

# Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences

# **Bachelorarbeit**

Pia Allebrodt

Entwicklung einer Methode zur numerischen Simulation multiphysikalischer, thermischstrukturakustisch gekoppelter Analysen an Flugzeug-Kabinenkomponenten

### Pia Allebrodt

# Entwicklung einer Methode zur numerischen Simulation multiphysikalischer, thermischstrukturakustisch gekoppelter Analysen an Flugzeug-Kabinenkomponenten

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Flugzeugbau am Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau der Fakultät Technik und Informatik der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. Institut für Systemarchitekturen in der Luftfahrt Hein-Saß-Weg 22 21129 Hamburg

Erstprüfer/in: Prof. Dr.-Ing. Eiris Schulte-Bisping

Zweitprüfer/in: Dr.-Ing. Christian Hesse

Abgabedatum: 27. November 2020

### Zusammenfassung

#### Pia Allebrodt

#### Thema der Bachelorthesis

Entwicklung einer Methode zur numerischen Simulation multiphysikalischer, thermischstrukturakustisch gekoppelter Analysen an Flugzeug-Kabinenkomponenten

#### **Stichworte**

Multiphysik, FEM, Flugzeugkabine, Kabinenseitenwand, Wärmeübertragung, Akustik, Strukturakustik

#### Kurzzusammenfassung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wird eine Methode zur numerischen Simulation multiphysikalischer, thermisch-strukturakustisch gekoppelter Analysen an unterschiedlich komplexen Modellen einer Flugzeug-Kabinenseitenwand entwickelt. Der Fokus liegt dabei auf der Untersuchung des Einflusses der im stationären Flugfall bestehenden physikalischen Effekte (u.a. Konduktion, Konvektion und die durch den Kabinendruck hervorgerufene Belastung des Rumpfes) sowie die Auswirkung der in den Modellen berücksichtigten konstruktiven Merkmale (ein- bzw. zweischalige Bauweise und der Einbau zusätzlicher Dämmmaterialien) auf die Temperaturverteilung und das akustische Transmissionsverhalten.

#### Pia Allebrodt

#### Title of the paper

Development of a method for the numerical simulation of multiphysical, thermalstructural-acoustic coupled analyses on aircraft cabin components

#### **Keywords**

Multiphysics, FEM, Aircraft Cabin, Cabin Sidewall, Heat Transfer, Acoustics, Structural Acoustics

#### **Abstract**

In this bachelor thesis a method for the numerical simulation of multiphysical, thermal-structural-acoustic coupled analyses on differently complex models of an aircraft cabin side wall is developed. The focus is the analysis of the influence of the physical effects existing in a stationary flight case (e.g. conduction, convection and the load on the fuse-lage caused by the cabin pressure) as well as the effect of the design features considered in the models (single or double-shell construction and the installation of additional insulation materials) on the temperature distribution and the acoustic transmission behaviour.

# Kurzfassung

Zur Optimierung der Flugzeugkabine in den Bereichen Passagierkomfort und Sicherheit sind Untersuchungen einer Vielzahl neuartiger Kabinenkonzepte notwendig, die angesichts der bestehenden Wechselwirkungen zwischen den grundlegend unterschiedlichen physikalischen Phänomenen eine multidisziplinäre Bewertung erfordern.

Die vorliegende Bachelorarbeit beschäftigt sich in diesem Kontext mit der Entwicklung einer Methode zur numerischen Simulation multiphysikalischer, thermisch-strukturakustisch gekoppelter Analysen an unterschiedlich komplexen Modellen der Kabinenseitenwand. Mit Hilfe dieser entwickelten Methoden wird der Einfluss physikalischer Effekte (u.a. Konduktion, Konvektion, durch den Kabinendruck hervorgerufene Belastung des Rumpfes) sowie die Auswirkung konstruktiver Merkmale (ein- bzw. zweischalige Bauweise der Kabinenseitenwand, Einbau von zusätzlichen Dämmmaterialien) auf die Temperaturverteilung und das akustische Transmissionsverhalten im stationären Flugfall untersucht. Die hierbei auftretenden Belastungen, die sich durch eine Druck- bzw. Temperaturdifferenz zwischen Kabine und Atmosphäre ergeben, verursachen jeweils eine Vorspannung im Bauteil. Die unterschiedlichen Vorspannungszustände werden in vorgelagerten statischen Analysen ermittelt, die bei Berücksichtigung thermischer Randbedingungen auch Temperaturfeldberechnungen umfassen. Nachfolgend durchgeführte Modal- und harmonische Analysen liefern die Daten zur Beurteilung des akustischen Transmissionsverhaltens.

Aus den Ergebnissen der Simulation geht hervor, dass sowohl die thermische Last als auch die Druckbelastung eine Versteifung des Systems verursachen. Bei gekoppelter Betrachtung der Lasten zeigt sich eine Verstärkung des Versteifungseffekts, der maßgeblich von der thermischen Last dominiert wird. Die Versteifung führt dabei insbesondere im tieffrequenten Bereich bis ungefähr 400Hz bzw. 500Hz zu einer Reduktion der Schalltransmission. Über diesen Frequenzbereich hinaus ist dagegen eine neutrale bzw. negative Auswirkung der Versteifung auf das Transmissionsverhalten zu erkennen.

Die Erkenntnisse aus dieser Arbeit zeigen die Komplexität der Interaktionen verschiedener physikalischer Disziplinen und somit die hohe Relevanz und Diversität von multiphysikalischen Analysen für den Flugzeugentwurf.

# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand am Institut für Systemarchitekturen in der Luftfahrt des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) während meines Praxissemesters im Rahmen meines Bachelorstudiums an der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg.

Mein besonderer Dank gilt meiner betreuenden Prüferin Prof. Dr.-Ing. Eiris Schulte-Bisping, die jederzeit ein offenes Ohr für mich hatte und mich mit wertvollen Anregungen, Ratschlägen und Diskussionen bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt hat. Ebenso möchte ich Dr.-Ing. Christian Hesse für die Übernahme des Zweitprüfers meinen ganz herzlichen Dank aussprechen. Allen voran möchte ich Herrn Dr. Hesse für die hervorragende Betreuung, die Geduld beim Beantworten meiner Fragen und das hilfreiche Feedback in allen Aspekten meiner Tätigkeit danken.

Außerdem gilt mein Dank den Kollegen der Abteilung Kabine und Nutzlastsysteme am DLR. Die angenehme Zusammenarbeit, die ständige Hilfsbereitschaft und die herzliche Aufnahme in das bestehende Team habe ich sehr geschätzt. Insbesondere danke ich Dr.-Ing. Jörn Biedermann und Dipl.-Ing. Jan-Niclas Walther für die interessanten Debatten und Ideen, die maßgeblich zur Themenwahl dieser Bachelorarbeit beigetragen haben.

Hamburg, im November 2020

Pia Allebrodt

# Inhaltsverzeichnis

$\mathbf{A}$	bbild	ungsv	erzeichnis	xiii
Ta	abelle	enverz	eichnis	xvii
N	omer	ıklatuı	•	xix
1	Ein	leitung		1
	1.1	Motiv	ation	. 1
	1.2	Ziel de	er Arbeit	. 2
	1.3	Aufba	u einer Kabinenseitenwand	. 2
	1.4	Gliede	erung der Arbeit	. 4
2	Gru	ındlage	en der Akustik	7
	2.1	Schall	ausbreitung	. 7
		2.1.1	Schallausbreitung in kompressiblen Fluiden	. 7
		2.1.2	Körperschall	. 8
		2.1.3	Schallausbreitung an Grenzflächen	. 9
	2.2	Schall	durchgang durch flexible Bauteile	. 11
		2.2.1	Schallanregung	. 12
		2.2.2	Schallabstrahlung	. 15
		2.2.3	Schalldämmung von Trennbauteilen	. 17
3	Gru	ındlage	en der Wärmeübertragung	23
	3.1	Arten	der Wärmeübertragung	. 23
		3.1.1	Konduktion	. 24
		3.1.2	Konvektion	. 25
		3.1.3	Wärmestrahlung	. 26
	3.2	Wärm	nedurchgang durch mehrschichtige, ebene Bauteile	. 27
	3.3	Aerost	tatische und aerothermodynamische Grundlagen	. 30

4	$\mathbf{Spe}$	zifisch	e Grundlagen aus der Finiten Elemente Methode	35
	4.1	Lösun	gsprinzip der nichtlinearen Finiten Elemente Methode	35
	4.2	Linear	stationäre Thermalanalyse	37
	4.3	Modal	analyse	38
	4.4	Harmo	onische Analyse	40
	4.5	Analy	se einer vorgespannten Struktur	43
		4.5.1	Durchführung einer linear vorgespannten Analyse mit Hilfe des Be-	
			fehls PSTRES	43
		4.5.2	Lineare Perturbationsanalyse	44
	4.6	Analy	tische Ermittlung der Eigenfrequenzen zur Modellverifikation	47
		4.6.1	Berechnung der Eigenfrequenzen von ebenen Platten und die Aus-	
			wirkung des Vorspannungseffekts	47
		4.6.2	Berechnung der Eigenfrequenzen von akustischen Fluiden $\ \ldots \ \ldots$	49
5	Mu	ltiphys	sik	51
	5.1	Therm	nisch-strukturmechanische Analyse	52
	5.2	Fluid-	Struktur-Interaktion	53
6	Ent	wicklu	ng einer gekoppelten thermisch-strukturakustischen Analyse	57
	6.1	Verwe	ndete Elementtypen	60
		6.1.1	Schalenelemente	60
		6.1.2	Oberflächenelemente	62
		6.1.3	Dreidimensionale Volumenelemente	62
	6.2	Model	lierung poröser Materialien	64
	6.3	Ablau	f einer gekoppelten Analysen unter Betrachtung verschiedener Vor-	
		spann	ungseffekte	65
	6.4	Diskre	etisierung und Konvergenz	68
7	Sim	ulatio	n gekoppelter Analysen	73
	7.1	Simula	ationsmodelle	73
		7.1.1	Modell eines einschaligen Bauteil	73
		7.1.2	Modell eines zweischaligen Bauteils mit Kavität	74
		7.1.3	Modell eines zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen .	76
		7.1.4	Zusammenfassung der Simulationsstudie	79
	7.2	Verifiz	ierung der Simulationsmodelle	79
		7.2.1	Verifizierung des Wärmedurchgangs	79
		7.2.2	Verifizierung des spannungsfreien, einschaligen Bauteils	81

		7.2.3 Verifizierung des einschaligen Bauteils unter thermischer Belastung	82
		7.2.4 Verifizierung des spannungsfreien, zweischaligen Bauteils mit Kavität	83
	7.3	Einfluss der physikalischen Effekte auf das einschalige Bauteil	85
	7.4	Einfluss der physikalischen Effekte auf das zweischalige Bauteil mit Kavität	90
	7.5	Einfluss der physikalischen Effekte auf das zweischalige Bauteil mit Kavi-	
		tät und Isolierungen	96
	7.6	Einfluss der Bauweise und der zusätzlichen Isolierungen	99
8	Zus	ammenfassung und Ausblick	103
Li	terat	urverzeichnis	107
$\mathbf{A}$	Anh	nang	113
	A.1	Berechnung der Biegewellenlänge einer isotropen Platte	113
	A.2	Überprüfung der statischen Lasten auf Linearität	114
		A.2.1 Überprüfung der Druckbelastung auf Linearität	114
		A.2.2 Überprüfung der thermischen Belastung auf Linearität	116
	A.3	Parameter der Simulationsmodelle	118
	A.4	Analytische Berechnung des Wärmedurchgangs des zweischaligen Bauteils	
		mit Kavität und Isolierungen	122
	A.5	Berechnung der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz des zweischaligen	
		Bauteils mit Kavität	126
Se	$_{ m lbsts}$	tändigkeitserklärung	127

# Abbildungsverzeichnis

1.1 1.2 1.3	Ausschnitt der Primärstruktur eines Flugzeugrumpfes (nach [27]) Auschnitt des Kabinenlinings (nach [55])	3
	[44])	4
2.1	Akustische Vorgänge an einer Grenzfläche verschiedener Medien (in An-	
	lehnung an [19])	10
2.2	Schematische Darstellung des betrachteten Fluid-Struktur-Fluid-Systems zur Beschreibung des Schalldurchgangs durch Bauteile	11
2.3	Verteilung der Monopolquellen auf einer Halbkugeloberfläche zur Generie-	
	rung eines diffusen Schallfeldes (in Ahnlehnung an [51])	13
2.4	Definition der Abstände zur Berechnung der Druckverteilung (in Anleh-	
	nung an [51, 59])	14
2.5	Schematische Darstellung des Schalldämmmaßes $R$ eines einschaligen Bau-	
	teils über der Frequenz $f$ (in Anlehnung an $[23, 42]$ )	19
2.6	Schematische Darstellung des Schalldämmmaßes $R$ eines zweischaligen	
	Bauteils mit Kavität über der Frequenz $f$ (in Anlehnung an $[23,42])$	20
3.1	Schematische Darstellung der Konduktion durch eine ebene Wand mit den	
	Oberflächentemperaturen $T_{W1}$ und $T_{W2}$ (in Anlehnung an [60])	24
3.2	Schematische Darstellung der Konvektion mit der Oberflächentemperatur	
	$T_W$ des Körpers und der Temperatur $T_F$ des strömenden Fluids (in An-	
	lehnung an [60])	25
3.3	Schematische Darstellung der Wärmestrahlung an zwei Körpern mit den	
	Oberflächentemperaturen $T_{W1}$ und $T_{W2}$ (in Anlehnung an [60])	27
3.4	Temperaturverteilung durch ein Bauteil mit homogenem Schichtaufbau (in	
	Anlehnung an [60])	29

4.1	Veranschaulichung des Newton-Raphson-Verfahrens an einem System mit einem Freiheitsgrad (in Anlehnung an [38])	37
4.2	Randbedingungen zur Lösung einer thermischen Analyse (in Anlehnung an [38])	38
4.3	Ablaufplan der linearen Perturbationsanalyse (in Anlehnung an [10])	45
4.4	Platte mit den Normalkraftflüssen $N_x$ und $N_y$ (in Anlehnung an [13])	49
5.1	Schematische Darstellung eines Systems bestehend aus zwei Strukturen und einem eingeschlossenen Fluid zur Veranschaulichung einer mehrfachen Fluid-Struktur-Kopplung	55
	Fluid-Struktur-Koppiung	99
6.1	Darstellung des Shell131-Elements und der Temperaturausgabe über den Schichten (in Anlehnung an [9])	61
6.2	Ablaufplan einer thermisch-strukturakustisch gekoppelten Analyse	67
6.3	FE-Modell des einschaligen Bauteils	69
6.4	Vergleich der Eigenfrequenzen des einschaligen Modells unter verschiede-	
	nen Belastungen bei den Diskretisierungsschritten $l_e = 0.02$ m, $l_e = 0.01$ m,	
	$l_e = 0.005 \text{m} \text{ und } l_e = 0.002 \text{m} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	71
7.1	FE-Modell des zweischaligen Bauteils mit Kavität	75
7.2	FE-Modell des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen	77
7.3	Zusammenfassung der Simulationsstudie	78
7 4		
7.4	Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das zweischali-	
7.4	Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das zweischalige Bauteil mit Kavität und Isolierungen	80
7.4	•	
	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen	
	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen	80
7.5	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen	80
7.5	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen	80 83
7.5	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen	80 83
7.5	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen  Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter thermischer Vorspannung  Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das einschalige  Bauteil  Schalldämmmaß des spannungsfreien, einschaligen Modells und Kennzeichnung der stark angeregten Moden  Vergleich des Schalldämmmaßes des einschaligen Bauteils unter verschie-	80 83 85
7.5 7.6 7.7	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen  Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter thermischer Vorspannung  Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das einschalige Bauteil  Schalldämmmaß des spannungsfreien, einschaligen Modells und Kennzeichnung der stark angeregten Moden  Vergleich des Schalldämmmaßes des einschaligen Bauteils unter verschiedenen Vorspannungen	80 83 85
7.5 7.6 7.7	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen  Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter thermischer Vorspannung  Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das einschalige Bauteil  Schalldämmmaß des spannungsfreien, einschaligen Modells und Kennzeichnung der stark angeregten Moden  Vergleich des Schalldämmmaßes des einschaligen Bauteils unter verschiedenen Vorspannungen  Schalldämmmaß des spannungsfreien, zweischaligen Modells mit Kavität	80 83 85 88
7.5 7.6 7.7 7.8 7.9	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen  Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter thermischer Vorspannung  Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das einschalige Bauteil  Schalldämmmaß des spannungsfreien, einschaligen Modells und Kennzeichnung der stark angeregten Moden  Vergleich des Schalldämmmaßes des einschaligen Bauteils unter verschiedenen Vorspannungen  Schalldämmmaß des spannungsfreien, zweischaligen Modells mit Kavität und Kennzeichnung der stark angeregten Moden	80 83 85 88
7.5 7.6 7.7 7.8 7.9	ge Bauteil mit Kavität und Isolierungen  Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter thermischer Vorspannung  Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das einschalige Bauteil  Schalldämmmaß des spannungsfreien, einschaligen Modells und Kennzeichnung der stark angeregten Moden  Vergleich des Schalldämmmaßes des einschaligen Bauteils unter verschiedenen Vorspannungen  Schalldämmmaß des spannungsfreien, zweischaligen Modells mit Kavität	80 83 85 88

7.11	Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das zweischali-	
	ge Bauteil mit Kavität	94
7.12	Vergleich des Schalldämmmaßes des zweischaligen Bauteils mit Kavität	
	und Isolierungen unter verschiedenen Vorspannungen	96
7.13	Vergleich des Schalldämmmaßes der Modelle $\mathbb{M}_1$ bis $\mathbb{M}_3$ bei unterschied-	
	lichen Belastungen	100
A.1	Plattenauslenkung des einschaligen Modells in $z$ -Richtung der statisch-	
	strukturmechanischen Analyse	114
A.2	Gegenüberstellung der $(1,1)$ -Mode des durch die Druckdifferenz linear so-	
	wie nichtlinear vorgespannten, einschaligen Modells	116
A.3	Schematische Querschnittsansicht des zweischaligen Bauteils mit Kavität	
	und Isolierungen	122

# Tabellenverzeichnis

3.1	Aquivalenter Wärmedurchlasswiderstand einer ruhenden Luftschicht bei	
	horizontalem Wärmestrom	30
6.1	Atmosphärische Bedingungen und Kabinenbedingungen bei einer Flughö-	
	he von $H = 10000 \text{m}$	58
6.2	Parameter der statischen Belastungen	59
6.3	Eigenschaften der Modalanalyse und der harmonischen Analyse	66
6.4	Modellparameter des einschaligen Bauteils	69
7.1	Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Temperaturen des zwei-	
	schaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen	81
7.2	Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des	
	umlaufend gelenkig gelagerten einschaligen Bauteils ohne Vorspannungen .	82
7.3	Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des	
	umlaufend fest eingespannten zweischaligen Bauteils mit Kavität ohne	
	Vorspannungen	84
7.4	Temperaturen des einschaligen Bauteils	86
7.5	Eigenmoden und Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter Betrach-	
	tung der unterschiedlichen Vorspannungen	87
7.6	Eigenmoden und Eigenfrequenzen des zweischaligen Bauteils mit Kavität	
	unter Betrachtung der unterschiedlichen Vorspannungen	92
7.7	Temperaturen des zweischaligen Bauteils mit Kavität	94
7.8	Vergleich der Oberflächentemperaturen der Modelle $\mathbb{M}_1$ bis $\mathbb{M}_3$	99
A.1	Vergleich der Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils bei Druckbelas-	
	tung unter linearem und nichtlinearem Verhalten	115
A.2	Vergleich der Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils bei thermischer	
	Belastung unter linearem und nichtlinearem Verhalten	117
A.3	Modellgeometrie des einschaligen Bauteils	118

A.4	Modellgeometrie des zweischaligen Bauteils mit Kavität
A.5	Modellgeometrie des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen . $119$
A.6	Materialeigenschaften der Primärstruktur bzw. des einschaligen Bauteils $$ . $119$
A.7	Materialeigenschaften des Linings
A.8	Materialeigenschaften des akustischen Fluids des zweischaligen Bauteils
	mit Kavität
A.9	Materialeigenschaften des akustischen Fluids des zweischaligen Bauteils
	mit Kavität und Isolierung
A.10	Materialeigenschaften der Isolierung

# Nomenklatur

# Mathematische Operatoren

•	Betrag
$\int_S$	Flächen integral über die Fläche ${\cal S}$
$\{\cdot\}^H$	Hermitescher Operator
J	Imaginäre Einheit
$\cos(\cdot)$	Kosinusfunktion
$\log_{10}(\cdot)$	Logarithmus zur Basis 10
$e^{\{\cdot\}}$	Natürliche Exponentialfunktion
$\frac{\partial f}{\partial \{\cdot\}}$	Partielle Ableitung der Funktion $f$ nach $\{\cdot\}$
$\operatorname{Re}\{\cdot\}$	Realteil einer komplexen Zahl oder eines komplexen Vektors
$\sin(\cdot)$	Sinusfunktion
$\sum_{i}$	Summe von $i$ Elementen
$\{\cdot\}^T$	Transponierte einer Matrix/ eines Vektors

# Symbole

0	Nullmatrix
A	Fläche
B	Biegesteifigkeit
$\mathbf{C}$	Dämpfungsmatrix
$\mathbf{C}_F$	Akustische Dämpfungsmatrix
$\mathbf{C}_S$	Strukturelle Dämpfungsmatrix
$ ilde{\mathbf{C}}$	Dämpfungsmatrix des Systems mit Fluid-Struktur-Interaktion
E	Elastizitätsmodul

G Schubmodul

H Flughöhe

 $H_0$  Referenzhöhe der Troposphäre

 $H_1$  Referenzhöhe der unteren Stratosphäre; Struve-Funktion erster Ordnung

 $H_{Cabin}$  Kabinenhöhe

I Vektor der Schallintensität

 $J_1$  Bessel-Funktion erster Art der Ordnung Eins

K Steifigkeitsmatrix

 $\mathbf{K}_C$  Wärmeleitungsmatrix für Konduktion

 $\mathbf{K}_F$  Akustische Steifigkeitsmatrix

 $\mathbf{K}_{FS}$  Gekoppelte struktur-akustische Steifigkeitsmatrix

 $\mathbf{K}_{S}$  Strukturelle Steifigkeitsmatrix

 $\mathbf{K}_T$  Tangentiale Steifigkeitsmatrix

 $\mathbf{K}_{th}$  Wärmeleitungsmatrix

 $\mathbf{K}_{\alpha}$  Wärmeleitungsmatrix für Konvektion

 $\mathbf{K}_{\sigma}$  Spannungssteifigkeitsmatrix

 $\tilde{\mathbf{K}}$  Steifigkeitsmatrix des Systems mit Fluid-Struktur-Interaktion

 $\tilde{\mathbf{K}}_T$  Tangentiale Steifigkeitsmatrix des Systems mit Fluid-Struktur-Interaktion

K Kompressionsmodul

 $\mathbb{L}_1$  Durch die Druckbelastung vorgespanntes Modell

 $\mathbb{L}_2$  Thermisch vorgespanntes Modell

 $\mathbb{L}_3$  Aus Druck- und thermischer Belastung gekoppelt vorgespanntes Modell

 $L_W$  Schallleistungspegel

M Massenmatrix

 $\mathbf{M}_F$  Akustische Massenmatrix

 $\mathbf{M}_{FS}$  Gekoppelte struktur-akustische Massenmatrix

 $\mathbf{M}_S$  Strukturelle Massenmatrix

Massenmatrix des Systems mit Fluid-Struktur-Interaktion

 $\mathbb{M}_1$  Einschaliges Modell

M<sub>2</sub> Zweischaliges Modell mit Kavität

$\mathbb{M}_3$	Zweischaliges Modell mit Kavität und Isolierungen
M	Machzahl
$N_{Pr}$	Prandtl-Zahl
$N_x$	Normalkraftfluss in $x$ -Richtung
$N_y$	Normalkraftfluss in $y$ -Richtung
P	Schallleistung
$P_0$	Bezugsschallleistung
$P_a$	Abstrahlende Schallleistung
$P_e$	Einfallende Schallleistung
$P_r$	Reflektierte Schallleistung
$P_{\alpha}$	Absorbierte Schallleistung
$P_{\delta}$	Dissipierte Schallleistung
$P_{\tau}$	Transmittierte Schallleistung
Q	Volumenschnelle
$\dot{Q}$	Wärmestrom
$\mathbb{R}$	Spannungsfreies Modell (Referenzzustand)
R	Abstand zwischen einer Monopolquelle und einem FE-Knoten der Struktur; Schalldämmmaß; Spezielle Gaskonstante; Wärmedurchlasswiderstand
$R_S$	Wärmeübergangswiderstand
$R_{S,Cabin}$	Wärmeübergangswiderstand an der kabinenseitigen Bauteiloberfläche
$R_{S,r}$	Wärmeübergangswiderstand an der raumseitigen Bauteiloberfläche
$R_{S,a}$	Wärmeübergangswiderstand an der außenseitigen Bauteiloberfläche
$R_T$	Wärmedurchgangswiderstand
S	Strukturoberfläche
$S_i$	Teilfläche eines Kolbenstrahlers $i$
T	Temperatur
$T_0$	Referenztemperatur der Troposphäre
$T_1$	Referenztemperatur der unteren Stratosphäre
$T_B$	Bauteiltemperatur
$T_{Bot}$	Temperatur an der Unterseite eines Schalenelements

 $T_F$  Umgebungstemperatur

 $T_{F,a}$  Außenseitige Umgebungstemperatur

 $T_{F.Cabin}$  Kabinentemperatur

 $T_{krit}$  Kritische Beultemperatur

 $T_{n/(n+1)}$  Temperatur an der Grenzfläche zwischen Schicht n und n+1

 $T_r$  Raumseitige Umgebungstemperatur; Recoverytemperatur

 $T_{Ref}$  Referenztemperatur

 $T_{Top}$  Temperatur an der Oberseite eines Schalenelements

 $T_W$  Oberflächentemperatur eines Bauteils  $T_{W,a}$  Außenseitige Oberflächentemperatur  $T_{W,r}$  Raumseitige Oberflächentemperatur U Wärmedurchgangskoeffizient (U-Wert)

**Z** Impedanzmatrix

 $Z_{ii}$  Eigenstrahlungsimpedanz des Strahlers i

 $Z_{ij}$  Wechselseitige Impedanz der Strahler i und j

a Radius der Punktschallquelle; Temperaturleitfähigkeit

c Schallgeschwindigkeit

 $c_B$  Schallgeschwindigkeit im Bauteil  $c_F$  Schallgeschwindigkeit des Fluids

d Bauteildicke

f Lastvektor

 $\mathbf{f}_{add}$  Zusätzlicher Lastvektor in der zweiten Phase der linearen Perturbation

 $\mathbf{f}_{end}$  Lastvektor am Ende des Neustartprozesses der linearen Perturbationsanalyse

 $\mathbf{f}_F$  Akustischer Lastvektor  $\mathbf{f}_S$  Struktureller Lastvektor  $\mathbf{f}_{perturbed}$  Perturbationslastvektor  $\mathbf{f}_{th}$  Thermischer Lastvektor

Tastvektor des Systems mit Fluid-Struktur-Interaktion

f<sub>perturbed</sub> Perturbationslastvektor des Systems mit Fluid-Struktur-Interaktion

f Frequenz

 $f_0$ Resonanzfrequenz des Masse-Feder-Masse-Systems  $f_{Abtast}$ Abtastfrequenz  $f_c$ Fundamentale Koinzidenzfrequenz  $f_{c,o}$ Oberste Koinzidenzfrequenz  $f_i$ *i*-te Eigenfrequenz  $f_{max}$ Maximale Frequenz  $f_{min}$ Minimale Frequenz Eigenfrequenz der  $(n_x, n_y)$ -Strukturmode  $f_{n_x,n_y}$ Eigenfrequenz der akustischen  $(n_x, n_y, n_z)$ -Mode  $f_{n_x,n_y,n_z}$ Ĵ Lastamplitude hKavitätstiefe kWellenzahl  $l_e$ Elementkantenlänge  $l_x$ Abmessung in x-Richtung Abmessung in y-Richtung  $l_y$ Abmessung in z-Richtung  $l_z$ mMasse Flächenbezogene Masse  $\tilde{m}$ Polytropenexponent nAnzahl der Halbwellen in x-Richtung  $n_x$ Anzahl der Halbwellen in y-Richtung  $n_y$ Anzahl der Halbwellen in z-Richtung  $n_z$ Vektor des Schalldrucks  $\mathbf{p}$ Erste zeitliche Ableitung des Schalldruckvektors ģ Zweite zeitliche Ableitung des Schalldruckvektors ÿ Schallwechseldruck; Statischer Umgebungsdruck pReferenzdruck der Troposphäre  $p_0$ Referenzdruck der unteren Stratosphäre  $p_1$ Einfallender Schallwechseldruck  $p_e$ Effektivwert des Schalldrucks  $p_{eff}$ 

$p_{s,Ref}$	Statischer Referenzdruck
$\hat{p}$	Druckamplitude
$\hat{p}_e$	Druckamplitude der einfallenden Schallwelle
$\hat{p}_r$	Druckamplitude der reflektierten Schallwelle
$\mathbf{q}$	Wärmelastvektor
$\mathbf{q}_C$	Wärmelastvektor aufgrund spezifischer Knotentemperatur
$\mathbf{q}_{\dot{q}}$	Wärmelastvektor aufgrund spezifischer Wärmestromdichten
$\mathbf{q}_{lpha}$	Wärmelastvektor aufgrund von Oberflächenkonvektion
$\dot{q}$	Wärmestromdichte
$\dot{q}_a$	Außenseitige Wärmestromdichte
$\dot{q}_r$	Raumseitige Wärmestromdichte
r	Abstandsvektor vom Koordinatenursprung zu einer Monopolquelle; Vektor der inneren Kräfte
$\mathbf{r}_s$	Abstandsvektor vom Koordinatenursprung zu einem FE-Knoten der Struktur
r	Recoveryfaktor; Reflexionsfaktor
$\mathbf{t}$	Vektor der Knotentemperaturen
t	Zeit
u	Verschiebungsvektor
ů	Geschwindigkeitsvektor
ü	Beschleunigungsvektor
ũ	Gekoppelter Verschiebungsvektor
$\dot{ ilde{ ilde{u}}}$	Gekoppelter Geschwindigkeitsvektor
ä	Gekoppelter Beschleunigungsvektor
u	Strukturauslenkung
$\hat{u}$	Auslenkungsamplitude
v	Vektor der Schallschnellen
v	Fluggeschwindigkeit; Oberflächengeschwindigkeit der Struktur
x	Komplexer Vektor der Anregung mit Informationen zur Lastamplitude und zur Phasenverschiebung
x	Kartesische x-Koordinate

У	Komplexer Vektor der Auslenkung mit Informationen zur Auslenkungsamplitude und zur Phasenverschiebung
y	Kartesische y-Koordinate
z	Kartesische z-Koordinate
$\Delta T$	Temperaturdifferenz zwischen der Bauteiltemperatur und der Referenztemperatur
$\Delta f_\%$	Relative Abweichung zwischen den analytisch und numerisch ermittelten Eigenfrequenzen
$\Delta p$	Druckdifferenz zwischen dem Umgebungsdruck und dem Kabinendruck
$\Delta \mathbf{u}$	Inkrement des Verschiebungsvektors
Λ	Viskose charakteristische Länge
$\Lambda'$	Thermische charakteristische Länge
Ω	Erregerkreisfrequenz
$\Phi$	Residual-Lastvektor
$\alpha$	Absorptionsgrad; Wärmeausdehnungskoeffizient; Wärmeübergangskoeffizient
	ent
$\alpha_{\infty}$	Tortuosität
$\alpha_a$	außenseitiger Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_{Cabin}$	Wärmeübergangskoeffizient der Kabine
$\alpha_r$	raumseitiger Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_s$	Wärmeübergangskoeffizient bei Strahlung
δ	Dissipationsgrad
$\varepsilon$	Dehnung
$\kappa$	Isentropenexponent
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit; Wellenlänge
$\lambda_B$	Biegewellenlänge
$\lambda_F$	Wellenlänge des Fluidschalls
$\lambda_i$	i-ter Eigenwert
ν	Kinematische Zähigkeit; Querkontraktionszahl
$\omega$	Kreisfrequenz

 $\omega_i$  i-te Eigenkreisfrequenz

 $\rho$  Dichte; Reflexionsgrad

 $\rho_0$  Referenzdichte der Troposphäre

 $\rho_1$  Referenzdichte der unteren Stratosphäre

 $\rho_{eff}$  Effektive Dichte eines porösen Materials

 $\rho_F$  Dichte des Fluids

 $\sigma$  Spannung; Strömungswiderstand

au Transmissionsgrad

 $\theta$  Einfallswinkel der Schallwelle

 $\varphi$  (Rechter) Eigenvektor

 $\varphi^L$  Linker Eigenvektor

 $\phi$  Porosität

 $\varphi$  Phasenverschiebung der Anregung

 $\psi$  Phasenverschiebung der Knotenauslenkung

### Abkürzungen

APDL ANSYS Parametric Design Language

CPACS Common Parametric Aircraft Configuration Schema

DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.

E-Modul Elastizitätsmodul

FEM Finite Elemente Methode

FE-Knoten Finite Elemente Knoten

FE-Modell Finite Elemente Modell

FE-Netz Finite Elemente Netz

FE-Programm Finite Elemente Programm

FSI Fluid-Struktur-Interaktion

JCA-Modell Modell nach JOHNSON-CHAMPOUX-ALLARD

# 1 Einleitung

### 1.1 Motivation

Ziel der zukünftigen Luftfahrt ist es, neuartige revolutionäre Luftfahrtprodukte schneller und flexibler disziplinübergreifend zu entwerfen und diese im Vergleich zu heute noch effizienter, leistungsfähiger und sicherer zu machen. Voraussetzung dafür ist die Digitalisierung in der Luftfahrt und die damit einhergehende permanente Verfügbarkeit aller Daten während des Produktentwicklungszyklus eines Luftfahrzeugs. Diese Daten werden stetig mit formalisiertem und anwendbarem Expertenwissen erweitert. Insbesondere die Flugzeugkabine hat ein großes Potential für neue Innovationen in den Bereichen Passagierkomfort und Sicherheit. Um dieses Potential auch optimal nutzen zu können, sind Analysen einer Vielzahl unterschiedlicher Kabinenkonzepte notwendig. Erschwert werden die Analysen bzw. der Vergleich der disruptiven Kabinenkonzepte zudem durch die grundlegend verschiedenen physikalischen Phänomene, die zueinander in Wechselwirkung stehen und nicht mehr separat betrachtet werden können. Ein wichtiger Ansatzpunkt des Entwurfs bildet daher die multidisziplinäre Bewertung der Kabinenkonzepte, um den Entwurf im Hinblick auf die gegebenen Anforderungen zu optimieren. Als erster Schritt, der in dieser Arbeit verfolgt wird, ist die Entwicklung eines formalisierten und damit auch effizienteren Prozesses notwendig, bei dem multiphysikalische Phänomene an Kabinenkomponenten numerisch simuliert werden sollen. Methoden für eine gekoppelte interdisziplinäre Simulation ermöglichen es, die bestehenden physikalischen Interaktionen sowie deren Auswirkungen auf die jeweiligen anderen Disziplinen darzustellen, um das Produktverhalten bzw. dessen Eigenschaften realitätsgetreuer vorherzusagen. Die Einbindung der interdisziplinär gekoppelten Simulationen in den frühen iterativen Entwurfsprozess kann die Auslegung neuer Kabinenkonzepte zeitlich reduzieren und trägt durch einen verringerten Bedarf an Versuchen zur Schonung von Ressourcen bei und führt demnach auch zu Kosteneinsparungen.

### 1.2 Ziel der Arbeit

Ein entscheidender Grundstein des zukünftigen Luftfahrzeugentwurfs ist das Erlangen der Fertigkeit, gekoppelte multiphysikalische Analysen mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM) modellieren und schon in der frühen Entwurfsphase durchführen zu können. Deren Detaillierungsgrad ist variabel und kann somit von einfachen Bauteilen bis auf Luftfahrtprodukte hochskaliert werden, um neues Wissen für jeden Detailierungsgrad und zu jedem Entwurfsprozessschritt für neue revolutionäre Kabinenkonzepte zu erlangen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird diese Fertigkeit der multidisziplinären Analyse zu einer Methode ausgearbeitet und anhand von thermisch-strukturakustisch gekoppelten Analysen in dem kommerziellen Finite Elemente Programm (FE-Programm) ANSYS MECHANICAL angewendet. Die Arbeit soll damit einerseits als Grundlage für weiterführende gekoppelte Analysen dienen. Andererseits sollen bereits Aussagen zu der Applikation der Methode, der thermischen Isolierwirkung und der Kabinenakustik gemacht werden. Konkret werden unterschiedlich detaillierte Modelle der Kabinenseitenwand untersucht. Hierbei wird insbesondere die Auswirkung konstruktiver Merkmale auf die Temperaturverteilung und das akustische Transmissionsverhalten analysiert. Außerdem wird im Fokus der Einfluss der Wärmeübertragung und der Innendruckbelastung auf die Schallübertragung durch die Kabinenseitenwand behandelt.

### 1.3 Aufbau einer Kabinenseitenwand

Zur besseren Anschaulichkeit der zu untersuchenden Kabinenseitenwand wird im Folgenden der Aufbau dieser erläutert.

Die Kabinenseitenwand setzt sich aus der Primärstruktur, dem Lining sowie der primären und sekundären Isolierung zusammen. Die Primärstruktur, dargestellt in Abbildung 1.1, dient zur Aufnahme der mechanischen sowie aerodynamischen Lasten und besteht aus den durch einen Clip miteinander verbundenen, grundsätzlichen Bauelementen Hautfeld, Stringer und Spant. Letztere verstärken das Hautfeld und verhindern das Beulen von den eingeschlossenen Hautstreifen, ebenso wie das globale Beulen (Knicken) von ganzen Schalenbereichen. Üblicherweise wird die Primärstruktur aus einer Aluminiumlegierung gefertigt. Heutzutage finden allerdings auch Materialien wie Kohlenstofffaserverbunde an Strukturbauteilen immer mehr Einsatz.

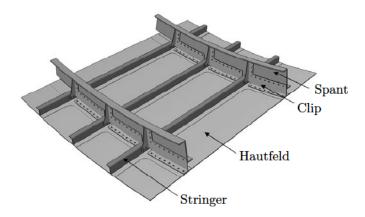


Abbildung 1.1: Ausschnitt der Primärstruktur eines Flugzeugrumpfes (nach [27])

Die Kabinenverkleidung (Abbildung 1.2), englisch: *Lining*, ist ein sekundäres Strukturbauteil und dient vorrangig der Abdeckung der zwischen der Primär- und Sekundärstruktur liegenden Flugzeugsysteme sowie der optischen Kabinengestaltung. Es weist eine Sandwichbauweise mit einem Aramidwabenkern und Deckschichten aus phenolharzgebundenen Glasfasergeweben auf.

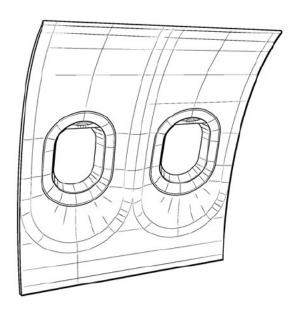


Abbildung 1.2: Auschnitt des Kabinenlinings (nach [55])

Zusätzlich werden zur thermischen und akustischen Dämmung die Primär- und Sekundärstruktur mit Isolierungen versehen. Als ein weit verbreitetes, thermoakustisches Dämmmaterial gilt Glaswolle, welche sich neben den thermischen und akustischen Dämmeigenschaften durch eine für den Leichtbau signifikant geringe Dichte auszeichnet [41]. Großes Potential bieten darüber hinaus hochporöse Aerogele, die vielversprechende Dämmeigenschaften aufweisen und aufgrund ihrer vielseitigen Eigenschaften an einen entsprechenden Anwendungsfall adaptiert werden können [32, 33].

Eine Querschnittsansicht der Kabinenseitenwand ist in Abbildung 1.3 dargestellt, bei der neben dem Zusammenbau aus Primärstruktur und Lining die Sekundärisolierung in Blau abgebildet ist.

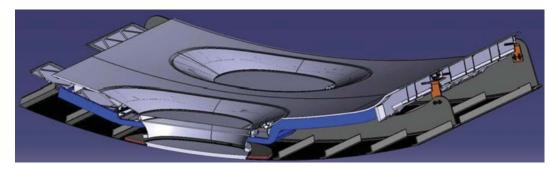


Abbildung 1.3: Querschnittsansicht der Kabinenseitenwand ohne Primärisolierung (nach [44])

# 1.4 Gliederung der Arbeit

Der hohe Grad an Komplexität und Interdisziplinarität der thermisch-strukturakustischen Analyse erfordert grundlegende Kenntnisse aus den Bereichen der Akustik, der Wärmeübertragung und der Finiten Elemente Methode, auf denen die vorliegende Arbeit basiert. In einem ersten Schritt werden daher die disziplinspezifischen Grundlagen konkretisiert. In Kapitel 2 wird die Schallausbreitung in verschiedenen Medien sowie die Schalltransmission durch flexible Bauteile dargelegt. Nachfolgend gibt Kapitel 3 eine Übersicht über die Prozesse der Wärmeübertragung und verdeutlicht die Abhängigkeit der aerostatischen sowie aerothermischen Größen von der Flughöhe. Die für diese Arbeit relevanten Grundlagen der Finiten Elemente Methode zur Durchführung einer multiphysikalischen Analyse werden in Kapitel 4 zusammengefasst. Beruhend auf den theoreti-

schen Betrachtungen wird in Kapitel 5 eine kurze Einführung in die Multiphysik gegeben sowie insbesondere die Lösung von thermisch-strukturmechanischen Problemen und die Kopplung zwischen Struktur und Fluid erörtert. Darauf aufbauend wird in Kapitel 6 das Vorgehen einer gekoppelten thermisch-strukturakustischen Analyse unter Berücksichtigung der im Flugfall bestehenden Belastungen entwickelt. Kapitel 7 behandelt die Vorstellung der zu untersuchenden, unterschiedlich komplexen Simulationsmodelle sowie deren Verifizierung. Darüber hinaus werden die Ergebnisse der numerischen Simulation detailliert ausgewertet. Abschließend gibt Kapitel 8 eine Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse aus dieser Arbeit und zeigt einen Ausblick auf zukünftige Untersuchungen.

# 2 Grundlagen der Akustik

Schall ist definiert als mechanische Schwingungen eines elastischen Mediums, die sich als Wellen ausbreiten [42]. Die Schallausbreitung beruht auf der Übertragung des Impulses zwischen den Teilchen. In Gasen und Flüssigkeiten wird die Ausbreitung des Schalls zusammengefasst als Fluidschall, welcher aufgrund von Druck- und Dichteschwankungen Schwingungen verursacht. Schwingungen und Wellen in Festkörpern dagegen werden als Körperschall definiert [45].

Die Kabinenakustik hat einen wesentlichen Einfluss auf das Komfortempfinden eines Passagiers innerhalb eines Flugzeugs. Insbesondere der Körperschall, welcher durch Bewegungen der Körperoberflächen eine Luftschallabstrahlung bewirkt und somit den Schall von außen in die Kabine überträgt, hat hierbei eine große Bedeutung [45].

Im folgenden Kapitel 2.1 wird zunächst die Schallausbreitung beschrieben, die sich fundamental in Fluiden und Festkörpern unterscheidet. Darauf aufbauend wird in Kapitel 2.2 der Schalldurchgang durch verschiedene aufeinanderfolgende Medien behandelt.

## 2.1 Schallausbreitung

### 2.1.1 Schallausbreitung in kompressiblen Fluiden

Gase und Flüssigkeiten haben die Eigenschaft, keine Schubspannungen aufnehmen zu können. Schall breitet sich daher in kompressiblen Fluiden ausschließlich in Form von Longitudinalwellen aus [56]. In einem Fluid bewirkt demnach nur eine Volumenänderung eine Änderung des Drucks [45]. Das Schallfeld lässt sich durch die beiden ortsund zeitabhängigen Schallfeldgrößen vollständig beschreiben [56]. Dabei handelt es sich zum einen um den skalaren Schallwechseldruck p, auch Schalldruck genannt. Dieser beschreibt die Druckschwankungen gegenüber des atmosphärischen Gleichdrucks, welche durch die Schwingungen hervorgerufen werden. Zum anderen ist die vektorielle Schallschnelle  $\mathbf{v}$  zur Beschreibung erforderlich. Die Teilchen eines Mediums bewegen sich bei

der Schallausbreitung um eine Ruhelage hin und her. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Teilchen in diesem Fall bewegen, wird als Schallschnelle bezeichnet und ist nicht mit der Schallgeschwindigkeit c zu verwechseln. Letztere beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich eine Welle in einem Medium ausbreitet. Die Schallgeschwindigkeit in Gasen und Flüssigkeiten wird unterschiedlich berechnet. Die Schallgeschwindigkeit eines Gases  $c_F$  wird ermittelt über

$$c_F = \sqrt{\kappa RT}.\tag{2.1}$$

Hierin sind  $\kappa$  der Isentropenexponent, R die spezielle Gaskonstante und T die absolute Temperatur des Gases [56]. Für die Wellenlänge eines Fluids bei der Frequenz f gilt

$$\lambda_F = \frac{c_F}{f}.\tag{2.2}$$

Zur vollständigen Beschreibung der mechanischen Eigenschaften eines Fluids genügt die Angabe des Kompressionsmoduls K, welches die relative Volumenänderung bei einer definierten Druckbelastung angibt [19], und der Dichte  $\rho$  [42].

### 2.1.2 Körperschall

Kennzeichnend für die Schallausbreitung in festen Körpern ist die Fähigkeit, Schubspannungen aufzunehmen [42, 45]. Neben der Volumenänderung wird auch der Formänderung ein elastischer Widerstand entgegengesetzt. Dies führt zum Auftreten einer Vielzahl an neuen Wellenformen [42]. Bei plattenförmigen Bauteilen bilden sich unter anderem Schub-, Biege- und Dehn- bzw. Quasilongitudinalwellen aus [42, 46]. Hinsichtlich der Schallabstrahlung sind speziell die Biegewellen von besonderem Interesse. Diese Wellenform zeichnet sich durch Plattenauslenkungen senkrecht zur Plattenoberfläche aus und ruft somit durch größere Volumenverschiebungen leichter eine Luftschallabstrahlung als andere Wellenformen hervor [45]. Außerdem sind Biegewellen aufgrund des im Vergleich zu anderen Belastungen kleinen Widerstandes gegen Biegung viel leichter anzuregen und charakterisieren das Schwingverhalten daher maßgeblich [45].

Um die mechanischen Eigenschaften eines isotropen Materials vollständig beschreiben zu können, sind der Elastizitätsmodul (E-Modul) E, der Schubmodul G sowie die Dichte  $\rho$  erforderlich [42]. Die Biegewellenlänge  $\lambda_B$  einer dünnen, isotropen Platte ergibt sich nach

[45] zu

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B}{\tilde{m}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi f}}.$$
 (2.3)

Darin ist f die Frequenz, B die Biegesteifigkeit der Platte, die sich aus dem E-Modul E, der Plattendicke d und der Querkontraktionszahl  $\nu$  nach

$$B = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} \tag{2.4}$$

bestimmen lässt, und  $\tilde{m}$  die flächenbezogene Masse, die aus der Bauteildicke d und der Bauteildichte  $\rho$  ermittelt wird:

$$\tilde{m} = \rho d. \tag{2.5}$$

### 2.1.3 Schallausbreitung an Grenzflächen

Auf Grundlage der bisherigen Betrachtungen der Schallausbreitung in Fluiden und Festkörpern werden in diesem Abschnitt basierend auf den Lehrbüchern [19, 42, 56] die auftretenden Effekte an Grenzflächen zwischen den verschiedenen Medien vorgestellt.

Eine wichtige akustische Größe, die für die nachfolgenden Ausführungen von Bedeutung ist, ist die Schallleistung P. Diese lässt sich durch Integration der vektoriellen Schallintensität  $\mathbf{I}$  über die vom Schallfeld durchsetzte Fläche S in Normalenrichtung berechnen. Es gilt:

$$P = \int_{S} \mathbf{I} d\mathbf{S}. \tag{2.6}$$

Darin ist die Schallintensität definiert als das Produkt aus Schalldruck p und Schallschnelle  ${\bf v}$  zu

$$\mathbf{I} = p\mathbf{v}.\tag{2.7}$$

Im Folgenden wird eine Schallwelle betrachtet, welche sich in einem Fluid ausbreitet und auf ein Hindernis, z.B. eine Wand, trifft. Unterschieden wird dabei zwischen einer schallharten und einer schallweichen Wand, die über den Reflexionsfaktor r charakterisiert werden. Dieser ist ein weiterer fundamentaler akustischer Kennwert und lässt sich mit

Hilfe der Druckamplituden der einfallenden Welle  $\hat{p}_e$  und der reflektierten Welle  $\hat{p}_r$  an der Grenzfläche definieren zu:

$$r = \frac{\hat{p}_r}{\hat{p}_e}. (2.8)$$

Eine schallharte Wand wird beschrieben durch einen Reflexionsfaktor r=1. Es ergibt sich eine stehende Welle, dessen maximale Amplitude an der Wand mit  $\hat{p}=2\hat{p}_e$  auftritt. Die reflektierte und die einfallende Welle haben die gleiche Phase und den gleichen Betrag. Schalldruck und Schallschnelle sind hierbei um  $\frac{\pi}{2}$  phasenverschoben. Der Fall r=-1 entspricht der Reflexion an einer schallweichen Wand, bei der der Druck an der Grenzfläche verschwindet. Auch hier ergibt sich eine stehende Welle. Die reflektierte Welle hat den gleichen Betrag wie die einfallende Welle, allerdings mit umgekehrten Vorzeichen und mit einer Phasenverschiebung von  $\pi$ .

An der Grenzfläche zwischen Fluid und Hindernis treten verschiedene Effekte auf: Ein Teil der einfallenden Schallwelle, die mit der Schallleistung  $P_e$  auf die Wand auftrifft, wird mit der Schallleistung  $P_r$  reflektiert und ein anderer Teil wird mit der Schallleistung  $P_{\alpha}$  absorbiert. Der absorbierte Anteil setzt sich zusammen aus der Transmission  $P_{\tau}$  und der Dissipation  $P_{\delta}$ . Diese Prozesse werden in Abbildung 2.1 dargestellt.

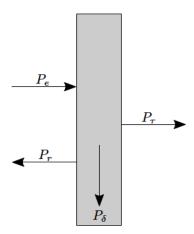


Abbildung 2.1: Akustische Vorgänge an einer Grenzfläche verschiedener Medien (in Anlehnung an [19])

Es lässt sich die Leistungsbilanz

$$P_e = P_r + P_\tau + P_\delta \tag{2.9}$$

und daraus folgernd

$$\underbrace{\frac{P_r}{P_e}}_{a} + \underbrace{\frac{P_\tau}{P_e}}_{\tau} + \underbrace{\frac{P_\delta}{P_e}}_{\delta} = 1 \tag{2.10}$$

mit dem Reflexionsgrad  $\rho$ , dem Transmissionsgrad  $\tau$  und dem Dissipationsgrad  $\delta$  aufstellen. Die Summe des Transmissionsgrades  $\tau$  und des Dissipationsgrades  $\delta$  bilden den Absorptionsgrad  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{P_{\alpha}}{P_e} = \frac{P_{\tau} + P_{\delta}}{P_e} = \tau + \delta = 1 - \rho. \tag{2.11}$$

Insbesondere der Vorgang der Schalltransmission durch flächige Strukturen hat für die Kabinenakustik eine große Bedeutung und wird im Kontext des nachfolgenden Abschnitts genauer betrachtet.

### 2.2 Schalldurchgang durch flexible Bauteile

In diesem Abschnitt wird der Schalldurchgang durch Trennbauteile beschrieben. Grundsätzlich ist ein schematischer Aufbau des Fluid-Struktur-Fluid-Systems gemäß Abbildung 2.2 zu betrachten. Dieses setzt sich aus dem Bauteil, welches sowohl eine einschalige als auch mehrschalige Bauweise aufweisen kann, und den beiden Fluidgebieten, die das Bauteil umgeben, zusammen.

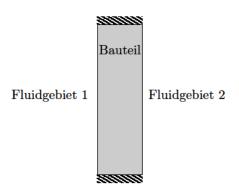


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des betrachteten Fluid-Struktur-Fluid-Systems zur Beschreibung des Schalldurchgangs durch Bauteile

Nachfolgend wird zunächst eine Methode zur Modellierung einer realitätsnahen Schallanregung in Fluidgebiet 1 herangezogen. Darauf aufbauend wird auf die Schallabstrahlung von dem Bauteil in ein weiteres Fluidgebiet 2 eingegangen. Abschließend wird die Schalltransmission durch ein- und mehrschalige Bauteile erörtert.

### 2.2.1 Schallanregung

Zur Modellierung der akustischen Anregung existieren verschiedene Ansätze, die auch bei Gültigkeit idealisierter Annahmen eine eher praxisbezogene Rechnung erlauben. Der einfachste Ansatz ist der einer Monopolanregung, bei welcher eine Monopolquelle, die eine Schallabstrahlung entsprechend einer punktsymmetrischen Kugelwelle bewirkt, an den Ort einer akustischen Quelle, beispielsweise an die Stelle des Triebwerks, platziert wird und mit konstanter Schallleistung über alle Frequenzen in Richtung des Rumpfes strahlt [59].

Einen realitätsnäheren Ansatz bildet das diffuse Schallfeld, welches sich durch eine isotrope Schallausbreitung auszeichnet [19]. Dies bedeutet, dass die Ausbreitung des Schalls und damit auch der Energietransport von jedem Raumpunkt gleichmäßig in alle Richtungen erfolgt [19]. Ein signifikanter Vorteil des diffusen Schallfeldes im Vergleich zur Monopolanregung ist, dass durch die breitbandige Anregung und durch den aus allen Richtungen einfallenden Schall zahlreiche Moden in Erscheinung treten [56].

Näherungsweise modellieren lässt sich dies durch eine Superposition ebener oder sphärischer Schallwellen [59]. Wie in Abbildung 2.3 dargestellt, wird dazu eine endliche Anzahl an Monopolquellen mit zufälligen Phasenwinkeln auf einer Halbkugeloberfläche definiert. Aus dieser Approximation kann der Schalldruck  $p_e$  bei der Kreisfrequenz  $\omega$  nach [59] zu

$$p_e = \sum_n j\omega \rho_F \frac{Q_n}{4\pi R_n} e^{-j\omega \frac{R_n}{c_F} + \frac{\alpha_n}{2\pi}}$$
 (2.12)

bestimmt werden. Die daraus berechnete Druckverteilung ist komplexwertig und wird für jede zu untersuchende Frequenz  $f=\frac{\omega}{2\pi}$  ermittelt. Darin beschreibt  $\rho_F$  die Dichte und  $c_F$  die Schallgeschwindigkeit des Fluids, in dem sich das diffuse Schallfeld ausbreitet. Die zufälligen Phasenwinkel  $\alpha_n$  einer jeden Monopolquelle sind frequenzabhängig und sollten für jegliche Kreisfrequenz  $\omega$  stochastisch gleichverteilt sein. Der Ausdruck  $Q_n$  entspricht der Volumenschnelle der n-ten Monopolschallquelle, und berechnet sich aus

$$Q_n = 4\pi a^2 v_n, (2.13)$$

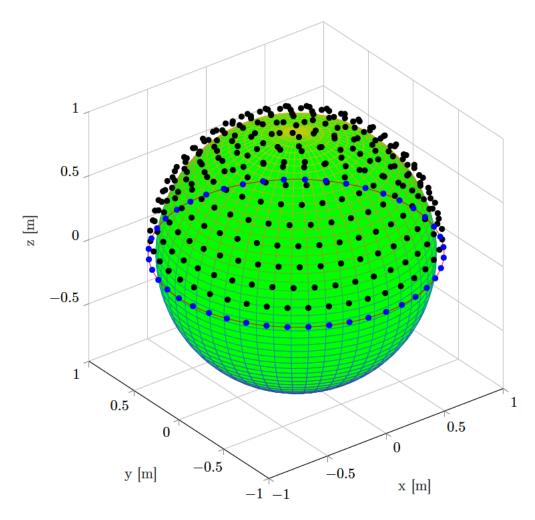


Abbildung 2.3: Verteilung der Monopolquellen auf einer Halbkugeloberfläche zur Generierung eines diffusen Schallfeldes (in Ahnlehnung an [51])

mit der Oberflächengeschwindigkeit  $v_n$  sowie dem Radius a der Punktschallquelle bezogen auf die maximal betrachtete Frequenz  $f_{max}$  nach

$$a = \frac{c_F}{2\pi f_{max}}. (2.14)$$

 $\mathbb{R}_n$  bezeichnet den Abstand zwischen einer Monopolquelle und einem Punkt auf der Struktur:

$$R_n = |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|. \tag{2.15}$$

Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.4 beispielhaft dargestellt und wird von jedem definierten Finite Elemente Knoten (FE-Knoten) der belasteten Bauteiloberfläche zu jeder Monopolquelle berechnet. Dabei ist  $\mathbf{r}$  der Vektor vom Koordinatenursprung zu einer Monopolquelle und  $\mathbf{r}_s$  der Vektor vom Koordinatenursprung zu einem FE-Knoten der Struktur. Bei Annahme einer schallharten Wand wird der Schalldruck verdoppelt, siehe auch Abschnitt 2.1.3.

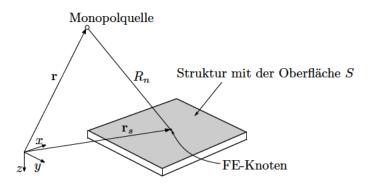


Abbildung 2.4: Definition der Abstände zur Berechnung der Druckverteilung (in Anlehnung an [51, 59])

Aus der resultierenden Schalldruckverteilung ist die einfallende Schallleistung zu berechnen nach [59]:

$$P_e = \frac{1}{2\rho_F c_F} \int_S p_{eff}^2 \cos\theta dS. \tag{2.16}$$

Darin ist S die Fläche der belasteten Struktur,  $\theta$  der Einfallswinkel der Schallwelle auf der Struktur und  $p_{eff}$  der Effektivwert des Schalldrucks, welcher sich aus folgender Gleichung

$$p_{eff} = \frac{|p_e|}{\sqrt{2}} \tag{2.17}$$

ergibt. Wie bereits erläutert wurde, bewirkt die Annahme eines diffusen Schallfelds, dass der Schall gleichermaßen aus allen Raumrichtungen einfällt und demnach der Einfallswinkel  $\theta$  ebenfalls gleichmäßig verteilt ist, sodass die Schallleistung über alle Einfallsrichtungen gemittelt werden muss. Aus diesem Grund wird der Ausdruck  $\cos \theta$ , welcher Werte zwischen Null und Eins annimmt, im Mittel dem Wert  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  zugeordnet [45]. Der Wertebereich der Schallleistung umfasst in der Regel mehrere Zehnerpotenzen. Daher

ist die Angabe eines Schallleistungspegels  $L_W$  üblich, welcher durch

$$L_W = 10 \log_{10} \left(\frac{P_e}{P_0}\right) dB \tag{2.18}$$

mit der Bezugsschallleistung  $P_0 = 10^{-12}$ W ermittelt wird.

### 2.2.2 Schallabstrahlung

Eine gängige Methode zur Bestimmung der Schallabstrahlung ist die Diskretisierung des Fluides im Fernfeld. Eine Alternative dazu, die in der vorliegenden Arbeit in Anlehnung an [34] erläutert und angewendet wird, bildet die Untersuchung des Abstrahlverhaltens in das akustische Nahfeld einer Platte basierend auf der Verwendung des RAYLEIGH-INTEGRALS. Diese bietet gegenüber der üblichen Methode den Vorteil, dass die abgestrahlte Schallleistung anhand der Auslenkungen der Platte ermittelt werden kann und somit das Fluidgebiet, in das der Schall abstrahlt, nicht modelliert werden muss. Folglich wird das Modell sehr viel kleiner und recheneffizienter.

Die Platte mit der Fläche S wird zunächst in n gleichmäßig verteilte sowie gleich große Segmente diskretisiert, die jeweils einen Kolbenstrahler darstellen. Diese Art von Strahler bezeichnet eine kreisförmige, starre Membran, die in einer unendlich ausgedehnten, schallharten Wand liegt und deren Schwingung eine Auslenkung senkrecht zur Wand bewirkt [42]. Die Teilfläche eines Strahlers i wird approximiert durch:

$$S_i = S/n \tag{2.19}$$

mit dem äquivalenten Radius a

$$a = \sqrt{\frac{S_i}{2\pi}}. (2.20)$$

Ein wichtiger akustischer Kennwert, welcher im Folgenden vorgestellt wird, ist die komplexwertige Impedanz. Allgemein wird diese als Verhältnis einer Ursache zu der davon hervorgerufen Wirkung definiert [56]. Im Spezifischen bedeutet die akustische Impedanz  ${\bf Z}$  folglich das Verhältnis aus dem komplexen Schalldruck  ${\bf p}$  zu der komplexen Schallschnelle  ${\bf v}$ , deren Vektoren sich jeweils aus den entsprechenden Werten eines jeden Strahlers i bei einer diskreten Frequenz f zusammensetzen, und kann damit als ein der Schwin-

gung entgegengesetzten Widerstand aufgefasst werden:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{v}}.\tag{2.21}$$

Die komplexwertige Schallstrahlungsimpedanz beschreibt die Impedanz eines Mediums an der Oberfläche eines Schallstrahlers, also der Eingangsimpedanz des Mediums, in das die Schallabstrahlung erfolgt und die für die abgestrahlte Schallleistung relevant ist [19]. Die Eigenstrahlungsimpedanz  $Z_{ii}$  eines Strahlers i berechnet sich mit der Wellenzahl  $k = \frac{\omega}{c_E}$  und der daraus resultierenden Größe  $\Gamma = 2ka$  nach

$$Z_{ii}(\omega) = \rho_F c_F S_i \left[ 1 - \left( \frac{2J_1(\Gamma)}{\Gamma} \right) + j \left( \frac{2H_1(\Gamma)}{\Gamma} \right) \right]. \tag{2.22}$$

Darin sind  $\rho_F$  die Fluiddichte,  $c_F$  die Fluidschallgeschwindigkeit,  $J_1$  die Bessel-Funktion erster Art der Ordnung Eins und  $H_1$  die Struve-Funktion erster Ordnung. Außerdem ist der Einfluss der Wechselwirkung zwischen den Strahlern nicht vernachlässigbar. Die wechselseitige Impedanz der Kolbenstrahler i und j wird berücksichtigt durch

$$Z_{ij}(\omega) = \frac{\rho_F c_F k^2 S_i S_j}{2\pi} \left(\frac{4J_1(\Gamma/2)}{\Gamma}\right)^2 \left(\frac{\sin(kd_{ij})}{kd_{ij}} + j \frac{\cos(kd_{ij})}{kd_{ij}}\right). \tag{2.23}$$

Die Impedanzmatrix  $\mathbf{Z}$  setzt sich schließlich aus den berechneten Werten  $Z_{ii}$  und  $Z_{ij}$  zusammen.

Mit Hilfe der komplexwertigen Auslenkung  $\mathbf{u}$ , gebildet aus den Auslenkungen  $u_i$  eines jeden Strahlers i, ist die abstrahlende Schallschnelle  $\mathbf{v}$  durch einmaliges Ableiten nach der Zeit zu ermitteln. Es gilt im Frequenzbereich:

$$\mathbf{v} = \jmath \omega \mathbf{u}. \tag{2.24}$$

Für die abstrahlende Schallleistung  $P_{\tau}$ , die dem transmittierten Anteil der Schallleistung entspricht, ergibt sich nach [23]:

$$P_{\tau} = \frac{1}{2} \int_{S_i} \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{v}^H \mathbf{Z} \mathbf{v} \right\} dS_i.$$
 (2.25)

Der Schallleistungspegel wird analog zu Gleichung (2.18) bestimmt.

### 2.2.3 Schalldämmung von Trennbauteilen

Die folgenden Ausführungen fassen die wesentlichen Aspekte der Schalldämmung sowie der Schalldämpfung und auf dieser Grundlage die Schallübertragung durch verschiedene Bauteile nach [2, 19, 23, 42, 59] zusammen.

Während bei der Schalldämpfung den Schallwellen Energie bzw. Schallleistung durch Dissipation entzogen wird, beschreibt die Schalldämmung bauakustische Maßnahmen zur lokalen Reduzierung der Schallenergie. Dämmung tritt daher in der Praxis häufig sowohl durch Reflexion der einfallenden Schallenergie als auch durch deren Absorption aufgrund von Dissipationseffekten im Bauteil auf. Ein qualitativer Kennwert der Schalldämmung stellt das sogenannte Schalldämmmaß R dar und charakterisiert demnach die Schalltransmission mit dem Transmissionsgrad  $\tau$  durch das Bauteil:

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau} dB = 10 \log_{10} \frac{P_{\tau}}{P_{e}} dB.$$
 (2.26)

Das Schalldämmmaß ist sowohl von der Frequenz als auch vom Material, der Dicke und der Konstruktionsweise eines schalltransmittierenden Bauteils abhängig, was in den folgenden zwei Unterabschnitten genauer beschrieben wird.

### Schalltransmission dünnwandiger, einschaliger Bauteile

Eine Schallwelle, welche auf ein unendlich ausgedehntes, einschaliges Bauteil auftrifft, regt das Bauteil zu einer Schwingung an. Die damit einhergehenden Biegewellen führen wiederum zu einer Luftschallabstrahlung in die Fluidgebiete vor und hinter dem Bauteil. Bei schrägem Schalleinfall unter dem Einfallswinkel  $\theta$  und unter der Voraussetzung, dass die Fluide auf beiden Seiten der Platte gleich sind, berechnet sich das Schalldämmmaß eines einschaligen Bauteils bei der Frequenz f nach dem BERGER SCHEN MASSENGESETZ zu

$$R = 10\log_{10} \left[ 1 + \left( \frac{\pi f \tilde{m}}{\rho_F c_F} \cos \theta \right)^2 \right] dB, \qquad (2.27)$$

mit der Fluiddichte  $\rho_F$ , der Fluidschallgeschwindigkeit  $c_F$  und der flächenbezogenen Masse  $\tilde{m}$ . Nach Gleichung (2.27) führt eine Verdoppelung der Bauteilmasse oder der Frequenz zu einem 6 dB erhöhtem Schalldämmmaß. Folglich ist zu erwarten, dass bei hohen Frequenzen eine gute Schalldämmung eintritt. In der Realität trifft dies allerdings nicht zu.

Entspricht die Wellenlänge der Platte  $\lambda_B$  der projizierten Wellenlänge der einfallenden Luftschallwelle  $\lambda_F$ , so kann das Bauteil leicht und mit großer Amplitude zur Schwingung angeregt werden, was zu einem erheblichen Einbruch des Schalldämmmaßes führt. In diesem Fall wird von Koinzidenz oder Spuranpassung gesprochen. Die Bedingung für Koinzidenz lautet also:

$$\lambda_B = \frac{\lambda_F}{\sin \theta} \tag{2.28}$$

oder gleichbedeutend ausgedrückt über die Schallgeschwindigkeiten:

$$c_B = \frac{c_F}{\sin \theta}.\tag{2.29}$$

Mit diesen Bedingungen ergibt sich aus Gleichung (2.3) und der Beziehung

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{2.30}$$

die niedrigste Frequenz  $f_c$ , bei der Koinzidenz auftritt. Die Koinzidenzfrequenz berechnet sich nach:

$$f_c = \frac{c_F^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\tilde{m}}{B}}. (2.31)$$

Eine schematische Darstellung des Schalldämmaßes R über der zu untersuchenden Frequenz f eines einschaligen Bauteils für statistisch gleichverteilten Schalleinfall aus allen Raumrichtungen ist in Abbildung 2.5 gegeben. Darin sind  $f_c$  die fundamentale bzw. unterste Koinzidenzfrequenz und  $f_{c,o}$  die oberste Koinzidenzfrequenz, welche das vierbis zehnfache der untersten Koinzidenzfrequenz  $f_c$  beträgt. Unterhalb der Koinzidenzfrequenz  $f_c$  folgt das Schalldämmmaß dem Massegesetz und nimmt um 6 dB/Oktave zu. Überhalb der Koinzidenzfrequenz zeigt sich, dass das Schalldämmmaß nach dem Einbruch sogar mit 10 dB/Oktave steigt und gegen den durch das Massegesetz gegebenen Wert strebt.

Bei Betrachtung eines endlichen Bauteils ist das Schalldämmmaß aufgrund von Randeffekten wesentlich in dem massedominierten Bereich beeinflusst. Nahe der ersten Platteneigenfrequenz kommt es zu weiteren Einbrüchen des Schalldämmmaßes, die jedoch
durch eine Erhöhung der Dämpfung abgemildert werden können.

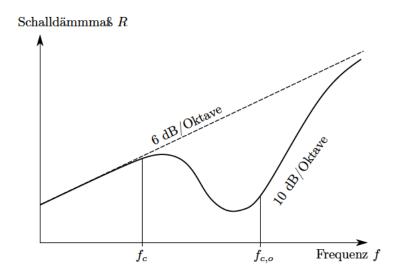


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Schalldämmmaßes R eines einschaligen Bauteils über der Frequenz f (in Anlehnung an [23, 42])

### Schalltransmission dünnwandiger, mehrschaliger Bauteile

Wie bereits in dem vorherigen Abschnitt deutlich wurde, ist das Schalldämmmaß im tieffrequenten Bereich wesentlich von der flächenbezogenen Masse abhängig. Zur weiteren Steigerung des Schalldämmmaßes und unter Berücksichtigung der Anforderungen des Leichtbaus, ist eine mehrschalige Bauweise zu empfehlen. Diese setzt sich aus zwei oder mehreren Platten zusammen, die durch eingeschlossene Luftkavitäten voneinander getrennt sind. Dabei können die Kavitäten in einem vereinfachten Ersatzmodell als mechanische Steifigkeiten aufgefasst werden, die zwischen den jeweiligen Massen wirken. Das Modell wird daher auch als Masse-Feder-Masse-System bezeichnet. Die Platten sollten sich möglichst in ihren Massen unterscheiden, um keine verstärkten Einbrüche des Schalldämmmaßes hervorzurufen. Das grundlegende Schalldämmverhalten eines unendlichen, zweischaligen Bauteils über der zu untersuchenden Frequenz f ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Es lassen sich wesentliche Unterschiede im Vergleich zu einem einschaligen Bauteil erkennen. Insbesondere in der Nähe der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz  $f_0$  kommt es zu einem unerwünscht starken Einbruch. Diese wird berechnet durch

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(\tilde{m}_1 + \tilde{m}_2)}{\tilde{m}_1 \tilde{m}_2} \frac{\rho_F c_F^2}{h}},$$
(2.32)

mit den flächenbezogenen Massen  $\tilde{m}_1$  und  $\tilde{m}_2$  der Platten, der Kavitätstiefe h, der Fluiddichte  $\rho_F$  sowie der Fluidschallgeschwindigkeit  $c_F$ . Bei der Resonanzfrequenz  $f_0$  schwingen die Platten mit maximaler Amplitude in Gegenphase und drücken die als Feder wirkende Kavität zusammen, was die Luftschalldämmung deutlich verschlechtert. Unterhalb der Resonanzfrequenz dominiert auch bei der zweischaligen Bauweise das Massegesetz nach BERGER mit der Bauteilmasse  $m_1+m_2$  und nimmt folglich mit 6 dB/Oktave zu. In diesem Bereich schwingen die Platten näherungsweise in Phase. Oberhalb der Resonanzfrequenz nimmt das Schalldämmmaß proportional zu  $\omega^3$  zu. Dies ist gleichbedeutend mit 18 dB/Oktave. Sind die Wellenlänge  $\lambda$  und die Kavitätstiefe h in annähernd gleichen Größenordnungen, so versagt das beschriebene Ersatzschaltbild des Masse-Feder-Masse-Systems. Dies ist für den Fall hoher Frequenzen beobachtbar, bei denen zusätzlich zu Plattenresonanzen auch Hohlraumresonanzen auftreten. In Folge dessen treten weitere Einbrüche der Schalldämmung auf, und das Schalldämmmaß steigt im Durchschnitt nur noch um 12 dB/Oktave. Zur Unterdrückung der Hohlraumresonanzen kann der Luftraum mit Dämmmaterial gefüllt werden.

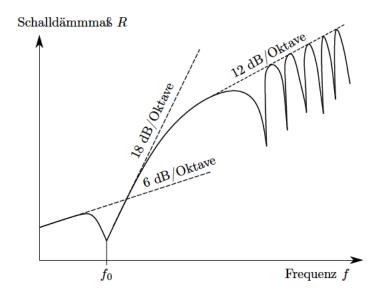


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung des Schalldämmmaßes R eines zweischaligen Bauteils mit Kavität über der Frequenz f (in Anlehnung an [23, 42])

### Zusammenfassung

Die in diesem Kapitel vorgestellten Grundlagen der Akustik dienen dem Verständnis des physikalischen Vorgangs der Schalltransmission durch flächige Strukturen. Im Rahmen der numerischen Simulation wird das akustische Transmissionsverhalten der unterschiedlich komplexen Modelle der Kabinenseitenwand, welches durch das zu ermittelnde Schalldämmmaß ausgedrückt wird, untersucht und bewertet. Als Anregung wird dazu das diffuse Schallfeld verwendet. Die Bestimmung der Schallabstrahlung in das akustische Nahfeld erfolgt über die Verwendung des RAYLEIGH-INTEGRALS.

Darüber hinaus ist die Transmission von Wärme durch ein thermodynamisches System zur Ermittlung der Temperaturverteilung über den Querschnitt der Kabinenseitenwand von Interesse, die in dem nachfolgenden Kapitel betrachtet wird.

# 3 Grundlagen der Wärmeübertragung

Als Wärmeübertragung ist ein Prozess zu verstehen, bei dem aufgrund von Temperaturunterschieden Energie über eine thermodynamische Systemgrenze übertragen wird [30, 60]. Dabei wird die Herstellung eines Temperaturgleichgewichts angestrebt [29]. Grundvoraussetzung einer Wärmeübertragung ist somit eine vorliegende Temperaturdifferenz zwischen der Systemgrenze und dem Systeminneren [30]. Die Unterscheidung zwischen der stationären und instationären bzw. transienten Wärmeübertragung beschreibt das zeitliche Verhalten der Zustandsgrößen im Bauteil [26]. Die im Folgenden betrachteten Modelle sind aufgrund der über eine längere Zeitspanne konstanten Flughöhe sinnvoll als stationäres Problem anzunehmen, womit die Wärmeübertragung zeitunabhängig ist. Weiterhin kann davon ausgegangen werden, dass die Eigenschaften des Bauteils und die aufgebrachten Lasten nicht von der Temperatur beeinflusst werden. Dies führt insgesamt zu einem linearen Verhalten des Bauteils.

In diesem Kapitel werden zunächst in Abschnitt 3.1 die wesentlichen Arten der Wärmeübertragung vorgestellt. Der darauffolgende Abschnitt 3.2 führt weitere wesentliche thermische Kenngrößen ein und liefert eine Methode zur Berechnung der Temperaturverteilung durch ein mehrschichtiges, ebenes Bauteil. Im letzten Abschnitt 3.3 dieses Kapitels werden aerostatische und aerothermodynamische Grundlagen dargelegt, die zur Berechnung thermischer Parameter unter Flugbedingungen notwendig sind.

# 3.1 Arten der Wärmeübertragung

Bei der Wärmeübertragung werden grundsätzlich zwei Mechanismen unterschieden [60]. Zum einen kann Wärme durch eine Interaktion benachbarter Moleküle übertragen werden [30]. Dieser Prozess wird als Nahwirkungs-Wärmeübertragung oder auch leitungsbasierte Wärmeübertragung bezeichnet, zu welchem die Vorgänge der Konduktion und der Konvektion zählen [30]. Zum anderen findet eine Wärmeübertragung über elektromagnetische

Felder statt, was auch als Fernwirkungs-Wärmeübertragung oder strahlungsbasierte Wärmeübertragung bekannt ist [30]. Die verschiedenen Arten der Wärmeübertragung treten in der Regel nicht alleine auf, sondern überlagern sich mit unterschiedlichen Anteilen, die abhängig von dem betrachteten Bauteil sind [29].

In Anbetracht dieser Abgrenzungen werden nachfolgend die drei für diese Arbeit relevanten Grundtypen der Wärmeübertragung näher erläutert.

### 3.1.1 Konduktion

Der grundlegende Transportmechanismus, welcher in nahezu jedem Wärmeübertragungsproblem auftritt, ist die Konduktion [30]. Dabei handelt es sich um den Transport von Energie in Richtung abnehmender Temperaturen in einem ruhenden Stoff [30]. Konduktion kann sowohl in Festkörpern als auch in Fluiden stattfinden und wird maßgeblich durch den Stoffparameter der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  charakterisiert [30]. Abbildung 3.1 zeigt schematisch den Prozess der Konduktion durch eine Wand mit den Oberflächentemperaturen  $T_{W1}$  und  $T_{W2}$  und dem daraus folgenden Wärmestrom  $\dot{Q}$ .

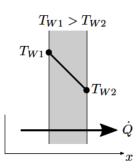


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Konduktion durch eine ebene Wand mit den Oberflächentemperaturen  $T_{W1}$  und  $T_{W2}$  (in Anlehnung an [60])

Betrachtet wird in diesem Abschnitt der eindimensionale, stationäre Fall der Wärmeleitung in Dickenrichtung einer ebenen Wand. Diese Richtung korrespondiert in den folgenden Ausführungen mit der x-Richtung. Wie bereits einleitend beschrieben, tritt Wärmeleitung nur auf, wenn ein Temperaturgradient  $\frac{\partial T}{\partial x}$  vorliegt. Die Beziehung zwischen dem Temperaturgradienten  $\frac{\partial T}{\partial x}$  und der Wärmestromdichte  $\dot{q}$ , welche angibt, wie viel Wärmestrom  $\dot{Q}$  pro Flächeneinheit A übertragen wird, lautet nach dem FOURIER-

Ansatz [60]:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}. (3.1)$$

Aus der Definition der Wärmestromdichte folgt für den Wärmestrom:

$$\dot{Q} = \dot{q}A. \tag{3.2}$$

Mit Gleichung (3.1) und Gleichung (3.2) ist der Wärmestrom  $\dot{Q}$  auszudrücken durch

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial x}.\tag{3.3}$$

Der Temperaturverlauf durch eine ebene Wand mit konstanter Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ist unter Annahme der reinen Konduktion somit linear.

### 3.1.2 Konvektion

Konvektion beschreibt die Wärmeübertragung zwischen einem Festkörper und einem strömenden Fluid [29]. Durch Wärmeleitung wird also Wärme zwischen dem Körper und dem Fluid transportiert [60]. Die Wärmeübertragung ist neben der Wärmeleitung auch von der Temperaturgrenzschicht abhängig, die wiederum von der Strömung beeinflusst wird [60]. In Abbildung 3.2 ist schematisch der Prozess der Konvektion mit der Oberflächentemperatur  $T_W$  des Körpers und der Umgebungstemperatur  $T_F$  des strömenden Fluids dargestellt.

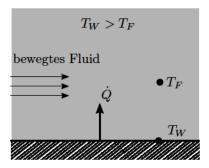


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Konvektion mit der Oberflächentemperatur  $T_W$  des Körpers und der Temperatur  $T_F$  des strömenden Fluids (in Anlehnung an [60])

Die Wärmestromdichte verhält sich nach dem Newton'schen Ansatz [29] proportional zur Temperaturdifferenz aus Oberflächen- und Fluidtemperatur sowie proportional zum Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$ :

$$\dot{q} = \alpha (T_W - T_F). \tag{3.4}$$

Der Wärmeübergangskoeffizienten ist ein Kennwert für den Wärmetransport strömender Medien und ist signifikant von der Temperaturverteilung im Fluid und der Wärmeleitfähigkeit des Fluids abhängig [29, 60].

Temperaturveränderungen führen zu Dichteänderungen im Fluid, die wiederum Auftriebskräfte erzeugen. Wird eine Bewegung des Fluids durch die auftretenden Auftriebskräfte hervorgerufen, so wird von freier Konvektion gesprochen [26, 60]. Sind äußere Druckunterschiede, wie sie beispielsweise von Pumpen, Ventilatoren oder Wind erzeugt werden, für die Bewegung des Fluids maßgebend, handelt es sich um erzwungene Konvektion [26, 60].

### 3.1.3 Wärmestrahlung

Das in dieser Arbeit entwickelte Modell berücksichtigt keine Wärmestrahlung, siehe auch Kapitel 6. Der Vollständigkeit halber werden daher nur kurz die Grundzüge dieses Mechanismus nach [29, 30] behandelt.

Besteht eine Temperaturdifferenz zwischen den Oberflächen zweier oder mehrerer Körper, so wird Wärme zwischen diesen über elektromagnetische Wellen transportiert. Dieser Mechanismus wird als Wärmestrahlung bezeichnet. Im Gegensatz zur leitungsbasierten Wärmeübertragung benötigen die elektromagnetischen Wellen kein Trägermedium, sodass Wärmestrahlung folglich auch im Vakuum stattfinden kann. Die auf einen Körper auftreffende Strahlung wird abhängig vom Material anteilig reflektiert, transmittiert und absorbiert. Abbildung 3.3 zeigt den schematischen Prozess der Wärmestrahlung an zwei Körpern mit den Oberflächentemperaturen  $T_{W1}$  und  $T_{W2}$ . Beide Oberflächen emittieren einen Wärmestrom, sofern deren Temperatur ungleich Null ist. Dabei gilt: Je höher die Oberflächentemperatur, desto größer ist der Wärmestrom. Die resultierende Strahlungswärmestromdichte  $\dot{q}$  berechnet sich nach:

$$\dot{q} = \alpha_s (T_{W1} - T_{W2}). \tag{3.5}$$

Darin ist  $\alpha_s$  der Wärmeübergangskoeffizient bei Strahlung.

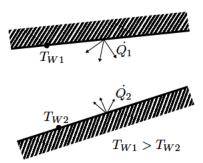


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Wärmestrahlung an zwei Körpern mit den Oberflächentemperaturen  $T_{W1}$  und  $T_{W2}$  (in Anlehnung an [60])

# 3.2 Wärmedurchgang durch mehrschichtige, ebene Bauteile

Häufig ist ein Problem zu untersuchen, bei dem die Wärme durch eine Wechselwirkung der verschiedenen Wärmeübertragungsarten aus einem betrachteten System durch eine Wand nach Außen transmittiert wird. Dieser Vorgang unterteilt sich in drei Teilaspekte. Dazu zählen der Wärmeübergang vom Innenraum an die Innenwand, die Wärmeleitung durch die Wand und der Wärmeübergang von der Außenwand an die Umgebung [30]. Anschaulich wird dieser Vorgang als Wärmedurchgang definiert und in Abbildung 3.4 dargestellt.

Zur Berechnung des Wärmedurchgangs werden im Folgenden basierend auf [29] zunächst weitere wichtige Größen eingeführt. Im Anschluss wird auf den Berechnungsvorgang des Temperaturverlaufs durch ein Bauteil mit homogenem Schichtaufbau (siehe Abbildung 3.4) eingegangen. Als homogener Schichtaufbau wird dabei ein Bauteil mit Ebenen gleichen Materials verstanden, welche senkrecht zur Richtung des Wärmestroms liegen.

Der Wärmeübergangswiderstand  $R_S$  kennzeichnet den Widerstand, welcher dem Wärmetransport von der Raumluft bzw. der Außenluft an die Bauteiloberfläche entgegengesetzt wird, und bildet sich aus dem Kehrwert der Summe der Wärmeübergangkoeffizienten  $\alpha$  der Konvektion und  $\alpha_s$  der Wärmestrahlung:

$$R_S = \frac{1}{\alpha + \alpha_s}. (3.6)$$

Zusätzlich wird zur besseren Unterscheidung eine Benennung  $R_{S,r}$  für den Wärmeübergangswiderstand an der raumseitigen Bauteiloberfläche und  $R_{S,a}$  für den Wärmeüber-

gangswiderstand an der außenseitigen Bauteiloberfläche eingeführt.

Der Wärmedurchlasswiderstand R beschreibt den Widerstand von der Innen- bis zur Außenoberfläche des Bauteils und bildet bei einem homogenen Bauteil das Verhältnis aus Bauteildicke d zu Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ :

$$R = \frac{d}{\lambda}. (3.7)$$

Für einen Aufbau mit n homogenen Bauteilschichten gilt:

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i}{\lambda_i}.$$
 (3.8)

Die Summe aus Wärmeübergangswiderständen und Wärmedurchlasswiderständen wird als Wärmedurchgangswiderstand  $R_T$  bezeichnet und berechnet sich nach

$$R_T = R_{S,r} + \sum_{i=1}^n R_i + R_{S,a}.$$
 (3.9)

Der Kehrwert des Wärmedurchgangswiderstand ist der Wärmedurchgangskoeffizient U, auch U-Wert genannt. Dieser berücksichtigt alle in diesem Kapitel vorgestellten Wärmeübertragungsmechanismen. Für einen homogenen Schichtaufbau gilt:

$$U = \frac{1}{R_T}. (3.10)$$

Die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  für den eindimensionalen Wärmetransport im stationären Zustand kann mit Hilfe des Wärmedurchgangskoeffizient U bestimmt werden über

$$\dot{q} = U(T_{F,r} - T_{F,a}), \tag{3.11}$$

mit den Umgebungstemperaturen der umgebenden Fluidgebiete  $T_{F,r}$  und  $T_{F,a}$ . Beim Wärmedurchgang durch das Bauteil weist die Wärmestromdichte an jedem Ort einen konstanten Wert auf. Es gilt:

$$\dot{q} = \dot{q}_r = \dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dots = \dot{q}_n = \dot{q}_a.$$
 (3.12)

Somit kann der Wärmetransport schichtweise aufgeteilt werden:

$$\dot{q} = \dot{q}_r = \alpha_r (T_{F,r} - T_{W,r}) \tag{3.13}$$

$$\dot{q} = \dot{q}_1 = \frac{\lambda_1}{d_1} (T_{W,r} - T_{1/2})$$
 (3.14)

$$\dot{q} = \dot{q}_1 = \frac{\lambda_1}{d_1} (T_{W,r} - T_{1/2})$$

$$\dot{q} = \dot{q}_2 = \frac{\lambda_2}{d_2} (T_{1/2} - T_{2/3})$$
(3.14)

 $\dot{q} = \dot{q}_n = \frac{\lambda_n}{d_n} (T_{(n-1)/n} - T_{W,a})$   $\dot{q} = \dot{q}_a = \alpha_a (T_{W,a} - T_{F,a}).$ (3.16)

$$\dot{q} = \dot{q}_a = \alpha_a (T_{W,a} - T_{F,a}).$$
 (3.17)

Durch Umstellen der Gleichungen können in einem letzten Schritt die Temperaturen an den Oberflächen sowie Schichtgrenzen und somit auch die vollständige Temperaturverteilung durch das Bauteil entsprechend Abbildung 3.4 bestimmt werden. Wie in Abschnitt 3.1.1 bereits geschildert wurde, ist der Temperaturverlauf innerhalb der Schichten linear.

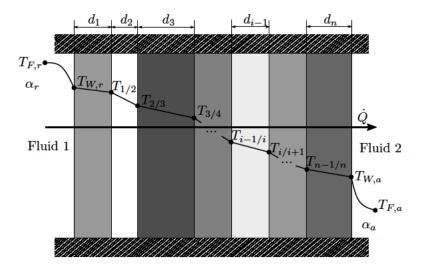


Abbildung 3.4: Temperaturverteilung durch ein Bauteil mit homogenem Schichtaufbau (in Anlehnung an [60])

Um eine höhere Dämmwirkung bei möglichst geringem Gewicht zu erzielen, ist eine mehrschichtige Bauweise mit eingeschlossenen Luftschichten zu bevorzugen. Zur Berücksichtigung der Luftschichten bei der Berechnung des Wärmedurchgangs wird ein äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand gemäß DIN EN ISO 6946 [21] gebildet, aus welchem mit Gleichung (3.7) auch eine äquivalente Wärmeleitfähigkeit hergeleitet werden kann. Es wird nach ruhenden, schwach belüfteten und stark belüfteten Luftschichten differenziert. Die Luftschicht in einem Flugzeugrumpf ist vollständig von der Umgebung abgeschlossen und gilt damit als ruhend. Außerdem wird aufgrund von Strömungseffekten, die auch die Temperaturverteilung in der Luftschicht beeinflussen können, die Richtung des Wärmestroms in aufwärts, horizontal und abwärts unterschieden. Für den zu untersuchenden Ausschnitt des Rumpfes wird von einem horizontalen Wärmestrom ausgegangen. In Tabelle 3.1 sind die Werte des äquivalenten Wärmedurchlasswiderstandes einer ruhenden Luftschicht mit einem horizontalen Wärmestrom in Abhängigkeit der Luftschichtdicke angegeben. Zwischen den Werten der diskreten Luftschichtdicken wird linear interpoliert.

Tabelle 3.1: Äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand einer ruhenden Luftschicht bei horizontalem Wärmestrom

Dicke der Luftschicht [mm]	Äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand $\left[\frac{m^2K}{W}\right]$
0	0.00
5	0.11
7	0.13
10	0.15
15	0.17
$\geq 25$	0.18

Zu beachten ist, dass die Methode des äquivalenten Wärmedurchlasswiderstandes für Luftschichten gültig ist, die von zwei zueinander parallel verlaufenden und senkrecht zum Wärmestrom stehenden Flächen begrenzt sind. Die Dicke der Luftschicht darf maximal 0,3m und im Verhältnis zu den anderen beiden Abmessungen weniger als das 0,1-fache betragen. Außerdem darf kein Luftaustausch mit dem Innenraum stattfinden.

# 3.3 Aerostatische und aerothermodynamische Grundlagen

Im Flugfall sind die Dichte  $\rho$ , der statische Umgebungsdruck p, die Umgebungstemperatur T und die Luftschallgeschwindigkeit c abhängig von der betrachteten Flughöhe H. Im Folgenden wird diese Abhängigkeit basierend auf [14] dargelegt.

Die die Erde umschließende Atmosphäre, für welche die Annahme eines idealen Gases gilt und die somit über die thermodynamische Zustandsgleichung

$$p = \rho RT \tag{3.18}$$

mit der speziellen Gaskonstante  $R=287.058\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$  beschrieben werden kann, ist in mehrere Schichten unterteilt. Die einzelnen Schichten weisen jeweils einen eigenen Temperaturgradienten abhängig von der Höhe auf. Insbesondere die Troposphäre und die untere Stratosphäre sind für die Luftfahrt relevant.

Die unterste Schicht der Atmosphäre bildet die Troposphäre. Diese erstreckt sich über  $0 \text{m} \leq H \leq 11000 \text{m}$  und folgt einer polytropen Zustandsänderung mit dem Polytropen-exponenten n=1.235. Daher wird die Troposphäre in der Aerostatik auch als polytrope Atmosphäre bezeichnet. Für die zu berechnenden Größen Druck, Dichte und Temperatur als Funktion der Flughöhe H gilt:

$$\frac{p(H)}{p_0} = \left[1 - \frac{n-1}{n} \frac{H}{H_0}\right]^{\frac{n}{n-1}} \tag{3.19}$$

$$\frac{\rho(H)}{\rho_0} = \left[1 - \frac{n-1}{n} \frac{H}{H_0}\right]^{\frac{1}{n-1}} \tag{3.20}$$

$$\frac{T(H)}{T_0} = \left[1 - \frac{n-1}{n} \frac{H}{H_0}\right] \tag{3.21}$$

mit den Referenzwerten  $p_0=1.01325\cdot 10^5 \mathrm{Pa},~\rho_0=1.225\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3},~T_0=288.15 \mathrm{K}$  und der Referenzhöhe  $H_0=8434 \mathrm{m}.$ 

Oberhalb der Troposphäre erstreckt sich die untere Stratosphäre in einer Höhe von  $11000 \,\mathrm{m} < H \leq 20000 \,\mathrm{m}$ . Diese wird in der Aerostatik als isotherme Atmosphäre beschrieben. Druck, Dichte und Temperatur in der Stratosphäre werden aus

$$\frac{p(H)}{p_1} = e^{-\left(\frac{H - 11000 \text{m}}{H_1}\right)} \tag{3.22}$$

$$\frac{\rho(H)}{\rho_1} = e^{-\left(\frac{H - 11000 \text{m}}{H_1}\right)} \tag{3.23}$$

$$T(H) = T_1 = const (3.24)$$

berechnet mit den Referenzwerten  $p_1=2.2632\cdot 10^4 {\rm Pa},~\rho_1=0.36392 \frac{{\rm kg}}{{\rm m}^3},~T_1=216.65{\rm K}$  und  $H_1=6342{\rm m}.$ 

Die Schallgeschwindigkeit ist sowohl in der Troposphäre als auch in der unteren Stratosphäre nach Gleichung (2.1) definiert als

$$c(H) = \sqrt{\kappa RT(H)},\tag{3.25}$$

mit der speziellen Gaskonstante R, siehe auch Gleichung (3.18), und dem Isentropenexponenten  $\kappa = 1.4$ .

In Kapitel 3.1.2 wurde bereits die Physik der Konvektion beschrieben. Unbeachtet blieb bisher allerdings der Einfluss der Aufheizung der Primärstrukturoberfläche aufgrund der strömungsbedingten Reibung bei hohen Fluggeschwindigkeiten. Zur Berücksichtigung dieses Effekts werden in [57] eine sogenannte Recoverytemperatur  $T_r$  und ein Recoveryfaktor r eingeführt. Die Recoverytemperatur beschreibt die Gleichgewichtstemperatur eines Objekts in einer Strömung und ist immer kleiner als die Totaltemperatur [3]. Der Recoveryfaktor ist der Quotient aus der tatsächlichen Erwärmung und der maximal verfügbaren Erwärmung [12]. Für eine turbulente Strömung, welche bei hohen Fluggeschwindigkeiten der Grenzschicht um den größten Teil eines Flugzeug entspricht, wird der Recoveryfaktor gemäß

$$r = \sqrt[3]{N_{Pr}} \tag{3.26}$$

berechnet. Darin entspricht  $N_{Pr}$  der Prandtl-Zahl, welche das Verhältnis aus der kinematischen Zähigkeit  $\nu$  zur Temperaturleitfähigkeit a darstellt und für Luft im Allgemeinen den Wert  $N_{Pr}=0.7$  annimmt. Für Flugmachzahlen M<2.0, welche sich aus dem Verhältnis der Fluggeschwindigkeit v und der Schallgeschwindigkeit v berechnen, entspricht in guter Näherung die Oberflächentemperatur der Primärstruktur  $T_W$  der Recoverytemperatur  $T_r$ . Es gilt nach [57]:

$$T_W = T_r = T_F \left[ 1 + r \left( \frac{\kappa - 1}{2} \right) M^2 \right]. \tag{3.27}$$

Darin sind außerdem  $T_F$  die Umgebungstemperatur und  $\kappa$  der Isentropenexponent. Die Konvektion braucht bei Angabe der nach Gleichung (3.27) berechneten Oberflächentemperatur an dieser Seite des Bauteils nicht weiter berücksichtigt werden.

### Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird auf Basis der fundamentalen Wärmeübertragungsarten Konduktion, Konvektion und Wärmestrahlung der Wärmedurchgang durch ebene Bauteile beschrieben. Dies dient als Grundlage für die analytische sowie die numerische Berechnung der Temperaturverteilung durch die zu untersuchenden Seitenwandmodelle. Des Weiteren werden im Rahmen dieses Kapitels aerostatische und aerothermodynamische Grundlagen erfasst, aus denen die zur Simulation erforderlichen Belastungen und Randbedingungen im stationären Flugfall abgeleitet werden können.

In Hinblick auf die numerische Simulation befasst sich das nachfolgende Kapitel mit der praktischen Anwendung der bisher behandelten Ausführungen der Akustik und der Wärmeübertragung mit Hilfe der Finiten Elementen Methode.

# 4 Spezifische Grundlagen aus der Finiten Elemente Methode

Heutzutage hat die Finite Elemente Methode aufgrund ihrer weit verbreiteten und vielseitigen Anwendung eine große Bedeutung zur Lösung diverser komplexer Problemstellungen [49] und bietet sich daher auch zur Untersuchung multiphysikalischer Phänomene an.

In diesem Kapitel werden relevante spezifische Grundlagen der Finiten Elemente Methode zur Durchführung einer multiphysikalischen, thermisch-strukturakustischen Analyse geschaffen. Fokussiert wird die Anwendung in ANSYS MECHANICAL. Eine detaillierte Herleitung der allgemeinen Grundlagen der FEM ist im Folgenden nicht beabsichtigt, diese kann beispielsweise [38, 47, 61] entnommen werden.

# 4.1 Lösungsprinzip der nichtlinearen Finiten Elemente Methode

Vorausgesetzt werden in der linearen FEM ein lineares Materialverhalten, kleine Strukturverformungen sowie lineare Randbedingungen [38]. Die Grundgleichung eines linear statischen Problems der Strukturmechanik lautet:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}.\tag{4.1}$$

Darin sind K die Steifigkeitsmatrix, u der Verschiebungsvektor und f der Lastvektor eines Systems.

In der Praxis, so auch in dem zu untersuchenden Modell einer Kabinenseitenwand, treten allerdings häufig von diesen Voraussetzungen abweichende nichtlineare Materialprobleme oder geometrisch nichtlineare Probleme auf, die nur mittels iterativer Verfahren gelöst werden können [38]. Ein weit verbreitetes Verfahren zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems ist das Newton-Raphson-Verfahren, welches im Folgenden nach [38, 47] genauer erläutert wird.

Die nichtlineare FEM basiert auf dem Prinzip der Virtuellen Arbeit und kann durch folgendes Gleichungssystem beschrieben werden:

$$\Phi(\mathbf{u}) = \mathbf{r}(\mathbf{u}) - \mathbf{f} = \mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u} - \mathbf{f} = \mathbf{0}. \tag{4.2}$$

Hierin ist  $\mathbf{r}(\mathbf{u})$  der Vektor der inneren Kräfte,  $\mathbf{f}$  der Vektor der äußeren Kräfte und  $\mathbf{\Phi}(\mathbf{u})$  der Residual-Lastvektor, welcher die Abweichung beschreibt, um den das System aus dem Gleichgewicht gebracht wurde. Aus Gleichung (4.2) wird deutlich, dass die inneren Kräfte  $\mathbf{r}(\mathbf{u})$  äquivalent zu einer zustandsabhängigen Steifigkeitsbeziehung sind, weshalb eine iterative Lösung erforderlich ist.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist der n-te Iterationsschritt, für welchen eine stetige Näherungslösung für  $\Phi(\mathbf{u}_n)$  besteht. Eine genauere Lösung wird für den Iterationsschritt n+1 erzielt:

$$\mathbf{\Phi}(\mathbf{u}_{n+1}) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{u}_n) + \left(\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \mathbf{u}}\right)_n \Delta \mathbf{u} = \mathbf{0}, \tag{4.3}$$

mit dem Inkrement

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n \tag{4.4}$$

und der Tangentensteifigkeitsmatrix

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{r}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}_T(\mathbf{u}). \tag{4.5}$$

Gleichung (4.3) stellt somit ein lineares Gleichungsssystem dar, das nach jedem Iterationsschritt neu bestimmt und gelöst werden muss, bis das Ergebnis hinreichend genau ist. Nach jedem Schritt wird folgendermaßen auf Konvergenz geprüft: Die Iterationsschleife wird abgebrochen, sofern das Inkrement  $\Delta \mathbf{u}$  (Verschiebungskonvergenz) und das Residuum  $\Phi$  (Kraftkonvergenz) eine festgelegte Toleranz unterschreiten. Nach Empfehlung von Ansys [10] ist fast immer eine kraftbasierte Konvergenzprüfung anzuwenden. Eine Überprüfung der Verschiebungskonvergenz kann zusätzlich durchgeführt werden, sollte im Allgemeinen aber nicht alleine verwendet werden.

Für die endgültig konvergierte Lösung

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}) = \mathbf{f} \tag{4.6}$$

ist das System folglich im Gleichgewicht. In Abbildung 4.1 wird das Newton-Raphson-Verfahren anhand eines Systems mit einem Freiheitsgrad veranschaulicht, bei welcher die inneren Kräfte  $\mathbf{r}(\mathbf{u})$  über der Verschiebung  $\mathbf{u}$  aufgetragen sind. Hierin wird die Annäherung an den Gleichgewichtszustand anhand der Iterationsschritte 1, 2 und 3 verdeutlicht.

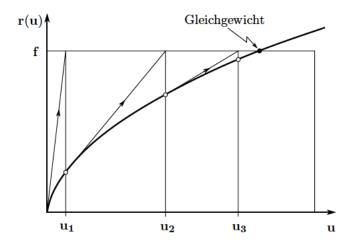


Abbildung 4.1: Veranschaulichung des Newton-Raphson-Verfahrens an einem System mit einem Freiheitsgrad (in Anlehnung an [38])

### 4.2 Linear stationäre Thermalanalyse

Auf Grundlage der in Kapitel 3 dargelegten Ausführungen wird in diesem Abschnitt basierend auf [11, 18, 26, 38] die numerische Berechnung einer linear stationären Thermalanalyse unter Berücksichtigung von Konduktion und Konvektion beschrieben.

Ziel einer thermischen Analyse ist die Berechnung der Temperaturverteilung und die daraus hervorgehenden thermischen Systemgrößen, zu denen unter anderem die Temperaturgradienten oder die Wärmeströme zählen. Es werden drei unterschiedliche Arten an Randbedingungen betrachtet, die in Abbildung 4.2 dargestellt werden. Dabei handelt es sich um Oberflächentemperaturen  $T_W$ , Wärmestromdichten  $\dot{q}$  und Konvektionsrandbedingungen, welche mit Hilfe der Umgebungstemperatur  $T_F$  des Fluids und des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  definiert werden.

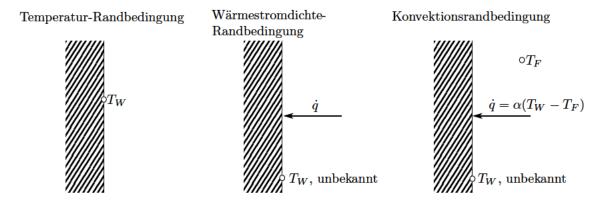


Abbildung 4.2: Randbedingungen zur Lösung einer thermischen Analyse (in Anlehnung an [38])

In einer linear statischen Thermalanalyse ist analog zur Strukturmechanik, siehe Gleichung (4.1), das folgende Gleichungssystem zu lösen:

$$\mathbf{K}_{th}\mathbf{t} = \mathbf{q}.\tag{4.7}$$

Hierin sind  $\mathbf{K}_{th}$  die Wärmeleitungsmatrix,  $\mathbf{t}$  der Vektor der Knotentemperaturen T und  $\mathbf{q}$  der Wärmelastvektor. Die Wärmeleitungsmatrix setzt sich zusammen aus der Wärmeleitungsmatrix für Konduktion  $\mathbf{K}_{C}$  und für Konvektion  $\mathbf{K}_{\alpha}$ :

$$\mathbf{K}_{th} = \mathbf{K}_C + \mathbf{K}_{\alpha}. \tag{4.8}$$

Für den Wärmelastvektor q gilt:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_C + \mathbf{q}_{\dot{q}} + \mathbf{q}_{\alpha},\tag{4.9}$$

mit dem Wärmelastvektor aufgrund spezifischer Knotentemperaturen  $\mathbf{q}_C$ , spezifischer Wärmestromdichten  $\mathbf{q}_{\dot{q}}$  und Oberflächenkonvektion  $\mathbf{q}_{\alpha}$ .

# 4.3 Modalanalyse

Eine einfache Möglichkeit zur Verifizierung des Modells und zum Erfassen des Einflusses von einzelnen oder auch superponierten physikalischen Effekten auf das zu analysierende

Modell ist durch den Vergleich der Eigenfrequenzen zu schaffen, welche mit Hilfe der Modalanalyse bestimmt werden. Die folgenden Ausführungen fassen die grundlegenden Aspekte der Modalanalyse aus [11, 58] zusammen.

Die Modalanalyse ist eine lineare Analyse zur Ermittlung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen. Falls Nichtlinearitäten definiert sind, bleiben diese während der Analyse unberücksichtigt. Voraussetzung zur Durchführung einer Modalanalyse ist ein System, das einer freien Schwingung ausgesetzt ist. Das System weist in der Regel weder äußere Belastungen noch Dämpfungen auf. Vorspannungseffekte können allerdings berücksichtigt werden. Bei Betrachtung einer freien Schwingung des ungedämpften Systems wird die Bewegungsgleichung in Matrixschreibweise durch

$$\mathbf{M\ddot{u}} + \mathbf{Ku} = \mathbf{0} \tag{4.10}$$

mit dem Lösungsansatz

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varphi} \cos \omega t \tag{4.11}$$

ausgedrückt und liefert das Eigenwertproblem

$$(-\lambda \mathbf{M} + \mathbf{K}) \varphi = \mathbf{0}. \tag{4.12}$$

Dabei sind **M** die Massenmatrix, **K** die Steifigkeitsmatrix, welche auch Vorspannungseffekte enthalten kann, und t die Zeit. Das Lösen des Eigenwertproblems liefert den Eigenvektor  $\varphi_i$ , den Eigenwert  $\lambda_i = \omega_i^2$  und die Eigenkreisfrequenz  $\omega_i$  bzw. die Eigenfrequenz  $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ .

Zur numerischen Lösung des Eigenwertproblems existieren abhängig vom betrachteten Modell unterschiedliche Verfahren. Dazu zählen unter anderem die Block-Lanczos-Methode sowie eine Methode zur Lösung von Systemen mit unsymmetrischen Matrizen. Letztere erfordert einen speziellen *Eigensolver*.

Die Block-Lanczos-Methode ist aufgrund ihrer Schnelligkeit und Eignung bei großen FE-Modellen die am häufigsten angewendete Methode zur Bestimmung der Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen von ungedämpften Systemen mit symmetrischen Matrizen K und M. Gelöst wird das Eigenwertproblem über den Sparse Direct Solver, welcher auf eine direkte Eliminierung von Gleichungen beruht [7]. Durch eine automatisierte Verschiebungsstrategie kann die Anzahl an erforderten Eigenwerten extrahiert werden.

Sind die Systemmatrizen unsymmetrisch, wie es beispielsweise bei der Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) der Fall ist, so wird der unsymmetrische *Eigensolver* angewendet. Angemerkt sei an dieser Stelle, dass sich die Systemmatrizen  $\tilde{\mathbf{K}}$  und  $\tilde{\mathbf{M}}$  im Falle einer Fluid-Struktur-Wechselwirkung aus den Strukturmatrizen  $\mathbf{K}_S$  und  $\mathbf{M}_S$ , den Fluidmatrizen  $\mathbf{K}_F$  und  $\mathbf{M}_F$  sowie den Koppelmatrizen  $\mathbf{K}_{FS}$  und  $\mathbf{M}_{FS}$  zusammensetzen:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & \mathbf{K}_{FS} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F \end{bmatrix},\tag{4.13}$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{FS} & \mathbf{M}_F \end{bmatrix}. \tag{4.14}$$

Näheres wird in Kapitel 5.2 erläutert. Das zu lösende Eigenwertproblem wird durch

$$\tilde{\mathbf{K}}\boldsymbol{\varphi} = \lambda \tilde{\mathbf{M}}\boldsymbol{\varphi} \tag{4.15}$$

beschrieben. Darin wird  $\varphi_i$  als rechter Eigenvektor bezeichnet. Der linke Eigenvektor  $\varphi_i^L$  erfüllt die Gleichung:

$$\tilde{\mathbf{K}}^T \boldsymbol{\varphi}^L = \lambda \tilde{\mathbf{M}}^T \boldsymbol{\varphi}^L. \tag{4.16}$$

Dieser kann für eine weiterführende harmonische oder transiente Analyse verwendet werden, bei denen die Eigenschwingungsformen überlagert werden. Für weitere Informationen hierzu sei auf den folgenden Abschnitt 4.4 und [11] verwiesen.

# 4.4 Harmonische Analyse

Zur Untersuchung des in Abschnitt 2.2 beschriebenen Schalldurchgangs ist eine harmonische Analyse erforderlich, die auch als Frequenzganganalyse bekannt ist. Eine harmonische Analyse liefert die stationäre Antwort im eingeschwungenen Zustand über einen definierten Frequenzbereich bei zeit-harmonischer Anregung. Die Antworten können beispielsweise Knotenverschiebungen, Knotenverdrehungen oder Knotenkraftgrößen in Abhängigkeit der Frequenz sein. Es handelt sich um eine lineare Analyse, die jegliche Nichtlinearitäten unberücksichtigt lässt [58]. Allgemein gilt für die Bewegungsgleichung eines

strukturellen Systems:

$$\mathbf{M\ddot{u}} + \mathbf{C\dot{u}} + \mathbf{Ku} = \mathbf{f}.\tag{4.17}$$

Darin sind  $\mathbf{M}$  die Massenmatrix,  $\mathbf{C}$  die Dämpfungsmatrix und  $\mathbf{K}$  die Steifigkeitsmatrix, welche auch Vorspannungen enthalten kann. Die Größen  $\mathbf{u}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  und  $\ddot{\mathbf{u}}$  beschreiben die Vektoren der Knotenverschiebungen, -geschwindigkeiten sowie -beschleunigungen. Die Anregung  $\mathbf{f}$  ist abhängig von der Zeit t und hat die Form:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{x}e^{j\Omega t}.\tag{4.18}$$

Hierin ist  $\Omega$  die Erregerkreisfrequenz und  $\mathbf{x}$  ein komplexer Vektor, welcher Informationen zur Lastamplitude  $\hat{f}$  sowie zur Phasenverschiebung  $\varphi$  enthält. Analog gilt für die Verschiebung  $\mathbf{u}$ , welche ebenfalls abhängig von der Zeit t ist

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{y}e^{j\Omega t},\tag{4.19}$$

mit dem komplexen Vektor  $\mathbf{y}$ , der Informationen zu der Verschiebungsamplitude  $\hat{u}$  und der Phasenverschiebung  $\psi$  umfasst. Die Phasenverschiebung  $\psi$  kann an jedem Ort und an jedem Freiheitsgrad variieren und wird unter anderem durch Dämpfungseffekte hervorgerufen. Das System schwingt folglich mit der Erregerkreisfrequenz  $\Omega$  und muss für jede gewählte Erregerfrequenz einmal gelöst werden. Weitere Informationen sind beispielweise [11, 47, 58] zu entnehmen.

Wird ein System mit Fluid-Struktur-Interaktion untersucht, so wird das Gleichungssystem

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\tilde{\mathbf{u}}} + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\tilde{\mathbf{u}}} + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{f}} \tag{4.20}$$

gelöst. Die einzelnen Systemmatrizen und -vektoren setzen sich jeweils aus einem Anteil der Struktur und einem Anteil des Fluids zusammen. Die Steifigkeitsmatrix  $\tilde{\mathbf{K}}$  und die Massenmatrix  $\tilde{\mathbf{M}}$  beinhalten zusätzlich Kopplungsmatrizen, siehe Gleichung (4.13) und Gleichung (4.14). Für die Dämpfungsmatrix gilt:

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_F \end{bmatrix},\tag{4.21}$$

mit den Dämpfungsmatrizen  $\mathbf{C}_S$  der Struktur und  $\mathbf{C}_F$  des Fluids. Der Vektor  $\tilde{\mathbf{u}}$  setzt sich aus dem Vektor der strukturellen Verschiebungsfreiheitsgrade  $\mathbf{u}$  und dem Vektor der Freiheitsgrade des Schalldruckes  $\mathbf{p}$  zusammen zu

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}. \tag{4.22}$$

Analog zu  $\tilde{\mathbf{u}}$  gilt für dessen zeitliche Ableitungen  $\dot{\tilde{\mathbf{u}}}$  und  $\ddot{\tilde{\mathbf{u}}}$ :

$$\dot{\tilde{\mathbf{u}}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix}, \ddot{\tilde{\mathbf{u}}} = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix}. \tag{4.23}$$

Ebenso enthält der Lastvektor  $\tilde{\mathbf{f}}$  einen strukturellen Lastvektor  $\mathbf{f}_S$  und einen akustischen Kraftvektor  $\mathbf{f}_F$  gemäß

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_S \\ \mathbf{f}_F \end{bmatrix}. \tag{4.24}$$

Für weitere und spezifischere Informationen zur Fluid-Struktur-Interaktion wird an dieser Stelle auf Abschnitt 5.2 verwiesen.

Zur numerischen Lösung einer Frequenzganganalyse sind in ANSYS MECHANICAL verschiedene Verfahren verfügbar. Die einfachste und in dieser Arbeit verwendete Methode ist die vollständige harmonische Analyse (englisch: *full method*). Hierbei werden zur Berechnung der harmonischen Antwort die vollständigen Systemmatrizen verwendet. Diese Methode ist am rechenintensivsten, allerdings auch am genauesten und damit für das im Folgende zu untersuchende Modell am geeignetsten.

Das andere verfügbare Verfahren wird als modale Superpositionsmethode (englisch: mode superposition method) bezeichnet und basiert auf der Superpositition der vorherig berechneten Eigenschwingungsformen. Dieses Verfahren ist auf Kosten der Genauigkeit weniger rechenintensiv, führt aber auch weitere Einschränkungen mit sich, wie beispielsweise die Tatsache, dass nur ausgewählte Lasten aufgebracht werden dürfen. Im Falle einer Fluid-Struktur-Interaktion wird die modale Superposition noch weiter unterschieden in die Superposition von gekoppelten und ungekoppelten Eigenschwingungsformen. Für die Superposition gekoppelter Eigenschwingungsformen werden die rechten und linken Eigenvektoren gemäß Gleichung (4.15) und Gleichung (4.16) ermittelt. Im Gegensatz dazu werden bei der ungekoppelten modalen Superposition die Eigenvektoren des Fluids

und der Struktur getrennt voneinander berechnet und überlagert. Genauere Erläuterungen zu diesen Verfahren sind in [10, 52, 58] zu finden.

### 4.5 Analyse einer vorgespannten Struktur

Das lineare Verhalten eines Systems, welches auf einem linear oder nichtlinear vorgespannten Zustand basiert, ist in vielen technischen Anwendungen von Interesse. So auch in dem zu untersuchenden Modell, bei dem neben der dynamischen Last der akustischen Druckverteilung die statischen Lasten der Temperaturverteilung durch die Kabinenwand sowie der Kabinenbedruckung betrachtet werden. Diese statischen Lasten verursachen eine Vorspannung des Modells, die die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  der Struktur beeinflusst und außerdem einen verformten Zustand hervorrufen kann [10].

ANSYS MECHANICAL bietet zur Durchführung einer vorgespannten Analyse zwei verschiedene Möglichkeiten. Zum einen können Vorspannungseffekte durch die Verwendung des Befehls *PSTRES* berücksichtigt werden. Dieses Verfahren ist allerdings nur bei linear vorgespannten Systemen anwendbar. Zum anderen besteht die Möglichkeit zur Durchführung einer linearen Perturbationsanalyse. Diese ist zur Lösung sowohl linear als auch nichtlinear vorgespannter Systeme geeignet. Außerdem unterstützt die lineare Perturbationsmethode Modelle mit Fluid-Struktur-Interaktion.

Im Folgenden werden diese beiden Verfahren vorgestellt, siehe [10, 11, 58].

# 4.5.1 Durchführung einer linear vorgespannten Analyse mit Hilfe des Befehls PSTRES

Um den Effekt der Spannungsversteifung eines linearen Problems in einer harmonischen Analyse oder einer Modalanalyse berücksichtigen zu können, sind mehrere Lösungen erforderlich.

Zunächst wird eine linear statische oder eine linear transiente Analyse durchgeführt. Die folgenden Ausführungen beziehen sich aufgrund der Anwendung in dieser Arbeit nur auf die statische Analyse, für welche das Gleichungssystem nach Gleichung (4.1) herangezogen wird. Aus der Lösung dieser Gleichung ergeben sich über die Bestimmung der Dehnungen  $\varepsilon$  unter anderem die Spannungen  $\sigma$ . Auf diesem Spannungszustand basierend kann die sogenannte Spannungssteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{\sigma}$  ermittelt werden, die zu der

Ausgangssteifigkeitssmatrix  ${\bf K}$  hinzu<br/>addiert wird. Anschließend kann beispielsweise eine Modalanalyse mit

$$(-\lambda \mathbf{M} + [\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\sigma}])\varphi = \mathbf{0} \tag{4.25}$$

oder eine harmonische Analyse mit

$$\mathbf{M\ddot{u}} + \mathbf{C\dot{u}} + [\mathbf{K} + \mathbf{K}_{\sigma}]\mathbf{u} = \mathbf{f}$$
 (4.26)

durchgeführt werden. Sowohl in der statischen Analyse als auch in der darauf aufbauenden Analyse wird zur Berücksichtigung der Vorspannungseffekte der Befehl *PSTRES* aktiviert. Dabei ist außerdem zu beachten, dass in der nachfolgenden Frequenzgang- oder Modalanalyse die Knotenpositionen, die aufgrund der statischen Analyse im Allgemeinen verändert werden, über den Befehl *UPCOORD* aktualisiert werden.

### 4.5.2 Lineare Perturbationsanalyse

Die lineare Perturbationsanalyse wird für ein lineares Problem, welches auf einen vorgespannten Zustand aufbaut und gelöst wird, angewendet und kann damit als Iteration über eine zugrunde liegende lineare oder nichtlineare Analyse verstanden werden. Die Vorspannungsanalyse, die im Rahmen einer linearen Perturbationsanalyse als Basisanalyse bezeichnet wird, kann auch hier statisch oder transient erfolgen. Im Folgenden wird aufgrund der höheren Komplexität sowie der in dieser Arbeit erforderlichen Anwendung und ohne Verlust der Allgemeingültigkeit die lineare Perturbationsanalyse anhand einer nichtlinear statischen Vorspannung erläutert. Eine ähnliche Anwendung besteht zur Lösung linear statischer oder linear bzw. nichtlinear transienter vorgespannter Systeme. Der in diesem Abschnitt erläuterte Algorithmus einer linearen Perturbationsanalyse ist in Abbildung 4.3 anschaulich dargestellt.

Zunächst wird die sogenannte Basisanalyse ausgeführt. Zur Lösung nichtlinear vorgespannter Analysen wird das Newton-Raphson-Verfahren angewendet, sodass entsprechend Gleichung (4.2) und Gleichung (4.3) das folgende Gleichungssystem bei dem Iterationsschritt n gelöst wird:

$$\mathbf{K}_{T,n}\Delta\mathbf{u} = \mathbf{f} - \mathbf{r}_n. \tag{4.27}$$

Die tangentiale Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_T$  setzt sich aus unterschiedlichen Anteilen zusammen und berücksichtigt bereits die Spannungssteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{\sigma}$ .

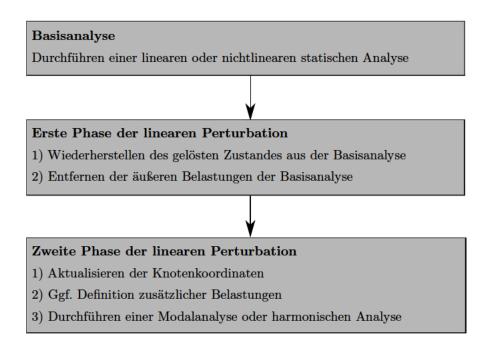


Abbildung 4.3: Ablaufplan der linearen Perturbationsanalyse (in Anlehnung an [10])

Aufbauend auf die Basisanalyse folgt die erste Phase der linearen Perturbationsanalyse, in welcher der gelöste Zustand bzw. die Lösungsmatrizen aus der Basisanalyse wiederhergestellt werden. Außerdem werden standardmäßig die äußeren Belastungen der Basisanalyse entfernt, mit Ausnahme von Verschiebungsrandbedingungen, Trägheitslasten und allen nicht-mechanischen Lasten, zu denen auch thermische Lasten und Vorspannungen zählen. Der Lastvektor, der nach dieser Entfernung zurückbleibt, wird als Lastvektor am Ende des Neustartprozesses bezeichnet und durch f<sub>end</sub> symbolisiert.

Die zweite Phase der linearen Perturbationsanalyse variiert leicht, je nach durchzuführender Analyse. Handelt es sich um eine Modalanalyse, so werden zunächst automatisch die Knotenkoordinaten aktualisiert. Anschließend wird das Eigenwertproblem gelöst. Bei Verwendung des Block-Lanczos-Verfahren wird in Gleichung (4.12) dazu die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  durch die tangentiale Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_T$  ersetzt:

$$(-\lambda \mathbf{M} + \mathbf{K}_T) \varphi = \mathbf{0}. \tag{4.28}$$

Wird eine vollständige harmonische Analyse durchgeführt, so werden zunächst ebenfalls die Knotenkoordinaten aktualisiert. Außerdem wird die Perturbationslast  $f_{perturbed}$  be-

nötigt, die sich nach

$$\mathbf{f}_{nerturbed} = \mathbf{f}_{end} + \mathbf{f}_{add} \tag{4.29}$$

berechnet. Darin ist  $\mathbf{f}_{end}$  der Lastvektor am Ende des Neustartprozesses und  $\mathbf{f}_{add}$  der Lastvektor, der zusätzlich in der zweiten Phase der linearen Perturbationsanalyse definiert werden kann. Gleichung (4.17) wird entsprechend angepasst zu

$$\mathbf{M\ddot{u}} + \mathbf{C\dot{u}} + \mathbf{K}_T \mathbf{u} = \mathbf{f}_{perturbed} \tag{4.30}$$

und gelöst.

Zur Untersuchung eines gekoppelten Fluid-Struktur-Systems ist im Rahmen der linearen Perturbationsmethode die statische Strukturanalyse unter Berücksichtigung eines sogenannten gemorphten Fluid-Netzes zu lösen [9]. Dabei wird die Kopplung innerhalb der statischen Strukturanalyse vernachlässigt [9] und stattdessen werden die akustischen Fluid-Knoten sowie -Elemente entsprechend der strukturellen Auslenkungen angepasst und aktualisiert [8]. Unterstützt wird in diesem Fall jedoch nur eine nichtlinear statische Analyse. In der anschließenden ersten und zweiten Phase der linearen Perurbationsanalyse wird die Fluid-Struktur-Interaktion berücksichtigt und die Analyse analog zu dem bereits beschriebenen Verfahren mit symmetrischen Systemmatrizen durchgeführt. Zur Ermittlung der Eigenfrequenzen wird in Gleichung (4.15) die Steifigkeitsmatrix  $\tilde{\mathbf{K}}$  durch die tangentiale Steifigkeitsmatrix  $\tilde{\mathbf{K}}$  ausgetauscht:

$$\tilde{\mathbf{K}}_T \boldsymbol{\varphi} = \lambda \tilde{\mathbf{M}} \boldsymbol{\varphi}. \tag{4.31}$$

Um den Frequenzgang zu analysieren, werden analog zu Gleichung (4.30) die Steifigkeitsmatrix  $\tilde{\mathbf{K}}$  und der Gesamtlastvektor  $\tilde{\mathbf{f}}$  der Bewegungsgleichung (4.20) durch  $\tilde{\mathbf{K}}_T$  und  $\tilde{\mathbf{f}}_{perturbed}$  ersetzt:

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\tilde{\mathbf{u}}} + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\tilde{\mathbf{u}}} + \tilde{\mathbf{K}}_T\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{f}}_{perturbed}. \tag{4.32}$$

Die lineare Perturbationsanalyse ist noch für weitere Analysearten einsetzbar, welche in [10, 11] genauer behandelt werden.

# 4.6 Analytische Ermittlung der Eigenfrequenzen zur Modellverifikation

Im Folgenden wird die Berechnung der Eigenfrequenzen von ebenen Platten und akustischen Fluiden anhand [13, 17, 25, 32, 45] zur späteren Verifizierung des Simulationsmodells vorgestellt. Zusätzlich wird die Auswirkung des Vorspannungseffekts auf die Eigenfrequenzen der ebenen Platten erläutert.

# 4.6.1 Berechnung der Eigenfrequenzen von ebenen Platten und die Auswirkung des Vorspannungseffekts

Im Allgemeinen hängen die Eigenfrequenzen plattenförmiger Strukturbauteile sowohl von den geometrischen Abmessungen als auch von den Materialparametern ab. Darüber hinaus hat die Art der Lagerung an den Plattenrändern einen großen Einfluss auf die Eigenfrequenzen. Grundsätzlich gilt: Je steifer das System ist, desto größer werden die Eigenfrequenzen. Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf eine umlaufend gelenkig gelagerte Platte, d.h. alle Translationen an den Rändern sind gesperrt und alle Rotationen sind frei. Die Eigenfrequenzen einer isotropen, rechteckigen Platte mit den Abmessungen  $l_x$  und  $l_y$  sowie der Dicke d lassen sich gemäß

$$f_{n_x,n_y} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left[ \left( \frac{n_x \pi}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y \pi}{l_y} \right)^2 \right]^2 \frac{B}{\tilde{m}}}$$
 (4.33)

bestimmen. Hierin stehen die Indizes  $n_x$  sowie  $n_y$  für die Anzahl der Halbwellen in x-bzw. y-Richtung. Außerdem ist B die Biegesteifigkeit der Platte nach Gleichung (2.4) und  $\tilde{m}$  die flächenbezogene Masse nach Gleichung (2.5).

Steht die Platte unter thermaler Belastung, so werden die Eigenfrequenzen nach

$$f_{n_x,n_y} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left[ \left( \frac{n_x \pi}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y \pi}{l_y} \right)^2 \right]^2 \frac{B}{\tilde{m}} - \frac{\alpha E \Delta T}{\rho (1 - \nu)} \left[ \left( \frac{n_x \pi}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y \pi}{l_y} \right)^2 \right]}$$
(4.34)

ermittelt. Dabei ist  $\alpha$  der Wärmeausdehnungskoeffizient, E der E-Modul,  $\rho$  die Dichte sowie  $\nu$  die Querkontraktionszahl der Platte.  $\Delta T$  beschreibt die Temperaturdifferenz

zwischen der konstanten Bauteiltemperatur  $T_B$  und der Referenztemperatur  $T_{Ref}$ :

$$\Delta T = T_B - T_{Ref}. \tag{4.35}$$

Die Referenztemperatur definiert diejenige Temperatur, bei der im Bauteil ein spannungsfreier Zustand vorliegt. Eine positive Temperaturdifferenz, für die  $T_B > T_{Ref}$  gilt, führt nach Gleichung (4.34) zu Eigenfrequenzen, die im Vergleich zu denen einer unbelasteten Platte kleiner sind. Dies stimmt mit der physikalischen Betrachtung überein: Liegt die Bauteiltemperatur oberhalb der Referenztemperatur, so wird das System weicher, was ebenfalls auf eine Abnahme der Eigenfrequenzen schließen lässt. Zu beachten ist für Bauteiltemperaturen  $T_B > T_{Ref}$ , dass diese unterhalb der kritischen Beultemperatur  $T_{krit}$  liegen müssen, welche nach

$$T_{krit} = \frac{d^2 \pi^2}{12(1+\nu)\alpha} \left(\frac{1}{l_x^2} + \frac{1}{l_y^2}\right)$$
 (4.36)

berechnet wird, um ein Beulen der Platte zu verhindern.

Umgekehrt führt eine negative Temperaturdifferenz, welche durch  $T_B < T_{Ref}$  beschrieben wird, zu einem steiferen System und damit zu einem Anstieg der Eigenfrequenzen.

Wird die Platte mit den Normalkraftflüssen  $N_x$  und  $N_y$  in der Plattenebene gemäß Abbildung 4.4 belastet, so werden Membranspannungen hervorgerufen. Für die Eigenfrequenzen gilt:

$$f_{n_x,n_y} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left[ \left( \frac{n_x}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y}{l_y} \right)^2 \right]^2 \frac{B}{\tilde{m}} + N_x \left( \frac{n_x}{l_x} \right)^2 + N_y \left( \frac{n_y}{l_y} \right)^2}.$$
 (4.37)

Daraus ist abzuleiten, dass positive Belastungen in Plattenebene eine Erhöhung der Eigenfrequenzen hervorrufen und zu einer Versteifung der Struktur führen.

Bei einer Druckbelastung senkrecht zur Plattenebene werden neben Membranspannungen auch Biegespannungen generiert, die mit Gleichung (4.37) nicht abgebildet werden können. Generell kann allerdings festgestellt werden, dass eine Druckbelastung senkrecht zur Plattenebene zu positiven Membranspannungen und gemäß Gleichung (4.37) zu einer Versteifung des System führt. Die vernachlässigten Biegelasten bewirken eine zusätzliche Versteifung, sodass insgesamt im Vergleich zu den Ergebnissen, die sich nach Gleichung (4.37) ergeben, größere Eigenfrequenzen erwartet werden können.

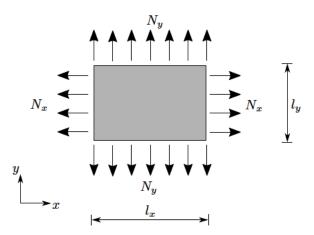


Abbildung 4.4: Platte mit den Normalkraftflüssen  $N_x$  und  $N_y$  (in Anlehnung an [13])

# 4.6.2 Berechnung der Eigenfrequenzen von akustischen Fluiden

Die Eigenfrequenzen eines Fluides sind abhängig von den geometrischen Abmessungen und den Materialparametern. In einer quaderförmigen Kavität mit den Abmessungen  $l_x$ , sowie  $l_z$  und der Schallgeschwindigkeit c berechnen sich die Eigenfrequenzen nach:

$$f_{n_x,n_y,n_z} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{n_x \pi}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y \pi}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{l_z}\right)^2}.$$
 (4.38)

 $n_x$ ,  $n_y$  und  $n_z$  beschreiben in diesem Fall die Anzahl der halben Cosinuswellen in x-, yund z-Richtung. Thermische Einflüsse spiegeln sich hier in der Schallgeschwhindigkeit
wider, siehe Kapitel 2.1.1 oder Kapitel 3.3.

# Zusammenfassung

Dieses Kapitel behandelt spezifische Teilaspekte der Finiten Elemente Methode mit Fokus auf der Anwendung in Ansys Mechanical. Diese bilden eine Grundlage zur Entwicklung, Durchführung und Verifizierung der in dieser Arbeit betrachteten thermischstrukturakustisch gekoppelten Analyse und werden im Rahmen der Multiphysik, die im folgenden Kapitel genauer erläutert wird, verknüpft.

# 5 Multiphysik

Als multiphysikalisches bzw. gekoppeltes System wird ein System verstanden, bei dem zwei oder mehr physikalische Felder, welche jeweils eine physikalische Disziplin widerspiegeln und durch die Festlegung der Elementtypen, der Materialparameter, der Randbedingungen und der Lasten definiert werden, miteinander interagieren [61]. Eine Kopplung ist folglich genau dann erforderlich, wenn ein physikalisches Feld von der Lösung eines anderen physikalischen Feldes abhängig ist [8]. Bedingt durch den Grad der Interaktion zwischen den Feldern kann die Kopplung schwach oder stark sein [61].

Bei einer schwachen Kopplung, auch bekannt als lastübertragende Kopplung, wird jedes physikalische Feld separat gelöst und somit werden zwei oder mehr Analysen durchgeführt. Die Kopplung zwischen den Feldern erfolgt hierbei durch die Übertragung der Ergebnisse aus der einen Analyse als Lasten in die nachfolgende Analyse [8]. Für jede Analyse wird also ein eigenes physikalisches Feld definiert und gelöst. Dabei ist besonders zu beachten, dass bei der lastübertragenden Methode nur ein einziges Finite Elemente Netz (FE-Netz) definiert und für alle physikalischen Felder verwendet werden darf [8]. Die Felder unterscheiden sich durch die Elementtypen, die Materialparameter und die definierten Lasten. Es ist außerdem zu berücksichtigen, dass die Elementtypen der physikalischen Felder miteinander kompatibel sein müssen [8]. Dies bedeutet, dass die Elementtypen die gleiche Geometrie sowie die gleiche Ansatzfunktion aufweisen müssen. Zusammenfassend ist eine lastübertragende Kopplung aufwendiger in der Modellerstellung, bietet allerdings auch mehr Flexibilität in der Analyse [8].

Im Gegensatz dazu wird bei der starken bzw. der direkten Kopplung nur eine einzige Analyse unter Verwendung von gekoppelten Elementtypen, die alle erforderlichen Freiheitsgrade aufweisen, durchgeführt [8]. Dementsprechend weisen auch die Systemmatrizen und -vektoren einen Term zu jedem physikalischem Feld auf [8]. Die direkte Methode benötigt üblicherweise weniger Benutzereingriffe als die lastübertragende Methode, ist aber auch mit Einschränkungen verbunden, wie beispielsweise der Verfügbarkeit der gekoppelten Elementtypen im FE-Programm.

Darüber hinaus kann die Kopplung über zwei verschiedene Methoden erfolgen, die als

Ein- und Zwei-Wege-Kopplung bezeichnet werden. Eine Ein-Wege-Kopplung beschreibt eine Analyse, bei der die Ergebnisse eines physikalischen Feldes einen Einfluss auf ein anderes physikalisches Feld haben, aber dieser Einfluss nicht rückwirkend gilt [8]. Es ist somit keine Iteration zwischen den Feldern notwendig. Als Ein-Wege-Kopplung zählt unter anderem ein thermisch-strukturmechanisches Problem.

Demgegenüber kennzeichnet die Zwei-Wege-Kopplung eine Analyse, bei der sich die physikalischen Felder gegenseitig beeinflussen und bis zur Erfüllung der Konvergenz iteriert werden müssen [8]. Ein Beispiel für eine Zwei-Wege-Kopplung ist die Fluid-Struktur-Interaktion.

Sowohl das gekoppelte thermisch-strukturmechanische Problem als auch die Fluid-Struktur-Kopplung werden in dem zu untersuchenden Modell dieser Arbeit berücksichtigt und daher in Kapitel 5.1 sowie Kapitel 5.2 genauer behandelt.

# 5.1 Thermisch-strukturmechanische Analyse

Eine thermisch-strukturmechanische Analyse setzt sich aus zwei physikalischen Feldern zusammen: dem thermischen Feld und dem strukturellen Feld. Im Allgemeinen erzeugen die thermischen Belastungen, die auf die Struktur ausgeübt werden, eine Dehnung im Material und rufen bei entsprechender Lagerung der Struktur, die dieser Ausdehnung entgegenwirkt, Spannungen hervor [37]. Dies kann gegebenenfalls zu einer Auslenkung der Struktur führen [37]. Die strukturellen Verformungen und Spannungen dagegen haben keinen signifikanten Einfluss auf die Wärmelasten, sodass eine Rückkopplung vernachlässigt werden kann und die Analysen der einzelnen physikalischen Felder ohne Iteration durchgeführt werden [26]. Aufgrund der späteren Anwendung wird im Folgenden die last-übertragende Kopplung beschrieben. Es gelten die in Kapitel 3 und Kapitel 4 getroffenen Annahmen eines stationären und linearen Wärmeübertragungsproblems sowie einer statischen Basisanalyse der Strukturmechanik.

Zur Umsetzung einer thermisch-strukturmechanischen Analyse wird zunächst eine linear statische Thermalanalyse durchgeführt und das Gleichungssystem nach Gleichung (4.7) gelöst [18]. Daraus resultieren die Temperaturen T an den Knoten des FE-Netzes, die in dem Knotentemperaturvektor  $\mathbf{t}$  zusammengefasst werden [11]. Anschließend wird eine statische, strukturmechanische Analyse durchgeführt, in welcher der Knotentemperaturvektor  $\mathbf{t}$  aus der thermischen Analyse eingelesen wird [11]. Die Temperaturen werden in Bezug zur Referenztemperatur  $T_{Ref}$  des Bauteils gesetzt und auf einen äquivalenten thermischen Lastvektor  $\mathbf{f}_{th}$  umgerechnet, mit dem die Struktur belastet wird [18]. Für

ein lineares Problem gilt nach Gleichung (4.1) folglich:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}_{th}.\tag{5.1}$$

Analog ergibt sich nach Gleichung (4.2) und Gleichung (4.3) für ein nichtlineares Problem das Gleichungssystem

$$\mathbf{K}_{T,n}\Delta\mathbf{u} = \mathbf{f}_{th} - \mathbf{r}_n. \tag{5.2}$$

Gemäß Kapitel 4.5 kann der aus der statischen Strukturanalyse resultierende Spannungszustand als Vorspannung im Bauteil betrachtet und für weiterführende Analysen mit Hilfe der zusätzlich auftretenden Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{\sigma}$  berücksichtigt werden.

Des Weiteren ist innerhalb der thermisch-strukturmechanischen Analyse ein Modell, welches sowohl Struktur- als auch akustische Fluidelemente beinhaltet, integrierbar. Wie bereits in Kapitel 4.5.2 beschrieben wurde, ist zur Untersuchung des gekoppelten Fluid-Struktur-Systems im Rahmen der linearen Perturbationsmethode eine nichtlinear statische Strukturanalyse unter Berücksichtigung eines gemorphten Fluid-Netzes zu lösen [9]. Dabei wird die Kopplung innerhalb der statischen Strukturanalyse vernachlässigt. Für anschließende Analysen ist auf Kapitel 4.5.2 zu verweisen.

Eine nähere Betrachtung der Fluid-Struktur-Interaktion erfolgt im nachfolgenden Abschnitt.

# 5.2 Fluid-Struktur-Interaction

In diesem Abschnitt werden die grundlegen Ausführungen der Fluid-Struktur-Interaktion unter Anwendung der Finiten Elemente Methode gemäß [2, 31, 49] behandelt. Der Index S steht im Folgenden für Systemgrößen der Struktur und dient der Unterscheidung zu den Systemgrößen des Fluids, welche mit dem Index F versehen sind.

Kennzeichnend für Fluid-Struktur-Systeme ist der Kontakt einer schwingenden Struktur und einem akustischen Fluid, in welches der Schall abstrahlt. Dabei interagieren Fluid und Struktur miteinander an ihrer Grenzfläche und können infolgedessen nicht separat betrachtet werden. Während eine Schwingung der Struktur die Fluidteilchen zur Bewegung anregt, erzeugt ebenso der Schalldruck im Fluid Kräfte auf der Struktur. Üblicherweise wird das Problem der Fluid-Struktur-Interaktion über eine direkte Kopplung gelöst. Eine lastübertragende Kopplung ist ebenfalls möglich, wird nachfolgend allerdings

nicht weiter ausgeführt.

Zu Beginn werden die maßgeblichen Differentialgleichungen der einzelnen physikalischen Felder, Struktur und Fluid, formuliert. Wie bereits in Kapitel 4.4 aufgefasst wurde, kann das Gleichungssystem einer Struktur nach Gleichung (4.17) durch

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_S \mathbf{u} = \mathbf{f}_S \tag{5.3}$$

beschrieben werden.  $\mathbf{M}_S$ ,  $\mathbf{C}_S$  und  $\mathbf{K}_S$  sind hier die Masse-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix der Struktur. Der Vektor  $\mathbf{u}$  sowie dessen Ableitungen nach der Zeit  $\dot{\mathbf{u}}$  und  $\ddot{\mathbf{u}}$  stehen für die strukturellen Verschiebungs-, Geschwindigkeits- sowie Beschleunigungsfreiheitsgrade und der Vektor  $\mathbf{f}_S$  für die Anregung auf der Struktur.

Analog zu dem strukturellen Gleichungssystem ist ein Gleichungssystem des akustischen Fluids herleitbar. Für dieses gilt:

$$\mathbf{M}_F \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_F \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_F \mathbf{p} = \mathbf{f}_F, \tag{5.4}$$

mit der Masse-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{M}_F$ ,  $\mathbf{C}_F$  und  $\mathbf{K}_F$  des akustischen Fluids. Der Vektor  $\mathbf{p}$  enthält die Freiheitsgrade des Schalldrucks und die Vektoren  $\dot{\mathbf{p}}$  sowie  $\ddot{\mathbf{p}}$  die entsprechenden zeitlichen Ableitungen des Schalldrucks. Der Vektor  $\mathbf{f}_F$  beinhaltet die akustische Anregung im Fluid.

Die Kopplung dieser beiden physikalischen Felder wird durch Hinzufügen einer Last, welche von dem Fluid auf die Struktur übertragen wird, und einer Last, die die Struktur auf das Fluid ausübt, berücksichtigt. Mit Gleichung (5.3) und Gleichung (5.4) ergibt sich das gekoppelte Gleichungssystem nach [49] zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{FS} & \mathbf{M}_{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{S} & \mathbf{K}_{FS} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{S} \\ \mathbf{f}_{F} \end{bmatrix}. \tag{5.5}$$

In Gleichung (5.5) charakterisieren  $\mathbf{M}_{FS}$  und  $\mathbf{K}_{FS}$  die Kopplung zwischen dem Fluid und der Struktur. Diese sind durch den Zusammenhang

$$\mathbf{M}_{FS} = -\rho_F \mathbf{K}_{FS} \tag{5.6}$$

über die Fluiddichte  $\rho_F$  miteinander verknüpft. An Gleichung (5.5) wird außerdem deutlich, dass es sich durch die Anordnung der Kopplungsmatrizen  $\mathbf{M}_{FS}$  und  $\mathbf{K}_{FS}$  auf der Nebendiagonalen um ein unsymmetrisches Gleichungssystem handelt.

Soll die Kopplung mehrere Fluidgebiete oder Strukturen umfassen, so ist das Gleichungs-

system nach Gleichung (5.5) um die entsprechenden physikalischen Felder zu ergänzen. Für ein System, bestehend aus zwei Strukturbauteilen, die gemäß Abbildung 5.1 ein Fluidgebiet einschließen, ergibt sich das gekoppelte Gleichungssystem zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{S1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{FS1} & \mathbf{M}_{F} & \mathbf{M}_{FS2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{S2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{1} \\ \ddot{\mathbf{p}} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{S2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_{1} \\ \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{u}}_{2} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{S2} & \mathbf{K}_{FS1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{FS2} & \mathbf{K}_{S2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{u}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{S1} \\ \mathbf{f}_{F} \\ \mathbf{f}_{S2} \end{bmatrix}.$$

$$(5.7)$$

Der Index S1 kennzeichnet hierin die Struktur 1 und der Index S2 die Struktur 2.

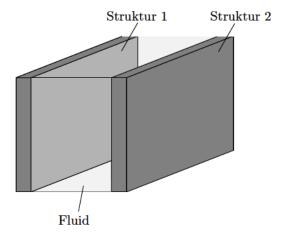


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung eines Systems bestehend aus zwei Strukturen und einem eingeschlossenen Fluid zur Veranschaulichung einer mehrfachen Fluid-Struktur-Kopplung

#### Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden grundlegende Begriffe der Multiphysik eingeführt und verschiedene Kopplungsmethoden erörtert. Insbesondere wird die Kopplung von thermischen und strukturmechanischen Problemen sowie die wechselseitige Beeinflussung von akustischen

Fluiden und Strukturen näher behandelt.

Diese Kopplungen werden in der Simulationsstudie der vorliegenden Arbeit im nachfolgenden Kapitel zur Entwicklung multiphysikalischer Analysen sowie in der anschließenden Modellerstellung berücksichtigt.

# 6 Entwicklung einer gekoppelten thermisch-strukturakustischen Analyse

Bisher wurden in den Kapiteln 2 bis 5 die Grundlagen behandelt, die zur Durchführung einer gekoppelten thermisch-strukturakustischen Analyse erforderlich sind. Insbesondere in den spezifischen Grundlagen aus der Finiten Elemente Methode wird bereits die Anwendung in Ansys Mechanical fokussiert. Im Weiteren soll dies im Hinblick auf die Entwicklung einer gekoppelten thermisch-strukturakustischen Analyse vertieft werden. Zur Simulation der multiphysikalischen Analyse wird das Finite Elemente Programm Ansys Mechanical 19.1 verwendet. Ansys ist aufgrund seiner programmeigenen Skriptsprache Ansys Parametric Design Language (APDL) ein sehr mächtiges FE-Programm. APDL ermöglicht es, Analysen zu automatisieren und Modelle parametrisch aufzubauen. Außerdem bietet Ansys bereits Multiphysik-Schnittstellen.

Im Folgenden werden zunächst die Annahmen für die Analyse erläutert sowie die berücksichtigten physikalischen Effekte im Modell vorgestellt, die als Basis für die weiteren Ausführungen dienen.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist aufgrund der üblicherweise über einen längeren Zeitraum konstant gehaltene Flughöhe ein stationärer Flugzustand. Eine im Reiseflug typische Flughöhe von H=10000m und eine typische Fluggeschwindigkeit von  $v=250\frac{\rm m}{\rm s}$  werden angenommen. Wie bereits in Kapitel 3.3 beschrieben wurde, ändern sich mit der Höhe die Größen Druck, Dichte, Temperatur und Schallgeschwindigkeit. Zur Gewährleistung einer ausreichende Sauerstoffversorgung in der Kabine bei Flugbedingungen ist die Kabinenhöhe gemäß CS-25.841(A) [22] auf maximal  $H_{Cabin}=2440$ m begrenzt. Dabei ist eine komplexe Regelung der Kabinenhöhe in Abhängigkeit der aktuellen Flughöhe erforderlich, um zum einen gesundheitliche Schäden der Insassen und zum anderen einen kritischen Über- oder Unterdruck in der Kabine zu vermeiden. Vereinfacht wird im Folgenden davon ausgegangen, dass bis zu einer Flughöhe von 2440m der Kabinendruck dem Umgebungsdruck enspricht und mit Gleichung (3.19) auf die aktuelle Flughöhe umgerechnet wird. Ab einer Flughöhe H>2440m bleibt die Kabinenhöhe konstant bei

 $H_{Cabin}=2440$ m, sodass sich folglich Kabinen- und Umgebungsdruck voneinander unterscheiden. Darüber hinaus wird in der Kabine eine Temperatur von durchschnittlich  $T_{F,Cabin}=295.65$ K gehalten. In Tabelle 6.1 sind die höhenabhängigen Größen Druck, Dichte, Temperatur und Schallgeschwindigkeit gemäß der getroffenen Annahmen und Gleichung (3.18) bis (3.21) sowie Gleichung (3.25) der atmosphärischen und Kabinenbedingungen bei einer Flughöhe von H=10000m zusammengefasst. Zu beachten ist, dass die Dichte in der Kabine mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase, Gleichung (3.18), berechnet werden muss, da die angenommene Kabinentemperatur von der Temperatur bei H=2440m nach Gleichung (3.21) abweicht.

Tabelle 6.1: Atmosphärische Bedingungen und Kabinenbedingungen bei einer Flughöhe von  $H=10000\mathrm{m}$ 

Höhenabhängige Parameter	Atmosphärische Bedingungen	Kabinenbedingungen
Höhe $H$ [m]:	10000	2440
Druck $p$ [Pa]:	26433.3	75245.8
Dichte $\rho \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ :	0.412680	0.886614
Temperatur $T$ [K]:	223.139	295.650
Schallgeschwindigkeit $c$ [ $\frac{m}{s}$ ]:	299.459	344.697

Insbesondere die Druck- und die Temperaturdifferenz zwischen der Umgebung und der Flugzeugkabine führen zu einer statischen Belastung der Kabinenseitenwand. Zur Aufnahme der Druckbelastung, die sich zu  $\Delta p = 48812.524$ Pa ergibt und zur Ausdehnung des Rumpfes führt, dient die Primärstruktur. Die thermische Belastung wird unter Berücksichtigung von Konduktion, Konvektion und der Aufheizung der Struktur aufgrund der strömungsbedingten Reibung weiter ausgeführt. An der Außenseite der Primärstruktur wird die Oberflächentemperatur  $T_{W,a}$  nach Gleichung (3.27) und unter Zuhilfenahme der Tabelle 6.1 sowie den in Abschnitt 3.3 definierten Größen für den beschriebenen Flugzustand berechnet zu

$$T_{W,a} = T_{F,a} \left[ 1 + r \left( \frac{\kappa - 1}{2} \right) M^2 \right]$$

$$T_{W,a} = 223.139 \text{K} \left[ 1 + \sqrt[3]{0.7} \left( \frac{1.4 - 1}{2} \right) \left( \frac{250 \text{m/s}}{299.459 \text{m/s}} \right)^2 \right]$$

$$T_{W,a} = 250.756 \text{K}.$$
(6.1)

Diese Temperatur wird an der Oberfläche der Primärstruktur als Randbedingung gesetzt. Weitere Konvektionsbedingung sind in diesem Fall nicht zu berücksichtigen, siehe Abschnitt 3.3. Auf Seiten der Kabine wird die Konvektionsrandbedingung mit Hilfe der Kabinentemperatur  $T_{F,Cabin}=295.65\mathrm{K}$  und dem Wärmeübergangskoeffizienten, welcher für Luft in geschlossenen Räumen mit  $\alpha_{Cabin}=8.0\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}}$  angenommen wird [26], definiert. Im Falle einer mehrschichtigen Bauweise mit eingeschlossener Luftschicht ist die Konvektion, die zwischen den Strukturbauteilen und der Luftschicht stattfindet, zur Vereinfachung der Analyse aufgrund der vernachlässigten Strömungssimulation nicht zu berücksichtigen und stattdessen ein äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand gemäß Abschnitt 3.2 zu bestimmen. Außerdem ist zu beachten, dass die Wärmestrahlung von umgebenden Körpern in Ansys Mechanical nicht gleichzeitig mit Konvektionsbedingungen definiert werden kann, siehe auch Abschnitt 6.1. Daher wird die Wärmestrahlung aufgrund der höheren Ungenauigkeit im Folgenden vollständig vernächlässigt.

Für alle verwendeten Materialien wird ein temperaturunabhängiges Verhalten vorausgesetzt, da genaue Angaben zum Materialverhalten bei unterschiedlichen Temperaturen nicht ausreichend bekannt sind. Die Referenztemperatur, die einen spannungsfreien Zustand im Material charakterisiert, wird zu  $T_{Ref} = 293.15$ K definiert.

Neben diesen statischen Belastungen ist außerdem zur Bewertung des Schalldurchgangs eine diffuse Schallfeldanregung gemäß Abschnitt 2.2.1 zu generieren. Das Zusammenwirken der unterschiedlichen Lasten soll in dieser Arbeit betrachtet und sowohl aus thermischer als auch aus akustischer Sicht beurteilt werden. Die Parameter der statischen Belastungen sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Tabelle 6.2: Parameter der statischen Belastungen

Druckbelastung $\Delta p$ [Pa]:	48812.524
Oberflächentemperatur an der Primärstruktur $T_{W,a}$ [K]:	250.756
Umgebungstemperatur in der Kabine $T_{F,Cabin}$ [K]:	295.65
Wärmeübergangskoeffizient in der Kabine $\alpha_{Cabin}$ $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$ :	8.0
Referenztemperatur $T_{Ref}$ [K]:	293.15

Im Folgenden werden in Abschnitt 6.1 auf Grundlage der zu untersuchenden Effekte die verwendeten Elementtypen sowie deren Anwendungsmöglichkeiten vorgestellt. Eine Besonderheit in der Modellerstellung aufgrund der zwei auftretenden Phasen im Werkstoff stellt die Modellierung poröser Materialen dar, welche in Abschnitt 6.2 behandelt wird. Anschließend werden in Kapitel 6.3 der Ablauf gekoppelter Analysen unter Berücksich-

tigung unterschiedlicher Vorspannungen beschrieben. Zum Abschluss wird in Kapitel 6.4 eine Konvergenzstudie zur Ermittlung einer geeigneten Netzfeinheit durchgeführt.

# 6.1 Verwendete Elementtypen

Ansys bietet eine große Vielfalt an Elementtypen, die spezifischen Anwendungen dienen. Insbesondere für multiphysikalische Untersuchungen ist die Wahl der Elementtypen, die von verschiedenen Aspekten abhängig ist, maßgeblich. Abgesehen von der Kompatibilität der Elemente verschiedener physikalischer Felder haben sowohl die zu definierenden Lasten als auch die möglichen Keyoptionen eine große Bedeutung.

In den folgenden Abschnitten werden die für diese Arbeit relevanten Elementtypen vorgestellt. Darunter zählen Schalenelemente, die die Strukturbauteile darstellen, Oberflächenelemente für die Abbildung spezieller Oberflächeneffekte und außerdem Volumenelemente zur Modellierung des akustischen Fluids. Weitere Informationen zu den hier vorgestellten Elementtypen sind in [9] zu finden. Im Allgemeinen werden für diese Arbeit Elementtypen mit linearer Ansatzfunktion gewählt, um das Modell möglichst recheneffizient zu gestalten.

#### 6.1.1 Schalenelemente

Schalenelemente werden für Strukturen verwendet, bei denen eine Abmessung im Vergleich zu den zwei anderen Abmessungen sehr viel kleiner ist. Schalen sind für dünne Strukturen besonders effizient zu rechnen, da die Verformungen in der Ebene und die Verformungen senkrecht zur Ebene entkoppelt sind. Standardmäßig liegen die Knoten in der Mittelfläche der Schale. Im Folgenden wird auf die Elementtypen Shell131 und Shell181 detailliert eingegangen, die direkt miteinander gekoppelt werden können.

# Shell131

Der Elementtyp Shell 131 beschreibt ein thermales Schalenelement, bestehend aus vier Knoten, und kann für stationäre oder transiente Thermalanalysen verwendet werden. Dieses Element ermöglicht zur Modellierung von z.B. Sandwichkonstruktionen einen schichtweisen Aufbau mit unterschiedlichen Dicken, Materialien und Orientierungen. Die Anzahl der Freiheitsgrade ist von der Anzahl der Schichten abhängig. An jedem Knoten können

eine Ober- und eine Unterseitentemperatur  $T_{Top}$  und  $T_{Bot}$  sowie für jede zusätzlich definierte Schicht eine weitere Temperatur an den Grenzflächen zwischen den Schichten festgelegt werden. Beispielsweise ergeben sich für ein Element, welches zwei Schichten aufweist, drei Freiheitsgrade: die Temperatur an der Oberseite  $T_{Top}$ , die Temperatur zwischen der ersten und zweiten Schicht  $T_{1/2}$  sowie die Temperatur an der Unterseite  $T_{Bot}$ . Dies ist in Abbildung 6.1 anschaulich dargestellt. Zusätzlich können Konvektionsbedingungen, Wärmestromdichten oder Strahlungsbedingungen als Flächenlasten definiert werden. Es ist allerdings nicht möglich das Element mit Wärmestromdichten, die beispielweise auch die einfallende Wärmestrahlung eines umgebenden Körpers mit einschließen, und Konvektionsbedingungen gleichzeitig zu belasten.

Zur Lösung eines Wärmeleitungsproblems, bei dem das Shell131-Element an andere thermale Volumenelemente angrenzt, besteht die Möglichkeit, die Knotentemperatur des Volumenelements mit der Unterseitentemperatur  $T_{Bot}$  zu koppeln. Vorausgesetzt wird, dass an deren Grenzfläche die Vernetzungen übereinstimmen. Außerdem wird zur korrekten Ausgabe der Temperaturen empfohlen, die Knoten von der Mittelfläche durch einen Offset auf die Unterseite des Elements zu versetzen. Das zu Shell131 äquivalente Strukturelement ist das Shell181-Element.

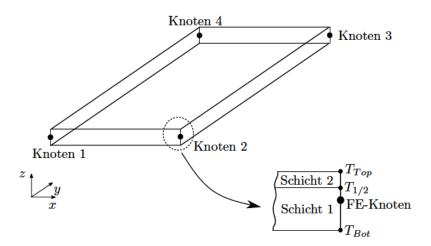


Abbildung 6.1: Darstellung des Shell131-Elements und der Temperaturausgabe über den Schichten (in Anlehnung an [9])

#### Shell181

SHELL181 beschreibt ein strukturelles Schalenelement mit vier Knoten. An jedem Knoten können sechs Freiheitsgrade definiert werden. Dazu zählen die Translationen sowie die Rotationen in den Koordinatenrichtungen x, y und z. Auch dieses Element bietet die Möglichkeit, Schichten mit unterschiedlichen Dicken, Materialien und Orientierungen zu definieren, um beispielsweise Sandwichkonstruktionen zu modellieren. Das Element kann Einzelkräfte, Streckenlasten, reellwertige Oberflächenlasten sowie außerdem Temperaturbelastungen aufnehmen.

#### 6.1.2 Oberflächenelemente

Oberflächenelemente werden auf den Oberflächen von beispielsweise Volumen- oder Schalenelementen definiert, um spezielle Oberflächeneffekte abzubilden. Insbesondere das SURF154-Element hat für diese Arbeit eine große Bedeutung, da es als eines weniger Elemente erlaubt, eine komplexe Druckanregung zu definieren.

#### Surf154

SURF154 ist ein dreidimensionales, strukturelles Oberflächenelement mit vier oder acht Knoten. Die Anzahl der Knoten ist abhängig von der Ansatzfunktion des Elemttyps, auf dessen Oberfläche das SURF154-Element definiert wird. Es besitzt die Translationsfreiheitsgrade in x-, y- und z-Richtung und kann sowohl thermische Lasten als auch komplexwertige Druckbelastungen aufnehmen. Das äquivalente thermische Oberflächenelement, welches auch direkt mit SURF154 gekoppelt werden kann, wird als SURF152 bezeichnet.

#### 6.1.3 Dreidimensionale Volumenelemente

Zur Modellierung des akustischen Fluids sind Volumenelemente erforderlich, die in diesem Abschnitt behandelt werden. Für akustische Analysen bietet Ansys spezielle akustische Fluidelemente, wie beispielsweise das FLUID30-Element. Diese Elemente schränken die Möglichkeiten einer multiphysikalischen Analyse allerdings wesentlich ein, da zum einen bestimmte Effekte, wie zum Beispiel Vorspannungseffekte, nicht abgebildet werden

können und zum anderen diese keine äquivalenten Elementtypen besitzen. Die Akustikelemente sind aber dennoch mit einigen Elementen gemäß den in Kapitel 5 beschriebenen Anforderungen kompatibel. Als kompatibles Fluid30-Element zählt unter anderem das Solid278-Element. Diese werden im Nachfolgenden genauer behandelt.

#### Solid278

SOLID278 ist ein dreidimensionales thermales Volumenelement. Dieses hat acht Knoten mit jeweils einem Temperatur-Freiheitsgrad. Verwendet wird das SOLID278-Element für stationäre sowie transiente Thermalanalysen. Zusätzlich können Konvektionsbedingungen, Wärmestromdichten oder Strahlungsbedingungen als Flächenlasten definiert werden, mit der Bedingung, dass die Konvektion und die Wärmestromdichte nicht gleichzeitig wirken. Das zu SOLID278 äquivalente Strukturelement ist das SOLID185-Element, das allerdings nicht weiter betrachtet wird.

#### Fluid30

Bei dem FLUID30-Element handelt es sich um ein dreidimensionales Akustikelement mit acht Knoten, welches zur Modellierung eines Fluidmediums, eines schallabsorbierenden Materials oder der Fluid-Struktur-Interaktionen in akustischen Analysen verwendet wird. Unterstützt werden im Allgemeinen statische, modale, harmonische oder transiente Analysearten. Ein ungekoppelter Elementknoten besitzt einen Druckfreiheitsgrad. Für Knoten, die mit der Struktur gekoppelt sind, ergeben sich neben dem Druckfreiheitsgrad noch die Translationsfreiheitsgrade in x-, y- und z-Richtung. Das Fluid wird definiert über die Schallgeschwindigkeit  $c_F$  sowie die Fluiddichte  $\rho_F$  bei der Referenztemperatur  $T_{Ref}$  und dem statischen Referenzdruck  $p_{s,Ref}$ , welcher standardmäßig bei 101325Pa liegt. Eine zusätzliche thermische Belastung kann über die Angabe der Knotentemperaturen aufgebracht werden, welche auch die Schallgeschwindigkeit sowie die Dichte beeinflussen und somit ein inhomogenes akustisches Medium beschreiben.

Der folgende Abschnitt behandelt die Modellierung eines schallabsorbierenden Materials mittels des Fluid30-Elements.

# 6.2 Modellierung poröser Materialien

Poröse Materialien bestehen aus einer Festphase, dem sogenannten Skelett, und einer Fluidphase, welche der Luft in den Hohlräumen des Skeletts entspricht [5]. Ein bewährter Ansatz zur Modellierung eines solchen Materials zur Untersuchung des akustischen Verhaltens stellen die äquivalenten Fluidmodelle dar [1]. Diese basieren auf der Modellierung des porösen Materials als Fluid unter der Annahme eines starren Skeletts, sodass folglich nur eine Bewegung des Fluids stattfindet [16]. Insbesondere das Modell nach Johnson-Champoux-Allard (JCA) erweist sich aufgrund der im Vergleich zu anderen Modellen hohen Anzahl an äquivalenten Fluidmaterialparametern und der damit verbundenen höheren Genauigkeit als geeignet [1, 6]. Diese Materialparameter, welche im Folgenden nach [5, 39] definiert werden, lauten Porosität, Tortuosität, Strömungswiderstand und viskose sowie thermische charakteristische Länge.

Die Porosität  $\phi$  beschreibt das Verhältnis aus dem Luftvolumen und dem Gesamtvolumen des porösen Materials.

Fluidteilchen, die ein poröses Material durchströmen, sind aufgrund der Geometrie der Poren gezwungen, einen Weg durch das Material zu nehmen, der länger ist als das Material selbst. Die Tortuosität  $\alpha_{\infty}$  beschreibt das Verhältnis aus der Länge des Weges, den die Fluidteilchen durch ein Material benötigen, zu der Dicke des Materials.

Ein wesentlicher Parameter zur Beschreibung des akustischen Verhaltens eines porösen Materials ist der Strömungswiderstand  $\sigma$ , welcher als Verhältnis der Druckdifferenz an den Grenzflächen des Materials zur normalen Strömungsgeschwindigkeit durch das Material definiert ist.

Die viskose Wechselwirkung zwischen dem Fluid und dem starren Skelett wird durch die viskose charakteristische Länge  $\Lambda$  dargestellt.

Bei der thermischen charakteristischen Länge  $\Lambda'$  handelt es sich um den Wärmetransport zwischen dem Fluid und dem Skelett.

Diese fünf Materialparameter sind erforderlich zur Bestimmung eines Kompressionsmoduls  $K(\omega)$  und einer effektiven Dichte  $\rho_{eff}(\omega)$ , welche das äquivalente Fluid vollständig beschreiben [5]. Aufgrund der komplexen Porengeometrie eines realen porösen Materials, ist eine exakte Vorhersage dieser beiden Kennwerte allerdings nicht möglich [16]. Die meisten Modelle eines äquivalenten Fluids sind daher phänomenologischen Ursprungs. Weitere Details zu der Berechnung der einzelnen Materialparametern sind [5, 16] zu entnehmen.

Ansys Mechanical erlaubt eine Modellierung des JCA-Modells mit Hilfe des Elementtyps Fluid 30. Zusätzlich zu den Materialparametern des umgebenden Fluids, bei

welchen es sich um die Schallgeschwindigkeit  $c_F$  und der Dichte  $\rho_F$  handelt, ist dazu die Angabe der fünf äquivalenten Fluidparametern erforderlich. Unterstützt wird in diesem Fall allerdings nur eine vollständig harmonische Analyse [6].

Die bisher betrachteten Grundlagen werden in Kapitel 6.3 erneut aufgegriffen, um den Ablauf einer gekoppelten Analyse aufzuzeigen.

# 6.3 Ablauf einer gekoppelten Analysen unter Betrachtung verschiedener Vorspannungseffekte

Wie einleitend bereits beschrieben wurde, soll der Einfluss verschiedener physikalischer Effekte sowie deren Zusammenwirken im Rahmen gekoppelter Analysen erfasst werden. Zu diesem Zweck werden in diesem Abschnitt unterschiedliche Abläufe der Analyse beschrieben, die je nach betrachteter Vorspannung variieren.

Für eine vollständige Auswertung ist eine Modalanalyse sowie auch eine harmonische Analyse des Modells erforderlich. Die Modalanalyse wird zur Modellverifizierung am ungedämpften System durchgeführt, welche zusätzlich die Untersuchung des Einflusses der Kopplung durch den Vergleich der Eigenfrequenzen bei den verschiedenen Vorspannungen ermöglicht. Abhängig von der Komplexität des Modells werden zehn bzw. zwanzig Eigenfrequenzen ermittelt. Um dabei sicherzustellen, dass die geforderte Anzahl an Eigenfrequenzen erfasst wird, wird ein Frequenzbereich von 0Hz bis 1700Hz untersucht. Zur akustischen Bewertung des Systems wird das Modell unter den verschiedenen Vorspannungen zeit-harmonisch angeregt. Zusätzlich zu den bisher implementierten statischen Lasten wird das System also durch die nach Kapitel 2.2.1 berechnete Druckverteilung belastet. Betrachtet wird dabei ein Frequenzbereich von  $f_{min} = 100$ Hz bis  $f_{max} = 1000$ Hz bei einer Schrittweite von  $f_{Abtast} = 5$ Hz. Der zu untersuchende Frequenzbereich spiegelt den resonanten Bereich der Struktur wider. Eine Analyse über 1000Hz hinaus ist nicht sinnvoll, da die modale Dichte mit zunehmender Frequenz so hoch wird, dass das System nicht mehr ausreichend über die Finite Elemente Methode abgebildet werden kann. Im Rahmen der harmonischen Analyse wird zum Erzielen realitätsnaher Ergebnisse ein gedämpftes System untersucht. Dämpfung ist eine sehr komplexe strukturelle Eigenschaft und aufgrund von vielen Abhängigkeiten nur sehr schwer zu ermitteln [36]. Um dennoch Dämpfungseffekte in der Analyse zu berücksichtigen, wird ein standardmäßig struktureller Dämpfungsgrad von 1% definiert. Dieser Dämpfungsgrad stellt das Verhältnis der tatsächlichen Dämpfung zur kritischen Dämpfung, welche den aperiodischen Grenzfall beschreibt, dar [10]. Aus der harmonischen Analyse resultieren die Verschiebungen an den Knoten und gemäß Kapitel 2.2 außerdem das Schalldämmmaß über dem untersuchten Frequenzbereich. In Tabelle 6.3 sind die Eigenschaften der modalen und harmonischen Analysen zusammengefasst.

Tabelle 6.3: Eigenschaften der Modalanalyse und der harmonischen Analyse

Eigenschaften der Modalanalyse:					
Minimal betrachtete Frequenz $f_{min}$ [Hz]:	0				
Maximal betrachtete Frequenz $f_{max}$ [Hz]:	1700				
Anzahl der zu bestimmenden Eigenfrequenzen [-]:	10 - 20				
Eigenschaften der harmonischen Analyse:					
Minimal betrachtete Frequenz $f_{min}$ [Hz]:	100				
Maximal betrachtete Frequenz $f_{max}$ [Hz]:	1000				
Frequenzschrittweite $f_{Abtast}$ [Hz]:	5				

Zur Erfassung des Einflusses der physikalischen Effekte wird das Simulationsmodell bei verschiedenen Lastzustände betrachtet, die unterschiedliche Abläufe der Analysen erfordern und im Folgenden genauer erläutert werden.

Als Referenz dient die Analyse eines spannungsfreien Modells (Referenzzustand  $\mathbb{R}$ ). Hierzu wird ein strukturelles Feld definiert, indem die Elementtypen, die Materialeigenschaften, die Randbedingungen und die Belastungen festgelegt werden. Je nach Komplexität des Modells wird dann das entsprechende Gleichungssystem gemäß Kapitel 4.3 für eine Modalanalyse und gemäß Kapitel 4.4 für eine harmonische Analyse gelöst.

Um den Einfluss der Druckbelastung  $\Delta p$  (Lastzustand  $\mathbb{L}_1$ ) zu untersuchen, wird ebenfalls ein strukturelles Feld definiert und eine Analyse gemäß Kapitel 4.5 durchgeführt. Die Entscheidung, welche der in Kapitel 4.5 vorgestellten Methoden verwendet wird, ist modellabhängig und daher für jedes zu betrachtende System separat zu bestimmen.

Sofern eine thermische Last berücksichtigt wird, handelt es sich um eine gekoppelte thermisch-strukturakustische Analyse des vorgespannten Systems. Die durch die thermische Last erzeugte Vorspannung im Modell wird im Folgenden als Lastzustand  $\mathbb{L}_2$  bezeichnet. Die gekoppelte Analyse wird gemäß des Ablaufplans, der in Abbildung 6.2 veranschaulicht ist, durchgeführt.

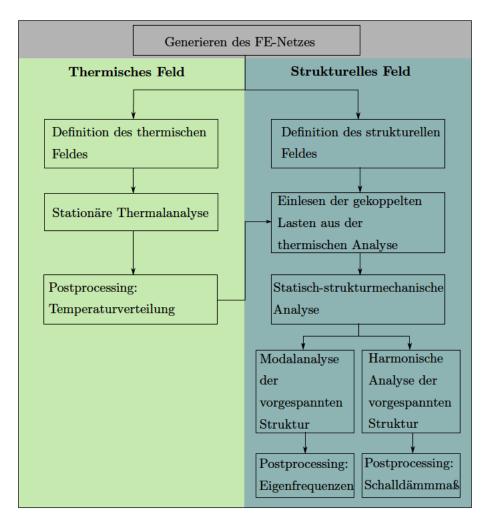


Abbildung 6.2: Ablaufplan einer thermisch-strukturakustisch gekoppelten Analyse

Zusätzlich zu dem strukturellen Feld ist die Definition eines zweiten, thermischen Feldes notwendig. Beide Felder basieren auf demselben FE-Netz. Da eine höhere Flexibilität der Analyse erforderlich ist und für ein Modell, welches Fluid30-Elemente berücksichtigt, in Ansys Mechanical 19.1 kein gekoppelter thermisch-akustischer Elementtyp existiert, werden im Folgenden das thermische und das strukturelle Feld lastübertragend gekoppelt. Gemäß Abschnitt 5.1 kann ohne Verlust an Genauigkeit eine Rückkopplung auf das thermische Feld vernachlässigt werden. Daher wird zunächst eine linear stationäre Thermalanalyse entsprechend Abschnitt 4.2 durchgeführt. Die resultierenden Knotentemperaturen T, die in dem Vektor t zusammengefasst werden, werden im Rahmen einer statisch-strukturmechanischen Analyse eingelesen und zu einem äquivalenten ther-

mischen Lastvektor  $\mathbf{f}_{th}$  umgerechnet, siehe Kapitel 5.1. Die statische Strukturanalyse wird gemäß Kapitel 5.1 gelöst. Anschließend wird das Modell basierend auf dem vorliegenden Spannungszustand mit Hilfe der in Kapitel 4.5 erläuterten Methoden im Rahmen einer Modalanalyse oder einer harmonischen Analyse untersucht.

Der in Abbildung 6.2 dargestellte Ablaufplan ist außerdem anwendbar für eine Vorspannung, die sowohl durch die thermische Last  $\mathbf{f}_{th}$  als auch durch die Druckbelastung  $\Delta p$  erzeugt und als Lastzustand  $\mathbb{L}_3$  gekennzeichnet wird. Eine solche Analyse koppelt damit alle betrachteten physikalischen Effekte.

Basierend auf den in diesem Abschnitt beschriebenen Lastzuständen und Analysen werden in Kapitel 7 Simulationsmodelle mit unterschiedlich komplexer Geometrie untersucht, um den Effekt der ein- und zweischaligen Bauweise miteinander vergleichen und ebenso die Auswirkungen der Primär- sowie Sekundärisolierung abbilden zu können.

Für eine hinreichende Diskretisierung der Modelle wird zunächst im folgenden Abschnitt mit Hilfe einer Konvergenzstudie die Elementgröße bestimmt.

# 6.4 Diskretisierung und Konvergenz

Um realitätsgetreue Ergebnisse zu erzielen, ist im Rahmen einer Konvergenzstudie für die in Kapitel 7 zu untersuchenden Modelle eine geeignete Netzfeinheit zu ermitteln.

Die Konvergenzstudie basiert auf das in Kapitel 7.1.1 zu behandelnde Finite Elemente Modell (FE-Modell) einer ebenen Platte (Abbildung 6.3), welche aus einer im Flugzeugbau zertifizierten Aluminiumlegierung AL2024 [35] besteht. Das einschalige Bauteil stellt einen Ausschnitt der Kabinenseitenwand dar und entspricht den ungefähren Abmessung eines Hautfeldes der Primärstruktur. Da die an diesen Ausschnitt angrenzende Struktur zu Bewegungseinschränkungen an den Rändern des Modells führt, wird dieses umlaufend fest eingespannt, d.h. sowohl die Translationen als auch die Rotationen in x-, y- und z-Richtung sind an den Rändern gesperrt. Die geometrischen Abmessungen sowie die Materialeigenschaften des Modells sind in Tabelle 6.4 gegeben.

Zur Modellierung der Platte werden die thermischen Schalenelemente SHELL131 sowie die äquivalenten strukturellen SHELL181-Elemente verwendet. Die Platte weist ein über der Bauteildicke einheitliches Material auf, sodass den Schalenelementen eine homogene Schicht zugewiesen wird. Zusätzlich wird bei der harmonischen Analyse die Strukturoberfläche mit Surf 154-Elementen zur Aufnahme der akustischen, komplexwertigen Druckanregung vernetzt. Damit die FE-Netze des thermischen und strukturellen Feldes

übereinstimmen, werden außerdem Surf152-Elemente definiert, die jedoch keinen weiteren Nutzen in den Analysen haben.

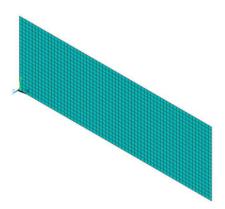


Abbildung 6.3: FE-Modell des einschaligen Bauteils

Tabelle 6.4: Modellparameter des einschaligen Bauteils

${\bf Modell geometrie:}$				
Plattenlänge [m]:	0.6			
Plattenbreite [m]:	0.2			
Dicke der Platte [m]:	0.002			
Anzahl der Schichten [-]:	1			
Materialeigenschaften der Platte:				
E-Modul [MPa]:	72400			
Querkontraktionszahl [-]:	0.33			
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	2800			
Wärmeausdehnungskoeffizient $\left[\frac{1}{K}\right]$ :	$23.1\cdot 10^{-6}$			
Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m \text{ K}}\right]$ :	230			

Die Diskretisierung wird zunächst über eine Faustformel abgeschätzt. Für Elemente niedriger Ansatzordnung sind laut [6] zehn Elemente pro Wellenlänge erforderlich, um die sinusförmige Schwingung annähernd genau abbilden zu können. Zur Erfüllung dieser Anforderung bei jeder zu untersuchenden Frequenz, wird daher die kleinste auftretende Wellenlänge bestimmt. Die Biegewellenlänge einer isotropen Platte wird nach Gleichung (2.3)

minimal, wenn die Frequenz maximal ist. Gemäß Tabelle 6.3 ist die maximal zu betrachtenden Frequenz  $f_{max} = 1700$ Hz. Die Biegewellenlänge, welche in Anhang A.1 detailliert berechnet wird, ergibt sich nach Gleichung (2.3) zu

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B}{\tilde{m}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi f}} = 0.107 \text{m}.$$
 (6.2)

Damit folgt für die Elementkantenlänge  $l_e$ 

$$l_e = \frac{\lambda_B}{10} \approx 0.01 \text{m}. \tag{6.3}$$

Basierend auf diesem Richtwert werden die Elementkantenlänge 0.02m, 0.01m, 0.005m und 0.002m auf Konvergenz geprüft. Bei den gewählten geometrischen Abmessungen der Platte, siehe Tabelle 6.4, ergeben sich für alle zu untersuchende Elementkantenlängen quadratische bzw. regelmäßig hexaedrische Elemente.

Betrachtet werden die in Kapitel 6.3 vorgestellten Analysen bei den verschiedenen Lastzuständen. Für alle statischen Belastungen wird zunächst ein lineares Verhalten angenommen. Es zeigt sich allerdings, dass im Falle der Druckbelastung ein nichtlineares Verhalten auftritt, sodass für diesen Lastzustand die lineare Perturbationsanalyse angewendet wird. Die thermischen Lasten weisen im Allgemeinen ein lineares Verhalten auf und somit wird die Analyse auf Basis des Befehls *PSTRES* durchgeführt. Das nichtlineare Verhalten der Druckbelastung erfordert bei der Untersuchung einer gekoppelten Vorspannung, die sich aus den thermischen Lasten und der Druckbelastung zusammensetzt, zwingend eine nichtlinear statisch-strukturmechanische Analyse. Daher wird zur Analyse eines gekoppelt vorgespannten Modells ebenfalls die lineare Perturbationsmethode verwendet. Die genaue Untersuchung der Linearitäten wird in Anhang A.2 behandelt.

Die ersten zehn Eigenfrequenzen des Modells unter Berücksichtung verschiedener Vospannungseffekte sind graphisch in Abbildung 6.4 veranschaulicht. Es wird deutlich, dass unabhängig von der Vorspannung insbesondere die Abweichungen zwischen den Eigenfrequenzen bei  $l_e = 0.005$ m und  $l_e = 0.002$ m hinreichend klein sind. Daher wird für die nachfolgenden Simulationen die Elementkantenlänge  $l_e = 0.005$ m gewählt, die einen guten Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und Recheneffizienz bildet.

Darüber hinaus ergibt sich mit  $l_e = 0.005$ m eine bereits so viel höhere Elementzahl als nach der Faustformel benötigt wird, dass auch für andere Materialien eine gute Rechengenauigkeit angenommen werden kann. Dies gilt bespielsweise ebenso bei Betrachtung einer Sandwichplatte aus glasfaserverstärkten Deckschichten und einem Aramidwabenkern, für die aufgrund der anisotopen Eigenschaften keine analytische Abschätzung möglich ist.

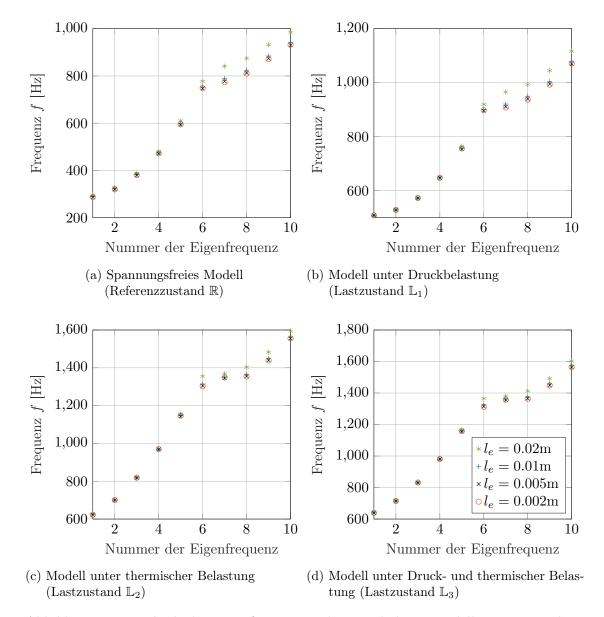


Abbildung 6.4: Vergleich der Eigenfrequenzen des einschaligen Modells unter verschiedenen Belastungen bei den Diskretisierungsschritten  $l_e=0.02\mathrm{m},\ l_e=0.01\mathrm{m},\ l_e=0.005\mathrm{m}$  und  $l_e=0.002\mathrm{m}$ 

Für Simulationsmodelle, die außerdem Fluidelemente beinhalten, wird die Netzfeinheit angesichts der abweichenden physikalischen Gesetzmäßigkeit der Wellenausbreitung ebenfalls über die beschriebene Faustformel überprüft. Die Wellenlänge in einem Fluid wird nach Gleichung (2.2) berechnet. Diese wird minimal, wenn die Schallgeschwindigkeit minimal und die Frequenz maximal ist. Im betrachteten Flugfall ergibt sich die kleinste

vorkommende Schallgeschwindigkeit nach Tabelle 6.1 zu  $c_{F,min}=299.459\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ . Für die Fluidwellenlänge gilt demnach:

$$\lambda_F = \frac{c_{F,min}}{f_{max}} = \frac{299.459 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1700 Hz} = 0.176 \text{m}.$$
(6.4)

Da  $\lambda_F$  größer als  $\lambda_B$  ist, sind die Anforderungen, die das Fluid an die Elementgröße stellt, mit der gewählten Elementkantenlänge erfüllt.

Auf Grundlage der in diesem Abschnitt bestimmten Diskretisierung, werden in Kapitel 7 unterschiedlich komplexe Modelle gemäß des in Kapitel 6.3 beschriebenen Ablaufs gekoppelter Analysen untersucht.

### Zusammenfassung

Basierend auf den im stationären Flugfall auftretenden Belastungen, die aus den aerostatischen bzw. aerothermodynamischen Grundlagen abzuleiten sind, sowie einer geeigneten Elementtypauswahl zur Modellierung der Systemkomponenten wird in diesem Kapitel die Entwicklung multiphysikalischer Analysen erläutert. Konkret werden hierbei vier verschiedene Lastzustände zur Erfassung des Einflusses physikalischer Effekte vorgestellt, die sich durch eine Variation der im Flugfall bestehenden Belastungen sowie Randbedingungen unterscheiden und verschiedene Abläufe der Analysen erfordern. Anhand eines einfachen Modells der Kabinenseitenwand, welches durch eine ebene Rechteckplatte dargestellt wird, wird eine geeignete Netzfeinheit ermittelt, die auch für komplexere Modelle mit anisotropen Materialien und akustischen Fluidelementen gültig ist.

Auf Grundlage des beschriebenen Ablaufs gekoppelter Analysen und der ermittelten Diskretisierung, werden im folgenden Kapitel unterschiedlich komplexe Modelle der Kabinenseitenwand hinsichtlich des akustischen Transmissionsverhaltens und der Wärme-übertragung untersucht.

# 7 Simulation gekoppelter Analysen

Basierend auf der zuvor behandelten Entwicklung einer gekoppelten Analyse werden in diesem Kapitel drei unterschiedlich komplexe Modelle einer Kabinenseitenwand vorgestellt, verifiziert und unter Betrachtung verschiedener Vorspannungen im Hinblick auf die thermische sowie akustische Isolierwirkung analysiert. Ziel der Simulation ist zum einen die Einflüsse der verschiedenen physikalischen Effekte zu erfassen. Zum anderen wird die Auswirkung sowohl der ein- und zweischaligen Bauweise als auch der zusätzlichen Isolierungen auf die Wärmeübertragung und auf die akustische Schalltransmission untersucht.

# 7.1 Simulationsmodelle

Im Folgenden werden die drei zu untersuchenden Simulationsmodelle vorgestellt. Detaillierte Informationen zu Modellgeometrien oder Materialeigenschaften sind Anhang A.3 zu entnehmen.

# 7.1.1 Modell eines einschaligen Bauteil

Das Modell des ebenen, einschaligen Bauteils, im Weiteren als Modell M<sub>1</sub> gekennzeichnet, wurde bereits in Kapitel 6.4 im Rahmen der Konvergenzstudie vorgestellt. Zur ergänzenden Angabe weiterer Modellparameter, die sich entweder aus der Konvergenzstudie ergeben haben oder für diese nicht erforderlich sind, werden die Modellgeometrie und die Materialeigenschaften der für dieses Bauteil verwendeten Aluminiumlegierung AL2024 [35] in den Tabellen A.3 und A.6 zusammengefasst. In Kapitel 7.3 werden die Simulationsergebnisse des einschaligen Bauteils diskutiert.

# 7.1.2 Modell eines zweischaligen Bauteils mit Kavität

Beruhend auf dem zuvor beschriebenen einschaligen Bauteil wird das in diesem Abschnitt behandelte Modell M<sub>2</sub> durch die Ergänzung einer Kavität und einer zweiten Platte in dessen Komplexität gesteigert. Abbildung 7.1 zeigt das zu untersuchende FE-Modell des zweischaligen Bauteils. Betrachtet wird auch in diesem Fall ein Ausschnitt der Kabinenseitenwand mit den näherungsweisen Abmessungen eines Hautfeldes. Die beiden in Türkis abgebildeten Platten repräsentieren die Primärstruktur sowie das Lining. Dabei wird angenommen, dass die Primärstruktur aus einer Aluminiumlegierung und das Lining aus einer Sandwichkonstruktion mit Aramidwabenkern und glasfaserverstärkten Deckschichten besteht. Die Sandwichbauweise des Linings erfordert zur exakten Abbildung der Strukturmechanik und der Wärmeübertragung die Angabe von richtungsabhängigen Materialparametern in drei zu definierenden Schichten. Die thermischen und strukturmechanischen Eigenschaften der einzelnen Schichten des Linings sind allerdings nicht ausreichend bekannt, sodass das Modell bei hinreichender Genauigkeit über unterschiedlich detaillierte Parameter beschrieben wird. Für die Deckschichten werden die thermischen und strukturmechanischen Eigenschaften als verschmierte Parameter angegeben. Der Kern des Linings, welcher aus in phenolharzgetränktem Aramidpapier besteht, wird über die anistropen, strukturmechanischen Materialeigenschaften dargestellt. Die Wärmeleitfähigkeit des Kernmaterials wird über verschmierte Parameter und der entsprechende Wärmeausdehnungskoeffizient über die Faserparameter in Querrichtung charakterisiert. Insbesondere die Darstellung des Materialverhaltens über die Faserparameter führt zu Ungenauigkeiten. Diese können allerdings im Rahmen der in dieser Arbeit durchzuführenden Analysen durch Vergleichsrechnungen, in denen der Einfluss der Wärmeausdehnungskoeffizienten auf die Ergebnisse untersucht wird, als marginal bewertet werden. Die Strukturbauteile werden über die Schalenelemente Shell131 sowie SHELL181 definiert und zur Modellierung der angrenzenden Struktur umlaufend fest eingespannt. Zusätzlich werden an der Oberfläche der Primärstruktur Surf154-Elemente verwendet, um das Modell durch die komplexwertige Druckverteilung zeit-harmonisch anregen zu können. Um äquivalente FE-Netze zu erhalten, werden außerdem thermische SURF152-Elemente definiert. Die mit Luft gefüllte Kavität wird in dem thermischen Feld mittels SOLID278-Elementen und in dem strukturellen Feld mittels FLUID30-Elementen vernetzt. Zur Kopplung der Kavität und der Struktur werden den akustischen Fluidelementen, welche direkt an die Platte grenzen, FSI-Randbedingungen zugewiesen. Diese sind in der Abbildung blau gekennzeichnet. Akustische Fluidelemente, die keine Kopplung mit der Struktur aufweisen, sind rot dargestellt.

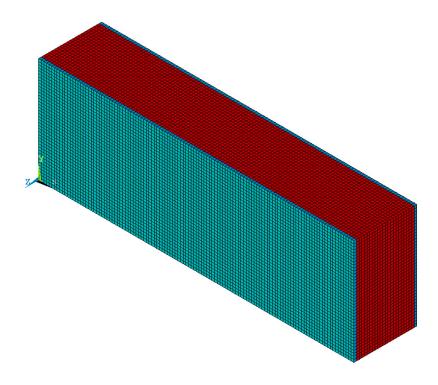


Abbildung 7.1: FE-Modell des zweischaligen Bauteils mit Kavität

Um das Wärmeübertragungsproblem des zweischaligen Systems zu lösen, werden die Unterseitentemperaturen  $T_{Bot}$  der thermischen Schalenelemente Shell131 und die Knotentemperaturen der angrenzenden thermischen Volumenelemente Solid278 miteinander gekoppelt, siehe auch Kapitel 6.1.1. Daher sind die Platten so auszurichten, dass jeweils die Unterseite der Shell131-Elemente an das Fluidgebiet grenzt. Zur korrekten Ausgabe der Temperaturen werden die Knoten des Schalenelements von der Mittelfläche auf die Unterseite versetzt. Außerdem ist anzumerken, dass für die Kavität ein äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand und eine äquivalente Wärmeleitfähigkeit gemäß Kapitel 3.2 berechnet wird. Voraussetzung hierfür ist unter anderem, dass die Tiefe der Kavität maximal dem 0.1-fachen der Länge und Breite des betrachteten Modells entspricht. Dies ist mit einer Kavitätstiefe von 0.12m im Verhältnis zu den Dimensionen 0.6m × 0.2m durch 0.12m > 0.1 · 0.6m bzw. 0.12m > 0.1 · 0.2m nicht erfüllt. Da die hier zu analysierenden Modelle als vereinfachter Ausschnitt eines Flugzeugrumpfes anzusehen sind, dessen Abmessungen in der Länge und Breite um ein Vielfaches größer als die Modellparameter sind, kann diese Voraussetzung dennoch als erfüllt betrachtet werden.

Für die strukturakustische bzw. thermisch-strukturakustische Analyse eines vorgespann-

ten Modells ist aufgrund des zusätzlich zur Struktur definierten akustischen Fluides gemäß Kapitel 4.5.2 eine lineare Perturbationsanalyse unter Berücksichtigung eines gemorphten Fluid-Netzes durchzuführen. Ansys unterstützt in diesem Fall allerdings nur eine nichtlinear statisch-strukturmechanische Basisanalyse. Da die Druckbelastung ohnehin ein nichtlineares Verhalten der Struktur hervorruft und der Fehler zwischen der linearen und nichtlinearen Berechnung des Modells unter der thermischen Belastung vernachlässigbar klein ist, ist die nichtlineare Basisanalyse ohne Verlust an Genauigkeit anwendbar, vgl. Anhang A.2.

Die Modellgeometrie des zweischaligen Bauteils ist in Tabelle A.4 zusammengefasst. Die Materialparameter der Primärstruktur [35] sind Tabelle A.6 und die des Linings [40, 48, 50, 53, 54] sind Tabelle A.7 zu entnehmen. Für die Materialeigenschaften des Fluids [32] wird auf Tabelle A.8 verwiesen.

Die Simulationsergebnisse des zweischaligen Bauteils mit Kavität werden in Kapitel 7.4 dargestellt und diskutiert.

# 7.1.3 Modell eines zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen

Um die Ergebnisse der Realtität näher zu bringen, wird das in Kapitel 7.1.2 beschriebene Modell des zweischaligen Bauteils in diesem Abschnitt zusätzlich um Isolierungsschichten an der Primärstruktur und dem Lining ergänzt und im Weiteren als Modell M<sub>3</sub> gekennzeichnet. Im Allgemeinen gelten die in Kapitel 7.1.2 getroffenen Annahmen für die Randbedingungen, Materialparameter und Elementtypen. Das zu betrachtende zweischalige Modell mit Kavität und Isolierungen ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Darin sind die Primärstruktur sowie das Lining in Grün, die akustischen Fluidelemente mit FSI-Randbedingung in Blau, die akustischen Fluidelemente ohne FSI-Randbedingung in Rot und die Isolierungen in Pink abgebildet.

Die Isolierung wird über das Materialgesetz nach JOHNSON-CHAMPOUX-ALLARD modelliert, welches im Rahmen von strukturakustischen Simulationen das Fluid30-Element erlaubt, siehe Kapitel 6.2. Für thermische Untersuchungen sind keine weiteren spezifischen Materialparameter zu berücksichtigen, sodass die Isolierung ebenso wie das akustische Fluid mit Solid278-Elementen vernetzt wird.

Als Isolierungsmaterial wird ein in [1, 32] untersuchtes Aerogel gewählt, das sich durch eine breitbandige Wirksamkeit auszeichnet und insbesondere in dem Frequenzbereich unter 1000Hz ein hohes Potential der Absorptionseigenschaften zeigt [32]. Die Methode

der äquivalenten Fluide beruht auf der Annahme eines starren Skeletts. Aerogele weisen jedoch ein elastisches Verhalten auf [33], welches zu Ungenauigkeiten in der Simulation führt. Eine gute Vereinfachung zur Erfüllung dieser Annahme wird geliefert, indem die Isolierung nicht direkt auf der Struktur liegt, sondern stattdessen noch eine ein Element breite Fluidschicht mit FSI-Randbedingung zwischen Struktur und Isolierung definiert wird [32]. Damit wird die Strukturmechanik des Aerogels vernachlässigt und lediglich das Absorptionsverhalten abgebildet.

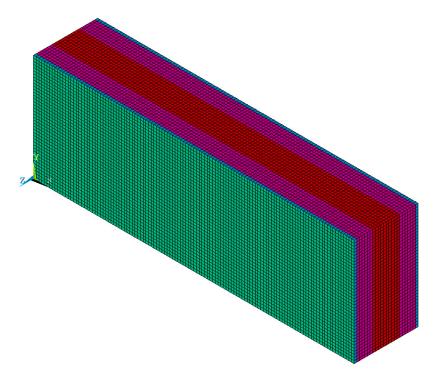


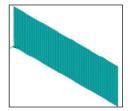
Abbildung 7.2: FE-Modell des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen

Die Analyse des vorgespannten Modells wird adäquat zu Kapitel 7.1.2 mittels der linearen Perturbationsanalyse unter Berücksichtigung eines gemorphten Fluid-Netzes durchgeführt.

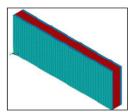
Die Parameter der Modellgeometrie sind in Tabelle A.5 zusammengefasst. Eine Übersicht der Materialeigenschaften der Primärstruktur, des Linings, des akustischen Fluides und der Isolierung [1, 15] sind in den Tabellen A.6, A.7, A.9 sowie A.10 gegeben.

Das in diesem Abschnitt vorgestellte Modell wird in Kapitel 7.5 analysiert und diskutiert. Der nachfolgende Abschnitt gibt eine Zusammenfassung über die zu untersuchenden Modelle, Lastzustände und Analysearten.

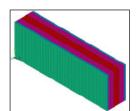
### Modelle



Einschaliges Bauteil (Modell  $M_1$ )



Zweischaliges Bauteil mit Kavität (Modell  $M_2$ )



Zweischaliges Bauteil mit Kavität und Isolierungen (Modell  $M_3$ )

#### Lastzustände

## Referenzzustand $\mathbb{R}$ :

## Spannungsfreies Modell

· keine Vorspannung

# Lastzustand $\mathbb{L}_1$ :

# Durch die Druckbelastung vorgespanntes Modell

Druckdifferenz zwischen der Kabine und der umgebenden Atmosphäre:  $\Delta p = 48812.524 \mathrm{Pa}$ 

# Lastzustand $\mathbb{L}_2$ :

# Thermisch vorgespanntes Modell

 Aufheizung der Primärstrukturoberfläche aufgrund strömungsbedingter Reibung:

 $T_{W,a} = 250.756 \text{K}$ 

- · Konduktion durch das Bauteil
- Konvektion an der kabinenseitigen Oberfläche:

$$T_{F,Cabin} = 295.65 \text{K}$$
  
$$\alpha_{Cabin} = 8.0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

# Lastzustand $\mathbb{L}_3$ :

## Gekoppelt vorgespanntes Modell

 Druckdifferenz zwischen der Kabine und der umgebenden Atmosphäre:

 $\Delta p = 48812.524 \mathrm{Pa}$ 

 Aufheizung der Primärstrukturoberfläche aufgrund strömungsbedingter Reibung:

 $T_{W,a} = 250.756$ K

- · Konduktion durch das Bauteil
- Konvektion an der kabinenseitigen Oberfläche:

 $T_{F,Cabin} = 295.65 \text{K}$  $\alpha_{Cabin} = 8.0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ 

## Analysearten

# Modalanalyse

- Frequenzbereich: 0Hz  $\leq f \leq$  1700Hz
- · Bestimmung von 10 bzw. 20 Eigenfrequenzen

# Harmonische Analyse

- Frequenzbereich:  $100\text{Hz} \le f \le 10000\text{Hz}$
- · Frequenzschrittweite: 5Hz
- · Akustische Diffusfeldanregung

Abbildung 7.3: Zusammenfassung der Simulationsstudie

# 7.1.4 Zusammenfassung der Simulationsstudie

In Anlehnung an die in Kapitel 6.3 betrachteten Analysen soll der Einfluss der physikalischen Effekte sowie der konstruktiven Merkmale auf die unterschiedlich komplexen Modellen einer Kabinenseitenwand numerisch analysiert werden. Die in Kapitel 7.1.1 bis 7.1.3 vorgestellten Modelle (Modelle  $\mathbb{M}_1$  bis  $\mathbb{M}_3$ ) werden daher jeweils anhand einer Modal- und einer harmonischen Analyse unter vier unterschiedlichen Vorspannungen untersucht, siehe Referenzzustand  $\mathbb{R}$  sowie Lastzustand  $\mathbb{L}_1$  bis Lastzustand  $\mathbb{L}_3$ . In Abbildung 7.3 ist eine zusammenfassende Übersicht über die Modelle, die Lastzustände sowie die Analysearten gegeben.

Bevor die Simulationsergebnisse zur genaueren Untersuchung des Einflusses der physikalischen Effekte und der konstruktiven Merkmale herangezogen werden können, muss sichergestellt sein, dass die gewählte Art der Modellierung zur Abbildung der in Kapitel 6 und Kapitel 7.1 erläuterten Effekte zuverlässig verwendbar ist. Dies wird auf Basis eines analytischen Ansatzes im nachfolgenden Abschnitt überprüft.

# 7.2 Verifizierung der Simulationsmodelle

Dieser Abschnitt behandelt die Verifizierung der in Kapitel 7.1 vorgestellten Modelle. Zum einen soll der Wärmedurchgang durch den Vergleich der numerisch bestimmten Temperaturen an den Grenzflächen mit einer analytischen Berechnung bestätigt werden. Zum anderen erfolgt die Verifizierung durch einen Vergleich der numerischen und der analytischen Eigenfrequenzen.

Die Verifizierung ist aufgrund der komplexen Wechselwirkungen nur bedingt möglich und wird daher im Folgenden lediglich für vereinzelte Modelle unter Berücksichtigung der verschiedenen Lastzustände durchgeführt. Insbesondere das Modell des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen ist über den Vergleich mit den analytisch bestimmten Eigenfrequenzen nicht zu verifizieren, da eine Modalanalyse aufgrund der gewählten Art der Modellierung der Isolierung nicht möglich ist.

#### 7.2.1 Verifizierung des Wärmedurchgangs

Zur Verifizierung des Wärmedurchgangs wird das Modell  $M_3$  des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen betrachtet. Dieses Modell beinhaltet alle verwendeten

Elementtypen der thermischen Analyse, sodass rückschließend durch dessen Verifizierung auch die Gültigkeit der Temperaturfeldberechnung des einschaligen und des zweischaligen Bauteils mit Kavität angenommen werden kann. Es gelten die in Kapitel 6 beschriebenen Annahmen. Abbildung 7.4 zeigt den schematischen Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das Bauteil.

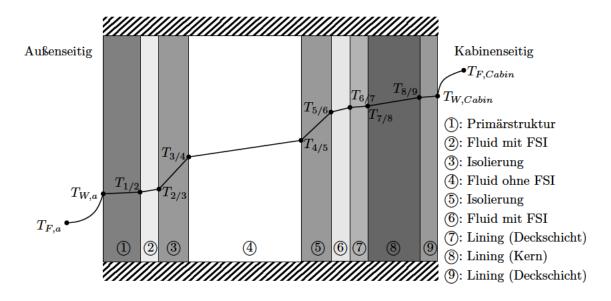


Abbildung 7.4: Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das zweischalige Bauteil mit Kavität und Isolierungen

In Tabelle 7.1 sind die numerisch und analytisch bestimmten Temperaturen des Modells  $M_3$  sowie deren relative Abweichungen nach

$$\Delta T_{\%} = \frac{T_{analytisch} - T_{numerisch}}{T_{analytisch}} \cdot 100\% \tag{7.1}$$

dargestellt. Die detaillierte analytische Berechnung des Wärmedurchgangs ist Anhang A.4 zu entnehmen. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung der numerisch und analytisch ermittelten Ergebnisse festzustellen. Somit kann die Methode zur Modellierung des Wärmedurchgangs als geeignet angesehen werden.

Tabelle 7.1: Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Temperaturen des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen

Bezeichnung	Temperatur [K] (numerisch)	Temperatur [K] (analytisch)	relative Abweichung [%]
$\overline{T_{F,a}}$	-	223.139	-
$T_{W,a}$	250.756	250.756	0
$T_{1/2}$	250.756	250.756	0
$T_{2/3}$	252.130	252.130	0
$T_{3/4}$	270.870	270.870	0
$T_{4/5}$	273.119	273.119	0
$T_{5/6}$	291.859	291.859	0
$T_{6/7}$	293.233	293.233	0
$T_{7/8}$	293.245	293.245	0
$T_{8/9}$	294.078	294.078	0
$T_{W,Cabin}$	294.088	294.088	0
$T_{F,Cabin}$	295.650	295.650	0

#### 7.2.2 Verifizierung des spannungsfreien, einschaligen Bauteils

Um das spannungsfreie Modell des einschaligen Bauteils zu verifizieren, werden die ersten zehn Eigenfrequenzen sowohl numerisch als auch analytisch nach Gleichung (4.33) ermittelt sowie der relative Fehler zwischen diesen nach

$$\Delta f_{\%} = \frac{f_{analytisch} - f_{numerisch}}{f_{analytisch}} \cdot 100\% \tag{7.2}$$

erfasst. Die Platte ist dabei gemäß Kapitel 4.6.1 umlaufend gelenkig gelagert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.2 zusammengefasst. Es zeigt sich insgesamt eine gute Übereinstimmung der numerischen und analytischen Eigenfrequenzen, sodass das spannungsfreie, einschalige Modell im Weiteren zuverlässig verwendbar ist.

Tabelle 7.2: Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des umlaufend gelenkig gelagerten einschaligen Bauteils ohne Vorspannungen

Nr.	Mode	Eigenfrequenzen [Hz] (numerisch)	Eigenfrequenzen [Hz] (analytisch)	relative Abweichung [%]
1	(1,1)	135.71	135.70	-0.00737
2	(2,1)	176.28	176.41	0.0737
3	(3,1)	244.03	244.26	0.0942
4	(4,1)	339.02	339.25	0.0678
5	(5,1)	461.33	461.38	0.000108
6	(1,2)	503.13	502.09	-0.207
7	(2,2)	543.57	542.80	-0.142
8	(3,2)	611.04	610.66	-0.0622
9	(6,1)	611.04	610.66	-0.0622
10	(4,2)	705.65	705.65	0

# 7.2.3 Verifizierung des einschaligen Bauteils unter thermischer Belastung

Dieser Abschnitt behandelt die Verifizierung des thermisch vorgespannten Modells einer ebenen Platte. Dazu werden die ersten fünf Eigenfrequenzen unter der thermischen Vorspannung numerisch sowie analytisch ermittelt und miteinander verglichen. Gemäß Kapitel 4.6.1 gelten zur Berechnung der Eigenfrequenzen nach Gleichung (4.34) die Annahmen einer umlaufend gelenkigen Lagerung sowie einer über die Bauteildicke konstanten Temperaturverteilung, die auch korrespondierend in dem Simulationsmodell berücksichtigt werden. Eine Übersicht der ersten fünf Eigenfrequenzen über der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  ist in Abbildung 7.5 gegeben. Da die Umgebungstemperatur und damit einhergehend auch die Bauteiltemperatur in Bezug zur Referenztemperatur mit zunehmender Flughöhe sinkt, wird ein Bereich von  $\Delta T = -70 \mathrm{K}$  bis  $\Delta T = 0 \mathrm{K}$  in den diskreten Schritten von 10K untersucht. Auch hierbei wird ersichtlich, dass die numerischen Eigenfrequenzen in dem betrachteten Temperaturbereich sehr gut mit den analytischen Werten übereinstimmen. Daher kann davon ausgegangen werden, dass für die weitere Anwendung das vorgestellte numerische Verfahren zur Erfassung des Einflusses thermischer Vorspannungseffekte sinnvolle Ergebnisse liefert.

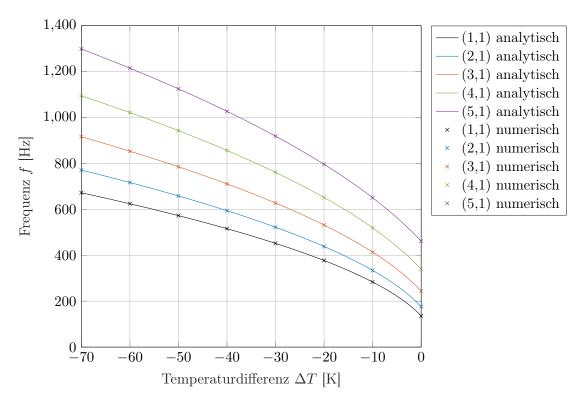


Abbildung 7.5: Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils unter thermischer Vorspannung

## 7.2.4 Verifizierung des spannungsfreien, zweischaligen Bauteils mit Kavität

Analog zu Kapitel 7.2.2 wird im Weiteren das spannungsfreie Modell des zweischaligen Bauteils mit Kavität verifiziert. Die Eigenfrequenzen dieses Modells setzen sich aus den strukturellen Eigenfrequenzen der Primärstruktur und des Linings sowie den akustischen Eigenfrequenzen des Fluids zusammen. Die Verifizierung erfolgt demnach durch den Vergleich der Eigenfrequenzen des zweischaligen Modells mit denen der separat betrachteten Strukturbauteile und des Fluids. Gemäß Kapitel 7.2.2 sind die numerisch ermittelten Struktureigenfrequenzen zuverlässig verwendbar und aufgrund des anisotropen Verhaltens für das Lining nicht analytisch zu ermitteln. Zum Vergleich werden daher die strukturellen Eigenfrequenzen sowohl der Primärstruktur als auch des Linings numerisch bestimmt. Die Eigenfrequenzen des akustischen Fluids werden nach Gleichung (4.38) berechnet. Um aussagekräftige Ergebnisse sowohl für die Strukturbauteile als auch für

das Fluid zu erhalten, werden die ersten zwanzig Eigenfrequenzen des zweischaligen Modells bestimmt. Dabei wird von einer umlaufend fest eingespannten Lagerung der beiden Platten und den Modellparametern aus Kapitel 7.1.3 ausgegangen. Tabelle 7.3 zeigt eine Gegenüberstellung der ersten zwanzig Eigenfrequenzen des betrachteten zweischaligen Modells und die zugehörigen separat ermittelten Eigenfrequenzen der einzelnen Systemkomponenten sowie die relative Abweichung nach Gleichung (7.2). Akustische Moden sind mit einem A, strukturelle Moden der Primärstruktur mit einem P und strukturelle Moden des Linings mit einem L gekennzeichnet.

Tabelle 7.3: Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Eigenfrequenzen des umlaufend fest eingespannten zweischaligen Bauteils mit Kavität ohne Vorspannungen

	nunger			
Nr.	Mode	Eigenfrequenzen [Hz]	Eigenfrequenzen [Hz]	relative
		des Systems	der separaten	Abweichung [%]
			Systemkomponenten	
1	A(0,0,0)	3.5034 e- 04	0.0	-
2	A(1,0,0)	256.71	285.83	10.2
3	P(1,1)	286.94	287.32	0.132
4	L(1,1)	306.02	313.42	2.36
5	P(2,1)	319.91	320.17	0.0812
6	L(2,1)	355.71	344.94	-3.12
7	P(3,1)	378.10	380.49	0.628
8	L(3,1)	383.36	402.20	0.0468
9	P(4,1)	470.02	471.46	0.305
10	L(4,1)	477.00	485.40	1.73
11	A(2,0,0)	567.72	571.67	0.691
12	P(5,1)	591.45	593.80	0.396
13	L(5,1)	608.23	591.07	-2.90
14	L(1,2)	659.58	740.24	10.896
15	L(2,2)	691.22	767.94	9.99
16	L(6,1)	727.89	714.50	-1.87
17	L(3,2)	743.52	814.54	8.72
18	P(6,1)	744.12	747.00	0.386
19	P(1,2)	769.18	777.43	1.06
20	P(2,2)	805.20	812.88	0.945

Es zeigen sich Abweichungen in den Ergebnissen, die auf die Kopplungsbedingungen zwischen Fluid und Struktur zurückzuführen sind und außerdem einen Wechsel in der Reihenfolge der Moden L(6,1), L(1,2) und L(2,2) hervorrufen. Insgesamt lässt sich allerdings eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse feststellen, sodass die verwendete Art der Modellierung als zuverlässig gilt.

Die Verifikation der Simulationsmodelle bildet damit eine Grundlage für die multiphysikalischen Untersuchungen, die in den folgenden Abschnitten diskutiert werden.

#### 7.3 Einfluss der physikalischen Effekte auf das einschalige Bauteil

Im Folgenden wird das in Kapitel 7.1.1 vorgestellte Modell  $\mathbb{M}_1$  eines einschaligen Bauteils unter Berücksichtigung der verschiedenen Vorspannungen analysiert und diskutiert. Darüber hinaus dient dieser Abschnitt zur Erfassung und Gegenüberstellung des Einflusses der betrachteten Vorspannungseffekte.

Auf Grundlage der in Kapitel 4.6.1 erläuterten Auswirkungen der Vorspannungseffekte ist für das unter der Druckbelastung vorgespannte Modell (Lastzustand  $\mathbb{L}_1$ ) eine Versteifung der Platte zu erwarten. Für eine Beurteilung des Einflusses der thermischen Last ist die Temperaturverteilung gemäß Abbildung 7.6 und Tabelle 7.4 zu betrachten.

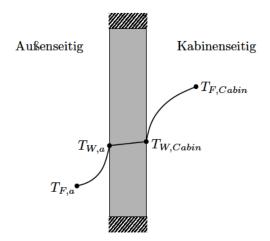


Abbildung 7.6: Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das einschalige Bauteil

 Bezeichnung
 Temperatur [K]

  $T_{F,a}$  223.139

  $T_{W,a}$  250.756

  $T_{W,Cabin}$  250.759

 $T_{F,Cabin}$ 

295.65

Tabelle 7.4: Temperaturen des einschaligen Bauteils

Aus den ermittelten Oberflächentemperaturen  $T_{W,a}$  und  $T_{W,Cabin}$  des Bauteils wird deutlich, dass die Bauteiltemperatur über der gesamten Dicke unterhalb der Referenztemperatur liegt. Daher ist gemäß Kapitel 4.6.1 auch für das thermisch vorgespannte Modell (Lastzustand  $\mathbb{L}_2$ ) von einer Versteifung der Platte auszugehen. Im Falle einer aus Druckund thermischer Belastung gekoppelten Vorspannung (Lastzustand  $\mathbb{L}_3$ ) ist basierend auf den einzelnen Betrachtungen somit annehmbar, dass der Effekt der Versteifung verstärkt wird. Aufgrund des nichtlinearen Verhaltens bei Berücksichtigung der Druckbelastung ist allerdings davon auszugehen, dass die einzelnen Effekte sich nicht superponieren.

Diese Annahmen können durch einen Vergleich der Eigenfrequenzen der vorgespannten Modelle mit denen des spannungsfreien Modells bestätigt werden, siehe Tabelle 7.5. In allen Fällen ist ein signifikanter Anstieg der Eigenfrequenzen beobachtbar, der abhängig von der betrachteten Vorspannung unterschiedlich stark ausfällt. Sofern eine thermische Last im Modell berücksichtigt wird, ist außerdem für Eigenfrequenzen, die nahe beieinander liegen, ein Wechsel in der auftretenden Reihenfolge der Moden festzustellen, wie zum Beispiel der (6,1)- und der (1,2)-Mode. Ein sehr ähnliches Verhalten wird auch in der Publikation von GENG ET AL. [24] für eine umlaufend fest eingespannte Rechteckplatte unter thermischer Belastung dokumentiert. Dabei wird auf einen ungleichmäßigen Einfluss der thermischen Effekte in den Dimensionen der Plattenebene geschlossen.

Insgesamt wird aus den Ergebnissen der Modalanalyse deutlich, dass die thermische Last einen größeren Steifigkeitseffekt als die Druckbelastung verursacht. Außerdem ist für das durch gekoppelte Lasten vorgespannte System ein Anstieg der Eigenfrequenzen erkennbar, der größer ist als für die Modelle, die durch die separat betrachteten Lasten vorgespannt sind. Die Eigenfrequenzen der gekoppelten Lasten liegen dabei sehr nah an den Eigenfrequenzen, welche nur unter Berücksichtigung der thermischen Last ermittelt werden. Dies lässt bereits auf einen dominanten Einfluss der Temperaturbelastung im Rahmen einer gekoppelten Analyse schließen.

Tabelle 7.5: Eigenmoden	ı und Eigenfre	quenzen des	einschaligen	Bauteils	unter	Betrach-
tung der unt	terschiedlichen	Vorspannur	ngen			

Nr.	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Referenz $\mathbb{R}$ )	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Lastzustand $\mathbb{L}_1$ )	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Lastzustand $\mathbb{L}_2$ )	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Lastzustand $\mathbb{L}_3$ )
1	287.32 (1,1)	508.84 (1,1)	623.24 (1,1)	639.47 (1,1)
2	320.17(2,1)	529.03(2,1)	700.77(2,1)	714.32(2,1)
3	380.49(3,1)	572.53(3,1)	818.78 (3,1)	830.53(3,1)
4	471.46 (4,1)	$647.10 \ (4,1)$	968.88 (4,1)	979.36(4,1)
5	593.80(5,1)	754.99(5,1)	1146.0 (5,1)	1155.5 (5,1)
6	747.00(6,1)	896.08 (6,1)	1306.6 (1,2)	$1315.1\ (1,2)$
7	777.43 (1,2)	910.84 (1,2)	1347.6 (6,1)	1356.4 (6,1)
8	812.88 (2,2)	940.25 (2,2)	1357.8(2,2)	1365.5 (2,2)
9	873.47(3,2)	994.88 (3,2)	1442.1 (3,2)	1449.4 (3,2)
10	930.30 (7,1)	1069.5 (7,1)	1557.7 (4,2)	1564.8 (4,2)

Darüber hinaus kann der Einfluss der physikalischen Effekte anhand des Schalldämmmaßes, welches in dem Frequenzbereich von  $100\text{Hz} \le f \le 1000\text{Hz}$  untersucht wird, erfasst werden.

Diesbezüglich wird zunächst als Referenz  $\mathbb{R}$  das spannungsfreie Modell betrachtet. Das Schalldämmmaß ist in Abbildung 7.7 dargestellt. Bei dem Vergleich der Schalldämmkurve dieses Modells und dem theoretischen Verlauf nach Abbildung 2.5 ist ein deutlicher Unterschied ersichtlich, welcher auf die endlichen Abmessungen, die Randbedingungen sowie die damit einhergehenden Resonanzeffekte zurückzuführen ist [2, 43]. Es ist anzumerken, dass bei Betrachtung der Schallabstrahlung in die Flugzeugkabine der Koinzidenzfall nach Gleichung (2.31) erst bei einer Frequenz von

$$f_c = \frac{c_{F,Cabin}^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\tilde{m}}{B}}$$

$$f_c = \frac{(344.697\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2\pi} \sqrt{\frac{5.6\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}}{54.1653\text{Nm}}}$$

$$f_c = 6080.45\text{Hz}$$
(7.3)

auftritt und daher nicht in Abbildung 7.7 veranschaulicht wird.

Wie bereits in Kapitel 2.2.3 beschrieben wurde, treten in der Nähe der Resonanzfrequen-

zen Einbrüche des Schalldämmmaßes auf. Stark angeregte Moden sind in Abbildung 7.7 gekennzeichnet. Insbesondere die fundamentale (1,1)-Mode bei  $f_{1,1}=287.32$ Hz regt das System zu einer ausgeprägten Schwingung an und verursacht damit einen starken Einbruch in der Schalldämmung. Für den Frequenzbereich unterhalb der ersten Eigenfrequenz zeigt sich ein Abfall des Schalldämmmaßes. Dies ist anhand der Schallstrahlungseffizienz, welche als Maß für die Wirksamkeit der Schallabstrahlung definiert ist [23], zu begründen. Für Frequenzen  $f\to 0$  strebt die Schallstrahlungseffizienz der Platte gegen 0, sodass ein sehr großes Schalldämmmaß resultiert [28]. Mit zunehmender Frequenz steigt die Schallstrahlungseffizienz degressiv an, was zu einer Verminderung des Schalldämmmaßes und somit zu einem abfallenden Verlauf führt [28]. Nach jedem durch die Plattenresonanzen hervorgerufenen Einbruch steigt das Schalldämmmaß aufgrund des nun dominierenden Massegesetzes nach BERGER wieder an. Insgesamt ergibt sich ein Verlauf der Schalldämmkurve, der beispielsweise gegenüber [2, 43] eine gute Übereinstimmung aufweist.

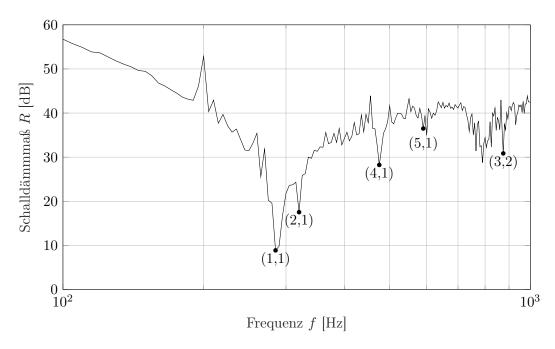


Abbildung 7.7: Schalldämmmaß des spannungsfreien, einschaligen Modells und Kennzeichnung der stark angeregten Moden

Unter Berücksichtigung von Vorspannungen ist ein zu dem spannungsfreien Modell ähnlicher Verlauf des Schalldämmmaßes festzustellen, siehe Abbildung 7.8. Der Versteifungseffekt äußert sich dabei auf zwei Arten. Zum einen verschiebt sich mit dem Anstieg der

Eigenfrequenzen die Schalldämmkurve in Richtung höherer Frequenzen. Zum anderen erhöht sich insbesondere im tieffrequenten Bereich das Schalldämmmaß um ungefähr 10dB für das druckbelastete, um ca. 14dB für das thermisch vorgespannte und um ungefähr 15dB für das gekoppelt vorgespannte Modell, sodass durch die Versteifungseffekte weniger Schall in die Flugzeugkabine abgestrahlt wird. Dieses Verhalten ist bei einer durch die Druckbelastung erzeugte Vorspannung bis näherungsweise 415Hz und im Rahmen der thermischen sowie gekoppelten Vorspannung bis etwa 500Hz zu erfassen. Dabei ist festzustellen: Je größer der Versteifungseffekt ist, desto höher liegt das Schalldämmmaß. Dieses Resultat wird auch in [2] bestätigt. Über diesen Frequenzbereich hinaus weist das druckbelastete Modell ein vergleichbares Niveau des Schalldämmmaßes wie das spannungsfreie Modell auf. Bei einer thermischen oder gekoppelten Last zeigt sich hier allerdings eine deutliche Abnahme des Schalldämmmaßes auf, was im Sinne des Schallschutzes als negativ zu bewerten ist.

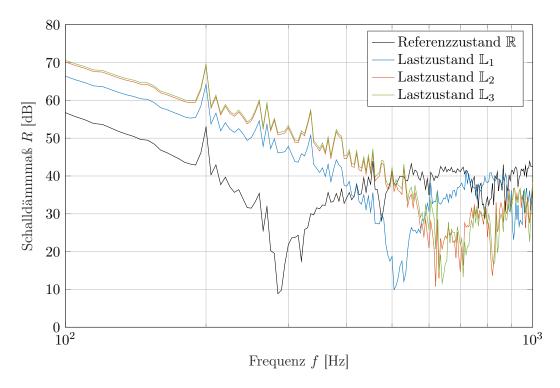


Abbildung 7.8: Vergleich des Schalldämmmaßes des einschaligen Bauteils unter verschiedenen Vorspannungen

Darüber hinaus ist für die Verläufe des Schalldämmmaßes bei einer thermischen sowie gekoppelten Belastung eine hohe Übereinstimmung erkennbar, insbesondere im Frequenz-

bereich unterhalb von 500Hz. Im höherfrequenten Bereich sind geringe Abweichungen festzustellen, die auf die Verschiebungen der Resonanzfrequenzen zurückzuführen sind. Dies bestätigt die Annahme, dass zur Abbildung von gekoppelten Steifigkeitseffekten für das Modell eines einschaligen Bauteils die Druckbelastung mit nur geringem Verlust an Genauigkeit vernachlässigt werden kann.

#### 7.4 Einfluss der physikalischen Effekte auf das zweischalige Bauteil mit Kavität

Dieser Abschnitt behandelt die Untersuchung des zweischaligen Modells  $\mathbb{M}_2$  mit Kavität und stellt die Ergebnisse der Analysen unter Verwendung verschiedener Vorspannungen zur Erfassung des Einflusses physikalischer Effekte gegenüber.

Zunächst wird das Schalldämmmaß des spannungsfreien Modells (Referenzzustand R) betrachtet, siehe Abbildung 7.9. Es zeigt sich im Vergleich zur Theorie (Abbildung 2.6) ein ähnlicher Verlauf der Schalldämmkurve. Die Masse-Feder-Masse-Resonanz wird nach Gleichung (2.32) bei einer Frequenz von  $f_0 = 141.535$ Hz erwartet, deren detaillierte Berechnung Anhang A.5 zu entnehmen ist. Es zeigt sich jedoch aus der numerischen Analyse das Auftreten der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz bei  $f_0 \approx 300$ Hz. Diese Abweichung kommt durch die endlichen Abmessungen sowie die Lagerungsbedingungen der Strukturbauteile im Modell zu Stande. Zudem treten bei einem Modell mit endlichen Abmessungen mehrere Masse-Feder-Masse-Resonanzen auf, sodass im Folgenden von einer fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanz gesprochen wird, die besonders stark angeregt wird. Widersprüchlich zu Abbildung 2.6 ist zu erkennen, dass unterhalb dieser fundamentalen Resonanzfrequenz das Schalldämmmaß sinkt. Ursächlich dafür ist analog zum einschaligen Modell die Schallstrahlungseffizienz, welche bei größer werdender Frequenz degressiv zunimmt, sodass das Schalldämmmaß vermindert wird. In dem Frequenzbereich oberhalb der Masse-Feder-Masse-Resonanz steigt das Schalldämmmaß entsprechend Abbildung 2.6 an. Dabei kommt es zu schmalbandigen Einbrüchen in der Nähe der Resonanzfrequenzen der Primärstruktur, des Linings, des akustischen Fluides und des gekoppelten Systems, vgl. Tabelle 7.6. Akustische Moden sind dabei mit einem A, strukturelle Moden der Primärstruktur mit einem P und strukturelle Moden des Linings mit einem L gekennzeichnet. Insbesondere die Lining-Moden fallen im Schalldämmmaß durch starke schmalbandige Einbrüche auf, wie z.B. die (2,1)-Mode bei f=355Hz.

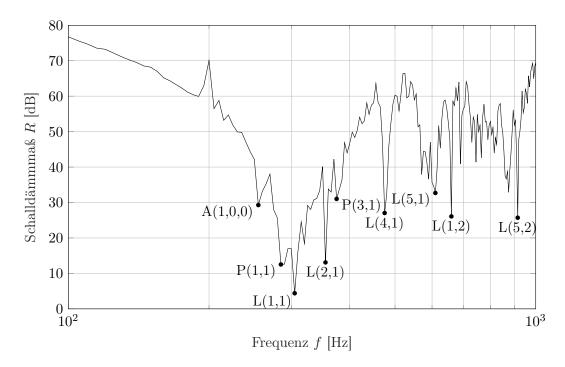


Abbildung 7.9: Schalldämmmaß des spannungsfreien, zweischaligen Modells mit Kavität und Kennzeichnung der stark angeregten Moden

Im Folgenden werden die Auswirkungen der unterschiedlichen Vorspannungen auf die Eigenfrequenzen und das Schalldämmmaß untersucht. Die Ergebnisse aus der Modalanalyse sind in Tabelle 7.6 zusammengefasst. Das Schalldämmmaß, welches sich aus den Ergebnissen der harmonischen Analyse ergibt und in einem Frequenzbereich von  $100\text{Hz} \leq f \leq 1000\text{Hz}$  untersucht wird, ist in Abbildung 7.10 dargestellt.

Wie bereits in Kapitel 7.3 erläutert wurde, führt die Druckbelastung (Lastzustand  $\mathbb{L}_1$ ) zu einer Versteifung der Platte. In dem Modell des zweischaligen Bauteils wird die Druckbelastung ausschließlich von der Primärstruktur getragen und hat daher keinen Einfluss auf das Lining oder das akustische Fluid. Dies ist auch anhand der Eigenfrequenzen in Tabelle 7.6 erkennbar. Während die akustischen sowie die strukturellen Eigenfrequenzen des Linings in guter Übereinstimmung zu denen des spannungsfreien Modells stehen, steigen die Eigenfrequenzen der Primärstruktur auf vergleichbare Werte des druckbelasteten einschaligen Modells an, siehe Tabelle 7.5, und deuten damit auf die Versteifung der Primärstruktur hin. Geringe Abweichungen sowohl struktureller als auch akustischer Eigenfrequenzen kommen hierbei dadurch zu Stande, dass sich die Versteifung der Primärstruktur durch die Fluid-Struktur-Kopplung auf das ganzen System auswirkt.

Tabelle 7.6: Eigenmoden und Eigenfrequenzen des zweischaligen Bauteils mit Kavität unter Betrachtung der unterschiedlichen Vorspannungen

Nr.	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Referenz $\mathbb{R}$ )	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Lastzustand $\mathbb{L}_1$ )	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Lastzustand $\mathbb{L}_2$ )	Eigenmoden und -frequenzen [Hz] (Lastzustand $\mathbb{L}_3$ )
1	$3.5e-04 \ A(0,0,0)$	$2.4e-05 \ A(0,0,0)$	$3.6e-03 \ A(0,0,0)$	$0.00 \ A(0,0,0)$
2	$256.71 \ A(1,0,0)$	$261.50 \ A(1,0,0)$	$268.80 \ A(1,0,0)$	$269.02 \ A(1,0,0)$
3	286.94 P(1,1)	303.19 L(1,1)	333.95 L(1,1)	333.94 L(1,1)
4	306.02 L(1,1)	$349.70 \ L(2,1)$	380.00 L(2,1)	380.01 L(2,1)
5	$319.91 \ P(2,1)$	382.70 L(3,1)	422.68 L(3,1)	422.70 L(3,1)
6	355.71 L(2,1)	$476.27 \ L(4,1)$	522.30 L(4,1)	522.30 L(4,1)
7	$378.10 \ P(3,1)$	$506.51 \ P(1,1)$	$572.99 \ A(2,0,0)$	$574.29 \ A(2,0,0)$
8	383.36 L(3,1)	529.58 P(2,1)	625.94 P(1,1)	641.08 P(1,1)
9	470.02 P(4,1)	$553.11 \ P(3,1)$	646.65 L(5,1)	647.65 L(5,1)
10	477.00 L(4,1)	$582.09 \ A(2,0,0)$	696.97 P(2,1)	705.85 L(1,2)
11	$567.72 \ A(2,0,0)$	611.18 L(5,1)	705.78 L(1,2)	711.33 $P(2,1)$
12	591.45 P(5,1)	642.94 P(4,1)	739.71 $L(2,2)$	739.75 L(2,2)
13	608.23 L(5,1)	659.77 L(1,2)	780.93 L(6,1)	$780.98 \ L(6,1)$
14	659.58 L(1,2)	691.32 $L(2,2)$	794.49 L(3,2)	794.53 L(3,2)
15	691.22 L(2,2)	727.93 L(6,1)	815.59 P(3,1)	828.36 P(3,1)
16	727.89 L(6,1)	743.65 L(3,2)	$864.11 \ A(3,0,0)$	$864.74 \ A(3,0,0)$
17	743.52 L(3,2)	751.73 P(5,1)	868.34 L(4,2)	868.43 L(4,2)
18	$744.12 \ P(6,1)$	816.62 L(4,2)	$871.25 \ A(0,1,0)$	$872.21 \ A(0,1,0)$
19	769.18 P(1,2)	$858.53 \ A(0,1,0)$	918.91 $A(1,1,0)$	919.60 $A(1,1,0)$
20	$805.20 \ P(2,2)$	$864.68 \ A(3,0,0)$	941.40 $L(7,1)$	941.40 $L(7,1)$

Die durch die Druckbelastung hervorgerufene Versteifung des Systems wird entsprechend der Beobachtungen des einschaligen Modells anhand einer gesteigerten Schalldämmkurve ersichtlich, welche in dem Frequenzbereich bis ungefähr 430Hz um ca. 8dB erhöht ist. Außerdem ist der Einbruch bei der Masse-Feder-Masse-Resonanz, welche unverändert bei  $f_0 \approx 300$ Hz liegt, deutlich abgeschwächt. Über 430Hz hinaus kommt es im Vergleich zum spannungsfreien Modell in der Nähe der Eigenfrequenzen zu breitbandigen Einbrüchen der Schalldämmkurve, die zu einer insgesamten Verringerung des Schalldämmmaßes führen. Es ist zu vermuten, dass die Kopplung zwischen den Strukturbauteilen und dem

akustischen Fluid begünstigt wird. Dies geschieht zum einen durch die von der Druckbelastung hervogerufenen, nahe beieinanderliegenden Eigenfrequenzen und zum anderen durch den aus der statischen Lösung hervorgehenden ausgelenkten Zustand. Damit kommt es zu einer effizienteren Schallabstrahlung bei einer durch die Struktur verursachten Anregung der akustischen Moden.

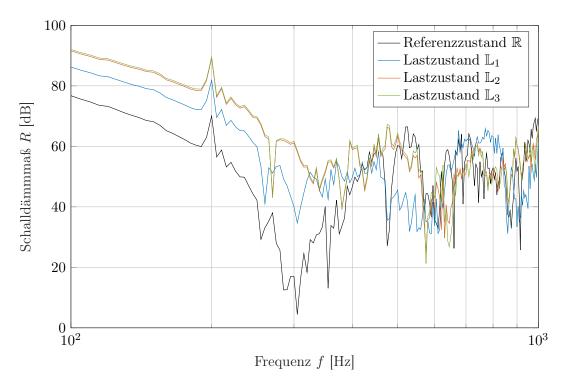


Abbildung 7.10: Vergleich des Schalldämmmaßes des zweischaligen Bauteils mit Kavität unter verschiedenen Vorspannungen

Zur Untersuchung des Einflusses thermischer Vorspannungen (Lastzustand  $\mathbb{L}_2$ ) ist zunächst der Temperaturverlauf durch das Bauteil zu betrachten. Die Ergebnisse aus der thermischen Analyse, die in Abbildung 7.11 und Tabelle 7.7 dargestellt sind, zeigen eine Temperaturverteilung, die über die vollständige Dicke des zweischaligen Bauteils unterhalb der Referenztemperatur liegt. Somit ist für die Strukturbauteile eine Erhöhung der Eigenfrequenzen und eine damit einhergehende Versteifung zu erwarten, die für die einzelnen Komponenten aufgrund der abweichenden Differenzen von den Bauteiltemperaturen zur Referenztemperatur unterschiedlich stark ausfällt. Aus diesen Temperaturdifferenzen ist nach Gleichung (4.34) abzuleiten, dass die Primärstruktur deutlich steifer als das Lining ist, was auch anhand der Ergebnisse in Tabelle 7.6 bestätigt wird.

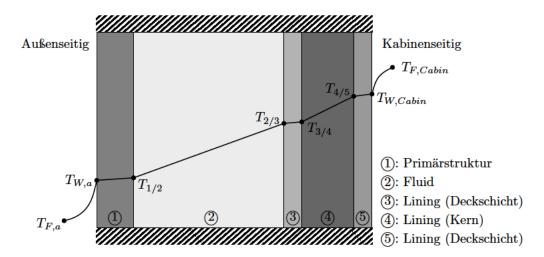


Abbildung 7.11: Schematischer Temperaturverlauf in Dickenrichtung durch das zweischalige Bauteil mit Kavität

Tabelle 7.7: Temperaturen des zweischaligen Bauteils mit Kavität

Bezeichnung	Temperatur [K]
$T_{F,a}$	223.139
$T_{W,a}$	250.756
$T_{1/2}$	250.757
$T_{2/3}$	272.394
$T_{3/4}$	272.514
$T_{4/5}$	280.528
$T_{W,Cabin}$	280.624
$T_{F,Cabin}$	295.65

Die akustischen Moden zeigen bei thermischer Belastung des Systems entgegen der Erwartungen ebenfalls einen Anstieg der Eigenfrequenzen. Gemäß Gleichung (2.1) ergibt eine in Bezug zur Referenztemperatur geringere Fluidtemperatur eine kleinere Schallgeschwindigkeit, welche nach Gleichung (4.38) zu einer ebenfalls kleiner werdenden Eigenfrequenz führt. Die Ergebnisse aus der Modalanalyse lassen allerdings darauf schließen, dass die Temperatur im Fluid nur einen geringen Einfluss auf die Eigenfrequenzen hat und der Kopplungseffekt, welcher einen Anstieg der Eigenfrequenzen hervorruft, deutlich überwiegt.

Die Versteifung des Systems ist auch im Falle einer thermischen Belastung anhand eines erhöhten Schalldämmmaßes im tieffrequenten Bereich ersichtlich. Dieses liegt bis zu einer Frequenz von 450Hz um ungefähr 15dB höher als das Schalldämmmaß des spannungsfreien Modells. Verglichen mit dem druckbelasteten Modell ist daraus zu schlussfolgern, dass die thermische Belastung einen größeren Einfluss auf die Versteifung hat. Oberhalb von 450Hz unterscheidet sich die Schalldämmkurve des thermisch vorgespannten Modells zum Referenzmodell durch die Verschiebung der Einbrüche entsprechend dem Anstieg der Eigenfrequenzen. Die Einbrüche sind insgesamt breitbandiger, im Schnitt liegt aber das Schalldämmmaß des thermisch vorgespannten und des spannungsfreien Modells im höherfrequenten Bereich auf einem vergleichbaren Niveau. Die fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanz verschiebt sich auf eine Frequenz von  $f_0 \approx 340$ Hz. Verglichen mit der Referenzkurve zeigt sich bei dieser Resonanzfrequenz ein deutlich abgeschwächter Einbruch des Schalldämmmaßes.

Werden nun die Druckbelastung und die thermische Belastung gekoppelt, siehe Lastzustand  $\mathbb{L}_3$ , so fällt eine im Vergleich zu den Ergebnissen der einzeln betrachteten physikalischen Effekten verstärkte Versteifung des Systems auf, dessen Verhalten sowohl in den Eigenfrequenzen als auch im Schalldämmmaß maßgeblich durch die thermischen Belastung dominiert wird. Die Eigenfrequenzen des akustischen Fluides und des Linings stimmen erwartungsgemäß mit denen des thermisch vorgespannten Modells in sehr guter Näherung überein, während die Primärstruktur, auf welche nun außerdem die Druckbelastung wirkt, eine zusätzliche Versteifung und somit auch einen zusätzlichen Anstieg der Eigenfrequenzen erfährt.

Die Schalldämmkurve des gekoppelt vorgespannten Systems liegt um ca. 16dB oberhalb der Kurve des Referenzmodells. Geringe Abweichungen des Schalldämmaßes in Bezug auf das thermisch vorgespannte Modell kommen an den Resonanzfrequenzen zu Stande, die sich durch die Verschiebung der Einbrüche aufgrund der zusätzlichen Druckbelastung hervorheben.

Im Allgemeinen weisen die Vorspannungen durch die damit einhergehende Versteifung des Systems insbesondere im tieffrequenten Bereich und in der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz eine deutliche Reduktion der Schalltransmission auf. Im höherfrequenten Bereich zeigen sich in allen Fällen bezogen zur Referenz breitbandige und in den Resonanzen weniger stark ausgeprägte Einbrüche. Diese sind bei diskreten Frequenzen außerhalb der Resonanzen negativ, über den gesamten Verlauf allerdings neutral im Sinne des Schallschutzes zu bewerten.

## 7.5 Einfluss der physikalischen Effekte auf das zweischalige Bauteil mit Kavität und Isolierungen

Um die Auswirkungen der physikalischen Effekte auf die Schalldämmung eines zweischaligen Modells mit Kavität unter zusätzlicher Berücksichtigung poröser Dämmstoffe (Modell  $M_3$ ) zu untersuchen, werden nachfolgend die Ergebnisse aus den einzelnen Analysen gegenübergestellt und ausgewertet.

Aufgrund der Modellierung von Isolierungsmaterialien nach dem Materialgesetz von JOHNSON-CHAMPOUX-ALLARD, ist lediglich eine harmonische Analyse durchführbar. Daher wird im Weiteren nur das Schalldämmmaß in einem Frequenzbereich von 100Hz bis 1000Hz untersucht, welches in Abbildung 7.12 dargestellt ist. Es kann mit Hilfe der Erkenntnisse aus den Modellen  $\mathbb{M}_1$  und  $\mathbb{M}_2$  allerdings davon ausgegangen werden, dass die Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von dem wirkenden Versteifungseffekt ansteigen.

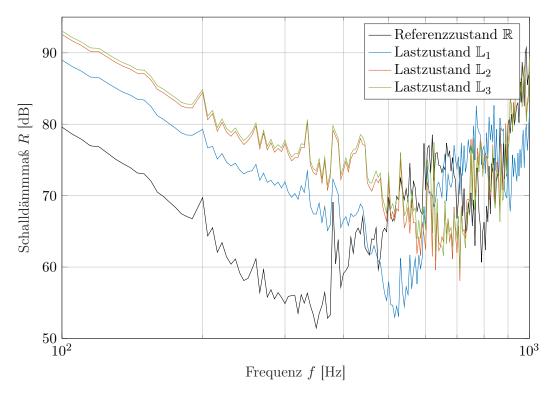


Abbildung 7.12: Vergleich des Schalldämmmaßes des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen unter verschiedenen Vorspannungen

Als Referenz zur Untersuchung des Einflusses der physikalischen Effekte wird das spannungsfreie Modell herangezogen und zunächst genauer betrachtet. Im Vergleich zum spannungsfreien, zweischaligen Modell ohne Isolierung nach Abbildung 7.10 ist generell ein ähnlicher Verlauf des Schalldämmmaßes zu erkennen, der maßgeblich durch die fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanz bei ungefähr  $f_0 = 350$ Hz gekennzeichnet ist. Unterschiede in den prinzipiellen Verläufen ergeben sich in der Nähe der Resonanzfrequenzen, bei denen die Einbrüche des Schalldämmmaßes deutlich gedämpft sind. Insbesondere in der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanz ist ein erhöhter Anstieg des Schalldämmmaßes erkennbar.

Sowohl durch die Druckbelastung als auch durch die thermische Belastung ist eine Versteifung des zweischaligen Modells mit Kavität und Isolierungen zu erwarten, was im Folgenden genauer erörtert wird.

Analog zu dem zweischaligen Modell ohne Isolierungen wird die Druckbelastung ausschließlich von der Primärstruktur getragen, was eine Versteifung dieser bewirkt. Das akustische Fluid, die Isolierung sowie das Lining werden hierbei ausschließlich aufgrund von Kopplungseffekten beeinflusst.

Zur Untersuchung des thermisch vorgespannten Modells ist zunächst der Wärmedurchgang zu betrachten, siehe Abbildung 7.4 und Tabelle 7.1. Die Bauteiltemperatur der Primärstruktur liegt unterhalb der Referenztemperatur, sodass eine Versteifung dieser angenommen wird. Im Gegensatz dazu weist das Lining eine Temperaturverteilung auf, die oberhalb der Referenztemperatur liegt. Das Lining wird somit weicher. Insgesamt ist nach Gleichung (4.34) aufgrund der betragsmäßig wesentlich größeren Temperaturdifferenz an der Primärstruktur im Vergleich zur Temperaturdifferenz am Lining darauf zu schließen, dass der Versteifungseffekt in Bezug auf das gesamte System überwiegt.

Wie auch bereits in den Kapiteln 7.3 und 7.4 festgestellt wurde, wird der Steifigkeitseffekt in der Schalldämmkurve abgebildet und äußert sich anhand eines Anstiegs des Schalldämmmaßes im tieffrequenten Bereich, sodass weniger Schall in die Kabine abgestrahlt wird. Im Vergleich zum Referenzmodell  $\mathbb{R}$  ist für das durch die Druckbelastung vorgespannte Modell (Lastzustand  $\mathbb{L}_1$ ) eine Erhöhung von etwa 9dB bis ca. 450Hz und für das thermisch vorgespannte Modell (Lastzustand  $\mathbb{L}_2$ ) eine Erhöhung von ungefähr 13dB bis ca. 500Hz im Schalldämmmaß zu erkennen.

Darüber hinaus zeigt sich bei Berücksichtigung der thermischen Belastung eine Verschiebung der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanz in Richtung höherer Frequenzen zu  $f_0 \approx 365$ Hz. Für das durch die Druckbelastung vorgespannte Modell liegt diese unverändert bei  $f_0 \approx 350$ Hz. Die Vorspannungen sorgen folglich im tieffrequenten Bereich

gegenüber dem spannungsfreien Modell für einen zusätzlichen Anstieg des Schalldämmmaßes und damit zu einer verbesserten Schalldämmung in der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz.

Im höherfrequenten Bereich kommt es äquivalent zu dem zweischaligen Modell ohne Isolierung zu weiteren, breitbandigen Einbrüchen, die durch die effiziente Schallabstrahlung bei einer von der Struktur hervorgerufenen Anregung der akustischen Moden verursacht werden und somit die Schalltransmission begünstigen. Während bei dem thermisch vorgespannten Modell das Schalldämmmaß im Durchschnitt für Frequenzen  $f > 500 \, \mathrm{Hz}$  verglichen mit der Referenzkurve neutral zu bewerten ist, zeigt sich infolge der Druckbelastung für Frequenzen oberhalb von 450 Hz eine gesteigerte Schalltransmission durch das Bauteil. Außerdem verschieben sich die Einbrüche mit dem Anstieg der Eigenfrequenzen in Richtung höherer Frequenzen bzw. mit der temperaturbedingten Abnahme der Eigenfrequenzen am Lining in Richtung niedriger Frequenzen.

Bei einer Kopplung der Druck- und thermischen Belastung (Lastzustand L<sub>3</sub>) ist eine Versteifung des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierung zu erkennen, die größer ist als bei den separat betrachteten Belastungen. Das Schalldämmmaß liegt bis zu einer Frequenz von ca. 500Hz um etwa 14dB oberhalb der Referenzkurve. Wie auch bereits in Kapitel 7.3 und 7.4 festgestellt wurde, fällt bei dem gekoppelt belasteten Modell auf, dass der Verlauf des Schalldämmmaßes des thermisch und des gekoppelt vorgespannten Modells in guter Näherung übereinstimmen. Geringe Abweichungen kommen dabei durch die Erhöhung der Eigenfrequenzen aufgrund der zusätzlichen Druckbelastung an der Primärstruktur zu Stande. Der Einfluss der Druckbelastung ist daher bei einer gekoppelten Belastung nur marginal.

Wie in [32] aufgefasst wird, sind die Ergebnisse des zweischaligen Modells mit Kavität und Isolierungen kritisch zu betrachten, da das verwendete Modell nach JOHNSON-CHAMPOUX-ALLARD von einem starren Skelett ausgeht, welches im Rahmen der Untersuchungen vernachlässigt wird, und daher Ungenauigkeiten in den Simulationen verursachen kann. Es ist zu vermuten, dass bei der Berücksichtigung der Strukturmechanik das Skelett des Aerogels mit der angrenzenden Struktur vibriert und dadurch das Absorptionsverhalten negativ beeinflusst wird.

# 7.6 Einfluss der Bauweise und der zusätzlichen Isolierungen

Zur Ermittlung des Einflusses der ein- und zweischaligen Bauweise sowie der Auswirkungen zusätzlicher Isolierungen, werden im Folgenden die Ergebnisse aus den Analysen der drei Modelle  $M_1$  bis  $M_3$  unter Berücksichtigung der verschiedenen Lastzustände gegenübergestellt und sowohl aus thermischer als auch aus akustischer Sicht bewertet.

Zur Erfassung der thermischen Isolierwirkung der Modelle sind in Tabelle 7.8 die außenund kabinenseitigen Oberflächentemperaturen aus der thermischen Analyse zu den drei
betrachteten Modellen zusammengefasst. An den Ergebnissen wird deutlich, dass im Vergleich zum einschaligen Bauteil aus einer Aluminiumlegierung, welches einen geringen
Wärmeschutz liefert, bereits eine zweischalige Bauweise mit einer Luft gefüllten Kavität
unter Verwendung einer Sandwichkonstruktion als Liningmaterial für eine Erhöhung der
kabinenseitigen Oberflächentemperatur  $T_{W,Cabin}$  um 29.865K bewirkt und somit einen
großen Einfluss auf die Wärmedämmung hat. Eine zusätzliche Verbesserung der Wärmedämmung zeigt sich erwartungsgemäß bei dem zweischaligen Modell mit Primär- und
Sekundärisolierung. Hierbei ergibt sich eine Differenz der kabinenseitigen Oberflächentemperatur zu dem einschaligen Modell von 43.329K.

Tabelle 7.8: Vergleich der Oberflächentemperaturen der Modelle  $\mathbb{M}_1$  bis  $\mathbb{M}_3$ 

Bezeichnung	Temperatur [K] des Modells $M_1$	Temperatur [K] des Modells $M_2$	Temperatur [K] des Modells $M_3$
$T_{W,a}$ $T_{W,Cabin}$	250.756	250.756	250.756
	250.759	280.624	294.088

Um den Einfluss der Bauweise und der Isolierung auf die Schallübertragung durch die Kabinenseitenwand zu ermitteln, ist in Abbbildung 7.13 das Schalldämmmaß für die Modelle  $\mathbb{M}_1$  bis  $\mathbb{M}_3$  unter Berücksichtigung unterschiedlicher Vorspannungen dargestellt. In allen Fällen zeigt sich für die zweischaligen Modelle mit und ohne Isolierungen im Vergleich zum einschaligen Modell eine verbesserte Schalldämmung. Wie bereits in Kapitel 2.2.3 gezeigt wurde, ist das Schalldämmmaß bei einschaligen Bauteilen insbesondere im tieffrequenten Bereich von der flächenbezogenen Masse abhängig. Die Anforderungen des Schallschutzes, welcher eine große Flächenmasse erfordert, und des Leichtbaus, der

leichte und steife Struktur voraussetzt, sind somit widersprüchlich und nur schwierig vereinbar [59]. Um dennoch eine hohe Dämmwirkung zu erreichen bei gleichzeitig möglichst geringem Flächengewicht, ist eine zweischalige Bauweise zu bevorzugen.

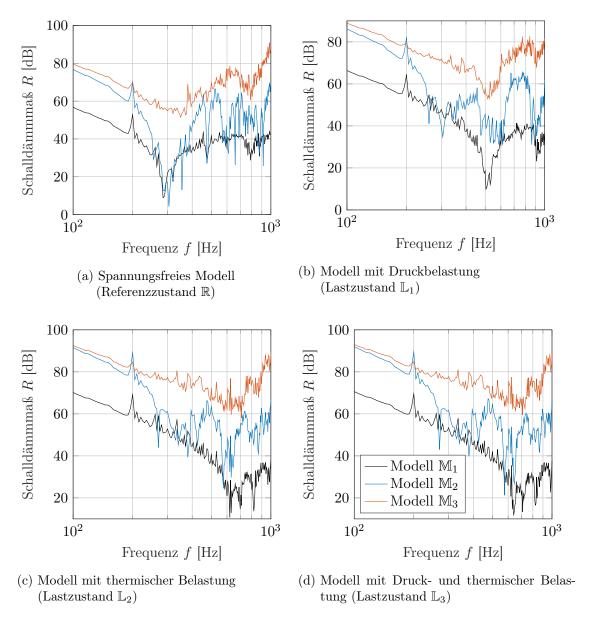


Abbildung 7.13: Vergleich des Schalldämmmaßes der Modelle  $\mathbb{M}_1$  bis  $\mathbb{M}_3$  bei unterschiedlichen Belastungen

Bei einem zweischaligen Bauteil ist die Erhöhung des Schalldämmmaßes zum einen auf die Erhöhung der Gesamtmasse sowie der Steifigkeit des betrachteten Systems zurückzufüh-

ren [42, 59]. Zum anderen entkoppelt die Kavität außerhalb der Resonanzfrequenzen das Strukturverhalten der beiden Platten und führt damit zu einem verringerten Schalldurchlass [42, 59]. In den Resonanzfrequenzen kann es jedoch zu einer verstärkten Kopplung kommen, wodurch ausgeprägte Einbrüche auftreten [59].

Darüber hinaus ist für das zweischalige Modell mit Isolierungen (Modell  $M_3$ ) im Vergleich zum Modell  $M_2$  ein wiederum erhöhtes Schalldämmmaß und ein um ca. 50Hz verschobene fundamentale Masse-Feder-Masse-Resonanz erkennbar. Die Einbrüche des Schalldämmmmaßes in den Resonanzfrequenzen werden hierbei durch die Isolierung gedämpft.

Zusammenfassend ist also den Erwartungen entsprechend sowohl für Schall- als auch für Wärmeschutzaufgaben eine zweischalige Bauweise im Vergleich zur einschaligen Bauweise zu bevorzugen und durch Dämmmaterialien zusätzlich zu verbessern.

#### Zusammenfassung

Dieses Kapitel stellt drei unterschiedlich komplexe Simulationsmodelle der Kabinenseitenwand vor, bei denen es sich um ein einschaliges Modell, ein zweischaliges Modell mit Kavität und Isolierungen handelt. Diese Modelle werden hinsichtlich der entwickelten Analysen partiell verifiziert und unter den Aspekten des akustischen Transmissionsverhaltens sowie der Wärmeübertragung untersucht. In diesem Rahmen wird zum einen der Einfluss der physikalischen Effekte, zu denen unter anderem Konduktion, Konvektion und die durch den Kabinendruck hervorgerufene Druckbelastung des Rumpfes zählen, diskutiert. Zum anderen werden die Auswirkungen der konstruktiven Merkmale erörtert, bei denen es sich um eine ein- oder zweischalige Bauweise und den Einsatz von Dämmmaterialien handelt.

Aus den Simulationsergebnissen wird insbesondere die Bedeutsamkeit multiphysikalischer Analysen deutlich. Es zeigt sich, dass die Druckbelastung und die thermische Belastung eine Versteifung des Systems hervorrufen, die bei gekoppelter Betrachtung der Lasten verstärkt und maßgeblich von der thermischen Last beeinflusst wird. Die Versteifung äußert sich dabei insbesondere in einer Erhöhung der Eigenfrequenzen und einem Anstieg des Schalldämmmaßes im tieffrequenten Bereich bis ungefähr 400Hz bzw. 500Hz. Im höherfrequenten Bereich zeigt sich eine negative oder neutrale Auswirkung der Versteifungen auf die Schalltransmission. Den Erwartungen entsprechend geht aus dem Vergleich der Ergebnisse der unterschiedlichen Modelle hervor, dass eine zweischalige Bauweise ein besseres akustisches sowie thermisches Dämmverhalten aufweist als die einschalige Bauweise

und diese durch den Einsatz von Dämmmaterialien zusätzlich zu verbessern ist. Das nachfolgende Kapitel fasst die wesentlichen Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf zukünftige Forschungsaktivitäten.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer Methode zur numerischen Simulation multiphysikalischer, thermisch-strukturakustisch gekoppelter Analysen an einer Flugzeug-Kabinenseitenwand. Einen zentralen Aspekt bilden dabei die Untersuchungen des Einflusses der im Flugfall bestehenden Belastungen auf die Schallübertragung durch die Kabinenseitenwand sowie die Erfassung der Auswirkungen konstruktiver Merkmale, wie die Bauweise oder der Einsatz zusätzlicher Dämmmaterialien, auf die Temperaturverteilung und auf das akustische Transmissionsverhalten.

Zu diesem Zweck wird ein stationärer Flugfall definiert, aus welchem die wirkenden thermischen und strukturmechanischen Belastungen abzuleiten sind. Diese ergeben sich aus der Temperatur- bzw. Druckdifferenz zwischen der umgebenden Atmosphäre sowie der Flugzeugkabine und erzeugen eine Vorspannung in der Struktur.

Auf Grundlage dieser Belastungen werden Abläufe für Analysen, die jeweils unterschiedliche Lastzustände berücksichtigen, unter Verwendung des Finite Elemente Programms Ansys Mechanical 19.1 entwickelt, um den Einfluss der physkalischen Effekte zu erfassen. Betrachtet werden dabei ein spannungsfreies Modells, ein durch die Druckbelastung vorgespanntes Modell, ein thermisch vorgespanntes Modell sowie abschließend ein aus Druck- und thermischer Belastung gekoppelt vorgespanntes Modell.

Für die Bewertung der Wärmeübertragung ist durch eine thermische Analyse die Temperaturverteilung in Dickenrichtung der Kabinenseitenwand zu ermitteln. Diese ergibt sich unter Berücksichtigung von Konduktion, Konvektion und der Aufheizung der Primärstruktur aufgrund strömungsbedingter Reibung. Zur akustischen Bewertung werden anhand einer Modalanalyse die Eigenfrequenzen des betrachteten Systems bestimmt. Zudem kann durch eine akustische Diffusfeldanregung das Schalldämmmaß mittels einer harmonischen Analyse ermittelt werden.

Es werden drei unterschiedlich komplexe Simulationsmodelle untersucht, die jeweils einen Hautfeldausschnitt der Kabinenseitenwand darstellen. Dabei handelt es sich um ein einschaliges Modell, ein zweischaliges Modell mit Kavität sowie ein zweischaliges Modell

mit Kavität und Isolierungen. Durch einen Vergleich der numerisch und analytisch ermittelten Temperaturverteilung sowie durch einen Vergleich der numerisch und analytisch bestimmten Eigenfrequenzen können diese Simulationsmodelle partiell verifiziert werden.

Um den Einfluss der im Flugfall bestehenden Belastungen auf die Schallübertragung durch die Kabinenseitenwand zu erfassen, werden die Ergebnisse aus den vorgestellten Analysen unter Berücksichtigung der verschiedenen Lastzustände für jedes Modell separat gegenübergestellt. Unabhängig von der Bauweise kann gezeigt werden, dass die Druckbelastung und die thermische Last eine Versteifung des Systems verursachen. Diese äußert sich in einem Anstieg der Eigenfrequenzen.

Außerdem wird aus dem Verlauf des Schalldämmmaßes deutlich, dass die Versteifung insbesondere zu einer Erhöhung der Schalldämmkurve im tieffrequenten Bereich und zu einer Verschiebung der durch die Eigenfrequenzen hervorgerufenen Einbrüche in Richtung höherer Frequenzen führt. Speziell für die zweischaligen Modelle ist zu erkennen, dass der starke Einbruch bei der fundamentalen Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz durch die Versteifungseffekte deutlich abgeschwächt und somit die Schalltransmission reduziert wird.

Bei einer aus Druck- und thermischer Belastung gekoppelten Vorspannung lassen sowohl die Eigenfrequenzen als auch die Schalldämmkurven darauf schließen, dass für die vorliegenden Simulationsmodelle das Verhalten maßgeblich durch die thermische Last dominiert wird und der Einfluss der Druckbelastung vernachlässigbar klein ist.

Desweiteren werden für die Erfassung der Auswirkungen konstruktiver Merkmale auf die Wärmeübertragung und die akustische Schalltransmission die Ergebnisse der drei unterschiedlichen Modelle miteinander verglichen. Sowohl aus thermischer als auch aus akustischer Sicht ist dabei aufgrund der höheren Dämmwirkung die zweischalige Bauweise im Vergleich zur einschaligen Bauweise zu bevorzugen. Eine zusätzliche Verbesserung der Dämmwirkung ist durch den Einbau von Dämmmaterialien zu erreichen. Für das zweischalige Modell mit Kavität und Isolierungen sind allerdings aufgrund der vernachlässigten Strukturmechanik der Isolierung Ungenauigkeiten in der Simulation zu vermuten.

Zusammenfassend zeigen die Untersuchungen dieser Arbeit die komplexen Wechselwirkungen der physikalischen Effekte und somit die hohe Relevanz und Diversität von multiphysikalischen Analysen im Hinblick auf den iterativen Entwurfsprozess eines Flugzeugs.

Ausgehend von den Erkenntnissen dieser Arbeit werden im Folgenden offene Fragen und die daraus abzuleitenden Perspektiven weiterer Forschungsansätze für die Entwicklung multiphysikalischer Analysen genauer ausgeführt.

Die Verifizierung, die auf analytischen Ansätzen basiert, ist aufgrund der komplexen Wechselwirkungen nur bedingt möglich. Daher ist speziell die experimentelle Validierung der aus den gekoppelten Lasten vorgespannten Analyse von besonderem Interesse. Außerdem ist die Validität des zweischaligen Modells mit Kavität und Isolierungen zu überprüfen, um den Einfluss der Strukturmechanik auf das Absorptionsverhaltens zu untersuchen.

Darüber hinaus sind weitere Verbesserungen des Simulationsmodells sinnvoll, um die multiphysikalischen Analysen mit Hilfe der Finiten Elemente Methode im Rahmen zukünftiger Arbeiten zu optimieren und somit auch präzisere Aussagen zu den Auswirkungen der physikalischen Effekte auf die Wärmeübertragung sowie die akustische Schalltransmission treffen zu können. Zum einen ist der Anwendungsfall an spezifische Kabinenkonzepte zu adaptieren, indem der Detaillierungsgrad auf realitätsnahe Komponentenmodelle der Kabinenseitenwand oder auf ganze Rumpfsektionen hochskaliert wird. Damit werden zusätzliche Einflüsse von beispielsweise Krümmungen, Versteifungselementen oder auch Fensterausschnitten berücksichtigt. Zum anderen sind die Analysen um bisher vernachlässigte physikalische Effekte zu erweitern. So kann zum Beispiel durch eine Strömungssimulation die Konvektionsrandbedingung, insbesondere in der Kavität sowie an der Außenhaut, und damit die Temperaturverteilung genauer abgebildet oder auch die Aerodynamik in die Analyse miteinbezogen werden. Außerdem ist das Modell durch detailliertere Materialparameter, die unter anderem richtungs-, frequenz- und temperaturabhängig sind, zu ergänzen.

Ein weiterer Schritt für zukünftige Arbeiten stellt die Implementierung der FE-Modell-Generierung in den Entwurfprozess über ein standardisiertes Datenschema dar, wie beispielsweise das Common Parametric Aircraft Configuration Schema (CPACS). CPACS ist ein vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) entwickeltes Datenschema zum Austausch von Informationen verschiedener Tools und daher eine wesentliche Grundlage für den multidisziplinären Flugzeugentwurf [4, 20]. Diese Implementierung unter Verwendung eines generischen Datenschemas bietet die Möglichkeit unterschiedliche Konzepte schnell und flexibel disziplinübergreifend zu bewerten und somit den Flugzeugentwurf hinsichtlich der gegebenen Anforderungen zu optimieren.

#### Literaturverzeichnis

- [1] ABAWI, Yama; LANGFELDT, Felix; HOPPEN, Hannah; ET AL.: Application of the Johnson-Chapoux-Allard model for the calculation of the sound absorption coefficient of aerogel granules based on inverse characterization for the determination of the granules parameters. In: *Proceedings of DAGA 2020*. Hannover, 2020, S. 1039–1042
- [2] Ackermann, Lutz: Braunschweiger Schriften zur Mechanik. Bd. 43: Simulation der Schalltransmission durch Wände. Braunschweig: TU Braunschweig, Mechanik-Zentrum, 2002
- [3] AGARD: Multilingual Aeronautical Dictionary. Neuilly sur Seine, F : Advisory Group for Aerospace Research and Development, 1980
- [4] ALDER, Marko; MOERLAND, Erwin; JEPSEN, Jonas; ET AL.: Recent advances in establishing a common language for aircraft design with CPACS. In: *Aerospace Europe Conference 2020*. Bordeaux, 2020
- [5] ALLARD, Jean F.; ATALLA, Noureddine: Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials. 2. Aufl. Chichester: John Wiley & Sons, 2009
- [6] Ansys: Acoustic Analysis Guide. Release 19.1. ANSYS, Inc., 2019
- [7] Ansys: Basic Analysis Guide. Release 19.1. Ansys, Inc., 2019
- [8] Ansys: Coupled-Field Analysis Guide. Release 19.1. Ansys, Inc., 2019
- [9] Ansys: Element Reference. Release 19.1. Ansys, Inc., 2019
- [10] Ansys: Structural Analysis Guide. Release 19.1. Ansys, Inc., 2019
- [11] Ansys: Theory Reference. Release 19.1. Ansys, Inc., 2019

- [12] Bar-Shalom, Doron: Altitude effects on heat transfer processes in aircraft electronic equipment cooling. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, Masterarbeit, 1989
- [13] Blevins, Robert D.: Formulas for dynamics, acoustics and vibration. Chichester: John Wiley & Sons, 2016
- [14] Brüning, Gerhard; Hafer, Xaver; Sachs, Gottfried: Flugleistungen: Grundlagen, Flugzustände, Flugabschnitte. 3. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer, 2006
- [15] CABOT CORPORATION: P100, P200, & P300 Aerogel Particles. 2020. Technisches Datenblatt
- [16] Champoux, Yvan; Allard, Jean F.: Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. In: *Journal of applied physics* 70 (1991), Nr. 4, S. 1975–1979
- [17] DA ROCHA, Joana; Suleman, Afzal; Lau, Fernando: Turbulent boundary layer induced noise and vibration of a multi-panel walled acoustic enclosure. In: *Canadian Acoustics* 38 (2010), Nr. 4, S. 9–22
- [18] DECHAUMPHAI, Pramote; THORNTON, Earl A.: Improved finite element methodology for integrated thermal structural analysis / National Aeronautics and Space Administration. Norfolk, Virginia, 1982. Forschungsbericht. Berichtsnummer NASA-CR-169126
- [19] DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR AKUSTIK E.V.: Akustische Wellen und Felder. Berlin: Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V., 2006
- [20] DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT E.V., INSTITUT FÜR SYSTE-MARCHITEKTUREN IN DER LUFTFAHRT: *CPACS: Common Language For Aircraft Design.* 2018. – URL https://cpacs.de. – Zugriffsdatum: 2020-10-30
- [21] DIN EN ISO 6946:2018-03: Bauteile Wärmedurchlasswiderstand und Wärmedurchgangskoeffizient Berechnungsverfahren. 2018
- [22] European Union Aviation Safety Agency: Certification Specifications for Large Aeroplanes CS-25. Amendment 25. 2020
- [23] Fahy, Frank J.; Gardonio, Paolo: Sound and structural vibration: radiation, transmission and response. 2. Aufl. Academic Press, 2007

- [24] GENG, Qian; Li, Huan; Li, Yueming: Dynamic and acoustic response of a clamped rectangular plate in thermal environments: Experiment and numerical simulation. In: The Journal of the Acoustical Society of America 135 (2014), Nr. 5, S. 2674–2682
- [25] Geng, Qian; Li, Yueming: Analysis of dynamic and acoustic radiation characters for a flat plate under thermal environments. In: *International Journal of Applied Mechanics* 4 (2012), Nr. 3, S. 1250028-1 - 1250028-16
- [26] GROTH, Clemens; MÜLLER, Günter: FEM für Praktiker Band 3: Temperaturfelder: Basiswissen und Arbeitsbeispiele zu FEM-Anwendungen der Temperaturfeldberechnung Lösungen mit dem FE-Programm ANSYS. Bd. 3. 5. Aufl. Renningen: expert Verlag, 2009
- [27] GRUSS, Holger: Schweißgerechte Struktur-und Prozessstrategien im Flugzeugbau. Magdeburg, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 2008
- [28] Hambric, Stephen A.; Fahnline, John B.: Structural acoustics tutorial part 2: sound-structure interaction. In: *Acoustics Today* 3 (2007), Nr. 2, S. 9–27
- [29] HÄUPL, Peter; HÖFKER, Gerrit; HOMANN, Martin; ET AL.: Lehrbuch der Bauphysik: Schall-Wärme-Feuchte-Licht-Brand-Klima. 8. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2017
- [30] HERWIG, Heinz; Moschallski, Andreas: Wärmeübertragung: Physikalische Grundlagen und ausführliche Anleitung zum Lösen von Aufgaben. 4. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2019
- [31] HESSE, Christian: Aktive Reduktion der Schalleinstrahlung in Kavitäten. Braunschweig, Technische Universität Braunschweig, Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 2016
- [32] HESSE, Christian; ALLEBRODT, Pia; REGE, Ameya G.: Multi-Physikalische Untersuchungen zum Transmissionsverhalten neuartiger Kabinenseitenwände. In: Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2020. Aachen, 2020
- [33] HRUBESH, Lawrence W.: Aerogel applications. In: Journal of Non-Crystalline Solids 225 (1998), S. 335 – 342
- [34] INALPOLAT, Murat; CALISKAN, Mehmet; SINGH, Rajendra: Analysis of near field sound radiation from a resonant unbaffled plate using simplified analytical models. In: Noise Control Engineering Journal 58 (2010), Nr. 2, S. 145–156

- [35] Industrieausschuss Struktur-Berechnungsunterlagen: Handbuch Strukturberechnung. München: Industrieausschuss Struktur-Berechnungsunterlagen, 2001
- [36] JÄGER, Helmut; MASTEL, Roland; KNAEBEL, Manfred: Technische Schwingungslehre: Grundlagen - Modellbildung - Anwendungen. 8. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2013
- [37] JEYARAJ, P.; PADMANABHAN, C.; GANESAN, N.: Vibration and acoustic response of an isotropic plate in a thermal environment. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 130 (2008), Nr. 5
- [38] Klein, Bernd: FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. 10. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2015
- [39] KNAPEN, E.; LANOYE, R.; VERMEIR, G.; ET AL.: Acoustic properties of sound absorbing, polymer-modified porous cement mortars. In: Proceedings of Materials Science and Restoration, MSR-VI, 2003, S. 347–358
- [40] KOMPLEKS S.A. CONSULTING & ENGINEERING: Lineare Wärmeausdehnung. URL https://termotech.info.pl/de/technischebeschreibung/termotech-duroplasty-de/hinweise-zur-planung-2/lineare-waermeausdehnung-2. Zugriffsdatum: 2020-09-04
- [41] LANGFELDT, Felix; GLEINE, Wolfgang: Improved sound transmission loss of glass wool with acoustic metamaterials. In: *Proceedings of the 26th International Congress on Sound & Vibration*. Montréal, 2019
- [42] LERCH, Reinhard; SESSLER, Gerhard M.; WOLF, Dietrich: Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen. Berlin Heidelberg: Springer, 2009
- [43] MISOL, Malte: Aktive Steuerung des Transmissionsverhaltens stochastischer Störquellen durch flächige Leichtbaustrukturen. Braunschweig, Technische Universität Braunschweig, Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 2014
- [44] MISOL, Malte; HAASE, Thomas; ALGERMISSEN, Stephan; ET AL.: Lärmreduktion in Flugzeugen mit aktiven Linings. In: WIEDEMANN, Martin (Hrsg.); MELZ, Tobias (Hrsg.): Smarte Strukturen und Systeme, Shaker Verlag, 2017, S. 329–339
- [45] MÖSER, Michael: Technische Akustik. 10. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer, 2015
- [46] MÖSER, Michael; KROPP, Wolfgang: Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen. 3. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer, 2010

- [47] NASDALA, Lutz: FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik: Hintergrundinformationen, Tipps und Tricks. 3. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2015
- [48] NAYEL, Mohamed Farid: Entwicklung eines parametrischen Netzgenerators f\u00fcr die Simulation der Schalltransmission beim Kabinenentwurf von Flugzeugen. Hamburg, HAW Hamburg, Bachelorarbeit, 2020
- [49] OCHMANN, Martin; LIPPERT, Stephan; von Estorff, Otto: Numerische Methoden der Technischen Akustik. In: Möser, Michael (Hrsg.); Müller, Gerhard (Hrsg.): Fachwissen Technische Akustik. Berlin Heidelberg: Springer, 2017
- [50] P + H PLÜSS AG: GFK technische Daten. URL https://www.pluessag. ch/de/technische-informationen/gfk-technische-daten.html. -Zugriffsdatum: 2020-09-04
- [51] PAPANTONI, Veatriki: Towards Active Structural Psychoacoustic Control. Braunschweig, Technische Universität Braunschweig, Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 2017
- [52] Puri, R. Srinivasan: Krylov Subspace Based Direct Projection Techniques for Low Frequency, Fully Coupled, Structural Acoustic Analysis and Optimization. Oxford, Oxford Brookes University, Dissertation, 2008
- [53] QUINTANA, Jacob M.; MOWER, Todd M.: Thermomechanical behavior of sandwich panels with graphitic-foam cores. In: *Materials & Design* 135 (2017), S. 411–422
- [54] R & G FASERVERBUNDWERKSTOFFE GMBH: Faserverbundwerkstoffe Handbuch. Waldenbuch, 2020
- [55] SCHUEPHAUS, Florian; FIEDLER, Silvan: Side lining panel for an aircraft cabin. Mai 19, 2009. – U.S. Patent No. US D592,584 S
- [56] SINAMBARI, Gholam R.; SENTPALI, Stefan: Ingenieurakustik: Physikalische Grundlagen, Anwendungsbeispiele und Übungen. 6. Aufl. Wiesbaden: Springer, 2020
- [57] Society of Automotive Engineers: AIR 1168/3: Aerothermodynamic systems engineering and design. 3. Aufl. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1990 (SAE aerospace applied thermodynamics manual, Aerospace information report)
- [58] STELZMANN, Ulrich; GROTH, Clemens; MÜLLER, Günter: FEM für Praktiker Band 2: Strukturdynamik: Basiswissen und Arbeitsbeispiele zu FEM-Anwendungen

- der Strukturdynamik Lösungen mit dem FE-Programm ANSYS. Bd. 2. 5. Aufl. Renningen : expert Verlag, 2008
- [59] TEWES, Stephan: Active Trim Panel Attachments for Control of Sound Transmission through Aircraft Structures. München, Technische Universität München, Fakultät für Maschinenwesen, Dissertation, 2006
- [60] VON BÖCKH, Peter; Wetzel, Thomas: Wärmeübertragung: Grundlagen und Praxis. 5. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer, 2014
- [61] ZIENKIEWICZ, Olgierd C.; TAYLOR, Robert L.: The Finite Element Method Volume 1: The Basis. 5. Aufl. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000

## A Anhang

#### A.1 Berechnung der Biegewellenlänge einer isotropen Platte

In diesem Abschnitt wird ergänzend zu Kapitel 6.4 die Biegewellenlänge einer isotropen Platte nach Gleichung (2.3) ermittelt. Zur Berechnung der Biegewellenlänge sind neben der maximal zu betrachtenden Frequenz  $f_{max} = 1700$ Hz außerdem die Biegesteifigkeit B und die flächenbezogene Masse  $\tilde{m}$  erforderlich, die sich mit Hilfe der in Tabelle 6.4 zusammengefassten Parameter berechnen lassen. Für die Biegesteifigkeit B der Platte gilt nach Gleichung (2.4):

$$B = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{72400\text{MPa} \cdot (0.002\text{m})^3}{12 \cdot (1-0.33^2)} = 54.1653\text{Nm}.$$
 (A.1)

Die flächenbezogene Masse wird nach Gleichung (2.5) bestimmt zu

$$\tilde{m} = \rho d = 2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.002 \text{m} = 5.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}.$$
 (A.2)

Mit den Ergebnissen aus Gleichung (A.1) und (A.2) ergibt sich die Biegewellenlänge zu

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B}{\tilde{m}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi f}} = 2\pi \sqrt[4]{\frac{54.1653\text{Nm}}{5.6\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 1700\text{Hz}}} = 0.107\text{m}.$$
 (A.3)

#### A.2 Überprüfung der statischen Lasten auf Linearität

In diesem Abschnitt werden basierend auf Kapitel 6.4 die statischen Lasten, die eine Vorspannung in der im Folgenden zu untersuchenden Platte hervorrufen, mit Hilfe einer Modalanalyse auf Linearität geprüft. Die Druckbelastung und die thermische Last werden dafür im Folgenden separat untersucht und im Rahmen einer Analyse der linear sowie nichtlinear vorgespannten Struktur gegenübergestellt. Für eine linear statische Analyse wird die Methode, die auf den Befehl *PSTRES* basiert, angewendet. Im Falle des nichtlinearen Verhaltens wird eine lineare Perturbationsanalyse durchgeführt.

#### A.2.1 Überprüfung der Druckbelastung auf Linearität

Das Modell der ebenen Platte wird gemäß der in Kapitel 6.4 gegebenen Beschreibung gebildet und unter Berücksichtigung der durch die Druckbelastung  $\Delta p$  hervorgerufenen Vorspannung analysiert, siehe Kapitel 6.3. Wie bereits einleitend erwähnt wurde, wird sowohl ein lineares als auch ein nichtlineares Verhalten untersucht. Als Diskretisierung wird die nach der Faustformel bestimmte Elementkantenlänge von  $l_e = 0.01$ m gewählt, siehe Kapitel 6.4. Die Auslenkungen in z-Richtung der statischen Analyse sind in Abbildung A.1 dargestellt. Es zeigt sich eine maximale Auslenkung von  $u_{z,max} = 0.002103$ m in der Plattenmitte, die sowohl im Falle linearen als auch geometrisch nichtlinearen Verhaltens auftritt.

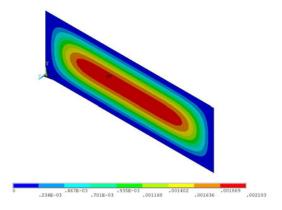


Abbildung A.1: Plattenauslenkung des einschaligen Modells in z-Richtung der statischstrukturmechanischen Analyse

Die ersten zehn Eigenfrequenzen  $f_{linear}$  bzw.  $f_{nichtlinear}$  der durch die Druckdifferenz linear und nichtlinear vorgespannten Platte sowie deren relative Abweichungen sind in Tabelle A.1 zusammengefasst. Die relative Abweichung  $\Delta f_{\%}$  zwischen den Eigenfrequenzen  $f_{linear}$  und  $f_{nichtlinear}$  werden zu

$$\Delta f_{\%} = \frac{f_{nichtlinear} - f_{linear}}{f_{linear}} \cdot 100\% \tag{A.4}$$

berechnet.

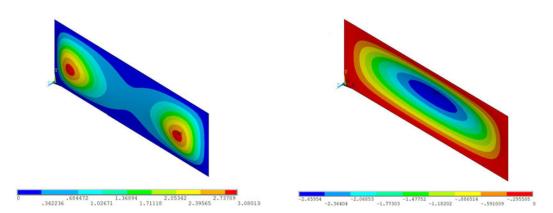
Bei dem Vergleich der Ergebnisse der Modelle mit linearem und nichtlinearem Verhalten fällt auf, dass die Eigenfrequenzen, die auf der linear statischen Strukturanalyse basieren, deutlich höher liegen als diejenigen, die auf einem nichtlinearen Verhalten beruhen, was bereits auf ein nichtlineares Verhalten schließen lässt.

Tabelle A.1: Vergleich der Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils bei Druckbelastung unter linearem und nichtlinearem Verhalten

Mode	Eigenfrequenz [Hz] des Modells bei Druckbelastung (linear)	Eigenfrequenz [Hz] des Modells bei Druckbelastung (nichtlinear)	relative Abweichung [%]
(1,1)	861.10	508.94	-40.90
(2,1)	861.42	529.20	-38.57
(3,1)	949.74	572.77	-39.69
(4,1)	1019.3	647.79	-36.45
(5,1)	1125.6	756.94	-32.75
(6,1)	1206.9	900.58	-25.38
(1,2)	1217.9	921.14	-24.37
(2,2)	1266.7	950.21	-24.99
(3,2)	1291.5	1004.3	-22.24
(7,1)	1383.1	1078.4	-22.03

Dies wird zusätzlich durch die Eigenformen bestätigt. Wie beispielhaft für die (1,1)-Mode in Abbildung A.2 gezeigt ist, weist das Modell mit einer linearen Vorspannung im Vergleich zu dem Modell mit einer nichtlinearen Vorspannung für die Moden untypische Deformationen auf. Es lässt sich also schlussfolgern, dass die Auslenkungen, die sich aus der statisch-strukturmechanischen Analyse ergeben, ein geometrisch nichtlineares Ver-

halten verursachen.



(a) (1,1)-Mode der Platte bei Druckbelastung (b) (1,1)-Mode der Platte bei Druckbelastung unter linearem Verhalten unter nichtlinearem Verhalten

Abbildung A.2: Gegenüberstellung der (1,1)-Mode des durch die Druckdifferenz linear sowie nichtlinear vorgespannten, einschaligen Modells

Für alle weiteren Analysen, welche die Druckbelastung als statische Last einschließen, wird daher eine lineare Perturbationsanalyse durchgeführt, die auf einem nichtlinear vorgespannten Zustand basiert.

#### A.2.2 Überprüfung der thermischen Belastung auf Linearität

Analog zu Abschnitt A.2.1 wird das betrachtete Modell der ebenen Platte nun mit einer durch die thermischen Lasten hervorgerufenen Vorspannung untersucht. Es gelten die in Tabelle 6.4 gegebenen Parameter sowie die Elementkantenlänge  $l_e = 0.01$ m. Das Modell wird entsprechend des Ablaufplans nach Abbildung 6.2 analysiert. Die aus der statischen Strukturanalyse resultierenden Auslenkungen liegen im Bereich des numerischen Rauschens und sind dementsprechend zu vernachlässigen. Tabelle A.2 stellt die ersten zehn Eigenfrequenzen des linear und nichtlinear vorgespannten Modells sowie deren relative Abweichung nach Gleichung (A.4) gegenüber. Es zeigen sich sehr kleine Abweichungen zwischen den Eigenfrequenzen, sodass insgesamt ein lineares Verhalten bei einer thermischen Vorspannung angenommen werden kann.

Tabelle A.2: Vergleich der Eigenfrequenzen des einschaligen Bauteils bei thermischer Belastung unter linearem und nichtlinearem Verhalten

Mode	Eigenfrequenz [Hz] des Modells bei thermischer Belastung (linear)	Eigenfrequenz [Hz] des Modells bei thermischer Belastung (nichtlinear)	relative Abweichung [%]
(1,1)	624.17	623.31	-0.1378
(2,1)	701.47	700.52	-0.1354
(3,1)	819.40	818.31	-0.1330
(4,1)	969.89	968.59	-0.1340
(5,1)	1148.2	1146.6	-0.1393
(1,2)	1316.3	1314.3	-0.1519
(6,1)	1352.2	1350.3	-0.1405
(2,2)	1366.8	1364.8	-0.1463
(3,2)	1450.2	1448.0	-0.1517
(4,2)	1565.1	1562.8	-0.1470

#### A.3 Parameter der Simulationsmodelle

Im Folgenden werden die Modellgeometrien sowie die Materialeigenschaften der in Kapitel 7.1 vorgestellten Modelle  $\mathbb{M}_1$  bis  $\mathbb{M}_3$  tabellarisch aufgelistet.

Tabelle A.3: Modellgeometrie des einschaligen Bauteils

Plattenlänge [m]:	0.6
Plattenbreite [m]:	0.2
Dicke der Platte [m]:	0.002
Elementkantenlänge [m]:	0.005
Anzahl der Schichten [-]:	1

Tabelle A.4: Modellgeometrie des zweischaligen Bauteils mit Kavität

Plattenlänge [m]:	0.6
Plattenbreite [m]:	0.2
Anzahl der Primärstrukturschichten [-]:	1
Anzahl der Liningschichten [-]:	3
Dicke der Primärstruktur [m]:	0.002
Dicke der kabinenseitigen Deckschicht (Lining) [m]:	0.0002
Dicke des Kerns (Lining) [m]:	0.002
Dicke der rumpfseitigen Deckschicht (Lining) [m]:	0.00025
Abstand der Platten [m]:	0.12
Jeweilige Dicke der Fluidschicht mit FSI [m]:	0.005
Dicke der Fluidschicht ohne FSI [m]:	0.11
Elementkantenlänge [m]:	0.005

Tabelle A.5: Modellgeometrie des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen

Plattenlänge[m]:	0.6
Plattenbreite [m]:	0.2
Anzahl der Primärstrukturschichten [-]:	1
Anzahl der Liningschichten [-]:	3
Dicke der Primärstruktur [m]:	0.002
Dicke der kabinenseitigen Deckschicht (Lining) [m]:	0.0002
Dicke des Kerns (Lining) [m]:	0.004
Dicke der rumpfseitigen Deckschicht (Lining) [m]:	0.00025
Kavitätstiefe [m]:	0.12
Jeweilige Dicke der Fluidschicht mit FSI [m]:	0.005
Dicke der Fluidschicht ohne FSI [m]:	0.05
Jeweilige Dicke der Isolierung [m]:	0.03
Elementkantenlänge [m]:	0.005

Tabelle A.6: Materialeigenschaften der Primärstruktur bzw. des einschaligen Bauteils

E-Modul [MPa]:	72400
Querkontraktionszahl [-]:	0.33
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	2800
Dämpfungsverhältnis [%]:	1
Wärmeausdehnungskoeffizient $\left[\frac{1}{K}\right]$ :	$23.1 \cdot 10^{-6}$
Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m K}\right]$ :	230

Tabelle A.7: Materialeigenschaften des Linings

Tabelle A.7: Materialeigenschaften des Linings		
Materialeigenschaften der kabinenseitigen D	eckschicht (Lining):	
E-Modul [MPa]:	12500	
Querkontraktionszahl [-]:	0.35	
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	3300	
Dämpfungsverhältnis [%]:	1%	
Wärmeausdehnungskoeffizient $\left[\frac{1}{K}\right]$ :	$25.0 \cdot 10^{-6}$	
Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m K}\right]$ :	0.25	
Materialeigenschaften der rumpfseitigen Deckschicht (Lining):		
E-Modul [MPa]:	17000	
Querkontraktionszahl [-]:	0.35	
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	5500	
Dämpfungsverhältnis [%]:	1%	
Wärmeausdehnungskoeffizient $\left[\frac{1}{K}\right]$ :	$25.0\cdot10^{-6}$	
Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m K}\right]$ :	0.25	
Materialeigenschaften des Kerns (Lining):		
E-Modul in $x$ -, $y$ - und $z$ -Richtung [MPa]:	0.6	
Schubmodul in der $x$ - $y$ -Ebene [MPa]:	0.25	
Schubmodul in der $x$ - $z$ -Ebene [MPa]:	17	
Schubmodul in der $y$ - $z$ -Ebene [MPa]:	25	
Querkontraktionszahl in $x$ -, $y$ - und $z$ -Richtung [-]:	0	
Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	0	
Dämpfungsverhältnis [%]:	1%	
Wärmeausdehnungskoeffizient $\left[\frac{1}{K}\right]$ :	$17.0 \cdot 10^{-6}$	
Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m \text{ K}}\right]$ :	0.06	

Tabelle A.8: Materialeigenschaften des akustischen Fluids des zweischaligen Bauteils mit Kavität

Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	1.204
Schallgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$ :	343
Äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand $\left[\frac{m^2K}{W}\right]$ :	0.18
Äquivalente Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m K}\right]$ :	0.666667

Tabelle A.9: Materialeigenschaften des akustischen Fluids des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierung

Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ :	1.204
Schallgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$ :	343
Äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand des Fluids mit FSI $\left[\frac{m^2K}{W}\right]$ :	0.11
Äquivalenter Wärmedurchlasswiderstand des Fluids ohne FSI $\left[\frac{m^2K}{W}\right]$ :	0.18
Äquivalente Wärmeleitfähigkeit des Fluids mit FSI $\left[\frac{W}{m K}\right]$ :	0.0454545
Äquivalente Wärmeleitfähigkeit des Fluids ohne FSI $[\frac{W}{m K}]$ :	0.277778

Tabelle A.10: Materialeigenschaften der Isolierung

Porosität [-]:	0.84
Tortuosität [-]:	3.8
Strömungswiderstand $\left[\frac{\text{kN s}}{\text{m}^4}\right]$	200
Viskose charakteristische Länge $[\mu m]$ :	50
Thermische charakteristische Länge $[\mu m]$ :	295
Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{W}{m K}\right]$ :	0.02

## A.4 Analytische Berechnung des Wärmedurchgangs des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen

Zur Verifizierung des Wärmedurchgangs durch das zweischaligen Bauteil mit Kavität und Isolierungen (Kapitel 7.2.1) wird dieser gemäß Kapitel 3.2 analytisch ermittelt. Eine schematische Querschnittsdarstellung des Modells mit einer Ansicht der verschiedenen Schichten ist in Abbildung A.3 gegeben.

Wie bereits in Kapitel 6 beschrieben wurde, wird die Temperatur an der Außenseite unter Berücksichtigung der strömungsbedingten Aufheizung der Struktur nach Gleichung 6.1 zu  $T_{W,a}=250.756\mathrm{K}$  berechnet und weitere Konvektionsbedingungen an dieser Stelle vernachlässigt. In der Kabine wird von einer Umgebungstemperatur  $T_{F,Cabin}=295.65\mathrm{K}$  und einem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{Cabin}=8.0\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}}$  ausgegangen. Für die Modellparameter wird auf Kapitel 7.1.3 verwiesen.

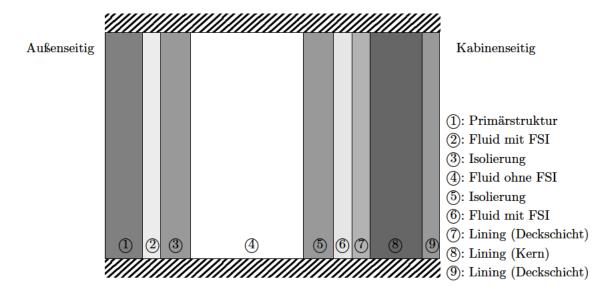


Abbildung A.3: Schematische Querschnittsansicht des zweischaligen Bauteils mit Kavität und Isolierungen

Zunächst wird der Wärmedurchgangswiderstands  $R_T$  nach Gleichung (3.9) bestimmt. Da die Konvektion an der Außenseite und damit der Wärmeübergangskoeffizient  $R_{S,a}$ 

vernachlässigt werden kann, gilt für den Wärmedurchgangswiderstand

$$R_T = R_{S,Cabin} + \sum_{i=1}^n R_i. \tag{A.5}$$

In Bezug auf das hier betrachtete zweischalige Bauteil ergibt sich unter Vernachlässigung der Wärmestrahlung mit dem Wärmedurchlasswiderstand R nach Gleichung (3.8), der sich zu

$$R = \sum_{i=1}^{9} R_{i}$$

$$R = \frac{0.002 \text{m}}{230 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} + 2 \cdot 0.11 \frac{\text{m}^{2} \text{K}}{\text{W}} + 2 \cdot \frac{0.03 \text{m}}{0.02 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} + 0.18 \frac{\text{m}^{2} \text{K}}{\text{W}} + \frac{0.00025 \text{m}}{0.25 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}$$

$$+ \frac{0.004 \text{m}}{0.06 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} + \frac{0.0002 \text{m}}{0.25 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}$$

$$R = 3.46848 \frac{\text{m}^{2} \text{K}}{\text{W}}$$
(A.6)

berechnet, und mit Gleichung (3.6) für den Wärmedurchgangswiderstand:

$$R_T = R_{S,Cabin} + R$$

$$R_T = \frac{1}{8.0 \frac{W}{m^2 K}} + 3.46848 \frac{m^2 K}{W}$$

$$R_T = 3.59348 \frac{m^2 K}{W}.$$
(A.7)

Wird Gleichung (3.10) in Gleichung (3.11) eingesetzt, so folgt für die Wärmestromdichte unter Vernachlässigung der außenseitigen Konvektion

$$\dot{q} = \frac{1}{R_T} (T_{F,Cabin} - T_{W,a})$$

$$\dot{q} = \frac{1}{3.59348 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}} (295.65 \text{K} - 250.756 \text{K})$$

$$\dot{q} = 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$
(A.8)

Unter Berücksichtigung von Gleichung (3.12) resultiert für die kabinenseitige Oberflächentemperatur  $T_{W,Cabin}$  in Anlehnung an Gleichung (3.13)

$$T_{W,Cabin} = T_{F,Cabin} - \frac{\dot{q}}{\alpha_{Cabin}}$$

$$T_{W,Cabin} = 295.65 \text{K} - \frac{12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{8.0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}}$$

$$T_{W,Cabin} = 294.088 \text{K}.$$
(A.9)

Analog zu den Gleichungen (3.14) bis (3.16) folgt für die Temperaturen an den Grenzschichten:

$$T_{8/9} = T_{W,Cabin} - \frac{d_9}{\lambda_9} \dot{q}$$

$$T_{8/9} = 294.088K - \frac{0.0002m}{0.25 \frac{W}{mK}} \cdot 12.4932 \frac{W}{m^2}$$

$$T_{8/9} = 294.078K,$$
(A.10)

$$\begin{split} T_{7/8} &= T_{8/9} - \frac{d_8}{\lambda_8} \dot{q} \\ T_{7/8} &= 294.078 \text{K} - \frac{0.004 \text{m}}{0.06 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ T_{7/8} &= 293.245 \text{K}, \end{split} \tag{A.11}$$

$$\begin{split} T_{6/7} &= T_{7/8} - \frac{d_7}{\lambda_7} \dot{q} \\ T_{6/7} &= 293.245 \text{K} - \frac{0.00025 \text{m}}{0.25 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ T_{6/7} &= 293.233 \text{K}, \end{split} \tag{A.12}$$

$$T_{5/6} = T_{6/7} - R_6 \dot{q}$$

$$T_{5/6} = 293.233 \text{K} - 0.11 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$T_{5/6} = 291.859 \text{K},$$
(A.13)

$$\begin{split} T_{4/5} &= T_{5/6} - \frac{d_5}{\lambda_5} \dot{q} \\ T_{4/5} &= 291.859 \text{K} - \frac{0.03 \text{m}}{0.02 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ T_{4/5} &= 273.119 \text{K}, \end{split} \tag{A.14}$$

$$T_{3/4} = T_{4/5} - R_4 \dot{q}$$

$$T_{3/4} = 273.119 \text{K} - 0.18 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$T_{3/4} = 270.870 \text{K},$$
(A.15)

$$\begin{split} T_{2/3} &= T_{3/4} - \frac{d_3}{\lambda_3} \dot{q} \\ T_{2/3} &= 270.870 \text{K} - \frac{0.03 \text{m}}{0.02 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ T_{2/3} &= 252.130 \text{K}, \end{split} \tag{A.16}$$

$$T_{1/2} = T_{2/3} - R_2 \dot{q}$$

$$T_{1/2} = 252.130 \text{K} - 0.11 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$T_{5/6} = 250.756 \text{K}.$$
(A.17)

Außerdem wird zur Kontrolle die Temperatur an der außenseitigen Oberfläche  $T_{W,a}$  berechnet zu

$$\begin{split} T_{W,a} &= T_{1/2} - \frac{d_1}{\lambda_1} \dot{q} \\ T_{W,a} &= 250.756 \text{K} - \frac{0.002 \text{m}}{230 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 12.4932 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ T_{W,a} &= 250.756 \text{K}. \end{split} \tag{A.18}$$

Die berechnete Temperatur  $T_{W,a}$  ist übereinstimmend mit der gegebenen Randbedingung.

## A.5 Berechnung der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz des zweischaligen Bauteils mit Kavität

In diesem Abschnitt wird ergänzend zu Kapitel 7.4 die Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz des zweischaligen Bauteils mit Kavität ermittelt.

Zur Berechnung der Masse-Feder-Masse-Resonanzfrequenz sind die flächenbezogenen Massen der Primärstruktur  $\tilde{m}_P$  und des Linings  $\tilde{m}_L$  erforderlich, die sich nach Gleichung (2.5) zu

$$\tilde{m}_P = \rho_P d_P$$

$$\tilde{m}_P = 2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.002 \text{m}$$

$$\tilde{m}_P = 5.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$
(A.19)

und

$$\tilde{m}_{L} = \sum_{i=1}^{3} \rho_{i} d_{i}$$

$$\tilde{m}_{L} = 3300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{3}} \cdot 0.0002 \text{m} + 0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{3}} \cdot 0.004 \text{m} + 5500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{3}} \cdot 0.00025 \text{m}$$

$$\tilde{m}_{L} = 2.035 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{2}}$$
(A.20)

ergeben. Unter Zuhilfenahme der Kavitätstiefe nach Tabelle A.4 und der Fluidparametern nach Tabelle A.8 ist gemäß Gleichung (2.32) die Masse-Feder-Masse-Resonanz bei einer Frequenz von

$$f_{0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(\tilde{m}_{P} + \tilde{m}_{L})}{\tilde{m}_{P}\tilde{m}_{L}} \cdot \frac{\rho_{F}c_{F}^{2}}{h}}}$$

$$f_{0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{2}} + 2.035 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{2}}}{5.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{2}} \cdot 2.035 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{2}}} \cdot \frac{1.204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{3}} \cdot (343 \frac{\text{m}}{\text{s}})^{2}}{0.12\text{m}}}$$

$$f_{0} = 141.535\text{Hz}$$
(A.21)

zu erwarten.



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Hamburg University of Applied Sciences

#### Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit "– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen."

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als <u>letztes Blatt</u> in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

	<u>Erklärung zur s</u>	elbstständigen Bearbe	itung der Arbeit	
Hiermit ver	sichere ich,			
Name:	Allebrodt			
Vorname:	Pia			
	e vorliegende Bachelorarbei chneten Teile der Arbeit – ı		uppenarbeit die entspreche	end
Entwicklung gekoppelter	g einer Methode zur numerisch r Analysen an Flugzeug-Kabine	en Simulation multiphysika enkomponenten	lischer, thermisch-strukturaku	stisch
benutzt hal	de Hilfe selbständig verfasst be. Wörtlich oder dem Sinn r Quellen kenntlich gemach	nach aus anderen Werk		nd unter
-	- die folgende Aussage ist bei (	Gruppenarbeiten auszufülle	n und entfällt bei Einzelarbeite	n -
Die Kennze erfolgt durc	eichnung der von mir erstellt ch:	ten und verantworteten T	eile der Bachelorarbeit	ist
	Hamburg	27.11.2020		
	Ort	Datum	Unterschrift im Origina	l