

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences

Masterarbeit

Jan Möllenhecker

Aufbau eines FE-Submodells eines zweireihigen Vierpunktlagers

Fakultät Technik und Informatik Department Maschinenbau und Produktion Faculty of Engineering and Computer Science Department of Mechanical Engineering and Production Management Jan Möllenhecker

Aufbau eines FE-Submodells eines zweireihigen Vierpunktlagers

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung

im Studiengang Berechnung und Simulation am Department Maschinenbau und Produktion der Fakultät Technik und Informatik der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit: Fraunhofer IWES Am Schleusengraben 22, 21029 Hamburg

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Kolarov Zweitprüfer: Dr.-Ing. Matthias Stammler

Abgabedatum: 25.02.2022

Zusammenfassung

Name des Studierenden:

Jan Möllenhecker

Thema der Masterthesis

Aufbau eines FE-Submodells eines zweireihigen Vierpunktlagers

Stichworte

FEM, Windenergieanlage, Pitchlager, Blattlager, Finite-Elemente-Methode, Kontaktsimulation, Vierpunktlager

Zusammenfassung

Diese Masterarbeit beschäftigt sich mit der Erstellung eines FE-Submodells. Hierzu wird eine Methode entwickelt, mit der ein globales Modell auf das Submodell übertragen werden kann. Anschließend wird die erarbeite Methode ausgewertet und mit Ergebnissen des globalen Modells abgeglichen.

Name of Student

Jan Möllenhecker

Title of the paper

Design of an FE submodel of a double row four-point contact bearing

Keywords

FEM, wind turbine, pitch bearing, blade bearing, finite element method, contact simulation, four-point bearing,

Abstract

This master thesis deals with the creation of a FE-submodel. For this purpose, a method is developed with which a global model can be transferred to the submodel. Subsequently, the developed method is evaluated and compared with the results of the global model.

Kurzreferat

Das Ziel der vorliegenden Masterarbeit ist der Aufbau eines Submodells, welches ein zweireihiges Vierpunktlager abbildet. Das Modell soll dazu dienen, ein globales Lagermodelle detaillierter auswerten zu können. Bei den auszuwertenden Lagermodellen handelt es sich um ein Feder- und ein Kugelmodell, die aufgrund von Limitierungen in der Auswertung anhand der Finite-Elemente Methode betrachtet werden. Bei dem Federmodell wird der Wälzkörper durch eine Feder ersetzt, die fest an einem Punkt auf einer starren Platte fixiert ist mit Beeinträchtigungen in der Beweglichkeit – als Konsequenz sind einige Auswertungen dieses Modells, zu dem unter anderem die Scherspannungen gehören, nicht möglich. Das globale Kugelmodell wird dagegen durch seine Größe beschränkt – es ist relativ grob vernetzt, besitzt ausmodellierte Wälzkörper für die Simulation und kann dadurch eine schnelle Lösung genieren. Eine feinere Vernetzung würde die Lösungszeit deutlich verlängern und ist somit nicht praktikabel bei ständigen Änderungen am Lager.

Des Weiteren wird das Submodell validiert und verifiziert. Hierzu werden verschiedene Untersuchungen anhand eines einfachen axialen Belastungsfalls mithilfe der Hertz'schen Theorie durchgeführt. Die getroffenen Kontaktparameter werden anschließend auf die verwendete Methode angewandt.

Um die Abbildegenauigkeit der verwendeten Methode aufzuzeigen, werden anhand des Kontaktwinkels und der Kontaktkraft Vergleiche zwischen dem globalen Modell und dem Submodell getroffen. Hierzu wurde das globale Modell simuliert und die entstanden Modellverschiebungen auf das Submodell für die Auswertung übertragen. Durch diesen Abgleich fällt auf, dass es eine große Diskrepanz zwischen dem Federmodell und dem Submodell gibt. Hierbei sind die Abweichungen so groß, dass eine konkrete Aussage zum Federmodell nicht möglich ist. Im Gegensatz dazu konnte das Kugelmodell sehr gute Ergebnisse erzielen mit nur geringen Abweichungen gegenüber des Submodells.

Aufgabenstellung

Aufbau eines FE-Submodells eines zweireihigen Vierpunktlagers

In heutigen Windenergieanlagen werden hauptsächlich zweireihige Vierpunktlager als Rotorblattlager verbaut. Die Größe der Lager variiert dabei je nach Anlagenklasse zwischen 2 und 6 Metern Durchmesser. Bei solchen Lagerdimensionen beinhaltet das Lager eine große Anzahl an Wälzkörpern. Bei der Erstellung eines FE-Lagermodells müsste jeder Kontakt eines Wälzkörpers mit der Laufbahn ausreichend fein vernetzt werden, um die Kontakteigenschaften detailliert abbilden zu können. Dies führt zu einer sehr großen Anzahl an Knoten und Elementen führen und der Rechenaufwand wird enorm groß. Aus diesem Grund werden die Wälzkörper häufig mit nicht linearen Federelementen modelliert. Diesen Federn kann das Verhalten des Wälzkörper- Laufbahn Kontaktes vorgegeben werden und die Anzahl an Knoten und Elementen kann signifiziert reduziert werden. Solche reduzierten Wälzlagermodelle eignen sich sehr gut, um die globale Lastverteilung des Lagers zu berechnen. Durch die Verwendung von Federelementen sind jedoch keine Informationen mehr über die lokalen Eigenschaften des Wälzkörper-Laufbahn Kontaktes vorhanden.

Genau da setzt diese Arbeit an. Ziel der Arbeit ist es, ein Submodell eines zweireihigen Vierpunktlagers mittels ANSYS aufzubauen. Dieses Submodell soll nur ein Wälzkörperpaar (jeweils ein Wälzkörper pro Reihe unter der Annahme, dass diese sich an der gleichen Winkelposition befinden) enthalten. Durch die Verwendung eines Submodells mit zwei Kugeln, kann der Wälzkörper-Laufbahn Kontakt bei vertretbarem Rechenaufwand ausreichend fein vernetzt werden, um detaillierte Informationen über die Kontakteigenschaften zu ermitteln. Besonders die Schubspannungsverteilung in der Nähe des Kontaktes ist von entscheidender Bedeutung für die Berechnung der Lebensdauer des Lagers und somit eine wichtige Größe bei der Lagerauslegung. Die konkreten Aufgaben der Masterarbeit sind nachfolgend aufgelistet:

- Erstellung des Submodells
- Parameterstudie zur Modellierung des Wälzkörper-Laufbahn Kontaktes
- Übertragung der Randbedingungen aus einem globalen Lagermodell auf das Submodell
- Abgleich der Ergebnisse mit anderen Modellen und experimentellen Daten
- Durchführung transienter Simulationen zur Untersuchung der Schubspannungsverteilungen bei oszillierenden Bewegungen*

* Je nach vorhandener Zeit, wird diese Aufgabe einer weiterführenden Arbeit.

Inhaltverzeichnis

1	1 Einleitung			
2	Stand der Technik			
	2.1	.1 Windenergieanlagen		
	2.1	1 Rotorblattlager einer Windenergieanlage	4	
	2.1	2 Besonderheiten von Vierpunktlagern	6	
	2.1	3 Kräfte am Rotorblattlager	7	
	2.2	Hertz'sche Pressung	9	
	2.3	Finite-Elemente-Methode	11	
	2.3	1 Grundlagen von FE-Analysen	11	
	2.3	2 Kontaktearten	13	
	2.3	3 Kontaktalgorithmen	14	
	2.3	4 Kontaktsteifigkeit	18	
	2.3	5 Submodelling	20	
3	Au	bau und Verifizierung des Submodells	22	
	3.1	Modellorientierung	22	
	3.2	Modellaufbau	22	
	3.3	Randbedingungen und Kontakteinstellungen	24	
	3.4	Netzkonvergenzanalyse	27	
	3.5 Kontaktsteifigkeitsuntersuchung		35	
	3.6	Zusammenfassung	38	
4	Sin	nulation und Ergebnisse	39	
	4.1	Globales Federmodell und Kugelmodell	39	
	4.2	Vereinfachte Rotorstern Baugruppe	41	
	4.3	Übertrag der globalen Randbedingungen auf das Submodell	41	
	4.4	Auswertung der Modelle	43	
	4.5	Zusammenfassung der Simulationsergebnisse	56	
5	Faz	it und Ausblick	57	
6	An	nang Erklärung zur selbständigen Bearbeitung	60	

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1-1: Ausbau der Windenergie bis 2030 [2] 1
Abb. 2-1: Schematischer Aufbau einer Horizontalachsen-Windenergieanlage [3] 4
Abb. 2-2: Aufbau eines Vierpunktlagers (links) und bei Verformung auftretende Spannungsverteilungen (rechts) [9]5
Abb. 2-3: Schnittansicht eines drei reihiges Vierpunktlagers der Firma IMO [9]6
Abb. 2-4: Beispielhafte Darstellung des Druckwinkels bei Erhöhung der Last [10]
Abb. 2-5: Elektrische Pitch System im Inneren der Rotornabe [3]
Abb. 2-6:Rotorblattkoordinatensystem nach Germanischer Lloyd [17]
Abb. 2-7: Schematische Darstellung des Hertz'schen Kontakts [20]
Abb. 2-8: Schematische Darstellung der Hertz'schen Kontaktfläche eines Punktkontakts [20]10
Abb. 2-9: Ablauf einer FE-Analyse12
Abb. 2-10: Federbeispiel [28]14
Abb. 2-11: Federbeispiel Gegenkraft [28]15
Abb. 2-12: Darstellung der Eindringtiefe nach ANSYS [30]18
Abb. 2-13: Kraftkonvergenz bei zu großer Kontaktsteifigkeit [28]19
Abb. 2-14: Dicke Solid-Elemente nach [28]20
Abb. 2-15: Schematische Darstellung eines Submodells [34]21
Abb. 3-1: Modellorientierung22
Abb. 3-2: CAD-Modell23
Abb. 3-3: Randbedingungen für den Vergleich zwischen Hertz'scher Theorie und Submodell25
Abb. 3-4: Definierter Kontakt zwischen Laufbahn und Kugel mit der Kontaktfläche (rot) und der Zielfläche (blau)
Abb. 3-5: Schematisches Netz des Submodells27
Abb. 3-6: Berechnungszeit in Abhängigkeit der Gesamtzahl der Elementknoten
Abb. 3-7: Globale Kraft über Verschiebung des Innenrings für die Netzbestimmung29
Abb. 3-8: Verschiebung des Innenrings über Kontaktkraft für die Netzbestimmung30

Abb. 3-9: Fläche der Kontaktfläche über globale Axialkraft
Abb. 3-10: Pressung über die Verschiebung des Innenrings für die Netzbestimmung32
Abb. 3-11: Scherspannungen über Verschiebung mit verschiedenen Netzgrößen
Abb. 3-12: Maximale Scherspannung im Verhältnis zur Rechenzeit
Abb. 3-13: Globale Kraft im Verhältnis zur Innenringverschiebung
Abb. 3-14: Maximale Pressung über Verschiebung des Innenrings
Abb. 3-15: Kontaktkraft über Verschiebung des Innenrings
Abb. 4-1: Schematischer Aufbau des Federmodells [21]
Abb. 4-2: Nomenklatur für die Laufbahnbezeichnung40
Abb. 4-3: Schnittmodell des globalen Kugelmodells40
Abb. 4-4: Ein Drittel einer Nabe mit angeschlossenem Lager und FTE41
Abb. 4-5: Punktewolke des globalen Modells in ANSYS Workbench42
Abb. 4-6: Vektordarstellung der Knotenverschiebungen an den Schnittflächen des Submodells43
Abb. 4-7: Verschiebung des Innenrings über globale Axialkraft von Feder- und Kugelmodell 45
Abb. 4-8: Verschiebung des Innenrings im Verhältnis zur Kontaktkraft für das Feder- und Kugelmodell46
Abb. 4-9: Verschiebung des Innenrings im Verhältnis zur maximalen Pressung für das Feder- und Kugelmodell47
Abb. 4-10: Submodell im belasteten Zustand in einer zehnfach überhöhten Darstellung .49
Abb. 4-11:Winkelabhängige Lastverteilung auf den Laufbahnen der Baugruppe52
Abb. 4-12: Auswertung der Maximale Scherspannungen

Tabellenverzeichnis

Tab. 2-1: Kontaktarten [28, 30]13
Tab. 3-1: Wichtigste Kugellagerdaten im Überblick23
Tab. 3-2: Lastfall Übersicht für den Abgleich mit der Hertz'schen Theorie25
Tab. 3-3: Überblick aller Einstellungsparameter in ANSYS
Tab. 4-1: Vergleich der Kontaktwinkel zwischen Federmodell und Submodell in 0° Stellung
Tab. 4-2: Vergleich der Kontaktwinkel zwischen Kugelmodell und Submodell in 0° Stellung
Tab. 4-3: Vergleich der Kontaktkräfte zwischen Federmodell und Submodell in 0° Stellung
Tab. 4-4: Vergleich der Kontaktkräfte zwischen Kugelmodell und Submodell in 0° Stellung
Tab. 4-5: Vergleich der Kontaktkräfte und -winkel zwischen globalem Federmodell und Submodell in 49° und 340° Stellung53
Tab. 4-6: Vergleich der Kontaktkräfte und -winkel zwischen globalem Kugelmodell und Submodell in 49° und 340° Stellung54

Nomenklatur

Abkürzungen

CAD	Computer Aided Design
EG	Elementgröße
FEM	Finite-Elemente Methode
FKN	Normal penalty stiffness factor / Normalsteifigkeitsfaktor
FTE	Force Transmitting Element
IWES	Institut für Windenergieanlagensysteme
MPC	Multipoint-Constraint
RST-Datei	reStructuredText-Datei

Formelzeichen

Α	$[mm^2]$	Fläche
D_K	[mm]	Kugeldurchmesser
D_L	[mm]	Durchmesser der Laufbahn
D_W	[mm]	Durchmesser des Wälzkontakts
Ε	[MPa]	Elastizitätsmodul
F	[N]	Kraft
$ec{F}$	[<i>N</i>]	Lastvektor
F _{Kontakt}	[<i>N</i>]	Kontaktkraft
F _{Normal}	[N]	Normalkraft
\overline{K}	[—]	Gesamtsteifigkeitsmatrix
L_{0_i}	[-]	Koordinaten der höchsten Pressung einer Laufbahn im Ausgangszustand
L_{1_i}	[-]	Koordinaten der höchsten Pressung einer Laufbahn im Belastungszustand
M _i	[—]	Koordinaten des Kugelmittelpunkts
P _{max}	[MPa]	Maximale Hertz'sche Pressung
Q	[N]	Aufgebrachte Last

R_L [mm]		Radius der Laufbahn		
W	[/]	Energie		
Ζ	[-]	Anzahl der Kugeln		
а	[mm]	Länge der Hertz'schen Kontaktfläche		
a_H	[mm]	Lagerhöhe		
b	[mm]	Breite der Hertz'schen Kontaktfläche		
g	[mm]	Abstand zur Kontaktfläche		
k	[N/mm]	Federkonstante		
k_N	[N/mm]	Normalsteifigkeit		
S	[—]	Schmiegung		
t	[mm]	Dicke der Elemente		
u	[mm]	Verschiebungsweg einer Feder		
\vec{u}	[mm]	Knotenverschiebungen		
$x_{Eindringtiefe}$	[mm]	Eindringtiefe		
Δx	[mm]	Differenz zwischen Federweg und Kontaktfläche		
ε	[-]	Penalty-Parameter		
λ	[-]	Lagrange-Multiplikator		
μ	[-]	Reibkoeffizient		
υ	[—]	Querkontraktionszahl		
arphi	[°]	Winkel		

1 Einleitung

Die Bundesregierung hat es sich zum Ziel gesetzt, die Energiewende mit dem Austausch von Kohle- und Atom- durch Wasser-, Wind- und Sonnenkraft einzuläuten. Der Ausstieg aus der Atomenergie wird mit Ende des Jahres 2022 vollzogen und bis spätestens 2038 soll der Ausstieg aus der Kohlekraft folgen [1]. Durch das Wegfallen dieser Primärenergien, die aktuell noch circa 45% [1] ausmachen, müssen die erneuerbaren Energien stets weiterentwickelt werden. Konkret müssen bis 2030 schätzungsweise 680 bis 750 TWh Strom produziert werden mit dem Ziel, den Anteil an erneuerbaren Energien von derzeit 42,6% (2021) auf rund 80% im Jahre 2030 zu erhöhen [2].





Um dieser Herausforderung begegnen zu können, setzt die Bunderegierung unter anderem auf den Ausbau der Windenergie.

Bis 2030 soll sich der jährliche Zubau von Anlagen an Land (Onshore, hellblau) und auf dem Wasser (Offshore, dunkelblau) stetig erhöhen und ab dem Jahr 2029 jährlich knapp 16 GW an neuer Leitung installiert werden. [2]

Um die Vorgaben der Bundesregierung umsetzen zu können, ist nicht nur der Bau neuer Windenergieanlagen (WEA) wichtig, sondern auch die ständige Weiterentwicklung der einzelnen Komponenten. Da die entnommene Leistung aus dem Wind hauptsächlich durch die Größe des Rotors beeinflusst wird geht der Trend zu immer größer werdenden Rotordurchmessern und Nabenhöhen. Vor allem in Offshore-Windparks ist dieser Trend deutlich erkennbar, da mit gleichbleibender Anzahl von WEAs der Ertrag an generiertem Strom steigt. Für Onshore-Windparks ist ein ähnlicher Trend erkennbar – nicht aber, um den Ertrag der Stromerzeugung zu erhöhen, sondern um auch bei geringen Windstärken konstant Strom erzeugen zu können. Durch die immer größer werdenden WEAs werden auch die jeweiligen Bauteile größer. Dies führt zu neuen technischen Herausforderungen für die Hersteller. So führt vor allem die weiter zunehmende Masse der Rotorblätter zu höheren Belastungen der WEA. Dabei sind besonders die Blattlager, die die Rotorblätter mit der Nabe verbinden, entscheidend, da diese die wirkenden Kräfte und Momente übertragen. Dennoch muss sichergestellt sein, dass die Anlagen einer durchschnittlichen Lebensdauer von 20 Jahren standhalten. [3] Um das Verhalten der Blattlager besser verstehen zu können, werden an dem Fraunhofer IWES Grundlagenuntersuchungen vollzogen. Dabei werden zum einen die Blattlager in einen Prüfstand eingespannt, der die Belastungsdauer von 20 Jahren in einer verkürzten Zeit realitätsnah simulieren kann und zum anderen moderne Simulationswerkzeuge eingesetzt. Hierbei wird die Finite-Elemente-Methode (FEM) verwendet, mithilfe derer in einer frühen Untersuchungsphase genaue Aussagen über das Verhalten der Lager unter Last getroffen werden können. Durch die gewonnenen Erkenntnisse werden nachfolgend Prüfprogramme erstellt, mit denen die Lager besser auf ihre möglichen Schwachstellen untersucht werden können.

Aktuell werden an dem Fraunhofer IWES für die Auslegung globale Feder- oder Kugelmodelle eingesetzt. Diese Modelle können die genauen Kräfte und Momente des Lagers zwar genau genug abbilden, lassen allerdings – durch verschiedene Umstände der Modelle – keine detaillierten Aussagen über das Verhalten in der Kontaktzone zu. Für die Wälzkörperermüdung sind diese Kontaktparameter jedoch essenziell, um genauere Methoden für die Lebensdauerberechnung entwickeln zu können.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein Submodell eines globalen Lagers aufzubauen, welches nur ein Wälzkörperpaar mit deutlich feinerer Vernetzung abbildet. Als Grundlage für das Submodell wurde das Blattlager der IWT7.5 Referenzanlage verwendet. [4] Zur Verifizierung des Kontakts zwischen Kugel und Laufbahn im Submodell werden einige Untersuchungen vollzogen, die mit der Hertz'schen Pressung verglichen werden. Sofern die analysierten Kontaktparameter das Geschehen des Kontakts zuverlässig abbilden können, wird eine Methode entwickelt, mit der das globale Modell auf das Submodell übertragen werden kann. Anschließend werden die Ergebnisse aus dem globalen Modell mit dem Submodell verglichen.

2 Stand der Technik

In diesem Kapitel wird der aktuelle Stand der Technik beschrieben. Hierzu wird zunächst auf die Grundlagen von Windenergieanlagen sowie auch auf die Rotorblattlager, im Speziellen die Vierpunktlager, eingegangen. Mit einer kurzen Erläuterung der Hertz'schen Pressung und den Berechnungsmethoden für eine Kontaktellipse wird nachfolgend in die Grundlagen von FE-Analysen übergeleitet – dabei geht es vor allem um die Modellierung von Kontakten.

2.1 Windenergieanlagen

Erste zuverlässige Quellen, die die Benutzung von Windmühlen bestätigen, stammen aus dem Jahr 644 nach Christus [5]. Ab diesem Zeitpunkt wurden zahlreiche Konzepte zur Leistungsentnahme aus dem Wind entwickelt und vorgestellt. Grundsätzlich lassen sich Windenergieanlagen dabei durch zwei verschiedene Parameter gut unterscheiden. Zum einen wird eine WEA durch die Ausrichtung der Lage der Drehachse des Rotors unterschieden, der horizontal oder vertikal ausgerichtet sein kann. Zum anderen gibt es unterschiedliche Wirkprinzipien, wie die Windenergie in mechanische Energie umgewandelt werden kann Bei dem Prinzip des Widerstandsläufer wird eine im Wind stehende Fläche durch den Wind bewegt, während das Prinzip des Auftriebsläufers die WEA durch den aerodynamischen Auftrieb bei der Umströmung einer geeigneten Fläche antreibt. Der Auftriebsläufer ist heutzutage deutlich verbreiteter als der Widerstandsläufer, während zur Erzeugung von Energie zudem WEA mit horizontal ausgerichteter Drehachse bevorzugt werden. [3, 6]

Die Hauptkomponenten einer WEA mit horizontal angeordnetem Rotor werden in der nachfolgenden Abb. 2-1 aufgezeigt. Hierzu gehören unter anderem die Rotorblätter, die an der Rotornabe und somit an der Rotorwelle befestigt sind. Die Welle wird in diesem Fall mit dem Getriebe verbunden, welches an den Generator angeschlossen ist. Diese Bauteile und weitere sind in der Gondel zu finden, die auf einem Turm steht, der mittels Fundaments mit dem Boden verbunden ist. [3]

Heutige Windenergieanlagen haben einen Rotorblattdurchmesser von bis zu 220 m und sind bis zu 260 m hoch. Mit diesen Dimensionen schaffen es die Anlagenbauer, Leistungen von bis zu 14 Megawatt mit einer Anlage zu generieren. [7]



Abb. 2-1: Schematischer Aufbau einer Horizontalachsen-Windenergieanlage [3]

2.1.1 Rotorblattlager einer Windenergieanlage

Ein Rotorblattlager dient als drehbares Verbindungsstück zwischen der Nabe und dem Rotorblatt. Das Verbindungsstück muss dabei drehbar sein, damit das Rotorblatt je nach Betriebszustand in verschiedene Positionen gefahren werden kann. Der Arbeitsbereich eines Blattlagers bewegt sich meistens in einem Bereich zwischen null bis 90°. Als Rotorblattlager kommen ausschließlich Wälzlager zum Einsatz – hierbei ist die Größe der Lager abhängig von der Größe der Windenergieanlage. Bei einer modernen WEA können diese im Durchmesser bis zu sechs Meter betragen. [3, 8]

Ein Lager besteht immer aus einem inneren und einem äußeren Ring, welche zusammen die Laufbahn bilden. Auf den Laufbahnen bewegen sich Wälzkörper, die von Distanzstücken oder einem sogenannten Käfig in Position gehalten werden – diese haben die Aufgabe, Kräfte zwischen den beiden Ringen zu übertragen und dabei eine Rotation zuzulassen. Kugeln und Laufbahn sind dabei aus einem gehärteten Stahl. [3]



Abb. 2-2: Aufbau eines Vierpunktlagers (links) und bei Verformung auftretende Spannungsverteilungen (rechts) [9]

Zweireihige Vierpunktlager kommen weitestgehend zum Einsatz, hierbei haben die Wälzkörper zu jedem Zeitpunkt mindestens zwei Berührungspunkte mit der Laufbahn. (Vgl. Abb. 2-2 links). Die veränderlichen Kontaktwinkel können dabei zu einem Abschneiden der Kontaktfläche an der Laufbahnkante und damit auch zu einer deutlich erhöhten Beanspruchung an dieser Stelle führen (Vgl. Abb. 2-2 rechts). Im Betrieb soll dies jedoch möglichst verhindert werden, um Spannungsspitzen an den Laufbahnkanten zu vermeiden. [3, 9, 10]

Alternative Konzepte sind beispielsweise dreireihige Lager (Vgl. Abb. 2-3) oder Lager mit zylindrischen Wälzkörpern. Dreireihige Lager haben gesonderte Laufbahnen und Wälzkörperreihen, die die axialen und radialen Kräfte gesondert übertragen können. Dadurch sind diese Lager weniger anfällig für Verformungen, durch zusätzliche Wälzkörper jedoch teurer. [3]



Abb. 2-3: Schnittansicht eines drei reihiges Vierpunktlagers der Firma IMO [9]

Neben Schäden an der Laufbahn, welche auf Kantenpressung zurückzuführen sind, können weitere Schäden mit unterschiedlichen Ursachen an Rotorblattlagern auftreten. Zu den diesen Schäden zählen beispielsweise Korrosion, Spannungsrisskorrosion oder auch Kerbwirkungen. Dabei treten die meisten Schäden nicht plötzlich auf, sondern kündigen sich schon über einen längeren Zeitraum an – beispielsweise durch einen Anstieg des Reibmoment oder durch einen erhöhten Geräuschpegel. [10]

Um solchen Schäden vorzubeugen, werden Rotorblattlager mit Fetten geschmiert als Schmierfilm, der in der Kontaktzone aufgebaut wird, um die Komponenten vor Verschleiß zu schützen. Dabei übernimmt das Schmiermittel auch noch weitere Aufgaben wie beispielsweise den Korrosionsschutz oder die Abfuhr von Wärme. [11–13]

2.1.2 Besonderheiten von Vierpunktlagern

Vierpunktlager sind eine Sonderbauform von Schrägkugellagern, bei denen die Kugellagerlaufbahn zwei spitz zusammenlaufenden Kreisbögen folgt, sodass die Kugeln die Laufbahnen an vier Punkten berührt. Durch die spezielle Bauweise können kombinierte Belastungen aus radialen und axialen Kräften und Momenten gut aufgenommen werden. [3, 11, 14]

Weiter haben Vierpunktlager einen Druckwinkel von circa 45 – dieser beschreibt den Kontaktpunkt zwischen Kugel und Laufbahn. Eine Besonderheit bei Vierpunktlagern ist hierbei, dass sich der Druckwinkel lastabhängig verändert und nicht starr bei 45° bleibt. Im schlimmsten Fall kann der Druckwinkel so groß werden, dass es zum Kantentragen kommt. Dieser Zustand ist allerdings nicht gewünscht. Wie in der Schnittansicht von Abb. 2-4 sehr gut erkennbar ist, wandert der Kontaktpunkt der Kugel durch einen veränderten Lastfall zur Laufbahnkante. [3, 10]



Abb. 2-4: Beispielhafte Darstellung des Druckwinkels bei Erhöhung der Last [10]

2.1.3 Kräfte am Rotorblattlager

Aus wirtschaftlichen Gründen wird eine Windenergieanlage immer auf einen konstanten Maximalwert ausgelegt. Dies hat zur Folge, dass die WEA oberhalb einer gewissen Windgeschwindigkeit nicht mehr die maximal mögliche Leistung aus dem Wind entnehmen kann, sondern nur noch die Energiemenge, auf die die WEA ausgelegt ist, produziert. Um dies zu realisieren, können die Rotorblätter entlang ihrer Längsachse in oder aus dem Wind gedreht werden – dadurch verändert sich der Anstellwinkel, welcher in direktem Zusammenhang mit dem Auftrieb des Rotorblättes und somit auch der Leistung der WEA steht.

Das Verstellen der Rotorblätter wird als Pitchen bezeichnet und hauptsächlich von der Leistungsregelung der WEA umgesetzt. Das Pitch System beinhaltet ein hydraulisches oder elektrisches Antriebssystem sowie das Rotorblattlager. Eine weitere Aufgabe des Pitch Systems ist es, den Rotor zum Stillstand zu bringen – hierzu muss das Antriebssystem die bis zu 55 Tonnen schweren Rotorblätter in die sogenannte Fahnenmaststellung fahren, indem der Pitchmotor einen Verfahrweg von bis zu 90 Grad einstellt. Die Fahnenmaststellung stellt die Rotorblätter dann so in den Wind, dass es zu einem völligen Abriss der Strömung kommt und kein Auftrieb mehr am Rotorblatt erzeugt werden kann. In der nachfolgenden Abb. 2-5 ist ein solches Pitch System dargestellt. [3, 8, 15, 16]



Abb. 2-5: Elektrische Pitch System im Inneren der Rotornabe [3]

Um die Momente und Kräfte, die an einem Rotorblatt und somit auch im Blattlager auftreten, erklären zu können, wird nachfolgend das zertifizierte Blattkoordinatensystem der Germanischer Lloyd vorgestellt. [17]



Abb. 2-6:Rotorblattkoordinatensystem nach Germanischer Lloyd [17]

Der Ursprung des Rotorblattkoordinatensystem nach Abb. 2-6 befindet sich auf Höhe der Blattwurzel. Weiter ist es mittig des Rotorblatts angeordnet und rotiert mit dem Rotor. Dabei wird die Orientierung zur Nabe nicht verändert.

Zu den größten Kräften an einem Rotorblatt gehören die Schubkräfte, welche sich entlang der X-Achse orientieren und als ein Biegemoment um die Y-Achse auf das Blattlager wirkt.

Zusätzlich treten Momente um die X-Achse auf, welches vor allem aus der Gewichtskraft des Blattes resultieren. [3, 6, 18]

2.2 Hertz'sche Pressung

Im Jahre 1881 veröffentlichte Heinrich Hertz den Artikel "Über die Berührung fester elastischer Körper" in einem Mathematik Journal [19]. Seine Theorie geht dabei von einer Idealisierung unter folgenden Annahmen aus: [11, 19]

- homogener isotroper Werkstoff
- Die entstehenden Druckflächen sind eben und an diesen entstehen ausschließlich Normalkräfte keine Tangentialkräfte
- Es gilt das Hook'sche Gesetz, somit werden ausschließlich elastische Verformungen berücksichtigt

Unter der Hertz'schen Pressung versteht sich damit die betragsmäßig größte Hauptspannung – diese tritt in der Berührungsfläche zweier elastischer Körper mittig auf. Im idealisierten Fall wird die Hertz'sche Pressung nach einem punkt- oder linienförmigen Kontakt unterschieden, wie in Abb. 2-7 abgebildet:





Der Linienkontakt entsteht, wenn der Kontakt zwischen einer Ebene und einem Zylinder oder zwischen zwei Zylindern stattfindet. Wenn dagegen eine Kugel auf eine Ebene oder eine weitere Kugel gepresst wird, kommt es zu einem Punktkontakt. In Fall zweier gekrümmter Körper unter Einwirkung einer äußeren Kraft kommt es schließlich zu einer Abplattung der Kontaktflächen – dadurch entstehen ellipsenförmige oder rechteckige Berührungsflächen, welche in der nachfolgenden Abb. 2-8 zu sehen sind.



Abb. 2-8: Schematische Darstellung der Hertz'schen Kontaktfläche eines Punktkontakts [20]

Die in Abb. 2-8 dargestellte Kontaktellipse kann mit einem Kontaktbereich verglichen werden, der auch in einem Vierpunktlager zu finden ist. Hierbei entsteht die ellipsoide Form durch den Kontakt zwischen Kugel und dazugehöriger Lauffläche. Mithilfe des Kugeldurchmessers D_W kann die Deformation δ bei einer gegeben Last Q nach [21] wie folgt berechnet werden:

$$\delta \approx \frac{8,97 \cdot 10^{-4} (1-s)^{0,1946}}{D_W^{1/3}} Q^{2/3}$$
 Gl. 2-1

s ist hierbei die Schmiegung, diese beschreibt die Konformität zwischen der Kugel und der Laufbahn. Die Schmiegung ($s = D_W/D_L$) ist der Quotient zwischen dem Durchmesser des Wälzkontakts D_W und dem Durchmesser der Laufbahn D_L .

Weiter können die in Abb. 2-8 dargestellten halben Diagonalen a und b in Abhängigkeit des Kugeldurchmessers und der aufgebrachten Last mit folgenden Formeln bestimmt werden.

$$a \approx 1.71 \cdot 10^{-2} (1-s)^{-0.4091} D_W^{1/3} Q^{1/3}$$
 Gl. 2-2

$$b \approx 1.52 \cdot 10^{-2} (1-s)^{0.1974} D_W^{1/3} Q^{1/3}$$
 Gl. 2-3

Die Hertz'sche Pressung P_{max} lässt sich wie folgt berechnen:

$$P_{max} \approx 1.84 \cdot 10^3 (1-s)^{0.2117} \frac{Q^{1/3}}{D_W^{2/3}}$$
 Gl. 2-4

[21-23]

2.3 Finite-Elemente-Methode

Dieser Teilabschnitt dient als Einführung in die Finite-Elemente Analyse. Da die Definition von Kontakteigenschaften ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist, werden im Folgenden auch noch Einstellungsparameter und verschiedene Kontaktalgorithmen erklärt.

2.3.1 Grundlagen von FE-Analysen

Die Bestimmung von analytischen Lösungen partieller Differentialgleichungen, welche bei der kontinuumsmechanischen Betrachtungen physikalischer Probleme vorliegen, ist bis heute ein nicht einfach zu lösendes Problem. So kann eine analytisch exakte Lösung aktuell nur für einfache Probleme hergeleitet werden. [24] Aus diesem Grund gibt es eine Vielzahl numerischer Verfahren, die sich mit der Annäherung von analytischen Lösungen bei einer gegebenen physikalischen Problemstellung befassen. Die bekannteste Methode ist hierbei die Finite-Elemente-Methode. [25]

Das Rechengebiet wird in Teilgebiete zerlegt – dieser Vorgang wird auch als Diskretisierung bezeichnet. Die Teilgebiete, also das Finite-Elemente, sind an den Elementrändern mit Verknüpfungspunkten, sogenannten Knoten, miteinander verbunden. Auf diese Weise kann eine zu untersuchende Struktur in eine endliche Anzahl an Elementen aufgeteilt werden. Die Anordnung, die durch die Verknüpfung der Elemente entsteht, wird aufgrund ihres Aussehens als Netz bezeichnet. [26]

Um die Knotenunbekannten zu berechnen, ist bei der Simulation vor allem die Freiheitsgrade entscheidend – hierbei wird in Rotationen und Translationen unterschieden. Die Verläufe von Rotationen und Translationen innerhalb eines Elementes werden durch Interpolation dieser Größen an den Knotenpunkten des jeweiligen Elementes näherungsweise beschrieben. Die unendlich hohe Anzahl an Freiheitsgraden, die aus einer unendlich hohen Anzahl beliebiger Punkte innerhalb der kontinuierlichen Struktur resultiert, wird somit in eine endliche Anzahl an Freiheitsgraden überführt. [26]

Den Elementen werden verschiedene Materialeigenschaften zugewiesen, die sich je nach Problemstellung unterscheiden können. Bei strukturmechanischen Problemstellungen reicht in der Regel das Elastizitätsmodul, die Querkontraktionszahl und die Dichte. [26]

Auf Basis der geometrischen Eigenschaften wird für jedes Element eine Steifigkeitsmatrix berechnet und zusammengenommen entsteht so die Steifigkeitsmatrix \overline{K} eines gesamten Systems. Aus dieser Steifigkeitsmatrix werden mithilfe der Knotenverschiebungen \vec{u} die Reaktionskräfte bestimmt und abgeleitet. Daraus können nachfolgend, mithilfe von Interpolationsansätzen, die mechanischen Spannungen eines jedes Elements abgeleitet werden. [27]

Eine notwendige Bedingung bei der FE-Analyse ist die Konvergenz einer Lösung für das Gesamtsystem, für welche das im Folgenden allgemein formulierte Gleichungssystem gelöst werden muss:

$$\vec{F} = \overline{K}\vec{u}$$
 Gl. 2-5

Formel GI. 2-5 besteht aus: \vec{F} dem Lastvektor, \overline{K} der Steifigkeitsmatrix mit den Elementsteifigkeiten und \vec{u} den Knotenverschiebungen. [27]

Der prinzipielle Ablauf der Finite-Elemente-Analyse ist immer der gleiche und besteht, wie in Abb. 2-9 zu sehen ist, aus den folgenden drei Teilen:





Zunächst wird in der Pre-Prozessor Phase das FE-Modell erstellt – dabei werden die Randbedingungen aufgebracht und das Rechennetz erstellt. Dieser Schritt ist einer der wichtigsten Schritte im Pre-Prozessing, denn mit dem Netz steht und fällt die Qualität des Ergebnisses. Aus diesem Grund ist es wichtig, die Netzfeinheit an schwierigen Bauteilformen zu analysieren sowie auch die Netzqualität und -gleichmäßigkeit. Zudem muss beachtet werden, dass bei steigender Knotenanzahl die Berechnungszeit des Modells stark zunimmt. Je nach Bauteil müssen außerdem Kontakte definiert und andere Einstellungen vorgenommen werden. [25]

Nachdem das FE-Modell fertig modelliert ist, kann es zu dem Solver geschickt werden. In dieser Phase wird das Modell auf einem Computer numerisch gelöst. [26]

In der abschließenden Phase des Post-Prozessings werden die Ergebnisse visualisiert und interpretiert. Hierbei spielen vor allem die Erfahrung des Anwenders und seine Kenntnisse in der Materie eine große Rolle, um die Ergebnisse beurteilen zu können. [26]

2.3.2 Kontaktearten

Kontakte sind einer der wichtigsten Einstellparameter in der FE-Analyse – diese beschreiben, wie verschiedene Körper und Flächen in der FE-Simulation miteinander interagieren. Da die Simulation nicht wissen kann, wie ein Körper auf einen anderen Körper reagieren soll, muss das Verhalten vorher eingestellt werden. [26, 28]

Körper können in den folgenden vier Verhaltensweisen miteinander interagieren. [29]

- 1. Der Kontakt eines Körpers zu einer starren Fläche. Hierbei deformiert sich der Körper an dem Hindernis.
- 2. Zwei Körper deformieren sich gegenseitig durch das Annähern dieser.
- 3. Selbstkontakt eines Körpers in verschiedenen Regionen. Das heißt der Körper interagiert an zwei Berührungspunkten mit sich selbst.
- 4. Zwei Starre Körper berühren sich.

Um diese Fälle modellieren zu können und ihnen dabei physikalisch gerecht zu werden, können unterschiedliche Kontakteigenschaften gewählt werden, die sich jeweils in ihrer Art und Funktion unterscheiden. Hierzu gehören beispielsweise reibbehaftete Kontakte, die in dieser Arbeit benutzt werden. [28, 29]

Kontakttyp	Übertragung von:			Berechnungs-
	Druck	Zug	Schub	art
Verbund	Ja	Ja	Ja	Linear
Keine Trennung	Ja	Ja	Nein	Linear
Reibungsfrei	Ja	Nein	Nein	Nichtlinear
Rau	Ja	Nein	Unendlich hoch	Nichtlinear
Reibungsbehaf- tet	Ja	Nein	Ja (Abhängig vom Rei- bungsgesetz)	Nichtlinear

Tab. 2-1: Kontaktarten [28, 30]

Der Unterschied der einzelnen hier genannten Kontakttypen liegt im Detail. Der "Verbund" Kontakt, oftmals auch "Klebe"-Kontakt genannt, ist eine starre Verbindung zwischen beiden in Kontakt stehenden Flächen, bei dem es weder zu einer Bewegung zwischen beiden Kontakten oder einem Abheben beider Körper kommen kann. Der Kontakttyp "Keine Trennung" kann sich ebenfalls nicht von der Kontaktfläche des interagierenden Kontakts lösen, an dieser Fläche aber in alle Richtungen frei bewegen. Der Reibungsfreie Kontakt definiert ein Verhalten ohne Reibung, bei welchem sich der Kontakt von seinem Kontaktpartner lösen und entlang des Kontaktpartners verschieben kann, allerdings nicht in diesen Eindringen kann. Anders verhält es sich bei dem Reibungsbehafteten Kontakt mit einem einstellbaren

Reibkoeffizient und einem Reibwiderstand bei dem Gleiten eines Körpers auf dem anderen. Dieser Reibwiderstand ist beim Kontakttyp "Rau" wiederum unendlich groß – dieser lässt ein Abheben des Körpers, allerdings kein Gleiten auf ihm zu. [28, 30]

Bei der Erstellung des Modells dieser Thesis tritt ein Kontakt zwischen der Kugel und der Laufbahn auf. Dieser reiht sich in der obigen Definition der verschiedene Kontaktfälle in den Fall zweier Körper ein, die sich gegenseitig annähern ein, da sich die Laufbahn auch als Kugel deformieren kann. Die Kontaktflächen werden unterschieden in den Kontaktbereich und den Zielbereich. Der Kontakttyp kann die Dauer der Lösungsfindung stark beeinflussen und daher sollte immer zu der jeweiligen Aufgaben- und Problemstellung passen.

2.3.3 Kontaktalgorithmen

Um besser verstehen zu können, wie die verschiedenen Kontakte in ANSYS arbeiten, wird an dieser Stelle ein einfaches Federbeispiel aufgeführt, anhand dessen die Algorithmen erklärt werden sollen. Eine Feder mit einer Steifigkeit *k* wird dabei mit einer Kraft *F* um den Weg *u* verschoben (Vgl. Abb. 2-10). Solange der Abstand $g = \Delta x - u > 0$ ist gilt:







Wenn die Kraft so groß wird, dass g < 0 wird, müssen Gegenmaßnahmen unternommen werden, damit die Feder nicht in den Gegenstand eindringt. Ziel des Kontakts sollte damit g = 0 sein, um den Kontakt zwischen Feder und Kontaktfläche zu schließen.



Abb. 2-11: Federbeispiel Gegenkraft [28]

Um den Knoten an die Oberfläche des Hindernisses zurückzuschieben, wird wie in Abb. 2-11 dargestellt eine Gegenkraft $F_{Kontakt}$ aufgebracht. Dies muss geschehen, um das System wieder in ein Gleichgewicht zu bringen und um ein solches Problem zu lösen, sind in ANSYS vier verschiedene Algorithmen implementiert: die Pure-Penalty-Methode, das Lagrange-, das Augmented-Lagrange- und das MPC-Verfahren. Auf letzteres wird nicht genauer eingegangen, da es ausschließlich für "Verbund" oder "Keine Trennung" Kontakttypen verwendet werden kann und somit für diese Arbeit nicht relevant ist. [28]

Alle Verfahren nutzen das Grundprinzip vom Minimum der Potenziellen Energie. Das heißt, dass sich ein Körper an eine Position verformt, die seine potenzielle Energie minimiert, und somit zur Ruhe kommt. [31]

Für die Energie kann aus Abb. 2-10 folgende Gleichung abgeleitet werden:

$$W = \frac{1}{2}ku^2 - uF \to Min$$
 Gl. 2-7

Diese Gleichung gilt als Grundlage für die aufgeführten Verfahren und dient der Bestimmung der notwendigen Gegenkraft. Je nach Methode wird die Gleichung um zusätzliche Terme erweitert [28, 32].

Pure-Penalty-Verfahren

Sofern ein Abstand von g < 0 gefunden wird, kommt es zu einer Erweiterung der Grundgleichung aus Gl. 2-7 um folgenden Term:

Mit *g* wird der Abstand $g = \Delta x - u$ beschrieben. Weiter ist ε ein Penalty-Parameter, welcher als eine Federsteifigkeit interpretiert werden kann. Aus Gl. 2-7 und Gl. 2-8 folgt:

$$W = \frac{1}{2}ku^2 - uF + \frac{1}{2}\varepsilon g^2 \to Min$$
 Gl. 2-9

Der soeben eingeführte Penalty-Parameter gibt der hier betrachteten Methode seinen Namen, denn der Parameter wird als "Strafe" für die Verletzung des Abstands betrachtet. Hierbei kann man sich den Parameter als Verstärkungsfaktor für die Energie vorstellen: Sobald die Kontaktbedingung g < 0 verletzt wird, kommt es zur Erweiterung des Terms nach Gleichung 2-9. Anschließend wird der Parameter so gewählt, dass die Eindringung möglichst klein ist. Diese kann aber aufgrund der Form der kompletten Gleichung niemals 0 betragen, sodass eine möglichst kleine Eindringung gewährleistet werden soll. Damit bleibt bei dieser Methode immer eine gewisse Durchdringung bestehen. [29]

Trotz des geringen Fehlers, der toleriert wird, ist diese Methode sehr beliebt. Ein großer Vorteil ist dabei, dass die Methode sehr schnell ist, da aufgrund des Kontaktalgorithmus keine weiteren Gleichungssysteme gelöst werden müssen, und damit vor allem für große dreidimensionale Modelle interessant wird. Dennoch muss die Lösung immer genau untersucht, da es ein steifigkeitsbasiertes Verfahren ist und das Ergebnis maßgeblich von der gewählten Steifigkeit abhängt.

Lagrange-Verfahren

Wie auch bei dem Pure-Penalty Verfahren wird bei dem Lagrange-Verfahren versucht, den Kontakt zu schließen – dieses Verfahren ist allerdings keine steifigkeitsbasierte Methode. Beim Lagrange-Verfahren wird die bestehende GI. 2-7 um den sogenannten Lagrange-Multiplikator λ erweitert, wie in nachfolgender Gleichung zu erkennen ist:

$$W(u) = \frac{1}{2}ku^2 - uF + \lambda g(u) \to Min$$
 Gl. 2-10

Durch das Hinzufügen des Lagrange-Parameter ($\lambda g(u)$) wird das Gleichungssystem durch zusätzliche Freiheitsgrade vergrößert.

Im nächsten Schritt wird dann die Gleichung Gl. 2-10 nach u abgeleitet. Dadurch entsteht Gl. 2-11:

$$\frac{\partial W}{\partial u} = ku - F + \lambda \frac{\partial g}{\partial u} = 0$$
 Gl. 2-11

Und durch das Einsetzen von:

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda} = g(u) = 0$$
 Gl. 2-12

Ergibt sich aus Gl. 2-11 folgendes:

Weiterhin ist im Fall des Kontaktschlusses zwischen Feder und Platte (Vgl. Abb. 2-10) der Term $\Delta x - u = 0$ erfüllt. Durch das Umstellen dieses Terms sowie das Einsetzen in Gl. 2-13 ergibt sich:

$$\lambda = k\Delta x - F \qquad \qquad \text{GI. 2-14}$$

 λ ist damit die Kontaktkraft. Die obenstehende Gleichung muss dabei für alle Knoten zusätzlich gelöst werden mit der Folge, dass das Gleichungssystems deutlich vergrößert wird. Da das System allerdings mit einer bestimmten Gleichung beschrieben wird, kommt es zu keinen Durchdringungen wie bei der Pure-Penalty Methode. Die Lösung ist somit immer exakt und bildet die Wirklichkeit ab. Das Hinzufügen der zusätzlichen Terme führt dabei zu einer deutlichen Verlängerung der Rechenzeiten, sodass diese Methode nur für zweidimensionale Probleme oder Probleme, die eine hohe Ergebnisgenauigkeit benötigen, praktikabel. [28, 29, 33]

Augmented-Lagrange-Verfahren

Um nun die Vorteile aus den beiden zuvor vorgestellten Verfahren zu kombinieren, wurde die Augmented-Lagrange-Methode entwickelt. Hierbei handelt es sich ebenfalls um eine steifigkeitsbasierte Methode, sodass auch hier eine Kontaktsteifigkeit definiert werden muss. Die Augmented-Lagrange-Methode funktioniert dabei auf iterativer Basis, bei der folgende Schritte wiederholt werden [29, 32]:

- 1. Bestimmung der Kontaktkraft nach dem Penalty-Verfahren
- 2. Wenn die Eindringung zu groß ist, kommt eine zusätzliche Kraft nach dem Lagrange-Verfahren zum Einsatz.
- 3. Das Ganze wird Iterativ wiederholt, bis die Eindringung klein genug ist.

Hierbei wird GI. 2-7 um die beiden Terme des Pure-Penalty und des Lagrange Verfahrens erweitert.

$$W = \frac{1}{2}ku^2 - uF + \frac{1}{2}\varepsilon g^2(u) + \lambda g(u) \to Min$$
 Gl. 2-15

Wie in der Aufzählung des Vorgehens beschrieben, wird der Teil des Lagrange Verfahrens aus Gl. 2-15 nur dann verwendet, wenn die Eindringung zu groß ist. Die Bewertung der Eindringungen als zu groß sind dabei auf die Kenntnisse und die Erfahrung des Anwenders zurückzuführen. Die Kombination aus beiden vorher beschriebenen Methoden lässt zu, dass Anwender mit dieser Methode deutlich schneller arbeiten können: Sie ist genauer als das Pure-Penalty Verfahren ist aber bei großen Eindringungen durch das Lagrange-Verfahren abgesichert. Somit hat diese Methode den entscheidenden Vorteil, dass sie trotz der höheren Genauigkeit große Bauteile verhältnismäßig schnell lösen kann. [28, 32]

2.3.4 Kontaktsteifigkeit

Die Kontaktsteifigkeit beschreibt, wie sich ein Körper gegenüber einem anderen Körper verhält. Hierbei wird vor allem auf die Eindringtiefe in den anderen Körper geachtet.

$$F_{normal} = k_N \cdot x_{Eindringtiefe}$$
Gl. 2-16

 F_{normal} beschreibt dabei die Normalkraft, die auf einen Körper wirkt, und wir durch die Kontaktsteifigkeit k_N und die Eindringtiefe $x_{Eindringtiefe}$ definiert. [30]



Abb. 2-12: Darstellung der Eindringtiefe nach ANSYS [30]

Der Idealfall nach GI. 2-16 wäre eine unendlich große Kontaktsteifigkeit, die dazu führt, dass keine Eindringung des Körpers in einen anderen Körper erfolgt. Dieser Fall ist allerdings nicht möglich, sodass es immer zu einer kleinen Überschneidung der Kontaktkörper kommt. [30]

Kontaktsteifigkeiten werden bei allen Kontaktalgorithmen benötigt, wenn diese kontaktsteifigkeitsbasiert arbeiten. Bei ANSYS wird die Kontaktsteifigkeit für das Pure-Penalty Verfahren und das Augmented Lagrange Verfahren benutzt, bei denen das Ergebnis maßgeblich von der die Normalsteifigkeit abhängig. Weiter gibt es dabei noch die Tangentensteifigkeit, welche bei der Lagrange Methode benutzt wird, um die tangentialen Kräfte zu bestimmen [28, 30]. Die beiden Steifigkeiten unterscheiden sich, wie der Name schon sagt, in ihrer Wirkrichtung: Die Normalsteifigkeit wirkt im 90° Winkel zur Oberfläche, wohingegen die Tangentialsteifigkeit entlang der Oberfläche wirkt. [28]

Eine kleinere Kontaktsteifigkeit führt zu einer besseren Konvergenz, lässt dabei aber eine größere Durchdringung der Kontaktpartner zu. Eine größere Steifigkeit dagegen führt zu einer kleineren Durchdringung, dafür aber zu Konvergenzproblemen. Hier muss für jede Kontaktdefinition der richtige Kompromiss gefunden werden.

Ist die Kontaktsteifigkeit zu groß, entstehen sehr große Reaktionskräfte, die den Kontaktkörper so stark aus der Durchdringung herausdrücken, dass die Kontaktbedingung nicht mehr erfüllt ist. Dies führt dazu, dass die Kontaktsteifigkeit vom Solver wieder verringert wird, wodurch die Durchdringung wiederum wächst. Diese Effekte wechseln sich fortlaufend ab, sodass keine Lösung gefunden werden kann. In der nachfolgenden Abbildung kann ein solches Verhalten bei zu großer Kontaktsteifigkeit sehr gut erkannt werden. [28, 33]





In der Praxis ist eine Mischung aus beiden Optionen gewünscht mit einer guten Konvergenz bei kleinen bzw. je nach Anwenderfall akzeptablen Durchdringungen.

Sollte es mit den voreingestellten Parametern in ANSYS zu keiner guten Konvergenz kommen, können mithilfe der erweiterten Einstellungen in den Kontakteinstellungen manuell Änderungen vorgenommen werden. Bei den Kontaktsteifigkeiten gibt es dabei zwei Einstellmöglichkeiten: Zum einen kann der Normalsteifigkeitsfaktor (FKN: Normal penalty stiffness factor) fest eingestellt werden und zum anderen kann dieser während der Rechnung angepasst wird. Die Anpassung kann iterationsweise oder niemals geschehen. [30]

Standardmäßig verwendet ANSYS immer einen FKN von eins. Die Normalsteifigkeit k_N setzt sich nach folgender Formel zusammen: [28]

$$k_N = FKN \cdot 20 \cdot \frac{E}{t}$$
Gl. 2-17

FKN ist hierbei der Normalsteifigkeitsfaktor, E das Elastizitätsmodul und t beschreibt die mittlere Dicke der Elemente, auf denen die Kontaktelemente platziert sind. (Vgl. Abb. 2-14). [28]



Abb. 2-14: Dicke Solid-Elemente nach [28]

Die Kontaktsteifigkeit hängt damit maßgeblich von dem Elastizitätsmodul und der Kontakttiefe ab, die wiederrum im direkten Zusammenhang mit der Elementgröße stehen. Somit kann gesagt werden, dass die Kontaktsteifigkeit maßgeblich von der Elementgröße abhängt. Der Kontaktsteifigkeitsfaktor dient also dazu, den Einfluss der Elementgröße und des Elastizitätsmoduls auszugleichen, weiterhin hat er einen deutlichen Einfluss auf die Kontaktsteifigkeit. Typische Werte für die Kontaktsteifigkeitsfaktor liegen zwischen 0,1 und 10, aber auch jeder andere, beliebige Wert größer als 0 ist denkbar. Der voreingestellte Wert von ANSYS ist eins. [28–30]

2.3.5 Submodelling

Immer dort, wo genauere Analysen eines Bauteils oder einer Baugruppe benötigt werden, können Submodelle erstellt werden. Ein Submodell hat gegenüber einem globalen Modell den Vorteil, dass ein beliebig kleines Segment des Bauteils oder der Baugruppe untersucht werden kann. Mit dem Submodell kann die Netzauflösung in den zu untersuchenden Bereichen deutlich verbessert werden:. Feinheiten können dabei deutlich detaillierter abgebildet werden, obwohl sich die Rechenzeit des Segments nicht sonderlich verändert. [33, 34]

In Abb. 2-15 ist schematisch dargestellt, wie ein Submodell aufgebaut wird. Dabei wird ein Teil des Bauteils ausgeschnitten und im kritischen Bereich feiner vernetzt, um dort bessere Aussagen über den vorliegenden Bereich treffen zu können. [33]





Um ein Submodell analysieren zu können, muss das globale Modell zunächst simuliert werden. Anschließend liefert die Lösung des Gesamtmodells die Randbedingungen für das Teilmodell. Diese Randbedingungen werden bei der Erstellung des Submodells über die Außengrenzen dieses Modells, die sogenannten "Cut Boundaries", aufgebracht. Die Ergebnisse der Freiheitsgrade aus dem globalen Modell werden entlang der Schnittgrenzen interpoliert und anschließend als Randbedingungen angewendet. Wichtig hierbei ist, dass die Randbedingungen des Submodells den Randbedingungen des globalen Modells gleichen, während die Schnittgrenzen nicht mit den Elementgrenzen übereinstimmen müssen. [34]

3 Aufbau und Verifizierung des Submodells

Im folgenden Kapitel wird das Vorgehen des Modellaufbaus erläutert – hierzu gehört zum einen die Erstellung des CAD und FEM-Modells und zum anderen verschiedene Auswertungen, um die richtigen Kontaktbedingungen zu finden. Weiter wird eine Netzkonvergenzanalyse durchgeführt.

3.1 Modellorientierung

Um das Modell innerhalb dieser Arbeit vollumfänglich und korrekt beschreiben zu können, wird in diesem Unterkapitel eine Modellorientierung, dargestellt in Abb. 3-1, eingeführt – an dieser wird im gesamten Verlauf der Arbeit festgehalten.



Abb. 3-1: Modellorientierung

Die X-Achse ist entlang der Längsachse des gezeigten Ausschnitts angeordnet. Im 90° Winkel in der Hochachse ist die Z-Achse angeordnet. Da es sich bei diesem Bauteil um ein rotationssymmetrisches Bauteil handelt, ist die Y-Achse entlang der Krümmung der Laufbahn platziert. Der Ursprung des zylindrischen Koordinatensystems liegt in der Mitte des Gesamtlagers. Um die Koordinatenanordnung am Lager zu verdeutlichen, wurde diese in der vorstehenden Abbildung an das Lagermodell verschoben. Damit teilt das Koordinatensystem system den Lagerausschnitt mittig in eine linke und eine rechte Hälfte

3.2 Modellaufbau

Mithilfe einer technischen Zeichnung des Blattlagers, welche zu der IWT 7.5 Referenzanlage [4] gehört, konnte ein Teilausschnitt des Lagers mithilfe eines CAD-Tools nachgebildet werden. Bei diesem Blattlager handelt es sich um ein zweireihiges Vierpunktlager. In nachfolgender Tabelle sind die wichtigsten Kenndaten des Kugellagers aufgeführt: Tab. 3-1: Wichtigste Kugellagerdaten im Überblick

Benennung	Abmessung	
Anzahl der Kugeln	Z = 147	
Außendurchmesser Kugellager	$D_{außen} = 5000 \ mm$	
Durchmesser Lauffläche	$D_L = 4690 \ mm$	
Innendurchmesser Kugellager	$D_{innen} = 4380 \ mm$	
Lagerhöhe	$a_H = 294 mm$	
Abstand Kugelbahnen zueinander	$a_{Laufbahn} = 112 mm$	
Kugeldurchmesser	$D_K = 80 mm$	
Radius der Laufbahn	$R_L = 42,553 mm$	

Ziel dieser Arbeit ist die Erstellung eines FE Modells von einem Submodell. Aus diesem Grund wurde nur ein Teilstück des Lagers modelliert.

Dieses Teilstück ist auf eine Kugelpaarung ausgelegt, sodass sich die Größe des zu erstellenden Stücks laut Gleichung Gl. 3-1 folgendermaßen:

$$\alpha_{Lager} = \frac{360^{\circ}}{Z} = \frac{360^{\circ}}{147} = 2,449^{\circ}$$
 Gl. 3-1

Diese 2,449° sind das für diese Arbeit zu betrachtende Teilstück.



Das Bauteil, welches in Abb. 3-2 dargestellt ist, besteht aus vier Komponenten: zwei Kugeln, einem Außenring und einem Innenring. Um das FE-Modell detailgetreu aufbauen zu können wurde das Modell, wie Abb. 3-2 zeigt, geschnitten und die Kugeln dadurch in acht gleichgroße Teile aufgeteilt.

Die Schnitte sind zum einen nötig, um das Modell im Kontaktbereich mit einer feineren Vernetzung versehen zu können, die eine genauere Auswertung erlaubt, und zum anderen, um eine einfachere Zuordnung der Kontakt und Zielflächen für den Kontakt zu ermöglichen.

3.3 Randbedingungen und Kontakteinstellungen

Um eine FE-Rechnung starten zu können müssen Randbedingungen definiert sein. Diese wurden an den stark vereinfachten Lastfall angepasst, um sie mit der Hertz'schen Theorie vergleichen zu können:

- Linear-elastische, homogene isotrope Werkstoffe
- Reibungsfreiheit
- Belastung nur in eine Richtung. Dadurch muss das Verkippen der Ringe verhindert werden, sodass die axial Kraft nur in eine Richtung wirken kann.

Das zu untersuchende Lager besteht aus einem Material mit einem Elastizitätsmodul von E = 210GPa und einer Querkontraktionszahl v = 0,3.

Die Randbedingungen wurden an den Lastfall angepasst, sodass das Modell sich nur in eine Richtung bewegen kann. Für vorliegende Untersuchung wurden die Randbedingungen wie folgt gewählt: Der Außenring wurde an der Stirnseite in den translatorischen, sowie auch in den rotatorischen Freiheitsgraden komplett gesperrt (hellblaue Dreiecke). Auf den Innenring wurde an der Oberfläche eine Kraft in negative Z-Richtung aufgebracht (Vgl. Abb. 3-3). Die rotatorischen Freiheitsgrade wurden bei dem Innenring komplett gesperrt (dunkelblaue Dreiecke). Die X- und die Y-Richtung sind ebenfalls gesperrt. Die Bewegung in Z-Richtung ist freigegeben.



Abb. 3-3: Randbedingungen für den Vergleich zwischen Hertz'scher Theorie und Submodell

Zusammengefasst kann sich bei dem in Abb. 3-3 gezeigten Modell nur der Innenring in Z-Richtung verschieben und die Kugeln frei im Raum bewegen. Die aufgebrachte Kraft, die in Abb. 3-3 mithilfe eines roten Pfeils symbolisiert wird, wurde mit verschiedenen axialen Kräften simuliert. Die Kraft wird über die komplette Fläche, auf welche der Pfeil zeigt, aufgebracht. In Tab. 3-2 werden die für diese Simulationen benutzten Lastfälle gezeigt.

Lastfall	Globale Kraft	Submodell Kraft	
Lastfall 1	0 <i>MN</i>	0 <i>N</i>	
Lastfall 2	1 <i>MN</i>	6802 N	
Lastfall 3	2 <i>MN</i>	13606 N	
Lastfall 4	4 <i>MN</i>	27211 N	
Lastfall 5	6 <i>MN</i>	40817 N	
Lastfall 6	8 <i>MN</i>	54422 N	
Lastfall 7	10 <i>MN</i>	68028 N	

Tab. 3-2: Lastfall Übersicht für den Abgleich mit der Hertz'schen Theorie

Hierbei ist in Spalte eins die globale Kraft eingetragen, mit der das Lager belastet wird. In Spalte zwei wird die auf das Submodell referenzierte Kraft dargestellt – diese ergibt sich durch das Umrechnen der globalen Kraft, die auf das gesamte Lager wirkt, von 360° auf 2,449°.
Um in dem folgenden Kapitel 0 die richtige Netzgröße herausfinden zu können, werden nun die grundlegenden Einstellungsparameter für den Kontakt zwischen Wälzkörper und Lauffläche definiert. Wie in Abb. 3-4 dargestellt, ist jede Laufbahn mit jeweils einem Viertel einer Kugel in Kontakt.



Abb. 3-4: Definierter Kontakt zwischen Laufbahn und Kugel mit der Kontaktfläche (rot) und der Zielfläche (blau)

Somit sind in dem Modell insgesamt acht Kontakte zwischen den Laufbahnen und Wälzkörpern definiert. Für die Kontakte wurde ein reibbehafteter Ansatz mit einem Reibkoeffizienten von $\mu = 0,1$ gewählt. In diesem Fall weicht das Modell leicht von den Annahmen der Hertz'schen Theorie ab, da der Kontakt in der Theorie als reibungsfrei betrachtet wird.

Der Reibkoeffizient von $\mu = 0,1$ beruht auf Untersuchungen aus der Doktorarbeit von Fabian Schwack [35]. Dort wurde das Betriebsverhalten oszillierender Lager untersucht und dazu eine Parameterstudie von verschiedenen Reibkoeffizienten durchgeführt. Hierbei sollte allerdings erwähnt sein, dass sich der Koeffizient im Kontakt variabel verhält und in ungefähr dieser Größendimension bewegt. Weiter wird ein Wert von $\mu = 0,1$ gewählt, da die Kugel nur durch den reibbehafteten Kontakt in Position gehalten wird und bei einem Reibkoeffizienten von null keine Konvergenz stattfindet.

Für die Kontaktuntersuchung wurden folgende Einstellungen vorgenommen: Als Berechnungsansatz wird das steifigkeitsbasierte Verfahren der Augmented Lagrange Methode benutzt, die vor allem für dreidimensionale, große Modelle geeignet ist, um schnelle Ergebnisse liefern zu können. Um während der Betrachtung der richtigen Netzgröße die Kontaktsteifigkeit nicht zu beeinflussen, wurde der Wert für den Kontaktsteifigkeitsfaktor auf eins gesetzt, was der Standarteinstellung von ANSYS entspricht.

3.4 Netzkonvergenzanalyse

Um eine ideale Balance zwischen Ergebnisgenauigkeit und Rechenzeit für das Modell zu finden, wird im Folgenden eine Netzkonvergenzstudie durchgeführt. Damit das Ergebnis der Netzkonvergenzstudie vergleichbar ist, werden hierfür die im vorangehenden Kapitel, 3.3, beschriebenen Randbedingungen und Kontakteinstellungen verwendet.

Der Netzaufbau des Modells orientiert sich an den, wie in Kapitel 3.2 beschrieben, Schnittkanten entlang der Z-Achse. Diese Schnitte werden genutzt, um das Modell besser vernetzen zu können. Hierfür sind vor allem Mittelschnitte entlang der Z-Achse wichtig, da die Schnittkanten in der Modellmitte liegen und somit auch genau in der Kontaktregion der Kugel. Um diesen Kontaktbereich möglichst genau abbilden zu können, wurde entlang der Schnittkante das Netz mit einer variablen Elementgröße gestaltet. An Abb. 3-5 ist erkennbar, wie das Netz entlang dieser Schnittkante aufgebaut ist. Der Kontaktbereich zwischen Kugel und Laufbahn ist deutlich feiner vernetzt als der Rest des Modells.



Abb. 3-5: Schematisches Netz des Submodells

Für die Durchführung der Studie wurden folgende Parameter definiert: Für die Elementorder wurde ein quadratischer Ansatz gewählt. Als maximale Elementgröße sind 20 mm vorgegeben. Die Wachstumsrate des globalen Netzes darf den Faktor 1,5 nicht überschreiten.

Für diese Betrachtung wurde entlang der Mittellinie des Schnitts das Netz mit verschiedenen Elementgrößen erstellt. Beide Kugeln wurden auch in ihrer Mittellinie mit der gleichen Elementgröße vernetzt. Die definierten Elementgrößen im Kontaktbereich liegen zwischen 1 mm und 0,2 mm und sind in 0,2 mm Schritten abgestuft. Zusätzlich wurde mit einer Elementgröße von 0,1 mm gerechnet. Am Schnitt wurde die Wachstumsrate vom Netz auf den Faktor 1,1 verringert, um über eine größere Fläche hinweg ein feinmaschigeres Netz beizubehalten.

Es wird erwartet, dass die Rechenzeit mit steigender Netzfeinheit zunimmt. In Abb. 3-6 wird dieser Zusammenhang sehr gut dargestellt. Dort ist erkennbar, dass mit sinkender Elementgröße zum einen die Elementanzahl stark ansteigt, zum anderen aber auch die Rechenzeit zunimmt.





Um einen Eindruck der Netzqualität zu bekommen, werden verschiedene Analysen durchgeführt. In diesen werden die global aufgebrachte Kraft, die Pressung und die Kontaktkraft zwischen Lauffläche und Kugel in Korrelation zu der Verschiebung gebracht. Zudem wurde in der Untersuchung die Größe der Kontaktfläche zwischen Kugel und Lauffläche betrachtet.

Da im weiteren Verlauf dieser Arbeit die Scherspannungen ein wichtiger Auswertungsparameter sind, wurden diese in Verbindung mit der Elementanzahl gesetzt. Weiter wurde untersucht, welchen Zusammenhang die Scherspannungen mit der Verschiebung hat.

In der nachfolgenden Abbildung Abb. 3-7, wird die Abhängigkeit zwischen aufgebrachter Kraft und resultierender Verschiebung am Lagerinnenring dargestellt. Die Axialkraft wird in die in Tab. 3-2 dargestellten Lastfälle unterteilt. Die aufgebrachte Kraft ist in der nachfolgenden Grafik auf der Abszisse aufgetragen, auf der Ordinate ist die axiale Verschiebung des Innenrings gezeigt.



Abb. 3-7: Globale Kraft über Verschiebung des Innenrings für die Netzbestimmung

In der Abbildung wird deutlich, dass die Elementgröße für diese Betrachtung nur einen sehr kleinen Einfluss hat. Alle Kurven liegen übereinander. Sofern nur die axialen Verschiebungen im Verhältnis zu der aufgebrachten axialen Last von Bedeutung sind, kann dafür ein relativ grobes Netz verwendet werden. Die benötigte Rechenzeit ist dabei deutlich kürzer, die Ergebnisse aber dennoch sehr aussagekräftig.

Eine ähnliche Aussage kann zu der nächsten Grafik getroffen werden – hier wurde die Verschiebung über die Kontaktkraft aufgetragen. Auch in dieser Grafik ist nur ein geringer Unterschied zwischen den einzelnen Elementgrößen im Kontaktbereich erkennbar.





In Abb. 3-9 wird die Größe der Kontaktfläche im Vergleich zur axial aufgebrachten Kraft dargestellt. Dabei wird veranschaulicht, dass zwischen den Lastbereichen von 2 *MN* bis 6 *MN* vor allem die Kurven mit einer Netzgröße von 0,1 *mm* und 1 *mm* die größten Abweichungen zur Hertz'schen Theorie aufweisen. Weiter ist zu erkennen, dass die Ergebnisse im Lastpunkt 6 *MN* sehr nah beieinander liegen.



Abb. 3-9: Fläche der Kontaktfläche über globale Axialkraft

Die gelbe Linie der Netzgröße von 0,6 mm passt im Fall der Kontaktfläche über die axiale Kraft am besten zur Hertz'schen Theorie und hat über den Verlauf der Kurve nur eine Abweichung von durchschnittlich 0,65% zu dieser.

Eine wertvolle Aussagekraft für die Auswertung hat die nachfolgende Abb. 3-10. Hierbei sind verschiedene interessante Fakten zu erkennen: Die Kurve mit der Elementgröße von 0,1 mm hat ab dem dritten Lastschritt Konvergenzprobleme. Lastschritt drei kann der Grafik noch entnommen werden, doch danach werden die Pressungen so hoch, dass die nicht mehr darstellbar sind. Weiter weist die kleinste konvergierte Elementgröße nicht die geringste Abweichung zur Hertz'schen Pressung auf – die Abweichung bei einer Elementgröße von 0,2mm liegt bei 1,48% im Mittel.



Abb. 3-10: Pressung über die Verschiebung des Innenrings für die Netzbestimmung

Aus Abb. 3-10 geht hervor, dass die Hertz'sche Theorie am besten mit einer Elementgröße von 0,6 mm abgebildet wird. Hierbei hat diese Elementgröße nur eine Abweichung von durchschnittlich 1,36%.

In einem weiteren Schritt wurden die Scherspannungen der einzelnen Elementgrößen im Vergleich mit der Verschiebung des Innenrings untersucht. Hierzu ist in der nachfolgenden Grafik auf der X-Achse die maximale Scherspannung im Bauteil aufgetragen – diese tritt unterhalb der Oberfläche des Kontaktbereichs auf. Auf der Y-Achse ist die Verschiebung des Innenrings in Millimetern aufgetragen.





Bei den Kurven mit einer Elementgröße von 1 mm und 0,8 mm ist noch ein deutlicher Unterschied in den Scherspannungen zu erkennen: Je feiner das Netz wird, desto kleiner werden die Abstände der einzelnen Kurven. Bei der Wahl der Elementgröße sollte dabei die Rechenzeit nicht vernachlässigt werden: Die Kurve für die Elementgröße von 0,6 mm hat eine um 16-mal kürzere Rechenzeit als die Kurve für eine Elementgröße von 0,1 mm. Im nächsten Schritt werden die Scherspannungen eines ausgewählten Lastfalls im Vergleich zur Rechenzeit der verschiedenen Elementgröße 1 mm und die der Elementgröße 0,1 mm liegen 14,5% auseinander, wohingegen sich die Rechenzeit um circa 1500% unterscheidet. Weiter liegen die Scherspannungen der Elementgrößen 0,6 mm und 0,1 mm um 5,75% auseinander mit einem Unterschied in der Rechenzeit um 1060%.

Diese Zusammenhänge können in Abbildung Abb. 3-12 gut erkannt werden. Hierbei ist in blau die Rechenzeit im Diagramm dargestellt, während die andere Kurve die Entwicklung der maximalen Scherspannung zeigt. Bei dieser Betrachtung wurde der Lastfall von 4 *MN* abgebildet.





Darüber hinaus kann in dieser Grafik und in Abb. 3-11 sehr gut erkannt werden, dass sich die Scherspannung mit kleiner werdender Elementgröße einem Zielwert annähert.

Aus allen bisherigen Grafiken geht hervor, dass die kleinste Elementgröße nicht die besten Ergebnisse liefert. In den Betrachtungen der globalen axialen Last und der Kontaktkraft ist der Unterschied der verschiedenen Elementgrößen so gering, dass diese für die Auswahl vernachlässigt werden können. In der Untersuchung der maximalen Pressung konnte im Fall der Elementgröße von 0,1 mm kein Ergebnis ermittelt werden. Die Abweichungen der Scherspannungen von 1 mm und 0,8 mm im Vergleich zu 0,1 mm ist zu groß, um für die weiteren Untersuchungen in Frage zu kommen. 0,1 mm und 0,2 mm haben zwar bei einigen Untersuchungen die höchste Ergebnisgenauigkeit, sind jedoch aufgrund der zur hohen Rechenzeiten nicht anwendbar. Die Wahl für die passende Elementgröße fiel in dieser Betrachtung auf eine Elementgröße von 0,6 mm, da diese zum einen schnelle Ergebnisse liefert und zum anderen nur eine geringe Abweichung von weniger als 6% zur kleinsten Elementgröße hat. Weiter hat das Modell durch die Auswahl der Elementgröße von 0,6 mm nungen ermittelt werden. Somit entsteht eine konservative Herangehensweise.

3.5 Kontaktsteifigkeitsuntersuchung

Um im Detail die richtigen Kontakteigenschaften zu finden, wird in diesem Kapitel mit der Netzgröße gearbeitet, die im vorherigen Kapitel ermittelt wurde – alle Einstellungsparameter bleiben dabei unverändert. Auch wird diese Kapitel dazu genutzt, um für die Rechnung den passenden Kontaktsteifigkeitsfaktor zu ermitteln.

Für die Visualisierung des Einflusses der Kontaktsteifigkeit auf das Ergebnis der FE-Rechnungen, wurden zu der Untersuchung verschiedene Kontaktsteifigkeitsfaktoren betrachtet.

Um einen Vergleich zwischen Theorie und Submodell herstellen zu können, werden die Lastfälle für mehrere Auswertungen verwendet. Für den Vergleich werden in diesem Kapitel die gleichen Auswertungen herangezogen, die auch in Kapitel 0 verwendet wurden. Hierzu wird zum einen die global aufgebrachte Kraft im Verhältnis zur Verschiebung des Innenrings ausgewertet, wie in Abb. 3-13 gezeigt, und zum anderen die Kontaktkraft und die Pressung im Verhältnis zur Verschiebung des Innenrings ausgewertet (Vgl. Abb. 3-14 und Abb. 3-15). Als letzte Auswertung wird ein Vergleich zwischen der aufgebrachten globalen Kraft und der dazugehörigen Fläche der Kontaktellipse vollzogen.

In allen Abbildungen ist in blau die Hertz'sche Theorie abgebildet; weiter wurden die Kontaktsteifigkeitsfaktoren (FKN) für 0,1 (Orange), 0,5 (Grau),1 (Grün) und 10 (Rot) abgebildet. Der Wert von eins ist der voreingestellte Standardwert von ANSYS.



Abb. 3-13: Globale Kraft im Verhältnis zur Innenringverschiebung

In Abb. 3-13 werden die globalen Kräfte ins Verhältnis zur Verschiebung des Innenrings gesetzt. Hierbei ist auffällig, dass mit einer Kontaktsteifigkeit von 0,1 die größten Abweichungen zur Hertz'schen Theorie auftreten. Je größer die Kontaktsteifigkeit, desto kleiner wird der Unterschied. Dabei ist zu erkennen, dass die Kurven von 0,25 und 1 kaum Unterschiede aufweisen. In der Grafik ist zudem die Nichtlinearität des Kugel-Laufbahnkontakts sehr gut erkennbar. Mit steigender globaler Kraft besitzt die Verformungskurve einen abflachenden Verlauf.

In Abb. 3-13, ist anstelle der globalen Kraft die maximale Pressung abgebildet – diese wurde wie auch schon in Abb. 3-13 ins Verhältnis zu der Verschiebung des Innenrings gesetzt. Auch hier wurde als Referenz wieder die Hertz'sche Theorie betrachtet. Ähnlich wie in der vorhergehenden Grafik weist der Kontaktsteifigkeitsfaktor 1 den geringsten Unterschied zur Hertz'schen Theorie auf und wie zu erwarten steigt die Pressung mit Erhöhung der globalen Last auf das Submodell.



Abb. 3-14: Maximale Pressung über Verschiebung des Innenrings

In der vorangegangenen Grafik ist gut zu erkennen, dass die Pressung ebenfalls mit steigender Kontaktsteifigkeit wächst. Dies zeigt, dass die Durchdringung des Wälzkörpers in die Laufbahn kleiner wird, je höher die Kontaktsteifigkeit ist mit der Einschränkung, dass zu hohe Steifigkeiten zu Konvergenzproblemen führen kann – dies kann deutlich im rechten Bereich der Kurve mit einem Kontaktsteifigkeitsfaktor von 10 (rot) erkannt werden. Ab einer gewissen Last kommt es dort zu einem Sprung in der Kurve – in diesem Bereich hat das Programm mehr Iterationen gebraucht als bei den anderen Lastschritten. In der nachfolgenden Untersuchung (vgl. Abb. 3-15) wurde die maximale Kontaktkraft, zwischen Lauffläche und Kugel, ins Verhältnis zu der Verschiebung des Innenrings gesetzt. Hier ist zu erkennen, dass die unterschiedlichen Kontaktsteifigkeiten keinen großen Einfluss auf die Kontaktkräfte haben – lediglich für einen Steifigkeitsfaktor von 0,1 weichen die Werte leicht von der Hertz'schen Theorie ab.



Abb. 3-15: Kontaktkraft über Verschiebung des Innenrings

Aufgrund dieser Untersuchungen werden alle nachfolgenden Simulationen mit einem Kontaktsteifigkeitsfaktor von 1 gerechnet. Dieser Wert liefert in allen ausgewerteten Größen die geringste Abweichung zu der Hertz'schen Theorie.

3.6 Zusammenfassung

Tabelle 3-3 fasst alle wichtigen Informationen zusammen, welche für die nachfolgenden Untersuchungen verwendet werden. Zudem wird die Gesamtanzahl der Knoten und Elemente des Submodells aufgeführt.

Tab. 3-3: Überblick aller Einstellungsparameter in ANSYS

Berechnungsansatz	Augmented Lagrange
Reibkoeffizient	0,1
Kontaktsteifigkeitfaktor	1
Kontaktsteifigkeit aktualisieren	Nie
Elementansatz	Quadratisch
Globale Netzgröße	20 mm
Netzgröße im Kontakt	0,6 <i>mm</i>
Elementknoten	2.255.486
Elemente	1.616.085

4 Simulation und Ergebnisse

Dieses Kapitel behandelt die Erstellung und Überprüfung des Submodells. Weiterhin wird ein kleiner Einblick in die verschiedenen globalen Modelle gegeben und wie der Übertrag vom globalen Modell auf das Submodell stattfindet. Im letzten Schritt wird erklärt, wie das Submodell ausgewertet wird.

4.1 Globales Federmodell und Kugelmodell

In dieser Arbeit werden Auswertungen mit zwei verschiedenen globalen Modellen vollzogen, die das Blattlager repräsentieren. Das erste auszuwertende Modell ist ein sogenanntes Federmodell.





Die Kontaktflächen der Kugel werden mit rechteckigen starren Schalenelementen dargestellt (Vgl. Abb. 4-1 links) – diese sitzen fest auf der Lauffläche des Lagers und können sich nicht bewegen. Am Schalenelement jeweils zwei starre Balkenelemente befestigt, welche die Kräfte der nichtlinearen Federn auf das Schalenelement übertragen. Die nichtlineare Feder, die zwischen dem Außen- und dem Innenring sitzt (Vgl. Abb. 4-1 rechts), imitiert das Verhalten der Kugel unter Last. Hierzu ist dem Verhalten der Feder eine Kraft-Deformationskurve hinterlegt. Sofern sich nun der Außen- oder der Innenring bewegt, längt oder staucht sich die Feder entsprechend ihrer vorgegebenen Kennlinie. Eine Druckkraft auf das Lager führt aufgrund der Anbringung der Federelementen zu einer Zugkraft in den Federn. Eine Winkelauswertung kann somit nur anhand der Bewegung der Feder ermittelt werden. [21] Weiter kann der Winkel des globalen Federmodells nur mithilfe des Diagonalenmittelwinkels ermittelt werden, da es aufgrund des Aufbaus dieser Modellart keine Möglichkeit gibt die Kontaktwinkel pro Laufbahn auszuwerten. Aus diesem Grund wurde eine Laufflächenbenennung eingeführt, die folgender Nomenklatur (vgl. Abb. 4-2) folgt.



Abb. 4-2: Nomenklatur für die Laufbahnbezeichnung

Die Laufflächen sind von eins bis vier jeweils am Innen- und Außenring durchnummeriert. Somit bilden die Lauffläche eins vom Innenring und die Lauffläche zwei vom Außenring zusammen die erste Diagonale. Weiter gehören Lauffläche zwei vom Innenring und Lauffläche eins vom Außenring zur zweiten Diagonale. Die beiden Diagonalen drei und vier werden analog gebildet.

Als weiteres globales Modell wird ein Kugelmodell, dargestellt in Abb. 4-3.



Abb. 4-3: Schnittmodell des globalen Kugelmodells

Hierbei sitzt, wie im Submodell, ein ausmodellierter dreidimensionaler Wälzkörper zwischen den Laufbahnen. Aufgrund der Abmaße des globalen Modells ist ein feinmaschiges Netz nicht möglich, während nur globale Aussagen wie z.B. Kraftverteilung in dem Lager getroffen werden können. Für weitere Details wie z. B. der Pressung, der Größe der Kontaktellipse oder der Schubspannung unter der Laufbahn muss ein feinmaschigeres Modell verwendet werden.

4.2 Vereinfachte Rotorstern Baugruppe

Für eine realitätsnahe Auswertung des Submodells wird im Verlauf dieses Kapitels eine vereinfachte Baugruppe eines drittel Rotorsterns verwendet. Hierbei werden die Submodelle des Kugel- als auch des Federmodells in diese Baugruppe integriert. Durch den komplexen Lastfall, welcher dieser Baugruppe zugrunde liegt, kann das Lager somit ideal betrachtet werden.



Abb. 4-4: Ein Drittel einer Nabe mit angeschlossenem Lager und FTE

Die Baugruppe (vgl. Abb. 4-4) besteht aus einer drittel Rotornabe, dargestellt in Orange, diese wird durch eine Feste Einspannung am Flansch gehalten, desweiteren gibt es entlang der Rotornabe zyklische Randbedingungen. Weiter besteht die Baugruppe aus einem Blattlager (grau) welches fest mit dem daran angeschlossenen Force Transmitting Element (FTE, blau) verbunden ist. Das FTE dient dazu, die Kraft auf das Lager aufzuprägen, ohne direkt Randbedingungen an dem Lager zu definieren. Dazu wird die Kraft mittig am oberen Ende des FTEs eingeleitet (Roter Kreis). Da der Fokus dieser Arbeit auf der Erstellung des Submodells und der Entwicklung einer Methode zur Übertragung der Randbedingungen des globalen Modells auf das lokale Modell ist, ist ein detailliertes Blattmodell nicht notwendig.

4.3 Übertrag der globalen Randbedingungen auf das Submodell

Das Submodell bildet einen kleinen spezifischen Bereich des globalen Modells ab und wird dann benötigt, wenn keine hinreichend genauen Aussagen über ein globales Modell getroffen werden können. Dabei ist das Submodell immer feiner vernetzt als das globale Modell, sodass die Spannungsverteilung feiner aufgelöst ist und interessante Bereiche besser untersucht werden können. Die Ergebnisse des globalen Modells können auf zwei verschiedene Arten auf das Submodell übertragen werden: Zum einen können die Kräfte am globalen Modell ausgewertet und dann auf das Submodell aufgeprägt werden und zum anderen können die Verschiebungen aus dem globalen Modell auf das Submodell übertragen werden, um auf diese Weise ein Bewegungsverhalten durch Verformung vorzugeben.

Im Fall dieser Arbeit werden Verschiebungsvektoren verwendet – diese lassen sich aus jedem Knotenpunkt generieren. Die Verschiebungsvektoren, die für das Submodell für Bedeutung sind, werden an den Knotenpunkten der Schnittfläche aufgeprägt. Aufgrund der feineren Netzauflösung des Submodells müssen die Knotenpunkte aus dem globalen Modell interpoliert werden. Dies muss geschehen, da das Submodell deutlich mehr Knotenpunkte an der Schnittfläche hat als das globale Modell. Jedem Knotenpunkt kann somit ein Verschiebungsvektor zugewiesen werden.

In ANSYS werden die Ergebnisse einer Simulation in einer RST-Datei gespeichert. Mithilfe dieser Datei können die Ergebnisse des globalen Modells auf das lokale Model übertragen werden. Abb. 4-5 zeigt die Verschiebungen des globalen Modells exemplarisch anhand einer Punktewolke. Außerdem ist die Platzierung des Submodells zu erkennen.



Abb. 4-5: Punktewolke des globalen Modells in ANSYS Workbench

Durch die Interpolation der Knotenpunkte an der Schnittkante des globalen Modells können die Verschiebungsvektoren bei dem feineren Netz des Submodells an den dortigen Knotenpunkten aufgebracht werden. In der nachfolgenden Abb. 4-6 ist ein vergrößerter Ausschnitt des Modells zu sehen, in dem erkannt werden kann, dass an jedem Knoten der Schnittkante ein Verschiebungsvektor anliegt.



Abb. 4-6: Vektordarstellung der Knotenverschiebungen an den Schnittflächen des Submodells

Damit diese Art der Submodellierung funktioniert, müssen die Schnittkanten des Submodells innerhalb der Geometrie des globalen Modells liegen. Falls dies nicht der Fall ist, muss das Lager mithilfe der Modelltransformationsfunktion an die auszuwertende Stelle verschoben werden. Mithilfe dieser Funktion kann auch das Bauteil selbst an einer anderen Stelle des auszuwertenden Lagers platziert werden.

4.4 Auswertung der Modelle

Bei dieser Untersuchung des Submodells werden vier Auswertungen vorgenommen. Als Grundlage der Auswertung dienen die im vorherigen Kapitel beschriebenen globalen Modelle des Kugel- und Federmodells. Beide Modelle werden durch eine axiale Belastung des Submodells untersucht und bei beiden Modellen wird das Submodell in die Baugruppe des Rotorsterns eingebaut. Für alle Modelle in dieser Betrachtung wird die RST-Datei als Randbedingung für das Submodell verwendet – ohne zusätzliche Randbedingungen an den Bauteilen, die es in der Bewegung einschränken könnten. Anschließend werden jeweils die Ergebnisse des Submodells ausgewertet und mit den Ergebnissen der globalen Modelle verglichen. Ziel dieser Methode sind vergleichbare Ergebnisse zwischen globalem und lokalem Modell. Weiter kommt es während der gesamten Auswertung zu keinen Veränderungen der in Kapitel 3 ausgewerteten Parameter, die in Tab. 3-3 zu finden sind.

Um die Funktion des Modellübertrags zu prüfen, wurden für die Simulationen des axialen Belastungszustands die Lastfälle aus Kapitel drei verwendet (Vgl. Tab. 3-2). Für die Simulationen wird ein Federmodell verwendet, dass keine Vorspannung berücksichtigt – dieses plausibilisiert die Hertz'sche Theorie erneut und soll zeigen, dass die gewählte Methode für die Kraftübertragung funktioniert. Im Verlauf wird ein weiterer komplexer Lastfall eingeführt – hierbei wird das Submodell in einer realen Einbausituation geprüft. Für die Auswertungen, insbesondere im Fall des komplexen Lastfalls, werden ein Feder- und ein Kugelmodell, die beide Vorspannung besitzen, verwendet. Die Vorspannung entsteht durch Wälzkörper, die einen größeren Durchmesser als der tatsächliche Durchmesser der Laufbahn besitzen. Die Wälzkörper haben in der Betrachtung ein Übermaß von $50\mu m$ und somit einen Durchmesser ser von 80,05 mm. Durch die Berücksichtigung der Vorspannung wird das Lager realitätsnah abgebildet. Ein Lager wird dabei vor allem aufgrund der besseren Verteilung von Lasten vorgespannt. Weiter erhöhen sich dadurch die Betriebssicherheit und die Gebrauchsdauer, da die Lasten gleichmäßiger verteilt werden. Des Weiteren wird durch die Lagervorspannung sichergestellt, dass alle Kugeln im Kontakt mit der Lauffläche sind. [36].

In allen nachfolgenden Diagrammen sind verschiedene Kurven zu erkennen – hierbei ist die Hertz'sche Theorie in blau und das Federmodell ohne Vorspannung in rot abgebildet. Das Pendant mit Vorspannung bildet eine grüne Kurve ab und das Kugelmodell ist in schwarz abgebildet mit einer grau gestrichelten Referenzkurve, die aus den Auswertungen von Kapitel 3.5 entstanden ist.

In der ersten Betrachtung wird eine rein axiale Beanspruchung ausgewertet. Dies geschieht nur mit dem Submodell und nicht im eingebauten Zustand in der Baugruppe. Hierbei soll zum einen noch einmal der Abgleich mit der Hertz'schen Theorie untersucht und zum anderen, mit diesem einfachen Lastfall, die Funktion des Modell Übertrags überprüft werden. Für die Erstellung der RST-Dateien werden dabei die in Kapitel 3.3 eingeführten Randbedinungen. Das heißt, dass beide Ringe fest eingespannt sind und nur der Innenring eine axiale Verschiebung in entlang der Z-Achse zulässt. In der darauffolgenden Auswertung wird die Baugruppe des Rotorsterns verwendet, um eine realistische Einbausituation des Lagers herbeizuführen. Die dafür vorliegenden Randbedingungen werden an späterer Stelle erläutert.

Für die Überprüfungen der axial belasteten Modelle werden Betrachtungen der global aufgebrachten Kraft, der Pressung und der Kontaktkraft im Vergleich zur axialen Verschiebung des Innenrings betrachtet.

Wie in Abb. 4-7 zu erkennen ist, besteht ein Zusammenhang beider Kurven mit Vorspannung und der Kurve der Hertz'schen Theorie. Die graue Kurve bildet die Kurve des Federmodells ohne Vorspannung, ab einer globalen Axialkraft von 4 *MN* sehr genau ab. In dem Bereich vor diesem Punkt kommt es zu Abweichungen beider Kurven.





Durch eine quadratische Regression der Kurven von Feder- und Kugelmodellen konnte ermittelt werden, dass sowohl die Kurven mit Vorspannung als auch das Federmodell ohne Vorspannung eine identische Steigung besitzen. Durch die Vorspannung besitzen die Lager mit Vorspannung eine höhere Steifigkeit – dadurch verschiebt sich das Kugel- und Federmodell mit Vorspannung nicht so stark vertikal wie das Federmodell ohne Vorspannung.

In der nächsten Untersuchung wird die Verschiebung des Innenrings ins Verhältnis zu der Kontaktkraft gesetzt. In diesem Fall folgen alle Kurven dem Verlauf der Hertz'schen Theorie qualitativ sehr gut. Bei dem Federmodell mit Vorspannung (grüne Kurve) ist erkennbar, dass sie mit dem Endwert der Hertz'schen Theorie sehr gut übereinstimmt. Die beide Kurven mit Vorspannung bewegen sich allerdings nicht auf einem Verschiebungsniveau. Die schwarze Kurve verschiebt sich im Vergleich zur grünen Kurve etwas mehr – der Unterschied liegt bei 10 μm .



Abb. 4-8: Verschiebung des Innenrings im Verhältnis zur Kontaktkraft für das Feder- und Kugelmodell

Auffällig ist, dass beide Modelle mit Vorspannung ein vergleichbares Verhalten aufweisen – das Kugelmodell liefert größere allerdings Kontaktkräfte. Auch in dieser Untersuchung fällt auf, dass der Endwert des Federmodells mit Vorspannung auf einem Kraftniveau mit der Hertz'schen Theorie liegt.

Für die letzte Untersuchung der beiden Modelle unter axialer Belastung wird die Kontaktkraft durch die Pressung ersetzt. In der nachfolgenden Abb. 4-9 ist der Zusammenhang zwischen der maximalen Pressung im Kontaktbereich und der Verschiebung des Innenrings erkennbar.



Abb. 4-9: Verschiebung des Innenrings im Verhältnis zur maximalen Pressung für das Feder- und Kugelmodell

Da die Pressung ein auf die Kontaktfläche bezogener Wert der Kontaktkraft ist, können hier die gleichen Zusammenhänge wie bei der Kontaktkraft erkannt werden. Das Federmodell ist weiter auf einem Niveau mit der Hertz'schen Pressung, während das Kugelmodell eine höhere Pressung als die grüne Kurve besitzt. Weiter ist in dieser Betrachtung erkennbar, dass sich die rote und graue Linie bis 4 *MN* aneinander annähern. Ab einer Last größer als 4 *MN* entfernen sich beide Kurven wieder leicht voneinander.

Aus den hier ausgewerteten Daten geht hervor, dass sich die Methode der Kraftübertragung vom globalen auf das Submodell sowohl für das Feder- als auch auf das Kugelmodell anwenden lässt. Insbesondere das Federmodell ohne Vorspannung beweist, dass sich die Methode anwenden lässt. Da jedoch alle Lager mit entsprechenden Dimensionen ,wie die hier untersuchten, eine Lagervorspannung besitzen, wurde diese auch in die Modelle integriert. Das Verschieben der Linien der Modelle mit Vorspannung ist auf die höhere Steifigkeit zurückzuführen. Der Unterschied zwischen dem Kugel- und Federmodell, welche Vorspannung besitzen, ist auf die unterschiedlichen Modellierungsmethoden der globalen Lager zurückzuführen.

Um einen besseren Eindruck beider Modelle mit Vorspannung zu erhalten, wird in einer weiteren Überprüfung ein komplexerer Lastfall eingeführt. Dazu wird in einem weiteren Schritt das Feder- bzw. Kugelmodell in die Baugruppe des vereinfachten drittel Rotorsterns

integriert. Durch die realitätsnahe Belastungsweise des Lagers über das FTE und der Berücksichtigung der Nabe wird das Blattlager mit einem komplexen Lastfall beansprucht. Über das FTE wird ein resultierendes Moment von ca. 32 *MNm* auf das Lager aufgebracht. Diese Belastung entspricht einem Extremlastfall aus den aeroelastischen Simulationen für die IWT7.5 Referenzanlage. [4]

Das Submodell muss nicht nur die Hertz'sche Theorie genau abbilden können, sondern auch die Vorgaben, die durch das globale Modell geschaffen werden. Hierzu gehören vor allem die vorgegebenen Verschiebungen und die Kräfte und Momente. Da sich die Daten allerdings nicht mehr mit einer Theorie abgleichen lassen, wird die Bewertung mithilfe eines Vergleichs zwischen Werten des globalen Modells und des Submodells vollzogen. Obwohl das globale Federmodell als auch das Kugelmodell ein sehr grobmaschiges Netz besitzen, müssen Kriterien festgelegt werden, die bei beiden Modellen durch bestimmte Werte vergleichbar sind. In Kapitel 3.4 wurde bei der Untersuchung des bestmöglichen Netzes festgestellt, dass die Netzgröße nur einen sehr geringen Einfluss auf die Genauigkeit der Kontaktkraft hat (vgl. Abb. 3-8). Aufgrund dieses Ergebnisses wurde die Kontaktkraft als Hauptparameter für den Vergleich zwischen globalem Modell und Submodell verwendet. Weiter wird der Kontaktwinkel zwischen Kugel und Laufbahn für die Untersuchung verwendet. Mithilfe des Kontaktwinkels kann zudem bestimmt werden, ob bei dem vorliegenden Lastfall bereits das Kantentragen eingesetzt hat oder sich die Kontaktellipse noch komplett auf der Wälzkörperlaufbahn befindet.

Um den Kontaktwinkel vergleichen zu können, muss dieser für das Submodell errechnet werden und die dafür entwickelte Methode sieht zwei Richtungsvektoren vor. In einem weiteren Schritt wird dann der Winkel zwischen beiden Richtungsvektoren gebildet und somit der Kontaktwinkel zwischen Laufbahn und Kugel bestimmt.

Der Richtungsvektor des initialen Zustands setzt sich aus dem Punkt des Kugelmittelpunkts und dem Punkt, an dem die höchste Pressung an der Laufbahn vor der Belastung zu finden ist, zusammen:

$$\overrightarrow{M_i L_{0_i}} = M_i - L_{O_i}$$
Gl. 4-1

Hierbei bezeichnet der Punkt M_i den Mittelpunkt der jeweiligen Kugel. L_{O_i} bezeichnet den Punkt, an dem die höchste Pressung an der Laufbahn zu finden ist. Für den belasteten Zustand wird aus dem Mittelpunkt der gleichen Kugel im Ausgangszustand und dem Punkt der höchsten Pressung im belasteten Zustand an der gleichen Laufbahn ein weiterer Richtungsvektor gebildet.

Mithilfe von Vektormathematik kann nun aus den Richtungsvektoren der Kontaktwinkel gebildet werden:

$$\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{M_{l}L_{0_{l}}} \circ \overrightarrow{M_{l}L_{1_{l}}}}{\left|\overrightarrow{M_{l}L_{0_{l}}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{M_{l}L_{1_{l}}}\right|} \to \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{\overrightarrow{M_{l}L_{0_{l}}} \circ \overrightarrow{M_{l}L_{1_{l}}}}{\left|\overrightarrow{M_{l}L_{0_{l}}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{M_{l}L_{1_{l}}}\right|}\right)$$
GI. 4-2

Hierzu wird ein Skalarprodukt des Richtungsvektors vor der Belastung $(\overline{M_{\iota}L_{0_{\iota}}})$ mit dem Richtungsvektor nach der Belastung $(\overline{M_{\iota}L_{1_{\iota}}})$ gebildet. Das Skalarprodukt wird dann durch das Produkt der Beträge der Richtungsvektoren geteilt.

Durch die Verwendung des Kugelmittelpunktes aus dem initialen Zustand für das Bilden des Richtungsvektors unter Belastung, wird die veränderte Position der Kugel nicht mitberücksichtigt. Da die Positionsänderung der Kugel jedoch sehr gering ist, fällt dieser Fehler nur minimal ins Gewicht und ist akzeptabel. Aus den errechneten Kontaktwinkeln für die jeweilige gegenüberliegenden Laufbahn wird im Anschluss für eine bessere Vergleichbarkeit mit dem Federmodell der Mittelwert gebildet.

Für die Auswertung des Kugel- und Federmodells wurde das Submodell an unterschiedliche Lagerwinkel des Lagerrings bewegt. In der ersten Teiluntersuchung wird das Lager in einer Lagerstellung von 0° gemäß des Blattkoordinatensystems der Germanischer Lloyd [17] belassen. Aufgrund der vollkommenen Entlastung der Diagonalen zwei und vier sind die jeweiligen Kontaktkräfte und -winkel in den dazugehörigen Laufflächen null oder nahe null, denn in diesem Bereich löst sich das Modell vollständig von der Kontaktfläche, wie in der nachfolgenden Abb. 4-10 sehr gut erkennbar ist.



Abb. 4-10: Submodell im belasteten Zustand in einer zehnfach überhöhten Darstellung Dadurch werden in den folgenden Auswertungen nur die Diagonalkräfte und -winkel beschrieben, die Kraft übertragen.

In Tab. 4-1 werden die Winkel der jeweiligen Laufflächen einander gegenübergestellt. Wie erkennbar ist weicht dieser Einzelwert in den meisten Fällen von den Werten des Diagonalwerts ab. Die Abweichungen liegen zwischen 2,4% und 7,39%. Auffällig ist, dass die Werte am Innenring kleiner ausfallen als die Werte am Außenring.

	Submodell	Globales Federmodell	Abweichung
Außenring 1	66,45°	62,09°	6,56%
Außenring 3	68,18°	63,14°	7,39%
Innenring 2	65,75°	62,09°	5,56%
Innenring 4	64,71°	63,14°	2,42%
Diagonale 1	66, 10°	62, 09°	6,06 %
Diagonale 3	66, 44°	63 , 14°	4,97 %

Tab. 4-1: Vergleich der Kontaktwinkel zwischen Federmodell und Submodell in 0° Stellung

Die Diagonalen eins und drei weisen eine Abweichung von 6,06% und 4,97% auf. Die obere Kugel hat eine größere Abweichung im Kontaktwinkel als der untere Wälzkörper.

Im Vergleich dazu werden in Tab. 4-2 die Kontaktwinkel zwischen dem globalen Kugelmodell und dem Submodell dargestellt. Der größte Unterschied ist in den Mittelwerten der Diagonalen eins und drei ersichtlich – dort ist die Abweichung zwischen Submodell und globalem Modell sehr gering. Genauso wie beim Federmodell fällt bei diesem Modell auf, dass die obere Kugel eine größere Abweichung hat als die untere Kugel.

Tab. 4-2: Vergleich der Kontaktwinkel zwischen Kugelmodell und Submodell in 0° Stellung

	Submodell	Globales Kugelmodell	Abweichung
Außenring 1	65,68°	64,75°	1,42%
Außenring 3	68,18°	66,44°	2,55%
Innenring 2	63,95°	64,75°	-1,25%
Innenring 4	64,71°	66,44°	-2,68%
Diagonale 1	64, 82°	64,75°	0, 10%
Diagonale 3	66, 44°	66, 44°	0,01%

Zudem ist erkennbar, dass nicht nur die Mittelwerte der Diagonalen beinahe übereinstimmen, sondern auch die Einzelwerte der jeweiligen Laufbahn deutlich näher beieinander liegen. Die Auswertung des Modells ergibt, dass sich die einzelnen Kontaktwinkel in einem Bereich von $\pm 3^{\circ}$ bewegen.

Ein gravierenderer Unterschied wird bei dem Vergleich der Kontaktkräfte zwischen dem Submodell und dem Feder- bzw. Kugelmodell deutlich. Bei dieser Betrachtung treten beim Federmodell Abweichungen von knapp 50% auf. In der nachfolgenden Tabelle sind die jeweiligen Kontaktkräfte zwischen Submodell und Federmodell aufgetragen.

	Submodell	Globales Federmodell	Abweichung
Außenring 1	190780 N	98833 N	48,20%
Außenring 3	168200 N	87057 N	48,24%
Innenring 2	190770 N	98833 N	48,19%
Innenring 4	168180 N	87057 N	48,24%
Diagonale 1	190775 N	98833 N	48, 19 %
Diagonale 3	168190 N	87057 N	48,24%

Tab. 4-3: Vergleich der Kontaktkräfte zwischen Federmodell und Submodell in 0° Stellung

Bei der Auswertung der Kontaktkräfte fällt auf, dass der Unterschied zwischen dem globalen Modell und dem Submodell enorm ist. Basierend aus den Verschiebungen des globalen Modells des Federmodells werden bei dem Submodell fast doppelt so große Kräfte wie bei dem globalen Modell festgestellt. In dem direkten Vergleich dazu sind die Ergebnisse des Submodells, die mit dem globalen Kugelmodell erstellt wurden, sehr genau.

Tab. 4-4: Vergleich der Kontaktkräfte zwischen Kugelmodell und Submodell in 0° Stellung

	Submodell	Globales Kugelmodell	Abweichung
Außenring 1	108840 N	107349 N	1,37%
Außenring 3	77337 N	78263 N	-1,20%
Innenring 2	107349 N	107349 N	1,36%
Innenring 4	77335 N	78263 N	-1,20%
Diagonale 1	108835 N	107349 N	1,36%
Diagonale 3	77336 N	78263 N	-1,20%

Auch bei diesen Auswertungen fällt auf, dass die Ergebnisse der oberen Kugel eine höhere Abweichung besitzen als die Ergebnisse der unteren Kugel. Damit stellt sich die Frage, wieso sich die Ergebnisse des Federmodells so stark von den Ergebnissen des Kugelmodells unterscheiden.

Um eine mögliche Lastabhängigkeit des Modells ausschließen zu können, werden zwei weitere Teilstücke ausgewertet. Wie in der nachfolgenden Abbildung erkannt werden kann, verändert sich die Kontaktkraft je nach betrachtetem Winkel. Dies kommt durch den Aufbau und die Krafteinleitung in die Baugruppe zustande. (Vgl. Kapitel 4.2)



Lastverteilung auf den Laufbahnen



Für die weiteren Auswertung des Blattlagers werden an den Lagerwinkeln 49° und 340° weitere Auswertungen vorgenommen. An der Lagerstelle 49° sind die Kräfte, die auf das Lagerblatt wirken, circa halb so groß wie bei 0°. An der Stelle 340° wirken auf das Lager die höchst anzunehmenden Kräfte für den vorliegenden Belastungsfall.

Bei der Auswertung beider Lagerstellungen fällt auf, dass bei kleinen Lasten wie im Falle der 49° Stellung kleinere Fehler bei dem Federmodell in der Auswertung der Kontaktkräfte entstehen. Bei größeren Kräften wie an der Stelle des Lagerwinkels 340° werden die Fehler allerdings größer. Die Kräfte werden dabei so groß, dass sie eine Abweichung von 50 % überschreiten. In der nachfolgenden Tabelle sind alle Werte für die 340° Stellung in dunkelgrau hinterlegt.

Tab. 4-5: Vergleich der Kontaktkräfte und -winkel zwischen globalem Federmodell und Submodell in 49° und 340° Stellung

	Submodell	Globales Kugelmodell	Abweichung
Kontaktkraft Submodell 49°			
Diagonale 1	58909 N	50119 N	14,92 %
Diagonale 3	74019 N	61472 N	16,95 %
Kontaktkraft Submo	odell 340°		
Diagonale 1	230885 N	111680 N	51,63 %
Diagonale 3	199030 N	95747 N	51,89 %
Kontaktwinkel Submodell 49°			
Diagonale 1	46,65°	47,60°	-2,03 %
Diagonale 3	47,02°	47,33°	-0,66 %
Kontaktwinkel Submodell 340°			
Diagonale 1	64,09°	83,05°	22,83 %
Diagonale 3	65,51°	82,58°	20,67 %

Hierbei lässt sich erkennen, dass das globale Federmodell bei geringeren Lasten geringere Abweichungen hat.

Im Vergleich hierzu bildet das Kugelmodell, wie auch schon in der 0° Stellung, die Ergebnisse mit geringeren Abweichungen zwischen dem globalen Modell und dem Submodell ab. Das Kugelmodell kann größere Kontaktkräfte mit kleineren Abweichungen abbilden als kleinere Kräfte. Tab. 4-6: Vergleich der Kontaktkräfte und -winkel zwischen globalem Kugelmodell und Submodell in 49° und 340° Stellung

	Submodell	Globales Kugelmodell	Abweichung
Kontaktkraft Submodell 49°			
Diagonale 1	54083 N	50471 N	6,68 %
Diagonale 3	61350 N	57740 N	5,88 %
Kontaktkraft Submo	odell 340°	·	
Diagonale 1	120170 N	121867 N	-1,42 %
Diagonale 3	83910 N	86509 N	-3,09 %
Kontaktwinkel Submodell 49°			
Diagonale 1	46,65°	46,63°	2,01 %
Diagonale 3	47,02°	46,63°	0,65 %
Kontaktwinkel Submodell 340°			
Diagonale 1	66,11°	67,11°	-1,51 %
Diagonale 3	68,00°	68,79°	-1,42 %

Weiter fällt in Tab. 4-6 auf, dass das Submodell bei kleineren Lasten einen eher größeren Wert als das globale Kugelmodell wiedergibt. Bei großen Lasten wie im Blattwinkel von 340° ist es genau andersrum.

Ein großer Vorteil des Submodells besteht darin, Aussagen über das Lager zu treffen die vorher beim Kugelmodell und beim Federmodell nicht genau oder gar nicht möglich waren. Durch das Submodell lassen sich jetzt genauere Aussagen über beispielsweise die Schubspannungen unter der Laufbahnoberfläche treffen. Wie in der nachfolgenden Abbildung zu erkennen, kommt es unterhalb der Oberfläche zur höchsten Schubspannung im Bauteil. In der Abbildung wurde dies beispielhaft für den 0° Abschnitt der Baugruppe ausgewertet. Hierbei kommt es in dem markierten Bereich zu Spannungen von bis zu 867 *MPa*.



Abb. 4-12: Auswertung der Maximale Scherspannungen

Die Schubspannungen sind dabei ein wichtiger Faktor, um die Lebensdauer von Bauteilen berechnen zu können. Weiter kann für die Modelle auch die Größe der im Kontakt stehenden Fläche ausgegeben werden sowie weitere kontaktbezogenen Daten.

4.5 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

Anhand einer Simulation mit einem einfachen Lastfall konnte die Methode des Modellübertrags plausibilisiert werden. Hierbei bildet das Federmodell ohne Vorspannung die Hertz'schen Theorie sehr gut ab. Beide Modelle mit Vorspannung konnten die Hertz'sche Theorie qualitativ ebenfalls abbilden und folgen dieser mit der gleichen Steigung. Durch die Vorspannung sind die Lager allerdings steifer, wodurch der Versatz der Kurven zu erklären ist.

Im zweiten Lastfall wurde das Submodell mit einem realitätsnahen Belastungsfall untersucht. Hierzu wurde das Submodell in eine Baugruppe integriert. Weiter wurde das Submodell an verschiedenen Lagerwinkeln untersucht und durch den Vergleich zwischen Kontaktkräften und Kontaktwinkel konnten sehr unterschiedliche Ergebnisse des Federmodells und des Kugelmodells festgestellt werden. Das Submodell des globalen Kugelmodells hatte eine durchschnittliche Abweichung der Kontaktkräfte bei allen untersuchten Lagerwinkeln von ungefähr 3,3%. Dagegen stehen knapp 39% des globalen Federmodells. In der Spitze hatte das Federmodell eine Abweichung von 52%. Dementgegen steht eine Maximalabweichung des Kugelmodells von 6,7%. Ähnlich verhält sich die Abweichung bei der Betrachtung des Kontaktwinkels – hier lieferte das Kugelmodell durchschnittliche Abweichungen von weniger als einem Prozent, wohingegen die Werte des Federmodells mit 10% deutlich höher waren. Aus diesem Grund ist für eine detaillierte Betrachtung der Kontaktzone das Kugelmodell deutlich geeigneter als das Federmodell.

5 Fazit und Ausblick

In der hier vorliegenden Arbeit wurde ein Submodell erstellt, das einen bestimmten Lagertyp repräsentiert, um detaillierte Informationen über ein globales Lagermodell zu erhalten. Das globale Lager wurde in dieser Auswertung durch ein Federmodell oder ein Kugelmodell dargestellt. Hierbei wurde im ersten Schritt das Submodell aufgebaut und anschließend mit der Hertz'schen Theorie abgeglichen. Um ein Modell aufzubauen, welches die Theorie am besten trifft, wurden dabei eine Netzkonvergenzanalyse und eine anschließende Untersuchung der Kontaktsteifigkeitsparameter vollzogen. Aus diesen Untersuchungen ging hervor, dass eine Netzgröße von 0,6 mm mit einem Kontaktsteifigkeitsfaktor von eins verwendet werden sollte. Diese Kombination aus Netzgröße und Kontaktsteifigkeitsfaktor lieferte die genauste Abbildung der Hertz'schen Theorie bei relativ schneller Lösungszeit.

Im nächsten Schritt wurde die entwickelte Methode untersucht, mit der das globale Modell auf das Submodell übertragen wird. Hierbei wurden die Verschiebungsvektoren der Knotenpunkte an den Schnittkanten ausgewertet und auf das Submodell übertragen. Um die Methode verifizieren zu können, wurde nachfolgend das globale Feder- und Kugelmodell mithilfe zweier Simulationen untersucht. Zum einen wurde das globale Modell mit einer axialen Kraft belastet und die sich daraus ergebenden Verschiebungen auf das Submodell übertragen. Zum anderen wurde das Submodell in eine Baugruppe eines vereinfachten Modells eines drittel Rotorstern eingebaut, um eine realitätsnahe Belastungssituation zu simulieren.

Aus den ausgewerteten Daten des axialen Belastungsfalls geht hervor, dass sich die Methode der Kraftübertragung vom globalen auf das Submodell sowohl für das Federmodell als auch auf das Kugelmodell anwenden lässt und dass der qualitative Verlauf der beiden Modelle einen Vergleich zur Hertz'schen Theorie zulässt. Um allerdings eine genaue Aussage über das Submodell treffen zu können, wurden beide Lager in die Baugruppe integriert. Hierzu wurden das Feder- und das Kugelmodell an verschiedenen Lagerwinkeln untersucht.

Um weiter eine qualifizierte Aussage über die gewählte Herangehensweise treffen zu können, müssen die Ergebnisse von Feder- und Kugelmodell differenziert betrachtet werden.

Die hergeleitete Herangehensweise der Kraftüberleitung vom globalen Modell auf das Submodell hat sich im Fall des Kugelmodells sehr gut umsetzen lassen. Im Fall des globalen Kugelmodells lässt sich eine durchschnittliche Abweichung der Kontaktkraft zum Submodell von circa 3,3% bestimmen – diese ist aus den Untersuchungen der Baugruppe aus verschiedenen Lagerwinkeln hervorgegangen. Bei der Auswertung der Kontaktwinkel war die Abweichung kleiner als 1%. Mit einer so geringen Abweichung kann die Methode als sehr präzise bezeichnet werden – das Submodell stellt das Kugelmodell durch die feinere Netzauflösung sehr gut dar.

Dagegen steht das Federmodell. Sofern die reinen Zahlen der Untersuchung betrachtet werden, kann in der Kontaktkraft eine Abweichung zwischen Feder- und Submodell von ca. 39% erkannt werden. Die totale Abweichung des Kontaktwinkels liegt bei knapp 10%. In beiden Fällen liegt die Abweichung bei dem circa zehnfachen des Wertes des Kugelmodells. Durch diese Ergebnisse stellen sich nun mehrere offene Fragen:

- Warum kommt es zu den großen Abweichungen?

Ein Hauptproblem könnte hier der Kraftübertragungspunkt zwischen Kugel und Laufbahn sein – dieser lässt sich nicht verändern und verursacht möglicherweise größere Verformungen.

- Kann ein Submodell mit einer modellierten Kugel ein Lager nachbilden, welches den Kugel-Laufbahn Kontakt mittels eines Federelementes berücksichtigt?

Vor der Untersuchung war bereits anzunehmen, dass die Ergebnisse nicht identisch ausfallen werden – dennoch sollte die Funktionsweise beider globalen Modelle ein annähernd ähnliches Resultat erzielen, sofern die globalen Modelle auf das Submodell übertragen werden. Im Falle der rein axialen Belastung war dies auch der Fall, nicht aber für komplexere Wirkzusammenhänge wie der Baugruppe. In einer weiteren Arbeit könnte hier das Federmodell mit experimentellen Daten validiert und genauere Ergebnisse des Submodells gewonnen werden. Dass die Methode funktioniert, hat die Auswertung des Kugelmodells bewiesen, sodass sich die nächste Frage stellt:

- Kann durch einen anderen Aufbau des Federmodells ein besseres Ergebnis erzielt werden?

Um diese Frage zu beantworten, muss das Federmodell verstanden werden. Aktuell sitzt die Feder fest auf einem Punkt an der Laufbahn – auch bei hohen Verschränkungen bleibt die Feder dort eingespannt mit, dem Anschein nach, sehr hohen Kontaktkräften beim Übertrag vom globalen aufs Submodell kommt. Die hohen Kontaktkräfte könnten durch eine größere Verkippung der Lagerringe entstehen, welche durch die feststehenden Federpunkte begünstigt werden. Dies wiederum führt zu höheren Kräften im Submodell. Unter Umständen könnte dieser Fehler minimiert werden, sofern sich der Punkt, auf dem die Feder befestigt ist, linear innerhalb eines Bereiches bewegen könnte. Durch die Untersuchungen in einer weiteren Arbeit könnte dieser Theorie nachgegangen werden. Weiter steht die Frage im Raum:

- Wie genau ist das globale Federmodell im Bezug zur Realität? Kann es alle Lastfälle abbilden oder ist das Federmodell nur für eine bestimmte Gruppe von Lastfällen geeignet?

Auffällig in der Betrachtung der Baugruppe war, dass das Federmodell geringere Abweichungen bei kleineren Wälzkörperkräften hat, dies lässt den Schluss zu, dass der Fehler des Submodells in Abhängigkeit zur Größe der Wälzkörperkraft steht. Bei dieser Betrachtung kam es zu einer Abweichung der Kontaktkräfte von ca. 15%. Auch die Kontaktwinkel hatten hier nur eine maximale Abweichung von 2%. Bei dem axial belasteten Fall mit einer aufgebrachten Last von 10 *MN*, waren die Ergebnisse des Federmodells und des Kugelmodells ähnlich. Hierbei konnte sich das Lager jedoch nicht verkippen. Auch in diesem Fall lagen die Abweichungen bei denen des in der Baugruppe eingebauten Federmodells.

Dies lässt den Schluss zu, dass eine Auswertung mithilfe des aktuellen Federmodells nur für kleinere Lasten verwendet werden kann. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass es bei diesen Situationen trotzdem noch zu erheblichen Abweichungen kommen kann. Das Submodell hat allerdings auch gezeigt, dass alle ausgewerteten Kräfte, welche dem Federmodell entspringen immer deutlich höher sind, als zu erwarten.

Das globale Federmodell ist somit ein guter Indikator für die Kräfteverteilung im Lager. Für eine detaillierte Betrachtung des Lagers sind die Abweichungen zwischen dem globalen Federmodell und dem Submodell allerdings zu groß. Um detaillierte Informationen über den Kontakt zwischen Laufbahn und Wälzkörper zu erhalten, sollte mit dem Kugelmodell gearbeitet werden. Dabei hat sich gezeigt, dass sich der Mehraufwand durch das Kugelmodell lohnt, da die Abweichungen zwischen dem globalen Modell und dem Submodell nur sehr gering sind.

Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] Die Bundesregierung, Ausstieg aus der Kernkraft. [Online]. Verfügbar unter: https://www.bundesregierung.de/breg-de/themen/energiewende/energie-erzeugen/ausstieg-aus-der-kernkraft-394280 (Zugriff am: 4. Februar 2022).
- [2] Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz, Eröffnungsbilanz Klimaschutz. [Online]. Verfügbar unter: https://www.bmwi.de/Redaktion/DE/Downloads/Energie/220111_eroeffnungsbilanz_klimaschutz.pdf?__blob=publicationFile&v=22 (Zugriff am: 3. Februar 2022).
- [3] E. Hau, *Windkraftanlagen: Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit,* 6. Aufl. Berlin: Springer Vieweg, 2016. [Online]. Verfügbar unter: http://www.springer.com/
- [4] W. Popko und Thomas, "IWES Wind Turbine IWT-7.5-164. Rev 4", 2018.
- [5] E. Froede und M. Himmel, Windmühlen in Deutschland, Holland, Belgien: Edelgard und Wolfgang Fröde. Energiespender und ästhetische Architektur ; Mit e. Beitr. von Michael Himmel über moderne Perspektiven zur Nutzung d. Windenergie. Köln: Du Mont, 1981.
- [6] R. Gasch et al., Windkraftanlagen: Grundlagen, Entwurf, Planung und Betrieb, 4.
 Aufl. Wiesbaden, s.l.: Vieweg+Teubner Verlag, 2005. [Online]. Verfügbar unter: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-322-99446-2
- [7] GE Renewable Energy, Haliade-X offshore wind turbine. [Online]. Verfügbar unter: https://www.ge.com/renewableenergy/wind-energy/offshore-wind/haliade-x-offshoreturbine (Zugriff am: 4. Februar 2022).
- [8] S. Heier, Windkraftanlagen: Systemauslegung, Netzintegration und Regelung, 6. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018.
- IMO, *T-Solid: Next Level Pitch Bearing.* [Online]. Verfügbar unter: https://www.imo.de/drehverbindungen-erneuerbare-energien (Zugriff am: 9. Januar 2022).
- [10] IMO, "Lesson learnt Vermeidung von Blattlagerschäden und bewährte Austauschlösungen". Potsdam, 5. Nov. 2019. [Online]. Verfügbar unter: https://windenergietage.de/2019/wp-content/uploads/sites/4/2019/11/28WT06_F7_1455_IMO_Handout.pdf
- [11] H. Wittel, *Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung,* 21. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.

- [12] T. A. Harris, *Rolling bearing analysis*, 4. Aufl. New York, NY: Wiley, 2001. [Online]. Verfügbar unter: http://www.loc.gov/catdir/description/wiley035/00038171.html
- [13] G. Poll, "Wälzlager" in *Dubbel*, K.-H. Grote, B. Bender und D. Göhlich, Hg., Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018, S. 518–539, doi: 10.1007/978-3-662-54805-9_47.
- [14] T. A. Harris und M. N. Kotzalas, *Essential concepts of bearing technology*, 5. Aufl. Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2007.
- [15] Eize de Vries, Turbines of the year 2019: Rotor blades. [Online]. Verfügbar unter: https://www.windpowermonthly.com/article/1669245/turbines-year-2019-rotor-blades (Zugriff am: 9. Januar 2022).
- [16] R. Gasch, Hg., Windkraftanlagen: Grundlagen, Entwurf, Planung und Betrieb, 8. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.
- [17] Germanischer Lloyd Industrial Services GmbH, *Guideline for the Certification of Wind Turbines*, 2010.
- [18] Wind power generation and wind turbine design. Southampton: Wit Press, 2010.
- [19] "Ueber die Berührung fester elastischer Körper", Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal), Jg. 1882, Nr. 92, S. 156–171, 1882, doi: 10.1515/crll.1882.92.156.
- [20] Polymer Service GmbH Merseburg, Hertz'sche Pressung. [Online]. Verfügbar unter: https://wiki.polymerservice-merseburg.de/index.php/Datei:Hertzschepressung1.jpg (Zugriff am: 3. Januar 2022).
- [21] J. Aguirrebeitia, M. Abasolo, R. Avilés und I. Fernández de Bustos, "General static load-carrying capacity for the design and selection of four contact point slewing bearings: Finite element calculations and theoretical model validation", *Finite Elements in Analysis and Design*, Jg. 55, S. 23–30, 2012, doi: 10.1016/j.finel.2012.02.002.
- [22] A. Daidié, Z. Chaib und A. Ghosn, "3D Simplified Finite Elements Analysis of Load and Contact Angle in a Slewing Ball Bearing", *Journal of Mechanical Design*, Jg. 130, Nr. 8, S. 421, 2008, doi: 10.1115/1.2918915.
- [23] L. Houpert, "An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity—Part I", Journal of Mechanical Design, Jg. 123, Nr. 3, S. 582–588, 2001, doi: 10.1115/1.1308043.
- [24] M. Hahn, 3D-Spannungsanalyse von linear elastisch homogenen Körpern: Analytische Lösungsmethoden für kontinuumsmechanische Probleme. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.
- [25] M. Hahn und M. Reck, Kompaktkurs Finite Elemente für Einsteiger: Theorie und Beispiele zur Approximation linearer Feldprobleme, 2. Aufl. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden; Imprint Springer Vieweg, 2021.
- [26] B. Klein, FEM. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015.
- [27] K. Knothe und H. Wessels, Finite Elemente: Eine Einführung für Ingenieure, 5. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. [Online]. Verfügbar unter: http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-1590531
- [28] CADFEM, "Kontaktberechnungen". Grafingen, 2018.
- [29] W. Rust, Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen mit ANSYS Workbench: Strukturmechanik: Kontakt, Material, große Verformungen, 1. Aufl. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden; Imprint Springer Vieweg, 2020.
- [30] ANSYS, "ANSYS Mechanical APDL Contact Technology Guide", Southpointe, USA, Juli 2015.
- [31] Technische Mechanik 3. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [32] W. Rust, Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen: Kontakt, Kinematik, Material,3. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.
- [33] ANSYS, "ANSYS Advanced Analysis Guide: 2019 R2", Southpointe, USA, Mai 2019.
- [34] E. Madenci, *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using AN-*SYS®, 2. Aufl. Boston, MA: Springer, 2015.
- [35] F. Schwack, "Untersuchungen zum Betriebsverhalten oszillierender Wälzlager am Beispiel von Rotorblattlagern in Windenergieanlagen", 2020.
- [36] SKF, Lagervorspannung. [Online]. Verfügbar unter: https://www.skf.com/binaries/pub41/Images/0901d196809bc236-17-0707-DE---17000-w-Apendix-3_tcm_41-299896.pdf (Zugriff am: 26.01.2022sk).

6 Anhang Erklärung zur selbständigen Bearbeitung



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit "– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen."

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als <u>letztes Blatt</u> in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit	
Hiermit versichere ich,	
Name:	
Vorname:	
dass ich die vorliegende – bzw. be gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Them	ei einer Gruppenarbeit die entsprechend a:
ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die a benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus and	ngegebenen Quellen und Hilfsmittel eren Werken entnommene Stellen sind unter
Angabe der Quellen kenntlich gemacht.	euszufüllen und entfällt hei Einzelerheiten -
Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verant erfolgt durch:	worteten Teile der ist
Ort Datum	Unterschrift im Original