

MASTER THESIS
Victor Cajus Kröger

Effizienz-Evaluierung einzelliger Beschleunigungskavitäten

FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK
Department Informations- und Elektrotechnik

Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Information and Electrical Engineering

Victor Cajus Kröger

Effizienz-Evaluierung einzelliger Beschleunigungskavitäten

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung
im Studiengang *Master of Science Informations- und Kommunikationstechnik*
am Department Informations- und Elektrotechnik
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr. Ralf Wendel
Zweitgutachter: PD Dr. Peter Hülsmann

Eingereicht am: 19. Dezember 2024

Victor Cajus Kröger

Thema der Arbeit

Effizienz-Evaluierung einzelliger Beschleunigungskavitäten

Stichworte

Beschleunigungskavität, Resonator, Einzelzelle, Speicherring, Teilchenstrahl, Hochfrequenz, Messung, Simulation

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Thema des Wirkungsgrads von Beschleunigungskavitäten. Ziel war es, anhand verschiedener Kavitätentypen zu analysieren, welche Parameter die Effizienz beeinflussen und auf welche von ihnen Einfluss genommen werden kann. Zu diesen Parametern zählen sowohl Beschleunigerbetriebsparameter als auch kavitätenspezifische Parameter.

Victor Cajus Kröger

Title of Thesis

Efficiency Evaluation of Single-Cell Acceleration Cavities

Keywords

Acceleration Cavity, Resonator, Single Cell, Storage Ring, Partial Beam, Radio Frequency, Measurement, Simulation

Abstract

This thesis deals with the efficiency of acceleration cavities. The aim was to analyse different types of cavities to identify which parameters influence power efficiency and which can be influenced. These parameters include both accelerator operating parameters and cavity-specific ones.

Danksagung

Die vorliegende Masterarbeit entstand während meiner Forschungsarbeit am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg. Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer, Herrn PD Dr. Peter Hülsmann, für die wissenschaftliche Betreuung, die wertvollen fachlichen Diskussionen und die stetige Unterstützung während meiner Arbeit. Ebenfalls möchte ich Herrn Prof. Dr. Ralf Wendel herzlich dafür danken, dass er sich der Arbeit als Erstprüfer angenommen hat.

Herzlich bedanken möchte ich mich bei Sebastian Göller und Nils-Oliver Fröhlich für die hilfreichen Anregungen sowie bei Herrn Dr.-Ing. Michael Bousonville, der mich bei der Themenfindung unterstützt hat. Großer Dank gebührt zudem Herrn Dr. Wolfgang F.O. Müller für seine fachkundige Unterstützung während meiner Simulationsarbeiten.

Meiner Familie und meiner Partnerin danke ich für ihre immerwährende Unterstützung während meines gesamten Studiums und die Geduld während der Erstellung dieser Arbeit.

Hamburg, 19. Dezember 2024

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xvi
Abkürzungen	xix
Glossar	xxi
1 Einleitung	1
1.1 Forschungsfeld und Kontext	1
1.2 Fokus innerhalb des Forschungsfeldes	5
1.3 Thema der Arbeit und Kapitelübersicht	8
2 Grundlagen	10
2.1 Kavitätenparameter	10
2.2 Wakefeldanregung	12
2.3 Strahlinstabilitäten und Strahl-Kavitäten-Wechselwirkungen	15
2.3.1 Instabilitäten und ihre Ursachen	15
2.3.2 Kopplung zwischen Elektronenstrahl und Eigenmoden	15
2.3.3 TM-Moden und ihre Auswirkungen auf die Strahlinstabilität	16
2.3.4 Maßnahmen zur Minderung von Strahlinstabilitäten	17
2.3.5 Berechnung der Schwellenwertimpedanzen	18
3 Standort und Umfeld, Rahmenbedingungen und Methodik der Untersuchung	20
3.1 Standort der Einrichtung und Kompetenzen der Abteilung	20
3.2 Untersuchungsmethodik	21
3.3 Vergleichsmethodik der Kavitätenstrukturen	22
3.4 Grenzen der Untersuchung	23
3.5 Verwendete Hilfsmittel	23

3.6	Technische Details: PETRA IV und Beschleunigungskavitäten	24
4	Detuning als Einflussfaktor auf die Effizienz von Kavitäten	27
4.1	Leistungsanpassung durch Kavitäten-Detuning	27
4.2	Leistungsbedarf im Betrieb ohne Kavitäten-Detuning	36
5	Methoden zur Analyse der Bunchenergieverluste in Kavitäten	42
5.1	Klassische Eigenmodenanalyse	42
5.2	Palmers analytisches Modell	45
6	Analyse der Kavitäteneffizienz	52
6.1	Kavitätseffizienz ausgedrückt in Energien und Berechnung der Beamloading-Spannung	52
6.2	Kavitätseffizienz ausgedrückt in Spannungen, Phasenwinkel und BLEF: Gesamteffizienz und maximale Gesamteffizienz	56
6.3	Einfluss des Beam Loading Enhancement Faktors auf die Effizienz	61
6.4	Betrachtung der Kavitäteneffizienz nach Palmer	62
7	Charakterisierung effizienter Kavitätengeometrien	65
7.1	Implikationen der Palmerschen Gleichung	65
7.2	Analyse etablierter Einflussfaktoren auf die Kavitäteneffizienz	68
7.2.1	Beschleunigungsspannung	69
7.2.2	Wandverluste	70
7.2.3	Abgerundete Geometrie	72
7.2.4	Shuntimpedanz über Güte	73
7.2.5	Einfluss von Induktivität und Kapazität	74
7.2.6	Resultierende Kavitäten-Optimierungsstufen	75
8	Charakterisierung der analysierten Kavitätentypen	78
8.1	Pillbox-Kavität	78
8.2	BESSY-HOM-gedämpfte Kavität	80
8.3	Shintake Ein-Moden-Kavität	83
9	Erläuterung des Effizienzanalysekonzepts am Beispiel der Pillbox-Kavität: Teil I	88
9.1	Fundamentale Kavitätenparameter	88
9.1.1	Resonanzkreisfrequenz	88
9.1.2	Effektive Shuntimpedanz	89

9.1.3	Gütefaktor	91
9.2	Energieverluste	93
9.3	Gesamteffizienz	99
10	Erläuterung des Effizienzanalysekonzepts am Beispiel der Pillbox-Kavität: Teil II	101
10.1	Relevanter Frequenzbereich der Stabilitätsuntersuchung	101
10.2	Analyse der transversalen und der longitudinalen Shuntimpedanzen und der zugehörigen Schwellenwertimpedanzen	102
10.2.1	Analytische Berechnung der Schwellenwertimpedanzen	102
10.2.2	Numerische Simulation der Shuntimpedanzen	104
11	Effizienzanalyse der Kavitätenkandidaten für PETRA IV	107
11.1	BESSY-HOM-gedämpfte Kavität	107
11.1.1	Leistungseffizienzanalyse	107
11.1.2	Strahlstabilitätsanalyse	110
11.2	Shintake-Ein-Moden-Kavität	113
11.2.1	Leistungseffizienzanalyse	113
11.2.2	Strahlstabilitätsanalyse	115
11.3	Ergebnisauswertung	118
11.3.1	Leistungseffizienz	118
11.3.2	Stabilitätsanalyse	123
12	Fazit und Zusammenfassung	130
	Literatur	134
A	Erweiterte Grundlagen	139
A.1	Synchronisation und Phasenstabilität in Synchrotrons	139
A.2	Beschleunigungskavitäten	141
A.2.1	Designparameter und Frequenzwahl	141
A.2.2	Koordinatensystem und Modenindizierung	142
A.2.3	Allgemeine Feldgleichungen und Fundamentalmode	147
A.2.4	Aufbau realer Kavitäten	148
A.3	Ersatzschaltbild und Kennparameter einer Kavität	149
A.3.1	Ersatzschaltbild	149
A.3.2	Resonanzfrequenzen	150

A.3.3 Gütefaktor	151
A.3.4 Shuntimpedanz	152
A.3.5 Transitzeitfaktor	154
A.3.6 Beschleunigungsspannung und elektrisches Feld	155
A.3.7 Verhältnis R über Q	156
A.3.8 Koppelfaktor	157
A.3.9 Primärseitige und sekundärseitige Impedanz	159
A.4 Methoden zur Charakterisierung von Eigenmoden	161
A.5 Charakterisierung der transversalen Shuntimpedanz	167
B Mathematische Grundlagen	170
B.1 Besselfunktion J_m	170
B.2 Full Width Half Maximum	172
B.3 Sinusintegralfunktion	172
B.4 Trigonometrische Funktionen	173
C Winkelkonvention im Vektordiagramm	175
D Wandverluste einer Pillbox-Kavität	177
E Methoden zur Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter	180
E.1 Numerische Simulation	180
E.2 Experimentelle Messung	185
E.3 Analytische Berechnung	192
E.4 Ergebnisdiskussion	193
F Adaption des Shintake-Kavitätenmodells auf 500 MHz	196
G Validierung der Palmerschen Bunchenergieverlustgleichung mittels numerischer Simulationen	199
H Numerische Simulation der transversalen Shuntimpedanzen	203
Selbstständigkeitserklärung	210

Abbildungsverzeichnis

1.1	Übersicht über den Anlagenverbund von PETRA III [50].	3
1.2	Übersicht über den geplanten Anlagenverbund von PETRA IV [2].	4
2.1	Schematische Darstellung der durch die Bewegung eines ultrarelativistischen, ultrakurzen Bunches entlang der leitfähigen Strahlrohrwände induzierten Spiegelströme (Image Currents) [39].	13
2.2	Schematische Darstellung der elektromagnetischen Feldlinienverteilung eines ultrarelativistischen Bunches während der Kavitätenpassage. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [42] erstellt.	13
2.3	Feldstruktur der TM_{110} -Mode und zur nominalen Strahlachse verschobener Elektronenstrahl [46].	17
4.1	Erweitertes Ersatzschaltbild einer an eine externe HF-Quelle gekoppelten Kavität, die durch den Strahlstrom I_b belastet ist. Das ESB illustriert die Primär- und die Sekundärseite des entsprechend dem Übersetzungsverhältnis $\tilde{u}$ induktiv gekoppelten Gesamtnetzwerks. Das Netzwerk besteht aus den Bauelementen Wechselspannungsquelle und deren Spannung $\tilde{V}_q$, Strahlstrom I_b , Primärinduktivität L_{prim} , Quelleninnenwiderstand R_q , Sekundärinduktivität L_{ind} , Shuntimpedanz R_s und Kapazität C	28
4.2	Spannungsvektorendiagramm zur Veranschaulichung der Spannungsphasoren und ihrer Phasenbeziehungen bei Kavitäten-Detuning.	29
4.3	Spannungsvektorendiagramm zur Darstellung der Effekte von Kavitäten-detuning für die Leistungsanpassung.	34
5.1	Schematischer Längsschnitt einer Beschleunigungskavität: Darstellung der Energiedichte des elektrischen Bunchfeldes als Feldscheibe während der Kavitätenpassage. Die Symmetrieachse ist strichpunktiert gekennzeichnet. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [42] erstellt.	47

5.2	Schematische Darstellung der sequenziellen Stadien der Bunch-Durchquerung einer Strahlrohrverjüngung zur Veranschaulichung des Energieverlustes eines Bunches durch Wakefeld-Anregung. Die Darstellung basiert auf der Annahme ideal leitfähiger Strahlrohrwände, wodurch die Feldlinien senkrecht zur Kavitätenwand orientiert sind, da die Spiegelladungen mit der Phase des Bunches phasensynchron sind. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [6] erstellt.	47
5.3	Darstellung der Energiedichte der Feldscheibe nach Palmer. Die Energiedichte ist erst konstant und nimmt dann linear nach außen hin ab [42]. . .	48
5.4	Felddiffraktion eines Bunches beim Kavitäteneintritt [42].	49
6.1	Vektordiagramm der Spannungskomponenten in der Kavität nach der Passage des Bunches [63].	53
6.2	Erweitertes Vektordiagramm: Darstellung der Spannungsverhältnisse vor und nach der einmaligen Durchquerung des Bunches durch die Kavität, basierend auf Wilson. Dabei ist zu beachten, dass Wilson eine abweichende Definition des Verlustfaktors verwendet ($k = 2 k_{\text{Wilson}}$) [63].	56
6.3	Abhängigkeit der maximalen Effizienz $\eta_{g \max}$ vom BLEF B bei einer synchronen Phase ϕ_s von $55,8^\circ$. Der Definitionsbereich der Effizienzfunktion liegt im Intervall $[1, \infty)$	61
7.1	Effektive Länge L der Kavität für die Berechnung des Bunchenergieverlusts: Pillbox-Kavität (links), modifizierte Kavitätengeometrie (rechts). . .	66
7.2	Geometrieoptimierungen einer Pillbox-Kavität: Grundmodell (links), zylindrische Form (Mitte), sphärische Form (rechts).	75
7.3	Einsatz von Drift-Tubes in einer Kavität [23].	76
8.1	Aluminium-Pillbox-Kavität mit vier Antennenports (zwei induktive an der Oberseite, zwei kapazitive an der Stirnseite), ohne Strahlrohr-Öffnungen, Koppler, Tuner oder HOM-Dämpfung. Die N-Typ-Buchsen dienen als Anschlüsse für die messtechnische Charakterisierung. Der Innenraum der Kavität hat eine Länge von 366 mm und einen Durchmesser von 460 mm. . .	79
8.2	Darstellung der BESSY-Kavität: Querschnittsmodell (links) und am Teststand (rechts) [51].	80

8.3	Grundkonzept der Shintake-Kavität. Links: Aufbau mit der ‚radial transmission line‘ zur Dämpfung der HOMs. Rechts: Optimiertes Modell zum Schutz der Fundamentalmode durch Reflexion in der ergänzten Choke-Struktur [52].	83
8.4	Querschnittsmodell der Shintake-Kavität in der 1,5-GHz-Version (Designstand 07/2024). Das Modell zeigt den vollständigen Aufbau der Kavität mit Halterung (unten), Hohlleiterzuleitung und Koppler (oben links), Tuner zur Feineinstellung der Resonanzfrequenz (direkt unter dem Strahlrohr) und der grundlegenden Shintake-Kavitätengeometrie (Mitte rechts), mit Genehmigung von Michele Pröll.	85
8.5	Feldverteilung der Fundamentalmode in einer 1,5-GHz-Choke-Mode-Kavität. Die Vektoren zeigen die Orientierung und die Verteilung des elektrischen Feldes, während die Farbskala rechts die Feldstärke visualisiert: Blau steht für geringe und Rot für hohe Feldstärke. Mit Genehmigung von Simon Karau.	86
9.1	Schematischer Querschnitt der Pillbox-Kavität mit einer Kavitätenlänge von $L = 300$ mm, einem Strahlrohrradius von $a = 37$ mm und einem Kavitätendurchmesser von $D = 460$ mm. Die Strahlrohlänge beträgt links und rechts jeweils 100 mm.	93
10.1	Longitudinale Schwellenwertimpedanz von PETRA IV.	103
10.2	Transversale Schwellenwertimpedanz von PETRA IV.	104
10.3	Longitudinale Shuntimpedanzen der Pillbox-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, dargestellt mit logarithmischer y -Achse und unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.	105
10.4	Transversale Shuntimpedanzen der Pillbox-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, unter Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.	106
11.1	Schnittmodell und Feldverteilung der 500-MHz-BESSY-Kavität im CST-Simulationsmodell.	108
11.2	Longitudinale Shuntimpedanzen der BESSY-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, dargestellt mit logarithmischer y -Achse und unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.	111

11.3	Transversale Shuntimpedanzen der BESSY-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.	112
11.4	CST-Modell der 500-MHz-Shintake-Kavität und Simulationsergebnis der elektrischen Feldverteilung.	113
11.5	Longitudinale Shuntimpedanzen der Shintake-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, dargestellt mit logarithmischer y -Achse und unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.	116
11.6	Transversale Shuntimpedanzen der Shintake-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.	117
11.7	Übersicht des Kurvenverlaufs der Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom R/Q -Verhältnis (großer Bereich).	120
11.8	Detailansicht des Kurvenverlaufs der Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom R/Q -Verhältnis (Ausschnitt).	121
11.9	Detailansicht des Kurvenverlaufs der Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom R/Q -Verhältnis. Die Fehlerbalken zeigen die typischen Abweichungsspannen zwischen dem theoretischen Wert (Simulationsergebnis) und dem erwarteten realen Messwert für R/Q sowie die daraus resultierende, entsprechend niedrigere Effizienz.	122
11.10	Die zwei kritischsten Moden für die longitudinale Strahlstabilität bei Betrachtung der BESSY-Kavität.	124
11.11	Die zwei kritischsten Moden für die transversale Strahlstabilität bei Betrachtung der BESSY-Kavität.	125
11.12	Die zwei kritischsten Moden für die longitudinale Strahlstabilität bei Betrachtung der Shintake-Kavität.	126
11.13	Die zwei kritischsten Moden für die transversale Strahlstabilität bei Betrachtung der Shintake-Kavität.	127
A.1	Prinzip der Phasenfokussierung von relativistischen Teilchen in Ringbeschleunigern. Dabei beschreibt $\Delta p/p < 0$ den Fall eines zu geringen Teilchenimpulses, während $\Delta p/p > 0$ einen zu großen Teilchenimpuls kennzeichnet. Nur bei $\Delta p/p = 0$ bewegt sich das Teilchen auf der Sollbahn durch den Ringbeschleuniger [62].	140

A.2	Schematische Darstellung einer Pillbox-Kavität ohne Strahlrohr in aufrechter Position, um die Maße und die Koordinaten der Pillbox zu visualisieren. Die Abbildung zeigt die Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) sowie die geometrischen Parameter einschließlich des Radius R und der Länge L . . .	143
A.3	Schematische Darstellung der Feldverteilungen der TM_{010} -Mode (links) und der TE_{111} -Mode (rechts). Das H-Feld ist durch gestrichelte Linien und das E-Feld ist durch durchgezogene Linien gekennzeichnet [58].	144
A.4	Modenindizierung: Beispiele für den E-Feldverlauf mit azimuthaler (m), radialer (n) und longitudinaler (z) Variation. Der Verlauf der Komponente $E_z(r)$ ist für $n = 0$ und $n = 1$ unter der Annahme $m = 0$ dargestellt. Die Indizierungsbeispiele sind zeilenweise und nicht spaltenweise zu interpretieren [11].	145
A.5	Modenstruktur zylindrischer Resonatoren als Funktion von D/λ und D/L [1].	146
A.6	Ersatzschaltbild einer an eine externe HF-Quelle gekoppelten Kavität. Das Bild zeigt die primären und die sekundären Schaltungen mit den jeweiligen Bauelementen: Wechselspannungsquelle mit der Spannung $\tilde{V}_q$, Primärinduktivität L_{prim} , Innenwiderstand der Quelle R_q , Sekundärinduktivität L_{ind} , Widerstand der Kavitätenwände R_s , Kapazität C und Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$	149
A.7	Smith-Diagramm zur Bestimmung der Halbleistungspunkte und des Betrags des Reflexionsfaktors [1].	164
A.8	Darstellung des experimentellen Aufbaus der ‚Bead-Pull‘-Methode am Beispiel einer sphärischen einzelligen Kavität [57].	166
B.1	Besselfunktionen erster Art, Ordnung $m = 0 \dots 3$	171
B.2	Charakterisierung der Full Width Half Maximum (FWHM) einer gaußförmigen Ladungsverteilung.	172
B.3	Verlauf der Sinusintegralfunktion $Si(x)$ im Intervall $[0, x]$	173
C.1	Vektordiagramm der Kavitätsspannung vor ($\tilde{V}_c^+$) und während ($\tilde{V}_c$) der Bunchdurchquerung sowie der halben, vom Bunch induzierten Spannung $\tilde{V}_{\text{eff}}$. ϕ^+ und ψ^+ beschreiben die Phasenwinkel der Kavitätsspannung vor der Bunchdurchquerung, während ϕ_s und ψ die Phasenwinkel der Kavitätsspannung während der Bunchdurchquerung angeben. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [63] erstellt.	175

E.1	CST-Benutzeroberfläche zur Postprocessing-Analyse der fundamentalen Kavitätenparameter.	182
E.2	Simulationsergebnis der Fundamentalmode (TM_{010}) mit vektoriell dargestelltem E-Feld (a) und H-Feld (b).	183
E.3	Schematischer Versuchsaufbau der S11-Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität.	185
E.4	Realer Messaufbau der S11-Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität. . . .	186
E.5	Smith-Diagramm der S11-Messung an Port 4 für die TM_{010} -Mode. . . .	188
F.1	Bemaßung des CST-Modells der 500-MHz-Shintake-Kavität in Millimetern.	197
G.1	Momentaufnahme der Energiedichte des E-Feldes eines 19,3 mm langen Bunches (entsprechend der Bunchlänge im Timing-Modus von PETRA IV) bei der Passage durch eine mit Nosecones optimierte Pillbox-Kavität [21].	200
G.2	Zeitabhängige Verlustleistung für den Strahldurchgang durch das Strahlrohr mit Kavität (graue Kurve) und durch das Strahlrohr ohne Kavität (blaue Kurve). Beim Eintritt des Elektronenbunches in das Simulationsvolumen sowie bei dessen Austritt tritt ein negativ gerichteter, künstlicher, peakförmiger Energieverlust auf, der in der physikalischen Realität nicht existiert. Die beigefarbene Kurve zeigt die Korrektur des Simulationsfehlers durch die Bildung der Differenz der Verlustleistungen zwischen den beiden Szenarien [21].	201
H.1	Auswertung der longitudinalen Shuntimpedanz mittels CST-MWS-Postprozessor.	203
H.2	E-Feldverteilung der TM_{110} -Mode.	205
H.3	Auswertung der transversalen Shuntimpedanz mittels eines polynomischen Fits zweiten Grades für die dreißigste vom Eigenmodensolver ermittelte Mode. Die Anwendbarkeit der Berechnungsmethode zur Bestimmung der transversalen Shuntimpedanz konnte durch den Auswertungsalgorithmus nicht validiert werden. Der extrapolierte Punkt bei $r = 1/k$ wurde daher auf 0 gesetzt.	206

H.4	Auswertung der transversalen Shuntimpedanz mittels eines polynomischen Fits zweiten Grades für die fünfzehnte vom Eigenmodensolver ermittelte Mode. Die Anwendbarkeit der Berechnungsmethode zur Bestimmung der transversalen Shuntimpedanz wurde durch den Auswertungsalgorithmus validiert. Der extrapolierte Punkt bei $r = 1/k$ wurde anschließend an dem ermittelten Punkt in das Diagramm eingezeichnet.	207
H.5	E-Feldverteilung der fünfzehnten vom Eigenmodensolver gefundenen Mode.	208
H.6	H-Feldverteilung der fünfzehnten vom Eigenmodensolver gefundenen Mode.	209

Tabellenverzeichnis

3.1	PETRA-IV-Parameter unter Berücksichtigung der zwei Betriebsmodi . . .	25
3.2	PETRA IV 500-MHz-System [51].	26
4.1	Parameter des Fundamentalmode HF-Systems von PETRA IV	31
4.2	Ergebnisse der Vergleichsanalyse des Leistungsbedarfs für den Betrieb mit Kavitäten-Detuning.	35
4.3	Ergebnisse der Vergleichsanalyse des Leistungsbedarfs für den Betrieb oh- ne Kavitäten-Detuning.	40
9.1	Ergebnisse der analytischen Berechnung fundamentaler Kavitätenparame- ter der hypothetischen Pillbox-Kavität mit einer Länge von $L = 300$ mm. .	92
9.2	Charakteristische Parameter von PETRA IV und Pillbox-Maße.	94
9.3	Statistische Bunchparameter für die zwei PETRA IV Betriebsmodi.	95
9.4	Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Brightness-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.	98
9.5	Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Timing-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.	98
9.6	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.	100
9.7	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.	100
11.1	Ergebnisse der Kennparameter-Auswertung der CST-Eigenmodensimulation der BESSY-Kavität	108
11.2	Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Brightness-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.	109

11.3	Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Timing-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.	109
11.4	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.	109
11.5	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.	110
11.6	Ergebnisse der Kennparameter-Auswertung der CST-Eigenmodensimulation der Shintake-Kavität.	114
11.7	Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Brightness-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.	114
11.8	Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Timing-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.	115
11.9	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.	115
11.10	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.	115
11.11	Gegenüberstellung der Ergebnisse bezüglich der fundamentalen Kavitätenparameter und der Gesamteffizienz der BESSY-, der Shintake- und der Pillbox-Kavität.	118
11.12	Kennwerte der als kritisch für die Strahlstabilität identifizierten Moden der BESSY-Kavität.	125
11.13	Kennwerte der als kritisch für die Strahlstabilität identifizierten Moden der Shintake-Kavität.	128
B.1	Nullstellen der Besselfunktion erster Art, berechnet mit MATLAB.	171
E.1	Ergebnisse der Kennparameter-Auswertung der CST-Eigenmodensimulation der Pillbox-Kavität	183
E.2	Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der CST-Fundamentalmode-Analyse im Brightness-Modus.	184
E.3	Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der CST-Fundamentalmode-Analyse im Timing-Modus.	184
E.4	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz, basierend auf den Ergebnissen der CST-Simulation für den Brightness-Modus.	184

E.5	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz, basierend auf den Ergebnissen der CST-Simulation, für den Timing-Modus.	184
E.6	Messergebnisse der S11-Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität.	189
E.7	Ergebnisse der experimentellen Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter der Pillbox-Kavität.	191
E.8	Ergebnisse der Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der experimentellen Fundamentalmode-Analyse für den Brightness-Modus. . .	191
E.9	Ergebnisse der Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der experimentellen Fundamentalmode-Analyse für den Timing-Modus. . . .	191
E.10	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.	191
E.11	Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.	192
E.12	Analytisch bestimmte fundamentale Kavitätenparameter der Pillbox-Kavität mit $L = 366$ mm.	192
E.13	Zusammenfassung der Ergebnisse der fundamentalen Kavitätenparameter unter Berücksichtigung ihrer Bestimmungsmethode.	193
E.14	Abweichungen zwischen den Ergebnissen der simulativen und experimentellen Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter im Vergleich zu den analytisch berechneten Werten.	194

Abkürzungen

ASCII American Standard Code for Information Interchange.

BLEF Beam Loading Enhancement Faktor.

CDR Conceptual Design Report.

CST Computer Simulation Technology.

CW Continuous Wave.

DESY Deutsches Elektronen-Synchrotron.

ESB Ersatzschaltbild.

FTBL Fundamental Theorem of Beam Loading.

FWHM Full Width at Half Maximum.

HF Hochfrequenz.

HOM Higher Order Mode.

MWS Microwave Studio.

PS Particle Studio.

RMSE Root Mean Square Error.

TE Transversal Elektrisch.

Abkürzungen

TM Transversal Magnetisch.

TTF Transit Time Faktor.

Glossar

Arc Elektrischer Durchschlag in Hochfrequenzkomponenten, der durch lokal überhöhte elektrische Feldstärken im Vakuum entsteht und zur lokalen Plasmabildung führt.

Bunch Räumlich und zeitlich konzentrierte Ladungswolke von Elektronen, die in einem Teilchenbeschleuniger umläuft.

Ein-Moden-Kavität Resonator, der so gestaltet ist, dass nur eine spezifische Mode (üblicherweise die Fundamentalmode) effektiv schwingt.

Elektronenkanone Eine Vorrichtung zur Emission von Elektronen. Diese werden durch thermische Emission aus einer Metallkathode freigesetzt und zu Gruppen von Elektronen gebündelt.

Elektronenspeicherring Kreisförmige Teilchenbeschleuniger-Anlage, in der Elektronen nahezu Lichtgeschwindigkeit erreichen und durch kontinuierliche Kompensation ihrer Energieverluste im Umlauf gehalten werden.

Elektronenstrahl Besteht aus einer Abfolge räumlich und zeitlich konzentrierter Ladungswolken (Bunche) von Elektronen. Diese bewegen sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit durch das evakuierte Strahlrohr.

Fundamentalmode Die Mode mit der niedrigsten Resonanzfrequenz einer Kavität. In einer zylindrischen Kavität ist die fundamentale TE-Mode die TE_{111} und die fundamentale TM-Mode die TM_{010} .

FWHM Full Width at Half Maximum; Volle Breite bei halber Höhe, ein Maß für die Breite einer Verteilung oder eines Peaks.

Higher Order Modes Höhere Schwingungsmoden in Resonatoren, die neben der Fundamentalmode auftreten können und unerwünschte Effekte verursachen können.

Hochfrequenz Hochfrequenz bezeichnet den Frequenzbereich, elektromagnetischer Wellen, Schwingungen und Wechselströme, deren Frequenzen im Bereich zwischen 10 kHz bis 300 MHz und im weitesten Sinne 300 GHz liegen [5].

PETRA III Dritte Ausbaustufe des PETRA (Positron-Electron Tandem Ring Accelerator) Speicherrings am DESY in Hamburg, derzeit eine der weltweit brilliantesten Synchrotronstrahlungsquellen.

PETRA IV Geplantes Upgrade des PETRA III Speicherrings am DESY in Hamburg, mit dem Ziel, eine weltweit führende Synchrotronstrahlungsquelle der vierten Generation zu schaffen.

Undulator Vorrichtung in Elektronenbeschleunigern zur gezielten Erzeugung von Synchrotronstrahlung. Ein Undulator besteht aus einer periodischen Anordnung von Elektro- oder Permanentmagneten mit alternierender Polarität. Diese Magnetanordnung zwingt einen Elektronenstrahl auf eine wellenförmige Flugbahn. Durch die resultierende transversale Beschleunigung der annähernd auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigten Elektronen wird kohärente Synchrotronstrahlung emittiert.

Wiggler Magnetische Vorrichtung in Synchrotronstrahlungsquellen, die einen Elektronenstrahl durch ein stark inhomogenes Magnetfeld auf eine ausgeprägte transversale Oszillationsbewegung zwingt. Im Gegensatz zum Undulator erzeugt ein Wiggler eine deutlich breitbandige und intensivere Synchrotronstrahlung mit einem größeren Öffnungswinkel. Die magnetische Feldstärke ist typischerweise höher als bei Undulatoren, wodurch eine stärkere Ablenkung und Strahlungsemission der Elektronen erreicht wird.

1 Einleitung

1.1 Forschungsfeld und Kontext

Die Entwicklung neuartiger Materialien ist von Bedeutung für die effiziente Erzeugung, Speicherung und Nutzung von Energie, einen umweltfreundlichen Transport und moderne Informationssysteme. Diese Fortschritte erfordern spezialisierte Analysewerkzeuge, die eine Untersuchung der Materialproben bis hin zur atomaren Ebene ermöglichen [51].

Der Bedarf an fortschrittlichen Analysetools erstreckt sich über die Energiewirtschaft hinaus und umfasst auch die Lebenswissenschaften, die Umweltforschung, die Geowissenschaften und die Festkörperphysik. In diesen Disziplinen werden Analysewerkzeuge benötigt, um die Struktur und die Eigenschaften von Proben auf atomarer und molekularer Ebene zu untersuchen. Beispielsweise erfordern die Analyse biologischer Mechanismen, die Untersuchung geologischer Nanostrukturen und die Beobachtung dynamischer Prozesse in chemischen Reaktionen spezialisierte Diagnosetools, die strukturelle und dynamische Einblicke ermöglichen. Solche Erkenntnisse sind grundlegend für die wissensbasierte Entwicklung neuer Materialien und die Bearbeitung wissenschaftlicher Fragestellungen [51].

Ein Analysetool zur Untersuchung von Materialproben auf nanoskopischer Ebene sind Synchrotronlichtquellen. Diese Anlagen erzeugen ein breites Emissionsspektrum von Infrarot- bis zu hochenergetischer Röntgenstrahlung, das als ‚Röntgenmikroskop‘ verwendet werden kann, um hochaufgelöste 3D-Bildaufnahmen von Proben im Nanometerbereich zu erstellen. Dabei sind Zeitaufösungen bis in den Sub-Nanosekundenbereich möglich [51]. Synchrotronstrahlung bietet gegenüber herkömmlichen Lichtquellen wie Lasern oder Röntgenröhren entscheidende Vorteile: Ihre hohe Helligkeit ermöglicht eine tiefere Analyse der Probenstruktur und ihre hohe Kohärenz unterstützt eine hochaufgelöste Abbildung.

Synchrotronlichtquellen basieren auf Teilchenbeschleunigern, in denen geladene Teilchen zur Emission von Synchrotronstrahlung angeregt werden. Diese Strahlung wird entlang der Beschleunigerbahn abgegeben und kann durch spezielle Röhren aus dem Beschleuniger herausgeführt und für wissenschaftliche Experimente genutzt werden.

So werden Synchrotronlichtquellen konventionell als Ringbeschleuniger (Synchrotrons) realisiert, wobei der Begriff ‚Synchrotronstrahlung‘ historisch von der charakteristischen Strahlungsemission in Ringbeschleunigern stammt. Diese Strahlung entsteht unweigerlich, wenn geladene Teilchen auf einer gekrümmten Bahn beschleunigt werden und wurde zunächst als störender Energieverlust wahrgenommen, bevor ihr Potenzial für wissenschaftliche Anwendungen erkannt wurde.

In Teilchenbeschleunigern bewegen sich geladene Teilchen in definierten Gruppen (Bunchen) durch evakuierte Röhren. Ihre elektrische Ladung ermöglicht die Steuerung ihrer Geschwindigkeit und Flugbahn durch elektromagnetische Felder sowie die Fokussierung der Bunchen, was sowohl für die Beschleunigungseffizienz als auch für die Strahlungsqualität vorteilhaft ist. Beschleunigt werden die Teilchen mittels elektromagnetischer Hochfrequenzfelder (HF-Felder). Die Beschleunigungseffizienz wird durch die kompakte Bunchstruktur maximiert, da das beschleunigende HF-Feld effektiver auf die konzentrierte Ladungsverteilung wirken kann. Gleichzeitig führt die hohe räumliche Kohärenz der eng gebündelten Teilchen, die kollektiv zur Emission beitragen, zu einer verbesserten Strahlungsqualität.

Ringförmige Synchrotronlichtquellen bestehen aus einem mehrstufigen Anlagenverbund: Ein Linearbeschleuniger erzeugt Elektronen und beschleunigt sie zunächst auf eine moderate Energie. Diese werden dann in ein Synchrotron (auch Booster genannt) injiziert, das sie auf einer Kreisbahn durch Elektromagnete und HF-Felder auf ihre Endenergie beschleunigt. Nach Erreichen der Nominalenergie werden die Elektronen in den Speicherring transferiert. Dort durchlaufen sie periodisch angeordnete Permanentmagnete (Undulatoren und Wiggler), die sie auf eine Slalombahn zwingen und dadurch zur Emission von Synchrotronstrahlung anregen. Die durch diese Emission von Synchrotronstrahlung verursachten Energieverluste werden durch Hochfrequenzresonatoren (Beschleunigungskavitäten) kompensiert, die den Bunchen mittels eines HF-Felds Energie zuführen.

Synchrotronstrahlungsquellen sind Großforschungsanlagen, die im Allgemeinen von nationalen Institutionen betrieben werden. Beispiele für solche Anlagen sind PETRA III am DESY in Hamburg, ALBA in Barcelona, MAX IV in Lund, BESSY in Berlin, ESRF in Grenoble, Diamond in Oxford und andere. Am DESY ermöglicht der PETRA-

III-Elektronenspeicherring hochauflösende Analysen im Nanometerbereich. Die Qualität der Aufnahmen wird jedoch durch die begrenzte Kohärenz und Brillanz der Strahlung limitiert, insbesondere bei der Untersuchung von Strukturen im unteren zweistelligen Nanometerbereich. Der Anlagenverbund von PETRA III ist in Abbildung 1.1 dargestellt.

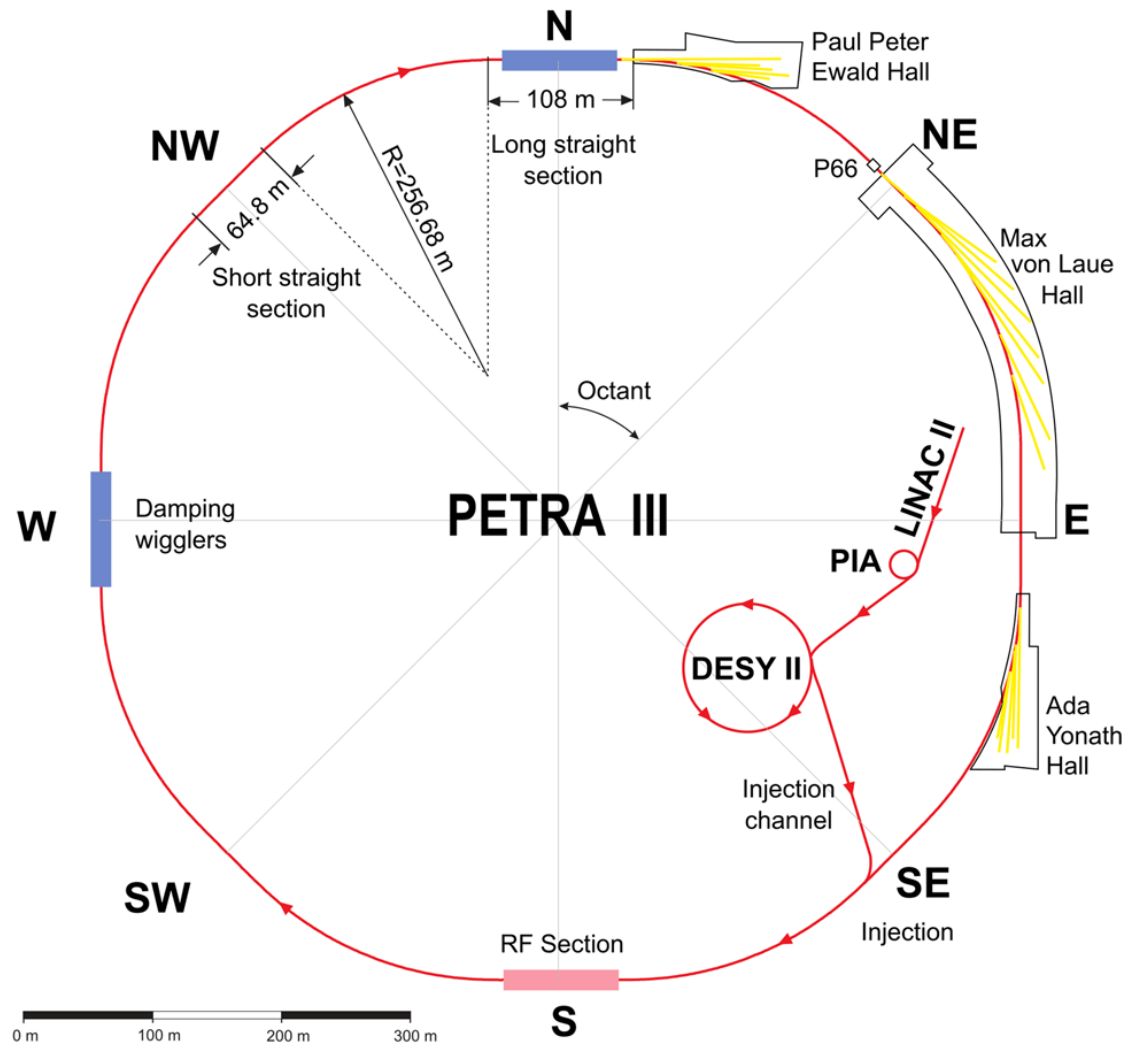


Abbildung 1.1: Übersicht über den Anlagenverbund von PETRA III [50].

Der Anlagenverbund von PETRA III besteht aus mehreren Komponenten, die gemeinsam die Beschleunigeranlage bilden. Zunächst werden die Elektronen von der Elektronenkanone aus einer Metallkathode emittiert. Diese Elektronen werden im LINAC II vorbeschleunigt. Im Positronen-Intensitäts-Akkumulator (PIA) erfolgt die Bündelung der Elektronen zu Bunchen mit höherer Elektronenpopulation. In DESY II werden die Elektronen

auf ihre nominale Energie beschleunigt. Anschließend werden sie in den PETRA-III-Speicherring injiziert, wo sie zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung verwendet werden.

Um die Einschränkungen von PETRA III zu überwinden, wird der Speicherring im Rahmen des PETRA-IV-Projekts zu einer Strahlungsquelle der vierten Generation weiterentwickelt. Ziel ist die Reduzierung der Emittanz, die das Produkt aus der räumlichen Ausdehnung und der Divergenz des Elektronenstrahls darstellt. Die niedrige Emittanz macht PETRA IV zu einer nahezu punktförmigen, hochkohärenten Lichtquelle und ermöglicht die dreidimensionale Röntgenmikroskopie von Objekten im unteren zweistelligen Nanometerbereich [51].

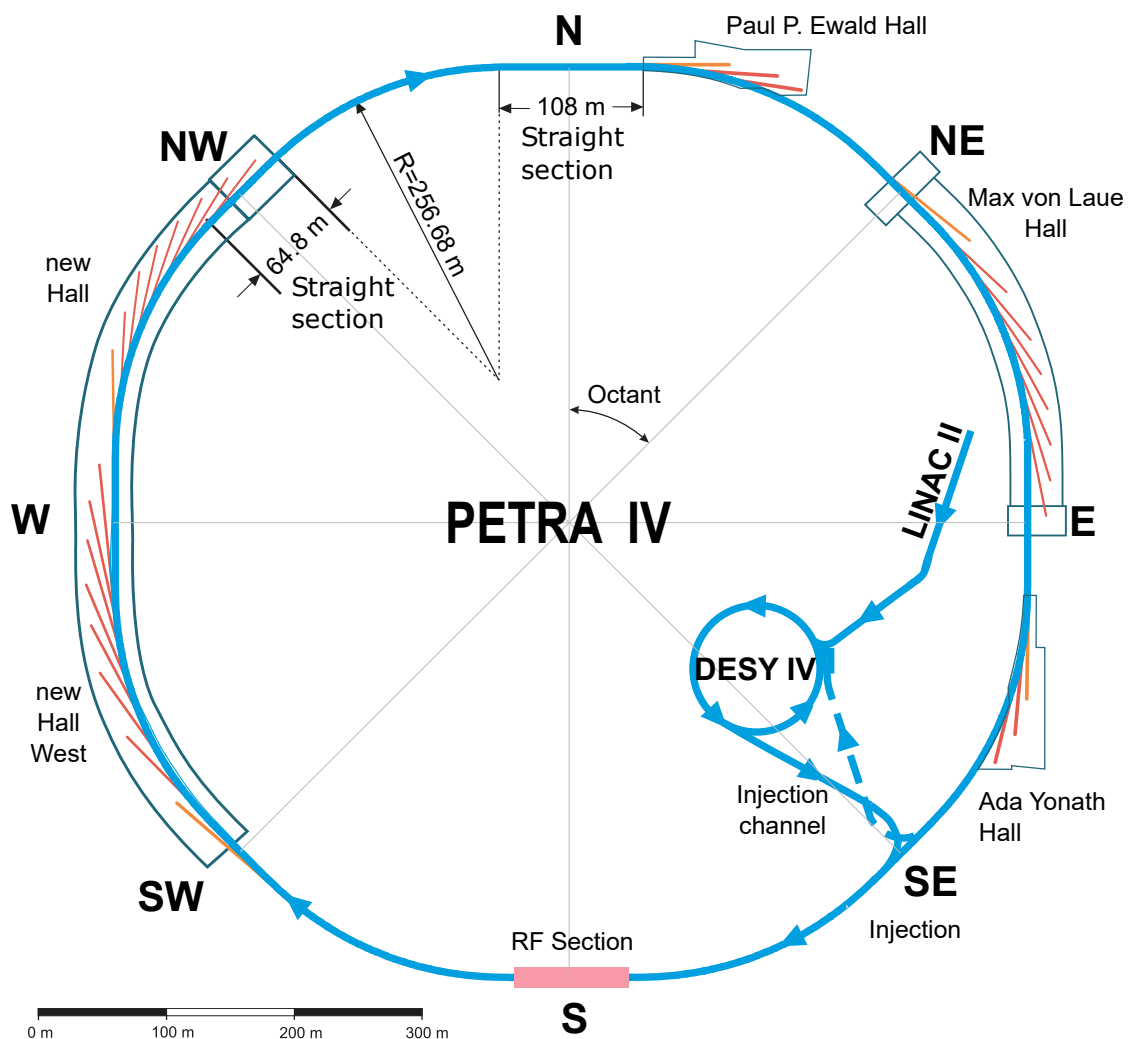


Abbildung 1.2: Übersicht über den geplanten Anlagenverbund von PETRA IV [2].

Das Upgrade von PETRA III auf PETRA IV umfasst die vollständige Erneuerung der Vorbeschleunigerkette sowie der Speicherringinfrastruktur, wodurch PIA als Teil des Anlagenverbunds obsolet wird. Der geplante Anlagenverbund von PETRA IV ist in Abbildung 1.2 dargestellt.

Ein entscheidender Schritt zur Erreichung der gewünschten Strahleigenschaften ist der Austausch der konventionellen Magnete durch Hybrid-Multi-Bend-Achromat (HMBA)-Magnetstrukturen. Diese reduzieren die Emittanz im Vergleich zu den in PETRA III eingesetzten Double-Bend-Achromat-Magnetstrukturen um mehr als 30 %, was die Strahlqualität signifikant verbessert [48]. Darüber hinaus ist der Austausch der Beschleunigungskavitäten notwendig, um die durch die neue Magnetstruktur erzielte Strahlqualität zu bewahren, da ungeeignete Kavitäten zu einer Divergenz der Bunche und damit zu Strahlverlusten führen können. Diese Aspekte werden im Folgenden näher erläutert [51].

1.2 Fokus innerhalb des Forschungsfeldes

Wenn ein Bunch eine Beschleunigungskavität durchläuft, überträgt er einen Teil seiner Energie in die Kavität, was zur Anregung des sogenannten Wakefelds führt. Dieses Feld lässt sich durch eine abzählbar unendliche Reihe elektromagnetischer Felder darstellen, deren Frequenzen durch die Geometrie der Kavität bestimmt werden [59].

Diese Felder werden als Moden bezeichnet und in die Fundamentalmode sowie höhere Moden (Higher Order Modes, HOM) unterteilt. Die Fundamentalmode ist die Mode, die zur Beschleunigung des Strahls genutzt wird, während die HOMs parasitäre Moden sind, deren destruktive Wirkung auf die Strahlbahn des Elektronenstrahls unerwünscht ist. Die durch den Strahl induzierte, aus dem Wakefeld stammende Fundamentalmode ist der in die Kavität eingespeisten beschleunigenden Mode entgegengerichtet (um 180°). Dadurch wird die effektive Beschleunigung und somit die maximale Effizienz der Kavität reduziert. Dieses Phänomen wird als Beamloading bezeichnet.

Die gesamte Modenenergie in der Kavität wird aufgrund der endlichen Leitfähigkeit der Kavitätswände allmählich in Wärme umgewandelt. Wird die Energie einer parasitären Mode nicht vollständig dissipiert, bevor der nächste Bunch eintrifft, kann sie mit diesem in Wechselwirkung treten. In diesem Fall wird von Bunch-zu-Bunch-Instabilitäten oder

Multibunchinstabilitäten gesprochen. Je nach Art der Wechselwirkung (konstruktiv oder destruktiv) kann dies die Strahlstabilität beeinflussen.

Die Intensität der Wechselwirkung zwischen den Moden und den Bunchen wird durch die sogenannte Shuntimpedanz der jeweiligen Mode bestimmt, die die Stärke der durch die Mode auf den Strahl wirkenden Lorentzkraft quantifiziert. Diese Kraft kann, abhängig von der Shuntimpedanz und der Modenfrequenz, eine destabilisierende Wirkung auf den Strahl haben. Solange die Lorentzkraft kleiner bleibt als die natürliche Strahldämpfung, bleibt der Strahl stabil. Wird jedoch ein Schwellenwert überschritten, können Multibunchinstabilitäten auftreten, die die Strahlqualität beeinträchtigen und zum Strahlabbruch führen können.

Beim aktuellen PETRA-III-Betrieb mit einem Strahlstrom von 100 mA, sind die Wechselwirkungen der HOMs auf ein unkritisches Maß begrenzt.

Im Rahmen des PETRA-IV-Projekts ist eine Erhöhung des Strahlstroms auf 200 mA vorgesehen, was die Anforderungen an die Dämpfung der angeregten HOMs weiter verstärkt. Ein zentrales Ziel besteht daher darin, die Wechselwirkungen zwischen Strahl und Kavität auf ein unkritisches Niveau zu reduzieren, um gleichzeitig die Kühlungsanforderungen zu minimieren. Aufgrund der begrenzten Zugänglichkeit einiger Kavitätsbereiche, insbesondere im Bereich der Leistungseinkopplung, stoßen die aktuellen Kavitäten im Hinblick auf Kühlung und Stabilität an ihre technischen Grenzen. Daher ist der Austausch der bestehenden Kavitäten gegen neue einzellige Beschleunigungskavitäten mit niedrigerer Impedanz und integrierter HOM-Dämpfung geplant. Diese Modifikationen zielen darauf ab, Strahlinstabilitäten zu reduzieren und die Energieübertragung auf den Strahl zu optimieren.

Aktuell verwendet PETRA III zwölf siebenzellige Kavitäten [4], die bei einer Frequenz von 499,665 MHz eine Gesamtspannung von 20 MV erzeugen. Die Kavitäten weisen eine Gesamtimpedanz von etwa $337 \text{ M}\Omega$ auf [15]. Aufgrund dieser hohen Impedanz ist PETRA III intrinsisch instabil, weshalb der Betrieb nur mit einem Feedbacksystem [29] zur Korrektur der Instabilitäten möglich ist. Das gleiche Problem würde sich bei der Verwendung dieser Kavitäten in PETRA IV ergeben. Da dort kein Feedbacksystem vorgesehen ist, ist ihr Einsatz in PETRA IV folglich ausgeschlossen. Ohne dieses System würde die Stabilitätsgrenze überschritten und es würde zum Strahlabbruch kommen.

Für PETRA IV wurde das Design so optimiert, dass die benötigte Beschleunigungsspannung auf 8 MV reduziert ist. Dies wurde durch den optimierten Speicherring, kompaktere

Bunche und verbesserte Magnete erreicht, die die Energieverluste minimieren und die Energieübertragung verbessern. Angesichts dieser Verbesserungen ist der Austausch der bisherigen Kavitäten durch 24 einzellige Kavitäten vorgesehen. Diese neuen Kavitäten weisen eine reduzierte Gesamtimpedanz von etwa $82 \text{ M}\Omega$ auf, wodurch das Risiko von Multibunchinstabilitäten verringert wird. Sie haben jedoch eine geringere Effizienz als mehrzellige Kavitäten, was den Zielkonflikt zwischen der Maximierung der Leistungseffizienz und der Minimierung der Wahrscheinlichkeit einer Anregung von Strahlinstabilitäten verdeutlicht.

Die Effizienz η_g einer Kavität ist definiert als das Verhältnis zwischen dem Energiegewinn U_g eines Bunches und der in der Fundamentalmode gespeicherten Energie W_0^+ :

$$\eta_g = \frac{U_g}{W_0^+} \quad (1.1)$$

Die Gesamteffizienz berücksichtigt dabei, dass der Energiegewinn U_g durch Beamloading und die Anregung von HOMs verringert wird. Diese Effizienzgröße wird benötigt, um die exakte Leistung zu berechnen, die erforderlich ist, um die Energieverluste eines Bunches pro Umlauf im Speicherring zu kompensieren. Der Energieverlust durch die HOM-Anregung wird in der Praxis häufig vernachlässigt; in dieser Arbeit wird diese Lücke zum Teil durch die Herleitung einer Effizienzformel geschlossen, die auf bekannten Betriebsparametern basiert.

Für eine optimierte Strahlstabilität ist es entscheidend, Moden im Frequenzbereich zwischen der Fundamentalfrequenz und der Grenzfrequenz (Cut-off-Frequenz) des Strahlrohrs gezielt zu dämpfen oder deren Anregung zu vermeiden. Dadurch können HOMs nicht mit dem Strahl interferieren. Oberhalb dieser Frequenzen können sich Moden im Strahlrohr ausbreiten und werden dort rasch dissipiert [41].

Basierend auf diesen Überlegungen lässt sich das Konzept einer effizienten Kavität erweitern: Neben der primären Funktion der Energieübertragung sollte eine effiziente Kavität auch in der Lage sein, die Energien von HOMs im kritischen Frequenzbereich auf unkritische Werte zu begrenzen. Aus diesem Grund umfasst der Begriff der Effizienz in dieser Arbeit auch die Stabilitätseigenschaften der Kavität.

Zur Bewältigung dieser Herausforderung haben sich zwei grundlegende Ansätze etabliert: Der erste Ansatz umfasst HOM-gedämpfte Kavitäten wie die BESSY-HOM-gedämpfte Kavität. Der zweite Ansatz verwendet Ein-Moden-Kavitäten (Single Mode Cavities) wie

die Shintake-Kavität [52]. Diese Kavitäten verhindern die Anregung von HOMs im kritischen Frequenzbereich und minimieren dadurch das Risiko von Multibunchinstabilitäten.

Die kontinuierliche Weiterentwicklung dieser Technologien schafft neue Möglichkeiten für effizientere Speicherringe, die höhere Strahlströme bei stabilen Betriebsbedingungen ermöglichen.

1.3 Thema der Arbeit und Kapitelübersicht

Diese Arbeit befasst sich mit der Analyse der Effizienz von Beschleunigungskavitäten, am Beispiel der Bestimmung einer geeigneten einzelligen Beschleunigungskavität für den zukünftigen Elektronenspeicherring PETRA IV. Dieser verfügt über zwei Betriebsmodi, die sich in Bezug auf Strahlstromstärke und Bunchabstände unterscheiden. Beide Betriebsmodi werden in dieser Untersuchung berücksichtigt. Ein zentraler Aspekt dieser Arbeit ist die Anwendung des Palmerschen Ansatzes [42] zur Berechnung der Energieverluste eines Bunches beim Durchqueren einer Kavität.

Im Fokus stehen einzellige Zylinderresonatorstrukturen, da sie den Vorteil bieten, dass ein analytisch berechenbares Referenzmodell existiert, die sogenannte Pillbox-Kavität. Dies ermöglicht einen direkten Vergleich zwischen einer nicht optimierten Kavität ohne HOM-Behandlung und modifizierten Zylinderresonatorstrukturen.

Die Analyse setzt sich aus einer Kombination analytischer Berechnungen, experimenteller Messungen und numerischer Simulationen zusammen. Ziel dieser Arbeit ist es, aus den beiden Modellen der BESSY- und der Shintake-Kavität die geeignete Beschleunigungskavität für das Upgrade von PETRA III auf PETRA IV auszuwählen. Dabei wird bei gleichzeitiger Vermeidung von Strahlinstabilitäten im Betrieb von PETRA IV die maximale Leistungseffizienz angestrebt.

Zur systematischen Bearbeitung der Fragestellungen ist die vorliegende Arbeit in drei Hauptteile gegliedert: theoretische Grundlagen, methodische Entwicklung und praktische Anwendung.

Die theoretischen Grundlagen zur Wakefeldanregung und den daraus potenziell resultierenden Strahlinstabilitäten werden in Kapitel 2 dargestellt. Weiterführende Informationen und grundlegende Erläuterungen für fachfremde Leser sind in Anhang A zu fin-

den. Anschließend werden in Kapitel 3 die Rahmenbedingungen dieser Arbeit und des PETRA-IV-Projekts erläutert, einschließlich der technischen Details, der verfügbaren Untersuchungsmöglichkeiten sowie der daraus abgeleiteten Untersuchungsmethodik.

Der methodische Teil beginnt in Kapitel 4 mit der Analyse des effizienten Kavitätenbetriebs, wobei die Optimierung durch Detuning untersucht wird. In Kapitel 5 werden die mathematischen Grundlagen zur Berechnung der Energieverluste entwickelt. In diesem Kontext werden sowohl die klassische Eigenmodenanalyse als auch Palmers Methode evaluiert. Darauf aufbauend wird in Kapitel 6 die Kavitäteneffizienz-Gleichung hergeleitet. Kapitel 7 schließt mit einer systematischen Analyse effizienter Kavitätengeometrien ab.

Der Anwendungsteil beginnt mit Kapitel 8, in dem die drei untersuchten Kavitätentypen vorgestellt werden: die Pillbox-Kavität als Referenzsystem sowie die BESSY-HOM-gedämpfte Kavität und die Shintake-Kavität als potenzielle Kandidaten für PETRA IV. In Kapitel 9 wird die entwickelte Analysemethodik zur Bewertung der Leistungseffizienz am Beispiel der Pillbox-Kavität demonstriert. Anschließend wird in Kapitel 10 die Analysemethodik zur Untersuchung der Fähigkeit zur Anregung von Strahlinstabilitäten erläutert. Die Anwendung dieser Methodiken auf die BESSY- und die Shintake-Kavität erfolgt in Kapitel 11 zusammen mit deren abschließender Bewertung.

In Kapitel 12 werden die zentralen Ergebnisse und Erkenntnisse dieser Arbeit zusammengefasst und eine kapitelübergreifende Interpretation der Ergebnisse sowie ein Ausblick auf mögliche Ansätze zur Weiterführung dieser Forschungsarbeit formuliert.

Die vorliegende Arbeit richtet sich an Fachleute aus den Bereichen der Hochfrequenztechnik und der Beschleunigerphysik. Bei der Erstellung wurde besonderer Wert darauf gelegt, den in der Beschleunigerphysik etablierten Konventionen bezüglich der Parameterbezeichnungen zu folgen. Zudem werden einige Fachbegriffe in ihrer englischen Form verwendet, insbesondere wenn sie gebräuchlicher sind als ihre deutschen Entsprechungen oder wenn eine deutsche Übersetzung die Bedeutung nicht genau oder potenziell missverständlich wiedergeben würde.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden ausgewählte theoretische Grundlagen vermittelt, die den Untersuchungsfokus fundieren. Weitere Grundlagen werden als Kernbestandteil der Arbeit angesehen und in den nachfolgenden Kapiteln vertieft behandelt.

Zunächst werden die Kavitätenparameter vorgestellt, gefolgt von einer Erklärung der physikalischen Hintergründe der Wakefeldanregung. Darauf aufbauend wird die Entstehung von Multibunchinstabilitäten erläutert, die durch Wakefelder angeregt werden können. Es wird beschrieben, wie sich die Fähigkeit einer Kavität, Strahlinstabilitäten zu induzieren, quantifizieren lässt und welche Moden in der Praxis besonders kritisch für die Strahlstabilität sind.

Zum Erwerb grundlegender Kenntnisse in den Bereichen Ringbeschleuniger, Beschleunigungskavitäten und Hochfrequenztechnik wird der interessierte Leser auf das Kapitel ‚Erweiterte Grundlagen‘ (Anhang A) verwiesen.

2.1 Kavitätenparameter

Die Eigenschaften einer Kavität werden durch die nachfolgend dargestellten Parameter beschrieben, die ihre physikalischen Merkmale und Funktionen charakterisieren. Eine ausführlichere Erläuterung dieser Parameter ist in Anhang A zu finden.

Resonanzfrequenzen

Die Resonanzfrequenzen f_{mnp} einer Kavität entsprechen den Frequenzen, bei denen diese nach einmaliger Anregung – unter Vernachlässigung der Dämpfung – unendlich schwingen würden. Die Indizes m , n und p stehen hierbei für die Modenindizes. Die Resonanzfrequenzen werden durch die geometrischen Abmessungen der Kavität bestimmt.

Güte

Die Güte Q einer Kavität beschreibt das Verhältnis der gespeicherten Energie zur pro Zyklus dissipierten Energie. Für unbelastete Kavitäten (Q_0) hängt sie von den Material- und Oberflächeneigenschaften ab, während die belastete Güte (Q_L) zusätzlich externe Verluste wie die Kopplung an Hohlleiter und Hochfrequenzquelle berücksichtigt.

Shuntimpedanz

Die Shuntimpedanz R_s einer elektromagnetischen Mode beschreibt die Effizienz der Energieübertragung von der Mode auf geladene Teilchen. Sie ist definiert als das Verhältnis des Quadrats der beschleunigenden Spannung zur in den Kavitätenwänden dissipierten Leistung.

Es wird zwischen der longitudinalen Shuntimpedanz $R_{||}$ und der transversalen Shuntimpedanz $R_{\perp}$ unterschieden, abhängig von der Richtung der Krafteinwirkung. Die longitudinale Shuntimpedanz $Z_{||}$ wird üblicherweise vereinfacht als Shuntimpedanz R_s bezeichnet, da sie die für Beschleunigeranlagen relevante Wechselwirkung beschreibt. Eine hohe longitudinale Shuntimpedanz ist insbesondere für die Fundamentalmode erstrebenswert, da sie maximale Energieübertragung auf die Teilchen bei gleichzeitig geringen Verlusten in den Kavitätenwänden ermöglicht. Damit ist R_s ein zentraler Parameter bei der Optimierung von Beschleunigerkavitäten.

Transitzeitfaktor

Der Transitzeitfaktor (TTF) T beschreibt die Reduktion der effektiv vom Teilchen wahrgenommenen Beschleunigungsspannung gegenüber der maximalen Spannung. Diese Reduktion resultiert aus der Phasenlage, der zeitlichen Variation des elektrischen Feldes (E-Feld) und der begrenzten Durchlaufgeschwindigkeit des Teilchens relativ zur Feldoszillation.

Beschleunigungsspannung

Die effektive Beschleunigungsspannung $V_{\text{acc,eff}}$ beschreibt die mittlere Spannung, die während eines Teilchendurchlaufs durch die Kavität zur Beschleunigung beiträgt. Sie wird

durch das Linienintegral der longitudinalen elektrischen Feldstärke entlang der Strahlachse bestimmt.

Verhältnis R über Q

Das Verhältnis R/Q quantifiziert die Effizienz, mit der eine Mode in Abhängigkeit von der Kavitätsgeometrie mit Teilchen in Wechselwirkung tritt. Es ist unabhängig von den Wandverlusten und hängt ausschließlich von der Geometrie der Kavität sowie den Eigenschaften der betrachteten Eigenmode ab. Für die Beschleunigungsmode ist ein hoher R/Q -Wert erstrebenswert, während für parasitäre HOMs ein möglichst kleiner Wert angestrebt wird.

Koppelfaktor

Der Koppelfaktor β beschreibt das Verhältnis der externen Verluste, zu denen auch die Belastung durch den Elektronenstrahl zählt, zur inneren Verlustleistung der Kavität und bestimmt die Effizienz der Leistungsübertragung zwischen Hochfrequenzquelle und Kavität. Ein geeigneter Koppelfaktor ist entscheidend, um eine maximierte Energieübertragung zu gewährleisten.

Den einfachsten Aufbau einer zylindrischen Kavität stellt die Pillbox-Kavität dar, die aus einem Rundhohlleiter besteht, der an beiden Enden mit Flanschen abgeschlossen ist. Im nächsten Abschnitt werden anhand dieses Kavitätenmodells die in der Einleitung beschriebene Wakefeldanregung näher erläutert sowie die damit verbundenen Strahlstabilitäten behandelt.

2.2 Wakefeldanregung

Die Bewegung eines hochenergetischen Bunches durch eine Kavität regt elektromagnetische Felder an, die als Wakefelder bezeichnet werden. Diese Felder entstehen durch die Wechselwirkung des Bunches mit den Kavitätenwänden und können die Bunchdynamik beeinflussen und dadurch Strahlstabilitäten hervorrufen.

Abbildung 2.1 zeigt eine schematische Darstellung der Wakefeldanregung in einer Pillbox-Kavität durch einen ultrarelativistischen, ultrakurzen Bunch. Der Bunch induziert am

stromaufwärtigen Ende einen Spiegelstrom, der durch die positiv bewegten Spiegelladungen entsteht. Beim Austritt des Bunches aus der Kavität verlieren die Feldlinien den Anschluss zum Bunch und enden auf der ausgangsseitigen Stirnseite der Kavität. Die ungleiche Ladungsverteilung in der Kavität mit den positiven Ladungen auf der einen

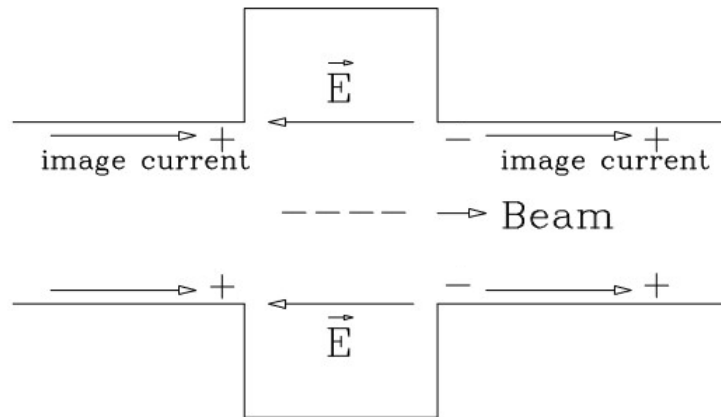


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der durch die Bewegung eines ultrarelativistischen, ultrakurzen Bunches entlang der leitfähigen Strahlrohrwände induzierten Spiegelströme (Image Currents) [39].

und den negativen Ladungen auf der anderen Seite führt zu einem Ausgleichsbestreben bezüglich des Ladungsungleichgewichts. Das elektromagnetische Feld, das durch die Ladungstrennung entsteht, kann sich plötzlich durch den Kurzschluss über die Kavitätenwände sehen und beginnt durcheinander durch-zu-schwingen, was das oszillatorische Verhalten der Felder erklärt.

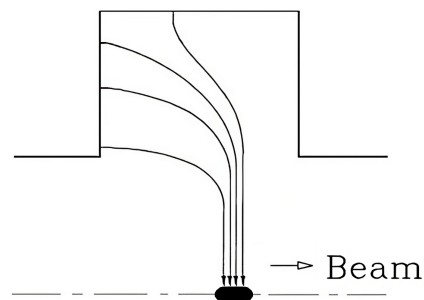


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der elektromagnetischen Feldlinienverteilung eines ultrarelativistischen Bunches während der Kavitätenpassage. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [42] erstellt.

Abbildung 2.2 zeigt die Orientierung der elektrischen Feldlinien eines ultrarelativistischen Bunches in der Kavität. Aufgrund der endlichen elektrischen Leitfähigkeit der Kavitätenwände ist die Driftgeschwindigkeit der induzierten Spiegelladungen geringer als die Geschwindigkeit des Bunches. Dies führt zu einer Rückwärtsorientierung der elektrischen Feldlinien relativ zur Bewegungsrichtung des Bunches.

Das elektrische Feld, das durch den Bunch induziert wird, lässt sich als dynamisches System beschreiben, das drei Phasen durchläuft: In der ersten Phase wird beim Eintritt des Bunches das Feld aufgebaut. Dabei wird Energie vom Bunch auf das elektromagnetische Feld der Kavität übertragen. In der zweiten Phase, die mit dem Verlassen der Kavität beginnt, werden die Feldlinien unterbrochen. Die Verbindung zu den Bunchladungen geht verloren.

In der dritten Phase sorgt das Ausgleichsbestreben der Ladungen dafür, dass das elektromagnetische Feld in der Kavität zu oszillieren beginnt. Dieses Feld lässt sich als Superposition einer abzählbar unendlichen Anzahl transversalmagnetischer (TM)-Eigenmoden beschreiben. Diese Moden interagieren mit nachfolgenden Bunchen und üben Kräfte auf sie aus, die zur Anregung von Strahlinstabilitäten führen können [59].

Bei einer einzelnen Bunchdurchquerung ist die Energie, die ein Bunch durch seine Wakefeldanregung während der Kavitätenpassage verliert, von moderater Größe. Unter Betrachtung einer unendlichen Bunchkette hingegen akkumuliert die Wakefeldenergie und konvergiert schließlich gegen einen konstanten Wert. Die aus dieser Energie resultierenden Spannungen in der Größenordnung von 10^5 kV wirken der Beschleunigungsspannung der Fundamentalmode entgegen, sodass die Effizienz bis zur Konvergenz der Wakefeldenergie sinkt und dann ebenfalls einen konstanten Wert annimmt.

Die dargestellten Zusammenhänge werden in Kapitel 5, insbesondere im Kontext von Palmers Ansatz zur Berechnung der Energieverluste eines Bunches in einer Kavität, sowie in Kapitel 6 weiter untersucht. Dieser Ansatz ermöglicht eine Quantifizierung des Einflusses der Wakefeldanregung auf die Effizienz der Kavität.

Die Gestaltung einer Kavität unter Berücksichtigung der Strahlstabilität führt zu einer Reduktion der maximal erreichbaren Effizienz. Eine Optimierung der Kavitäteeigenschaften erfordert daher eine Abwägung zwischen Stabilität und Effizienz. Im folgenden Abschnitt werden mögliche Instabilitäten und ihre Wechselwirkungen näher erläutert.

2.3 Strahlinstabilitäten und Strahl-Kavitäten-Wechselwirkungen

2.3.1 Instabilitäten und ihre Ursachen

Instabilitäten können auftreten, wenn die Dämpfungszeit der von einem Bunch angeregten Wakefelder länger ist als der zeitliche Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Bunchen. Falls die Phasenbeziehung zwischen den Bunchen und den angeregten HOMs resonant ist, akkumuliert sich die HOM-Leistung in der Kavität. Unter solchen Bedingungen verstärken sich die Oszillationen mit jedem Durchlauf des Bunches.

Da der Teilchenstrahl einer natürlichen longitudinalen und transversalen Dämpfung ausgesetzt ist, führen HOM-Leistungen bis zu einem gewissen Schwellenwert nicht zwangsläufig zu Strahlinstabilitäten.

Die Entstehung von Instabilitäten hängt von der Güte der Kavität ab, die idealerweise maximiert werden sollte, um die Speicherung der Fundamentalmodeenergie zu optimieren. Eine hohe Güte begünstigt jedoch gleichzeitig den Erhalt der HOM-Energien. Die Stärke der Wechselwirkung zwischen den HOMs und dem Bunch hängt von der Shuntimpedanz der HOMs und der Ladung des Bunches ab.

Um die Stabilität des Strahls zu gewährleisten, werden zwei wesentliche Maßnahmen eingesetzt: Zunächst kommen aktive Kontrollsysteme zum Einsatz, die die Phasenstabilität des Elektronenstrahls überwachen und in Echtzeit kohärente Oszillationen zwischen aufeinander folgenden Bunchen kompensieren. Diese Systeme sind jedoch nicht ausreichend, um die Strahlstabilität zu sichern. Daher wird in modernen Beschleunigern zusätzlich auf passive Methoden zur HOM-Dämpfung zurückgegriffen.

2.3.2 Kopplung zwischen Elektronenstrahl und Eigenmoden

Die Wechselwirkung zwischen dem Elektronenstrahl und den Moden der Kavität kann sowohl longitudinal als auch transversal erfolgen. Die Stärke dieser Wechselwirkungen wird durch die longitudinale und die transversale Shuntimpedanz der Moden charakterisiert. Besonders relevant sind TM-Moden, da nur diese ein longitudinales elektrisches Feld aufweisen, das die Energieübertragung zwischen dem Bunch und der Mode ermöglicht.

Ein bekanntes Beispiel hierfür ist die Fundamentalmode, die entlang der Strahlachse ihr E-Feld-Maximum aufweist und somit eine hohe Shuntimpedanz für den Bunch bietet. In der Praxis wird der Elektronenstrahl jedoch durch verschiedene Effekte beeinflusst, darunter die Betatron-Oszillationen, die durch die Fokussiermagnete induziert werden. Diese Betatron-Schwingungen des Strahls um die ideale Strahlachse ermöglichen auch die Anregung von Moden, die eine Nullstelle ihres longitudinalen E-Feldes entlang der Strahlachse aufweisen, wodurch das Magnetfeld (genauer: die magnetische Flussdichte B , als B-Feld bezeichnet) dort maximal ist. Zusätzlich können diese Moden angeregt werden, wenn die mechanische und die elektrische Achse der Kavität nicht identisch sind. Dabei beschreibt die mechanische Achse die entlang des Mittelpunktes des Strahlrohres verlaufende Achse und die elektrische Achse ist die Symmetrieachse der Moden. Eine solche Verschiebung der Achsen kann durch Asymmetrien in der Kavitätsgeometrie hervorgerufen werden.

Moden niedriger Ordnung sind für die Strahlinstabilität relevanter als Moden höherer Ordnung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Moden niedriger Ordnung aufgrund ihrer geringeren Frequenz lediglich eine einzige Oszillation während der Durchquerung des Teilchenbunches in der Kavität erfahren. Demgegenüber durchlaufen Moden höherer Frequenz mehrere Oszillationen, wodurch sich ihr Einfluss minimiert. Zudem besitzen Moden niedriger Ordnung eine größere Energie als Moden höherer Ordnungen.

Da die Kavitätenkandidaten komplexe Geometrien aufweisen, bilden sich in ihnen Moden aus, die denen in einer Pillbox-Kavität stark ähneln. Diese Moden zeigen sowohl die Feldcharakteristiken einer TM- als auch einer TE-Mode und werden daher als Hybridmoden bezeichnet. Aufgrund ihrer primären Feldcharakteristik und ihrer vergleichbaren Resonanzfrequenz zu Pillbox-Kavitäts-Moden werden sie als TM- oder TE_{mnp} -artige Moden bezeichnet. Damit können die im Rahmen dieser Arbeit simulierten Moden benannt werden, was die Diskussion der Ergebnisse bezüglich dieser Moden erleichtert.

2.3.3 TM-Moden und ihre Auswirkungen auf die Strahlinstabilität

Die TM_{1mn} -Dipolmoden sind Moden, die entlang der Strahlachse kein elektrisches Feld aufweisen. Sie sind für die Strahlstabilität von besonderer Bedeutung, da sie entlang der Strahlachse ein magnetisches Feldmaximum besitzen, das gemäß der Lorentzkraft-Gleichung

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.1)$$

eine Ablenkung des Elektronenstrahls bewirken kann. Insbesondere die TM_{110} -Mode ist für die Strahlstabilität von Relevanz.

Abbildung 2.3 zeigt die Struktur der TM_{110} -Mode, bei der das magnetische Feld entlang der y -Achse den Elektronenstrahl auf seiner Flugbahn ablenkt. Je näher sich der Bunch am Feldmaximum befindet, desto stärker ist die Anregung der Mode, wodurch der nachfolgende Bunch eine noch stärkere Ablenkung erfährt. Dieser sich verstärkende Effekt erhöht die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten transversaler Strahlinstabilitäten.

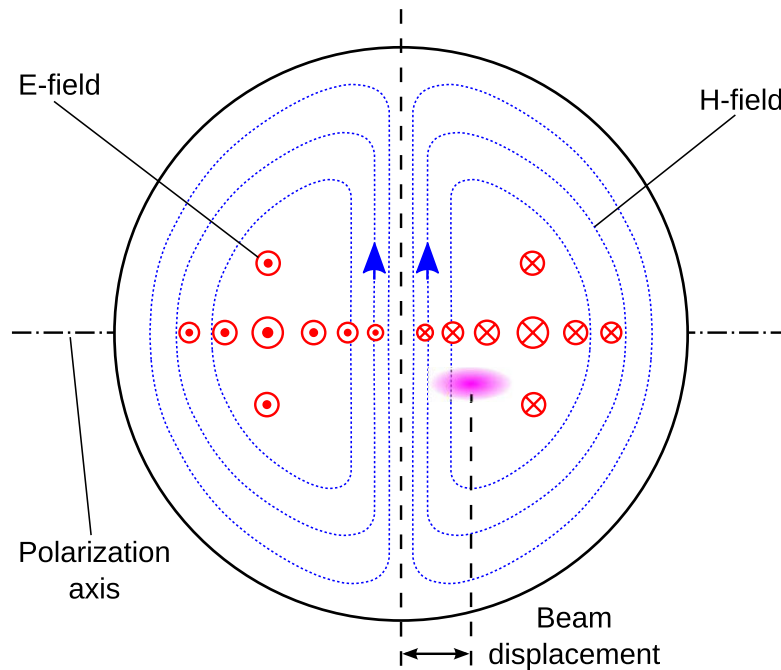


Abbildung 2.3: Feldstruktur der TM_{110} -Mode und zur nominalen Strahlachse verschobener Elektronenstrahl [46].

2.3.4 Maßnahmen zur Minderung von Strahlinstabilitäten

Um die durch destruktive Wechselwirkungen mit HOMs potenziell hervorgerufene Anregung von Instabilitäten zu minimieren, werden in den Kavitäten Dämpfungseinrichtungen integriert. Diese verringern die Shuntimpedanz und die Güte der HOMs, indem sie deren Energie absorbieren und so die Dämpfungszeit verkürzen.

Die Energie einer Mode kann durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$W_n(t) = W_{0,n} e^{-\frac{\omega_n}{Q} t} \quad (2.2)$$

Dabei bezeichnet $W_n(t)$ die verbleibende Energie nach einer Zeit t , $W_{0,n}$ die Anfangsenergie und ω_n die Eigenfrequenz der n -ten Mode. Diese Gleichung zeigt, dass eine hohe Güte (niedrigere Dämpfung) zu einer langsameren Energieabnahme führt, was das Auftreten von Instabilitäten begünstigt.

Aus Gleichung (2.2) geht hervor, dass Moden höherer Frequenz schneller Energie verlieren, da sie in derselben Zeit mehr Perioden durchlaufen und somit einer stärkeren Dämpfung unterliegen.

2.3.5 Berechnung der Schwellenwertimpedanzen

Die Analyse der Strahlstabilität in Elektronenspeicherringen basiert auf dem Konzept der Schwellenwertimpedanzen Z^{thresh} . Diese wird durch Gleichsetzung der Strahlungsdämpfungszeit τ_{rad} mit der Anstiegszeit τ_{rise} der jeweiligen Multibunch-Instabilität ermittelt.

Die Schwellenwerte definieren die kritischen Grenzwerte, unterhalb derer Instabilitäten durch Strahlungsdämpfung kontrolliert werden können. Für die longitudinale Ebene wird die Schwellenwertimpedanz durch Gleichung (2.3) beschrieben, während die transversale Schwellenwertimpedanz durch Gleichung (2.4) gegeben ist [61].

$$Z_{\parallel}^{\text{thresh}} = \frac{1}{N_c} \frac{1}{f_{\parallel, \text{HOM}}} \frac{2 E Q_s}{I_B \alpha \tau_s} \quad (2.3)$$

$$Z_{\perp(x,y)}^{\text{thresh}} = \frac{1}{N_c} \frac{1}{f_{\text{rev}}} \frac{2 E}{I_B \beta_{x,y} \tau_{x,y}} \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnet N_c die Anzahl der Kavitäten, $f_{\parallel, \text{HOM}}$ die longitudinale HOM-Frequenz und f_{rev} die Umlauffrequenz. E ist die Strahlenergie, I_B der mittlere Strahlstrom, $\tau_{x,y}$ die transversalen Dämpfungszeiten und τ_s die longitudinale Dämpfungszeit.

Des Weiteren ist Q_s die Synchrotron-Schwingungszahl, die die Anzahl der Synchrotron-Oszillationen der Teilchen pro Umlauf beschreibt. Diese Zahl kann aus dem Verhältnis der longitudinalen Frequenz der Synchrotron-Schwingungen zur Umlauffrequenz berechnet

werden. Der Momentum-Compaction-Faktor α beschreibt die Änderung der longitudinalen Position eines Teilchens in Bezug auf eine Änderung seines Impulses und gibt an, wie sich die Längenausdehnung des Bunches mit der Energie verändert. Die Betatronfunktionen $\beta_{x,y}$ beschreiben die Ausdehnung der Transversalschwingungen eines Teilchens in den x - und y -Richtungen und geben an, wie stark die Bahn des Teilchens in diesen Richtungen fokussiert wird.

Die Berechnung der Schwellenwertimpedanzen basiert auf der Annahme eines identischen Shuntimpedanzspektrums für alle Kavitäten, was den ungünstigsten Fall darstellt. In der Praxis weist das Gesamtimpedanzspektrum, das sich aus den Impedanzspektren aller Kavitäten im Speicherring zusammensetzt, typischerweise niedrigere HOM-Impedanzmaxima auf.

Thermische Gradienten zwischen den Kavitäten bewirken eine ungleichmäßige Wärmeausdehnung der Kavitätenstrukturen. Dies führt zur Verschiebung der Resonanzfrequenzen aufgrund der veränderten Kavitätengeometrie. Zusätzlich bewirken fertigungsbedingte Toleranzen eine intrinsische Variabilität der Shuntimpedanzspektren zwischen den einzelnen Kavitäten.

Aufgrund dieser Heterogenität können erhebliche Abweichungen zwischen den theoretisch berechneten Schwellenwerten und den experimentell erreichbaren Stabilitätsgrenzen auftreten. Diese Abweichungen können Größenordnungen von 100 % oder mehr erreichen, wodurch ein Betrieb mit doppeltem Strahlstrom möglich sein könnte.

Dies bedeutet, dass die theoretischen Schwellenwerte als konservative Schätzungen anzusehen sind. Sie dienen als Grundlage für das initiale Design, müssen jedoch durch empirische Studien und iterative Optimierungsprozesse ergänzt werden, um die tatsächlichen Leistungsgrenzen des Systems zu ermitteln.

3 Standort und Umfeld, Rahmenbedingungen und Methodik der Untersuchung

Dieses Kapitel bietet einen Überblick über den Kontext, in dem die vorliegende Arbeit entstanden ist, und skizziert die methodische Herangehensweise zur Untersuchung verschiedener Kavitätentypen. Es werden sowohl die Ausgangslage im Rahmen des Forschungsprojekts am DESY als auch die gewählten Untersuchungsmethoden erläutert. Dies bildet die Grundlage für die Einordnung und die Nachvollziehbarkeit der anschließenden Analysen und Ergebnisse.

3.1 Standort der Einrichtung und Kompetenzen der Abteilung

Die vorliegende Untersuchung wurde am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) durchgeführt, einer der weltweit führenden Forschungseinrichtungen im Bereich der Teilchenbeschleunigung.

Die Untersuchung fand in der Arbeitsgruppe ‚Maschinen Hochfrequenz‘ (MHF) statt, die über Expertise in der Entwicklung von Hochfrequenzkomponenten für Teilchenbeschleuniger verfügt. Die Abteilung nutzt das 3D-Simulationsprogramm CST Studio Suite, das eine Untersuchung der elektromagnetischen Eigenschaften von Hochfrequenzkomponenten wie Beschleunigungskavitäten ermöglicht. Die Abteilung verfügt über eine Eichkavität (Pillbox-Kavität) zur Kalibration von Störkörpern, die für experimentelle Messungen genutzt werden kann.

Direkte experimentelle Messungen an den untersuchten Kavitätenkandidaten, der BESSY- und der Shintake-Kavität, sind nicht möglich. Der Zugriff auf die BESSY-Kavität in PETRA III ist auf eine zweiwöchige Wartungsperiode begrenzt, in der Bead-Pull-Messungen aufgrund der notwendigen Vakuumerhaltung ausgeschlossen sind. Für die BESSY-Kavität steht jedoch ein Simulationsmodell zur Verfügung, das für Untersuchungen genutzt werden kann. Die Shintake-Kavität existiert hingegen ausschließlich als digitales Simulationsmodell. Eine zusätzliche Herausforderung bei der Untersuchung der Shintake-Kavität besteht darin, dass das vorliegende Simulationsmodell für eine Resonanzfrequenz von 1,5 GHz entwickelt wurde und daher eine Anpassung auf 500 MHz erforderlich ist.

Diese Einschränkungen erforderten die Entwicklung einer Untersuchungsmethodik, die primär auf Simulationen und analytischen Berechnungen basiert, um eine Bewertung der Kavitätenkandidaten zu ermöglichen.

3.2 Untersuchungsmethodik

Im ersten Teil dieser Untersuchung liegt der Schwerpunkt auf der Erläuterung der theoretischen Grundlagen, einschließlich Palmers Ansatz, und der Herleitung der Gesamteffizienzgleichung. Diese grundlegenden Überlegungen dienen dazu, die Nachvollziehbarkeit der im Anwendungsteil eingesetzten Gleichungen sicherzustellen.

Der zweite Teil widmet sich der qualitativen Analyse effizienter Kavitätengeometrien und der Vorstellung zweier spezifischer Kavitätenkonzepte. Ziel dieses Abschnitts ist es, den Leser in die Lage zu versetzen, die später vorgestellten quantitativen Ergebnisse in den Kontext einzuordnen.

Im dritten Teil, dem Anwendungsteil, wird die Untersuchungsmethodik anhand der Pillbox-Kavität exemplarisch erläutert. Die Methodik ist klar in zwei zentrale Aspekte gegliedert: die Analyse der Leistungseffizienz und die Untersuchung der Anfälligkeit für Strahlinstabilitäten. Diese Struktur soll die Übersichtlichkeit wahren und die inhaltliche Kohärenz fördern.

Der Hauptteil konzentriert sich ausschließlich auf analytische Berechnungen als methodische Grundlage. Ergänzende Details zur Kombination von Simulationen und experimentellen Messungen im entwickelten Analysekonzept werden bewusst im Anhang dargestellt, um die Präsentation nicht mit technischen Details zu überfrachten. Die kombinierte Methodik aus Simulationen und analytischen Berechnungen wird anschließend auf

die untersuchten Kavitätenkandidaten angewendet, um die notwendigen Ergebnisse für deren Bewertung zu erhalten.

Zur Validierung der Ergebnisse wurden mehrere Maßnahmen ergriffen. Im Anhang werden nicht nur Details der Simulation und der Messung der Eichkavität erläutert, sondern auch die Konsistenz zwischen theoretischen und numerischen Ergebnissen sowie experimentellen Messungen überprüft. Diese Analysen ermöglichen die Quantifizierung der Abweichungen zwischen den analytisch berechneten Theoriewerten und den tatsächlich gemessenen Werten. Zudem wird eine Untersuchung vorgestellt, die Palmers Gleichung zur Berechnung des Bunchenergieverlustes in einer Kavität mithilfe von Simulationen validiert. Des Weiteren werden Überprüfungsmechanismen angewendet, um die Korrektheit der Berechnungen zu gewährleisten.

3.3 Vergleichsmethodik der Kavitätenstrukturen

Die Vergleichskriterien für die Kavitätenstrukturen lassen sich in zwei Hauptkategorien unterteilen, die auf der in der Einleitung eingeführten erweiterten Definition der Effizienz basieren. Zum einen umfasst dies die Leistungseffizienz der Kavität, zum anderen ihre Fähigkeit, unter den Betriebsparametern des Speicherrings keine Strahlinstabilitäten anzuregen.

Zur Beurteilung der Leistungseffizienz werden primär Kavitätenparameter wie die effektive Shuntimpedanz und die Güte herangezogen. Diese Parameter sind die beeinflussbaren Größen, aus denen die Unterschiede in der Effizienz der Kavitäten resultieren. Zusätzlich dient das Verhältnis dieser beiden Größen als Vergleichskriterium, da es den Vorteil bietet, Kavitäten unabhängig vom verwendeten Material zu bewerten. Auf diese Weise kann der Einfluss der geometrischen Gestaltung und des zugrunde liegenden Kavitätenkonzepts isoliert betrachtet werden. Darüber hinaus wird die Gesamteffizienz der Kavitäten als weiteres Vergleichskriterium herangezogen, um die Unterschiede zu quantifizieren, die durch die jeweilige Shuntimpedanz und Güte entstehen.

Die Eigenschaft einer Kavität, Strahlinstabilitäten im Einsatz in PETRA IV zu verursachen, wird anhand der longitudinalen und der transversalen Shuntimpedanz der HOMs bewertet, die am nächsten an der Schwellenwertimpedanzkurve liegen – dies entspricht der kritischen Mode. Je kleiner der Abstand ist, desto schlechter fällt die Bewertung der Kavität aus.

3.4 Grenzen der Untersuchung

Die durchgeführten Untersuchungen basieren auf vereinfachten Modellen der Kavitätenkandidaten. Veränderungen der Geometrie durch die Erweiterung der Modelle um Koppler und Tuner führen zu einer Veränderung der Kavitätenparameter, wodurch sich Abweichungen zu den realen Kavitätenparametern ergeben.¹

Eine weitere Einschränkung der angewandten Methodik besteht in der Analyse von Strahlinstabilitäten anhand von Schwellenwertimpedanzkurven. Diese erlauben lediglich die Quantifizierung der theoretischen Anfälligkeit für die Anregung von Instabilitäten. In der Praxis kann ein stabiler Betrieb jedoch auch dann gewährleistet sein, wenn einzelne Moden die Schwellenwertkurven überschreiten.

3.5 Verwendete Hilfsmittel

Die vorliegende Arbeit wurde unter Verwendung von L^AT_EX [32] typografisch erstellt. Für die Erstellung der präsentierten Abbildungen wurden sowohl das L^AT_EX-Paket TikZ [55] als auch MATLAB [56] eingesetzt. Symbole, Einheiten und Formeln wurden gemäß den Vorgaben der DIN 1338 [12] formatiert. Hierzu kam unter anderem das L^AT_EX-Paket siunitx [65] zum Einsatz.

Im Rahmen der Thesis wurden die beiden ‚Large Language Models‘ (LLMs) Antropics Claude 3.5 Sonnet [3] und OpenAIs GPT-4o [40] verwendet, um das Textbild der Arbeit zu optimieren. Dabei handelt es sich um fortschrittliche neuronale Netzwerke, die auf umfangreichen Textdaten trainiert wurden, um menschliche Sprache zu verstehen und zu generieren. Sie können komplexe Zusammenhänge in Texten erfassen und eigenständig sowie kontextuell passende Inhalte erzeugen, was sie zu leistungsstarken Textverarbeitungswerkzeugen macht [37]. Gemeinhin werden LLMs auch als Künstliche-Intelligenz (KI)-basierte Systeme bezeichnet.

Außerdem wurde neben etablierten wissenschaftlichen Recherchemethoden das auf KI basierende Webtool ‚Research Rabbit‘ [49] genutzt, um einen Überblick über die meistzitierten Veröffentlichungen zum Thema dieser Arbeit zu gewinnen und ein grundlegendes Verständnis der relevanten Konzepte zu entwickeln.

¹Koppler steuern die Energiekopplung zwischen externen Signalquellen und der Kavität durch Variation des Kopplungsgrads, während Tuner die Resonanzfrequenz durch mechanische Modifikation der Kavitätengeometrie einstellen.

Der Einsatz dieser Hilfsmittel erfolgte stets unter Berücksichtigung guter wissenschaftlicher Praxis. Sämtliche KI-unterstützten Textpassagen wurden sorgfältig überprüft, um die Korrektheit und die Integrität der inhaltlichen Aussagen sicherzustellen.

Im nächsten Abschnitt werden weiterführende technische Details des PETRA-IV-Speicherrings erläutert, die die Grundlage der Analysen dieser Arbeit bilden.

3.6 Technische Details: PETRA IV und Beschleunigungskavitäten

Wie in der Einleitung und weiterführend in Kapitel 2 erläutert wurde, ist der Austausch der in PETRA III genutzten Beschleunigungskavitäten von zentraler Bedeutung. Dies dient nicht nur der Vermeidung von Multibunchinstabilitäten, sondern gewährleistet auch einen stabilen Betrieb bei den spezifizierten Strahlströmen und der geforderten Strahlqualität. Darüber hinaus wird angestrebt, die Effizienz der Kavitäten zu maximieren, um den Energieverbrauch und damit die Betriebskosten zu reduzieren.

Auf Grundlage technischer und ökonomischer Überlegungen wurde entschieden, 24 Beschleunigungskavitäten zu verwenden. Mit einer höheren Anzahl an Kavitäten reduziert sich die notwendige Spannung pro Kavität auf einen Maximalwert von 1 MV m^{-1} , um die Gesamtspannung von 8 MV zu erreichen [51]. Diese Verringerung der Einzelspannung senkt das Risiko von Vakuumdurchschlägen, die zu Strahlverlusten oder einer Verschlechterung der Strahlqualität führen können, und trägt somit zur Erhöhung der Betriebsstabilität bei.

Die Wahl von 24 Kavitäten stellt einen Kompromiss dar, der sowohl die wirtschaftlichen Aspekte der Anschaffungs- und Betriebskosten als auch die Leistungseffizienz berücksichtigt. Die Leistungseffizienz des Systems verbessert sich mit steigender Kavitätenanzahl, da die dissipierte Leistung quadratisch von der Beschleunigungsspannung abhängt ($P_v \propto V_{\text{acc}}^2$). Bei 24 Kavitäten beträgt die Spannung pro Kavität etwa 333 kV, was die Erreichung der erforderlichen Gesamtspannung von 8 MV ermöglicht.

Ein weiterer Vorteil der gewählten Anzahl ist die potenziell erhöhte Betriebsverfügbarkeit. Es wird angenommen, dass der Betrieb auch bei einem Ausfall einzelner Kavitäten fortgesetzt werden kann. Diese Annahme ist jedoch bislang nicht empirisch belegt [51].

Die für die Berechnungen und Analysen relevanten Beschleunigerparameter von PETRA IV sind in Tabelle 3.1 dargestellt, während die spezifischen Parameter des 500-MHz-Systems, die im Zusammenhang mit der Beschleunigungskavität stehen, in Tabelle 3.2 zusammengefasst sind. Tabelle 3.1 enthält alle für die folgenden Kapitel relevanten Kennwerte von PETRA IV. Zusammen mit den Informationen aus Tabelle 3.2 dienen diese Daten als Grundlage für die Berechnung der Gesamteffizienz der Kavitäten, wobei die in Tabelle 3.2 aufgeführten Kavitätenparameter für das 500-MHz-System den Parametern der BESSY-Kavität entsprechen.

Tabelle 3.1: PETRA-IV-Parameter unter Berücksichtigung der zwei Betriebsmodi [51].

Parameter	Symbol	Brightness-Modus	Timing-Modus
Strahlenergie	E	6 GeV	
Strahlstrom	I_B	200 mA	80 mA
Anzahl an Bunchen	N_b	1600	80
Teilchenpopulation pro Bunch ¹	n_b	$1 \cdot 10^{10}$	$4,8 \cdot 10^{10}$
Bunchladung	q	0,961 nC	7,69 nC
Harmonischenzahl	h	3840	
Umrundungsfrequenz	f_{rev}	130,121 kHz	
Umrundungszeit	t_r	7,69 μ s	
Mittlerer Radius des Speicherrings	ρ	366,69 m	
Momentum Compaction Faktor ¹	α	$3,33 \cdot 10^{-5}$	
Energieverlust pro Umlauf ²	$\Delta U_{\gamma,e}$	4,024 MeV	
in Magneten ²	$\Delta U_{\gamma,e,m}$	1,32 MeV	
in Undulatoren ²	$\Delta U_{\gamma,e,u}$	2,70 MeV	
Longitudinaler Synchrotron-Tune ¹²	Q_s	$4,81 \cdot 10^{-3}$	
Betafunktion (x-Richtung) ¹²	β_x	6,86 m	
Betafunktion (y-Richtung) ¹²	β_y	2,36 m	
Transv. Dämpfungszeit (x-Richtung) ¹²	τ_x	17,76 ms	
Transv. Dämpfungszeit (y-Richtung) ¹²	τ_y	22,14 ms	
Longitudinale Dämpfungszeit ¹²	τ_s	12,62 ms	

¹ Unveröffentlichte Korrektur des im CDR [51] gegebenen Wertes [22].

² Parameter für den Betriebsfall, dass alle Undulatoren geschlossen sind.

Einige der im öffentlich zugänglichen Conceptual Design Report (CDR) von PETRA IV veröffentlichten Werte sind mittlerweile veraltet. Diese wurden durch aktuelle Parameter ersetzt, die in der Tabelle mit Fußnote 1 entsprechend gekennzeichnet sind. Die aktualisierten Werte entstammen einem Interview [22] mit dem Projektleiter von PETRA IV. Die mit Fußnote 2 gekennzeichneten Parameter gehören zum Betriebsfall, in dem alle Undulatoren geschlossen sind. Die Undulatoren, spezielle Magnetstrukturen zur Erzeugung intensiver Röntgenstrahlung, können geschlossen werden, um die Dämpfung zu erhöhen, was zu einer Zunahme der Energieverluste durch Synchrotronstrahlung führt.

Tabelle 3.2: PETRA IV 500-MHz-System [51].

Parameter	Symbol	Wert
HF-Frequenz	f_{010}	499,665 MHz
HF-Spannung aller Fundamentalmode-Kavitäten	-	8 MV
Anzahl der HF-Einzelzellenkavitäten	N_c	24
HF-Spannung pro Kavität	V_c	333 kV
Synchrone Phase ¹	ψ	34,2°
Shuntimpedanz pro Kavität	$R_{s,eff}$	3,4 MΩ
Unbelastete Güte	Q_0	29600
Koppelfaktor	β	3,29
Hohlleiterimpedanz (WR 1800)	R_q	500 Ω

¹ Unveröffentlichte Korrektur des im CDR [51] gegebenen Wertes [22].

Im Fokus der durchgeführten Untersuchungen stehen zwei Kavitätenkonzepte für PETRA IV: Die BESSY-HOM-gedämpfte Kavität und die Shintake-Kavität. Die BESSY-Kavität repräsentiert den etablierten Stand der Technik für einzellige HOM-gedämpfte Kavitäten. Die Shintake-Kavität hingegen verfolgt einen innovativen Ansatz der intrinsischen HOM-Unterdrückung, der im Kontext der PETRA-IV-Anforderungen vielversprechende Eigenschaften aufweist. Vorläufige Analysen [25] identifizierten die Shintake-Kavität als potenziell vorteilhaftere Option, weshalb ein Vergleich mit der bewährten BESSY-Kavität erforderlich ist.

4 Detuning als Einflussfaktor auf die Effizienz von Kavitäten

Dieses Kapitel behandelt die Grundlagen des effizienten Betriebs einer Kavität an einer Hochfrequenzquelle durch Leistungsanpassung, die durch das Verstimmen (Detuning) der Kavität erzielt wird. Die notwendigen Rahmenbedingungen und die Kriterien für einen leistungsangepassten Betrieb werden erläutert. Am Beispiel des Elektronenspeicherrings PETRA IV wird zudem explizit der Mehrwert quantifiziert, den eine Leistungsanpassung bietet. Das Verständnis der Betriebsart einer in PETRA IV betriebenen Kavität bildet die Basis für die Berechnung ihrer Gesamteffizienz unter Einbeziehung der Betriebsparameter.

4.1 Leistungsanpassung durch Kavitäten-Detuning

Für den effizienten Betrieb einer Beschleunigungskavität spielt das Konzept des Detunings eine entscheidende Rolle. Ziel des Detunings ist es, die Impedanz der Kavität an die Quellimpedanz der HF-Quelle anzupassen, um eine Leistungsanpassung zu erzielen. Dazu wird beim Detuning die Resonanzfrequenz der Kavität verstimmt. Die Detuningfrequenz Δf lässt sich durch den Tuner der Kavität einstellen.

Für die Leistungsübertragung gilt, dass die maximale Leistungsübertragung zwischen einer Quelle und einer Last nur erfolgt, wenn die Lastimpedanz Z_L dem komplex konjugierten Wert der Quellimpedanz Z_q^* entspricht:

$$Z_L = Z_q^* \tag{4.1}$$

Für reelle Quellimpedanzen gilt:

$$Z_L = R_q \quad (4.2)$$

Für die weiteren Betrachtungen ist Gleichung (4.2) von besonderer Bedeutung, da die Quellimpedanz für die Leistungsversorgung über Hohlleiter dem Wellenwiderstand des Hohlleiters entspricht, der rein reell ist. Für PETRA IV wird dieser Wert unter Verwendung des Hohlleitertyps ‚WR 1800‘ einem Widerstand von $R_q = 500 \Omega$ entsprechen.

Voraussetzung für einen Detuning-optimierten Betrieb ist aufgrund der begrenzten Stellgeschwindigkeit des Tuners, dass dieser die nötige Zeit hat, um die erforderliche Frequenzänderung durchzuführen. Dies ist besonders kritisch bei schnellen Lastwechseln, wie es bei gepulst betriebenen Beschleunigern der Fall ist. Für den Elektronenspeicherring PETRA IV gilt, dass Detuning aufgrund des kontinuierlichen Betriebsmodus, als ‚continuous wave‘ (CW)-Betriebsmodus bekannt, zur Optimierung der Betriebseffizienz genutzt werden kann.

Um das korrekte Detuning einer durch Beamloading belasteten Kavität zu verstehen, muss zunächst analysiert werden, wie sich die Impedanz der Kavität unter Berücksichtigung des Beamloadings berechnen lässt. Dazu ist eine Betrachtung des Ersatzschaltbildes (ESB) (siehe Abbildung A.6) hilfreich.

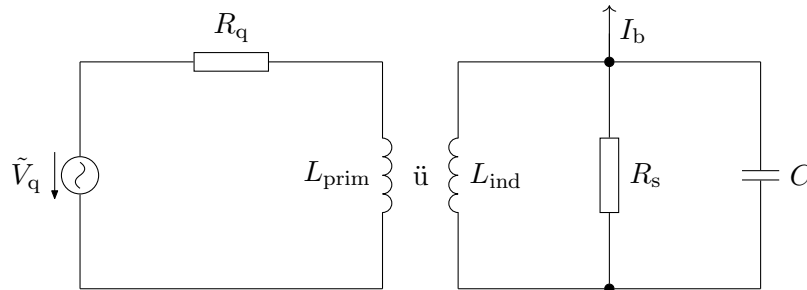


Abbildung 4.1: Erweitertes Ersatzschaltbild einer an eine externe HF-Quelle gekoppelten Kavität, die durch den Strahlstrom I_b belastet ist. Das ESB illustriert die Primär- und die Sekundärseite des entsprechend dem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ induktiv gekoppelten Gesamtnetzwerks. Das Netzwerk besteht aus den Bauelementen Wechselspannungsquelle und deren Spannung $\tilde{V}_q$, Strahlstrom I_b , Primärinduktivität L_{prim} , Quelleninnenwiderstand R_q , Sekundärinduktivität L_{ind} , Shuntimpedanz R_s und Kapazität C .

Um die Belastung der Kavitätenimpedanz durch den Strahlstrom zu berücksichtigen, muss das ESB geeignet adaptiert werden. Die Belastung kann durch einen dem Stromfluss

im RLC-Parallelschwingkreis entgegenwirkenden Strahlstrom illustriert werden, wie in Abbildung 4.1 dargestellt.

Die Kavitätenimpedanz soll in Abhängigkeit von den Beträgen und Winkeln der Spannungsvektoren ausgedrückt werden, da diese in der Praxis als Betriebsparameter entweder bekannt sind oder noch bestimmt werden müssen. Zudem ermöglicht eine Betrachtung dieser Formulierung eine direkte Ableitung des Koppelfaktors β und des Detuningwinkels ϕ , die zur Berechnung der Detuningfrequenz Δf benötigt werden.

Die Berechnung der Spannungsvektoren ermöglicht ihre Darstellung in einem Vektordiagramm. Dies veranschaulicht den Beamloading-Effekt und verdeutlicht die notwendige Phasenanpassung der Generatorspannung zu deren Kompensation.

Für Kavitäten im Detuning-Betrieb ergibt sich ein Vektordiagramm wie in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Vektoren bilden dabei ein schiefes Dreieck.

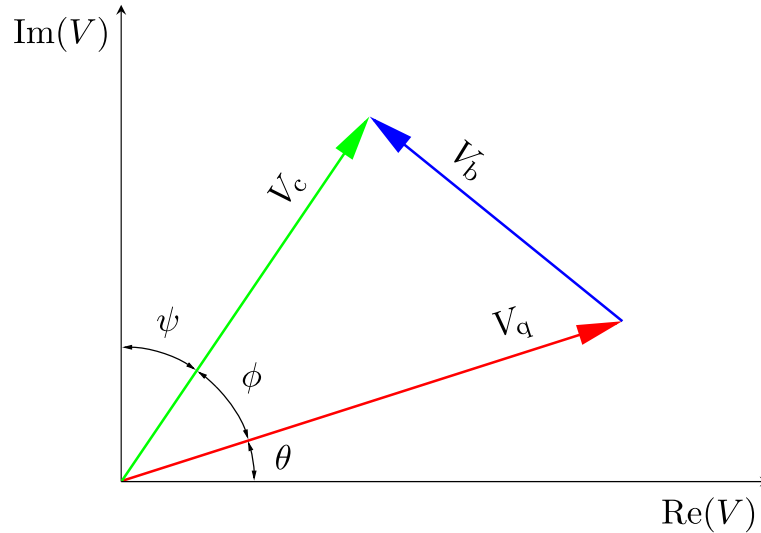


Abbildung 4.2: Spannungsvektorendiagramm zur Veranschaulichung der Spannungsphasen und ihrer Phasenbeziehungen bei Kavitäten-Detuning.

Für die vollständige Darstellung des Vektorendiagramms werden die Beträge der Kavitätsspannung $\tilde{V}_c$ unter Belastung des Strahlstroms, der Kavitätsspannung $\tilde{V}_{c,0}$ ohne Belastung des Strahlstroms (die der Quellspannung $\tilde{V}_q$ entspricht) und der durch den Strahlstrom $\tilde{V}_b$ induzierten Spannung berechnet.

Die Kavitätsspannung ergibt sich entsprechend des ESBs zu Gleichung (4.3a) und mit der Näherung aus Gleichung (A.39) zu Gleichung (4.3b):

$$\tilde{V}_c = \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1+\beta)} \frac{1}{1+jQ_L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \left(\frac{\tilde{V}_q}{\ddot{u}R_q} - I_b \right) \quad (4.3a)$$

$$\tilde{V}_c \approx \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1+\beta)} \frac{1}{1+jQ_L \left(\frac{2\Delta f}{f_0} \right)} \left(\frac{\tilde{V}_q}{\ddot{u}R_q} - I_b \right) \quad (4.3b)$$

Dabei kann der mittlere Ausdruck auch formuliert werden als:

$$\cos(\phi)e^{j\phi} = \frac{1}{1+jQ_L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \approx \frac{1}{1+jQ_L \left(\frac{2\Delta f}{f_0} \right)} \quad (4.4)$$

Hier ist ϕ der Detuningwinkel. Die Kavitätenspannung ergibt sich damit zu:

$$\tilde{V}_c = \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1+\beta)} \cos(\phi)e^{j\phi} \left(\frac{\tilde{V}_q}{\ddot{u}R_q} - I_b \right) \quad (4.5)$$

Für die Kavitätenspannung $\tilde{V}_{c,0} = \tilde{V}_q$ ohne Strahlbelastung gilt:

$$\tilde{V}_{c,0} = \tilde{V}_q = \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1+\beta)} \cos(\phi)e^{j\phi} \left(\frac{\tilde{V}_q}{\ddot{u}R_q} \right) \quad (4.6)$$

Für die vom Elektronenstrahl induzierte Spannung gilt:

$$\tilde{V}_b = \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1+\beta)} \cos(\phi)e^{j\phi} (-I_b) \quad (4.7)$$

Für die Beschleunigungsspannung gilt:

$$V_{\text{acc}} = V_c \sin(\psi) \quad (4.8)$$

Hier ist ψ die synchrone Phase.

Mithilfe der Beträge der Spannungen lässt sich die Kavitätenimpedanz in Abhängigkeit vom synchronen Phasenwinkel ausdrücken als:

$$Z_c = \frac{\beta R_q}{1 + R_{s,\text{eff}} \frac{I_b}{V_c} \sin(\psi) + jQ_0\xi - jR_{s,\text{eff}} \frac{I_b}{V_c} \cos(\psi)} \quad (4.9)$$

Um die strahlbelastete Kavitätenimpedanz Z_c entsprechend Gleichung (4.2) an die reelle Quellimpedanz anzupassen, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein. Erstens muss der Realteil des Nenners identisch sein mit dem Koppelfaktor β (siehe Gleichung 4.10a) und zweitens muss der Imaginärteil im Nenner verschwinden (siehe Gleichung 4.10b). Beide Bedingungen sind erfüllt, wenn gilt:

$$\beta = 1 + R_{s,\text{eff}} \frac{I_b}{V_c} \sin(\psi) \quad (4.10a)$$

$$Q_L\xi = \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1 + \beta)} \frac{I_b}{V_c} \cos(\psi) \quad (4.10b)$$

Tabelle 4.1: Parameter des Fundamentalmode HF-Systems von PETRA IV [51]

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Fundamentalfrequenz	f_{010}	499,665	MHz
HF-Spannung (24-Stationen)	-	8	MV
Anzahl an Fundamentalmodenkavitäten	N_c	24	-
HF-Spannung pro Fundamentalmodenkavitäten	V_c	333,3	kV
Synchrone Phase ¹	ψ	34,2	°
Shuntimpedanz pro Fundamentalmodenkavität	$R_{s,\text{eff}}$	3,4	MΩ
Unbelastete Kavitätengüte ¹	Q_0	29600	-
Hohlleiterimpedanz (WR 1800)	R_q	500	Ω
Strahlstrom ²	I_b	400	mA

¹ Unveröffentlichte Korrektur des im CDR [51] gegebenen Wertes [22].

² Harmonische Komponente I_b des Strahlstroms, abgeleitet aus dem im CDR [51] angegebenen Mittelwert I_B gemäß Gleichung (4.11).

Der im CDR [51] angegebene Strahlstrom $I_B = 200$ mA entspricht dem Mittelwert. Für die Berechnung der Wechselwirkung zwischen Strahl und Kavität ist jedoch die harmonische Komponente I_b des Strahlstroms relevant. Nach Wiedemann gilt für kurze Bunche im Vergleich zur HF-Wellenlänge [61]:

$$I_b = 2I_B = 400 \text{ mA} \quad (4.11)$$

Diese Näherung gilt, solange $\sin(kd) \approx kd$ mit $k = 2\pi/\lambda$, wobei d die Bunchlänge, k die Wellenzahl der HF-Spannung und λ deren Wellenlänge bezeichnet. Für Bunchlängen, die diese Näherung nicht erfüllen, muss der Faktor 2 durch einen komplexeren Formfaktor ersetzt werden, der sich aus einer entsprechenden Fourier-Entwicklung ergibt.

Mit den grundlegenden HF-System-Betriebsparametern von PETRA IV (siehe Tabelle 4.1) lassen sich der Koppelfaktor β und der Detuningwinkel ϕ berechnen

$$\begin{aligned} \beta &= 1 + R_{s,\text{eff}} \frac{I_b}{V_c} \sin(\psi) \\ &= 1 + 3,4 \text{ M}\Omega \frac{400 \text{ mA}}{333,3 \text{ kV}} \sin(34,2^\circ) \\ &= 3,29 \end{aligned} \quad (4.12)$$

und mit $-\tan(\phi) = Q_L \xi$ aus Gleichung (4.10b) der Detuningwinkel

$$\begin{aligned} \phi &= -\arctan\left(\frac{R_{s,\text{eff}}}{(1+\beta)} \frac{I_b}{V_c} \cos(\psi)\right) \\ &= -\arctan\left(\frac{3,4 \text{ M}\Omega}{(1+3,29)} \frac{400 \text{ mA}}{333,3 \text{ kV}} \cos(34,2^\circ)\right) \\ &= -38,31^\circ \end{aligned} \quad (4.13)$$

bestimmen. Daraus folgt unmittelbar für die Detuningfrequenz

$$\begin{aligned} \Delta f &\approx \frac{f_0}{2Q_L} \tan(\phi) \\ &\approx \frac{499,665 \text{ MHz}}{2 \cdot 7400} \tan(-38,31^\circ) \\ &\approx -28,672 \text{ kHz}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Für die Längen der Phasoren und ihre Winkel folgt demnach, angefangen mit der Kavitätsspannung (siehe Gleichung 4.8), deren Länge bereits aus Tabelle 4.1 bekannt war:

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_c &= 333,3 \text{ kV} e^{j(90^\circ - \psi)} \\
 &= 333,3 \text{ kV} e^{j(90^\circ - 34,2^\circ)} \\
 &= 333,3 \text{ kV} e^{j55,8^\circ}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Für die Strahlinduzierte Spannung (siehe Gleichung 4.7) folgt mit $-I_b = I_b \cdot e^{j180^\circ}$:

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_b &= \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1 + \beta)} \cos(\phi) e^{j\phi} (-I_b) \\
 &= \frac{3,4 \text{ M}\Omega}{(1 + 3,29)} \cos(-38,31^\circ) e^{j(-38,31^\circ)} \left(400 \text{ mA} e^{j180^\circ} \right) \\
 &= 248 \text{ kV} e^{j141,7^\circ}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Die noch fehlende Generatorspannung $\tilde{V}_q$ lässt sich mithilfe von Gleichung (4.17) bestimmen, die aus dem Sinussatz (B.5) sowie dem Additionstheorem (B.6d) unter Berücksichtigung der Winkelbeziehungen zwischen ψ , ϕ und θ hergeleitet wird:

$$\tan(\phi) = \frac{\cos(\psi)}{\frac{V_q}{V_b} - \sin(\psi)} \tag{4.17}$$

Durch Umstellen von Gleichung (4.17) nach V_q ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 V_q &= V_b \left(\frac{\cos(\psi)}{\tan(\phi)} + \sin(\psi) \right) \\
 &= 248 \text{ kV} \left(\frac{\cos(34,2^\circ)}{\tan(38,3^\circ)} + \sin(34,2^\circ) \right) \\
 &= 399 \text{ kV}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Und aus Gleichung (4.8) resultiert:

$$V_{\text{acc}} = V_c \sin(\psi) = 187 \text{ kV} \tag{4.19}$$

Aus den Ergebnissen lässt sich nun final das Spannungsvektorendiagramm (Abbildung 4.3) zeichnen.

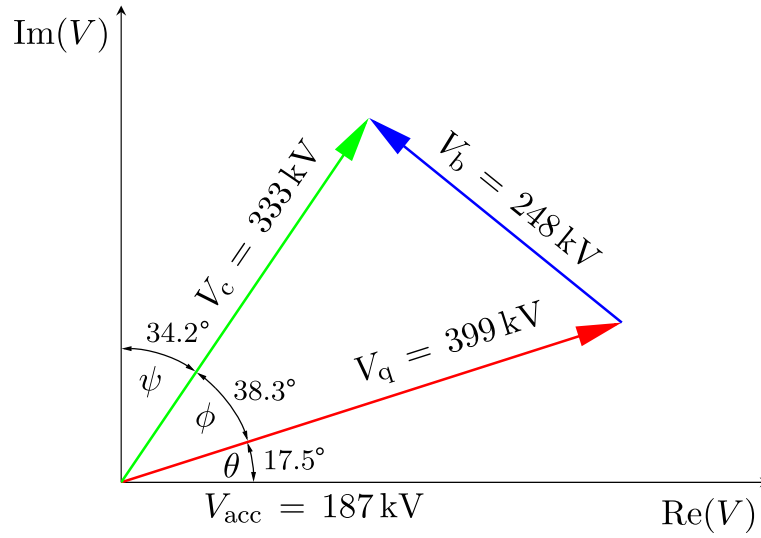


Abbildung 4.3: Spannungsvektorendiagramm zur Darstellung der Effekte von Kavitäten-detuning für die Leistungsanpassung.

Der im Diagramm dargestellte Winkel θ lässt sich aus den Winkeln ψ und ϕ wie folgt berechnen:

$$\theta = 90^\circ - \psi - \phi = 17,5^\circ \quad (4.20)$$

Je nach Konvention kann θ auch zur Beschreibung der Phasoren verwendet werden. Er kennzeichnet den Phasenwinkel zwischen der Generatorspannung V_q und der effektiven Beschleunigungsspannung V_{acc} . Der Phasenwinkel ist dabei so gewählt, dass der Bunch genau die Beschleunigungsspannung ‚sieht‘, die erforderlich ist, um ihn wieder auf die Nominalenergie zu bringen.

Die aus den vorherigen Betrachtungen gewonnenen Ergebnisse ermöglichen die Berechnung des Leistungsbedarfs in der Kavität, die die erforderliche Strahlleistung liefert, wobei gleichzeitig die Wandverluste berücksichtigt werden. Für den Detuning-Betrieb gilt zudem aufgrund der Leistungsanpassung, dass die Leistung in der Kavität P_c identisch mit der Generatorleistung P_{vor} ist.

Die Vorlaufleistung lässt sich über die Definition der Quellspannung berechnen:

$$V_q = \frac{2\sqrt{\beta}}{1 + \beta} \sqrt{2R_{s,eff} P_{vor}} \cos(\phi) \quad (4.21)$$

Durch Umstellen dieser Gleichung nach P_{vor} ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{vor}} &= \frac{V_{\text{q}}^2}{\cos(\phi)^2} \frac{(1 + \beta)^2}{4\beta} \frac{1}{2R_{\text{s,eff}}} \\
 &= \frac{(399 \text{ kV})^2}{\cos(-38,31^\circ)^2} \frac{(1 + 3,29)^2}{4 \cdot 3,29} \frac{1}{2 \cdot 3,4 \text{ M}\Omega} \\
 &= 53 \text{ kW}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Für die Strahlleistung gilt:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{b}} &= \frac{1}{2} I_{\text{b}} V_{\text{c}} \sin(\psi) \\
 &= \frac{1}{2} 400 \text{ mA} \cdot 333,3 \text{ kV} \sin(34,2^\circ) \\
 &= 37 \text{ kW}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Aus der Kavitäts-eintrittsleistung ($P_{\text{vor}} = P_{\text{c}}$) und der Strahlleistung P_{b} folgt:

$$P_{\text{v}} = P_{\text{c}} - P_{\text{b}} = 16 \text{ kW} \tag{4.24}$$

Tabelle 4.2 fasst die Ergebnisse für den Leistungsbedarf im Detuning-Betrieb zusammen.

Tabelle 4.2: Ergebnisse der Vergleichsanalyse des Leistungsbedarfs für den Betrieb mit Kavitäten-Detuning.

Parameter	Symbol	Wert in kW
Vorwärtsleistung ¹	P_{vor}	53
Kavitäts-eintrittsleistung	P_{c}	53
Transferierte Leistung in den Strahl	P_{b}	37
Wandverluste	P_{v}	16

¹ Ohne Berücksichtigung des zusätzlichen Leistungsbedarfs aufgrund der HOM-Verluste.

Im nächsten Abschnitt wird der Leistungsbedarf berechnet, der entsteht, wenn keine Leistungsanpassung durch Detuning erfolgt.

4.2 Leistungsbedarf im Betrieb ohne Kavitäten-Detuning

Die folgende Analyse zielt darauf ab, den quantitativen Mehrwert des Kavitäten-Detunings gegenüber dem Betrieb ohne Kavitäten-Detuning bezüglich der Leistungseffizienz zu evaluieren. Der Fokus liegt hierbei auf einer Leistungsbetrachtung insbesondere der Vorwärtsleistung P_{vor} , die der Kavität zugeführt werden muss, um die erforderliche Beschleunigungsspannung V_{acc} zu generieren. Weitere Kenngrößen sind die in den Kavitätenwänden dissipierte Verlustleistung P_v , die auf den Teilchenstrahl übertragene Leistung P_b sowie die effektiv in die Kavität eintretende Leistung P_c .

Für den Betrieb ohne Detuning wird ein alternativer Ansatz vorgestellt, um ein Verständnis dafür zu vermitteln, wie sich der erforderliche Quellstrom I_q ergibt. Dieser Quellstrom ist notwendig, um die benötigte Kavitätenspannung $\tilde{V}_c$ zu erzeugen, die wiederum zu einer Beschleunigungsspannung von 187 kV führt, wodurch der Bunch auf die Nominalenergie beschleunigt wird.

Zunächst wird die Kavitätenspannung als Produkt aus dem Kavitätenstrom I_0 und der Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$ formuliert:

$$V_c e^{j\phi_s} = \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1 + \beta)} I_0 e^{j\phi_s} = (I_q e^{j(\phi_s + \theta_q)} - I_b) \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1 + \beta)} \cos(\phi) e^{j\phi} \quad (4.25)$$

Anschließend werden die Quellspannung $\tilde{V}_q$ und die Strahlspannung $\tilde{V}_b$ formuliert:

$$\tilde{V}_q = \frac{R_{s,\text{eff}}}{1 + \beta} \cos(\phi) e^{j\phi} I_q e^{j\theta}, \quad I_q = \frac{V_q}{\ddot{u} R_q} \quad (4.26)$$

$$\tilde{V}_b = \frac{R_{s,\text{eff}}}{1 + \beta} \cos(\phi) e^{j\phi} (-I_b) \quad (4.27)$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich der resultierende Strom I_0 herleiten:

$$I_0 = (I_q e^{j\theta_q} - I_b e^{-j\phi_s}) \cos(\phi) e^{j\phi} \quad (4.28)$$

Diese Gleichungen ermöglichen es nun, den Quellstrom I_q und den zugehörigen Winkel θ_q zu berechnen:

$$I_q \cos(\theta_q) = I_0 + I_b \cos(\phi_s) \quad (4.29)$$

$$I_q \sin(\theta_q) = -I_0 - I_b \sin(\phi_s) \quad (4.30)$$

$$I_q = I_0 \frac{1 + y \cos(\phi_s)}{\cos(\theta_q)} \quad (4.31)$$

$$\tan(\theta_q) = -\frac{\tan(\phi) + y \sin(\phi_s)}{1 + y \cos(\phi_s)} \quad (4.32)$$

Hierbei beschreibt $y = I_b/I_0$ den Beamloading-Faktor.

Für den Betrieb ohne Kavitäten-Detuning mit $\phi = 0$ vereinfachen sich die Gleichungen zu:

$$\tan(\theta_q) = \frac{-y \sin(\phi_s)}{1 + y \cos(\phi_s)} \quad (4.33)$$

$$I_q = I_0 \frac{1 + y \cos(\phi_s)}{\cos(\theta_q)} \quad (4.34)$$

Aus der Formulierung der Kavitätenspannung folgt für den Strom I_0 :

$$I_0 = V_c \frac{(1 + \beta)}{R_{s,\text{eff}}} = 421 \text{ mA} \quad (4.35)$$

Daraus ergibt sich der Beamloading-Faktor $y = 0,95$, sodass der Winkel θ_q mithilfe von Gleichung (4.32) bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned} \theta_q &= \arctan \left(-\frac{\tan(\phi) + y \sin(\phi_s)}{1 + y \cos(\phi_s)} \right) \\ &= \arctan \left(-\frac{0,95 \sin(55,8^\circ)}{1 + 0,95 \cos(55,8^\circ)} \right) \\ &= -27^\circ \end{aligned} \quad (4.36)$$

Aus Gleichung (4.36) lässt sich der Winkel θ mithilfe der in Tabelle 4.1 angegebenen synchronen Phase $\phi_s = \psi - 90^\circ = 55,8^\circ$ berechnen:

$$\theta = \phi_s + \theta_q = 28,8^\circ \quad (4.37)$$

Mit diesen Werten lässt sich der Quellstrom I_q berechnen:

$$\begin{aligned} I_q &= I_0 \frac{1 + y \cos(\phi_s)}{\cos(\theta_q)} \\ &= 421 \text{ mA} \frac{1 + 0,95 \cos(55,8^\circ)}{\cos(-27^\circ)} \\ &= 725 \text{ mA} \end{aligned} \quad (4.38)$$

Aus diesen Betrachtungen folgt zudem:

$$I_0 e^{j\phi_s} = (I_q e^{j\theta_q} - I_b e^{j\phi}) \quad (4.39)$$

Daraus lässt sich die Quellspannung V_q berechnen:

$$\begin{aligned} V_q &= \frac{R_{s,\text{eff}}}{(1 + \beta)} I_q \\ &= \frac{3,4 \text{ M}\Omega}{(1 + 3,29)} 725 \text{ mA} \\ &= 574 \text{ kV} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Mit der Definition der Quellspannung $\tilde{V}_q$

$$\tilde{V}_q = \frac{2\sqrt{\beta}}{1 + \beta} \sqrt{2R_{s,\text{eff}} P_{\text{vor}}} e^{j\theta} \quad (4.41)$$

lässt sich die Vorlaufleistung durch Umstellen nach P_{vor} berechnen:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{vor}} &= \frac{(1 + \beta)^2}{4 \cdot \beta} \frac{V_q^2}{2 \cdot R_{\text{s,eff}}} \\
 &= \frac{(1 + 3,29)^2}{4 \cdot 3,29} \frac{(574 \text{ kV})^2}{2 \cdot 3,4 \text{ M}\Omega} \\
 &= 68 \text{ kW}
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

Mit der Vorlaufeistung P_{vor} lässt sich der zusätzliche Leistungsbedarf für den Betrieb ohne Kavitäten-Detuning im Vergleich zum Detuning-Betrieb berechnen.

Aus den Ergebnissen für die Wandverluste P_v und die auf den Strahl transferierte Leistung P_b im Detuning-Betrieb aus Tabelle 4.2 lässt sich die reflektierte Leistung $P_{\text{rück}}$ berechnen, die nicht in die Kavität eintritt:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{rück}} &= P_{\text{vor}} - P_v - P_b \\
 &= 68 \text{ kW} - 16 \text{ kW} - 37 \text{ kW} \\
 &= 15 \text{ kW}
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Tabelle 4.3 fasst die Ergebnisse für den Leistungsbedarf des Szenarios ohne Kavitäten-Detuning zusammen. Auf Basis dieser Ergebnisse kann der prozentuale Leistungsverlust durch Fehlanpassung berechnet werden. Die Werte für die übertragene Leistung im Strahl P_b sowie die Wandverluste P_v im Betrieb ohne Detuning sind identisch mit den entsprechenden Werten im Detuning-Betrieb. Dies liegt daran, dass zur Kompensation des Energiedefizits des Bunches weiterhin die gleiche Leistung P_c in der Kavität erforderlich ist.

Die Berechnung zeigt, dass im Betrieb ohne Kavitäten-Detuning insgesamt 15 kW an Leistung durch Fehlanpassung verloren gehen, was etwa 28 % der tatsächlich benötigten Leistung entspricht. Dieser zusätzliche Energieverbrauch verdeutlicht die Relevanz des Detunings der Kavitäten, um einen effizienteren Betrieb zu gewährleisten.

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Vergleichsanalyse des Leistungsbedarfs für den Betrieb ohne Kavitäten-Detuning.

Parameter	Symbol	Wert in kW
Vorwärtsleistung ¹	P_{vor}	68
Kavitätseintrittsleistung	P_c	54
Transferierte Leistung in den Strahl ²	P_b	37
Wandverluste ²	P_v	16

¹ Ohne Berücksichtigung des zusätzlichen Leistungsbedarfs aufgrund der HOM-Verluste.

² Ergebnis ist aufgrund identischer Kavitätseintrittsleistung P_c gleich dem Ergebnis, das sich bei Kavitäten-Detuning ergibt.

Die Effizienz ohne Beachtung der HOM-Verluste lässt sich für beide Betriebsarten direkt aus den Leistungen berechnen:

$$\eta = \frac{P_b}{P_{\text{vor}}} \cdot 100 \% \quad (4.44)$$

Für den Betrieb ohne Kavitäten-Detuning ergibt sich:

$$\eta_{\text{n det}} = \frac{37 \text{ kW}}{68 \text{ kW}} \cdot 100 \% = 54 \% \quad (4.45)$$

Für den Betrieb mit Kavitäten-Detuning ergibt sich:

$$\eta_{\text{det}} = \frac{37 \text{ kW}}{53 \text{ kW}} \cdot 100 \% = 70 \% \quad (4.46)$$

Die Ergebnisse der Effizienzanalyse zeigen, dass sich eine um ungefähr 16 % höhere Effizienz erzielen lässt, wenn die Kavität im Detuning-Betrieb betrieben wird.

Im nächsten Kapitel wird erörtert, wie neben dem Beamloading auch die Verluste in HOMs in die Effizienzbetrachtung einfließen. Zu diesem Zweck werden zwei Methoden

vorgestellt, mit denen der sogenannte ‚Beam Loading Enhancement Faktor‘ (BLEF) berechnet werden kann. Dieser Faktor quantifiziert, wie viel Energie ein Bunch beim Passieren einer Kavität in die Fundamentalmode verliert und wie viel in HOMs verloren geht.

5 Methoden zur Analyse der Bunchenergieverluste in Kavitäten

In diesem Kapitel werden die Bunchenergieverluste in Kavitäten untersucht, die durch die Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen und der Kavität entstehen. Diese Verluste begrenzen die Effizienz der Kavität und stellen einen zentralen Aspekt der Effizienzanalyse dar. Zur Quantifizierung des Einflusses der Verluste wird der Beam Loading Enhancement Faktor (BLEF) eingeführt, der das Verhältnis des Gesamtenergieverlusts eines Bunches in der Kavität zum Energieverlust in die Fundamentalmode beschreibt. Betrachtet wird dabei der BLEF, der für die einmalige Durchquerung eines Bunches gültig ist. Es werden zwei Methoden vorgestellt, um die Energieverluste zu quantifizieren und den BLEF zu bestimmen, auf dessen Grundlage die Kavitäteneffizienz berechnet werden kann.

5.1 Klassische Eigenmodenanalyse

Die klassische Eigenmodenanalyse ist ein etablierter Ansatz zur Berechnung des BLEF sowie zur Quantisierung des Beamloadings und der HOM-Verluste. Hierbei werden die in der Kavität bei der Bunchpassage angeregten Eigenmoden betrachtet und die in die einzelnen Moden übertragene Energie bestimmt. Diese Methode ergibt eine Näherung des exakten Ergebnisses, deren Präzision von der Anzahl der betrachteten Moden abhängig ist. Dabei gilt: Je mehr Moden betrachtet werden, desto präziser ist das Ergebnis.

Gemäß der Condon-Methode [8] lassen sich die von Bunchen induzierten Wakefelder in die TM-Eigenmoden des Resonators zerlegen. Folglich kann das Wakefeld als Superposition der Fundamentalmode und der HOMs konstruiert werden. Dieser Ansatz ermöglicht eine systematische Analyse der Energieverluste durch die separate Betrachtung jeder relevanten Mode.

Zur Quantifizierung des Energieverlusts eines Bunches in eine spezifische Kavitätenmode wird der modenspezifische Verlustfaktor k_n eingeführt. Nach Wilson [63] lässt sich der Energieverlust wie folgt ausdrücken:

$$\Delta U_n = k_n q^2 \quad (5.1)$$

Hierbei ist q die Ladung des Bunches und $k_n q$ liefert die Spannung der n -ten Mode. Diese Formel verdeutlicht, dass der Energieverlust quadratisch mit der Bunchladung zunimmt.

Der Verlustfaktor k_n ist definiert als:

$$k_n = \frac{\omega_n}{2} \left(\frac{R_{s,\text{eff}}}{Q_0} \right) \quad (5.2)$$

Dabei ist ω_n die Resonanzfrequenz, $R_{s,\text{eff}}$ ist die effektive Shuntimpedanz und Q_0 die Güte der n -ten Mode. Gleichung (5.2) zeigt, dass der Verlustfaktor von den spezifischen Kenngrößen jeder Mode abhängt. Die Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$ beschreibt, wie effektiv die in der Mode befindliche Leistung in Beschleunigungsspannung umgewandelt werden kann, während der Gütefaktor Q_0 ein Maß für die Energiespeicherung in der Mode ist.

Um die Definition des BLEF besser zu verstehen, kann der Gesamtenergieverlust ΔU_t mithilfe des BLEF und dem Energieverlust ΔU_0 in die Fundamentalmode ausgedrückt werden. Für eine initial leere Kavität gilt:

$$\Delta U_t = B \cdot \Delta U_0 \quad (5.3)$$

Gleichung (5.3) verdeutlicht die Definition des BLEF: Er gibt an, um welchen Faktor der Gesamtenergieverlust höher ist als der Verlust in die Grundmode allein.

Aus Gleichung (5.3) ergibt sich die Berechnung des Energieverlustes in HOMs in Abhängigkeit vom BLEF:

$$\Delta U_{\text{HOM}} = U_t - \Delta U_0 \quad (5.4a)$$

$$\Delta U_{\text{HOM}} = (B - 1) \Delta U_0 \quad (5.4b)$$

Um den BLEF mittels Eigenmodenanalyse direkt berechnen zu können, wird der Gesamtenergieverlust aus Gleichung (5.1) als Summe ausgedrückt:

$$\Delta U_t = \sum_{n=0}^{\infty} k_n q^2 = k_0 q^2 + \sum_{n=1}^{\infty} k_n q^2 \quad (5.5)$$

Die Summe, die den Energieverlust ΔU_t ergibt, wird dann in zwei Komponenten aufgeteilt: den Grundmodenverlust und die Summe aller HOM-Verluste. Wird Gleichung (5.4b) nach B aufgelöst und mit Gleichung (5.5) substituiert, ergibt sich die explizite Definition des BLEF:

$$B = 1 + \frac{U_{HOM}}{U_0} = 1 + \frac{\sum_{n=1}^{\infty} k_n q^2}{k_0 q^2}, \quad (5.6)$$

Damit kann B auf Grundlage einer Eigenmodenanalyse berechnet werden.

Die Eigenmodenanalyse einer Kavität zur Berechnung des BLEF erfordert die Untersuchung jeder einzelnen der abzählbar unendlichen Eigenmoden. Nur durch die Analyse der Feldstruktur kann ermittelt werden, ob eine Mode durch den Elektronenstrahl angeregt werden kann, wie in Kapitel 2 erläutert wurde. Eine Mode wird nur dann angeregt, wenn eine Kopplung zwischen Strahl und Mode besteht.

Angesichts der Komplexität solcher Analysen ist eine rein analytische Vorgehensweise ausgeschlossen, insbesondere wenn komplexere Kavitätengeometrien betrachtet werden sollen. Daher kommen numerische Simulationsprogramme oder experimentelle Messungen zum Einsatz. Diese Methoden unterscheiden jedoch nicht zwischen transversalelektrischer (TE)- und TM-Moden und liefern als mögliche Lösungen anregbarer Moden auch TE-Moden, die in der Praxis nicht angeregt werden können. Dies verdoppelt den Analyseaufwand, da jede TM-Mode eine korrespondierende TE-Mode als potenzielle Lösung aufweist. Diese Problematik verdeutlicht die Notwendigkeit einer gezielten Feldstrukturanalyse, um die tatsächlich anregbaren Moden zu identifizieren.

Die Eigenmodenanalyse, sei es durch numerische Simulationen oder durch praktische Messungen, stößt zudem bei höheren Frequenzen an ihre Grenzen. Eine zentrale Herausforderung stellt die exponentiell ansteigende Anzahl möglicher Moden in diesem Frequenzbereich dar. Diese Moden zeichnen sich durch eng beieinanderliegende Frequenzen und eine jeweils niedrige Güte aus, was ihre Identifikation aufgrund des resultierenden

breiten Frequenzspektrums der Mode praktisch unmöglich macht. Simulationsbasierte Ansätze sind hierbei nicht nur durch die Auflösung des Simulationsgitternetzes und die verfügbare Rechenleistung limitiert, sondern werden ab einer gewissen Frequenzhöhe gänzlich undurchführbar.

Wilsons Methodik zur BLEF-Bestimmung erfordert eine umfassende Eigenmodenanalyse, bei der der Verlustfaktor k_n für alle n in der Praxis anregbaren Moden berechnet werden muss.

Zusammenfassend bietet die Eigenmodenanalyse einen detaillierten Einblick in das Verhalten einzelner Moden und ermöglicht eine durch die Rechenleistung und praktische Limitationen begrenzte Präzision der BLEF-Berechnung, sofern eine ausreichende Anzahl von Moden berücksichtigt wird.

5.2 Palmers analytisches Modell

Als Alternative zur klassischen Eigenmodenanalyse präsentiert Palmers Methode einen analytischen Ansatz zur Berechnung des BLEF, der für ultrakurze Bunche geeignet ist. Dieser Ansatz basiert auf einer Betrachtung der Wechselwirkung zwischen dem Bunch und der Kavitätenstruktur. Palmers Methode ermöglicht im Vergleich zur Eigenmodenanalyse eine schnelle Berechnung des BLEF bei gleichzeitig hoher Präzision (siehe Anhang G).

R.B. Palmer präsentierte 1990 in seiner Arbeit „A Qualitative Study of Wake Fields for Very Short Bunches“ [42] einen Ansatz zur Analyse von Wakefeldern. Seine Studie zeigt, wie es für ultrakurze Bunche mit im Verhältnis zur effektiven Kavitätenlänge hoher Energie möglich ist, die vom Bunch induzierten Energieverluste in einer Kavität zu berechnen. Dieser Ansatz bietet eine Alternative zur üblicherweise verwendeten Eigenmodenanalyse und ist besonders nützlich für die schnelle Berechnung des Energieverlustes und des BLEF bei Kavitäten, die keine signifikante Anregung von HOMs ermöglichen.

Nachfolgend wird Palmers Ansatz vorgestellt, wobei alle notwendigen Grundlagen erläutert werden, um zu veranschaulichen wie sich die Gleichung zur Berechnung der Bunchenergieverluste in einer Kavität herleiten lässt.

Palmer beginnt seine Analyse mit einer Approximation der elektrischen Feldstärke E eines Bunches der Ladung q :

$$E(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r w(r)} \quad (5.7)$$

Hierbei stellt $w(r)$ die Bunchlänge in Abhängigkeit vom radialen Abstand r dar und ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante des Vakuums. Palmer greift auf ein etabliertes physikalisches Konzept zurück, bei dem das Feld eines Bunches als Feldscheibe approximiert wird [35]. Für ultrarelativistische, extrem kurze Bunches mit sehr hoher Energie γ leitet er eine Näherung her, in der die vom Kavitätsradius abhängige Bunchlänge durch die Breite der Ladungsverteilung d approximiert werden kann, wie in Gleichung (5.8) dargestellt wird.

$$w(r) \approx d(\sigma) \quad (5.8)$$

Diese Annahme vereinfacht die Analyse der Wakefeld-Effekte, indem sie die dreidimensionale Struktur des Bunches auf eine Feldscheibe vereinfacht.

Für Bunches mit einer normalverteilten Ladungsverteilung wird die effektive Länge d des Bunches über die doppelte Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum, FWHM) der Ladungsverteilung definiert. Die grafische Bestimmung sowie die Bedeutung der FWHM werden in Anhang B beschrieben. Die FWHM berechnet sich wie folgt:

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma \approx 2,355\sigma \quad (5.9)$$

Als Nächstes wird betrachtet, wie sich das elektrische Feld des Bunches, als Feldscheibe angenommen, bei der Passage der Kavität verhält: Bei der Passage breitet sich die elektrische Feldscheibe mit dem Radius a in den Schattenraum $[a; R]$ der Kavität um eine Distanz von δ aus, während gleichzeitig das Feld im Bereich $a - \delta$ abnimmt. Als Schattenraum wird der Bereich der Kavität bezeichnet, der außerhalb des Strahlrohrradius liegt und bis zum Kavitätsradius R reicht. Die Ausbreitung der Feldscheibe ist in Abbildung 5.1 veranschaulicht.

Bei hochenergetischen Teilchen im Gigaelektronenvolt (GeV)-Bereich kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Teilchen in radialer Richtung entsprechend dem Satz von Pythagoras für Geschwindigkeiten [16] nur sehr gering sein. Der Energieverlust der Teilchen wird somit maßgeblich durch den Radius der Kavität am Eintrittspunkt des Bunches bestimmt, der durch die Geometrie der Kavität in diesem Bereich definiert ist.

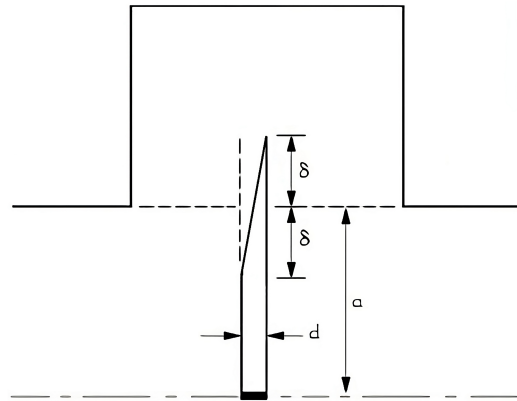


Abbildung 5.1: Schematischer Längsschnitt einer Beschleunigungskavität: Darstellung der Energiedichte des elektrischen Bunchfeldes als Feldscheibe während der Kavitätenpassage. Die Symmetrieachse ist strichpunktiert gekennzeichnet. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [42] erstellt.

Beim Wiedereintritt des Bunches in das Strahlrohr werden die im Schattenraum befindlichen Feldlinien abgeschert. Dieser Prozess ist mit Abbildung 5.2 veranschaulicht. Diese zeigt beispielhaft, wie sich das Feld eines Bunches bei einer abrupten Verjüngung des Strahlrohrradius verhält.

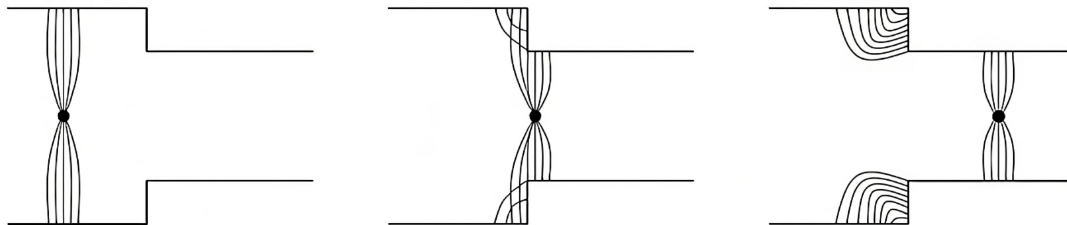


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung der sequenziellen Stadien der Bunch-Durchquerung einer Strahlrohrverjüngung zur Veranschaulichung des Energieverlustes eines Bunches durch Wakefeld-Anregung. Die Darstellung basiert auf der Annahme ideal leitfähiger Strahlrohrwände, wodurch die Feldlinien senkrecht zur Kavitätenwand orientiert sind, da die Spiegel-ladungen mit der Phase des Bunches phasensynchron sind. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [6] erstellt.

In der linken Abbildung nähert sich der Bunch der Verjüngung des Strahlrohrs, wobei die E-Feldlinien ausschließlich senkrecht zur Kavitätenwand verlaufen, da der Fall

ideal leitfähiger Kavitätenwände vereinfacht dargestellt ist. In der mittleren Abbildung tritt der Bunch in das verengte Strahlrohr ein, wobei das elektrische Feld außerhalb des Strahlrohrradius abgeschert wird. In der rechten Abbildung befindet sich der Bunch im verjüngten Bereich des Strahlrohrs, während das am Eintrittspunkt abgescherte Feld im breiteren Teil des Strahlrohrs verbleibt, dort an den Wänden reflektiert wird und als Wakefeld im Strahlrohr zu schwingen beginnt.

Trotz der geringen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Feldscheibe entsprechend des Pythagoras der Geschwindigkeiten hängt der Energieverlust des Bunches in der Kavität von der effektiven Länge der Kavität ab. Der Begriff der effektiven Kavitätenlänge wird in Kapitel 7 anhand von Beispielen erläutert.

Um den Energieverlust des abgescherten Feldes zu quantisieren, ist es vorteilhaft, die Energiedichte der Feldscheibe zu betrachten. Palmer beschreibt die Energiedichte der Feldscheibe als zunächst konstant bis zum Radius $a - \delta$, woraufhin sie bei einem Radius von $a + \delta$ näherungsweise linear auf einen vernachlässigbaren Wert abfällt, was in Abbildung 5.3 veranschaulicht ist [42].

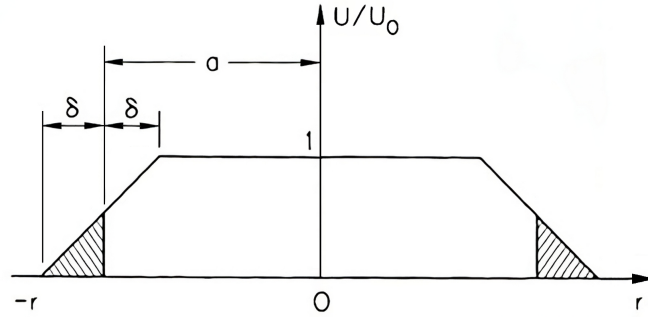


Abbildung 5.3: Darstellung der Energiedichte der Feldscheibe nach Palmer. Die Energiedichte ist erst konstant und nimmt dann linear nach außen hin ab [42].

Die räumliche Ausdehnung δ der feldbeeinflussenden Effekte berechnet sich nach:

$$\delta = \sqrt{2zd} \quad (5.10)$$

Dabei beschreibt δ den Abstand des Feldes vom initialen Radius a (Strahlrohrradius) vor dem Eintritt in die Kavität, innerhalb dessen das Feld beeinflusst wird. Die Variable z steht für die longitudinale Position, und d bezeichnet die effektive Bunchlänge.

Aus den Betrachtungen der Feldscheibe, der Energiedichte und insbesondere unter Verwendung der Gleichung (5.10) folgt für die Berechnung der abgescherten Energie:

$$U_{\text{außen}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a d} \frac{\delta}{4} \quad (5.11)$$

Die Energie der Feldscheibe, die in den Schattenraum expandiert, stammt gemäß dem Energieerhaltungssatz aus der ursprünglichen Energie der Feldscheibe. Da sich die Feldscheibe sowohl nach außen als auch nach innen mit gleicher Geschwindigkeit ausbreitet, geht ein ebenso großer Teil der Energie in die Kavität (in Richtung der Symmetrieachse) verloren. Somit entspricht die in die Kavität verlorene Energie der doppelten Energiemenge, die in den Schattenraum expandiert ($U_{\text{außen}}$).

Dieses Phänomen lässt sich mit dem Babinetschen Prinzip und der Felddiffraktion beim Eintritt in die Kavität erklären. Es basiert auf der Analogie zwischen der Ausbreitung elektromagnetischer Felder und der Lichtbrechung, wie in Abbildung 5.4 veranschaulicht.

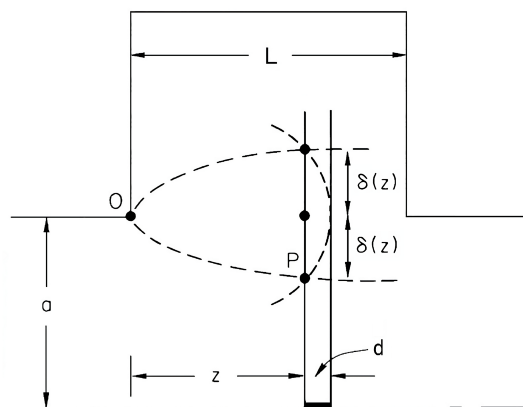


Abbildung 5.4: Felddiffraktion eines Bunches beim Kavitäteneintritt [42].

Am Eintrittspunkt O der Kavität erfährt das elektrische Feld eine Beugung, wobei es sich zu gleichen Teilen in die Kavität und in den Schattenraum ausbreitet. Die räumliche Ausdehnung der Feldbeeinflussung korreliert direkt mit der Kavitätenlänge. Ein kritischer Punkt wird erreicht, wenn die Kavitätenlänge der Bedingung $\delta = a$ entspricht. Bis zu diesem Punkt propagiert der Teilchenbunch ohne signifikante Wechselwirkung mit dem modifizierten Feld. Bei Überschreiten dieser kritischen Länge führt die Feldmanipulation zu einer Abbremsung des Bunches.

Um den Gesamtenergieverlust ΔU_t , eines hochenergetischen, ultrakurzen Bunches in einer Kavität zu erhalten, wird der Energieverlust in den Schattenraum (Gleichung 5.11) verdoppelt, δ durch Gleichung (5.10) substituiert und die Position z durch die Kavitätenlänge L substituiert:

$$\Delta U_t = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{\frac{L}{2d}} \quad (5.12)$$

Aus Gleichung (5.12) ergeben sich die Abhängigkeiten des Energieverlustes eines Bunches. Er ist proportional zum Quadrat der Bunchladung q und zur Wurzel der effektiven Kavitätenlänge L . Umgekehrt proportional verhält er sich zum Strahlrohrradius a und zur Wurzel der effektiven Bunchlänge d .

Palmers Berechnungsformel ist nur unter der Voraussetzung gültig, dass der Bunch klein gegenüber den Dimensionen der Kavität ist. Dies setzt die Erfüllung der folgenden Bedingungen voraus:

$$\gamma^2 \gg \frac{L}{d} \quad (5.13a)$$

$$d \ll L \quad (5.13b)$$

$$\delta \ll a \quad (5.13c)$$

Der Lorentz-Faktor γ berechnet sich gemäß:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{E}{m_e c^2} \quad (5.14)$$

Dabei ist v die Geschwindigkeit der Teilchen, E deren Energie und m_e die Ruhemasse des Teilchens (hier eines Elektrons). Für die Berechnung von δ wird auf Gleichung (5.10) verwiesen.

Um den BLEF auf Grundlage von Palmers Gleichung zu berechnen, ist zunächst eine separate Ermittlung des Verlustfaktors $k_0 q^2$ der Fundamentalmode gemäß Wilsons Ansatz erforderlich. Anschließend ergibt sich der BLEF durch den Vergleich des nach Palmers Ansatz berechneten Gesamtenergieverlusts ΔU_t mit den Verlusten in die Fundamentalmode gemäß Wilson:

$$B = 1 + \frac{\Delta U_t - k_0 q^2}{k_0 q^2} \quad (5.15)$$

Gleichung (5.15) verdeutlicht, dass zur Bestimmung des BLEF zwei Schritte notwendig sind: die Berechnung des Gesamtenergieverlusts ΔU_t und die Verlustanalyse der Fundamentalmode. Beide Berechnungen basieren auf den grundlegenden Parametern des Speicherrings, darunter die Bunchladung q , die Bunchlänge d , der Strahlrohrradius a , die Kavitätenlänge L sowie die charakteristischen Parameter der Fundamentalmode: die Resonanzfrequenz f , die Güte Q_0 und die effektive Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$.

Der Palmersche Ansatz ermöglicht eine effiziente BLEF-Abschätzung ohne die detaillierte Eigenmodenanalyse und die aufwendige Quantifizierung individueller Modenkenngrößen. Diese Methode vereinfacht die Analyse bei gleichzeitiger Gewährleistung präziser Effizienzberechnungen. Die Palmersche Verlustformel erlaubt zudem direkte Rückschlüsse auf geometrische Effizienzoptimierungsparameter, deren Analyse in Kapitel 7 erfolgt.

6 Analyse der Kavitäteneffizienz

In diesem Kapitel wird eine analytische Beschreibung der Gesamteffizienz von Beschleunigungskavitäten hergeleitet. Diese Beschreibung ermöglicht die Berechnung der maximalen Effizienz einer Kavität für den Fall einer initial leeren Kavität.

Ein zentraler Bestandteil dieser Herleitung ist die Analyse der Spannungskomponenten und der Energieflüsse innerhalb der Kavität, um deren Wechselwirkungen mathematisch zu erfassen. Zur Veranschaulichung dieser Zusammenhänge wird schrittweise ein Spannungsvektordiagramm entwickelt, das die Beziehung zwischen den relevanten Größen visualisiert.

Das Hauptziel der Herleitung ist die Formulierung einer Gleichung für die maximal erreichbare Kavitäteneffizienz. Diese wird durch zwei zentrale Parameter beschrieben: den Bunch-Ladeeffizienzfaktor (BLEF) und die synchrone Phase. Die Reduktion auf diese beiden Kenngrößen vereinfacht die Effizienzberechnung erheblich. Der BLEF kann mithilfe des in Kapitel 5 eingeführten Palmerschen Ansatzes bestimmt werden, während die synchrone Phase einen festgelegten beschleunigerspezifischen Parameter darstellt.

Die entwickelte mathematische Beschreibung und die Berechnung von Vergleichswerten im letzten Schritt des Kapitels bilden eine Grundlage für die Bewertung der Energieeffizienz verschiedener Kavitäten designs und dienen als theoretisches Fundament für die nachfolgenden Analysen spezifischer Kavitätenkonzepte.

6.1 Kavitätseffizienz ausgedrückt in Energien und Berechnung der Beamloading-Spannung

Zunächst wird der Fall betrachtet, dass eine HF-Spannung in die Kavität eingekoppelt wird. Entsprechend dem Fundamental Theorem of Beam Loading induziert der Bunch während seiner Passage eine Spannung in der Kavität. Dies ermöglicht die Analyse der

Spannung, die nach der Passage des Bunches in der Kavität verbleibt. Weiterhin wird untersucht, wie die selbstinduzierte Spannung des Bunches die resultierende Kavitätsspannung und damit die resultierende Beschleunigungsspannung beeinflusst. Es wird erläutert, welcher Teil der selbstinduzierten Spannung vom Bunch effektiv ‚wahrgenommen‘ oder ‚gesehen‘ wird.

Die Kavität wird durch eine externe HF-Quelle mit einer Spannung $\tilde{V}_q$ gespeist. Die Gesamtspannung in der Kavität nach der Passage des Bunches, $\tilde{V}_0^-$, ergibt sich aus der Superposition zweier Komponenten: zum einen der HF-Quellenspannung $\tilde{V}_q$, die vor der Passage des Bunches der Spannung $\tilde{V}_0^+$ in der Kavität entspricht, und zum anderen der die vom Strahl induzierten Spannung $\tilde{V}_{b,0}$.

Diese Beziehung lässt sich mathematisch wie folgt ausdrücken:

$$\tilde{V}_0^- = \tilde{V}_0^+ + \tilde{V}_{b,0} \quad (6.1)$$

Abbildung 6.1 visualisiert die vektorielle Beziehung dieser Spannungen in einem Phasendiagramm. Das Diagramm zeigt die Generatorspannung $\tilde{V}_0^+$ vor und $\tilde{V}_0^-$ nach der Durchquerung des Bunches sowie die strahlinduzierte Spannung $\tilde{V}_{b,0}$ der Fundamentalmode. Der Winkel ϕ^+ repräsentiert den Phasenwinkel der Spannung in der Kavität, bevor der Bunch in die Kavität eintritt.

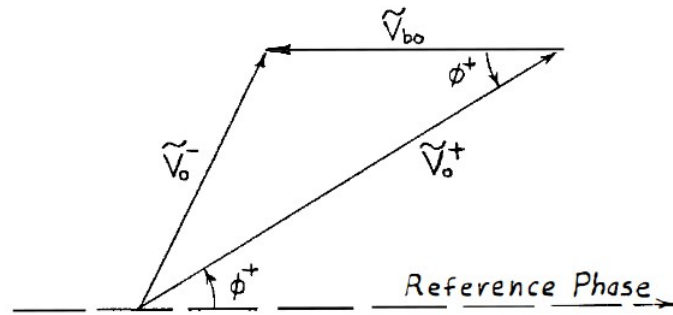


Abbildung 6.1: Vektordiagramm der Spannungskomponenten in der Kavität nach der Passage des Bunches [63].

Die Energie W_0 , die der Bunch in der Fundamentalmode der Kavität deponiert, kann anhand der Spannungsbetrachtungen über den Proportionalitätsfaktor α und die zur Energie gehörige Spannung $V_{b,0}$ ausgedrückt werden [63]:

$$W_0 = \alpha V_{b,0}^2 \quad (6.2)$$

Nach dem Energieerhaltungssatz muss die vom Bunch verlorene Energie der von der Kavität aufgenommenen Energie entsprechen. Dies wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$\Delta U_0 = W_0 \quad (6.3)$$

Auf dieser Grundlage lässt sich der Netto-Energiegewinn des Bunches ΔU_g wie folgt berechnen:

$$\Delta U_g = \Delta U_0 - \Delta U_{\text{HOM}} \quad (6.4)$$

Der Energiegewinn der Fundamentalmode ΔU_0 kann durch die Energie in der Kavität vor W_0^+ und nach W_0^- dem Passieren des Bunches ausgedrückt und berechnet werden. Auf dieser Grundlage ergibt sich für ΔU_g die Beziehung in Gleichung (6.5a).

Werden die Energieverluste in HOMs als Summe $\sum_{n=1}^{\infty} W_n$ formuliert, ergibt sich zudem die alternative Definition in Gleichung (6.5b):

$$\Delta U_g = W_0^+ - W_0^- - \Delta U_{\text{HOM}} \quad (6.5a)$$

$$\Delta U_g = W_0^+ - W_0^- - \sum_{n=1}^{\infty} W_n \quad (6.5b)$$

Der Netto-Energiegewinn aus Gleichung (6.5b) in Verbindung mit der ursprünglich in der Kavität gespeicherten Energie W_0^+ ermöglicht die Definition der Gesamteffizienz:

$$\eta_g = \frac{U_g}{W_0^+} = \frac{W_0^+ - W_0^-}{W_0^+} - \frac{\sum_{n=1}^{\infty} W_n}{W_0^+} \quad (6.6)$$

Diese Beziehung wurde bereits in der Einleitung als Gleichung (1.1) vorgestellt und quantifiziert das Verhältnis zwischen dem Netto-Energiegewinn und der initial verfügbaren Energie in der Fundamentalmode.

Die Gesamteffizienz η_g kann in Abhängigkeit vom BLEF B ausgedrückt werden, was die Berechnung vereinfacht. Durch Substitution der Verluste in HOMs, ΔU_{HOM} , in Gleichung (6.5a) mithilfe von Gleichung (5.4b) ergibt sich folgende Formulierung:

$$\eta_g = \frac{W_0^+ - W_0^-}{W_0^+} - (B - 1) \frac{\Delta U_0}{W_0^+} \quad (6.7)$$

Für ein tieferes Verständnis der Energieberechnung nach Passage des Bunches (W_0^-) ist es zweckmäßig, anstelle der Energien die zugehörigen Spannungen zu betrachten. Ein zentraler Aspekt hierbei betrifft die effektive Spannung und die Energie, die ein Bunch von seiner selbst induzierten Spannung während der Kavitätenpassage ‚sieht‘.

Wilson demonstrierte diese fundamentale Beziehung durch eine Analyse der Wechselwirkung zweier aufeinanderfolgender Bunches mit der Kavität [63]. Seine Untersuchungen ergaben, dass die von einem Bunch ‚wahrgenommene‘ Spannung exakt der Hälfte der vom Bunch selbst induzierten Gesamtspannung in der Fundamentalmode entspricht. Dieses Erkenntnis lässt sich mathematisch wie folgt ausdrücken:

$$\Delta U_0 = \frac{1}{2} q V_{b,0} \quad (6.8a)$$

$$\Delta U_0 = q V_{\text{eff}} \quad (6.8b)$$

Hierbei bezeichnen ΔU_0 den Energiebeitrag zur Fundamentalmodeenergie in einer initial leeren Kavität, $V_{b,0}$ die durch den Bunch induzierte Fundamentalmodespaltung und V_{eff} die effektiv vom Bunch ‚gesehene‘ Spannung.

Durch eine Äquivalenzbetrachtung der Gleichungen (6.8a) und (6.8b) lässt sich die vom Bunch effektiv ‚gesehene‘ Spannung V_{eff} wie folgt ausdrücken:

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{2} k_0 q = \frac{1}{2} V_{b,0} \quad (6.9)$$

Hierbei stellt k_0 den Verlustfaktor der Fundamentalmode dar. Die Einführung der effektiven Spannung V_{eff} ermöglicht eine Erweiterung des in Abbildung 6.1 dargestellten Vektordiagramms zu einem umfassenderen Modell, das nachfolgend in Abbildung 6.2

gezeigt wird. Dabei ist zu beachten, dass Wilson eine abweichende Definition des Verlustfaktors verwendet. Nach seiner Definition gilt $k = 2 k_{\text{Wilson}}$, wodurch sich für die effektive Spannung V_{eff} der Ausdruck $V_{\text{eff}} = k q$ ergibt.

Dieses erweiterte Modell beschreibt die Spannungsverhältnisse in der Kavität während und nach der Passage eines Bunches. Es ist für das Verständnis sowohl der Effizienz einer einzelnen Bunchdurchquerung als auch der Effizienz einer mehrfachen Bunchpassage von Bedeutung.

6.2 Kavitätseffizienz ausgedrückt in Spannungen, Phasenwinkel und BLEF: Gesamteffizienz und maximale Gesamteffizienz

Das Vektordiagramm illustriert die Beziehungen zwischen den verschiedenen Spannungen in der Kavität. Die Kavitätsspannung während der Bunchpassage $\tilde{V}_c$ ergibt sich, aus der Kavitätsspannung $\tilde{V}_c^+$ vor der Bunchpassage und der halben vom Bunch induzierten Spannung $\tilde{V}_{\text{eff}}$. Die Beschleunigungsspannung $V_{\text{acc}} = V_c \cos \phi$ des Bunches ergibt sich aus der Phasenbeziehung ϕ_s zwischen dem Bunch und der Kavitätsspannung $\tilde{V}_c$. Nach der Kavitätsdurchquerung reduziert sich die Kavitätenspannung durch die volle vom Bunch induzierte Spannung noch weiter auf $\tilde{V}_c^-$.

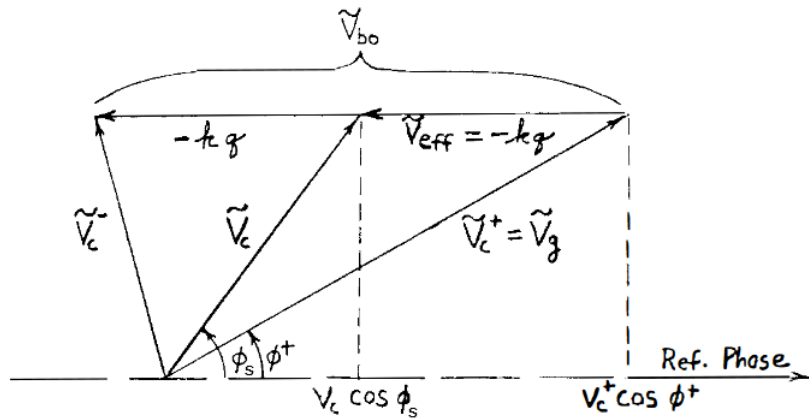


Abbildung 6.2: Erweitertes Vektordiagramm: Darstellung der Spannungsverhältnisse vor und nach der einmaligen Durchquerung des Bunches durch die Kavität, basierend auf Wilson. Dabei ist zu beachten, dass Wilson eine abweichende Definition des Verlustfaktors verwendet ($k = 2 k_{\text{Wilson}}$) [63].

Um die Nominalenergie des Bunches wiederzuerlangen, muss die Generatorspannung $\tilde{V}_g = \tilde{V}_c^+$ in Phase und Amplitude so justiert werden, dass die Vektorsumme aus der Generatorspannung $\tilde{V}_c$, die der Bunch sieht, und der selbst induzierten Spannung $\tilde{V}_{\text{eff}}$ die erforderliche Beschleunigungsspannung $\tilde{V}_{\text{acc}} = V_c \cos(\phi_s)$ ergibt.

Zur Analyse der Gesamteffizienz in Abhängigkeit von den Phasen und den Beträgen der Spannungsvektoren werden diese einer Untersuchung unterzogen.

Um die quadratische Abhängigkeit der Energie von den Spannungsphasoren zu berücksichtigen, wird Gleichung (6.1) quadriert. Dies ergibt folgende Darstellung für das Quadrat der Spannung nach der Bunchpassage, $(\tilde{V}_0^-)^2$:

$$\begin{aligned}\tilde{V}_0^- \cdot \tilde{V}_0^{-*} &= (\tilde{V}_0^+ + \tilde{V}_{b,0}) \cdot (\tilde{V}_0^+ + \tilde{V}_{b,0})^* \\ &= (V_0^+ e^{j\phi^+} + V_{b,0} e^{j\pi}) \cdot (V_0^+ e^{-j\phi^+} + V_{b,0} e^{-j\pi}) \\ &= V_0^{+2} + V_{b,0}^2 + V_0^+ V_{b,0} e^{j(\phi^+ - \pi)} + V_0^+ V_{b,0} e^{-j(\phi^+ - \pi)}\end{aligned}\tag{6.10}$$

Die Phase der strahlinduzierten Spannung $\tilde{V}_{b,0}$ weist wie in der Einleitung beschrieben eine Phasenverschiebung von 180° relativ zur Referenzphase auf, was einem Winkel von $-\pi$ entspricht. Unter Anwendung des Kosinussatzes lässt sich Gleichung (6.10) wie folgt umformen:

$$\tilde{V}_0^- \cdot (\tilde{V}_0^-)^* = (V_0^+)^2 + V_{b,0}^2 + 2V_0^+ V_{b,0} \cos(\phi^+ - \pi)\tag{6.11}$$

Durch Anwendung der trigonometrischen Additionstheoreme kann der Term $\cos(\phi^+ - \pi)$ zu $-\cos(\phi^+)$ reduziert werden. Somit ergibt sich für $(\tilde{V}_0^-)^2 = (V_0^-)^2$ die folgende Beziehung:

$$(V_0^-)^2 = (V_0^+)^2 + V_{b,0}^2 - 2V_0^+ V_{b,0} \cos(\phi^+)\tag{6.12a}$$

Diese Gleichung lässt sich äquivalent umformen zu:

$$(V_0^+)^2 - (V_0^-)^2 = 2V_0^+ V_{b,0} \cos(\phi^+) - V_{b,0}^2\tag{6.12b}$$

Die Gleichungen (6.12) beschreiben die Beziehung der Spannungsquadrate vor und nach der Bunchpassage in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung und der induzierten Spannung.

Unter Verwendung von Gleichung (6.12b) und der Beziehung zwischen Energie und Spannung (Gleichung 6.2) lässt sich der Term $(W_0^+ - W_0^-)/(W_0^+)$ in der Gesamteffizienzgleichung (Gleichung 6.7) durch die entsprechenden Spannungen ausdrücken:

$$\begin{aligned} \frac{W_0^+ - W_0^-}{W_0^+} &= \frac{(V_0^+)^2 - (V_0^-)^2}{(V_0^+)^2} \\ &= \frac{2V_0^+ V_{b,0} \cos(\phi^+) - V_{b,0}^2}{(V_0^+)^2} \\ &= 2 \left(\frac{V_{b,0}}{V_0^+} \right) \cos(\phi^+) - \left(\frac{V_{b,0}}{V_0^+} \right)^2 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Analog lässt sich der Term $-(B-1)\Delta U_0/W_0^+$ in Spannungen umformulieren:

$$-(B-1) \frac{\Delta U_0}{W_0^+} = -B \left(\frac{V_{b,0}}{V_0^+} \right)^2 + \left(\frac{V_{b,0}}{V_0^+} \right)^2 \quad (6.14)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (6.13) und (6.14) in die Gesamteffizienzgleichung (Gleichung 6.7) ergibt sich die Gesamteffizienz als Funktion der Spannungen und der Phase der Generatorspannung ϕ^+ :

$$\eta_g = 2 \left(\frac{V_{b,0}}{V_0^+} \right) \cos(\phi^+) - B \left(\frac{V_{b,0}}{V_0^+} \right)^2 \quad (6.15)$$

Diese fundamentale Beziehung wurde erstmals von Morton und Neil [38] hergeleitet und formuliert. Keil, Schnell und Zotter [26] entwickelten darauf aufbauend eine Formulierung für die maximale Effizienz unter Berücksichtigung der Nebenbedingung für $V_{b,0}$:

$$\eta_{g \max} = \frac{\cos^2(\phi^+)}{B} \quad \text{bei} \quad V_{b,0} = \frac{V_0^+ \cos(\phi^+)}{B} \quad (6.16)$$

Diese Beziehung, auch als KSZ-Kriterium [27] bekannt, zeigt den signifikanten Einfluss der strahlinduzierten Spannung $V_{b,0}$ auf die Gesamteffizienz der Kavität. Diese strahlinduzierte Spannung steht in direkter Proportionalität zur Ladung q des Bunches [63]:

$$V_{b,0} \propto q \quad (6.17)$$

Daraus lässt sich ableiten, dass die Energieverluste durch Beamloading für Speicherringe mit hohen Bunchladungen besonders relevant sind.

Im Folgenden wird erläutert, wie die Gesamteffizienz und die maximale Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom BLEF und von der synchronen Phase berechnet werden können. Ziel ist eine vereinfachte Effizienzanalyse, basierend auf Palmers Ansatz (siehe Abschnitt 5.2).

Für die Aufstellung des KSZ-Kriteriums und für die Formulierung der maximalen Effizienz in B und ϕ_s ist es sinnvoll, die Gesamteffizienz zunächst als Funktion der Energiegrößen ΔU_0 , W_0^+ des BLEF B sowie des Phasenwinkels der Generatorspannung ϕ^+ darzustellen. Durch die Umformulierung der Gleichung (6.15) und die Anwendung der Energie-Spannungs-Relation (Gleichung 6.2) ergibt sich schließlich die folgende äquivalente Darstellung:

$$\eta_g = 2 \sqrt{\frac{\Delta U_0}{W_0^+}} \cos(\phi^+) - B \left(\frac{\Delta U_0}{W_0^+} \right) \quad (6.18)$$

Um die maximale Effizienz $\eta_{g \max}$ zu bestimmen und das KSZ-Kriterium für Gleichung (6.18) zu formulieren, wird diese nach $\Delta U_0/W_0^+$ abgeleitet:

$$\frac{\partial \eta_g}{\partial \left(\frac{\Delta U_0}{W_0^+} \right)} = \sqrt{\frac{\Delta U_0}{W_0^+}}^{-1} \cos(\phi^+) - B \quad (6.19)$$

Der Hochpunkt von η_g wird durch Nullsetzen der Ableitung bestimmt:

$$\frac{\Delta U_0}{W_0^+} = \frac{\cos^2(\phi^+)}{B^2} \quad (6.20)$$

Die Ermittlung der maximal möglichen Effizienz $\eta_{g \max}$ unter Berücksichtigung der Systemparameter ϕ^+ und B erfolgt durch eine Kombination der zuvor hergeleiteten Gleichungen. Durch Substitution der Bedingung für maximale Effizienz (Gleichung (6.20)) in die Effizienzgleichung (6.18) folgt:

$$\eta_{g\max} = 2 \frac{\cos^2(\phi^+)}{B} - \frac{\cos^2(\phi^+)}{B} = \frac{\cos^2(\phi^+)}{B} \quad (6.21)$$

Die Effizienz $\eta_{\max}$ lässt sich ausschließlich in Abhängigkeit von der synchronen Phase ϕ_s und vom BLEF B ausdrücken, indem Gleichung (6.21) mithilfe trigonometrischer Identitäten umgeformt wird. Dies führt zu folgender Gleichung:

$$\eta_{g\max} = \frac{\cos^2(\phi_s)}{B} \frac{1}{1 - \frac{4B-1}{4B^2} \sin^2(\phi_s)} \quad (6.22)$$

Die synchrone Phase ϕ_s repräsentiert die Phase zwischen der Kavitätenspannung $\tilde{V}_c$ und der Beschleunigungsspannung $V_{\text{acc}} = V_c \cos(\phi_s)$. Sie ergibt sich durch die Vektoraddition der Generatorspannung $\tilde{V}_c^+$ und der durch den Strahl induzierten Spannung $\tilde{V}_{\text{eff}}$.

Für die synchrone Phase gilt: $\phi_s > \phi^+$ [63]. Um die Verluste des Strahls in die Fundamentalmode zu kompensieren, die der Beschleunigungsspannung entgegenwirken, muss die Phase der Generatorspannung ϕ^+ um die Differenz $\Delta\phi$ zwischen der eigenen Phase und der synchronen Phase korrigiert werden.

Unter Anwendung der Konvention, die synchrone Phase von der y -Achse aus zu zählen, ergibt sich entsprechend der in Anhang C geschilderten Winkelkonvention, die auch am DESY verwendet wird, für die maximale Effizienz:

$$\eta_{g\max} = \frac{\sin^2(\psi)}{B} \frac{1}{1 - \frac{4B-1}{4B^2} \cos^2(\psi)} \quad (6.23)$$

Im Gegensatz dazu zählt Wilson die Winkel im Vektordiagramm von der x -Achse.

Werden die Gleichungen (6.21) und (6.23) gleichgesetzt so lässt sich die synchrone Phase ψ für $\psi \in [0^\circ, 90^\circ]$ aus dem BLEF und der Phase ϕ^+ berechnen:

$$\psi = \arccos \left(\sqrt{\frac{\cos^2(\phi^+) \left(1 - \frac{4B-1}{4B^2}\right)}{1 - \cos^2(\phi^+) \cdot \frac{4B-1}{4B^2}}} \right) \quad (6.24)$$

6.3 Einfluss des Beam Loading Enhancement Faktors auf die Effizienz

Um den Zusammenhang zwischen dem BLEF B und der maximalen Effizienz $\eta_{g\max}$ zu veranschaulichen, ist in Abbildung 6.3 die Abhängigkeit zwischen diesen Faktoren bei einer angenommenen synchronen Phase ϕ_s von $55,8^\circ$ dargestellt [51].

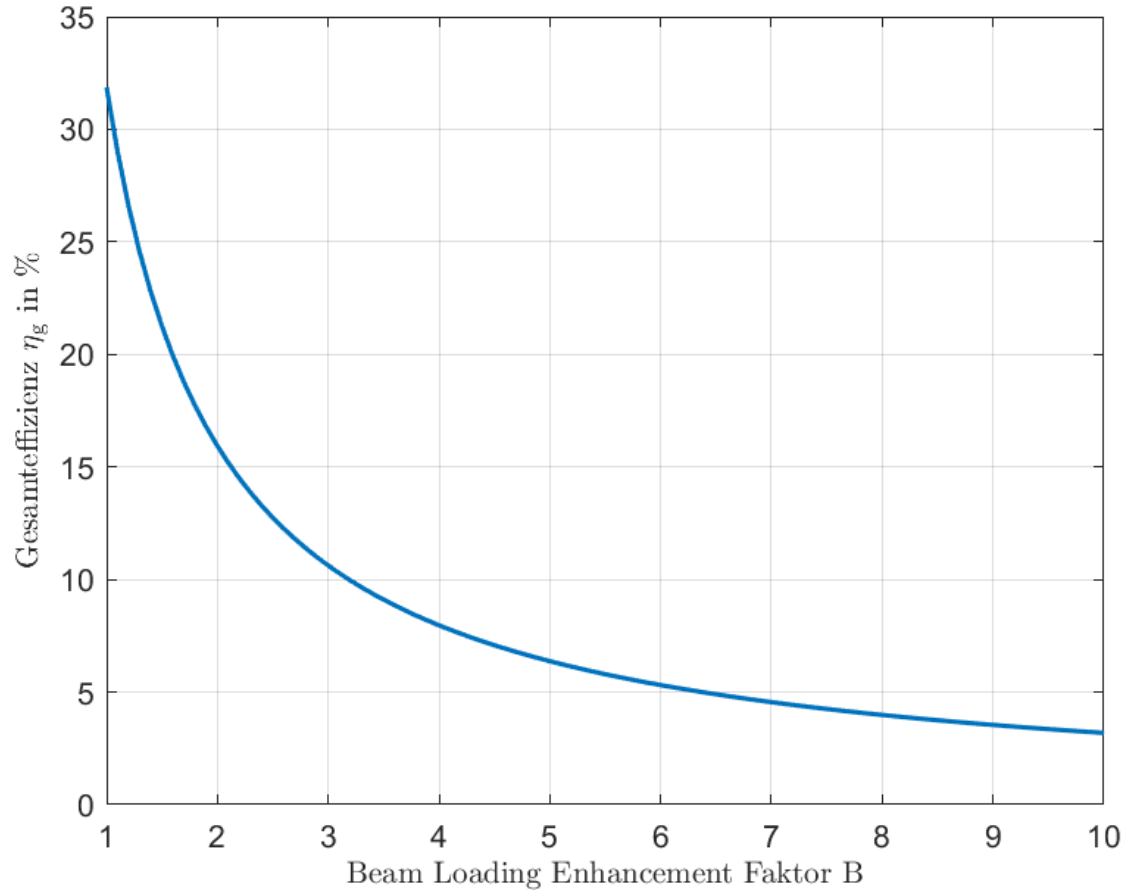


Abbildung 6.3: Abhängigkeit der maximalen Effizienz $\eta_{g\max}$ vom BLEF B bei einer synchronen Phase ϕ_s von $55,8^\circ$. Der Definitionsbereich der Effizienzfunktion liegt im Intervall $[1, \infty)$.

Gleichung (5.6) zeigt, dass der BLEF theoretisch nicht kleiner als 1 sein kann. Der Minimalwert $B = 1$ bedeutet, dass der gesamte Energieverlust des Bunches in der Kavität ausschließlich auf die Fundamentalmode entfällt. Daher wird in Abbildung 6.3 nur der

Bereich $B \geq 1$ betrachtet. Die maximale Effizienz $\eta_{g \max} = 32\%$ tritt bei $B = 1$ auf und nimmt für größere B -Werte näherungsweise exponentiell ab.

Im nächsten Kapitel wird untersucht, wie die Geometrie einer Kavität deren Effizienz beeinflusst und welche Designrichtlinien daraus abgeleitet werden können. Diese Analyse bildet die Grundlage für das Verständnis der Prinzipien, die das Design der Kavitätenkandidaten bestimmen, und ermöglicht deren gezielte Einordnung.

6.4 Betrachtung der Kavitäteneffizienz nach Palmer

Basierend auf Palmers BLEF wird im Folgenden die Effizienz bei einer Bunchdurchquerung betrachtet, wobei exemplarisch der Brightness-Modus von PETRA IV als Grundlage der Effizienzberechnung verwendet wird. Die Ergebnisse sollen als Vergleichswert für die in Kapitel 4 (Detuning) und später im Durchführungsteil in Kapitel 9 und 11 berechneten Effizienzen dienen.

Im Brightness-Modus gewinnt der Bunch eine Energie von

$$\begin{aligned}\Delta U_g &= V_c \cdot \sin(\psi) \cdot q_{\text{BM}} \\ &= 333,3 \text{ kV} \cdot \sin(34,2^\circ) \cdot 0,961 \text{ nC} \\ &= 180,04 \text{ }\mu\text{J}.\end{aligned}\tag{6.25}$$

Vor dem Durchflug des Bunches ist in der Kavität folgende Energie gespeichert:

$$\begin{aligned}W_0^+ &= \frac{P_v Q_0}{\omega_0} \\ &= \frac{16,3 \text{ kW} \cdot 29600}{2\pi \cdot 500 \text{ MHz}} \\ &= 153,5782 \text{ mJ}\end{aligned}\tag{6.26}$$

Der Bunch induziert beim Durchqueren der Kavität eine Gesamtspannung von

$$\begin{aligned}V_{b,0} &= k_0 q_{\text{BM}} \\ &= \frac{2\pi \cdot 500 \text{ MHz}}{2} \cdot \frac{3,4 \text{ M}\Omega}{29600} \cdot 0,961 \text{ nC} \\ &= 173 \text{ V}.\end{aligned}\tag{6.27}$$

Der Bunch ‚sieht‘ von dieser Spannung nur die Hälfte, sodass aus Gleichung (6.8a) folgt:

$$\begin{aligned}\Delta U_0 &= \frac{1}{2} \cdot V_{b,0} \cdot q_{BM} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 173 \text{ V} \cdot 0,961 \text{ nC} \\ &= 83 \text{ nJ}\end{aligned}\tag{6.28}$$

Nach der Durchquerung des Bunches hat sich die Spannung in der Kavität um $V_{b,0} = 173 \text{ V}$ verringert. Das Verhältnis der Energie in der Kavität vor der Bunchdurchquerung zur Energie nach der Bunchdurchquerung ergibt sich unter Berücksichtigung der Proportionalität zwischen der Energie und der Spannung wie folgt:

$$\frac{W_0^+}{W_0^-} = \frac{V_c^2}{(V_c - V_{b,0})^2}\tag{6.29}$$

Daraus folgt für W_0^- :

$$\begin{aligned}W_0^- &= W_0^+ \frac{(V_c - V_{b,0})^2}{V_c^2} \\ &= 153,5782 \text{ mJ} \cdot \frac{(333,3 \text{ kV} - 173 \text{ V})^2}{(333,3 \text{ kV})^2} \\ &= 153,4188 \text{ mJ}\end{aligned}\tag{6.30}$$

Daraus ergibt sich ein Delta von

$$W_0^+ - W_0^- = 153,5782 \text{ mJ} - 153,4188 \text{ mJ} = 159,4 \text{ } \mu\text{J}.\tag{6.31}$$

Mit der Beamloading-Spannung plus dem Energiegewinn des Bunches $\Delta U_g = 180,04 \text{ } \mu\text{J}$ ergibt sich eine Änderung der Energie in der Kavität um

$$\Delta U_g + (W_0^+ - W_0^-) = 180,04 \text{ } \mu\text{J} + 159,34 \text{ } \mu\text{J} = 339,38 \text{ } \mu\text{J}.\tag{6.32}$$

Ohne HOM-Verluste ergäbe sich damit eine Effizienz von

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{\Delta U_g}{339,38 \mu\text{J}} \cdot 100 \% \\
 &= \frac{180,04 \mu\text{J}}{339,38 \mu\text{J}} \cdot 100 \% \\
 &= 53,04 \%.
 \end{aligned} \tag{6.33}$$

Hier wird also die Effizienz des Falls ohne Kavitäten-Detuning berechnet, da das Detuning in Palmers-Modell nicht berücksichtigt werden kann.

Für die Effizienz unter Berücksichtigung der HOM-Verluste gilt mit $B \approx 5$

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{\text{HOM}} &= (B - 1) \Delta U_0 \\
 &= 4 \cdot 83 \text{ nJ} \\
 &= 332 \text{ nJ}.
 \end{aligned} \tag{6.34}$$

Daraus folgt zusammen mit (6.25) und (6.32) endgültig:

$$\begin{aligned}
 \eta_g &= \frac{U_g}{\Delta U_g + (W_0^+ - W_0^-) + \Delta U_{\text{HOM}}} \\
 &= \frac{180,04 \mu\text{J}}{339,38 \mu\text{J} + 332 \text{ nJ}} \\
 &= 52,99 \%
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

Dies entspricht einer vergleichsweise geringen Beeinflussung der Effizienz bei zusätzlicher Berücksichtigung der HOM-Verluste für den Fall einer singulären Bunchdurchquerung.

7 Charakterisierung effizienter Kavitätengeometrien

In diesem Kapitel steht basierend auf den bisher gewonnenen Erkenntnissen die Charakterisierung einer effizienten Kavitätengeometrie im Fokus. Zunächst wird untersucht, inwieweit sich aus der in Kapitel 5 erläuterten Gleichung zur Berechnung der Bunchenergieverluste in einer Kavität praktisch anwendbare Designrichtlinien ableiten lassen. Die Analyse zeigt, dass eine signifikante Beeinflussung der Bunchenergieverluste durch Designmodifikationen nicht realisierbar ist.

Anschließend werden Design-Einflussfaktoren auf die Effizienz am Beispiel einer pillbox-förmigen Kavität mithilfe analytischer Betrachtungen hergeleitet. Daraufhin werden zwei aus der Literatur bekannte Optimierungsansätze für die Pillbox-Kavität vorgestellt, deren Designansätze sich direkt aus den zuvor durchgeführten analytischen Betrachtungen ableiten beziehungsweise anhand dieser nachvollziehen lassen.

7.1 Implikationen der Palmerschen Gleichung

Die Palmersche Gleichung zur Berechnung der Gesamtenergieverluste eines Bunches lautet:

$$\Delta U_t = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{\frac{L}{2d}} \quad (7.1)$$

Wie in Abschnitt 5.2 analysiert wurde, impliziert diese Gleichung, dass eine Minimierung der Kavitätenlänge zur Reduktion der Bunchenergieverluste führt. Nachfolgend wird anhand von Beispielen erörtert, welche spezifische Länge der Kavitätengeometrie für die Berechnung dieser Verluste relevant ist und warum.

Abbildung 7.1 illustriert zwei Kavitätengeometrien: eine einfache Pillbox-Kavität (links) und eine modifizierte Geometrie (rechts), bei der die Lücke zwischen den Strahlrohren (Gap) g entlang der Strahlachse verringert wurde, während die Gesamtlänge der Kavität L konstant bleibt.

Die Pillbox-Kavität repräsentiert den einfachsten Betrachtungsfall, bei dem die Gesamtlänge für die Berechnung des Gesamtenergieverlustes der anzunehmenden Länge entspricht. Diese Konfiguration impliziert jedoch eine suboptimale Effizienz, da der Bunch bei der Passage entlang der gesamten Länge L Energieverluste erleidet.

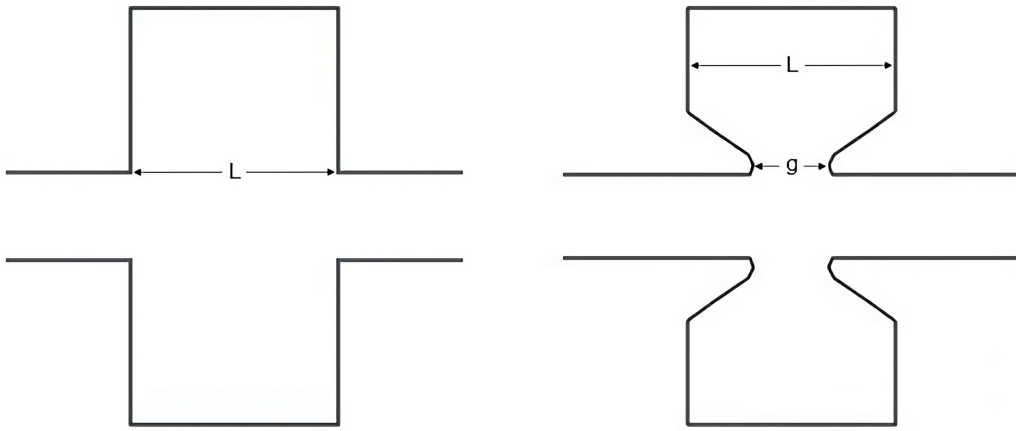


Abbildung 7.1: Effektive Länge L der Kavität für die Berechnung des Bunchenergieverlusts: Pillbox-Kavität (links), modifizierte Kavitätengeometrie (rechts).

Bei der modifizierten Geometrie ist die Länge des Gaps reduziert. Entgegen intuitiven Erwartungen bleiben die Bunch-Energieverluste von dieser Geometrieänderung für den in der Praxis meist eintretenden Fall kleiner Verringerungen der Länge $g \lesssim L$ relativ unbeeinflusst.

Gründe dafür sind zum einen die ultrarelativistische Geschwindigkeit der Teilchen, die dazu führt, dass die transversale Ausbreitung des Feldes über kurze Distanzen entlang der Strahlachse gering bleibt. Zum anderen werden die Energieverluste, die durch Felddiffraktion in die Kavität entstehen, nicht wesentlich durch die Länge der Kavität beeinflusst, da diese Effekte noch bis in das Strahlrohr hinein wirken. Die Verwendung der Gaplänge anstelle der Kavitätenlänge führt zu einer Unterschätzung der Bunchenergieverluste.

Diese exemplarische Untersuchung der Gesamtenergieverluste des Bunches führt zu der Schlussfolgerung, dass eine Reduktion des Bunchenergieverlusts ausschließlich durch eine Verkürzung der Gesamtlänge, nicht aber durch eine Verkürzung der Gaplänge erreicht werden kann. Da die Länge einer effizienten Kavität entsprechend Gleichung (A.3) durch die Wellenlänge determiniert wird, kann der Energieverlust des Bunches in der Kavität praktisch nicht durch die Minimierung der Länge beeinflusst werden, ohne die Beschleunigungseffizienz signifikant zu verschlechtern.

Zusätzlich zur Länge wird nachfolgend der Einfluss des Strahlrohrradius auf den Energieverlust der Bunche betrachtet. Auf den ersten Blick könnte Gleichung (5.12) nahelegen, dass eine Vergrößerung des Strahlrohrradius den Energieverlust reduziert. Eine genauere Betrachtung zeigt jedoch die Einschränkungen dieser Annahme:

Die Vergrößerung des Strahlrohrradius senkt die charakteristische Grenzfrequenz des Strahlrohrs. Dies führt dazu, dass das elektrische Feld der Fundamentalmode weniger stark im Strahlrohr gedämpft wird. Infolgedessen dringt diese tiefer in das Strahlrohr ein, sodass die Wechselwirkungsfläche des elektrischen Feldes zunimmt, was zu einer Erhöhung der ohmschen Verluste führt. Die dadurch bedingte Abnahme der Shuntimpedanz resultiert in einem Effizienzverlust, der den potenziellen Gewinn durch die Reduktion der Energieverluste der Bunche übersteigt.

Die Dimensionierung des Strahlrohrradius erfordert folglich einen Kompromiss zwischen zwei gegenläufigen Effekten: der Minimierung der Bunchenergieverluste einerseits und der Maximierung der Shuntimpedanz der Fundamentalmode andererseits. Diese physikalische Limitierung impliziert, dass der Energieverlust der Bunche in der Kavität durch geometrische Optimierung nicht verhindert werden kann.

Diese Erkenntnis definiert die physikalischen Grenzen der maximal erreichbaren Kavitäteneffizienz und unterstreicht die Notwendigkeit, die Optimierungsstrategie auf die charakteristischen Kavitätenparameter – Shuntimpedanz und Güte – auszurichten.

7.2 Analyse etablierter Einflussfaktoren auf die Kavitäteneffizienz

Die Analyse einer effizienten Kavitätengeometrie beginnt mit der Betrachtung der Gesamteffizienz, die in der Einleitung dieser Arbeit eingeführt wurde. Die fundamentale Gleichung lautet:

$$\eta_g = \frac{U_g}{W_0^+} \quad (7.2)$$

Hierbei repräsentiert U_g die auf den Bunch übertragene Energie und W_0^+ die in der Kavität gespeicherte Energie vor der Bunchdurchquerung.

Die auf den Bunch übertragene Gesamtenergie setzt sich zusammen aus dem Gewinn an kinetischer Teilchenenergie, reduziert um die Verluste in die Fundamentalmode und in HOMs. Die kinetische Energieübertragung auf einen Bunch lässt sich, gemäß Gleichung (A.23), folgendermaßen quantifizieren:

$$\Delta U_{\text{kin}} = qV_{\text{acc,eff}} \quad (7.3)$$

Dabei bezeichnet q die Bunchladung und $V_{\text{acc,eff}}$ die effektive Beschleunigungsspannung. Letztere berechnet sich gemäß folgender Gleichung:

$$V_{\text{acc,eff}} = \int_{-\infty}^{+\infty} E_z(z, r) dz \quad (7.4)$$

Dabei bezeichnet $E_z(z, r)$ die longitudinale Komponente des elektrischen Feldes.

Aus Gleichung (7.3) folgt unmittelbar, dass die Maximierung der Beschleunigungsspannung einen zentralen Aspekt für ein effizientes Kavitätendesign darstellt.

Neben dem Gewinn an kinetischer Energie durch die Beschleunigungsspannung V_{acc} müssen auch die Verluste in den Kavitätenwänden P_v sowie die in der Kavität gespeicherte Energie berücksichtigt werden. Diese Faktoren beeinflussen die Effizienz, die wiederum durch die Optimierungsparameter Shuntimpedanz und Güte beschrieben wird.

Im Folgenden werden daher die Beschleunigungsspannung, die Wandverluste, die in der Kavität gespeicherte Energie sowie weitere Effekte, die die Effizienz beeinflussen, analysiert.

7.2.1 Beschleunigungsspannung

Die effektive Beschleunigungsspannung einer Pillbox-Kavität, die in der TM_{010} -Mode betrieben wird, lässt sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$V_{\text{acc,eff}} = E_0 L T = V_{\text{acc}} T \quad (7.5)$$

T ist der Transitzeitfaktor (TTF), der sich für eine Pillbox-Kavität entsprechend Gleichung (7.6) berechnen lässt.

$$T = \frac{\sin\left(\frac{\omega L}{2v}\right)}{\frac{\omega L}{2v}} \quad (7.6)$$

Der TTF berücksichtigt die $\cos(\omega t)$ -Zeitabhängigkeit des elektrischen Feldes entlang der z -Achse während der Passage eines Bunches durch die Kavität. Diese Zeitabhängigkeit führt dazu, dass das elektrische Feld über die Transitzeit des Teilchens nicht konstant bleibt, wodurch die effektive Beschleunigungsspannung gegenüber der nominalen Beschleunigungsspannung V_{acc} reduziert wird. Der TTF quantifiziert diese Reduktion und folgt dem Verlauf der Sinusintegralfunktion (Si-Funktion), die die Integration der Zeitabhängigkeit über die Länge der Kavität beschreibt. Die Definition und der Verlauf der Si-Funktion werden in Anhang B näher erläutert.

Die Energieübertragung auf den Teilchenbunch in der TM_{010} -Mode kann durch eine Maximierung des TTF gesteigert werden. Unter der Annahme ultrarelativistischer Teilchen ($v \approx c$) ergibt sich hierfür:

$$\max T = \max \frac{\sin\left(\frac{\omega L}{2c}\right)}{\frac{\omega L}{2c}} = \max \text{Si}\left(\frac{\omega L}{2c}\right) \quad (7.7)$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass $2c$ eine Konstante ist, kann dies vereinfacht werden zu:

$$\max T = \max \text{Si}(\omega L) \quad (7.8)$$

Die Analyse der Si-Funktion zeigt, dass der maximale Wert von 1 erreicht wird, wenn das Argument gegen Null strebt:

$$\lim_{\omega L \rightarrow 0} \frac{\sin(\omega L)}{\omega L} = 1 \quad (7.9)$$

Aus dieser Beziehung folgt, dass das Produkt aus der Kreisfrequenz ω und der Kavitätenlänge L klein gehalten werden muss, um eine maximale Energieübertragung zu erreichen.

Bei einer vorgegebenen Frequenz von $f_{010} = 500 \text{ MHz}$ ($\omega_0 = 2\pi f_{010}$) und unter Berücksichtigung der Bedingung, dass $L = \lambda/2$ gelten muss, ist eine Maximierung des TTF für eine einfache Pillbox-Kavität nicht möglich. Für eine modifizierte Pillbox-Kavität, wie sie in Abbildung 7.1 gezeigt wird, sehen die Teilchen effektiv eine kürzere Wegstrecke, weshalb die für die Berechnung einzusetzende Länge der Gaplänge entspricht. Dadurch kann der TTF maximiert werden, ohne die Randbedingungen zu verletzen. Die minimale Größe der Gaplänge wird durch die Vakuumdurchschlagsfestigkeit innerhalb der Kavität begrenzt, die mithilfe des Kilpatrick-Kriteriums berechnet werden kann, das später in diesem Kapitel näher erläutert wird [7].

7.2.2 Wandverluste

Die Effizienz einer Kavität wird maßgeblich durch Wandverluste beeinflusst, die durch das H-Feld entlang der Kavitätenwände verursacht werden. Diese Verluste lassen sich durch die folgende Gleichung quantifizieren:

$$P_v = \frac{R_{\text{ob}}}{2} \int_{\text{Wände}} \mathbf{H}_{\text{Wand}}^2 dA \quad (7.10)$$

Dabei ist R_{ob} der Oberflächenwiderstand und definiert als:

$$R_{\text{ob}} = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (7.11)$$

Hierbei bezeichnen σ die elektrische Leitfähigkeit, δ die Eindringtiefe, ω die Kreisfrequenz der betrachteten Mode und μ_0 die magnetische Feldkonstante des Vakuums.

Zur Minimierung der Wandverluste bieten sich zwei primäre Ansatzpunkte: die Reduzierung von R_{ob} und die Minimierung des Integrals über $\mathbf{H}_{\text{Wand}}^2$. Die Minimierung von R_{ob} erfolgt durch die Maximierung der Wandleitfähigkeit σ , was oft zur Wahl von Kupfer als Wandmaterial führt. Zudem erklärt die starke Temperaturabhängigkeit des Oberflächenwiderstands das Interesse an supraleitenden Kavitäten.

Es ist jedoch anzumerken, dass supraleitende Kavitäten nicht per se effizienter oder leistungsfähiger als normalleitende sind. In spezifischen Anwendungsbereichen können normalleitende Resonatoren sowohl eine höhere Effizienz als auch größere Feldgradienten erreichen [14].

Die Minimierung des Flächenintegrals über $\mathbf{H}_{\text{Wand}}^2$ erfordert eine Analyse der Feldverteilung in der Kavität. Für eine zylindrische Pillbox-Kavität, die zur Teilchenbeschleunigung eine TM_{010} -Mode verwendet, tritt die höchste Magnetfeldstärke entlang der zylindrischen Seitenfläche auf. In diesem Bereich ist das Magnetfeld der Mode maximal und parallel zur Oberfläche gerichtet. Nach dem Ampèreschen Gesetz führt ein sich änderndes Magnetfeld zur Induktion von Strömen in den Kavitätenwänden. Diese Ströme verursachen Verluste, da der Wandwiderstand die Feldenergie in Wärme umwandelt. Zur Maximierung der Effizienz muss die Magnetfeldstärke an den zylindrischen Wandflächen minimiert werden. Eine Herleitung der Berechnungsformel für die Wandverluste P_v ist in Anhang D zu finden.

Bei der Geometrieoptimierung durch Verringerung der Oberfläche ist zu beachten, dass das Volumen der Kavität konstant bleiben muss. Eine Volumenreduktion würde zu einer geringeren Speicherkapazität des elektromagnetischen Feldes führen, was die Effizienz beeinträchtigen würde. Daraus ergibt sich die Designrichtlinie, das Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnis zu minimieren, um die Kavitäts-effizienz zu maximieren.

Durch eine gezielte Formgebung zur Optimierung der Feldverteilung lässt sich das Magnetfeld an den Wandflächen ($\mathbf{H}_{\text{Wand}}$) in kritischen Bereichen minimieren. Eine solche Minimierung lässt sich durch sphärische Geometrien erreichen, da diese das kleinste Verhältnis zwischen Oberfläche und Volumen aufweisen.

Die Wandströme können durch gezielte geometrische Formgebungen minimiert werden. Dies lässt sich insbesondere durch sphärische Geometrien erreichen, da diese das güns-

tigste Verhältnis zwischen Oberfläche und Volumen aufweisen. Eine Betrachtung einer sphärischen Kavitätengeometrie erfolgt in Unterabschnitt 7.2.6.

7.2.3 Abgerundete Geometrie

Die Abrundung von Kavitätenkanten reduziert die Wandverluste durch mehrere physikalische Mechanismen.

Der wesentliche Effekt betrifft die Reduktion lokaler Feldüberhöhungen, die an scharfen Kanten auftreten und zu Vakuumdurchschlägen (Arc) führen können. Die kritische Feldstärke für solche Durchschläge wird durch die Kilpatrick-Grenze [28] beschrieben. Diese im Jahr 1957 belegte empirische Beziehung quantifiziert den Zusammenhang zwischen Feldfrequenz und maximal zulässiger Feldamplitude:

$$f \text{ [MHz]} = 1,64 \cdot E_k^2 e^{\frac{-8,5}{E_k}} \quad (7.12)$$

Dabei wird die elektrische Feldstärke E_k in $[\text{MV m}^{-1}]$ angegeben. Die derzeit verfügbare Vakuumtechnologie und die Qualität der Oberflächen ermöglichen es, diese Grenze zu überschreiten. Der Faktor, der die ursprüngliche empirische Beziehung relativiert, liegt typischerweise zwischen dem 1- und dem 2-Fachen der ursprünglichen Werte, wobei keine Durchschläge auftreten [14].

Die Abrundung führt zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Oberflächenströme und verringert somit lokale Stromdichte-Maxima. Diese Optimierung resultiert in einer Erhöhung des Gütefaktors und einer Verbesserung der Gesamteffizienz. Sie ergänzt die zuvor beschriebenen Methoden zur Effizienzsteigerung der Kavitäten.

Die vorgestellten Optimierungsstrategien manifestieren sich in den Geometrievariationen der Abbildung 7.2. Vor der Analyse dieser Optimierungsstufen erfolgt zunächst die Betrachtung des Verhältnisses von Shuntimpedanz zu Güte, das als etabliertes Effizienzmaß für den Vergleich von Kavitäten dient.

7.2.4 Shuntimpedanz über Güte

Das Effizienzverhalten einer Kavität wird konventionell durch die Parameter ‚Shuntimpedanz‘ und ‚Güte‘ charakterisiert. Diese korrelieren direkt mit den fundamentalen Größen ‚Wandverluste‘, ‚Beschleunigungsspannung‘ und ‚gespeicherte Energie‘.

Die Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$ quantifiziert die Beschleunigungseffizienz, normiert auf die Verlustleistung:

$$R_{s,\text{eff}} = \frac{|V_{\text{acc,eff}}|^2}{2P_v} \quad (7.13)$$

Die Güte Q_0 beschreibt die Fähigkeit der Kavität, die gespeicherte Energie zu erhalten:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_v} \quad (7.14)$$

Das Verhältnis beider Größen (R/Q) stellt einen materialunabhängigen Effizienzindikator dar:

$$\frac{R}{Q} = \frac{R_{s,\text{eff}}}{2P_v} \frac{1}{Q_0} = \frac{|V_{\text{acc}}|^2 T^2}{2\omega_0 W} \quad (7.15)$$

Der R/Q -Faktor hängt ausschließlich von der Geometrie der Kavität und der Frequenz der Beschleunigungsmoden ab. Mithilfe der Thomson-Formel [14]

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{ind}} C}} \quad (7.16)$$

lässt sich R/Q alternativ darstellen, was zu folgender Beziehung führt:

$$\frac{R_s}{Q_0} = \sqrt{\frac{L_{\text{ind}}}{C}}. \quad (7.17)$$

Dieser Zusammenhang impliziert, dass eine effiziente Kavität eine möglichst hohe Induktivität und eine möglichst niedrige Kapazität aufweist. Dieser Zusammenhang soll im Folgenden näher erläutert werden.

7.2.5 Einfluss von Induktivität und Kapazität

Die im vorherigen Abschnitt hergeleitete Beziehung $R/Q = \sqrt{L_{\text{ind}}/C}$ bietet einen Ansatzpunkt für die geometrische Optimierung von Kavitäten. Dieser Zusammenhang lässt sich anschaulich anhand des Energiesatzes eines Resonators erläutern.

Der Energieinhalt der Kavität wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$W = \frac{1}{4}L_{\text{ind}}I^2 + \frac{1}{4}CV^2, \quad (7.18)$$

Dabei bezeichnen L_{ind} die Induktivität, C die Kapazität, I den Strom und V die Spannung. In einem Resonator wird die gespeicherte Energie während jeder Schwingungsperiode zyklisch zwischen elektrischen und magnetischen Feldern umgewandelt. Dabei oszilliert die Energie zwischen den beiden Feldformen.

Die Induktivität L_{ind} einer Kavität beschreibt ihre Fähigkeit, magnetische Energie zu speichern. Die Kapazität C einer Kavität bestimmt die Verteilung des elektrischen Feldes, wobei die effektiv nutzbare Kapazität das E-Feld entlang der Strahlachse konzentriert und zur Teilchenbeschleunigung beiträgt. Nicht nutzbare kapazitive Anteile erzeugen hingegen parasitäre elektrische Felder, die ausschließlich zu den Energieverlusten, nicht aber zur Teilchenbeschleunigung beitragen.

Eine optimale Kavität vereint eine hohe Induktivität L_{ind} und eine Kapazität, die ausschließlich eine Fokussierung des E-Feldes entlang der Strahlachse bewirkt. Aus der Beziehung $R/Q = \sqrt{L_{\text{ind}}/C}$ ergibt sich, dass ein hohes Verhältnis von Induktivität zu Kapazität für eine hohe Beschleunigungseffizienz entscheidend ist. Die Induktivität einer Kavitätengeometrie lässt sich aus der räumlichen Verteilung des Magnetfelds bestimmen [14]:

$$L_{\text{ind}} = \frac{\psi_{\text{el}}}{I} = \frac{\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}}{\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}} \quad (7.19)$$

Die Kapazität hingegen wird durch die elektrische Feldverteilung bestimmt [14]:

$$C = \frac{Q_{\text{el}}}{V} = \frac{\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}} \quad (7.20)$$

Hierbei bezeichnen $\mathbf{D}$ die elektrische Flussdichte, ψ_{el} den elektrischen Fluss und Q_{el} die elektrische Ladung.

Diese Beziehungen zeigen, dass eine gezielte Konzentration des Magnetfeldes bei gleichzeitiger Minimierung parasitärer kapazitiver Effekte vorteilhaft ist. Geometrische Anpassungen wie Nosecones (siehe Abbildung 7.2, Mitte und rechts) erhöhen die magnetische Feldkonzentration und steigern dadurch die Induktivität. Gemäß der Beziehung R/Q verbessert sich dadurch das Verhältnis von Shuntimpedanz und Güte der Kavität. Gleichzeitig wird der Transitzeitfaktor maximiert, was zwei wesentliche Vorteile für die Effizienz von Beschleunigungskavitäten bietet.

Im nächsten Abschnitt werden zunächst etablierte Geometrien vorgestellt, die den aktuellen Stand der Technik im Kavitäten-Design repräsentieren und aus der Berücksichtigung der zuvor diskutierten Kavitätenoptimierungen resultieren. Die Bedeutung einer ganzheitlichen Berücksichtigung der Kavitätenparameter bei der Optimierung der Kavitätengeometrie wird anschließend anhand eines expliziten Beispiels erläutert.

7.2.6 Resultierende Kavitäten-Optimierungsstufen

Basierend auf den zuvor diskutierten elektromagnetischen Prinzipien wurden verschiedene Geometrieoptimierungen entwickelt. Abbildung 7.2 zeigt drei charakteristische Entwicklungsstufen einer Pillbox-Kavität, die unterschiedliche Optimierungsansätze repräsentieren.

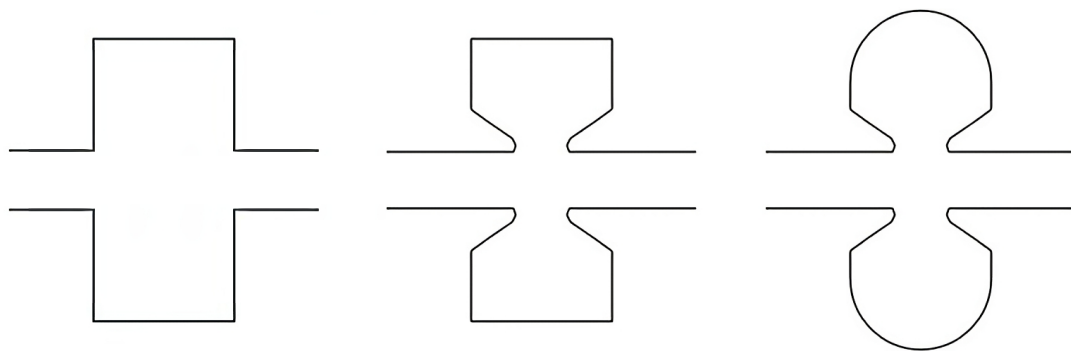


Abbildung 7.2: Geometrieoptimierungen einer Pillbox-Kavität: Grundmodell (links), zylindrische Form (Mitte), sphärische Form (rechts).

Die linke Darstellung zeigt eine unmodifizierte Pillbox-Kavität als Ausgangspunkt für weitere Optimierungen. Ihre Geometrie ermöglicht eine analytische Behandlung, weist jedoch Limitationen hinsichtlich der Feldverteilung und der Effizienz auf.

Die mittlere Ansicht präsentiert eine Optimierung durch Integration einer Nosecone-Struktur bei Beibehaltung der zylindrischen Grundform, im Englischen als CS-Kavität (Cylindrical Shaped) bezeichnet. Die Nosecones, auch als Gapnasen bekannt, bewirken eine Konzentration des elektrischen Feldes entlang der Strahlachse, tragen zur Maximierung des TTFs bei und ermöglichen eine Minimierung der Kavitätenoberfläche.

Die rechte Darstellung zeigt eine weiterführende Optimierung, bei der die zylindrische Form durch eine sphärische Geometrie ersetzt wurde, die im Englischen als SS-Kavität (Spherical Shaped) bezeichnet wird. Diese Geometrie ermöglicht eine weitere Reduktion der Wandverluste durch Minimierung der Oberflächenströme und verbessert die mechanische Stabilität.

Beiden modifizierten Kavitätentypen ist gemeinsam, dass sie abgerundete Kanten verwenden, um die Wandverluste zu minimieren und die Güte zu maximieren. Die Abrundung verringert lokale Feldüberhöhungen und reduziert somit das Risiko von Arcs.

Diese Optimierungen führen zu einer Reduktion der Wandverluste und einer Steigerung der Kavitäteneffizienz. Die quantitative Verbesserung resultiert in einer Shuntimpedanz, die typischerweise gegenüber der Pillbox-Geometrie um 15 % bis 30 % für CS-Kavitäten und bis zu 50 % für SS-Kavitäten erhöht ist [59].

Im Folgenden wird eine Kavitätengeometrie analysiert, die exemplarisch für eine potenziell kontraproduktive Geometriemodifikation steht.

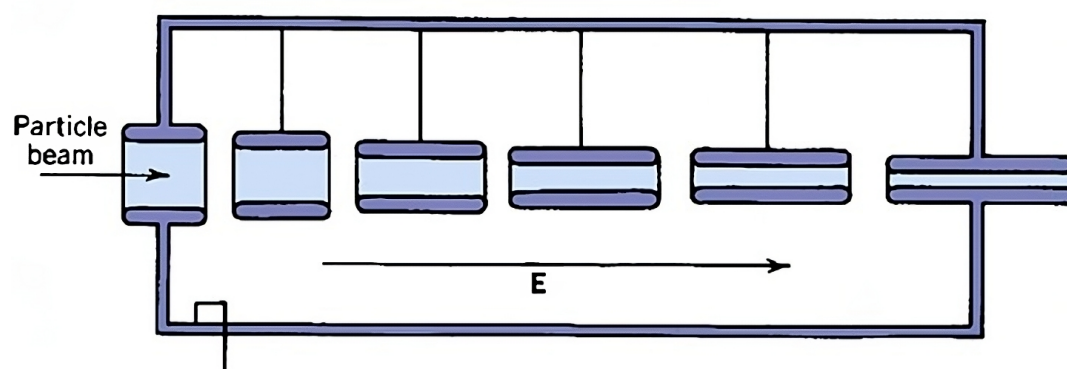


Abbildung 7.3: Einsatz von Drift-Tubes in einer Kavität [23].

Die betrachtete Kavität entspricht einem TM_{010} -Resonator und ist mit sogenannten Drift-Tubes ausgestattet, wie in Abbildung 7.3 dargestellt.

Der betrachtete Resonator folgt dem Konzept eines Alvarez-Resonators, der für Teilchen mit niedrigen Energien ausgelegt ist. Die Länge der Drift-Tubes entspricht einer halben Schwingungsperiode und nimmt aufgrund der steigenden Teilchenenergien in Strahlrichtung zu. Da die Kavität länger als $\lambda/2$ ist, durchläuft die TM_{010} -Mode mehrere Phasenwechsel, was dazu führt, dass die Bunche je nach Phasenlage der stehenden Welle teilweise beschleunigt und teilweise gebremst werden würden. Durch die Drift-Tubes wird allerdings das bremsende E-Feld abgeschirmt, sodass die Teilchen ausschließlich beschleunigt werden.

Die Drift-Tubes erhöhen jedoch die parasitäre Kapazität der Kavität, was zu einer Zunahme der Energieverluste führt, da die gespeicherte Energie auf einer größeren Oberfläche verteilt wird. Darüber hinaus bleibt ein erheblicher Anteil der im Magnetfeld gespeicherten Energie ungenutzt, wodurch die Effizienz der Kavität verringert wird.

Im nächsten Kapitel werden die Kavitätenkandidaten vorgestellt und ihre Funktionsweise im Hinblick auf die Behandlung von HOMs erläutert. Dies dient dazu, die zugrunde liegenden Ansätze nachvollziehbar darzulegen. Diese Erkenntnisse unterstützen das Verständnis der nachfolgenden Untersuchungen aller drei analysierten Kavitätenkandidaten.

8 Charakterisierung der analysierten Kavitätentypen

Dieses Kapitel bietet eine Übersicht und eine Analyse von drei Kavitätenstrukturen, die als Grundlage für das Verständnis der in den Kapiteln 9 und 11 behandelten Kavitäten dienen. Die Pillbox-Kavität, die in Anhang E analytischen, numerischen und experimentellen Untersuchungen unterzogen wird, wird vorgestellt. Ihre Vorstellung dient auch der im folgenden Kapitel untersuchten hypothetischen Pillbox-Kavität gleichen Durchmessers und Materials, aber kürzerer Länge. Außerdem wird hier, aufbauend auf den Erläuterungen zur effizienten Kavitätengestaltung aus Kapitel 7, am Beispiel der BESSY- und der Shintake-Kavität ein Einblick in die praktische Umsetzung von HOM-Behandlungsmaßnahmen gegeben.

Im Fokus stehen die Funktionsweise der HOM-Behandlungsmaßnahmen und die zugrunde liegenden Mechanismen dieser Strukturen. Ergänzend wird erläutert, wie diese Strukturen die negativen Auswirkungen auf die Güte und die Shuntimpedanz der Fundamentalmode minimieren, die durch die Integration der HOM-Behandlungsmaßnahmen in die Kavität entstehen.

Darüber hinaus werden die spezifischen Vorteile von Ein-Moden-Kavitäten im Vergleich zu HOM-gedämpften Kavitäten und solchen ohne HOM-Behandlungsmaßnahmen erläutert. Diese vergleichende Analyse ermöglicht ein Verständnis der Funktion und der Effizienz verschiedener Kavitätendesigns.

8.1 Pillbox-Kavität

Die Pillbox-Kavität eignet sich hervorragend als Anschauungsobjekt. Ihre zylindrische Geometrie ermöglicht sowohl analytische als auch experimentelle Untersuchungen – durch

Messungen und Simulationen – zur Quantifizierung der Auswirkungen nicht unterdrückter Wakefelder auf Effizienz und Strahlstabilität.

Die für die experimentellen Untersuchungen in dieser Arbeit verwendete Kavität (Abbildung 8.1) wurde aus Kostengründen und zur Reduzierung des Gewichts aus Aluminium gefertigt, während in realen Anwendungen üblicherweise Kupfer verwendet wird. Im Gegensatz zu einer ‚realen Kavität‘ besitzt das Versuchsmodell weder Strahlrohr-Öffnungen noch Koppler oder Tuner. Stattdessen ist es mit vier Antennen ausgestattet: zwei induktiven an der Oberseite (Port 3 und 4) und zwei kapazitiven an der Stirnseite (Port 1 und 2). Alle Anschlüsse sind als N-Typ-Buchsen ausgeführt. Da die Kavität keine Methode zur Handhabung von HOMs aufweist, wäre ihr Einsatz in einem modernen Elektronenspeicherring nicht denkbar.

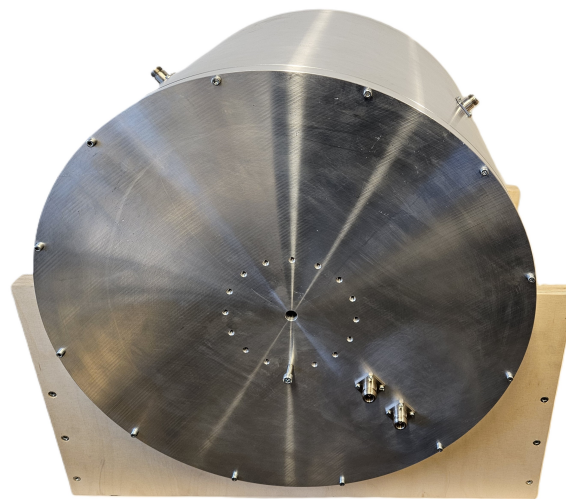


Abbildung 8.1: Aluminium-Pillbox-Kavität mit vier Antennenports (zwei induktive an der Oberseite, zwei kapazitive an der Stirnseite), ohne Strahlrohr-Öffnungen, Koppler, Tuner oder HOM-Dämpfung. Die N-Typ-Buchsen dienen als Anschlüsse für die messtechnische Charakterisierung. Der Innenraum der Kavität hat eine Länge von 366 mm und einen Durchmesser von 460 mm.

Die untersuchte Pillbox-Kavität dient zur Kalibrierung von Störkörpern für Feldmessungen in Kavitäten und besitzt dafür ein 12 mm großes Loch im Zentrum beider Flansche. Die Messmethodik und der Kalibrationsprozess basieren auf der in Anhang A erläuterten Perturbationsmethode, einem häufig eingesetzten Verfahren zur praktischen Modenanalyse.

8.2 BESSY-HOM-gedämpfte Kavität

Die BESSY-Kavität wurde entwickelt, um den steigenden Anforderungen moderner Speicherringe in Bezug auf Stabilität und Effizienz gerecht zu werden. Seit ihrer Einführung hat sie sich dank ihrer funktionalen HOM-Dämpfungstechniken für den Einsatz in Speicherringen bewährt. Die BESSY-Kavität, auch als EU HOM-gedämpfte Kavität bekannt, basiert auf einer optimierten Form der Pillbox-Kavität. Das Design wurde 2001 von F. Marhauser et al. [36] für die dritte Generation von Synchrotronstrahlungsquellen entwickelt und hat sich in verschiedenen Skalierungen für unterschiedliche Frequenzen etabliert, unter anderem in Anlagen wie ALBA (Spanien), ESRF (Frankreich) sowie DELTA und BESSY (Deutschland).

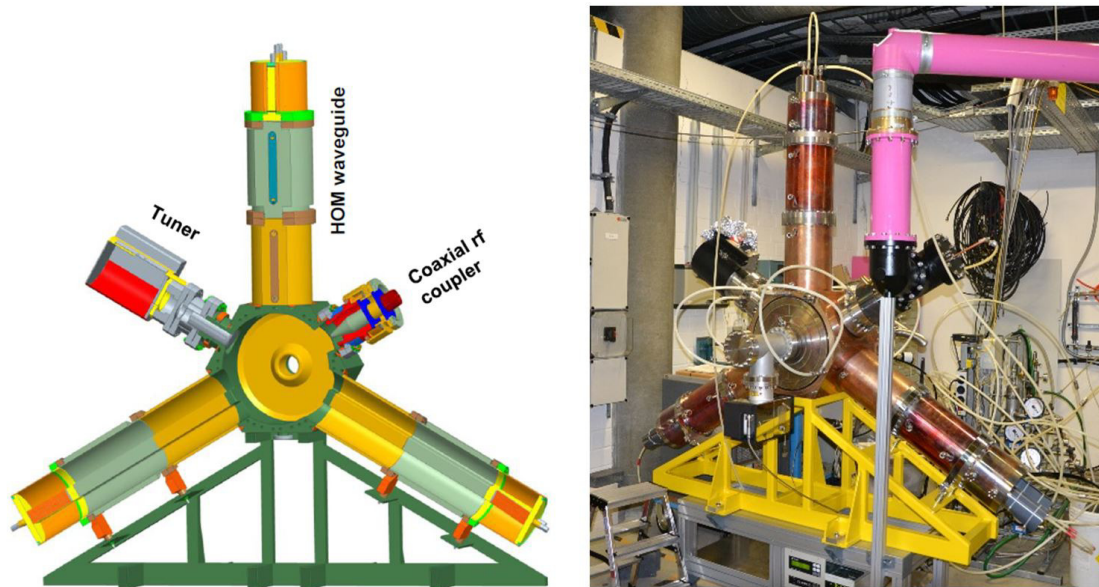


Abbildung 8.2: Darstellung der BESSY-Kavität: Querschnittsmodell (links) und am Teststand (rechts) [51].

Die BESSY-Kavität zeichnet sich durch drei HOM-Dämpfer aus, die in einer 120°-Radialanordnung positioniert sind. Diese Konfiguration ermöglicht eine effiziente Kopplung und Dämpfung von Dipolmoden verschiedener Polarisierung. Zwei der Hohlleiterarme sind longitudinal zum dritten versetzt, um die Kopplung zu TM_{0mn} -Moden mit ungeradem n zu optimieren. Diese Symmetriebrüche führen zu einer Verschiebung der elektrischen

Achse zur mechanischen Achse der Kavität, was die Anregung TM_{110} -artiger Moden verstärkt, wie bereits in Abschnitt 2.3 thematisiert wurde.

Die Grenzfrequenz der HOM-Dämpfer wird so gewählt, dass sie eine ausreichende Separation von der Fundamentalmode gewährleistet und gleichzeitig nahe genug an der ersten als kritisch betrachteten Mode liegt [36].

Die HOM-Dämpfer besitzen eine Geometrie, die mehrere funktionale Konzepte integriert. Die Hohlleiter sind mit einer Rippenstruktur (Ridges) ausgestattet, die die Grenzfrequenz der Hohlleiter verringert, wodurch die Dipolmode TE_{11} bereits bei niedrigeren Frequenzen ausbreitungsfähig wird. Dies ermöglicht die Auskopplung von Dipolmoden bei reduziertem Hohlleiterdurchmesser, wodurch ihr Platzbedarf reduziert wird.

Am Ende des Hohlleiters sind keilförmige Ferritdämpfer aus C48-Material [9] sowie koaxiale Auskopplungen angebracht. Die keilförmige Ferritstruktur reduziert den Reflexionsfaktor und verhindert die Rückkopplung von HOM-Leistung in den Resonanzkörper. Die koaxiale Auskopplung leitet nicht absorbierte Leistung zu einer externen Last ab, die auf die Impedanz angepasst ist, wodurch der Reflexionsfaktor für HOMs minimiert wird. Gegenwärtig ist jedoch ein Prototyp einer modifizierten BESSY-Kavität zu Testzwecken in PETRA IV verbaut, der über keine zusätzliche koaxiale HOM-Auskopplung verfügt. Anhand der Testresultate wird sich zeigen, ob die Ferritdämpfer allein ausreichen, um die erforderliche HOM-Dämpfung zu gewährleisten.

Trotz der niedrigeren Frequenz der Fundamentalmode im Vergleich zur Grenzfrequenz der HOM-Dämpfer tritt aufgrund der hohen Leistung ein Teil der Leistung in die Hohlleiter ein. Um Leistungsverluste zu minimieren, müssen die Hohlleiter eine Mindestlänge aufweisen, die einen Leistungsabfall von 48 dB vor Erreichen der Ferritstruktur und koaxialen Auskopplung gewährleistet.

Die mehrstufige Dämpfungsstrategie, bestehend aus Ferrit-Dämpfern und angepassten Lastwiderständen, gewährleistet eine minimale Beeinflussung des Strahls durch HOMs, was für die Stabilität und die Effizienz des Beschleunigers essenziell ist [60]. Die Kombination aus geometrischer Optimierung und gezielter Energieabsorption macht die BESSY-HOM-Dämpfer zu einem effizienten System zur Kontrolle unerwünschter Moden in der Kavität.

Die HOM-Dämpfung reduziert das von der Kavität beanspruchte Impedanzbudget des Beschleunigers, sodass ein stabiler Betrieb bei Strahlströmen im Bereich von einigen

hundert mA ermöglicht wird. Allerdings führt die Vergrößerung der leitfähigen Kavitätenoberfläche zu einer Verringerung des R/Q -Verhältnisses, was die Gesamteffizienz der Kavität beeinträchtigt.

Die BESSY-Kavität repräsentiert eine spezifische Implementierung des in Abschnitt 7.2 erläuterten Geometrieoptimierungstyps der CS-Kavität. Ihre zylinderförmige Geometrie, visualisiert in Abbildung 7.2, wurde bewusst gewählt, um ein ausgewogenes Gleichgewicht zwischen Effizienz und Stabilität zu erzielen [36].

Im Rahmen einer Untersuchung einer CS- und einer SS-Kavität wurde geprüft, ob sich beide Kavitätenstrukturen mit ihren HOM-Dämpfern Ultra-High-Vakuum (UHV)-dicht konstruieren lassen. Die Analyse zeigte, dass dies ausschließlich für die CS-Kavität realisierbar war. Diese Erkenntnis führte zur Entscheidung gegen die theoretisch effizientere Typ-2-Variante (SS-Kavität).

Die Wahl der CS-Geometrie für die BESSY-Kavität reflektiert daher einen Kompromiss zwischen theoretischer Effizienz und praktischer Anwendbarkeit im Kontext der spezifischen Anforderungen moderner Synchrotronstrahlungsquellen.

Die BESSY-Kavität implementiert zwei wesentliche geometrische Modifikationen, basierend auf den in Kapitel 7 diskutierten Optimierungsstrategien. Konusförmige Einbuchtungen (Nosecones oder Gapnasen) an den Übergängen zwischen Strahlrohr und Resonanzkörper dienen der Feldkonzentration und resultieren in einer effizienteren Teilchenbeschleunigung bei gleichbleibender Gesamtenergie des Systems. Abgerundete Zylinderkanten reduzieren lokale Feldüberhöhungen, verringern den effektiven Widerstand für Oberflächenströme und minimieren somit ohmsche Verluste sowie das Risiko von Arcs.

Die Synergie dieser Optimierungsschritte führt zu einer Verbesserung der Gesamteffizienz der BESSY-Kavität im Vergleich zur ursprünglichen Pillbox-Geometrie. Dies resultiert in einem signifikant erhöhten Gütefaktor und einer gesteigerten Shuntimpedanz.

Diese Optimierungen demonstrieren die praktische Umsetzung und die Wirksamkeit der in Kapitel 7 theoretisch behandelten Konzepte zur Kavitätenoptimierung und unterstreichen die Bedeutung geometrischer Modifikationen für die Effizienzsteigerung von Beschleunigungskavitäten.

8.3 Shintake Ein-Moden-Kavität

Die 1992 von T. Shintake [52] vorgestellte ‚Choke-Mode-Kavität‘ stellt eine Weiterentwicklung herkömmlicher Kavitäten dar, die Mechanismen zur Unterdrückung von HOMs integriert. Sie basiert auf einer klassischen Pillbox-Kavität, die durch eine spezielle Struktur ergänzt wurde. Ein Teil dieser Struktur dient der Absorption der HOMs, während eine HF-Drossel (Choke) die Shuntimpedanz und die Güte der Fundamentalmode erhält.

Die Choke-Mode-Kavität wurde speziell entwickelt, um Multibunchinstabilitäten in Hochenergiebeschleunigern zu vermeiden und dabei durch ihren einfachen Aufbau eine kostengünstige Produktion zu ermöglichen. Ein besonderer Vorteil dieser Bauweise ist, dass lediglich eine einzige Lötnaht benötigt wird, die gezielt im Bereich des Dämpfungsrings positioniert ist (siehe Abbildung 8.4).

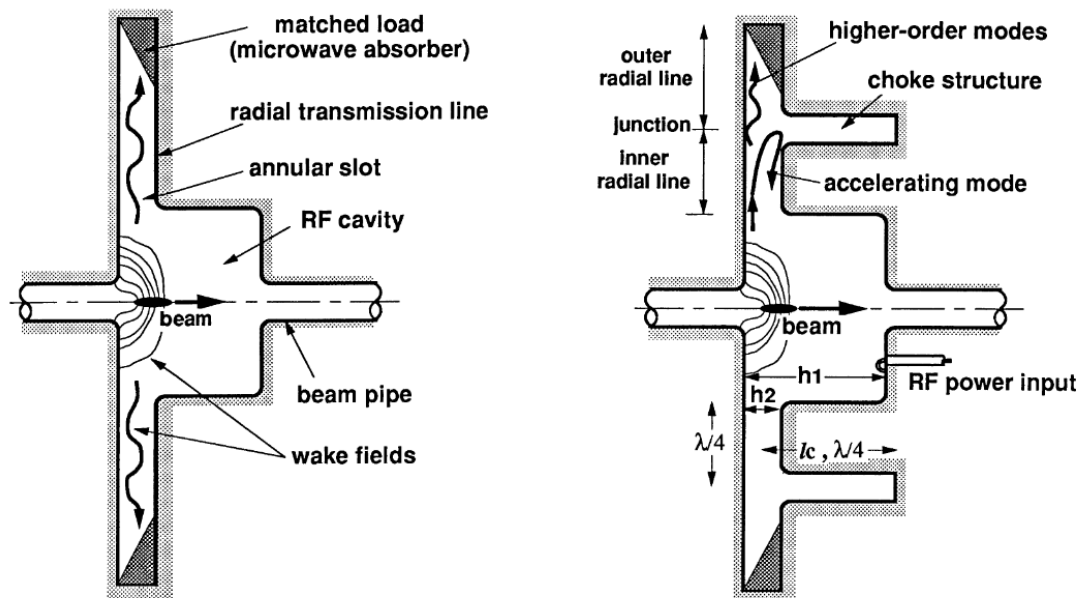


Abbildung 8.3: Grundkonzept der Shintake-Kavität. Links: Aufbau mit der ‚radial transmission line‘ zur Dämpfung der HOMs. Rechts: Optimiertes Modell zum Schutz der Fundamentalmode durch Reflexion in der ergänzten Choke-Struktur [52].

Im Vergleich zur BESSY-Kavität verfolgt die Choke-Mode-Kavität einen anderen Ansatz im Umgang mit HOMs: Statt deren Dämpfung wird die Anregung von HOMs bereits im

Vorfeld verhindert. In dieser Kavität treffen die Feldlinien eines eintretenden Bunches direkt auf die Dämpfungsstruktur, wodurch die HOM-Energie in Wärme umgewandelt wird, bevor die Wellen nach dem Austritt des Bunches oszillieren können. Abbildung 8.3 veranschaulicht dieses Konzept.

Lötnähte stellen in der Praxis eine Limitierung für die erreichbare Güte der Fundamentalmode dar, da ihre geringere Oberflächenleitfähigkeit die elektrischen Verluste erhöht. Die gezielte Platzierung der Lötnaht im Bereich des Dämpfungsringes minimiert diesen Effekt, da die Fundamentalmode dort nahezu keine elektrische Feldstärke aufweist, wie im Weiteren näher erläutert wird. Dadurch kann die Choke-Mode-Kavität eine höhere praktische Güte erzielen als beispielsweise eine Pillbox-Kavität.

Nachfolgend wird die Funktionsweise des Chokes in der Kavität erläutert. Die Funktionsweise des Chokes beruht auf den Transformationsgesetzen der Hochfrequenztechnik.

An der Stelle, an der der Choke an die Hohlleiterstruktur angekoppelt ist, hängt die Impedanz des Hohlleiters sowohl von der Impedanz des Dämpfers als auch von der Impedanz der Choke ab.

Wird angenommen, dass die Strecke vom Resonanzkörper bis zum Eingang der Choke $\lambda/4$ beträgt, sodass die Welle dort einen virtuellen Kurzschluss sieht, so kann dieser bei einer Dimensionierung der Choke entsprechend einer Länge von $\lambda/4$ in einen Leerlauf transformiert werden, der eine unendlich große Impedanz aufweist. Dadurch wird die Gesamtimpedanz unabhängig von der Impedanz des Dämpfers. Die Welle wird am Ende des Chokes vollständig reflektiert.

Durch die Distanz von $\lambda/4$ bis zum Eingang der Choke wird die Impedanz erneut transformiert, und die Welle sieht dort wieder einen Kurzschluss. Vom Eingang bis zum Resonanzkörper beträgt die Strecke erneut $\lambda/4$, sodass die Welle im Resonanzkörper schließlich wieder auf einen Leerlauf trifft.

Auf diese Weise wird die Fundamentalmode vollständig in den Resonanzkörper zurückreflektiert und kann dort zur Teilchenbeschleunigung genutzt werden. Im Gegensatz dazu ist die $\lambda/2$ -Bedingung in der Regel nicht für die HOMs erfüllt, sodass deren Energie durch die Dämpfungsstruktur absorbiert und in Wärme umgewandelt wird.

Das Modell der Choke-Mode-Kavität wurde am DESY weiterentwickelt, um die Effizienz zu steigern. Abbildung 8.4 zeigt das weiterentwickelte Modell, das mit Nosecones und einer abgerundeten Struktur des Resonanzkörpers optimiert wurde.

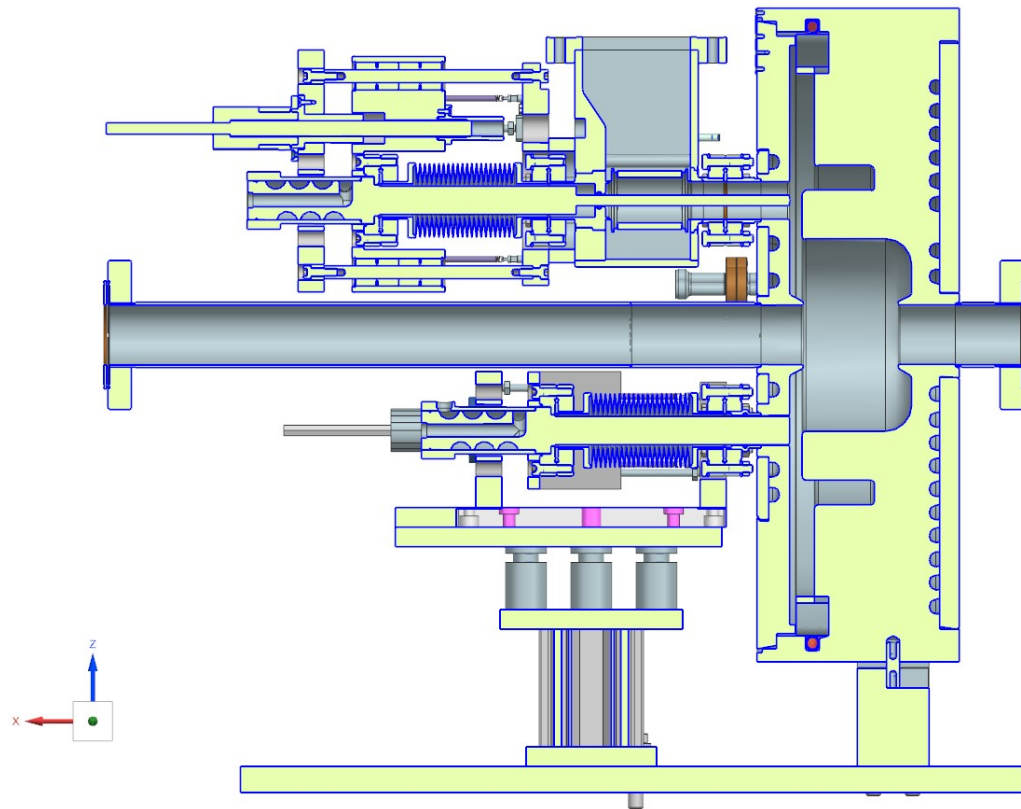


Abbildung 8.4: Querschnittsmodell der Shintake-Kavität in der 1,5-GHz-Version (Designstand 07/2024). Das Modell zeigt den vollständigen Aufbau der Kavität mit Halterung (unten), Hohlleiterzuleitung und Koppler (oben links), Tuner zur Feineinstellung der Resonanzfrequenz (direkt unter dem Strahlrohr) und der grundlegenden Shintake-Kavitätsgeometrie (Mitte rechts), mit Genehmigung von Michele Pröll.

Diese Kavität wurde für eine Frequenz von 1,5 GHz als Dritte-Harmonische (Third-Harmonic)-Kavität¹ entwickelt, wobei sich die Bezeichnung darauf bezieht, dass 1,5 GHz das Dreifache der Fundamentalmodenfrequenz des 500 MHz HF-Systems ist, sodass sie die dritte Harmonische dieser Frequenz darstellt [25]. Im Folgenden wird die weiterentwickelte Form der Choke-Mode-Kavität als Shintake-Kavität bezeichnet.

Die am DESY weiterentwickelte Variante der Choke-Mode-Kavität verwendet einen Siliciumcarbid (SiC)-Ring als Absorber. Abbildung 8.5 illustriert die Feldverteilung der

¹Dritte-Harmonische-Kavitäten werden zur Verlängerung der Bunche verwendet, wodurch die Bunchlebensdauer verkürzenden Touschek-Effekte reduziert werden.

Fundamentalmode in einer Choke-Mode-Kavität mit einem SiC-Ring als Dämpfer. Die Vektoren veranschaulichen sowohl die Orientierung als auch die Verteilung des elektrischen Feldes. Die Farbskala auf der rechten Seite des Bildes gibt die Feldstärke an, wobei eine blaue Färbung auf eine niedrige und eine rote Färbung auf eine vergleichsweise hohe Feldstärke hinweist.

Das elektrische Feld ist überwiegend entlang der Strahlachse konzentriert. Ein geringerer Anteil des Feldes verteilt sich jedoch in der Choke-Region sowie entlang der radialen Hohlleiterstruktur. S. Karau [25] untersuchte die Eigenschaften der 1,5-GHz-Shintake-Pillbox-Kavität und zeigte, dass deren Güte im Vergleich zu einer klassischen Pillbox-Kavität um 15 % reduziert ist, während die Shuntimpedanz um 21 % verringert wird. Diese Verluste werden auf die Feldanteile in der radialen Hohlleiterstruktur und der Choke-Region zurückgeführt, da diese nicht zur Beschleunigung der Teilchen beitragen, sondern zu dissipativen Effekten führen.

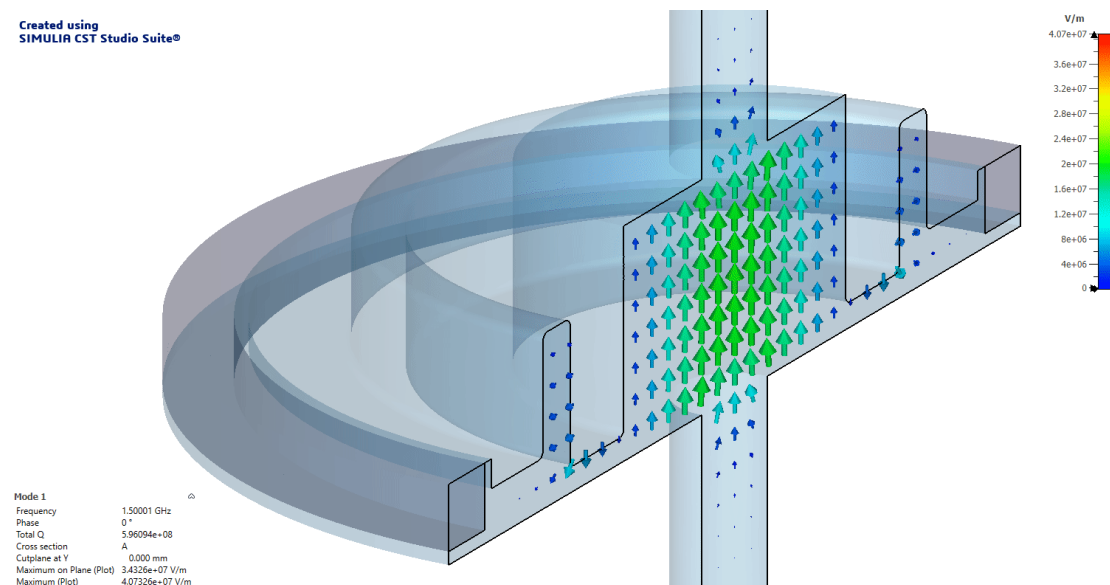


Abbildung 8.5: Feldverteilung der Fundamentalmode in einer 1,5-GHz-Choke-Mode-Kavität. Die Vektoren zeigen die Orientierung und die Verteilung des elektrischen Feldes, während die Farbskala rechts die Feldstärke visualisiert: Blau steht für geringe und Rot für hohe Feldstärke. Mit Genehmigung von Simon Karau.

In der Praxis jedoch würden sich die Verhältnisse umkehren: Die bei der Fertigung einer Pillbox-Kavität entstehenden Löt-nähte reduzieren die Güte der Kavität erheblich. Im

Gegensatz dazu weist die Shintake-Kavität aufgrund ihres Fertigungsprozesses nur eine Lötnaht im Bereich des Dämpfungsmaterials auf. Da das elektrische Feld der Fundamentalmode diesen Bereich nicht erreicht, wird die Güte der Shintake-Kavität dadurch nicht beeinträchtigt.

Die Shintake-Kavität repräsentiert ein Beispiel einer Ein-Moden-Kavität. Diese zeichnet sich durch die selektive Unterdrückung aller Moden zwischen der Fundamentalmode und der Grenzfrequenz des Strahlrohres aus. Bei der Analyse des Shuntimpedanzspektrums im relevanten Frequenzbereich manifestiert sich diese Charakteristik in einer singulären Resonanz, die ausschließlich der Fundamentalmode entspricht. Die initiale Unterdrückung der HOM-Anregung resultiert in einer Reduktion der HOM-Shuntimpedanzen auf Werte, die typischerweise unter $100\,\Omega$ liegen.

Es ist darauf hinzuweisen, dass die Unterdrückung der HOMs bei Ein-Moden-Kavitäten nicht zu einer Verringerung des Energieverlusts des Bunches führt. Der Bunch verliert weiterhin die gleiche Energiemenge wie bei der Anregung dieser Moden, da die Energieverluste, wie in Kapitel 7 erörtert, ausschließlich von der Geometrie der Kavität bestimmt werden. Stattdessen verschieben sich die Resonanzfrequenzen der unterdrückten HOMs in den Frequenzbereich oberhalb der Grenzfrequenz des Strahlrohrs.

9 Erläuterung des Effizienzanalysekonzepts am Beispiel der Pillbox-Kavität: Teil I

Im folgenden Kapitel wird die Effizienz der Pillbox-Kavität untersucht, basierend auf den theoretischen Grundlagen aus den Kapiteln 5 und 6. Die Analyse gliedert sich in mehrere Schritte: Zunächst werden grundlegende Kavitätenparameter analytisch berechnet. Anschließend erfolgen die Bestimmung der Bunchenergieverluste sowie die Berechnung der Effizienz. Diese Methodik kann erweitert werden, um die Effizienz komplexerer Kavitätengeometrien mithilfe numerischer Simulationen oder experimenteller Messungen zu bestimmen. Eine Beschreibung des Vorgehens bei der Simulation und der Messung sowie der Unterschiede zwischen den bestimmten Ergebnissen bezüglich der fundamentalen Kavitätenparameter ist in Anhang E zu finden.

Zur objektiven Bewertung wird die Effizienz einer hypothetischen Pillbox-Kavität mit einer Länge von $L = \lambda/2 \approx 300$ mm analysiert. Diese Geometrie erlaubt einen direkten Vergleich mit der BESSY- und der Shintake-Kavität.

9.1 Fundamentale Kavitätenparameter

Die Analyse der Gesamteffizienz einer Kavität erfordert die Berechnung einiger fundamentaler Kennparameter. Zu diesen zählen die Resonanzkreisfrequenz der TM_{010} -Mode, definiert als $\omega_0 = 2\pi f_{010}$, die effektive Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$ sowie der Gütefaktor Q_0 dieser Mode.

9.1.1 Resonanzkreisfrequenz

Die Resonanzkreisfrequenz wird in diesem Kontext nicht explizit berechnet, da die direkte Verwendung der Resonanzfrequenz in der Praxis sowohl üblicher als auch zweckmäßiger

ist. Die Resonanzkreisfrequenz $\omega_n = 2\pi f_{mnp}$ sowie die zugehörige Resonanzfrequenz f_{mnp} einer TM_{mnp} -Mode in einer zylindrischen Kavität können mithilfe von Gleichung (9.1) berechnet werden:

$$f_{mnp} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{j_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad (9.1)$$

In dieser Gleichung repräsentiert j_{mn} die n -te Nullstelle der Besselfunktion m -ter Ordnung, wobei für die TM_{010} -Mode $j_{01} \approx 2,405$ gilt.

Für die TM_{010} -Mode vereinfacht sich die Resonanzfrequenzgleichung zu:

$$\begin{aligned} f_{010} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \left(\frac{2,405}{R} \right) \\ &= 498,922 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (9.2)$$

Dabei beträgt der Kavitätsradius $R = 230 \text{ mm}$. Die Feldkonstanten sind $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ und $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

9.1.2 Effektive Shuntimpedanz

Die Berechnung der effektiven Shuntimpedanz erfolgt in zwei Schritten: Zunächst wird der TTF bestimmt, gefolgt von der Berechnung der Shuntimpedanz. Die isolierte Berechnung des TTF ermöglicht Rückschlüsse auf die Effizienzsteigerung, die durch Geometriemodifikationen zur Erhöhung dieses Faktors erzielt wird.

Für den TTF ergibt sich unter Anwendung von Gleichung (7.6) und der Annahme ultrarelativistischer Teilchen ($v \approx c$):

$$\begin{aligned} T_{\text{pillbox},300\text{mm}} &= \frac{\sin\left(\frac{2\pi \cdot 498,922 \text{ MHz} \cdot 300 \text{ mm}}{2 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}\right)}{\left(\frac{2\pi \cdot 498,922 \text{ MHz} \cdot 300 \text{ mm}}{2 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}\right)} \\ &= 0,64 \end{aligned} \quad (9.3)$$

Die Shuntimpedanz R_s kann gemäß Gleichung (A.17) wie folgt berechnet werden:

$$R_s = \frac{|V_{\text{acc}}|^2}{2P_v} \quad (9.4)$$

Zu dieser Berechnung sind die Beschleunigungsspannung V_{acc} sowie die Leistungsverluste P_v in den Kavitätenwänden erforderlich:

Die Beschleunigungsspannung V_{acc} berechnet sich über den Zusammenhang

$$V_{\text{acc}} = E_0 L. \quad (9.5)$$

Dabei entspricht L für eine einfache Pillbox-Kavität der Gesamtlänge und für modifizierte Pillbox-Kavitäten der effektiven Spaltlänge (Gaplänge).

Die Wandverluste in einer Pillbox-Kavität können, wie in Anhang D erläutert, mit Gleichung (9.6) berechnet werden:

$$P_v = \frac{1}{2} R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0 \pi D L \left(1 + \frac{D}{2L} \right) J_1^2(j_{01}) \quad (9.6)$$

Durch Umstellen der Gleichung nach E_0 ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Amplitude des elektrischen Feldes und einer hypothetischen Leistung P_v in der Kavität.

Im Folgenden werden E_0 und V_{acc} exemplarisch für eine Eingangsleistung von $100 \mu\text{W}$ berechnet, um die Shuntimpedanz zu bestimmen. Der hierfür erforderliche Oberflächenwiderstand ergibt sich gemäß Gleichung (9.12) zu $R_{\text{ob}} = 7,22 \text{ m}\Omega$.

Für die E-Feldamplitude folgt aus Gleichung (9.6):

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{\frac{2P_v}{R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \pi D L \left(1 + \frac{D}{2L} \right) J_1^2(j_{01})}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \mu\text{W}}{7,22 \text{ m}\Omega \cdot \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}} \cdot \pi \cdot 460 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm} \cdot \left(1 + \frac{230 \text{ mm}}{732 \text{ mm}} \right) \cdot 0,52^2}} \\ &= 137,81 \text{ V m}^{-1} \end{aligned} \quad (9.7)$$

Aus der Amplitude der Feldstärke lässt sich die Beschleunigungsspannung entlang der z -Achse berechnen:

$$\begin{aligned} V_{\text{acc}} &= E_0 \cdot L \\ &= 137,81 \text{ V m}^{-1} \cdot 300 \text{ mm} \\ &= 41,34 \text{ V} \end{aligned} \tag{9.8}$$

Da nun die Beschleunigungsspannung V_{acc} und die Verlustleistung P_v bekannt sind, kann auch die Shuntimpedanz mithilfe der Gleichung (9.4) berechnet werden. Für die Shuntimpedanz in Abhängigkeit von der Kavitätenlänge ergibt sich:

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{V_{\text{acc}}^2}{2P_v} \\ &= \frac{(41,34 \text{ V})^2}{2 \cdot 100 \text{ }\mu\text{W}} \\ &= 8,55 \text{ M}\Omega \end{aligned} \tag{9.9}$$

Für die effektive Shuntimpedanz ergibt sich:

$$\begin{aligned} R_{s,\text{eff}} &= R_s T^2 \\ &= 8,55 \text{ M}\Omega \cdot 0,64^2 \\ &= 3,50 \text{ M}\Omega \end{aligned} \tag{9.10}$$

9.1.3 Gütefaktor

Die Güte Q_0 der Kavität lässt sich analytisch unter Berücksichtigung ihrer geometrischen und materiellen Eigenschaften berechnen. Für eine Pillbox-Kavität gilt folgende Formel [41]:

$$Q_0 = \frac{D\omega_0\mu_0}{4R_{\text{ob}} \left(1 + \frac{D}{2L}\right)} \tag{9.11}$$

Der Oberflächenwiderstand R_{ob} kann mit Gleichung (9.12) berechnet werden. Für Aluminium bei Raumtemperatur wird $\sigma_{\text{Al}} \approx 3,77 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$ angenommen. Für die Resonanzkreisfrequenz $\omega_0 = 2\pi \cdot 498,922 \text{ MHz}$ ergibt sich für den Oberflächenwiderstand:

$$\begin{aligned}
 R_{\text{ob}} &= \sqrt{\frac{\omega_0 \mu_0}{2\sigma_{\text{Al}}}} \\
 &= \sqrt{\frac{2\pi \cdot 498,922 \text{ MHz} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}}{2 \cdot 3,77 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}}} \\
 &= 7,22 \text{ m}\Omega
 \end{aligned} \tag{9.12}$$

Zur Berechnung des Gütefaktors Q_0 werden die Kavitätenmaße und der zuvor ermittelte Oberflächenwiderstand R_{ob} in Gleichung (9.11) eingesetzt. Daraus ergibt sich für die unbelastete Güte:

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= \frac{D\omega_0\mu_0}{4R_{\text{ob}}\left(1 + \frac{D}{2L}\right)} \\
 &= \frac{460 \text{ mm} \cdot 2\pi \cdot 498,922 \text{ Hz} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}}{4 \cdot 7,22 \text{ m}\Omega \left(1 + \frac{460 \text{ mm}}{2 \cdot 300 \text{ mm}}\right)} \\
 &= 35516
 \end{aligned} \tag{9.13}$$

Die fundamentalen Kavitätenparameter, die zur Berechnung der Energieverluste des Bunches in der Kavität und zur Berechnung der Gesamteffizienz für den Vergleich zwischen der BESSY- und der Shintake-Kavität dienen sollen, sind in Tabelle 9.1 zusammengefasst.

Tabelle 9.1: Ergebnisse der analytischen Berechnung fundamentaler Kavitätenparameter der hypothetischen Pillbox-Kavität mit einer Länge von $L = 300 \text{ mm}$.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	498,922	MHz
Gütefaktor	Q_0	35516	-
Shuntimpedanz ¹	R_{s}	8,55	M Ω
Effektive Shuntimpedanz ¹	$R_{\text{s,eff}}$	3,50	M Ω
Effektive Shuntimpedanz über Güte ¹ ($\beta = 1$)	$R_{\text{s,eff}}/Q_0$	99	Ω

¹ Das Ergebnis basiert auf der Definition der Shuntimpedanz entsprechend der EU-Konvention $R_{\text{s}} = V_{\text{acc}}^2/(2P_{\text{v}})$ und $R_{\text{s,eff}} = V_{\text{acc,eff}}^2/(2P_{\text{v}})$.

Die Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter kann alternativ durch numerische Simulationen oder experimentelle Messungen erfolgen, wie in Anhang E beschrieben. Daher kann auch für diese Methoden die im Folgenden erläuterte Analyse der Bunchenergieverluste sowie der darauf basierenden Effizienz durchgeführt werden.

9.2 Energieverluste

In diesem Abschnitt wird die hypothetische Pillbox-Kavität mit einer Länge von 300 mm hinsichtlich der Bunchenergieverluste analysiert. Hierbei wird der in Kapitel 5 vorgestellte Palmersche Ansatz angewandt.

Die Rahmenparameter für die Berechnung sind den Tabellen 3.1 und 3.2 entnommen.

Da der Strahlrohrradius die Bunchenergieverluste beeinflusst, wird in der nachfolgenden Analyse eine Pillbox-Kavität mit Strahlrohröffnungen betrachtet. Für den Strahlrohrradius wird ein Wert von 37 mm angenommen, entsprechend den Spezifikationen der für PETRA IV geplanten Kavitäten. Abbildung 9.1 zeigt schematisch die der Berechnung zugrunde liegende Kavitätengeometrie.

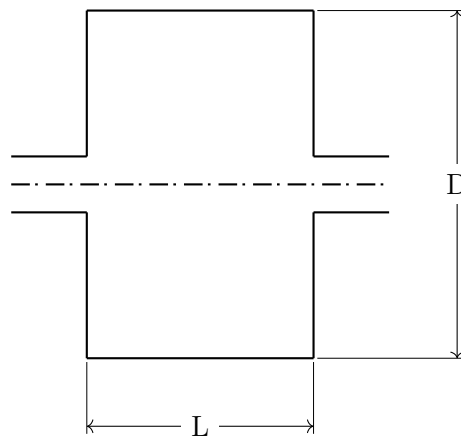


Abbildung 9.1: Schematischer Querschnitt der Pillbox-Kavität mit einer Kavitätenlänge von $L = 300$ mm, einem Strahlrohrradius von $a = 37$ mm und einem Kavitätendurchmesser von $D = 460$ mm. Die Strahlrohrlänge beträgt links und rechts jeweils 100 mm.

Zunächst wird verifiziert, ob Palmers Gleichung für die Berechnung der Bunchenergieverluste für die beschriebene Kavität und die Bunchparameter von PETRA IV eingesetzt werden darf. Dazu werden die in Kapitel 5 eingeführten Bedingungen überprüft.

Die für die weiteren Berechnungen benötigten charakteristischen Parameter von PETRA IV und die Pillbox-Maße sind in Tabelle 9.2 zusammengefasst.

Tabelle 9.2: Charakteristische Parameter von PETRA IV und Pillbox-Maße.

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Bunchladung (Brightness-Modus)	q_{BM}	0,961	nC
Bunchladung (Timing-Modus)	q_{TM}	7,69	nC
Strahlrohrradius	a	37	mm
Kavitätenlänge	L	300	mm
Kavitätendurchmesser	D	460	mm
Effektive Bunchlänge (FWHM)	$d_{\text{BM}}/d_{\text{TM}}$	zu bestimmen	mm

Zuerst wird zunächst die Bunchlänge, die auch für die letztliche Berechnung der Bunchenergieverluste benötigt wird, in Abhängigkeit von den zwei Betriebsmodi berechnet.

Die Bunche in PETRA IV weisen eine gaußförmige Ladungsverteilung auf. Wie in Kapitel 5 erläutert, lässt sich die effektive Bunchlänge d daher anhand der FWHM (Gleichung 5.9) berechnen. Für den Brightness-Modus ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \text{FWHM}_{\text{BM}} &= 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma_{\text{BM}} \\
 &= 2\sqrt{2\ln(2)} \cdot 6,85 \text{ mm} \\
 &= 16,13 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{9.14}$$

Für den Timing-Modus gilt:

$$\begin{aligned}
 \text{FWHM}_{\text{TM}} &= 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma_{\text{TM}} \\
 &= 2\sqrt{2\ln(2)} \cdot 9,65 \text{ mm} \\
 &= 22,72 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{9.15}$$

Die Werte der Standardabweichung ($\sigma_z = 2\sigma$) wurden dem CDR von PETRA IV entnommen [51]. Tabelle 9.3 fasst die Ladungsverteilungen der Bunche in beiden Betriebsmodi sowie ihre jeweiligen Halbwertsbreiten zusammen.

Tabelle 9.3: Statistische Bunchparameter für die zwei PETRA IV Betriebsmodi.

Parameter	Symbol	Brightness-Mod.	Timing-Mod.	Einheit
Zweifache Standardabweichung ¹	σ_z	13,70	19,30	mm
Standardabweichung	σ	6,85	9,65	mm
Effektive Bunchlänge (FWHM)	d	16,13	22,72	mm

¹ Standardabweichung entsprechend der Konvention aus [51] ($\sigma_z = 2\sigma$).

Basierend auf den berechneten effektiven Bunchlängen werden im Folgenden die Bedingungen überprüft, die der Anwendbarkeit von Palmers Bunchenergieverlustgleichung für die beschriebene Kavität zugrunde liegen.

Zunächst wird der Lorentzfaktor γ bestimmt:

$$\gamma = \frac{E}{m_e c^2} = 11725 \quad (9.16)$$

Dabei stellt $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg die Elektronenmasse dar und E ist die kinetische Energie der Elektronen in Joule. Daraus ergibt sich für γ^2 :

$$\gamma^2 = 1,37 \cdot 10^8 \quad (9.17)$$

Das Verhältnis zwischen der Kavitätenlänge L und der effektiven Bunchlänge d ergibt sich zu:

$$\frac{L}{d} = 13 \quad (9.18)$$

Des Weiteren wird die räumliche Ausdehnung des E-Feldes des Bunches δ berechnet:

$$\delta = \sqrt{2zd} = 117 \text{ mm} \quad (9.19)$$

Für die Berechnung wurde die größte Bunchlänge im Timing-Modus verwendet, da dies den kritischeren Fall darstellt.

Auf Grundlage dieser Parameter werden die folgenden Bedingungen für die Anwendbarkeit von Palmers Bunchenergieverlustgleichung überprüft:

$$\gamma^2 \gg \frac{L}{d} \quad (9.20a)$$

$$d \ll L \quad (9.20b)$$

$$\delta \ll a \quad (9.20c)$$

Werden die berechneten Werte in diese Ungleichungen eingesetzt, so lässt sich feststellen, dass alle drei Bedingungen erfüllt sind. Dies bestätigt die Gültigkeit von Palmers Bunchenergieverlustgleichung für die betrachtete Kavität unter Verwendung der spezifischen Bunchparameter von PETRA IV.

Im nächsten Schritt werden die Energieverluste des Bunches in der Kavität berechnet, wobei die entsprechenden Gleichungen aus den in Kapitel 5 eingeführten Formeln stammen.

Der Gesamtenergieverlust des Bunches in einer Kavität kann gemäß Gleichung (5.12) berechnet werden:

$$\Delta U_t = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{\frac{L}{2d}} \quad (9.21)$$

Der Energieverlust in die Fundamentalmode ΔU_0 ergibt sich aus den Gleichungen (5.1)

$$\Delta U_0 = k_0 q^2 \quad (9.22)$$

und (5.2)

$$k_0 = \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{R_{s,\text{eff}}}{Q_0} \right). \quad (9.23)$$

Der Energieverlust in HOMs lässt sich mit Gleichung (5.4a) beschreiben:

$$\Delta U_{\text{HOM}} = \Delta U_t - \Delta U_0 \quad (9.24)$$

Unter Anwendung der entsprechenden Gleichungen lassen sich die Energieverluste des Bunches in Abhängigkeit von den Betriebsmodi von PETRA IV berechnen.

Für den Brightness-Modus ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Delta U_{t,\text{BM}} &= \frac{q_{\text{BM}}^2}{4 \pi \epsilon_0 a} \sqrt{\frac{L}{2d}} \\ &= \frac{(0,961 \text{ nC})^2}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1} \cdot 37 \text{ mm}} \sqrt{\frac{300 \text{ mm}}{2 \cdot 16,13 \text{ mm}}} \\ &= 684,42 \text{ nJ} \end{aligned} \quad (9.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{0,\text{BM}} &= k_0 q_{\text{BM}}^2 = \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{R_{\text{s,eff}}}{Q_0} \right) q^2 \\ &= \frac{2\pi \cdot 498,922 \text{ MHz}}{2} \left(\frac{3,5 \text{ M}\Omega}{35516} \right) (0,961 \text{ nC})^2 \\ &= 142,63 \text{ nJ} \end{aligned} \quad (9.26)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{HOM,BM}} &= \Delta U_{t,\text{BM}} - \Delta U_{0,\text{BM}} \\ &= 684,42 \text{ nJ} - 142,63 \text{ nJ} \\ &= 541,79 \text{ nJ} \end{aligned} \quad (9.27)$$

Und für den Timing-Modus folgt:

$$\begin{aligned} \Delta U_{t,\text{TM}} &= \frac{q_{\text{TM}}^2}{4 \pi \epsilon_0 a} \sqrt{\frac{L}{2d}} \\ &= \frac{(7,69 \text{ nC})^2}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1} \cdot 37 \text{ mm}} \sqrt{\frac{300 \text{ mm}}{2 \cdot 22,72 \text{ mm}}} \\ &= 36,93 \text{ }\mu\text{J} \end{aligned} \quad (9.28)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{0,\text{TM}} &= k_0 q_{\text{TM}}^2 = \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{R_{\text{s,eff}}}{Q_0} \right) q^2 \\
 &= \frac{2\pi \cdot 498,922 \text{ MHz}}{2} \left(\frac{3,5 \text{ M}\Omega}{35516} \right) (7,69 \text{ nC})^2 \\
 &= 9,13 \text{ }\mu\text{J}
 \end{aligned} \tag{9.29}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{\text{HOM,TM}} &= \Delta U_{t,\text{TM}} - \Delta U_{0,\text{TM}} \\
 &= 36,93 \text{ }\mu\text{J} - 9,13 \text{ }\mu\text{J} \\
 &= 27,79 \text{ }\mu\text{J}
 \end{aligned} \tag{9.30}$$

Die Tabellen 9.4 und 9.5 fassen die Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs zusammen.

Tabelle 9.4: Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Brightness-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,\text{BM}}$	684,42	nJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,\text{BM}}$	142,62	nJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{\text{HOM,BM}}$	541,79	nJ

Tabelle 9.5: Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Timing-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,\text{TM}}$	36,93	μJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,\text{TM}}$	9,13	μJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{\text{HOM,TM}}$	27,79	μJ

9.3 Gesamteffizienz

In diesem Abschnitt wird die maximale Gesamteffizienz $\eta_{g \max}$ der Pillbox-Kavität unter Anwendung des in Kapitel 6 vorgestellten Ansatzes analysiert. Die Untersuchung gliedert sich in zwei aufeinanderfolgende Schritte: Zunächst wird der spezifische Parameter BLEF berechnet. Im Anschluss daran erfolgt die Ermittlung von $\eta_{g \max}$ unter Berücksichtigung der als Systemparameter gegebenen synchronen Phase ψ .

Aus Gleichung (5.15) sowie den Ergebnissen für ΔU_t und ΔU_0 (siehe Tabellen 9.4 und 9.5) in Abhängigkeit vom Betriebsmodus des Speicherrings ergibt sich für den BLEF:

$$\begin{aligned} B_{\text{BM}} &= 1 + \frac{\Delta U_{t,\text{BM}} - \Delta U_{0,\text{BM}}}{\Delta U_{0,\text{BM}}} \\ &= 1 + \frac{684,42 \text{ nJ} - 142,62 \text{ nJ}}{142,62 \text{ nJ}} \\ &= 5,05 \end{aligned} \tag{9.31}$$

und

$$\begin{aligned} B_{\text{TM}} &= 1 + \frac{\Delta U_{t,\text{TM}} - \Delta U_{0,\text{TM}}}{\Delta U_{0,\text{TM}}} \\ &= 1 + \frac{36,93 \text{ }\mu\text{J} - 9,13 \text{ }\mu\text{J}}{9,13 \text{ }\mu\text{J}} \\ &= 4,04 \end{aligned} \tag{9.32}$$

Unter Anwendung von Gleichung (6.23) ergibt sich aus den Ergebnissen für den BLEF: die maximale Gesamteffizienz im Brightness-Modus bei einer synchronen Phase von $\psi = 34,2^\circ$ zu

$$\begin{aligned} \eta_{g \max, \text{BM}} &= \frac{\sin^2(\psi)}{B} \frac{100 \%}{1 - \frac{4 \cdot B - 1}{4B^2} \cos^2(\psi)} \\ &= \frac{\sin^2(34,2^\circ)}{5,05} \frac{100 \%}{1 - \frac{4 \cdot 5,05 - 1}{4 \cdot 5,05^2} \cos^2(34,2^\circ)} \\ &= 7 \%. \end{aligned} \tag{9.33}$$

Für den Timing-Modus ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \eta_{\text{g max,TM}} &= \frac{\sin^2(\psi)}{B} \frac{100\%}{1 - \frac{4B-1}{4B^2} \cos^2(\psi)} \\
 &= \frac{\sin^2(34,2^\circ)}{4,04} \frac{100\%}{1 - \frac{4 \cdot 4,04 - 1}{4 \cdot 4,04^2} \cos^2(34,2^\circ)} \\
 &= 9\%.
 \end{aligned} \tag{9.34}$$

Die Ergebnisse hinsichtlich des BLEF und der Kavitäteneffizienz sind in den Tabellen 9.6 und 9.7 zusammengefasst.

Tabelle 9.6: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{BM}	5,05	—
Gesamteffizienz	$\eta_{\text{g max,BM}}$	7	%

Tabelle 9.7: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{TM}	4,04	—
Gesamteffizienz	$\eta_{\text{g max,TM}}$	9	%

Die Methodik zur analytischen Effizienzanalyse am Beispiel einer Pillbox-Kavität wurde erläutert. In Kapitel 11 wird die Analyse der Kavitätenkandidaten unter Anwendung derselben Methodik durchgeführt, wobei die fundamentalen Kavitätenparameter mittels einer Simulation bestimmt werden.

10 Erläuterung des Effizienzanalysekonzepts am Beispiel der Pillbox-Kavität: Teil II

Nachdem im ersten Teil der ‚Erläuterung des Effizienzanalysekonzepts‘ die Leistungseffizienz der Kavität untersucht wurde, werden in diesem zweiten Abschnitt die Effizienzkriterien hinsichtlich der Strahlstabilität erörtert. Im Fokus steht die Untersuchung von Multibunchinstabilitäten und den diesen zugrunde liegenden HOMs.

Basierend auf den in Kapitel 2 erläuterten Grundlagen wird exemplarisch für die Pillbox-Kavität eine systematische Analysemethodik vorgestellt. Diese Methodik kombiniert analytische Berechnungen mit numerischen Simulationen, um zu determinieren ob der Einsatz einer spezifischen Kavität unter den Betriebsparametern von PETRA IV zur Anregung von Strahlinstabilitäten führt.

10.1 Relevanter Frequenzbereich der Stabilitätsuntersuchung

Die Festlegung des Frequenzbereichs für die Eigenmodensimulation basiert auf der Berechnung der Grenzfrequenz des Strahlrohres der 500 MHz-Kavität. Diese markiert die obere Grenze, bis zu der Moden in der Kavität gefangen sind und nicht ins Strahlrohr auskoppeln.

Die Grenzfrequenz f_{cut} eines zylindrischen Hohlleiters hängt vom Rohrradius a ab und wird für TM-Moden durch folgende Gleichung beschrieben:

$$f_{\text{cut}} = \frac{c j_{mn}}{2\pi a} \quad (10.1)$$

Für die Fundamentalmode des Strahlrohres mit $j_{01} \approx 2,405$ und einem Radius von $a = 37$ mm ergibt sich:

$$f_{\text{cut}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \cdot 2,405}{2\pi \cdot 37 \text{ mm}} \approx 3,1 \text{ GHz} \quad (10.2)$$

Der untersuchte Frequenzbereich reicht von der Fundamentalmode der Kavität bei 500 MHz bis etwa 100 MHz oberhalb der Strahlrohr-Grenzfrequenz von 3,1 GHz. Diese Bandbreite ermöglicht die Erfassung aller relevanten Eigenmoden der Kavität, wobei die obere Grenze die Dämpfung des Strahlrohres unterhalb seiner Grenzfrequenz berücksichtigt.

Zur Abdeckung des gesamten Simulationsbereichs wurde der Frequenzbereich in Segmente unterteilt, um Arbeitsspeicherbegrenzungen zu vermeiden. Ohne diese Unterteilung wäre der Arbeitsspeicher ausgelastet, und die Simulation könnte nicht abgeschlossen werden.

Die Berücksichtigung dieses Frequenzbereichs gewährleistet, dass alle für die potentielle Anregung von Strahlinstabilitäten relevanten Moden innerhalb des Simulationsbereichs liegen. Dies ist entscheidend für die Analyse der HOM-Charakteristik einer Kavität und ihres Einflusses auf die Strahlqualität im Einsatz in PETRA IV.

10.2 Analyse der transversalen und der longitudinalen Shuntimpedanzen und der zugehörigen Schwellenwertimpedanzen

Zuerst werden die Schwellenwertimpedanzen analytisch berechnet und anschließend zusammen mit den im nächsten Schritt durch numerische Simulationen, bestimmten Shuntimpedanzen in einem Diagramm dargestellt, sodass sich direkt erkennen lässt ob Moden diese überschreiten.

10.2.1 Analytische Berechnung der Schwellenwertimpedanzen

Die Berechnung der Schwellenwertimpedanzkurven lässt sich analytisch computergestützt effizient berechnen. Dazu werden die in Kapitel 2 vorgestellten Gleichungen (2.3)

$$Z_{\parallel}^{\text{thresh}} = \frac{1}{N_c} \frac{1}{f_{\parallel, \text{HOM}}} \frac{2 E Q_s}{I_B \alpha \tau_s} \quad (10.3)$$

und (2.4)

$$Z_{\perp(x,y)}^{\text{thresh}} = \frac{1}{N_c} \frac{1}{f_{\text{rev}}} \frac{2 E}{I_B \beta_{x,y} \tau_{x,y}} \quad (10.4)$$

zur Berechnung der longitudinalen und der transversalen Schwellenwertimpedanzen mit Hilfe von MATLAB berechnet. Dazu werden die in Kapitel 3 in Tabelle 3.1 präsentierten Beschleunigerparameter verwendet. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 10.1 und 10.2 dargestellt.

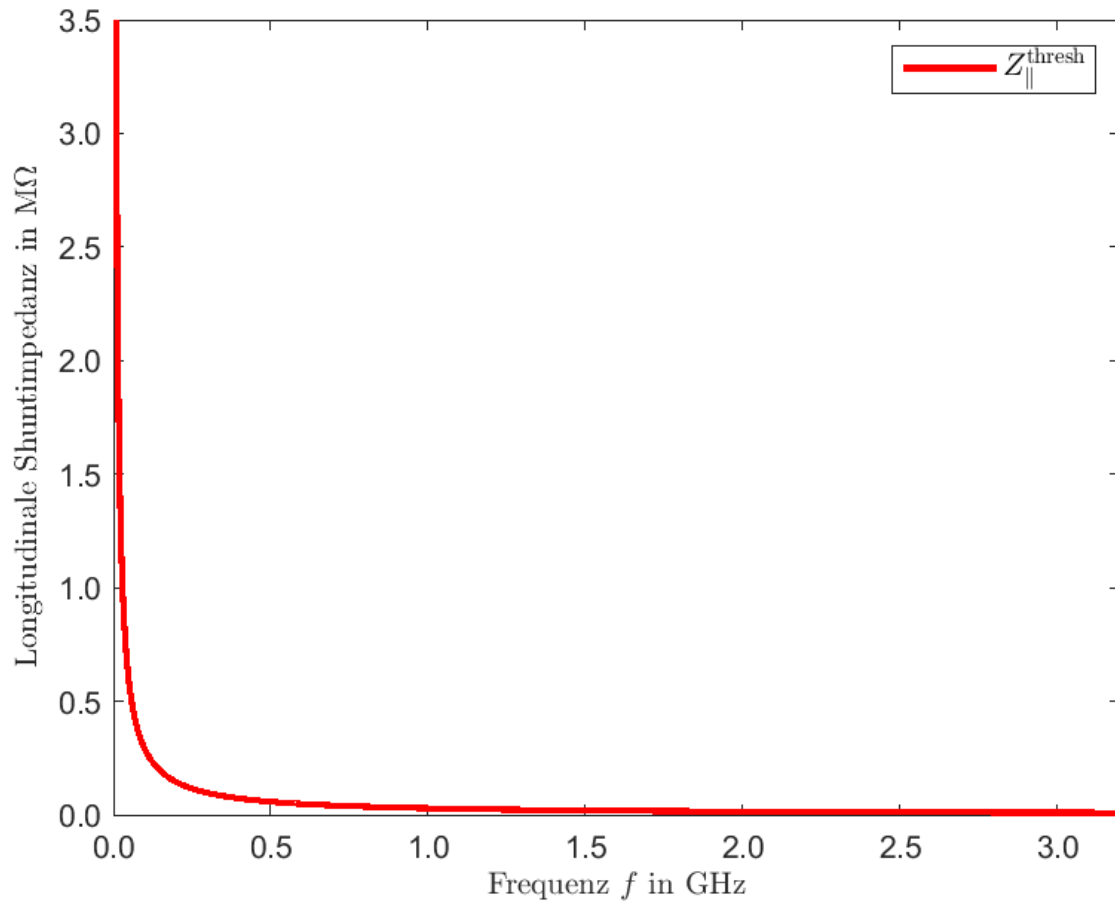


Abbildung 10.1: Longitudinale Schwellenwertimpedanz von PETRA IV.

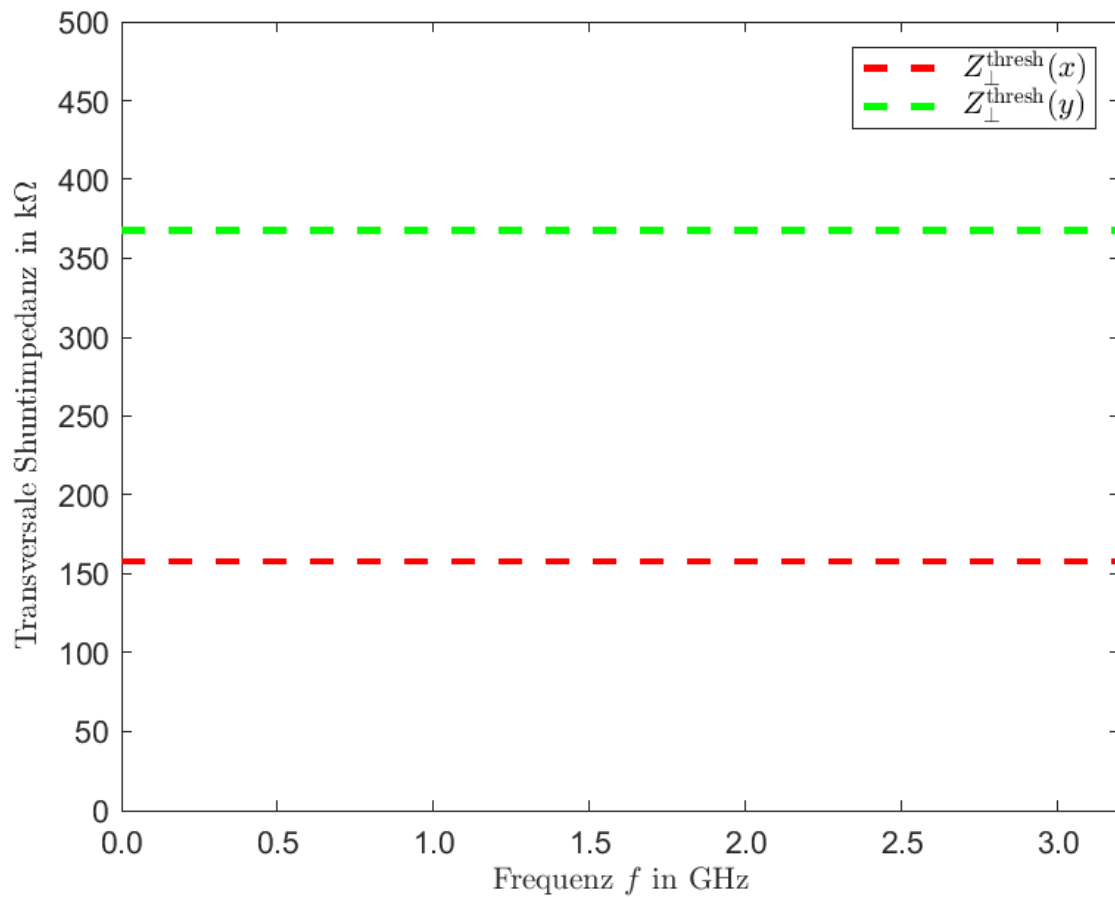


Abbildung 10.2: Transversale Schwellenwertimpedanz von PETRA IV.

Um zu analysieren, ob die Schwellenwerte überschritten werden, müssen die Shuntimpedanzen aller HOMs berechnet werden. Dies lässt sich mit einer numerischen Eigenmodensimulationen durchführen, wie im folgenden Abschnitt gezeigt.

10.2.2 Numerische Simulation der Shuntimpedanzen

Die Bestimmung der longitudinalen und der transversalen Shuntimpedanzen der Moden lässt sich mittels CST MWS und der Auswertung der Ergebnisse in MATLAB durchführen. Die Ergebnisse sowohl der longitudinalen als auch der transversalen Shuntimpedanzen werden mittels CST-Postprocessing-Funktion bestimmt, als ASCII-Textdatei exportiert und mit MATLAB verarbeitet und visualisiert.

Es wird eine Eigenmodensimulation aller Moden im Frequenzbereich von 490 MHz bis 3,2 GHz durchgeführt. Die Ermittlung der longitudinalen Shuntimpedanz der Moden erfolgt wie für die Fundamentalmode in Kapitel 9 geschildert.

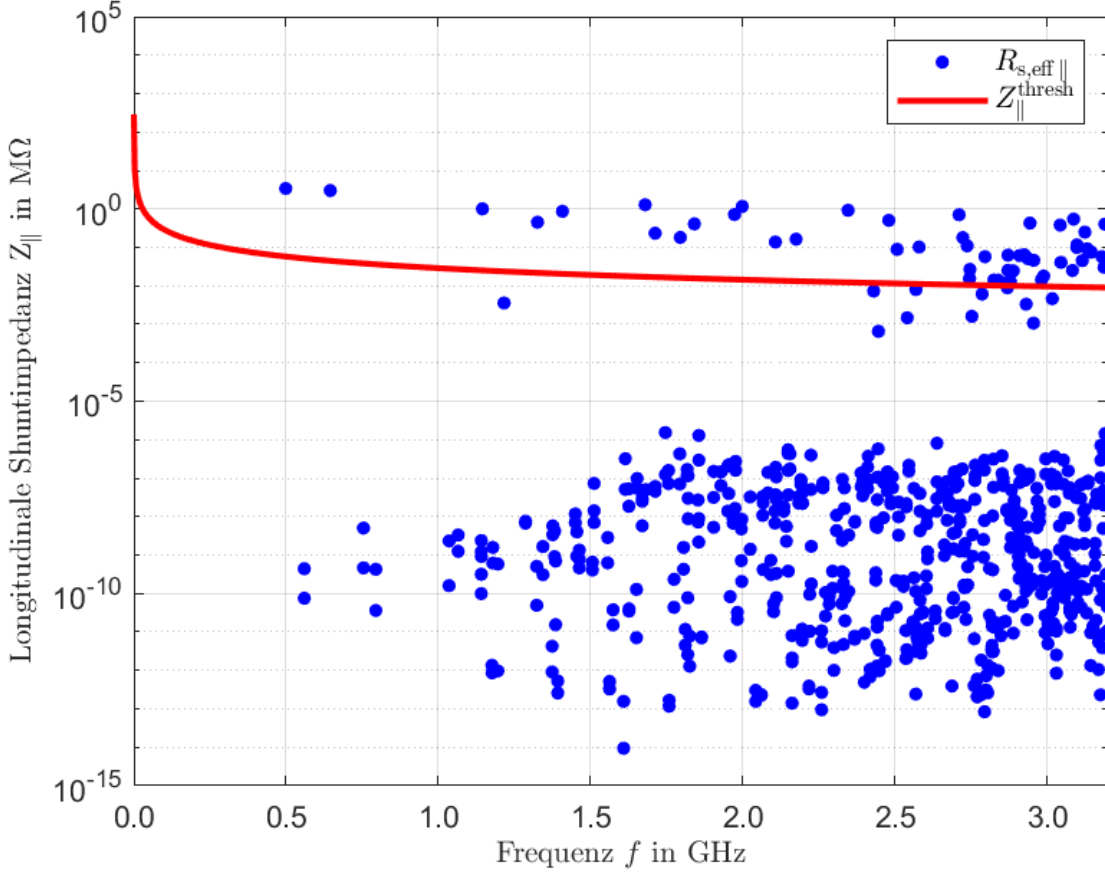


Abbildung 10.3: Longitudinale Shuntimpedanzen der Pillbox-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, dargestellt mit logarithmischer y -Achse und unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.

Die ausgewerteten longitudinalen und transversalen Shuntimpedanzen sind in den Abbildungen 10.3 und 10.4 dargestellt. Aufgrund der dicht beieinander liegenden Modenfrequenzen werden zur Verbesserung der Visualisierung die longitudinalen und transversalen Shuntimpedanzen als Punkte dargestellt. Zusätzlich erfolgt die Abbildung der longitudinalen Shuntimpedanzen und der zugehörigen Schwellenwertimpedanz in halblogarithmischer Skalierung, um die Darstellung weiter zu optimieren.

In beiden Diagrammen überschreiten die Shuntimpedanzen der HOMs die Schwellenwertkurven. Beide Ergebnisse zeigen damit eindrücklich, dass der Einsatz der Pillbox-Kavität zur Anregung von Multibunchinstabilitäten führen würde und HOM-Behandlungsmaßnahmen in die Pillbox integriert werden müssten, um deren Anregung zu verhindern.

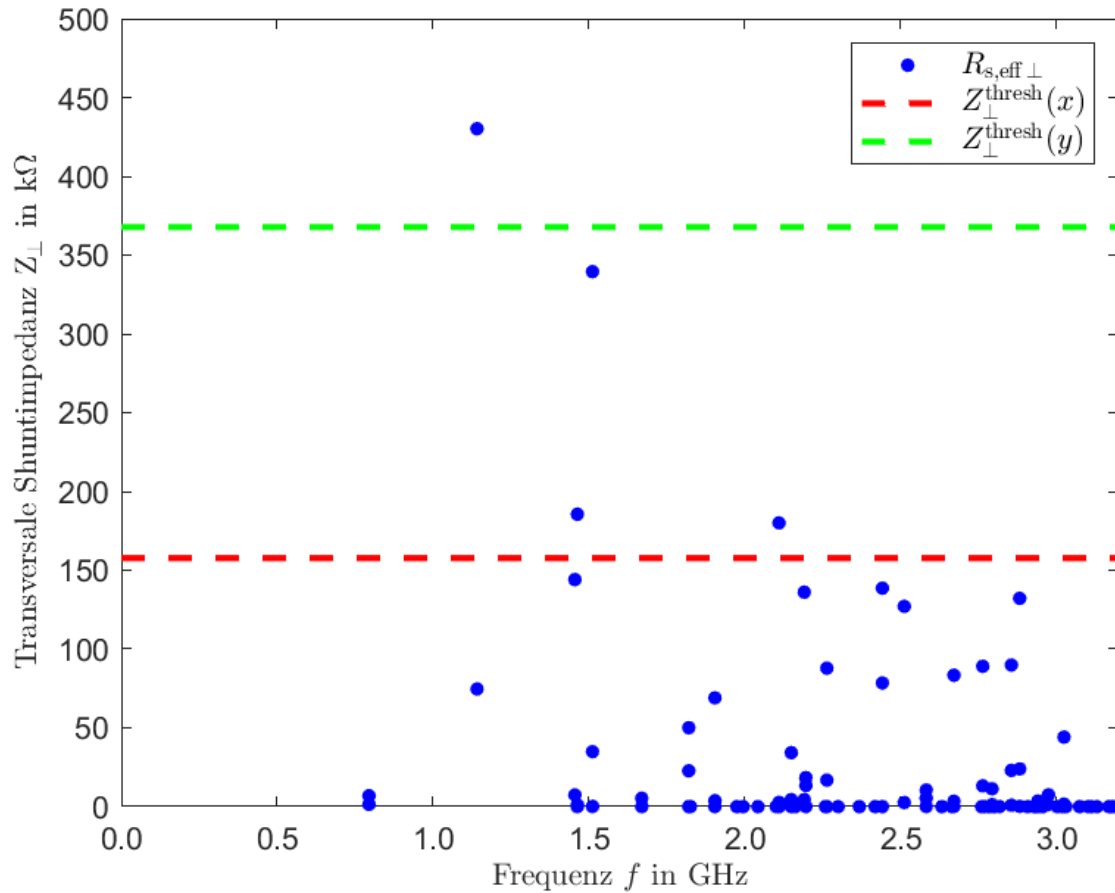


Abbildung 10.4: Transversale Shuntimpedanzen der Pillbox-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, unter Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.

Am Beispiel einer Pillbox-Kavität wurde gezeigt, wie die Fähigkeit einer Kavität, Strahlinstabilitäten zu induzieren, analysiert werden kann. Darüber hinaus wurde verdeutlicht, wie bedeutsam die Integration von HOM-Behandlungsmaßnahmen für die Sicherstellung der Strahlstabilität ist, wobei die Untersuchung unter Verwendung der PETRA-IV-spezifischen Kennwerte durchgeführt wurde.

11 Effizienzanalyse der Kavitätenkandidaten für PETRA IV

In diesem Kapitel wird die Gesamteffizienz der beiden Kavitätenkandidaten für PETRA IV quantitativ untersucht, wobei sowohl die Leistungseffizienz als auch deren Potenzial zur Vermeidung von Multibunchinstabilitäten berücksichtigt wird. Die Analyse stützt sich auf die in Kapitel 9 und Kapitel 10 entwickelte Methodik zur Effizienzbewertung von Kavitäten und kombiniert theoretische Berechnungen mit numerischen Simulationen. Ziel der Untersuchung ist es, die Eignung der BESSY- und der Shintake-Kavität für einen Einsatz in PETRA IV zu quantifizieren. Die Bewertung erfolgt anhand der fundamentalen Kavitätenparameter und der Gesamteffizienz im Kontext der Leistungseffizienzanalyse sowie des minimalen Abstands der longitudinalen und der transversalen HOM-Impedanzen zu den zugehörigen Schwellenwertkurven im Kontext der Strahlstabilitätsanalyse.

Um Wiederholungen zu vermeiden, werden die in Kapitel 9 beschriebenen Methoden hier nicht erneut detailliert erläutert.

11.1 BESSY-HOM-gedämpfte Kavität

11.1.1 Leistungseffizienzanalyse

Numerische Simulation der Fundamentalmodekennwerte

Zur Analyse der Leistungseffizienz wurde eine Eigenmodensimulation durchgeführt, die dem in Anhang E beschriebenen Verfahren folgt. Ziel dieser Untersuchung ist die Bestimmung grundlegender Kavitätenparameter, wie der Resonanzfrequenz, der Güte sowie der effektiven Shuntimpedanz der Fundamentalmode.

Abbildung 11.1 zeigt das Schnittmodell der 500-MHz-BESSY-Kavität entlang der x -Achse sowie die dreidimensionale Feldverteilung der Fundamentalmode.

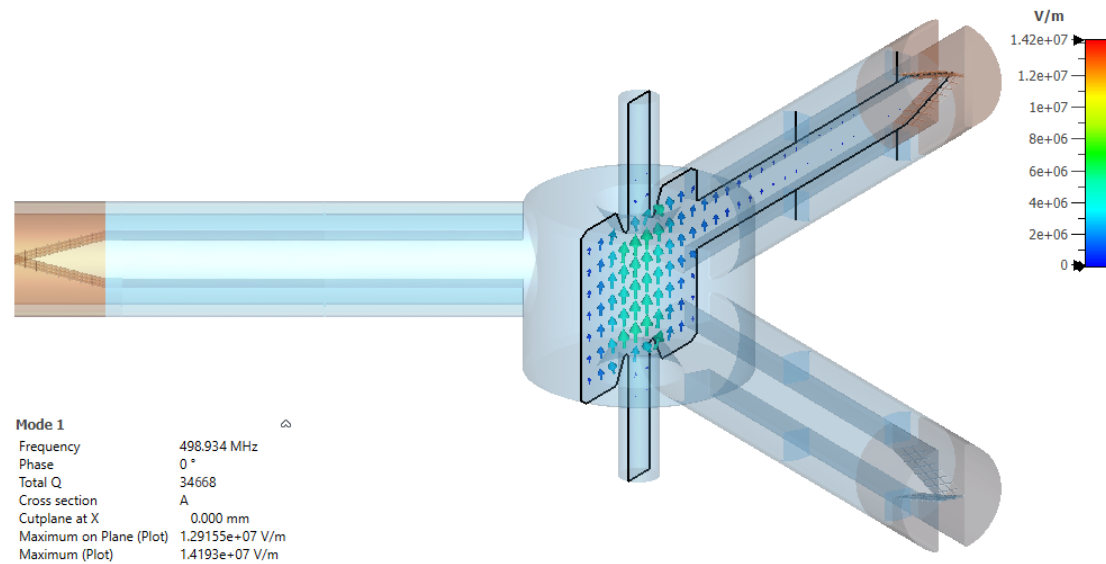


Abbildung 11.1: Schnittmodell und Feldverteilung der 500-MHz-BESSY-Kavität im CST-Simulationsmodell.

Die Simulationsergebnisse der Fundamentalmode sind in Tabelle 11.6 dargestellt. Basierend auf diesen Ergebnissen werden in den folgenden Abschnitten die Bunchenergieverluste und der BLEF berechnet, die als Grundlage für die Ermittlung der Gesamteffizienz der Kavität dienen.

Tabelle 11.1: Ergebnisse der Kennparameter-Auswertung der CST-Eigenmodensimulation der BESSY-Kavität

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	498,934	MHz
Gütefaktor	Q_0	34668	-
Shuntimpedanz ¹	R_s	8,47	MΩ
Effektive Shuntimpedanz ¹ ($\beta = 1$)	$R_{s,\text{eff}}$	4,27	MΩ
Effektive Shuntimpedanz über Güte ¹ ($\beta = 1$)	$R_{s,\text{eff}}/Q_0$	123	Ω

¹ Das Ergebnis basiert auf der Definition der Shuntimpedanz entsprechend der EU-Konvention $R_s = V_{\text{acc}}^2/(2P_v)$ und $R_{s,\text{eff}} = V_{\text{acc,eff}}^2/(2P_v)$.

Gesamteffizienz auf Basis der Simulationsergebnisse

Für die Analyse der Kavitäts-effizienz wird das in Kapitel 9 beschriebene Verfahren angewendet. Die Ergebnisse sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst.

Tabelle 11.2: Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Brightness-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,BM}$	684,42	nJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,BM}$	178,29	nJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{HOM,BM}$	506,12	nJ

Tabelle 11.3: Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Timing-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,TM}$	36,93	μ J
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,TM}$	11,42	μ J
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{HOM,TM}$	25,51	μ J

Tabelle 11.4: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäten-effizienz für den Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{BM}	3,84	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g \max,BM}$	10	%

Tabelle 11.5: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{TM}	3,23	—
Gesamteffizienz	$\eta_{\text{g max, TM}}$	12	%

11.1.2 Strahlstabilitätsanalyse

Zur Analyse potenzieller Multibunchinstabilitäten, die durch die BESSY-HOM-gedämpfte Kavität hervorgerufen werden könnten, wird eine numerische Eigenmodensimulation zur Bestimmung der longitudinalen und der transversalen Shuntimpedanzen im Frequenzbereich von 490 MHz bis 3,2 GHz durchgeführt. Die Simulationsergebnisse werden mit dem CST-Postprozessor ausgewertet, anschließend exportiert und in MATLAB weiterverarbeitet sowie visualisiert.

Die berechneten Shuntimpedanzen werden zur Bewertung der Strahlstabilität in einem Diagramm zusammen mit den Schwellenwertimpedanzkurven für PETRA IV (siehe Kapitel 10) dargestellt. Hierfür wird jeweils ein Diagramm für die longitudinale und für die transversale Shuntimpedanz erstellt. Die halblogarithmische Darstellung der longitudinalen Shuntimpedanz verbessert die Sichtbarkeit der dicht beieinander liegenden Werte um die Schwellenwertimpedanzkurve, sodass deren Überschreitung besser erkennbar wird.

Die Diagramme enthalten die Ergebnisse des kritischsten anzunehmenden Szenarios, in dem die Frequenzen der HOMs in allen 24 Kavitäten des Speicherrings als synchronisiert angenommen werden. Diese Darstellung veranschaulicht ein hypothetisches, besonders instabilitätskritisches Szenario und dient als Vergleichsbasis, um den Unterschied im Mehrwert der beiden Kavitäten designs zu verdeutlichen.

Die Ergebnisse der Eigenmodensimulation für die BESSY-HOM-gedämpfte Kavität sind in den Abbildungen 11.2 und 11.3 dargestellt. Diese zeigen die longitudinalen und transversalen Shuntimpedanzen der BESSY-HOM-gedämpften Kavität im Vergleich zu den Schwellenwertimpedanzen von PETRA IV und ermöglichen eine erste Einschätzung des Potenzials dieser Kavität, Strahlinstabilitäten im Fall ihres Einsatzes in PETRA IV zu vermeiden.

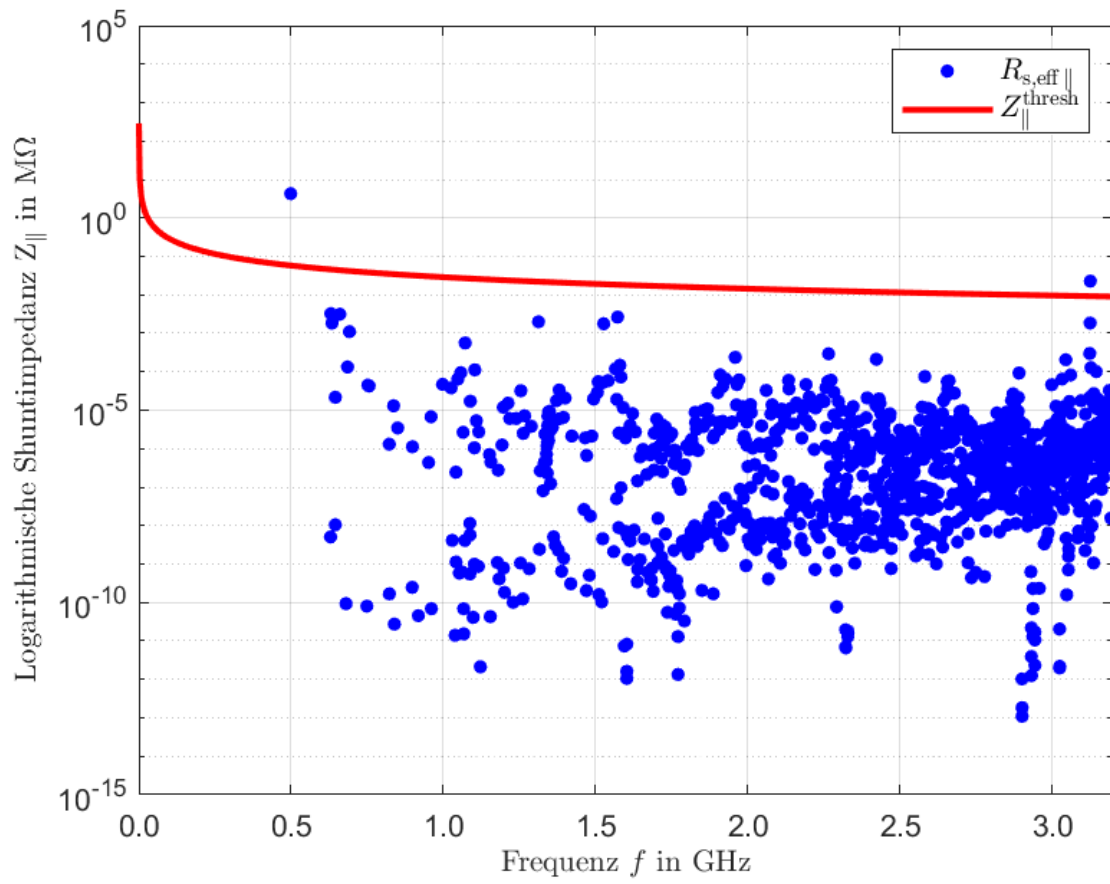


Abbildung 11.2: Longitudinale Shuntimpedanzen der BESSY-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, dargestellt mit logarithmischer y -Achse und unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.

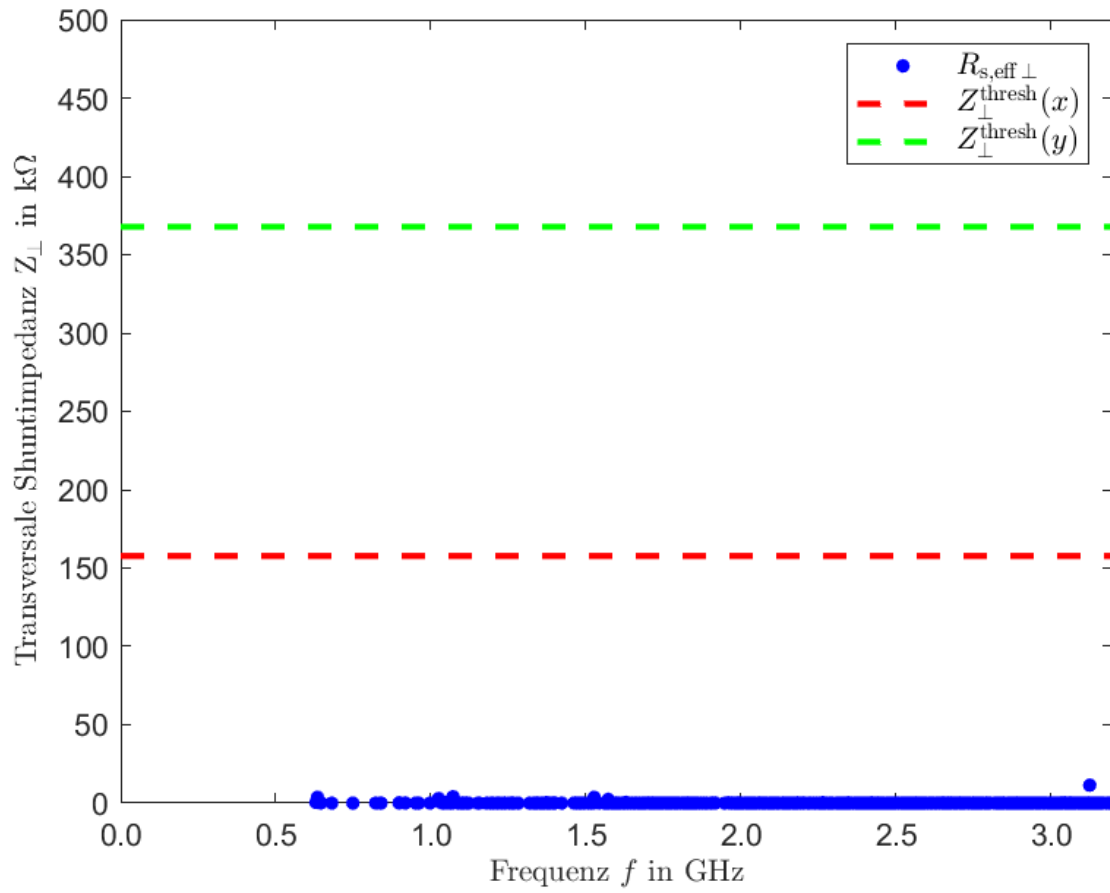


Abbildung 11.3: Transversale Shuntimpedanzen der BESSY-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.

11.2 Shintake-Ein-Moden-Kavität

11.2.1 Leistungseffizienzanalyse

Numerische Simulation der Fundamentalmodenkennwerte

Für die Berechnung der Leistungseffizienz der Shintake-Kavität wurde, wie in Anhang A beschrieben, eine Eigenmodensimulation durchgeführt. Ziel dieser Analyse ist die Bestimmung der fundamentalen Kavitätenparameter, darunter die Resonanzfrequenz, die Güte und die effektive Shuntimpedanz der Fundamentalmode.

Wie in Kapitel 3 erläutert, musste das CST-Modell der Shintake-Kavität von der ursprünglichen Zielfrequenz von 1,5 GHz auf 500 MHz angepasst werden. Die Vorgehensweise bei dieser Frequenzadaption ist in Anhang F beschrieben. Für die Simulation wurde die in Anhang E spezifizierte Simulationskonfiguration verwendet.

Abbildung 11.4 zeigt das CST-Modell der 500-MHz-Shintake-Kavität sowie die Simulationsergebnisse bezüglich der E-Feldverteilung.

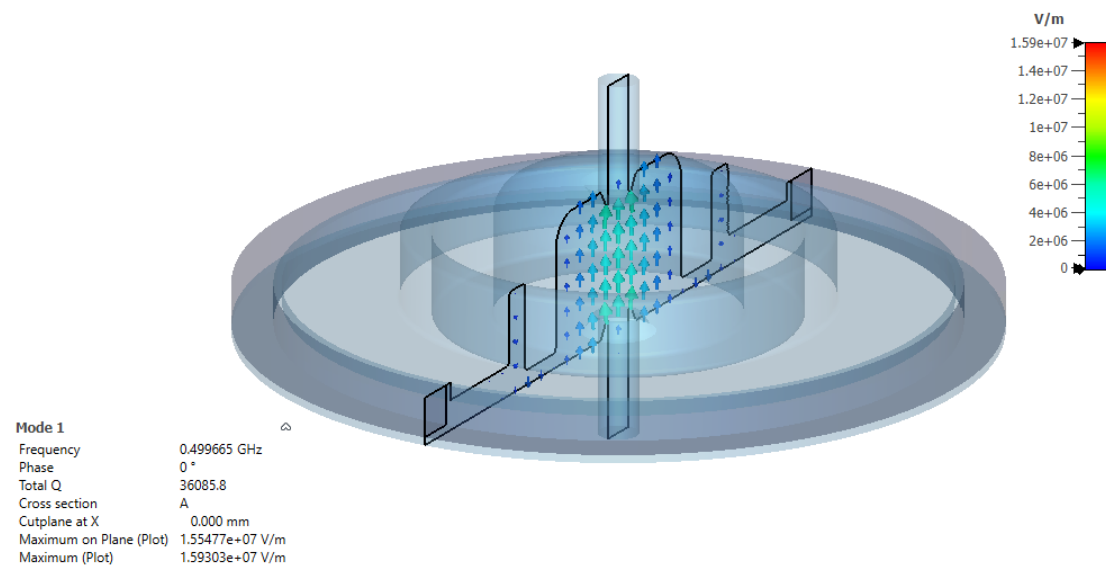


Abbildung 11.4: CST-Modell der 500-MHz-Shintake-Kavität und Simulationsergebnis der elektrischen Feldverteilung.

Die Simulationsergebnisse der Fundamentalmode sind in Tabelle 11.6 zusammengefasst. Basierend auf diesen Ergebnissen werden im folgenden Abschnitt die Bunchenergieverluste, der BLEF sowie die Gesamteffizienz der Shintake-Kavität berechnet.

Tabelle 11.6: Ergebnisse der Kennparameter-Auswertung der CST-Eigenmodensimulation der Shintake-Kavität.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	499,665	MHz
Gütefaktor	Q_0	36086	-
Shuntimpedanz ¹	R_s	7,65	MΩ
Effektive Shuntimpedanz ¹ ($\beta = 1$)	$R_{s,\text{eff}}$	4,07	MΩ
Effektive Shuntimpedanz über Güte ¹ ($\beta = 1$)	$R_{s,\text{eff}}/Q_0$	113	Ω

¹ Das Ergebnis basiert auf der Definition der Shuntimpedanz entsprechend der EU-Konvention $R_s = V_{\text{acc}}^2/(2P_v)$ und $R_{s,\text{eff}} = V_{\text{acc,eff}}^2/(2P_v)$.

Gesamteffizienz auf Basis der Simulationsergebnisse

Auch für die Shintake-Kavität wird die Effizienzanalyse dem in Kapitel 9 geschilderten Vorgehen entsprechend durchgeführt. Die Ergebnisse sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst.

Tabelle 11.7: Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Brightness-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,\text{BM}}$	684,42	nJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,\text{BM}}$	163,51	nJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{\text{HOM},\text{BM}}$	520,91	nJ

Tabelle 11.8: Ergebnisse bezüglich des Gesamtenergieverlustes im Timing-Modus, des Energieverlustes in die Fundamentalmode und des Energieverlustes in HOMs.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,TM}$	36,93	μJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,TM}$	10,47	μJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{HOM,TM}$	26,46	μJ

Tabelle 11.9: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{BM}	4,18	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g \max, BM}$	9	%

Tabelle 11.10: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{TM}	3,53	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g \max, TM}$	11	%

11.2.2 Strahlstabilitätsanalyse

Die Strahlstabilitätsanalyse für die Shintake-Kavität wird analog zur Vorgehensweise bei der BESSY-HOM-gedämpften Kavität durchgeführt. Dabei erfolgt ebenfalls eine numerische Eigenmodensimulation der longitudinalen und der transversalen Shuntimpedanzen im Frequenzbereich von 490 MHz bis 3,2 GHz.

Für die Auswertung werden die berechneten Shuntimpedanzen der Shintake-Kavität den Schwellenwertimpedanzkurven von PETRA IV gegenübergestellt. Zur besseren Visualisierung werden jeweils zwei Diagramme für die longitudinale und die transversale Shuntimpedanz erstellt, wobei die lineare Darstellungsweise beibehalten wird, um die Überschreitungen der Schwellenwerte direkt und anschaulich darzustellen.

Die Diagramme enthalten die Ergebnisse des kritischsten anzunehmenden Szenarios, in dem die Frequenzen der HOMs in allen 24 Kavitäten des Speicherrings als synchronisiert angenommen werden. Diese Darstellung veranschaulicht ein hypothetisches, besonders instabilitätskritisches Szenario und dient als Vergleichsbasis, um den Unterschied im Mehrwert der beiden Kavitäten designs zu verdeutlichen.

Die Ergebnisse der Eigenmodensimulation für die Shintake-Kavität sind in den Abbildungen 11.5 und 11.6 dargestellt.

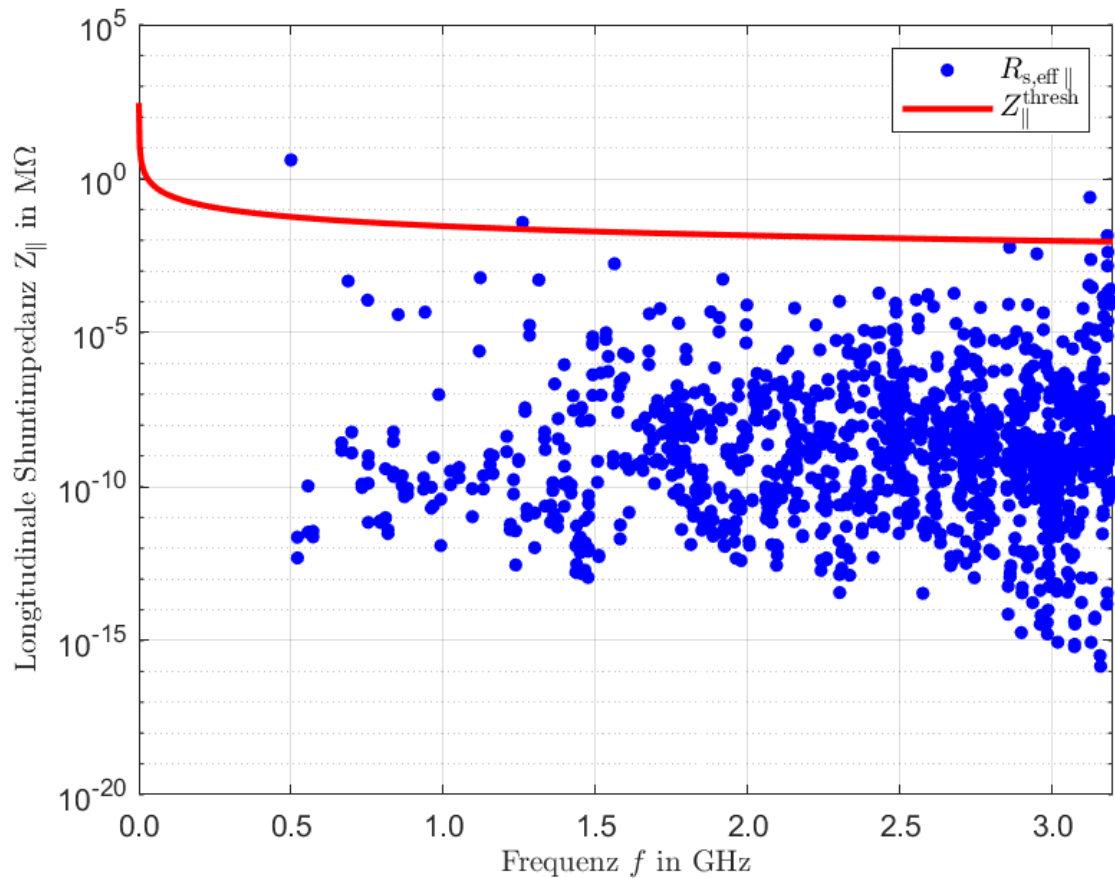


Abbildung 11.5: Longitudinale Shuntimpedanzen der Shintake-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen, dargestellt mit logarithmischer y -Achse und unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.

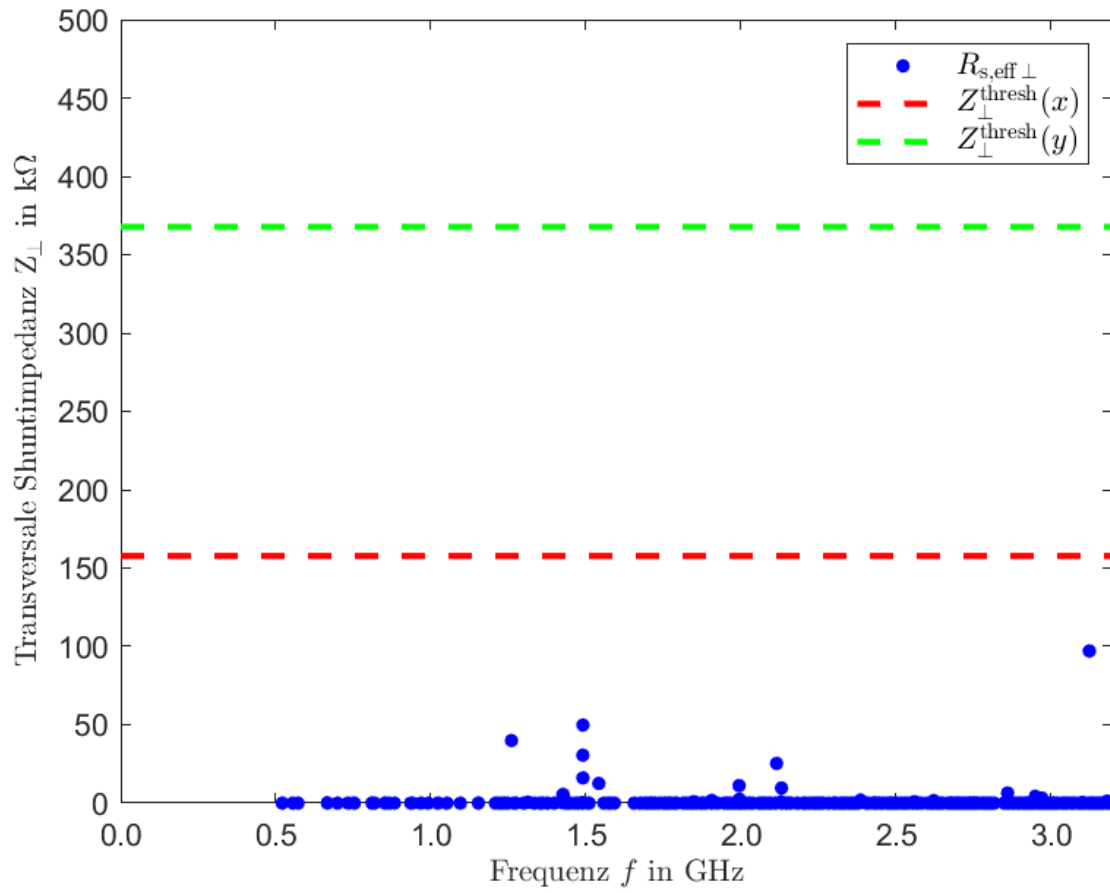


Abbildung 11.6: Transversale Shuntimpedanzen der Shintake-Kavität-Eigenmoden in Abhängigkeit von ihren Frequenzen unter der Annahme synchronisierter HOM-Frequenzen.

11.3 Ergebnisauswertung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Kavitätenkandidaten und der Pillbox-Kavität vergleichend analysiert. Dabei stehen sowohl die fundamentalen Kavitätenparameter und die daraus resultierende Leistungseffizienz als auch die Ergebnisse der Untersuchung hinsichtlich der potenziellen Anregung von Strahlinstabilitäten im Einsatz bei PETRA IV im Fokus der Diskussion.

11.3.1 Leistungseffizienz

Die Analyse der Leistungseffizienz beginnt mit einem Vergleich der fundamentalen Kavitätenparameter. Diese Parameter werden einander qualitativ gegenübergestellt, um Unterschiede und Gemeinsamkeiten zu identifizieren. Als Grundlage für die Bewertung der Kavitätenkandidaten im Kontext des Leistungseffizienzvergleichs dienen die Güte, die effektive Shuntimpedanz und die daraus resultierenden Gesamteffizienzen. Tabelle 11.11 zeigt eine Zusammenfassung der fundamentalen Kavitätenparameter und der berechneten Gesamteffizienz für die drei untersuchten Kavitäten.

Tabelle 11.11: Gegenüberstellung der Ergebnisse bezüglich der fundamentalen Kavitätenparameter und der Gesamteffizienz der BESSY-, der Shintake- und der Pillbox-Kavität.

Parameter	Symbol	BESSY	Shintake	Pillbox	Einheit
Resonanzfrequenz	f_0	498,934	499,665	498,922	MHz
Gütefaktor	Q_0	34668	36086	35516	-
Shuntimpedanz ¹	R_s	8,47	7,65	8,55	MΩ
Effekt. Shuntimpedanz ¹	$R_{s,\text{eff}}$	4,27	4,07	3,50	MΩ
Effekt. R/Q ¹	$R_{s,\text{eff}}/Q_0$	123	113	99	Ω
Gesamteffizienz (BM)	$\eta_{g\text{ max,BM}}$	10	9	7	%
Gesamteffizienz (TM)	$\eta_{g\text{ max,TM}}$	12	11	9	%

¹ Das Ergebnis basiert auf der Definition der Shuntimpedanz entsprechend der EU-Konvention $R_s = V_{\text{acc}}^2/(2P_v)$ und $R_{s,\text{eff}} = V_{\text{acc,eff}}^2/(2P_v)$.

Die BESSY- und die Shintake-Kavität weisen vergleichbare effektive Shuntimpedanzen auf, wobei die Shintake-Kavität eine geringere Shuntimpedanz besitzt. Die niedrigste

Shuntimpedanz, wie bereits aufgrund der Ergebnisse aus Kapitel 7 zu erwarten war, weist die Pillbox-Kavität auf.

Für die Güte zeigt sich, dass alle drei Kavitäten ähnliche Werte aufweisen, wobei die BESSY-Kavität die geringste und die Shintake-Kavität die höchste Güte erreicht. Die geringere Güte der BESSY-Kavität ist auf ihre größere Oberfläche zurückzuführen.

Auch die Gesamteffizienzen liegen relativ nahe beieinander, wobei die BESSY-Kavität die höchste Effizienz und die Pillbox-Kavität die niedrigste Effizienz erzielt. Die absteigende Reihenfolge der Kavitäteneffizienzen entspricht der Reihenfolge der abnehmenden Shuntimpedanzwerte.

Dass die Unterschiede zwischen den Effizienzen der drei Kavitäten im Bereich von unter 5 % liegen, verdeutlicht, dass für den betrachteten Anwendungsfall die Abhängigkeit der Effizienz vom R/Q -Verhältnis eine untergeordnete Rolle spielt. Diesbezüglich ist anzumerken, dass die Ergebnisse aufgrund ihrer unterschiedlichen Resonanzfrequenzen nur eingeschränkt vergleichbar sind. Die Abweichung der Resonanzfrequenz der BESSY-Kavität resultiert aus der Modifikation des Kavitätenmodells, bei der der Koppler und der Tuner entfernt wurden, um die Modelle besser vergleichbar zu machen. Ursprünglich betrug die Resonanzfrequenz, wie im CDR spezifiziert, 499,665 MHz, weshalb die Shintake-Kavität im Rahmen ihrer Anpassung auf diese Frequenz ausgelegt wurde. Die Reihenfolge der Arbeitsschritte, bei der die Shintake-Kavität vor der BESSY-Kavität modifiziert wurde, ist in der gewählten Methodik fehlerhaft.

Die Kavitäten sollen dennoch miteinander verglichen werden, da die Abweichungen der Resonanzfrequenzen kleiner als 0,01 % sind. Da die Güte direkt proportional zur Resonanzfrequenz ist, sind ihre dadurch entstehenden Abweichungen dieser ebenfalls kleiner als 0,01 %. Das gilt auch für das R/Q -Verhältnis.

Die Abhängigkeit der Effizienzkurve vom R/Q -Verhältnis ist beispielhaft für den Brightness-Modus in den Abbildungen 11.7 und 11.8 illustriert.

Aus diesen Diagrammen lässt sich die Sensitivität der Effizienz gegenüber dem R/Q -Verhältnis ablesen. Abbildung 11.7 zeigt eine umfassende Übersicht über den gesamten Kurvenverlauf, um die Abhängigkeit über einen breiten Parameterbereich darzustellen. Abbildung 11.8 bietet einen detaillierteren Einblick in einen spezifischen Bereich der Kurve, um Feinheiten und lokale Unterschiede klarer sichtbar zu machen.

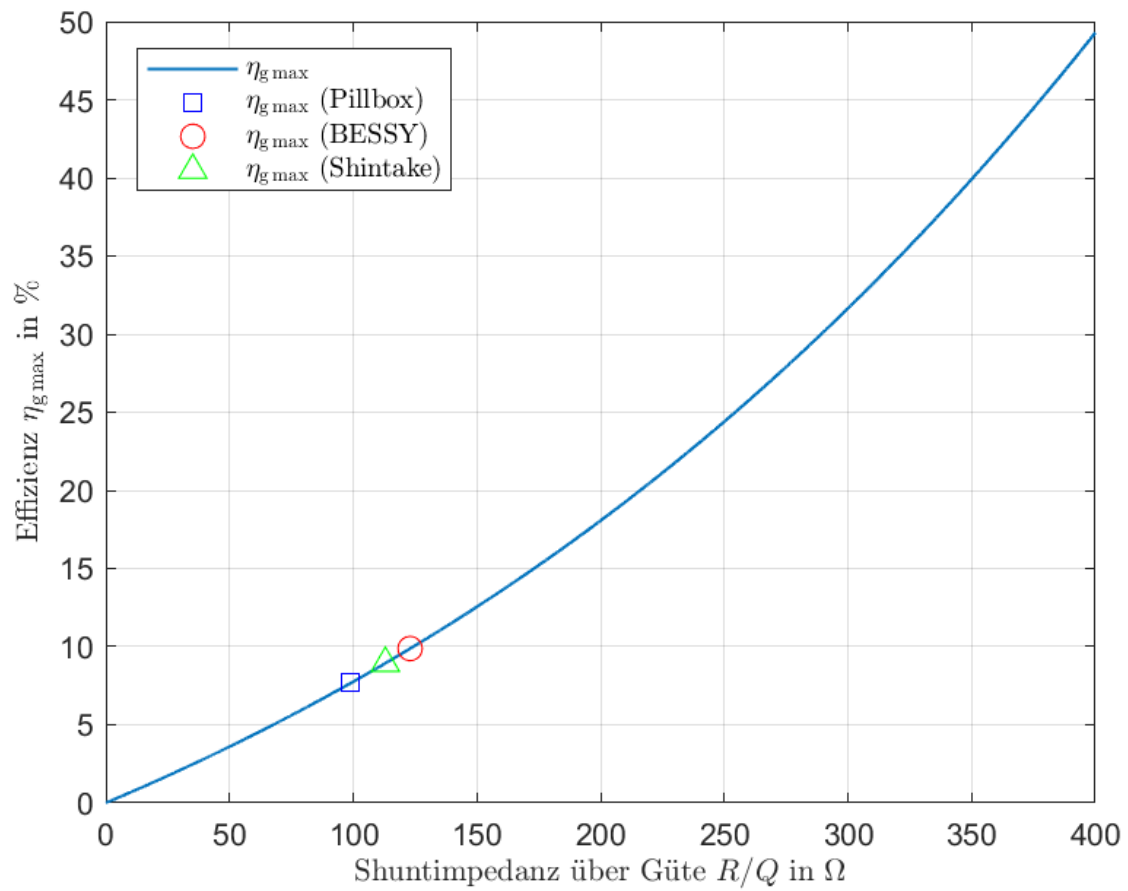


Abbildung 11.7: Übersicht des Kurvenverlaufs der Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom R/Q -Verhältnis (großer Bereich).

Diese Darstellungen verdeutlichen, dass die Sensitivität der Gesamteffizienz in Bezug auf Variationen im R/Q -Verhältnis für typische Werte von R/Q (70Ω bis 150Ω) nur gering ist. Die Steilheit des Kurvenverlaufs nimmt für größere Werte von R/Q zu, sodass in diesen Bereichen kleine Unterschiede zu einer vergleichsweise höheren Zunahme der Effizienz führen.

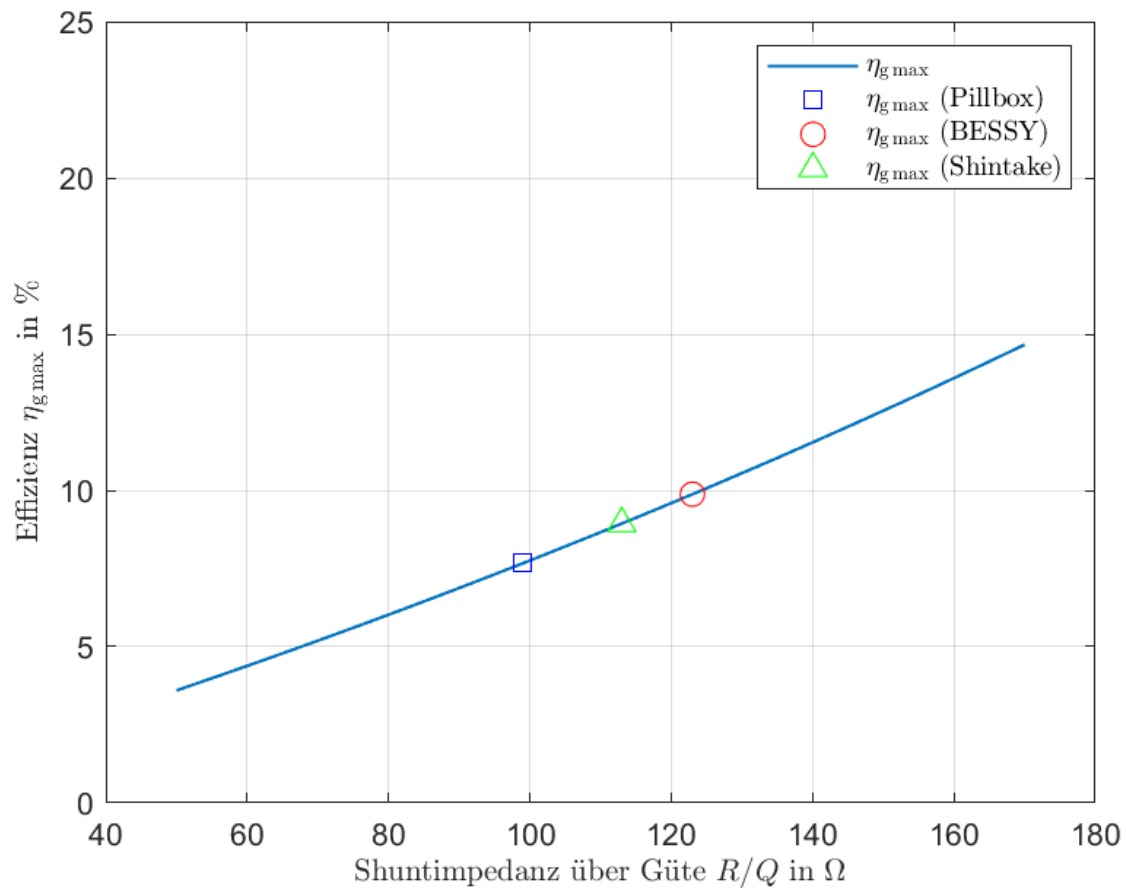


Abbildung 11.8: Detailansicht des Kurvenverlaufs der Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom R/Q -Verhältnis (Ausschnitt).

Basierend auf der geringen Sensitivität der Gesamteffizienz gegenüber dem R/Q -Verhältnis ist ein geringer Einfluss der Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und den Messergebnissen zu erwarten. Für die Effizienz einer 500 MHz-Kavität in PETRA IV zeigt sich, dass unter der Annahme einer Abweichung von bis zu -20% zwischen Simulation und Messung die Effizienz mit einer maximalen Abweichung von -2% – also etwa um den Faktor 10 kleiner – mittels der vorgestellten Methodik aus analytischen Berechnungen und Simulationen bestimmt werden kann.

In Abbildung 11.9 ist die maximale Abweichung der Effizienz von -2% dargestellt, verursacht durch die typischen Schwankungen des R/Q -Verhältnisses um bis zu -20% . Die Abbildung verdeutlicht den Einfluss dieser Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und den realen Messergebnissen auf die Gesamteffizienz.

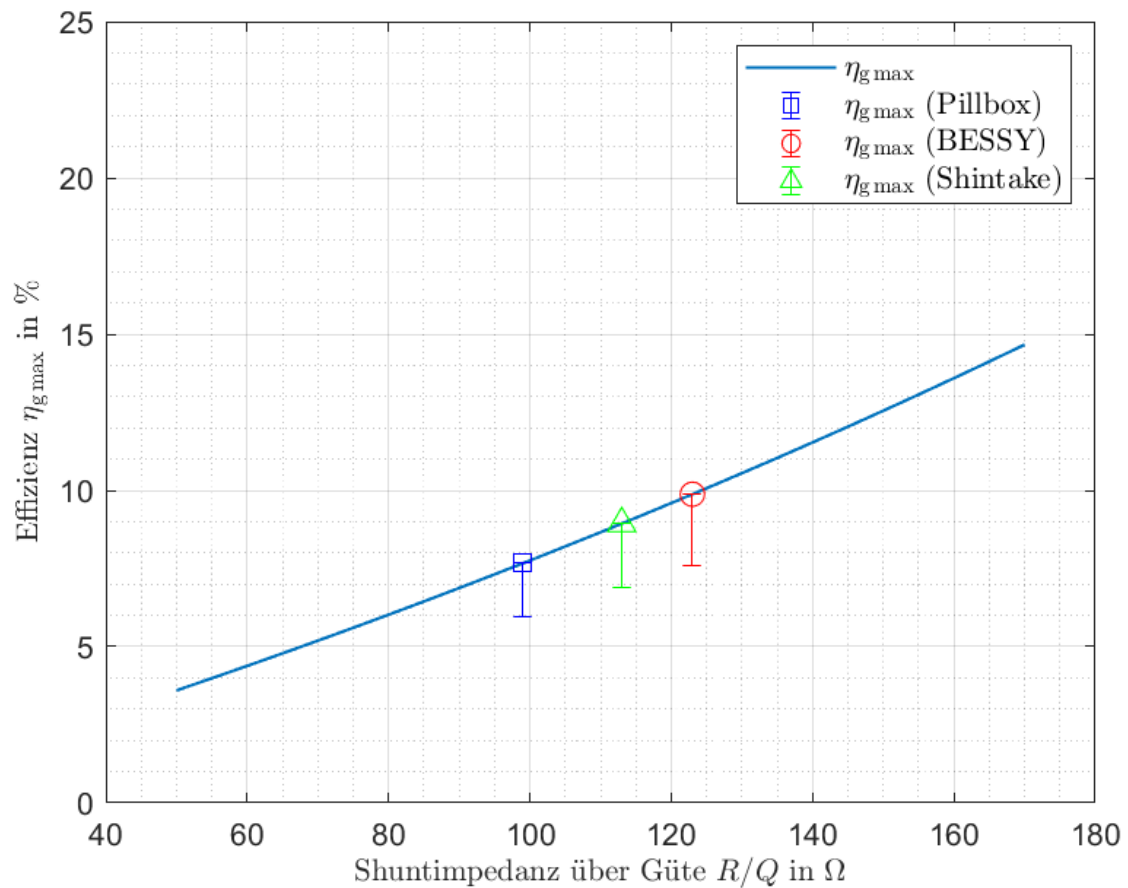


Abbildung 11.9: Detailansicht des Kurvenverlaufs der Gesamteffizienz in Abhängigkeit vom R/Q -Verhältnis. Die Fehlerbalken zeigen die typischen Abweichungsspannen zwischen dem theoretischen Wert (Simulationsergebnis) und dem erwarteten realen Messwert für R/Q sowie die daraus resultierende, entsprechend niedrigere Effizienz.

Anhand der Ergebnisse der Leistungseffizienzanalyse lässt sich die BESSY-Kavität im Kontext der Bewertung der Kavitätenkandidaten als die effizientere Option identifizieren. Sie zeigt sowohl im Brightness-Modus als auch im Timing-Modus eine um 1 % höhere Gesamteffizienz, die auf ihre im Vergleich zur Shintake-Kavität leicht höhere Shuntimpedanz zurückzuführen ist.

11.3.2 Stabilitätsanalyse

In diesem Unterabschnitt werden die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse ausgewertet. Die Untersuchung der longitudinalen und der transversalen Shuntimpedanzen zielt auf die Identifikation kritischer Moden ab. Hierzu werden die Shuntimpedanzen mit den Schwellenwertkurven verglichen, die beiden Moden identifiziert, die den Grenzwerten am nächsten liegen, und der Abstand ihrer Shuntimpedanzen zu den Schwellenwerten quantifiziert.

Bei der Diskussion der longitudinalen Strahlstabilität wird die Fundamentalmode nicht berücksichtigt, da ihre longitudinale Shuntimpedanz zwar in der Regel das Impedanzbudget überschreitet, eine mögliche Anregung einer longitudinalen Strahlinstabilität jedoch durch ein Feedbacksystem kompensiert wird.

Für die Kavitätenkandidaten wird basierend auf der Frequenz der kritischen Moden eine Vermutung zur Indizierung ausgesprochen, die sich an den Moden orientiert, die sich in einer Pillbox-Kavität ausbilden. Diese Indizierung ermöglicht Rückschlüsse auf die Feldcharakteristik, sodass die theoretischen Annahmen in zukünftigen Untersuchungen der dreidimensionalen Simulationsergebnisse aus CST überprüft werden können. Für die Shintake-Kavität werden, sofern es möglich ist, hypothetische Mechanismen zur Entstehung der quantitativ auffälligen Shuntimpedanzen skizziert, um Anhaltspunkte für weiterführende Untersuchungen zu liefern.

Die Analyse der Pillbox-Kavität beschränkt sich bewusst auf eine qualitative Betrachtung, deren primäres Ziel die Veranschaulichung der Notwendigkeit von HOM-Behandlungsstrategien ist, weshalb diese Ergebnisse im Rahmen dieser Auswertung nicht diskutiert werden.

Bei der BESSY-Kavität zeigt sich keine Mode auffällig, weder bei den longitudinalen noch bei den transversalen Shuntimpedanzen gibt es Ausreißer. Die kritische longitudinale Mode liegt bei 1,57 GHz mit einem Abstand von 15,7 k Ω von der Schwellenwertkurve. Die zweitkritischste Mode bei 660 MHz weist einen Abstand von 40,6 k Ω auf.

Basierend auf der charakteristischen Frequenz von ungefähr 700 MHz für eine hypothetische Pillbox-Kavität gleicher Länge könnte die zweitkritischste Mode potenziell als eine TM₀₁₁-artige Mode identifiziert werden. Bei der kritischste Mode könnte es sich um eine TM₀₂₂-artige Mode handeln.

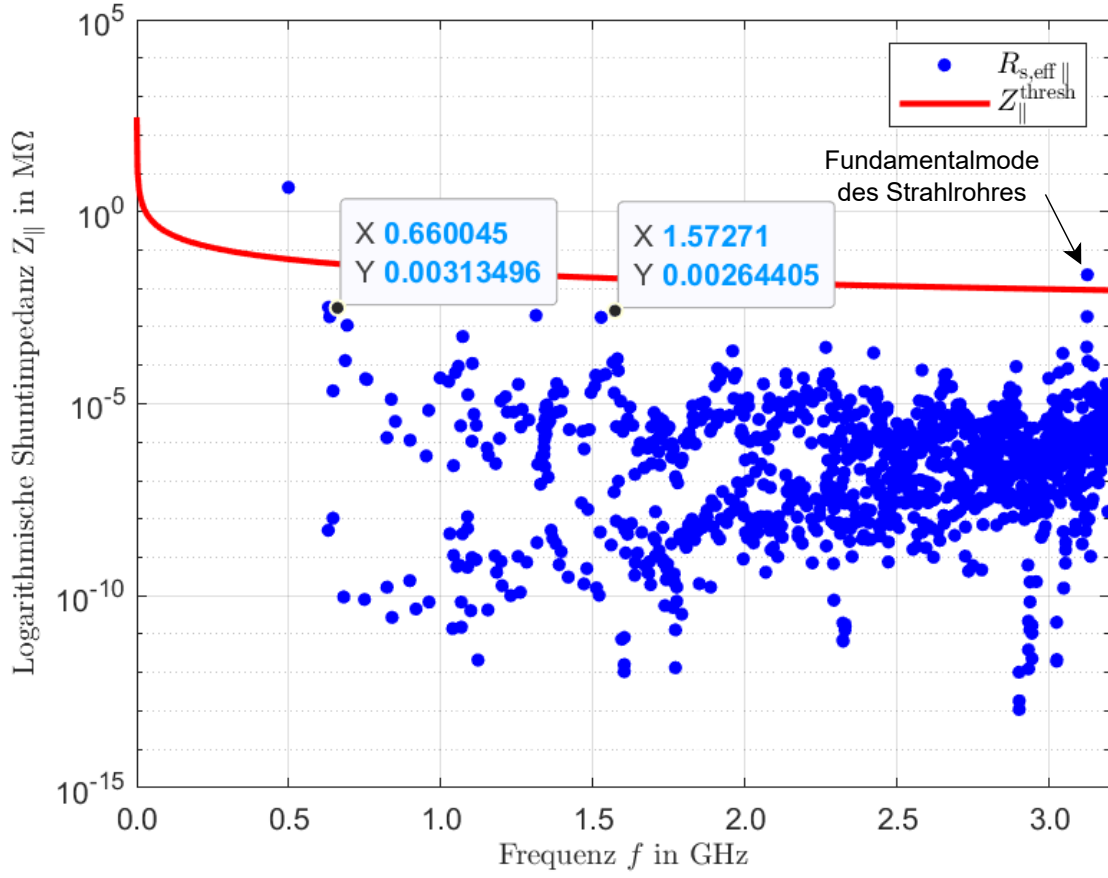


Abbildung 11.10: Die zwei kritischsten Moden für die longitudinale Strahlstabilität bei Betrachtung der BESSY-Kavität.

Bei der Analyse der transversalen Shuntimpedanz wird die Schwellenwertimpedanz der x -Achsenpolarisationsrichtung als Referenzwert verwendet. Diese Kurve verläuft konstant bei $157,7 \text{ k}\Omega$ und repräsentiert den kritischen Schwellenwert der transversalen Shuntimpedanz. Die kritische Mode liegt bei $1,07 \text{ GHz}$ und weist einen Abstand zur Schwellenwertkurve von $153,6 \text{ k}\Omega$ auf. Die zweitkritischste Mode bei $1,53 \text{ GHz}$ zeigt einen Abstand zur Schwellenwertkurve von $154,0 \text{ k}\Omega$. Bei der transversalen kritischsten Mode handelt es sich potenziell um eine TM_{210} -artige Mode, eine Quadrupolmode, und bei der zweitkritischsten Mode könnte es sich um eine TM_{022} -artige Mode handeln. Im Ergebnisdiagramm ist eine TM_{110} -artige Mode im Bereich ihrer charakteristischen Frequenz nicht durch eine auffällig hohe Shuntimpedanz erkennbar, sodass ihre Quantität nicht bestimmt werden kann.

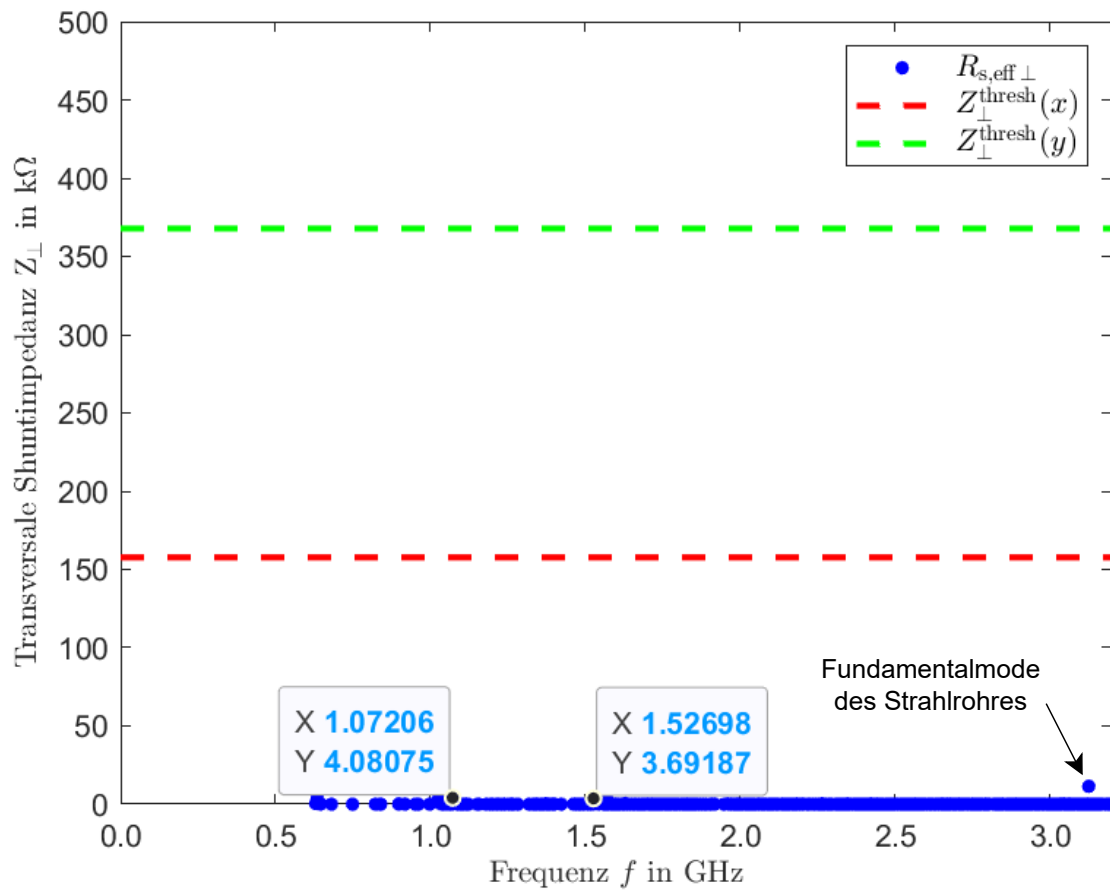


Abbildung 11.11: Die zwei kritischsten Moden für die transversale Strahlstabilität bei Betrachtung der BESSY-Kavität.

Tabelle 11.12: Kennwerte der als kritisch für die Strahlstabilität identifizierten Moden der BESSY-Kavität.

Parameter	Symbol	Longitudinal ¹		Transversal ¹	
		Krit. 1	Krit. 2	Krit. 1	Krit. 2
Resonanzfrequenz [GHz]	f_{res}	1,57	0,66	1,07	1,53
Effekt. Shuntimpedanz ² [kΩ]	$R_{\text{s,eff}}$	3,1	2,6	4,1	3,7
Abstand zur Schwellenwertkurve ² [kΩ]	$\Delta R_{\text{s,eff}}$	15,7	40,6	153,6	154,0

¹ Krit. 1 bezeichnet die kritischste Mode und Krit. 2 die zweitkritischste Mode.

² Das Ergebnis basiert auf der Definition der Shuntimpedanz entsprechend der EU-Konvention $R_{\text{s,eff}} = V_{\text{acc,eff}}^2 / (2P_{\text{v}})$.

Die Kennwerte der kritischen Moden sind in Tabelle 11.12 zusammengefasst. Die Ergebnisse zeigen, dass das Auftreten einer transversal induzierten Instabilität selbst bei Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und den in der Praxis gemessenen Werten äußerst unwahrscheinlich ist.

Bei der Shintake-Kavität waren sowohl longitudinale als auch transversale Shuntimpedanzen einzelner Moden auffällig. Die kritische longitudinale Shuntimpedanz einer Mode liegt bei 1,26 GHz und liegt in einem Abstand von 15,6 k Ω über der Schwellenwertkurve, sodass das Auftreten von Strahlinstabilitäten nicht ausgeschlossen werden kann. Die zweitkritischste Mode liegt bei 2,86 GHz und weist einen Abstand von 4,2 k Ω auf.

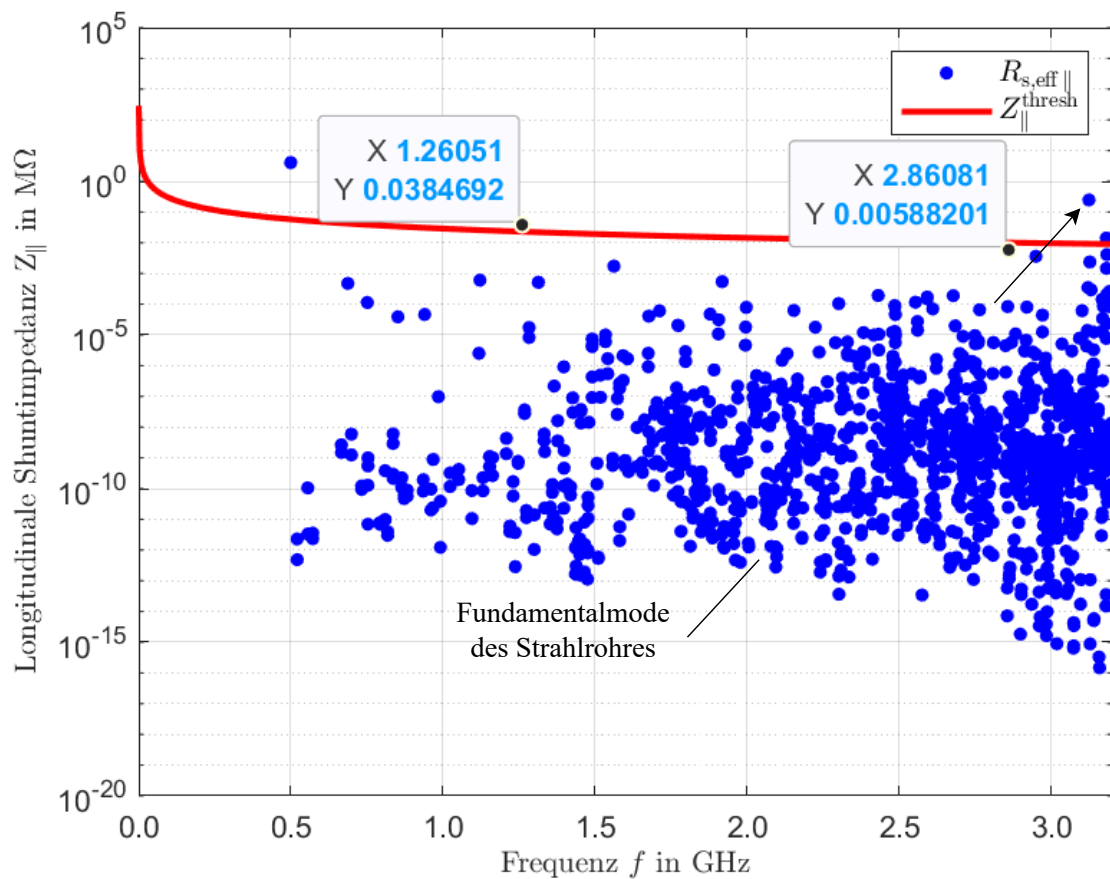


Abbildung 11.12: Die zwei kritischsten Moden für die longitudinale Strahlstabilität bei Betrachtung der Shintake-Kavität.

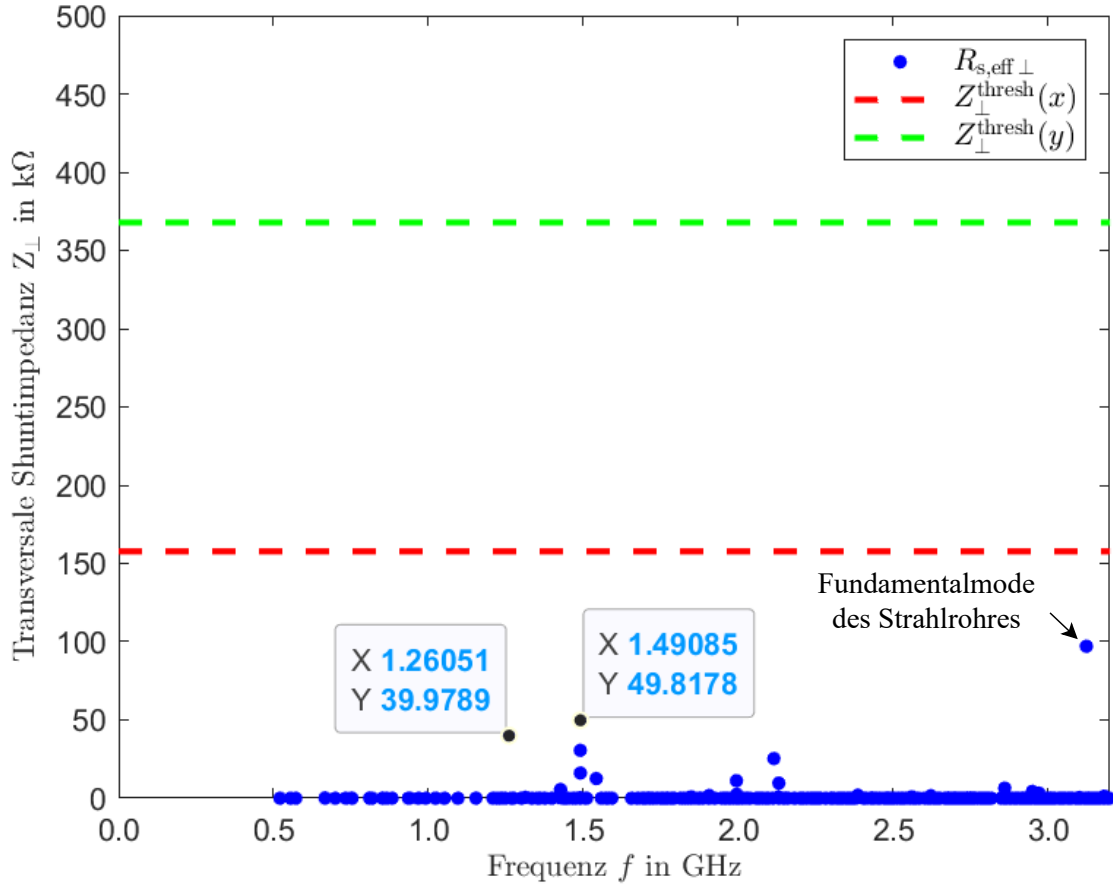


Abbildung 11.13: Die zwei kritischsten Moden für die transversale Strahlstabilität bei Betrachtung der Shintake-Kavität.

Die transversale kritischste Mode liegt bei 1,49 GHz und weist einen Abstand zur Schwellenwertkurve von 107,9 $k\Omega$ auf. Die zweitkritischste Mode liegt bei 1,26 GHz und zeigt einen um 10 $k\Omega$ abweichenden Abstand zur Schwellenwertkurve. Im Ergebnisdiagramm ist eine TM_{110} -artige Mode im Bereich ihrer charakteristischen Frequenz nicht durch eine auffällig hohe Shuntimpedanz erkennbar, sodass ihre Quantität, wie bereits bei der BESSY-Kavität, nicht bestimmt werden kann.

Bei den drei übereinander liegenden auffällig hohen Shuntimpedanzen handelt es sich potenziell um drei verschiedene Orientierungen ein und derselben Mode, relativ zum Koordinatensystem. Die potentielle Anzahl der von CST MWS bestimmten Modenorientierungen deutet darauf hin, dass es sich vermutlich um eine Sechstupolmode handelt. Es fällt zudem auf, dass die Frequenz der Mode das Dreifache der Fundamentalmoden-

frequenz beträgt. Dies könnte darauf hindeuten, dass die Mode möglicherweise im Choke reflektiert wird, anstatt im Dämpfungsmaterial in Wärmeenergie umgewandelt zu werden.

Es fällt auf, dass die kritischste longitudinale Mode mit einer Frequenz von 1,26 GHz gleichzeitig die zweitkritischste transversale Mode ist. Auch bei der Fundamentalmode des Strahlrohres zeigt sich, dass eine Mode sowohl eine vergleichsweise hohe longitudinale als auch eine potenziell hohe transversale Shuntimpedanz aufweist. Um zu klären, inwieweit die kritischste transversale Mode tatsächlich auf den Bunch wirkt und ob die Berechnung der transversalen Shuntimpedanz eine valide Näherung für die Wirkung auf den Bunch bietet, muss in einer weiterführenden Untersuchung anhand der dreidimensionalen Simulationsergebnisse geprüft werden.

Die vergleichsweise hohen transversalen Shuntimpedanzen überschreiten die Schwellenwertimpedanzen nicht, sind aber unerwünscht, da sie das Impedanzbudget des Speicherrings verringern und zu unerwünschten Wechselwirkungen mit dem Strahl führen.

Die Kennwerte der kritischen Moden der Shintake-Kavität sind in Tabelle 11.13 zusammengefasst.

Tabelle 11.13: Kennwerte der als kritisch für die Strahlstabilität identifizierten Moden der Shintake-Kavität.

Parameter	Symbol	Longitudinal ¹		Transversal ¹	
		Krit. 1 ³	Krit. 2	Krit. 1	Krit. 2
Resonanzfrequenz [GHz]	f_{res}	1,26	2,86	1,49	1,26
Effekt. Shuntimpedanz ² [kΩ]	$R_{\text{s,eff}}$	38,5	5,9	49,8	40,0
Abstand zur Schwellenwertkurve ² [kΩ]	$\Delta R_{\text{s,eff}}$	15,6	4,2	107,9	117,7

¹ Krit. 1 bezeichnet die kritischste Mode und Krit. 2 die zweitkritischste Mode.

² Das Ergebnis basiert auf der Definition der Shuntimpedanz entsprechend der EU-Konvention $R_{\text{s}} = V_{\text{acc}}^2 / (2P_{\text{v}})$ und $R_{\text{s,eff}} = V_{\text{acc,eff}}^2 / (2P_{\text{v}})$.

³ Die Mode liegt oberhalb der Schwellenwertkurve und überschreitet damit das Impedanzbudget.

Anhand der Ergebnisse der Strahlstabilitätsanalyse lässt sich aufgrund der Überschreitung der Schwellenwertimpedanzkurve einer Mode im Fall der Shintake-Kavität die BESSY-

Kavität als einzig validen Kavitätskandidaten im Kontext dieser Untersuchung für den Einsatz in PETRA IV identifizieren.

Als Fazit lässt sich festhalten, dass die Simulationsergebnisse der BESSY-Kavität sowohl in Bezug auf ihre Leistungseffizienz als auch hinsichtlich der Stabilitätsanalyse den Erwartungen entsprechen, die auf Grundlage der Veröffentlichungen zu dieser Kavität in den vergangenen 20 Jahren prognostiziert wurden. Im Gegensatz dazu bleiben die Ergebnisse der untersuchten Shintake-Kavität, die auf einer Adaption des ursprünglichen 1,5-GHz-Modells für 500 MHz basiert und sich noch in der Entwicklungsphase befindet, hinter den Erwartungen zurück. Diese Erwartungen, abgeleitet aus den Simulationsergebnissen des ursprünglichen 1,5-GHz-Modells, konnten mit dem adaptierten 500-MHz-Modell nicht erfüllt werden.

Alle exportierten Simulationsergebnisse der Kavitätenparameter sowie eine digitale Kopie dieser Arbeit befinden sich auf CD und können beim Erstgutachter eingesehen werden.

12 Fazit und Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die zentralen Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst, ehe die angewandte Methodik kritisch reflektiert wird. Anschließend wird ein Ausblick auf mögliche Ansätze zur Weiterführung dieser Forschungsarbeit eröffnet.

Um den maximalen Wirkungsgrad einer Kavität zu erreichen, müssen drei grundlegende Voraussetzungen erfüllt werden. Zunächst muss die Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$ der Kavität so hoch wie möglich sein, um die Wandverluste auf ein Minimum zu reduzieren. Die Betriebsfrequenz muss zudem derart eingestellt werden, dass der Imaginärteil im Nenner der von der HF-Quelle ‚gesehenen‘ Kavitätenimpedanz vollständig verschwindet. Darüber hinaus ist es entscheidend, den Koppelfaktor so zu justieren, dass die reelle von der HF-Quelle wahrgenommene Kavitätenimpedanz exakt mit ihrem reellen Innenwiderstand übereinstimmt, sodass keine Leistung am Eingang der Kavität reflektiert wird.

Werden diese drei Bedingungen erfüllt, erreicht die HOM-gedämpfte PETRA IV-Kavität ohne Berücksichtigung von HOM-Modenverlusten einen Wirkungsgrad von

$$\eta = \frac{37 \text{ kW}}{53 \text{ kW}} \cdot 100 \% = 70 \%. \quad (12.1)$$

Werden die reaktiven Terme nicht eliminiert – was gleichbedeutend mit dem Betrieb der Kavität bei ihrer Resonanzfrequenz ist –, sinkt der Wirkungsgrad signifikant von 70 % auf

$$\eta = \frac{37 \text{ kW}}{68 \text{ kW}} \cdot 100 \% = 54 \%. \quad (12.2)$$

Wird zusätzlich der Koppelfaktor nicht auf seinen optimalen Wert eingestellt, verschlechtert sich der Wirkungsgrad abermals.

Wird die Effizienz nach Palmers Ansatz berechnet, ergibt sich ohne Berücksichtigung der HOM-Verluste dieselbe Effizienz wie im Fall ohne Kavitäten-Detuning:

$$\eta = \frac{180,04 \mu\text{J}}{339,38 \mu\text{J}} \cdot 100 \% = 53,04 \% \quad (12.3)$$

Dies ist darauf zurückzuführen, dass Detuning unter Anwendung von Palmers Ansatz nicht berücksichtigt wird.

Werden unter Anwendung von Palmers Ansatz zusätzlich die HOM-Verluste einbezogen, resultiert eine nur geringfügig reduzierte Effizienz von

$$\eta = \frac{180,04 \mu\text{J}}{339,38 \mu\text{J} + 332 \text{ nJ}} \cdot 100 \% = 52,99 \%. \quad (12.4)$$

Diese Berechnungen stellen die Effizienz für eine singuläre Bunchdurchquerung dar.

Wird die Effizienz mit der hergeleiteten Gesamteffizienzgleichung (6.23) unter Zuhilfenahme von Palmers-BLEF berechnet, so ergibt sich für die BESSY-Kavität eine maximale Effizienz von 12 % und für die Shintake-Kavität eine maximale Effizienz von 11 %.

Dabei resultieren die Abweichungen zwischen den für eine singuläre Bunchdurchquerung berechneten Effizienzen und den für eine unendliche Bunchkette berechneten Effizienzen daraus, dass unter Betrachtung einer unendlichen Bunchkette der Energieverlust erheblich zunimmt, und zwar bis auf Größenordnungen von 10^5 V.

Der aus der Palmer-Methode ermittelte BLEF ist für Gleichung (6.23) nicht direkt anwendbar, da der Energieverlust durch Beamloading bei einer unendlichen Bunchkette um mehr als das Hundertfache ansteigt, während die HOM-Verluste nicht in diesem Ausmaß zunehmen – und wenn doch, dann nur bis zu der Energiemenge, die sich in den HOMs bis zur Grenzfrequenz des Strahlrohres befindet. Daher ist die Anwendung von Gleichung (6.23) in Kombination mit Palmers BLEF als Worst-Case-Abschätzung zu interpretieren.

Somit überschätzen die Effizienzberechnungen nach Gleichung (6.23) den tatsächlichen Effizienzverlust durch HOMs im Praxisfall, weshalb die Ergebnisse, die auf Basis dieser Gleichung berechnet wurden, so nicht in der Realität auftreten werden.

Eine korrekte Bestimmung des BLEF für Gleichung (6.23) erfordert demnach eine Eigenmodenanalyse der relevanten HOMs. Solche Analysen könnten mithilfe von Simulationsprogrammen wie CST MWS durchgeführt werden, was jedoch einen erheblichen, praktisch kaum zu bewältigenden Arbeitsaufwand mit sich bringen würde.

Dennoch wäre es denkbar, für einzelne HOMs wie die TM_{110} -Mode ein realistisches B zu bestimmen. Für diese Mode sind die Werte des Verlustfaktors k und der Güte Q_0 bekannt, was eine gezielte Analyse ermöglichen würde.

Ein weiterer zu berücksichtigender Aspekt bei der Beurteilung der berechneten Effizienzen betrifft die Tatsache, dass die Kavitätenparameter der Shuntimpedanz und der Güte einer Kavität in der Praxis typischerweise 20 % kleiner sind als die theoretisch bestimmten Werte. Gründe hierfür sind vor allem die Fertigungstechnik, die Grenzen der Fertigungsqualität sowie der Einfluss des Kopplers und des Tuners auf diese Parameter. Des Weiteren offenbarte die Analyse der Unsicherheit zwischen analytisch und simulativ bestimmten Kavitätenparametern eine Abweichung von weniger als 3 %.

Die Bewertung der BESSY- und Shintake-Kavitäten im Hinblick auf ihre Eignung für PETRA IV ergab, dass die BESSY-Kavität eine um 1 % höhere Leistungseffizienz aufweist. Zudem zeigt die Analyse, dass ihr Einsatz keine Strahlinstabilitäten verursacht. Im Gegensatz dazu konnte für das auf 500 MHz adaptierte Modell der Shintake-Kavität nicht ausgeschlossen werden, dass es Strahlinstabilitäten induziert, da die longitudinale Schwellenwertimpedanz von einer Mode überschritten wurde. Daher wurde die BESSY-Kavität als einzige der untersuchten Kavitäten als geeignet für PETRA IV identifiziert.

Die Ergebnisse der Hauptuntersuchung zeigen, dass das 500 MHz-Modell der Shintake-Kavität im Vergleich zum 1,5 GHz-Modell hinter den Erwartungen zurückbleibt. Um die beobachteten Abweichungen zu verstehen, bedarf es einer weiterführenden Untersuchung der Ursachen für die differierenden Ergebnisse.

Nach Identifikation und Behebung der Anomalien durch Anpassungen an der Kavitätengeometrie sollten Koppler und Tuner in das Simulationsmodell integriert werden, um realitätsnähere Simulationen durchzuführen. Dabei wäre die vorgestellte Analysemethodik iterativ anzuwenden, bis die Zielvorgaben erfüllt sind.

Abschließend sollten an einem zukünftigen Prototypen der Shintake-Kavität Messungen der Kavitätenparameter durchgeführt werden. Diese würden einen Vergleich mit den experimentell bestimmten Werten der BESSY-Kavität ermöglichen und eine praxisnahe

Bewertung der Leistungseffizienz und Strahlstabilitätsanalyse beider Designs gewährleisten.

Literatur

- [1] J. Miles, Hrsg. *Radio frequency engineering: Proceedings, CAS - CERN accelerator school, Seeheim, Germany, May 8-16, 2000*. CERN Accelerator School Course on RF Engineering, Seeheim (Germany), 8 May 2000 - 16 May 2000. Geneva: CERN, 8. Mai 2000, 473 p. DOI: [10.5170/CERN-2005-003](https://doi.org/10.5170/CERN-2005-003).
- [2] S. Andresen. „Impact of Different Components and Boundary Conditions on the Eigenfrequencies of a Magnet–Girder Assembly“. In: *Instruments* (2021). DOI: [10.3390/instruments5030029](https://doi.org/10.3390/instruments5030029).
- [3] Anthropic. *Claude Sonnet 3.5*. Version 3.5, ©2024 Anthropic PBC. URL: <https://www.anthropic.com>.
- [4] K. Balewski u. a. *PETRA III: A Low Emittance Synchrotron Radiation Source (Technical Design Report)*. Techn. Ber. DESY-04-035. ISSN: 0418-9833. 2004, S. 558. DOI: [10.3204/PUBDB-2017-10776](https://doi.org/10.3204/PUBDB-2017-10776).
- [5] K. Bammel u. a. *Naturwissenschaft und Technik*. „Hochfrequenz“ in: Brockhaus, Bd. 4, F.A. Brockhaus AG, 2003, S.915. 2003. ISBN: 3-7653-1062-X.
- [6] W. A. Barletta. *Unit 4 - Lecture 13: Beam Loading & Wakefields*. Slides based on Sannibale Lecture 9. Director, United States Particle Accelerator School, Dept. of Physics, MIT. Juni 2012. URL: <https://uspas.fnal.gov/>.
- [7] A. W. Chao und M. Tigner. *Handbook of accelerator physics and engineering*. 3. Aufl. World scientific, 2009. ISBN: 981-02-3500-3.
- [8] E. U. Condon. „Forced Oscillations in Cavity Resonators“. In: *Journal of Applied Physics* 12 (1941), S. 129–132. DOI: [10.1063/1.1712882](https://doi.org/10.1063/1.1712882).
- [9] Countis Industries. *World Wide Manufacturer of Microwave Materials*. Countis Laboratories. o.D. URL: <http://www.countis.com/> (besucht am 19.08.2024).
- [10] *CST Studio Suite*. Version 2024, ©2002 - 2024 Dassault Systèmes. URL: <https://www.cst.com>.

- [11] G. Dattoli u. a. „Linear accelerators“. In: *Charged Beam Dynamics, Particle Accelerators and Free Electron Lasers*. 2053-2563. IOP Publishing, 2017, 2-1 to 2-74. ISBN: 978-0-7503-1239-4. DOI: [10.1088/978-0-7503-1239-4ch2](https://doi.org/10.1088/978-0-7503-1239-4ch2).
- [12] *DIN 1338:2011-03, Formelschreibweise und Formelsatz*. 2011.
- [13] J. Gao. „Analytical formulas for the resonant frequency changes due to opening apertures on cavity walls“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 657.1 (2011), S. 94–101.
- [14] F. Gerigk. *Cavity Types*. Geneva, Switzerland, 2013. URL: <https://cds.cern.ch/record/1401088/files/>.
- [15] D. H. GmbH. *Data Sheet 500 MHz 7-Cell Cavity*. Version 3.2. Type: PETRA, Manufacturer: DESY/Balzers Hochvakuum GmbH, Germany, Vers. 3.2, Juni 2015. Juni 2015. URL: https://mhf.desy.de/mhf5/datenblaetter_hf_systemkomponenten/kavitaeten/.
- [16] H. Goenner. *Spezielle Relativitätstheorie und die klassische Feldtheorie*. 13. Aufl. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2004. ISBN: 978-3-8274-1434-2.
- [17] A. P. Gregory. *Q-factor Measurement by using a Vector Network Analyser*. Techn. Ber. National Physical Laboratory, Dez. 2021. DOI: [10.47120/npl.MAT58](https://doi.org/10.47120/npl.MAT58).
- [18] D. J. Griffiths. *Introduction to Quantum Mechanics*. 2nd. Discussion on Ehrenfest's theorem and its applications. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, 2005. Kap. 2, S. 70–72.
- [19] M. H. Holzscheiter, J. A. B. Smith und S. B. C. Arnone. *SUPERFISH: A Program for Computing the Electromagnetic Fields of Cavities*. Available online: <http://www.jlab.org/>. 1996.
- [20] P. Huellsmann. *Persönliches Interview mit PETRA IVs Projektleiter*. Persönliches Gespräch. Durchgeführt am 29.08.2024 am Deutschen Elektronen-Synchrotron. 2024.
- [21] P. Hülsmann u. a. „Energy Losses of Electron Bunches Traversing the HOM Damped Cavities of the PETRA IV RF System“. In: (2024). (im Druck).
- [22] P. Hülsmann. *Persönliches Interview mit PETRA IVs Projektleiter*. Persönliches Gespräch. Durchgeführt am 12.08.2024 am Deutschen Elektronen-Synchrotron. 2024.
- [23] S. Humphries. *Principles of Charged Particle Acceleration*. New York: John Wiley & Sons, 1986. ISBN: 0-471-87878-2.
- [24] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. 3rd. New York: Wiley, 1999.

- [25] S. Karau u. a. „Development of single mode cavity at 1.5 GHz for the third harmonic RF-system in PETRA IV“. In: *Journal of Physics: Conference Series* 2687.3 (Jan. 2024), S. 032029. DOI: [10.1088/1742-6596/2687/3/032029](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2687/3/032029).
- [26] E. Keil, W. Schnell und B. Zotter. „Beam Loading and RF Cavities“. In: *IEEE Transactions on Nuclear Science* (1979).
- [27] E. Keil, W. Schnell und B. W. Zotter. „About Transient Beam Loading and Energy Conservation“. In: (1976). DOI: [10.5170/CERN-1976-018.327](https://doi.org/10.5170/CERN-1976-018.327).
- [28] W. D. Kilpatrick. „Criterion for vacuum sparking designed to include both RF and DC“. In: *Review of Scientific Instruments* 28.10 (Okt. 1957), S. 824–826. ISSN: 0034-6748. DOI: [10.1063/1.1715731](https://doi.org/10.1063/1.1715731).
- [29] J. Klute u. a. „The PETRA III multibunch feedback system“. In: *DIPAC*. Bd. 11. 2011, S. 494.
- [30] J. Knobloch u. a. „SRF cavity performance limitations“. In: *Review of Scientific Instruments* 90.11 (2019), S. 111501.
- [31] M. Krstic. *Bessel functions*. Lehrmaterial von der persönlichen Website von Miroslav Krstic. 2005. URL: <https://flyingv.ucsd.edu/krstic/teaching/287/bess.pdf> (besucht am 19.08.2024).
- [32] L. Lamport. *LaTeX*. Version 2024, ©1985 - 2024 Leslie Lamport. URL: <https://www.latex-project.org>.
- [33] U. Laustri er, U. Van Rienen und T. Weiland. *URMEL and URMEL-T user guide: modal analysis of cylindrically symmetric cavities: evaluation of rf-fields in waveguides*. Hamburg: DESY, 1987. URL: <https://cds.cern.ch/record/177734>.
- [34] S. Lee. *Accelerator Physics*. 4th. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2018. ISBN: 978-981-3274-67-9.
- [35] H. A. Lorentz. „Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light“. In: *Proceedings of the Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences* 6 (1904), S. 809–831.
- [36] F. Marhauser u. a. „HOM damped 500 MHz cavity design for 3rd generation SR sources“. In: *Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference (PAC)*. Bd. 2. 2001, S. 846–848. DOI: [10.1109/PAC.2001.986496](https://doi.org/10.1109/PAC.2001.986496).
- [37] S. Minaee u. a. *Large Language Models: A Survey*. 2024. DOI: [10.48550/arXiv.2402.06196](https://doi.org/10.48550/arXiv.2402.06196). arXiv: [2402.06196](https://arxiv.org/abs/2402.06196) [cs.CL].

- [38] P. Morton und J. Neil. „Beam Loading in RF Cavities“. In: *Journal of Applied Physics* (1989).
- [39] K.-Y. Ng. *Physics of collective beam instabilities*. Techn. Ber. Fermi National Accelerator Lab.(FNAL), Batavia, IL (United States), 2000.
- [40] OpenAI. *ChatGPT 4.0*. Version 4.0, OpenAI ©2015–2024. URL: <https://openai.com/chatgpt>.
- [41] H. Padamsee. *RF Superconductivity: Science, Technology, and Applications*. Weinheim: Wiley-VCH, 2009. ISBN: 978-3527405725.
- [42] R. B. Palmer. „A Qualitative Study of Wake Fields for Very Short Bunches“. In: *Part. Accel.* 25 (1990). Hrsg. von S. Chattopadhyay, S. 97–106.
- [43] W. K. Panofsky und M. Wenzel. „Some considerations concerning the transverse deflection of charged particles in radio-frequency fields“. In: *Review of Scientific Instruments* 27.11 (1956), S. 967–967.
- [44] L. Papula. *Mathematische Formelsammlung: Für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 12. Aufl. eBook Packages: Computer Science and Engineering (German Language). Springer Vieweg Wiesbaden, 2017. ISBN: 978-3-658-16195-8. DOI: [10.1007/978-3-658-16195-8](https://doi.org/10.1007/978-3-658-16195-8).
- [45] D. M. Pozar. *Microwave engineering*. 4. Aufl. John Wiley & Sons Inc., Hoboken, 2012. ISBN: 978-0-470-63155-3.
- [46] T. Pusch u. a. „Measuring the intensity and position of a pA electron beam with resonant cavities“. In: *Physical Review Special Topics Accelerators and Beams* 15 (Nov. 2012), S. 112801–. DOI: [10.1103/PhysRevSTAB.15.112801](https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.15.112801).
- [47] *R&S® ZVL Vector Network Analyzer Operating Manual*. 1303.6580.32-07. Rhode & Schwarz. 2015.
- [48] P. Raimondi und S. M. Liuzzo. „Toward a diffraction limited light source“. In: *Phys. Rev. Accel. Beams* 26 (2 Feb. 2023), S. 021601. DOI: [10.1103/PhysRevAccelBeams.26.021601](https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.26.021601).
- [49] Research Rabbit: Reimagine Research. <https://www.researchrabbit.ai>. Accessed: 2024-08-14. 2024.
- [50] C. G. Schroer u. a. „The synchrotron radiation source PETRA III and its future ultra-low-emittance upgrade PETRA IV“. In: *The European Physical Journal Plus* 137.12 (Dez. 2022), S. 1312. DOI: [10.1140/epjp/s13360-022-03517-6](https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-022-03517-6).

- [51] C. G. Schroer u. a. *PETRA IV: Upgrade of PETRA III to the Ultimate 3D X-ray Microscope. Conceptual Design Report*. Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, 2019.
- [52] T. Shintake. „The Choke Mode Cavity“. In: *Japanese Journal of Applied Physics* 31.11A (1992), S. L1567. DOI: [10.1143/JJAP.31.L1567](https://doi.org/10.1143/JJAP.31.L1567).
- [53] J. C. Slater. *Microwave Electronics*. Van Nostrand, 1950.
- [54] J. C. Slater. „Microwave Electronics“. In: *Reviews of Modern Physics* 18.4 (1946), S. 441–512. DOI: [10.1103/RevModPhys.18.441](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.18.441).
- [55] T. Tantau. *TikZ*. Version 3.1.0, LaTeX-Paket, ©2008 - 2024 Till Tantau. URL: <https://ctan.org/pkg/pgf>.
- [56] I. The MathWorks. *MATLAB*. Version 2024, ©1994 - 2024 The MathWorks, Inc. URL: <https://www.mathworks.com>.
- [57] C. S. University. *RF Cavities*. o.D. URL: <https://www.engr.colostate.edu/ECE581A3/Labs/RF%20Cavities.pdf> (besucht am 23.07.2024).
- [58] T. P. Wangler. *Introduction to linear accelerators*. Techn. Ber. 1993.
- [59] T. P. Wangler. *RF Linear Accelerators*. 2nd. Weinheim: Wiley-VCH, 2008. ISBN: 978-3527406807.
- [60] E. Weihreter u. a. „Optimization and Experimental Characterization of a Broad-band Circular Waveguide to Coaxial Transition“. In: *Proceedings of the European Particle Accelerator Conference (EPAC)*. Bd. 2. 1998, S. 2065.
- [61] H. Wiedemann. *Particle Accelerator Physics*. 4. Aufl. Springer, 2015. ISBN: 978-3-319-18317-6.
- [62] K. Wille. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen: Eine Einführung*. Stuttgart: Teubner, 1992. ISBN: 3-519-03087-X.
- [63] E. Wilson. *An Introduction to Particle Accelerators*. Oxford University Press, 2001. ISBN: 978-0-19-850829-8.
- [64] P. B. Wilson und J. E. Griffin. „High energy electron linacs; application to storage ring RF systems and linear colliders“. In: *AIP Conf. Proc.* 87 (1982). Hrsg. von R. A. Carrigan, F. R. Huson und M. Month, S. 450–555. DOI: [10.1063/1.33620](https://doi.org/10.1063/1.33620).
- [65] J. Wright. *siunitx: A comprehensive (SI) units package*. Version 3.4.0, LaTeX-Paket, ©2008–2024 Joseph Wright. 2024. URL: <https://ctan.org/pkg/siunitx>.

A Erweiterte Grundlagen

A.1 Synchronisation und Phasenstabilität in Synchrotrons

In Synchrotrons und Speicherringen emittieren Elektronen bei ihrer gekrümmten Bewegung Synchrotronstrahlung, was kontinuierliche Energieverluste verursacht. Um diese Verluste auszugleichen, muss das elektrische Beschleunigungsfeld synchron zur Umlauffrequenz der Elektronen schwingen. Die Hochfrequenz (HF)-Frequenz wird als Vielfaches der Umlauffrequenz f_{rev} gewählt [62]:

$$f_{\text{HF}} = h \cdot f_{\text{rev}} \quad (\text{A.1})$$

Hierbei gibt die harmonische Zahl h die Anzahl der entstehenden ‚Buckets‘ an, in denen Teilchen synchronisiert und stabil gehalten werden können. In Abbildung A.1 ist das Prinzip der Phasenfokussierung in Ringbeschleunigern veranschaulicht. Anders als im restlichen Teil der Arbeit wird in dieser Abbildung ψ_s als synchrone Phase und ψ als die von der nominalen Phase abweichende Phase bezeichnet.

Die Phasenstabilität stellt sicher, dass Teilchen, die mit einer Phasenabweichung $\Delta\psi$ vom optimalen Phasenpunkt ψ eintreffen, durch die Wechselwirkung mit dem HF-Feld auf diesen synchronen Punkt zurückgeführt werden. Die synchrone Phase ψ wird so gewählt, dass sie rechts des Scheitelwerts der positiven Halbwelle der HF-Spannung liegt, um eine stabilisierende Korrektur zu ermöglichen. Teilchen mit einer höheren Energie als der Nominalenergie sehen die Beschleunigungsspannung zu einem früheren Zeitpunkt und erfahren dadurch eine geringere Beschleunigung, da die Spannung vor ψ kleiner ist. Teilchen mit geringerer Energie treffen hingegen erst nach ψ auf die HF-Spannung, wo diese höher ist, und werden daher stärker beschleunigt. So können sie die kinetische Energie aufholen und sich der Nominalenergie angleichen.

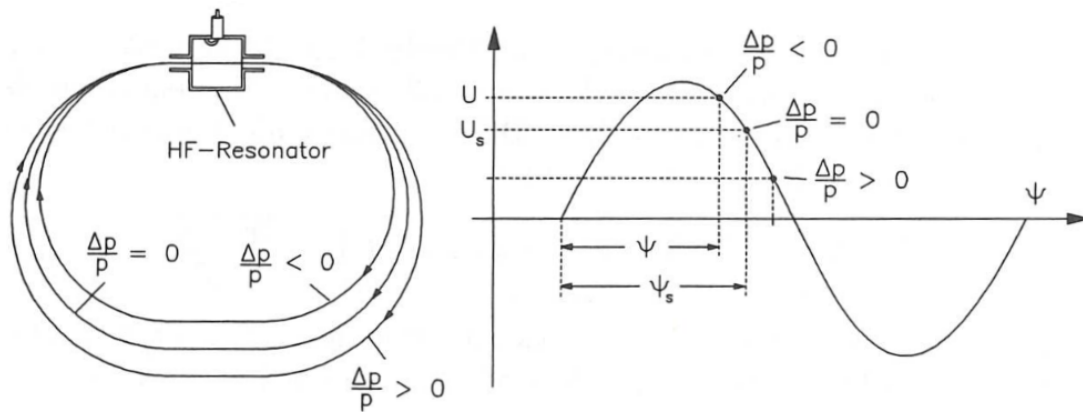


Abbildung A.1: Prinzip der Phasenfokussierung von relativistischen Teilchen in Ringbeschleunigern. Dabei beschreibt $\Delta p/p < 0$ den Fall eines zu geringen Teilchenimpulses, während $\Delta p/p > 0$ einen zu großen Teilchenimpuls kennzeichnet. Nur bei $\Delta p/p = 0$ bewegt sich das Teilchen auf der Sollbahn durch den Ringbeschleuniger [62].

Um geladene Teilchen zu beschleunigen, muss das elektrische Feld phasensynchron mit den Bunchen schwingen. In einem Rundhohlleiter, in dem die TM_{01} -Mode angeregt ist, ist die Phasengeschwindigkeit des E-Feldes größer als die Lichtgeschwindigkeit, sodass eine Synchronisation mit den Teilchen ausgeschlossen ist. Diese Herausforderung wird durch den Einsatz von Kavitäten gelöst, in denen stehende Wellen mit festen Knoten- und Bauchpunkten erzeugt werden. Die resultierende konstante Phasenlage gewährleistet die erforderliche Phasensynchronisation.

Der Energietransfer wird durch die elektrische Komponente der Lorentz-Kraft bestimmt. Für effiziente Beschleunigung ist ein elektrisches Feld entlang der Bewegungsrichtung des Teilchens erforderlich. Daher werden in Kavitäten TM-Moden bevorzugt, da diese eine longitudinale elektrische Feldkomponente aufweisen, die den Energieaustausch ermöglicht.

A.2 Beschleunigungskavitäten

A.2.1 Designparameter und Frequenzwahl

Kavitäten haben meist eine zylindrische Form, da diese Geometrie eine symmetrische Verteilung des elektrischen und magnetischen Feldes entlang der Achse ermöglicht, was die Energieübertragung auf die Teilchen effizienter gestaltet. Die Zylinderform reduziert Materialspannungen und sorgt für eine gleichmäßige Wärmeableitung — ein Vorteil bei hohen Frequenzen und Leistungsdichten. Zudem erleichtert die runde Geometrie der Endkappen (Flansche) die Vakuumdichtung.

Um die Kavität für eine gewünschte Mode und Frequenz zu gestalten, muss die Grenzfrequenz der Mode bekannt sein, ab der sie sich in der Hohlleiterstruktur ausbreiten kann. Liegt die Frequenz unterhalb dieser Grenzfrequenz, wird die Mode im Hohlleiter exponentiell gedämpft und das elektromagnetische Feld bleibt in der Nähe der Einspeisung lokalisiert. Für TM-Moden in einem Rundhohlleiter mit Radius a ergibt sich die Grenzfrequenz f_{cut} durch:

$$f_{\text{cut}} = \frac{j_{mn}c}{2\pi a} \quad (\text{A.2})$$

Hierbei sind c die Lichtgeschwindigkeit und j_{mn} die n -te Nullstelle der m -ten Besselfunktion erster Art $J_m(x)$. Die Indizes m und n kennzeichnen die azimutale und die radiale Ordnung der Mode und die Besselfunktion $J_m(x)$ beschreibt die radiale Feldverteilung in zylindrischen Geometrien.

Die Länge L der Kavität wird so gewählt, dass das elektromagnetische Feld in Phasenresonanz mit den zu beschleunigenden Teilchen steht, was die Wellenlänge λ der Resonanzfrequenz bestimmt:

$$L = \frac{\lambda}{2} \quad (\text{A.3})$$

Diese Beziehung, deren Herleitung in Kapitel 7 erläutert wird, gewährleistet, dass die Teilchen in der Kavitätsmitte das maximale beschleunigende Feld erfahren und somit die Effizienz maximiert wird [59].

Neben der häufig verwendeten Frequenz von 500 MHz kommen in Beschleunigungskavitäten auch 1,3 GHz und 3 GHz zum Einsatz [7]. Die Wahl der Frequenz basiert auf einem Kompromiss zwischen der Verfügbarkeit von Hochfrequenzquellen wie Halbleiterverstärkern (Solid State Amplifier, SSAs), Elektronenröhren (Inductive Output Tubes, IOTs) oder Klystrons, einer weiteren Art von Elektronenröhre, sowie physikalischen Überlegungen. Eine eingehendere Erläuterung dieser Entscheidungsfaktoren würde jedoch den Umfang der vorliegenden Arbeit überschreiten.

Der Radius R der Kavität ergibt sich aus elektromagnetischen Randbedingungen, wie in Gleichung (A.8) formuliert. Für die TM_{010} -Mode definiert die erste Nullstelle j_{01} der Besselfunktion erster Art nullter Ordnung $J_0(x)$ den Punkt, an dem das elektrische Feld am Kavitätenrand verschwindet. Damit folgt für die Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda$ und den Radius R :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{j_{01}}{R} \quad (\text{A.4})$$

Der Radius R lässt sich damit als Funktion der Wellenlänge λ berechnen:

$$R = j_{01} \frac{\lambda}{2\pi} \quad (\text{A.5})$$

Diese Konfiguration maximiert die Feldstärken entlang der Strahlachse und ermöglicht eine effektive Teilchenbeschleunigung [41].

A.2.2 Koordinatensystem und Modenindizierung

Um die Eigenmoden zylindrischer Kavitäten zu beschreiben, ist es hilfreich, ein geeignetes Koordinatensystem zu verwenden. In diesem Kontext ist es üblich, Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) zu nutzen, da sich die geometrische Struktur damit einfach beschreiben lässt. Die Konvention für das Koordinatensystem sowie die Kavitätenbemaßung sind in Abbildung A.2 dargestellt, um ein besseres Verständnis der räumlichen Anordnung und der Modenindizierung zu ermöglichen.

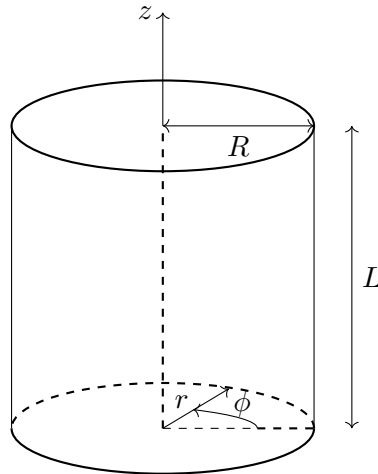


Abbildung A.2: Schematische Darstellung einer Pillbox-Kavität ohne Strahlrohr in aufrechter Position, um die Maße und die Koordinaten der Pillbox zu visualisieren. Die Abbildung zeigt die Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) sowie die geometrischen Parameter einschließlich des Radius R und der Länge L .

Abbildung A.4 veranschaulicht die Modenindizierung. Dabei wird die Feldabhängigkeit der E_z -Komponente einer TM-Mode anhand der Indizes Null und Eins in azimuthaler, radialer und axialer Richtung dargestellt. Die Modenindizierung folgt einem klaren Schema, wobei m die azimuthale Variation des Feldes, in der ϕ -Richtung beschreibt. Der Parameter n steht für die radiale Ordnung der Nullstellen und p gibt die Anzahl der axialen Halbwellen (Nullstellen) an.

Für die maximale Beschleunigung eines entlang der z -Achse gerichteten Elektronenstrahls ist eine elektrische Feldkomponente parallel zur Strahlachse erforderlich. Folglich eignet sich primär eine TM_{m10} -Mode als Beschleunigungsmodus. Da die azimuthale Ordnung $m = 0$ eine rotationssymmetrische Feldverteilung um die z -Achse gewährleistet, wird eine homogene Beschleunigung über den gesamten Strahlquerschnitt ermöglicht. Zudem weist die Fundamentalmode stets den höchsten Energieinhalt auf, was die Effizienz des Beschleunigungsprozesses maximiert. Somit erweist sich die TM_{010} -Mode als die naheliegendste geeignete Wahl für die Beschleunigungsmodus in einer zylindrischen Kavität. Diese Mode kombiniert die vorteilhafte axiale Feldorientierung mit einer symmetrischen radialen Feldverteilung und dem höchsten verfügbaren Energieinhalt, was sie für die Teilchenbeschleunigung besonders geeignet macht.

Eine ebenfalls geeignete Wahl ist die TE_{111} -Mode. Da es sich hierbei um eine TE-Mode handelt, muss der Teilchenstrahl jedoch durch die zylindrische Mantelfläche der Kavität ein- und austreten und nicht durch die Stirnseiten, wie es bei TM-Moden der Fall wäre.

Die Feldverteilungen der TM_{010} - und der TE_{111} -Mode sind in Abbildung A.3 dargestellt. Dabei entsprechen die Modenbezeichnungen einer älteren Nomenklatur, in der die TM-Mode auch als E-Mode und die TE-Mode als H-Mode bezeichnet wurden.

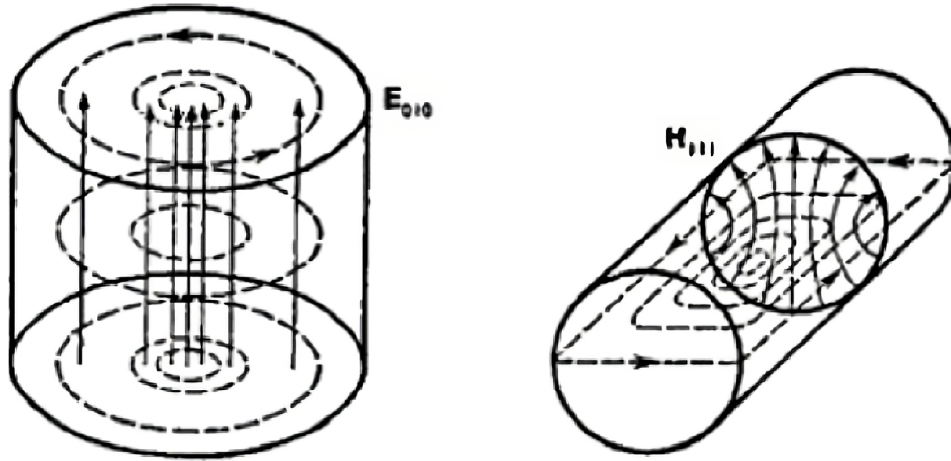


Abbildung A.3: Schematische Darstellung der Feldverteilungen der TM_{010} -Mode (links) und der TE_{111} -Mode (rechts). Das H-Feld ist durch gestrichelte Linien und das E-Feld ist durch durchgezogene Linien gekennzeichnet [58].

Die Zuordnung experimentell oder numerisch ermittelter Modenfrequenzen zu ihrer spezifischen Indizierung kann mittels Abbildung A.5 durchgeführt werden. Diese Darstellung ermöglicht für eine Pillbox-Kavität mit Durchmesser D und Länge L die Identifikation der Modenindizes für eine gegebene Wellenlänge λ . Die Anwendungsmethodik basiert auf der Berechnung der Verhältnisse D/L und D/λ , deren Werte auf den entsprechenden Ordinaten aufgetragen und linear verbunden werden. Die Schnittpunkte dieser Verbindungslinie mit den im Diagramm dargestellten Moden-Lokalisierungen liefern die gesuchte Moden-indizierung. Dieses Verfahren erlaubt zudem die inverse Bestimmung der erforderlichen Kavitätenlänge für die Anregung einer spezifischen TM_{mnp} -Mode und TE_{mnp} -Mode.

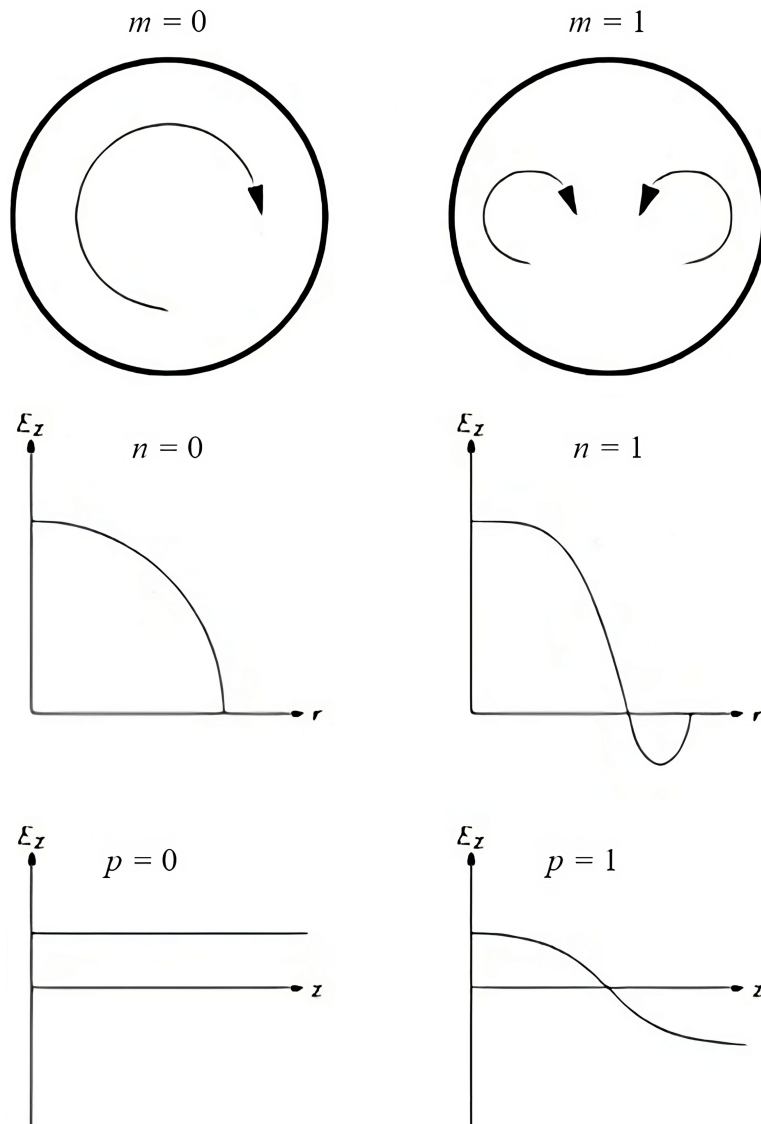


Abbildung A.4: Modenindizierung: Beispiele für den E-Feldverlauf mit azimuthaler (m), radialer (n) und longitudinaler (z) Variation. Der Verlauf der Komponente $E_z(r)$ ist für $n = 0$ und $n = 1$ unter der Annahme $m = 0$ dargestellt. Die Indizierungsbeispiele sind zeilenweise und nicht spaltenweise zu interpretieren [11].

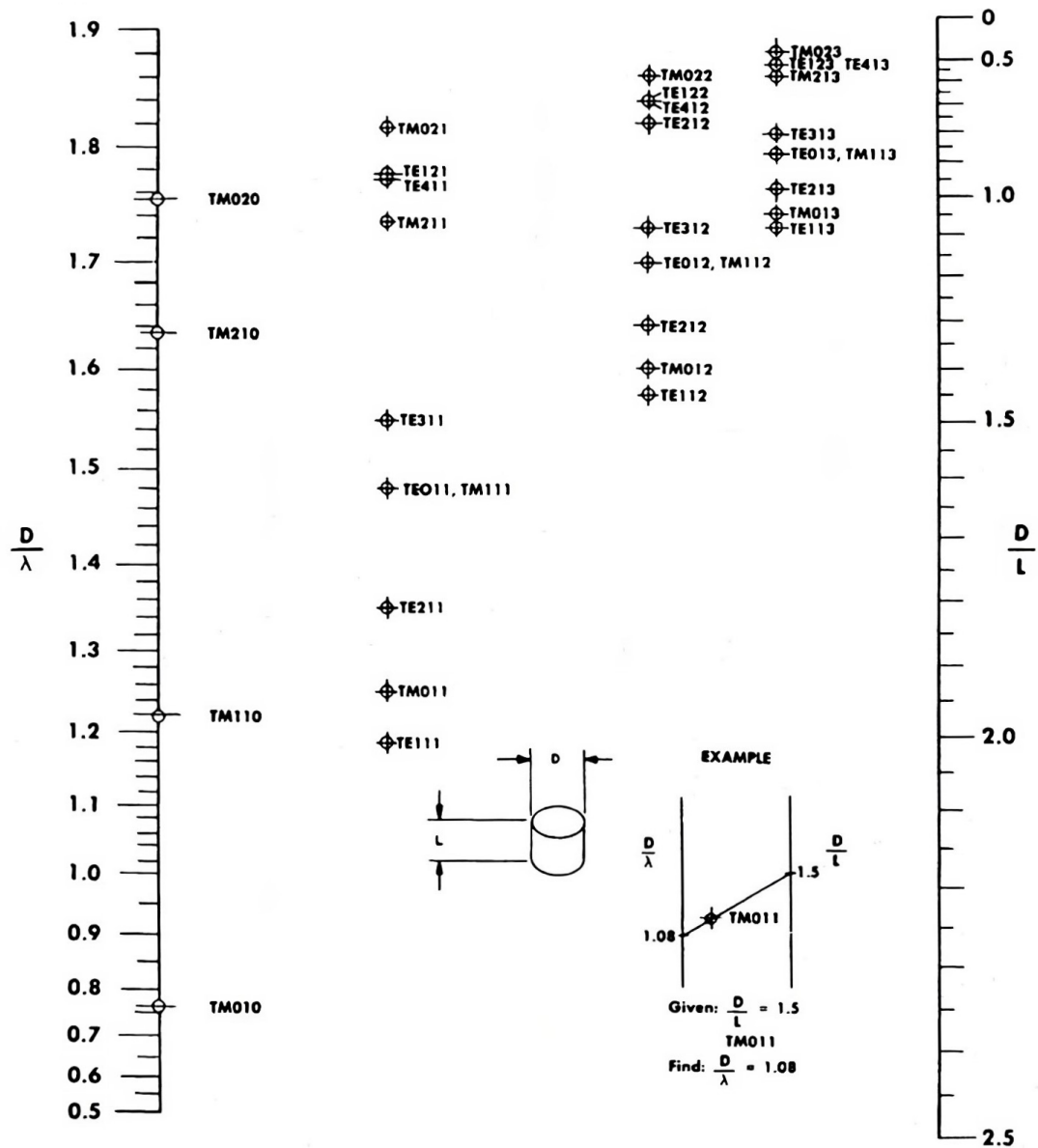


Abbildung A.5: Modenstruktur zylindrischer Resonatoren als Funktion von D/λ und D/L [1].

Die Anwendung dieser grafischen Methode ermöglicht eine Identifikation der Modenbezeichnungen im Anschluss an numerische Eigenmodensimulationen einer Pillbox-Kavität.

A.2.3 Allgemeine Feldgleichungen und Fundamentalmode

Aus den Maxwell-Gleichungen lassen sich für TM-Moden in zylindrischen Kavitäten die folgenden Ausdrücke für die Feldkomponenten ableiten, wobei die zeitabhängige Komponente des Feldes vernachlässigt wird:

$$\begin{aligned} E_r &= -E_0 \frac{p\pi}{j_{mn}} \frac{R}{L} J'_m \left(\frac{j_{mn}}{R} r \right) \sin \left(p\pi \frac{z}{L} \right) e^{-jm\phi} \\ E_\phi &= E_0 \frac{mp\pi}{j_{mn}^2} \frac{R^2}{rL} J_m \left(\frac{j_{mn}}{R} r \right) \sin \left(p\pi \frac{z}{L} \right) e^{-jm\phi} \\ E_z &= E_0 J_m \left(\frac{j_{mn}}{R} r \right) \cos \left(p\pi \frac{z}{L} \right) e^{-jm\phi} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} B_r &= -jE_0 \frac{m\omega}{c^2 j_{mn}^2} \frac{R^2}{r} J_m \left(\frac{j_{mn}}{R} r \right) \cos \left(p\pi \frac{z}{L} \right) e^{-jm\phi} \\ B_\phi &= -jE_0 \frac{\omega}{c^2 j_{mn}} R J'_m \left(\frac{j_{mn}}{R} r \right) \cos \left(p\pi \frac{z}{L} \right) e^{-jm\phi} \\ B_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Dabei bezeichnet ω_n die Kreisfrequenz der n -ten TM_{mnp} -Mode, die von den Abmessungen der zylindrischen Kavität abhängt. Die magnetische Flussdichte $\mathbf{B}$ beschreibt das in der Kavität herrschende Magnetfeld und ist unter Vakuumbedingungen ($\mu = \mu_0$) proportional zur Magnetfeldstärke, sodass die Beziehung $B = \mu_0 H$ gilt. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird $\mathbf{B}$ daher vereinfacht als Magnetfeld (B-Feld) bezeichnet.

Für die Beschleunigung des Elektronenstrahls ist insbesondere die E_z -Komponente des elektrischen Feldes $E(r, \phi, z)$ entscheidend, da sie entlang der Beschleunigungsachse wirkt.

Zylindrische Kavitäten wie die Pillbox-Kavität ermöglichen die Ausbildung der TM_{010} -Mode, die eine longitudinale elektrische Feldkomponente E_z aufweist. Diese Mode ist die fundamentale TM-Mode der Kavität und zeichnet sich dadurch aus, dass ihr longitudinales elektrisches Feld keine axiale Variation ($p = 0$) aufweist. Dies ermöglicht eine effektive Beschleunigung geladener Teilchen entlang der Kavitätenachse. Die TM_{010} -Mode wird aufgrund dieser Vorteile zum Beschleunigen der Teilchen eingesetzt.

Die einzig existenten Feldkomponenten E_z und B_ϕ dieser Mode sind durch die Gleichungen

$$E_z(r, z, t) = E_0 J_0 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) e^{-j\omega_0 t} \quad (\text{A.8})$$

$$B_\phi(r, z, t) = -j \frac{E_0}{c} J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) e^{-j\omega_0 t} \quad (\text{A.9})$$

gegeben, wobei E_0 die Feldamplitude, $J_0 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right)$ die Besselfunktion erster Art, erster Ordnung und $J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right)$ die Besselfunktion erster Art, zweiter Ordnung ist.

A.2.4 Aufbau realer Kavitäten

Eine einsatzfähige Beschleunigungskavität besteht aus mehreren Komponenten, die im Folgenden kurz erläutert werden. Der Hauptbestandteil ist der Resonatorkörper, der typischerweise aus hochleitfähigem Material wie Kupfer gefertigt wird.

Ein Element der Kavität ist der Koppler, der die Hochfrequenzenergie von den Hohlleitern in die Kavität einspeist. Eine weitere Komponente einer realen Kavität ist der Tuner. Diese Vorrichtung besteht typischerweise aus einem beweglichen, leitfähigen Element, das in den Hohlraum der Kavität eingeführt oder daraus zurückgezogen wird. Dadurch verändern sich die Geometrie und folglich die elektromagnetischen Eigenschaften des Resonators, wodurch sich die Resonanzfrequenz der Kavität verändert. Mithilfe des Tuners werden Fertigungstoleranzen kompensiert oder eine gezielte Verstimmung (Detuning) der Resonanzfrequenz herbeigeführt. Letzteres wird in Kapitel 4 näher erläutert. Tuner können sowohl mechanisch als auch elektrisch betrieben werden.

Zur Dämpfung oder Unterdrückung der Anregung von HOMs werden spezielle HOM-Dämpfer oder spezielle geometrische Strukturen eingesetzt. Diese Komponenten sind entscheidend für die Aufrechterhaltung der Strahlqualität, indem sie potenziell störende Moden absorbieren oder deren Anregung unterdrücken.

Der Aufbau und die Funktion der Maßnahmen zur HOM-Unterdrückung und -Dämpfung werden in Kapitel 8 eingehend erläutert werden. Angesichts des Schwerpunkts dieser Arbeit wird das Design des Kopplers und des Tuners hingegen nicht analysiert.

A.3 Ersatzschaltbild und Kennparameter einer Kavität

Zur Analyse und zum Verständnis der elektrotechnischen Eigenschaften einer Kavität wird ein Ersatzschaltbild (ESB) verwendet, das deren Verhalten anhand von Größen wie Widerstand, Induktivität und Kapazität beschreibt und so eine vereinfachte Modellierung ermöglicht. Im Anschluss an die Vorstellung des ESB werden die wesentlichen Kennparameter erläutert, die die Grundlage für alle weiteren Analysen und Berechnungen dieser Arbeit bilden.

A.3.1 Ersatzschaltbild

Das ESB besteht aus einer realen HF-Quelle und einem als RLC-Schwingkreis modellierten Resonators. Das Modell dient dazu, die Resonanzeigenschaften und die Leistungsübertragungseigenschaften zwischen der Quelle und der Kavität beschreiben zu können.

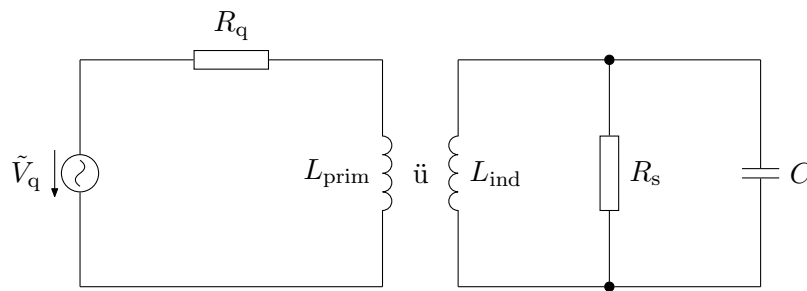


Abbildung A.6: Ersatzschaltbild einer an eine externe HF-Quelle gekoppelten Kavität. Das Bild zeigt die primären und die sekundären Schaltungen mit den jeweiligen Bauelementen: Wechselspannungsquelle mit der Spannung $\tilde{V}_q$, Primärinduktivität L_{prim} , Innenwiderstand der Quelle R_q , Sekundärinduktivität L_{ind} , Widerstand der Kavitätenwände R_s , Kapazität C und Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$.

Die Primärseite des Systems, auf der linken Seite des ESBs dargestellt, besteht aus einer idealen Spannungsquelle mit der Spannung $\tilde{V}_q$ und ihrem reellen Innenwiderstand R_q . Im Betrieb wird die Kavität von dieser Quelle mit einer Spannung versorgt, deren Frequenz der Resonanzfrequenz der TM-Fundamentalmode entspricht.

Die Sekundärseite des Systems, die rechts im ESB dargestellt ist, wird durch einen RLC-Parallelschwingkreis beschrieben, der die Resonanzeigenschaften der Kavität cha-

akterisiert. Die Induktivität L_{ind} steht für die Fähigkeit der Kavität, magnetische Feldenergie zu speichern, während die Kapazität C die Speicherung elektrischer Feldenergie beschreibt. Ergänzend dazu repräsentiert die Impedanz R_s , auch als Shuntimpedanz bekannt, den Widerstand, der den dissipativen Prozessen in den Kavitätenwänden zugrunde liegt.

Die Kopplung zwischen der HF-Quelle und der Kavität wird in der Regel als induktive Kopplung angenommen und modelliert. Dabei stellt die Primärinduktivität L_{prim} die Koppelschleife dar, während die Wände der Kavität durch die Sekundärinduktivität L_{ind} beschrieben werden. Das Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ gibt die Kopplung zwischen der Primär- und der Sekundärseite des Schaltkreises an. Zur Charakterisierung der Kopplung wird jedoch üblicherweise der Koppelfaktor β verwendet, der in Unterabschnitt A.3.8 ausführlich erläutert wird.

A.3.2 Resonanzfrequenzen

Die Resonanzfrequenz f_{mnp} einer TM-Eigenmode einer zylindrischen Kavität wird durch die Wellenzahl k_{mnp} bestimmt [45]:

$$f_{mnp} = \frac{k_{mnp}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{j_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad (\text{A.10})$$

Hierbei repräsentiert j_{mn} die n -te Nullstelle der m -ten Besselfunktion, während R und L die Kavitätsdimensionen darstellen. Die Wellenzahl k_{mnp} charakterisiert die räumliche Struktur der stehenden Welle und setzt sich aus radialen und longitudinalen Komponenten zusammen [34]:

$$k_{mnp} = \sqrt{k_{r,mn}^2 + k_{l,p}^2} = \sqrt{\left(\frac{j_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \quad (\text{A.11})$$

Dabei stehen $k_{r,mn}$ für die radiale Wellenzahlkomponente und $k_{l,p}$ für die longitudinale Wellenzahlkomponente. Diese Zerlegung resultiert aus der Lösung der Helmholtz-Gleichung in Zylinderkoordinaten unter Berücksichtigung der Randbedingungen.

A.3.3 Gütefaktor

Unbelastete Güte Q_0

Die unbelastete Güte Q_0 charakterisiert die Energiespeicherfähigkeit eines Resonators in Relation zu seinen intrinsischen Verlusten. Sie quantifiziert das Verhältnis zwischen der im Resonator gespeicherten Energie und der pro Schwingungsperiode dissipierten Energie. Mathematisch lässt sich dies wie folgt ausdrücken [45]:

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W}{-(\frac{dW}{dt})} \quad (\text{A.12})$$

Diese Gleichung kann äquivalent formuliert werden als:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_v}, \quad (\text{A.13})$$

Dabei stellen ω_0 die Resonanzkreisfrequenz, W die im Resonator gespeicherte Energie und P_v die Verlustleistung dar.

Für hochgütige Resonatoren lässt sich näherungsweise schreiben:

$$Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f}, \quad (\text{A.14})$$

Hierbei bezeichnen f_0 die Resonanzfrequenz und $\Delta f = f_o - f_u$ die doppelte Halbwertsbreite der Resonanzkurve, die sich aus der oberen Grenzfrequenz f_o und der unteren Grenzfrequenz f_u ergibt. Diese Darstellung verdeutlicht den inversen Zusammenhang zwischen der Güte und der relativen Bandbreite des Resonators: Eine hohe Güte korrespondiert mit einer schmalen Resonanzkurve, was eine erhöhte Frequenzselektivität impliziert.

Die Güte Q_0 lässt sich auch anhand des Ersatzschaltbildes (siehe Abb. A.6) herleiten. Sie repräsentiert den Energieverlust pro Radiant und kann wie folgt ausgedrückt werden [45]:

$$Q_0 = \omega_0 C R_s = \frac{R_s}{\omega_0 L_{\text{ind}}} \quad (\text{A.15})$$

Für normalleitende Kavitäten erreicht die unbelastete Güte typischerweise Werte in der Größenordnung von 10^4 , abhängig von Geometrie, Material und Oberflächenbeschaffenheit.

Eine hohe Güte Q_0 ist wünschenswert, da sie geringere Verluste in den Kavitätswänden impliziert, was eine effizientere Speicherung der Energie in Form eines elektromagnetischen Feldes ermöglicht.

Belastete Güte Q_L

In der Praxis wird eine Kavität, insbesondere eine Beschleunigungskavität, häufig an einen externen Schaltkreis (HF-Quelle) gekoppelt, was zu einer Belastung ihrer Güte führt. Die belastete Güte Q_L berücksichtigt diese Kopplung und wird definiert als [45]:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{ext}}}, \quad (\text{A.16})$$

Dabei ist Q_{ext} die externe Güte des gekoppelten Schaltkreises. Diese Beziehung zeigt, dass die Gesamtgüte des Systems durch die Verluste im Resonator selbst und die Verluste durch die Kopplung an externe Komponenten bestimmt werden.

Die belastete Güte Q_L charakterisiert einen Resonator, der an einen externen Schaltkreis gekoppelt ist, und berücksichtigt die dadurch verursachte Belastung der gemessenen Mode.

A.3.4 Shuntimpedanz

Die Shuntimpedanz drückt die Beziehung zwischen den Wandverlusten einer Kavität und der Beschleunigungsspannung V_{acc} aus. Sie quantifiziert damit die Effizienz, mit der eine Kavität Hochfrequenzleistung in Teilchenbeschleunigung umsetzt, wobei höhere Werte eine bessere Beschleunigungseffizienz indizieren. Die Einheit der Shuntimpedanz ist Ohm.

$$R_s = \frac{|V_{\text{acc}}|^2}{2P_v} \quad (\text{A.17})$$

Die Wandverluste hängen von der Geometrie der Kavität, von der betrachteten Mode und vom verwendeten Material ab. Sie werden durch das magnetische Feld (H-Feld) entlang der Kavitätenwände verursacht. Die Stromdichte entlang der Kavitätenwände, die aus der Stärke des H-Feldes resultiert, ist numerisch identisch mit dem H-Feld entlang der Oberflächen. Daher gilt allgemein für die Wandverluste:

$$P_v = \frac{R_{\text{ob}}}{2} \int_{\text{Wände}} \mathbf{H}_{\text{Wand}}^2 dA \quad (\text{A.18})$$

Dabei beschreibt R_{ob} den Widerstand pro Flächeneinheit, der entsprechend des Skin-Effekts frequenzabhängig ist.

Der Skin-Effekt beschreibt das Phänomen, dass sich bei hochfrequenten Strömen der Stromfluss auf die Randbereiche eines Leiters beschränkt. Infolge der elektromagnetischen Induktion wird das Innere des Leiters weitgehend stromfrei, während die Stromdichte an der Oberfläche maximiert wird. Die Tiefe, bis zu der der Strom in den Leiter eindringt, wird als Skintiefe (Skindepth) bezeichnet. Diese Skintiefe ist umgekehrt proportional zur Wurzel der Frequenz f des Wechselfeldes und kann beschrieben werden mit:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \quad (\text{A.19})$$

Dabei ist σ die elektrische Leitfähigkeit. Der Skin-Effekt führt dazu, dass der effektive Widerstand des Leiters mit zunehmender Frequenz ansteigt, weshalb der Effekt insbesondere im Hochfrequenzbereich von Bedeutung ist [24].

In der Beschleunigerphysik existieren zwei Hauptdefinitionen der Shuntimpedanz. Die in dieser Arbeit verwendete Definition berücksichtigt, dass ein Teilchen während der Passage durch die Kavität nicht über die gesamte Strecke mit der vollen Amplitude der Beschleunigungsspannung beschleunigt wird. Dies resultiert aus der Mittelung der quadratischen HF-Spannung über einen vollständigen Zyklus.

Unter der Annahme einer sinusförmigen Spannung $V_c(t) = V_c \sin(\omega t)$ ergibt sich der Mittelwert von $\sin^2(\omega t)$ über einen Zyklus zu $1/2$. Folglich beträgt die mittlere quadratische Spannung nur die Hälfte des Maximalwertes der quadratischen Spannung. Der Faktor $1/2$ in der Shuntimpedanz-Gleichung reflektiert somit den Beitrag der mittleren HF-Spannung zur Energieberechnung [61].

Diese Definition entspricht der europäischen Konvention. Die US-amerikanische Konvention für Linearbeschleuniger verwendet hingegen $R_{s,\text{US}} = 2R_s$, wobei die mittlere Leistung der vollen Leistung entspricht.

Die effektive Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$, auch als longitudinale Strahlimpedanz bezeichnet, ist definiert als:

$$R_{s,\text{eff}} = Z_{\parallel} = R_s T^2 \quad (\text{A.20})$$

Hierbei repräsentieren R_s die Shuntimpedanz und T den Transit-Zeit-Faktor, der im folgenden Unterabschnitt erläutert wird. $R_{s,\text{eff}}$ quantifiziert die Wechselwirkung zwischen dem Teilchenstrahl und dem elektromagnetischen Feld in der Kavität unter Berücksichtigung der endlichen Teilchengeschwindigkeit.

In der Fachliteratur findet sich gelegentlich die Notation $R_{s,\text{eff}}$. Häufiger wird jedoch die vereinfachte Bezeichnung R_s für die effektive Shuntimpedanz verwendet, da nur diese von praktischer Relevanz ist. Diese Vereinfachung sollte jedoch nur mit entsprechender Klarstellung eingesetzt werden, um Missverständnisse zu vermeiden.

A.3.5 Transitzeitfaktor

Wenn die Zeit, die ein Elektron mit der Ladung e benötigt, um die Kavität zu durchqueren, einem signifikanten Bruchteil der HF-Periode entspricht, wirkt nur ein Teil der Spannung auf das Teilchen. Dies folgt aus der $\cos(\omega t)$ -Zeitabhängigkeit des elektrischen Feldes entlang der z -Achse. Der Energiegewinn des Teilchens ergibt sich zu [61]:

$$\Delta U_{\text{kin}} = eE_{z0} \int_{-\frac{1}{2}L}^{\frac{1}{2}L} \cos\left(\omega \frac{z}{v} + \varphi\right) dz \quad (\text{A.21})$$

Dabei entsprechen E_{z0} der Amplitude des z -Achsen gerichteten elektrischen Feldes, $\frac{z}{v}$ dem Zeitpunkt und φ der Phase des elektrischen Feldes. Für maximalen Energiegewinn des Teilchens muss die Phase φ exakt $\pi/2$ betragen, während das Teilchen die Kavität gerade zur Hälfte passiert hat und zu diesem Zeitpunkt die maximale Feldamplitude auf das Teilchen wirkt.

Wird als Beschleunigungsmodus die TM_{010} angenommen, so ergibt sich mit deren elektrischer Feldamplitude E_0 [61]:

$$V_{\text{acc}} = E_{z0}L = E_0L \quad (\text{A.22})$$

Dies wird näher in Unterabschnitt A.3.6 erläutert.

Damit lässt sich der Energiegewinn eines Teilchens formulieren als [61]:

$$\Delta U_{\text{kin}} = eV_{\text{acc}} \frac{\sin\left(\frac{\omega L}{2v}\right)}{\frac{\omega L}{2v}} \quad (\text{A.23})$$

Der Faktor, um den die Beschleunigungsspannung V_{acc} reduziert ist, wird als Transitzeitfaktor (TTF) bezeichnet. Der TTF ist wie folgt definiert [61]:

$$T = \frac{\sin\left(\frac{\omega L}{2v}\right)}{\frac{\omega L}{2v}} \quad (\text{A.24})$$

Dabei ist L die Länge der Kavität entlang des Strahlrohrdurchmessers. Für eine Pillbox-Kavität mit $L = \lambda/2$ ergibt sich unter Annahme ultrarelativistischer Teilchen, für die gilt $v \approx c$ [61]:

$$T_{\text{pillbox}} = \frac{2}{\pi} \quad (\text{A.25})$$

Aus Gleichung (A.24) ist zu schließen, dass der Transitzeitfaktor von der Länge der Kavität entlang des Strahlrohrdurchmessers abhängig ist, sodass sich bei deren Minimierung der maximale Energiegewinn einstellt.

A.3.6 Beschleunigungsspannung und elektrisches Feld

Die Beschleunigungsspannung V_{acc} quantifiziert die Fähigkeit einer Kavität zur Teilchenbeschleunigung. Sie beschreibt die effektive Spannung, die ein Teilchen beim Durchqueren der Kavität erfährt.

Für eine zylindrische Kavität lässt sich unter Nutzung der TM_{010} -Mode die Beschleunigungsspannung durch folgende Integralgleichung ausdrücken:

$$V_{\text{acc,eff}} = \int_{-\infty}^{\infty} E_z(z, r) e^{-j\omega z/(\beta c)} dz \quad (\text{A.26})$$

Dabei sind $E_z(z, r)$ die axiale Komponente des elektrischen Feldes und β die relativistische Geschwindigkeit des Teilchens.

Für eine idealisierte Pillbox Kavität lässt sich dieses Integral analytisch lösen, was zu folgendem Ausdruck führt:

$$V_{\text{acc}}(r) = E_0 L J_0(kr) T \quad (\text{A.27})$$

Dabei sind E_0 die maximale E-Feldstärke auf der Strahlachse, L die Länge der Kavität, J_0 die Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung, $k = \omega/c = j_{01}/R$ die Wellenzahl und T der TTF.

Die radiale Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung wird durch die Besselfunktion $J_0(kr)$ beschrieben. Auf der Strahlachse ($r = 0$) erreicht die Beschleunigungsspannung ihr Maximum, da $J_0(0) = 1$. Somit gilt für die axiale Beschleunigungsspannung:

$$V_{\text{acc}}|_{r=0} = E_0 L T \quad (\text{A.28})$$

Die Optimierung der Beschleunigungsspannung ist ein zentrales Ziel beim Entwurf von Beschleunigungskavitäten. Die maximale Beschleunigungsspannung wird durch die Durchschlagsfestigkeit an den Stellen höchster Feldstärke begrenzt. Ein wesentliches Designziel besteht daher darin, hohe Feldstärken an Spitzen und Kanten durch gezielte Abrundungen zu reduzieren. Die Durchschlagsfestigkeit wird mithilfe des Kilpatrick-Kriteriums berechnet und ausgedrückt [7].

A.3.7 Verhältnis R über Q

Das R/Q -Verhältnis, auch bekannt als normierte Shuntimpedanz, ist ein Parameter zur Beurteilung der Effizienz einer Beschleunigungskavität. Das Verhältnis beschreibt den Zusammenhang zwischen der Beschleunigungsspannung V_{acc} und der in der Kavität gespeicherten Energie W , wobei die Kreisfrequenz der Beschleunigungsmoden ω_0 berücksichtigt wird [41].

Für das Verhältnis R/Q gilt:

$$\frac{R}{Q} = \frac{|V_{\text{acc}}|^2}{2 \omega_0 W} \quad (\text{A.29})$$

Das R/Q -Verhältnis ist unabhängig vom Material der Kavität und hängt ausschließlich von deren Geometrie sowie von der betrachteten Mode ab [59]. Dadurch eignet sich R/Q als Parameter für den Vergleich verschiedener Kavitätendesigns hinsichtlich ihrer Effizienz in der Energieübertragung und -speicherung.

Ein höheres R/Q -Verhältnis deutet auf eine größere effektive Energiedichte hin, die der Bunch sieht, was zu einer verbesserten Wechselwirkung zwischen dem Bunch und den elektromagnetischen Feldern in der Kavität führt. Ein hoher Wert für das R/Q -Verhältnis ist daher entscheidend, um die Gesamtenergieeffizienz des Systems zu maximieren.

Für die Fundamentalmode (TM_{010}) wird dementsprechend ein möglichst hoher Wert angestrebt, während für HOMs niedrige Werte bevorzugt werden, um unerwünschte Wechselwirkungen mit dem Strahl zu minimieren [30]. Für ein effizientes Kavitätendesign wird häufig ein Kompromiss eingegangen, bei dem eine geringfügige Verschlechterung des R/Q -Verhältnisses der Fundamentalmode in Kauf genommen wird, wenn sich dadurch die negativen Effekte höherer Moden auf den Strahl bedeutsam verringern lassen. Dies ist beispielsweise der Fall wenn die Geometrie durch die Ergänzung von HOM-Dämpfern verändert wird, die sich negativ auf das R/Q der Fundamentalmode, aber positiv auf die Dämpfung von HOMs auswirken.

Das R/Q -Verhältnis für Beschleunigungskavitäten wird üblicherweise mittels numerischer Simulationen berechnet. Moderne Simulationssoftware ermöglicht Vorhersagen dieses Parameters für verschiedene Moden. Dies vereinfacht den Designprozess von Beschleunigungskavitäten erheblich und unterstützt die Optimierung des Kompromisses zwischen Fundamentalmode-Effizienz und HOM-Unterdrückung [13].

A.3.8 Koppelfaktor

Der Koppelfaktor β quantifiziert die Effizienz der Energieübertragung zwischen der Hochfrequenzquelle und der Beschleunigungskavität. Definiert wird β als das Verhältnis der externen Verlustleistung zur Verlustleistung in der Kavität, mathematisch ausgedrückt durch:

$$\beta = \frac{P_{\text{ext}}}{P_v} = \frac{R_s}{\ddot{u}^2 R_q} = \frac{Q_0}{Q_{\text{ext}}} \quad (\text{A.30})$$

Hierbei sind P_{ext} die Verlustleistung in der externen Last, P_v die intrinsischen Verluste der Kavität, R_s die Shuntimpedanz, R_q die Quellimpedanz, $\ddot{u}$ das Übersetzungsverhältnis, Q_0 die intrinsische Güte und Q_{ext} die externe Güte.

In der Praxis werden drei Kopplungsarten unterschieden: Bei unterkritischer Kopplung ($\beta < 1$) ist die Kopplung zur externen Last geringer als die intrinsischen Verluste der Kavität. Die kritische Kopplung ($\beta = 1$) zeichnet sich dadurch aus, dass die intrinsischen Verluste und die externen Verluste gleich sind, was zu optimaler Energieübertragung führt. Im Fall der überkritischen Kopplung ($\beta > 1$) übersteigt die Kopplung zur externen Last die intrinsischen Verluste der Kavität.

Eine alternative Darstellung des Koppelfaktors β erfolgt über den Reflexionsfaktor Γ , der in der Hochfrequenztechnik das Verhältnis der reflektierten zur vorlaufenden Wellenamplitude beschreibt. Der Reflexionsfaktor gibt somit an, wie stark eine Welle am Eingang der Kavität reflektiert wird:

$$\beta = \begin{cases} \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} & \beta > 1 \\ \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} & \beta < 1 \end{cases} \quad (\text{A.31a})$$

$$(\text{A.31b})$$

Gleichung (A.31a) gilt für den Fall einer unterkritischen Kopplung, während Gleichung (A.31b) für eine überkritische Kopplung gilt.

Der Koppelfaktor β beeinflusst das Verhältnis der Gütefaktoren des Systems. Die belastete Güte Q_L kann in Abhängigkeit von β ausgedrückt werden als:

$$Q_L = \frac{Q_0}{1 + \beta} \quad (\text{A.32})$$

Die externe Güte Q_{ext} ist gegeben durch:

$$Q_{\text{ext}} = \frac{Q_0}{\beta} \quad (\text{A.33})$$

Von besonderer praktischer Relevanz ist die Beziehung zur unbelasteten Güte Q_0 , die sich aus der gemessenen belasteten Güte Q_L und dem Koppelfaktor β berechnen lässt:

$$Q_0 = Q_L (1 + \beta) \quad (\text{A.34})$$

Die Effizienz einer Kavität lässt sich durch die Bestimmung der unbelasteten Güte unabhängig von der verwendeten Hochfrequenzquelle quantifizieren. Zur Ermittlung der Betriebsparameter sowie der Gesamteffizienz des Systems im Zusammenspiel aus Hochfrequenzquelle und Kavität ist jedoch die belastete Güte erforderlich.

A.3.9 Primärseitige und sekundärseitige Impedanz

Die primärseitige Impedanz Z_c' , die gleichzeitig die Lastimpedanz Z_L darstellt, die die HF-Quelle effektiv ‚sieht‘, kann aus dem Ersatzschaltbild in Unterabschnitt A.3.3 hergeleitet werden. Dafür wird zunächst als sekundärseitige Impedanz die Kavitätsimpedanz Z_c hergeleitet, die sich ohne Strahlbelastung, also ohne Beamloading (siehe Kapitel 5) einstellt. Dabei ist die Impedanz des RLC-Schwingkreises direkt gegeben durch:

$$Z_c = \frac{1}{j\omega c + \frac{1}{j\omega L_{\text{ind}}} + \frac{1}{R_s}} \quad (\text{A.35})$$

Allerdings ist die Frequenzabhängigkeit der Kavitätsimpedanz besser anhand einer anderen Formulierung erkennbar, die sich über die Formelausdrücke

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_{\text{ind}} C} \quad (\text{A.36})$$

und

$$Q_0 = \frac{R_s}{\omega_0 L_{\text{ind}}} = R_s \omega_0 C \quad (\text{A.37})$$

herleiten lässt:

$$Z_c = \frac{R_s}{1 + j \frac{R_s}{\omega L} \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right)} = \frac{R_s}{1 + j Q_0 \frac{\omega_0}{\omega} \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right)} = \frac{R_s}{1 + j Q_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (\text{A.38})$$

Der Klammerausdruck in ω und ω_0 wird auch als Detuningfaktor ξ bezeichnet:

$$\xi = \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (\text{A.39})$$

Für den Detuning-Parameter ξ lässt sich unter der Annahme kleiner Detuningfrequenzen und hoher Güten folgende Näherung formulieren [61]:

$$\xi \approx \frac{2\Delta f}{f_0} \quad (\text{A.40})$$

Das Vorzeichen in Gleichung (A.40) ist abhängig von der Art der Frequenzanpassung. Ein positives Vorzeichen resultiert aus einer Modifikation der Kavitätenresonanzfrequenz, was der gängigen Praxis entspricht. Ein negatives Vorzeichen ergibt sich bei einer Anpassung der Frequenz der Hochfrequenzspannung. Δf repräsentiert hierbei die Frequenzabweichung von der Resonanzfrequenz f_0 .

Für die Impedanz einer Kavität, die an eine HF-Quelle gekoppelt ist, ergibt sich die von der Quelle ‚gesehene‘, wie folgt:

$$Z'_c = \frac{1}{\ddot{u}^2} \frac{R_s}{1 + jQ_L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (\text{A.41})$$

Hierbei muss die Güte Q_0 durch die belastete Güte Q_L ersetzt werden, da die Quelle die Kavitätengüte belastet.

Zusätzlich kann die Lastimpedanz Z'_c in Abhängigkeit vom Koppelfaktor β (siehe Gleichung A.30) ausgedrückt werden als:

$$Z'_c = \frac{\beta R_q}{1 + jQ_L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (\text{A.42})$$

Die Analyse der Kavitätenimpedanz bildet die Grundlage für das Verständnis der Leistungsanpassung, die in Kapitel 4 erörtert wird.

A.4 Methoden zur Charakterisierung von Eigenmoden

In diesem Abschnitt werden Methoden und insbesondere experimentelle Messungen zur Charakterisierung von Eigenmoden kurz vorgestellt. Damit soll ein Überblick über die etablierten Verfahren geschaffen werden.

Numerische Simulationen und Simulationsprogramme

Die numerische Eigenmodenanalyse ist ein wesentliches Werkzeug für die Entwicklung und die Optimierung von Beschleunigungskavitäten. Sie erlaubt die Untersuchung der elektromagnetischen Eigenschaften einer Kavität, ohne dass physische Prototypen angefertigt werden müssen, was potenzielle Kosten und Entwicklungszeiten reduziert.

Eine gängige Softwarelösung für die Simulation elektromagnetischer Felder ist CST Microwave Studio (CST MWS) aus der CST Studio Suite [10], das seit 2016 von Dassault Systèmes vertrieben wird. Das Programm CST MWS basiert auf der Finite-Integrations-Technik (FIT), einer numerischen Methode zur Berechnung elektromagnetischer Felder. Bei der FIT wird das elektromagnetische Feld über ein Gitter im Zeit- oder Frequenzbereich berechnet, indem die Maxwell-Gleichungen diskretisiert werden. Diese Technik bietet die Möglichkeit, elektromagnetische Probleme dreidimensionaler Geometrien zu lösen. Zudem liefert FIT stabile und konsistente Lösungen auch bei inhomogenen Materialverteilungen, was sie gegenüber anderen Techniken in der elektromagnetischen Simulation vorteilhaft macht. Das Programm CST bietet zudem ein integriertes Postprocessing-Tool zur Auswertung der Simulationsergebnisse wie der Berechnung gängiger Kavitätenparameter (Gütefaktor, Shuntimpedanz, effektive Shuntimpedanz und das Verhältnis der Größen), was Zeit bei der Interpretation der Ergebnisse spart.

Die CST Studio Suite stellt verschiedene Lösungsalgorithmen und Analysemethoden zur Verfügung. Als 3D-Simulationstool kann CST auch komplexere, unsymmetrische Strukturen simulieren, da die zugrunde liegende Finite-Integrations-Technik konsistente Lösungen auch für inhomogene Geometrien liefert.

Zusätzlich zu 3D-Simulationsprogrammen wie CST MWS werden in der Forschung etablierte 2D-Simulationsprogramme genutzt, die sich für rotationssymmetrische Strukturen eignen. Zu diesen Programmen zählen SUPERFISH [19] und URMEL [33]. Diese Programme bieten Lösungen für das 2D-Kavitäten-Design und haben sich in der Praxis über Jahrzehnte bewährt. SUPERFISH basiert auf der Finite-Differenzen-Methode (FDM),

die für rotationssymmetrische Strukturen sehr recheneffizient ist. URMEL nutzt die Finite-Elemente-Methode (FEM), die bei der Untersuchung axialsymmetrischer Strukturen den Vorteil einer effizienteren Berechnung bietet.

Die Auswahl zwischen 3D- und 2D-Simulationsprogrammen richtet sich nach den spezifischen Anforderungen der jeweiligen Anwendung. Während 3D-Programme wie CST Studio Suite eine Analyse unsymmetrischer, nichtrotationssymmetrischer Geometrien ermöglichen, bieten 2D-Programme wie SUPERFISH und URMEL bei der Untersuchung axialsymmetrischer Strukturen den Vorteil einer rechen effizienten Berechnung der Simulationen.

Der Einsatz von CST MWS als 3D-Simulationstool unterstützt den Entwicklungsprozess von Beschleunigungskavitäten. Im Verlauf der Entwicklung werden Koppler und Tuner in das Kavitätenmodell integriert, um eine vollständige Analyse durchzuführen. Die Hinzufügung dieser Komponenten führt zu einer unsymmetrischen Kavitätengeometrie, die mit Simulationsprogrammen, die nur für symmetrische Geometrien präzise Ergebnisse liefern, nicht geeignet analysiert werden kann. Das Programm CST ermöglicht die Simulation komplexer und nichtrotationssymmetrischer Strukturen, wodurch Kavitäten-*designs* während des gesamten Entwicklungsprozesses untersucht und angepasst werden können.

Experimentelle Messungen

Modenvermessung mittels S_{11} -Messung

Die Charakterisierung der Resonanzmoden in Beschleunigungskavitäten ist für deren Optimierung und einen effizienten Betrieb von Bedeutung. Eine häufig verwendete Messmethode zur Bestimmung der Güte einer Mode ist die Analyse des Streuparameters S_{11} mittels eines Vektor-Netzwerkanalysators [41]. Die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit dieser Q-Faktor-Messung werden umfangreich in [17] analysiert und diskutiert.

Der Streuparameter S_{11} ist äquivalent zum Reflexionskoeffizienten Γ und quantifiziert das Verhältnis zwischen reflektierter und einfallender Welle an einem Eingangstor. Streuparameter sind allgemein Kenngrößen in der Hochfrequenztechnik zur Beschreibung des Verhaltens von Mehrportoren, also Systemen mit mehreren Ein- und Ausgängen. Der Streuparameter S_{ij} gibt dabei das Verhältnis zwischen der am Tor j einfallenden und der am Tor i austretenden Welle an. Für den Spezialfall S_{11} entspricht dies dem Verhältnis

zwischen reflektierter und einfallender Welle am Eingangstor, also dem Reflexionskoeffizienten Γ .

Der Zusammenhang zwischen Γ , der Vorwärtsleistung P_{vor} , der reflektierten Leistung $P_{\text{rück}}$ und der Eintrittsleistung P_{ein} lässt sich durch folgende Gleichungen ausdrücken [45]:

$$|\Gamma|^2 = \frac{P_{\text{rück}}}{P_{\text{vor}}} \quad (\text{A.43})$$

$$P_{\text{ein}} = P_{\text{vor}} - P_{\text{rück}} = P_{\text{vor}} (1 - |\Gamma|^2) \quad (\text{A.44})$$

Die Auswertung der Güte anhand der Messung erfolgt nach folgendem Schema: Mit einem Netzwerkanalysator wird S_{11} über einen Frequenzbereich um die erwartete Resonanzfrequenz gemessen. Die Resonanzfrequenz f_0 ist dort lokalisiert, wo der Reflexionsfaktor Γ rein reell wird und S_{11} ein lokales Minimum aufweist.

Im Smith-Diagramm beschreibt S_{11} eine kreisförmige Kurve. Nach Kompensation der elektrischen Verzögerung liegt der Mittelpunkt dieses Kreises auf der reellen Achse (siehe Abbildung A.7).

Das Smith-Diagramm ist eine grafische Darstellung des komplexen Reflexionskoeffizienten Γ . Hierbei werden der Realteil auf der horizontalen Achse und der Imaginärteil auf der vertikalen Achse aufgetragen. Die kreisförmige Darstellung von S_{11} ermöglicht eine anschauliche Interpretation der Impedanzanpassung.

Die Halbleistungspunkte korrespondieren mit den Frequenzen, bei denen der Imaginärteil $|Im\{S_{11}\}|$ maximal ist, identifizierbar als nördlichster und südlichster Punkt des Kreises im Smith-Diagramm. Diese Punkte markieren die Frequenzen, an denen die reflektierte Leistung die Hälfte der eingekoppelten Leistung beträgt. Die Halbleistungspunkte sind damit wesentliche Kenngrößen zur Beurteilung der Bandbreite einer Mode.

Der Betrag des Reflexionsfaktors $|\Gamma|$ kann im Schnittpunkt des Kreises mit der reellen Achse des Smith-Diagramms abgelesen werden. Dieser Wert gibt Auskunft über den Anteil der reflektierten Leistung im Vergleich zur eingekoppelten Leistung.

Die belastete Güte Q_L berechnet sich gemäß:

$$Q_L = \frac{f_0}{f_o - f_u} = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (\text{A.45})$$

Dabei repräsentieren f_0 die Resonanzfrequenz und f_o , f_u die obere und die untere Grenzfrequenz.

Zur Bestimmung der unbelasteten Güte Q_0 wird zunächst aus dem Reflexionsfaktor Γ der Koppelfaktor β mittels Gleichung (A.31a) berechnet:

$$\beta = \frac{1 \pm \Gamma}{1 \mp \Gamma} \quad (\text{A.46})$$

Anschließend ergibt sich die unbelastete Güte Q_0 aus:

$$Q_0 = Q_L(1 + \beta) \quad (\text{A.47})$$

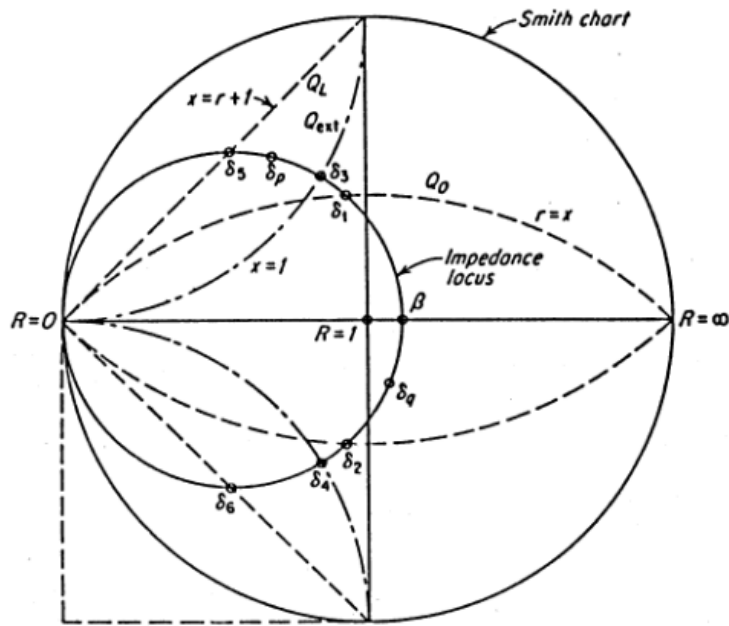


Abbildung A.7: Smith-Diagramm zur Bestimmung der Halbleistungspunkte und des Betrags des Reflexionsfaktors [1].

Die Auswertung weiterer Kenngrößen, insbesondere der Shuntimpedanz, von Moden anhand der S_{11} -Messung wird in Kapitel 9 erläutert.

Die S_{11} -Methode bietet ein schnelles und zuverlässiges Messverfahren zur Identifikation von Resonanzfrequenzen und Halbleistungspunkten, wodurch auch die Güte und die unbelastete Güte ermittelt werden können.

Herausforderungen ergeben sich bei der Interpretation von dicht beieinanderliegenden Moden. Zudem kann die Positionierung der Koppelantenne die Messergebnisse beeinflussen, was von der Modenorientierung in der Kavität abhängig ist. Die Beurteilung dieser Faktoren erfordert eine sorgfältige Analyse und ein fundiertes Verständnis der physikalischen Zusammenhänge.

Eine S_{21} -Messung kann ebenfalls zur Bestimmung der Güte genutzt werden, dieses Vorgehen ist jedoch durch die zweifache Kopplung mit dem Netzwerkanalysator über zwei Antennen mit unterschiedlichen Koppelfaktoren komplexer in der Durchführung und der Auswertung.

Ermittlung der Shuntimpedanzen mittels Bead-Pull-Methode

Die genaue Kenntnis der Feldverteilung in Beschleunigungskavitäten ist für deren Optimierung und eine Leistungsanalyse von Bedeutung. Eine etablierte experimentelle Methode zur Bestimmung dieser Verteilung basiert auf dem Slater-Perturbationstheorem [54]. Dieses Theorem leitet sich aus dem Ehrenfest-Theorem in resonanter Form ab, das die Verbindung zwischen der zeitlichen Entwicklung von Erwartungswerten in der Quantenmechanik und den klassischen Bewegungsgleichungen beschreibt [18].

Das Slater-Theorem quantifiziert die Änderung der Resonanzfrequenz einer Kavität infolge einer infinitesimalen Störung des elektromagnetischen Feldes. Analog zum Ehrenfest-Theorem, das die zeitliche Entwicklung von Erwartungswerten quantenmechanischer Observablen beschreibt, postuliert das Slater-Theorem eine proportionale Beziehung zwischen der lokalen Feldmodifikation und der resultierenden Frequenzverschiebung. Diese Verschiebung Δf lässt sich mathematisch durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = - \frac{\int_{\Delta V} (\Delta \epsilon \mathbf{E}^2 - \Delta \mu \mathbf{H}^2) dV}{4W} \quad (\text{A.48})$$

Hierbei repräsentieren f_0 die ursprüngliche Resonanzfrequenz, ΔV das Volumen der Störung, $\Delta\epsilon$ und $\Delta\mu$ die Änderungen der Permittivität bzw. Permeabilität, $\mathbf{E}$ und $\mathbf{H}$ die elektrische bzw. magnetische Feldstärke und W die in der Kavität gespeicherte Gesamtenergie.

Eine praktische Anwendung dieses Theorems ist die sogenannte ‚Bead-Pull‘-Methode [59]. Hierbei wird ein kleiner metallischer oder dielektrischer Körper (‚Bead‘) an einem dünnen Faden durch die Kavität geführt (siehe Abbildung A.8). Die resultierende Frequenzverschiebung wird als Funktion der Position des Störkörpers gemessen. Aus dieser Messung lässt sich die relative Feldstärke entlang der Bewegungsachse des Störkörpers rekonstruieren.

In der Praxis wird der Störkörper typischerweise mittels eines Motorantriebs durch die Kavität gezogen, wie in Abbildung A.8 illustriert. Die resultierende Frequenzverschiebung wird kontinuierlich gemessen und von einem Computer aufgezeichnet und ausgewertet.

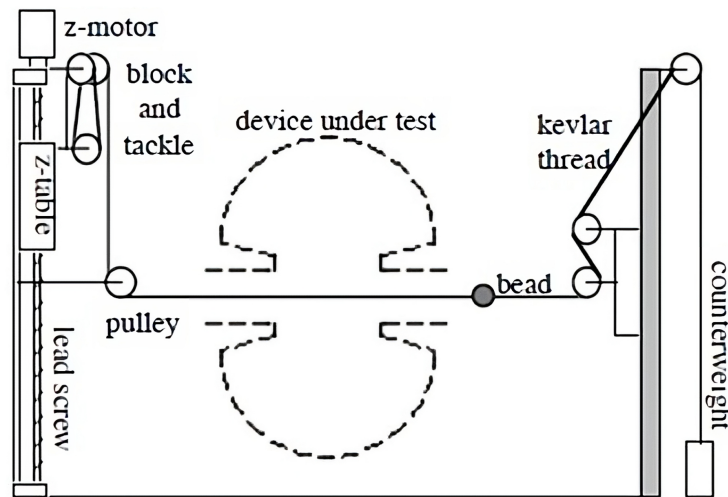


Abbildung A.8: Darstellung des experimentellen Aufbaus der ‚Bead-Pull‘-Methode am Beispiel einer sphärischen einzelligen Kavität [57].

Die Perturbationsmethode bietet mehrere Vorteile. Sie ermöglicht eine nichtinvasive Messung der Feldverteilung und ist relativ einfach zu implementieren. Allerdings gibt es auch einige Einschränkungen. Die Methode ist auf zugängliche Bereiche der Kavität beschränkt und die Anwesenheit des Störkörpers sowie des Fadens kann zu geringfügigen Feldverzerrungen führen. Zudem verläuft die elektrische Achse aufgrund des in der Praxis meist

unsymmetrischen Aufbaus der Kavität und der Fertigungstoleranzen nicht entlang der mechanischen Achse. Daher sind für aussagekräftige Ergebnisse mehrere Messungen entlang des Achsenradius erforderlich, die iterativ durchgeführt werden müssen. Darüber hinaus muss der Durchmesser des Störkörpers auch bei höheren Moden, die noch für die Strahlstabilität von Bedeutung sind, klein gegenüber der Wellenlänge der Moden sein ($\lambda \ll d_{\text{Störkörper}}$), da sonst die Messung aufgrund des inhomogenen Feldes innerhalb des Störkörpers zu inkorrekten Ergebnissen führt.

A.5 Charakterisierung der transversalen Shuntimpedanz

Die transversale Shuntimpedanz $R_{\perp}$ stellt ein Maß für die Kopplung des Teilchenstrahls mit TM-Dipolmoden dar. Dieses Konzept basiert auf dem Zusammenhang zwischen der transversalen Ablenkung von Teilchen und der radialen Abhängigkeit des longitudinalen Energieverlusts bei TM-Dipolmoden, der durch das Theorem von Panofsky-Wenzel beschrieben wird [43].

Die TM_{110} -Mode in Kavitäten weist eine charakteristische Feldstruktur auf, die für die Teilchendynamik in Speicherringen von besonderer Bedeutung ist. Das elektrische Feld dieser Mode durchläuft einen Nullpunkt auf der Strahlachse, während das magnetische Feld dort ein Maximum erreicht. Diese spezifische Konfiguration führt zu einem unerwünschten transversalen Impulsgewinn $\Delta p_{\perp}$ für eine Ladung q , die sich mit der Geschwindigkeit v entlang der Strahlachse bewegt. Dieser Impulsgewinn lässt sich durch das Integral der Lorentzkraft über die Zeit ausdrücken:

$$\Delta p_{\perp} = \int_0^t \mathbf{F} dt = \int_0^t q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) dt \quad (\text{A.49})$$

Der beschriebene Effekt tritt dann auf, wenn die Ladung q die TM_{110} -Mode selbst anregt. Gemäß des Fundamental Theorem of Beam Loading (FTBL) [64], wie von Wilson dargelegt, erfährt die Ladung die Hälfte der Spannung, die sie entlang ihres Weges induziert, einschließlich des zugehörigen Querfeldes. Diese Eigenschaft macht die TM_{110} -Mode zu einem kritischen Faktor für die Konzipierung von Beschleunigungskavitäten.

Die longitudinale E-Feldstärke verläuft in Abhängigkeit vom radialen Abstand zur Strahlachse kosinusförmig. In unmittelbarer Nähe der Strahlachse kann dieser Verlauf als na-

hezu linear approximiert werden. Das magnetische Querfeld weist auf der Strahlachse ein Maximum auf.

Für kleine Abstände zur Strahlachse lässt sich die Spannung wie folgt beschreiben:

$$V(r) = V_0 kr \quad (\text{A.50})$$

Diese Beziehung resultiert aus dem Verlauf der longitudinalen elektrischen Feldstärke in zylinderförmigen Resonatoren, der proportional zur Besselfunktion $J_0(kr)$ ist und für kleine r durch kr angenähert werden kann. V_0 repräsentiert die Spannung bei $kr = 1$.

Die transversale Shuntimpedanz $R_\perp$ wird analog zur herkömmlichen Shuntimpedanz definiert, jedoch mit radialer Abhängigkeit:

$$R_\perp(kr) = \frac{V_0^2(kr)^2}{2P_v} = R_\perp(kr)^2 \quad (\text{A.51})$$

Der charakteristische Wert für Dipolmoden wird bei $kr = 1$ angegeben, wobei zu beachten ist, dass dieser Radius außerhalb des physischen Strahlrohrs liegen kann.

Numerische Simulationen, die beispielsweise mit CST MWS durchgeführt werden, zeigen, dass die Shuntimpedanz in Abhängigkeit vom Abstand zur Strahlachse einen parabolischen Verlauf aufweist, was sich durch die quadratische Spannungsabhängigkeit erklärt. Die transversale Shuntimpedanz steigt quadratisch mit zunehmendem Radius an und kann berechnet werden durch:

$$R_\perp(kr = 1) = \frac{R_\perp}{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2} \quad (\text{A.52})$$

Das Theorem von Panofsky-Wenzel [43] beschreibt den Zusammenhang zwischen der transversalen Ablenkung einer Ladung und der transversalen Variation des longitudinalen Energieverlusts bei TM-Dipolfeldern. Es besagt, dass der einer Testladung während der Durchquerung eines felderfüllten Resonators übertragene Transversalimpuls vollständig durch die räumliche Verteilung der elektrischen Longitudinalkomponente bestimmt ist. Mathematisch ausgedrückt gilt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{p}_\perp = -\nabla_\perp(\Delta U) \quad (\text{A.53})$$

Diese Beziehung impliziert, dass eine ortsabhängige Energieänderung einer Ladung beim Durchqueren eines elektromagnetischen Feldes zu einem zeitlich variierenden Querimpuls führt und umgekehrt. In diesem Fall ergibt sich die Energieänderung der Ladung in Strahlachsnähe zu:

$$\Delta U(r) = qV_0 k r \quad (\text{A.54})$$

Daraus folgt für die zeitliche Änderung des Transversalimpulses der Ladung q :

$$\dot{p}_\perp = qV_0 k \quad (\text{A.55})$$

Diese Analyse verdeutlicht die Wechselwirkung zwischen dem Teilchenstrahl und elektromagnetischen Feldern in Beschleunigerstrukturen und unterstreicht die Bedeutung der transversalen Shuntimpedanz für die Strahlstabilität.

B Mathematische Grundlagen

B.1 Besselfunktion J_m

Besselfunktionen, benannt nach Friedrich Wilhelm Bessel, sind Funktionen, die in zahlreichen physikalischen und technischen Anwendungen auftreten, insbesondere bei Problemen mit zylindrischer Symmetrie.

In der Beschleunigerphysik treten Besselfunktionen bei der Lösung der Wellengleichung in Zylinderkoordinaten auf, etwa bei der Wellenausbreitung in Hohlleitern oder Beschleunigungskavitäten.

Differentialgleichung

Besselfunktionen erster Art $J_m(x)$ sind Lösungen der Besselschen Differentialgleichung:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2)y = 0 \quad (\text{B.1})$$

Hier bezeichnet m die Ordnung der Funktion und ist ganzzahlig. Die Besselfunktion erster Art $J_m(x)$ ist für alle nicht-negativen ganzzahligen Werte von m definiert. Die Indizierung der Ordnung beginnt bei $m = 0$ und setzt sich fort mit $m = 1, 2, \dots$

Reihendarstellung

Die Reihenentwicklung für $J_m(x)$ ist gegeben durch [31]:

$$J_m(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{x}{2}\right)^{m+2n}}{n!(n+m)!} \quad (\text{B.2})$$

Kurvenverlauf und Nullstellen

Abbildung B.1 zeigt beispielhaft die Besselfunktionen erster Art J_0 bis J_3 und Tabelle B.1 gibt die Nullstellen dieser Besselfunktionen an, berechnet mit MATLAB. Diese Werte sind für die analytische Berechnung der E-Feldverteilungen erforderlich.

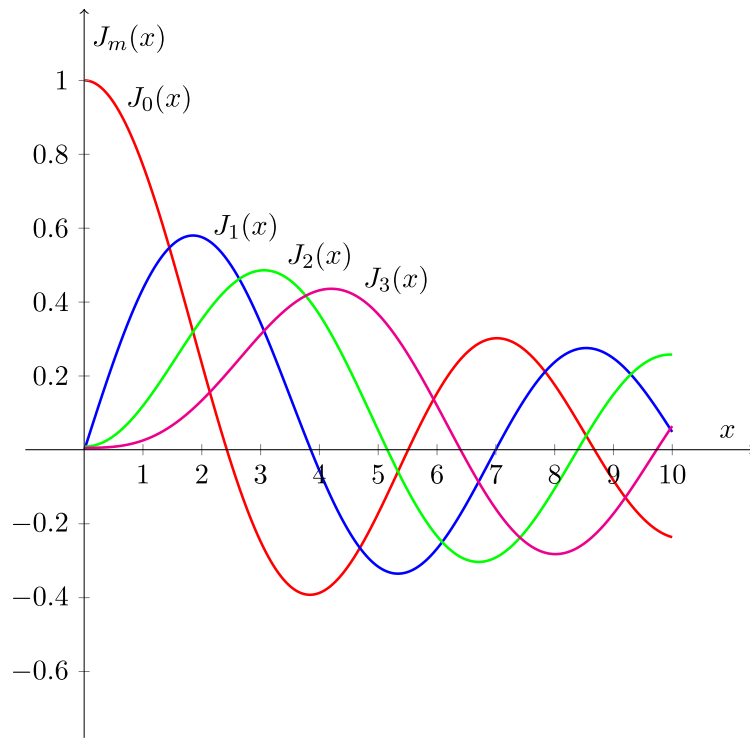


Abbildung B.1: Besselfunktionen erster Art, Ordnung $m = 0 \dots 3$.

Tabelle B.1: Nullstellen der Besselfunktion erster Art, berechnet mit MATLAB.

Index n	j_{0n}	j_{1n}	j_{2n}	j_{3n}
1	2,405	3,832	5,320	6,513
2	5,520	7,016	8,417	9,550
3	8,654	10,173	11,771	12,964

B.2 Full Width Half Maximum

Die FWHM beschreibt die Breite einer Verteilungsfunktion bei der Hälfte ihrer Maximalamplitude. Bei der gaußförmigen Ladungsverteilung eines Bunches entspricht die FWHM dem Abstand d zwischen den Positionen z_1 und z_2 , an denen die Ladungsdichte $\rho(z)$ auf $\frac{\rho(z)_{\max}}{2}$ abfällt (siehe Gleichung 5.9). Abbildung B.2 veranschaulicht diese charakteristische Größe anhand der Ladungsverteilungskurve.

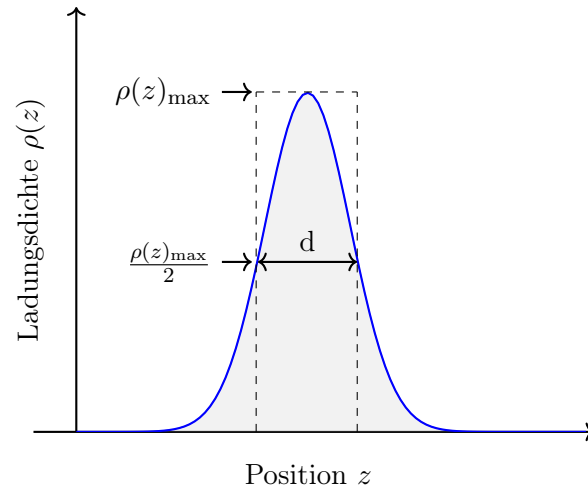


Abbildung B.2: Charakterisierung der Full Width Half Maximum (FWHM) einer gaußförmigen Ladungsverteilung.

B.3 Sinusintegralfunktion

Die Sinusintegralfunktion, kurz $\text{Si}(x)$, ist definiert als:

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt \quad (\text{B.3})$$

Die Funktion beschreibt das aufsummierte Verhalten der $\sin(t)/t$ -Kurve im Bereich $[0, x]$. Aufgrund der Singularität des Integranden bei $t = 0$ wird der Wert für $\text{Si}(x)$ unter Berücksichtigung des Cauchy-Hauptwertes berechnet.

Der charakteristische Verlauf der Funktion ist in Abbildung B.3 dargestellt. Hierbei werden die asymptotische Abnahme der Oszillationen für große x und die divergierenden Werte für $x \rightarrow 0$ deutlich.

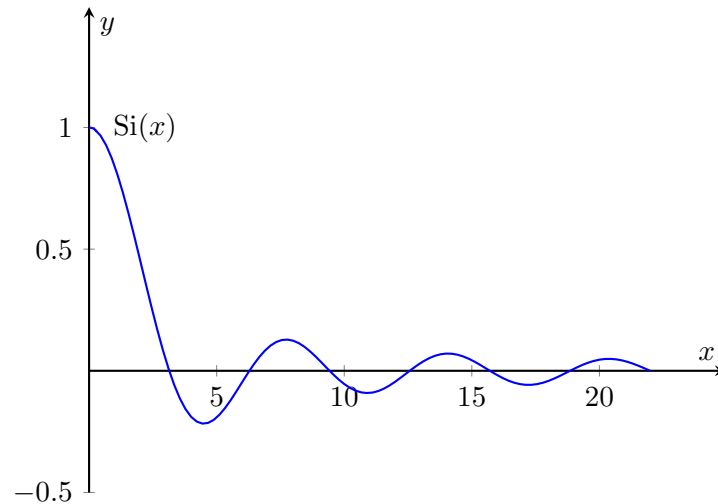


Abbildung B.3: Verlauf der Sinusintegralfunktion $\text{Si}(x)$ im Intervall $[0, x]$.

B.4 Trigonometrische Funktionen

Kosinussatz

Für ein beliebiges Dreieck gilt der Kosinussatz [44]:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma) \quad (\text{B.4})$$

Hierbei sind a , b und c die Seitenlängen des Dreiecks und γ ist der Winkel gegenüber der Seite c . Für den Spezialfall, dass $\gamma = 90^\circ$ ist, vereinfacht sich der Kosinussatz zum Satz des Pythagoras.

Sinussatz

Der Sinussatz beschreibt eine trigonometrische Relation in der Dreiecksgeometrie [44]:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \quad (\text{B.5})$$

Dabei repräsentieren a , b und c die Seitenlängen eines Dreiecks, während α , β und γ die korrespondierenden Winkel bezeichnen. Die Beziehung ermöglicht die Berechnung unbekannter geometrischer Parameter, wenn mindestens drei unabhängige Informationen über das Dreieck vorliegen.

Additionstheoreme

Für Sinus und Kosinus gelten folgende Additionstheoreme [44]:

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \quad (\text{B.6a})$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \quad (\text{B.6b})$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad (\text{B.6c})$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \quad (\text{B.6d})$$

C Winkelkonvention im Vektordiagramm

Die Winkel im Vektordiagramm, das in Kapitel 6 eingeführt wurde, können nach unterschiedlichen Konventionen interpretiert werden. Wilson misst die Winkel von der Abszisse (x -Achse) aus, eine äquivalente Alternative betrachtet sie von der Ordinate (y -Achse) aus. Bei letzterer Betrachtungsweise entspricht der Winkel 90° minus dem von der x -Achse gemessenen Winkel, wie die Gleichungen (C.1) und (C.2) zeigen. Diese aktuellere, am DESY verwendete Konvention wird hier näher erläutert. Beide Betrachtungsweisen führen zu identischen Ergebnissen und bieten lediglich unterschiedliche Perspektiven derselben geometrischen Realität. Abbildung C.1 veranschaulicht diese Konventionen.

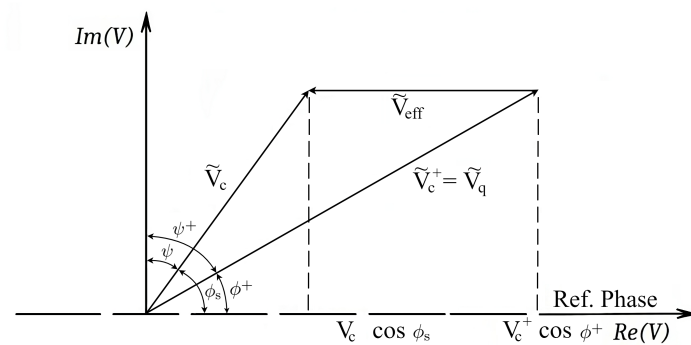


Abbildung C.1: Vektordiagramm der Kavitätsspannung vor ($\tilde{V}_c^+$) und während ($\tilde{V}_c$) der Bunchdurchquerung sowie der halben, vom Bunch induzierten Spannung $\tilde{V}_{\text{eff}}$. ϕ^+ und ψ^+ beschreiben die Phasenwinkel der Kavitätsspannung vor der Bunchdurchquerung, während ϕ_s und ψ die Phasenwinkel der Kavitätsspannung während der Bunchdurchquerung angeben. Die Abbildung wurde in Anlehnung an [63] erstellt.

Aus den Konventionen ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\psi = 90^\circ - \phi_s \quad (\text{C.1})$$

$$\psi^+ = 90^\circ - \phi^+ \quad (\text{C.2})$$

Gleichung (C.1) transformiert von der x - zur y -Achsen-Konvention für ψ , (C.2) tut dies analog für ϕ . Die Umstellung von (C.1) nach ϕ_s ergibt:

$$\phi_s = 90^\circ - \psi \quad (\text{C.3})$$

Eine Substitution von ϕ_s aus $[0^\circ, 90^\circ]$ in der Gesamteffizienzgleichung durch (C.1) und unter Anwendung der Theoreme

$$\cos^2(90^\circ - \psi) = \sin^2(\psi) \quad (\text{C.4})$$

und

$$\sin^2(90^\circ - \psi) = \cos^2(\psi) \quad (\text{C.5})$$

ergeben die Gesamteffizienz nach der DESY-Konvention:

$$\eta_{g \max} = \frac{\sin^2(\psi)}{B} \frac{1}{1 - \frac{4B-1}{4B^2} \cos^2(\psi)} \quad (\text{C.6})$$

Auf Grundlage dieser Definition wird in den Kapiteln 9 und 11 die Effizienz der drei analysierten Kavitätentypen für den Einsatz in PETRA IV berechnet.

D Wandverluste einer Pillbox-Kavität

In diesem Anhang wird die Berechnung der Wandverluste einer Kavität erläutert. Als Beispiel dient die Pillbox-Kavität, an der die Herleitung der Wandverluste exemplarisch demonstriert wird.

Die Wandverluste in Beschleunigungskavitäten (siehe Gleichung A.18) können in Abhängigkeit vom B-Feld durch folgende Gleichung beschrieben werden [53]:

$$P_v = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{Wände}} R_{\text{ob}} |\mathbf{B}_{\text{Wand}}|^2 dA \quad (\text{D.1})$$

Dabei sind R_{ob} der Oberflächenwiderstand, $\mathbf{B}_{\text{Wand}}$ die magnetische Flussdichte an den Kavitätenwänden und μ_0 die magnetische Feldkonstante des Vakuums.

Die Wandverluste einer Kavität lassen sich analytisch anhand des Magnetfelds an der Oberfläche der Kavitätswände bestimmen. Dieses Magnetfeld induziert eine Stromdichte in den leitfähigen Wänden, die zu Verlusten in Form von Wärmeenergie führt.

Das longitudinale E-Feld der TM_{010} -Mode (siehe auch Gleichung A.8) ist durch die folgende Gleichung gegeben:

$$E_z(r, t) = E_0 J_0 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) e^{j\omega t} \quad (\text{D.2})$$

Da das E-Feld und das Magnetfeld voneinander abhängig sind, kann das B-Feld mithilfe des Induktionsgesetzes (Gleichung D.3) über das E-Feld berechnet werden.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z(r, t)}{\partial r} &= - \frac{\partial B_\Theta(r, t)}{\partial t} \\ -\frac{j_{01}}{R} E_0 J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) &= -\omega B_\Theta(r) \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Für die Amplitude des Magnetfeldes gilt dann

$$B_{\Theta}(r) = \frac{j_{01}}{\omega R} E_0 J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) = -j \frac{E_0}{c} J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) \quad (\text{D.4})$$

Für die Verlustleistung im Mantel des Kavitätszylinders gilt allgemein

$$P_{\text{Mantel}} = \frac{1}{2} R_{\text{ob}} \left(\frac{B_{\parallel}}{\mu_0} \right)^2 A_{\text{Mantel}} \quad (\text{D.5})$$

Der Oberflächenwiderstand R_{ob} berechnet sich aus dem Kehrwert der elektrischen Leitfähigkeit σ und der frequenzabhängigen Eindringtiefe δ :

$$R_{\text{ob}} = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (\text{D.6})$$

$B_{\parallel}$ ist die longitudinale B-Feldstärke und $A_{\text{Mantel}} = \pi D, l$ beschreibt die Oberfläche des Mantels. $B_{\Theta}(R)$ repräsentiert die azimutale B-Feldkomponente am Radius R der Kavität:

$$\begin{aligned} B_{\parallel} &= B_{\Theta}(R) \\ &= -j \frac{E_0}{c} J_1(j_{01}) \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Damit ist die Verlustleistung im Mantel gegeben durch

$$P_{\text{Mantel}} = \frac{1}{2} R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 J_1^2(j_{01}) \pi D l \quad (\text{D.8})$$

Für die Verlustleistung in den zwei Deckeln der Kavität gilt

$$P_{\text{Deckel}} = 2 \frac{1}{2} R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 2\pi \int_0^{\frac{D}{2}} J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) r dr \quad (\text{D.9})$$

Durch Einsetzen der oberen Grenze des Integrals $\frac{D}{2} = R$ in den Ausdruck $J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right)$ wird deutlich, dass gilt: $\frac{D}{2} \frac{j_{01}}{R} = j_{01}$. Mit der Rechenvorschrift (Gleichung D.10) kann das Integral dann entsprechend berechnet werden:

$$\int_0^{j_{01}} J_1(x) dx = \frac{x^2}{2} \left[J_1^2(x) - J_0(x) J_2(x) \right]_0^{j_{01}} \quad (\text{D.10})$$

Daraus folgt, dass

$$\int_0^{j_{01}} J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) r dr = \frac{j_{01}^2}{2} J_1^2(j_{01}) \quad (\text{D.11})$$

Damit ergibt sich für die Verlustleistung in den Deckeln die Gleichung

$$\begin{aligned} P_{\text{Deckel}} &= R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 2\pi \int_0^{\frac{D}{2}} J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) r dr \\ &= R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 2\pi \frac{R^2}{j_{01}^2} \int_0^{j_{01}} J_1 \left(\frac{j_{01}}{R} r \right) r dr \\ &= R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 2\pi \frac{R^2}{j_{01}^2} \frac{j_{01}^2}{2} J_1^2(j_{01}) \\ &= R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 D^2 \frac{\pi}{4} J_1^2(j_{01}) \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Die Gesamtverlustleistung der Kavität kann aus der Summe der beiden Verlustleistungen berechnet werden:

$$P_v = \frac{1}{2} R_{\text{ob}} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0^2 \pi D L \left(1 + \frac{D}{2L} \right) J_1^2(j_{01}) \quad (\text{D.13})$$

E Methoden zur Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter

In diesem Anhang werden die Simulationsmethoden und die experimentellen Verfahren zur Bestimmung der fundamentalen Kavitätenparameter der Pillbox-Kavität erläutert. Die Simulationen wurden mit CST MWS durchgeführt, wobei Informationen zu den Randbedingungen, der Diskretisierung und den verwendeten Parametern gegeben wurden.

Zur Validierung der theoretischen Ergebnisse wird die experimentelle Methode zur Messung der Kavitätenparameter beschrieben. Diese ermöglicht den Vergleich der analytischen, der numerischen und der experimentellen Resultate, um Abweichungen zwischen Theorie und Praxis zu quantifizieren. Dabei werden insbesondere die Kalibrierung des Messaufbaus, der Ablauf der Messung und die Auswertung der Messdaten erläutert.

Zur besseren Vergleichbarkeit der Shintake- und der BESSY-Kavität wurde im Hauptteil eine Kavität mit einer Länge von 300 mm analytisch untersucht. In diesem Anhang dient jedoch die für experimentelle Messungen verfügbare Kavität als Grundlage für die analytischen Berechnungen. So können die theoretischen Ergebnisse mit den simulierten und den experimentellen Resultaten verglichen und die Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis überprüft werden.

E.1 Numerische Simulation

Versuchsbeschreibung

Zur Untersuchung der fundamentalen Kavitätenparameter wurde die Pillbox-Kavität mittels CST MWS simuliert. Das Modell basiert auf den Maßen der für experimentelle

Messungen verfügbaren Kavität, wobei der Innenraum als Vakuum und das Hintergrundmaterial als Aluminium ($\sigma_{\text{AL}} = 3,77 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$) definiert wurden. Die Randbedingungen für das elektrische Feld wurden als ‚perfekt elektrisch leitend‘ (perfect electric conductor, PEC) festgelegt.

Die Simulation erfolgte im Frequenzbereich von 495 MHz bis 505 MHz unter Verwendung des Eigenmodensolvers mit der Methode ‚General (Lossy)‘. Zur Diskretisierung des Simulationsvolumens wurde ein tetraedrisches Gitter mit zehn Zellen pro Wellenlänge verwendet. Eine adaptive Gitterverfeinerung mit zwei bis acht Iterationen optimierte die Präzision, wobei das Konvergenzkriterium für die Eigenwertlösung auf eine relative Fehlerabweichung von $1 \cdot 10^6$ festgelegt wurde.

Die Simulation wurde auf einem Server mit zwei Intel(R) Xeon(R) Gold 6242 CPUs (2,80 GHz, 2793 MHz, 16 Kerne, 32 logische Prozessoren) und 358 GB physischem Arbeitsspeicher durchgeführt. Die Simulationszeit betrug 68 Sekunden und das resultierende Gitter umfasste 19496 Zellen.

Die Eigenmodensimulation in CST liefert automatisch die dreidimensionalen Ergebnisse der E- und H-Felder der Moden, aufsteigend durchnummeriert innerhalb des festgelegten Frequenzbereichs.

Für die relevanten Parameter der Fundamentalmode wurden die Resonanzfrequenz f_0 , die Güte Q_0 , die Shuntimpedanz R_s sowie die effektive Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$ mithilfe der in CST integrierten Postprocessing-Funktion berechnet.

In Abbildung E.1 ist die Benutzeroberfläche der CST-Software für die Postprocessing-Funktion dargestellt, die zur Auswertung der fundamentalen Kavitätenparameter verwendet wurde.

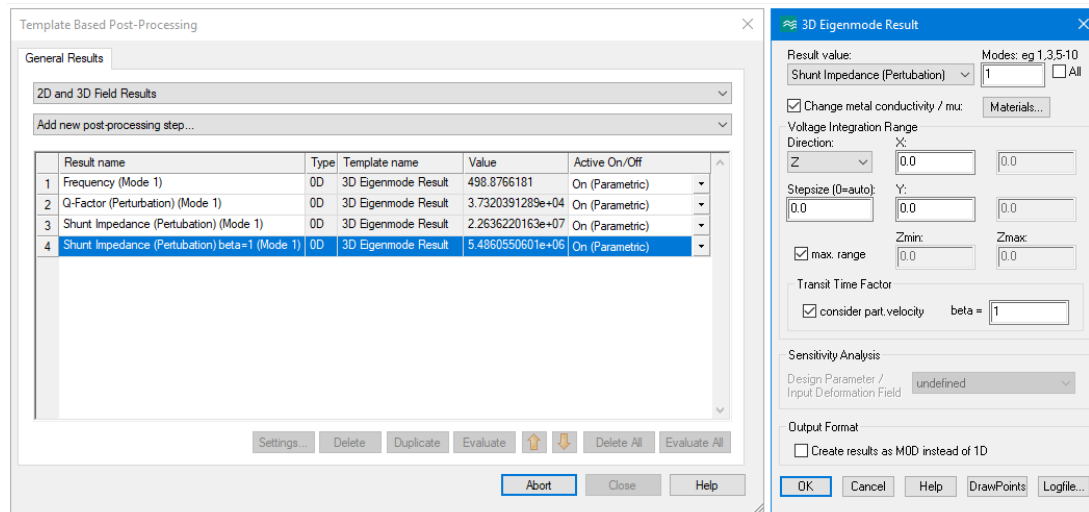


Abbildung E.1: CST-Benutzeroberfläche zur Postprocessing-Analyse der fundamentalen Kavitätenparameter.

Links sind die berechneten Parameter dargestellt, rechts die Einstellungen zur Bestimmung der effektiven Shuntimpedanz der Fundamentalmode.

Für die Berechnung der Shuntimpedanz wurde die Spannungsintegration entlang der Strahlachse z durchgeführt. Die verwendeten Materialparameter entsprachen den Eigenschaften von Aluminium mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Al} = 3,77 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$.

Bei der Bestimmung der effektiven Shuntimpedanz wurde von einer Teilchengeschwindigkeit ($v = \beta c$) entsprechend der Lichtgeschwindigkeit ($\beta = 1,0$) ausgegangen.

Ergebnisse

Die dreidimensionalen Simulationsergebnisse, dargestellt in Abbildung E.2, bestätigen, dass es sich um die Fundamentalmode TM_{010} handelt, die — wie in den theoretischen Berechnungen vorausgesagt — im Frequenzbereich von 495 MHz bis 505 MHz lokalisiert ist.

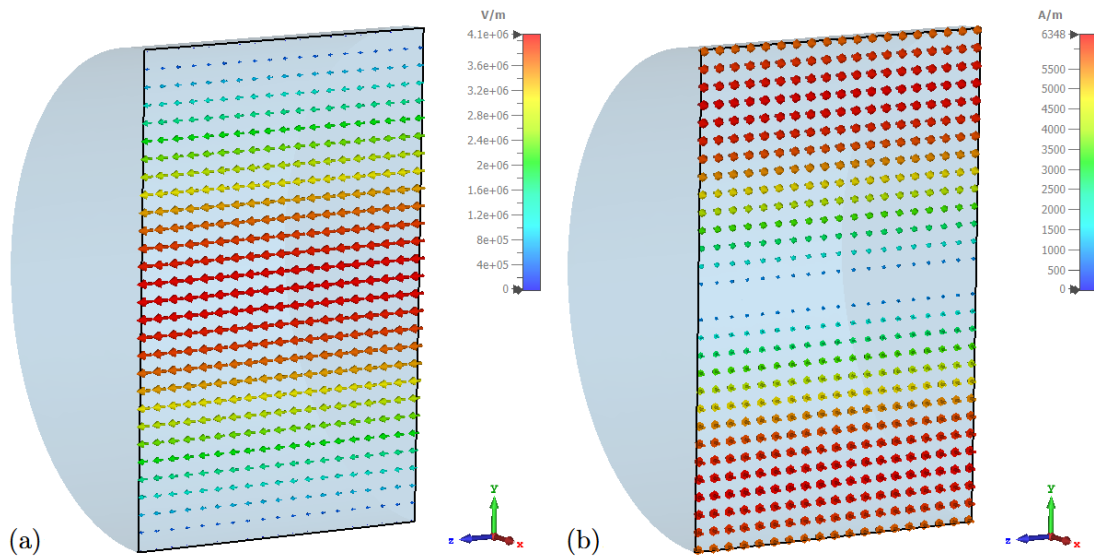


Abbildung E.2: Simulationsergebnis der Fundamentalmode (TM₀₁₀) mit vektoriell dargestelltem E-Feld (a) und H-Feld (b).

Die quantitativen Ergebnisse der Fundamentalmodeanalyse sind in Tabelle E.1 zusammengefasst. Diese Werte bilden die Grundlage für weitere Berechnungen und Analysen der Kavitäteneffizienz.

Tabelle E.1: Ergebnisse der Kennparameter-Auswertung der CST-Eigenmodensimulation der Pillbox-Kavität

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	498,877	MHz
Gütefaktor	Q_0	37320	-
Shuntimpedanz ¹	R_s	11,32	MΩ
Effektive Shuntimpedanz ¹ ($\beta = 1$)	$R_{s,eff}$	2,74	MΩ

¹ Die Ergebniswerte wurden entsprechend der hier verwendeten Konvention der Shuntimpedanz aus der US-amerikanischen Norm überführt ($R_s = R_{s,US} / 2$).

Entsprechend der in Kapitel 9 erläuterten Methodik wurden aus den Ergebnissen der Kavitätenparameter die Bunchenergieverluste, der BLEF und die Kavitäteneffizienz berechnet. Die Ergebnisse sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst.

Tabelle E.2: Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der CST-Fundamentalmode-Analyse im Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,BM}$	684,42	nJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,BM}$	106,27	nJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{HOM,BM}$	578,14	nJ

Tabelle E.3: Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der CST-Fundamentalmode-Analyse im Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,TM}$	36,93	μJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,TM}$	6,80	μJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{HOM,TM}$	30,12	μJ

Tabelle E.4: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz, basierend auf den Ergebnissen der CST-Simulation für den Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{BM}	6,44	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g\max,BM}$	5,46	%

Tabelle E.5: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz, basierend auf den Ergebnissen der CST-Simulation, für den Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{TM}	5,43	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g\max,TM}$	6,62	%

E.2 Experimentelle Messung

Die Charakterisierung der fundamentalen Kavitätenparameter basiert auf einer S_{11} -Messung mittels eines Vektor-Netzwerkanalysators. Diese Methode ermöglicht die indirekte Bestimmung der Resonanzkreisfrequenz ω , der unbelasteten Güte Q_0 und der effektiven Shuntimpedanz $R_{s,\text{eff}}$. Durch die Analyse der Resonanzfrequenz, der 3 dB-Bandbreite und des Reflexionsfaktors lassen sich diese Kenngrößen quantifizieren. Im Folgenden wird die experimentelle Durchführung der Effizienzanalyse erläutert, ehe eine kritische Gegenüberstellung der theoretisch berechneten und messtechnisch ermittelten Werte vorgenommen wird. Diese Untersuchung zielt darauf ab, potenzielle Diskrepanzen zwischen Theorie und Praxis zu identifizieren und deren Ursachen zu untersuchen.

Versuchsbeschreibung

Als Netzwerkanalysator kam der ‚ZVL6‘ von Rohde und Schwarz und als Messleitung kam ein N-Typ HF-Koaxialkabel (1.0/2.95 AF - 50 Ω - LSHF-FR) der Firma DRAKA zum Einsatz.

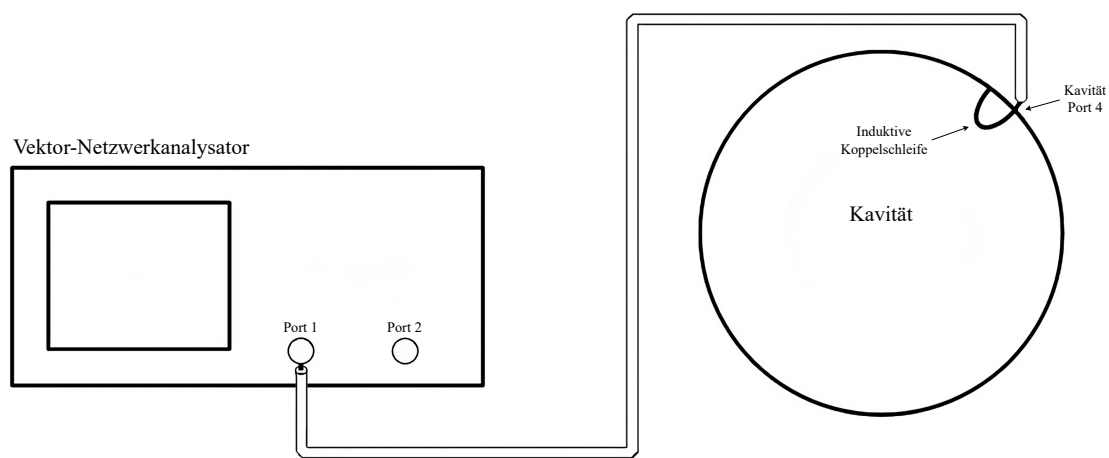


Abbildung E.3: Schematischer Versuchsaufbau der S_{11} -Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität.

Der Messvorgang begann mit einer 30-minütigen Aufwärmphase des Netzwerkanalysators [47]. Anschließend erfolgte die Messung der Moden in zwei Schritten [17]. Zunächst wurde mit geringer Auflösung und hoher Messgeschwindigkeit die ungefähre Resonanzfrequenz

der Mode identifiziert. Darauf folgte eine präzise Messung mit geringerer Bandbreite und einer erhöhten Anzahl an Frequenzpunkten im identifizierten Frequenzbereich.

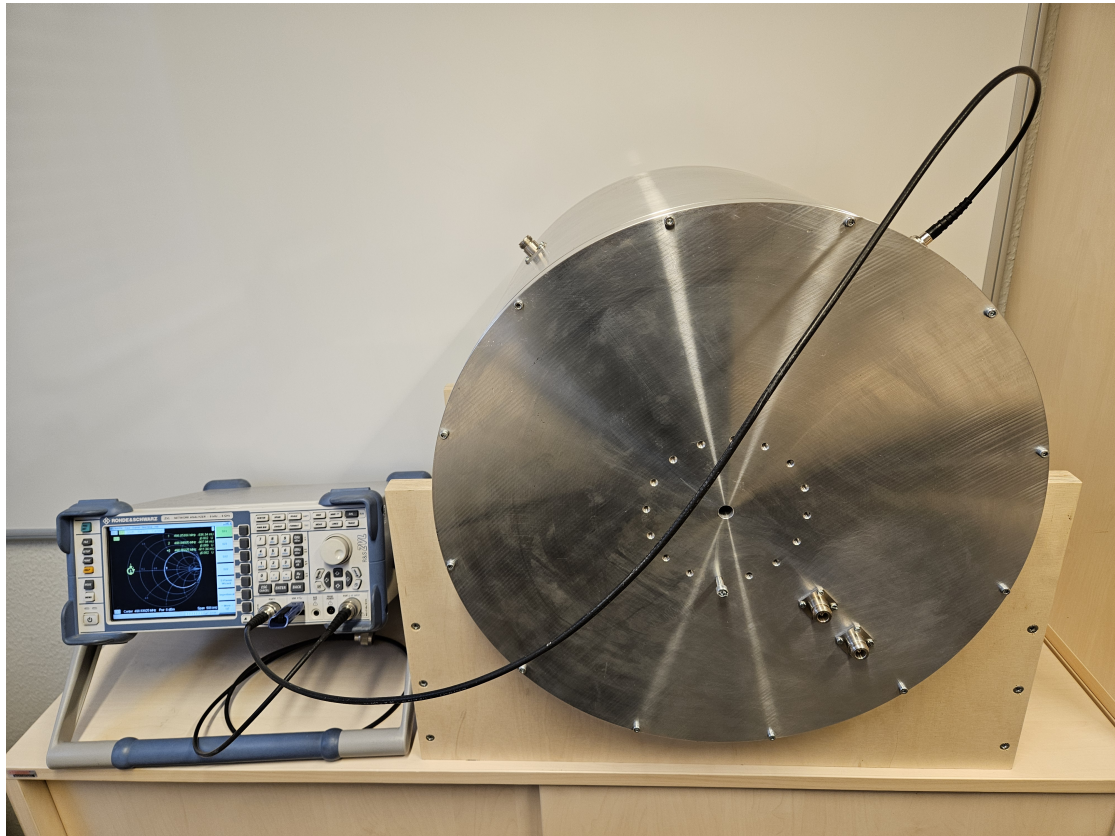


Abbildung E.4: Realer Messaufbau der S11-Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität.

Vor der präzisen Messung wurde eine Kalibrierung des Netzwerkanalysators durchgeführt. Hierfür kam ein SOLT-Kalibrierkit (Short-Open-Load-Through) von Rhode und Schwarz, Modell ZV-Z121, mit der Produkt-ID 1164.0496.03 zum Einsatz. Die Kalibrierung folgte den Anweisungen der halbautomatischen Kalibrierung des Netzwerkanalysators. Zur Überprüfung des Messaufbaus auf externe Störungen wurden Referenzmessungen mit dem Kalibrierkit bei Anschluss an Open und Short durchgeführt. Das Signal wurde dabei über eine Minute im Hinblick auf Schwankungen und Störungen beobachtet. Die Ergebnisse dieser Messungen bestätigten die Validität des Kalibrierungsprozesses und die Störungsfreiheit der Messung.

Der Messleistungspegel wurde auf 0 dBm festgelegt, die Anzahl der Abtastpunkte wurde auf 2001 erhöht und die Leistungsbandbreite wurde auf 1 kHz reduziert. Die Spannwei-

te wurde auf 500 kHz gesetzt, während Interpolation und Glättung deaktiviert wurden. Diese Einstellungen ermöglichten eine höhere Auflösung der Resonanzkurve und ein unverfälschtes Rohsignal bei minimierter Rauschleistung.

Die Auswertung der Messdaten erfolgte mithilfe des Smith-Diagramms. Zunächst wurde eine Phasenkorrektur durchgeführt, um die durch die Messleitungen und die Antenne verursachte Phasenverschiebung zu kompensieren. Dies geschah unter dem Menüpunkt *Trace* → *Shift Response Value* → *Phase*, wobei ein Wert gewählt wurde, der den Resonanzkreis auf die linke Seite verschob, wo die Impedanz einem Kurzschluss entspricht.

Anschließend wurden die relevanten Frequenzen f_{res} , f_u und f_o sowie der Reflexionsfaktor Γ mithilfe von Markern abgelesen. Der Reflexionsfaktor wurde durch Marker 1 im Format *Real und Imaginärteil* eingestellt und das Minimum der Resonanzkurve in logarithmischer Darstellung gefunden. Nach korrekter Phasenkorrektur lag Marker 1 im Schnittpunkt der Resonanzkurve mit der reellen Achse des Smith-Diagramms. Der Realteil des Markers 1 entsprach dem Reflexionsfaktor Γ , während der Imaginärteil null betragen sollte. Die Frequenzanzeige von Marker 1 zeigte die Resonanzfrequenz f_{res} der Mode.

Zur Ermittlung der Frequenzen f_o und f_u wurden die Maxima des kapazitiven und des induktiven Blindwiderstands der Resonanzkurve mit Marker 2 und Marker 3 bestimmt. Das Format der Marker wurde auf *Parallelschwingkreis RLC* gestellt, wobei mit Marker 2 am nördlichsten Punkt des Resonanzkreises nach dem Maximum der Induktivität und mit Marker 3 am südlichsten Punkt nach dem Minimum der Kapazität gesucht wurde.

Durch diese sorgfältige Vorbereitung, Kalibrierung und Durchführung der Messung wurde sichergestellt, dass die experimentell ermittelten Kavitätenparameter präzise und zuverlässig sind.

Durchführung und Ergebnisse

Die S11-Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität erfolgte gemäß der zuvor beschriebenen Versuchsmethodik. Zum Zeitpunkt der Messung wurde eine Umgebungstemperatur von 25 °C mittels eines handelsüblichen Raumthermometers erfasst. Die Genauigkeit dieses Messgeräts wurde als ausreichend für den Versuchszweck erachtet, wobei eine Messunsicherheit von $\pm 0,5$ °C angenommen wurde.

Abbildung E.5 zeigt einen Screenshot des Smith-Diagramms mit den positionierten Markern 1 bis 3.

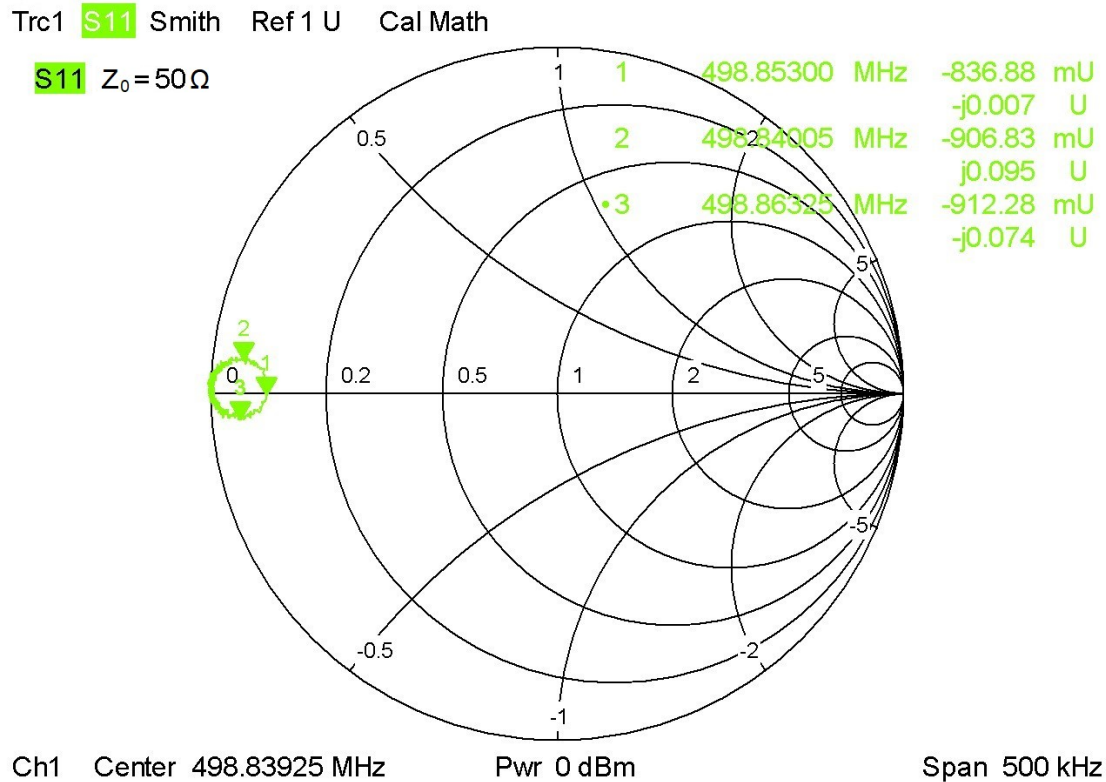


Abbildung E.5: Smith-Diagramm der S11-Messung an Port 4 für die TM_{010} -Mode.

Der kleine Resonanzkreis in der S11-Messung deutet auf eine schwache Kopplung zwischen der Kavität und dem Netzwerkanalysator hin. Diese geringe Kopplung ist in diesem Fall vorteilhaft für die Präzision der Gütemessung. Da die externe Güte Q_{ext} des Netzwerkanalysators die Mode nur minimal beeinflusst, nähert sich die gemessene belastete Güte Q_L stark der tatsächlichen unbelasteten Güte Q_0 der Kavität an. Folglich ermöglicht diese Konfiguration eine präzisere Bestimmung der intrinsischen Güte der Kavität, da der Einfluss externer Faktoren minimiert wird. Bei der Analyse des Resonanzkreises mit geringer geometrischer Ausdehnung ist zu berücksichtigen, dass die exakte Identifikation der Halbwertsbreite erschwert ist.

Die aus der Messung gewonnenen Ergebnisse sind in Tabelle E.6 zusammengefasst.

Tabelle E.6: Messergebnisse der S11-Messung an Port 4 der Pillbox-Kavität.

Parameter	Wert	Einheit
Resonanzfrequenz f_{res}	498,853	MHz
Untere Grenzfrequenz f_{u}	498,840	MHz
Obere Grenzfrequenz f_{o}	498,863	MHz
Reflexionsfaktor Γ	-0,837	-

Die experimentell ermittelten Daten ermöglichen die Bestimmung der fundamentalen Kavitätenparameter der Resonanzkreisfrequenz, der Güte und der effektiven Shuntimpedanz.

Zunächst wird die Resonanzkreisfrequenz der Fundamentalmode betrachtet. Sie lässt sich unmittelbar aus der gemessenen Resonanzfrequenz f_{res} berechnen:

$$\omega_0 = 2\pi f_{\text{res}} = 2\pi \cdot 498,840 \text{ MHz} \quad (\text{E.1})$$

Die belastete Güte Q_L lässt sich aus der Resonanzfrequenz f_{res} sowie den Grenzfrequenzen f_{u} und f_{o} berechnen:

$$Q_L = \frac{f_{\text{res}}}{f_{\text{o}} - f_{\text{u}}} = \frac{498,853 \text{ MHz}}{498,863 \text{ MHz} - 498,840 \text{ MHz}} = 21602 \quad (\text{E.2})$$

Der Koppelfaktor β , der die Stärke der Kopplung zwischen der Kavität und ihrer Umgebung beschreibt, ergibt sich aus dem Reflexionsfaktor Γ :

$$\beta = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = \frac{1 + (-0,837)}{1 - (-0,837)} = 0,09 \quad (\text{E.3})$$

Mit diesen Werten kann die unbelastete Güte Q_0 bestimmen werden:

$$Q_0 = Q_L(1 + \beta) = 21602(1 + 0,09) = 23546 \quad (\text{E.4})$$

Die Berechnung der Shuntimpedanz erfordert mehrere Zwischenschritte. Zunächst wird die in die Kavität eintretende Leistung P_v anhand des Reflexionsfaktors Γ und der Vorlaufleistung P_{vor} ermittelt, die sich aus dem Messleistungspegel von 0 dBm und der Messleitungsdämpfung zu $P_{\text{vor}} = 880 \mu\text{W}$ ergibt:

$$\begin{aligned} P_v &= P_{\text{vor}} (1 - |\Gamma|^2) \\ &= 880 \mu\text{W} \cdot (1 - |-0,83|^2) \\ &= 274 \mu\text{W} \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Die elektrische Leitfähigkeit σ der Kavität lässt sich aus der Güte ableiten:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{2 \omega_0 Q_0^2 \left(1 + \frac{D}{2L}\right)^2}{\mu_0 c^2 j_{01}^2} \\ &= \frac{2 \cdot 2\pi \cdot 498,853 \text{ MHz} \cdot 23546^2 \left(1 + \frac{460 \text{ mm}}{2 \cdot 366 \text{ mm}}\right)^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1})^2 \cdot 2,405^2} \\ &= 14,09 \cdot 10^6 \text{ S m}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

Mit der Leitfähigkeit kann der Oberflächenwiderstand R_{ob} berechnet werden:

$$\begin{aligned} R_{\text{ob}} &= \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \\ &= \sqrt{\frac{2\pi \cdot 498,853 \text{ MHz} \cdot 4\pi \cdot 1 \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}}{2 \cdot 14,09 \cdot 10^6 \text{ S m}^{-1}}} \\ &= 11,82 \text{ m}\Omega \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

So kann ein Eindruck von dieser Größe gegenüber der theoretisch angenommenen Größe gewonnen werden. Des Weiteren kann nun mit dem Oberflächenwiderstand die Amplitude E_0 des E-Feldes entlang der Strahlachse berechnet werden, sodass das methodische Vorgehen ab hier wieder dem in Kapitel 9 erläuterten Vorgehen entspricht.

Die Ergebnisse bezüglich der fundamentalen Kavitätenparameter, der Bunchenergieverluste, des BLEF und der Kavitäteneffizienz sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst. Hierbei entspricht die Resonanzfrequenz f_{res} der Resonanzfrequenz der TM_{010} -Mode, f_{010} .

Tabelle E.7: Ergebnisse der experimentellen Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter der Pillbox-Kavität.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	498,840	MHz
Gütefaktor	Q_0	23546	-
Shuntimpedanz	R_s	6,91	M Ω
Effektive Shuntimpedanz	$R_{s,\text{eff}}$	1,66	M Ω
Effektive Shuntimpedanz über Güte	$R_{s,\text{eff}}/Q$	70,46	Ω
Oberflächenwiderstand	R_{ob}	11,82	m Ω

Tabelle E.8: Ergebnisse der Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der experimentellen Fundamentalmoden-Analyse für den Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,\text{BM}}$	684,42	nJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,\text{BM}}$	102,03	nJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{\text{HOM},\text{BM}}$	582,38	nJ

Tabelle E.9: Ergebnisse der Energieverluste, basierend auf Kavitätenparametern der experimentellen Fundamentalmoden-Analyse für den Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Gesamtenergieverlust	$\Delta U_{t,\text{TM}}$	36,93	μJ
Fundamentalmoden-Energieverlust	$\Delta U_{0,\text{TM}}$	6,53	μJ
HOM-Energieverlust	$\Delta U_{\text{HOM},\text{TM}}$	30,39	μJ

Tabelle E.10: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Brightness-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{BM}	6,71	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g\text{ max},\text{BM}}$	5,22	%

Tabelle E.11: Ergebnisse bezüglich des Beam Loading Enhancement Faktors und der Kavitäteneffizienz für den Timing-Modus.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
BLEF	B_{TM}	5,65	—
Gesamteffizienz	$\eta_{g \text{ max, TM}}$	6,32	%

Diese Berechnungen bieten einen Einblick in die in der Praxis erwartbaren elektrischen Eigenschaften einer 500-MHz-Pillbox-Kavität, deren Material aus Aluminium besteht und die nicht hinsichtlich ihrer Oberflächengüte optimiert wurde.

E.3 Analytische Berechnung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der analytischen Berechnungen für die Pillbox-Kavität mit einer Länge von $L = 366$ mm präsentiert. Die Methodik zur Berechnung folgt den in Kapitel 9 beschriebenen Ansätzen. Um Wiederholungen zu vermeiden, werden hier ausschließlich die Ergebnisse zusammengefasst.

Die fundamentalen Kavitätenparameter, die für die Berechnung der Energieverluste des Bunches und der Gesamteffizienz relevant sind, sind in Tabelle E.12 dargestellt.

Tabelle E.12: Analytisch bestimmte fundamentale Kavitätenparameter der Pillbox-Kavität mit $L = 366$ mm.

Parameter	Symbol	Ergebnis	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	498,922	MHz
Gütefaktor	Q_0	38532	-
Shuntimpedanz	R_s	11,31	$\text{M}\Omega$
Effektive Shuntimpedanz	$R_{s, \text{eff}}$	2,72	$\text{M}\Omega$
Oberflächenwiderstand	R_{ob}	7,22	$\text{m}\Omega$

Die präsentierten Werte bilden die Grundlage für den Vergleich mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen und der experimentellen Messungen. So lassen sich die Abweichungen zwischen Theorie und Praxis systematisch analysieren.

E.4 Ergebnisdiskussion

Die analytisch berechneten fundamentalen Kavitätenparameter dienen als Grundlage für die Bewertung der numerischen Simulationsergebnisse und der experimentell bestimmten Werte. Die Abweichungen zwischen diesen Methoden liefern Einblicke in die Präzision und die Grenzen der angewandten Verfahren.

In Tabelle E.13 werden die Ergebnisse der drei Bestimmungsmethoden für einen anschaulichen Vergleich zusammengefasst.

Tabelle E.13: Zusammenfassung der Ergebnisse der fundamentalen Kavitätenparameter unter Berücksichtigung ihrer Bestimmungsmethode.

Parameter	Symbol	Analytisch	CST MWS	S11-Messung	Einheit
Resonanzfrequenz	f_{010}	498,922	498,877	498,840	MHz
Gütefaktor	Q_0	38532	37320	23546	-
Shuntimpedanz	R_s	11,31	11,02	6,91	M Ω
Effekt. Shuntimpedanz	$R_{s,\text{eff}}$	2,72	2,67	1,66	M Ω
Effekt. R/Q	$R_{s,\text{eff}}$	71	72	70	Ω
Elektr. Leitfähigkeit [$\cdot 10^7$]	σ	3,56	3,56	1,41	S m $^{-1}$

Die Abweichungen zwischen den Parametern in Abhängigkeit von ihrer Bestimmungsmethode sind in Tabelle E.14 zusammengefasst.

Zunächst werden die Abweichungen zwischen den messtechnisch und den analytisch ermittelten Werten diskutiert, gefolgt von einer Betrachtung der Unterschiede zwischen den simulativ und den analytisch ermittelten Werten.

Da die Abweichungen des R/Q -Verhältnisses nicht von Materialverlusten beeinflusst werden und auf Rundungsfehler zurückzuführen sind, werden diese in der Ergebnisdiskussion nicht berücksichtigt. Das konsistente Ergebnis des R/Q -Verhältnisses bestätigt jedoch die Korrektheit der ermittelten Werte für die Shuntimpedanz und die Güte, da dieses Verhältnis für eine gegebene Geometrie stets konstant sein muss.

Tabelle E.14: Abweichungen zwischen den Ergebnissen der simulativen und experimentellen Bestimmung fundamentaler Kavitätenparameter im Vergleich zu den analytisch berechneten Werten.

Parameter	Symbol	Simulation ¹		Messung	
		Abw.	% Abw.	Abw.	% Abw.
Resonanzfrequenz	Δf_{010}	45 000 Hz	0 %	82 000 Hz	0 %
Gütefaktor	ΔQ_0	1212	−3 %	14986	−39 %
Shuntimpedanz ¹	ΔR_s	0,29 M Ω	−3 %	4,4 M Ω	−39 %
Effekt. Shuntimpedanz	$\Delta R_{s,\text{eff}}$	0,05 M Ω	−2 %	1,06 M Ω	−39 %
Effekt. R/Q	$\Delta R_{s,\text{eff}}$	1 Ω	1 %	1 Ω	−1 %
Elektr. Leitfähigkeit [$\cdot 10^7$]	$\Delta \sigma$	—	—	1,41 S m ^{−1}	−60 %

¹ Die Ergebnisse zeigten sich bei einer Auflösung des Maschengitters von zehn Gitterzellen pro Wellenlänge der Mode (insgesamt 19496 Zellen).

² Der analytischen Berechnung liegt die elektrische Leitfähigkeit von Aluminium mit einem Wert von $3,56 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$ aus der CST-Materialbibliothek zugrunde, wodurch keine Abweichung zu der in der Simulation verwendeten Leitfähigkeit besteht.

Die Abweichungen zwischen der analytisch berechneten und der messtechnisch bestimmten Resonanzfrequenz ergeben sich primär dadurch, dass die Kavität mit Luft gefüllt ist. Die Permittivität des Vakuums ϵ_0 unterscheidet sich von der Permittivität von Luft ($\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$), mit einer relativen Permittivität von $\epsilon = 1,00059$. Des Weiteren sind Unterschiede durch Ablesefehler bei der Bestimmung der Resonanzfrequenz mittels Marker am Netzwerkanalysator als Einflussfaktoren zu nennen.

Die elektrische Leitfähigkeit weicht signifikant vom analytisch berechneten Wert ab und ist um etwa 60 % geringer. Diese verringerte Leitfähigkeit kann primär auf eine unvollständige Kontaktierung zwischen den Flanschen und dem Kavitätenkörper zurückgeführt werden. Diese lokale Reduktion der Leitfähigkeit äußert sich in der beobachteten, indirekt gemessenen Verringerung der durchschnittlichen Leitfähigkeit. Ein weiterer identifizierter Effekt ist, dass Aluminium aufgrund seiner Materialeigenschaften leicht mit Sauerstoff reagiert, was zur Bildung einer Aluminiumoxidschicht führt. Diese isolierende Schicht erhöht den elektrischen Widerstand der Kavitätenwände, sodass mehr Modenenergie in Wärmeenergie umgesetzt wird.

Die verringerte elektrische Leitfähigkeit erklärt die Einbußen bei der Shuntimpedanz und der effektiven Shuntimpedanz, die aufgrund deutlich höherer Wandverluste etwa -40% betragen. Auch die Güte ist aufgrund dieser zusätzlichen Wandverluste um ungefähr 40% verringert.

Die Abweichungen zwischen der analytisch berechneten und der simulativ bestimmten Resonanzfrequenz sind auf Ungenauigkeiten der numerischen Simulation zurückzuführen.

Die Abweichung der simulativ bestimmten Shuntimpedanz beträgt -3 und die der effektiven Shuntimpedanz beträgt -2% . Sie ist primär auf die Auflösung des Maschengitters, das heißt auf die Anzahl von Gitterzellen pro Wellenlänge der Mode, und sekundär auf die begrenzte Integrationsgenauigkeit der Beschleunigungsspannung entlang der Strahlachse zurückzuführen. Die Maschengitterauflösung beeinflusst auch die Präzision der Bestimmung der Wandverluste, wodurch sowohl die Shuntimpedanz als auch die Güte vom analytisch berechneten Wert abweichen.

Die Untersuchung zeigt, dass die Resonanzfrequenz geringfügig unter dem analytisch berechneten Wert liegt. Die Abweichung ist jedoch deutlich kleiner als die maximal korrigierbare Frequenzabweichung von $3,1\text{ MHz}$, die mittels Tuner ausgeglichen werden kann [20].

Die mittels der Simulation bestimmten Werte für die Shuntimpedanz und die Güte weichen um weniger als 5% von den analytisch berechneten Werten ab, was die Präzision der Simulation bestätigt. Dagegen zeigen die Messergebnisse signifikante Abweichungen von -40% , die auf die um 60% geringere durchschnittliche Leitfähigkeit zurückzuführen sind. Dies unterstreicht die Bedeutung einer hohen Oberflächengüte und einer zuverlässigen Kontaktierung, um die analytisch oder simulativ bestimmten Erwartungswerte zu erreichen.

F Adaption des Shintake-Kavitätenmodells auf 500 MHz

In diesem Anhang wird beschrieben, wie das Shintake-Kavitätenmodell, ursprünglich für eine Resonanzfrequenz von 1,5 GHz designt, auf eine Frequenz von 500 MHz adaptiert wurde.

Die Frequenzreduktion wurde durch die Vergrößerung des CST-Modells um den Faktor 3 erreicht, was auf der antiproportionalen Abhängigkeit zwischen dem Durchmesser der Kavität und der Resonanzfrequenz basiert. Die Skalierung wurde mithilfe der in CST implementierten Parameterliste durch eine Multiplikation aller Abmessungen mit dem Faktor 3 erzielt. Eine zusätzliche Modifikation betraf den Strahlrohrradius, der auf 37 mm angepasst wurde, um den spezifischen Anforderungen der 500 MHz-Kavität zu entsprechen.

Es ist anzumerken, dass die Änderung des Strahlrohrdurchmessers nicht dem allgemeinen Skalierungsfaktor von 3 folgte, sondern einer Vergrößerung um etwa den Faktor 2 entsprach. Diese Diskrepanz in der Skalierung ließ eine geringfügige Abweichung der Resonanzfrequenz vom Zielwert erwarten.

Die anschließende Eigenmodensimulation bestätigte diese Hypothese. Die resultierende Resonanzfrequenz betrug 503,826 MHz, was eine Abweichung von 4,161 MHz vom angestrebten Wert von 499,665 MHz darstellt.

Aufgrund des linear antiproportionalen Zusammenhangs zwischen Frequenz und Kavitätenradius wurde die Resonanzfrequenz anhand des Kurvenverlaufs zwischen zwei Simulationspunkten bestimmt.

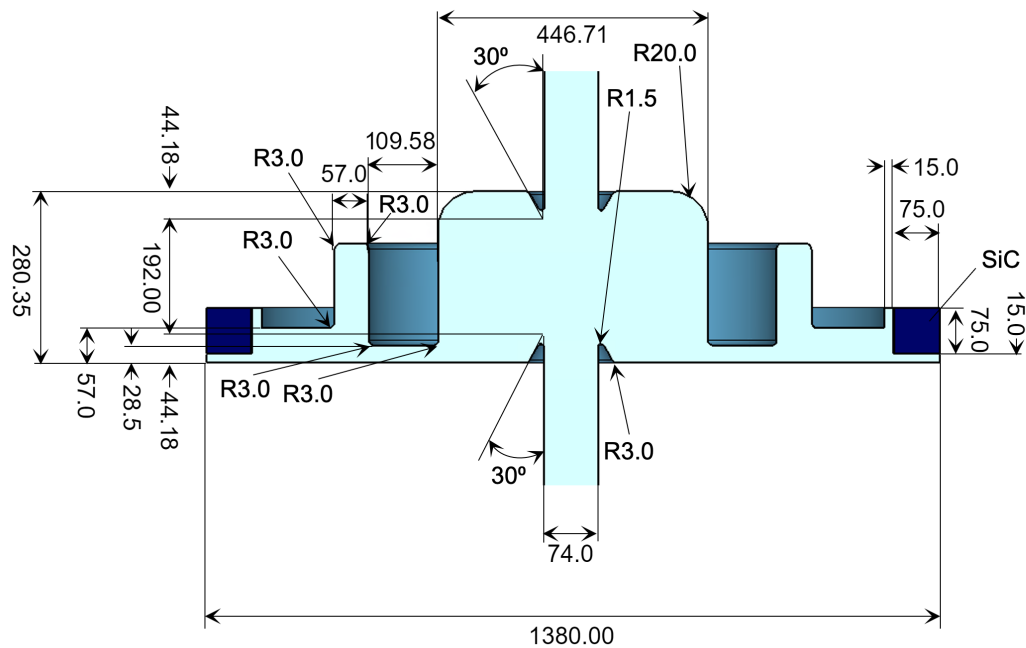


Abbildung F.1: Bemessung des CST-Modells der 500-MHz-Shintake-Kavität in Millimetern.

Da die Verstimmung der Resonanzfrequenz bei $R = 220,953 \text{ mm}$ nur etwa 5 MHz betrug, wurde als weiterer Simulationspunkt ein um nur 5 mm größerer Kavitätenradius eingestellt und simuliert. Anhand des linearen Kurvenverlaufs zwischen den zwei Datenpunkten konnte mit Markern abgelesen werden, dass der gesuchte Radius tatsächlich zwischen dem Istwert und dem um 5 mm größeren Radius lag.

Mit einem Marker konnte bestimmt werden, dass die Resonanzfrequenz bei etwas über 223 mm erreicht wurde. Daher wurde die Resonanzfrequenz erneut für 223 mm und 223,5 mm berechnet. Anhand der 2D-Ergebnisse konnte ermittelt werden, dass die Resonanzfrequenz bei etwa 223,3 mm bis 223,4 mm lag.

Da der Simulationsaufwand zu diesem Zeitpunkt ausreichend reduziert war, um einen kleinschrittigen Parametersweep über Nacht laufen zu lassen, wurde in diesem Bereich ein Parametersweep in 0,002 mm-Schritten durchgeführt, was 50 Simulationsdurchläufen entspricht. Aus den Ergebnissen des Parametersweeps, die im Ergebnis-Navigator aufgeführt sind, konnte der benötigte Radius mit 223,356 mm identifiziert werden.

Auf weiterführende Analysen und Optimierungen wie die Anpassung der Radien zur Feinabstimmung der Feldstärke wurde aus Zeitgründen verzichtet. Es ist daher anzunehmen, dass das Modell geringfügig schlechtere Leistungsparameter aufweist, als theoretisch erreichbar wäre.

G Validierung der Palmerschen Bunchenergieverlustgleichung mittels numerischer Simulationen

In diesem Kapitel wird die Validierung der Palmerschen Energieverlustgleichung mittels numerischer Simulationen untersucht. Es wird erläutert, wie der Ansatz von Palmer zur Bestimmung des Bunchenergieverlusts durch numerische Simulationen verifiziert werden kann. Hierzu werden die Ergebnisse einer Untersuchung erörtert, die am DESY in Zusammenarbeit mit der TU-Darmstadt durchgeführt wurde.

Die Untersuchung basierte auf numerischen Wakefeld-Simulationen unter Verwendung von CST Particle Studio (CST PS), einem Modul von CST Studio Suite, und analytischen Berechnungen.

Ziel der Analyse war es, den Energieverlust eines Bunches in einer einzelligen 500-MHz-Kavität zu quantifizieren und daraus abzuleiten, wie die HOM-Dämpfer dimensioniert werden sollten. Hierzu wurden sowohl analytische Berechnungen als auch numerische Simulationen mit dem Wakefield-Solver von CST PS vorgenommen.

Bei einer CST PS Simulation wird die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Strukturen und Bunchen im Zeitbereich simuliert. Da die Präzision der Simulation von der Rechenleistung des verwendeten Systems abhängt, wurde diese Untersuchung auf dem Servercluster der TU-Darmstadt durchgeführt.

Die Wakefeldberechnungen wurden mit dem Wakefield-Solver unter Verwendung einer geometrisch optimierten Pillbox-Kavität mit integrierten Nosecones durchgeführt. Das Simulationsmodell definierte das Kavitäteninnere als Vakuum, als Hintergrundmaterial wurde Kupfer mit einer spezifischen elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$ definiert. Die elektromagnetischen Randbedingungen wurden als PEC implementiert.

Der simulierte Elektronenstrahl wurde entsprechend den charakteristischen Betriebsparametern von PETRA IV modelliert. Die Bunchladung betrug $q_{\text{TM}} = 7,69 \text{ nC}$ und entsprach dem PETRA-IV-Timing-Modus. Die Teilchengeschwindigkeit wurde eingestellt als $v = c$, sodass gilt: $\beta = v/c = 1,0$.

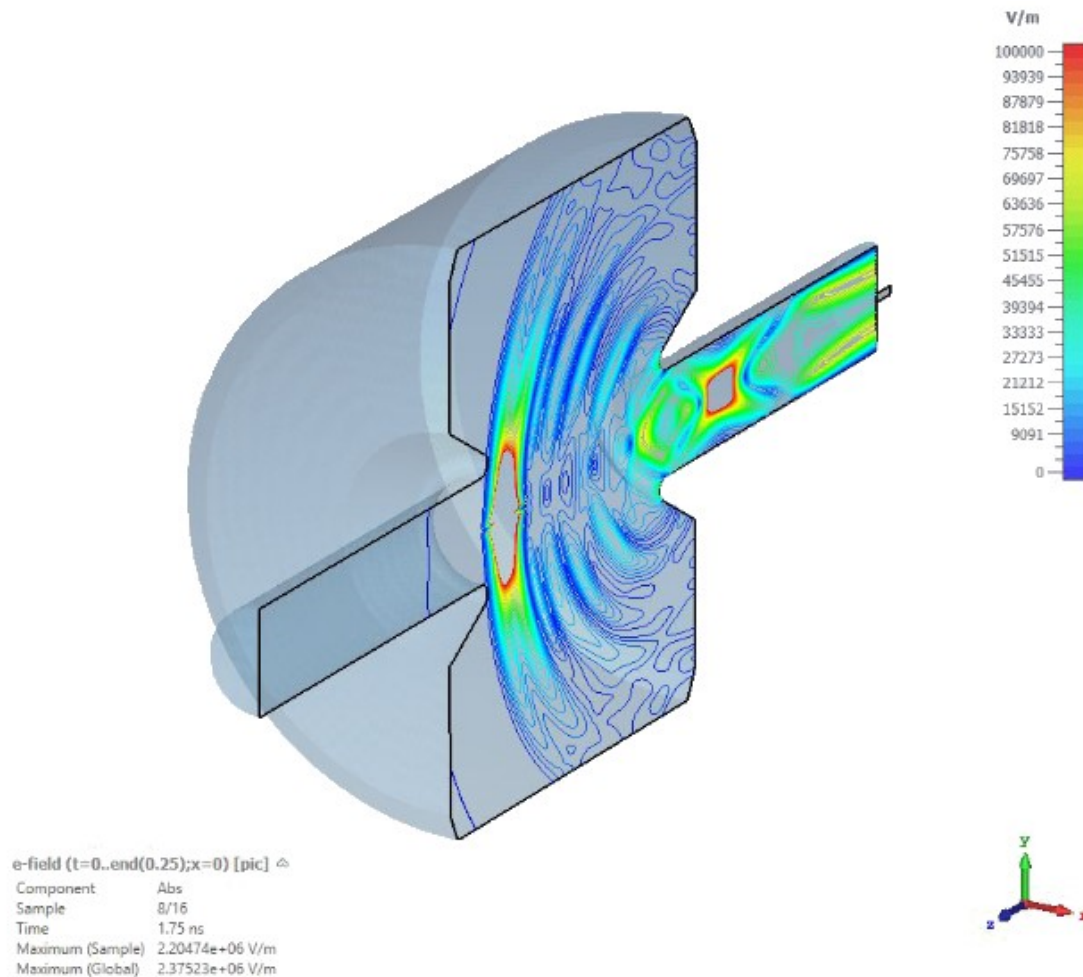


Abbildung G.1: Momentaufnahme der Energiedichte des E-Feldes eines 19,3 mm langen Bunches (entsprechend der Bunchlänge im Timing-Modus von PETRA IV) bei der Passage durch eine mit Nosecones optimierte Pillbox-Kavität [21].

Für die physikalisch korrekte Simulation der Wakefelder musste das Kavitätenmodell um ein kurzes Stück Strahlrohr erweitert werden, in dem der Ein- und Austritt des Teilchenstrahls lag. Der Teilchenstrahl beginnt dabei beim Simulationsstart im Strahlrohr,

sodass kein vollständiges Beschleunigermodell benötigt wurde. Das Eintreten des Bunches in das Simulationsvolumen ist problematisch, da der simulierte Elektronenstrahl beim Eintreten und Austreten unphysikalischen Randbedingungen ausgesetzt ist. Daher trat beim Eintritt und beim Austritt des Elektronenbunches in das Simulationsvolumen ein peakförmiger Energieverlust auf (siehe Abbildung G.2), der in der Realität nicht existiert.

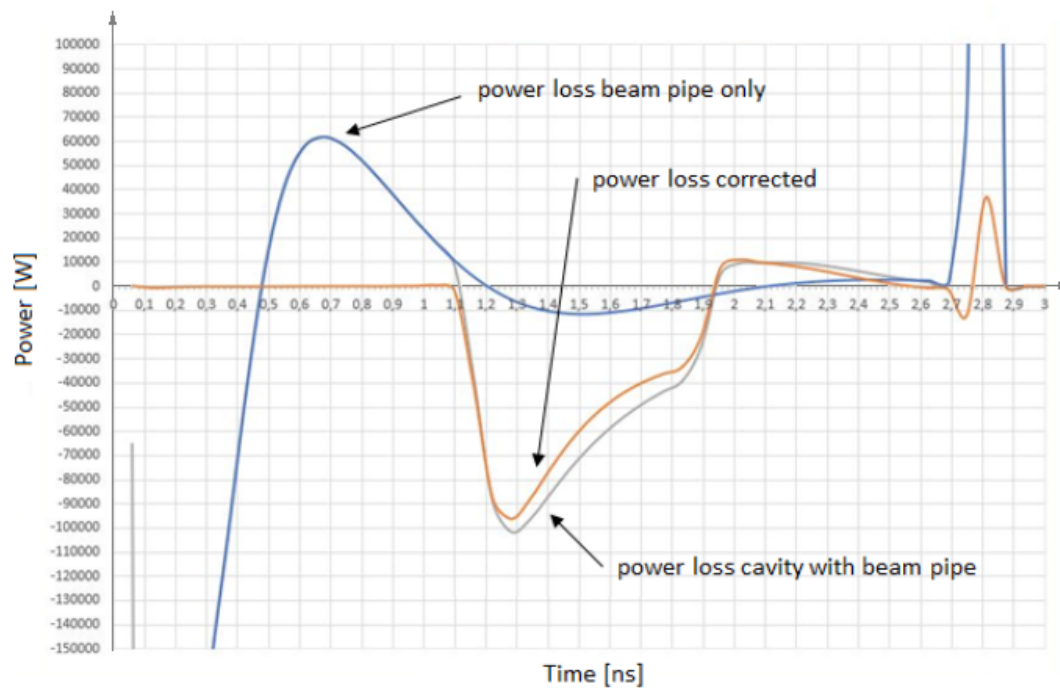


Abbildung G.2: Zeitabhängige Verlustleistung für den Strahldurchgang durch das Strahlrohr mit Kavität (graue Kurve) und durch das Strahlrohr ohne Kavität (blaue Kurve). Beim Eintritt des Elektronenbunches in das Simulationsvolumen sowie bei dessen Austritt tritt ein negativ gerichteter, künstlicher, peakförmiger Energieverlust auf, der in der physikalischen Realität nicht existiert. Die beigefarbene Kurve zeigt die Korrektur des Simulationsfehlers durch die Bildung der Differenz der Verlustleistungen zwischen den beiden Szenarien [21].

Um die durch diese unphysikalischen Randbedingungen entstehenden Fehler zu korrigieren, musste eine zusätzliche Simulation durchgeführt werden, mit deren Hilfe der systematische Fehler korrigiert werden konnte. Dabei wurde nur das Strahlrohr ohne Kavität simuliert, ehe im Anschluss der Energieverlust des Bunches im Strahlrohr ohne Kavität

vom Gesamtenergieverlust subtrahiert wurde, um ausschließlich den korrigierten Energieverlust des Bunches in der Kavität zu erhalten (siehe Abbildung G.2).

Durch Integration des Leistungsverlusts über die Zeit ergab sich der Gesamtenergieverlust des Bunches in der Kavität:

$$\int_{t_0}^{t_1} P(t) dt = 41 \mu\text{J} \quad (\text{G.1})$$

Dieses Ergebnis entspricht näherungsweise den im Voraus analytisch mit Palmers Gleichung berechneten Bunchenergieverlusten:

$$\begin{aligned} \Delta U_{t,\text{TM}} &= \frac{q_{\text{TM}}^2}{4 \pi \epsilon_0 a} \sqrt{\frac{L}{2d}} \\ &= \frac{(7,69 \cdot 10^{-9} \text{ C})^2}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1} \cdot 37 \text{ mm}} \sqrt{\frac{366 \text{ mm}}{2 \cdot 22,72 \text{ mm}}} \\ &= 40,79 \mu\text{J} \end{aligned} \quad (\text{G.2})$$

Die Abweichung zwischen dem theoretischen Ergebnis und dem Resultat der numerischen Simulationen liegt bei unter einem Prozent. Mit einer Abweichung von deutlich unter 5 % ist die Berechnung damit validiert, was die Präzision der analytischen Näherung zur Berechnung von Bunchenergieverlusten in Kavitäten für ultrakurze, ultrarelativistische Bunche mit hoher kinetischer Energie (6 GeV) unterstreicht.

H Numerische Simulation der transversalen Shuntimpedanzen

In diesem Anhang wird die Methode zur Bestimmung der transversalen Shuntimpedanz mithilfe von CST beschrieben.

Die transversale Shuntimpedanz wird durch die Bestimmung der longitudinalen Shuntimpedanz bei diskreten Radien ($r = 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15$ mm) zur Strahlachse ermittelt, wobei entlang der z -Achse integriert wird.

Abbildung H.1 zeigt die Benutzeroberfläche, mit der sich die transversale Shuntimpedanz berechnen lässt.

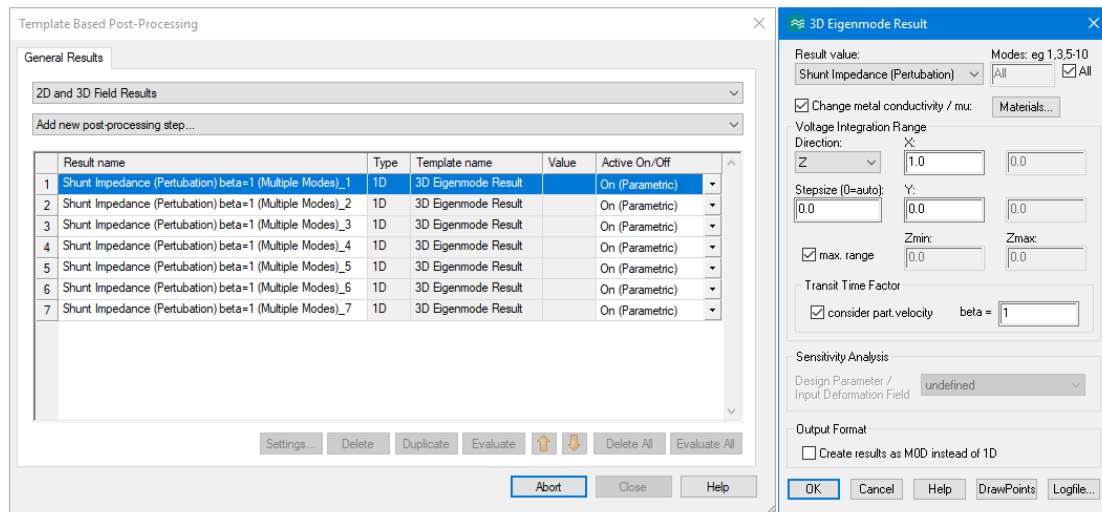


Abbildung H.1: Auswertung der longitudinalen Shuntimpedanz mittels CST-MWS-Postprozessor.

Links ist die Liste der ermittelten diskreten Werte der transversalen Shuntimpedanz zu sehen und rechts die Einstellung am Beispiel des diskreten Punktes bei $r = 1$ mm.

Die Ergebnisse wurden genutzt, um entsprechend dem in Anhang A.5 geschilderten Vorgehen die transversale Shuntimpedanz zu berechnen. Dabei wurde mit MATLAB aus den diskreten Werten der longitudinalen Shuntimpedanz unter Annahme eines parabelförmigen Verlaufs zunächst eine polynomische Ausgleichsfunktion (auch als polynomischer Fit bezeichnet) zur Approximation des Kurvenverlaufs ermittelt. Anschließend wurde der Wert bei $r = 1/k$ mithilfe der ermittelten Funktion extrapoliert, welcher die transversale Shuntimpedanz repräsentiert. Da ein parabelförmiger Verlauf nur für dipolartige Moden die transversale Shuntimpedanz beschreibt, wurde eine Erkennung programmiert, die Moden ausschließt, deren simulativ ermittelte diskrete Werte keinen positiven parabelförmigen Verlauf aufweisen und deren ‚Root Mean Square Error‘ (RMSE), ein Maß für die Fehlerabweichung, einen Wert von 5 % zum Fit überschreitet. Für diese Moden wurde der Wert der transversalen Shuntimpedanz auf 0 gesetzt. Dies ermöglichte zumindest für die HOMs mit höherer Energie (ungefähr die ersten 200 Moden) eine in Relation zum Aufwand der Auswertung angemessene Präzision der Ergebnisse.

Da die Orientierung der Mode in der Kavität und deren Feldstruktur nicht bekannt waren, wurde die longitudinale Shuntimpedanz mittels Postprozessor sowohl in x -Achsenrichtung als auch in y -Achsenrichtung bestimmt und mittels MATLAB identifiziert, in welcher Achsenrichtung die Shuntimpedanz der Mode höher war. Diese Mode wurde für die Auswertung verwendet.

Die Notwendigkeit dieses Vorgehens offenbart sich am Beispiel der TM_{110} -Mode, deren E-Feldverteilung in Abbildung H.2 veranschaulicht ist. Es ist ersichtlich, dass das maximale Feld in y -Achsenrichtung zu finden ist und das Feld in x -Achsenrichtung nahezu Null ist. Soll also die transversale Shuntimpedanz mit den Daten in nur eine Achsenrichtung bestimmt werden, so kann es dazu kommen, dass eine Mode gänzlich übersehen wird. Dies ist aufgrund ihrer Symmetrie insbesondere bei Dipol-, Quadrupol-, Sechstupol-, Oktopol- und höheren Multipolmoden der Fall. Die Analyse der transversalen Shuntimpedanz entlang zweier Achsen lässt sich beliebig steigern, um die Feldgeometrie komplexerer Feldstrukturen zu erfassen, worauf in Anbetracht des hohen Aufwands verzichtet wurde. Es wurde davon ausgegangen, dass die Analyse entlang zweier Achsen die nötige Präzision erzielt, um eine Aussage bezüglich der Frage treffen zu können, ob der Einsatz des Kavitätentyps zum Auftreten von Strahlinstabilitäten führt oder nicht. Eine absolut präzise Bestimmung der transversalen Shuntimpedanzen ist zudem nicht praxisnah. Dies liegt an den beschriebenen Unterschieden in den Impedanzspektren der einzelnen Kavitäten im Speicherring, die sich im Betrieb dynamisch verändern.

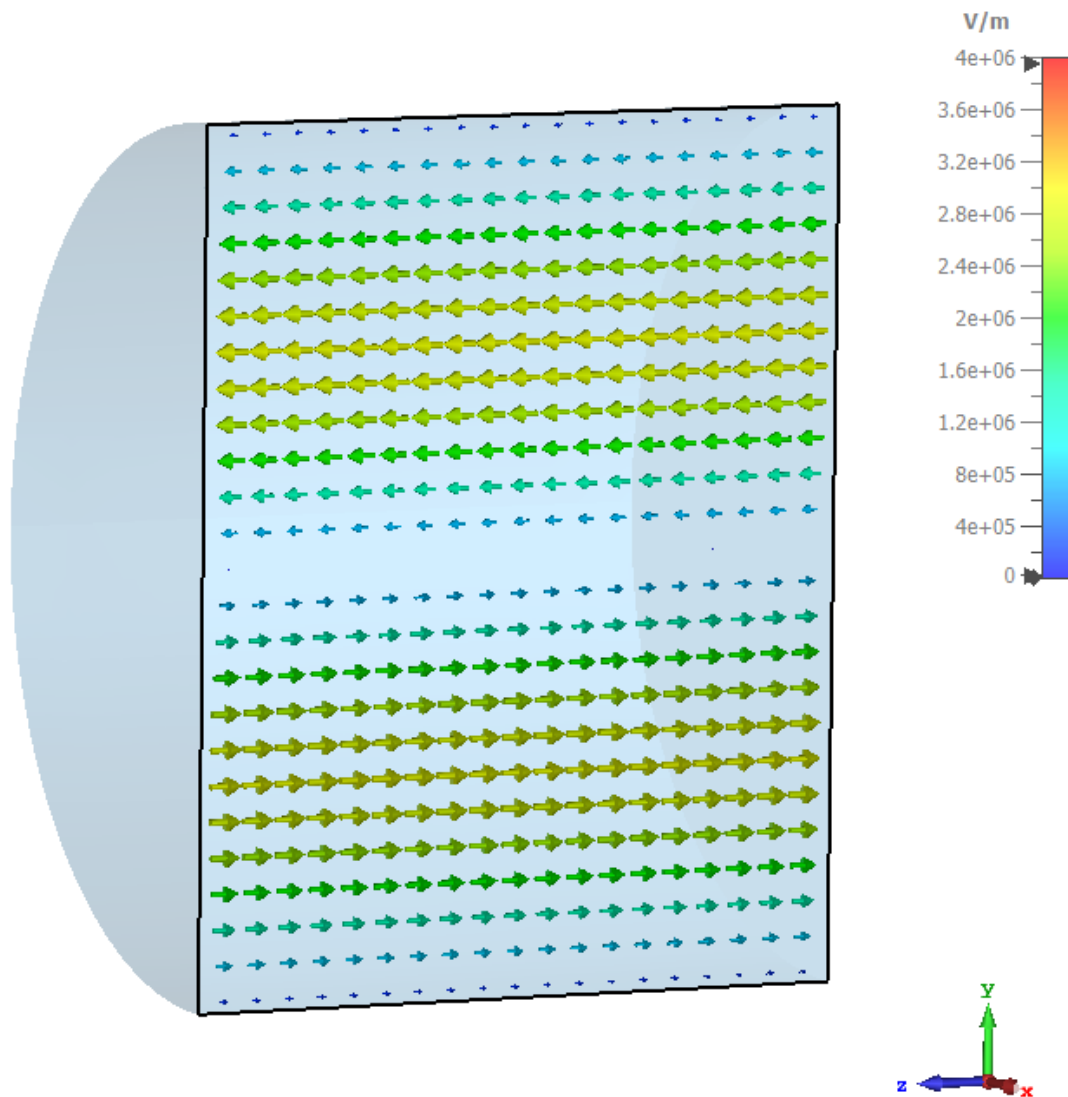


Abbildung H.2: E-Feldverteilung der TM_{110} -Mode.

Abbildung H.3 zeigt am Beispiel der dreißigsten Mode die Auswertung der transversalen Shuntimpedanz durch Extrapolation auf den Punkt $r = 1/k$. Die Fitkurve endet bei dem Punkt $r = 1/k$, jedoch erkennt der Algorithmus, dass die Mode keine transversale Shuntimpedanz besitzt und setzt diese auf 0, weshalb der y-Wert des extrapolierten Punktes 0 entspricht.

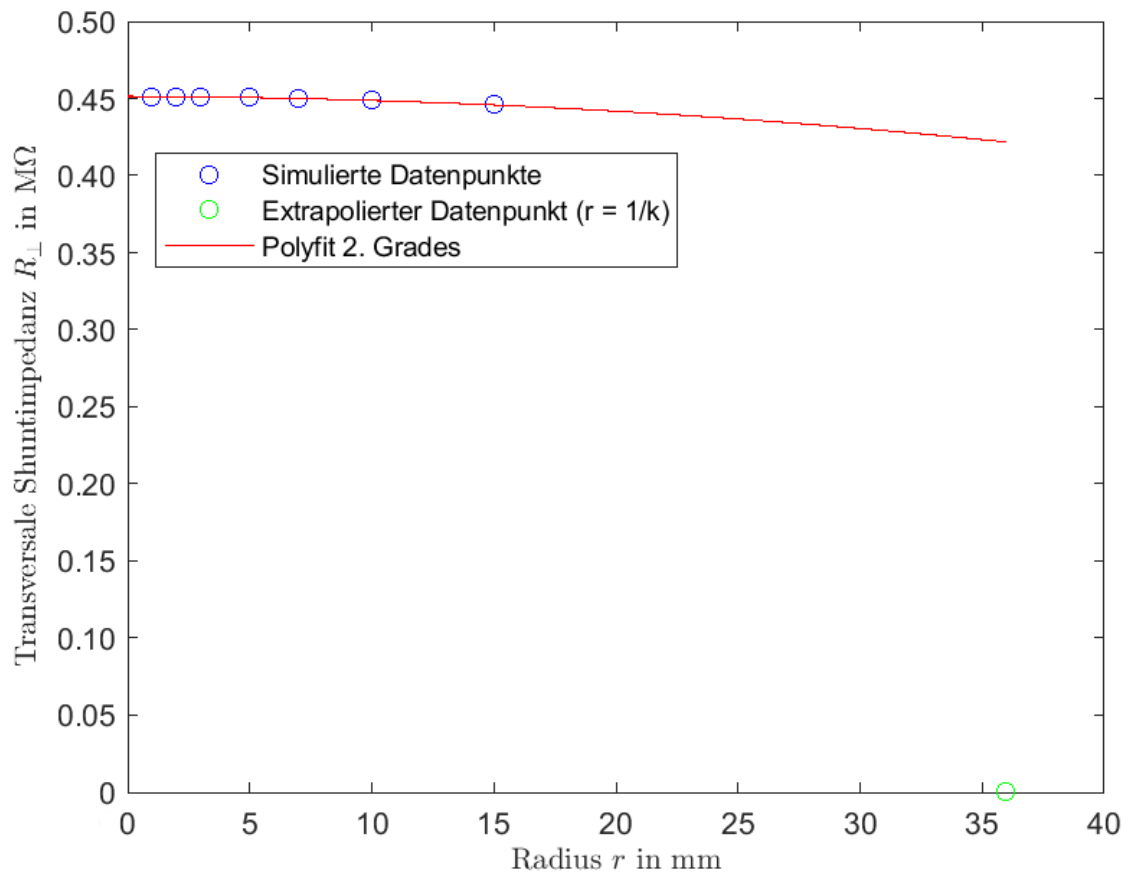


Abbildung H.3: Auswertung der transversalen Shuntimpedanz mittels eines polynomi-
schen Fits zweiten Grades für die dreißigste vom Eigenmodensolver er-
mittelte Mode. Die Anwendbarkeit der Berechnungsmethode zur Bestim-
mung der transversalen Shuntimpedanz konnte durch den Auswertungs-
algorithmus nicht validiert werden. Der extrapolierte Punkt bei $r = 1/k$
wurde daher auf 0 gesetzt.

Ein Beispiel für eine Mode mit transversaler Shuntimpedanz ist die Mode 15, die mit
einer Höhe von 430 kΩ die höchste gefundene transversale Shuntimpedanz aufweist. Ihr
Fit ist in Abbildung H.4 visualisiert.

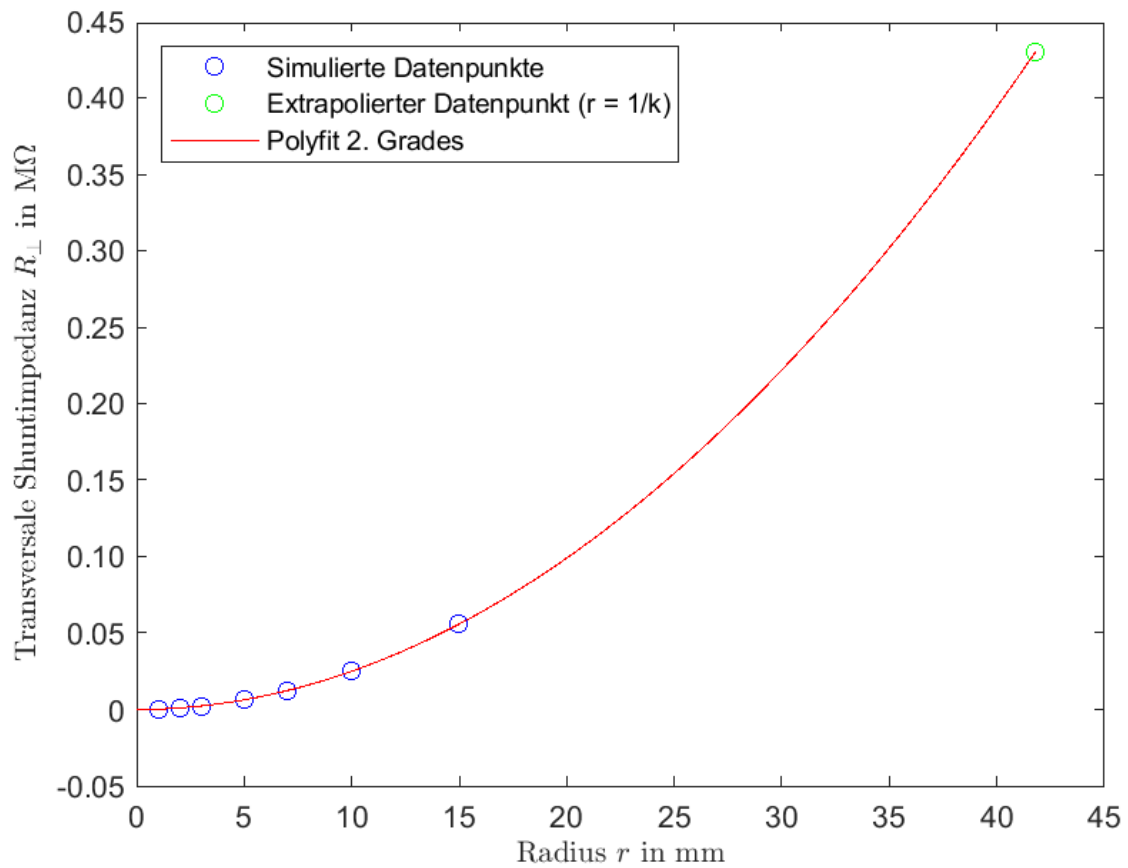


Abbildung H.4: Auswertung der transversalen Shuntimpedanz mittels eines polynomi-schen Fits zweiten Grades für die fünfzehnte vom Eigenmodensolver ermittelte Mode. Die Anwendbarkeit der Berechnungsmethode zur Be-stimmung der transversalen Shuntimpedanz wurde durch den Auswer-tungsalgorithmus validiert. Der extrapolierte Punkt bei $r = 1/k$ wurde anschließend an dem ermittelten Punkt in das Diagramm eingezeichnet.

Die Feldverteilung des E-Feldes der Mode wurde in Abbildung H.5 visualisiert, um zu verifizieren, dass die Mode eine transversale Shuntimpedanz aufweist.

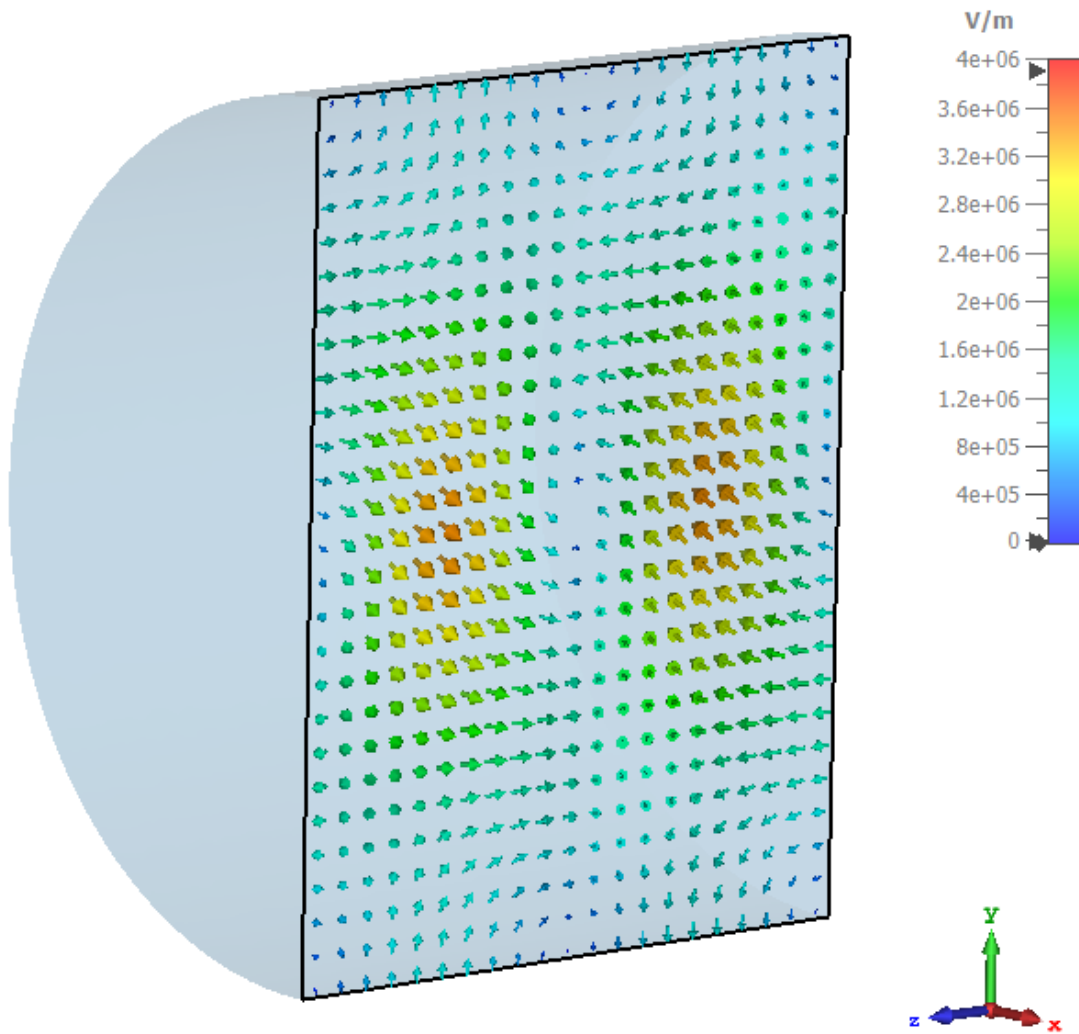


Abbildung H.5: E-Feldverteilung der fünfzehnten vom Eigenmodensolver gefundenen Mode.

Um zu verifizieren, dass das H-Feld entlang der Achse ein lokales Maximum aufweist, ist das Feld in Abbildung H.6 dargestellt.

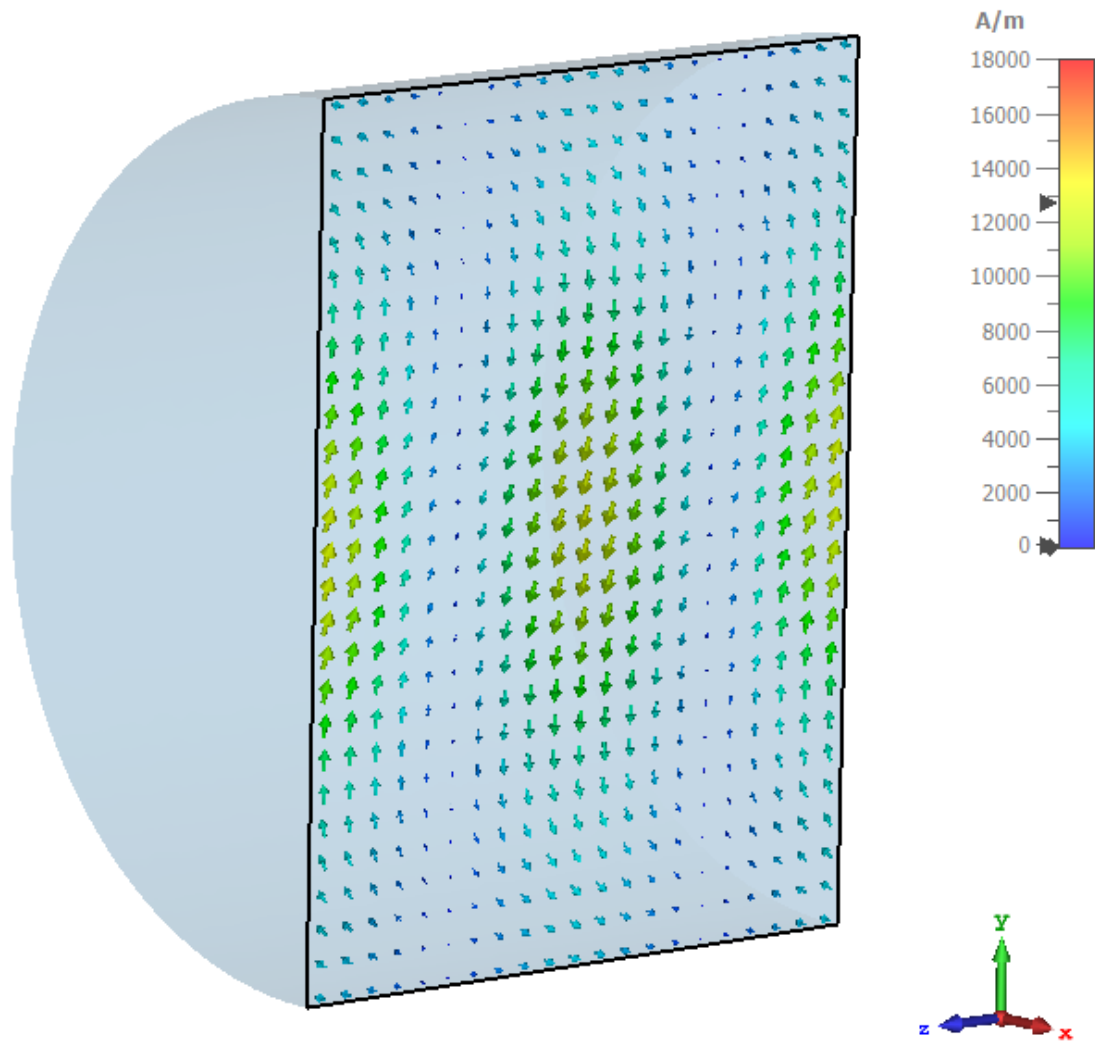


Abbildung H.6: H-Feldverteilung der fünfzehnten vom Eigenmodensolver gefundenen Mode.

Anhand der Feldverteilung ist ersichtlich, dass der Bunch beim Passieren der Kavität eine Lorentzkrafteinwirkung in x - und y -Achsenrichtung erfahren würde. Die Feldverteilung verifiziert damit die Annahme, dass diese Mode, falls angeregt, einen transversalen Impuls auf den Bunch ausüben würde.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Ort

Datum

Unterschrift im Original