter Durchmesserfaktor ( $f_1 = 23,5\%$ , vgl. Tabelle 7-6). Dies liegt auch daran, dass der Zuwachs des Flächenträgheitsmoments beim Parameter Durchmesserfaktor größer ist (Tabelle 3-2).

Beim zusätzlichen Einsatz des Kopf- und Fußweitenfaktors bei der Parameterkombination erhöht sich die Eigenfrequenz (Tabelle 7-6) ebenfalls.

Ebenso haben alle numerischen Auswertungen ergeben, dass die Eigenfrequenzen bei allen Parametern und Kombinationen ansteigen (Tabelle 7-6). Ist der Anstieg der Eigenfrequenz kritisch, so soll die (erhöhte) Eigenfrequenz so gewählt werden, dass das System nicht in Resonanz tritt.

### Auswertung der Masse / Kosten

Die Ermittlung der Gesamtmasse der Turm-Jacket Struktur erfolgte durch die bereitgestellten Geometriedaten, inklusive der Parameterkombinationen (vgl. Kap. 4.2.1). Zusätzlich wurden die Massen mit dem FEM-Simulationsprogramm Ansys APDL ausgewertet und zur Überprüfung mit den errechneten Gesamtmassen verglichen (vgl. Kap. 8.1).

Die Auswertung der Gesamtmasse hat ergeben, dass sich die Gesamtmasse bei vorliegender Geometrie durch die Einsparung eines Rotorblatts um 1,4 % reduziert (vgl. Kap. 8.2). Allerdings steigen die Strukturbelastungen durch den Umbau zu einer Zweiblattanlage. Durch die Kompensation erhöhter Lasten mit den Querschnittsparametern bzw. der Erhöhung von Fuß- und Kopfweitenfaktor ist der daraus resultierende Massenanstieg jedoch größer als die eingesparte Masse. Vor allem durch den Einsatz vom Parameter Wanddickenfaktor beim Turm (mit  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$ ) steigt die Gesamtmasse stärker als beim Einsatz vom Parameter Durchmesserfaktor. Dies lässt sich auch mit der größeren Querschnittsfläche beim Einsatz des Parameters Wanddickenfaktor erklären (vgl. 3.3).

### Ausblick

Den entwickelten parametrischen Beziehung für das Turm (mit  $f_t * f_D^2 = f_{DEL}$ ) können durch die sehr geringen Abweichungen sehr gut eingesetzt werden.

Auch die Parameter für die Jacket- Struktur (mit  $f_t * f_D = f_{DEL}$ ) können trotz ihrer erhöhten Abweichungen vom überschlägigen Entwurf gut eingesetzt werden. Allerdings wird empfohlen, im Anschluss erneut eine Strukturanalyse zu machen und die Struktur auf Versagen / Auslastung zu untersuchen. Wie im oberen Abschnitt beschrieben können die Stellen mit höherer Auslastung lokal modifiziert werden, um Material einzusparen.

Anschließend ist eine Stabilitätsanalyse relevant. Bei der Stabilität (Eulersche Knickfälle) ist die Biegesteifigkeit  $EI$  eine relevante Größe [14]. Durch die Erhöhung der Querschnittsparameter infolge der Faktoren  $f_t$  und  $f_D$  steigt die Biegesteifigkeit durch den erhöhten Flächenträgheitsmoment  $I$  (Tabelle 3-1, Tabelle 3-2). Allerdings steigt auch die wirkende Last (in Axialrichtung) durch den Umbau zu einer Zweiblattanlage, ebenso steigt auch das Eigengewicht durch die Massenerhöhung infolge des Einsatz der Parameter. Aus diesem Grund muss die Struktur noch auf Stabilität überprüft werden. Ebenso ist eine weitere Untersuchung mit der nichtlinearen Stabilitätsanalyse sowie eine Untersuchung auf lokales Versagen (lokales Beulen) sinnvoll, denn es kann bei nichtlinearen Stabilitätsuntersuchung schon zu Stabilitätsversagen kommen, auch wenn bei einer linearen Stabilitätsanalyse Stabilität vorliegt [27].







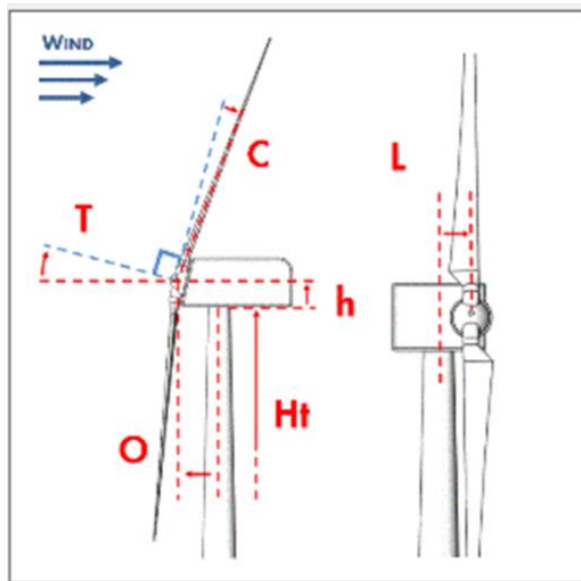
---

## Literatur- und Quellenverzeichnis

- [1] **Schorbach, V.** : Pendelendanschläge bei Zweiblatt Windenergieanlagen., Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, Abt. Maschinenbau, 2015
- [2] **N.N.:** <https://windeurope.org/about-wind/interactive-offshore-maps/#international> ,abgerufen am 19.08.2021.
- [3] **Hau, E.:** Windkraftanlagen, 6. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2016.
- [4] **Burton, T., et.al:** Wind Energy Handbook, Second Edition, John Wiley&Sons, Chichester (UK), 2011.
- [5] **Böttcher, J.** : Handbuch Offshore-Windenergie. Rechtliche, technische und wirtschaftliche Aspekte, 1. Auflage, Oldenbourg Verlag: München, 2013.
- [6] **Manwell, J.** : Wind Energy explained, first Edition, Wiley and Sons Ltd.: Chichester (Sussex), 2009.
- [7] **Stiesdal, H.** : <https://www.stiesdal.com/material/2019/02/Stiesdal-Tetra-01.02.19.pdf>: , abgerufen am 22.09.2021.
- [8] **Namik, H. , Stol, K.** : <https://www.researchgate.net/publication/267721902> , abgerufen am 22.09.2021.
- [9] **Lerch, M.** : Technical-Economic Analysis, Modeling and Optimization of Floating Offshore Wind Farms (2020), PhD-Thesis, Universitat Politecnica de Catalunya, <http://hdl.handle.net/10803/668880>, abgerufen am 12.07.2021.
- [10] **Radaj, D., Vormwald, M.** : Ermüdungsfestigkeit - Grundlagen für Ingenieure, 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007.
- [11] **Gasch, R, Twele, J.:** Wind power plants: fundamentals, design, construction and operation, Second Edition, Springer Verlag: Berlin, Heidelberg, 2012.
- [12] **Klein, B.:** FEM - Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau, 10. Auflage, Springer-Verlag, Wiesbaden, 2015.
- [13] **Rieg, F, et.al.** : Finite Element Analyse für Ingenieure, 6. Auflage, Hanser Verlag, München, 2019.

- [14] **Gross D., et.al.** : Technische Mechanik 2, 14. Auflage, Springer Verlag: Berlin, 2021.
- [15] **Papula, L.** : Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler, 11. Auflage, Springer Verlag: Wiesbaden, 2014.
- [16] **Dankert, J. und H.** : Technische Mechanik - Statik, Festigkeitslehre, Kinematik, Kinetik, 7. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2013.
- [17] **Wagner, M.** : Lineare und nichtlineare FEM, 2. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2019.
- [18] **Grätsch, T.** : Skript Modellierung mit FEM, HAW Hamburg, 2018.
- [19] **N.N.:** ANSYS Help
- [20] **Knothe, K., Wessels, H.:** Finite Elemente - Eine Einführung für Ingenieure, 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2017.
- [21] **Steinke, P.:** Finite-Element-Methode, 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg 2015.
- [22] **Franz, T.:** Finite Element Analysen eines Windturbinen-Turms in ANSYS zur Untersuchung des strukturellen Einflusses verschiedener dynamischer Lasten, Masterprojekt, HAW Hamburg: 2020.
- [23] **Arens, et.al.:** Mathematik, 4. Auflage, Springer-Verlag: Berlin, 2018.
- [24] **Pontow, S., Kaufer, D.:** Design Solution for a Support Structure Concept for future, Deliverable D4.36: <http://www.innwind.eu/publications/deliverable-reports>, abgerufen am 06.07.2021.
- [25] **N.N.:** CADFEM-Wiki, <http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Auswertung>, abgerufen am 27.07.2021.
- [26] **N.N.:**  
[https://www.ifme.ovgu.de/ifme\\_media/TM/pdf/zusatzmaterial/ab\\_festigkeitshypothesen.pdf](https://www.ifme.ovgu.de/ifme_media/TM/pdf/zusatzmaterial/ab_festigkeitshypothesen.pdf), Universität Magdeburg, abgerufen am 24.07.2021.
- [27] **Rust, W.:** Nichtlineare- Finite-Elemente-Berechnungen, 3. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2016.

## A Anhang A

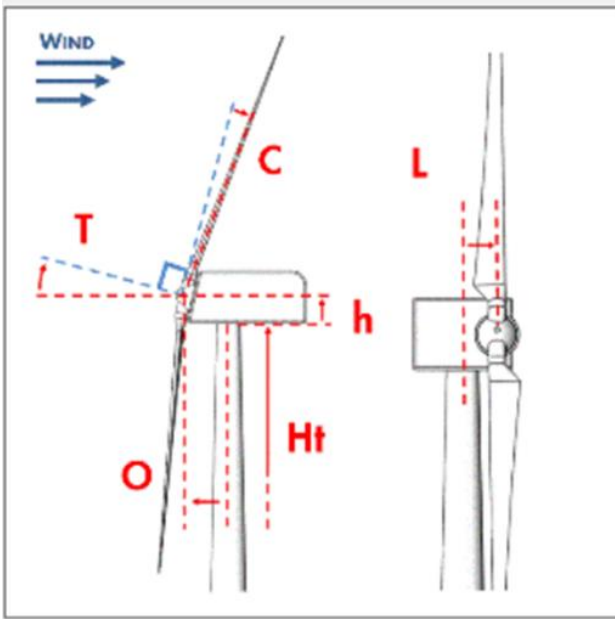


Turbine and Rotor		
Number of rotors	1	
Blade:	DTU 20 MW RWT (122.282 m)	
Nominal rotor diameter	252.2	m
Rotor diameter (coned)	251.96	m
Number of blades	3	
Tower height (Ht)	163.14	m
Hub vertical offset (h)	4.76	m
Total hub height (Ht+h)	167.9	m
Blade set angle	0	deg
Cone angle (C)	-2.5	deg
Tilt angle (T)	5	deg
Overhang (O)	10	m
Lateral Offset (L)	0	m

Blade Mass Data		
Blade mass	kg	117894
First moment of mass	kgm	4362528
Second moment of mass	kgm <sup>2</sup>	258394600
Moment of inertia about shaft	kgm <sup>2</sup>	294611700
Rotor Mass Data (including imbalance mass)		
Rotor mass	kg	636152
Rotor moment of inertia	kgm <sup>2</sup>	884716900
Tower Head Mass Data		
Mass of nacelle and rotor	kg	1734152
Yaw moment of inertia: 0° azimuth	kgm <sup>2</sup>	542073700
Yaw moment of inertia: 90° azimuth	kgm <sup>2</sup>	542073700
Whole Turbine		
Tower mass	kg	1353603
Total mass of turbine	kg	3087755

<input checked="" type="checkbox"/> Assign Geometry	Nacelle windage:	<input checked="" type="radio"/> Drag only	<input type="radio"/> As an aerofoil
Nacelle length	m	21.21	
Nacelle height	m	14.14	
Nacelle width	m	14.14	
Nacelle drag coefficient	-	1.2	
Location of front of nacelle measured from tower axis	m	0	
Aerofoil dataset (from database)			
<input checked="" type="checkbox"/> Assign Mass (excluding rotor and hub)			
Mass	kg	1.098E+06	
Position of Centre of Mass to side of tower axis	m	0	
Height of Centre of Mass, relative to tower top	m	4.00066	
Position of Centre of Mass in front of tower axis	m	4.44594	
Yaw inertia (about tower axis)	kg m <sup>2</sup>	3.61E+07	
Nodding inertia (about centre of mass)	kg m <sup>2</sup>	3.61E+07	
Rolling inertia (about centre of mass)	kg m <sup>2</sup>	3.61E+07	

Abb. A- 1 Daten zu Massen, Trägheiten sowie der Schwerpunktlage eines dreiblättrigen Rotors inkl. Gondel



Turbine and Rotor		
Number of rotors	1	
Blade:	DTU 20 MW RWT (124.628 m)	
Nominal rotor diameter	257.038	m
Rotor diameter (coned)	256.794	m
Number of blades	2	
Tower height (Ht)	163.14	m
Hub vertical offset (h)	4.76	m
Total hub height (Ht+h)	167.9	m
Blade set angle	0	deg
Cone angle (C)	-2.5	deg
Tilt angle (T)	5	deg
Overhang (O)	10	m
Lateral Offset (L)	0	m

Turbine Information		
<b>Blade Mass Data</b>		
Blade mass	kg	164736
First moment of mass	kgm	6331877
Second moment of mass	kgm <sup>2</sup>	390537900
Moment of inertia about shaft	kgm <sup>2</sup>	444043800
<b>Rotor Mass Data (including imbalance mass)</b>		
Rotor mass	kg	611942
Rotor moment of inertia	kgm <sup>2</sup>	888965400
<b>Tower Head Mass Data</b>		
Mass of nacelle and rotor	kg	1661942
Yaw moment of inertia: 0° azimuth	kgm <sup>2</sup>	97294180
Yaw moment of inertia: 90° azimuth	kgm <sup>2</sup>	986259600
<b>Whole Turbine</b>		
Tower mass	kg	1353603
Total mass of turbine	kg	3015545

Nacelle		
<input checked="" type="checkbox"/> Assign Geometry Nacelle windage: <input checked="" type="radio"/> Drag only <input type="radio"/> As an airfoil		
Nacelle length	m	21.21
Nacelle height	m	14.14
Nacelle width	m	14.14
Nacelle drag coefficient	-	1.2
Location of front of nacelle measured from tower axis	m	0
Aerofoil dataset (from database)		
<input checked="" type="checkbox"/> Assign Mass (excluding rotor and hub)		
Mass	kg	1.05E+06
Position of Centre of Mass to side of tower axis	m	0
Height of Centre of Mass, relative to tower top	m	3.91758
Position of Centre of Mass in front of tower axis	m	4.32521
Yaw inertia (about tower axis)	kg m <sup>2</sup>	3.61E+07
Nodding inertia (about centre of mass)	kg m <sup>2</sup>	3.61E+07
Rolling inertia (about centre of mass)	kg m <sup>2</sup>	3.61E+07

Abb. A-2 Daten zu Massen, Trägheiten sowie der Schwerpunktlage eines zweiblättrigen Rotors inkl. Gondel

```

#####Preprocessing#####
/CLEAR,ALL
/PREP7

ET, 1, BEAM189      !Elementtyp: Balkenelement (quadr. Ansatz)

!Materialdefinition
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0

MPDATA, EX, 1      ,, 210000      !E-Modul
MPDATA, PRXY, 1    ,, 0.3        !Querkontraktionszahl
MPDATA, DENS,1,,7.85e-9 Dichte in t/mm^3

!elem length
!ESIZE, element size,number divisions (GLOBALE Einstellung)
ESIZE,1000,,

!Copy-Paste:
!KP- Definition /member Definition /Sections/Zuweisung member-section

!-----Beginn CopyPaste Feld Geometriedefinition-----

```

**Abb. A- 3 APDL-Syntax (Definition globale Eigenschaften Balkenelement)**

```

!Generate KEYPOINTS
!Keypoint   Node   ,   x   ,   y   ,           height   !   ramboll name

!(Turmhöhe abzüglich Höhe vom INTERFACE (26,0 m)

K, 358 , 0 , 0 , 0 ! INTERF
K, 359 , 0 , 0 , 6140 ! TOWN02
K, 360 , 0 , 0 , 22400 ! TOWN03
K, 361 , 0 , 0 , 38660 ! TOWN04
K, 362 , 0 , 0 , 54930 ! TOWN05
K, 363 , 0 , 0 , 71190 ! TOWN06
K, 364 , 0 , 0 , 87450 ! TOWN07
K, 365 , 0 , 0 , 103710 ! TOWN08
K, 366 , 0 , 0 , 119970 ! TOWN09
K, 367 , 0 , 0 , 137140 ! TOWTOP

!Generate, Connect straight Lines between Keypoints
!LSTR, Keypoint i , Keypoint j ! member number , ramboll beam name

LSTR, 358 , 359 !member 406 , INTEL
LSTR, 359 , 360 !member 407 , TW02S
LSTR, 360 , 361 !member 408 , TW03S
LSTR, 361 , 362 !member 409 , TW04S
LSTR, 362 , 363 !member 410 , TW05S
LSTR, 363 , 364 !member 411 , TW06S
LSTR, 364 , 365 !member 412 , TW07S
LSTR, 365 , 366 !member 413 , TW08S
LSTR, 366 , 367 !member 414 , TW09S

```

**Abb. A- 4 APDL-Syntax (Definition Keypoints und Linienverbindung Turmstruktur)**

```

!Querschnittsdefinition Turm (hohlstumpfkegelförmig)
! Section 88 ( CON001_1 )
SECTYPE, 88 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5498.5 , 5549.5 ,

! Section 89 ( CON001_2 )
SECTYPE, 89 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5424 , 5475 ,

! Section 90 ( CON002_1 )
SECTYPE, 90 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5427 , 5475 ,

! Section 91 ( CON002_2 )
SECTYPE, 91 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5230 , 5278 ,

! Section 92 ( CON003_1 )
SECTYPE, 92 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5233 , 5278 ,

! Section 93 ( CON003_2 )
SECTYPE, 93 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5036.5 , 5081.5 ,

! Section 94 ( CON004_1 )
SECTYPE, 94 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 5039.5 , 5081.5 ,

! Section 95 ( CON004_2 )
SECTYPE, 95 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4842.5 , 4884.5 ,

! Section 96 ( CON005_1 )
SECTYPE, 96 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4844.5 , 4884.5 ,

! Section 97 ( CON005_2 )
SECTYPE, 97 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4647.5 , 4687.5 ,

! Section 98 ( CON006_1 )
SECTYPE, 98 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4650.5 , 4687.5 ,

! Section 99 ( CON006_2 )
SECTYPE, 99 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4453.5 , 4490.5 ,

! Section 100 ( CON007_1 )
SECTYPE, 100 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4456.5 , 4490.5 ,

! Section 101 ( CON007_2 )
SECTYPE, 101 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4259.5 , 4293.5 ,

! Section 102 ( CON008_1 )
SECTYPE, 102 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4262.5 , 4293.5 ,

! Section 103 ( CON008_2 )
SECTYPE, 103 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4066 , 4097 ,

! Section 104 ( CON009_1 )
SECTYPE, 104 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 4069 , 4097 ,

! Section 105 ( CON009_2 )
SECTYPE, 105 , BEAM , CTUBE,, 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA, 3861 , 3889 ,

```

**Abb. A- 5 APDL-Syntax (Definition Querschnitte Turmstruktur)**

Der Syntax vom Abb. A- 3 zeigt die globale Eigenschaften des Balkenelements (u.a. E-Modul, Querschnittsdefinitionen) und es wird für alle Analysen im vorliegenden Projekt verwendet. Die Abbildungen Abb. A- 4 bis Abb. A- 7 wird der Syntax zur Geometrieerstellung am Beispiel eines Turmes gezeigt.

```

#####Querschnitt TAPERED SECTION (Verjüngung)#####
SECTYPE, 106 , TAPER , , CON001 ,
SECDATA, 88 , 0 , 0 , , 0,
SECDATA, 89 , 0 , 0 , , 6140,

SECTYPE, 107 , TAPER , , CON002 ,
SECDATA, 90 , 0 , 0 , , 6140,
SECDATA, 91 , 0 , 0 , , 22400,

SECTYPE, 108 , TAPER , , CON003 ,
SECDATA, 92 , 0 , 0 , , 22400,
SECDATA, 93 , 0 , 0 , , 38660,

SECTYPE, 109 , TAPER , , CON004 ,
SECDATA, 94 , 0 , 0 , , 38660,
SECDATA, 95 , 0 , 0 , , 54930,

SECTYPE, 110 , TAPER , , CON005 ,
SECDATA, 96 , 0 , 0 , , 54930,
SECDATA, 97 , 0 , 0 , , 71190,

SECTYPE, 111 , TAPER , , CON006 ,
SECDATA, 98 , 0 , 0 , , 71190,
SECDATA, 99 , 0 , 0 , , 87450,

SECTYPE, 112 , TAPER , , CON007 ,
SECDATA, 100 , 0 , 0 , , 87450,
SECDATA, 101 , 0 , 0 , , 103710,

SECTYPE, 113 , TAPER , , CON008 ,
SECDATA, 102 , 0 , 0 , , 103710,
SECDATA, 103 , 0 , 0 , , 119970,

SECTYPE, 114 , TAPER , , CON009 ,
SECDATA, 104 , 0 , 0 , , 119970,
SECDATA, 105 , 0 , 0 , , 137140,

```

Abb. A- 6 APDL-Syntax (Definition für verjüngte member bei Turm)

```

!Querschnittszuweisung zu den members
!member ( INTEL )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 106 ! CON001
LMESH, 1

!member ( TW02S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 107 ! CON002
LMESH, 2

!member ( TW03S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 108 ! CON003
LMESH, 3

!member ( TW04S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 109 ! CON004
LMESH, 4

!member ( TW05S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 110 ! CON005
LMESH, 5

!member ( TW06S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 111 ! CON006
LMESH, 6

!member ( TW07S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 112 ! CON007
LMESH, 7

!member ( TW08S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 113 ! CON008
LMESH, 8

!member ( TW09S )
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 114 ! CON009
LMESH, 9

```

Abb. A- 7 APDL-Syntax (Zuweisung Querschnitte zu den members - Vernetzung)

```

/MODOPT,LANB,6          !MODOPT, Method, NMODE, -> ! Method: Block Lanczos / NMODE=6 (number of mode)
/EQSLV,SPAR            !Type of equation solver: sparse
/MXPAND,6,, ,NO        !MXPAND, NMODE, FREQB, FREQE, Elcalc, ->MXPAND , nb mode to expand =6 , FREQB and FREQE mustnt defined , ELEMcalc-> NO
/LUMPM,0               ! Use the element-dependent default mass matrix formulation (default).
/PSTRES,0              ! no prestress effect included
!*
/MODOPT,LANB,6,0,0, ,OFF ! MODOPT, Method, NMODE, FREQB, FREQE, Cpxmod, Nrmkey,
                       ! Cpxmod= 0 (or no value) -> dont calc complex eigenvalue
                       ! Nrmkey=0 Normalize the mode shapes to the mass matrix (default).

```

Abb. A- 8 APDL - Solvereinstellungen Modalanalyse

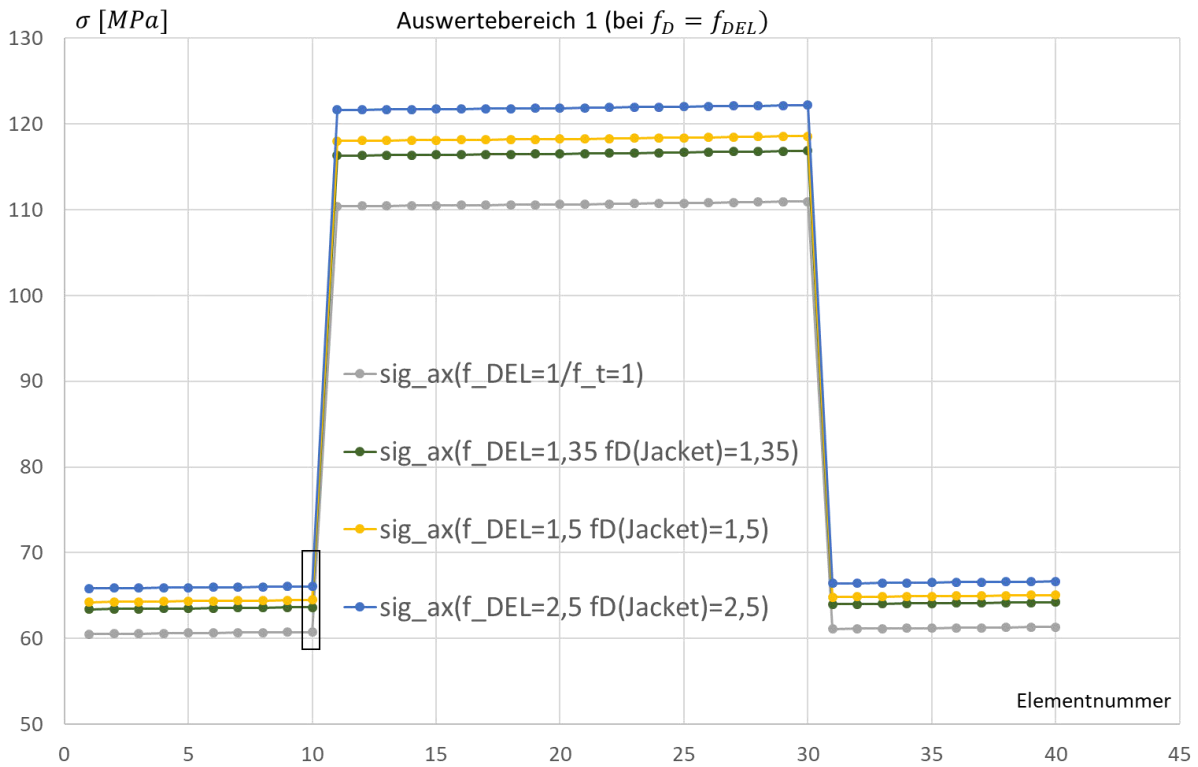


Abb. A- 9 Analyse der Axialspannung bei AW1 ( $f_D=f_{DEL}$ )



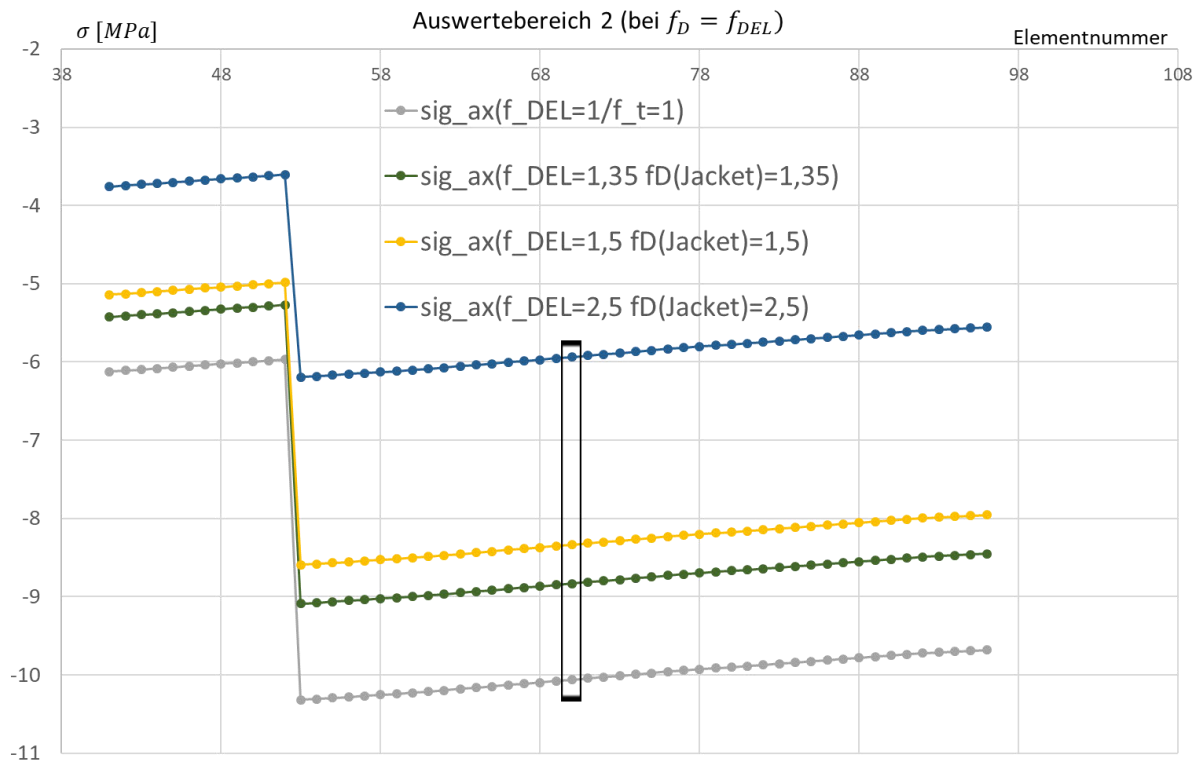


Abb. A- 10 Analyse der Axialspannung bei AW2 ( $f_D=f_{DEL}$ )

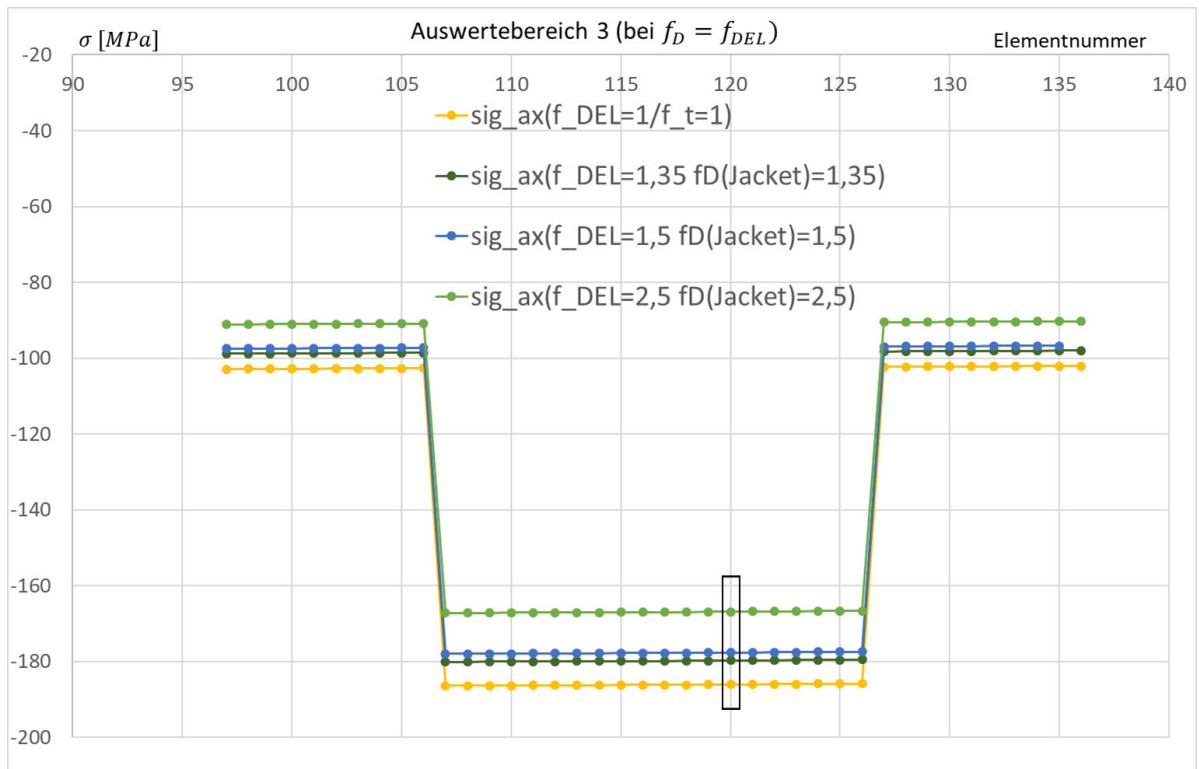


Abb. A- 11 Analyse der Axialspannung bei AW3 ( $f_D=f_{DEL}$ )

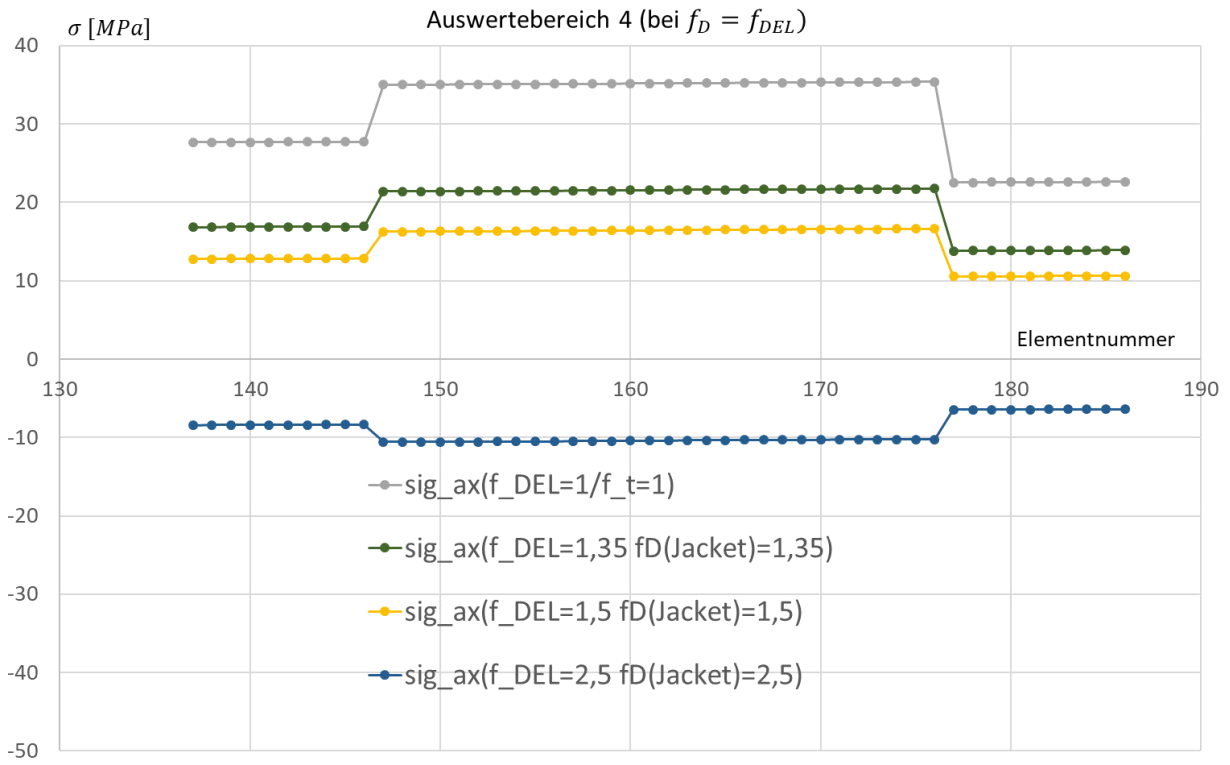


Abb. A- 12 Analyse der Axialspannung bei AW4 ( $f_D=f_{DEL}$ )

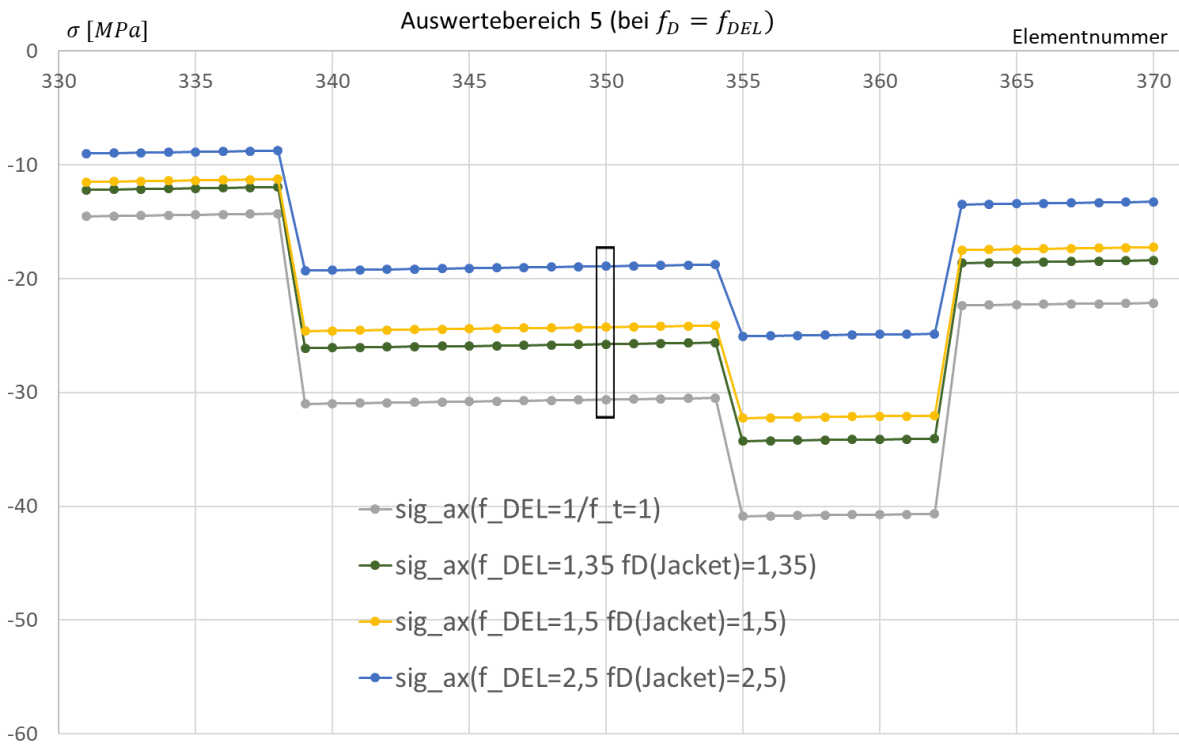


Abb. A- 13 Analyse der Axialspannung bei AW5 ( $f_D=f_{DEL}$ )

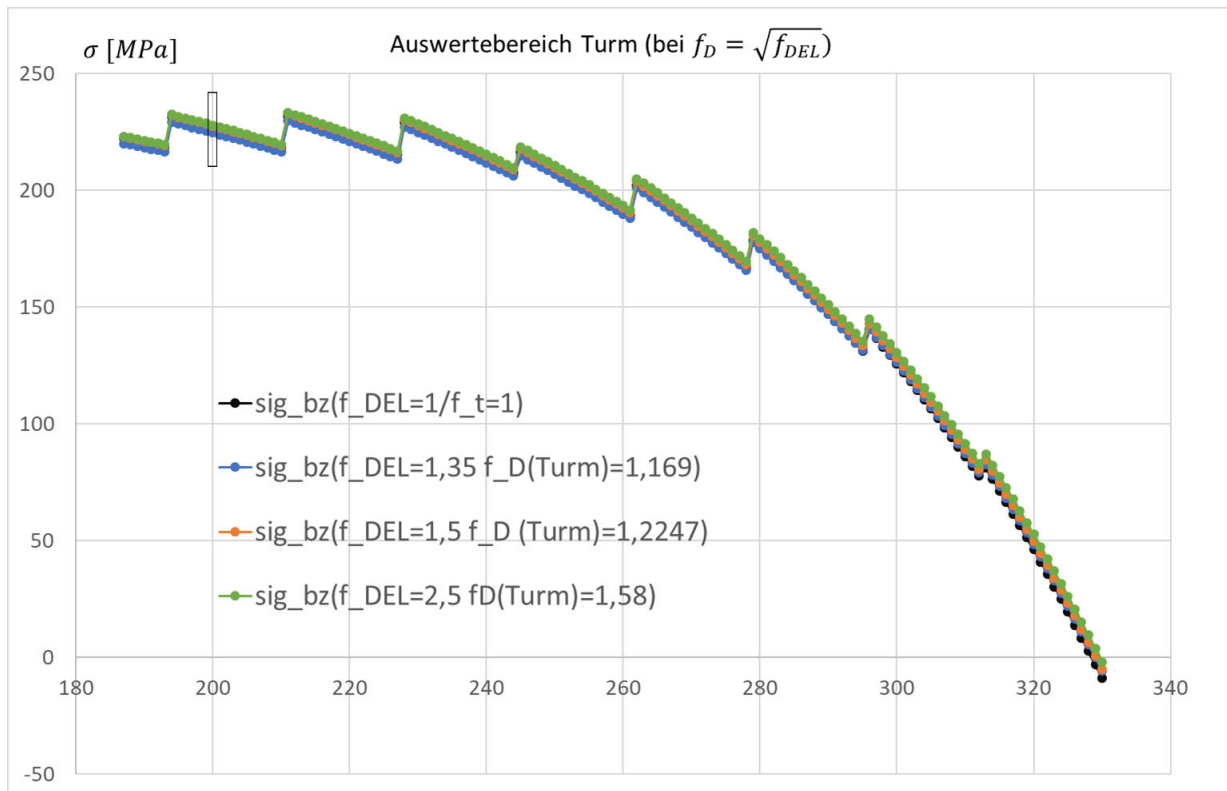


Abb. A- 14 Analyse der Axialspannung bei AW Turm ( $f_D=(f_{DEL})^{0,5}$ )

Tabelle A- 1 Spannungswerte AW 1 ( $f_D=f_{DEL}$ )

$f_{DEL}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,76	
1,35	63,64	4,7%
1,5	64,48	6,1%
2,5	66,05	8,7%

Tabelle A- 2 Spannungswerte AW 2 ( $f_D=f_{DEL}$ )

$f_{DEL}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,06	
1,35	-8,83	-12,2%
1,5	-8,33	-17,2%
2,5	-5,95	-40,8%

Tabelle A- 3 Spannungswerte AW 3 ( $f_D=f_{DEL}$ )

$f_{DEL}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,35	-179,76	-3,4%
1,5	-177,65	-4,5%
2,5	-166,91	-10,3%

**Tabelle A- 4 Spannungswerte AW 4 ( $f_D=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,35	21,53	-38,8%
1,5	16,41	-53,3%
2,5	-10,46	-129,7%

**Tabelle A- 5 Spannungswerte AW 5 ( $f_D=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,35	-25,75	-15,9%
1,5	-24,25	-20,8%
2,5	-18,94	-38,2%

**Tabelle A- 6 Spannungswerte AW Turm ( $f_D=(f_{DEL})^{0,5}$ )**

$f_{DEL}$	$f_D$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	1	227,00	
1,35	1,169	224,73	-1,0%
1,5	1,225	227,65	0,3%
2,5	1,581	228,03	0,5%

### Analyse Normalkraftänderung bei $f_i=f_{DEL}$

Die folgende Tabellen gibt die Werte der Normalkräfte unter Einfluss des Parameterfaktors  $N_{param}$  an. Des weiteren werden dort die relative Änderung von  $N_{param}$  zu Referenznormalkraft  $N_{ref}$ , d.h.  $N_{param}/N_{ref}$  sowie die prozentuale Änderung angegeben.

**Tabelle A- 7 N-Änderung AW1 ( $f_i=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	2,75E+07	1,000	
1,35	3,88E+07	1,409	4,4%
1,5	4,36E+07	1,584	5,6%
2,5	7,58E+07	2,754	10,2%

**Tabelle A- 8 N-Änderung AW2 ( $f_i=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	-1,14E+06	1,000	
1,35	-1,54E+06	1,353	0,2%
1,5	-1,72E+06	1,504	0,2%
2,5	-2,86E+06	2,509	0,4%

**Tabelle A- 9 N-Änderung AW3 ( $f_i=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	-4,64E+07	1,000	
1,35	-6,13E+07	1,321	-2,1%
1,5	-6,77E+07	1,459	-2,8%
2,5	-1,10E+08	2,373	-5,1%

**Tabelle A- 10 N-Änderung AW4 ( $f_i=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	1,97E+06	1,000	
1,35	2,60E+06	1,320	-2,3%
1,5	2,88E+06	1,458	-2,8%
2,5	4,76E+06	2,412	-3,5%

**Tabelle A- 11 N-Änderung AW5 ( $f_i=f_{DEL}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	-1,02E+07	1,000	
1,35	-1,23E+07	1,205	-10,7%
1,5	-1,32E+07	1,293	-13,8%
2,5	-1,91E+07	1,866	-25,3%

Analyse Normalkraftänderung bei  $f_D=f_{DEL}$ **Tabelle A- 12 N-Änderung AW1  $f_D=f_{DEL}$  (Turm  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	2,75E+07	1,000	
1,35	3,94E+07	1,433	6,1%
1,5	4,45E+07	1,617	7,8%
2,5	7,69E+07	2,796	11,8%

**Tabelle A- 13 N-Änderung AW2  $f_D=f_{DEL}$  (Turm  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	-1,14E+06	1,000	
1,35	-1,36E+06	1,193	-11,6%
1,5	-1,43E+06	1,254	-16,4%
2,5	-1,71E+06	1,500	-40,0%

**Tabelle A- 14 N-Änderung AW3  $f_D=f_{DEL}$  (Turm  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	-4,64E+07	1,000	
1,35	-6,09E+07	1,312	-2,8%
1,5	-6,70E+07	1,444	-3,7%
2,5	-1,06E+08	2,276	-9,0%

**Tabelle A- 15 N-Änderung AW4  $f_D=f_{DEL}$  (Turm  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	1,97E+06	1,000	
1,35	1,65E+06	0,838	-37,9%
1,5	1,39E+06	0,705	-53,0%
2,5	-1,48E+06	-0,752	-130,1%

**Tabelle A- 16 N-Änderung AW5  $f_D=f_{DEL}$  (Turm  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{DEL}$	$N_{param}$	$N_{param}/N_{ref}$	Änderung in %
1 (Referenz)	-1,02E+07	1,000	
1,35	-1,17E+07	1,138	-15,7%
1,5	-1,22E+07	1,195	-20,3%
2,5	-1,60E+07	1,561	-37,6%

---

 Spannungsauswertung Parameter Fußweitenfaktor ( $f_{fu\beta}$ )

**Tabelle A- 17 Spannungswerte AW 1 ( $f_{fu\beta}$ )**

$f_{fu\beta}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,76	
1,1	57,53	-5,3%
1,2	54,63	-10,1%

**Tabelle A- 18 Spannungswerte AW 2 ( $f_{fu\beta}$ )**

$f_{fu\beta}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,06	
1,1	-12,81	27,3%
1,2	-15,10	50,1%

**Tabelle A- 19 Spannungswerte AW 3 ( $f_{fu\beta}$ )**

$f_{fu\beta}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,1	-180,87	-2,8%
1,2	-176,41	-5,2%

**Tabelle A- 20 Spannungswerte AW 4 ( $f_{fu\beta}$ )**

$f_{fu\beta}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,1	41,97	19,4%
1,2	48,26	37,3%

**Tabelle A- 21 Spannungswerte AW 5 ( $f_{fu\beta}$ )**

$f_{fu\beta}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,1	-30,94	1,0%
1,2	-31,31	2,2%

Spannungsauswertung Parameter Kopfweitenfaktor ( $f_{kopf}$ )**Tabelle A- 22 Spannungswerte AW 1 ( $f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,76	
1,1	55,94	-7,9%
1,2	52,01	-14,4%

**Tabelle A- 23 Spannungswerte AW 2 ( $f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,06	
1,1	-7,39	-26,6%
1,2	-4,86	-51,7%

**Tabelle A- 24 Spannungswerte AW 3 ( $f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,1	-179,00	-3,8%
1,2	-172,37	-7,4%

**Tabelle A- 25 Spannungswerte AW 4 ( $f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,1	21,51	-38,8%
1,2	17,71	-49,6%

**Tabelle A- 26 Spannungswerte AW 5 ( $f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,1	-31,28	2,1%
1,2	-31,47	2,8%



Eigenfrequenzanalysen bei konstanten TP-Masse

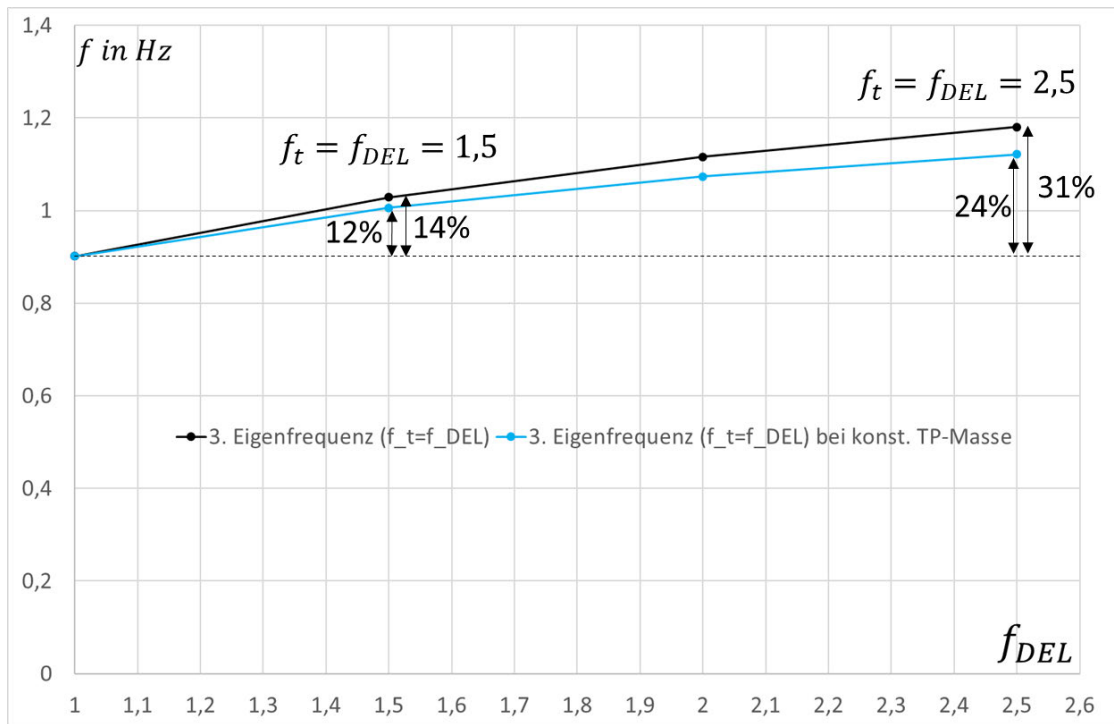


Abb. A- 15 Eigenfrequenzanalyse  $f_3$  bei  $f_i=f_{DEL}$

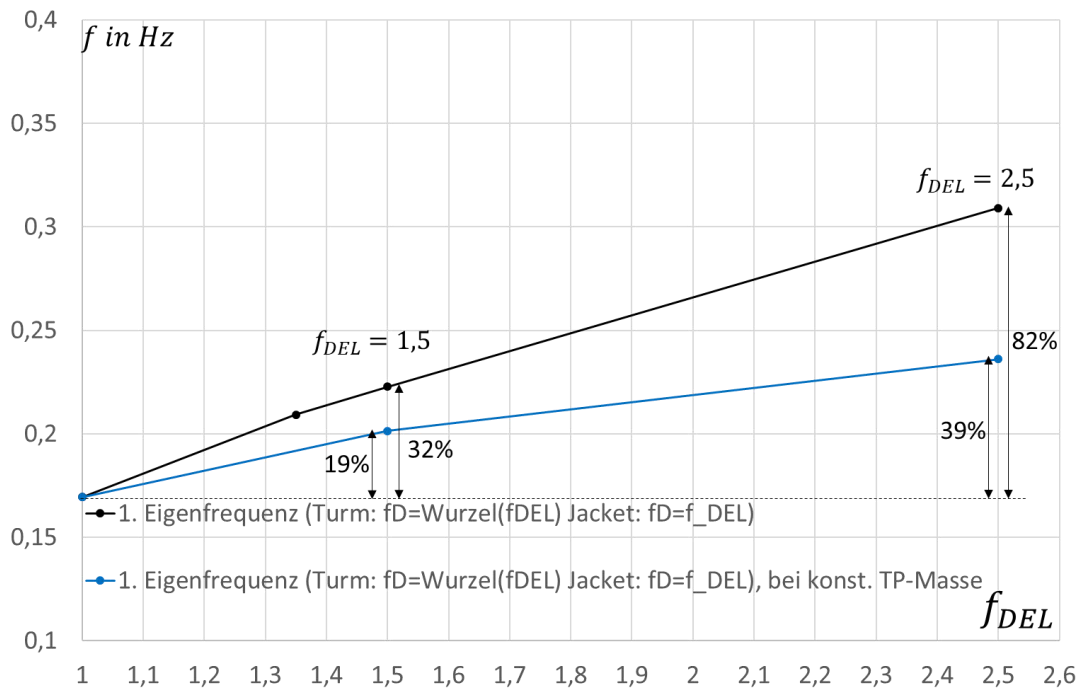


Abb. A- 16 Eigenfrequenzanalyse  $f_1$  bei  $f_D=f_{DEL}$  (Turm:  $f_D=f_{DEL}^{0,5}$ )

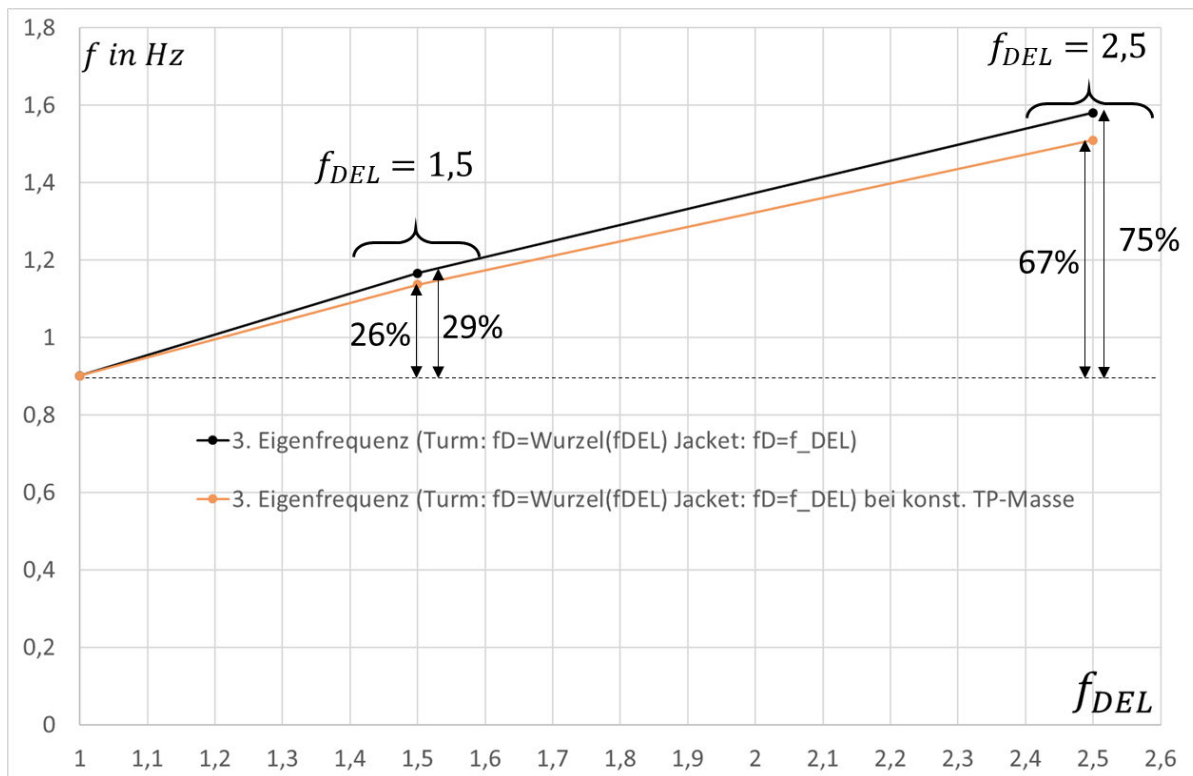


Abb. A- 17 Eigenfrequenzanalyse  $f_3$  bei  $f_D=f_{DEL}$  (Turm:  $f_D=f_{DEL}^{0.5}$ )

Parameterkombination Fußweitenfaktor = Kopfweitenfaktor ( $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ )

Tabelle A- 27 Spannungswerte AW 1 ( $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,76	
1,1	52,99	-12,8%
1,2	46,89	-22,8%

Tabelle A- 28 Spannungswerte AW 2 ( $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,06	
1,1	-10,37	3,0%
1,2	-10,72	6,6%

**Tabelle A- 29 Spannungswerte AW 3 ( $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,1	-174,27	-6,3%
1,2	-164,31	-11,7%

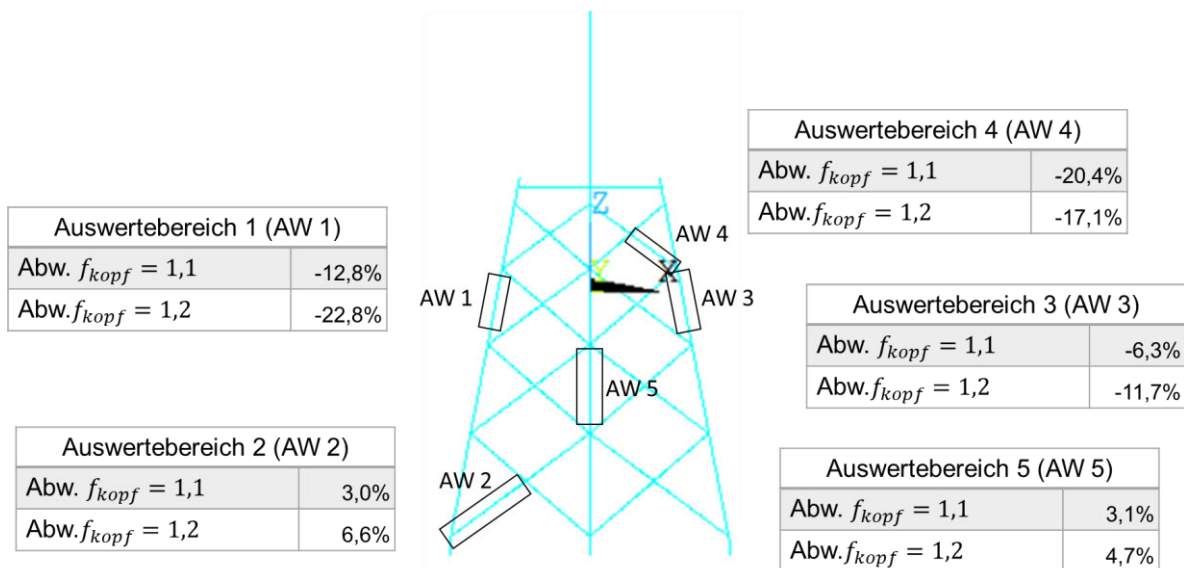
**Tabelle A- 30 Spannungswerte AW 4 ( $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,1	28,00	-20,4%
1,2	29,16	-17,1%

**Tabelle A- 31 Spannungswerte AW 5 ( $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,1	-31,57	3,1%
1,2	-32,07	4,7%

Parameter  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$  (restliche Parameterfaktoren bleiben konstant)



**Abb. A- 18 Visualisierung der Abweichungen bei allen Auswertebereichen bei  $f_{fu\beta} = f_{kopf}$**

Parameterkombination Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$

**Tabelle A- 32 Spannungswerte AW 1 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,76	
1,35	63,44	4,4%
1,5	64,22	5,7%
2,5	66,90	10,1%

**Tabelle A- 33 Spannungswerte AW 2 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,06	
1,35	-9,55	-5,1%
1,5	-9,34	-7,1%
2,5	-8,16	-18,9%

**Tabelle A- 34 Spannungswerte AW 3 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,35	-182,64	-1,8%
1,5	-181,72	-2,3%
2,5	-178,07	-4,3%

**Tabelle A- 35 Spannungswerte AW 4 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,35	31,34	-10,9%
1,5	29,93	-14,9%
2,5	22,86	-35,0%

**Tabelle A- 36 Spannungswerte AW 5 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ )**

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,35	-27,32	-10,8%
1,5	-26,38	-13,9%
2,5	-22,97	-25,0%

Auswertung (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  ; Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$  )

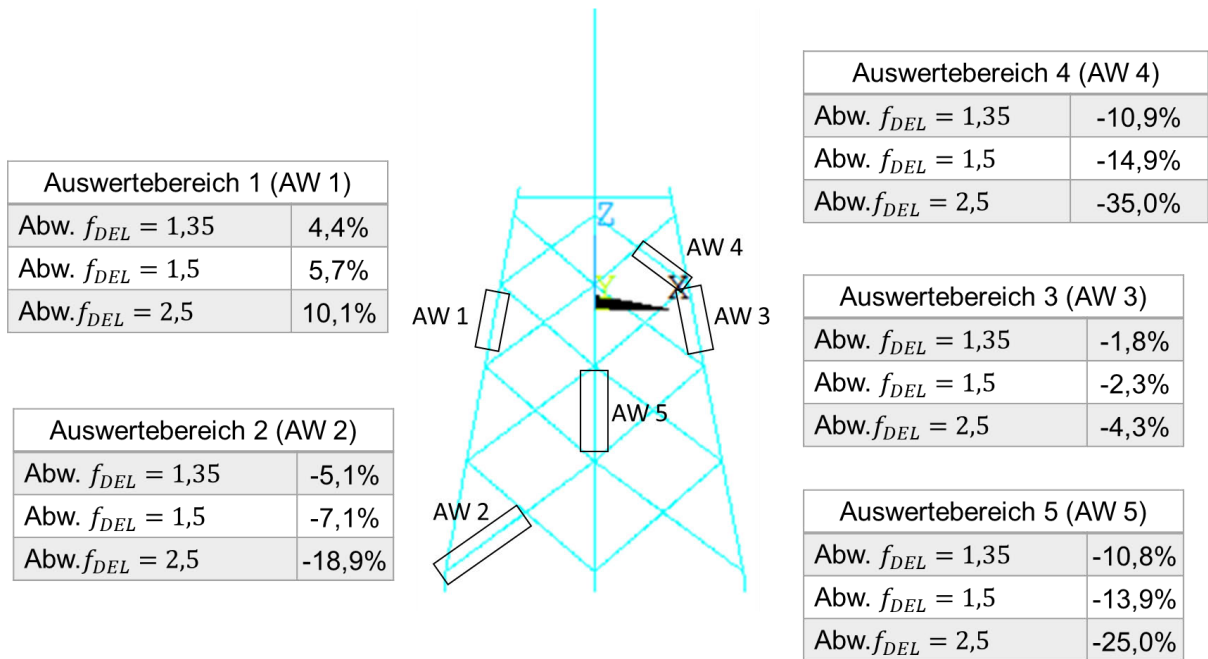


Abb. A- 19 Visualisierung der Abweichungen bei Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}$

Parameterkombination Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$

Tabelle A- 37 Spannungswerte AW 1 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	60,759	
1,35	49,540	-18,5%
1,5	50,317	-17,2%
2,5	53,026	-12,7%

Tabelle A- 38 Spannungswerte AW 2 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-10,0605	
1,35	-10,3435	2,8%
1,5	-10,1865	1,3%
2,5	-9,28045	-7,8%

Tabelle A- 39 Spannungswerte AW 3 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-186,06	
1,35	-160,73	-13,6%
1,5	-159,76	-14,1%
2,5	-156,10	-16,1%

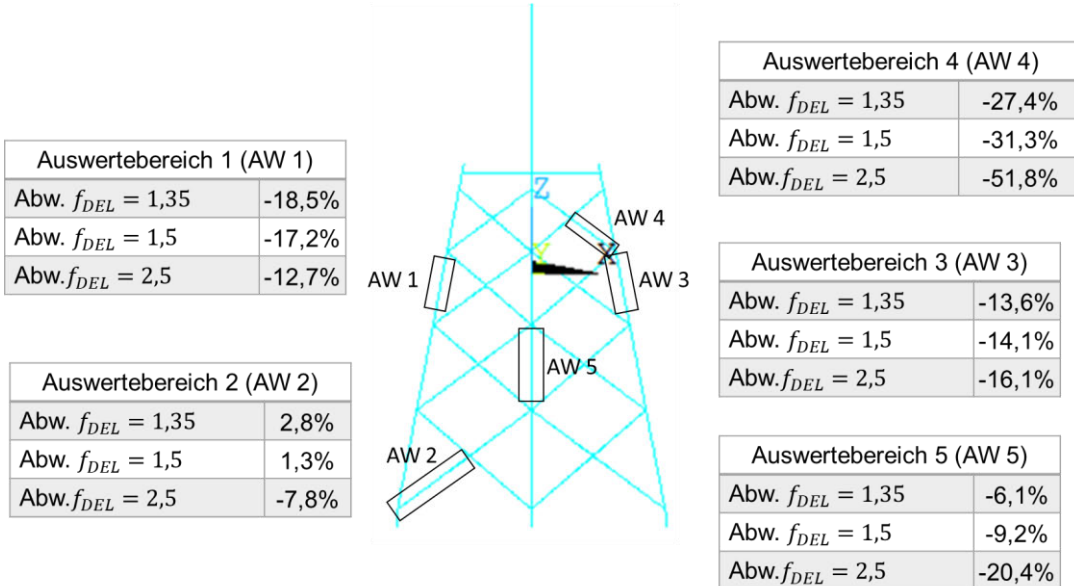
Tabelle A- 40 Spannungswerte AW 4 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	35,16	
1,35	25,53	-27,4%
1,5	24,16	-31,3%
2,5	16,94	-51,8%

Tabelle A- 41 Spannungswerte AW 5 (Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$ )

$f_{kopf}$	$\sigma$ [MPa]	Abweichung
1 (Referenz)	-30,63	
1,35	-28,75	-6,1%
1,5	-27,80	-9,2%
2,5	-24,37	-20,4%

Auswertung (Turm:  $f_t = f_{DEL}$ ; Jacket:  $f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$ ) mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$

Abb. A- 20 Visualisierung Abweichung bei Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}$ , mit  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$

### Analyse der Massenzuwächse bei unterschiedlichen Lastfaktoren

**Tabelle A- 42 Gegenüberstellung der Massen/Kosten bei Wanddickenfaktor und Durchmesserfaktor**

Parameter Turm	$f_{DEL} = f_t$		$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	
Parameter Jacket	$f_{DEL} = f_t$		$f_D = f_{DEL}$	
$f_{DEL}$	Masse [t]	Massen- steigerung	Masse [t]	Massen- steigerung
1 (Referenz)	5077,02		5077,02	
1,35	6243,40	23,0%	6019,80	18,6%
1,5	6738,68	32,7%	6398,54	26,0%
2,5	9970,24	96,4%	8900,84	75,3%

**Tabelle A- 43 Massenanstieg bei Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL} 0,5$  ;  $f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$**

Parameter Turm	$f_t = f_{DEL}$		$f_t = f_{DEL}$	
Parameter Jacket	$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$		$f_t = f_D = \sqrt{f_{DEL}}$	$f_{fu\beta} = f_{kopf} = 1,2$
$f_{DEL}$	Masse [t]	Massen- steigerung	Masse [t]	Massen- steigerung
1 (Referenz)	5077,02		5077,02	
1,35	6269,28	23,5%	6508,90	28,2%
1,5	6778,82	33,5%	7044,92	38,8%
2,5	10171,73	100,3%	10614,16	109,1%

Ausgabe der Gesamtmasse bei APDL sowie Berechnung der Abweichung zu Excel Gesamtmasse

**Tabelle A- 44 Prüfung der Massen bei APDL und Excel hinsichtlich Durchmesser- und Wanddickenfaktor**

Parameter Turm	$f_{DEL} = f_t$			$f_D = \sqrt{f_{DEL}}$		
Parameter Jacket	$f_{DEL} = f_t$			$f_D = f_{DEL}$		
$f_{DEL}$	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw. [%]	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw. [%]
1 (Referenz)	5077,02	5074,4	0,05%	5077,02	5074,4	0,05%
1,35	6243,40	6239,80	0,06%	6019,80	6016,40	0,06%
1,5	6738,68	6734,70	0,06%	6398,54	6394,90	0,06%
2,5	9970,24	9963,80	0,06%	8900,84	8895,20	0,06%

Tabelle A- 45 Prüfung der Massen bei APDL bei  $f_{fu\beta}$ ,  $f_{kopf}$  und  $f_{fu\beta}=f_{kopf}$ 

$f_{DEL}$ Parameter Jacket	1 $f_{fu\beta}$			1 $f_{kopf}$			1 $f_{fu\beta}$ $= f_{kopf}$		
$f_{DEL}$	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw.	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw.	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw.
1 (Ref.)	5077,02	5074,4	0,05%	5077,02	5074,4	0,05%	5077,02	5074,4	0,05%
1,1	5125,68	5123,00	0,05%	5117,02	5171,20	-1,06%	5165,12	5219,30	-1,05%
1,2	5176,36	5173,60	0,05%	5157,63	5213,00	-1,07%	5254,65	5309,90	-1,05%

Tabelle A- 46 Prüfung der Massen bei APDL bei Turm:  $f_t = f_{DEL}$  Jacket:  $f_t = f_D = f_{DEL}^{0,5}$ ;  $f_{fu\beta}=f_{kopf}=1,2$ 

Parameter Turm	$f_t = f_{DEL}$			$f_t = f_{DEL}$		
Parameter Jacket	$f_t = f_D$ $= \sqrt{f_{DEL}}$			$f_t = f_D$ $= \sqrt{f_{DEL}}$ $f_{fu\beta} = f_{kopf}$ $= 1,2$		
$f_{DEL}$	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw. [%]	Masse Excel [t]	Masse APDL [t]	Abw. [%]
1 (Referenz)	5077,02	5074,4	0,05%	5077,02	5074,4	0,05%
1,35	6269,28	6265,70	0,06%	6508,90	6583,50	-1,15%
1,5	6778,82	6774,80	0,06%	7044,92	7127,80	-1,18%
2,5	10171,73	10165,00	0,07%	10614,16	10752,00	-1,30%



## B Anhang B

### Beispielrechnung der fehlenden Zwischenknoten zwischen den Knoten 13A0P0 und 13AAP1

Hier wird eine kurze Beispielrechnung der Knotenkoordinaten vom fehlenden Zwischenknoten ZWQ1 zwischen den Knoten 13A0P0 und 13AAP1 (vgl. Abb. 4-3) gezeigt. Die folgende Abbildung Abb. A- 21 zeigen die Längen des members sowie die Knotenkoordinaten P1 (Koord. vom Knoten 13A0P0) und P2 (Koord. vom Knoten 13AAP1). Alle Angaben der Knotenkoordinaten und die Länge des members wird vom Excel Rohdaten bezogen.

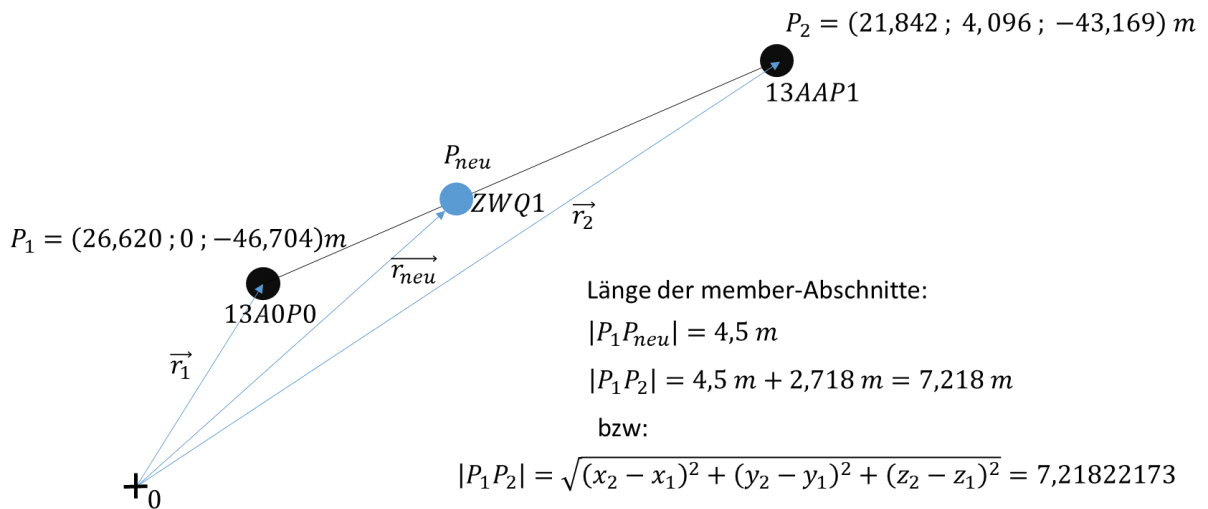


Abb. A- 21 Beispielrechnung der fehlenden Zwischenknoten ZWQ1

Der Längenparameter  $\lambda$  wird mit den Angaben vom Abb. A- 21 wie folgt berechnet:

$$\lambda = \frac{|P_1 P_{neu}|}{|P_1 P_2|} = \frac{4,5 m}{7,218 m} = \frac{250}{401} \quad \text{Gl. 0-1}$$

Einsetzen in *Gl. 4-2* mit den Angaben vom Abb. A- 21 und der bekannten Längenparameter  $\lambda$  werden die Knotenkoordinaten der Zwischenknoten ZWQ1 nun berechnet

$$\begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix}_{ZWQ1} = \begin{pmatrix} 26,620 \\ 0 \\ -46,704 \end{pmatrix} m + \frac{250}{401} * \begin{pmatrix} 21,842 - 26,620 \\ 4,096 - 0 \\ -43,169 - (-46,704) \end{pmatrix} m \quad \text{Gl. 0-2}$$

$$\begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix}_{ZWQ1} = \begin{pmatrix} 23,641 \\ 2,553 \\ -44,5 \end{pmatrix} m$$

Mit dieser Vorgehensweise werden alle Zwischenknoten der Legs und Querverstrebungen auf einer *Side* errechnet.

Die Transformation vom Zwischenknoten ZWQ1 vom Side A zu Side Q (ZWQ33) wird hier ,nach **Gl. 4-5**, mit der Transformationswinkel  $\theta = 90^\circ$  einmal kurz gezeigt.

$$\begin{pmatrix} x_{neu}' \\ y_{neu}' \\ z_{neu}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{neu}' \\ y_{neu}' \\ z_{neu}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix}_{ZWQ33} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 23,641 \\ 2,553 \\ -44,5 \end{pmatrix} m \quad \text{Gl. 0-3}$$

$$\begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \end{pmatrix}_{ZWQ33} = \begin{pmatrix} -2,553 \\ 23,641 \\ -44,5 \end{pmatrix} m$$

Die Transformation aller errechneten Zwischenknoten von Side A zu Side Q mit  $\theta = 90^\circ$  erfolgen mit gleicher Vorgehensweise.

Bei der Transformation zu anderen Sides ist die Vorgehensweise auch gleich, nur müssen entsprechende Drehungswinkel  $\theta$  berücksichtigt werden, die wie folgt betragen:

- Side A zu Side B mit  $\theta = 180^\circ$
- Side A zu Side P mit  $\theta = 270^\circ$

### Prüfung der Gültigkeit Fußweitenfaktor

Nun wird die Gültigkeit der Gleichung **Gl. 3-86** im Folgenden geprüft, indem bei Zentrum Z (Abb. 3-15) die Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}(z) = 1$  betragen soll, d.h. dort sollen die Knoten nichts nach außen verschoben werden.

Da die Höhendifferenz  $\overline{ZA}(z)$  beim Zentrum Z Null beträgt beträgt die Strecke  $\overline{AB}(z)$

$$\overline{AB}_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{ZA}(z)}{\overline{ZA}'} * \overline{A'B'}_{fu\beta} = \frac{0}{\overline{ZA}'} * \overline{A'B'}_{fu\beta} = 0 \quad \text{Gl. 0-4}$$

Somit ergibt durch Einsetzen in **Gl. 3-86** der höhenabhängige Fußweitenfaktor Eins, d.h. in diesem Fall ist die Gleichung gültig

$$f_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{fu\beta}(z)}{\overline{OA}(z)} = \frac{\overline{OA}(z) + 0}{\overline{OA}(z)} \rightarrow f_{fu\beta}(z) = 1 \quad \text{Gl. 0-5}$$

Nun wird bei Gleichung **Gl. 3-86** geprüft, dass am untersten Punkt die höhenabhängige Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}(z)$  gleich der Fußweitenfaktor  $f_{fu\beta}$  betragen soll.

Am untersten Punkt entspricht die Strecke  $\overline{AB}_{fu\beta}(z)$  dem Strecke  $\overline{A'B'}_{fu\beta}$ , ebenso beträgt die Strecke  $\overline{OA}(z) = \overline{OA}'$ .

Somit ergibt durch Einsetzen in **Gl. 3-86**

$$f_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + \overline{AB}_{fu\beta}(z)}{\overline{OA}(z)} = \frac{\overline{OA}' + \overline{A'B'}_{fu\beta}}{\overline{OA}'} \quad \text{Gl. 0-6}$$

Nach Gleichung **Gl. 3-81** entspricht die Strecke  $\overline{A'B'}_{fu\beta} = \overline{OA}' * f_{fu\beta} - \overline{OA}'$ . Einsetzen in **Gl. 0-6** ergibt wie folgt (**Gl. 0-7**)

$$f_{fu\beta}(z) = \frac{\overline{OA}' + (\overline{OA}' * f_{fu\beta} - \overline{OA}')}{\overline{OA}'} \rightarrow f_{fu\beta}(z) = f_{fu\beta} \quad \text{Gl. 0-7}$$

Somit wurde die Gültigkeit der höhenabhängigen Faktor **Gl. 3-86** an zwei Extrempunkten (Zentrum Z sowie unterste Fußpunkt) mathematisch bewiesen

### Prüfung der Gültigkeit Kopfweitenfaktor

Nun wird Gültigkeit der höhenabhängige Kopfweitenfaktor  $f_{kopf}(z)$  an den untersten und obersten Extrempunkten kontrolliert.

Beim untersten Extrempunkt, d.h. bei Zentrum Z soll  $f_{kopf}(z) = 1$  betragen. Dort beträgt der Streckenabschnitt  $\overline{AB}_{kopf}(z) = 0$ . Einsetzen in **Gl. 3-91** ergibt

$$f_{kopf}(z) = \frac{\overline{OA}(z) + 0}{\overline{OA}(z)} \rightarrow f_{kopf}(z) = 1 \quad \text{Gl. 0-8}$$

Die vorherige Gleichung zeigt die Gültigkeit beim untersten Extrempunkt. Nun wird die Gültigkeit der obersten Extrempunkt kontrolliert, welches  $f_{kopf}(z) = f_{kopf}$  ergeben soll. Am dortigen Extrempunkt gilt  $\overline{OA}(z) = \overline{OA}'$ . Außerdem beträgt der Streckenabschnitt dort wie folgt

$$\overline{AB}_{kopf}(z) = \overline{A'B'}_{kopf} = \overline{OA}' * f_{kopf} - \overline{OA}' \quad \text{Gl. 0-9}$$

Einsetzen in **Gl. 3-91** ergibt wie folgt

$$f_{kopf}(z) = \frac{\overline{OA}' + \overline{A'B'}_{kopf}(z)}{\overline{OA}'} = \frac{\overline{OA}' + (\overline{OA}' * f_{kopf} - \overline{OA}')}{\overline{OA}'} \quad \text{Gl. 0-10}$$

$$f_{kopf}(z) = f_{kopf}$$

Somit wurde die Gültigkeit der Gleichungen **Gl. 3-90** und **Gl. 3-91** zur Berechnung von  $f_{kopf}(z)$  an beiden Extrempunkten bewiesen.

# Eidesstattliche Erklärung



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
Hamburg University of Applied Sciences

## Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

### Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: Franz \_\_\_\_\_

Vorname: Tobias \_\_\_\_\_

dass ich die vorliegende Masterarbeit – bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

Strukturanalyse sowie Parameterstudie der Turm- und Jacketstruktur einer 20 MW Offshore Windkraftanlage im Hinblick auf die erhöhten Lasten infolge des Umbaus zu einer Zweiblattanlage

ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

*- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -*

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der -bitte auswählen- ist erfolgt durch:

Hamburg

05.01.2022

Ort

Datum

Unterschrift im Original