

BACHELOR THESIS Soufiane Haddane

# Analyse und Optimierung der Bestimmung des Auflösungsvermögens von Röntgensystemen mittels Sternrasteraufnahmen.

FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK Department Informations- und Elektrotechnik

Faculty of Computer Science and Engineering Department of Information and Electrical Engineering

> HOCHSCHULE FÜR ANGEWANDTE WISSENSCHAFTEN HAMBURG Hamburg University of Applied Sciences

Soufiane Haddane

# Analyse und Optimierung der Bestimmung des Auflösungsvermögens von Röntgensystemen mittels Sternrasteraufnahmen.

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung im Studiengang *Bachelor of Science Elektro- und Informationstechnik* am Department Informations- und Elektrotechnik der Fakultät Technik und Informatik der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr. Robert Heß Zweitgutachter: Prof. Dr. Heike Neumann

Eingereicht am: 14. April 2022

#### Soufiane Haddane

#### Thema der Arbeit

Analyse und Optimierung der Bestimmung des Auflösungsvermögens von Röntgensystemen mittels Sternrasteraufnahmen.

#### Stichworte

Punktspreizfunktion (PSF), Modulationsübertragungsfunktion (MÜF), Rauschen, Brennfleck, Kontrast-Rausch-Verhältnis (CNR), Sternraster, Röntgenstrahlung.

#### Kurzzusammenfassung

Das Ziel dieser Bachelorarbeit ist es, die Parameter des Sternrasters zu optimieren, sodass das Rauschsignal möglichst gering in der PSF übertragen wird. Alle Tests, bzw. die Berechnung der PSF wird mit Hilfe der Programmiersprache C++ implementiert.

#### Soufiane Haddane

#### **Title of Thesis**

Analysis and optimization of the determination of the resolving power of X-ray systems with star pattern images.

#### Keywords

Point spread function (PSF), Modulation transfer function (MTF), Noise, Focal spot, Contrast-to-Noise-Ratio (CNR), Star pattern, X-Ray.

#### Abstract

The aim of this bachelor thesis is to optimize the parameters of the star pattern so that the noise signal is transmitted as low as possible in the PSF. All tests, respectively the calculation of the PSF is implemented with the help of the programming language C++.

# Inhaltsverzeichnis

Al	Abbildungsverzeichnis vii			
1	Einl	nleitung 1		
	1.1	Ziel de	er Arbeit	3
2	The	orie		4
	2.1	Erzeu	gung von Strahlungen	4
		2.1.1	Röntgenröhre	4
		2.1.2	Anode	5
		2.1.3	Kathode	5
		2.1.4	Brennfleck	6
	2.2	Röntg	enstrahlung	7
		2.2.1	Bremsstrahlung	7
		2.2.2	Charakteristische Röntgenstrahlung	8
	2.3	Wechs	elwirkung der Röntgenstrahlung mit Materie	9
		2.3.1	Photoeffekt	9
		2.3.2	Compton-Streuung	10
		2.3.3	Klassische Streuung	11
		2.3.4	Paarbildung	12
	2.4	Räum	liche Auflösung	12
		2.4.1	Punktspreizfunktion	12
		2.4.2	Modulationsübertragungsfunktion	15
	2.5	Sieme	nssternraster als Testmuster	16
	2.6	Basics	der Bildverarbeitung	18
		2.6.1	Faltung	18
		2.6.2	Bezug zu Siemensstern	20
	2.7	Bildan	Jalität	_0 22
		2.7.1	Rauschen	22

		2.7.2	Kontrast-Rausch-Verhältnis	23
3	Mat	erial		25
4	Met	hoden		28
	4.1	Rausch	nübertragung	28
		4.1.1	Rauschübertragung als Funktion des Seeds	29
		4.1.2	Rauschübertragung als Funktion der Anzahl der Lamellen	30
		4.1.3	Rauschübertragung als Funktion der Bildgröße	31
		4.1.4	Rauschübertragung als Funktion der Phase	32
		4.1.5	Rauschübertragung als Funktion des Radius	33
	4.2	Kontra	st-Rausch-Verhältnis	34
		4.2.1	Kontrast-Rausch-Verhältnis als Funktion der Anzahl der Lamellen	34
		4.2.2	Kontrast-Rausch-Verhältnis als Funktion des Rauschens	34
5	Erge	bnisse	und Diskussion	36
	5.1	Ergebr	nisse	36
		5.1.1	Rauschübertragung als Funktion der Seeds	36
		5.1.2	Rauschübertragung als Funktion der Anzahl der Lamellen	37
		5.1.3	Rauschübertragung als Funktion der Bildgröße	37
		5.1.4	Rauschübertragung als Funktion der Phase	38
		5.1.5	Rauschübertragung als Funktion des Radius	40
		5.1.6	Kontrast-Rausch-Verhältnis als Funktion der Anzahl der Lamel-	
			len und des Rauschens	40
		5.1.7	Reale Röntgenaufnahme des Siemenssterns	41
	5.2	Diskus	ssion der Ergebnisse	45
		5.2.1	Effekt des Seeds	45
		5.2.2	Effekt der Anzahl der Lamellen	46
		5.2.3	Effekt der Bildgröße	48
		5.2.4	Effekt der Phase	49
		5.2.5	Effekt des Radius	50
		5.2.6	Effekt des Rauschens und der Anzahl der Lamellen auf das Kontrast	-
			Rausch-Verhältnis	51
6	Aus	wertun	g	56
7	Zusa	ammen	fassung und Ausblick	58

Li	teraturverzeichnis		
A	Anhang	63	
	Selbstständigkeitserklärung	64	

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Idealer Siemensstern [eigene Abbildung]	2
2.1	Röntgensystem: 1. Kathode, 2. Glühfaden, 3. Brennfleck, 4. Wolframschei-	
	be (Anode), 5. Vakuum, 6. Glaskolben, 8. Blende, 9. Nutzstrahlenkegel [2]	5
2.2	Darstellung der drei Kategorien des Brennflecks [4]	6
2.3	Erzeugung von der Bremsstrahlung [27]	7
2.4	Entstehung der charakteristischen Strahlung [8]	8
2.5	Darstellung des Röntgenspektrums [28]	9
2.6	Darstellung des Photoeffekts [8]	10
2.7	Darstellung der Compton-Streuung [8]	10
2.8	Diagramm zur Veranschaulichung des Prozesses der klassischen Streu-	
	ung [1]	11
2.9	Diagramm zur Veranschaulichung des Paarproduktionsprozesses [1]	12
2.10	Darstellung der Erzeugung der Punktspreizfunktion (PSF) [26]	13
2.11	Faltung der PSF mit einem Objekt [12]	14
2.12	Darstellung der Zusammenhänge zwischen einem punktförmigen Ob-	
	jekt, der PSF und der MTF [9]	15
2.13	Darstellung des Kontrastverlustes bzw. der Verringerung der Amplitude	
	der Leuchtdichte (Luminance) [16]	16
2.14	Siemensstern nach IEC 60336: 2005 [19]	17
2.15	Illustration des Konzeptes der diskreten Faltung eines originalen Bildes	
	mit einem Kern [3]	19
2.16	Faltung eines idealen Siemenssterns mit der PSF [21]	20
3.1	Darstellung des Programmablaufplans [eigene Abbildung]	26
4.1	Standardabweichung in der PSF [eigene Abbildung]	29
4.2	links: gefaltetes Bild ohne Rauschen, rechts: mit Rauschen [eigene Abbil-	20
	uungj	29

4.3	Originales Siemensraster, links mit 20 Lamellen, rechts mit 60 Lamellen [eigene Abbildung]	30
4.4	Einfluss der Anzahl der Lamellen nach dem Hinzufügen des Rauschens.	00
	links mit 20 Lamellen, rechts mit 60 Lamellen [eigene Abbildung]	31
4.5	gefaltetes Bild mit Bildgröße links 150 x 150, rechts 350 x 350 [eigene	-
1.0	Abbildung]	32
4.6	originaler Siemensstern mit 20 Lamellen links, rechts um 120° rotiert [ei-	
	gene Abbildung	33
4.7	Originaler Siemensstern mit dem inneren Radius von 5 Pixeln links, rechts	00
	10 Pixeln [eigene Abbildung]	34
4.8	gefaltetes Bild mit einer Standardabweichung von 0.1 links und von 0.9	01
	rechts [eigene Abbildung]	35
		00
5.1	Einfluss des Seeds auf die rekonstruierte PSF bei verschiedenen Lamel-	
	lenzahlen, links bei 30 Lamellen, rechts bei 60 Lamellen [eigene Abbildung]	36
5.2	Einfluss der Lamellenzahl auf die rekonstruierte PSF, links bei 20 Lamel-	
	len, rechts bei 65 Lamellen [eigene Abbildung]	37
5.3	Einfluss der Bildgröße auf die rekonstruierte PSF, links bei einer Bildgrö-	
	ße von 75 x 75, rechts bei einer Bildgröße von 325 x 325 [eigene Abbildung]	38
5.4	Einfluss der Änderung der Phase auf die rekonstruierte PSF, links bei	
	einer Rotation von $41^\circ$ , rechts bei einer Rotation von $180^\circ$ [eigene Abbil-	
	dung]	39
5.5	Einfluss der Rotation des originalen Siemenssterns zur Rekonstruktion	
	der PSF bei einer Rotation von 90° [eigene Abbildung] $\ldots \ldots \ldots$	39
5.6	Einfluss des Radius auf die Rekonstruktion der PSF, links bei einem Ra-	
	dius von 15 Pixeln, rechts bei einem Radius von 40 Pixeln [eigene Abbil-	
	dung]	40
5.7	Einfluss des Rauschens auf das CNR in der PSF, links bei einem Rau-	
	schen von 0,3, rechts bei einem Rauschen von 1,3 [eigene Abbildung]	41
5.8	Reale Röntgenaufnahme des Siemenssterns [eigene Abbildung]	42
5.9	Reduzierung der Auflösung des zugeschnittenen Bild [eigene Abbildung]	42
5.10	ermittelte PSF mit einer Größe von 30 x 30 [eigene Abbildung]	43
5.11	Änderung der Phase des Siemenssterns links um $10^\circ$ , rechts um $30^\circ$ [ei-	
	gene Abbildung]	44
5.12	Einfluss der Änderung der Auflösung des Bildes auf die PSF links um	
	den Faktor 2, rechts um 3 [eigene Abbildung]	44

5.13	Rauschübertragung in Abhängigkeit von dem Seed [eigene Abbildung]	45
5.14	Rauschübertragung in Abhängigkeit von der Lamellenzahl [eigene Ab-	
	bildung]	47
5.15	Rauschübertragung in Abhängigkeit von der Bildgröße [eigene Abbil-	
	dung]	48
5.16	Rauschübertragung in Abhängigkeit von der Phase [eigene Abbildung]	49
5.17	Standardabweichung in Abhängigkeit von der Phase [eigene Abbildung]	50
5.18	Rauschübertragung in Abhängigkeit von dem Radius [eigene Abbildung]	51
5.19	CNR in Abhängigkeit von dem Rauschen [eigene Abbildung]	52
5.20	CNR in Abhängigkeit von der Lamellenzahlen [eigene Abbildung]	53
5.21	CNR in Abhängigkeit von den Lamellenzahlen bei verschiedenen Pha-	
	sen [eigene Abbildung]	54
5.22	CNR in Abhängigkeit von den Lamellenzahlen bei verschiedenen Pha-	
	sen und bei anderen Seed-Werten [eigene Abbildung]	55

# 1 Einleitung

Heutzutage spielen Röntgensysteme im medizinischen Bereich eine wesentliche Rolle. Mit Hilfe der medizinischen Bildgebung können viele Gesundheitsprobleme schnell lokalisiert und diagnostiziert werden, wodurch die Behandlungswirksamkeit verbessert werden kann. Die Röntgenaufnahme basiert auf der Benutzung von Röntgenstrahlungen. Anhand dieser werden Bilder aus dem Inneren des Körpers erstellt. Die Qualität der medizinischen Bilder hängt von der Dosis der Strahlung ab: Je höher die Strahlungsdosis ist, desto besser ist die Bildqualität, was erhebliche Schäden im Körper verursachen kann. Daher muss die optimale Balance zwischen Bildqualität und Strahlungsdosis gefunden werden.

Die Röntgenbilder können entstehen, indem die Röntgenstrahlen vor einem Film bzw. vor einem Detektor-System liegenden Körper durchdringen.

Die Qualität von den Röntgenbildern hängt von verschiedenen Faktoren ab, wobei das Rauschen und der Kontrast eine Rolle spielen. Die Brennpunktgröße ist auch eine der Faktoren, die die Qualität des Bildes beeinflusst und die Geometrie des Strahls bestimmt. Je größer der Brennfleck ist, desto schlechter ist die Bildqualität. Ist der Brennfleck klein, ist es möglich, die Unschärfe im Bild zu verringern. In dieser Arbeit geht es um die Messung der Bildqualität, konkret um das Auflösungsvermögen des Systems. Dieses Messverfahren soll analysiert und optimiert werden.

Der Siemensstern ist ein Testverfahren zur Überprüfung des Auflösungsvermögens von bildgebenden Systemen. Wenn ein Röntgenbild von einem Sternraster aufgenommen wird, sieht das Sternraster nicht mehr ideal aus. Theoretisch bedeutet dies, dass das ideale Sternraster mit der Punktspreizfunktion (PSF) gefaltet ist, was in der Realität nicht existiert. Gemessene Röntgenbilder sind mehr oder weniger verrauscht, was sich auf die rekonstruierte PSF überträgt. Abbildung 1.1 stellt ein Beispiel des idealen Sternrasters dar.



Abbildung 1.1: Idealer Siemensstern [eigene Abbildung]

Die vorliegende Arbeit besteht aus fünf Teilen:

- Der erste Teil widmet sich der Darstellung der theoretischen Grundlagen.
- Der zweite Teil beschäftigt sich mit dem Material, bei dem der Aufbau für die Messungen beschrieben wird.
- Im dritten Teil wird über Methoden diskutiert, bei denen der Ablauf von Messungen und Simulationen beschrieben wird
- Im vierten Teil handelt es sich um die Ergebnisse der Tests und die Diskussion der Ergebnisse.
- Im letzten Teil werden die Ergebnisse der Durchführungen ausgewertet.

# 1.1 Ziel der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, die Parameter des Sternrasters, von dem eine Röntgenaufnahme erstellt wird, dahingehend zu optimieren, sodass das Rauschsignal möglichst gering übertragen wird. Hierfür werden die gemessenen Aufnahmen des Sternrasters mittels Faltung und Hinzufügen von Rauschen simuliert und anschließend das Rauschsignal in der PSF analysiert.

Zur Optimierung der Parameter des Sternrasters werden die folgenden Punkte durchgeführt:

- Analyse der Rauschübertragung in der PSF als Funktion des Seeds.
- Analyse der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Anzahl der Lamellen.
- Analyse der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Bildgröße.
- Analyse der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Phase.
- Analyse der Rauschübertragung in der PSF als Funktion des Radius.
- Analyse des Kontrast-Rausch-Verhältnisses als Funktion der Anzahl der Lamellen.
- Analyse des Kontrast-Rausch-Verhältnisses als Funktion des Rauschens.

Am Ende sollen Empfehlungen für das Sternraster und die Aufnahmeparameter abgeleitet werden.

# 2 Theorie

# 2.1 Erzeugung von Strahlungen

Röntgenstrahlen wurden 1895 von Röntgen entdeckt, als er Kathodenstrahlen (Elektronenströme) in einer Gasentladungsröhre untersuchte. Er beobachtete, dass eine andere Art von Strahlung erzeugt wurde (vermutlich durch die Wechselwirkung der Elektronen mit den Glaswänden der Röhre), die außerhalb der Röhre nachgewiesen werden konnte. Diese Strahlung konnte undurchsichtige Substanzen durchdringen, Fluoreszenz erzeugen, eine fotografische Aufnahme schwärzen und ein Gas ionisieren. Er nannte die neue Strahlung Röntgenstrahlen, [1].

#### 2.1.1 Röntgenröhre

Die folgende Abbildung 2.1 zeigt eine schematische Darstellung einer herkömmlichen Röntgenröhre. Die Röhre besteht aus einem Glaskolben, der auf Hochvakuum evakuiert wurde. An einem Ende befindet sich eine Kathode (negative Elektrode) und am anderen Ende eine Anode (positive Elektrode), welche beide hermetisch in der Röhre eingeschlossen sind. Die Kathode ist ein Wolframglühfaden, der bei einer Erwärmung Elektronen aussendet. Dieses Phänomen ist auch bekannt als thermionische Emission. Die Anode besteht aus einem dicken Kupferstab, an dessen Ende ein kleines Stück Wolframtarget angebracht ist. Wenn zwischen Anode und Kathode eine Hochspannung angelegt wird, werden die vom Glühfaden emittierten Elektronen zur Anode hin beschleunigt und erreichen hohe Geschwindigkeiten, bevor sie auf das Target treffen. Die Röntgenstrahlen werden durch die plötzliche Umleitung oder Beschleunigung der Elektronen aufgrund der Anziehungskraft des Wolframkerns erzeugt. Der Röntgenstrahl tritt durch ein dünnes Glasfenster im Röhrenkolben aus, [1].



Abbildung 2.1: Röntgensystem: 1. Kathode, 2. Glühfaden, 3. Brennfleck, 4. Wolframscheibe (Anode), 5. Vakuum, 6. Glaskolben, 8. Blende, 9. Nutzstrahlenkegel [2]

#### 2.1.2 Anode

Eine wichtige Anforderung an die Gestaltung der Anode ist die optimale Größe des Zielbereichs, aus dem die Röntgenstrahlen emittiert werden. Dieser Bereich, der als Brennfleck bezeichnet wird, sollte so klein wie möglich sein, um scharfe Röntgenbilder zu erzeugen. Allerdings erzeugen kleinere Brennflecken jedoch mehr Wärme pro Flächeneinheit des Ziels. Ungefähr 99% der Energie der aufprallenden Elektronen gehen in Wärme verloren und nur 1% der Energie wird in Röntgenstrahlung umgesetzt, [1], [2].

#### 2.1.3 Kathode

Die Quelle der Elektronen in der Röntgenröhre ist die Kathode. Die Funktion des Kathodenbechers ist es, die Elektronen auf die Anode zu lenken, so dass sie auf das Target in einem genau definierten Bereich, dem Brennfleck, auftreffen. Da die Größe des Brennflecks von der Glühfadengröße abhängt, haben die Diagnoseröhren in der Regel zwei separate Glühfäden, um einen "dualen Fokus" zu erreichen, d. h. einen kleinen und einen großen Brennfleck. Das Material des Glühfadens ist Wolfram, welcher aufgrund seines hohen Schmelzpunkts gewählt wird, [1], [3].

## 2.1.4 Brennfleck

Der Brennfleck oder Fokus wird laut des Normenausschusses Radiologie in DIN in drei Kategorien aufgeteilt, die wie folgt definiert sind:

**Der elektronische Brennfleck**: Der Brennfleck ist die Stelle, an der die Elektronen auf die Anode treffen. Anders gesagt: er ist der Kollisionsbereich des gebündelten Elektronenstrahls mit dem Wolfram-Target, [4], [24].

**Der thermische Brennfleck**: Der Bereich, der vom gebündelten Elektronenstrahl auf der Anode getroffen wird, wird als thermischer Brennfleck bezeichnet. Der thermische Brennfleck ist mit dem elektrischen Brennfleck identisch nur im Fall der Festanoden, [4].

**Der optische Brennfleck**: Entspricht der geometrischen parallelen Projektion des thermischen Brennflecks der Anode auf die Ebene rechtwinklig zum Zentralstrahl und liegt in der Ebene des Empfängers des Bildes. Er hat eine quadratische Form. Seine Größe bestimmt die Definition des Bildes (räumliche Auflösung), [4], [5].



Abbildung 2.2: Darstellung der drei Kategorien des Brennflecks [4]

## 2.2 Röntgenstrahlung

Es gibt zwei verschiedene Mechanismen, durch die Röntgenstrahlen erzeugt werden. Der eine führt zu Bremsstrahlung und der andere zu charakteristischer Röntgenstrahlung, [1].

#### 2.2.1 Bremsstrahlung

Wenn die Elektronen aus der Kathode austreten, prallen sie auf das Anodenmaterial auf. Das Anodenmaterial hat einen großen Atomkern. Da die Elektronen aus der Kathode sehr nahe an den Kern herankommen, können sie schnell abgebremst werden. Das bedeutet, wenn ein Elektron in die Nähe eines Atomkerns kommt, bewirken die anziehenden Coulomb-Kräfte eine Änderung der Flugbahn des Elektrons. Ein beschleunigtes Elektron oder ein Elektron, das seine Richtung ändert, sendet elektromagnetische Strahlung aus, die als Bremsstrahlung bezeichnet wird, und diese Energie des ausgesandten Photons wird von der kinetischen Energie des Elektrons abgezogen. Die Energie des Bremsstrahlungsphotons hängt von den anziehenden Coulomb-Kräften und damit vom Abstand des Elektrons vom Kern ab. Abbildung 2.3 zeigt zur Verdeutlichung ein Beispiel der Entstehung der Bremsstrahlung, [6], [7].



Abbildung 2.3: Erzeugung von der Bremsstrahlung [27]

#### 2.2.2 Charakteristische Röntgenstrahlung

Die charakteristische Strahlung entsteht, wenn ein schnelles Elektron mit einem Elektron der Atomhülle des Anodenmaterials zusammengestoßen wird und das Elektron der Atomhülle herausgeschlagen wird. Allerdings geschieht das unter der Voraussetzung, dass die kinetische Energie des beschleunigten Elektrons die Bindungsenergie des Elektrons in dieser Hülle übersteigt. Das gestreute Primärelektron trägt die Differenz aus kinetischer Energie und Bindungsenergie mit sich. Die freie Stelle in der Schale wird dann mit einem Elektron aus einer äußeren Schale aufgefüllt, wobei ein Röntgenphoton mit einer Energie ausgesandt wird, die der Differenz der Bindungsenergien der beteiligten Schalen entspricht. Dieser Verlauf ist in Abbildung 2.4 veranschaulicht, [6], [8].



Abbildung 2.4: Entstehung der charakteristischen Strahlung [8]

Die K-Strahlung bezeichnet die charakteristische Strahlung für Elektronenübergänge in die K-Schale und die L-Strahlung für Übergänge in die L-Schale. Der Ursprung des Elektrons, das die Lücke füllt, wird durch Suffixe ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  usw.) angegeben, wobei  $\alpha$ für einen Übergang von der benachbarten äußeren Schale,  $\beta$  von der nächsten äußeren Schale usw. steht.  $K_{\alpha}$  -Strahlung entsteht bei Übergängen von der L- zur K-Schale,  $K_{\beta}$ -Strahlung bei Übergängen von der M- zur K-Schale usw.  $K_{\alpha}$  und  $K_{\beta}$  sind in der Abbildung 2.5 als Peaks dargestellt. Die Energien werden aufgrund der Energieniveaus in einer Schale, die mit einem numerischen Suffix angegeben werden, weiter unterteilt. Darüber hinaus führt jede Leerstelle in einer äußeren Schale, die auf einen solchen Übergang folgt, zur Emission der entsprechenden charakteristischen Strahlung, die eine Kaskade von Photonen verursacht, [6], [8].



Abbildung 2.5: Darstellung des Röntgenspektrums [28]

### 2.3 Wechselwirkung der Röntgenstrahlung mit Materie

Röntgenstrahlen sind in der Lage, Materie durchzudringen, doch die Menge der durchdingenden Röntgenphotonen ist von Materie abhängig. Beim Durchqueren von Materie werden Photonen durchdrungen, gestreut oder absorbiert. Es gibt vier Hauptarten der Wechselwirkung von Röntgenphotonen mit Materie, von denen die ersten drei in der diagnostischen Radiologie und Nuklearmedizin eine Rolle spielen: Photoeffekt, Compton-Streuung, Rayleigh-Streuung und Paarbildung. Allerdings haben nur zwei davon Auswirkungen auf die Bildqualität: Der Photoeffekt und der Compton-Effekt, [9], [3], [10].

#### 2.3.1 Photoeffekt

Der Photoeffekt beschreibt eine Situation, in der die Energie der einfallenden Röntgenphotonen größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons im Atom des Zielmaterials ist. Das einfallende Röntgenphoton gibt seine gesamte Energie ab, um ein Elektron aus einer inneren Schale zu befreien. Hierbei handelt es sich um eine Absorption. Es wird eine Leerstelle hinterlassen, wo sich das Elektron zuvor befunden hat. Infolgedessen wird das in der inneren Schale entstandene Loch durch ein Elektron der äußeren Schale aufgefüllt. Das ausgestoßene Elektron wird Photoelektron genannt. Das einfallende Photon existiert nicht mehr, weil es keine Energie mehr hat. Das Atom wird ionisiert. Dieser Prozess wird in der Abbildung 2.6 veranschaulicht, [9].



Abbildung 2.6: Darstellung des Photoeffekts [8]

### 2.3.2 Compton-Streuung

Bei der Compton Streuung wird die Energie des einfallenden Photons im Gegensatz zu dem Photoeffekt nur teilweise auf das Elektron übertragen.



Abbildung 2.7: Darstellung der Compton-Streuung [8]

Die Energie des einfallenden Röntgenphotons ist wesentlich höher als die Bindungsenergie des Elektrons. Infolgedessen trifft das einfallende Röntgenphoton auf ein Elektron und stößt dieses aus dem Atom aus. Bei der Compton-Streuung wird das einfallende Photon um einen Winkel abgelenkt oder gestreut, wobei es einen Teil seiner ursprünglichen Energie verliert. Das einfallende Photon überträgt einen Teil seiner Energie auf das Elektron, das so genannte "Rückstoßelektron" oder Compton-Elektron. Bei der Wechselwirkung entstehen also ein positives Ion, ein "Rückstoßelektron" und ein gestreutes Photon. Das gestreute Photon kann in einem beliebigen Winkel von 0 bis 180 Grad abgelenkt werden. Nach der Compton-Wechselwirkung bleibt der größte Teil der Energie im gestreuten Photon erhalten, was einem kleinen Ablenkungswinkel entspricht, [9].

#### 2.3.3 Klassische Streuung

Die kohärente Streuung, auch bekannt als klassische Streuung oder Rayleigh-Streuung, ist in Abbildung 2.8 dargestellt. Sie findet nur dann statt, wenn der Fall eintritt, dass der Durchmesser des Atoms kleiner als die Photonenwellenlänge ist. Die Rayleigh-Streuung wird durch die Wechselwirkung der einfallenden elektromagnetischen Wellen mit mehreren, meist äußeren Schalenelektronen hervorgerufen, indem das Photon in die Nähe des Elektrons gelangt und es in Schwingung versetzt wird. Das schwingende Elektron strahlt die Energie mit der gleichen Frequenz wie die einfallende elektromagnetische Welle zurück. Diese gestreuten Röntgenstrahlen haben die gleiche Wellenlänge, wie der einfallende Strahl. Es wird also keine Energie in elektronische Bewegung umgewandelt und es wird keine Energie im Medium absorbiert. Der einzige Effekt ist die Streuung des Photons unter kleinen Winkeln, [1], [9], [11].



Abbildung 2.8: Diagramm zur Veranschaulichung des Prozesses der klassischen Streuung [1]

#### 2.3.4 Paarbildung

Wenn die Energie des Photons größer als 1,02 MeV ist, kann das Photon mit der Materie über den Mechanismus der Paarbildung wechselwirken. Bei diesem Prozess (Abbildung 2.9) tritt das Photon in starke Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld eines Atomkerns und gibt seine gesamte Energie bei der Bildung eines Paares ab, das aus einem negativen Elektron (e-) und einem positiven Elektron (e+) besteht. Da die Energie der Ruhemasse des Elektrons 0,5 1 MeV entspricht, ist eine Mindestenergie von 1,02 MeV erforderlich, um das Elektronenpaar zu erzeugen, [1].





## 2.4 Räumliche Auflösung

Die räumliche Auflösung ist definiert als die Fähigkeit, feine Details in einem gegebenen Bild aufzulösen und ist durch den Mindestabstand zwischen zwei Objekten gekennzeichnet, der erforderlich ist, damit sie vom Bildgebungssystem unterschieden werden können. Die räumlichen Auflösungseigenschaften eines Bildgebungssystems lassen sich durch einige Parameter, wie die Punktspreizfunktion und die Modulationsübertragungsfunktion, charakterisieren, [12], [13].

#### 2.4.1 Punktspreizfunktion

Die Punktspreizfunktion (PSF) ist das grundlegendste Maß für die Auflösungseigenschaften eines Bildgebungssystems. Eine Punktquelle wird in das Abbildungssystem eingeführt und die PSF ist die Antwort des Abbildungssystems auf diesen Punkteingang, [12].

Idealerweise sollte die PSF eines perfekten Abbildungssystems ebenfalls eine Dirac-Delta-Funktion sein. Sowohl aufgrund der physikalischen Leistung aller realen Abbildungssysteme als auch des endlichen Abtastabstandes bei digitalen Bildgebungssystemen ist die PSF immer eine größere Verteilung als ein scharfer punktförmiger Impuls. Je größer die Form der PSF ist, desto schlechter ist ihre räumliche Auflösung, [13]. In Abbildung 2.10 wird eine zweidimensionale  $\delta$ -Funktion in ein Abbildungssystem eingeführt, woraufhin eine PSF entsteht.



Abbildung 2.10: Darstellung der Erzeugung der Punktspreizfunktion (PSF) [26]

Die PSF wird auch als Impulsantwortfunktion bezeichnet. Sie beschreibt die Bestrahlungsverteilung des Bilds eines Objekts, das durch ein optisches System produziert wird, [14].

Durch die Faltung der PSF mit einem Objekt lässt sich das gesamte Bild wie folgt beschreiben:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y)$$
 (2.1)

wobei g(x, y) das Bild ist, h(x, y) die PSF ist, x und y die horizontalen und vertikalen Koordinaten im räumlichen Bereich sind und f(x, y) die Objektfunktion (d. h. die Verteilung der auf die aktive Oberfläche der Detektorebene einfallenden Röntgenintensität) ist. Abbildung 2.11 stellt ein Beispiel der Faltung der PSF mit einem Objekt und die Wirkung der PSF in dem Ergebnis der Faltung dar, [13].



Abbildung 2.11: Faltung der PSF mit einem Objekt [12]

In der Abbildung ist zu sehen, dass das Ausgangsbild entsteht, wenn zunächst von einem idealen Bild ausgegangen wird und dann die PSF auf das gesamte Bild angewendet wird, indem jeder Punkt des Bildes verwischt wird. Je größer die PSF wird, desto mehr Unschärfe entsteht in den benachbarten Regionen. Je kleiner die PSF wird, desto weniger Unschärfe entsteht, [25].

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Punktspreizfunktion (PSF) eine Beschreibung der Systemunschärfe im Bildraum ist, [25].

Für ein lineares, verschiebungsinvariantes System ist die Faltung im räumlichen Bereich äquivalent zur Multiplikation im Frequenzbereich und umgekehrt. Die Fourier-Transformation bietet die Möglichkeit, zwischen den beiden Bereichen zu wechseln und dieselbe Information auf zwei verschiedene Arten darzustellen. Die Fourier-Transformation eines Bildes zeigt die Zusammensetzung seines Inhalts bei jeder Raumfrequenz an. Daher kann Gleichung 2.1 wie folgt umgeschrieben werden:

$$G(u,v) = F(u,v) \times H(u,v)$$
(2.2)

wobei u, v die Koordinaten des Frequenzraums (d. h. die Raumfrequenzen entlang x und y) sind und F(u,v) die Fourier-Transformierte der Objektfunktion f(x,y) sind. H(u,v) ist die Fourier-Transformierte der PSF und drückt die charakteristische Funktion des Systems aus, [13].

#### 2.4.2 Modulationsübertragungsfunktion

Die Modulationsübertragungsfunktion (Modulation Transfer Function, MTF) ist ein wichtiges Mittel zur Bewertung der Leistung von Bildgebungssystemen. Insbesondere ist die MTF ein häufig verwendetes Maß für die Definition der räumlichen Auflösungseigenschaften von Bildgebungssystemen. Sie bestimmt, wie viel Kontrast im Originalobjekt vom Detektor beibehalten wird. In anderen Worten, sie gibt an, wie getreu der Raumfrequenzgehalt des Objekts auf das Bild übertragen wird, [15].



Abbildung 2.12: Darstellung der Zusammenhänge zwischen einem punktförmigen Objekt, der PSF und der MTF [9]

In Abbildung 2.12 wird gezeigt, wie ein rekonstruiertes Bild der PSF des Systems aus einem im Vorfeld gescannten idealen punktförmigen Objektes entsteht. Die Fourier-Transformierte der PSF ist die MTF, die die relativen Kontraste anzeigt, die für unterschiedliche Objektfrequenzen erreichbar sind. Die Frequenz wird in der Regel in Linienpaaren pro cm (lp/cm) gemessen. Die räumliche Auflösung eines Systems wird häufig durch den 10 %-Wert der MTF angegeben, der die Frequenz darstellt, bei der der Kontrast auf 10 % des Maximalwerts bei 0 lp/cm gefallen ist, [9].

Die MTF entspricht dem Verhältnis zwischen den jeweiligen Kontrasten des geformten Bildes und des fixierten Objektes für jede Ortsfrequenz. Mit anderen Worten: die MTF stellt den Kontrastverlust für jede Ortsfrequenz dar, [16].

Abbildung 2.13 veranschaulicht den Fall, wenn das Abbildungssystem nicht perfekt ist, dass dies zu einer Verringerung der Amplitude der Leuchtdichte bzw. zur Verminderung des Kontrasts führt.



Abbildung 2.13: Darstellung des Kontrastverlustes bzw. der Verringerung der Amplitude der Leuchtdichte (Luminance) [16]

Die Modulationsübertragungsfunktion beschreibt das Verhältnis der Ausgangsmodulation Mout, zu der Eingangsmodulation Min, zu einem sinusförmigen Signal und kann wie folgt definiert werden:

$$MTF = \frac{M_{out}}{M_{in}} \tag{2.3}$$

Das heißt, sie drückt die Reaktion des Systems auf ein sinusförmiges Eingangssignal aus. Die Modulation M entspricht dem Verhältnis zwischen der Amplitude des Signals und dem Mittelwert des Signals:

$$MTF = \frac{\frac{1}{2} \cdot (I_{max} - I_{min})}{\frac{1}{2} \cdot (I_{max} + I_{min})}$$
(2.4)

$$MTF = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$
(2.5)

Wobei  $I_{max}$  das Leuchtdichtemaximum und  $I_{min}$  das Leuchtdichteminimum ist, [13].

### 2.5 Siemenssternraster als Testmuster

Der Siemensstern ist ein radiales Muster, das zur Prüfung des Auflösungsvermögens von optischen Geräten verwendet wird. Der Siemensstern besteht aus einer Reihe dunkler Balken, die an Dicke zunehmen, wenn sie vom gemeinsamen Zentrum ausstrahlen.

#### 2 Theorie

Die leeren Zwischenräume zwischen den Balken können als helle Balken betrachtet werden und sind so konzipiert, dass sie in jedem beliebigen radialen Abstand die gleiche Dicke wie die dunklen Balken haben. Theoretisch treffen sich die Balken nur genau in der Mitte der Scheibe. Einige Sektorsternscheiben haben einen leeren Mittelkreis, der die Balken abschneidet, bevor sie sich berühren, [17], [18].

Das Sternrasterobjekt ist laut der Norm IEC 60336:2005 aus einer Anordnung von abwechselnden Keilen mit hoher und niedriger Absorption zusammengesetzt. Die Keile mit hoher Absorption müssen eine Dicke von 0,03 mm bis 0,05 mm haben und aus Blei oder einem äquivalenten absorbierenden Material bestehen. Alle Keile müssen gleichmäßig verteilt werden und einen Scheitelwinkel von höchstens 0,035 rad (etwa 2°) haben. Außerdem muss die aktive Fläche des Prüfmusters  $2\pi$  rad umfassen und einen Durchmesser von mindestens 45 mm besitzen, [19].

Die folgende Abbildung veranschaulicht ein Beispiel für einen Siemensstern mit den oben genannten wichtigsten Abmessungen und seiner Grundstruktur, [19].



Abbildung 2.14: Siemensstern nach IEC 60336: 2005 [19]

## 2.6 Basics der Bildverarbeitung

#### 2.6.1 Faltung

Einer der Vorteile eines Bildes in digitalem Format ist, dass das Aussehen mit Hilfe eines Computers verändert und manchmal verbessert werden kann. Die Wissenschaft von der Bearbeitung digitaler Bilder beinhaltet oft die mathematische Operation der Faltung. Die Faltung beschreibt mathematisch, was mit dem Signal physikalisch geschieht. Sie ist mathematisch wie folgt definiert:

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x') h(x - (x')) dx'$$
(2.6)

wobei:

I(x): die Eingabe ist.

g(x): das Ergebnis ist.

h(x): der Faltungskern ist.

Bei der Anwendung auf digitale Bilder führt diese Integralgleichung im Wesentlichen nur zu einer Verschiebung und Addition von Graustufenwerten, [3].



Abbildung 2.15: Illustration des Konzeptes der diskreten Faltung eines originalen Bildes mit einem Kern [3]

Abbildung 2.15 zeigt die Anwendung der Faltung auf digitale Bilder. Sie erklärt das Konzept der diskreten Faltung, wie es in der digitalen Bildverarbeitung verwendet wird. Ein 3 x 3-Pixel-Bereich des Originalbildes wird mit einem 3 x 3-Faltungskern multipliziert. Die neun Produkte dieser Multiplikation werden summiert, und das Ergebnis wird in dem Pixel des verarbeiteten Bildes platziert, das der Mitte des 3x3-Bereichs im Originalbild entspricht. Die Faltungsoperation geht Pixel für Pixel über das gesamte Bild, [3].

Die funktionale Form des Faltungskerns h(x) (d. h. seine Form, wenn er gezeichnet wird) kann einen tiefgreifenden Einfluss auf das Aussehen des verarbeiteten Bildes haben. Als Beispiel wird ein einfacher 3 x 3-Faltungskern genommen und untersucht, wie die neun resultierenden Werte manipuliert werden können, um verschiedene Effekte zu erzielen. Das folgende Kernel wird als Deltafunktion bezeichnet. Eine Faltung mit ihm verändert das Bild in keiner Weise: [3]

0	0	0
0	1	0
0	0	0

Sind alle Werte im Kernel positiv und ungleich Null, macht der Kern ein Bild unscharf. Der folgende Kern glättet zum Beispiel einen Teil des Rauschens in einem Bild, verringert aber auch dessen Auflösung: [3]

1	1	1
1	1	1
1	1	1

#### 2.6.2 Bezug zu Siemensstern

Dieser Unterabschnitt wurde von Prof. Dr. Robert Heß zur Verfügung gestellt. In diesem Unterabschnitt handelt es sich um die Faltung des Siemenssterns mit der PSF und die Ermittlung der PSF aus einer Sternrasteraufnahme.

Abbildung 2.16 veranschaulicht die Intensität der Strahlung  $I_m$  eines gemessenen Röntgenbilds als Ergebnis der Faltung eines idealen Sternrasters s( $\vec{x}$ ) mit der Punktspreizfunktion (engl. Point spread function) p( $\vec{x}$ ), wobei  $I_m$  als eine Funktion des zweidimensionalen Orts dargestellt werden kann,  $I = f(\vec{x})$  mit  $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$ , [21].



Abbildung 2.16: Faltung eines idealen Siemenssterns mit der PSF [21]

Die Inhalte eines digitalen Bildes werden durch ganze Zahlen abgebildet. Es geht um zweidimensionale Bilder. In diesem Fall geht es nicht mehr um eine Funktion des Ortes,

sondern um eine diskrete Funktion, wobei  $\vec{k} \in \mathbb{N}^2$  die Variable  $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$  ersetzt. Das gemessene Bild ergibt sich wie folgt: [21],

$$I_m(\vec{k}) = s(\vec{k}) * p(\vec{k})$$
 (2.7)

$$I_m(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}_j} s(\vec{k} - \vec{k}_j) \cdot p(\vec{k}_j)$$
(2.8)

mit:

 $s(\vec{k})$ : ideales Sternraster

 $p(\vec{k})$ : Point Spread Function

In der zweiten Gleichung ist zu sehen, dass sich für jedes Pixel des gemessenen Bildes  $I_m$  eine Funktion aus einigen Pixeln des idealen Sternrasters s und allen der PSF p resultieren lässt, [21].

Ein System linearer Gleichungen wird gebildet, weil die PSF p des Röntgensystems nicht bekannt ist. Ein lineares Gleichungssystem besteht aus einer bestimmten Anzahl der Konstanten, der Unbekannten und der Koeffizienten. In diesem Fall sind die Unbekannten die Pixel der PSF, die Konstanten sind die Bildpunkte des gemessenen Bilds  $I_m$  und die Koeffizienten entstehen aus dem berechneten Bild des Sternrasters s, [21].

Mittels Methode kleinster Quadrate lässt sich die PSF ermitteln, bzw. kann das Gleichungssystem gelöst werden. Es geht um ein überbestimmtes Gleichungssystem, weil die PSF in der Regel kleiner ist, bzw. weniger Bildpunkte hat als das gemessene Bild. Zur Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate werden zwei Bilder gebraucht, die jeweils gleich groß sind mit N Pixeln. Die Standardabweichung zwischen den beiden Bildern wird wie folgt berechnet: [21]

$$d = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{\vec{k}} (I_b(\vec{k}) - I_m(\vec{k}))^2}$$
(2.9)

$$d^2 N = \sum_{\vec{k}} (I_b(\vec{k}) - I_m(\vec{k}))^2$$
(2.10)

$$d^{2}N = \sum_{\vec{k}} (\sum_{\vec{k}_{j}} s(\vec{k} - \vec{k}_{j}) \cdot p(\vec{k}_{j}) - I_{m}(\vec{k}))^{2}$$
(2.11)

mit:

 $I_m(\vec{k})$ : gemessenes Bild

 $I_b(\vec{k})$ : berechnetes gefaltetes Bild

Gleichung 2.11 zeigt, dass die Abweichung  $d^2$  N eine Funktion aller unbekannten Pixelwerte  $p_1$ ,  $p_2$ ,.., $p_M$  ist. Sie sind außerdem so zu wählen, dass die Abweichung möglichst gering ist. Damit die Abweichung  $d^2$  N minimiert wird, werden deren partiellen Ableitungen nach den jeweiligen unbekannten Pixelwerte der PSF p bestimmt und dann mit Null gleichgesetzt, [21].

$$d^{2}N = \sum_{\vec{k}} (\sum_{\vec{k}_{j}} (s(\vec{k} - \vec{k}_{j}) \cdot p(\vec{k}_{j}))^{2} + 2 \cdot (\sum_{\vec{k}_{j}} (s(\vec{k} - \vec{k}_{j}) \cdot p(\vec{k}_{j})) \cdot I_{m}(\vec{k}) - (I_{m}(\vec{k}))^{2}$$
(2.12)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p_i} d^2 N = \sum_{\vec{k_j}} p(\vec{k_j}) \cdot (\sum_{\vec{k}} s(\vec{k} - \vec{k_i}) \cdot s(\vec{k} - \vec{k_j}) - \sum_{\vec{k}} s(\vec{k} - \vec{k_i}) \cdot I_m(\vec{k}) = 0$$
(2.13)

 $k_i$  ist die Position des Pixels  $p_i$ . Das Ergebnis ist ein lineares System von Gleichungen:

$$A \cdot p = b \tag{2.14}$$

$$a_{ij} = \sum_{\vec{k}} s(\vec{k} - \vec{k}_i) \cdot s(\vec{k} - \vec{k}_j)$$
(2.15)

$$b_i = \sum_{\vec{k}} s(\vec{k} - \vec{k_i}) \cdot I_m(\vec{k})$$
(2.16)

Wobei  $a_{ij}$  vom idealen Sternraster s abhängig ist und  $b_i$  von dem idealen Sternraster s und dem gemessenen Bild  $I_m$  abhängt, [21].

Um die PSF ermitteln zu können, müssen zuerst basierend auf einem gemessenen Bild  $I_m$  die Lage und Ausrichtung des Sternrasters ermittelt werden und somit lässt sich das Bild des idealen Sternrasters s berechnen. Außerdem werden die Konstanten und Koeffizienten mit Hilfe von den Gleichungen 2.15 und 2.16 berechnet und am Ende wird das Gleichungssystem gelöst, [21].

#### 2.7 Bildqualität

Die wichtigsten Faktoren, die die Bildqualität beeinflussen, sind räumliche Auflösung, Rauschen und Kontrast. Idealerweise sollten die räumliche Auflösung und der Kontrast hoch sein, während das Rauschen gering sein sollte. Diese Faktoren sind jedoch miteinander verbunden und beeinflussen sich gegenseitig auf komplexe Weise, [13].

#### 2.7.1 Rauschen

Bildrauschen ist die Unsicherheit, die ein Bildgebungssystem durch unerwünschte stochastische (d. h. zufällige) oder systematische Schwankungen der Bildwerte an jedem Punkt verursacht. Sowohl in 2D- (d. h. planaren) als auch in 3D- (tomographischen) Röntgenbildgebungssystemen kann das Rauschen entweder durch die inhärente statistische Natur der Röntgenstrahlen (Quantenrauschen) oder durch den Detektor (bekannt als additives Systemrauschen) entstehen. Quantenrauschen ist die zufällige räumliche und zeitliche Variation der von der Quelle emittierten Röntgenquanten, die der Poisson-Verteilung folgt. Das Detektorrauschen kann je nach Technologie zufällig oder systematisch sein, [13].

Rauschen ist ein sehr einflussreicher Faktor bei medizinischen Röntgenbildern. Seine Intensität kann durch eine Erhöhung der Anzahl der Röntgenstrahlen verringert werden. Allerdings kann das bei den exponierten Personen zu negativen gesundheitlichen Auswirkungen führen, [13].

Das Rauschen wird im räumlichen Bereich in der Regel mathematisch durch die Standardabweichung  $\sigma$  (oder die Varianz  $\sigma^2$ ) bei Messungen des Bildsignals in einer bestimmten Region von Interesse (ROI) eines homogenen (flachen) Bereichs beschrieben. Die Standardabweichung ist wie folgt definiert: [13]

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (S_i - S)^2}$$
(2.17)

oder

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (S_i - S)^2}$$
(2.18)

mit:

n: Anzahl der in der ROI enthaltenen Pixel

S<sub>i</sub>: Signal jedes einzelnen Pixels

S: Mittelwert der Signale, gemittelt über alle n Pixel

Es kommt darauf an, ob es sich um eine Stichprobe oder eine Grundgesamtheit handelt. Gleichung 2.17 beschreibt die Standardabweichung der Grundgesamtheit und Gleichung 2.18 beschreibt die Standardabweichung der Stichprobe.

#### 2.7.2 Kontrast-Rausch-Verhältnis

Der Kontrast bezieht sich auf den Signalunterschied zwischen einer Läsion und ihrem Hintergrund. Das Kontrast-Rausch-Verhältnis (CNR: Contrast to Noise Ratio) ist definiert als das Verhältnis der Signaldifferenz (Kontrast) zum Rauschen im Bild. Es ist ein hervorragendes quantitatives Maß für die Erkennung kontrastarmer Läsionen. Das Kontrast-Rausch-Verhältnis lässt sich wie folgt definieren: [20]

$$CNR = \frac{S_{ROI} - S_{Background}}{\sigma}$$
(2.19)

mit:

S<sub>ROI</sub>: Mittelwert der ROI

S<sub>Background</sub> : Mittelwert im Hintergrund

Es ist üblich, die Standardabweichung (Rauschen) nur im Hintergrundgewebe zu messen, da dies der Hintergrund ist, vor dem die Läsion erkannt werden muss. Wenn die Rauschpegel in der Läsion und im Hintergrund aufgrund der Heterogenität des Gewebes unterschiedlich sind, dann kann  $\sigma$  in Gleichung 2.20 besser geschätzt werden, indem das Rauschen jedes Gewebes in quadratischer Form angesetzt wird. Die Standardabweichung lässt sich wie folgt definieren: [20]

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (\sigma_{ROI}^2 + \sigma_{Background}^2)}$$
(2.20)

Wobei

 $\sigma_{ROI}$ : Standardabweichung in der ROI

 $\sigma_{Background}$ : Standardabweichung im Hintergrund

# 3 Material

Dieser Abschnitt befasst sich mit den für die Messungen verwendeten Instrumenten. Es soll auch einen Einblick über den Ablauf des Programms geben.

Als Code-Editor hat man sich für den Visual Studio Code in der Version (1.62.3) unter Verwendung des MinGW- Compilers (Minimalist GNU for Windows) entschieden. Anhand des Quellcodes, der von Prof. Dr. Robert Heß bereitgestellt wurde, werden verschiedene Tests durchgeführt und der Code wird erweitert. Als Programmiersprache wird die Sprache C++ ausgesucht. Das Programm gibt dem Benutzer die Möglichkeit, sowohl das Röntgenbild des Siemenssterns mit Hilfe der Faltung des generischen Sterns mit einem Kernel zu erstellen, als auch die PSF, bzw. der Brennfleck aus einer gemessenen realen Röntgenaufnahme des Siemenssterns zu rekonstruieren. Zur Analyse des Rauschsignals in der PSF werden im Programm mathematische Berechnungen durchgeführt.



Abbildung 3.1: Darstellung des Programmablaufplans [eigene Abbildung]

Abbildung 3.1 zeigt den Programmablaufplan, der als Anleitung für das Testen genutzt wird. Der Programmablaufplan ist auch als Flussdiagramm bekannt und beschreibt Operationen, die im Programm durchgeführt werden.

Zuerst wird die Größe des gefalteten Bildes und des Kernels und die Parameter des Siemenssterns festgelegt. In einer for-Schleife wird der Siemensstern mit dem Kernel gefaltet. Danach wird dem Ergebnis der Faltung ein Rauschen hinzugefügt. Außerdem wird auch die PSF in der for-Schleife berechnet, bzw. rekonstruiert. Ist die Bedingung in der for-Schleife nicht mehr erfüllt, bricht sofort die Schleife ab und die Bilder werden als Bitmap gespeichert.
## 4 Methoden

#### 4.1 Rauschübertragung

Das folgende Kapitel befasst sich mit der Analyse der Rauschübertragung in der rekonstruierten Punktspreizfunktion PSF als Funktion der Parameter des Siemenssterns. Nachdem der Siemensstern mit dem Kernel gefaltet wurde, wird dem gefalteten Bild ein Rauschen hinzugefügt. Hierfür wird ein Zufallszahlgenerator benutzt. Um die Zufallszahlen zu erzeugen, braucht der Zufallszahlgenerator zwei Parameter, nämlich eine Standardabweichung und ein Erwartungswert. Diesbezüglich beträgt die Standardabweichung 0,5 und der Erwartungswert 0. Die Rauschübertragung in der PSF wird mathematisch bestimmt. Da der Kern, mit dem das Siemensraster gefaltet wird, die Größe 7x7 und einen Grauwert von 1 hat, also 7 Zeilen und 7 Spalten, ändert sich auch das Ergebnis der Faltung, indem die Amplitude um den Faktor 49 größer wird. Die Rauschübertragung lässt sich wie folgt definieren:

$$Rauschübertragung = \frac{stdev}{\frac{Noise}{49}}$$
(4.1)

mit:

stdev: Die Standardabweichung in der PSF

Noise: Die Standardabweichung des Rauschens.

Außerdem wird auch der Standardfehler berechnet, um zu überprüfen, wie groß die Abweichung des Mittelwerts der Rauschübertragung einer Stichprobe von dem der Grundgesamtheit ist. Der Standardfehler bezieht sich auf die Standardabweichung. Der Standardfehler lässt sich wie folgt berechnen:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{4.2}$$

Mit:  $\sigma_{\bar{x}}$ : Standardfehler des Mittelwerts

28

 $\sigma$ : Standardabweichung der Messwerte

n: Größe der Stichprobe

Abbildung 4.1 zeigt zur Veranschaulichung, wie die Standardabweichung berechnet, bzw. programmiert wird.





#### 4.1.1 Rauschübertragung als Funktion des Seeds

In diesem Unterabschnitt wird untersucht, wie viel Rauschen in der PSF übertragen wird. Die Rauschübertragung wird als Funktion des Seeds analysiert. Es wird mit unterschiedlichen Werten von Seed getestet und deren Einfluss beobachtet.

Seed dient als Argument zur Initialisierung des Zufallszahlgenerators. Damit der Zufallszahlgenerator eine unterschiedliche Folge von Werten liefern kann, muss unterschiedliche Seed-Werte verwendet werden, sonst werden immer die gleiche Folge von Werten geliefert, wenn es immer mit dem gleichen Seed initialisiert wird, [22].



Abbildung 4.2: links: gefaltetes Bild ohne Rauschen, rechts: mit Rauschen [eigene Abbildung]

Abbildung 4.2 zeigt einen mit dem Brennfleck gefalteten Siemensstern ohne Rauschen links und mit Rauschen rechts, bei einer Anzahl von 30 Lamellen und einer Bildgröße von 100 x 100 Pixel. In diesem Fall beträgt die Standardabweichung 0,5.

### 4.1.2 Rauschübertragung als Funktion der Anzahl der Lamellen

Getestet wird in diesem Unterabschnitt die Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Anzahl der Lamellen. Der Siemensstern besteht aus einer bestimmten Anzahl von weißen Lamellen und schwarzen Lamellen. Es wird analysiert, wie sich die Rauschübertragung ändert, wenn die Anzahl der Lamellen steigt, bzw. sinkt. In diesem Fall wird mit 10 bis 180 Lamellen getestet. Abbildung 4.3 stellt zur Veranschaulichung einen idealen Siemensstern mit 20 Lamellen sowie einen mit 60 Lamellen dar.



Abbildung 4.3: Originales Siemensraster, links mit 20 Lamellen, rechts mit 60 Lamellen [eigene Abbildung]

Nach der Faltung des Siemenssterns mit dem Kernel wird den beiden Bildern das Rauschen hinzugefügt. Die Standardabweichung des Rauschens beträgt auch hier 0,5. Abbildung 4.4 zeigt der Einfluss der Veränderung von der Anzahl der Lamellen.



Abbildung 4.4: Einfluss der Anzahl der Lamellen nach dem Hinzufügen des Rauschens, links mit 20 Lamellen, rechts mit 60 Lamellen [eigene Abbildung]

Der Unterschied zwischen den beiden Bildern ist ganz deutlich zu erkennen. Das gefaltete und verrauschte Bild mit 60 Lamellen sieht unschärfer aus als das andere Bild mit 20 Lamellen und rund um den schwarzen Kreis sind die Lamellen unsichtbar. Bei diesem Test wird die Standardabweichung in der PSF, sowie die Rauschübertragung berechnet, damit es möglich ist, Aussagen über die Qualität des berechneten Kerns, mit dem gefaltet wurde, zu treffen.

#### 4.1.3 Rauschübertragung als Funktion der Bildgröße

Der folgende Unterabschnitt befasst sich mit der Übertragung von Rauschen in der PSF als Funktion der Bildgröße des gefalteten Bilds. Getestet wird der Einfluss von Änderungen der Bildgröße von 50 x50 bis 500 x 500 Pixel auf die Qualität des gefalteten und verrauschten Bildes und der rekonstruierten Punktspreizfunktion PSF. Abbildung 4.5 stellt die Einwirkung der Veränderungen der Bildgröße des gefalteten und verauschten Bildes mit 30 Lamellen dar.



Abbildung 4.5: gefaltetes Bild mit Bildgröße links 150 x 150, rechts 350 x 350 [eigene Abbildung]

Die Standardabweichung des Rauschens beträgt 0,5. Obwohl die Parameter der beiden Bilder gleich groß sind, wie die Anzahl der Lamellen, der Radius des inneren Bereichs ohne Lamellen und die Phase, bzw. die Ausrichtung der Lamellen außer der Bildgröße, welche die Qualität des Bildes beeinflusst, besitzen die beide Bilder unterschiedliche Qualität. Auch bei dieser Untersuchung wird die Standardabweichung in der PSF, sowie die Rauschübertragung mit unterschiedlichen Anzahlen von Lamellen, berechnet.

#### 4.1.4 Rauschübertragung als Funktion der Phase

Das folgende Unterkapitel setzt sich mit der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Phase, bzw. der Ausrichtung der Lamellen auseinander. Anders gesagt: Untersucht wird der Einfluss der Rotation des Sternrasters. Hier geht es nicht um die Drehung des gesamten Sternrasters, sondern um die der Lamelle. Der Rotationstest wird auf zwei verschiedenen Weisen durchgeführt.

- Erstens wird das Sternraster mit einem Winkel erzeugt und damit wird die Faltung mit dem Kernel und die Rekonstruktion der PSF durchgeführt.
- Zweitens wird die Phase des Siemensrasters, mit dem gefaltet wird, auf null gesetzt. Danach wird zur Rekonstruktion der PSF die Phase des Sternrasters geändert.

Abbildung 4.6 stellt einen originalen Siemensstern mit 20 Lamellen, der über einen Drehwinkel von 0° verfügt und einen mit der gleichen Anzahl von Lamellen, der aber um 120° rotiert ist, dar.



Abbildung 4.6: originaler Siemensstern mit 20 Lamellen links, rechts um 120° rotiert [eigene Abbildung]

Bei dieser Durchführung wird die Standardabweichung in der PSF sowie die Rauschübertragung bei einer Rotation von 0° bis 360° mit verschiedenen Anzahlen von Lamellen berechnet.

#### 4.1.5 Rauschübertragung als Funktion des Radius

Der Einfluss des Radius des Siemenssterns wird in diesem Unterabschnitt untersucht. Der Siemensstern besteht aus zwei Kreisen mit dem gemeinsamen Mittelpunkt. Was in diesem Kapitel betrachtet wird, ist der innere Radius. Es wird analysiert, wie viel Rauschen in der PSF übertragen wird, wenn sich die Größe des Radius ändert. Bei dieser Untersuchung wird die Standardabweichung in der PSF, sowie die Rauschübertragung bei verschiedenen Größen von einem Radius mit unterschiedlichen Anzahlen von Lamellen berechnet. Abbildung 4.7 stellt zur Veranschaulichung einen Siemensstern mit 30 Lamellen und einem Radius von 10 Pixeln, sowie einen mit 30 Lamellen und einem Radius von 5 Pixeln dar.



Abbildung 4.7: Originaler Siemensstern mit dem inneren Radius von 5 Pixeln links, rechts 10 Pixeln [eigene Abbildung]

## 4.2 Kontrast-Rausch-Verhältnis

#### 4.2.1 Kontrast-Rausch-Verhältnis als Funktion der Anzahl der Lamellen

Getestet wird in diesem Unterkapitel das Kontrast-Rausch-Verhältnis CNR der PSF als Funktion der Anzahl der Lamellen und der Einfluss des Rotationswinkels auf das CNR. Das Kontrast- Rausch-Verhältnis wurde schon in dem Kapitel 2.7.2 definiert. Bei dieser Durchführung werden die Mittelwerte des Hintergrunds und der Region von Interesse, sowie ihre Standardabweichungen berechnet.

#### 4.2.2 Kontrast-Rausch-Verhältnis als Funktion des Rauschens

In diesem Unterabschnitt wird analysiert, wie sich das Kontrast-Rausch-Verhältnis mit unterschiedlicher Anzahl der Lamellen verändert, wenn dem gefalteten Bild mehr oder weniger Rauschen hinzugefügt wird. Auch bei diesem Test werden die Standardabweichungen des Hintergrunds und der Region von Interesse, sowie ihre Mittelwerte berechnet. Abbildung 4.8 stellt einen gefalteten Siemensstern mit einer Standardabweichung von 0,1, sowie einen mit einer Standardabweichung von 0,9 mit 45 Lamellen dar und zeigt, wie sich das CNR dadurch verändert.



Abbildung 4.8: gefaltetes Bild mit einer Standardabweichung von 0,1 links und von 0,9 rechts [eigene Abbildung]

# 5 Ergebnisse und Diskussion

### 5.1 Ergebnisse

#### 5.1.1 Rauschübertragung als Funktion der Seeds

Wie schon in dem Unterabschnitt 4.1.1 erwähnt, wurde zur Prüfung des Ergebnisses der Berechnung der PSF ihre Standardabweichung berechnet. Damit kann bestimmt werden, um welchen Faktor das Rauschen in der PSF bei verschiedenen Seed-Werten von 0 bis 20 übertragen wird. Zu diesem Test wird auch analysiert, ob bei diesen Seed-Werten die gleichen Ergebnisse geliefert wird, wenn die Anzahl der Lamellen verändert wird.



Abbildung 5.1: Einfluss des Seeds auf die rekonstruierte PSF bei verschiedenen Lamellenzahlen, links bei 30 Lamellen, rechts bei 60 Lamellen [eigene Abbildung]

Abbildung 5.1 stellt die rekonstruierte PSF dar. Die rechte Abbildung sieht klarer als die linke Abbildung aus. Das zeigt den Einfluss der Anzahl der Lamellen des Siemenssterns, mit dem der Kern gefaltet wurde. In der linken Abbildung verfügt der Siemensstern über 30 Lamellen und in der rechten Abbildung über 60 Lamellen. Der Effekt der Lamellen wird in dem nächsten Abschnitt behandelt. Der Verlauf der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Seed-Werte, sowie die Mittelwerte und der Standardfehler werden in dem Kapitel Diskussion dargestellt.

### 5.1.2 Rauschübertragung als Funktion der Anzahl der Lamellen

Bei der Untersuchung der Änderung der Anzahl der Lamellen eines Siemenssterns, wurde der Einfluss der Lamellen von 10 bis 180 Lamellen auf die Übertragung des Rauschens in der PSF bei einer Bildgröße von 100 x 100 untersucht. Damit ist die Größe des gefalteten Bildes gemeint. Die folgende Abbildung 5.2 veranschaulicht zwei Bilder der berechneten PSF. Der Effekt der Lamellenzahl ist sichtbar. Links wurde die PSF bei 20 Lamellen und rechts bei 65 Lamellen rekonstruiert.



Abbildung 5.2: Einfluss der Lamellenzahl auf die rekonstruierte PSF, links bei 20 Lamellen, rechts bei 65 Lamellen [eigene Abbildung]

Des Weiteren wurde die Durchführung mit einer Lamellenzahl von 10 bis 180 wiederholt, aber dieses Mal bei einer Bildgröße 200 x 200 und 300 x 300. Der Einfluss der Bildgröße wird in dem nächsten Unterabschnitt behandelt. Der Verlauf der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Lamellenzahl, sowie die Mittelwerte, werden in dem Kapitel Diskussion präsentiert.

### 5.1.3 Rauschübertragung als Funktion der Bildgröße

Die Größe eines Bildes wird definiert durch die Breite und die Höhe des Bildes. Zum Beispiel bedeutet eine Bildgröße von 100 x 100, dass das Bild eine Breite von 100 Pixeln und eine Höhe von 100 Pixeln hat. Die Überprüfung der Rauschübertragung in der PSF erfolgt, indem die Bildgröße von 50 x 50 bis 500 x 500 geändert wurde. Der Test wurde mit 30, 60 und 90 Lamellen durchgeführt, womit überprüft wurde, wie groß sich die Rauschübertragung ändert.



Abbildung 5.3: Einfluss der Bildgröße auf die rekonstruierte PSF, links bei einer Bildgröße von 75 x 75, rechts bei einer Bildgröße von 325 x 325 [eigene Abbildung]

Abbildung 5.3 zeigt den Effekt der Bildgröße des gefalteten Bilds auf die Rauschübertragung in der rekonstruierten PSF, wobei die PSF in der linken Abbildung bei einer Bildgröße von 75 x 75, sowie in der rechten Abbildung bei einer Bildgröße von 325 x 325 mit 60 Lamellen rekonstruiert wurde. Der Einfluss der Bildgröße ist schon klar zu sehen, so dass der Faktor der Rauschübertragung in der linken Abbildung höher als der in der rechten Abbildung ist. Der Verlauf der Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Bildgröße, sowie die Mittelwerte, werden in dem Kapitel Diskussion dargestellt.

#### 5.1.4 Rauschübertragung als Funktion der Phase

In dem Unterabschnitt 4.1.4 wurde erwähnt, dass der Rotationstest auf zwei verschiedene Weisen durchgeführt wurde. Die Rotation geschieht, indem der Winkel, bzw. die Phase des originalen Siemenssterns allmählich von 0° bis 360° rotiert wurde. die Faltung des Originals mit dem Kernel wurde bei 30, 60 und 90 Lamellen durchgeführt. Abbildung 5.4 stellt die berechnete PSF bei 30 Lamellen, links bei einer Rotation von 41°, rechts bei einer Rotation von 180° dar, wobei die Rauschübertragung am höchsten ist. Die Rotation des Siemenssterns mit verschiedenen Lamellenzahlen hat einen großen Effekt auf die Rauschübertragung in der PSF. Dies wird noch in dem Kapitel Diskussion verdeutlicht.



Abbildung 5.4: Einfluss der Änderung der Phase auf die rekonstruierte PSF, links bei einer Rotation von 41°, rechts bei einer Rotation von 180° [eigene Abbildung]

Bei der zweiten Durchführung wurde die Phase des originalen Siemenssterns erst bei der Berechnung des Kerns geändert. Der Winkel wird auch hier von 0° bis 360° geändert, aber dieses Mal wurde es ohne das Hinzufügen von Rauschen und bei 90 Lamellen simuliert. Da wurde die Standardabweichung in der PSF berechnet. Abbildung 5.5 zeigt die rekonstruierte PSF bei einer Rotation von 90°. Es ist zu sehen, dass bei einer Drehung um 90° die PSF nicht mehr erkennbar ist und der Kern verformt wurde. Der Verlauf der Standardabweichung in der PSF wird in dem Kapitel Diskussion dargestellt.



Abbildung 5.5: Einfluss der Rotation des originalen Siemenssterns zur Rekonstruktion der PSF bei einer Rotation von 90° [eigene Abbildung]

#### 5.1.5 Rauschübertragung als Funktion des Radius

Der innere Radius des Siemenssterns wurde von 1 Pixel bis 40 Pixel geändert und sein Einfluss auf die Übertragung des Rauschens wurde untersucht. Der Test wurde auch hier mit 30, 60 und 90 Lamellen durchgeführt, damit die Ergebnisse verglichen werden können. Abbildung 5.6 zeigt zur Veranschaulichung die rekonstruierte PSF, links bei einem Radius von 15 Pixeln, rechts bei einem Radius von 40 Pixeln, jeweils bei 90 Lamellen. Es ist zu sehen, dass die rechte Abbildung schlechter als die linke Abbildung aussieht. Dies bedeutet, dass mit einem Radius von 40 Pixeln mehr Rauschen übertragen wurde. Der Verlauf der Rauschübertragung in der PSF als Funktion des Radius wird in dem Kapitel Diskussion präsentiert.



Abbildung 5.6: Einfluss des Radius auf die Rekonstruktion der PSF, links bei einem Radius von 15 Pixeln, rechts bei einem Radius von 40 Pixeln [eigene Abbildung]

# 5.1.6 Kontrast-Rausch-Verhältnis als Funktion der Anzahl der Lamellen und des Rauschens

Die Überprüfung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses erfolgt auf zwei verschiedene Weisen, indem zuerst die Anzahl der Lamellen von 10 bis 180 geändert und danach der Einfluss der Änderung der Standardabweichung des Rauschens von 0,1 bis 1,5 untersucht wurde. Abbildung 5.7 stellt den Effekt des Rauschens auf den CNR-Wert dar. Links beträgt die Standardabweichung des Rauschens 0,3, rechts beträgt sie 1,3. Wie man sehen kann, hat das Rauschen einen enormen Einfluss. Je kleiner das Rauschen ist, desto höher ist das CNR. Der Verlauf des Kontrast-Rausch-Verhältnisses in Abhängigkeit von dem Rauschen, sowie der Effekt der Lamellenzahlen auf das CNR werden in dem Kapitel Diskussion vorgestellt.



Abbildung 5.7: Einfluss des Rauschens auf das CNR in der PSF, links bei einem Rauschen von 0,3, rechts bei einem Rauschen von 1,3 [eigene Abbildung]

#### 5.1.7 Reale Röntgenaufnahme des Siemenssterns

In diesem Unterabschnitt soll eine gemessene reale Röntgenaufnahme des Siemenssterns dargestellt werden. Der Siemensstern wurde auf den Röntgenkollimator gelegt. Der Kollimator ist eine Vorrichtung, der zur Strahlungsbegrenzung dient, [23]. Die Röntgenaufnahme ist in Abbildung 5.8 zu sehen. Das Bild sieht unscharf aus und daraus wird die PSF, bzw. der Brennfleck rekonstruiert. Das Bild hat die Größe 2840 x 2874 und der Siemensstern verfügt über 90 Lamellen.



Abbildung 5.8: Reale Röntgenaufnahme des Siemenssterns [eigene Abbildung]

Bevor die PSF aus der Röntgenaufnahme des Siemenssterns rekonstruiert wird, muss zuerst das Bild zugeschnitten werden. Zudem wird die Auflösung des zugeschnittenen Bildes um den Faktor 6 reduziert. Der Faktor muss unbedingt größer als 1. Abbildung 5.9 zeigt das zugeschnittene Bild mit einer um den Faktor 6 reduzierten Auflösung.



Abbildung 5.9: Reduzierung der Auflösung des zugeschnittenen Bild [eigene Abbildung]

Nachdem das Bild zugeschnitten und seine Auflösung reduziert wurde, kann nun die PSF rekonstruiert werden. Wie schon im Unterabschnitt 2.6.2 erwähnt, muss zur Ermittlung der PSF das generische Sternraster berechnet werden. Die Parameter des Sternrasters müssen genau angepasst werden, indem das Siemenssternraster über 90 Lamellen, einen inneren Radius von 40 Pixeln und eine Phase von 136, 414° verfügt. Somit lässt sich die PSF in Abbildung 5.10 erhalten.





Wie in der Abbildung zu sehen ist, unterscheidet sich die PSF von denen in den vorherigen Unterabschnitten. Die Unterschiede bestehen darin, dass die PSF eine Größe von 30 x 30 hat und ihre Grauskala invertiert ist. Außerdem wurde der Kern verformt. Er ist nicht mehr quadratisch. Nach Erhalt der PSF werden andere Tests durgeführt, um zu sehen, ob die Änderung der Phase die Rekonstruktion der PSF beeinflusst.



Abbildung 5.11: Änderung der Phase des Siemenssterns links um 10°, rechts um 30° [eigene Abbildung]

Abbildung 5.11 zeigt zur Veranschaulichung die Auswirkung der Phase auf die PSF. Links wurde zu der Phase 10° addiert und rechts 30°. Es ist zu sehen, dass es kaum einen Unterschied zu der Abbildung 5.10 gibt, wenn die Phase des Siemenssterns um 10° rotiert wird. Im Gegensatz dazu hat sich die PSF bei einer Drehung von 30° verschlechtert.

Wie schon oben erwähnt wurde, wurde die Auflösung des zugeshnittenen Bildes um den Faktor 6 reduziert. Nun stellt sich die Frage, was passieren wird, wenn die Auflösung des Bildes um einen anderen Faktor reduziert wird. Jedoch führt die Änderung der Auflösung des Bilds auch zur Änderung der Größe der PSF, weswegen ihre Größe angepasst werden muss. Der Einfluss der Änderung des Faktors auf die PSF ist in Abbildung 5.12 zu sehen.



Abbildung 5.12: Einfluss der Änderung der Auflösung des Bildes auf die PSF links um den Faktor 2, rechts um 3 [eigene Abbildung]

Hier zeigt sich, dass die Erhöhung der Auflösung im Vergleich zu der Abbildung 5.10 nicht zu einer Deformation der PSF führt, sondern zu einem Rauschen in ihrem Bild.

Mit einem Faktor von 3 verdoppelt sich die Größe der PSF 60 x 60 und mit einem Faktor von 3 verfügt die PSF über eine Größe von 90 x 90. Aus der Abbildung lässt sich sagen, dass das Rauschen in der PSF umso größer ist, je größer die Auflösung ist.

#### 5.2 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt handelt es sich um die Diskussion der Ergebnisse, die bei den Untersuchungen gewonnen wurden.

#### 5.2.1 Effekt des Seeds

Zunächst werden die Ergebnisse des Einflusses des Seeds auf die Rauschübertragung diskutiert. Die Ergebnisse werden graphisch dargestellt. Abbildung 5.13 ist ein Diagramm, aus dem hervorgeht, um welchen Faktor das Rauschen in der PSF in Abhängigkeit von dem Seed übertragen wurde. Das Seed nimmt die Werte von 0 bis 20 an. Das Diagramm besteht aus drei Kurven, die bei verschiedenen Lamellenzahlen erstellt wurden.



Abbildung 5.13: Rauschübertragung in Abhängigkeit von dem Seed [eigene Abbildung]

Es ist zu sehen, dass der Zusammenhang zwischen dem Seed und der Rauschübertragung nicht linear ist. Bei 30 Lamellen erreicht die dunkelorange Kurve beim Seed-Wert 18 ein Maximum von 5,95766 und beim Seed-Wert 14 ein Minimum von 4,16554. Insgesamt schwanken die Werte um einen Mittelwert, welcher bei 5,175047 mit einem Standardfehler von 0,103456 liegt. Die Kurve verläuft zackig von links nach rechts. Im Gegensatz dazu sinkt das in der PSF übertragene Rauschen bei 60 Lamellen. Die hellorange Kurve hat ein Maximum von 3,26112 beim Seed-Wert 12 und ein Minimum von 2,5315 beim Seed-Wert 6. Die Werte der Kurve schwanken um einen Mittelwert von 2,78497 mit einem Standardfehler von 0,0388907. Außer dem Maximum weichen die Werte der Kurve nicht so stark voneinander. Aus dem Diagramm lässt sich sagen, dass jeder Seed-Wert einen Wert liefert. Anders gesagt können nicht zwei unterschiedliche Seed-Werte die gleichen Ergebnisse liefern. Das betrifft auch die grüne Kurve. Darüber hinaus führt die Änderung der Lamellenzahlen zu einer Veränderung der Rauschübertragung. Mit 60 Lamellen wurden bessere Ergebnisse gegenüber 30 oder 90 Lamellen geliefert. Der Effekt der Anzahl der Lamellen wird in dem nächsten Unterabschnitt dargestellt.

#### 5.2.2 Effekt der Anzahl der Lamellen

In diesem folgenden Unterabschnitt werden die Ergebnisse des Effekts der Anzahl der Lamellen auf die Rauschübertragung in der PSF diskutiert. Abbildung 5.14 stellt dar, um welchen Faktor das Rauschen in der PSF in Abhängigkeit von der Anzahl der Lamellen übertragen wurde. Das Diagramm besteht auch aus drei Kurven, die bei verschiedenen Bildgröße erstellt wurden.



Abbildung 5.14: Rauschübertragung in Abhängigkeit von der Lamellenzahl [eigene Abbildung]

Wie in Abbildung 5.14 zu erkennen ist, haben die drei Kurven den gleichen Verlauf. Das Ergebnis, das jede Lamellenzahl liefert, entspricht dem Mittelwert der Rauschübertragungen, die bei den ersten Seed-Werten von 0 bis 9 berechnet wurden. Bei einigen Lamellen wurde geprüft, ob die Ergebnisse stationär oder temporär sind, indem es auch mit den Nachbarn von diesen Lamellenzahlen getestet wurde, um zu prüfen, ob die Ergebnisse stark voneinander abweichen. Die drei Kurven zeigen ab 10 Lamellen einen Fall an, wobei das höchste Rauschen in der PSF übertragen wurde. Danach weisen die Kurven jeweils eine kleine Verlaufsänderung bei 30 Lamellen auf. Darüber hinaus ist es eine andere kleine Schwingung in der dunkelorangen Kurve bei 50 Lamellen zu sehen. Bei der Bildgröße 100 x 100 fällt die Kurve bis 45 Lamellen ab, danach fängt sie an, ganz gering zu schwanken. Ab 86 Lamellen steigt wieder die Rauschübertragung in der PSF bis zum letzten Punkt, welcher 180 Lamellen entspricht. Mit 65 Lamellen ist die Rauschübertragung in der PSF sehr gering. Bei den anderen Bildgrößen 200 x 200 und 300 x 300 sinkt die Rauschübertragung im Vergleich zu der dunkelorangen Kurve. Die grüne Kurve und die hellorange Kurve fallen bis zu 105 Lamellen ab. Ab 110 Lamellen weisen die beide Kurven unterschiedlichen Verläufe auf, indem die hellorange Kurve wieder ansteigt und die grüne Kurve langsam weiter abfällt. Folglich lässt sich

sagen, dass die Änderung der Lamellenzahlen die Übertragung des Rauschens in der PSF beeinflusst. Das Verhältnis zwischen Lamellenzahlen und Bildgröße lässt sich aus den Kurven ableiten, woraus sich die Tatsache entnehmen lässt, dass bei einem kleinen Bild wenige Lamellen nötig sind als bei großen Bildern.

#### 5.2.3 Effekt der Bildgröße

In dem oberen Unterabschnitt wurde die Ergebnisse des Einflusses der Lamellenzahlen bei einer bestimmten Bildgröße präsentiert. Nun wird der Effekt der Bildgröße bei einer festgelegten Lamellenzahl gezeigt. Abbildung 5.15 stellt ein Diagramm dar, welches Auskunft über die Rauschübertragung in der PSF in Abhängigkeit der Bildgröße gibt.



Abbildung 5.15: Rauschübertragung in Abhängigkeit von der Bildgröße [eigene Abbildung]

Es ist zu sehen, dass es mit 30, 60 bzw. 90 Lamellen jeweils bei Bildgrößen von 50 x 50 bis zu 500 x 500 getestet wurde. Die drei Kurven zeigen, dass die Bildgröße 50 x 50 die größte Rauschübertragung liefert. Die dunkelblaue Kurve und die orange Kurve haben den gleichen Verlauf, sodass sie bis zum letzten Punkt abfallen. Mit anderen Worten sinkt die Rauschübertragung in der PSF, wenn das Bild vergrößert wird. Im Gegenteil dazu fällt auch die blaue Kurve ab, allerdings weist sie kleine Änderungen

auf, wo die Kurve ansteigt, bzw. die Rauschübertragung höher wird, wie zum Beispiel an den Stellen 200 x 200 und 300 x 300. Insgesamt kann festgestellt werden, dass die Rauschübertragung bei 30 Lamellen außer dem Startpunkt immer größer als bei 60 bzw. 90 Lamellen ist. Zudem wird die Rauschübertragung bei einer Bildgröße von 150 x 150 bei 90 Lamellen kleiner als bei 60 Lamellen.

#### 5.2.4 Effekt der Phase

In diesem Unterabschnitt werden die Ergebnisse des Einflusses der Phase diskutiert. Es handelt sich um die Ergebnisse zweier Untersuchungen. Erstens wurde der originale Siemensstern rotiert und dann die Faltung durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchung, bzw. der Einfluss der Rotation auf die Rauschübertragung in der PSF, sind in Abbildung 5.16 graphisch dargestellt. Zweitens wurde der originale Siemensstern erst bei der Berechnung der PSF gedreht. Bei dieser Untersuchung wurde kein Rauschen hinzugefügt und nur mit 90 Lamellen getestet. Die Ergebnisse der Untersuchung sind in Abbildung 5.17 dargestellt.



Abbildung 5.16: Rauschübertragung in Abhängigkeit von der Phase [eigene Abbildung]

Es ist in der Abbildung zu sehen, dass die drei Kurven über eine Symmetrie um 180° verfügen. Mit 30 Lamellen ist die Rauschübertragung am größten im Vergleich zu 60,

bzw. 90 Lamellen. Bei einem Drehwinkel von  $40^{\circ}$  bis zu  $45^{\circ}$  sinkt die Rauschübertragung bei 30 Lamellen, danach fängt die Kurve leicht zu schwanken an. Mit 60 Lamellen weist die orange Kurve zwei ausreißende Werte bei 90° und bei 270° auf. Darüber hinaus erkennt die Kurve eine Verringerung der Rauschübertragung, bzw. wird das Rauschen am niedrigsten bei einem Drehwinkel von 40° bis zu 70° übertragen. Mit 90 Lamellen sinkt der Faktor der Rauschübertragung unter 3 erst ab einem Winkel von 75°.



Abbildung 5.17: Standardabweichung in Abhängigkeit von der Phase [eigene Abbildung]

Abbildung 5.17 stellt die Standardabweichung in der PSF als Funktion der Phase, die erst vor der Berechnung der PSF schrittweise geändert wurde, dar. Hier zeigt sich, dass die Kurve über eine Symmetrie um 180° verfügt, wo die Standardabweichung am größten ist. Bei 0° beträgt die Standardabweichung 0. Je größer die Phase ist, desto größer wird die Standardabweichung, bzw. desto größer wird die Abweichung der Pixelwerte von dem Mittelwert aller Pixelwerte. Ab 180° sinkt die Standardabweichung wieder, bis sie nochmal null bei 360° erreicht.

#### 5.2.5 Effekt des Radius

In dem Unterabschnitt 5.1.5 wurde der Einfluss des Radius untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden hier präsentiert und diskutiert. Abbildung 5.18 zeigt ein

Diagramm, welches Auskunft über die Rauschübertragung in der PSF in Abhängigkeit des Radius bei 30, 60 und 90 Lamellen gibt.



Abbildung 5.18: Rauschübertragung in Abhängigkeit von dem Radius [eigene Abbildung]

Wie in Abbildung 5.18 zu erkennen ist, haben die drei Kurven unterschiedlichen Verläufe. Zum Beispiel mit 30 Lamellen schwankt die Kurve bei Radiuswerten von 1 Pixel bis 20 Pixel, danach steigt die Rauschübertragung bis zum Endwert, welcher 40 Pixeln entspricht. Mit 60, bzw. 90 Lamellen fällt die Rauschübertragung stark beim Wechsel des Radius von 1 Pixel auf 2 Pixel ab und sie steigt wieder stark beim Wechsel von 20 Pixeln auf 40 Pixel.

### 5.2.6 Effekt des Rauschens und der Anzahl der Lamellen auf das Kontrast-Rausch-Verhältnis

Bei allen Untersuchungen wurde es mit einer konstanten Standardabweichung des Rauschens von 0,5 getestet. In dem ersten Teil dieses Unterabschnittes werden die Ergebnisse des Einflusses des Rauschens auf das Kontrast-Rausch-Verhältnis diskutiert. Abbildung 5.19 veranschaulicht den Verlauf des CNRs bei Änderung der Standardabweichung des Rauschens bei verschiedenen Lamellenzahlen.



Abbildung 5.19: CNR in Abhängigkeit von dem Rauschen [eigene Abbildung]

Es ist zu sehen, dass die drei Kurven den gleichen Verlauf aufweisen. Bei einer Standardabweichung von 0,1 fangen sie bei einem höheren CNR-Wert an, danach fallen sie bis zum letzten Punkt ab. Der Unterschied zwischen den Kurven ist, dass mit 60 Lamellen das CNR größer ist als mit 30, bzw. 90 Lamellen und mit 90 Lamellen das CNR größer ist als mit 30 Lamellen. Das CNR wird immer kleiner, wenn das Rauschen größer wird. Dies bedeutet, dass die Standardabweichungen im Kern und im Hintergrund größer werden, wenn das Rauschen ansteigt.

In dem zweiten Teil dieses Unterabschnittes handelt es sich um den Einfluss der Anzahl der Lamellen auf das Kontrast-Rausch-Verhältnis. Abbildung 5.20 ist ein Diagramm, in dem das CNR in Abhängigkeit der Lamellenzahlen dargestellt wird



Abbildung 5.20: CNR in Abhängigkeit von der Lamellenzahlen [eigene Abbildung]

Dem Diagramm ist zu entnehmen, dass es mit niedrigen Lamellenzahlen einen geringen CNR-Wert liefert. Das CNR steigt mit der Erhöhung der Anzahl der Lamellen, bis es das Maximum mit 59 Lamellen erreicht hat. Danach schwingt die Kurve. Sie hat also keinen konstanten Verlauf. Die Kurve weist eine tiefe Verlaufsänderung bei 50, 60 und 70 Lamellen auf, nachdem es auch mit den Nachbarn dieser Lamellenzahlen getestet wurde. Wegen diesen Änderungen wurden andere Tests durchgeführt, um zu überprüfen, ob sie nochmal erscheinen oder verschwinden. Die erste Möglichkeit war die Änderung der Phase und die zweite war das Testen mit anderen Seed-Werten.



Abbildung 5.21: CNR in Abhängigkeit von den Lamellenzahlen bei verschiedenen Phasen [eigene Abbildung]

Aus dem Diagramm geht hervor, dass zum einen die Änderung der Phase zur Erhöhung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses führt, außer bei einigen Stellen, wo das CNR bei Phase gleich null größer ist und zum anderen die tiefen Punkte besonders bei 60, bzw. 70 Lamellen bei einer Drehung von 45°, bzw. 70° verschwunden sind. Der tiefe Punkt bei 50 Lamellen ist bei einer Rotation von 45° verschwunden, allerdings wird er bei einer Drehung von 70° zu einer Spitze umgewandelt.



Abbildung 5.22: CNR in Abhängigkeit von den Lamellenzahlen bei verschiedenen Phasen und bei anderen Seed-Werten [eigene Abbildung]

Wie schon erwähnt wurde, wurde es hier mit anderen Seed-Werten von 10 bis 19 getestet. Die Kurvenverläufe sehen fast genauso aus, wie die in Abbildung 5.21. Die Werte sind auch gering voneinander abgewichen. Trotz der Änderung der Seed-Werten erscheinen wieder die tiefen Punkte bei 50 und 70 Lamellen bei einer Phase von 0°. Im Gegensatz dazu verschwinden die beiden tiefen Punkte bei einer Rotation von 45° und bei einer Drehung von 70° ist der tiefe Punkt bei 70 Lamellen zu einer Spitze umgewandelt worden und bei 50 Lamellen ist er verschwunden.

# 6 Auswertung

Untersucht wurde die Rauschübertragung in der PSF als Funktion der Seed-Werte und der Parameter des Siemenssterns. Die Ergebnisse der ersten Untersuchung zeigten, dass jeder Seed-Wert einen Wert liefert, weshalb bei allen anderen Untersuchungen der Mittelwert der ersten zehn Seed-Werten gebildet wurde. Bei der Änderung der Lamellenzahl wurde die Rauschübertragung in der PSF beeinflusst, wobei die Lamellenzahl weder klein noch groß sein muss. Die Ergebnisse zeigten, dass in dem Bereich von 55 bis 65 Lamellen, bzw. von 75 bis 85 Lamellen, die Rauschübertragung bei einer Bildgröße von 100 x 100 am geringsten ist. Das Kontrast-Rausch-Verhältnis war auch in diesen Bereichen hoch, obwohl bei 50 und 70 Lamellen unerwartete Ergebnisse erschienen. Dies wurde wahrscheinlich durch einen Fehler im Programm verursacht. Außer in diesen Bereichen ist die Rauschübertragung in der PSF hoch, bzw. das CNR niedrig. Wenn die Lamellenzahl groß ist, wie 90 Lamellen oder auch größer, dann haben die Lamellen wahrscheinlich einen sehr kleinen Scheitelwinkel. Darüber hinaus wird in dem Umfeld des inneren Radius mehr grau abgebildet. Dies beeinflusst vermutlich die Rekonstruktion der PSF. Die Bildgröße zeigte auch ihren Einfluss auf die Rauschübertragung in der PSF, jedoch spielt auch hierbei die Lamellenzahl eine Rolle, wie zum Beispiel mit 90 Lamellen, je größer das Bild ist, desto wenige Rauschen wird in der PSF übertragen. Das Verhältnis zwischen der Lamellenzahl und Bildgröße zeigte, dass zum Beispiel mit 60 Lamellen eine Bildgröße von 100 x 100 benötigt wird. Die Rotation des generischen Siemenssterns und des gefalteten verrauschten Bildes zeigte einen Einfluss auf die Rekonstruktion der PSF. Mit 60 Lamellen und kleiner Drehung von 10° bis 60° wurde weniger Rauschen übertragen als mit 90 Lamellen. Bei 60° wurde das Rauschen am geringsten übertragen. Es wird nicht empfohlen, den generischen Siemensstern bei der Rekonstruktion der PSF zu drehen. Dies hatte einen enormen Einfluss auf die PSF. Der innere Radius zeigte ebenso seinen Einfluss auf die PSF. Dessen Ergebnisse entsprachen den Erwartungen, da bei einem kleinen Radius mit 60, bzw. 90 Lamellen, mit zum Beispiel 1 Pixel, das Umfeld grau abgebildet wurde. Falls der Radius sehr groß ist, wie zum Beispiel 30 oder 40 Pixel, nimmt er eine große Fläche des Siemenssterns ein. Die Ergebnisse des Kontrast-Rausch-Verhältnisses als Funktion des Rauschens entsprachen auch den Erwartungen, weil die Standardabweichungen im Kern und im Hintergrund größer werden, wenn das Rauschen ansteigt. Dies bedeutet, dass das CNR immer kleiner wird, wenn das Rauschen größer wird. Es lässt sich schlussfolgern, dass für ein besseres Ergebnis der Siemensstern über 60 Lamellen haben sollte. Obwohl mit 65 Lamellen die Rauschübertragung in der PSF am geringsten war, sollten auch die Kosten eines Siemenssterns berücksichtigt werden. Zudem könnte auch die Phase um 45° verändert werden, aber dazu sollte auch die Lamellenzahl angepasst werden, denn mit 90 Lamellen wäre es auch für die Hersteller schwer, die Phase zu ändern. Eine Kombination von 60 Lamellen und eine Phase von 45° könnte bessere Ergebnisse bringen.

# 7 Zusammenfassung und Ausblick

Nachdem alle Untersuchungen durchgeführt und ausgewertet wurden, wird in diesem Abschnitt eine Zusammenfassung der Bachelorarbeit, sowie einen Ausblick mit Empfehlungen zu diesem Thema gegeben. Das Ziel dieser Bachelorarbeit war es, die Bestimmung des Auflösungsvermögens von Röntgensystemen mittels Sternrasteraufnahmen zu analysieren und zu optimieren, indem die Parameter des Sternrasters optimiert werden mussten und das Rauschsignal in der PSF nach dem Hinzufügen des Rauschens analysiert wurde. Dafür wurde in C++ den von Herrn Prof. Dr. Heß erstellten Quellcode erweitert, um einige Tests durchzuführen.

Das Rauschsignal in der PSF wurde als Funktion der Seed-Werte, der Lamellenzahl, der Phase, der Bildgröße und des inneren Radius des Sternrasters analysiert.

Die Optimierung der Parameter des Sternrasters zeigte, dass es möglich ist, das Rauschsignal gering zu übertragen, indem es eine Kombination zwischen der Lamellenzahl, dem inneren Radius und der Phase des Siemenssterns gefunden werden soll. In dem Kapitel Auswertung (s. Seite 59) wurde schon ein Vorschlag für eine Kombination von 60 Lamellen und eine Phase von 45° angegeben.

Es wurden nicht nur mathematische Berechnungen durchgeführt, sondern auch eine reale gemessene Röntgenaufnahme des Siemenssterns dargestellt. Hierbei wurde ein Siemensstern mit 90 Lamellen verwendet. Dies hat die Rekonstruktion der PSF beeinflusst.

Um diese Arbeit fortzusetzen, könnte man die gewonnenen Ergebnisse anhand von Tests belegen. Es wäre sinnvoll, noch einmal eine reale Röntgenaufnahme mit den vorgeschlagenen Parametern zu erstellen. Es lohnt sich zu untersuchen, warum mit 50 Lamellen unerwartete Ergebnisse auftraten, um herauszufinden, ob dies wirklich auf einen Fehler im Programm oder, ob es auf etwas anderes zurückzuführen ist. Es könnte zudem in Frage gestellt werden, ob es nötig ist, mit größerer Lamellenzahl und größerer Phase weitere Untersuchungen durchzuführen.

Letztendlich könnte auch die Berechnung der MTF bei der Analyse des Rauschsignales

in der PSF helfen. Die räumlichen Auflösungseigenschaften eines Bildgebungssystems lässt sich durch die Modulationsübertragungsfunktion charakterisieren.

# Literaturverzeichnis

- Faiz M. Khan: *The Physics of Radiation Therapy*, Lippincott Williams & Wilkins, Philadelphia, (2003). – ISBN 0-7817-3065-1
- [2] Andreas Horst Mahnken, Rolf W. Günther: *Grundlagen der Diagnostik und Intervention*, (2013)
- [3] Jerrold T. Bushberg, J. Anthony Seibert, Edwin M. Leidholdt, JR., Johne M. Boone: *The essential physics of medical imaging*, Lippincott Williams & Wilkins, Philadelphia, (2002). – ISBN 0-683-30118-7
- [4] Wolfgang Schlegel, Christian P. Karger, Oliver Jäkel: *Medizinische Physik*, Springer Spektrum, (2018). – ISBN 978-3-662-54800-4
- [5] Pascal Rousset: Fonctionnement d'un système d'imagerie utilisant les rayons X, (2018)
- [6] S. Christofides, D.R. Dance, A.D.A. Maidm, I.D. McLean, K.H. Ng: Diagnostic Radiology Physics, IAEA, (2014). – ISBN 978–92–131010–1
- [7] Brian Nett: X-ray Generation, pictorial Guide [Bremsstrahlung, Characteristic], URL https://howradiologyworks.com/xrayproduction/, [21.12.2021]
- [8] Jens-Holger Grunert: Strahlenschutz f
  ür R
  öntgendiagnostik und Computertomografie, Springer, (2019). – ISBN 978-3-662-59274-8
- [9] Andreas Maier. Stefan Steidl, Vincent Christlein, Joachim Hornegger (Eds.): Medical Imaging Systems, Springer Open, (2018). – ISBN 978-3-319-96519-2
- [10] Universität Bern: Arten von Wechselwirkungen, URL https://vetsuisse. com/vet-iml/lernmodule/htmls/slide.html?radiosurfvet| radgeneral|physics|interactionmaterial|1,[10.11.2021]
- [11] Universität Bern: Klassische Streuung, URLhttps://vetsuisse.com/vetiml/lernmodule/htmls/slide.html?radiosurfvet|radgeneral| physics|interactionmaterial|2, [10.11.2021]

- [12] Rita Joana da Cruz Roque: X-ray imaging using 100 μm thick Gas Electron Multipliers operating in Kr – CO2 mixtures, Master-Thesis, University of Coimbra, (2018)
- [13] Andres Brahme: Comprehensive Biomedical Physics, Elsevier Science, (2014). ISBN 978-0-444-53633-4
- [14] Spektrum.de: Punktübertragungsfunktion, URL https://www.spektrum.de/ lexikon/physik/punktuebertragungsfunktion/11780, [21.11.2021]
- [15] Xujie Zhang, Tamar Kashti, Doron Shaked, Robert Ullchney, Tal Frank, Mani Fischer, Jan P. Allebach: Measuring the Modulation Transfer Function of Image Capture Devices: What Do the Numbers Really Mean?, [4.11.2021]
- [16] Gatinel Damien: Modulation Transfer Function, URL https://www.gatinel. com/recherche-formation/acuite-visuelle-definition/qualitede-vision/, [15.11.2021]
- [17] Thorlabs: Resolution Test Target, URL https://www.thorlabs.com/ NewGroupPage9\_PF.cfm?ObjectGroup\_ID=4338/, [16.12.2021]
- [18] Hans Strasburger: Siemens Star, URL http://hans-strasburger.userweb. mwn.de/siemens\_star.html, [16.12.2021]
- [19] IS/IEC 60336: Medical Electrical Equipment X-Ray Tube Assemblies for Medical Diagnosis - Characteristics of Focal Spots, (2005)
- [20] R. Edward Hendrick: Signal, Noise, Signal-to-Noise, and Contrast-to-Noise Ratios, (2008)
- [21] Robert Heß: Ermittlung der PSF aus einer Sternrasteraufnahme mittels Methode kleinster Quadrate, (19.10.2021)
- [22] cplusplus.com: srand URL https://www.cplusplus.com/reference/ cstdlib/srand/,[23.02.2022]
- [23] C.8.7.3 X-Ray Collimator Module. URL https://dicom.nema.org/medical/ Dicom/2016b/output/chtml/part03/sect\_C.8.7.3.html, (02.03.2022)
- [24] MTA-R: Die verschiedene Brennfleck, URL https://www.mta-r.de/blog/ stichwortsonntag-die-verschiedenen-brennflecke/, [16.03.2022]
- [25] Brian Nett: X- ray Resolution (PSF, MTF, NPS, DQE) for radiologic technologists, URL https://howradiologyworks.com/x-ray-resolution/, [24.03.2022]

- [26] Technische Universität Dortmund: Diagnostische Bildgebung, URL https://qnap.e3.physik.tu-dortmund.de/suter/Vorlesung/ MedizinphysikII\_15/10\_Diagnose.pdf, [26.03.2022]
- [27] Thomas S. Curry Ill, James E. Dowdey, Robert C. Murry, Jr: Christensen's physics of diagnostic radiology, Williams & Wilkins, (1990). – ISBN 0-8121-1310-1
- [28] Lothar Spieß, Gerd Teichert, Robert Schwarzer, Herfried Behnken, Christoph Genzel: Moderne Röntgenbeugung. Vieweg+Teubner, (2009). – ISBN 978-3-8351-0166-1

# A Anhang

Der Anhang zur Arbeit befindet sich auf der beigelegten CD.
## Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.



Ort

Datum

Unterschrift im Original