

BACHELOR THESIS
Kai Alexander Steudel

Modellbasierte prädiktive Regelung einer permanentmagneterregten Axialfluss-Synchronmaschine mit Feldschwächung unter Nutzung der magnetischen Asymmetrie

FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK
Department Informations- und Elektrotechnik

Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Information and Electrical Engineering

Kai Alexander Steudel

Modellbasierte prädiktive Regelung einer
permanentmagneterregten
Axialfluss-Synchronmaschine mit Feldschwächung
unter Nutzung der magnetischen Asymmetrie

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung
im Studiengang *Bachelor of Science Regenerative Energiesysteme und Energie-
management*
am Department Informations- und Elektrotechnik
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr. Ferik Haase
Zweitgutachter: M. Sc. Michael Brüns

Eingereicht am: 16.08.2023

Kai Alexander Steudel

Thema der Arbeit

Modellbasierte prädiktive Regelung einer permanentmagneterregten Axialfluss-Synchronmaschine mit Feldschwächung unter Nutzung der magnetischen Asymmetrie

Stichworte

Axialflussmaschine, Prädiktive Regelung, Permanentmagnetmotor, Optimalregelung, Systemidentifikation, Echtzeitverarbeitung

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Verfahren der modellbasierten prädiktiven Regelung (MPC) zur optimierten feldorientierten Regelung (FOC) einer Axialfluss-Permanentmagnet-Synchronmaschine (AFPMSM) unter Berücksichtigung des Reluktanzmoments vorgestellt. Die MPC wird eingesetzt, um definierte Zustands- und Eingangsbedingungen zu gewährleisten sowie die Regelsignale mittels einer Kostenfunktion für einen erweiterten Drehzahlbereich zu optimieren.

Ziel ist es also, die Umrichterausgangsspannung unter Berücksichtigung der definierten Strom- und Spannungsgrenzen zu bestimmen. Dabei wird der Referenzwert des Stroms über das maximale Drehmoment pro Ampere (MTPA) sowie einer Feldschwächeregelung vorgegeben. Weiterhin wird eine Kostenfunktion verwendet, die das Fehlersignal bei möglichst geringer Variation der Stellspannungssignale minimiert.

Zur Untersuchung der Entwurfsmethode wurde ein modellbasierter Systementwicklungsansatz (MBSE) gewählt, um Simulations- und Experimentalergebnisse zu vergleichen. Die Simulationsstudie der Regelstrategie wurde mit Matlab[®]/Simulink[®] durchgeführt. Anschließend wurde die MPC-Methode mit Hilfe einer Software zur Codegenerierung direkt aus dem Simulationsmodell in ein Zielsystem implementiert. Die Leistungsbewertung der MPC konzentriert sich auf das dynamische Verhalten in Abhängigkeit von der gewichteten Kostenfunktion.

Kai Alexander Steudel

Title of Thesis

Model Predictive Control of an axial flux permanent magnet synchronous machine with field weakening using magnetic asymmetry

Keywords

Axial flux machine, Predictive control, Permanent magnet motor, Optimal control, System identification, Real-time processing

Abstract

In this thesis, a model predictive control (MPC) method is presented for optimized field-oriented control (FOC) of an axial flux permanent magnet synchronous machine (AFPMSM) considering the reluctance torque. The MPC is used to ensure defined state and input conditions as well as to optimize control signals based on a cost function for an extended speed range.

Thus, the objective is to determine the inverter output voltage considering the defined current and voltage limits. For this purpose, the reference value of the current is determined by the maximum torque per ampere method (MTPA) as well as a field weakening control. Furthermore, a cost function is applied that minimizes the error signal with the smallest possible variation of the actuating voltage signals.

A model based systems engineering approach (MBSE) was adopted to study the design method in order to compare simulation and experimental results. The simulation study of the control strategy was performed using Matlab[®]/Simulink[®].

Further on, the MPC method was implemented on a target system directly from the simulation model using code generation software. The performance evaluation of the MPC focuses on the dynamic behavior depending on the weighted cost function.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vii
Tabellenverzeichnis	x
Abkürzungen	xi
Symbolverzeichnis	xiii
1 Einleitung	1
1.1 Zielsetzung	2
2 Grundlagen	3
2.1 Raumzeigerdarstellung	3
2.1.1 α - β -Koordinatensystem (Clarke-Transformation)	5
2.1.2 d - q -Koordinatensystem (Park-Transformation)	7
2.2 Raumzeigermodulation (Space Vector Pulse Width Modulation)	8
2.3 Axialflussmaschine	14
2.3.1 Beschreibendes Gleichungssystem	16
2.3.2 Drehmomentbildung	19
2.4 Feldorientierte Regelung	22
2.4.1 Windup-Effekt	23
2.4.2 Vorsteuerung	25
2.4.3 Strom-Sollwertvorgabe	26
2.4.3.1 Regelstrategie	27
3 Modellbasierte prädiktive Regelung	32
3.1 Klassische MPC einer PMSM	34
3.1.1 Prädiktionsmodell	35
3.1.2 MPC-Entwurf ohne Beschränkungen	38

3.1.3	MPC-Entwurf mit Beschränkungen	39
3.1.3.1	Formulierung von Beschränkungen	40
3.1.3.2	Optimierungsalgorithmus	43
3.1.3.3	Systemgrenzen als Nebenbedingungen	46
3.1.4	Zustandsvorhersage	49
3.1.4.1	Extended Kalman-Filter	50
4	Simulation	53
4.1	Simulationsaufbau	53
4.2	Simulationsergebnisse	56
4.3	Auswertung	59
5	Experimentelle Validierung	63
5.1	Systemdarstellung	63
5.2	Implementierung	65
5.3	Messergebnisse	67
5.4	Auswertung	73
6	Fazit	78
	Literatur	80
	Selbstständigkeitserklärung	84
A	Betriebsstrategien - Stromsollwertvorgabe	85
A.1	Maximum Torque Per Ampere (MTPA)	85
A.2	Feldschwächebereich	87
A.3	Maximum Torque Per Voltage (MTPV)	93

Abbildungsverzeichnis

2.1	Raumzeigerdarstellung eines Drehsystems	4
2.2	Raumzeigerdarstellung im α - β -Koordinatensystem	5
2.3	Zusammenhang von α - β -Koordinatensystem und d - q -Koordinatensystem [2]	7
2.4	Drehstrombrückenschaltung eines Wechselrichters	8
2.5	Spannungshexagon im α - β -Koordinatensystem	10
2.6	Raumzeigermodulation	11
2.7	Differenzierung RFPMSM (a) - AFPMSM (b) [9]	14
2.8	Erste Entwicklungsansätze einer elektrischen Maschine - (1831) Michael Faraday, (1832) Anonymer Briefverfasser mit Initialen P.M., (1833) William Ritchie, (1834) Moritz Hermann Jacobi [14],[15]	15
2.9	Historie der Permanentmagneten [17]	16
2.10	Zeigerdiagramm einer PMSM im d - q -Koordinatensystem	19
2.11	Numerische Feldberechnung einer 6-poligen ($p = 3$) PMSM mit erhöhtem Reluktanzanteil und verteilter Wicklung [19]	21
2.12	Feldorientierte Regelung der umrichter gespeisten permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) [9]	23
2.13	Exemplarischer Regelkreis mit allgemeiner linearer Anti-Windup-Methode	24
2.14	Stromregler inklusive Vorsteuerung und Anti-Windup [18]	26
2.15	Übersicht Betriebsbereich einer PMSM inklusive Feldschwächung - Sonderfall (links) und Standardfall (rechts) [21]	30
2.16	Regelstrategie unter Nutzung des Feldschwächebereichs	30
3.1	Exemplarische Struktur einer MPC-Regelung	33
3.2	Konzept der Horizonte einer MPC-Regelung [23]	33
3.3	Approximation einer linearen Spannungsbegrenzung	47
3.4	Dynamisch bestimmte lineare Spannungsbegrenzung zum Zeitpunkt t_k	48
4.1	Simulationsmodell	54
4.2	Drehzahlregler (<i>Speed Control</i>)	54

4.3	Stromregler	55
4.4	MPC-Controller	56
4.5	Simulationsergebnisse - Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie	57
4.6	Simulationsergebnisse - Drehmomentsprung (0,1 Nm \rightarrow 0,8 Nm) bei $t =$ 200,2 ms, Drehmoment-Reversivsprung (0,8 Nm \rightarrow -0,8 Nm) bei $t =$ 205,2 ms	58
4.7	Simulationsergebnisse - Drehzahlsprung (800 $\frac{U}{min}$ \rightarrow 1200 $\frac{U}{min}$) bei $t =$ 1 s, Drehmomentsprung (0,05 Nm \rightarrow 0,5 Nm) bei $t = 2$ s, Drehzahl- Reversivsprung (1200 $\frac{U}{min}$ \rightarrow -1200 $\frac{U}{min}$) bei $t = 3$ s	59
4.8	Charakteristik Antriebssystem $L_d = 0,205$ pu	60
4.9	Charakteristik Antriebssystem $L_d = 0,363$ pu	61
5.1	Systemdarstellung - Prüfstand [30]	64
5.2	Systemdarstellung - implementierter Prüfstand	65
5.3	Systemgrenzen - Approximation durch Polytope	66
5.4	Messergebnisse - Sprungantworten des q -Stroms verschiedener Gewichtungen	67
5.5	Messergebnisse - integrale Gütekriterien der Sprungantworten des q -Stroms verschiedener Gewichtungen	68
5.6	Messergebnisse - Systemantwort der MPC-Regelung bei einem Sprung so- wie reversiblen Sprung	69
5.7	Messergebnisse - Systemantwort der PI-Regelung bei einem Sprung sowie reversiblen Sprung	69
5.8	Messergebnisse - Systemantwort der modellgestützten Regelung bei einem Sprung sowie reversiblen Sprung	70
5.9	Messergebnisse - Vergleich nach integralen Gütekriterien zwischen MPC-, PI- und MGR-Regler in Messung und Simulation	71
5.10	Messergebnisse - Systemantwort der MPC-Regelung bei einem Drehzahl- Sprung, Lastmoment-Sprung sowie reversiblen Drehzahl-Sprung	72
5.11	Messergebnisse - Systemantwort der PI-Regelung bei einem Drehzahl- Sprung, Lastmoment-Sprung sowie reversiblen Drehzahl-Sprung	72
5.12	Messergebnisse - Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik von MPC- und PI- Regelung inklusive Wirkungsgrad	73
5.13	Approximation einer linearen Spannungsbegrenzung durch Polytope	76
A.1	MTPA-Kennlinie in der I_d - I_q -Ebene [18]	86

A.2	ESB einer PMSM ohne Reluktanz im stationären Zustand und zugehöriges Grundwellenmodell	88
A.3	Grundwellenmodell ohne Feldschwächung (links) und mit Feldschwächung (rechts)	89
A.4	Feldschwächung - Drehzahlkennlinien [34]	90
A.5	Spannungsellipsen - Mittelpunkt innerhalb der Stromgrenze (links) und außerhalb (rechts)	93

Tabellenverzeichnis

2.1	Schaltzustände der Drehstrombrückenschaltung	9
3.1	Varianten der Modellbeschreibung	34
5.1	Maschinenparameter	64
5.2	Integrale Gütekriterien [31]	74
5.3	Einschwingzeiten - MPC vs. PI	75

Abkürzungen

ADC	Analog Digital Converter.
AFM	Axialflussmaschine.
AFPMSM	Permanentmagneterregte Axialfluss-Synchronmaschine.
CCS-MPC	Continuous Control Set MPC.
CMS	Condition Monitoring System.
CSVM	Continuous Space Vector Modulation (Kontinuierliche Raumzeigermodulation).
DGL	Differentialgleichung.
DMC	Dynamic Matrix Control.
DSVM	Discontinuous Space Vector Modulation (Diskontinuierliche Raumzeigermodulation).
EKF	Extended Kalman-Filter.
ESB	Ersatzschaltbild.
FCS-MPC	Finite Control Set MPC.
FESM	Fremderregte Synchronmaschine.
FOC	Field Oriented Control (Feldorientierte Regelung).
GPC	Generalized Predictive Control.
HAW	Hochschule für Angewandte Wissenschaften.
IPMSM	Interior Permanent Magnet Synchronous Machine.
MAC	Model Algorithmic Control.
MBSE	Model Based Systems Engineering.
MGR	Modellgestützte Regelung.
MPC	Modellbasierte prädiktive Regelung.
MRAS	Modell eines adaptiven Referenzsystems.
MTPA	Maximum Torque Per Ampere.
MTPV	Maximum Torque Per Voltage.
NdFeB	Neodym-Eisen-Bor-Permanentmagnet.

PIFOC	PI-basierte feldorientierte Regelung.
PMSM	Permanent Magnet Synchronous Machine (Permanentmagneterregte Synchronmaschine).
PWM	Pulse Width Modulation (Pulsweitenmodulation).
QP	Quadratic Programming.
RFM	Radialflussmaschine.
RFPMSM	Permanentmagneterregte Radialfluss-Synchronmaschine.
SRZ	Spannungsraumzeiger.
SVPWM	Space Vector Pulse Width Modulation (Raumzeigermodulation).
SynRM	Synchrone Reluktanzmaschine.
UART	Universal Asynchronous Receiver Transmitter.
UKF	Unscented Kalman-Filter.

Symbolverzeichnis

A, A_d	kontinuierliche, diskrete Systemmatrix.
a	komplexer Drehoperator.
B, B_d	kontinuierliche, diskrete Eingangsmatrix.
b	Reibungskoeffizient in $\left[\frac{\text{Nm}}{\frac{\text{rad}}{\text{s}}} \right]$.
C, C_d	kontinuierliche, diskrete Ausgangsmatrix.
D, D_d	kontinuierliche, diskrete Durchgangsmatrix.
E, e	Verlauf der Regeldifferenz, Regeldifferenz.
F	Prädiktionsmatrix der freien Prozessantwort.
γ	elektrischer Positionswinkel des Rotors in $[\text{rad}]$.
γ_m	mechanischer Positionswinkel des Rotors in $[\text{rad}]$.
I	elektrischer Strom in $[\text{A}]$.
$i_1^{\alpha\beta}(t), i_1^{dq}(t)$	zeitabhängiger Statorstrom im α - β - bzw. d - q -Koordinatensystem.
J	Trägheitsmoment in $[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$.
J	Kostenfunktion/Gütefunktional.
k	Substitution für t_k .
K_{ob}	Beobacherverstärkung.
L	Induktivität in $[\text{H}]$.
λ	Lagrange-Multiplikator.
L_d, L_q	Statorinduktivitäten im d - q -Koordinatensystem.
M	Drehmoment in $[\text{Nm}]$.
M, γ	Matrizen für Beschränkungsungleichungen.
n	Drehzahl in $\left[\frac{\text{U}}{\text{min}} \right]$.
N_c	Stellhorizont.
N_p	Prädiktionshorizont.
ω_e	elektrische Winkelgeschwindigkeit in $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$.
Ω_m	mechanische Winkelgeschwindigkeit in $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$.
p	Polpaarzahl.

Φ	Prädiktionsmatrix der Eingangsgrößen.
Ψ	Flussverkettung in [Wb].
$\Psi_1^{\alpha\beta}(t), \Psi_1^{dq}(t)$	zeitabhängige Statorflussverkettung im α - β - bzw. d - q -Koordinatensystem.
Ψ_{PM}	Flussverkettung durch Permanentmagnete.
Q, λ, μ	Gewichtungsmatrizen.
Q, R	Kovarianzmatrizen für Prozessrauschen, Messrauschen.
R	elektrischer Widerstand in [Ω].
S	Sektor der Raumzeigermodulation.
T	Periodendauer in [s].
t	Zeit in [s].
t	relative Einschaltzeit in Relation zur Gesamtperiode.
T_{Clarke}	Clarke-Transformationsmatrix.
ϑ	Polradwinkel in [rad].
t_k	diskreter Zeitpunkt nach k Abtastperioden.
$T_{Park}(\gamma)$	positionsabhängige Park-Transformationsmatrix.
U	elektrische Spannung in [V].
$u_1^{\alpha\beta}(t), u_1^{dq}(t)$	zeitabhängige Statorspannung im α - β - bzw. d - q -Koordinatensystem.
U_{FA}	zum Feldaufbau benötigte Spannung.
U, u	Stellgrößenverlauf, Stellgröße.
U_p	Polradspannung.
\underline{u}_{s^i}	Spannungsraumzeiger des Schaltzustands s^i .
U_{SVPWM}	maximale Spannungsamplitude der Raumzeigermodulation.
U_{zk}	Zwischenkreisspannung.
W, w	Führungsgrößenverlauf, Führungsgröße.
X, x	Verlauf der Zustandsvariable, Zustandsvariable.
x	allgemeine Größenbezeichnung.
x_1	allgemeine Bezeichnung von Statorgrößen.
x_2	allgemeine Bezeichnung von Rotorgrößen.
$x_a(t), x_b(t), x_c(t)$	zeitabhängige Größen der Phasen a, b bzw. c .
$x_\alpha(t), x_\beta(t)$	zeitabhängige Komponenten des α - β -Koordinatensystems.
$x_d(t), x_q(t)$	zeitabhängige Komponenten des d - q -Koordinatensystems.
x_N	allgemeine Bezeichnung von Nenngrößen.
\tilde{X}, \tilde{x}	allgemeine Bezeichnung von prädierten Größen.
Y, y	Verlauf des Prozessausgangs, Prozessausgang.

1 Einleitung

Elektrische Antriebssysteme sind essentiell für die heutige Gesellschaft und gewinnen aufgrund ihrer vielseitigen Potenziale und Einsatzgebiete kontinuierlich an Bedeutung. Ihr Einsatzgebiet streckt sich über Anwendungen jeglicher Leistungsklassen im privaten, öffentlichen sowie industriellen Bereich. Darüber hinaus stehen sie in direktem Zusammenhang mit der Energiewende, da sie sowohl Bestandteil verschiedener erneuerbarer Energien wie Wind, Wasser und Biomasse sind, als auch nachhaltige Alternativen zu konventionellen Verkehrssystemen bieten.

Es gibt eine Vielzahl verschiedener elektrischer Antriebe, die sich in Typ und Bauweise unterscheiden. Ein häufig verwendeter Maschinentyp in modernen Anwendungen ist die permanentmagneterregte Synchronmaschine (PMSM), da sie eine hohe Leistungsdichte und Effizienz bei vergleichsweise wenig Wartungsaufwand sowie geringen Kosten aufweist. Zusätzlich profitiert diese von steigenden Energiedichten der Permanentmagnete wie dem Neodym-Eisen-Bor (NdFeB).

Während Radialflussmaschinen (RFM) in der Industrie weit verbreitet und erforscht sind, erfordern einige Anwendungen eine kompaktere axiale Bauweise. In diesen Anwendungsbereichen zeigt sich das Potenzial der permanentmagneterregten Axialfluss-Synchronmaschine (AFPMSM). Diese weist Vorteile wie eine höhere Leistungsdichte sowie ein höheres Drehmoment-Gewicht-Verhältnis und einen leicht justierbaren Luftspalt auf. Darüber hinaus ermöglicht die Plattenstruktur der AFPMSM modulare Konstruktionsweisen.

Bauweise und Typ stellen nicht die einzigen Kriterien für einen effizienten und robusten Betrieb dar. Ein weiterer wichtiger Faktor ist die Regelung der entsprechenden Maschine. Die Anforderung an ein modernes Antriebssystem besteht in dem geringstmöglichen Einsatz von Ressourcen, um die angestrebte Lösung zu realisieren. Für den Regelalgorithmus bedeutet dies, die maximale Effizienz unter Nutzung sämtlicher physikalischer Eigenschaften zu erreichen. Zudem werden die Systeme zunehmend intelligenter, weshalb auch die Bereitstellung von Systeminformationen wie Maschinenparametern eine Anforderung darstellen kann.

Klassische feldorientierte Regelungsstrukturen auf Basis von PI-Reglern sind einfach zu implementieren und erreichen ein gutes Führungs- und Störverhalten, beschreiben jedoch kein intelligentes Verfahren und verfügen über keinerlei Systeminformationen. Um den Anforderungen zu entsprechen, kann die modellbasierte prädiktive Regelung (MPC) eingesetzt werden. Diese stellt eine Optimalregelung dar, die auf Basis eines Maschinenmodells sowie eines definierten Gütefunktionalis die optimalen Stellgrößen ermittelt. Die MPC knüpft an die Lehre an und ist damit nicht nur für die Industrie, sondern auch für den akademischen Bereich attraktiv. Darüber hinaus wurden bereits eine Vielzahl von MPC-Algorithmen entwickelt, die Systemgrenzen direkt in die Stellgrößenbestimmung einbeziehen.

1.1 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, eine MPC-Regelung unter Ausnutzung der magnetischen Asymmetrie sowie eines erweiterten Drehzahlbereichs mittels Feldschwächung simulativ und experimentell zu implementieren und zu bewerten. Dabei soll insbesondere der Einfluss des Gütefunktionalis auf Dynamik und Störverhalten des Systems sowie die Einbettung in eine klassische feldorientierte Drehzahlregelungsstruktur behandelt werden. Um die Potenziale und Hemmnisse dieses Verfahrens herauszuarbeiten, soll eine Gegenüberstellung mit Vergleichsreglern erfolgen und in die Bewertung einfließen. Im Nennbetrieb ist der Stromsollwert nach dem maximalen Drehmoment pro Ampere (MTPA) und im erweiterten Drehzahlbereich nach einem Feldschwächungsalgorithmus zu wählen.

Das Regelverfahren wird unter Verwendung von Matlab[®]/Simulink[®] modelliert, simuliert und durch automatische Codegenerierung in ein reales Antriebssystem implementiert.

Abschließend ist die Funktionalität der MPC-Regelung zu validieren und ein kurzer Ausblick hinsichtlich der Potenziale und Hindernisse zu erarbeiten.

2 Grundlagen

Die Basis der MPC bildet die feldorientierte Regelung. In den nachfolgenden Kapiteln wird diese Regelungsmethode mit den dafür notwendigen Grundlagen wie die Raumzeigerdarstellung sowie die Raumzeigermodulation ausführlich erläutert. Zusätzlich wird eine allgemeine und mathematische Beschreibung der AFPMSM präsentiert.

2.1 Raumzeigerdarstellung

Für die Regelung von Drehstrommotoren ist es von Vorteil, das mathematische Modell der Maschine nicht in den drei Phasengrößen zu betrachten, sondern diese Größen in ein abstrakteres zweidimensionales Koordinatensystem zu überführen. Das resultierende Koordinatensystem bildet die Grundlage für die feldorientierte Regelung (engl. Field Oriented Control, kurz FOC), da die Größen im stationären Zustand aus Gleichgrößen bestehen und die Maschine somit vereinfacht dargestellt und geregelt werden kann.

In diesem Kapitel wird die zur Transformation notwendige Raumzeigerdarstellung inklusive ihrer Matrizen beschrieben. Dieser liegt ein Drehsystem zugrunde, welches aus drei Phasengrößen mit einer räumlichen Verschiebung um jeweils 120° besteht. Da ein solches System aus verschiedenen Drehsystemgrößen wie Spannung, Strom und verkettetem Fluss bestehen kann, wird im Folgenden eine allgemeine Bezeichnung x verwendet.

Die drei zeitabhängigen Phasengrößen $x_a(t)$, $x_b(t)$ und $x_c(t)$ spannen ein schiefwinkliges Koordinatensystem mit den Achsen a , b und c auf. Innerhalb dieses Koordinatensystems kann ein Raumzeiger konstruiert werden, durch welchen die zeitlichen Verläufe und damit die räumliche Überlagerung der Phasengrößen dargestellt werden können (siehe Abbildung 2.1).

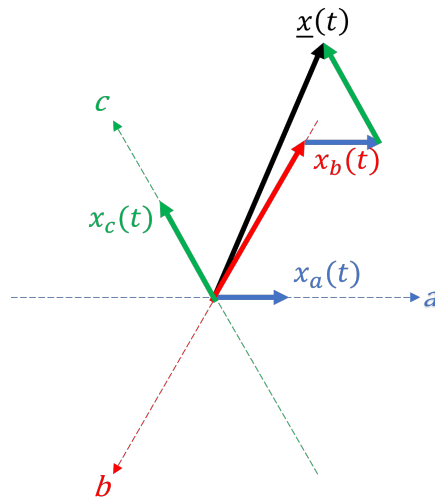


Abbildung 2.1: Raumzeigerdarstellung eines Drehsystems

Dieser komplexe Raumzeiger $\underline{x}(t)$ wird folgendermaßen gebildet:

$$\underline{x}(t) = \frac{2}{3}[x_a(t) + a \cdot x_b(t) + a^2 \cdot x_c(t)] \quad (2.1)$$

mit

$$a = e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

Für eine amplitudenkorrekte Darstellung des Raumzeigers wird in Gleichung 2.1 der Skalierungsfaktor $\frac{2}{3}$ berücksichtigt, sodass im symmetrischen Betrieb (Gleichung 2.2 bis 2.4) der Realteil des komplexen Raumzeigers gleich dem Phasenstrom $x_a(t)$ ist.

$$x_a(t) = \hat{x} \cdot \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

$$x_b(t) = \hat{x} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.3)$$

$$x_c(t) = \hat{x} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \quad (2.4)$$

Auch wenn der resultierende komplexe Raumzeiger an die Wechselstromrechnung erinnert, muss hier klar unterschieden werden. Die komplexe Wechselstromrechnung stellt lediglich stationäre Sinusverläufe dar, während der Raumzeiger beliebige Verläufe und somit auch dynamische Vorgänge abbilden kann.

Nachfolgend werden die beiden Transformationen beschrieben, mit deren Hilfe die benötigten Raumzeiger der Feldorientierung bestimmt werden können.

2.1.1 α - β -Koordinatensystem (Clarke-Transformation)

Mithilfe der Clarke-Transformation wird der Raumzeiger aus Gleichung 2.1 in ein statorfestes Koordinatensystem mit den Achsen α und β überführt. Hierbei ist es üblich, den Realteil des komplexen Raumzeigers als α -Koordinate und den Imaginärteil als β -Koordinate zu interpretieren.

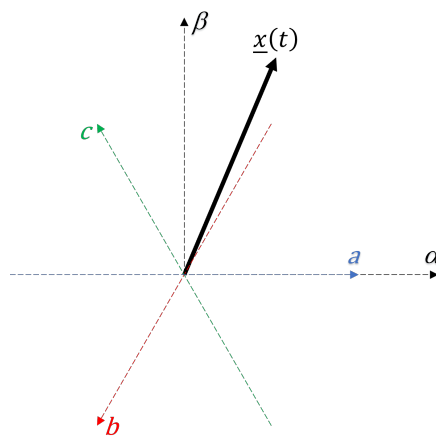


Abbildung 2.2: Raumzeigerdarstellung im α - β -Koordinatensystem

Wie in Abbildung 2.2 zu erkennen, ist die Ausrichtung der α -Achse identisch mit der Achse a . Dies ist mit der Definition von a als räumlichen Bezugspunkt (räumliche Orientierung von 0°) zu begründen, wodurch der Realteil des Raumzeigers auf dieser Achse liegt.

Mit

$$x \cdot e^{j\varphi} = x \cdot \cos(\varphi) + j \cdot x \cdot \sin(\varphi) \quad (2.5)$$

sowie den räumlichen Bezugspunkten der Phasenströme ergeben sich folgende Gleichungen:

$$x_\alpha(t) = \operatorname{Re}(\underline{x}(t)) = \frac{2}{3}[x_a(t) + x_b(t) \cdot \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + x_c(t) \cdot \cos\left(\frac{4}{3}\pi\right)] \quad (2.6)$$

$$x_\beta(t) = \operatorname{Im}(\underline{x}(t)) = \frac{2}{3}[x_b(t) \cdot \sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) + x_c(t) \cdot \sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)] \quad (2.7)$$

Aus den Gleichungen 2.6 und 2.7 lässt sich nun mithilfe der Transformationsmatrix T_{Clarke} eine allgemeine Transformationsvorschrift aufstellen:

$$\underline{x}_{\alpha\beta}(t) = \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \end{bmatrix} = T_{Clarke} \cdot \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad T_{Clarke} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Diese Transformationsmatrix ermöglicht es, dynamische Vorgänge eines rotierenden Systems sowie Momentanwert und Amplitude in einem aus zwei statorfesten Größen bestehenden Raumzeiger darzustellen. Der Skalierungsfaktor $\frac{2}{3}$ wird hier ebenfalls benötigt, um den entstehenden Raumzeiger auf den Betrag der Eingangsgrößen zu normieren. Für eine leistungskorrekte Darstellung muss dieser Faktor $\sqrt{\frac{2}{3}}$ betragen.

Eine Rücktransformation der statorfesten Koordinaten in ein Dreiphasensystem erfolgt über die inverse Matrix T_{Clarke}^{-1} . Da die Inverse jedoch nur für eine quadratische Matrix gebildet werden kann, wird zu diesem Zweck die Nullkomponente der in [1] beschriebenen allgemeinen Clarke-Transformation verwendet. Diese Nullkomponente ergibt sich aufgrund der Symmetriebedingung des Drehsystems zu jedem Zeitpunkt zu Null und wird somit vernachlässigt:

$$x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) = 0 \quad (2.9)$$

Es resultiert folgende Rücktransformationsvorschrift:

$$\underline{x}_{abc}(t) = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = T_{Clarke}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad T_{Clarke}^{-1} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

[1],[2],[3].

2.1.2 d - q -Koordinatensystem (Park-Transformation)

Aufbauend auf der Clarke-Transformation wird mithilfe der Park-Transformation das statorfeste α - β -Koordinatensystem in ein rotorfestes, d. h. ein mit dem Rotor rotierendes, d - q -Koordinatensystem überführt. Hierzu wird das α - β -Koordinatensystem um den zeitvarianten Winkel γ entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht, sodass im stationären Zustand zwei Gleichgrößen entstehen. Diese Transformation des Raumzeigers in Gleichgrößen ermöglicht es, physikalische Größen wie Drehmoment und magnetischen Fluss mit klassischen Verfahren zu regeln [4].

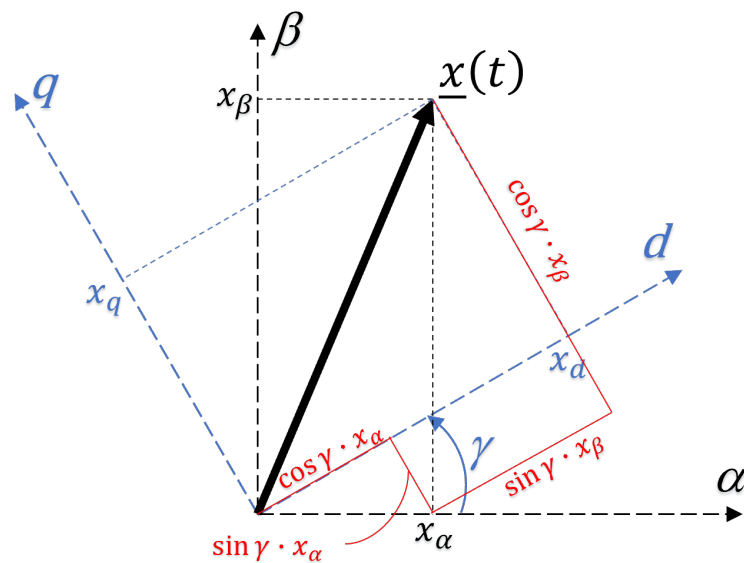


Abbildung 2.3: Zusammenhang von α - β -Koordinatensystem und d - q -Koordinatensystem [2]

Wie Abbildung 2.3 zu entnehmen, ergibt sich folgender mathematischer Zusammenhang zwischen den Koordinatensystemen:

$$x_d(t) = x_\alpha(t) \cdot \cos(\gamma) + x_\beta(t) \cdot \sin(\gamma) \quad (2.11)$$

$$x_q(t) = x_\beta(t) \cdot \cos(\gamma) - x_\alpha(t) \cdot \sin(\gamma) \quad (2.12)$$

Aus den Gleichungen 2.11 und 2.12 lässt sich nun mithilfe der winkelabhängigen Transformationsmatrix $T_{Park}(\gamma)$ eine allgemeine Transformationsvorschrift aufstellen:

$$\underline{x}_{dq}(t) = \begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_q(t) \end{bmatrix} = T_{Park}(\gamma) \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad T_{Park}(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \sin(\gamma) \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Für die Rücktransformation kann die Matrix T_{Park} aufgrund ihrer quadratischen Form ohne Weiteres invertiert werden. Es gilt somit:

$$\underline{x}_{\alpha\beta}(t) = \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \end{bmatrix} = T_{Park}(\gamma)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_q(t) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad T_{Park}(\gamma)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.2 Raumzeigermodulation (Space Vector Pulse Width Modulation)

In diesem Abschnitt wird die Raumzeigermodulation (engl. Space Vector Pulse Width Modulation, kurz SVPWM) beschrieben. Grundlegend für die SVPWM ist die Ansteuerung einer Drehstrombrückenschaltung eines Wechselrichters.

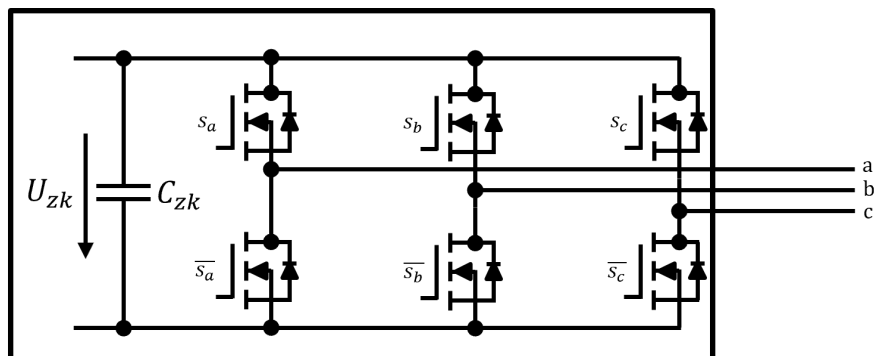


Abbildung 2.4: Drehstrombrückenschaltung eines Wechselrichters

Wie Abbildung 2.4 zeigt, besteht diese Brückenschaltung aus drei Halbbrücken mit je zwei elektronischen Schaltern. Beide Schalter werden mit demselben Signal angesteuert, wobei der untere Schalter stets die Negation des oberen erhält. Es entstehen somit drei

Schaltsignale, die in dem Schalt(signal)vektor

$$s = \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

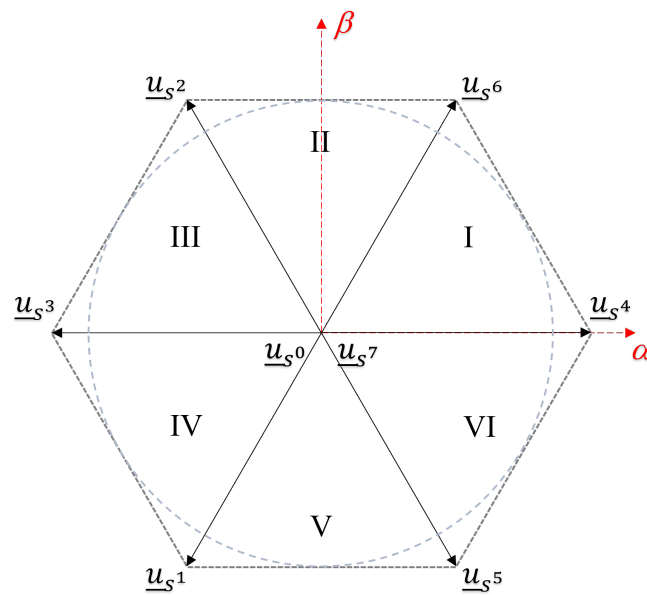
zusammengefasst werden.

Der entstehende Schaltvektor umfasst 8 (2^3) mögliche Schaltzustände:

Tabelle 2.1: Schaltzustände der Drehstrombrückenschaltung

Schaltzustand	s_a	s_b	s_c
s^0	0	0	0
s^1	0	0	1
s^2	0	1	0
s^3	0	1	1
s^4	1	0	0
s^5	1	0	1
s^6	1	1	0
s^7	1	1	1

Jeder Schaltzustand bewirkt unter Berücksichtigung der Zwischenkreisspannung U_{zk} sowie des Phasenwinkels das Entstehen eines Spannungsraumzeigers (SRZ). Werden die entstehenden Raumzeiger in dem α - β -Koordinatensystem dargestellt, bildet sich das sogenannte Spannungshexagon.

Abbildung 2.5: Spannungshexagon im α - β -Koordinatensystem

Wie in Abbildung 2.5 zu erkennen, bilden die Schaltzustände s^1 bis s^6 jeweils einen SRZ mit derselben Amplitude und einer gegenseitigen Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{3}$ bzw. 60° . Dadurch wird das Spannungshexagon in sechs Sektoren untergliedert. Die Schaltzustände s^0 und s^7 erzeugen dagegen einen Zeiger mit dem Betrag Null (Nullzeiger).

Die Kernidee der SVPWM besteht darin, den geregelten Referenzspannungsraumzeiger mit Hilfe der SRZ bestmöglich nachzubilden. Hierzu wird der Referenzzeiger $\underline{u}_{\alpha\beta}$ durch geometrische Addition diskreter SRZ moduliert, indem der kurzzeitige Mittelwert über eine PWM-Periode gebildet wird. Die Frequenz muss hierfür ausreichend hoch sein.

Wird der Sektor bestimmt, in welchem sich der Referenzzeiger befindet, kann der Winkel durch das Verhältnis der Einschaltzeiten der zugehörigen Schaltzustände konstruiert werden. Der Betrag ist durch den Anteil der Einschaltzeiten von Nullzeigern an der gesamten Periodendauer zu beeinflussen.

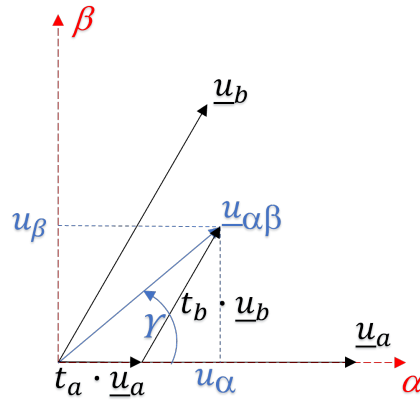


Abbildung 2.6: Raumzeigermodulation

Abbildung 2.6 veranschaulicht dies am Beispiel des ersten Sektors. Somit wird \underline{u}_a zu \underline{u}_{s4} sowie \underline{u}_b zu \underline{u}_{s6} . Der Nullzeiger kann beliebig zu \underline{u}_{s0} oder \underline{u}_{s7} gewählt werden und wird mit der Einschaltzeit t_0 versehen. Die Einschaltzeiten t_a , t_b und t_0 sind relative Größen in Relation zu der Gesamtperiodendauer T_P . Dies bedeutet, dass die Spannungsraumzeiger \underline{u}_{s0} bis \underline{u}_{s7} auf die Periodendauer normierte Spannungszeiger darstellen.

Es ergeben sich die Beziehungen:

$$T_P = T_a + T_b + T_0 = T_P \cdot (t_a + t_b + t_0) \quad (2.16)$$

sowie

$$\underline{u}_{\alpha\beta} = t_a \cdot \underline{u}_a + t_b \cdot \underline{u}_b \quad (2.17)$$

Im Folgenden wird die Bestimmung der Größen t_a , t_b und t_0 hergeleitet. Hierzu werden die jeweiligen Größen in eine Vektorschreibweise überführt und die SRZ auf die Länge U_{SVPWM} skaliert. Die Größe S beschreibt dabei den Sektor, in welchem sich der Referenzspannungszeiger $\underline{u}_{\alpha\beta}$ befindet. Aus Gleichung 2.17 folgt somit:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} &= U_{SVPWM} \left[t_a \begin{bmatrix} \cos((S-1)\frac{\pi}{3}) \\ \sin((S-1)\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} + t_b \begin{bmatrix} \cos(S\frac{\pi}{3}) \\ \sin(S\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} \right] \\ &= U_{SVPWM} \begin{bmatrix} \cos((S-1)\frac{\pi}{3}) & \cos(S\frac{\pi}{3}) \\ \sin((S-1)\frac{\pi}{3}) & \sin(S\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_a \\ t_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

mit

$$S \in \{1\dots 6\}$$

Durch Auflösen von Gleichung 2.18 ergibt sich folgende Vorschrift für die Einschaltzeiten t_a und t_b :

$$\begin{bmatrix} t_a \\ t_b \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{SVPWM}}} \begin{bmatrix} \sin(S\frac{\pi}{3}) & -\cos(S\frac{\pi}{3}) \\ -\sin((S-1)\frac{\pi}{3}) & \cos((S-1)\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Die Einschaltzeit der Nullzeiger resultiert zu:

$$t_0 = 1 - (t_a + t_b) \quad (2.20)$$

Mithilfe der Gleichungen 2.19 und 2.20 können die Schaltfolgen einer Periode berechnet werden. Zu beachten ist hierbei allerdings, dass die Amplituden der SRZ durch die Zwischenkreisspannung des Wechselrichters begrenzt sind, es folgt somit:

$$U_{\text{SVPWM}} = U_{\alpha\beta, \text{max}} = \frac{2}{3} U_{zk} \quad (2.21)$$

Weiterhin führt eine vollständige Ausschöpfung des Spannungshexagons zu Oberschwingungen in den Phasenwicklungen. Deshalb wird die Modulation der Raumzeiger auf den in Abbildung 2.5 dargestellten Kreis mit dem Radius $\frac{1}{\sqrt{3}} U_{zk}$ begrenzt [5],[6].

Die SVPWM bietet verschiedene Modulationsstrategien, die sich in zwei Gruppen unterteilen lassen: die kontinuierliche und die diskontinuierliche Raumzeigermodulation.

Bei der kontinuierlichen Raumzeigermodulation (CSVM) wird der Referenzzeiger mit Hilfe der beiden Nullzeiger pro Schaltfolge bzw. pro PWM-Periode gebildet. Eine Schaltsequenz innerhalb des ersten Sektors ergibt sich zu:

$$\underline{u}_{s0} \rightarrow \underline{u}_{s4} \rightarrow \underline{u}_{s6} \rightarrow \underline{u}_{s7} \rightarrow \underline{u}_{s6} \rightarrow \underline{u}_{s4} \rightarrow \underline{u}_{s0} \quad (2.22)$$

Bei einer diskontinuierlichen Raumzeigermodulation (DSVM) wird der Referenzzeiger stattdessen mit einem einzigen Nullzeiger pro Schaltfolge gebildet. Eine Schaltsequenz

innerhalb des ersten Sektors ergibt:

$$\underline{u}_{s0} \rightarrow \underline{u}_{s4} \rightarrow \underline{u}_{s6} \rightarrow \underline{u}_{s4} \rightarrow \underline{u}_{s0} \quad (2.23)$$

oder

$$\underline{u}_{s4} \rightarrow \underline{u}_{s6} \rightarrow \underline{u}_{s7} \rightarrow \underline{u}_{s6} \rightarrow \underline{u}_{s4} \quad (2.24)$$

Die CSVM steuert somit jede Halbbrücke pro Periode an, wohingegen bei der DSVM die Ansteuerung zweier Halbbrücken ausreichend ist. Welcher Nullzeiger dabei wann verwendet und welche Halbbrücke damit nicht angesteuert wird, hängt von der Modulationsstrategie der DSVM ab.

Durch das Aussetzen einer Halbbrücke wird die Anzahl der Schaltzustände sowie der damit verbundenen Schaltverluste reduziert, allerdings entstehen dadurch Verluste aufgrund von Spannungs- und Stromverzerrungen. Die CSVM verursacht damit weniger Verzerrungen, jedoch mehr Schaltverluste [7],[8].

2.3 Axialflussmaschine

In diesem Kapitel wird auf den Hintergrund der permanentmagneterregten Axialfluss-Synchronmaschine (AFPMSM) sowie dessen Abgrenzung zur Radialflussmaschine (RFM) eingegangen. Die AFPMSM besitzt im Gegensatz zu der üblichen permanentmagneterregten Radialfluss-Synchronmaschine (RFPMSM) einen zu der Rotationsachse parallel orientierten magnetischen Fluss. Bei der RFPMSM hingegen ist dieser orthogonal zu der Rotationsachse orientiert (Abbildung 2.7).

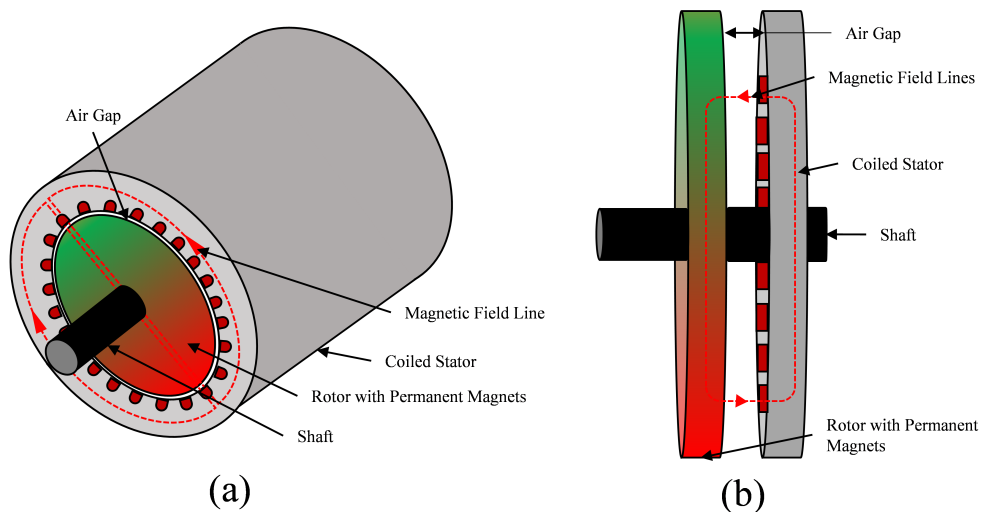


Abbildung 2.7: Differenzierung RFPMSM (a) - AFPMSM (b) [9]

Obwohl die AFPMSM weniger verbreitet ist, bringt sie einige Vorteile mit sich. Sie besitzt ein kompakteres axiales Design, einen planaren und leicht anpassbaren Luftspalt, eine höhere Leistungsdichte sowie geringere Vibrations- und Lärmemissionen. Zudem weist die AFPMSM ein höheres Drehmoment-Gewicht-Verhältnis auf, da weniger Kernmaterial verwendet werden kann. Aufgrund des vergleichsweise großen Durchmessers sind mehr Polen realisierbar, wodurch diese Technologie für hochfrequente und langsame Drehzahlen von Interesse ist [10],[11],[12],[13].

Die Geschichte der elektrischen Maschinen zeigt, dass die ersten Entwicklungsansätze auf dem Prinzip einer Axialflussmaschine (AFM) beruhen (Abbildung 2.8). Der erste primitive Entwicklungsansatz einer elektrischen Maschine, welcher 1831 von Michael Faraday entwickelt wurde, sowie die 1889 von Nikola Tesla patentierte Maschine (US405858A) basierten ebenfalls auf diesem Prinzip.

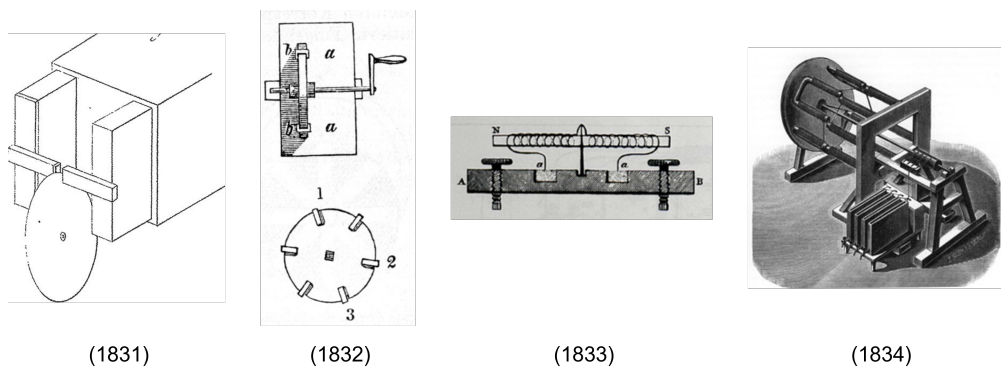


Abbildung 2.8: Erste Entwicklungsansätze einer elektrischen Maschine - (1831) Michael Faraday, (1832) Anonymer Briefverfasser mit Initialen P.M., (1833) William Ritchie, (1834) Moritz Hermann Jacobi [14],[15]

Mit dem ersten Patent von Thomas Davenport im Jahre 1837 setzte sich jedoch das Prinzip einer Radialflussmaschine weitestgehend durch. Hierfür gibt es mehrere Gründe. Durch die starken axialen Anziehungskräften zwischen Rotor und Stator entstehen Schwierigkeiten in der Herstellung, um die Komponenten entsprechend robust zu konstruieren. Eine weitere Herausforderung in der Produktion besteht darin, Nuten in den laminierten Statorkern einzufügen. Zudem sind die Kosten des laminierten Statorkerns sowie der Aufwand, einen planaren Luftspalt zu realisieren, sehr hoch [13].

Aufgrund des Fortschritts durch die Entwicklung von neuen Konstruktionstechniken und Werkstoffen, wie in [16] aufgeführt, wird die AFPMSM mit dessen technischen Vorteilen stetig lukrativer und damit zu einer attraktiven Wahl für Anwendungen, wo eine hohe Leistungsdichte, ein kompaktes axiales Design sowie ein hohes Drehmoment-Gewicht-Verhältnis notwendig ist.

Weiterhin rückt die AFPMSM aufgrund steigender Energiedichten bei Permanentmagneten, insbesondere durch die Entwicklung des Neodym-Eisen-Bor-Permanentmagnets (NdFeB) im Jahr 1983, zunehmend in den Fokus (siehe Abbildung 2.9).

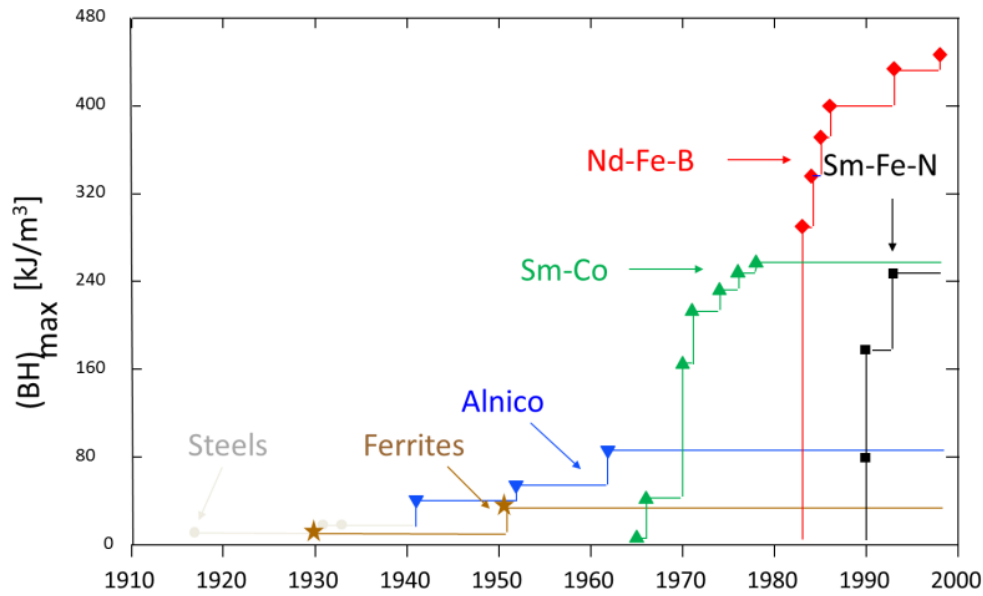


Abbildung 2.9: Historie der Permanentmagneten [17]

2.3.1 Beschreibendes Gleichungssystem

In diesem Kapitel soll die Axialflussmaschine als permanentmagneterregte Synchronmaschine (PMSM) mithilfe ihrer Gleichungen sowie dem zugehörigen Zeigerdiagramm beschrieben werden. Das resultierende mathematische Modell bildet die Grundlage für weitere Berechnungen der PMSM.

Im Prinzip besteht die PMSM aus einer realen Statorwicklung mit ihren idealen Komponenten Induktivität und Widerstand (Kernwiderstand und Wicklungskapazität vernachlässigt). Um die Spannungsgleichung aufzustellen kann somit das Induktionsgesetz verwendet werden. Im statorfesten Koordinatensystem gilt:

$$\underline{u}_1^{\alpha\beta}(t) = R_1 \cdot \underline{i}_1^{\alpha\beta}(t) + \frac{d\Psi_1^{\alpha\beta}(t)}{dt} \quad (2.25)$$

Für nachfolgende Herleitungen wird ein gemeinsames Koordinatensystem für Stator- und Rotorgrößen benötigt. Hierzu bietet sich das rotorfeste d - q -Koordinatensystem an, da dieses später als Grundlage für die feldorientierte Regelung dient. Die Überführung der Spannungsgleichung in dieses Koordinatensystem erfolgt unter Anwendung der Park-Transformationsvorschrift aus Gleichung 2.13. Um die Herleitung übersichtlicher zu gestalten, wird statt der Transformationsmatrix die äquivalente Exponentialfunktion ver-

wendet. Da die Parktransformationsmatrix eine simple Drehung um den zeitvarianten Winkel $\gamma(t)$ darstellt, ergibt sich die komplexe Exponentialfunktion zu $e^{j \cdot \gamma(t)}$.

Durch die Transformation der einzelnen Komponenten in das rotorfeste Koordinatensystem folgt für die Spannungsgleichung des Stators:

$$\begin{aligned}
 \underline{u}_1^{dq}(t) &= R_1 \cdot \underline{i}_1^{\alpha\beta}(t) \cdot e^{j \cdot \gamma(t)} + \frac{d(\underline{\Psi}_1^{\alpha\beta}(t) \cdot e^{j \cdot \gamma(t)})}{dt} \\
 &= R_1 \cdot \underline{i}_1^{dq}(t) + \frac{d\underline{\Psi}_1^{\alpha\beta}(t)}{dt} \cdot e^{j \cdot \gamma(t)} + \underline{\Psi}_1^{\alpha\beta}(t) \cdot j \cdot \frac{d\gamma(t)}{dt} \cdot e^{j \cdot \gamma(t)} \\
 &= R_1 \cdot \underline{i}_1^{dq}(t) + \frac{d\underline{\Psi}_1^{dq}(t)}{dt} + j \cdot \underline{\Psi}_1^{dq}(t) \cdot \frac{d\gamma(t)}{dt} \\
 &= R_1 \cdot \underline{i}_1^{dq}(t) + \frac{d\underline{\Psi}_1^{dq}(t)}{dt} + j \cdot \underline{\Psi}_1^{dq}(t) \cdot \omega_e(t)
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Der Winkel $\gamma(t)$ und die Winkelgeschwindigkeit $\omega_e(t)$ sind elektrische Größen und werden mithilfe der korrespondierenden mechanischen Größen $\gamma_m(t)$ und $\Omega_m(t)$ sowie der Polpaarzahl p bestimmt.

$$\gamma(t) = p \cdot \gamma_m(t) \tag{2.27}$$

$$\omega_e(t) = p \cdot \Omega_m(t) \tag{2.28}$$

Aus Gleichung 2.26 resultiert für die Komponenten der Statorspannung $\underline{u}_1^{dq}(t)$:

$$u_d(t) = \operatorname{Re}\left\{\underline{u}_1^{dq}(t)\right\} = R_1 \cdot i_d(t) + \frac{d\Psi_d(t)}{dt} - \omega_e(t) \cdot \Psi_q(t) \tag{2.29}$$

$$u_q(t) = \operatorname{Im}\left\{\underline{u}_1^{dq}(t)\right\} = R_1 \cdot i_q(t) + \frac{d\Psi_q(t)}{dt} + \omega_e(t) \cdot \Psi_d(t) \tag{2.30}$$

Die Flussverkettung $\Psi_d(t)$ ergibt sich aus der Überlagerung des Rotorflusses Ψ_{Rotor} und des verketteten Flusses $L_d \cdot i_d(t)$, der durch die Induktivität in der d -Achse verursacht wird. Die Flussverkettung $\Psi_q(t)$ hängt dagegen ausschließlich von dem verketteten Fluss $L_q \cdot i_q(t)$ ab, der durch die Induktivität in der q -Achse bedingt ist. Daraus folgt:

$$\Psi_d(t) = L_d \cdot i_d(t) + \Psi_{Rotor} \tag{2.31}$$

$$\Psi_q(t) = L_q \cdot i_q(t) \tag{2.32}$$

Weiterhin können die Statorinduktivitäten L_d und L_q in eine Hauptinduktivität zwischen Stator und Rotor sowie eine Streuinduktivität innerhalb des Stators separiert werden.

$$L_d = L_{\sigma d} + L_{hd} \quad (2.33)$$

$$L_q = L_{\sigma q} + L_{hq} \quad (2.34)$$

Im Falle einer PMSM ist Ψ_{Rotor} durch Ψ_{PM} gegeben. Ψ_{PM} ist der durch den Stator fließende konstante Fluss, welcher durch die Permanentmagnete im Rotor in Richtung der d-Achse erzeugt wird. Der von den Permanentmagneten ausgehende Fluss Ψ_{PMg} ergibt sich demnach aus Ψ_{PM} zuzüglich einer Streukomponente σ_r :

$$\Psi_{PM} = (1 - \sigma_r) \cdot \Psi_{PMg} \quad (2.35)$$

Die Spannungsgleichung wird durch Setzen von $\frac{d}{dt} = 0$ in den stationären Betrieb überführt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 = U_d + jU_q &= R_1 \cdot I_d - \omega_e \cdot \Psi_q + jR_1 \cdot I_q + j\omega_e \cdot \Psi_d \\ &= R_1 \cdot (I_d + jI_q) - \omega_e \cdot (\Psi_q - j\Psi_d) \\ &= R_1 \cdot (I_d + jI_q) - \omega_e \cdot (L_q \cdot I_q - j\Psi_{PM} - jL_d \cdot I_d) \\ &= R_1 \cdot (I_d + jI_q) - \omega_e \cdot L_q \cdot I_q + j\omega_e \cdot L_d \cdot I_d + j\omega_e \cdot \Psi_{PM} \end{aligned} \quad (2.36)$$

mit der Polradspannung:

$$\underline{U}_p = j\omega_e \cdot \Psi_{PM} \quad (2.37)$$

Abbildung 2.10 zeigt das zugehörige Zeigerdiagramm [18].

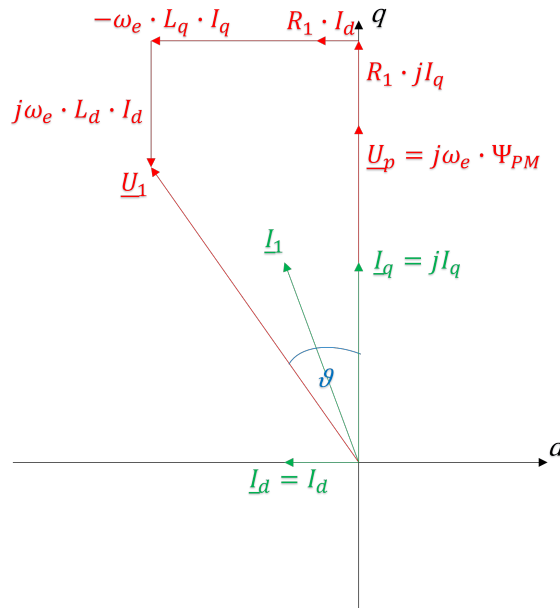


Abbildung 2.10: Zeigerdiagramm einer PMSM im d - q -Koordinatensystem

2.3.2 Drehmomentbildung

Dieses Kapitel dient als Ergänzung des vorherigen Kapitels und soll das beschreibende Gleichungssystem um die Drehmomentbildung der Grundtypen einer Synchronmaschine erweitern.

Mithilfe der Leistungsbilanz lässt sich das Drehmoment in Abhängigkeit von Statorgrößen ermitteln.

$$M = \frac{3}{2}p \cdot \text{Im}\{\underline{\Psi}_1^* \cdot \underline{I}_1\} \quad (2.38)$$

Weiterhin gilt für die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_m :

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = \frac{1}{J} \cdot (M - M_L - M_F) \quad (2.39)$$

wobei M_L das am Rotor anliegende Lastmoment und M_F das drehzahlabhängige Reibungsmoment darstellt. Das Reibungsmoment ist durch das Produkt aus der Drehzahl mit dem viskosen Dämpfungs- bzw. Reibungsfaktor b definiert.

$$M_F = b \cdot \Omega_m \quad (2.40)$$

Die Gleichungen 2.38 und 2.39 gelten dabei unabhängig vom gewählten Koordinatensystem.

Durch die Vereinfachung der Gleichung 2.38 und die Substitution von Ψ_d und Ψ_q entsprechend 2.31 und 2.32 folgt:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{3}{2}p \cdot (\Psi_d \cdot I_q - \Psi_q \cdot I_d) \\
 &= \frac{3}{2}p \cdot ((L_d \cdot I_d + \Psi_{Rotor}) \cdot I_q - L_q \cdot I_q \cdot I_d) \\
 &= \frac{3}{2}p \cdot (\Psi_{Rotor} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q)
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Dabei stellt der erste Summand das in Abhängigkeit vom Rotorfluss erzeugte Drehmoment dar, während der zweite Summand auf die Reluktanz, d. h. auf die Differenz zwischen den Induktivitäten der d - und q -Achse, zurückzuführen ist.

Der erste Summand, das Synchron- oder Vollpolmoment, ist im Gegensatz zum zweiten Summanden, dem Reluktanzmoment, von der Rotorvariante abhängig und hängt ausschließlich von der q -Komponente des Stromraumvektors ab.

Bei einer fremderregten Synchronmaschine (FESM) wird der verkettete magnetische Rotorfluss Ψ_{Rotor} aus dem Produkt der Gegeninduktivität zwischen Stator- und Rotorwicklung innerhalb der d -Achse L_{Fd} sowie dem Rotorstrom I_2 gebildet:

$$\Psi_{Rotor} = L_{Fd} \cdot I_2 \tag{2.42}$$

Bei einer permanenterregten Synchronmaschine (PMSM) hingegen besteht der Rotorfluss aus dem Fluss der Permanentmagneten (Ψ_{PM}):

$$\Psi_{Rotor} = \Psi_{PM} \tag{2.43}$$

Eine synchrone Reluktanzmaschine (SynRM) bezieht ihr Drehmoment ausschließlich aus dem Reluktanzmoment. Somit gilt:

$$\Psi_{Rotor} = 0 \tag{2.44}$$

Je nach Aufbau des Rotors kann es zu unterschiedlichen Reluktanzanteilen kommen. Ein Reluktanzanteil entsteht jeweils dann, wenn sich die magnetischen Widerstände und somit die Induktivitäten der d - und q -Achse voneinander unterscheiden.

Abbildung 2.11 zeigt eine numerische Feldberechnung einer PMSM mit Reluktanzanteil,

wobei die hellen, gelben Bereiche eine hohe Flussdichte und die dunklen, blauen Bereiche eine niedrige Flussdichte aufweisen.

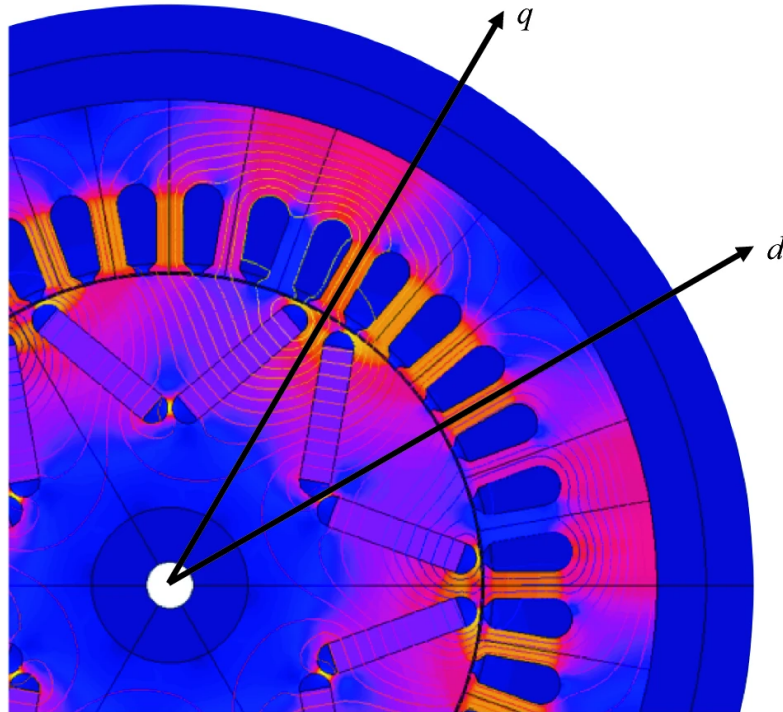


Abbildung 2.11: Numerische Feldberechnung einer 6-poligen ($p = 3$) PMSM mit erhöhtem Reluktanzanteil und verteilter Wicklung [19]

Dieser Reluktanzanteil fließt in den Term $(L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q$ der Drehmomentgleichung ein.

Unter Einbezug des motorspezifischen verketteten Rotorflusses sowie des Reluktanzanteils ergeben sich folgende Gleichungen der verschiedenen Grundtypen einer Synchronmaschine:

FESM:

$$M = \frac{3}{2}p \cdot (L_{Fd} \cdot I_2 \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (2.45)$$

PMSM ohne Reluktanz:

$$M = \frac{3}{2}p \cdot \Psi_{PM} \cdot I_q \quad (2.46)$$

PMSM mit Reluktanz:

$$M = \frac{3}{2}p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (2.47)$$

SynRM:

$$M = \frac{3}{2}p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q \quad (2.48)$$

[18],[19].

2.4 Feldorientierte Regelung

Die feldorientierte Regelung (FOC), auch Vektorregelung genannt, wird zur einfachen Regelung von Lage, Drehzahl oder Drehmoment einer elektrischen Maschine eingesetzt. Hierbei werden die drei sinusförmigen Phasenströme der Maschine in ein, im stationären Zustand, aus Gleichgrößen bestehendes zweidimensionales Koordinatensystem überführt, welches mit dem Bezugssystem des Rotors verbunden ist (d - q -Koordinatensystem, Kapitel 2.1.2). Die in dieses System transformierten Phasenströme bestehen aus einer d - sowie einer q -Komponente. Mithilfe der d -Komponente kann der durch den Rotor wirkende Fluss in d -Richtung verstärkt oder geschwächt und damit der Gesamtfluss in d -Richtung beeinflusst werden. Die q -Komponente hingegen bestimmt das Synchronmoment der Drehmomentgleichung. Im Falle einer PMSM ohne Reluktanz besteht das Gesamtmoment ausschließlich aus dem Synchronmoment. Das Gesamtdrehmoment wird hier also durch die q -Komponente beeinflusst.

Durch die Transformation der Phasenströme in das d - q -Koordinatensystem werden somit Gleichgrößen erzeugt, welche die physikalischen Eigenschaften des Flusses und des Drehmoments einer elektrischen Maschine widerspiegeln. Diese können durch geeignete Regler ohne Amplituden- und Phasenfehler eingepreßt werden [4].

Prinzipiell besteht die FOC, wie in Abbildung 2.12 dargestellt, aus einem Stromregelkreis. Die aktuellen Phasenströme der elektrischen Maschine werden dabei in das d - q -Koordinatensystem transformiert und mit Referenzstromgrößen differenziert, wobei für die Park-Transformation der Istwert des elektrischen Winkels γ benötigt wird. Die resultierende Regeldifferenz wird über PI-Regler, welche für die Maschine ausgelegt sind, in Sollwerte für die Spannung überführt. Um die Stromkomponenten I_d und I_q voneinander zu entkoppeln und somit unabhängig voneinander zu regeln, wird ergänzend eine

Vorsteuerung benötigt. Dabei ist zu beachten, dass die Stellgrößen sowohl aufgrund der Zwischenkreisspannung des Wechselrichters als auch aufgrund des Modulationsverfahrens begrenzt sind. Es ist daher notwendig, Sättigungsglieder in den Regelkreis zu integrieren. Die Referenzspannungen werden mithilfe der Park-Transformation in das statorfeste α - β -Koordinatensystem transformiert und anschließend über die Raumzeigermodulation in Ansteuerungssignale der Drehstrombrückenschaltung des Wechselrichters umgewandelt.

Ausschlaggebend für die FOC ist die Regelung von am Feld des Rotors orientierten Größen und damit der Stromregelkreis. Dieser kann jedoch im Sinne einer Kaskadenregelung beliebig durch einen Drehmoment-, Drehzahl- und/oder Lageregelkreis erweitert werden.

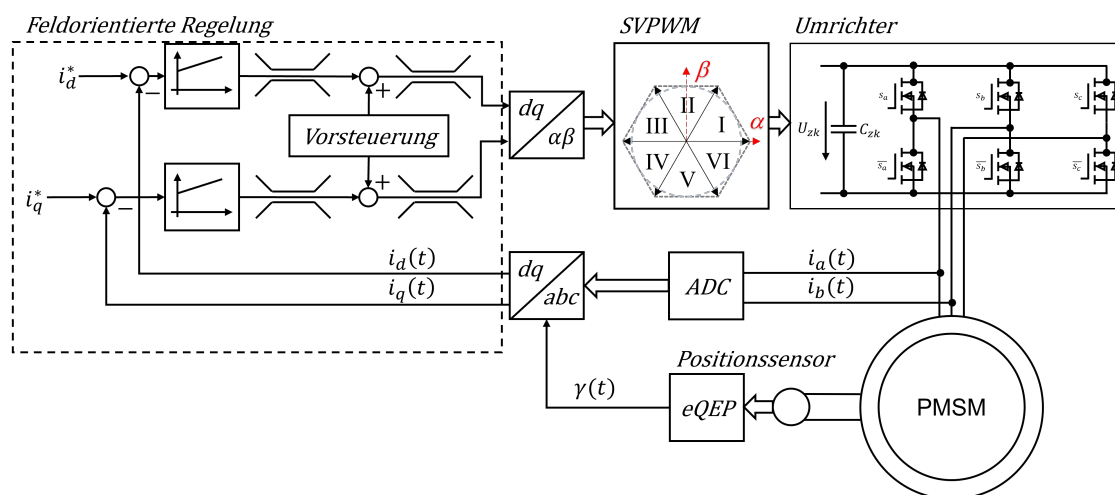


Abbildung 2.12: Feldorientierte Regelung der umrichter gespeisten permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) [9]

Die klassische FOC erfordert Kenntnis über die aktuellen Phasenströme sowie die aktuelle Position des Rotors. Im Falle einer Drehmoment- oder Drehzahlregelung muss zusätzlich die aktuelle Drehzahl bzw. das elektrische Drehmoment bestimmt werden.

2.4.1 Windup-Effekt

Elektrische Maschinen weisen bestimmte Systemgrenzen auf, die durch die begrenzte Zwischenkreisspannung des Umrichters sowie durch thermische und mechanische Beschränkungen bedingt sind. Diese Systemgrenzen dürfen von der Regelung nicht überschritten

werden, weshalb ein Sättigungsglied dort erforderlich ist, wo eine Überschreitung möglich ist. Bei einer Verletzung der Limitierungen wird die vom PI-Regler vorgegebene Stellgröße beschränkt. Die Regeldifferenz ist damit nicht mehr durch den Reglerausgang zu beeinflussen. Dies führt zu einem Anstieg des integralen Anteils, dem sogenannten Windup-Effekt. Sollte der PI-Regler nun einen Arbeitspunkt regeln, welcher sich innerhalb der Systemgrenzen befindet, muss zunächst der I-Anteil abgebaut werden. Hierdurch entstehen Verluste in der Dynamik.

Um dem Windup-Effekt entgegenzuwirken und damit Stabilität sowie eine höhere Regelgüte zu gewährleisten, werden sogenannte Anti-Windup-Strategien in den Regelkreis integriert. Nach [20] sind moderne Anti-Windup-Maßnahmen in die Kategorien „Allgemeines lineares Anti-Windup“, „Modellbasiertes Anti-Windup“ sowie „Modulares Anti-Windup“ zu untergliedern. Ein allgemeiner linearer Anti-Windup beschreibt dabei die Rückführung der Abweichung zwischen dem Reglerausgang und dem gesättigten Reglerausgang auf den integrierenden Anteil des Reglers. In Abbildung 2.13 ist ein exemplarischer Regelkreis unter Anwendung eines solchen Anti-Windups dargestellt.

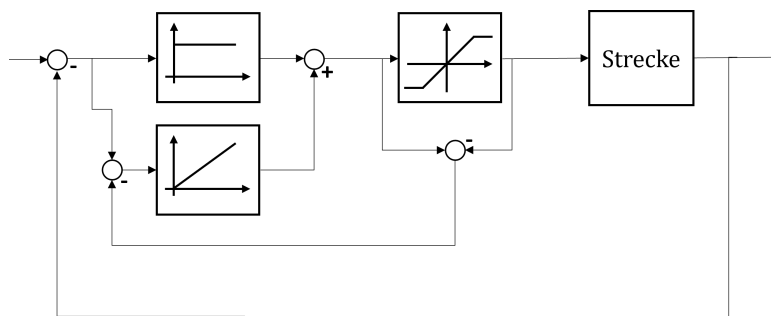


Abbildung 2.13: Exemplarischer Regelkreis mit allgemeiner linearer Anti-Windup-Methode

Ein modellbasierter Anti-Windup verhindert Windup-Effekte unter Verwendung eines Modells der Regelstrecke.

Modulare Anti-Windups erkennen Grenzwertverletzungen des Reglerausgangs und schalten den I-Anteil im Sättigungsfall ab.

2.4.2 Vorsteuerung

Bildet man die Stromdynamik, indem die Spannungsgleichungen 2.29 und 2.30 um die Flussgleichungen 2.31 und 2.32 ergänzt

$$u_d(t) = R_1 \cdot i_d(t) + L_d \cdot \frac{di_d(t)}{dt} - \omega_e(t) \cdot L_q \cdot i_q(t) \quad (2.49)$$

$$u_q(t) = R_1 \cdot i_q(t) + L_q \cdot \frac{di_q(t)}{dt} + \omega_e(t) \cdot (L_d \cdot i_d(t) + \Psi_{PM}) \quad (2.50)$$

und die resultierenden Formeln nach $\frac{di_d(t)}{dt}$ bzw. $\frac{di_q(t)}{dt}$ umgestellt

$$\frac{di_d(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot (u_d(t) - R_1 \cdot i_d(t) + \underbrace{\omega_e(t) \cdot L_q \cdot i_q(t)}_{\text{Kopplung}}) \quad (2.51)$$

$$\frac{di_q(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot (u_q(t) - R_1 \cdot i_q(t) - \underbrace{\omega_e(t) \cdot (L_d \cdot i_d(t) + \Psi_{PM})}_{\text{Kopplung}}) \quad (2.52)$$

werden, lässt sich eine Kreuzkopplung der d- und q-Stromkomponenten erkennen. Die Änderung des d-Stroms hängt also vom q-Strom ab und ebenso in umgekehrter Weise.

Um die Stromkomponenten zu entkoppeln, sodass diese unabhängig voneinander geregelt werden können, wird eine Vorsteuerung (auch Entkopplung oder Störgrößenaufschaltung genannt) auf die Ausgänge des d- sowie q-Stromreglers addiert. Somit ergeben sich die Stellspannungen $u_d(t)$ und $u_q(t)$ zu der Summe aus dem jeweiligen Reglerausgang ($u_{d,PI}$ bzw. $u_{q,PI}$) und der Spannung aus der Vorsteuerung ($u_{d,VS}$ bzw. $u_{q,VS}$). Es gilt:

$$u_d(t) = u_{d,PI}(t) + u_{d,VS}(t) \quad (2.53)$$

$$u_q(t) = u_{q,PI}(t) + u_{q,VS}(t) \quad (2.54)$$

Indem die Vorsteuerungsspannung zu dem Kopplungsterm mit invertierten Vorzeichen

$$u_{d,VS}(t) = -\omega_e(t) \cdot L_q \cdot i_q(t) \quad (2.55)$$

$$u_{q,VS}(t) = \omega_e(t) \cdot (L_d \cdot i_d(t) + \Psi_{PM}) \quad (2.56)$$

gewählt wird, verschwindet der Kopplungsterm aus der Stromdynamik und es folgt:

$$\frac{di_d(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot (u_{d,PI}(t) - R_1 \cdot i_d(t)) \quad (2.57)$$

$$\frac{di_q(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot (u_{q,PI}(t) - R_1 \cdot i_q(t)) \quad (2.58)$$

Ein Stromregler inklusive Vorsteuerung ist in Abbildung 2.14 dargestellt.

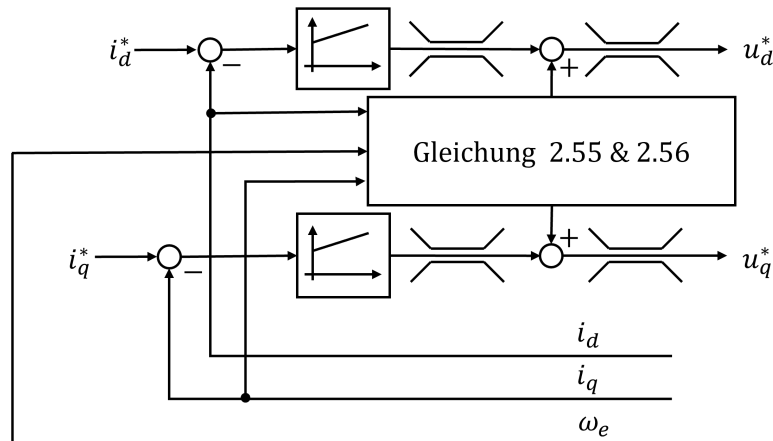


Abbildung 2.14: Stromregler inklusive Vorsteuerung und Anti-Windup [18]

Für die Berechnung der Vorsteuerung können sowohl Sollwerte als auch Istwerte herangezogen werden. Abbildung 2.14 zeigt eine Berechnung anhand der Istwerte und weist damit eine verbesserte Störgrößendynamik auf. Bei Verwendung der Referenzgrößen führt dies zu einer verbesserten Führungsgrößendynamik [18].

2.4.3 Strom-Sollwertvorgabe

In den vorherigen Kapiteln wurde die fundamentale feldorientierte Regelung behandelt. Wie dabei erwähnt, kann der Stromregler im Sinne einer Kaskadenregelung erweitert werden. Typisch bei einer PMSM ist eine Drehzahlregelung, die anhand der Drehzahl-Regeldifferenz ein Drehmoment vorgibt, welches wiederum in die Referenzströme des in Abbildung 2.12 dargestellten Stromregelkreises umgewandelt wird.

Da bei einer PMSM ohne Reluktanz das Drehmoment ausschließlich vom q-Strom abhängig ist (Gleichung 2.46), kann in diesem Fall der Ausgang vom PI-Regler des Drehzahlregelkreises direkt mit dem q-Referenzstrom verbunden werden. Der d-Strom wird

dementsprechend zu Null geregelt.

Bei einer PMSM mit Reluktanz beeinflussen dagegen beide Stromkomponenten das resultierende Drehmoment. Das optimale Stromverhältnis muss daher in Abhängigkeit vom gewünschten Drehmoment bestimmt werden.

Im Folgenden wird eine Strategie zur Strom-Sollwertvorgabe einer PMSM mit Reluktanz anhand verschiedener Betriebsstrategien sowie unter Einhaltung der Systemgrenzen beschrieben. Die zugrundeliegenden Betriebsstrategien sind in Anhang A ausführlich beschrieben.

2.4.3.1 Regelstrategie

Die in Anhang A dargestellten verschiedenen Betriebsstrategien sind jeweils in einem bestimmten Drehzahlbereich gültig. Um eine allgemeingültige Regelstrategie unter Nutzung des Feldschwächebereichs aufzustellen, können diese miteinander kombiniert werden.

Grunddrehzahlbereich:

Innerhalb des Grunddrehzahlbereichs, d. h. bis einschließlich der Nenndrehzahl muss bei den zulässigen Drehmomentwerten die Spannungsgrenze nicht beachtet werden. Daher wird hier das MTPA-Verfahren, also das maximale Drehmoment pro Strom, genutzt.

Der q-Strom ergibt sich durch numerisches Lösen von

$$0 = I_q^4 + \frac{2 \cdot M^* \cdot \Psi_{PM}}{3 \cdot (L_d - L_q)^2 \cdot p} \cdot I_q - \frac{(2 \cdot M^*)^2}{9 \cdot (L_d - L_q)^2 \cdot p^2} \quad (2.59)$$

mit dem zugehörigen d-Strom

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{2 \cdot (L_d - L_q)} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4 \cdot (L_d - L_q)^2} + I_q^2} \quad (2.60)$$

Mit steigender Drehzahl erhöht sich ebenfalls die zur Einprägung notwendige Statorspannung U_1 . Dadurch ergibt sich die Nenndrehzahl zu derjenigen, bei der das maximale Drehmoment mithilfe der maximalen Spannung gebildet wird. Dies entspricht der Spannungsellipse, die den Punkt des maximalen Drehmoments auf der MTPA-Trajektorie schneidet.

Feldschwächebereich:

Um die PMSM über ihre Nenndrehzahl hinaus zu betreiben, kann die Feldschwächung

auf Kosten eines reduzierten Drehmoments genutzt werden. Hier ergibt sich der q-Strom durch numerisches Lösen von

$$0 = I_q^4 + p_2 I_q^2 + p_1 I_q + p_0 \quad (2.61)$$

mit den Polynomkoeffizienten

$$p_2 = \frac{\Psi_{PM}^2 L_q^2 - (L_d - L_q)^2 \cdot \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e^*}\right)^2}{L_q^2 \cdot (L_d - L_q)^2} \quad (2.62)$$

$$p_1 = -\frac{4M^* L_d L_q \Psi_{PM}}{3p L_q^2 \cdot (L_d - L_q)^2} \quad (2.63)$$

$$p_0 = \frac{4(M^*)^2 L_d^2}{9p^2 L_q^2 \cdot (L_d - L_q)^2} \quad (2.64)$$

und dem zugehörigen d-Strom

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{L_d} \pm \frac{1}{L_d} \sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 - L_q^2 I_q^2} \quad (2.65)$$

Dabei müssen sowohl die Spannungs- als auch die Stromgrenzen berücksichtigt werden. Liegt der Mittelpunkt der Spannungsellipsen außerhalb der Strombegrenzung ($\frac{-\Psi_{PM}}{L_d} \geq I_{1,max}$), so wird das Drehmoment, welches über die Feldschwächungsmethode eingepreßt wird, ausschließlich durch die Stromgrenze begrenzt. In diesem Fall ist das zu erreichende maximale Drehmoment einer beliebigen Drehzahl durch Einsetzen der Stromkomponenten

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM} L_d \pm \sqrt{\Psi_{PM}^2 L_d^2 - (L_d^2 - L_q^2) \cdot (\Psi_{PM}^2 + L_q^2 I_{1,max}^2 - \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2)}}{L_d^2 - L_q^2} \quad (2.66)$$

$$I_q = \sqrt{I_{1,max}^2 - I_d^2} \quad (2.67)$$

in die Drehmomentgleichung gegeben.

Die maximal erreichbare Drehzahl resultiert dabei aus der Spannungsellipse, welche die Strombegrenzung auf der I_d -Achse schneidet.

Daraus ergeben sich die Bedingungen

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{L_d} \pm \frac{1}{L_d} \sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 - L_q^2 I_q^2} \quad (2.68)$$

$$I_q = 0 \quad (2.69)$$

$$I_d = -I_{1,max} \quad (2.70)$$

und somit

$$\omega_{e,max} = \frac{U_{FA}}{\Psi_{PM} - L_d I_{1,max}} \quad (2.71)$$

Sonderfall:

Bei bestimmten Auslegungen einer PMSM kann der Mittelpunkt der Spannungsellipsen innerhalb der Strombegrenzung liegen ($|\frac{-\Psi_{PM}}{L_d}| < I_{1,max}$). Dort ist die Drehmomentgrenze anhand des maximal zulässigen Stroms ab einer gewissen Drehzahl nicht mehr gültig, da die Spannungsgrenze überschritten wird. In diesem Bereich ist das Moment durch die MTPV-Trajektorie limitiert. Die Stromkomponenten sind jedoch weiterhin durch die Gleichungen 2.61 bis 2.65 gegeben.

In diesem Fall wird das zu erreichende maximale Drehmoment einer beliebigen Drehzahl durch Einsetzen der Stromkomponenten

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM} + \Delta\Psi_d}{L_d} \quad (2.72)$$

$$I_q = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 - \Delta\Psi_d^2}}{L_q} \quad (2.73)$$

mit

$$\Delta\Psi_d = \frac{L_q \Psi_{PM} - \sqrt{(L_q \Psi_{PM})^2 + 8(L_d - L_q)^2 \cdot \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2}}{4(L_d - L_q)} \quad (2.74)$$

in die Drehmomentgleichung ermittelt.

Die Drehzahl $\omega_{e,MTPV}$, ab der in das MTPV-Verfahren übergegangen werden muss, ergibt sich aus dem Schnittpunkt zwischen MTPV-Kennlinie und dem Kreis maximalen Stroms. Bei derartigen Antriebsauslegungen ist die zu erreichende maximale Drehzahl theoretisch nicht limitiert.

Abbildungen 2.15 und 2.16 zeigen den Betriebsbereich sowie die Reglerimplementation der beschriebenen Regelstrategie.

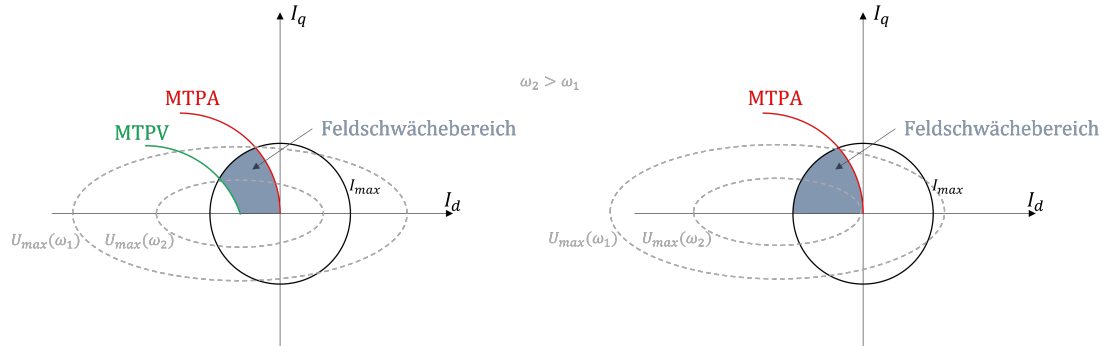


Abbildung 2.15: Übersicht Betriebsbereich einer PMSM inklusive Feldschwächung - Sonderfall (links) und Standardfall (rechts) [21]

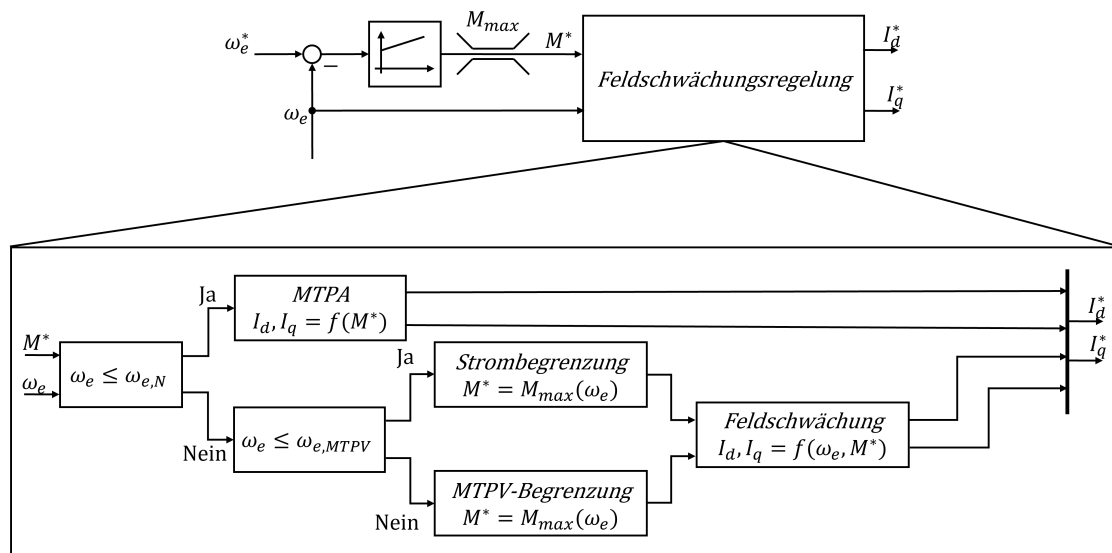


Abbildung 2.16: Regelstrategie unter Nutzung des Feldschwächebereichs

Implementierungshinweise:

Um die beschriebene Regelstrategie zu implementieren, ist es notwendig, die gegebenen Polynomfunktionen numerisch zu bestimmen. Zu diesem Zweck wird die Nullstellen-Suchfunktion „fzero“ verwendet.

Numerische Nullstellenermittlungen haben den Nachteil, dass ihr Ergebnis stark vom

Startwert abhängt. Um den bestmöglichen Startwert zu ermitteln und damit ein Ergebnis der Nullstellensuche zu gewährleisten, wird der Funktionsverlauf betrachtet.

Gleichung 2.61 ist eine Funktion vierten Grades, bei der es kein Glied mit dem Exponenten drei sowie ausschließlich positive Koeffizienten der Glieder mit geradem Exponenten gibt. Daher stellt sie eine nach oben geöffnete Parabel dar und hat genau ein Extremum. Wird dieses globale Minimum als Startwert verwendet, ist ein Vorzeichenwechsel und somit ein Ergebnis der Nullstellensuche gewährleistet.

Die Nullstellen-Suchfunktion „fzero“ wird ebenfalls zur Extremstellenberechnung verwendet [18].

3 Modellbasierte prädiktive Regelung

Der in Kapitel 2.4 dargestellte klassische Ansatz zur Regelung einer PMSM basiert auf PI-Stromreglern, welche je nach Regelalgorithmus um weitere PI-Regler für Drehmoment, Drehzahl, Position und magnetischen Fluss in einer Kaskadenstruktur ergänzt werden. Eine solche Reglerauslegung bietet die Vorteile einer einfachen Implementierung und geringen Rechenlast sowie eines guten Führungs- und Störverhaltens. Diese Regelung ist in der Industrie weit verbreitet und wurde bereits viele Jahre in verschiedensten Anwendungsbereichen eingesetzt.

Trotz dieser Vorteile weist die PI-basierte feldorientierte Regelung (PIFOC) zwei wesentliche Nachteile auf. Erstens bietet die PIFOC kein effizientes Limitierungsverfahren. Zwar können die Reglerausgänge begrenzt und Anti-Windups eingebaut werden, jedoch haben die Limitierungen keinen Einfluss auf die Stellgrößenberechnung. Zweitens haben die Parameter von PI-Reglern keine eindeutige physikalische Interpretation. Daher können sie nicht nach beliebigen Zielen auf Grundlage fester physikalischer Beziehungen optimiert werden.

Abhilfe schafft hier die modellbasierte prädiktive Regelung (MPC). Diese ermöglicht es, individuelle Optimierungsziele auf Basis eines nachvollziehbaren Gütefunktional in die Stellgrößenberechnung zu integrieren und sogar Beschränkungen als Nebenbedingungen zu berücksichtigen. Zudem kann sie sowohl auf lineare als auch nichtlineare Systeme angewandt werden [22],[6].

MPC beschreibt jegliche modellbasierte Regelalgorithmen, die eine optimale Trajektorie zukünftiger Stellgrößen durch Minimierung eines Gütefunktional bzw. einer Kostenfunktion ermitteln. Diese Kostenfunktion enthält die Differenz zwischen den prognostizierten Ausgängen des Systems und dem vorgegebenen Sollwert über einen festgelegten Prädiktionshorizont sowie weitere Summanden, die jeweils ein bestimmtes Optimierungsziel repräsentieren. Abbildung 3.1 zeigt eine exemplarische Struktur solcher Regelalgorithmen.

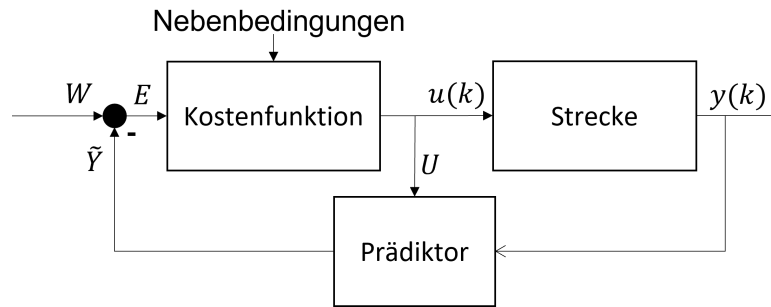


Abbildung 3.1: Exemplarische Struktur einer MPC-Regelung

Zur Bestimmung der Regeldifferenz E innerhalb des definierten Horizonts wird ein Prädiktor verwendet. Dieser transformiert die Stelltrajektorie U und den aktuellen Prozessausgang $y(k)$ in zukünftige Prozessausgänge \tilde{Y} auf Basis einer Modellbeschreibung. Die vorhergesagten Prozessausgänge werden mit der Sollwerttrajektorie W differenziert und in die Kostenfunktion integriert. Unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen erfolgt die Bestimmung des globalen Minimums in Abhängigkeit von den zukünftigen Stellgrößen U . Nach dem Prinzip des *receding horizon* wird nur die erste Stellgröße aufgeschaltet.

Charakteristisch für eine MPC-Regelung ist die Unterscheidung zwischen einem Prädiktions- und einem Stellhorizont. Der Prädiktionshorizont beschreibt das Zeitintervall, in dem die Prozessausgänge prädiziert werden, während der Stellhorizont das Intervall beschreibt, in welchem Stellgrößenänderungen auftreten (siehe Abbildung 3.2).

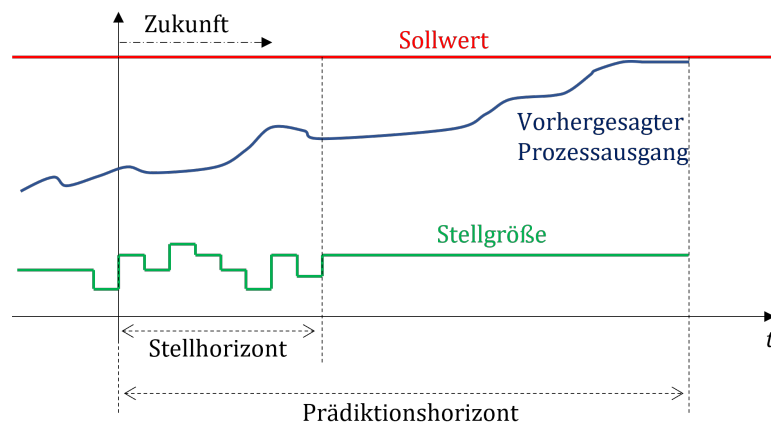


Abbildung 3.2: Konzept der Horizonte einer MPC-Regelung [23]

Da die Dimension des Stellgrößenvektors U die Freiheitsgrade des Optimierungsproblems bestimmt und damit den Rechenaufwand maßgeblich beeinflusst, wird der Prädiktionsho-

horizont in der Regel größer als der Stellhorizont gewählt. So kann das Optimierungsverfahren über ein breiteres Intervall optimieren, ohne dabei die Freiheitsgrade zu erhöhen.

Im Allgemeinen unterscheiden sich die MPC-Algorithmen hinsichtlich Modellbeschreibung und Stellgrößensatz. Tabelle 3.1 zeigt verschiedene Varianten der Modellbeschreibung sowie zugehörige Beispielalgorithmen.

Tabelle 3.1: Varianten der Modellbeschreibung

Modellbeschreibung basierend auf	Beispielalgorithmus
Impulsantwort	Model Algorithmic Control (MAC)
Sprungantwort	Dynamic Matrix Control (DMC)
Übertragungsfunktion	Generalized Predictive Control (GPC)
Zustandsraummodell	Klassische MPC

Üblicherweise werden MPC-Algorithmen nach einem unendlichen Stellgrößensatz ausgelegt (CCS-MPC). Dadurch werden sämtliche Stellgrößen innerhalb der vorgegebenen Grenzen zur optimalen Stellgrößenfolge herangezogen. Bei einer elektrischen Maschine sind demnach sämtliche Spannungsraumzeiger innerhalb der Limitierung U_{max} zu berücksichtigen. Dies setzt jedoch eine Spannungsmodulation voraus.

Ohne eine Spannungsmodulation wie die Raumzeigermodulation aus Kapitel 2.2 sind lediglich acht SRZ möglich. Hierbei werden die MPC-Algorithmen nach einem endlichen Stellgrößensatz ausgelegt (FCS-MPC). Diese Algorithmen ermitteln die entsprechenden Kosten für jede Stellgröße und schalten diejenige mit den geringsten Kosten auf.

Aufgrund der durch den Wechselrichter begrenzten Mindestabtastzeit und den damit verbundenen erhöhten Stromrippeln bei dem FCS-MPC-Verfahren, wird hier eine CCS-MPC-Methode verwendet. Systemantwortbasierte Strategien wie DMC und MAC sind nur für stabile Systeme geeignet und resultieren in einem Modell hoher Ordnung. Aus diesen Gründen sowie um an dem mathematischen Modell der PMSM anzuknüpfen, ist die klassische MPC Gegenstand dieser Arbeit und wird im folgenden erläutert [24],[6].

3.1 Klassische MPC einer PMSM

In diesem Kapitel ist die klassische MPC einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mit eingebetteten Magneten (IPMSM) dargestellt. Dazu ist in Kapitel 3.1.1 ein

Prädiktionsmodell aufgeführt. Dieses repräsentiert den in Abbildung 3.1 gezeigten Prädiktor und ist in die Kostenfunktion integriert. Kapitel 3.1.2 beschreibt die Einbettung beliebiger Optimierungsziele sowie die Optimierung ohne Berücksichtigung von Beschränkungen. Erweitert wird dieses Kapitel durch den MPC-Entwurf mit Beschränkungen in Kapitel 3.1.3. In Kapitel 3.1.4 wird auf die Zustandsproblematik realer Systeme eingegangen.

3.1.1 Prädiktionsmodell

Wie bereits erwähnt, verwendet die klassische MPC das Zustandsraummodell zur Modellbeschreibung. Dies ist für lineare Systeme im Allgemeinen beschrieben durch:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (3.2)$$

wobei $x(t)$ den Zustand, $u(t)$ die Stellgröße und $y(t)$ die Regelgröße beschreibt.

Die Stromdynamik einer IPMSM ist durch Gleichung 2.51 und 2.52 definiert. Durch Erweiterung des Regelkreises um eine Entkopplung der Stromkomponente entsprechend Kapitel 2.4.2 gilt für die Stromdynamik

$$\frac{di_d(t)}{dt} = \frac{u_d(t)}{L_d} - \frac{R_1}{L_d} \cdot i_d(t) \quad (3.3)$$

$$\frac{di_q(t)}{dt} = \frac{u_q(t)}{L_q} - \frac{R_1}{L_q} \cdot i_q(t) \quad (3.4)$$

bzw.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{di_d(t)}{dt} \\ \frac{di_q(t)}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{R_1}{L_q} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{bmatrix}}_{u(t)} \quad (3.5)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}}_{y(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} \quad (3.6)$$

Da die dieser Arbeit zugrundeliegende MPC-Regelung auf einem zeitdiskreten Zustandsraummodell basiert, muss das resultierende Modell diskretisiert werden. Dabei kommen zwei Näherungsverfahren in Frage.

Die erste Approximation arbeitet mit dem expliziten Euler-Verfahren. Es gilt:

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + \dot{x}(t_k) \cdot T_S \quad (3.7)$$

wobei T_S die Schrittweite zwischen zwei diskreten Zeitpunkten, $t_k = t_0 + k \cdot T_S$ und $k = 0, 1, 2, \dots$ darstellt. Zur besseren Übersichtlichkeit wird im Folgenden der Zeitpunkt t_{k+1} durch $k + 1$ und der Zeitpunkt t_k durch k ersetzt.

Auf das IPMSM-Modell angewandt, folgt:

$$x(k + 1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (3.8)$$

$$y(k) = C_d x(k) \quad (3.9)$$

mit den Matrizen $A_d = I + T_S \cdot A$, $B_d = T_S \cdot B$ und $C_d = C$. Die Matrix I ist als Einheitsmatrix definiert.

Die zweite Approximation basiert auf der Lösung der linearen Differentialgleichung (DGL) $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ und ist gegeben durch:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} \cdot x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} \cdot Bu(\tau) d\tau \quad (3.10)$$

Um diese zu diskretisieren wird nun t_0 zu t_k und t zu t_{k+1} gewählt. Es gilt:

$$x(k + 1) = e^{A \cdot T_S} \cdot x(k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1}-\tau)} \cdot Bu(\tau) d\tau \quad (3.11)$$

Unter der Annahme, dass die Matrizen A und B zeitinvariant sowie $u(t) = u(k)$ für $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ ist, folgt somit:

$$x(k + 1) = e^{A \cdot T_S} \cdot x(k) + \int_0^{T_S} e^{A(T_S-\tau)} \cdot B d\tau \cdot u(k) \quad (3.12)$$

Analog zu dem expliziten Euler-Verfahren gelten weiterhin Gleichungen 3.8 und 3.9 mit den Matrizen $A_d = e^{A \cdot T_S}$, $B_d = \int_0^{T_S} e^{A(T_S-\tau)} \cdot B d\tau$ sowie $C_d = C$.

Mithilfe des diskreten Zustandsraummodells kann also durch Kenntnis des aktuellen Zustands $x(k)$ sowie der folgenden Stellgröße $u(k)$ eine Schätzung des Zustands für den zukünftigen Zeitpunkt t_{k+1} vorgenommen werden. Dieses Prinzip bildet die Grundlage der MPC, indem eine allgemeine Funktionsvorschrift festgelegt wird, die Zustandsvorhersagen über einen beliebigen Horizont hinaus ermöglicht. Hierzu wird die Stellgrößen-

trajektorie U folgendermaßen definiert:

$$U = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

wobei N_c den Stellhorizont, also die Anzahl an zukünftigen Stellgrößen, darstellt.

Weiterhin gilt für den Verlauf der vorhergesagten Zustände \tilde{X} :

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(k+1|k) \\ \tilde{x}(k+2|k) \\ \vdots \\ \tilde{x}(k+N_p|k) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

N_p beschreibt den Prädiktionshorizont und $\tilde{x}(k+1|k)$ den geschätzten Zustand zum Zeitpunkt t_{k+1} unter Berücksichtigung des Zustands zum gegenwärtigen Zeitpunkt t_k .

Die Elemente des Zustandsvektors \tilde{X} können nun mithilfe des diskreten Zustandsraummodells sukzessiv ermittelt werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1|k) &= A_d x(k) + B_d u(k) \\ \tilde{x}(k+2|k) &= A_d \tilde{x}(k+1|k) + B_d u(k+1) \\ &= A_d^2 x(k) + A_d B_d u(k) + B_d u(k+1) \\ \tilde{x}(k+3|k) &= A_d \tilde{x}(k+2|k) + B_d u(k+2) \\ &= A_d^3 x(k) + A_d^2 B_d u(k) + A_d B_d u(k+1) + B_d u(k+2) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Hieraus folgt die allgemeine Bildungsvorschrift:

$$\tilde{x}(k+n|k) = A_d^n x(k) + \sum_{i=0}^{n-1} (A_d^{n-1-i} B_d \cdot u(k+i)) \quad \forall n \in [1, 2, \dots, N_p] \quad (3.15)$$

und somit für den zukünftigen Prozessausgang \tilde{y} :

$$\tilde{y}(k+n|k) = C_d A_d^n x(k) + \sum_{i=0}^{n-1} (C_d A_d^{n-1-i} B_d \cdot u(k+i)) \quad \forall n \in [1, 2, \dots, N_p] \quad (3.16)$$

Zu beachten ist dabei, dass die Stellgrößen lediglich bis $u(k + N_c - 1)$ definiert sind und die Summe im nicht definierten Bereich zu Null wird.

In Matrixschreibweise überführt, ergibt sich für die prädizierten Prozessausgänge \tilde{Y} :

$$\tilde{Y} = \begin{bmatrix} \tilde{y}(k+1|k) \\ \tilde{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \tilde{y}(k+N_p|k) \end{bmatrix} = Fx(k) + \Phi U \quad (3.17)$$

mit den Matrizen

$$F = \begin{bmatrix} C_d A_d \\ C_d A_d^2 \\ \vdots \\ C_d A_d^{N_p} \end{bmatrix} \quad \text{sowie} \quad \Phi = \begin{bmatrix} C_d B_d & 0 & \dots & 0 \\ C_d A_d B_d & C_d B_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_d A_d^{N_p-1} B_d & C_d A_d^{N_p-2} B_d & \dots & C_d A_d^{N_p-N_c} B_d \end{bmatrix}$$

3.1.2 MPC-Entwurf ohne Beschränkungen

Die MPC erlaubt es verschiedenste Regelziele in die Kostenfunktion zu integrieren. Ein Beispiel ist in Gleichung 3.18 dargestellt.

$$J(U) = \underbrace{(W - \tilde{Y})^T Q (W - \tilde{Y})}_{\text{Regeldifferenz}} + \underbrace{U^T \mu U}_{\text{Stellgröße}} + \underbrace{\Delta U^T \lambda \Delta U}_{\text{Stellgrößenänderung}} \quad (3.18)$$

Eine derartige Kostenfunktion bewertet die Kosten anhand der Regeldifferenzen E zwischen der Sollwerttrajektorie W und den prädizierten Prozessausgängen \tilde{Y} sowie der Amplitude U und der Amplitudenänderung ΔU der Stellgrößen. Weiterhin können Regelziele und Zeitpunkte mit Hilfe der Diagonalmatrizen Q , μ sowie λ unterschiedlich gewichtet werden. Die Elemente dieser Matrizen sind stets größer oder gleich Null zu wählen, da es sonst zu kostenmindernden Einflüssen der Stellgrößen kommt.

Durch ihre quadratische Form (Funktion zweiter Ordnung) und ausschließlich positive Gewichte ist gewährleistet, dass die Kostenfunktion nur ein globales Extremum aufweist, das in jedem Fall ein Minimum darstellt [25], [26].

Das in dieser Arbeit verfolgte Regelziel besteht darin, eine möglichst genaue Annäherung an den Sollwert unter Nutzung von Stellgrößen mit kleinstmöglicher Amplitude zu

erreichen. Somit ergibt sich die Kostenfunktion zu:

$$J(U) = (W - \tilde{Y})^T Q (W - \tilde{Y}) + U^T \mu U \quad (3.19)$$

Widersprüchlich gegenüber der Darstellung aus Abbildung 3.1 ist der Prädiktor ein Bestandteil der Kostenfunktion. Die resultierende Regeldifferenz muss nämlich in Abhängigkeit von U dargestellt werden, um den optimalen Stellgrößenverlauf zu bestimmen. Diese Darstellung diene ausschließlich der gedanklichen Unterteilung in eine Zukunftsvorhersage und einen Optimierer. Durch Einsetzen des Prädiktionsmodells aus Gleichung 3.17 in die Kostenfunktion folgt:

$$J(U) = (W - Fx(k))^T Q (W - Fx(k)) - 2\Phi^T U^T Q (W - Fx(k)) + U^T (\Phi^T Q \Phi + \mu) U \quad (3.20)$$

Um die Stelltrajektorie zu ermitteln, welche die geringsten Kosten aufweist, ist das globale Minimum gesucht. Hierzu wird Gleichung 3.20 nach U abgeleitet und zu Null gesetzt:

$$\frac{\partial J(U)}{\partial U} = -2\Phi^T Q (W - Fx(k)) + 2(\Phi^T Q \Phi + \mu) U = 0 \quad (3.21)$$

Somit ist der optimale Stellverlauf ohne Berücksichtigung von Beschränkungen definiert als:

$$U = (\Phi^T Q \Phi + \mu)^{-1} \cdot \Phi^T Q (W - Fx(k)) \quad (3.22)$$

3.1.3 MPC-Entwurf mit Beschränkungen

Die bereits aufgeführten Vorteile einer MPC gegenüber der üblichen PIFOC betreffen sowohl eine klare Definitionsmöglichkeit von Regelzielen als auch die Möglichkeit, Beschränkungen zu berücksichtigen. Der erstgenannte Vorteil wurde bereits im Kapitel 3.1.2 durch die Wahl geeigneter Gewichtungsmatrizen diskutiert. Hier können die Matrizen Q , μ und λ in Bezug aufeinander und damit auf die spezifischen Regelziele unterschiedlich gewichtet werden. Außerdem können die Reihen innerhalb der Matrizen unterschiedliche Beträge haben, sodass die Zeitpunkte unterschiedlich berücksichtigt werden.

In diesem Kapitel wird der letztgenannte Vorteil einer MPC mit Limitierungen aufgegriffen.

3.1.3.1 Formulierung von Beschränkungen

Systemgrenzen werden dem Optimierungsverfahren als Nebenbedingungen beigefügt. Folgende Größen können dabei formuliert werden:

Stellgrößen U :

$$U_{min} \leq U \leq U_{max} \quad (3.23)$$

Stellgrößenänderungen ΔU :

$$\Delta U_{min} \leq \Delta U \leq \Delta U_{max} \quad (3.24)$$

Zustände X :

$$X_{min} \leq X \leq X_{max} \quad (3.25)$$

Prozessausgänge Y :

$$Y_{min} \leq Y \leq Y_{max} \quad (3.26)$$

Hierbei repräsentieren U_{min} , ΔU_{min} , X_{min} und Y_{min} die je Zeitschritt geltende untere Limitierung sowie U_{max} , ΔU_{max} , X_{max} und Y_{max} die obere. Für Stellgrößen- oder Stellgrößenänderungsbeschränkungen entsprechen die Dimensionen der unteren und oberen Grenze dem Stellhorizont, wohingegen Zustände und Prozessausgänge über den Prädiktionshorizont betrachtet werden müssen.

Um die formulierten Begrenzungen dem Optimierungsverfahren zuzufügen, müssen diese als lineare Ungleichungen in Abhängigkeit zu dem gesuchten Stellgrößenverlauf aufgestellt werden. Die geforderte Form ist definiert durch:

$$M \cdot U \leq \gamma \quad (3.27)$$

Angenommen, dass die Stellgröße eine zeitinvariante obere Grenze u_{max} und untere Grenze u_{min} besitzt, folgt für die Stellgrößenbegrenzung:

$$\begin{bmatrix} -I \\ I \end{bmatrix} \cdot U \leq \begin{bmatrix} -U_{min} \\ U_{max} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Dabei beschreiben U_{min} und U_{max} die konstanten Grenzen über den Stellhorizont. Gleichung 3.29 zeigt dies exemplarisch für u_{min} .

$$U_{min} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{1 \times N_c} \cdot u_{min} \quad (3.29)$$

Dies gilt in gleicher Weise für alle mit einem Großbuchstaben gekennzeichneten Grenzen. Es ist zu beachten, dass die Dimension des Vektors je nach dem zu betrachtenden Horizont variiert.

Um diese Vorgehensweise auf die Stellgrößenänderungen anzuwenden, wird ΔU beschrieben durch:

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

mit

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (3.31)$$

Somit gilt:

$$\begin{bmatrix} -C_1 \\ C_1 \end{bmatrix} \cdot U \leq \begin{bmatrix} -\Delta U_{min} \\ \Delta U_{max} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

mit

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Da $u(k-1)$ jedoch nicht in der Stelltrajektorie U enthalten ist, muss die erste Zeile separat betrachtet werden. Hier wird die vorherige Stellgröße als gegeben angenommen

und ist somit als Teil von γ zu spezifizieren. Es folgt:

$$\begin{bmatrix} -C_1^* \\ C_1^* \end{bmatrix} \cdot U \leq \begin{bmatrix} -\Delta U_{min}^* \\ \Delta U_{max}^* \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

mit

$$C_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

wobei ΔU_{min}^* und ΔU_{max}^* den Größen ΔU_{min} sowie ΔU_{max} entsprechen, allerdings wird auf das jeweils erste Element die vergangene Stellgröße $u(k-1)$ addiert.

Die Limitierung der Prozessausgänge wird über die Formel des Prädiktors (Gleichung 3.17) ausgedrückt. Somit ist diese beschrieben durch:

$$Y_{min} \leq Fx(k) + \Phi U \leq Y_{max} \quad (3.34)$$

und in geforderter Form $M \cdot U \leq \gamma$:

$$\begin{bmatrix} -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix} \cdot U \leq \begin{bmatrix} -Y_{min} + Fx(k) \\ Y_{max} - Fx(k) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

In dem definierten Zustandsmodell (Gleichung 3.8) wird der Prozessausgang y ausschließlich vom Zustand x beeinflusst. Für den Prädiktionshorizont gilt somit:

$$Y = C_d \cdot X \quad (3.36)$$

Daher werden die Prozessausgangsbeschränkungen Y_{min} sowie Y_{max} in Gleichung 3.35 durch $C_d \cdot X_{min}$ bzw. $C_d \cdot X_{max}$ ersetzt, um die Zustandsgrenzen darzustellen.

Unter der Voraussetzung, dass die Prozessausgänge jedoch direkt von den Stellgrößen beeinflusst werden und die Form der Prädiktionsgleichung unverändert bleibt, ergibt sich für die Begrenzungen Folgendes:

$$C_d \cdot X_{min} + D_d \cdot U \leq Fx(k) + \Phi U \leq C_d \cdot X_{max} + D_d \cdot U \quad (3.37)$$

und in geforderter Form $M \cdot U \leq \gamma$:

$$\begin{bmatrix} -(\Phi - D_d) \\ (\Phi - D_d) \end{bmatrix} \cdot U \leq \begin{bmatrix} -C_d \cdot X_{min} + Fx(k) \\ C_d \cdot X_{max} - Fx(k) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Um alle genannten Nebenbedingungen gleichzeitig im Optimierungsverfahren zu berücksichtigen, werden sowohl die M -Matrizen als auch die γ -Matrizen miteinander fusioniert[25]. Es folgt:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -I \\ I \\ -C_1^* \\ C_1^* \\ -\Phi \\ \Phi \\ -(\Phi - D_d) \\ (\Phi - D_d) \end{bmatrix}}_M \cdot U \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -U_{min} \\ U_{max} \\ -\Delta U_{min}^* \\ \Delta U_{max}^* \\ -Y_{min} + Fx(k) \\ Y_{max} - Fx(k) \\ -C_d \cdot X_{min} + Fx(k) \\ C_d \cdot X_{max} - Fx(k) \end{bmatrix}}_\gamma \quad (3.39)$$

3.1.3.2 Optimierungsalgorithmus

Aus der gewählten Kostenfunktion aus Gleichung 3.20 sowie den Nebenbedingungen aus Gleichung 3.39 lässt sich nun ein Problem der quadratischen Programmierung (QP) aufstellen, welches numerisch zu lösen ist. Hierfür wird die zu minimierende Kostenfunktion neu formuliert:

$$J = \frac{1}{2}x^T E x + x^T f + f_0 \quad (3.40)$$

mit

$$\begin{aligned} x &= U \\ E &= \Phi^T Q \Phi + \mu \\ f &= -\Phi^T Q (W - Fx(k)) \\ f_0 &= \frac{1}{2}(W - Fx(k))^T Q (W - Fx(k)) \end{aligned}$$

und den Ungleichungs-Nebenbedingungen

$$M \cdot x \leq \gamma$$

Zur Lösung eines solchen QP-Problems gibt es mehrere Methoden, wie die Active-Set-Methode und den Hildreth-Algorithmus. Der maßgebliche Unterschied liegt in der erforderlichen Rechenleistung. Bei der Active-Set-Methode werden rekursiv aktive Nebenbedingungen herausgefiltert und zur Formulierung eines QP-Problems mit Gleichungs-Nebenbedingungen verwendet. Daher steigt der Rechenaufwand mit der Anzahl der Beschränkungen.

Diese Arbeit umfasst die Lösung des QP-Problems unter Verwendung des Hildreth-Algorithmus (*Hildreth's Quadratic Programming Procedure*). Dazu wird zunächst ein primales Optimierungsproblem anhand des Lagrange-Ansatzes aufgestellt und anschließend in ein duales Problem umformuliert.

Um das primale Problem aufzustellen werden die Kuhn-Tucker-Bedingungen eingeführt:

$$\begin{aligned} Ex + f + M^T \lambda &= 0 \\ Mx - \gamma &\leq 0 \\ \lambda^T (Mx - \gamma) &= 0 \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Aus diesen Bedingungen geht hervor, dass stets λ_i und/oder $(Mx - \gamma)_i$ Null betragen muss, wobei der Index i die Zeile der M -Matrix bzw. die i -te Nebenbedingung beschreibt. Bei inaktiven Nebenbedingungen ist $(Mx - \gamma)_i < 0$ und damit $\lambda_i = 0$, bei aktiven dagegen $(Mx - \gamma)_i = 0$ und damit $\lambda_i \geq 0$.

Mit der Kostenfunktion als Zielfunktion und der Bedingung $\lambda^T (Mx - \gamma) = 0$ als Nebenbedingung ergibt sich das primale Problem nach Lagrange zu:

$$L(x, \lambda) = \frac{1}{2} x^T E x + x^T f + f_0 + \lambda^T (Mx - \gamma) \tag{3.42}$$

Hieraus lassen sich nun die partiellen Ableitungen bestimmen

$$\frac{\partial L}{\partial x} = Ex + f + M^T \lambda = 0 \tag{3.43}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Mx - \gamma = 0 \tag{3.44}$$

und somit die Bedingungen für das globale Minimum:

$$\lambda = -(ME^{-1}M^T)^{-1}(ME^{-1}f + \gamma) \quad (3.45)$$

$$x = -E^{-1}(f + M^T\lambda) \quad (3.46)$$

Der erste Summand aus Gleichung 3.46 ($-E^{-1}f$) beschreibt das globale Minimum ohne Einflussnahme von Nebenbedingungen und repräsentiert somit Gleichung 3.22.

$-E^{-1}M^T\lambda$ hingegen stellt die durch Beschränkungen bedingte Verlagerung des Minimus dar.

Die Einführung der Kuhn-Tucker-Bedingungen bewirkt eine Verlagerung der Beschränkungen auf die Lagrange-Faktoren. Folglich ist die Minimierung über x unbeschränkt, was zu dem folgenden dualen Problem führt:

$$\max_{\lambda \geq 0} \left[\min_x \left[\frac{1}{2}x^T E x + x^T f + f_0 + \lambda^T (Mx - \gamma) \right] \right] \quad (3.47)$$

Da die Minimierung über x unbeschränkt ist und die Lösung somit durch Gleichung 3.46 gegeben ist, folgt:

$$\max_{\lambda \geq 0} \left[-\frac{1}{2}\lambda^T H \lambda - \lambda^T K - \frac{1}{2}f^T E^{-1}f \right] \quad (3.48)$$

mit dem Matrizen:

$$H = ME^{-1}M^T \quad (3.49)$$

$$K = \gamma + ME^{-1}f \quad (3.50)$$

Es entsteht ein duales Problem, welches über die Lagrange-Faktoren λ minimiert wird:

$$\min_{\lambda \geq 0} \left[\frac{1}{2}\lambda^T H \lambda + \lambda^T K + \frac{1}{2}f^T E^{-1}f \right] \quad (3.51)$$

Gleichung 3.51 stellt weiterhin ein QP-Problem dar, das allerdings aufgrund der vereinfachten Nebenbedingungen ($\lambda \geq 0$) leichter zu lösen ist.

Durch Anwendung des Hildreth-Algorithmus werden die Lagrange-Faktoren ermittelt, die gemäß Gleichung 3.46 zur Bestimmung der gesuchten Größe x des primären Problems dienen. Dabei wird eine Funktionsvorschrift iterativ abgearbeitet, welche gegen die optimale Lösung konvergiert. Dies bietet den Vorteil, dass der Iterationsvorgang bei

geringfügigen Änderungen gegenüber dem vorherigen Iterationsschritt frühzeitig abgebrochen wird und somit Rechenzeit einspart. Weiterhin ist dieser Algorithmus im Gegensatz zur Active-Set-Methode nicht rekursiv und die Rechenlast nicht so stark von der Anzahl an Nebenbedingungen abhängig [6], [25].

3.1.3.3 Systemgrenzen als Nebenbedingungen

Bei der Regelung einer PMSM treten aufgrund der Zwischenkreisspannung des Umrichters sowie der Leistungselektronik Systemgrenzen hinsichtlich der Spannung und dem Strom auf. Daher bestehen Beschränkungen für die Stellgrößen U (Spannung) und die Prozessausgänge Y (Strom), welche durch die Gleichungen 3.28 und 3.35 definiert sind. Problematisch bei der Formulierung dieser Beschränkung ist die Wahl der unteren und oberen Grenze (U_{min} und U_{max} bzw. Y_{min} und Y_{max}). Aufgrund der feldorientierten Regelung bestehen deren Elemente nämlich zu jedem Zeitpunkt stets aus einer d- sowie einer q-Komponente. Für die Systemgrenzen gilt daher der nicht-lineare Zusammenhang:

$$u_{max} = \sqrt{u_d^2 + u_q^2} \quad (3.52)$$

bzw.

$$i_{max} = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \quad (3.53)$$

Die vom Optimierungsalgorithmus geforderte Form beschreibt jedoch eine lineare Beziehung, wie z. B. ein Rechteck innerhalb des spannungsbegrenzenden Kreises.

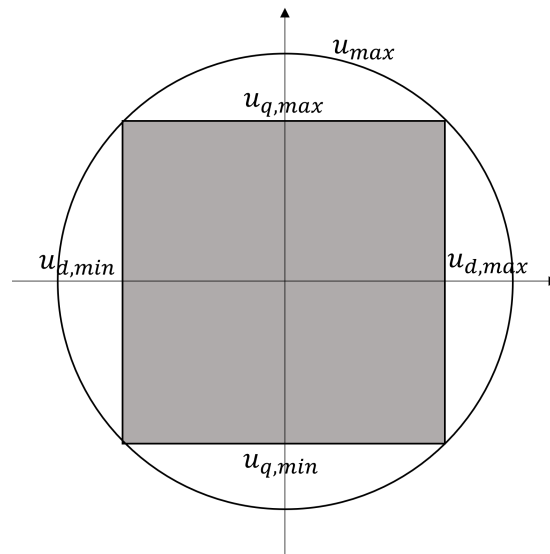


Abbildung 3.3: Approximation einer linearen Spannungsbegrenzung

Wie Abbildung 3.3 zu entnehmen, ist eine solche Näherungsmethode mit erheblichen Verlusten verbunden, da ein Rechteck die Fläche des Kreises nicht mit hinreichender Genauigkeit approximieren kann. Zudem beruht die Feldschwächung auf einer vollständigen Ausschöpfung der Systemgrenzen. Aus diesen Gründen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Konzept entwickelt, bei dem ein solches Rechteck in Abhängigkeit von der optimalen Stellgröße bestimmt wird.

Um diese dynamischen Nebenbedingungen für die Spannung zu ermitteln, wird die optimale Stellgrößenfolge U aus Kapitel 3.1.2 verwendet, indem für jeden Zeitpunkt die d- und q-Komponenten des ermittelten Raumzeigers auf den maximalen Betrag der Spannung skaliert werden.

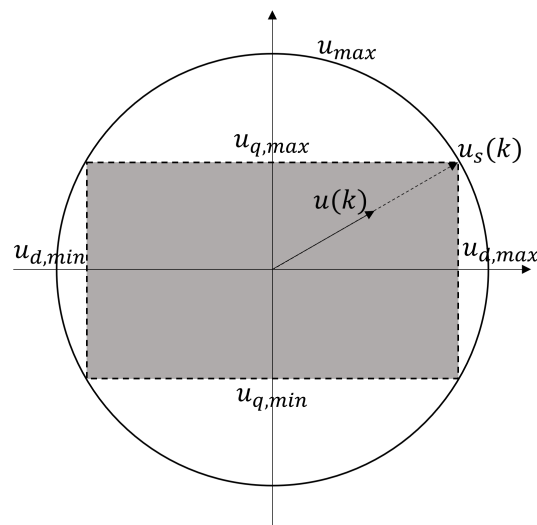


Abbildung 3.4: Dynamisch bestimmte lineare Spannungsbegrenzung zum Zeitpunkt t_k

Abbildung 3.4 zeigt die nach diesem Prinzip ermittelte Spannungsfläche, die als Systemgrenze an den Optimierungsalgorithmus übergeben wird. Dabei beschreibt $u(k)$ die nach Kapitel 3.1.2 berechnete Stellgröße zum Zeitpunkt t_k und $u_s(k)$ den auf den Maximalbetrag skalierten Raumzeiger. Die Komponenten dieses Zeigers $u_s(k)$ definieren die Nebenbedingungen, indem der positive Betrag der jeweiligen Komponente als Maximal- und der negative Betrag als Minimalwert angenommen wird.

Dieses Verfahren, angewandt auf den gesamten Stellhorizont, liefert die Größen U_{min} sowie U_{max} . Somit werden die linearen Systemgrenzen für jeden Zeitpunkt innerhalb des Stellhorizonts dynamisch bestimmt und damit die Verluste minimiert.

Dieses Prinzip wird ebenfalls verwendet, um die Prozessausgänge (Strom) in Abhängigkeit zu der optimalen Stellgrößenfolge U zu limitieren. Hierfür werden die prädizierten Prozessausgänge \tilde{Y} durch das Einsetzen von U in die Prädiktionsgleichung 3.17 ermittelt. Diese Prozessausgänge werden ebenfalls je Zeitschritt auf den maximalen Strombetrag skaliert, woraus sich die Nebenbedingungen des Optimierungsalgorithmus für den Strom ergeben.

Es ist zu beachten, dass die Vorsteuerung bei der Ermittlung der Spannungsnebenbedingungen bereits eine definierte Spannung liefert. Diese muss bei der Skalierung des optimalen Zeigers berücksichtigt werden.

3.1.4 Zustandsvorhersage

Der Entwurf der in den vorherigen Kapiteln vorgestellten prädiktiven Regelalgorithmen erfordert die Kenntnis des aktuellen Zustands. Somit sind alle Zustandsvariablen messbar, zum gegenwärtigen Zeitpunkt verfügbar und frei von Messrauschen. In einer realen Applikation ist dies jedoch nicht der Fall, weshalb diese Zustände geschätzt werden müssen. Zu diesem Zweck werden unter anderem so genannte Beobachter eingesetzt. Beobachter nutzen vorhandene Messungen des Systems, um die Zustandsvariablen vorherzusagen. Um die mathematische Grundlage von Beobachtern darzustellen, wird im Folgenden das diskrete Zustandsraummodell eines Systems verwendet.

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (3.54)$$

$$y(k) = C_d x(k) \quad (3.55)$$

Unter Kenntnis des initialen Zustands $x(0)$ sowie der Stellgrößen $u(k) \dots u(k+n)$ innerhalb des betrachteten Zeitraums n kann mithilfe dieses Modells der Zustand zu einem beliebigen Zeitpunkt bestimmt werden. Damit dieser Ansatz allerdings funktioniert, müssen die Matrizen exakt bekannt und zeitinvariant sein. Zudem muss die Initialbedingung $x(0)$ der Realität entsprechen und es dürfen keine im Zustandsraummodell nicht betrachteten Störungen auftreten. Diese Bedingungen können jedoch nicht vorausgesetzt werden. Daher wird der Beobachterregelkreis geschlossen, indem der Prozessausgang in die Zustandsschätzung miteinbezogen wird. Es folgt:

$$\tilde{x}(k+1) = \underbrace{A_d \tilde{x}(k) + B_d u(k)}_{\text{Modell}} + \underbrace{K_{ob} \cdot (y(k) - C_d \tilde{x}(k))}_{\text{Korrektur}} \quad (3.56)$$

Dabei beschreibt $\tilde{x}(k)$ den geschätzten Zustand und $y(k)$ den gemessenen Prozessausgang zum Zeitpunkt k . K_{ob} stellt die Verstärkung des Beobachters dar. Der Zustandsvorhersage wird somit ein Proportionalglied hinzugefügt, welches den Fehler zwischen Schätzung und Messung $e_x(k) = x(k) - \tilde{x}(k)$ zu Null regelt.

Um die Verstärkung K_{ob} zu bestimmen, wird die Definition des Fehlers e_x eingeführt:

$$\begin{aligned} e_x(k+1) &= x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \\ &= A_d x(k) + B_d u(k) - (A_d \tilde{x}(k) + B_d u(k) + K_{ob} \cdot (C_d x(k) - C_d \tilde{x}(k))) \\ &= (A_d - K_{ob} C_d) \cdot e_x(k) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Diese kann auf beliebige Zeitpunkte unter Kenntnis des Initialzustands erweitert werden:

$$e_x(k) = (A_d - K_{ob}C_d)^k \cdot e_x(0) \quad (3.58)$$

Gleichung 3.58 zeigt, dass der Term $(A_d - K_{ob}C_d)$ die Konvergenz des Schätzfehlers e_x beeinflusst und somit über die Beobacherverstärkung K_{ob} manipuliert werden kann [25].

In Bezug auf die Regelung einer PMSM ist es notwendig, neben den Phasenströmen auch die Position und damit die Drehzahl zum gegenwärtigen Zeitpunkt zu kennen. Weiterhin sind die Messungen aufgrund von Messrauschen mit Unsicherheiten verknüpft und der Ausgangszustand ist meist nicht bekannt. Hier zeigt sich das Potential eines Beobachters, mit dessen Hilfe so zum Beispiel eine sensorlose Regelung realisiert werden kann.

In der vorangegangenen mathematischen Beschreibung des Beobachters wurde ein lineares Modell vorausgesetzt. Da das Zustandsraummodell einer PMSM jedoch nicht linear ist und eine Entkopplung entsprechend Kapitel 2.4.2 nicht beobachtbar ist, muss hier auf ein komplexeres Verfahren zurückgegriffen werden. Eine Entkopplung führt zur Eliminierung der Drehzahl aus der Stromdynamik und kann daher nicht auf die gemessenen Ströme zurückgeführt werden.

3.1.4.1 Extended Kalman-Filter

Der Extended Kalman Filter (EKF) stellt eine Lösungsvariante des genannten komplexeren Verfahrens dar. Dieser basiert auf dem linearen Kalman-Filter, wobei das nichtlineare Modell um den betrachteten Punkt linearisiert wird. Die Linearisierung kann dabei numerisch oder über die Jacobimatrix des Modells erfolgen. Aufgrund des erhöhten Rechenaufwands sollte jedoch die Jacobimatrix verwendet werden, sofern diese zu bestimmen ist.

Für Modelle mit starken Nichtlinearitäten, bei denen die Linearisierung des EKF zu ungenau ist, kann alternativ ein Unscented Kalman-Filter (UKF) verwendet werden.

Um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen, sind im Folgenden nur die wesentlichen Bestandteile des EKF dargestellt.

Als Grundlage für den EKF dient das nichtlineare Zustandsmodell:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (3.59)$$

$$y(t) = h(x(t), t) \quad (3.60)$$

Die Funktionen f und h beschreiben das nichtlineare Modell, wobei sowohl System- als auch Prozessrauschen vernachlässigt wurden. Weiterhin sind die Jacobimatrizen wie folgt definiert:

$$F(x(t), t) = \frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial x} \quad (3.61)$$

$$H(x(t), t) = \frac{\partial h(x(t), t)}{\partial x} \quad (3.62)$$

Im Sinne der Übersichtlichkeit, wird im Folgenden der Zeitpunkt als zusätzlicher Funktionsparameter weggelassen. Somit wird $F(x(t), t)$ zu $F(x(t))$.

Der EKF beschreibt ein stochastisches, rekursives Verfahren in diskreten Zeitschritten, welches in zwei Hauptvorgänge unterteilt wird. Der erste Vorgang umfasst die Vorhersage des Zustands $\tilde{x}^-(k)$ sowie dessen Kovarianzmatrix $\tilde{P}^-(k)$. Diese werden unter Einbezug des vorherigen Zustands $\tilde{x}(k-1)$, dessen Kovarianzmatrix $\tilde{P}(k-1)$ und der Stellgröße $u(k-1)$ ermittelt. Das Minus im Exponenten impliziert den Vorhersageschritt. Für den Prädiktionsvorgang gilt:

$$\tilde{x}^-(k) = \tilde{x}(k-1) + T_s \cdot f(\tilde{x}(k-1), u(k-1)) \quad (3.63)$$

$$\tilde{P}^-(k) = F(\tilde{x}(k-1))\tilde{P}(k-1)F(\tilde{x}(k-1))^T + Q \quad (3.64)$$

Q stellt die Kovarianzmatrix des Prozessrauschens dar.

Im zweiten Schritt folgt die Korrektur der Vorhersage anhand der Messungen. Hierzu wird zunächst die Kalman-Verstärkungsmatrix $K_{ob}(k)$, also die Beobachterverstärkung, bestimmt. Mithilfe dieser Matrix wird die Zustandsvorhersage sowie dessen Kovarianzmatrix korrigiert. Für den Korrekturvorgang gilt:

$$K_{ob}(k) = \tilde{P}^-(k)H(\tilde{x}^-(k))^T(H(\tilde{x}^-(k))\tilde{P}^-(k)H(\tilde{x}^-(k))^T + R)^{-1} \quad (3.65)$$

$$\tilde{x}(k) = \tilde{x}^-(k) + K_{ob}(k) \cdot (y(k) - h(\tilde{x}^-(k))) \quad (3.66)$$

$$\tilde{P}(k) = \tilde{P}^-(k) - K_{ob}(k)H(\tilde{x}^-(k))\tilde{P}^-(k) \quad (3.67)$$

R beschreibt die Kovarianzmatrix des Messrauschens.

Über die Spezifikation der Matrizen Q und R kann bekanntes Rauschen direkt in die Zustandsvorhersage eingebunden werden. Weiterhin ermöglicht der EKF eine Online-Filterung von Störungen und Parameterabweichungen.

Mit der Fehler-Kovarianzmatrix P wird der initiale Fehler definiert. Somit können dessen Elemente bei exakter Kenntnis über den Ausgangszustand zu Null gesetzt werden.

Ein Nachteil des EKF ist allerdings die damit verbundene hohe Rechenlast [27], [28], [25].

4 Simulation

In diesem Kapitel wird die Simulation einer MPC-Regelung basierend auf der in Kapitel 3 behandelten Theorie beschrieben und ausgewertet. Ziel dieser Simulation ist es, die Lauffähigkeit der Regelung zu validieren, sodass diese auf der Hardware implementiert und verifiziert werden kann. Sie wird somit auf die folgenden Eigenschaften geprüft:

- Ausnutzung des Feldschwächebereichs (M - n -Kennlinie)
- Dynamik und Störverhalten der Stromregelung
- Dynamik und Störverhalten der Drehzahlregelung
- Einhaltung der Systemgrenzen

Die Simulation wird in Matlab[®]/Simulink[®] (Version R2022b) modelliert und simuliert. Dabei wird auf Beispielmotive aus der Bibliothek *Motor Control Blockset* zurückgegriffen, um das Antriebssystem möglichst realistisch zu modellieren sowie eine spätere Implementierung auf einem Mikrocontroller zu gewährleisten.

4.1 Simulationsaufbau

In dieser Arbeit soll eine MPC-Drehzahlregelung unter Verwendung des Feldschwächebereichs und einer Vorsteuerung zur Entkopplung der Stromkomponenten implementiert werden. Dazu wird die in Abbildung 4.1 gezeigte Kaskadenstruktur als Grundlage verwendet. Um eine intuitivere Darstellung zu bieten, erfolgt die Simulation im SI-System.

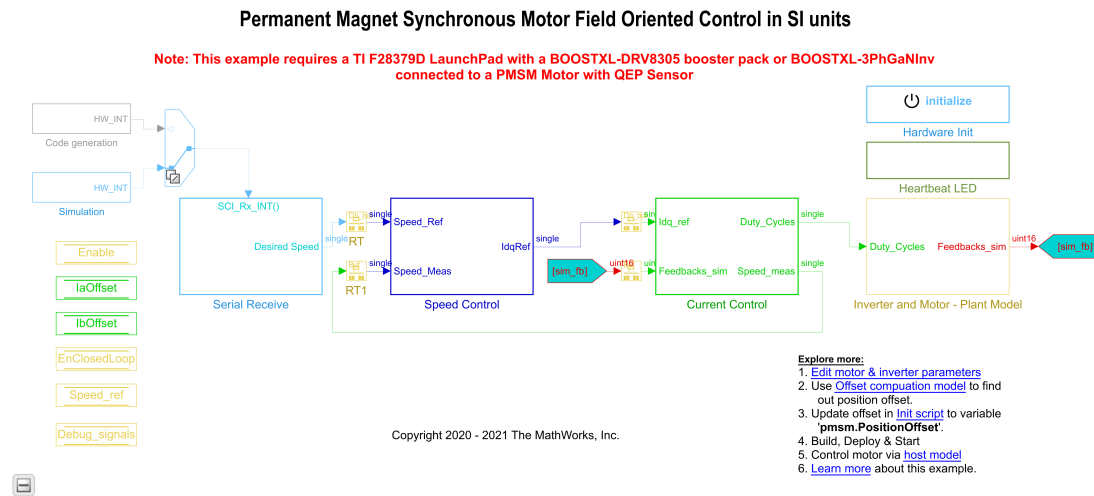


Abbildung 4.1: Simulationsmodell

Dieses Modell besteht aus den vier Hauptelementen *Serial Receive*, *Speed Control*, *Current Control* sowie *Plant Model*, wobei die Regelung ausschließlich aus den Reglern *Speed Control* und *Current Control* besteht.

Hierbei dient *Serial Receive* zur Drehzahlvorgabe. Beim Simulieren wird dort der Drehzahlverlauf vorgegeben, während bei der Implementierung auf einem Mikrocontroller dort die Drehzahlvorgabe über die UART-Schnittstelle konfiguriert und verarbeitet wird.

Das Subsystem *Plant Model* simuliert die Strecke bzw. den Antriebsstrang, welcher aus einem Umrichter, der AFPMSM mit den zugehörigen Motorparametern sowie den Messgliedern besteht.

Die Kernelemente der Kaskadenregelung stellen der Drehzahlregler (*Speed Control*) sowie der Stromregler (*Current Control*) dar. Diese beinhalten die Strom-Sollwertvorgabe entsprechend Kapitel 2.4.3 sowie die in Kapitel 3 dargestellte MPC-Regelung und werden im Folgenden näher erläutert.

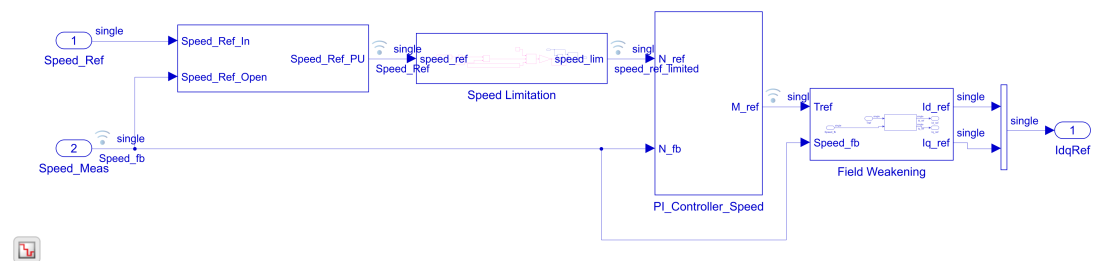


Abbildung 4.2: Drehzahlregler (*Speed Control*)

Abbildung 4.2 zeigt die Struktur des Drehzahlreglers. Das unbenannte Subsystem ist für das Open-Loop-Anlaufverfahren zuständig, indem die gemessene Drehzahl als Referenzwert übergeben wird. Dieses Anlaufverfahren ist notwendig, um die Drehzahlmessung zu kalibrieren.

Entsprechend Kapitel 2.4.3.1 Abschnitt „Feldschwächebereich“ ist die maximal zu erreichende Drehzahl sowohl von dem maximalen Strom als auch von der maximalen Spannung abhängig. Die in der Abbildung zu erkennende Drehzahlbegrenzung (*Speed Limitation*) gewährleistet, dass diese nicht überschritten werden kann.

Die Differenz zwischen der begrenzten Solldrehzahl und der gemessenen Drehzahl wird mit Hilfe eines PI-Reglers in ein Drehmoment umgewandelt und gemäß der in Kapitel 2.4.3.1 vorgestellten Regelstrategie in zugehörige Stromkomponenten übersetzt. Der Ausgang des PI-Reglers wird dabei mit dem maximalen Drehmoment saturiert und über ein Anti-Windup-Verfahren rückgeführt.

Die ermittelten Referenzstromkomponenten werden zusammen mit dem Feedback-Strom sowie dem Positionsfeedback an den Stromregler geleitet. Das Feedback muss entsprechend skaliert werden, sodass die ADC-Werte der Ströme sowie die Werte des Positionssensors in die notwendigen Einheiten überführt und die Drehzahl bestimmt werden kann. Abbildung 4.3 zeigt die Closed-Loop-Regelstruktur des Stromreglers.

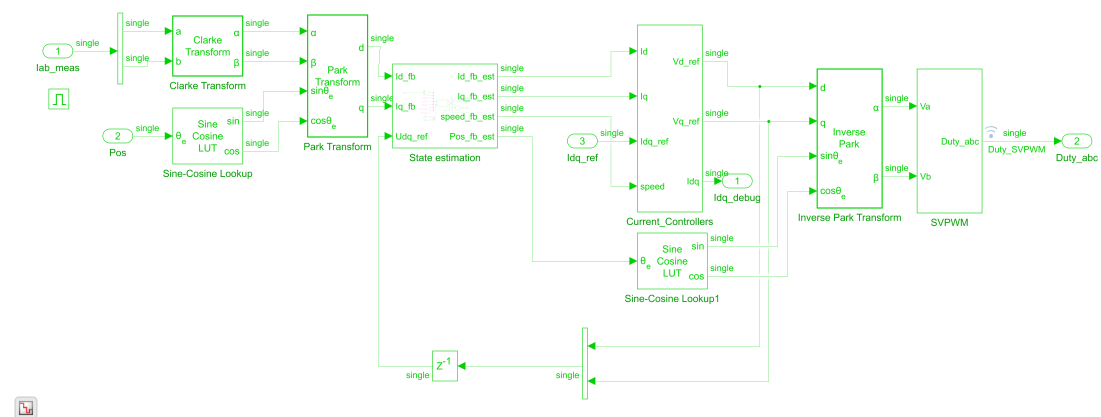


Abbildung 4.3: Stromregler

Hier werden die gemessenen Ströme mit Hilfe der ermittelten Position des Sensors in das d - q -Koordinatensystem überführt und als gemessener Prozessausgang dem EKF übergeben. Dieser erhält weiterhin die vorherigen Stellgrößen als Eingangsgröße und schätzt die Zustandsvariablen d -Strom, q -Strom, Drehzahl sowie Position.

Der EKF wird verwendet, um die Messverzögerung sowie das Messrauschen und die Parameterabweichungen zu kompensieren, da die MPC auf einen möglichst präzisen Zustand angewiesen ist. Die geschätzte Position könnte anstelle der ermittelten Position zur Park-Transformation genutzt werden, um so eine sensorlose Regelung zu realisieren. Dies erfordert jedoch weitere Analysen, z. B. zur Stabilität, und ist daher nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Ausgehend von der Zustandsschätzung (*State Estimation*) folgt der MPC-Algorithmus inklusive Vorsteuerung (*Current Controllers*), welche die nächste Stellgröße nach Kapitel 3 bestimmt (siehe Abbildung 4.4). Anschließend werden die Komponenten der Stellgröße in das α - β -Koordinatensystem transformiert und mittels SVPWM Ansteuersignale für den Wechselrichter erzeugt.

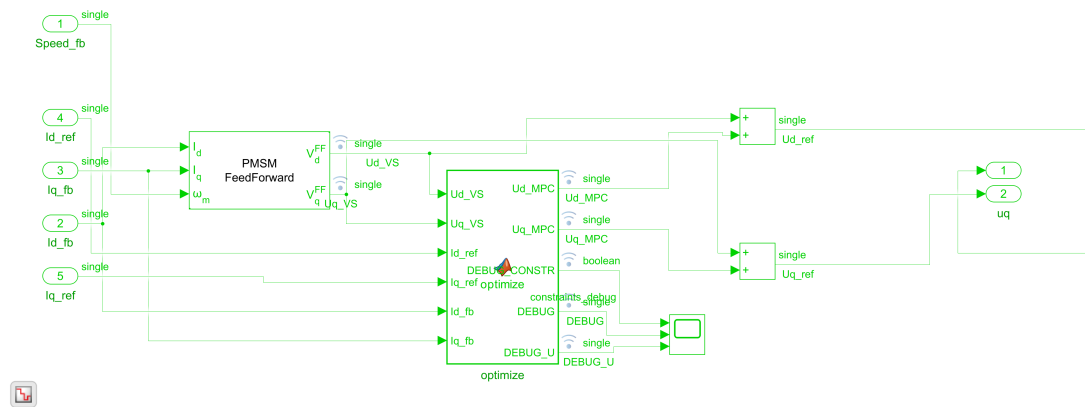


Abbildung 4.4: MPC-Controller

4.2 Simulationsergebnisse

Die nachfolgend dargestellten Ergebnisse basieren auf dem in Kapitel 5.1 aufgeführten Antriebssystem. Dabei werden die entsprechenden Parametrierungen des Umrichters sowie des Motors in die zugehörigen Simulationsbausteine eingefügt.

Die zu prüfenden Eigenschaften der MPC-Regelung werden in diesem Kapitel sukzessiv aufgeführt. Zunächst wird, unabhängig von der Regeldynamik, die Ausschöpfung des Feldschwächebereichs anhand der M - n -Kennlinie dargelegt. Es folgen zwei Abbildungen, welche die Dynamik und das Störverhalten der Strom- bzw. Drehzahlregelung zeigen.

Beide Abbildungen enthalten dabei zusätzlich die auf den Umrichter geschalteten Spannungsgrößen, sodass die Einhaltung der Systemgrenzen analysiert werden kann.

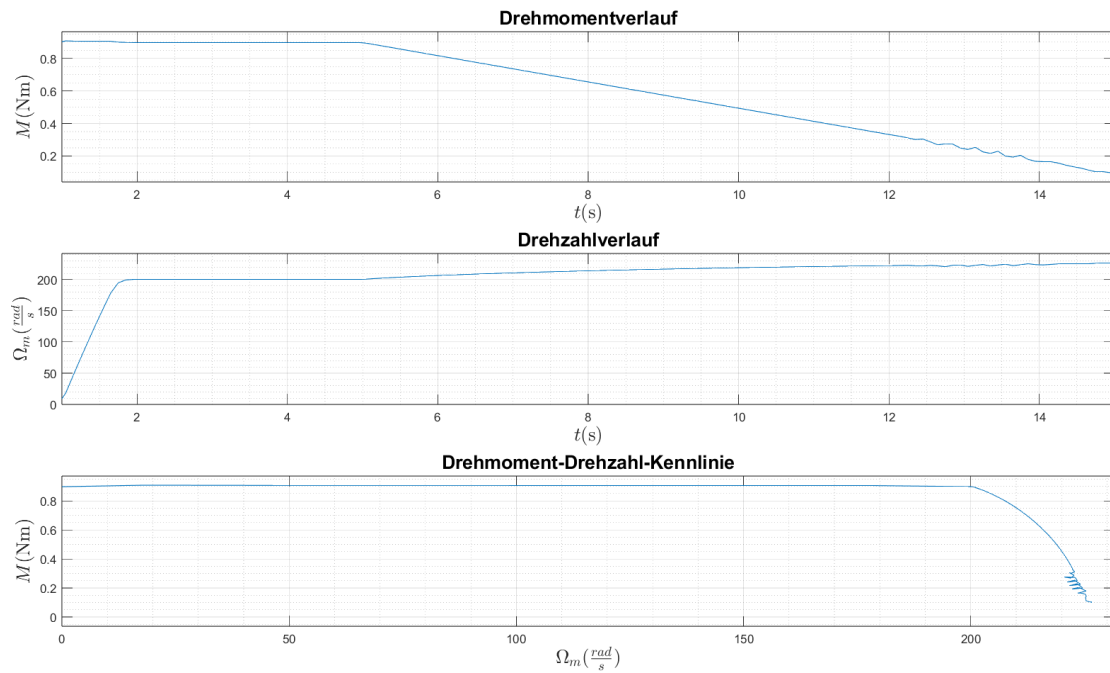


Abbildung 4.5: Simulationsergebnisse - Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

4 Simulation

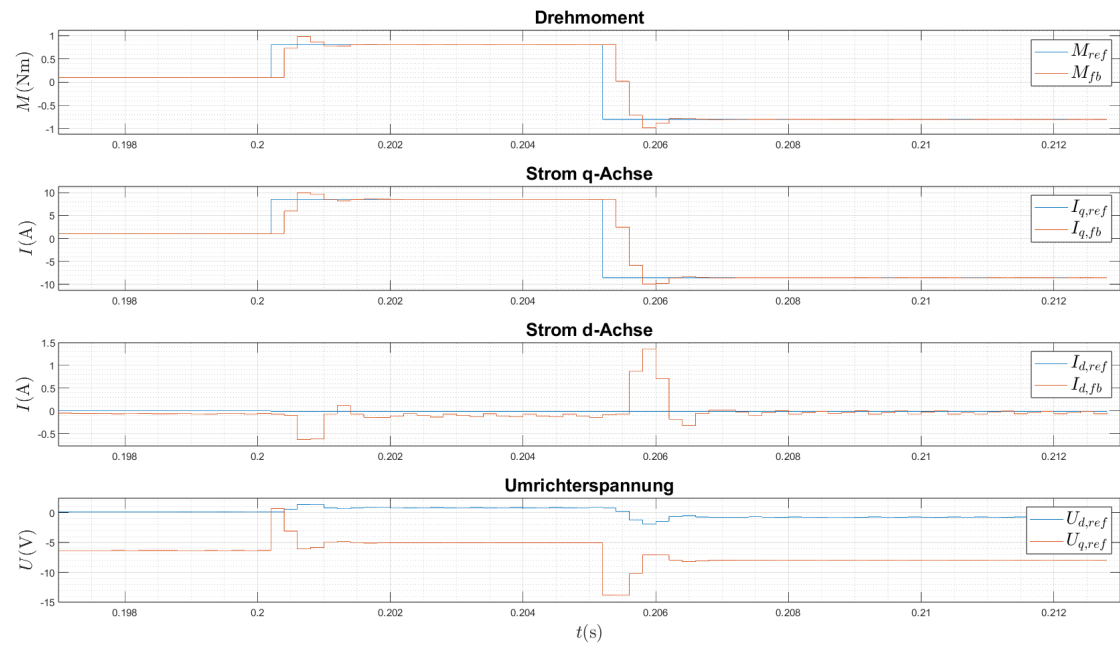


Abbildung 4.6: Simulationsergebnisse - Drehmomentsprung ($0,1 \text{ Nm} \rightarrow 0,8 \text{ Nm}$) bei $t = 200,2 \text{ ms}$, Drehmoment-Reversivsprung ($0,8 \text{ Nm} \rightarrow -0,8 \text{ Nm}$) bei $t = 205,2 \text{ ms}$

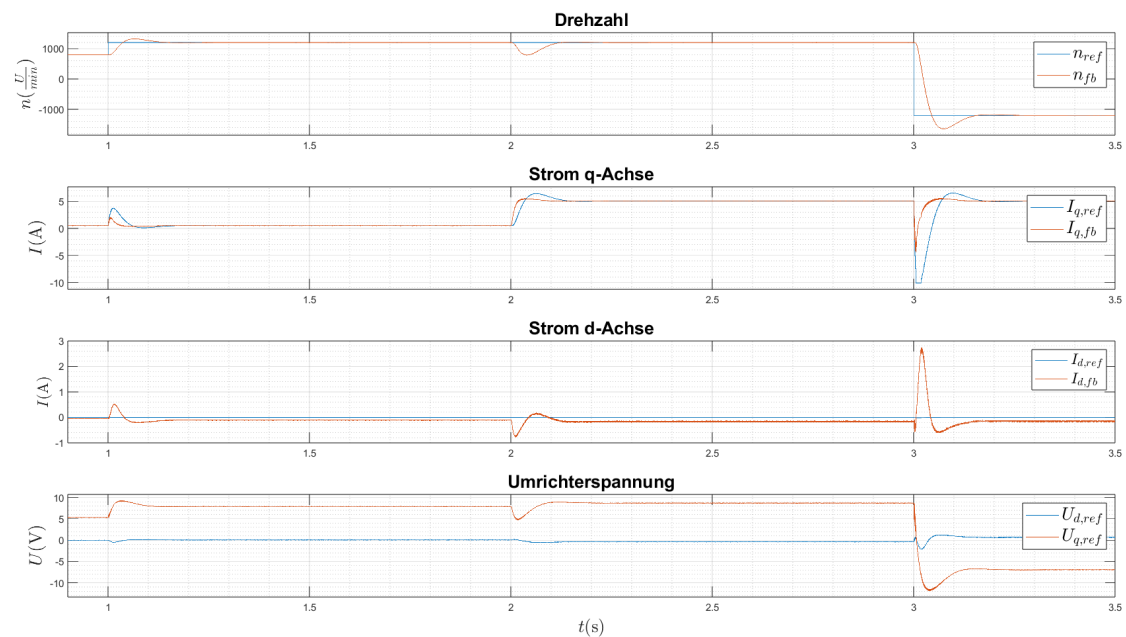


Abbildung 4.7: Simulationsergebnisse - Drehzahlsprung ($800 \frac{U}{min} \rightarrow 1200 \frac{U}{min}$) bei $t = 1$ s, Drehmomentsprung ($0,05 \text{ Nm} \rightarrow 0,5 \text{ Nm}$) bei $t = 2$ s, Drehzahl-Reversivsprung ($1200 \frac{U}{min} \rightarrow -1200 \frac{U}{min}$) bei $t = 3$ s

4.3 Auswertung

Abbildung 4.5 zeigt die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie des zugrundeliegenden Systems sowie den Drehmoment- und Drehzahlverlauf, mit welchem die Arbeitspunkte dieser Kennlinie konstruiert wurden. In der Simulation wurde das Lastmoment zunächst knapp unterhalb des Maximalmoments konstant gehalten und die Referenz-Drehzahl kontinuierlich bis zur maximalen Drehzahl erhöht ($0 \leq t \leq 5$ s). Das Lastmoment ist hierbei nicht auf den Maximalbetrag zu wählen, da entsprechend Gleichung 2.39 das elektrische Drehmoment M größer als die Summe aus dem anliegenden Reibungs- sowie Lastmoment sein muss, um die Drehzahl zu erhöhen und somit die Referenz-Drehzahl einzuregeln. Zur besseren Veranschaulichung wurde das Reibungsmoment vernachlässigt, sodass das Lastmoment dem gesamt anliegenden Moment entspricht.

Anschließend wurde die maximal zu erreichende Drehzahl (unter Einbezug des erweiterten Drehzahlbereichs mittels Feldschwächung) als Referenz festgesetzt und das Lastmoment schrittweise reduziert ($t > 5$ s).

Erwartungsgemäß wird das maximale Drehmoment bis zum Erreichen der mechanischen

Nenn Drehzahl $\Omega_{m,N} = 200 \frac{rad}{s}$ beibehalten, wobei höhere Drehzahlen ($\Omega_m > \Omega_{m,N}$) auf Kosten eines reduzierten Drehmoments möglich sind. Zudem entspricht die maximale Drehzahl $\Omega_{m,max}$ der nach Gleichung 2.71 zu erwartenden Drehzahl von

$$\Omega_{m,max} = \frac{\omega_{e,max}}{p} = \frac{U_{FA}}{\Psi_{PM} - L_d I_{1,max}} \cdot \frac{1}{p} = 225 \frac{rad}{s} \quad (4.1)$$

Aus Abbildung 4.5 ist allerdings eine atypische Form der M - n -Kennlinie zu erkennen. Der erweiterte Drehzahlbereich wird üblicherweise durch eine Funktion der Form $f(x) = e^{-x}$ dargestellt (siehe Abbildung A.4), während hier eine Funktion der Form $f(x) = -e^x$ abgebildet ist. Dieses Verhalten ist jedoch nicht untypisch, da der Betrag von L_d innerhalb des Per-Unit-Systems den Verlauf der Kurve beeinflusst [29].

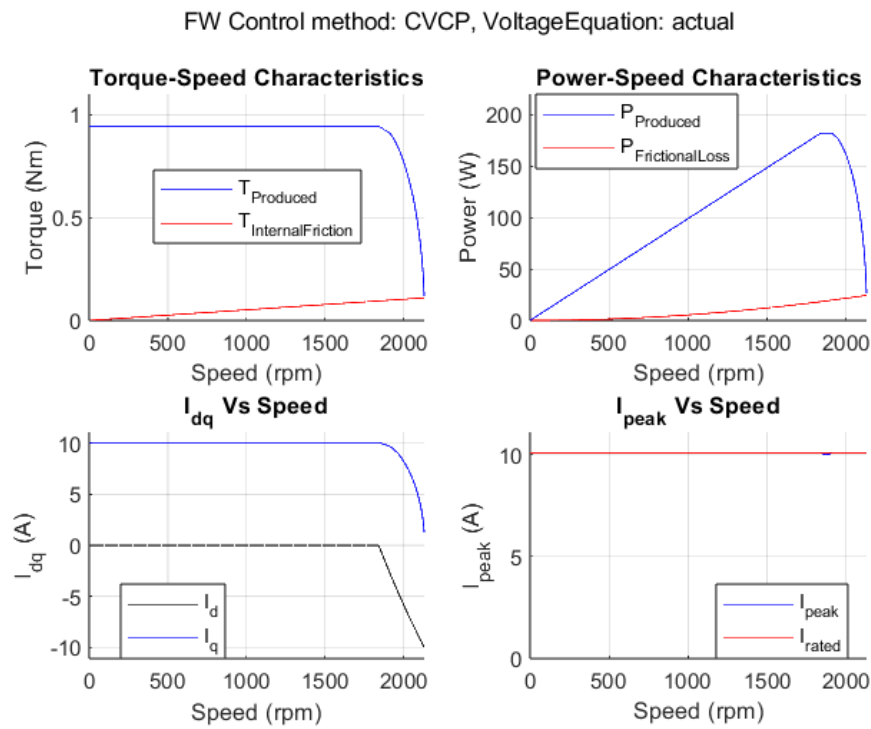
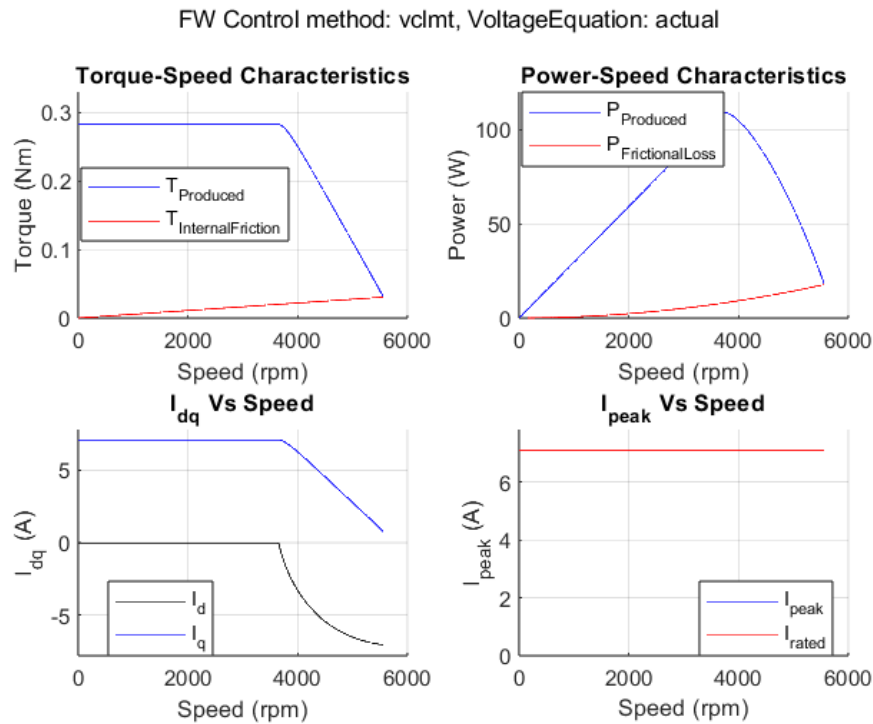


Abbildung 4.8: Charakteristik Antriebssystem $L_d = 0, 205$ pu

Abbildung 4.9: Charakteristik Antriebssystem $L_d = 0, 363$ pu

Aus den Abbildungen 4.8 und 4.9 ist die Abhängigkeit der Antriebscharakteristik von L_d zu erkennen. Abbildung 4.8 stellt das in dieser Arbeit verwendete Antriebssystem dar und verifiziert somit die erfasste Form der M - n -Kennlinie.

Weiterhin auffällig sind die Schwankungen der Kennlinie in niederen Drehmomentbereichen. Diese resultieren aufgrund einer Mittelwertbildung der Messwerte, da es in diesen Arealen oszilliert. Als Ursache dieser Oszillationen wurde der PI-Drehzahl-Regler identifiziert, da im Feldschwächungsbereich geringe Variationen des Drehmoments starke Auswirkungen auf die resultierende Drehzahl mit sich bringen und somit dort die Reglerauslegung ungünstig ist. Um diesem Verhalten entgegenzuwirken, könnte ein adaptiver Entwurf des PI-Reglers realisiert werden, sodass in den jeweiligen Bereichen unterschiedliche Parameter und damit unterschiedliche Regeldynamiken wirken. Da die Funktionalität der Feldschwächung jedoch trotz der Oszillationen verifiziert ist, erfolgte keine Implementierung eines derartigen Regelkonzepts.

Für eine geeignete Analyse des Stromreglers wurde der Simulationsaufbau in eine Drehmomentregelung umfunktioniert, indem die Drehmomentvorgabe des PI-Drehzahlreglers

durch einen Sollmomentverlauf ersetzt wurde. Zusätzlich wurde die Drehzahl der Simulationsmaschine fixiert, sodass ein Sprung des Solldrehmoments mit einem Sprung des Referenzstroms einhergeht.

Abbildung 4.6 zeigt das Regelverhalten der MPC-Regelung anhand des Drehmoments sowie der Strom- und Spannungskomponenten für eine Kombination aus Sprung und reversiblen Sprung des Drehmoments. Dort ist zu erkennen, dass das System einen Sollwertsprung innerhalb einer endlichen Zeit von sieben Abtastperioden ausregelt und dabei einen kurzen Überschwinger von 22,2 % aufweist. Auch bei einem Übergang von motorischem zu generatorischem Betrieb mittels eines reversiblen Sprungs wird innerhalb von acht Abtastzeiten eine endliche Regeldifferenz erreicht. Der Überschwinger beträgt hierbei 22,6 %. Des Weiteren ist aus Abbildung 4.6 ersichtlich, dass die Systemgrenzen eingehalten werden, da weder eine Überschreitung des maximalen Stroms von 10,1 A noch der maximalen Spannung von 13,86 V erfolgt.

Im Rahmen der Untersuchungen zur Stromregelung wurde auch die Drehzahlregelung analysiert. Für die in Abbildung 4.7 dargestellten Simulationsergebnisse wurden ein einfacher und reversibler Sprung der Solldrehzahl unter Last sowie eine Systemantwort eines Störmoments aufgezeichnet. Das System reagiert hierbei mit einer Einschwingzeit von 113,4 ms auf den Sollwertsprung, 183 ms auf das Störmoment sowie 248,4 ms auf den Betriebszustandswechsel und weist jeweils ein kurzes Überschwingen von 10 %, 34,5 % bzw. 37 % auf.

Auch in Abbildung 4.7 ist die Einhaltung der Systemgrenzen zu erkennen. Insbesondere in der q -Komponente des Stroms wird die Intervention der Beschränkungen beim Wechsel in den generatorischen Betrieb deutlich.

Die Analyse der Drehzahlregelung legt somit die Integrierbarkeit der MPC-Regelung anstelle von PI-Stromreglern in der klassischen Drehzahlregelstruktur dar.

Aus Abbildung 4.6 und 4.7 geht darüber hinaus eine Regelabweichung in dem d -Strom hervor. Diese resultiert aufgrund von Unsicherheiten im Beobachter und demzufolge einer abweichenden Positionsschätzung.

5 Experimentelle Validierung

In diesem Abschnitt soll die in Kapitel 4 beschriebene Simulation in ein reales Antriebssystem implementiert und die Regelung verifiziert sowie analysiert werden. Dazu wird in Kapitel 5.1 das vorliegende Antriebssystem beschrieben und mittels automatischer Codegenerierung entsprechend Kapitel 5.2 implementiert.

5.1 Systemdarstellung

Wie bereits in Kapitel 4 erwähnt, soll die ebenfalls in diesem Kapitel dargestellte Simulation auf einem Mikrocontroller implementiert und an einem realen Antriebssystem getestet werden. Der in dieser Arbeit verwendete Controller ist das LAUNCHXL-F28379D Development Kit von Texas Instruments. Dieser gehört zur C2000-Prozessorfamilie und ist ohne größeren Aufwand in Matlab[®]/Simulink[®] zu integrieren. Mithilfe des *Embedded Coder Support Package for Texas Instruments C2000 Processors* kann der erstellte Regelalgorithmus mittels automatischer Codegenerierung auf den Mikrocontroller geladen und zur Laufzeit mit Matlab[®]/Simulink[®] kommuniziert werden.

Die Beispielalgorithmen der Bibliothek *Motor Control Blockset* stellen einen weiteren Vorteil dar, da sie für diesen Controller inklusive kompatibler Hardware entwickelt wurden. Ein Beispiel dafür ist das BOOSTXL-DRV8305EVM Evaluation Module von Texas Instruments, welches in dieser Arbeit als Umrichter verwendet wird.

Der zu regelnde Antrieb umschreibt einen Radnabenantrieb bestehend aus einer permanentmagneterregten Axialfluss-Synchronmaschine (AFPMSM) inklusive vollständig integriertem Planetengetriebe des Herstellers Heinzmann. Die motorspezifischen Parameter sind in Tabelle 5.1 und der resultierende Maschinenprüfstand in Abbildung 5.1 und 5.2 dargestellt.

Tabelle 5.1: Maschinenparameter

Parameter	Wert
Modell	Heinzmann PMSG066RF-060-1-8
Getriebeübersetzung	8
Positionsfeedback	Resolver 2-polig
Nennleistung P	350 W
Nenn Drehmoment M	1,11 Nm
Nenn Drehzahl n	3000 $\frac{U}{min}$
Nennstrom I	10,1 A
Nennspannung U	31,6 V AC
Polpaarzahl p	5
Statorwiderstand R_1	0,1716 Ω
Induktivität der d -Achse L_d	0,16900 mH
Induktivität der q -Achse L_q	0,17066 mH
Trägheitsmoment J	31,62617 $Kg \cdot m^2$
Reibungskoeffizient b	$4,9240 \cdot 10^{-4} \frac{Nm}{rad \cdot sec}$
Gegenelektromotorische Kraft (Gegen-EMK) K_e	$11,31385 \frac{V}{1000 \frac{U}{min}}$
Drehmomentkonstante K_t	$0,27867 \frac{Nm}{A}$
Flussverketzung der Permanentmagnete Ψ_{PM}	0,0125 Wb

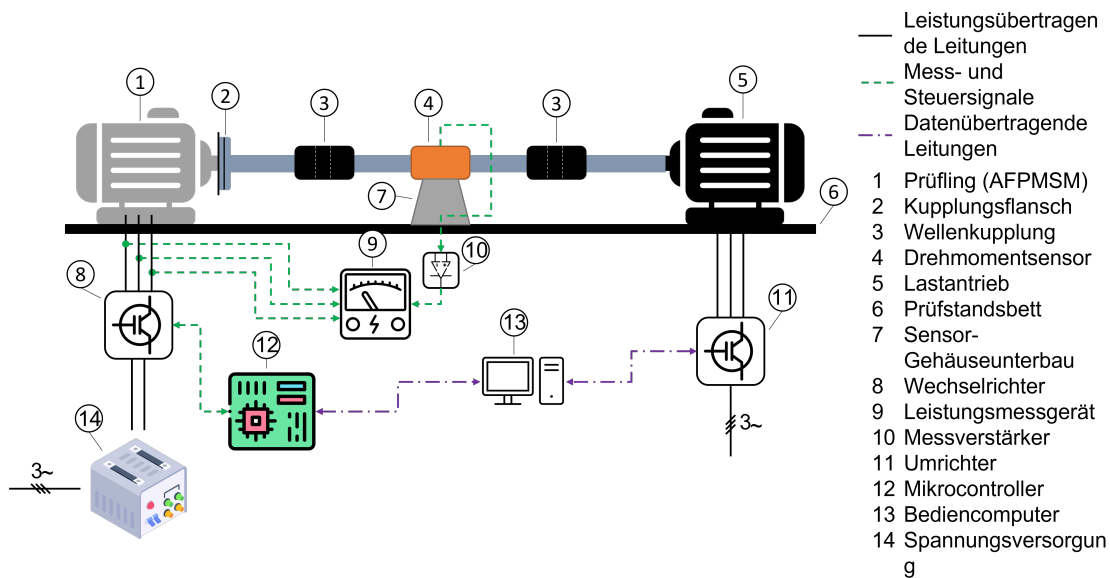


Abbildung 5.1: Systemdarstellung - Prüfstand [30]

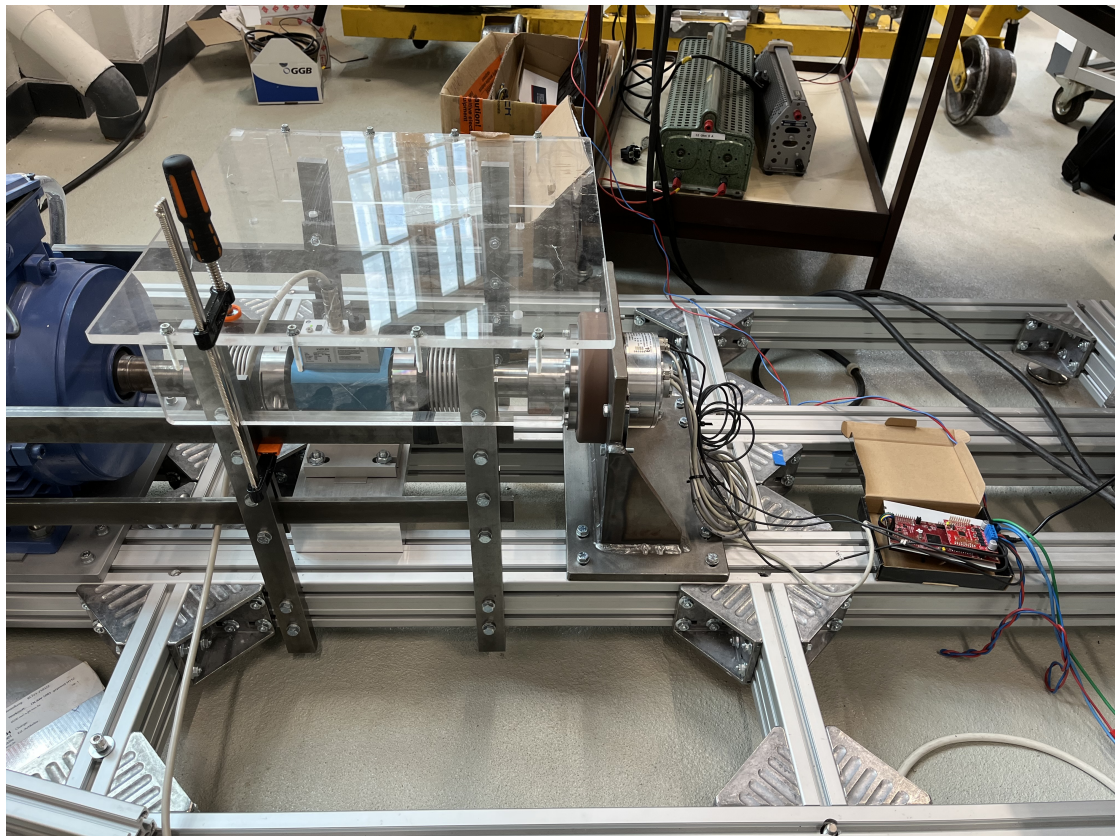


Abbildung 5.2: Systemdarstellung - implementierter Prüfstand

5.2 Implementierung

Da bereits bei der Entwicklung des Simulationsalgorithmus auf eine spätere Hardware-Implementierung geachtet wurde, erfolgte zunächst ein Versuch, diesen zu implementieren. Dies war jedoch aufgrund des begrenzten Speicherplatzes im Mikrocontroller in Verbindung mit dem speicherintensiven MPC-Algorithmus inklusive EKF nicht möglich. Somit wurde auf den Beispiyalgorithmus einer MPC-Regelung aus der Bibliothek *Motor Control Blockset* zurückgegriffen [23]. Dieser erlaubt allerdings keine Implementierung der in Kapitel 3.1.3.3 dargestellten dynamischen Nebenbedingung, da die hierzu notwendigen Rechenoperationen nicht in der verfügbaren Laufzeit ausgeführt werden können. Stattdessen erfolgt die Formulierung von Spannungs- und Strombeschränkungen über statische Polytope.

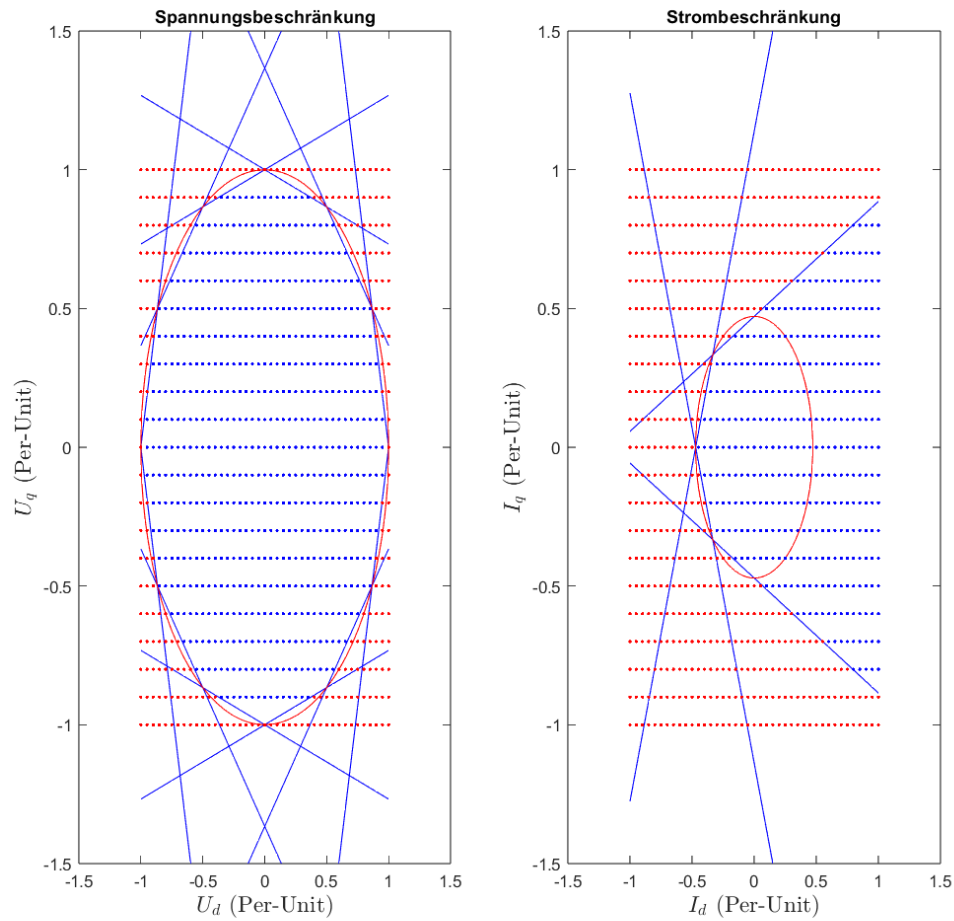


Abbildung 5.3: Systemgrenzen - Approximation durch Polytope

Abbildung 5.3 zeigt die in dieser Arbeit verwendeten Systemgrenzen. Aus Gründen der Laufzeitoptimierung ist nur der linke Halbkreis der Stromlimitierung approximiert, da ein positiver d -Strom über harte Grenzen nicht zugelassen wird. Der Beispiyalgorithmus unterscheidet zwischen weichen Grenzen, wie diesen Approximationen, und harten Grenzen, wie $U_{q,max} = 1$ pu.

Weitere Besonderheiten dieser Regelung sind der verwendete Beobachter und das Einheitsystem. Die Zustandsschätzung erfolgt mittels Kalman-Filter. Zudem wird das Per-Unit-System verwendet, da sich dies laufzeitoptimierend auswirkt.

Die Regelung wurde auf das in Kapitel 5.1 aufgeführte Antriebssystem angepasst sowie um einen Feldschwächealgorithmus entsprechend Kapitel 2.4.3.1 erweitert und implementiert.

5.3 Messergebnisse

In Kapitel 3 wurde bereits erwähnt, dass die Kostenfunktion entsprechend beliebiger Optimierungsziele formuliert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit lag der Fokus primär auf der Dynamik sowie dem Störverhalten. Die Amplituden der Stellgrößen dienten als sekundäres Gütemaß. Um die geeigneten Gewichte zu ermitteln, wurden Sprungantworten des Stromfeedbacks in der q -Achse verschiedener Gewichtungen aufgenommen und anschließend nach ausgewählten Gütekriterien verglichen. Dabei ist für die Komponenten der Prozessausgänge Y bzw. der Stellgrößen U jeweils derselbe Gewichtungsfaktor verwendet worden. Beispielsweise steht eine Gewichtung der Form $Y-1; U-0.5$ für eine Multiplikation der Regeldifferenz $W - \tilde{Y}$ mit dem Gewichtungsfaktor 1 und der Stellgröße U mit dem Gewichtungsfaktor 0,5.

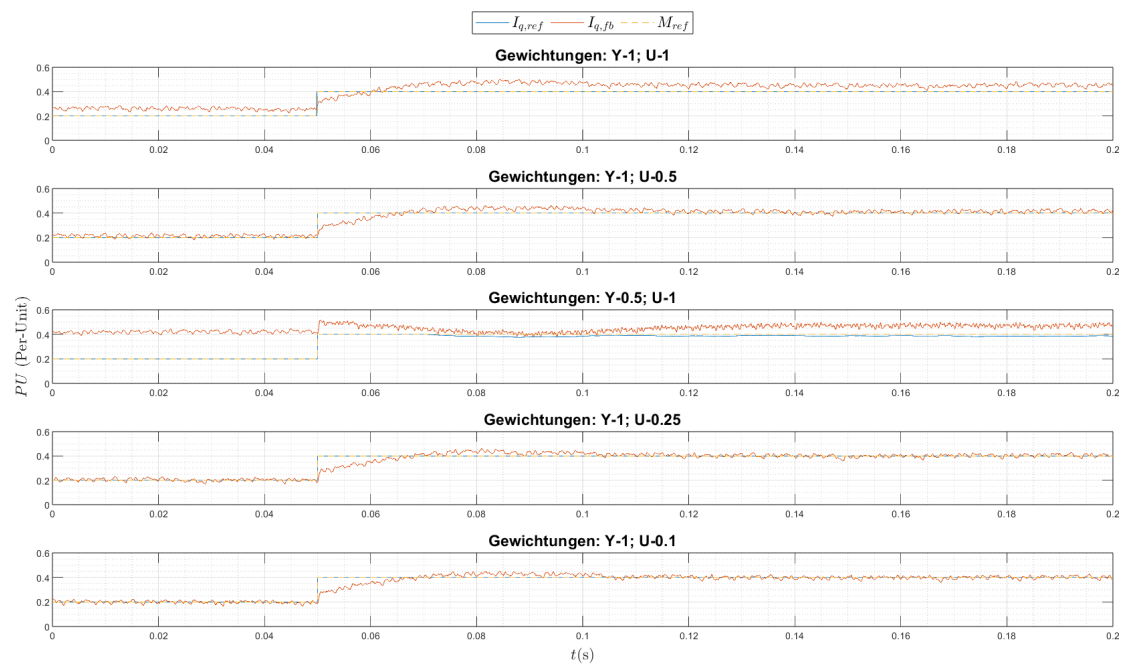


Abbildung 5.4: Messergebnisse - Sprungantworten des q -Stroms verschiedener Gewichtungen

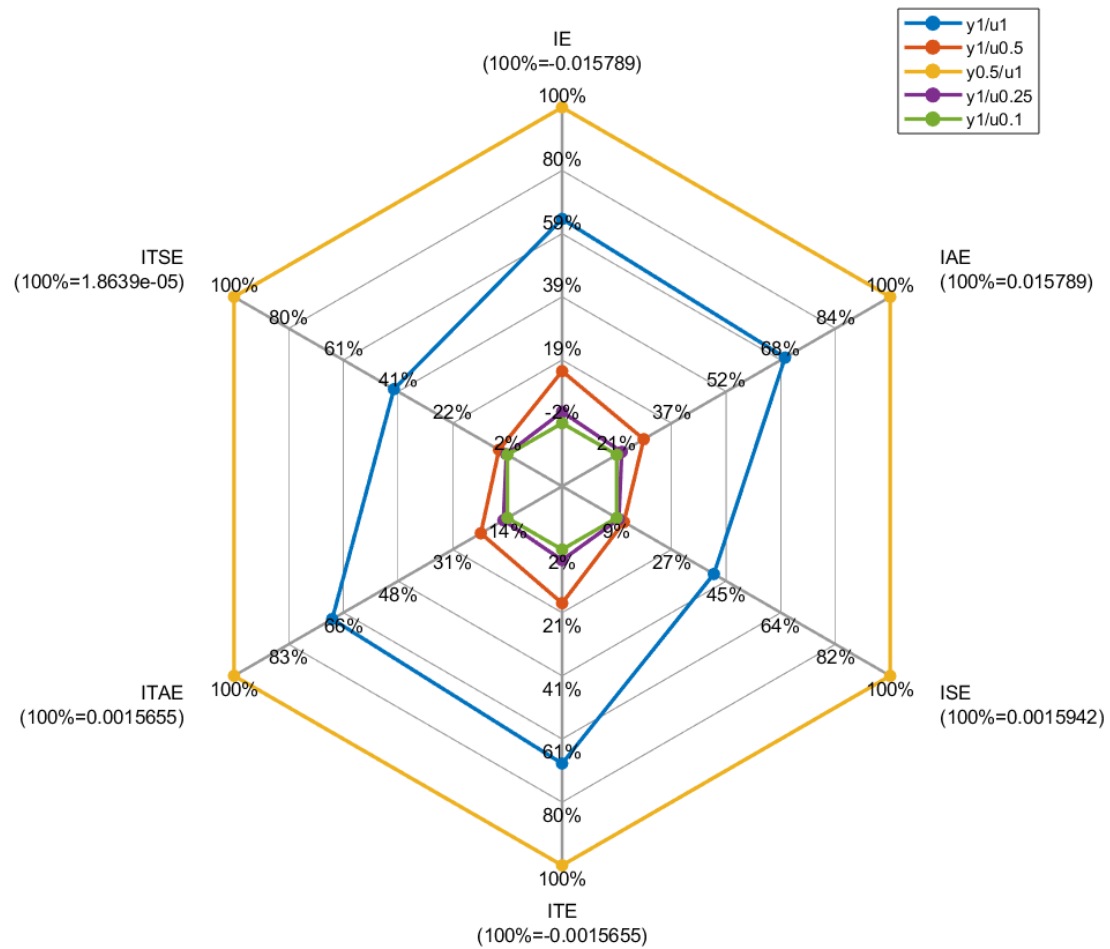


Abbildung 5.5: Messergebnisse - integrale Gütekriterien der Sprungantworten des q -Stroms verschiedener Gewichtungen

Zu Vergleichszwecken sind neben der MPC-Regelung mit den selektierten Gewichtungen zusätzlich ein PI- sowie ein zeitdiskreter modellgestützter Reglerentwurf mit definierter Polvorgabe vierter Ordnung (im Folgenden als modellgestützter Regler, kurz MGR, bezeichnet) implementiert worden. Von diesen Regelalgorithmen wurde jeweils ein einfacher sowie reversibler Sprung aufgenommen und anhand der Gütekriterien verglichen. Um dabei den Unterschied zwischen Messung und Simulation aufzuzeigen, fand eine Erweiterung des Gütevergleichs um Simulationsergebnisse der jeweiligen Regler statt.

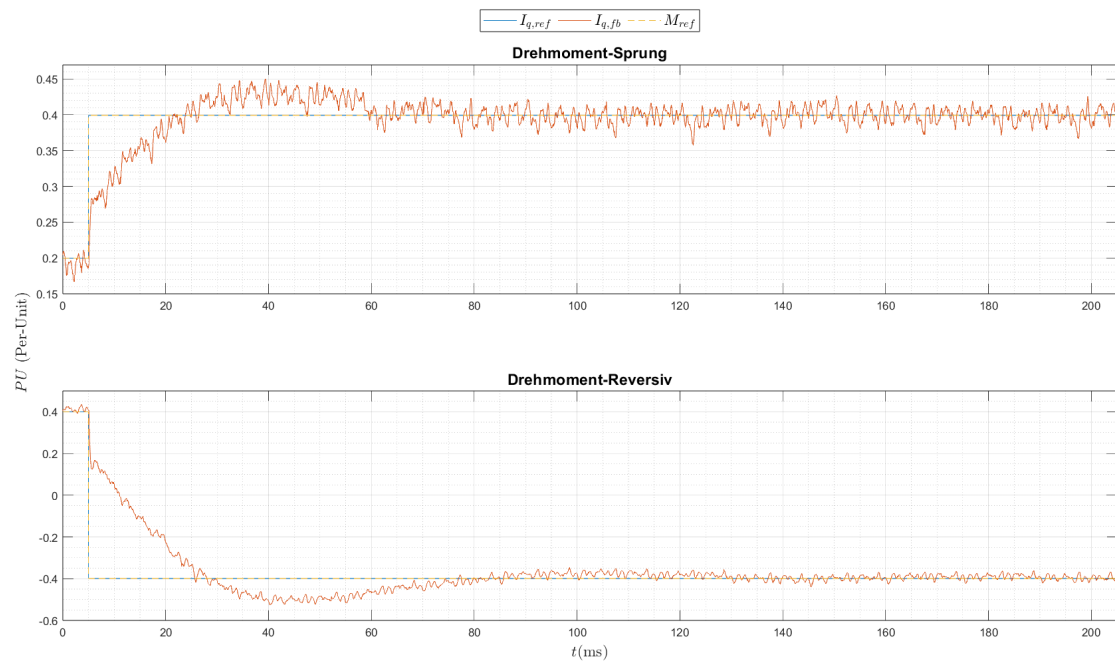


Abbildung 5.6: Messergebnisse - Systemantwort der MPC-Regelung bei einem Sprung sowie reversiblen Sprung

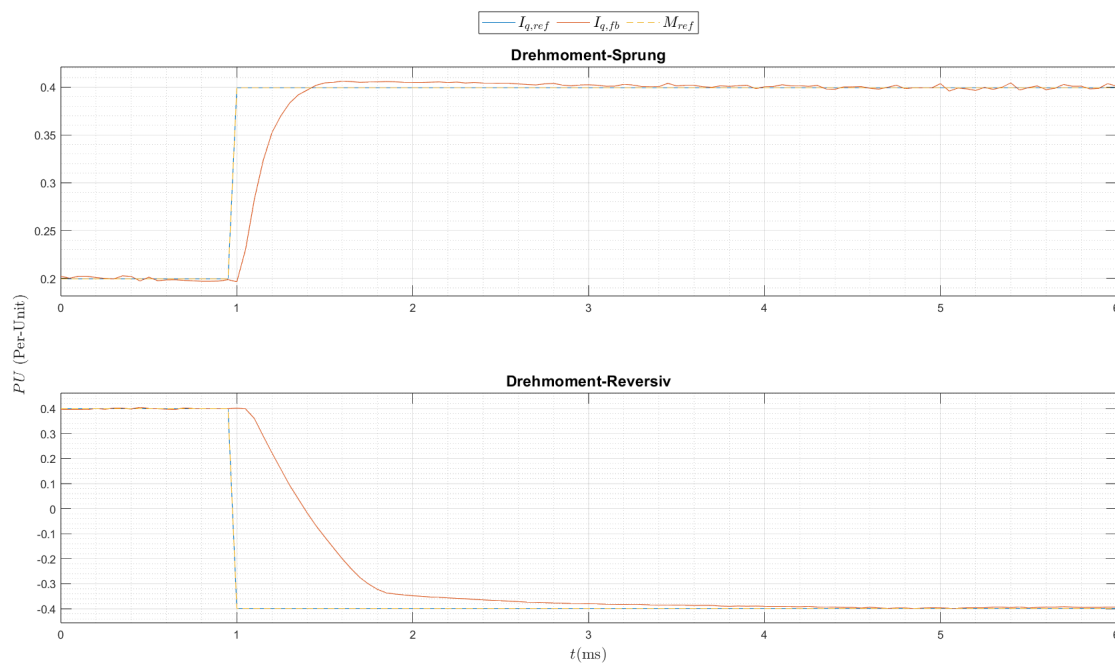


Abbildung 5.7: Messergebnisse - Systemantwort der PI-Regelung bei einem Sprung sowie reversiblen Sprung

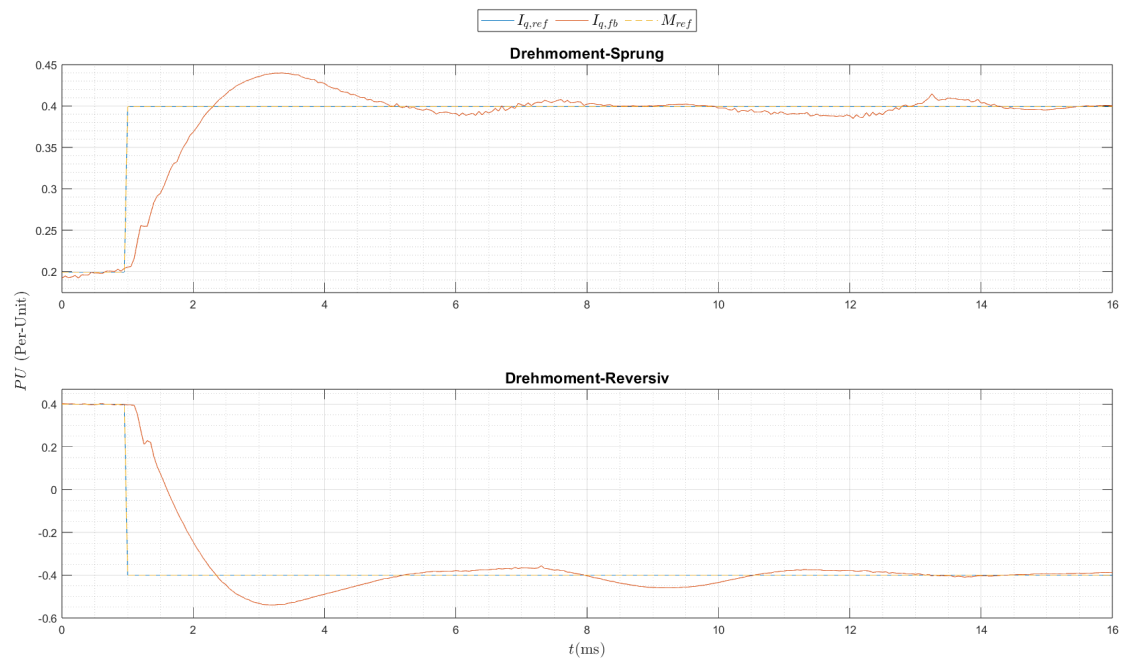


Abbildung 5.8: Messergebnisse - Systemantwort der modellgestützten Regelung bei einem Sprung sowie reversiblen Sprung

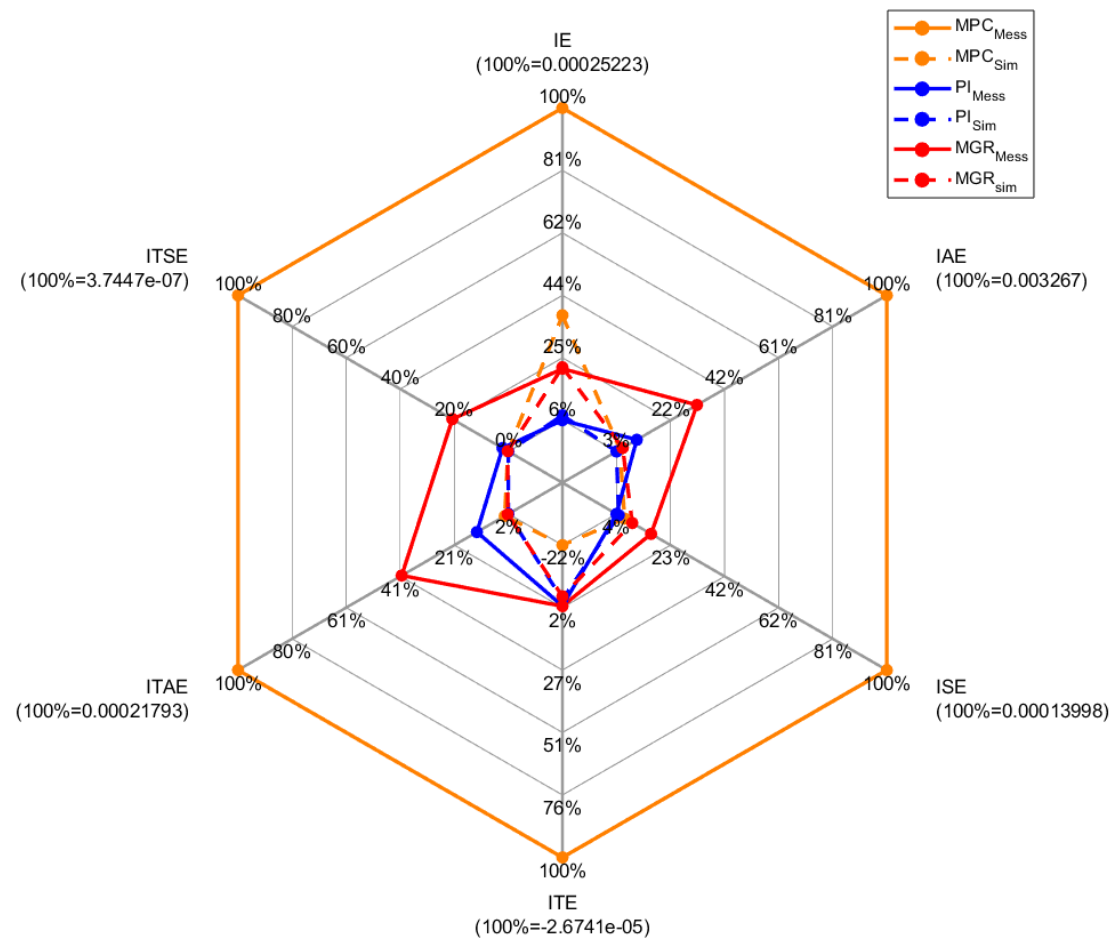


Abbildung 5.9: Messergebnisse - Vergleich nach integralen Gütekriterien zwischen MPC-, PI- und MGR-Regler in Messung und Simulation

Darüber hinaus wurde die Drehzahlregelung des MPC- und des PI-Verfahrens durch Erfassen eines einfachen und reversiblen Sprungs in der Solldrehzahl sowie eines konstanten Störmoments analysiert.

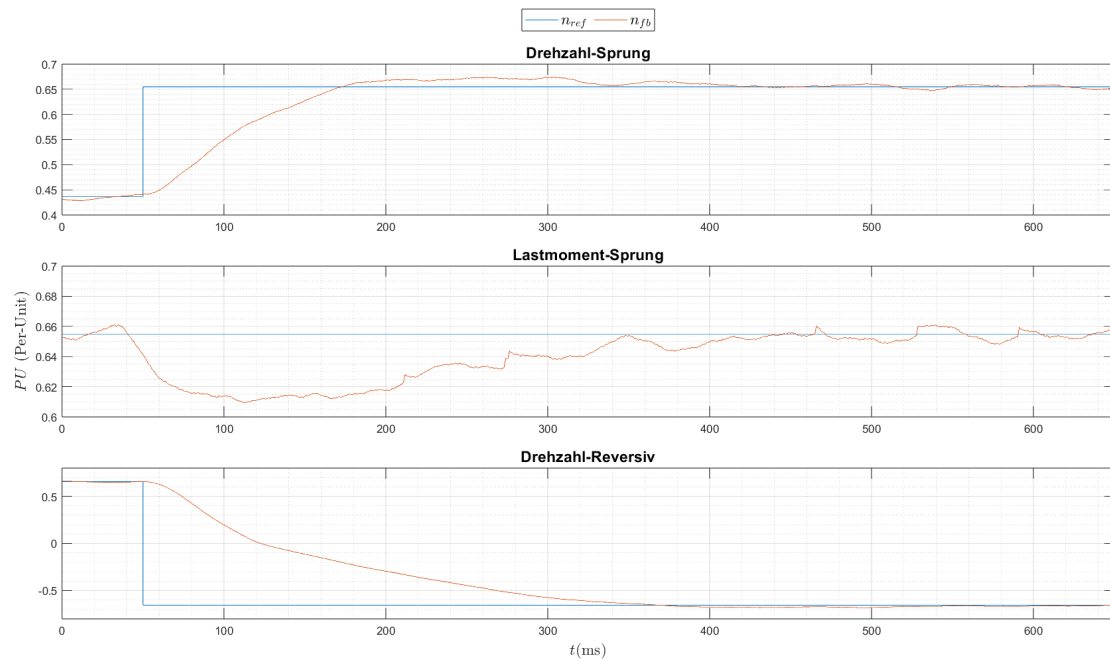


Abbildung 5.10: Messergebnisse - Systemantwort der MPC-Regelung bei einem Drehzahl-Sprung, Lastmoment-Sprung sowie reversiblen Drehzahl-Sprung

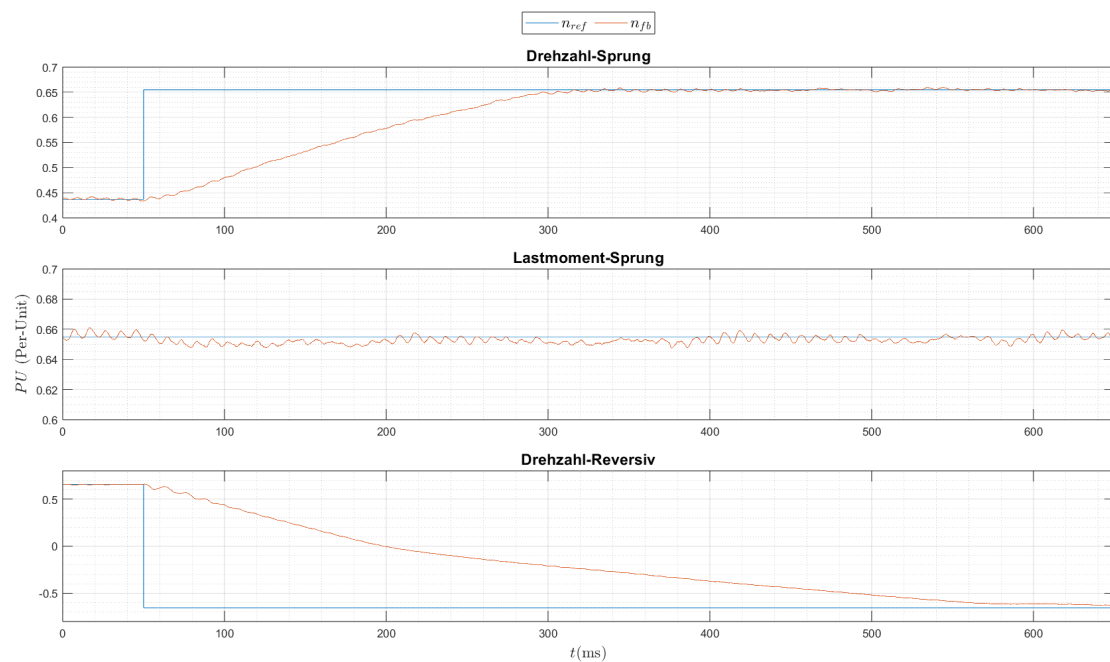


Abbildung 5.11: Messergebnisse - Systemantwort der PI-Regelung bei einem Drehzahl-Sprung, Lastmoment-Sprung sowie reversiblen Drehzahl-Sprung

Um ebenfalls den Feldschwächungsalgorithmus zu verifizieren, erfolgte die Messung und Dokumentation der Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie für die MPC- und PI-Regelung.

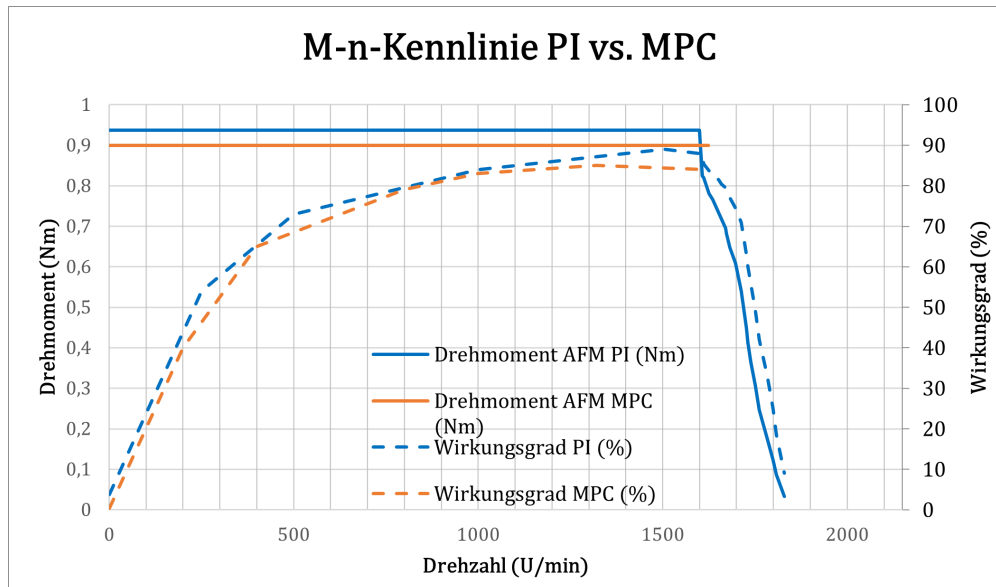


Abbildung 5.12: Messergebnisse - Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik von MPC- und PI-Regelung inklusive Wirkungsgrad

5.4 Auswertung

In Grafik 5.5 sind die nach den in Tabelle 5.2 aufgeführten integralen Gütekriterien bewerteten Sprungantworten verschiedener Gewichtungen als Netzdiagramm zusammengefasst. Dieses lässt auf eine vergleichsweise beste Gewichtung der Variante $Y - 1; U - 0.1$ schließen. Über die Kriterien IAE sowie ISE ist die höchste Dynamik bei den geringsten Überschwingungen zu erkennen. Weiterhin beschreibt der geringe Wert in den Kriterien ITAE und ITSE ein gutes Störverhalten bzw. wenig Schwankungen zu fortgeschrittenen Zeitpunkten. Gütekriterien wie IE und ITE sind aufgrund der Überschwinger nicht besonders aussagekräftig und werden daher nicht in die Bewertung miteinbezogen.

Erwartungsgemäß steigt die Regelgüte mit verminderter Gewichtung der Stellgrößenamplitude. Um somit die bestmögliche Dynamik sowie das bestmögliche Störverhalten zu erlangen, müssten die Stellgrößen mit dem Gewichtungsfaktor Null versehen werden. Da jedoch die Stellenergie als sekundäres Gütemaß gefordert ist, wurde für weitere Messungen eine Gewichtung von 10 % gewählt.

Tabelle 5.2: Integrale Gütekriterien [31]

Gütekriterium	Formel	Eigenschaft
Lineare Regelfläche/Integral of Error (IE)	$\int e(t) dt$	Nicht für überschwingende Regelverläufe geeignet, da Überschwinger fälschlicherweise die Güte verbessern
Betragslineare Regelfläche/Integral of Absolute Error (IAE)	$\int e(t) dt$	Auch für überschwingende Regelverläufe geeignet, allerdings kaum Aufschluss über Abweichungen trotz fortgeschrittener Zeit
Quadratische Regelfläche/Integral of Squared Error (ISE)	$\int e(t)^2 dt$	Wie IAE, allerdings mit stärkerer Gewichtung von großen Regelabweichungen
Zeitbeschwerte lineare Regelfläche/Integral of Time-multiplied Error (ITE)	$\int e(t) \cdot t dt$	Wie IE, allerdings mit stärkerer Gewichtung von Regelabweichungen zu fortgeschrittenen Zeitpunkten
Zeitbeschwerte betragslineare Regelfläche/Integral of Time-multiplied Absolute Error (ITAE)	$\int e(t) \cdot t dt$	Wie IAE, allerdings mit stärkerer Gewichtung von Regelabweichungen zu fortgeschrittenen Zeitpunkten
Zeitbeschwerte quadratische Regelfläche/Integral of Time-multiplied Squared Error (ITSE)	$\int e(t)^2 \cdot t dt$	Wie ISE, allerdings mit stärkerer Gewichtung von Regelabweichungen zu fortgeschrittenen Zeitpunkten

Beim Vergleich der Regelverläufe zwischen der MPC-Regelung und den Vergleichsreglern PI sowie MGR (Abbildung 5.9) fällt auf, dass die Simulationsergebnisse der verschiedenen Reglerentwürfe eine ähnliche Güte aufweisen. Lediglich die Kriterien IE sowie ITE weichen ab, werden jedoch aufgrund des überschwingenden Verhaltens nicht berücksichtigt. Theoretisch können die verschiedenen Entwürfe also substituiert werden, ohne dass sich Nachteile in Bezug auf die Dynamik oder das Störverhalten ergeben.

Besonders auffällig ist die Betrachtung der Messergebnisse an einem realen Antriebssystem. Während der auf PI-Gliedern basierende Entwurf vergleichsweise geringfügig von den Simulationsergebnissen abweicht, verschlechtert sich die Güte der modellgestützten und der MPC-Variante. Diese Tendenz verdeutlicht den Einfluss von Unsicherheiten in den Maschinenparametern, die zum einen nicht exakt bekannt und zum anderen vom Betriebspunkt abhängig sind.

Bei der MPC-Variante werden die Stellgrößen anhand eines auf diesen Parametern basierenden Modells ermittelt, wodurch das System und insbesondere die Dynamik sowie das Störverhalten stark von diesen Unsicherheiten beeinflusst werden. Der modellgestütz-

te Entwurf beschreibt ähnlich zum PI-Regler eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion, jedoch wurde bei der Auslegung das parameterabhängige Modell genutzt, um eine definierte Polvorgabe zu erzielen. Dadurch resultieren Abweichungen in der gewünschten Dynamik sowie der Polvorgabe, die jedoch im Gegensatz zum MPC-Entwurf deutlich weniger Einfluss auf die Güte haben. PI-Regler werden in der Regel experimentell auf Grundlage der Gesamtdynamik ausgelegt und sind daher weitestgehend unabhängig von solchen Unsicherheiten und können sogar Messrauschen filtern.

Weiterhin ist ein erhöhtes Störverhalten bei der MPC-Regelung zu beobachten. Der in dieser Arbeit entwickelte MPC-Entwurf hat keinen direkten integralen Anteil und reagiert daher auf jedes Messrauschen. Im Gegensatz dazu weisen die Übertragungsfunktionen ein asymptotisches Verhalten gegenüber dem Sollwert auf, wodurch das Messrauschen unterdrückt wird und ein geringeres Störverhalten zu verzeichnen ist.

Wie aus Abbildungen 5.10 und 5.11 hervorgeht, sind beide Varianten geeignet, als Stromregler in einer Kaskadenregelstruktur zu fungieren. Tabelle 5.3 zeigt eine Gegenüberstellung der Einschwingzeiten beider Entwürfe.

Tabelle 5.3: Einschwingzeiten - MPC vs. PI

Vorgang	MPC	PI
Drehzahl-Sprung	300 ms	250 ms
Lastmoment-Sprung	350 ms	200 ms
Drehzahl-Reversivsprung	300 ms	700 ms

Zu erwähnen ist, dass besonders auf das Störverhalten des PI-Reglerentwurfs geachtet wurde. Hier war eine höhere Dynamik möglich, die jedoch mit einem stark erhöhten Störverhalten einherging, weshalb das Dämpfungsverhalten erhöht wurde.

Erwartungsgemäß ist die PI-Regelung trotz starker Dämpfung sowohl bei einem Sollwert- als auch bei einem Lastmomentsprung schneller eingeschwungen als der MPC-Regler. Eine Ausnahme bildet hierbei der Betriebszustandswechsel. Während der MPC-Entwurf nahezu dieselbe Einschwingzeit wie für den Drehzahl-Sprung benötigt, erhöht sich diese bei der PI-Regelung um 450 ms. Dieses Verhalten ist bereits bei der Stromregelung (Abbildungen 5.6 und 5.7) zu beobachten und zeigt das Potenzial des MPC-Verfahrens. Bei dieser sind sowohl der aktuelle Zustand als auch der Zielzustand bekannt und die optimalen Stellgrößen werden mithilfe eines Maschinenmodells bestimmt, wobei eine Prädiktion zukünftiger Zustände erfolgt. Der Referenzwert wird somit ziel- und systemgenau angelaufen. Im Gegensatz dazu wird bei Verfahren, die auf einer Übertragungsfunktion

basieren (z. B. PI und MGR), eine Minimierung der Regeldifferenz durch eine vorgegebene Funktion mit asymptotischem Verhalten erreicht. Es ist daher zu erwarten, dass die Einschwingzeit mit zunehmender initialen Regeldifferenz steigt.

Abbildung 5.12 enthält die M - n -Kennlinien der Regelverfahren MPC und PI inklusive der zugehörigen Wirkungsgrade. Während der PI-Entwurf die Funktionalität des Feldschwächungsalgorithmus verifiziert, ist mit der MPC kein erweiterter Drehzahlbereich möglich.

Die Feldschwächung basiert auf einem Betrieb an den Systemgrenzen, was die vollständige Ausnutzung der in Abbildung 5.3 dargestellten limitierenden Kreise erfordert. Wie jedoch ebenfalls aus dieser Grafik ersichtlich ist, entstehen Verluste durch das lineare Begrenzungsverfahren. Dieser ist trotz der weichen Grenzen ausschlaggebend für die nicht-funktionale Feldschwächung.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ergänzend ein dynamisches Limitierungsverfahren unter Verwendung von Polytopen entwickelt, bei dem die Referenzzeiger mit Fixpunkten zu Polytopen verarbeitet werden.

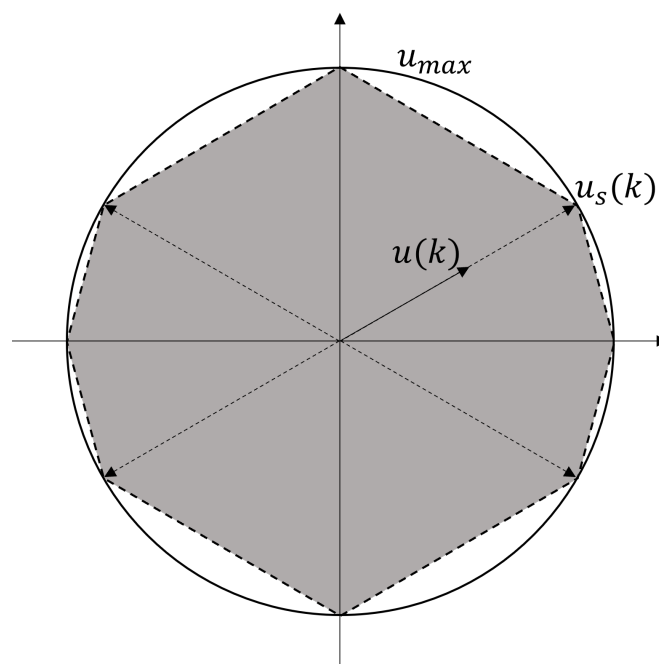


Abbildung 5.13: Approximation einer linearen Spannungsbegrenzung durch Polytope

Aufgrund der Erweiterung um Fixpunkte stellt diese Methode eine Verbesserung der in Kapitel 3.1.3.3 beschriebenen Methode dar, ist jedoch angesichts der verfügbaren Laufzeit

nicht realisierbar.

Ein weiteres Hindernis für die Feldschwächung ist die Empfindlichkeit des erweiterten Drehzahlbereichs gegenüber Strom- und Drehzahlabweichung, die z. B. auf Messrauschen zurückzuführen sind und nicht von der MPC gefiltert werden. Der MPC reagiert dabei ungedämpft auf jegliche Abweichungen vom Referenzpunkt und führt in Wechselwirkung mit der Empfindlichkeit zu starken Schwingungen.

Der PI-Reglerentwurf hat im Vergleich zur MPC stets einen höheren Wirkungsgrad. Wie bereits erwähnt, oszilliert die MPC aufgrund von Messrauschen und Parameterunsicherheiten. Diese Eigenschaft führt zu ständiger Ummagnetisierung und damit zu Hystereseverlusten, die den Wirkungsgrad verringern.

6 Fazit

In dieser Arbeit wurde die Integration der MPC-Regelung in ein reales Antriebssystem mithilfe von klassischen Regelstrukturen verifiziert. Die Messergebnisse belegen die Einhaltung der definierten Systemgrenzen und zeigen, dass die Regelverläufe unkompliziert nach beliebigen Optimierungszielen angepasst werden können. Zudem besteht im Gegensatz zu Vergleichsreglern ohne modellbasierten Ansatz eine stark verminderte Abhängigkeit zwischen der initialen Regeldifferenz und der Einschwingzeit.

Nachteilig auf die MPC wirkten sich vor allem die Parameterunsicherheiten und die verfügbare Abtastzeit des Mikrocontrollers aus. Durch die Unsicherheiten in den Parametern wurden sowohl die Dynamik als auch das Störverhalten negativ beeinflusst. Insbesondere aufgrund des fehlenden Integralanteils führte Messrauschen zu vergleichsweise starken Oszillationen. Der rechenintensive MPC-Algorithmus nahm nahezu die gesamte verfügbare Laufzeit in Anspruch, wodurch weitere Anpassungen hinsichtlich der Limitierungsverfahren nicht möglich waren. Die Möglichkeiten ohne diese Faktoren wurden in den Simulationsergebnissen dargestellt. Dort erzielte die MPC ähnliche Ergebnisse wie die Vergleichsregler PI und MGR.

Des Weiteren erfolgte eine simulative Validierung der Feldschwächung unter Nutzung der magnetischen Asymmetrie, welche jedoch praktisch mit projektverfügbaren Ressourcen, wie Hardware, Software und zeitlicher Rahmen, nicht umsetzbar war. Für eine Realisierung in der Praxis fehlte eine geeignete Begrenzungsmethode, welche die Abtastzeit nicht überschreitet. Weiterhin wäre ein integraler Anteil von Vorteil, um dem Messrauschen und der Empfindlichkeit im erweiterten Drehzahlbereich entgegenzuwirken.

Hinsichtlich dem Ausblick zeigt diese Arbeit sowohl das Potenzial als auch die Schwächen der MPC-Regelung. Neben den aufgeführten Vorteilen umschreibt dieses Verfahren einen intelligenten Regelalgorithmus, der das Abführen von Systeminformationen wie Widerstände oder magnetische Felder ermöglicht. Dies ist insbesondere bei übergeordneten intelligenten Netzwerken wie z. B. ein Überwachungsnetzwerk (CMS) interessant.

Um dem Problem der Parameterunsicherheiten entgegenzuwirken, kann der Regelalgorithmus um Beobachter ergänzt werden, die Maschinenparameter zur Laufzeit bestimmen und so das Dynamik- und Störverhalten verbessern. Ein Beispiel hierfür ist die in [9] dargestellte MRAS-basierte Methode eines adaptiven Beobachters.

Die Rechenintensität der MPC beschreibt das schwerwiegendere Problem, insbesondere wenn der Algorithmus um Verbesserungen wie einen Beobachter erweitert wird. Neben dem einfachen Wechsel zu einem System mit höherer Rechenleistung ist es möglich, andere, weniger rechenintensive MPC-Varianten als die in dieser Arbeit vorgestellten zu verwenden. Die Lösung kann zum Beispiel in MPC-Methoden auf Basis von neuronalen Netzen liegen, wie sie in [32] und [33] vorgestellt werden. Problematisch ist dabei allerdings das Generieren und Kennzeichnen von geeigneten Trainingsdaten.

Literatur

- [1] E. Clarke, *Circuit Analysis of AC Power Systems; Symmetrical and Related Components*. Wiley, 1943, Bd. 1. Adresse: <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.1252/page/n319/mode/2up>.
- [2] B. Ternes und J. Feldkamp, *Modellbasierte Implementierung Einer Vektorregelung Für Synchronmaschinen*, 2015.
- [3] C. Hackl, *Elektrische Antriebe (Skriptum)*. 26. Juni 2018. Adresse: https://www.researchgate.net/publication/325995402_Elektrische_Antriebe_Skriptum.
- [4] C. Ackermann, "Optimale Regelung Der Permanentmagneterregten Synchronmaschine Unter Nutzung Des Reluktanzmoments," Diss., Karlsruhe, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Diss., 2012, 2012.
- [5] E. Hendawi, F. Khater, A. Shaltout und G. Egypt, "Analysis, Simulation and Implementation of Space Vector Pulse Width Modulation Inverter," Jan. 2006.
- [6] A. Kiselev, "Modellbasierte Prädiktive Regelung Und Fehlererkennung Für Permanenterregte Synchronmaschinen," Diss., Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, 2021. Adresse: <http://dx.doi.org/10.25673/37291>.
- [7] M. Winkelkemper, "Reduzierung von Zwischenkreiskapazitäten in Frequenzumrichtern für Niederspannungsantriebe," TU Berlin, Berlin, 14. Dez. 2005, 194 S. Adresse: <https://doi.org/10.14279/depositonce-1252> (besucht am 22. 12. 2022).
- [8] G. Gruber, "Gekoppelte Regelung zweier Synchronmaschinen mit Hilfe frei programmierbarer Umrichter," Masterarbeit, Technische Universität Graz, Graz, 27. Feb. 2017, 107 S. Adresse: <https://diglib.tugraz.at/download.php?id=5a1df076d4312&location=browse> (besucht am 22. 12. 2022).

- [9] M. Brüns, C. Rudolph und T. Müller, “Parameter Sensitivity of a MRAS-based Sensorless Control for AFPMSM Considering Speed Accuracy and Dynamic Response at Multiple Parameter Variations,” in *2022 24th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'22 ECCE Europe)*, Sep. 2022, S. 1–10. Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9907421>.
- [10] S. Kahourzade, A. Mahmoudi, H. W. Ping und M. N. Uddin, “A Comprehensive Review of Axial-Flux Permanent-Magnet Machines,” *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, Jg. 37, Nr. 1, S. 19–33, 2014, ISSN: 0840-8688. DOI: [10.1109/CJECE.2014.2309322](https://doi.org/10.1109/CJECE.2014.2309322).
- [11] B. Guo, Y. Du, F. Peng und Y. Huang, “Magnetic Field Calculation in Axial Flux Permanent Magnet Motor With Rotor Eccentricity,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Jg. 58, Nr. 9, S. 1–4, Sep. 2022, ISSN: 1941-0069. DOI: [10.1109/TMAG.2022.3185708](https://doi.org/10.1109/TMAG.2022.3185708).
- [12] A. Mahmoudi, N. Abd Rahim und W. Hew, “Axial-Flux Permanent-Magnet Machine Modeling, Design, Simulation and Analysis,” *Scientific Research and Essays*, Jg. 6, S. 2525–2549, Juli 2011.
- [13] J. F. Gieras, R.-J. Wang und M. J. Kamper, *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*. Dordrecht, NETHERLANDS, THE: Springer Netherlands, 2008, ISBN: 978-1-4020-6993-2. Adresse: <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8227-6> (besucht am 02.11.2022).
- [14] J. Al-Khalili, “The Birth of the Electric Machines: A Commentary on Faraday (1832) ‘Experimental Researches in Electricity’,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Jg. 373, Nr. 2039, S. 20140208, 13. Apr. 2015. DOI: [10.1098/rsta.2014.0208](https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0208). Adresse: <https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0208> (besucht am 10.08.2023).
- [15] M. Doppelbauer, “The Invention of the Electric Motor 1800-1854,” *Philosophical Magazine*, Jg. 59, 1822.
- [16] L. Shao, R. Navaratne, M. Popescu und G. Liu, “Design and Construction of Axial-Flux Permanent Magnet Motors for Electric Propulsion Applications—A Review,” *IEEE Access*, Jg. 9, S. 158998–159017, 2021, ISSN: 2169-3536. DOI: [10.1109/ACCESS.2021.3131000](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3131000).
- [17] “Permanent Magnets,” Functional Materials – TU Darmstadt. (2023), Adresse: https://www.mawi.tu-darmstadt.de/fm/research_fm/research_topics_fm/permanent_magnets_fm/index.en.jsp (besucht am 11.08.2023).

- [18] D. Schröder und J. Böcker, Hrsg., *Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2021, ISBN: 978-3-662-62699-3 978-3-662-62700-6. DOI: [10.1007/978-3-662-62700-6](https://doi.org/10.1007/978-3-662-62700-6). Adresse: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-62700-6> (besucht am 01.12.2022).
- [19] M. Doppelbauer, *Grundlagen der Elektromobilität: Technik, Praxis, Energie und Umwelt*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2020, ISBN: 978-3-658-29730-5. DOI: [10.1007/978-3-658-29730-5](https://doi.org/10.1007/978-3-658-29730-5). Adresse: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-658-29730-5> (besucht am 15.11.2022).
- [20] A. Ortseifen, “Entwurf von modellbasierten Anti-Windup-Methoden für Systeme mit Stellbegrenzungen,” *at – Automatisierungstechnik*, Jg. 62, Nr. 3, S. 237–238, 28. März 2014, ISSN: 0178-2312, 2196-677X. DOI: [10.1515/auto-2014-1082](https://doi.org/10.1515/auto-2014-1082). Adresse: <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/auto-2014-1082/html> (besucht am 28.02.2023).
- [21] “Field-Weakening Control.” (2023), Adresse: <https://de.mathworks.com/solutions/electrification/field-weakening-control.html> (besucht am 03.03.2023).
- [22] Z. Mynar, L. Vesely und P. Vaclavek, “PMSM Model Predictive Control With Field-Weakening Implementation,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 63, Nr. 8, S. 5156–5166, Aug. 2016, ISSN: 1557-9948. DOI: [10.1109/TIE.2016.2558165](https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2558165).
- [23] “Run Field Oriented Control of PMSM Using Model Predictive Control - MATLAB & Simulink Example,” Run Field Oriented Control of PMSM Using Model Predictive Control - MATLAB & Simulink Example. (2023), Adresse: <https://de.mathworks.com/help/mcb/gs/run-foc-pmsm-using-model-predictive-control.html> (besucht am 11.05.2023).
- [24] S. Chai, L. Wang und E. Rogers, “Model Predictive Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor with Experimental Validation,” *Control Engineering Practice*, Jg. 21, Nr. 11, S. 1584–1593, 2013, ISSN: 0967-0661. DOI: [10.1016/j.conengprac.2013.07.008](https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2013.07.008). Adresse: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066113001445>.
- [25] L. Wang, *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*. Springer Science & Business Media, 2009, ISBN: 978-1-84882-330-3. Adresse: <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-331-0>.

- [26] M. Rau, "Nichtlineare modellbasierte prädiktive regelung auf basis lernfähiger zustandsraummodelle," Technische Universität München, Universitätsbibliothek, 2003, 222 S.
- [27] J. Laowanitwattana und S. Uatrongjit, "Estimation of Induction Motor States and Parameters Based on Extended Kalman Filter Considering Parameter Constraints," in *2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, 22.–24. Juni 2016, S. 755–760. DOI: [10.1109/SPEEDAM.2016.7525829](https://doi.org/10.1109/SPEEDAM.2016.7525829).
- [28] G. Einicke und L. White, "Robust Extended Kalman Filtering," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Jg. 47, Nr. 9, S. 2596–2599, 1999. DOI: [10.1109/78.782219](https://doi.org/10.1109/78.782219).
- [29] D. Lawhorn, N. Taran, V. Rallabandi und D. M. Ionel, "A Comparative Study of Constant Power Operation Techniques for Low Inductance Machines," in *2018 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*, 2018, S. 638–643. DOI: [10.1109/ITEC.2018.8450184](https://doi.org/10.1109/ITEC.2018.8450184).
- [30] "Free Icons and Stickers - Millions of images to download," Flaticon. (2023), Adresse: <https://www.flaticon.com/https%3A%2F%2Fwww.flaticon.com%2F> (besucht am 20.07.2023).
- [31] H. Unbehauer, *Regelungstechnik I* (Studium Technik), 15. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 17. Aug. 2008, ISBN: 978-3-8348-9491-5 978-3-8348-0497-6. Adresse: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-8348-9491-5> (besucht am 27.07.2023).
- [32] M. Abu-Ali, F. Berkel, M. Manderla, S. Reimann, R. Kennel und M. Abdelrahem, "Deep Learning-Based Long-Horizon MPC: Robust, High Performing, and Computationally Efficient Control for PMSM Drives," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Jg. 37, Nr. 10, S. 12 486–12 501, Okt. 2022, ISSN: 1941-0107. DOI: [10.1109/TPEL.2022.3172681](https://doi.org/10.1109/TPEL.2022.3172681).
- [33] H. A. G. Al-Kaf und K. -B. Lee, "Low Complexity MPC-DSVPWM for Current Control of PMSM Using Neural Network Approach," *IEEE Access*, Jg. 10, S. 132 596–132 607, 2022, ISSN: 2169-3536. DOI: [10.1109/ACCESS.2022.3230356](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3230356).
- [34] A. Binder und T. Knopik, "Elektromotorische Antriebe Für Hybrid-Und Elektrofahrzeuge," *VDI Wissensforum „Hybrid-und Elektroantriebe für Kraftfahrzeuge*, Jg. 22, S. 23, 2009.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Ort

Datum

Unterschrift im Original

A Betriebsstrategien - Stromsollwertvorgabe

A.1 Maximum Torque Per Ampere (MTPA)

Innerhalb des Grunddrehzahlbereichs ($\Omega_m \leq \Omega_{m,N}$) kann das Drehmoment ohne Berücksichtigung einer Spannungsgrenze eingestellt werden. Es muss lediglich der maximale Strom und somit das maximale Drehmoment sowie ein optimales Drehmoment-Strom-Verhältnis berücksichtigt werden. Dieses Verhältnis beschreibt die Betriebsstrategie eines maximalen Drehmoments pro Strom (MTPA) und berechnet den minimalen Strombetrag, der notwendig ist, um das vorgegebene Drehmoment zu erreichen. Diese Strategie wird angestrebt, da das Minimieren des Strombetrags ebenfalls zu einer Minimierung der Verluste führt.

Um diese Betriebsstrategie mathematisch zu beschreiben, wird, wie in [18] ausführlich beschrieben, ein Optimierungsproblem nach Lagrange aufgestellt. Dabei wird die invertierte Drehmomentgleichung der PMSM mit Reluktanz (Gleichung 2.47) als Zielfunktion und die Bedingung eines konstanten Statorstroms als Nebenbedingung verwendet. Das Optimierungsproblem wird somit zu einem Minimierungsproblem. Es ergibt sich folgender Lagrange-Ansatz:

$$L(I_d, I_q, \lambda) = f(I_d, I_q) + \lambda \cdot c(I_d, I_q) \quad (\text{A.1})$$

mit

$$f(I_d, I_q) = -\frac{3}{2}p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (\text{A.2})$$

sowie

$$c(I_d, I_q) = I_1^2 - I_d^2 - I_q^2 = 0 \quad (\text{A.3})$$

Durch Lösen der Lagrange-Funktion und unter den Bedingungen einer PMSM mit integrierten Permanentmagneten (IPMSM) sowie dem motorischen Betrieb

$$L_d < L_q \text{ (IPMSM)} \quad (\text{A.4})$$

$$p > 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\Psi_{PM} > 0 \quad (\text{A.6})$$

$$I_q > 0 \text{ (motorischer Betrieb)} \quad (\text{A.7})$$

ergibt sich die MTPA-Kennlinie zu

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{2 \cdot (L_d - L_q)} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4 \cdot (L_d - L_q)^2} + I_q^2} \quad (\text{A.8})$$

Abbildung A.1 zeigt die MTPA-Kennlinie (Trajektorie des maximalen Drehmoments pro Strom) einer exemplarischen Maschine innerhalb der I_d - I_q -Ebene. In dieser Abbildung ist gut zu erkennen, dass der Schnittpunkt zwischen Solldrehmoment und MTPA-Kennlinie stets den betragsmäßig geringstmöglichen Statorstrom benötigt.

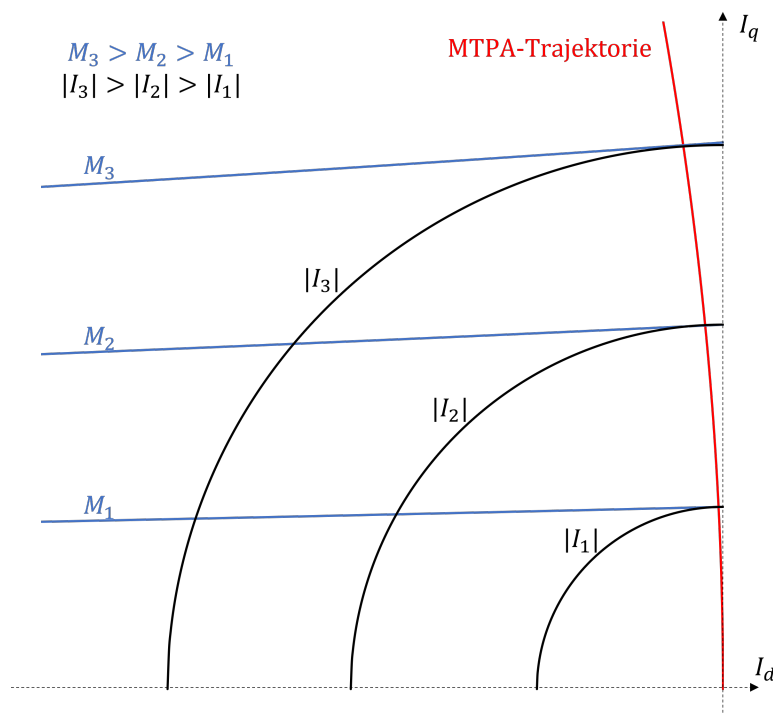


Abbildung A.1: MTPA-Kennlinie in der I_d - I_q -Ebene [18]

Mithilfe der Formel A.8 kann die Drehmomentgleichung in Abhängigkeit zu I_q dargestellt werden, wobei das Stromverhältnis zwischen I_d und I_q durch die MTPA-Kennlinie festgelegt ist:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{3}{2}p \cdot \left(\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_q \cdot \left(-\frac{\Psi_{PM}}{2 \cdot (L_d - L_q)} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4 \cdot (L_d - L_q)^2} + I_q^2} \right) \right) \\
 &= \frac{3}{2}p \cdot \left(\Psi_{PM} \cdot I_q + I_q \cdot \left(-\frac{\Psi_{PM}}{2} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4} + (L_d - L_q)^2 \cdot I_q^2} \right) \right) \\
 &= \frac{3}{2}p \cdot \left(\Psi_{PM} \cdot I_q - \frac{I_q}{2} \cdot \left(\Psi_{PM} + \sqrt{\Psi_{PM}^2 + 4 \cdot (L_d - L_q)^2 \cdot I_q^2} \right) \right) \quad (\text{A.9})
 \end{aligned}$$

Durch Substitution des Drehmoments M mit dem Referenzdrehmoment M^* sowie durch Auflösen und Faktorisieren nach I_q ergibt sich ein Polynom vierter Ordnung. Mithilfe dieses Polynoms kann der Strom I_q in Abhängigkeit des Sollmoments M^* numerisch bestimmt werden kann:

$$0 = I_q^4 + \frac{2 \cdot M^* \cdot \Psi_{PM}}{3 \cdot (L_d - L_q)^2 \cdot p} \cdot I_q - \frac{(2 \cdot M^*)^2}{9 \cdot (L_d - L_q)^2 \cdot p^2} \quad (\text{A.10})$$

Das zugehörige I_d wird durch Einsetzen des resultierenden I_q in Gleichung A.8 bestimmt.

A.2 Feldschwächebereich

Zu Demonstrationszwecken soll das Grundwellenmodell aus Abbildung 2.10 vereinfacht dargestellt werden. Hierzu wird der Reluktanzeinfluss in der Spannungsgleichung des Stators 2.36 vernachlässigt und somit eine PMSM ohne Reluktanz ($L_d = L_q = L$) vorausgesetzt. Für die Spannungsgleichung folgt:

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot (I_d + jI_q) + j\omega_e L \cdot (I_d + jI_q) + j\omega_e \cdot \Psi_{PM} \quad (\text{A.11})$$

Aus Gleichung A.11 lässt sich im stationären Zustand ohne Reluktanzeinflüsse das in Abbildung A.2 dargestellte Ersatzschaltbild (ESB) inklusive des zugehörigen Grundwellenmodells darstellen.

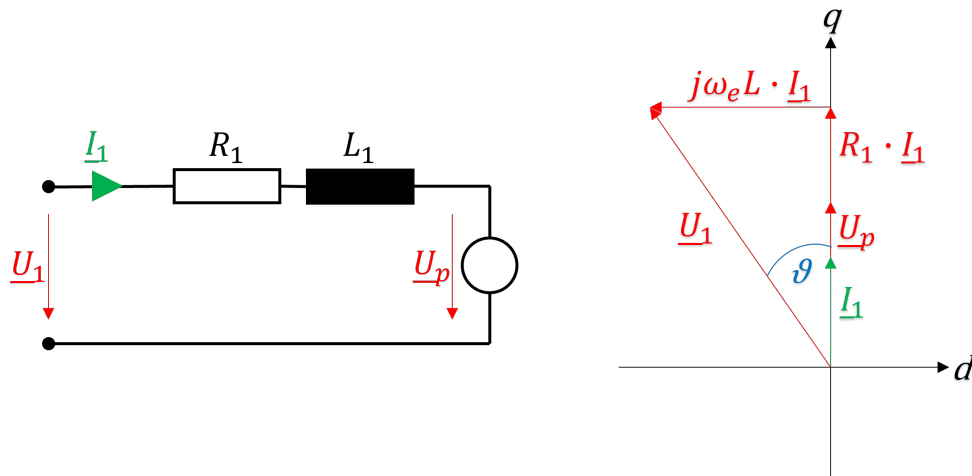


Abbildung A.2: ESB einer PMSM ohne Reluktanz im stationären Zustand und zugehöriges Grundwellenmodell

Da die Maschine aus Abbildung A.2 keine Reluktanzeinflüsse aufweist, ist das Drehmoment proportional zu dem q-Strom. Soll also die Drehzahl bei konstantem Moment erhöht werden, muss entsprechend dem Grundwellenmodell der Betrag der Statorspannung erhöht werden.

Innerhalb des Grunddrehzahlbereichs und damit bis einschließlich zur Nenndrehzahl $\Omega_{m,N}$ kann die MTPA-Trajektorie ohne Berücksichtigung der maximalen Spannung genutzt werden. Daraus folgt, dass bei Nenndrehzahl $\Omega_{m,N}$ und maximalem Drehmoment M_{max} die Systemgrenzen $U_{1,max}$ sowie $I_{1,max}$ erreicht sind.

Durch das Einprägen eines negativen d-Stroms können elektrische Maschinen über ihre Nenndrehzahl hinaus betrieben werden. Dies geht allerdings mit einer Schwächung des Feldes in d-Richtung (siehe Gleichung 2.31) sowie einem verminderten Drehmoment einher, da aufgrund der Strombegrenzung nicht mehr der vollständige Strom zu einer optimalen Drehmomentbildung zur Verfügung steht.

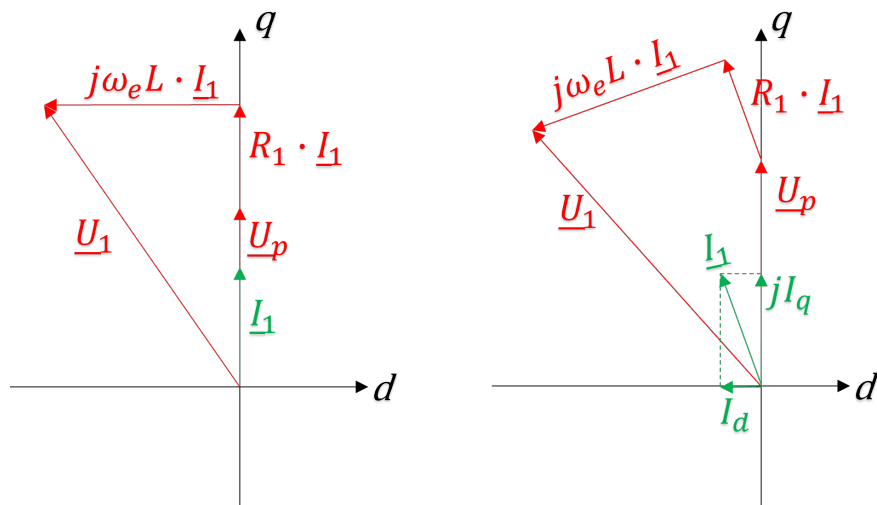


Abbildung A.3: Grundwellenmodell ohne Feldschwächung (links) und mit Feldschwächung (rechts)

Aus Abbildung A.3 geht hervor, dass durch das Einprägen eines negativen d-Stroms eine höhere Drehzahl als die Nenndrehzahl erreicht werden kann. Der Drehzahlanstieg ist dabei gemäß Gleichung 2.37 proportional zu der Polradspannung.

Weiterhin ist zu erkennen, dass hier die Systemgrenzen eingehalten werden, da sich der Betrag der Zeiger \underline{U}_1 und \underline{I}_1 nicht ändert.

In diesem Fall hängt das Drehmoment ausschließlich von dem q-Strom ab, was bedeutet, dass die MTPA-Trajektorie die q-Achse darstellt. Aus der Abbildung geht somit ebenfalls hervor, dass die Feldschwächung mit einem reduzierten Drehmoment einhergeht.

Abbildung A.4 zeigt das beschriebene Verhalten an einem exemplarischen Verlauf der Größen Leistung P , Drehmoment M , Polradspannung U_p sowie Statorspannung U_1 in Bezug zur Drehzahl.

Da sich ab der Nenndrehzahl die Spannung sowie der Strom bei maximalem Drehmoment betragsmäßig nicht mehr ändern, bleibt, unter Vernachlässigung frequenzabhängiger Verluste, ebenfalls die Leistung im Feldschwächebereich konstant. Dieser Bereich wird daher auch als Konstantleistungsbereich bezeichnet.

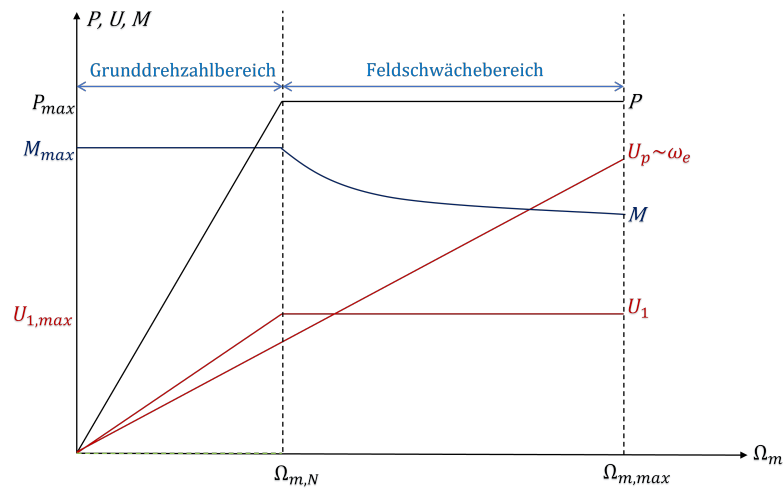


Abbildung A.4: Feldschwächung - Drehzahlkennlinien [34]

Während bei der MTPA-Betriebsstrategie lediglich die Strombegrenzung beachtet werden muss, ist bei der Feldschwächung die Strom- und Spannungsbegrenzung zu beachten. Um das maximale Moment bei einer vorgegebenen Drehzahl zu erreichen, wird der Schnittpunkt zwischen der drehzahlabhängigen spannungsbegrenzenden Ellipse und der Strombegrenzung gesucht.

Zur Herleitung dieser Ellipse wird die Spannungsgleichung des Stators (2.26) im stationären Zustand betrachtet.

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_e \cdot \underline{\Psi}_1 \quad (\text{A.12})$$

Die zum Feldaufbau benötigte Spannung \underline{U}_{FA} ergibt sich somit betragsmäßig zu

$$U_{FA} = \Psi_1 \cdot \omega_e \quad (\text{A.13})$$

und ist dabei sowohl durch die Zwischenkreisspannung und dem Modulationsverfahren als auch von dem ohmschen Spannungsabfall an den Statorwicklungen abhängig.

Da hier von einem Betrieb an den Systemgrenzen ausgegangen wird, ergibt sich die maximale zum Feldaufbau verfügbare Spannung zu:

$$U_{FA,max} = U_{1,max} - R_1 \cdot I_{1,max} \quad (\text{A.14})$$

Aus Gleichung A.13 folgt für die Flussverkettung des Stators Ψ_1 :

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \frac{U_{FA}}{\omega_e} \\ &= \sqrt{\Psi_d^2 + \Psi_q^2} \\ &= \sqrt{(L_d \cdot I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q \cdot I_q)^2}\end{aligned}\quad (\text{A.15})$$

Durch Faktorisieren der Gleichung A.15 nach I_d kann nun die spannungsbegrenzende Ellipse mathematisch beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 &= (L_d \cdot I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q \cdot I_q)^2 \\ 0 &= L_d^2 I_d^2 + 2L_d I_d \Psi_{PM} + \Psi_{PM}^2 + L_q^2 I_q^2 - \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 \\ 0 &= I_d^2 + I_d \cdot \frac{2\Psi_{PM}}{L_d} + \frac{\Psi_{PM}^2}{L_d^2} + \frac{L_q^2 I_q^2}{L_d^2} - \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2\end{aligned}\quad (\text{A.16})$$

Unter Anwendung der p-q-Formel ergibt sich:

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{L_d} \pm \frac{1}{L_d} \sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 - L_q^2 I_q^2}\quad (\text{A.17})$$

Der Schnittpunkt zwischen der Ellipse und der Strombegrenzung wird ermittelt, in dem die Gleichung der Strombegrenzung

$$I_{1,max} = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}\quad (\text{A.18})$$

nach I_q umgestellt und in die Ellipsengleichung eingesetzt wird. Es gilt:

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM} L_d \pm \sqrt{\Psi_{PM}^2 L_d^2 - (L_d^2 - L_q^2) \cdot (\Psi_{PM}^2 + L_q^2 I_{1,max}^2 - \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2)}}{L_d^2 - L_q^2}\quad (\text{A.19})$$

$$I_q = \sqrt{I_{1,max}^2 - I_d^2}\quad (\text{A.20})$$

Hierbei ist stets der kleinere d-Strom gesucht. Somit wird bei einer PMSM mit geringerer Induktivität in d- als in q-Richtung ($L_d < L_q$) die negative Wurzel gebildet.

Mithilfe der Gleichung A.19 können nun die Stromkomponenten ermittelt werden, die das maximale Drehmoment zu einer gegebenen Drehzahl darstellen.

Wird das maximale Drehmoment je Drehzahl als Regelstrategie gewählt, würde in einem Drehzahlregelkreis der Sollwert stets auf einen konstanten Strom-Referenzzeiger übertragen werden. Da Abweichungen aufgrund von Parameterungenauigkeiten und Störeinflüssen auftreten, ist es dann nicht möglich, auf diese zu reagieren.

Typischerweise wird daher die Regeldifferenz der Drehzahl mithilfe eines PI-Reglers in ein Referenz-Drehmoment überführt, welches nach Gleichung A.19 sowie dem zugehörigen Moment begrenzt ist. Für dieses Drehmoment können dessen Stromkomponenten durch Bilden des Schnittpunkts zwischen der Spannungsellipse und der Drehmoment-Kennlinie ermittelt werden. Der resultierende Schnittpunkt ist somit sowohl von der vorgegebenen Drehzahl als auch von dem Soll-Drehmoment abhängig.

Um diesen mathematisch zu beschreiben, wird Gleichung A.17 in die Drehmomentgleichung 2.47 eingesetzt und nach I_q faktorisiert:

$$0 = I_q^4 + p_2 I_q^2 + p_1 I_q + p_0 \quad (\text{A.21})$$

mit den Polynomkoeffizienten

$$p_2 = \frac{\Psi_{PM}^2 L_q^2 - (L_d - L_q)^2 \cdot \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2}{L_q^2 \cdot (L_d - L_q)^2} \quad (\text{A.22})$$

$$p_1 = -\frac{4M L_d L_q \Psi_{PM}}{3p L_q^2 \cdot (L_d - L_q)^2} \quad (\text{A.23})$$

$$p_0 = \frac{4M^2 L_d^2}{9p^2 L_q^2 \cdot (L_d - L_q)^2} \quad (\text{A.24})$$

Mithilfe dieses Polynoms vierter Ordnung kann nun die q-Stromkomponente in Abhängigkeit des Drehmoments M und der Drehzahl ω_e numerisch bestimmt werden. Hierbei wird allerdings die Strombegrenzung nicht berücksichtigt.

Die zugehörige d-Stromkomponente wird durch Einsetzen des resultierenden q-Stroms in Gleichung A.17 bestimmt.

Aus den Gleichungen A.19 und A.21 lässt sich nun eine Betriebsstrategie für den Feldschwächungsbereich aufstellen. Die durch die Regelung vorgegebenen Referenzwerte für Drehmoment und Drehzahl werden mit dem Polynom aus Gleichung A.21 in Stromkomponenten überführt. Um dabei den maximal zulässigen Strom nicht zu überschreiten, wird das vorgegebene Drehmoment mit dem bei der vorgegebenen Drehzahl maximal zulässigen Drehmoment aus Gleichung A.19 begrenzt.

A.3 Maximum Torque Per Voltage (MTPV)

Der Mittelpunkt der Spannungselipsen ergibt sich dort, wo ein Kurzschluss und damit keine Spannung anliegt. Gemäß Gleichung A.15 ist dies der Fall, wenn $I_d = \frac{-\Psi_{PM}}{L_d}$ und $I_q = 0$ ist.

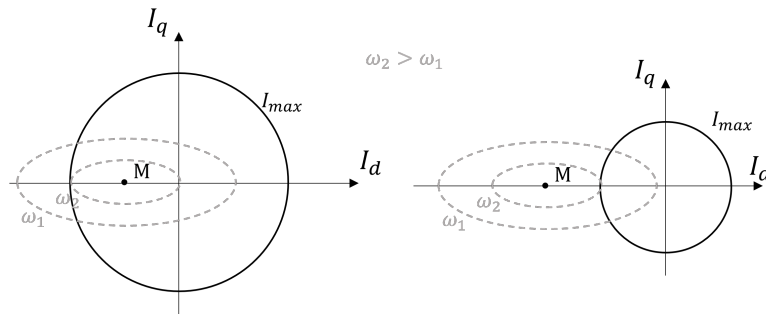


Abbildung A.5: Spannungselipsen - Mittelpunkt innerhalb der Stromgrenze (links) und außerhalb (rechts)

Bei bestimmten Auslegungen einer PMSM kann sich dieser Punkt innerhalb der Strombegrenzung befinden. Bei derartigen Auslegungen ist eine Drehmomentbegrenzung, wie in Kapitel A.2 ausgelegt, nicht länger für beliebige Drehzahlen gültig, da die Spannungsgrenze überschritten wird. In diesem Fall bietet sich eine Betriebsstrategie an, welche das maximale Drehmoment einer gegebenen drehzahlabhängigen Spannungselipse ermittelt. Hierzu wird in gleicher Weise zu der MTPA-Trajektorie ein Optimierungsproblem aufgestellt. Während die negative Drehmomentgleichung dabei erneut zur Zielfunktion gewählt wird, ist die Nebenbedingung über die spannungsbegrenzende Ellipse gegeben. Das Minimierungsproblem nach Lagrange ergibt sich zu:

$$L(I_d, I_q, \lambda) = f(I_d, I_q) + \lambda \cdot c(I_d, I_q) \quad (\text{A.25})$$

mit

$$f(I_d, I_q) = -\frac{3}{2}p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (\text{A.26})$$

sowie

$$c(I_d, I_q) = \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 - (L_d \cdot I_d + \Psi_{PM})^2 - (L_q \cdot I_q)^2 = 0 \quad (\text{A.27})$$

Nach [18] resultiert die MTPV-Trajektorie damit zu:

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM} + \Delta\Psi_d}{L_d} \quad (\text{A.28})$$

$$I_q = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2 - \Delta\Psi_d^2}}{L_q} \quad (\text{A.29})$$

mit

$$\Delta\Psi_d = \frac{L_q\Psi_{PM} - \sqrt{(L_q\Psi_{PM})^2 + 8(L_d - L_q)^2 \cdot \left(\frac{U_{FA}}{\omega_e}\right)^2}}{4(L_d - L_q)} \quad (\text{A.30})$$

Indem die Gleichungen A.28 bis A.30 der MTPV-Trajektorie in die Drehmomentgleichung eingesetzt werden, ergibt sich eine Beschränkung des Drehmoments in Abhängigkeit zu der gewünschten Drehzahl. Diese Begrenzung des Drehmoments erweitert das in Kapitel A.2 beschriebene Limitierungsverfahren. Für die Bestimmung der Stromkomponenten wird weiterhin das Polynom aus Gleichung A.21 genutzt.

Die Drehzahl, ab der in das MTPV-Verfahren übergegangen wird, ist diejenige, bei der sich die MTPV-Kennlinie (Gleichung A.28) mit der Strombegrenzung (Gleichung A.18) schneidet. Die Drehzahl ergibt sich durch Gleichsetzen dieser beiden Terme und anschließender Auflösung nach ω_e .

Eine weitere Besonderheit solcher Auslegungen ist in Abbildung A.5 dargestellt. Befindet sich der Mittelpunkt innerhalb der Strombegrenzung, ist die Drehzahl theoretisch nicht limitiert [18].