

**BACHELORTHESES**

Malte Schubert

# Entwicklung und Erprobung einer MRAS-basierten sensorlosen Regelung für permanentmagnet- erregte Synchronmaschinen

---

**FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK**

Department Maschinenbau und Produktion

Faculty of Computer Science and Engineering

Department Mechanical Engineering and Production

Malte Schubert

Entwicklung und Erprobung einer MRAS-  
basierten sensorlosen Regelung für  
permanentmagneterregte Synchronmaschinen

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung  
im Studiengang *Bachelor of Science Mechatronik*  
am Department Maschinenbau und Produktion  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuer Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Christian Rudolph  
Zweitgutachter: Michael Friedhelm Brüns

Eingereicht am: 21.05.2024

## **Malte Schubert**

### **Thema der Arbeit**

Parameteridentifikation und sensorlose Regelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine auf Basis einer MRAS-basierten sensorlosen Regelung in Feldkoordinaten

### **Stichworte**

Sensorlose Regelverfahren, nichtlineare adaptive Regelung, online Parameteridentifikation, Regelungstechnik, Reglersynthese, feldorientierte Regelung, Drehstromsynchronmaschinen

### **Kurzzusammenfassung**

Die Drehzahl einer permanentmagneterregten Synchronmaschine wird ohne die Verwendung eines Drehzahl- oder Winkelgebers geregelt. Dazu wird auf das MRAS-basierte Verfahren zurückgegriffen. Parameterungenauigkeiten und Schwankungen sollen dabei adaptiv ausgeglichen werden.

### **Malte Schubert**

### **Subject of Thesis**

Parameter identification and sensorless control of a permanent magnet synchronous machine based on MRAS-based sensorless control in field coordinates.

### **Keywords**

Sensorless control methods, non-linear adaptive control, online parameter identification, control engineering, controller synthesis, field-oriented control, three-phase synchronous machines

### **Abstract**

The speed of a permanent magnet synchronous machine is controlled without the use of a speed or angle sensor. The MRAS-based method is used for this purpose. Parameter inaccuracies and fluctuations are to be compensated for adaptively.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>vi</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis.....</b>	<b>x</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1 Zielsetzung .....	1
<b>2 Technischer Hintergrund .....</b>	<b>2</b>
2.1 Permanentmagneterregte Synchronmaschine.....	2
2.2 Verfahren der feldorientierten Regelung.....	5
2.3 MRAS-basierte Regelung .....	6
<b>3 Reglersynthese und struktureller Aufbau in Simulink.....</b>	<b>7</b>
3.1 Nachbildung der PMSM mit Reluktanz .....	7
3.2 Synthese der feldorientierten Regelung .....	9
3.2.1 Stromreglersynthese nach Betragsoptimum .....	9
3.2.2 Drehzahlreglersynthese nach symmetrischem Optimum .....	11
3.3 Aufbau des adaptiven Modells .....	14
3.4 Sensorlose Drehzahlermittlung .....	16
3.5 Auswirkung von Parameterungenauigkeiten auf die Drehzahlregelung .....	20
3.6 Auslegung der Adoptionsmechanismen .....	24
3.6.1 Adoptionsmechanismus des Statorwiderstands.....	24
3.6.2 Adaption der magnetischen Flussverkettung .....	27
3.6.3 Adaption der Induktivität der Direktachse .....	30
3.6.4 Adaption der Induktivität der Querachse .....	32
<b>4 Simulationsergebnisse.....</b>	<b>35</b>
4.1 Vierquadrantenbetrieb.....	35
4.2 Simultanadaption.....	42

## *Inhaltsverzeichnis*

---

4.3	Systemverhalten bei niedrigen Drehfrequenzen.....	47
4.4	Einfluss von Messrauschen .....	48
<b>5</b>	<b>Verifizierung der Simulationsergebnisse per Implementierung in Hardware .....</b>	<b>53</b>
5.1	Prüfaufbau .....	53
5.2	Versuchsdurchführung .....	54
5.3	Messergebnisse .....	55
5.3.1	Sensorlose Drehzahl- und Drehwinkelbestimmung .....	55
5.3.2	Adaption des Statorwiderstands .....	56
3.7.1	Stromfehler.....	56
5.4	Wechselrichterverhalten.....	57
5.5	Auswertung der Messergebnisse .....	59
6	Diskussion.....	59
7	Fazit.....	61
<b>B</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>63</b>
B.1	Betragsoptimum .....	63
B.2	Symmetrisches Optimum .....	64
B.3	Sensorlose Drehzahlermittlung .....	67
B.4	Adaptionsmechanismus <b>RS</b> .....	68
B.5	Adaptionsmechanismus <b>ΨPM</b> .....	70
B.6	Adaptionsmechanismus <b>Ld</b> .....	71
B.7	Adaptionsmechanismus <b>Lq</b> .....	72

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Aufbau PMSM [3, S. 237] .....	3
Abbildung 2: Signalfluss der feldorientierten Regelung einer PMSM .....	5
Abbildung 3: Signalfluss einer MRAS-basierten Regelung mit Parameteradaption .....	6
Abbildung 4: Elektrischer Anteil der Nachbildung einer PMSM mit Reluktanz.....	8
Abbildung 5: Mechanischer Anteil der Nachbildung einer PMSM mit Reluktanz.....	9
Abbildung 6: Regelkreis Stromregelung.....	9
Abbildung 7: Regelkreis Drehzahlregelung.....	11
Abbildung 8: Einfluss des Regelparameters „ $a$ “ bei verschiedenen Solldrehzahlen .....	14
Abbildung 9: Simulink Blockschaltbild des adaptiven Modells .....	16
Abbildung 10: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem (vgl. [4, S. 4]).....	18
Abbildung 11: Nachbildung des Adoptionsgesetzes für $\omega e$ in Simulink.....	19
Abbildung 12: Vierquadrantenbetrieb mit MRAS-basierter Drehzahlregelung .....	20
Abbildung 13: Winkelfehler in Abhängigkeit von $\Delta RS$ [5] .....	21
Abbildung 14: Winkelfehler in Abhängigkeit von $\Delta \Psi_{PM}$ .....	21
Abbildung 15: Winkelfehler in Abhängigkeit von $\Delta Lq$ .....	22
Abbildung 16: Winkelfehler in Abhängigkeit von $\Delta Ld$ .....	22
Abbildung 17: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von $\epsilon(\Delta RS)$ .....	25
Abbildung 18: Blockschaltbild Adoptionsmechanismus von $RS$ in Simulink .....	26
Abbildung 19: Konvergenzverhalten von Winkelfehler und Statorwiderstand bei rechtsläufig motorischem Betrieb .....	27
Abbildung 20: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von $\epsilon(\Delta \Psi PM)$ .....	28

---

## *Abbildungsverzeichnis*

Abbildung 21: Aufbau des Adoptionsmechanismus von $\Psi PM$ in Simulink.....	29
Abbildung 22: Konvergenzverhalten von Winkelfehler und magnetischer Flussverkettung bei rechtsläufig motorischem Betrieb .....	29
Abbildung 23: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von $\epsilon(\Delta Ld)$ .....	31
Abbildung 24: Aufbau des Adoptionsmechanismus von $Ld$ in Simulink .....	32
Abbildung 25: Konvergenzverhalten von Winkelfehler und Induktivität der Direktachse bei rechtsläufig motorischem Betrieb .....	32
Abbildung 26: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von $\epsilon(\Delta Lq)$ .....	33
Abbildung 27: Aufbau des Adoptionsmechanismus von $Lq$ in Simulink .....	34
Abbildung 28: Trägheit des Adoptionsmechanismus von $Lq$ .....	35
Abbildung 29: Adoptionsverhalten von $RS$ in vier Quadranten.....	36
Abbildung 30: Adoptionsverhalten von $RS$ in vier Quadranten unter Anregung von $id$ .....	37
Abbildung 31: Adoptionsverhalten von $\Psi PM$ in vier Quadranten .....	38
Abbildung 32: Modifizierter Adoptionsmechanismus von $\Psi PM$ .....	39
Abbildung 33: Adoptionsverhalten von $\Psi PM$ in vier Quadranten unter Verwendung des modifizierten Adoptionsmechanismus .....	39
Abbildung 34:Adoptionsverhalten von $Ld$ in vier Quadranten.....	40
Abbildung 35:Modifizierter Adoptionsmechanismus von $Ld$ .....	41
Abbildung 36: Adoptionsverhalten von $Ld$ in vier Quadranten unter Verwendung des modifizierten Adoptionsmechanismus .....	41
Abbildung 37: Plateaubildung bei simultaner Adaption von $RS$ und $\Psi PM$ .....	42
Abbildung 38: Systemverhalten bei Simultaner Adaption von $RS$ und $\Psi PM$ unter Anregung von $id$ .....	43
Abbildung 39: Systemverhalten bei Simultaner Adaption von $RS$ und $\Psi PM$ unter Anregung von $id$ bei Störungen.....	44

---

## *Abbildungsverzeichnis*

Abbildung 40: Systemverhalten bei Simultaner Adaption von $RS$ , $\Psi PM$ und $Ld$ unter Anregung von $id$ .....	45
Abbildung 41: Plateaubildung bei simultaner Adaption von $RS$ , $\Psi PM$ und $Ld$ unter Anregung von $id$ bei Störgrößen .....	45
Abbildung 42: Simultane Adaption von $RS$ und $\Psi PM$ im Vierquadrantenbetrieb bei sprunghaft auftretenden Störungen .....	46
Abbildung 43: Systemverhalten bei simultaner Adaption von $RS$ und $\Psi PM$ im Vierquadrantenbetrieb bei einer Drehfrequenz von $1801\text{min}$ .....	47
Abbildung 44: Systemverhalten bei simultaner Adaption von $RS$ und $\Psi PM$ im Vierquadrantenbetrieb bei einer Drehfrequenz von $60\ 1\text{min}$ bei angepasster Reglerverstärkung .....	48
Abbildung 45: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit $13\text{ dB}$ Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb.....	49
Abbildung 46: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit $30\text{ dB}$ Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb unter Adaption des Statorwiderstand .....	50
Abbildung 47: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit $21\text{ dB}$ Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb unter Adaption der magnetischen Flussverkettung .....	51
Abbildung 48: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit $27\text{ dB}$ Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb unter simultaner Adaption der magnetischen Flussverkettung und des Statorwiderstands .....	52
Abbildung 49: Blockschaltbilddarstellung des Prüfaufbaus .....	54
Abbildung 50: Rotordrehzahl- und Winkelfehler im Verlauf von zwei Stunden unter aktiver Adaption des Statorwiderstands .....	55
Abbildung 51: Adoptionsverhalten des Statorwiderstands im Verlauf von zwei Stunden unter Auftreten betriebsbedingter Erwärmung.....	56
Abbildung 52: Stromfehler der Direkt- und Querachse im Verlauf von zwei Stunden bei aktiver Adaption des Statorwiderstands .....	57

*Abbildungsverzeichnis*

---

Abbildung 53:Gegenüberstellung des Wechselrichterübertragungsverhaltens und der Approximation .....	58
---	----

# Abkürzungsverzeichnis

<b><math>A</math></b>	Systemmatrix
<b><math>B</math></b>	Eingangsmatrix
<b><math>N</math></b>	Nichtlineare Kopplungsmatrix
<b><math>\vec{S}</math></b>	Störungsvektor
<b><math>G_{PMSM}</math></b>	Übertragungsfunktion der Permanentmagneterregten Synchronmaschine
<b><math>G_{stör}</math></b>	Störgröße
<b><math>G_S, G_{is}</math></b>	Streckenübertragungsfunktion der Drehzahl-, Stromregelung
<b><math>G_O, G_{iO}</math></b>	Übertragungsfunktion des offenen Kreises der Drehzahl-, Stromregelung
<b><math>G_\omega, G_i</math></b>	Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises der Drehzahl-, Stromregelung
<b><math>G_{WR}</math></b>	Wechselrichterübertragungsverhalten
<b><math>G_{Ri}</math></b>	Reglerübertragungsverhalten des Stromreglers
<b><math>i_d, i_q</math></b>	Direkt-, Querkomponente des Statorstroms

---

*Abkürzungsverzeichnis*

---

$i_{stoer}$	Störstrom
$J$	Trägheitsmoment
$K_{PWR}$	Wechselrichterverstärkung
$\hat{K}_{PWR}$	Approximierte Wechselrichterverstärkung
$L_d, L_q$	Induktivität der Direkt-, Querachse
$m_\omega, m_M$	Lastmoment, mechanisches Moment
$p$	Anzahl der Polpare
$R_s$	Statorwiderstand
$T_\omega$	Nachstellzeit des PI-Reglers der Drehzahlregelung
$T_{id}, T_{iq}$	Nachstellzeit der Direkt-, Querkomponente der Stromregelung
$T_S$	Schaltperiode des Wechselrichters
$u_d, u_q$	Direkt-, Querkomponente der Statorspannung
$u_{dm}, u_{qm}$	Spannungsmesswerte der Direkt-, Querkomponente der Statorspannung
$V_{id}, V_{iq}$	Verstärkung der Stromregler der Direkt-, Querkomponente des Statorstroms

---

*Abkürzungsverzeichnis*

---

$V_\omega$	Verstärkung des PI-Reglers der Drehzahlregelung
$V_{PMSM}$	Verstärkung der Synchronmaschine
$V_{WR}$	Wechselrichterverstärkung
$\Delta\Box$	Parameterabweichung/Schätzfehler
$\Delta T$	Temperaturbereich
$\epsilon_e, \epsilon_r$	Elektrischer, mechanischer Drehwinkel
$\epsilon_d, \epsilon_q$	Stromfehler der Direkt-, Querkomponente
$\mu_r$	Permeabilitätskoeffizient
$\tau$	Zeitkonstante
$\tau_{ers}$	Ersatzzeitkonstante
$\phi_o$	Phasengangs des offenen Regelkreises der Drehzahlregelung
$\Psi_M$	Magnetische Flussverkettung
$\omega_D$	Durchtrittsfrequenz
$\omega_{max}$	Maximalfrequenz

*Abkürzungsverzeichnis*

---

$\omega_e, \omega_r$  Elektrische, mechanische Drehfrequenz

$\omega_{ref}$  Mechanische Solldrehfrequenz

$\square_M$  Initialparameter des adaptiven Modells

$\hat{\square}$  Parameterschätzwert

$\Delta\hat{\square}$  Geschätzte Parameterabweichung

$\dot{\square}$  Ableitung

**AFPMSM** Axialfluss permanentmagneterregte Synchronmaschine

**MRAS** Model reference adaptive system

**PMSM** Permanentmagneterregte Synchronmaschine

# 1 Einleitung

Im Jahr 1974 wurde die feldorientierte Regelung für wechselrichtergespeiste Drehfeldmaschinen vorgestellt. Diese bedarf Kenntnis über Drehzahl und Rotorposition zu jedem Zeitpunkt.

Die sensorlose Regelung von Synchronmaschinen legt ihren Fokus darauf, Kenntnis über die Feldorientierung von Rotor- und Statorfeld, sowie die Drehzahl anhand von elektrischen Größen zu erlangen. Ziel ist es dabei weiterhin stabil, robust, stationär genau und störsicher zu regeln.

Ein vielversprechender, sensorloser Ansatz basiert auf dem **Model Reference Adaptive System** (MRAS) Verfahren. Dieses greift auf ein adaptives Referenzmodell zurück, das in der Lage ist, das nichtlineare Verhalten der Maschine nachzubilden.

## 1.1 Zielsetzung

Viele Antriebstechniklösungen, z.B. im Bereich mobiler Arbeitsmaschinen, der Elektromobilität oder bei Industrieanwendungen erfordern Antriebssysteme mit hoher Leistungsdichte, hohem Wirkungsgrad und guten regelungstechnischen Eigenschaften. Die umrichtergespeiste permanentmagneterregte Synchronmaschine (PMSM) erfüllt dieses Anforderungsprofil bei attraktiven Systemkosten in einem weiten Anwendungsspektrum. Nichtsdestotrotz ist es oft zusätzlich wünschenswert, auch auf einen Drehzahlsensor zu verzichten. Dadurch weitere erzielbare Kostenvorteile sowie mögliche Systemvereinfachungen, die Zuverlässigkeit und Lebensdauer des Antriebs erhöhen, Bauraum sparen oder gar die Auswertung eines sicherheitskritischen Systempfads ermöglichen, sind vielfältige Gründe, sensorlose Regelungen weiterzuentwickeln.

## *Technischer Hintergrund*

---

Ein sensorlos geregelter Antrieb mit permanentmagneterregter Synchronmaschine (PMSM) soll unter Berücksichtigung von Reluktanzeffekten der elektrischen Maschine untersucht werden.

Aufbauend auf Vorarbeiten am Institut erhält Herr Schubert im Rahmen seiner Bachelorarbeit die Aufgabe, zunächst unter Matlab/Simulink das Simulationsmodell für eine sensorlos geregelte PMSM zu entwickeln und dabei das bereits in Veröffentlichungen vorgestellte sensorlose MRAS-Verfahren (Model Reference Adaptive System) mit einzubeziehen. Das dynamische Verhalten der PMSM sowie das Übertragungsverhalten des Wechselrichters sollen dabei geeignet nachgebildet werden. Modellparameterunsicherheiten sowie der Einfluss des Stellglieds Wechselrichter und die Genauigkeit der Messdatenerfassung von Phasenströmen und Zwischenkreisspannung auf die sensorlose Drehzahlregelung sollen im Rahmen der simulativen Erprobung des Regelverfahrens mit untersucht werden.

Im Fokus der Untersuchungen steht die Bewertung der Genauigkeit und der Stabilität des sensorlosen, MRAS-basierten Regelverfahrens unter Anwendung von Parameteradoptionsverfahren, im kritischen Betriebsbereich bei niedrigen Statorfrequenzen. Die Ergebnisse der Arbeit sind in geeigneter Weise zu dokumentieren.

## 2 Technischer Hintergrund

### 2.1 Permanentmagneterregte Synchronmaschine

Bei einer permanentmagneterregten Synchronmaschine wird das Rotorfeld nicht über Spulen erzeugt, sondern über Permanentmagnete, die sich auf dem Rotor befinden. Im Stator der PMSM wird über drei Phasen ein Drehfeld erzeugt, das den Rotor mitzieht. Anders als bei der Asynchronmaschine unterliegt die PMSM keinem Schlupf. Ein rotororfestes Koordinatensystem ist demnach ebenfalls flussorientiert. Die PMSM zeichnet sich dadurch aus, dass sie aufgrund der verbauten Permanentmagneten einen konstanten Rotorfluss aufweist

(vgl. [1, S. 83]). Dabei ist die Voraussetzung, dass der Rotor mit Permanentmagneten keine Wirbelströme zulässt (vgl. [2, S. 949]). PMSM können auf eine Art und Weise gebaut werden, dass die Induktivitäten der Quer- und Direkt-Achse nahezu identisch sind. Dies wird durch einen runden Rotor realisiert, auf dem die Permanentmagneten angebracht werden. Da die Permanentmagneten näherungsweise denselben Permeabilitätskoeffizienten wie Luft aufweisen ( $\mu_r \approx 1$ ), ist der Luftspalt um den Rotor als nahezu konstant anzunehmen, wodurch kein Reluktanzmoment auftritt (siehe Abbildung 1, Links).

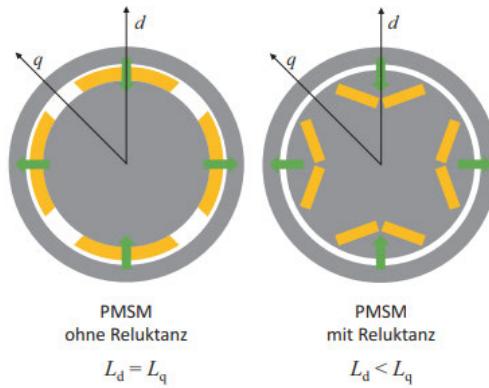


Abbildung 1: Aufbau PMSM [3, S. 237]

PMSM ohne Reluktanzanteil weisen ein höheres Drehmoment im Grunddrehzahlbereich auf, jedoch benötigen sie im Bereich der Feldschwächung einen deutlich höheren Strom als PMSM mit Reluktanzanteil. Daher werden PMSM ohne Reluktanzanteil präferiert für die Nutzung im industriellen Bereich, wie beispielsweise der Robotik oder in Servomotoren, eingesetzt. Als Traktionsmotor in Elektrofahrzeugen oder anderen Anwendungen mit hohen Drehzahlen werden stattdessen PMSM mit Reluktanzanteil bevorzugt (vgl. [3, S. 234]). Des Weiteren ist für die Realisierung einer PMSM mit Reluktanzanteil mit gleichen Leistungsdaten ein geringerer Permanentfluss erforderlich, wodurch die Wirbelstromverluste minimiert werden (vgl. [2, S. 972]). Nachfolgend werden alle Gleichungen an einer PMSM mit Reluktanzanteil orientiert, da die Gleichungen ebenfalls für PMSM ohne Reluktanzanteil gelten, unter dem Sonderfall  $L_d = L_q$ . Mathematisch kann die PMSM im Kontinuierlichen durch das Zustandsraummodell (5) und die Drehmomentengleichung (6) beschrieben werden. Dabei lässt sich die Zustandsraumdarstellung in verschiedene Matrizen aufteilen. Die Systemmatrix (1),

## Technischer Hintergrund

---

die Eingangsmatrix (2), die nichtlineare Kopplungsmatrix (3) und dem Störungsvektor (4). Grundlage der mathematischen Betrachtung stellt die Beschreibung der Maschine in Feldkoordinaten von Quang Dittrich dar [1, S. 84-86].

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{L_q}{L_d} \\ -\frac{L_d}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = (\underline{A} + \underline{N} \cdot \omega) \cdot \vec{i} + \underline{B} \cdot \vec{u} + \vec{S} \cdot \omega_e \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e \quad (6)$$

$$m_M = \frac{3}{2} \cdot p (\Psi_{PM} \cdot i_q + i_d \cdot i_q \cdot (L_d - L_q)) \quad (6)$$

Für einen maximalen Reluktanzanteil empfiehlt sich ein möglichst großes Verhältnis zwischen  $L_d$  und  $L_q$ . Konstruktionsbedingt kann dieses jedoch höchstens zwischen zwei und vier liegen [3, S. 236-237].

## 2.2 Verfahren der feldorientierten Regelung

Die feldorientierte Regelung baut auf einer Regelung von Strom, Drehzahl und/oder Drehmoment in flussorientierte Feldkoordinaten auf. Dazu werden statorfeste Wechselgrößen in äquivalente, zweiphasige, flussorientierte Gleichgrößen transformiert. Die Transformation basiert auf der Symmetrie der Maschine im Zusammenhang mit der Position des Hauptfeldes. Somit ist die Symmetrie der Maschine eine Grundvoraussetzung für die feldorientierte Regelung. Die Transformation in ein flussorientiertes Koordinatensystem ermöglicht es, eine Regelung von Drehstrommaschinen über Gleichgrößen zu realisieren. Dadurch lassen sich beispielsweise PI-Regler für die Stromregelung verwenden.

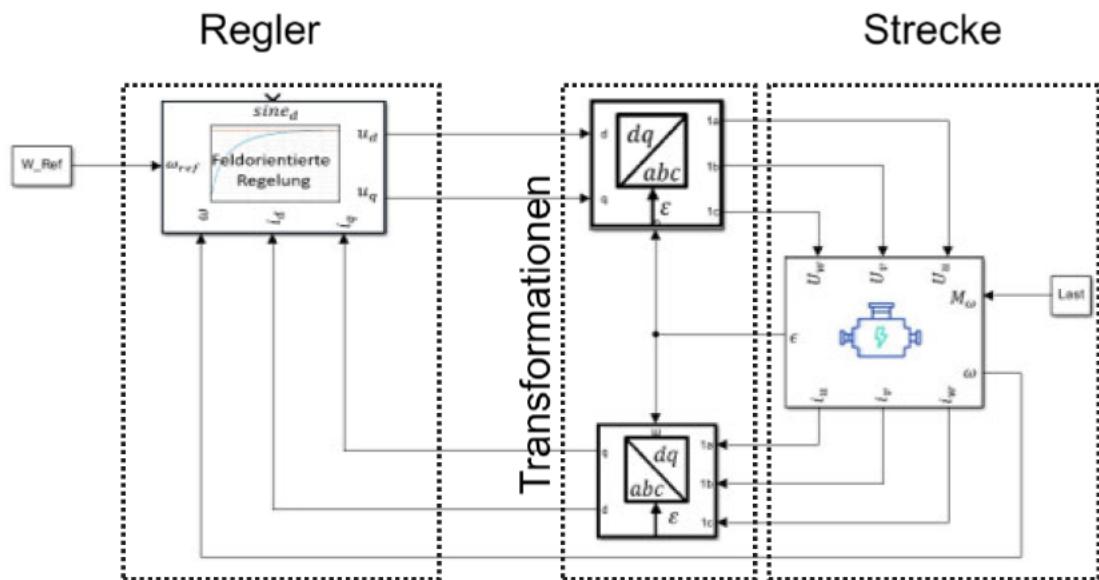


Abbildung 2: Signalfluss der feldorientierten Regelung einer PMSM

In Abbildung 2 ist das Blockschaltbild einer feldorientierten Drehzahlregelung einer Permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) abgebildet. Im Inneren des Blockes mit der Aufschrift „Feldorientierte Regelung“ findet ein Sollwert zu Istwertvergleich der aktuellen Rotordrehzahl sowie der flussorientierten Ströme statt. Diese werden per PI-Regler ausgewertet. Die flussorientierten Spannungen ( $u_d$  und  $u_q$ ) werden in statorfeste Spannungen transformiert. Aus dem Anlegen der Spannungen an die Maschine resultieren die Strangströme, die wiederum erneut in ein flussorientiertes Koordinatensystem transformiert

werden, und in der feldorientierten Regelung mit den Sollwerten verglichen werden.

## 2.3 MRAS-basierte Regelung

Grundlage für die feldorientierte Regelung ist die möglichst genaue Kenntnis über die Position des Orientierungsfelds. Da dieses in seiner Orientierung der Rotororientierung gleicht, genügt die Kenntnis über den aktuellen Rotordrehwinkel. Um die Regelung drehgeberlos zu realisieren, wird auf das MRAS-basierte Verfahren zurückgegriffen. Dabei werden mithilfe eines adaptiven Modells die Phasenströme rechnerisch ermittelt und mit den Phasenströmen eines Referenzmodells verglichen. Das Referenzmodell wird von der PMSM selbst dargestellt. Aus dem Vergleich resultiert ein Fehlervektor. Dieser Fehlervektor gibt Auskunft über die aktuelle Drehzahl und Parameterabweichungen zwischen dem adaptiven Modell und dem Referenzmodell. Die MRAS-basierte Regelung für PMSM wird in eine feldorientierte Drehzahlregelung integriert. Rotordrehzahl und Position werden aus den Phasenströmen ermittelt. Ein adaptives Verfahren ist vonnöten, da entscheidende Parameter der PMSM wie die Induktivitäten der Achsen, der elektrische Widerstand sowie die magnetische

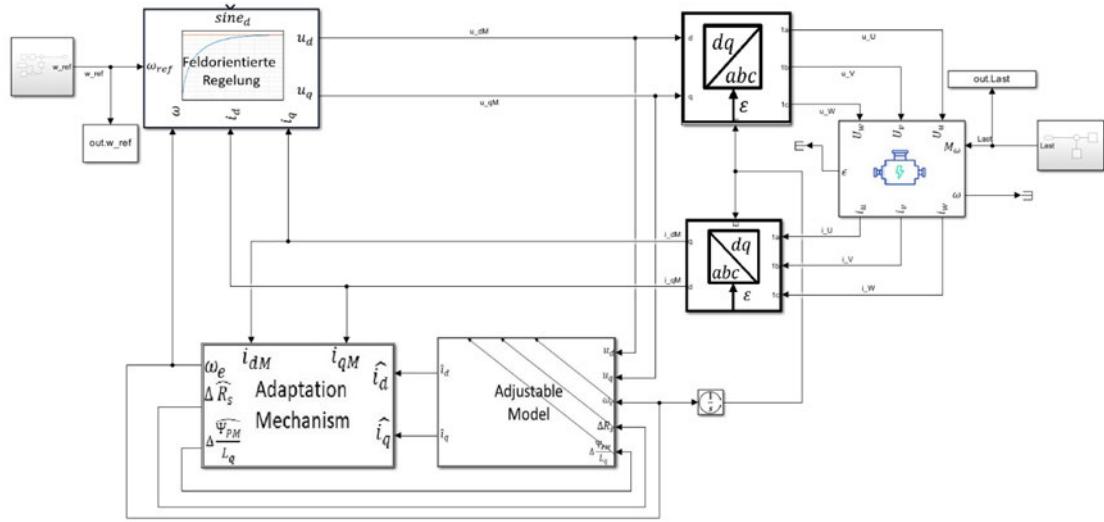


Abbildung 3: Signalfluss einer MRAS-basierten Regelung mit Parameteradaption

Flussverkettung der Permanentmagneten Abhängigkeiten aufweisen und somit variant sind. So können beispielsweise Temperaturschwankungen im laufenden Betrieb der Maschine zu

Parameterschwankungen führen. Daher ist ein Mechanismus vonnöten, der eine Online-Parameteradaption ermöglicht. Bei der MRAS-basierten Regelung werden demnach zusätzlich zu den Elementen der feldorientierten Regelung noch ein adaptives Modell (vgl. Abbildung 3, „Adjustable Model“) benötigt, das die zu regelnde Maschine mathematisch darstellt und aus den rotorfesten Spannungen die rotorfesten Phasenströme bestimmt sowie ein Adoptionsmechanismus (vgl. Abbildung 3, „Adaptation Mechanism“), der unter Verwendung verschiedener Adoptionsgesetze die Parameterabweichungen ermittelt und an das adaptive Modell übermittelt, sowie die Drehzahl aus dem Fehlervektor bestimmt. Mithilfe dieser geschätzten Drehzahl wird der für die Transformationen benötigte Drehwinkel erfasst sowie die Drehzahlregelung durchgeführt.

## 3 Reglersynthese und struktureller Aufbau in Simulink

Dieses Kapitel konzentriert sich auf die Entwicklung einer Simulation für eine MRAS-basierte Regelung einer PMSM mit Reluktanz. Die Simulation, erstellt mit Matlab Version 2023b, zielt darauf ab, die Vorgehensweise für die Synthese eines solchen Regelungssystems darzulegen und zu überprüfen.

### 3.1 Nachbildung der PMSM mit Reluktanz

Für mehr Anpassungsmöglichkeiten und für die Überwachung von internen Signalen innerhalb der PMSM wird darauf verzichtet, ein Maschinenmodell aus einer der diversen verfügbaren Erweiterungen von Simulink zu verwenden. Stattdessen wird ein Maschinenmodell erstellt. Es wird sich an dem Maschinenmodell nach Quang, Dittrich [1, S. 85] orientiert. Dabei kann die PMSM in einen elektrischen und einen mechanischen Teil aufgeteilt werden. Das Blockschaltbild aus Simulink des elektrischen Anteils wird in Abbildung 4 grafisch dargestellt.

Dieses resultiert aus der Zustandsraumdarstellung der PMSM (5). Die Eingänge des elektrischen Anteils sind die Statorspannungen in rotorfesten Feldkoordinaten. Die Ausgänge sind die Statorströme in rotorfesten Feldkoordinaten. Die Ausgänge des elektrischen Anteils sind die Eingänge des mechanischen Anteils. Der Aufbau des mechanischen Anteils ist der Abbildung 5 zu entnehmen. Der mechanische Anteil resultiert aus der Drehmomentengleichung (6) unter Berücksichtigung des wirkenden Lastmoments und Trägheitsmoments. Zudem werden die mechanische Drehzahl in  $\left[\frac{1}{min}\right]$  sowie der Drehwinkel ermittelt. Die Ausgänge sind die mechanische Drehfrequenz des Rotors, die aktuelle Rotororientierung als auch die elektrische Drehfrequenz.

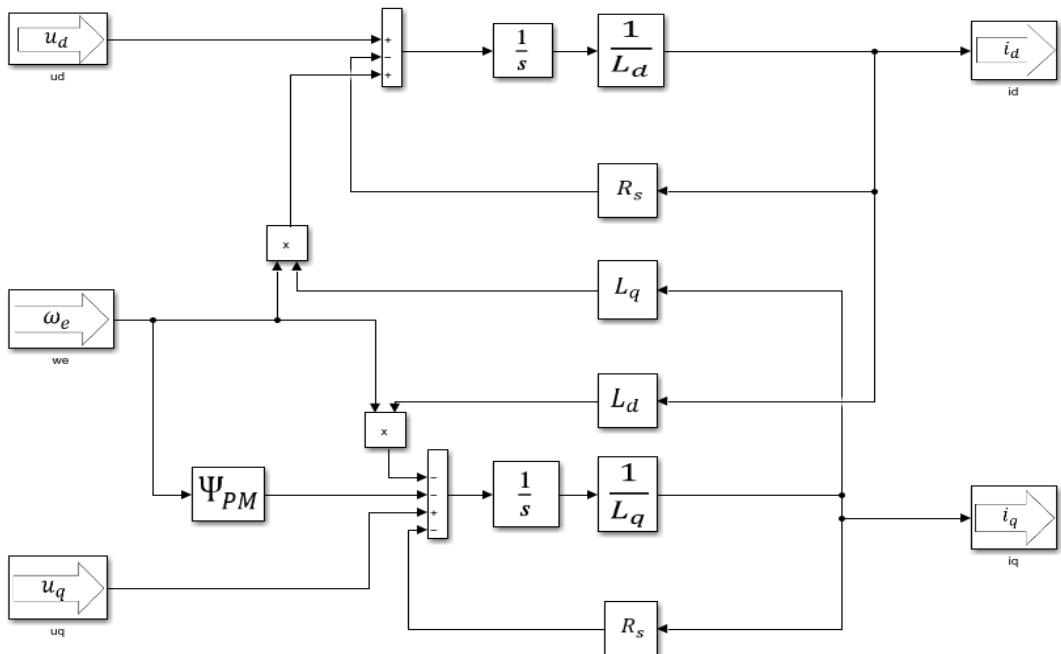


Abbildung 4: Elektrischer Anteil der Nachbildung einer PMSM mit Reluktanz

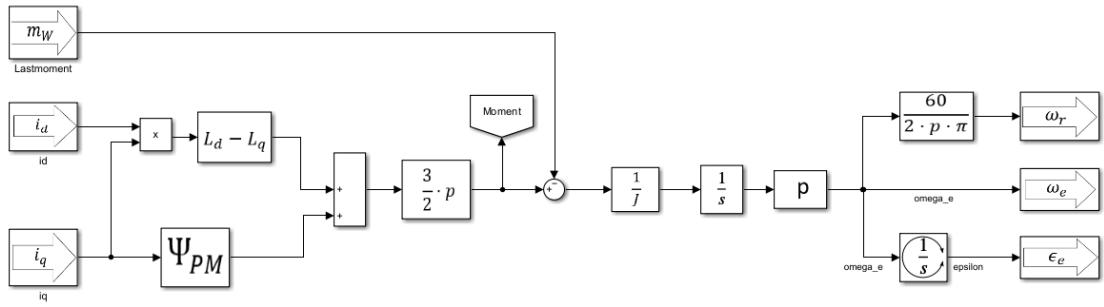


Abbildung 5: Mechanischer Anteil der Nachbildung einer PMSM mit Reluktanz

### 3.2 Synthese der feldorientierten Regelung

Grundlage für die weitere Implementierung der MRAS-basierten Regelung ist das Vorhandensein einer feldorientierten Regelung. Die Synthese der feldorientierten Regelung zielt darauf ab, dass sich die Regelgröße so schnell wie möglich, so genau wie möglich und so gut bedämpft wie möglich auf einen neuen Sollwert einstellt [2, S. 45]. Diese drei Ziele stehen im Konflikt miteinander. Um einen Kompromiss zu finden, wird auf die Optimierungsverfahren des Betragsoptimum und des symmetrischen Optimum zurückgegriffen.

#### 3.2.1 Stromreglersynthese nach Betragsoptimum

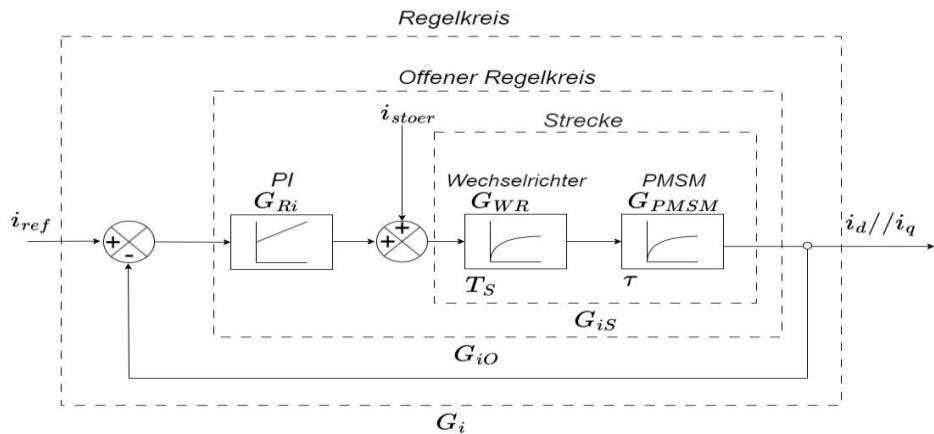


Abbildung 6: Regelkreis Stromregelung

Bei dem Betragsoptimum wird mit der Nachstellzeit des Stromreglers die größere Zeitkonstante kompensiert. Anschließend wird gewährleistet, dass der Betrag der Führungsübertragungsfunktion über einen möglichst weiten Frequenzbereich nahe Eins liegt (vgl. [2, S. 49]). Der Regelkreis ist in Abbildung 6 abgebildet. Der verwendete Wechselrichter weist ein  $PT_1$ -Verhalten auf, mit einer Zeitkonstante ( $T_S$ ), die dem Kehrwert der Schaltfrequenz entspricht. Aus dem Regelkreis lassen sich folgende Übertragungsfunktionen herleiten:

$$G_{WR}(s) = \frac{V_{WR}}{1+s \cdot T_S} \text{ mit } V_{WR} = 1 \quad (7)$$

$$G_{PMSM}(s) = \frac{V_{PMSM}}{1 + s \cdot \tau} \text{ mit } \tau = \frac{L_q}{R_s} \text{ und } V_{PMSM} = \frac{1}{R_s} \quad (8)$$

$$G_{Stör} = -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \omega \quad (9)$$

$$G_{RI} = V_{iq} \cdot \frac{1 + s \cdot T_{iq}}{s \cdot T_{iq}} \quad (10)$$

$$G_{IO}(s) = V_{PMSM} \cdot V_{iq} \cdot \frac{1 + s \cdot T_{iq}}{(1 + s \cdot T_S) \cdot (1 + s \cdot \tau) \cdot s \cdot T_{iq}} \quad (11)$$

Bei der Herleitung von  $G_{PMSM}$  ergibt sich aus dem Störvektor (4) die Störgröße (9). Diese wird für die weitere Synthese vernachlässigt.

Es ist davon auszugehen, dass die Zeitkonstante der PMSM größer ist als die des Wechselrichters, weshalb mit der Nachstellzeit des Stromreglers die Zeitkonstante der PMSM kompensiert wird. Aus der Polkompensation ergibt sich die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises wie in (12) dargestellt.

$$G_{IO}(s) = V_{PMSM} \cdot V_{iq} \cdot \frac{1 + s \cdot \tau}{(1 + s \cdot T_S) \cdot (1 + s \cdot \tau) \cdot s \cdot \tau} \quad (12)$$

Um den Betrag der Führungsübertragungsfunktion nahe Eins zu halten, ergibt sich aus dem Betragsoptimum eine Reglerverstärkung nach (13) [2, S. 49]. Die Approximation des offenen Regelkreises in Gleichung (14) ist Dierk Schröder [2, S. 122] nachempfunden. In Gleichung (15) ist die Übertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreis dargestellt. Diese wird bei der Reglersynthese der Drehzahlregelung erneut aufgegriffen.

$$V_{iq} = \frac{\tau}{2 \cdot V_{PMSM} \cdot T_S} \quad (13)$$

$$G_{io}(s) = V_{PMSM} \cdot \frac{\frac{-\tau}{2 \cdot V_{PMSM} \cdot T_S}}{(1 + s \cdot T_S) \cdot s \cdot \tau} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{T_S \cdot s + T_S^2 \cdot s^2} \approx \frac{1}{2 \cdot T_S \cdot s} \quad (14)$$

$$G_i(s) = \frac{G_{io}(s)}{1 + G_{io}(s)} = \frac{1}{1 + 2 \cdot T_S \cdot s} \quad (15)$$

Wird dieses Verfahren auch auf die D-Komponente angewendet, erhält man folgende Verstärkungen und Nachstellzeiten:

$$V_{Id} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_d}{T_S} \quad (16)$$

$$T_{Id} = \frac{L_d}{R_s} \quad (17)$$

$$V_{Iq} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_q}{T_S} \quad (18)$$

$$T_{Iq} = \frac{L_q}{R_s} \quad (19)$$

### 3.2.2 Drehzahlreglersynthese nach symmetrischem Optimum

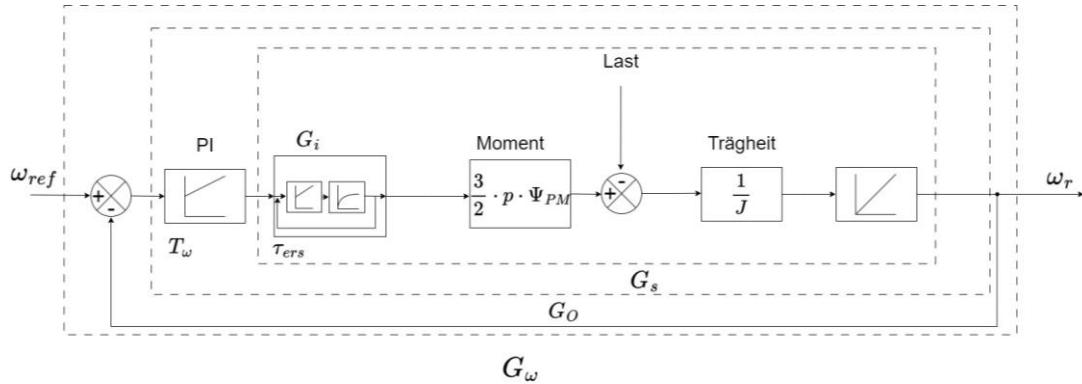


Abbildung 7: Regelkreis Drehzahlregelung

Der Drehzahlregelkreis, auf dem die Synthese aufbaut, wird in Abbildung 7 dargestellt. Vereinfachend wird das Reluktanzmoment vernachlässigt. Die Drehzahlregelung wird nach dem symmetrischen Optimum ausgelegt. Dieses hat eine maximale Phasenreserve zufolge sowie einen Betragsgang, der über einen möglichst weiten Frequenzbereich nahe Eins liegt [2,

S. 74]. Als Erstes müssen die Übertragungsfunktionen  $G_i(s)$ ,  $G_S(s)$ ,  $G_O(s)$  und  $G_\omega(s)$  aufgestellt werden. Für die Beschreibung der Regelstrecke wird der Stromregelkreis mit der zuvor hergeleiteten Übertragungsfunktion (15) substituiert (Siehe (20)).

$$G_i(s) = \frac{1}{1 + 2 \cdot T_S \cdot s} = \frac{1}{1 + \tau_{ers} \cdot s} \text{ mit } \tau_{ers} = 2 \cdot T_S \quad (20)$$

$$G_S(s) = V_S \cdot \frac{1}{(s \cdot \tau_{ers} + 1) \cdot s} \text{ mit } V_S = \frac{3 \cdot P \cdot \Psi_{PM}}{2 \cdot J} \quad (21)$$

$$G_O(s) = V_\omega \left( 1 + \frac{1}{T_\omega \cdot s} \right) \cdot V_S \cdot \frac{1}{(s \cdot \tau_{ers} + 1) \cdot s} \quad (22)$$

$$G_\omega(s) = \frac{(1 + T_\omega \cdot s) \cdot V_\omega \cdot V_S}{(1 + T_\omega \cdot s) \cdot V_\omega \cdot V_S + (1 + \tau_{ers} \cdot s) \cdot T_\omega \cdot s^2} \quad (23)$$

Um einen maximalen Phasenrand zu gewährleisten, muss die Frequenz des maximalen Phasenwinkels ermittelt werden. Dazu wird die Ableitung des Phasengangs des offenen Regelkreises aufgestellt und deren Nullstelle ermittelt.

$$\frac{d\phi_o(j\omega_{max})}{d\omega} = \frac{T_\omega}{1 + (\omega_{max} \cdot T_\omega)^2} - \frac{\tau_{ers}}{1 + (\omega_{max} \cdot \tau_{ers})^2} \equiv 0 \quad (24)$$

$$\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{T_\omega \cdot \tau_{ers}}} \quad (25)$$

Der maximale Phasenrand resultiert daraus, dass die Reglerverstärkung so gewählt wird, dass für den offenen Regelkreis Folgendes gilt:

$$\begin{aligned} \omega_D &= \omega_{max} \\ |G_O(j\omega_D)| &\equiv 1 \end{aligned} \quad (26)$$

Durch die Bedingung (26) und durch Einführung des Regelparameters „a“, der benötigt wird, um einen weiteren Freiheitsgrad abzudecken, lässt sich die Reglerverstärkung formulieren (29). Zudem kann die Führungsübertragungsfunktion umformuliert werden, zu (28)

$$a = \sqrt{\frac{T_\omega}{\tau_{ers}}} \quad (27)$$

$$G_\omega(s, a) = \frac{1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s}{1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s + a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot s^2 + a^3 \cdot \tau_{ers}^3 \cdot s^3} \quad (28)$$

$$V_\omega = \frac{1}{V_S \cdot a \cdot \tau_{ers}} \quad (29)$$

Die Nachstellzeit des Drehzahlreglers (32) resultiert aus (27). Der Parameter „a“ lässt sich rechnerisch ermitteln. Die rechnerische Ermittlung ergibt sich aus der Bedingung, dass der Betrag der Führungsübertragungsfunktion über weite Frequenzbereiche nahe Eins liegen soll. Dafür wird das Quadrat des Frequenzgangs der Führungsübertragungsfunktion gebildet. Um die Zählernullstelle der Führungsübertragungsfunktion zu kompensieren, empfiehlt es sich, einen Sollgrößenfilter zu verwenden, dessen Übertragungsfunktion dem Kehrwert des Zählers entspricht. Deshalb wird für (30) angenommen, dass ein solcher Vorfilter verwendet wird.

$$|G_\omega(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (a - 2) \cdot (a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot \omega^2 + a^5 \cdot \tau_{ers}^4 \cdot \omega^4) + a^6 \cdot \tau_{ers}^6 \cdot \omega^6} \quad (30)$$

Aufgrund von (30) liegt es nahe, „a“ final den Betrag Zwei zuzuweisen. Dieses Ergebnis soll im Nachgang noch verifiziert werden. Die Synthese des Drehzahlreglers nach dem symmetrischen Optimum in detaillierter Art und Weise ist dem Anhang B.2B.1 zu entnehmen und ist Schröder [2, S. 60-75] nachempfunden. Die Reglerverstärkung und die Nachstellzeit des Drehzahlreglers sind in (31) und (32) dargestellt.

$$V_\omega = \frac{2J}{3 \cdot P \cdot \Psi_{PM} \cdot a \cdot \tau_{ers}} \quad (31)$$

$$T_\omega = a^2 \cdot \tau_{ers} \text{ mit } \tau_{ers} = 2 \cdot T_S \quad (32)$$

Letztlich soll die Synthese mithilfe einer Simulation überprüft werden. Dazu wird in Simulink eine Simulation aufgebaut, die dem Aufbau in Abbildung 2 gleicht. Es sollen die Einschwingvorgänge der Drehzahlregelung bei verschiedenen Drehzahlen und verschiedenen Beträgen von „a“ gegenübergestellt werden. Bei der Simulation findet nach 0.05 Sekunden ein Sollwertsprung statt. 0.15 Sekunden nach dem Simulationsbeginn findet ein Störgrößensprung bzw. Lastsprung statt. Das resultierende Einschwingverhalten ist in Abbildung 8 abgebildet. Daraus ist erkennbar, dass ein niedriger Wert von „a“ zu einer kurzen Einschwingzeit führt. Die Amplitude der Überschwinger steigt jedoch bei sprunghafter Sollwertänderung der Drehzahl mit kleiner werdendem „a“. Bei Lastsprüngen hat ein kleiner Wert von „a“ sowohl

zufolge, dass die Überschwinger gering ausfallen als auch, dass die Drehzahl schnell dem Sollwert angepasst wird. Im Verhältnis fallen die Überschwinger bei niedrigen Drehzahlen deutlich stärker aus als bei hohen Drehzahlen. Zudem wird verdeutlicht, dass der Regelparameter „ $a$ “ den Anforderungen entsprechend ausgelegt werden muss. Für eine breit aufgestellte Regelung gilt für den restlichen Verlauf dieser Arbeit  $a = 2$ , um eine akzeptable Einschwingzeit sowie Einschwingamplitude bei allen Solldrehzahlen zu gewährleisten.

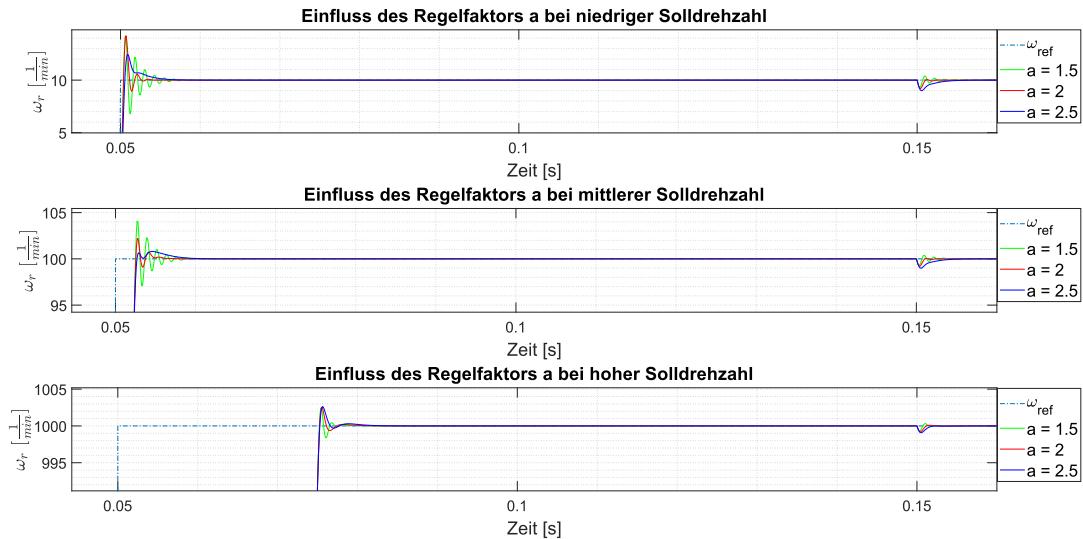


Abbildung 8: Einfluss des Regelparameters „ $a$ “ bei verschiedenen Solldrehzahlen

Anhand der Einschwingvorgänge ist der Einfluss der Nichtlinearität klar zu erkennen. Dem kann mit einer Vorsteuerung entgegengewirkt werden. Auf eine Vorsteuerung wird jedoch verzichtet, da diese im späteren Verlauf durch das erwartete Rauschen der MRAS-basierten Regelung ungewollte Effekte mit sich bringt.

### 3.3 Aufbau des adaptiven Modells

Um die Drehzahl sensorlos zu erfassen, wird ein anpassbares Modell der PMSM eingesetzt. Dieses wird in Abbildung 3 als Adjustable Model dargestellt. Dieses soll aus den gemessenen Strangspannungen in rotorfesten Feldkoordinaten die fließenden Ströme in Feldkoordinaten ermitteln. Die rechnerisch ermittelten Ströme werden benötigt, um einen Abgleich mit den tatsächlich fließenden Strömen zu ermöglichen. Dabei wird das adaptive Modell ähnlich dem

elektrischen Anteil des Maschinenmodels aus Abbildung 4 aufgebaut. Jedoch ist dieses Modell ungenauigkeitsbehaftet. Diese Ungenauigkeiten machen sich durch Ungenauigkeiten in den Maschinenparametern bemerkbar. (Ungenauigkeitsbehaftete) Schätzwerte sind mit einem Dach ( $\hat{\cdot}$ ) gekennzeichnet, unter dem Zusammenhang, dass  $\hat{\square} = \square + \Delta \square$ . Dabei stellt  $\Delta \square$  die Parameterungenauigkeit dar. Daraus lassen sich folgende Zusammenhänge erschließen. Initialparameter des adaptiven Modells werden mit einem zusätzlichen „M“ im Index gekennzeichnet.

$$\hat{R}_S = R_S + \Delta R_S \quad (33)$$

$$\hat{R}_S = R_{SM} - \Delta \hat{R}_S \quad (34)$$

$$\hat{\omega} = \omega - \Delta \omega \quad (35)$$

$$\hat{\Psi}_{PM} = \Psi_{PM} + \Delta \Psi_{PM} \quad (36)$$

$$\hat{\Psi}_{PM} = \Psi_{PMM} - \Delta \hat{\Psi}_{PM} \quad (37)$$

$$\hat{L}_d = L_d + \Delta L_d \quad (38)$$

$$\hat{L}_d = L_{dM} - \Delta \hat{L}_d \quad (39)$$

$$\hat{L}_q = L_q + \Delta L_q \quad (40)$$

$$\hat{L}_q = L_{qM} - \Delta \hat{L}_q \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_d^\circ \\ \epsilon_q^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d^\circ \\ i_q^\circ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d^\circ \\ \hat{i}_q^\circ \end{bmatrix}$$

Daraus ergibt sich das Zustandsraummodell des adaptiven Modells bei aktiver Adaption aller Parameter (43).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\hat{R}_S}{\hat{L}_d} & \hat{\omega}_e \cdot \frac{\hat{L}_q}{\hat{L}_d} \\ -\hat{\omega}_e \cdot \frac{\hat{L}_d}{\hat{L}_q} & -\frac{\hat{R}_S}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{L}_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\hat{\Psi}_{PM}}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \hat{\omega}_e \quad (43)$$

Sowie die Zustandsraumdarstellung des adaptiven Modells bei inaktiver Adaption (44).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{SM}}{L_{dM}} & \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_{qM}}{L_{dM}} \\ -\hat{\omega}_e \cdot \frac{L_{dM}}{L_{qM}} & -\frac{R_{SM}}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{dM}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PMM}}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \hat{\omega}_e \quad (44)$$

Um eine Adaption der Parameter zu gewährleisten, müssen im adaptiven Modell zusätzliche Eingänge implementiert werden. Diese Eingänge werden an den entsprechenden Stellen von den Parametern subtrahiert oder addiert. In Abbildung 9 ist der Aufbau des adaptiven Modells mit Parameteradaption des Widerstands und der magnetischen Flussverkettung in Simulink dargestellt.

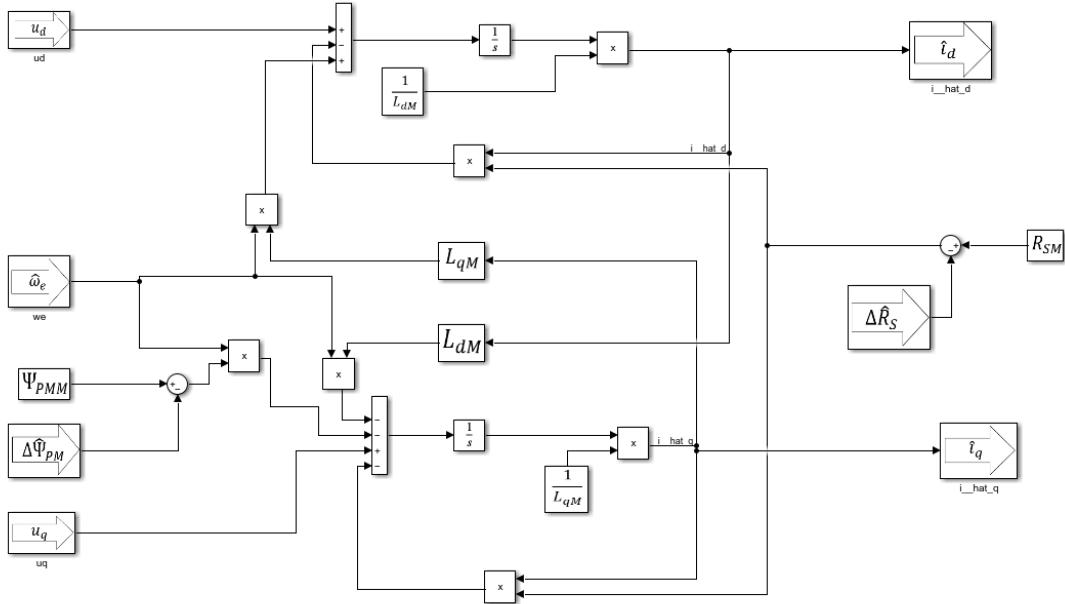


Abbildung 9: Simulink Blockschaltbild des adaptiven Modells

### 3.4 Sensorlose Drehzahlermittlung

Die aktuelle Drehzahl der PMSM kann mithilfe des Fehlervektors (42) ermittelt werden. Dafür muss ein Adaptionsmechanismus für das adaptive Modell implementiert werden, der die Drehzahl nachführt. Um dies zu realisieren, muss zunächst der Fehlervektor aufgestellt werden, aus dem im Anschluss auf Grundlage der Hyperstabilität das Adaptionsgesetz formuliert

werden kann (vgl. [2, S. 1086] [4, S. 4]). Um einen Adoptionsmechanismus für die Drehzahlermittlung auszulegen, muss der Stromfehler in Abhängigkeit des Drehzahlfehlers ermittelt werden. Dazu werden die Parameterabweichungen zwischen dem adaptiven Modell und der PMSM (Referenzmodell) vernachlässigt. Daraus ergibt sich folgende Zustandsraumdarstellung des adaptiven Modells (45):

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d(\hat{\omega}_e)}{dt} \\ \frac{di_q(\hat{\omega}_e)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \hat{\omega}_e \quad (45)$$

Der isolierte Stromfehlervektor lässt sich also durch Einsetzen von (45) und (5) in (42) ermitteln. Das resultierende Gleichungssystem lässt sich in einen linearen und einen nichtlinearen Anteil aufteilen (46). Der detaillierte Rechenweg ist im Anhang B.3 dargestellt.

$$\frac{d\vec{\epsilon}(\Delta\omega_e)}{dt} = \underline{A}_E \cdot \vec{\epsilon} + \overrightarrow{B}_E \cdot \Delta\omega_e = \underline{A}_E \cdot \vec{\epsilon} - \overrightarrow{W}_E \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d(\Delta\omega_e)}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q(\Delta\omega_e)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q \\ -\frac{L_d}{L_q} \cdot i_d - \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \Delta\omega_e \quad (47)$$

[4, S. 4]

Mithilfe von (47) lässt sich nun das in Abbildung 10 dargestellte Rückkopplungssystem aufbauen. Dieses ist nichtlinear und zeitlich veränderlich (vgl. [4, S. 4]).

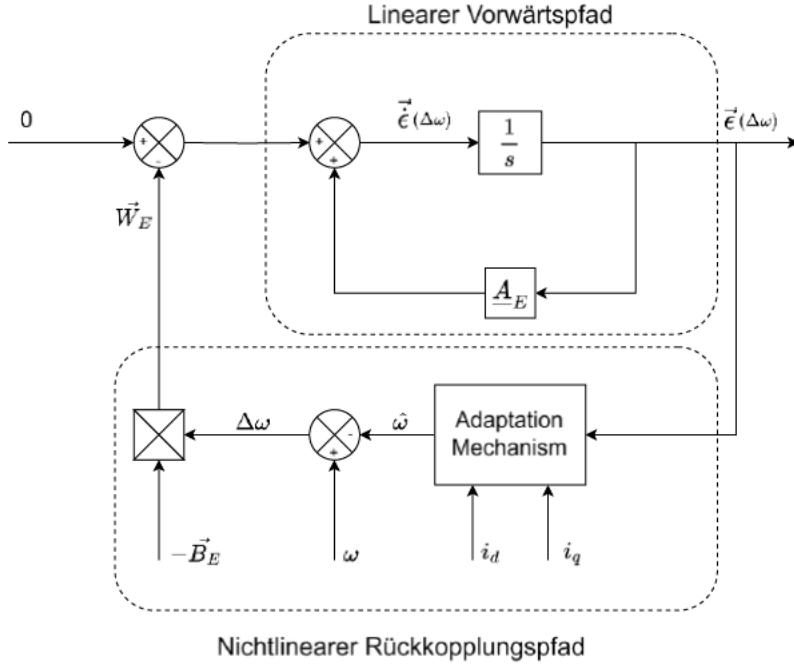


Abbildung 10: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem (vgl. [4, S. 4])

Wie in [4, S. 4-5] dargestellt, lässt sich die Drehzahl nach der Hyperstabilität von Popov über einen PI-Ansatz wie folgt ermitteln:

$$\hat{\omega}_e = A_2(\vec{\epsilon}) + \int_0^{t_0} A_1(\vec{\epsilon}) dt \quad (48)$$

$A_1(\vec{\epsilon})$  und  $A_2(\vec{\epsilon})$  sind dabei nichtlineare Funktionen von  $\epsilon_d, \epsilon_q$ . Eine Lösung für  $A_1(\vec{\epsilon})$  und  $A_2(\vec{\epsilon})$ , die das Hyperstabilitätskriterium erfüllt, ist nach Khlaief (49)-(50).

$$A_1 = K_1 \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{B}_E \quad (49)$$

$$A_2 = K_2 \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{B}_E \quad (50)$$

Durch Einsetzen von (50) und (49) in (48) ergibt sich

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_e &= K_1 \cdot \left( \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q \cdot \epsilon_d - \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d \cdot \epsilon_q - \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \epsilon_q \right) + \\ &+ K_2 \int_0^{t_0} \left( \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q \cdot \epsilon_d - \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d \cdot \epsilon_q - \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \epsilon_q \right) dt \end{aligned} \quad (51)$$

Da (51) die Struktur eines PI-Reglers besitzt, empfiehlt es sich,  $\vec{\epsilon} \cdot \vec{B}_E$  in Simulink nachzubilden und das Ausgangssignal in einen PI-Regler zu führen. Daraus lässt sich das in Abbildung 11 abgebildete Blockschaltbild ableiten.

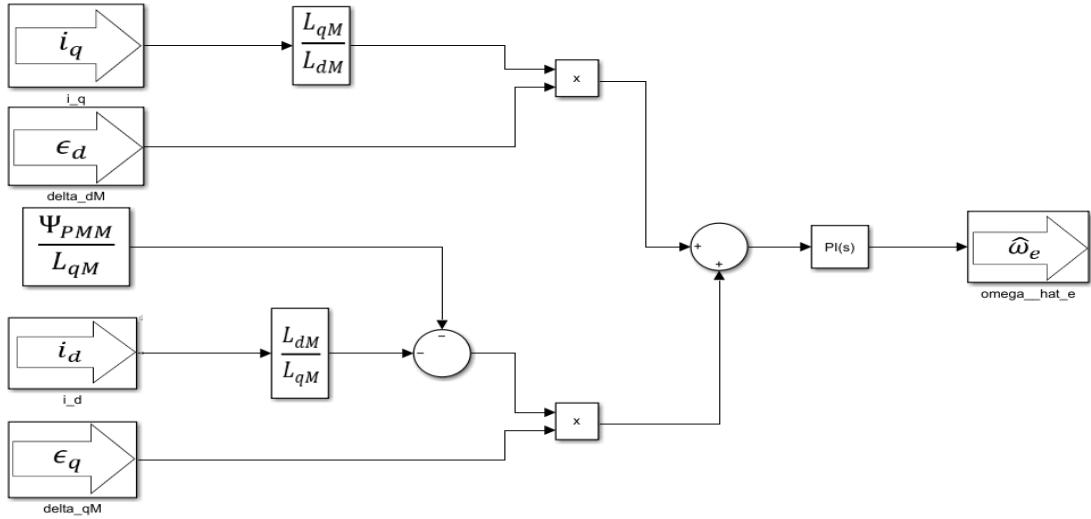


Abbildung 11: Nachbildung des Adoptionsgesetzes für  $\hat{\omega}_e$  in Simulink

Die Verstärkung und die Nachstellzeit des PI-Reglers werden empirisch ermittelt. Im Nachgang wird die Funktion des Adoptionsmechanismus im Vierquadrantenbetrieb überprüft. Die Ergebnisse sind in Abbildung 12 dargestellt. Die Solldrehzahl wird über eine Rampe mit einer Steigung von  $7000 \frac{1}{min}$  eingestellt. Laständerungen treten sprunghaft auf. Für die Abschätzung des elektrischen Drehwinkels wird die Drehzahl integriert.

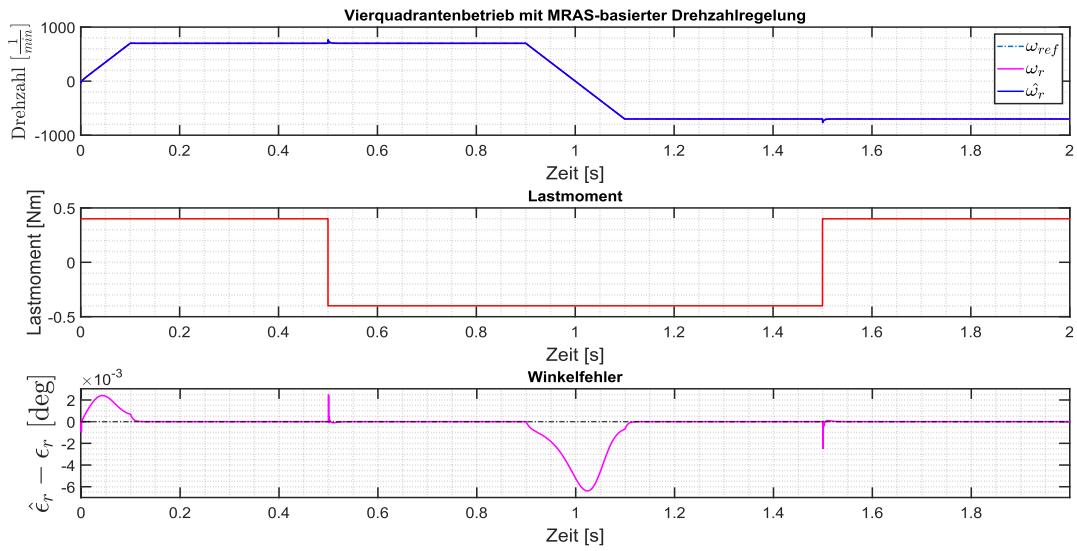


Abbildung 12: Vierquadrantenbetrieb mit MRAS-basierter Drehzahlregelung

Die ermittelte Drehzahl weicht in allen Quadranten nicht auffällig von der tatsächlichen Drehzahl ab. Auch der ermittelte elektrische Drehwinkel weicht lediglich kurzzeitig während dynamischer Prozesse vom tatsächlichen Rotorwinkel ab.

### 3.5 Auswirkung von Parameterungenauigkeiten auf die Drehzahlregelung

Bisherige Simulationsergebnisse sind unter Vernachlässigung von Parameterungenauigkeiten entstanden. Da die Maschinenparameter jedoch zeitliche Varianzen aufweisen, soll im Folgenden untersucht werden, welchen Einfluss Parameterungenauigkeiten auf die MRAS-basierte Drehzahlregelung haben. Dies kann Auskunft über die Relevanz einer Online-Parameteradaption geben. Dazu wird bei konstanter Drehzahl ein Parameter mit einer

Abweichung beaufschlagt.

**Four-quadrant operation of a MRAS-based controlled PMSM with parameter deviation of the stator resistance due to temperature fluctuations**

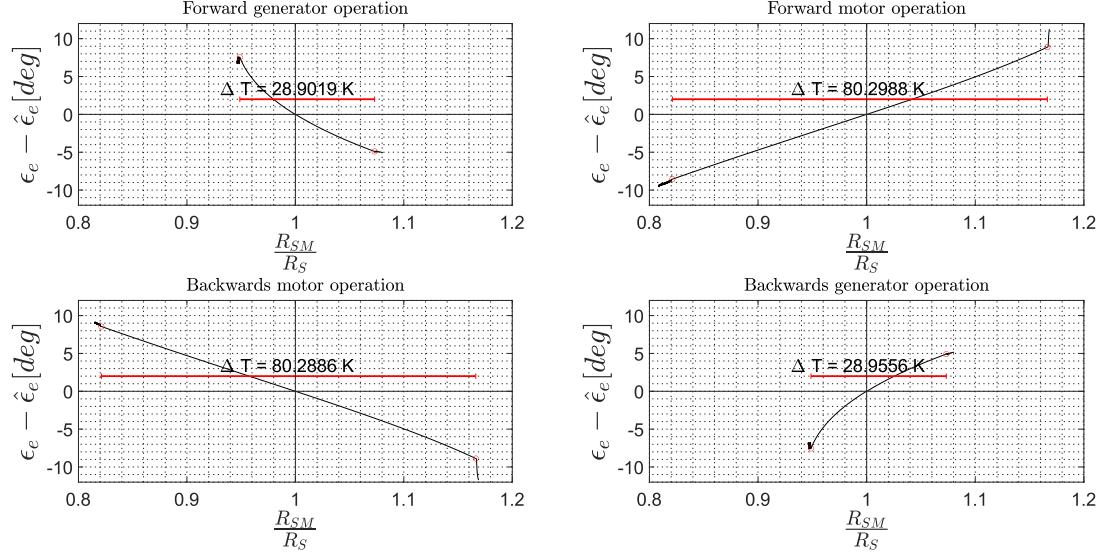


Abbildung 13: Winkelfehler in Abhängigkeit von  $\Delta R_S$  [5]

**Four-quadrant operation of a MRAS-based controlled PMSM with parameter deviation of the pole flux**

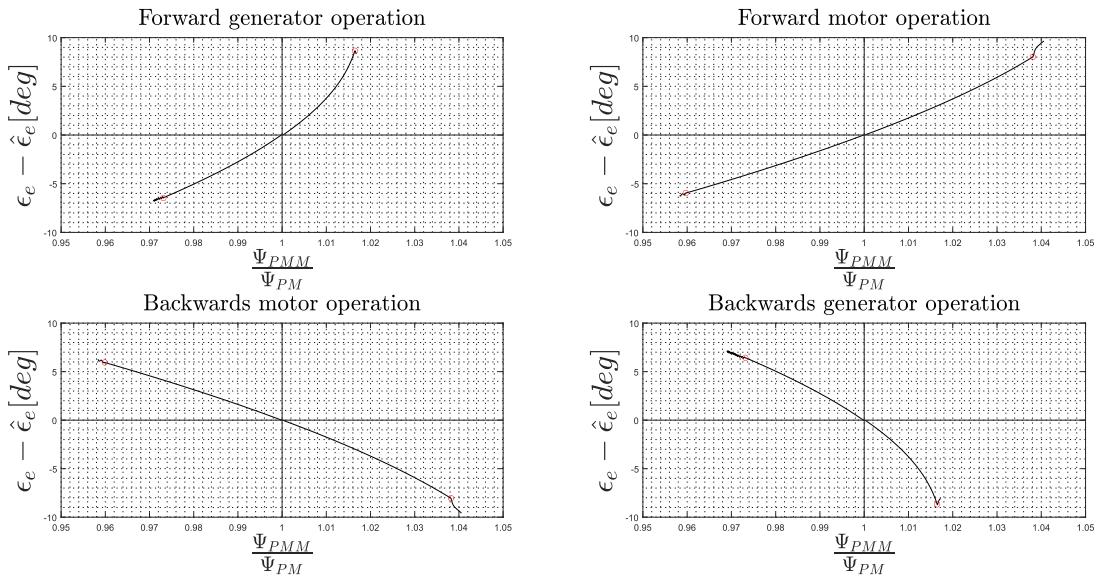


Abbildung 14: Winkelfehler in Abhängigkeit von  $\Delta \Psi_{PM}$

**Four-quadrant operation of a MRAS-based controlled PMSM with parameter deviation of the lateral axis inductivity**

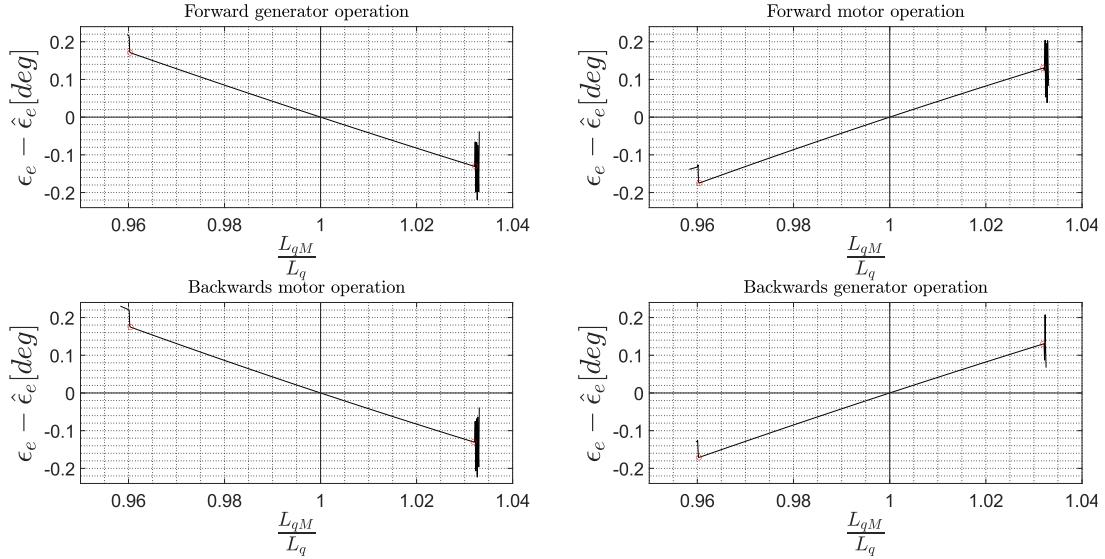


Abbildung 15: Winkelfehler in Abhängigkeit von  $\Delta L_q$

**Four-quadrant operation of a MRAS-based controlled PMSM with parameter deviation of the direct axis inductivity**

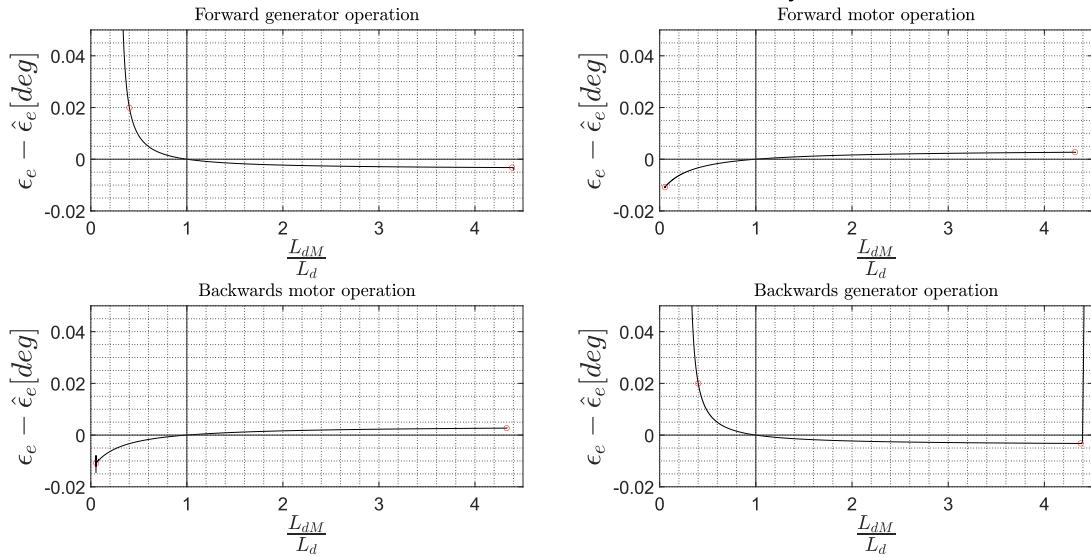


Abbildung 16: Winkelfehler in Abhängigkeit von  $\Delta L_d$

In Abbildung 13 bis Abbildung 16 werden die Auswirkungen von Parameterabweichungen auf den Winkelfehler dargestellt. Der stabile Arbeitsbereich ist rot gekennzeichnet. Im motorischen Betrieb bleibt das System bei Abweichung von  $R_{SM}$  von etwa  $-18\%$  bis  $+17\%$  stabil. Im generatorischen Betrieb toleriert das System Abweichungen von lediglich etwa  $-5\%$  bis  $+6\%$ , ehe das System instabil wird. Das spricht für eine erhöhte Sensitivität des Systems im generatorischen Betrieb. Unter Vernachlässigung des Proximity-Effekts und des Skin-Effekts lässt sich über den Statorwiderstand auf den zulässigen Temperaturbereich der Maschine schließen. Bei Vierquadrantenbetrieb beträgt das zulässige Betriebstemperaturband 28,9 K (siehe Abbildung 13). Dies unterstreicht die Notwendigkeit einer Online-Adaption des Statorwiderstands.

Empfindlicher reagiert das System auf Abweichungen der magnetischen Flussverkettung. Im motorischen Betrieb toleriert das System lediglich Abweichungen von  $\Psi_{PMM}$  von  $-4\%$  bis  $+3,8\%$ , ehe Instabilität auftritt. Im generatorischen Betrieb reagiert das System noch sensitiver, da die tolerierte Abweichung in diesen Quadranten lediglich  $-2,7\%$  bis  $+1,6\%$  beträgt, ehe das System instabil wird (siehe Abbildung 14). Dies bestätigt, dass auch die magnetische Flussverkettung online adaptiert werden soll.

Abweichungen der Induktivität der Querachse haben in allen Quadranten den gleichen Einfluss auf die Stabilität. Dabei reagiert das System stabil, solange die Abweichung von  $L_{qM}$  den Bereich  $-4\%$  bis  $+2,5\%$  nicht verlässt. Auffällig ist, dass der resultierende Winkelfehler im Verhältnis zu den bisher betrachteten Parameterabweichungen gering ausfällt (siehe Abbildung 15). Dadurch, dass Instabilitäten bei unterschiedlichen Winkelfehlern auftreten, lässt sich schließen, dass Instabilität nicht nur aus dem Winkelfehler selbst resultiert.

Den geringsten Einfluss in Hinsicht auf Stabilität, als auch auf den Winkelfehler haben Parameterabweichungen der Induktivität der Direktachse. In motorischen Quadranten bleibt das System bei Abweichungen von  $L_{dM}$  von  $-90\%$  bis  $+360\%$  stabil. Im generatorischen Betrieb toleriert das System Abweichungen von  $-60\%$  bis  $+350\%$  (siehe Abbildung 16). Derartig starke Abweichungen sind im Betrieb nicht zu erwarten. Daher ist die Notwendigkeit der Adaption dieses Parameters nicht so stark gegeben wie die Adaption der vorherigen Parameter. In 3.6.3 werden dennoch Überlegungen angestellt, wie eine Online-Parameteradaption umsetzbar ist.

### 3.6 Auslegung der Adoptionsmechanismen

Der aus den Parameterabweichungen resultierende Winkelfehler sorgt für eine betragsmäßig richtige Statorspannung, die allerdings um den Winkelfehler verschoben ist. Es ergibt sich ein verdrehter und betragsmäßig größerer Strom (vgl. [6, S. 39]). Darunter leidet die Effizienz der Maschine. Um den Winkelfehler geringzuhalten, empfiehlt es sich, die Parameter zu adaptieren. In diesem Kapitel soll die Vorgehensweise beschrieben werden, mit der sich Adoptionsgesetze formulieren lassen, mithilfe derer die Parameterabweichungen und somit auch der Winkelfehler stationär genau gegen Null geregelt werden können.

#### 3.6.1 Adoptionsmechanismus des Statorwiderstands

Die Vorgehensweise für die Auslegung des Adoptionsgesetzes für den Statorwiderstand ist dieselbe wie die in 3.4 vorgestellte. Parameterungenauigkeiten des Statorwiderstands verursachen eine Abweichung des rechnerisch ermittelten Stromvektors. Zunächst wird eine Zustandsraumdarstellung (52) in Abhängigkeit des geschätzten Statorwiderstands aufgestellt.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d(\hat{R}_S)}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q(\hat{R}_S)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\hat{R}_S}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{\hat{R}_S}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e \quad (52)$$

Mithilfe der Zustandsraumdarstellung (52) lässt sich nun die Zustandsraumdarstellung des Stromfehlers in Abhängigkeit von  $\Delta R_S$  aufstellen (53) (54).

$$\frac{d\vec{\epsilon}(\Delta R_S)}{dt} = \underline{A}_{RS} \cdot \vec{\epsilon} + \overrightarrow{B}_{RS} \cdot (-\Delta R_S) = \underline{A}_{RS} \cdot \vec{\epsilon} - \overrightarrow{W}_{RS} \quad (53)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon(\Delta R_S)}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q(\Delta R_S)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\hat{R}_S}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{\hat{R}_S}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{i_d}{L_d} \\ -\frac{i_q}{L_q} \end{bmatrix} \cdot (R_S - \hat{R}_S) \quad (54)$$

Der detaillierte Rechenweg ist dem Anhang B.4 zu entnehmen. Das resultierende Rückkopplungssystem ist in Abbildung 17 dargestellt.

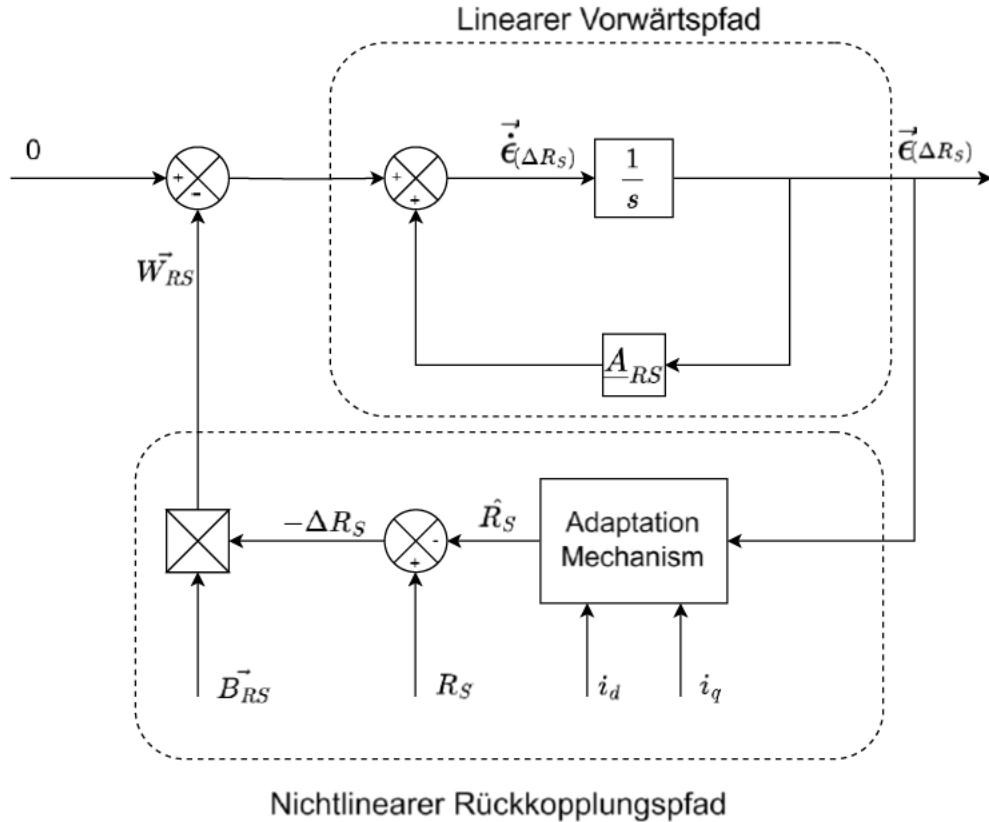


Abbildung 17: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von  $\vec{e}(\Delta R_S)$

Unter der Anwendung der Zusammenhänge (49) und (50) lässt sich somit folgendes Adoptionsgesetz formulieren:

$$-\Delta R_S = K_1 \cdot \left( -\frac{i_d}{L_d} \cdot \epsilon_d - \frac{i_q}{L_q} \cdot \epsilon_q \right) + K_2 \int_0^{t_0} \left( -\frac{i_d}{L_d} \cdot \epsilon_d - \frac{i_q}{L_q} \cdot \epsilon_q \right) dt \quad (55)$$

Aus (55) lässt sich das Blockschaltbild in Simulink ableiten, das in Abbildung 18 dargestellt wird. Die Eingänge sind der Fehlervektor und der Stromvektor. Der Ausgang ist die geschätzte

Parameterabweichung.

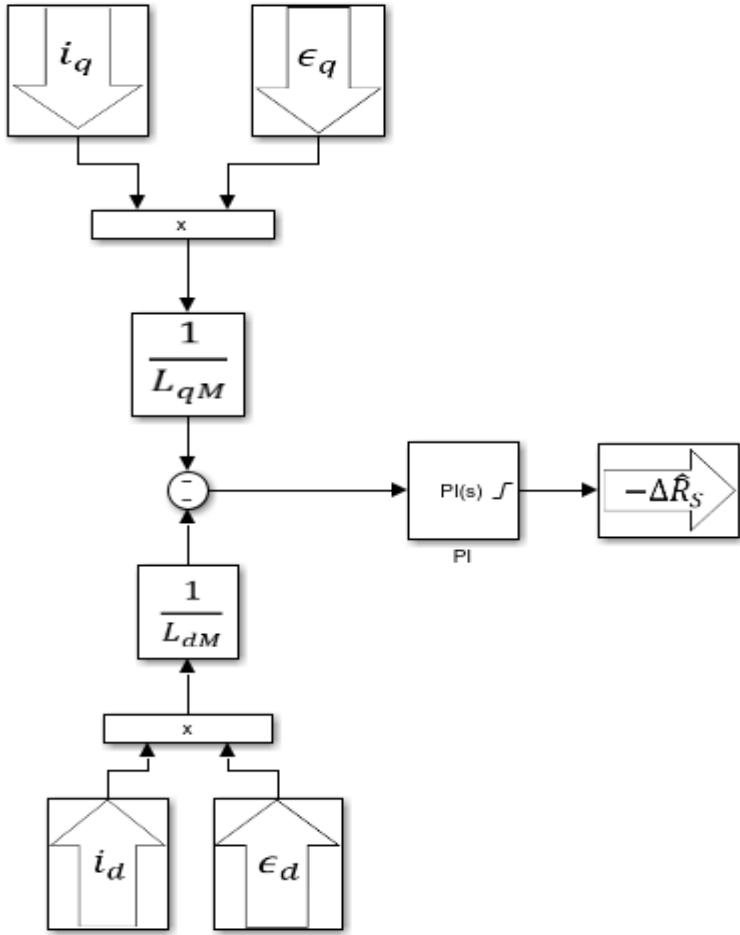


Abbildung 18: Blockschaltbild Adoptionsmechanismus von  $\hat{R}_S$  in Simulink

Die Synthese des PI-Reglers findet empirisch statt. Nach der Reglersynthese konvergiert der Statorwiderstand sowie der Winkelfehler. Das Konvergenzverhalten bei sprunghaften Änderungen ist in Abbildung 19 dargestellt. Dabei wird nach 0.75 Sekunden  $R_S$  sprunghaft um 15% reduziert.

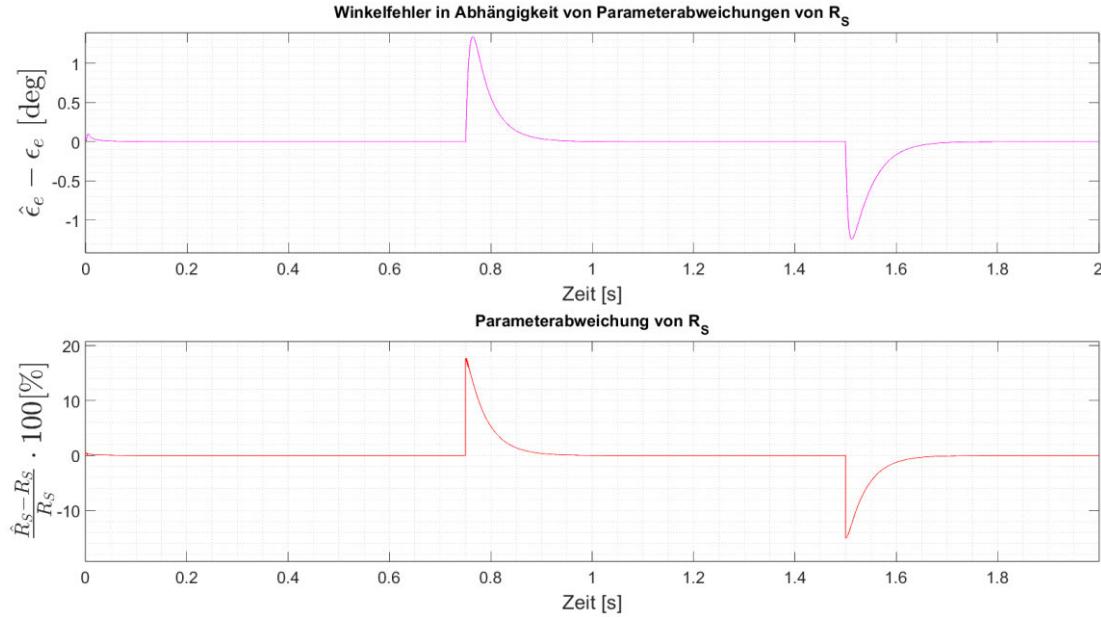


Abbildung 19: Konvergenzverhalten von Winkelfehler und Statorwiderstand bei rechtsgläufig motorischem Betrieb

Nach weiteren 0,75 Sekunden wird  $R_S$  sprunghaft um 15% erhöht. Innerhalb von unter 0,3 Sekunden konvergiert  $\hat{R}_S$  und ist dabei stationär genau. Das Systemverhalten der Regelkreisstruktur unter Verwendung der Adoptionsmechanismen wird in 4 vertieft betrachtet.

### 3.6.2 Adaption der magnetischen Flussverkettung

Khlaief hat sich in seinen Arbeiten auf die Drehzahlregelung und die Adaption des Statorwiderstands beschränkt [4] [7]. Im Folgenden soll überprüft werden, ob sich mit der dargestellten Methode zur Auslegung der Adoptionsmechanismen auch ein Adoptionsmechanismus auslegen lässt, mit dem die magnetische Flussverkettung adaptiert werden kann. Um den Adoptionsmechanismus für die magnetische Flussverkettung herzuleiten, wird demnach zuerst die entsprechende Zustandsraumdarstellung aufgestellt.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d(\Psi_{PM})}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q(\Psi_{PM})}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_S}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e \quad (56)$$

Mithilfe der Zustandsraumdarstellung (52) lässt sich nun die Zustandsraumdarstellung des Stromfehlers in Abhängigkeit von  $\Delta\Psi_{PM}$  aufstellen (57) (58).

$$\frac{d\vec{\epsilon}(\Delta\Psi_{PM})}{dt} = \underline{A}_{\Psi} \cdot \vec{\epsilon} + \overrightarrow{B}_{\Psi} \cdot \Delta\Psi_{PM} = \underline{A}_{\Psi} \cdot \vec{\epsilon} - \overrightarrow{W}_{\Psi} \quad (57)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon(\Delta\Psi_{PM})}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q(\Delta\Psi_{PM})}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\omega_e}{L_q} \end{bmatrix} \cdot (\Delta\Psi_{PM}) \quad (58)$$

Die Herleitung in detaillierter Form kann dem Anhang B.5 entnommen werden. Das resultierende Rückkopplungssystem ist in Abbildung 20 dargestellt.

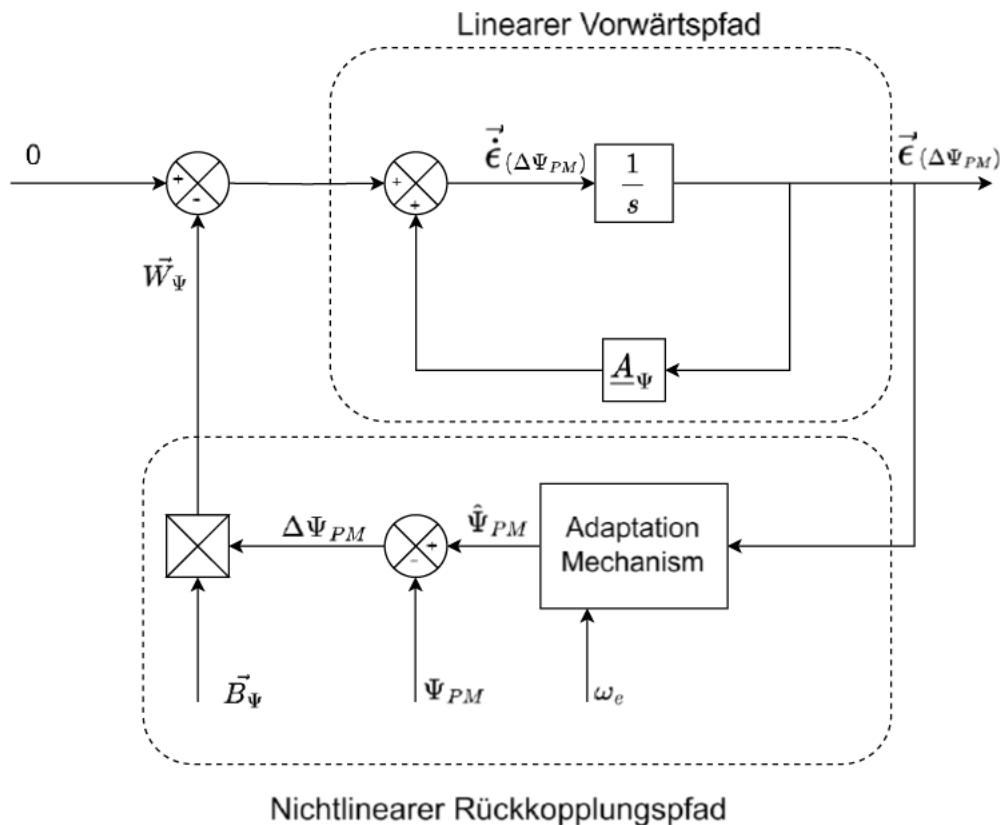


Abbildung 20: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von  $\vec{\epsilon}(\Delta\Psi_{PM})$

Unter der Anwendung der Zusammenhänge (49) und (50) lässt sich somit folgendes Adoptionsgesetz formulieren:

$$\Delta \Psi_{PM} = K_1 \cdot \left( \frac{\omega_e}{L_q} \cdot \epsilon_q \right) + K_2 \int_0^{t_0} \left( \frac{\omega_e}{L_q} \cdot \epsilon_q \right) dt \quad (59)$$

Aus (59) lässt sich das Blockschaltbild in Simulink ableiten, das in Abbildung 21 dargestellt wird. Die Eingänge sind der Fehlervektor und der Stromvektor. Der Ausgang ist die geschätzte Parameterabweichung.

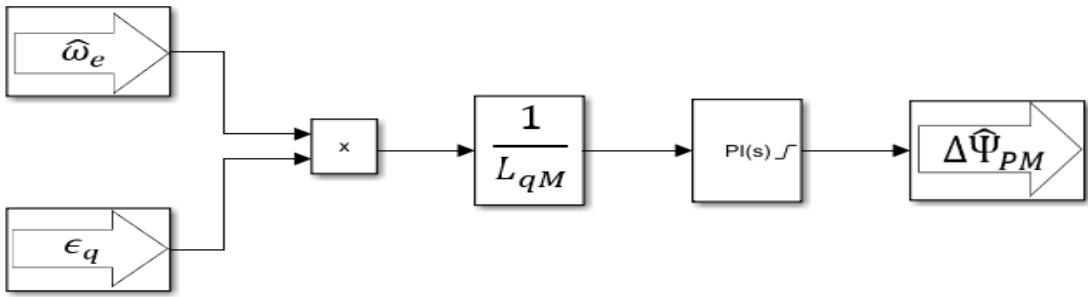


Abbildung 21: Aufbau des Adoptionsmechanismus von  $\hat{\Psi}_{PM}$  in Simulink

Auch die Synthese des PI-Reglers des Adoptionsmechanismus von  $\Psi_{PM}$  findet empirisch statt.

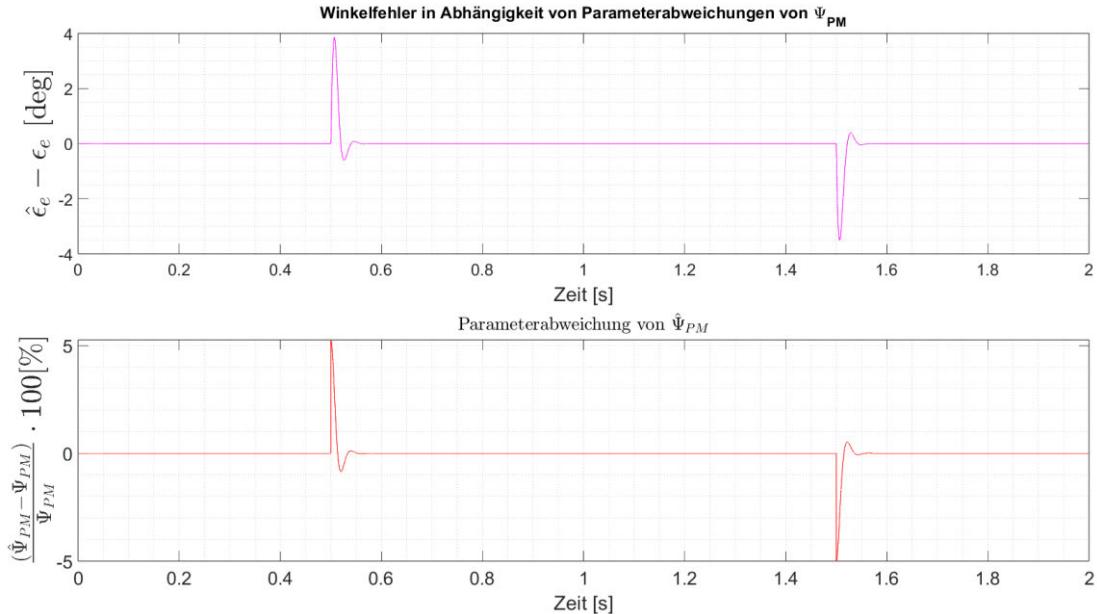


Abbildung 22: Konvergenzverhalten von Winkelfehler und magnetischer Flussverkettung bei rechtsläufig motorischem Betrieb

Nach der Synthese konvergiert auch  $\hat{\Psi}_{PM}$  und somit auch der Winkelfehler. Das Konvergenzverhalten bei sprunghaften Änderungen ist in Abbildung 22 dargestellt. Dabei wird  $\Psi_{PM}$  nach 0,5 Sekunden sprunghaft um 5 % reduziert. Nach einer weiteren Sekunde wird  $\Psi_{PM}$  sprunghaft um 5 % erhöht. Der Adoptionsmechanismus weist ein konvergentes und stationär genaues Verhalten auf. Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass das von Khlaief beschriebene Verfahren für die Auslegung der Adoptionsmechanismen auch auf weitere Parameter anwendbar ist als nur auf die Drehzahl und den Statorwiderstand. Das Systemverhalten der Regelkreisstruktur unter Verwendung der Adoptionsmechanismen wird in 4 vertieft betrachtet.

### 3.6.3 Adaption der Induktivität der Direktachse

Nachdem die Adaption des Statorwiderstands und der magnetischen Flussverkettung konvergiert, soll nun ein Adoptionsmechanismus ausgelegt werden, der die Adaption der Induktivität der Direktachse ermöglicht. Dazu wird erneut zunächst die Zustandsraumdarstellung in Abhängigkeit von  $\hat{L}_d$  aufgestellt.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d(\hat{L}_d)}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q(\hat{L}_d)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{\hat{L}_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{\hat{L}_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{\hat{L}_d}{L_q} & -\frac{R_S}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{L}_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e \quad (60)$$

Mithilfe der Zustandsraumdarstellungen (60) und (52) lässt sich nun die Zustandsraumdarstellung des Stromfehlers in Abhängigkeit von  $\Delta L_d$  aufstellen (61) (62).

$$\frac{d\vec{\epsilon}(\Delta L_d)}{dt} = \underline{A}_{Ld} \cdot \vec{\epsilon} + \overrightarrow{B}_{Ld} \cdot \Delta L_d = \underline{A}_{Ld} \cdot \vec{\epsilon} - \overrightarrow{W}_{Ld} \quad (61)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d(\Delta L_d)}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q(\Delta L_d)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{\hat{L}_d} & \omega_e \cdot L_q \\ -\frac{\omega_e}{L_q} & -\frac{R_S}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d \cdot \hat{L}_d} \cdot (u_d - R_S \cdot i_d - \omega_e \cdot L_q) \\ \frac{\omega_e}{L_q} \cdot i_d \end{bmatrix} \cdot (\Delta L_d) \quad (62)$$

Die Herleitung von (62) ist in detaillierter Form im Anhang B.6 beschrieben. Das resultierende Rückkopplungssystem ist in Abbildung 23 dargestellt. Unter der Anwendung der Zusammenhänge (49) und (50) lässt sich somit folgendes Adoptionsgesetz formulieren:

$$\begin{aligned} \Delta L_d = & K_1 \cdot \left( \epsilon_d \cdot (u_d - R_S \cdot i_d - \omega_e \cdot L_q) + \epsilon_q \cdot \frac{\omega_e}{L_q} \cdot i_d \right) \\ & + K_2 \int_0^{t_0} \left( \epsilon_d \cdot (u_d - R_S \cdot i_d - \omega_e \cdot L_q) + \epsilon_q \cdot \frac{\omega_e}{L_q} \cdot i_d \right) dt \end{aligned} \quad (63)$$

Der Aufbau des Adoptionsgesetzes in Simulink ist in Abbildung 24 dargestellt. Die Eingänge sind der Statorstrom der Direktachse, die Statorspannung der Direktachse sowie die aktuelle Drehfrequenz. Wie auch bei den vorigen Adoptionsmechanismen findet die Reglersynthese empirisch statt. Aus Abbildung 25 geht hervor, dass auch die Adaption von  $\hat{L}_d$  nach der Synthese konvergiert.

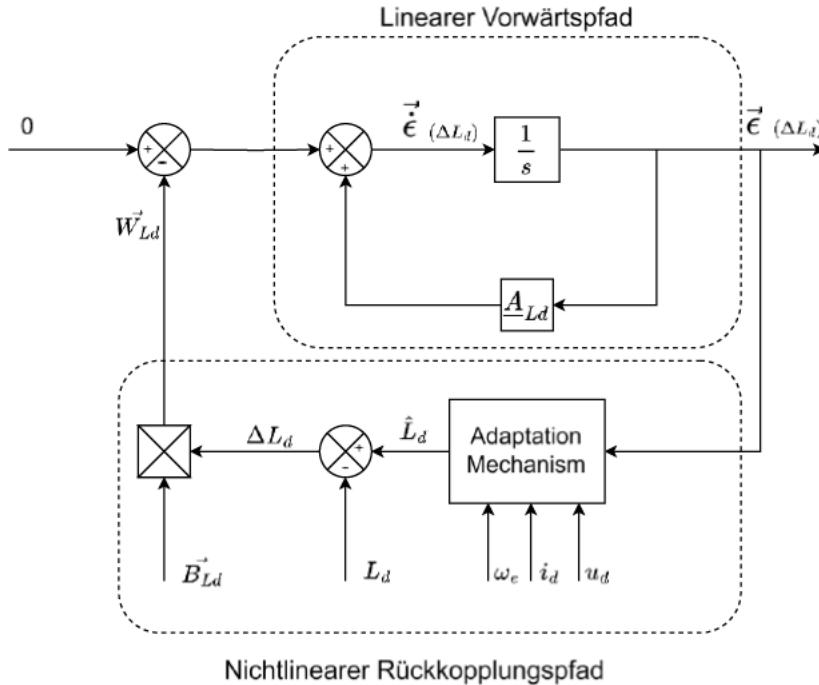


Abbildung 23: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von  $\vec{\epsilon}(\Delta L_d)$

$L_d$  wird nach 0,5 Sekunden sprungförmig um 25 % reduziert. Nach einer weiteren Sekunde wird  $L_d$  sprungförmig um 25 % erhöht. Es bestätigt sich die Beobachtung aus Abbildung 16, dass der Winkelfehler auch bei sprungförmigen Störungen gering ausfällt.

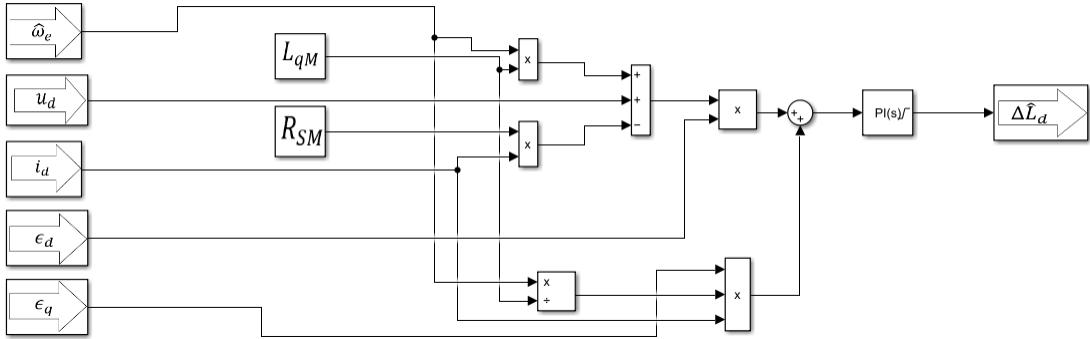


Abbildung 24: Aufbau des Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_d$  in Simulink

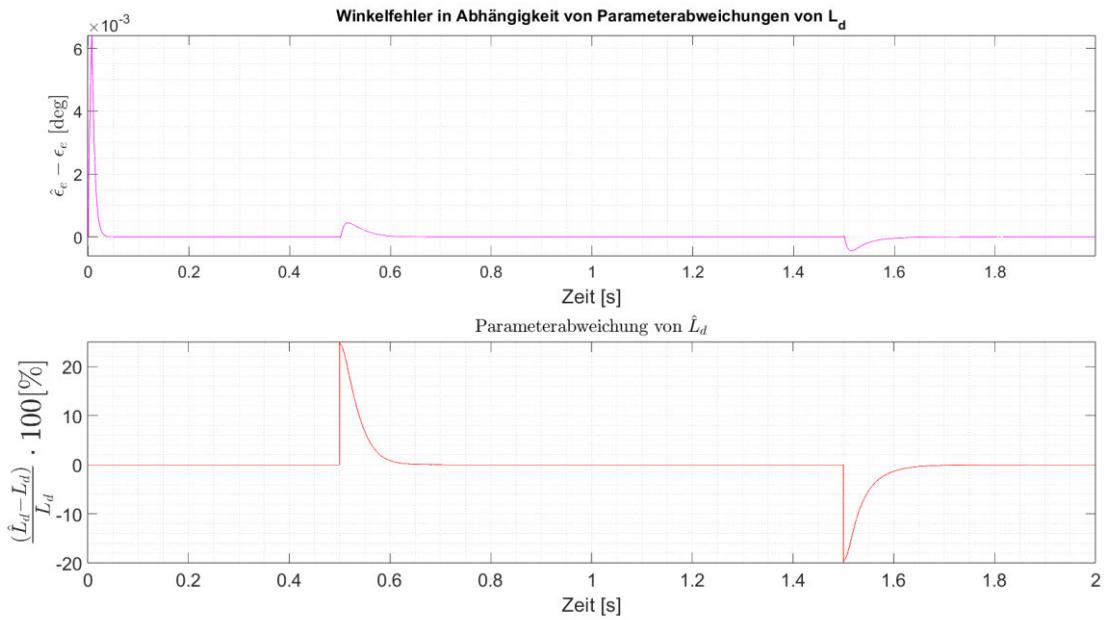


Abbildung 25: Konvergenzverhalten von Winkelfehler und Induktivität der Direktachse bei rechtsläufig motorischem Betrieb

### **3.6.4 Adaption der Induktivität der Querachse**

Zuletzt soll ein Adoptionsmechanismus ausgelegt werden, der es ermöglicht, die Induktivität der Querachse zu adaptieren. Dazu wird zunächst die Zustandsraumdarstellung in Abhängigkeit von  $\hat{L}_q$  aufgestellt.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d(\hat{L}_q)}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q(\hat{L}_q)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{\hat{L}_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{\hat{L}_d}{\hat{L}_q} & -\frac{R_S}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e \quad (64)$$

Mithilfe der Zustandsraumdarstellungen (64) und (52) lässt sich nun die Zustandsraumdarstellung des Stromfehlers in Abhängigkeit von  $\Delta L_d$  aufstellen (61) (62).

$$\frac{d\vec{\epsilon}(\Delta L_q)}{dt} = \underline{A}_{Lq} \cdot \vec{\epsilon} + \vec{B}_{Lq} \cdot \Delta L_q = \underline{A}_{Lq} \cdot \vec{\epsilon} - \vec{W}_{Lq} \quad (65)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon(\Delta L_q)}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q(\Delta L_q)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S}{L_d} & \omega_e \cdot \hat{L}_q \\ -\frac{\omega_e}{\hat{L}_q} & -\frac{R_S}{\hat{L}_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\omega_e}{L_d} \cdot i_d \\ -\frac{1}{L_d \cdot \hat{L}_q} \cdot (\omega_e \cdot L_d \cdot i_d + R_S \cdot i_q - u_q + \Psi_{PM} \cdot \omega_e) \end{bmatrix} \cdot (\Delta L_q)$$

Die Herleitung von (62) ist in detaillierter Form im Anhang B.7 beschrieben. Das resultierende Rückkopplungssystem ist in Abbildung 26 dargestellt.

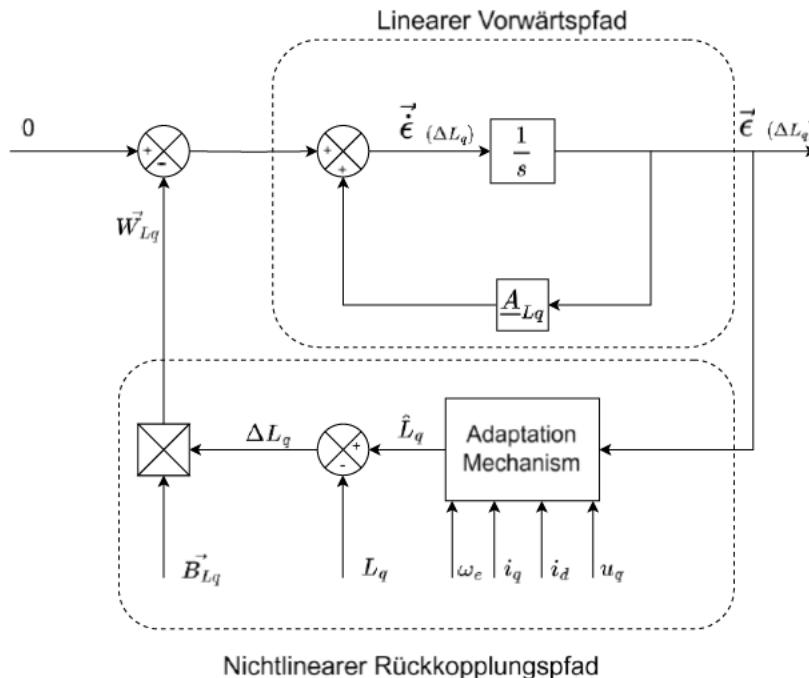


Abbildung 26: Nichtlineares und zeitvariantes Rückkopplungssystem von  $\vec{\epsilon}(\Delta L_q)$

Unter der Anwendung der Zusammenhänge (49) und (50) lässt sich somit folgendes Adoptionsgesetz formulieren:

$$\begin{aligned} \Delta L_q = & K_1 \cdot \left( \epsilon_d \cdot \frac{\omega_e}{L_d} \cdot i_d - \epsilon_q \cdot (\omega_e \cdot L_d \cdot i_d + R_S \cdot i_q - u_q + \Psi_{PM} \cdot \omega_e) \right) \\ & + K_2 \int_0^{t_0} \left( \epsilon_d \cdot \frac{\omega_e}{L_d} \cdot i_d - \epsilon_q \cdot (\omega_e \cdot L_d \cdot i_d + R_S \cdot i_q - u_q + \Psi_{PM} \cdot \omega_e) \right) dt \end{aligned} \quad (67)$$

Die Nachbildung des Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_q$  (67) ist in Abbildung 27 dargestellt. Die Eingänge sind der Fehlervektor, die gemessenen Statorströme, die Statorspannung der Querachse sowie die elektrische Drehfrequenz.

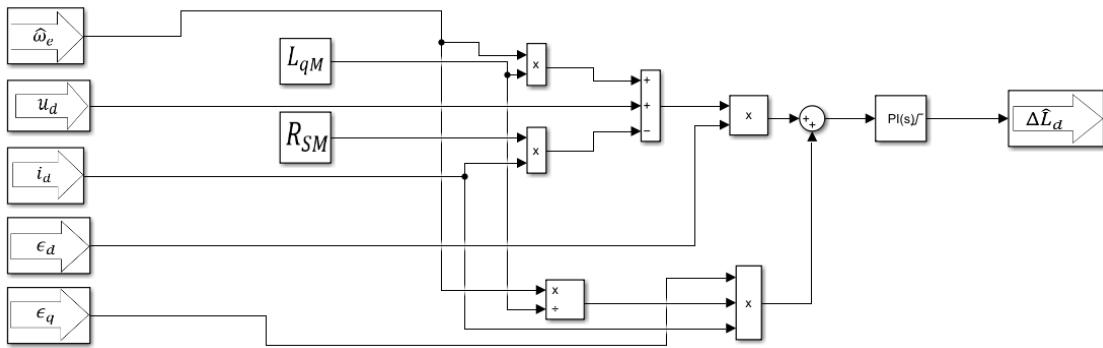


Abbildung 27: Aufbau des Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_q$  in Simulink

Eine empirische Reglersynthese bleibt erfolglos. Die Sensitivität des Systems führt zu einer Instabilität bei einer zu hohen Wahl des Proportionalanteils. Demgegenüber resultiert ein zu geringer Proportionalanteil in einer Trägheit des Systems, die einen sinnvollen Einsatz dieses Adoptionsmechanismus verhindert. Das Verhalten von  $\hat{L}_q$  ist in Abbildung 28 dargestellt. Dabei wird  $L_q$  nach 0,5 Sekunden sprunghaft um 2,5 % reduziert. Nach einer weiteren Sekunde wird  $L_q$  sprunghaft um 2,5 % erhöht. Es ist weder ein Konvergenzverhalten noch eine stationäre Genauigkeit nachweisbar. Auch das sinusförmige Anregen des Statorstroms der Direktachse sowie das sinusförmige Anregen des Winkelfehlers resultieren nicht in einer Verbesserung des Konvergenzverhaltens.

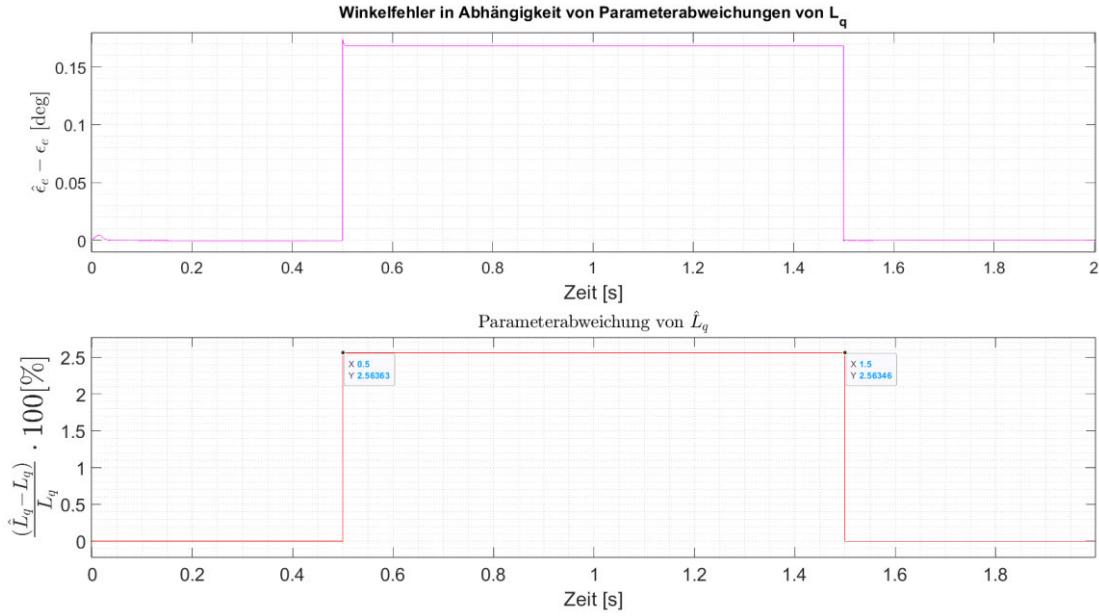


Abbildung 28: Trägheit des Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_q$

## 4 Simulationsergebnisse

Nachdem die Synthese der Adoptionsmechanismen abgeschlossen ist, wird in diesem Kapitel analysiert, ob der Vierquadrantenbetrieb weiterhin gewährleistet ist und ob eine simultane Adaption mehrerer Parameter möglich ist. Die Adaption von  $\hat{L}_q$  wird dabei vernachlässigt, da dieser Adoptionsmechanismus nicht konvergiert.

### 4.1 Vierquadrantenbetrieb

Um zu prüfen, ob der Vierquadrantenbetrieb weiterhin gewährleistet ist, wird jeder Quadrant kurzzeitig durchlaufen. Die Parameter der PMSM werden dabei nicht mit Störungen beaufschlagt. Um das Systemverhalten in vier Quadranten zu untersuchen, wird jeder Quadrant

## Simulationsergebnisse

---

separat simuliert. Dabei wird innerhalb des Quadranten das Lastmoment konstant bei  $|m_w| = 0,4 \text{ Nm}$  gehalten. Die Drehzahl wird dabei rampenförmig mit einer Sollwertsteigung von  $|a_\omega| = 14000 \frac{1}{\text{s} \cdot \text{min}}$  auf eine mechanische Drehfrequenz von  $|\omega_r| = 700 \frac{1}{\text{min}}$  beschleunigt.

In Abbildung 29 wird der Vierquadrantenbetrieb der PMSM mit aktiver Adaption von  $\hat{R}_S$  dargestellt. Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass  $\hat{R}_S$  nicht in allen Quadranten konvergiert.

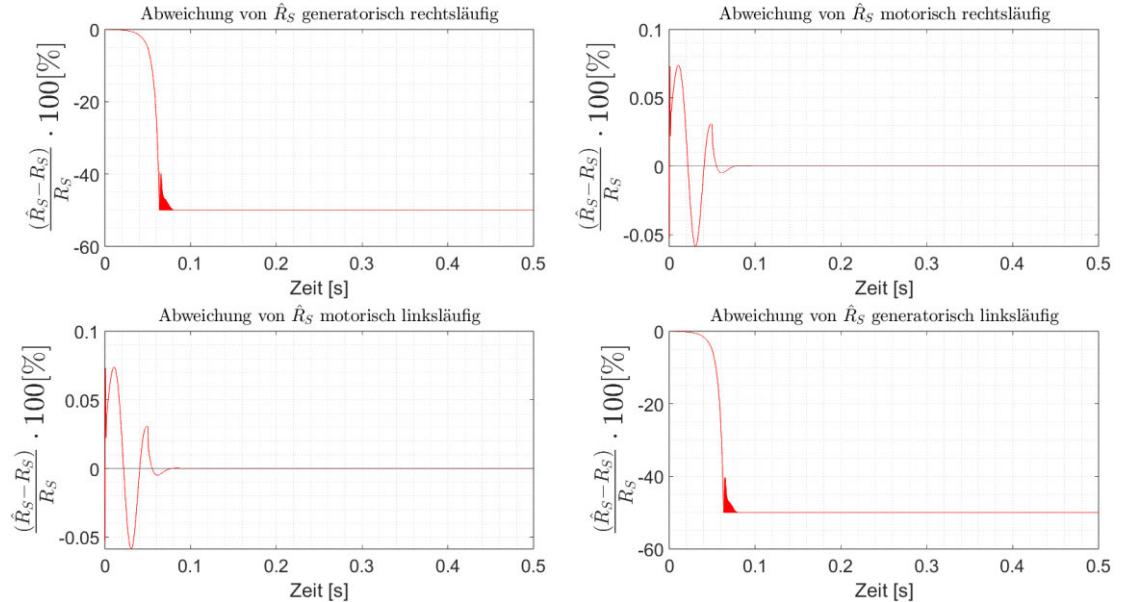


Abbildung 29: Adaptionsverhalten von  $\hat{R}_S$  in vier Quadranten

Mit Wechsel in den generatorischen Betrieb zeigt  $\hat{R}_S$  ein divergentes Verhalten. Der PI-Regler erreicht die Sättigungsgrenze. Um das Konvergenzverhalten von  $\hat{R}_S$  zu gewährleisten, wird  $i_d$  sinusförmig angeregt. In Abbildung 30 wird das Adaptionsverhalten von  $\hat{R}_S$  unter sinusförmiger Anregung von  $i_d$  dargestellt. Während der dynamischen Prozesse weicht  $\hat{R}_S$  um bis zu 0,4 % von  $R_S$  ab. Die Einschwingvorgänge sind verrauscht. Es ist die Frequenz der Anregung erkennbar. Zudem fällt die Einschwingdauer in den motorischen Quadranten deutlich länger aus als in den generatorischen Quadranten. Das Konvergenzverhalten der weiteren Adaptionsmechanismen wird, wenn nicht anders angegeben, ohne die sinusförmige Anregung von  $i_d$  untersucht. Wenn es nicht anders angegeben ist, bleiben die Steigung der rampenförmigen Solldrehfrequenz, der Betrag der Solldrehfrequenz sowie der Betrag der Last

## Simulationsergebnisse

---

zwischen den Simulationen unverändert.

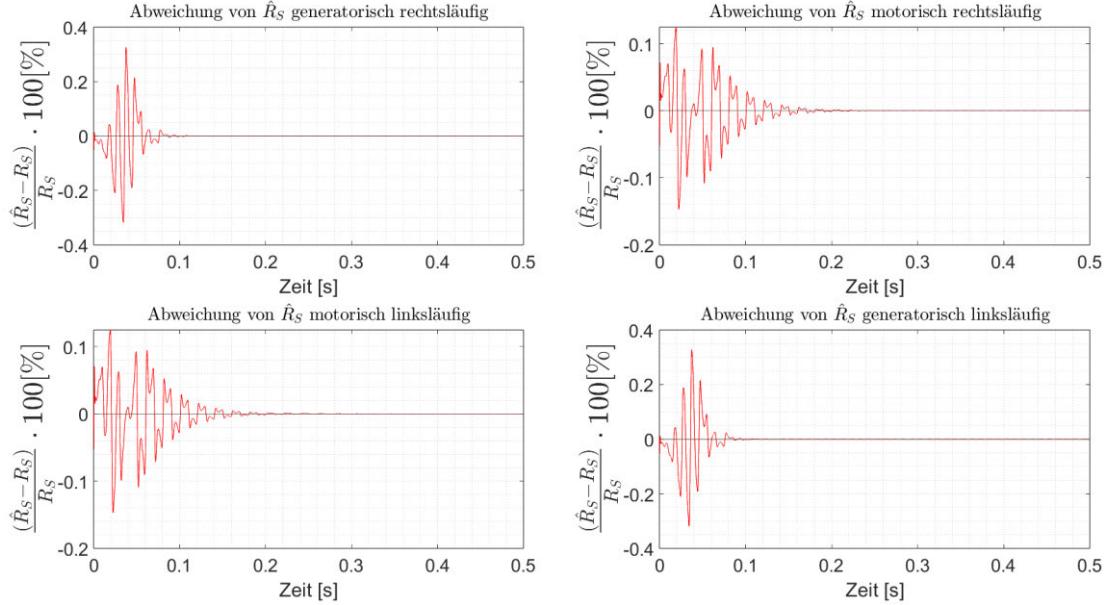


Abbildung 30: Adoptionsverhalten von  $\hat{R}_S$  in vier Quadranten unter Anregung von  $i_d$

Als Nächstes wird das Konvergenzverhalten von  $\hat{\Psi}_{PM}$  in vier Quadranten untersucht. Dazu wird die Adaption von  $\hat{\Psi}_{PM}$  aktiviert, während die Adaption anderer Parameter deaktiviert bleibt. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 31 dargestellt. Auch dieser Adoptionsmechanismus weist ein divergentes Verhalten im generatorischen Betrieb auf. Auch die Anregung von  $i_d$  resultiert nicht in einem Konvergenzverhalten. Der Wechsel des Vorzeichens von  $\Delta\hat{\Psi}_{PM}$  resultiert in Konvergenz und stationärer Genauigkeit im generatorischen Betrieb, jedoch in Divergenz im motorischen Betrieb. Um eine Konvergenz in allen Quadranten zu gewährleisten, ist demnach ein Vorzeichenwechsel in den generatorischen Quadranten vonnöten. Für die Umsetzung wird der Adoptionsmechanismus aus Abbildung 21 erweitert. Um festzustellen, ob die Maschine generatorisch oder motorisch betrieben wird, wird das elektrische Moment betrachtet.

## Simulationsergebnisse

---

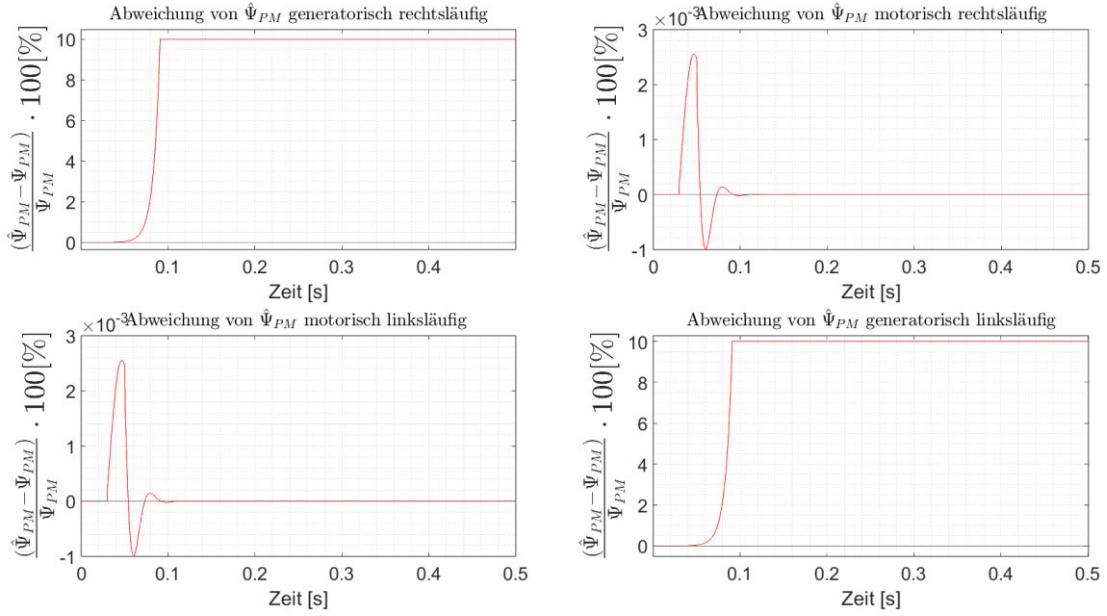


Abbildung 31: Adoptionsverhalten von  $\hat{\Psi}_{PM}$  in vier Quadranten

Dieses ist negativ im generatorisch-rechtsläufigen Quadranten sowie im motorisch-linksläufigen Quadranten. Wird ein Vorzeichenwechsel darüber realisiert, konvergiert die Adaption in den beiden rechtsläufigen Quadranten. Die Adaption divergiert in den beiden linksläufigen Quadranten. Um einen Vorzeichenwechsel bei Betrieb in den linksläufigen Quadranten umzusetzen, genügt es, anstelle der Drehfrequenz den Betrag dieser zu verwenden. Die Umsetzung der Modifikation des Adoptionsmechanismus wird in Abbildung 32 veranschaulicht. Dabei wird das elektrische Moment der PMSM stark verstärkt, um zu verhindern, dass der Ausgang des Reglers mit einem Wert multipliziert wird, dessen Betrag kleiner als Eins ist. Um zu verhindern, dass der Betrag größer als Eins ist, erfährt dieses Signal noch eine Sättigung mit den Grenzen -1 und 1. Der Verstärkungsfaktor kann angepasst werden, je nachdem, ob eine steile oder flache Flanke für die Kommutierung verwendet werden soll.

## Simulationsergebnisse

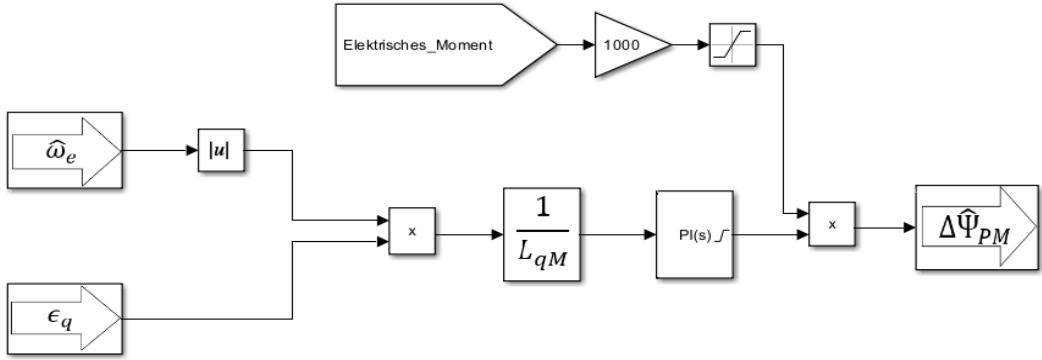


Abbildung 32: Modifizierter Adaptsionsmechanismus von  $\hat{\Psi}_{PM}$

Unter Verwendung des modifizierten Adaptsionsmechanismus von  $\hat{\Psi}_{PM}$  ergibt sich das in Abbildung 33 dargestellte Konvergenzverhalten.

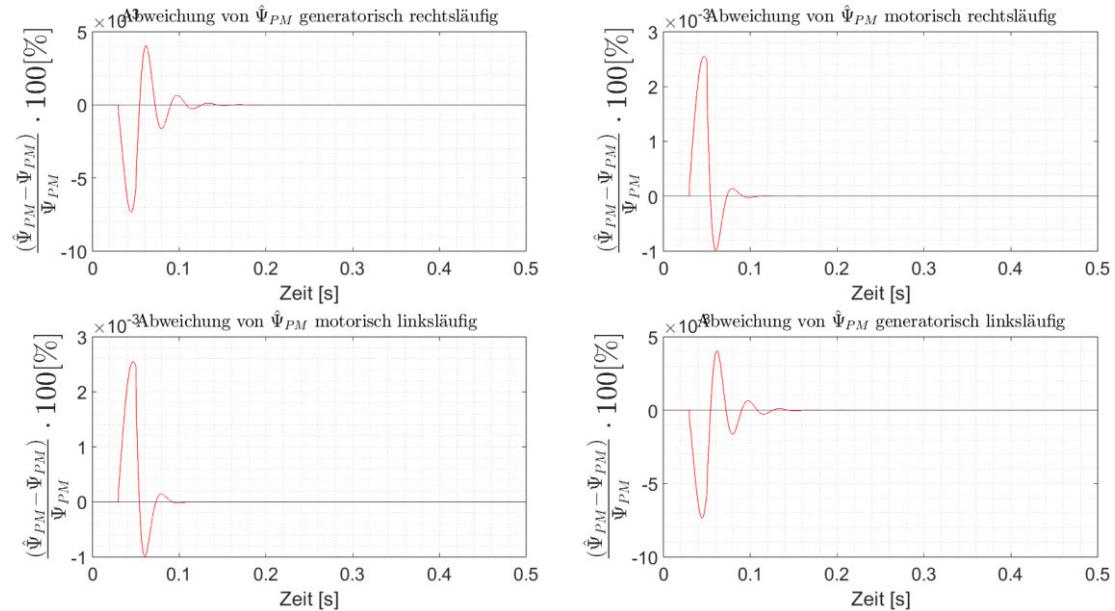


Abbildung 33: Adaptsionsverhalten von  $\hat{\Psi}_{PM}$  in vier Quadranten unter Verwendung des modifizierten Adaptsionsmechanismus

Die Konvergenz von  $\hat{\Psi}_{PM}$  ist in allen Quadranten gewährleistet. Die Adaption weist in den motorischen Quadranten ein betragsmäßig besseres und schnelleres Einschwingverhalten auf als in den generatorischen Quadranten.

## Simulationsergebnisse

Zuletzt soll das Konvergenzverhalten von  $\hat{L}_d$  im Vierquadrantenbetrieb untersucht werden. Die Simulation bleibt dabei unverändert. Lediglich werden die Adaptionen von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  deaktiviert, wohingegen die Adaption von  $\hat{L}_d$  aktiviert wird. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 34 dargestellt.

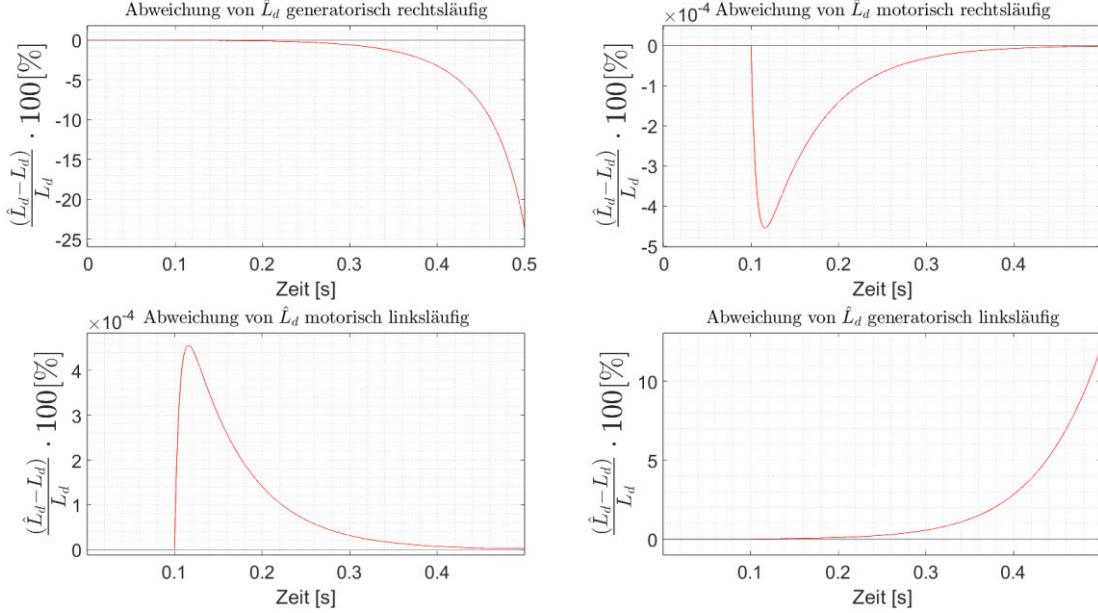


Abbildung 34:Adoptionsverhalten von  $\hat{L}_d$  in vier Quadranten

Erneut weist die Adaption ein divergentes Verhalten in den generatorischen Quadranten auf. Eine Anregung von  $i_d$  hatte auch in diesem Fall kein Konvergenzverhalten, in allen Quadranten zufolge. Der Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_d$ , wie er in Abbildung 24 dargestellt ist, kann auf dieselbe Art und Weise modifiziert werden wie bereits der Adoptionsmechanismus von  $\hat{\Psi}_{PM}$ . Der Aufbau des modifizierten Adoptionsmechanismus in Simulink ist in Abbildung 35 dargestellt.

## Simulationsergebnisse

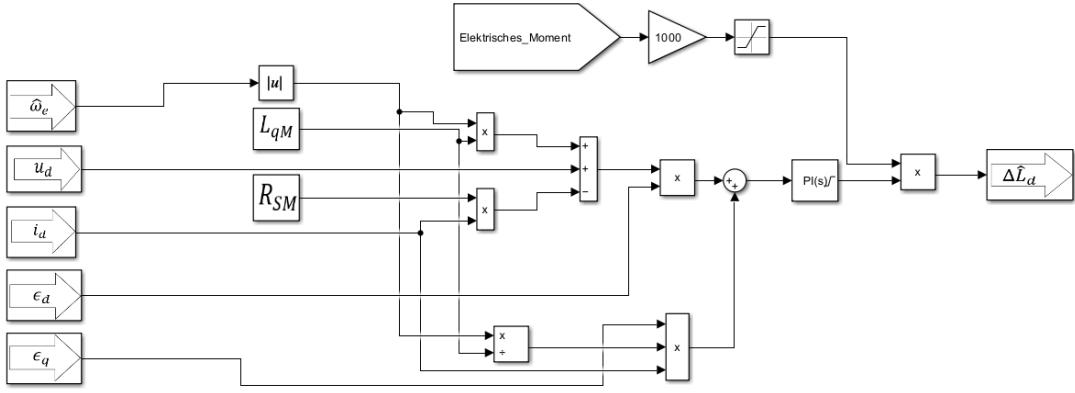


Abbildung 35: Modifizierter Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_d$

Unter Verwendung des modifizierten Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_d$  ergibt sich das in Abbildung 36 dargestellte Systemverhalten.

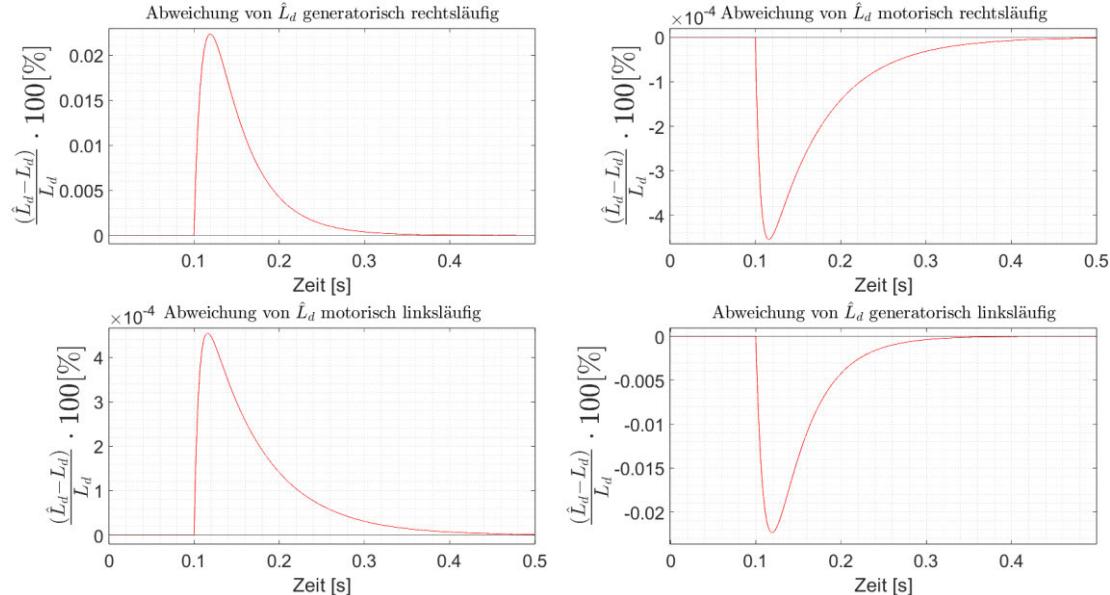


Abbildung 36: Adoptionsverhalten von  $\hat{L}_d$  in vier Quadranten unter Verwendung des modifizierten Adoptionsmechanismus

Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass auch die Adaption von  $\hat{L}_d$  ein Konvergenzverhalten in allen Quadranten aufweist. Konform zum Konvergenzverhalten der Adaption von  $\hat{\Psi}_{PM}$  weist die Adaption von  $\hat{L}_d$  ein besseres Einschwingverhalten in den motorischen Quadranten auf als in den generatorischen.

## 4.2 Simultanadaption

Da nun das Konvergenzverhalten der einzelnen Parameter gewährleistet ist (mit Ausnahme von  $L_q$ ), soll nun das Systemverhalten untersucht werden, bei simultaner Adaption mehrerer Parameter. Um die Problematiken dabei zu verdeutlichen, wird zunächst auf die Anregung von  $i_d$  verzichtet. Stattdessen wird sich auf den Betrieb im motorisch rechtsläufigen Quadranten beschränkt. Zunächst wird eine simultane Adaption von Statorwiderstand und magnetischer Flussverkettung angestrebt. Dazu wird eine Simulation aufgesetzt, bei der sowohl die Adaption von  $\hat{R}_S$  als auch die Adaption von  $\hat{\Psi}_{PM}$  aktiv sind. Rampenförmig wird eine Solldrehzahl von  $700 \frac{1}{min}$  eingestellt. Das Adaptionsverhalten der beiden Parameter sowie der Winkelfehler und die Drehzahlregelung sind in Abbildung 37 gegenübergestellt.

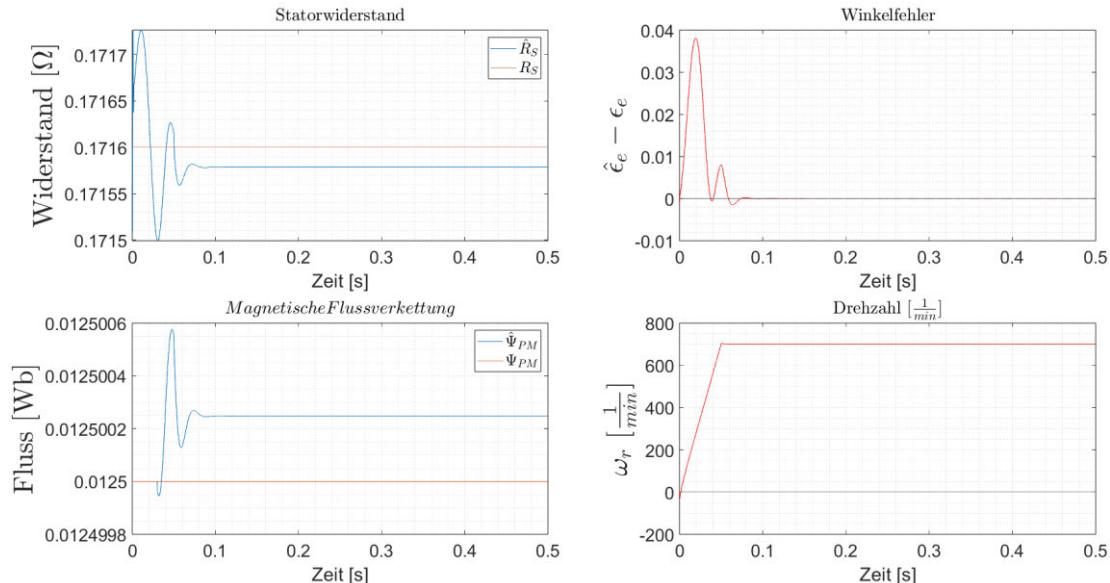


Abbildung 37: Plateaubildung bei simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$

Aus den Simulationsergebnissen geht hervor, dass sowohl die Drehzahl als auch der Winkelfehler stationär genau sind, obwohl weder  $\hat{R}_S$  noch  $\hat{\Psi}_{PM}$  stationär genau sind. Es bildet sich ein Plateau, bei dem der Winkelfehler, der aus der Abweichung des Statorwiderstands resultiert, dem Winkelfehler, der aus der Abweichung der magnetischen Flussverkettung resultiert, entgegenwirkt.

## Simulationsergebnisse

---

$$\Delta\epsilon_e(\Delta R_S) = -\Delta\epsilon_e(\Delta\Psi_{PM}) \quad (68)$$

Um dieser Plateaubildung entgegenzuwirken, wird nun untersucht, ob die sinusförmige Anregung von  $i_d$  eine stationäre Genauigkeit beider Adoptionsmechanismen mit sich bringt, da es für den Vierquadrantenbetrieb unter aktiver Adaption von  $\hat{R}_S$  ohnehin unerlässlich ist, dies zu tun. Das Resultat ist in Abbildung 38 dargestellt.

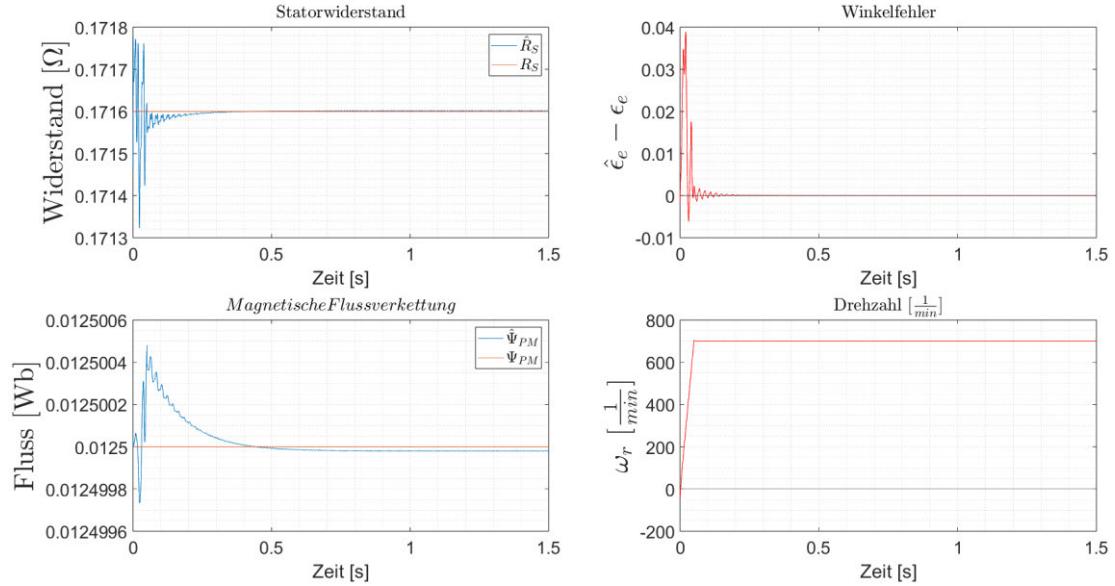


Abbildung 38: Systemverhalten bei Simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  unter Anregung von  $i_d$

Durch die sinusförmige Anregung von  $i_d$  verbessert sich die stationäre Genauigkeit. Die verbleibenden Abweichungen sind vernachlässigbar gering. Die simultane Adaption ist deutlich trüger als die Adaption einzelner Parameter. Nun soll noch das Störverhalten untersucht werden. Dazu wird  $R_S$  nach 0,5 Sekunden sprunghaft um 15 % reduziert. Nach weiteren 0,5 Sekunden wird  $\Psi_{PM}$  sprunghaft um 10 % reduziert. Nach weiteren 0,5 Sekunden wird  $R_S$  rampenförmig über einen Zeitraum von 0,5 Sekunden um 5 % erhöht. Anschließend passiert Selbiges mit  $\Psi_{PM}$ . Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 39 abgebildet.

## Simulationsergebnisse

---

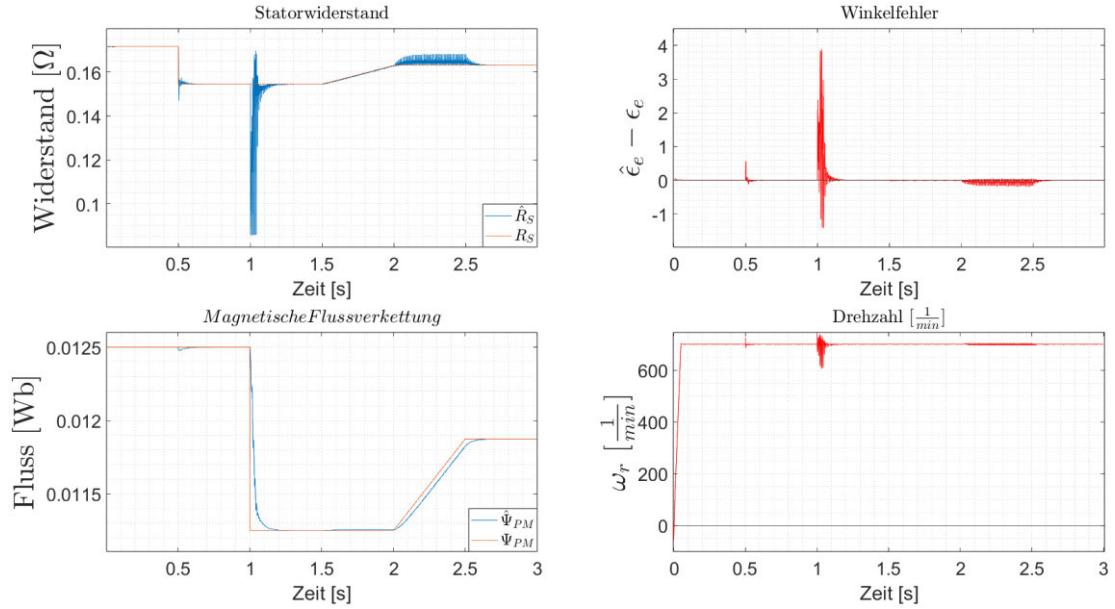


Abbildung 39: Systemverhalten bei Simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  unter Anregung von  $i_d$  bei Störungen

Aus den Simulationsergebnissen geht hervor, dass eine simultane Adaption der beiden Parameter unter Anregung von  $i_d$  auch bei auftretenden Störungen stationär genau und konvergent ist. Anhand der rampenförmig auftretenden Parameteränderung der magnetischen Flussverkettung ist eine Verzögerung der Adaption feststellbar. Da dieser Parameter sich in der Realität nicht hochdynamisch ändert, sollte dieses Verhalten im laufenden Betrieb nicht zu Instabilitäten führen. Eine erneute Reglersynthese kann gegebenenfalls die Dynamik des Systems verbessern.

Als Nächstes soll zusätzlich  $\hat{L}_d$  simultan zu den bisherigen Parametern adaptiert werden. Nach Anpassung der Amplitude des Erregersignals von  $i_d$  sowie der Begrenzung des Betrags der Abweichung auf  $|\Delta\hat{L}_d| = L_d * 0.25$  ist die simultane Adaption aller adaptierbaren Parameter nahezu stationär genau. Dies geht aus den in Abbildung 40 dargestellten Simulationsergebnissen hervor. Zuletzt gilt es, das Störverhalten bei simultaner Adaption zu untersuchen.

## Simulationsergebnisse

---

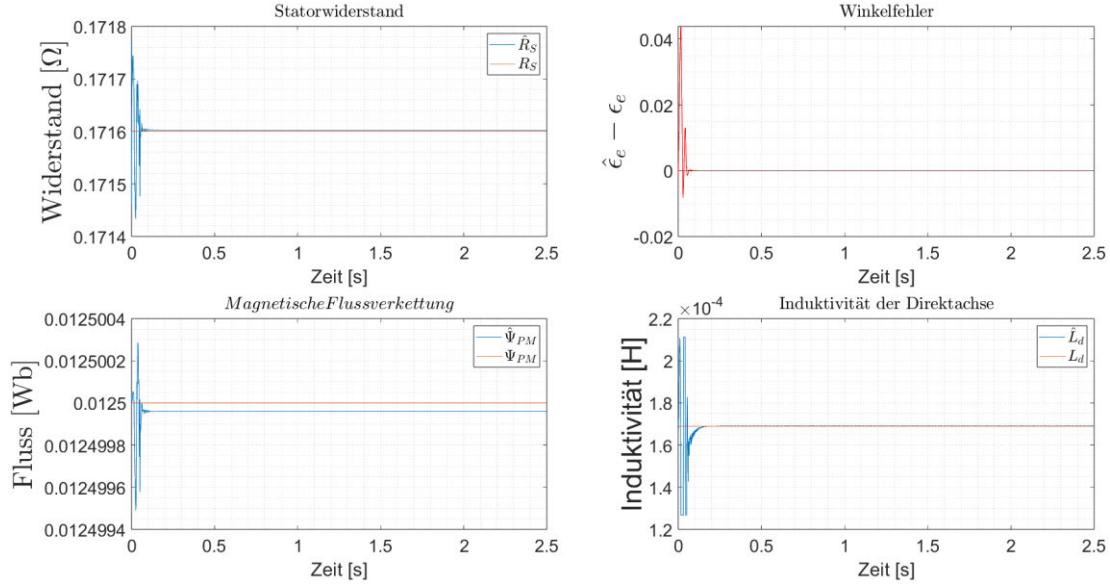


Abbildung 40: Systemverhalten bei Simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$ ,  $\hat{\Psi}_{PM}$  und  $\hat{L}_d$  unter Anregung von  $i_d$

Dazu wird jeder Parameter nacheinander im Abstand von 0,5 Sekunden mit einer Störung beaufschlagt. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 41 abgebildet.

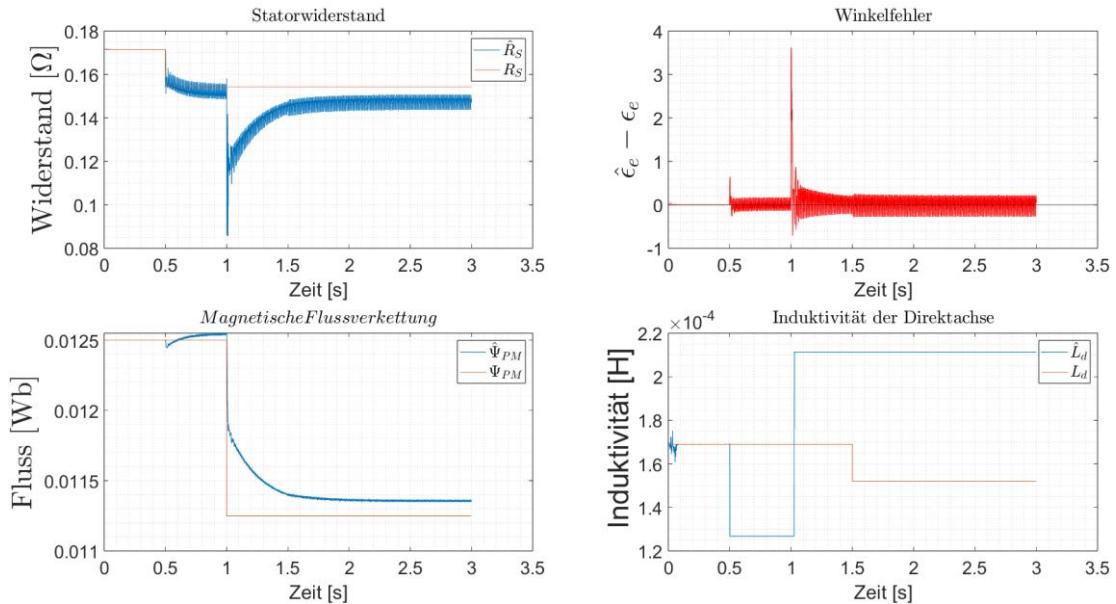


Abbildung 41: Plateaubildung bei simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$ ,  $\hat{\Psi}_{PM}$  und  $\hat{L}_d$  unter Anregung von  $i_d$  bei Störgrößen

## Simulationsergebnisse

$\hat{L}_d$  reagiert bereits auf kleine Stromfehler empfindlich. Da sowohl  $\Delta\Psi_{PM}$  als auch  $\Delta R_S$  große Fehler verursachen, erreicht der Adoptionsmechanismus von  $\hat{L}_d$  schnell seine Sättigungsgrenze. Dadurch ist eine simultane Adaption von  $\hat{L}_d$ ,  $\Psi_{PM}$  und  $\hat{R}_S$  mit den bisher zur Verfügung stehenden Mitteln und Methoden nicht umsetzbar. Entsprechend dieser Erkenntnis wird für den Rest der Arbeit von einer simultanen Adaption der zwei Parameter  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  ausgegangen. Den Erkenntnissen aus 3.5 nach sollte dies jedoch keinen großen Einfluss auf das System haben, da realistische Parameterabweichungen von  $L_d$  keinen großen Einfluss auf das Systemverhalten haben.

Als Letztes soll nun getestet werden, ob ein störsicheres, konvergentes und stationär genaues Verhalten bei simultaner Adaption auch im Vierquadrantenbetrieb realisierbar ist. Dazu werden die vier Quadranten nacheinander durchlaufen. In jedem Quadranten werden beide Parameter nacheinander sprunghaft mit einer Störung beaufschlagt. Die Last wird auf  $|m_w| = 0.3 \text{ Nm}$  reduziert, da das System sonst instabil reagiert. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 42 festgehalten.

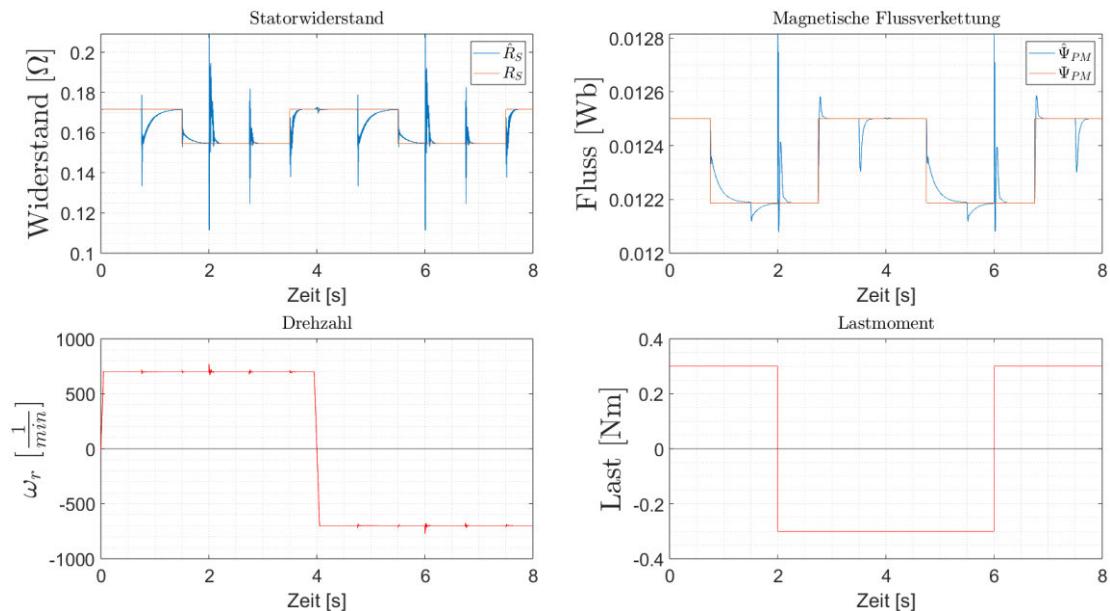


Abbildung 42: Simultane Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  im Vierquadrantenbetrieb bei sprunghaft auftretenden Störungen

## Simulationsergebnisse

Aus den Simulationsergebnissen geht hervor, dass auch der Vierquadrantenbetrieb bei simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  unter der Bedingung eines reduzierten Lastmomentbetrags im generatorischen Betrieb weiterhin gewährleistet ist. Dabei reagiert der Adaptionsmechanismus von  $\hat{R}_S$  empfindlich auf Störungen von  $\hat{\Psi}_{PM}$ . Sprunghafte Lastwechsel bedingen nadelförmige Ausschläge. Diese sind unter anderem auf die Kommutierung von  $\Delta\hat{\Psi}_{PM}$  bei gewissen Quadrantenwechseln zurückzuführen, die in 4.1 beschrieben wurde.

### 4.3 Systemverhalten bei niedrigen Drehfrequenzen

Bisherige Simulationen fanden bei einer Drehzahl von  $|\omega_r| = 700 \frac{1}{min}$  statt. Nun soll auch das Systemverhalten bei niedrigen Drehzahlen untersucht werden. In einer Simulation werden alle Quadranten einmal durchlaufen. In jedem Quadranten findet ein Störsprung auf jedem Parameter statt. Der Betrag des Lastmoments muss dabei in den generatorischen Quadranten niedriger gehalten werden als in den motorischen, da das System sonst instabil reagiert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 43 dargestellt.

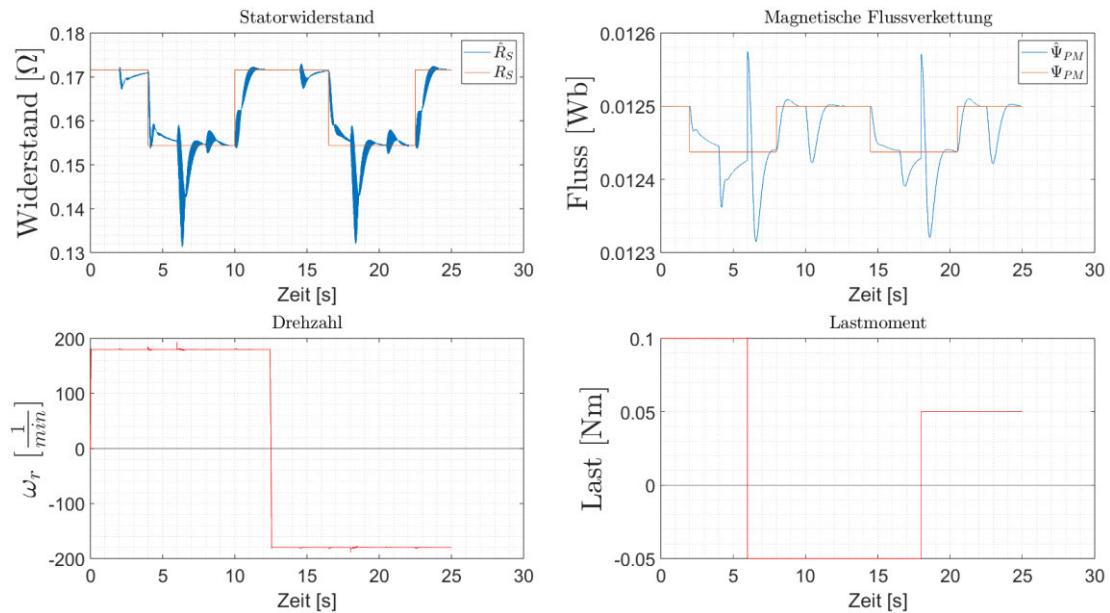


Abbildung 43: Systemverhalten bei simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  im Vierquadrantenbetrieb bei einer Drehfrequenz von  $180 \frac{1}{min}$

Bei niedrigen Drehzahlen verhalten sich die Adaptionsmechanismen träge. Die Adaption der Parameter konvergiert weiterhin und ist stationär genau. Für den Betrieb der Maschine

## Simulationsergebnisse

unterhalb von  $180 \frac{1}{min}$  muss die Reglerverstärkung angepasst werden. Dadurch ist es möglich, die Maschine noch bei einer Drehzahl von  $60 \frac{1}{min}$  zu betreiben.

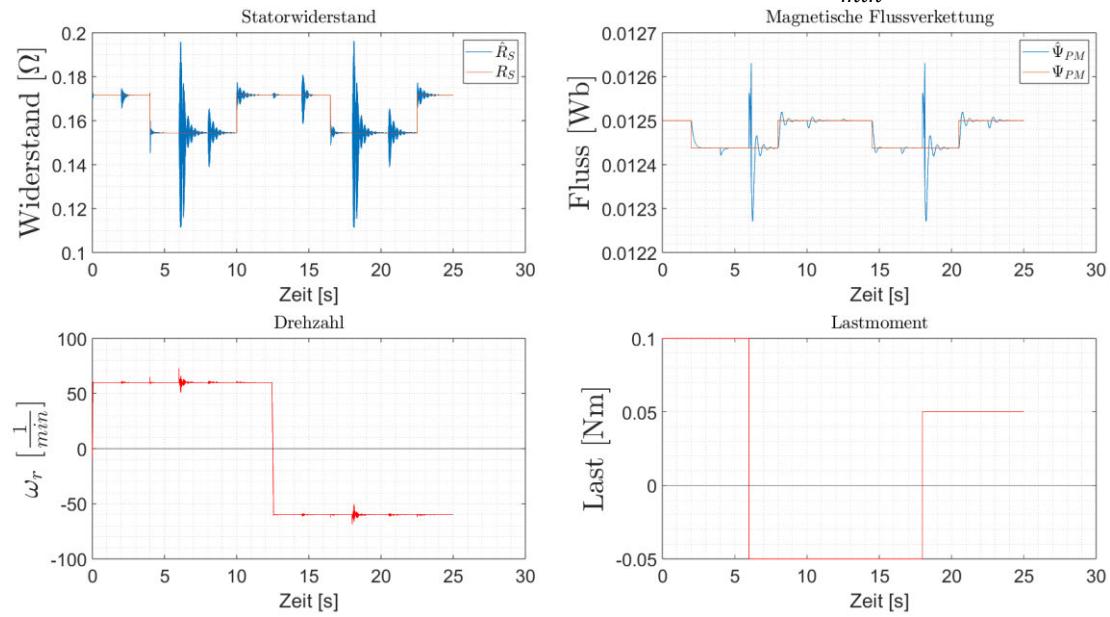


Abbildung 44: Systemverhalten bei simultaner Adaption von  $\hat{R}_S$  und  $\hat{\Psi}_{PM}$  im Vierquadrantenbetrieb bei einer Drehfrequenz von  $60 \frac{1}{min}$  bei angepasster Reglerverstärkung

Das Systemverhalten bei einer derart niedrigen Drehfrequenz ist in Abbildung 44 dargestellt. Für die Realisierung wird die Reglerverstärkung der Adoptionsmechanismen um den Faktor 200 erhöht. Bei Wechsel in den generatorischen Betrieb treten starke Parameterabweichungen auf. Zudem muss das Lastmoment stark begrenzt werden. Das beobachtete Rauschen des Statorwiderstands resultiert aus der Anregung von  $i_d$ . Eine MRAS-basierte Drehzahlregelung mit Online-Parameteradaption ist demnach auch bei niedrigen Drehzahlen möglich, allerdings aufgrund des niedrigen Moments und des trügen Verhaltens der Adoptionsmechanismen wenig praktikabel.

## 4.4 Einfluss von Messrauschen

Bisherige Simulationen fanden unter Vernachlässigung von Rauschen statt. Bei der Implementierung auf Hardware ist jedoch davon auszugehen, dass es mindestens bei der Messung der Ströme zu Rauschen kommt. Auch kann über das Netz ein Rauschen eingespeist

## Simulationsergebnisse

werden. Indem die Ströme  $i_{dM}$  und  $i_{qM}$  mit weißem Rauschen mit Normalverteilung beaufschlagt werden, wird im Folgenden der Einfluss des Rauschens auf das Systemverhalten analysiert.

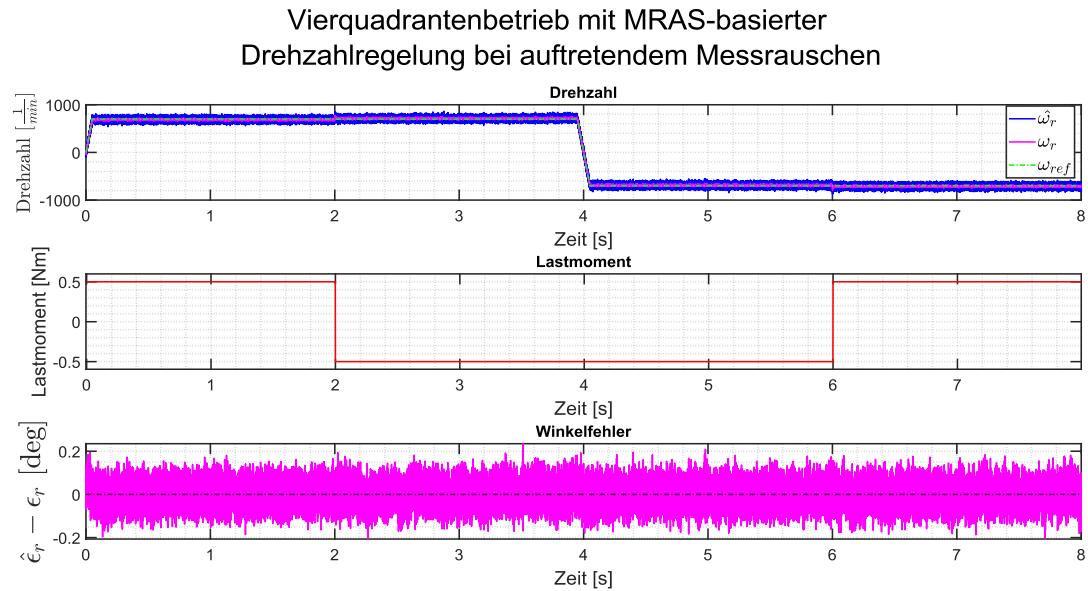


Abbildung 45: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit 13 dB Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb

Die sensorlose Drehzahlregelung ist robust gegen Rauschen. Nach erneuter Reglersynthese, bei der sowohl der Proportionalanteil als auch der Integralanteil stark runtergesetzt werden, gelingt eine stationär genaue Drehzahlregelung im Vierquadrantenbetrieb bei auftretendem Rauschen, wobei das Verhältnis aus Rauschen und Trägersignal 13 dB nicht unterschreiten darf (siehe Abbildung 45). Bei Unterschreitung reagiert das System zwar weiterhin stabil, jedoch leidet die stationäre Genauigkeit darunter. Das Rauschen überträgt sich auf die Drehzahl und somit auch auf den Winkelfehler. Obwohl diese rauschbehaftet sind, sind sie im Mittel stationär genau. Dadurch, dass die Adaptionsmechanismen und die Drehzahlermittlung Wechselwirkungen aufweisen, ist für den Betrieb mit Parameteradaption eine erneute Reglersynthese vonnöten, bei der sowohl der PI-Regler der Drehzahlermittlung als auch der PI-Regler der Adaptionsmechanismen aufeinander angepasst werden.

## Simulationsergebnisse

Nach erneuter Reglersynthese ist auch die Adaption des Statorwiderstands im Vierquadrantenbetrieb bei auftretendem weißen Rauschen möglich (siehe Abbildung 46). Dabei darf das Verhältnis aus Rauschen zu Trägersignal 30 dB nicht unterschreiten.

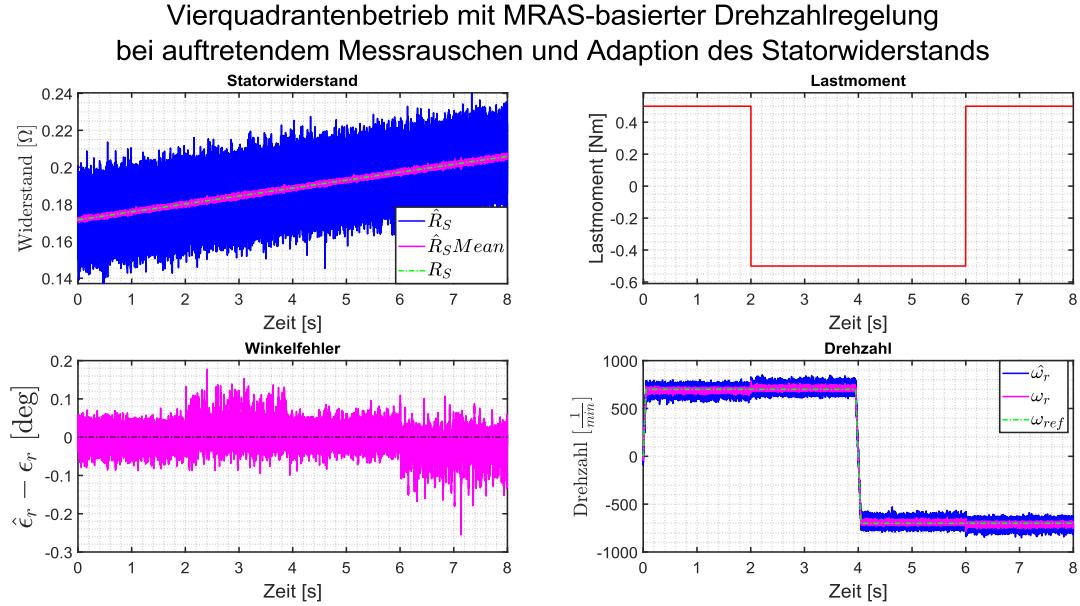


Abbildung 46: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit 30 dB Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb unter Adaption des Statorwiderstand

Weiterhin ist die Adaption des Statorwiderstands stationär genau. Das Rauschen wird jedoch auf den nachgeführten Widerstand, die Drehzahl und den Winkelfehler übertragen. Um das Konvergenzverhalten besser darzustellen, wird in Abbildung 46 ebenfalls der gleitende Mittelwert des adaptierten Statorwiderstands abgebildet. Dieser bestätigt die Genauigkeit des Adaptionsmechanismus trotz des auftretenden Rauschens. Auffällig ist jedoch, dass die Drehzahlregelung nicht mehr stationär genau ist. Zwar decken sich  $\omega_r$  und  $\hat{\omega}_r$  im Mittelwert, jedoch stimmen diese nicht weiterhin mit der Solldrehzahl überein. Der Regelfehler ist abhängig vom Betriebszustand und dem jeweiligen Quadranten.

Die Adaption der magnetischen Flussverkettung ist auch bei stärkerem Rauschen noch stationär genau und konvergent (siehe Abbildung 47). Auch bei aktivierter Adaption der magnetischen Flussverkettung besteht das Problem der Regelabweichung der

## Simulationsergebnisse

---

Drehzahlregelung. Die Stärke der Regelabweichung ist abhängig von der Stärke des Rauschens.

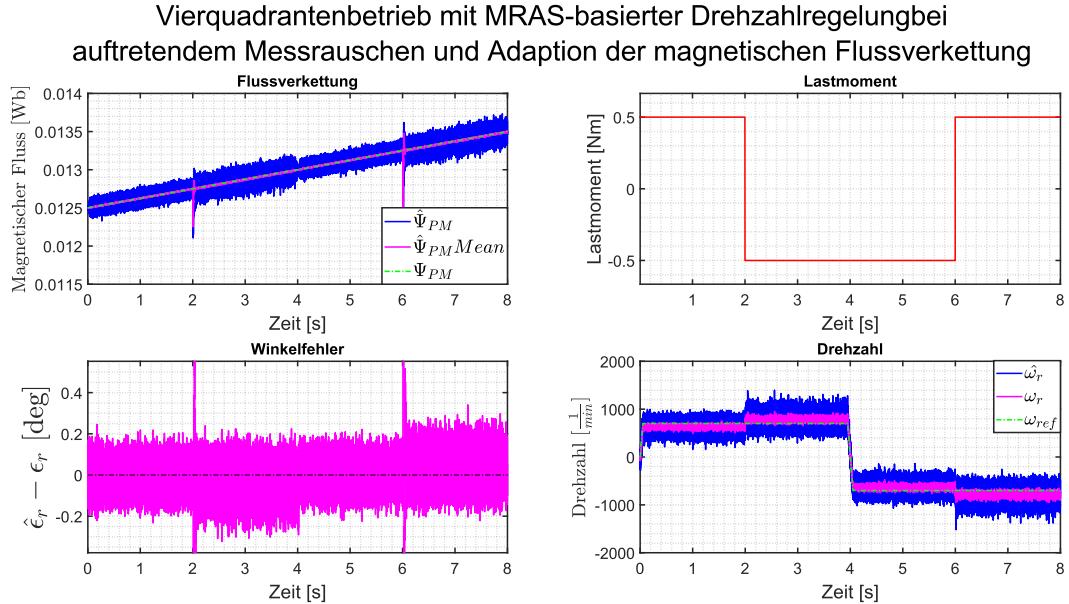


Abbildung 47: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit 21 dB Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb unter Adaption der magnetischen Flussverkettung

Als Nächstes wird der Einfluss von Messrauschen auf das System bei simultaner Adaption des Statorwiderstands und der magnetischen Flussverkettung untersucht. Um der Regelabweichung in der Drehzahlregelung entgegenzuwirken, wird der Proportionalanteil des Drehzahlreglers der feldorientierten Regelung auf 20 % des in 3.2 ermittelten Wertes reduziert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 48 dargestellt. Die Anpassung des Drehzahlreglers bewirkt eine Verbesserung der stationären Genauigkeit. Die simultane Parameteradaption ist auch unter Messrauschen weiterhin umsetzbar. Das Messrauschen hat jedoch eine erhöhte Sensitivität in Bezug auf die zulässige Last zufolge, weshalb der Betrag der Last auf 0,4 Nm begrenzt wird.

## Simulationsergebnisse

Vierquadrantenbetrieb mit MRAS-basierter Drehzahlregelung bei auftretendem Messrauschen und simultaner Adaption der magnetischen Flussverkettung und des Statorwiderstands

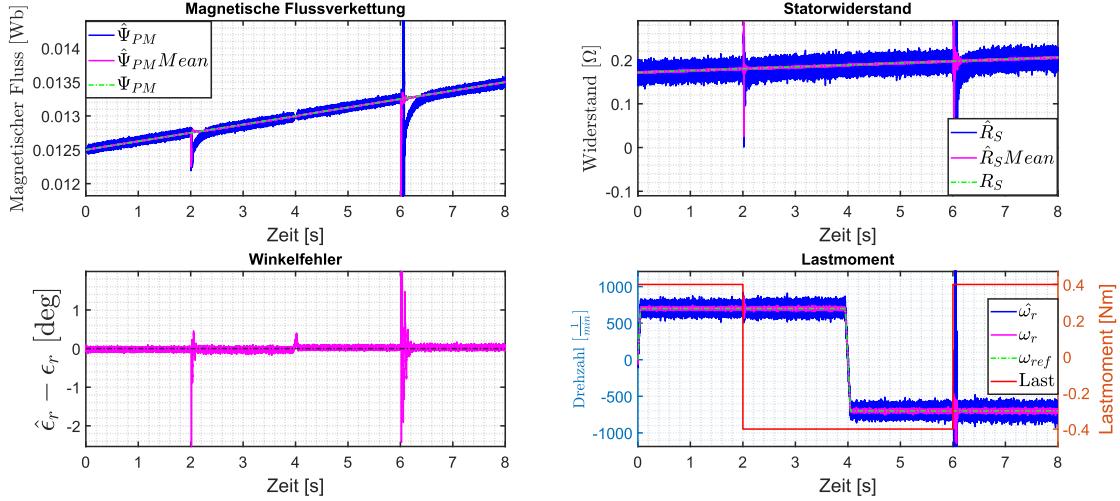


Abbildung 48: Systemverhalten bei auftretendem Rauschen mit 27 dB Dämpfung im Vierquadrantenbetrieb unter simultaner Adaption der magnetischen Flussverkettung und des Statorwiderstands

Aus den Simulationsergebnissen geht hervor, dass es ratsam ist, das Messrauschen vor der Inbetriebnahme des Systems zu ermitteln. Rauschen kann jedoch auch andere Ursachen haben. So können Störströme induziert werden oder in Umgebungen, in denen mehrere Maschinen betrieben werden, per galvanischer Kopplung durch das Netz eingespeist werden. Bei festgestelltem Rauschen empfiehlt es sich, im Anschluss an die Synthese der Drehzahlregelung per symmetrischen Optimum gegebenenfalls eine Anpassung an die Rauschumstände durchzuführen. Dadurch lässt sich die stationäre Genauigkeit des Systems auch bei Rauschen gewährleisten. Ebenfalls sollte das System gut geschirmt werden, um induzierte Störströme zu minimieren.

## 5 Verifizierung der Simulationsergebnisse per Implementierung in Hardware

Nachdem die Systemeigenschaften simulativ überprüft sind, soll nun eine Axialfluss permanentmagneterregte Synchronmaschine, die MRAS-basiert drehzahlgeregelt wird, an einen Prüfstand angeschlossen werden. Darüber sollen die bisherigen Erkenntnisse überprüft werden.

### 5.1 Prüfaufbau

Eine Axialfluss permanentmagneterregte Synchronmaschine (AFPMSM) wird starr mit einer Synchronmaschine verbunden. Die Synchronmaschine wird dazu verwendet, die AFPMSM konstant zu beladen oder den generatorischen Betrieb zu gewährleisten. Für den Rest dieser Arbeit wird diese deshalb als Lastmaschine bezeichnet. Die AFPMSM wird über einen Wechselrichter von Texas Instruments betrieben. Die Zwischenkreisspannung beträgt 40 V. Um die Regelung zu realisieren, wird auf eine Plecs RT-Box II von Plexim zurückgegriffen. Dazu müssen die bereits erklärten Blockschaltbilder in Plecs 4.7 nachgebildet werden. Um die Drehzahl und die Rotorposition für Vergleichszwecke zu ermitteln, wird ein Drehencoder verwendet. Um Referenzwerte für den Statorwiderstand zu erhalten, wird die Temperatur der Statorspulen aufgenommen. Darüber lässt sich die Widerstandsänderung unter Vernachlässigung des Leitungswiderstands, des Proximity-Effekts und des Skin-Effekts ermitteln. Das Blockschaltbild des Prüfaufbaus ist der Abbildung 49 zu entnehmen.

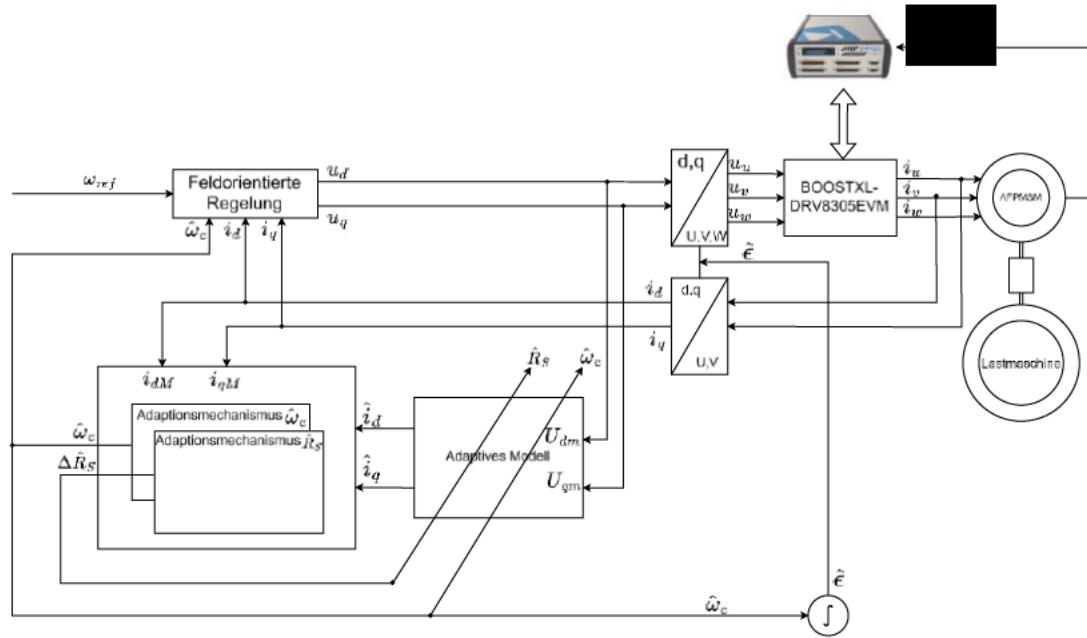


Abbildung 49: Blockschaltbilddarstellung des Prüfaufbaus

## 5.2 Versuchsdurchführung

Der AFPMMSM wird eine Solldrehzahl von  $500 \frac{1}{min}$  vorgegeben, bei deaktiviertem Adoptionsmechanismus. Nach Erreichen der Solldrehzahl wird über die Lastmaschine die Last erhöht, bis der Effektivwert des Strangstromes 5 A beträgt, woraufhin die Adaption des Statorwiderstands aktiviert wird. Nach zwei Stunden wird die Lastmaschine abgeschaltet und die AFPMMSM zum Stillstand gebracht. Die Messung findet ausschließlich im motorisch rechtsläufigen Betrieb statt, da die Maschine im generatorischen Betrieb ihre Symmetrie verliert. Da die Symmetrie eine Grundvoraussetzung für die feldorientierte Regelung darstellt, gelingt der generatorische Betrieb der AFPMMSM auch nicht bei Winkelerfassung per Drehencoder. Auf die Adaption der magnetischen Flussverkettung wird im Rahmen dieser Ausarbeitung verzichtet, da der Adoptionsmechanismus in dem gegebenen Zeitraum nicht funktionsfähig implementiert werden kann. Zudem ließe sich die Genauigkeit der Adaption nur unter erhöhtem Aufwand überprüfen.

## 5.3 Messergebnisse

### 5.3.1 Sensorlose Drehzahl- und Drehwinkelbestimmung

Die MRAS-basierte Drehzahlregelung ist in der Lage, die Maschine auf Solldrehzahl zu bringen und diese zu halten.  $\hat{\omega}_r$  ist verrauscht, weicht im Mittel jedoch nicht signifikant von  $\omega_r$  ab. Die steigende Temperatur im Verlauf der Messung von 16 K hat keinen negativen Einfluss auf die Drehzahlregelung. Zu Beginn der Messung liegt ein Winkelfehler von etwa  $-2^\circ$  vor. Demnach eilt der Schätzwinkel  $\hat{\epsilon}_e$  dem Rotorwinkel  $\epsilon_e$  um  $2^\circ$  voraus. Nach Aktivierung der Adaption des Statorwiderstands, nach circa 45 Sekunden, fällt der Winkelfehler auf  $+0,7^\circ$  (Mittelwert) ab. Über den restlichen Verlauf der Messung bleibt der Winkelfehler unverändert. Der Winkelfehler rauscht mit einer Amplitude von  $3,5^\circ$  um den Mittelwert (siehe Abbildung 53).

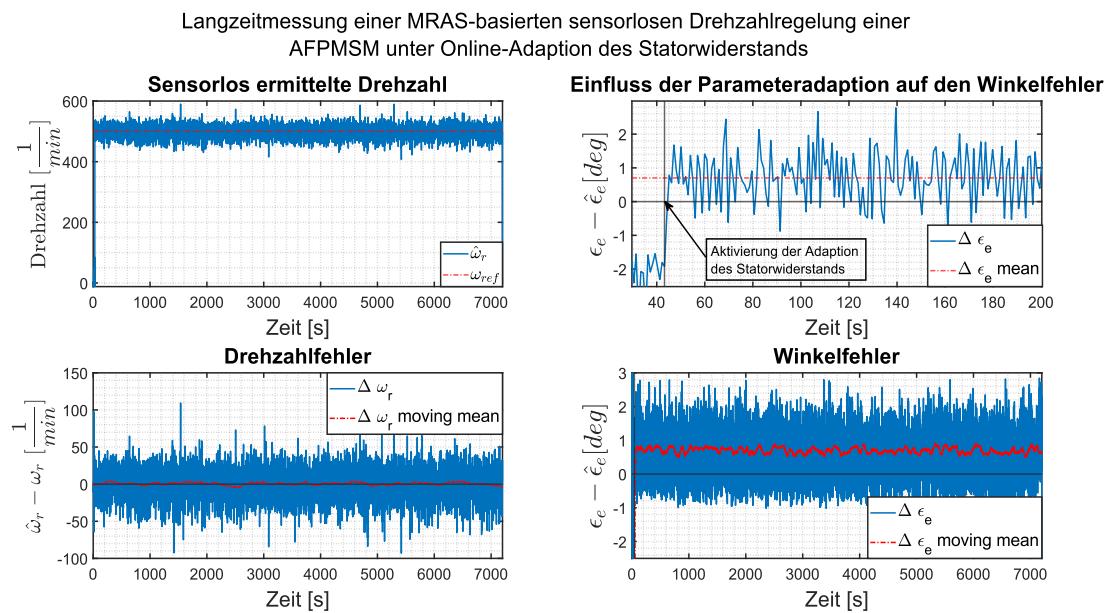


Abbildung 50: Rotordrehzahl- und Winkelfehler im Verlauf von zwei Stunden unter aktiver Adaption des Statorwiderstands

### 5.3.2 Adaption des Statorwiderstands

Unmittelbar nach der Aktivierung des Adoptionsmechanismus nähert sich der adaptierte Widerstand ( $\hat{R}_S$ ) zunächst nahezu sprunghaft dem, aus der Statortemperatur ermittelten, Statorwiderstand ( $R_S$ ) an. Mit temperaturbedingt steigendem  $R_S$  wächst jedoch der Adoptionsfehler.  $\hat{R}_S$  scheint ein konvergentes Verhalten aufzuweisen und nähert sich einem Wert von  $185 \text{ m}\Omega$  an. Es mangelt an stationärer Genauigkeit. Bei wegfallender Last nähert sich  $\hat{R}_S$  erneut sprunghaft  $R_S$  an.  $\hat{R}_S$  scheint sich auf einem Plateau zu befinden. Der Sprung bei wegfallender Last gibt Auskunft darüber, dass das Plateau von der Last beeinflusst wird (Siehe Abbildung 51).

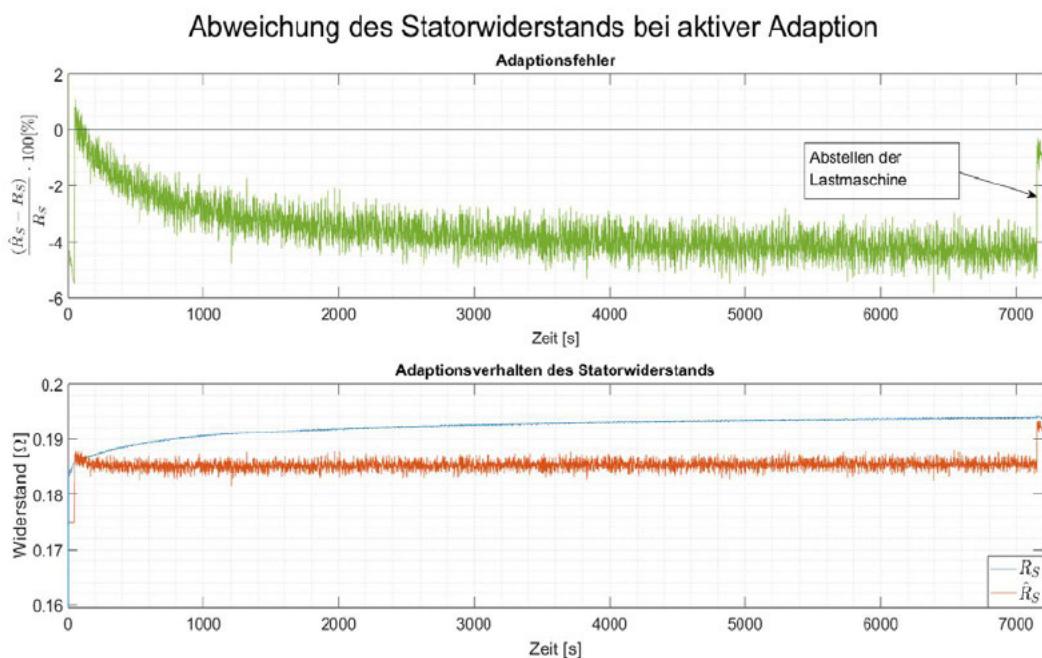


Abbildung 51: Adoptionsverhalten des Statorwiderstands im Verlauf von zwei Stunden unter Auftreten betriebsbedingter Erwärmung

### 3.7.1 Stromfehler

Bei deaktivierter Adaption des Statorwiderstands unterliegt  $\Delta i_d$  starken Schwankungen mit einer Amplitude von 5 A. Nach Aktivierung der Adaption fällt das Rauschen des Stromfehlers deutlich höherfrequenter aus. Die Amplitude fällt auf 1,5 A ab.  $\Delta i_q$  weist ein ähnliches

Verhalten auf. Zunächst unterliegt  $\Delta i_q$  niederfrequenten Schwankungen mit einer Amplitude von 0,7 A. Nach Aktivierung der Adaption des Statorwiderstands fällt die Amplitude auf 0,32 A ab und weist eine höhere Frequenz auf. Im Verlauf der Messdauer wachsen weder  $\Delta i_d$  noch  $\Delta i_q$  merkenswert an. Jedoch wird  $\Delta i_q$  deutlich besser entgegengeregelt als  $\Delta i_d$ . Im Mittel beträgt  $\Delta i_d$  phasenweise bis zu 0,25 A.

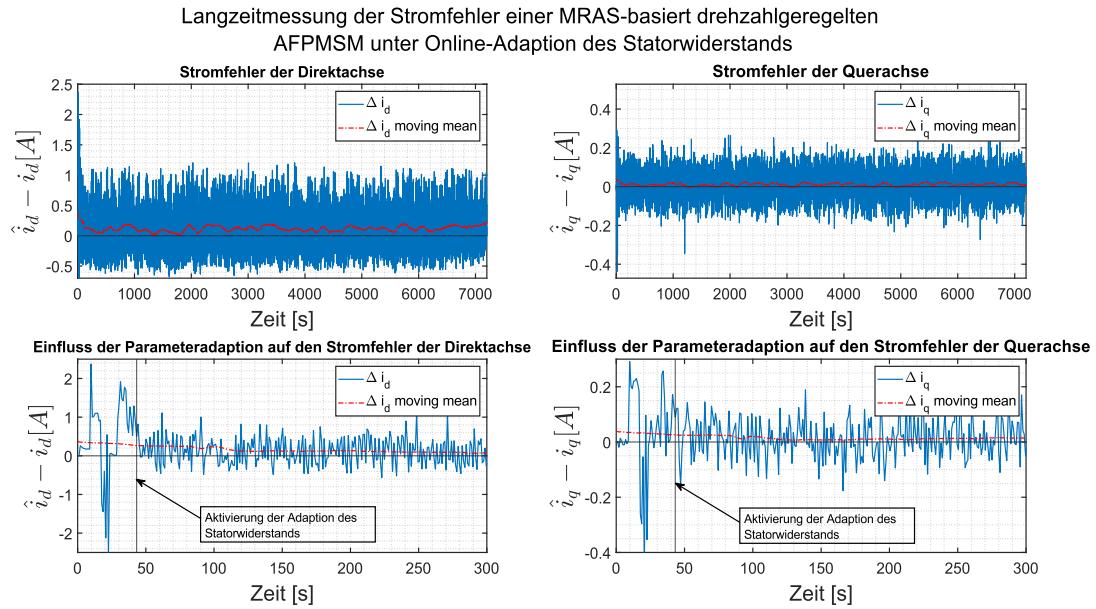


Abbildung 52: Stromfehler der Direkt- und Querachse im Verlauf von zwei Stunden bei aktiver Adaption des Statorwiderstands

## 5.4 Wechselrichterverhalten

Um die Messergebnisse der Langzeitmessung auswerten zu können, müssen die Eigenschaften des verwendeten Wechselrichters bekannt sein. Aus diesem Grund wird der Wechselrichter (BOOSTXL-DRV8305EVM von Texas Instruments) vermessen. Dazu wird der Wechselrichter an eine Spannungsquelle angeschlossen, die eine Zwischenkreisspannung von 40 V bereitstellt. Die Last wird über einen Rheostat eingestellt. Die Strom- und Spannungsmessung findet über einen DEWE3-A4 von Dewetron statt.

Per U/F-Steuerung wird bei einer Frequenz von 50 Hz ein Spannungssollwert vorgegeben. Anschließend werden per Rheostat verschiedene Ströme im Bereich 0 A bis 10 A eingestellt.

Nach Erreichen von 10 A oder bei Übermodulation wird die Messung bei erhöhter Sollspannung wiederholt.

Bevor die Messung beginnt, wird verifiziert, dass der Wechselrichter in der Lage ist, die Sollspannung bei offenen Klemmen einzustellen.

Aus den Messergebnissen lässt sich die Verstärkung des Wechselrichters bei verschiedenen Arbeitspunkten ermitteln (Abbildung 53). Mit fallenden Sollspannungen und mit steigenden Strömen verringert sich die Verstärkung des Wechselrichters. Die Ausgangsspannung bricht ein. Dies kann vor allem bei großen Lasten und bei niedrigen Drehzahlen zu Problemen führen. Das Wechselrichterverhalten kann auf das Verhalten der Leistungshalbleiter zurückgeführt werden. Diese weisen ein nichtlineares Ein- und Ausschaltverhalten auf (vgl. [8, S. 61]). Aus den Messergebnissen lässt sich eine Lookup-Tabelle erstellen, die das Wechselrichterverhalten approximiert. Die Approximation des Wechselrichterverhaltens ist ebenfalls in Abbildung 53 dargestellt. Dabei wird die offene Klemmenspannung vernachlässigt, da diese einen Extremfall darstellt, der im Betrieb nicht auftritt, da bei Anlegen einer Spannung an die zu betreibende Maschine ein Strom fließen wird. Ein Vergleich der Approximation mit den Messergebnissen weckt die Hoffnung, dass sich mithilfe der Lookup-Tabelle das Systemverhalten, vor allem bei niedrigen Drehfrequenzen und/oder hohen Lasten, verbessern lässt.

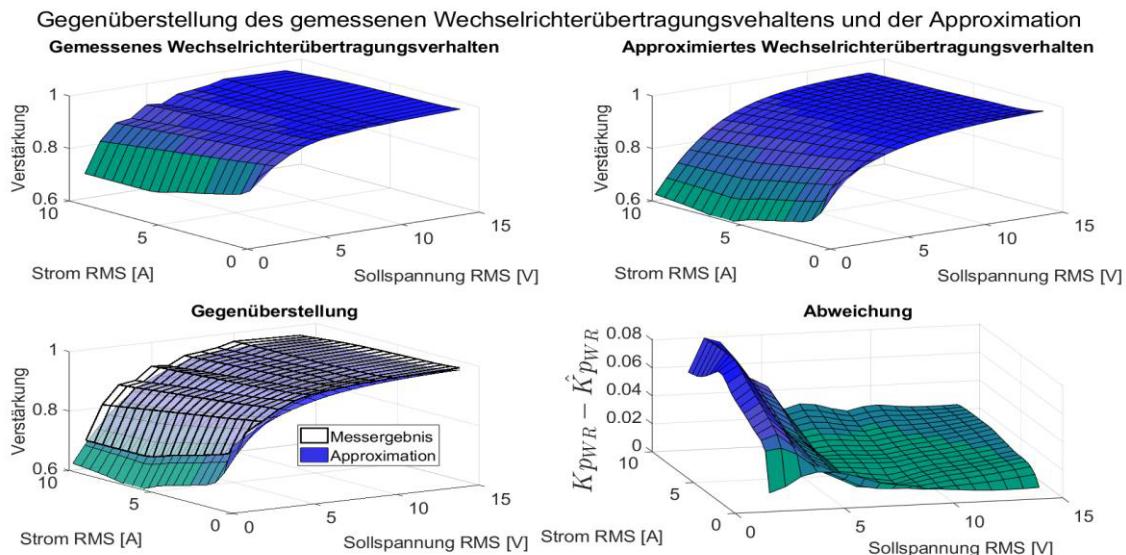


Abbildung 53: Gegenüberstellung des Wechselrichterübertragungsverhaltens und der Approximation

## 5.5 Auswertung der Messergebnisse

Bei der Langzeitmessung gelingt es nicht, den Statorwiderstand stationär genau nachzuführen. Es scheint, dass ein Plateau erreicht wird (vgl. Abbildung 41). Da nur ein Parameter adaptiert wird, ist es denkbar, dass das adaptive Modell fehlparametriert ist. Davon ist vor allem deshalb auszugehen, da die Maschinenparameter Abhängigkeiten zum Arbeitspunkt und zu der Betriebstemperatur aufweisen. Zudem ist die Widerstandsermittlung per Statortemperaturmessung ungenau, weshalb die Genauigkeit der Adaption nur bedingt nachvollzogen werden kann.

Durch die Bestimmung des Drehwinkels per numerischer Integration ist von einem stetig wachsenden Winkelfehler auszugehen. Dieser wird sowohl über die Drehzahlregelung als auch über die Parameteradaptionen ausgeglichen. Auch das kann einen negativen Einfluss auf die stationäre Genauigkeit mit sich bringen. Der numerische Rechenfehler ist abhängig von der Abtastrate des Systems.

Einen deutlich stärkeren Einfluss auf das Adoptionsverhalten wird jedoch das Wechselrichterverhalten haben. Da die Eingänge des adaptiven Modells (Abbildung 49  $u_{dM}$  und  $u_{qM}$ ) vor dem Eingang in den Wechselrichter abgegriffen werden, besteht eine Differenz zwischen den Eingangsspannungen der AFPMSM und den Eingangsspannungen des adaptiven Modells. Dadurch ergibt sich auch bei perfekter Parametrierung des adaptiven Modells ein Stromfehler. Damit lässt sich auch die sprunghafte Verbesserung des Adoptionsverhaltens in Abbildung 51 erklären. Bei wegfallender Last verringert sich der fließende Strom. Dadurch verbessert sich das Wechselrichterverhalten, wodurch wiederum der Einfluss des Wechselrichters auf den Stromfehler sinkt.

## 6 Diskussion

In der Simulationsumgebung gelingt es, eine simultane Adaption zweier Maschinenparameter zu realisieren. Bei Nachbildung des Systems auf einem Prüfstand gelingt dies aufgrund von eventuellen Fehlparametrierungen sowie der Vernachlässigung des Wechselrichterverhaltens nicht. Die Frage bleibt offen, ob durch Nachbildung des Wechselrichterverhaltens, oder per Spannungsmessung eine Umsetzung gelingt. Weiterhin bleibt ungeklärt, ob unter Verwendung

einer Synchronmaschine, deren Symmetrie im generatorischen Betrieb erhalten bleibt, der Einsatz im Vierquadrantenbetrieb unter Verwendung der erklärten Lösungsansätze realisierbar ist.

Kritisch zu betrachten ist der Lösungsansatz, den Strom der Direktachse sinusförmig anzuregen. Auch wenn daraus nur leichte Drehzahlschwankungen aufgrund des schwankenden Reluktanzmoments resultieren, verursachen diese eventuell eine wahrnehmbare Geräuschemission.

Das Verfahren zur Formulierung der Adoptionsmechanismen ist der Hyperstabilität nach Popov nachempfunden, wie sie auch von Khlaief [4] verwendet wird. Leider lässt sich mit dieser Methode kein stationär genauer Adoptionsmechanismus für  $L_q$  formulieren. Alternativ dazu lassen sich Adoptionsmechanismen auch über einen Zusammenhang nach Ljapunow formulieren [9, S. 517]. Es besteht die Möglichkeit, dass darüber ein konvergierender, stationär genauer Adoptionsmechanismus von  $L_q$  formuliert werden kann.

Der Adaption von  $L_d$  sollte meiner Meinung nach aufgrund der geringen Auswirkungen einer Fehlparametrierung weiterhin wenig Beachtung zugesprochen werden. Es ist davon auszugehen, dass der Parameter im Normalbetrieb nicht solch starke Schwankungen aufweist, dass das System instabil reagiert.

Anstelle einer abrupten Kommutierung des Adoptionsmechanismus bei Quadrantenwechsel sollte eine Fuzzy-Regelung verwendet werden [10, S. 505], um Ausschläge in der Adaption zu vermeiden.

Da in dieser Ausarbeitung der Fokus auf reluktanzbehaftete PMSM liegt, ist unklar, ob bei PMSM ohne Reluktanz die Induktivität simultan mit dem Statorwiderstand und der magnetischen Flussverkettung adaptierbar ist.

Für die Realisierung des Betriebs in einem breiten Drehzahlband kann es hilfreich sein, Gain-scheduling zu betreiben [10, S. 295]. Dabei ist auch das auftretende Messrauschen zu berücksichtigen. Der Betrieb bei niedrigen Drehfrequenzen bleibt derweil jedoch aufgrund der erhöhten Sensitivität gegenüber Lasten unpraktikabel.

## 7 Fazit

In dieser Arbeit wurde das Systemverhalten einer MRAS-basiert drehzahlgeregelten PMSM untersucht. Weiterhin wurde geprüft, welchen Einfluss Parameterabweichungen auf das System haben und ob diesen Einflüssen via Online-Parameteradaption entgegengewirkt werden kann. Auch wurde untersucht, inwiefern der verwendete Wechselrichter berücksichtigt werden muss, und wie das System auf (Mess-)Rauschen reagiert.

Die Simulationsergebnisse sowie die Messergebnisse wecken Hoffnung, dass die Simultanadaption mehrerer Parameter auch in der Realität implementiert werden kann. Dazu gilt es jedoch noch einige Herausforderungen zu bewältigen. So wurde festgestellt, dass die Sensitivität des Systems von der Betriebsart abhängt, oder dass die Nachführung des Statorwiderstands aufgrund des ansonsten kleinen, stabilen Temperaturbereichs unerlässlich ist. Auch muss das System an den gewünschten Drehzahlbereich angepasst werden.

Der Betrieb des Systems in vier Quadranten unter aktiver simultaner Online-Parameteradaption zweier Parameter sind Erkenntnisse, die bereits einen Fortschritt in der Forschung um dieses spannende Thema darstellen. Zukünftige Forschungsarbeiten sollten sich auf die Entwicklung eines Adoptionsmechanismus für  $L_q$  sowie auf die experimentelle Validierung der simulierten Ergebnisse konzentrieren.

## Literatur

- [1] N. P. Quang und J.-A. Dittrich, *Vector Control of Three-Phase AC Machines: System Development in the Practice*, 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015.
- [2] Dierk Schröder, *ELEKTRISCHE ANTRIEBE: Regelung von antriebssystemen*, 5. Aufl. [S.I.]: MORGAN KAUFMANN, 2021.
- [3] M. Doppelbauer, *Grundlagen der Elektromobilität: Technik, Praxis, Energie und Umwelt*, 1. Aufl. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH; Springer Vieweg, 2020.
- [4] A. Khlaief, M. Boussak und A. Châari, "A MRAS-based stator resistance and speed estimation for sensorless vector controlled IPMSM drive," *Electric Power Systems Research*, Jg. 108, S. 1–15, 2014, doi: 10.1016/j.epsr.2013.09.018.
- [5] Michael Brüns, Christian Rudolph, Malte Schubert, Steven Gallas, "MRAS-based sensorless four-quadrant control of permanent magnet synchronous machines with extended temperature detection (Pre-version),"
- [6] M. Glasl und B. Wittmann, "Feldorientierte Regelung der Permanentmagnet-Synchronmaschine auf Basis des Drehzahlwertes mit Winkelfehlerkorrektur," *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik*, Jg. 120, Nr. 1, S. 37–41, 2003, doi: 10.1007/BF03054824.
- [7] Amor Khlaief, "Contribution à la Commande Vectorielle sans Capteur Mécanique des Machines Synchroones à Aimants Permanents (MSAP)," Dissertation, 2012.
- [8] T. Orlik, *Modellierung und sensorlose Regelung permanenterregter Synchronmaschinen unter Berücksichtigung des Sättigungsverhaltens*, 1. Aufl. Göttingen: Sierke, 2014.
- [9] K. Liu, Q. Zhang, Z.-Q. Zhu, J. Zhang, A.-W. Shen und P. Stewart, "Comparison of two novel MRAS based strategies for identifying parameters in permanent magnet synchronous motors," *Int. J. Autom. Comput.*, Jg. 7, Nr. 4, S. 516–524, 2010, doi: 10.1007/s11633-010-0535-3.
- [10] J. Adamy, *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2018.

# B Anhang

## B.1 Betragsoptimum

$$i_q \cdot s = -\frac{R_S}{L_q} \cdot i_q + \frac{1}{L_q} \cdot u_q - \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \omega_e$$

$$G_{stör} = -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \omega_e$$

Unter Vernachlässigung der Störgröße ergibt sich das Übertragungsverhalten der PMSM zu

$$G_{PMSM}(s) = \frac{i_q}{u_q} = \frac{\frac{1}{L_q}}{s + \frac{R_S}{L_q}} = \frac{\frac{1}{R_S}}{s \cdot \frac{L_q}{R_S} + 1}$$

$$\text{Vgl. } PT_1: G_{PT1}(s) = \frac{V}{s \cdot \tau + 1}$$

$$\therefore V_{PMSM} = \frac{1}{R_S} \text{ und } \tau = \frac{L_q}{R_S}$$

$$G_{WR}(s) = \frac{V_{WR}}{1 + s \cdot T_S}$$

$$G_{Ri}(s) = V_{iq} \cdot \frac{1+s \cdot T_{iq}}{s \cdot T_{iq}}$$


---

Bedingung 1: Polkompensation

$$T_{iq} = \tau$$

$$G_{iO}(S) = V_{PMSM} \cdot V_{iq} \cdot \frac{1+s \cdot T_{iq}}{(1+s \cdot T_S) \cdot (1+s \cdot \tau) \cdot s \cdot T_{iq}}$$

$$G_{iO}(S) = V_{PMSM} \cdot V_{iq} \cdot \frac{1+s \cdot \tau}{(1+s \cdot T_S) \cdot (1+s \cdot \tau) \cdot s \cdot \tau}$$

Bedingung 2: Betrag nahe Eins für weite Frequenzbereiche

$$V_{iq} = \frac{\tau}{2 \cdot V_{PMSM} \cdot T_S} [2, \text{ S. 49}]$$

$$G_{iO}(s) = V_{PMSM} \cdot \frac{\frac{\tau}{2 \cdot V_{PMSM} \cdot T_S}}{(1 + s \cdot T_S) \cdot s \cdot \frac{\tau}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{T_S \cdot s + T_S^2 \cdot s^2} \approx \frac{1}{2 \cdot T_S \cdot s}$$

$$G_i(s) = \frac{G_{iO}(s)}{1 + G_{iO}(s)} = \frac{1}{1 + 2 \cdot T_S \cdot s} = \frac{1}{1 + \tau_{ers} \cdot s} \text{ mit } \tau_{ers} = 2 \cdot T_S$$

## B.2 Symmetrisches Optimum

$$G_S(s) = G_i(s) \cdot \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Psi_{PM} \cdot \frac{1}{J} \cdot \frac{1}{s}$$

$$G_S(s) = \frac{\frac{3 \cdot p \cdot \Psi_{PM}}{2 \cdot J}}{(s \cdot \tau_{ers} + 1) \cdot s}$$

$$\therefore V_S = \frac{3 \cdot p \cdot \Psi_{PM}}{2 \cdot J}$$

$$G_O(s) = V_\omega \cdot \frac{1 + T_\omega \cdot s}{T_\omega \cdot s} \cdot V_S \cdot \frac{1}{(s \cdot \tau_{ers}) \cdot s}$$

$$= \frac{1 + T_\omega \cdot s}{T_\omega \cdot s^3 \cdot \tau_{ers} + T_\omega \cdot s^2} \cdot V_\omega \cdot V_S$$

$$G_O(j\omega) = \frac{1 + j\omega \cdot T_\omega}{-j\omega^3 \cdot T_\omega \cdot \tau_{ers} - T_\omega \cdot \omega^2} \cdot V_\omega \cdot V_S$$


---

$$\left[ \angle \frac{Z_1}{Z_2} = \angle Z_1 - \angle Z_2 \right]$$

$$Z_1 = 1 + j\omega^3 \cdot T_\omega \quad Im\{Z_1\} > 0 \wedge Re\{Z_1\} > 0 \therefore Quadrant I$$

$$Z_2 = -T_\omega \cdot \omega^2 - j\omega \cdot T_\omega \cdot \tau_{ers} \quad Im\{Z_1\} < 0 \wedge Re\{Z_1\} < 0 \therefore Quadrant III \rightarrow \angle + \pi$$

$$\phi_O(j\omega) = \tan(\omega \cdot T_\omega) - \tan\left(\frac{\omega^3 \cdot T_\omega \cdot \tau_{ers}}{T_\omega \cdot \omega^2}\right) = \tan(\omega \cdot T_\omega) - \tan(\omega \cdot \tau_{ers})$$

$$\phi_{O Max} bei \frac{d\phi_O(j\omega)}{d\omega} = 0$$

$$\frac{d\phi_O(j\omega)}{d\omega} = \frac{T_\omega}{1 + (T_\omega \cdot \omega)^2} - \frac{\tau_{ers}}{1 + (\tau_{ers} \cdot \omega)^2}$$

$$\frac{d\phi_O(j\omega)}{d\omega} \equiv 0 \therefore \frac{T_\omega}{1 + (T_\omega \cdot \omega)^2} = \frac{\tau_{ers}}{1 + (\tau_{ers} \cdot \omega)^2}$$

$$\frac{T_\omega - \tau_{ers}}{\tau_{ers} \cdot T_\omega^2 - T_\omega \cdot \tau_{ers}^2} = \frac{T_\omega - \tau_{ers}}{\tau_{ers} \cdot T_\omega \cdot (T_\omega - \tau_{ers})} = \omega^2 \therefore \omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\tau_{ers} \cdot T_\omega}}$$


---

$$\left[ \left| \frac{Z_1}{Z_2} \right| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} \right]$$

$$|G_O(j\omega_{max})| \equiv 1$$

$$|G_O(j\omega)| = \frac{|1 + j\omega \cdot T_\omega|}{|-j\omega^3 \cdot T_\omega \cdot \tau_{ers} - T_\omega \cdot \omega^2|} \cdot V_\omega \cdot V_S$$

$$|G_O(j\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot T_\omega}}{\sqrt{T_\omega^2 \cdot \omega^4 + T_\omega^2 \cdot \omega^6 \cdot \tau_{ers}^2}} \cdot V_\omega \cdot V_S$$

$$1 = V_\omega \cdot V_S \cdot \frac{\sqrt{1 + (T_\omega \cdot \omega_{max})^2}}{T_\omega \cdot \omega_{max}^2 \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau_{ers})^2}}$$

$$V_\omega = \frac{T_\omega \cdot \omega_{max}^2 \cdot \sqrt{1 + (\omega_{max} \cdot \tau_{ers})^2}}{\sqrt{1 + (T_\omega \cdot \omega_{max})^2} \cdot V_S} \text{ mit } \omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\tau_{ers} \cdot T_\omega}}$$

$$V_\omega = \frac{\frac{T_\omega}{\tau_{ers}} \cdot \frac{1}{T_\omega} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\tau_{ers} \cdot T_\omega} \cdot \tau_{ers}^2}}{\sqrt{1 + T_\omega^2 \cdot \frac{1}{\tau_{ers} \cdot T_\omega} \cdot V_S}} = \frac{\frac{1}{\tau_{ers}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\tau_{ers}}{T_\omega}}}{V_S \cdot \sqrt{1 + \frac{T_\omega}{\tau_{ers}}}}$$


---

Regelparameter a:

$$a = \sqrt{\frac{T_\omega}{\tau_{ers}}}$$

$$V_\omega = \frac{\frac{1}{\tau_{ers}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{V_S \cdot \sqrt{1 + a^2}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{V_S \cdot \tau_{ers} \cdot a \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + 1}} = \frac{1}{V_S \cdot \tau_{ers} \cdot a}$$

$$G_\omega(s) = \frac{G_O(s)}{1 + G_O(s)}$$

$$\left[ \frac{\frac{a}{b}}{1 + \frac{a}{b}} = \frac{a}{b + a} \right]$$

$$T_\omega = a^2 \cdot \tau_{ers}$$

$$\begin{aligned} G_\omega(s) &= \frac{(1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s) \cdot V_\omega \cdot V_S}{(1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s) \cdot V_\omega \cdot V_S + (1 + \tau_{ers} \cdot s) \cdot a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s^2} \\ G_\omega(s) &= \frac{(1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s) \cdot \frac{1}{V_S \cdot a \cdot \tau_{ers}} \cdot V_S}{(1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s) \cdot \frac{1}{V_S \cdot a \cdot \tau_{ers}} \cdot V_S + (1 + \tau_{ers} \cdot s) \cdot a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s^2} \\ &= \frac{\frac{1}{a \cdot \tau_{ers}} + a \cdot s}{\frac{1}{a \cdot \tau_{ers}} + a \cdot s + (1 + \tau_{ers} \cdot s) \cdot a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s^2} \mid \frac{a \cdot \tau_{ers}}{a \cdot \tau_{ers}} \\ &= \frac{1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s}{1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s + a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot s^2 + a^3 \cdot \tau_{ers}^3 \cdot s^3} \end{aligned}$$

Vorfilter zur Kompensation der Nullstelle:

$$\begin{aligned} G_{filter}(s) &= \frac{1}{1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s} \\ G_\omega(s) \cdot G_{filter}(s) &= \frac{1}{1 + a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot s + a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot s^2 + a^3 \cdot \tau_{ers}^3 \cdot s^3} \end{aligned}$$

Im Folgenden gilt:  $G_\omega(s) = G_\omega(s) \cdot G_{filter}(s)$

$$\begin{aligned} G_\omega(j\omega) &= \frac{1}{1 - j \cdot a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot \omega - a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot \omega^2 - j \cdot a^3 \cdot \tau_{ers}^3 \cdot \omega^3} \\ &= \frac{1}{1 - a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot \omega^2 + j(a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot \omega - a^3 \cdot \tau_{ers}^3 \cdot \omega^3)} \\ |G_\omega(j\omega)|^2 &= \frac{1}{(1 - a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot \omega^2)^2 + (a^2 \cdot \tau_{ers} \cdot \omega - a^3 \cdot \tau_{ers}^3 \cdot \omega^3)^2} \\ |G_\omega(j\omega)|^2 &= \frac{1}{1 + (a-2) \cdot (a^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot \omega^2 + a^5 \cdot \tau_{ers}^4 \cdot \omega^4) + a^6 \cdot \tau_{ers}^6 \cdot \omega^6} \end{aligned}$$

A soll so gewählt werden, dass  $|G_\omega(j\omega)|^2$  über weite Frequenzbereiche nahe Eins liegt

$a = 2$ :

$$|G_\omega(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (2-2) \cdot (2^3 \cdot \tau_{ers}^2 \cdot \omega^2 + 2^5 \cdot \tau_{ers}^4 \cdot \omega^4) + 2^6 \cdot \tau_{ers}^6 \cdot \omega^6}$$

$$|G_\omega(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + 2^6 \cdot \tau_{ers}^6 \cdot \omega^6} \text{ mit } \tau_{ers} = 2 \cdot T_S \text{ mit } T_S \ll 1$$

### B.3 Sensorlose Drehzahlermittlung

Formel 169: Referenzmodell

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 270: Adaptives Modell mit Schätzfehler der Drehzahl

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \hat{\omega}_e$$

Formel 3: Fehlermodell

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} \cdot i_d + \frac{R_s}{L_d} \cdot \hat{i}_d & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q - \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot \hat{i}_q \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d + \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot \hat{i}_d & -\frac{R_s}{L_q} \cdot i_q + \frac{R_s}{L_q} \cdot \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \omega_e + \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \hat{\omega}_e \end{bmatrix}$$

Formel 4: Zusammenhänge

$$\begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} \quad \Delta\omega_e = \omega_e - \hat{\omega}_e$$

Formel 571: A[1,1]

$$-\frac{R_s}{L_d} \cdot \epsilon_d$$

Formel 6: A[1,2]

$$\begin{aligned} \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q - \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot \hat{i}_q \\ = \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q + \Delta\omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q - \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot \hat{i}_q \\ = \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot \epsilon_q + \Delta\omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q \end{aligned}$$

Formel 7: A[2,1]

$$\begin{aligned}
 & -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d + \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot \hat{i}_d \\
 &= \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot \hat{i}_d - \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d - \Delta\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d \\
 &= -\hat{\omega}_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot \epsilon_d - \Delta\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d
 \end{aligned}$$

Formel 872: A[2,2]

$$-\frac{R_s}{L_q} \cdot \epsilon_q$$

Formel 9: C[1,2]

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \omega_e + \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \hat{\omega}_e \\
 &= -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \cdot \Delta\omega_e \\
 \begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \hat{\omega}_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_q}{L_d} \cdot \hat{i}_q \\ -\frac{L_d}{L_q} \cdot i_d - \frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \Delta\omega_e
 \end{aligned}$$

## B.4 Adaptionsmechanismus $R_s$

Formel 173: Referenzmodell

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 274: Adaptives Modell mit Fehlparametrierung des Statorwiderstands

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{SM}}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_{SM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_E$$

Formel 3: Fehlermodell

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} (-R_s \cdot i_d + R_{sM} \cdot \hat{i}_d) & \frac{\omega_e L_q}{L_d} \cdot (i_q - \hat{i}_q) \\ -\frac{\omega_e L_d}{L_q} \cdot (i_d - \hat{i}_d) & \frac{1}{L_q} \cdot (-R_s \cdot i_q + R_{sM} \cdot \hat{i}_q) \end{bmatrix}$$

Formel 4: Zusammenhänge

$$\begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} \quad \Delta R_s = R_{sM} - R_s$$

Formel 5: A[1,1]

$$\begin{aligned} -R_s \cdot i_d + R_{sM} \cdot \hat{i}_d &= -R_{sM} \cdot i_d + \Delta R_s \cdot i_d + R_{sM} \cdot \hat{i}_d = -R_{sM} \cdot \epsilon_d + i_d \cdot \Delta R_s \\ \rightarrow -\frac{R_{sM}}{L_d} \cdot \epsilon_d + \frac{\hat{i}_d}{L_d} \cdot \Delta R_s \end{aligned}$$

Formel 6: A[1,2]

$$\frac{\omega_e L_q}{L_d} \cdot (i_q - \hat{i}_q) = \frac{\omega_e L_q}{L_d} \cdot \epsilon_q$$

Formel 7: A[2,1]

$$-\frac{\omega_e L_d}{L_q} \cdot (i_d - \hat{i}_d) = -\frac{\omega_e L_d}{L_q} \cdot \epsilon_d$$

Formel 8: A[2,2]

$$\begin{aligned} -R_s \cdot i_q + R_{sM} \cdot \hat{i}_q &= -R_{sM} \cdot i_q + \Delta R_s \cdot i_q + R_{sM} \cdot \hat{i}_q = -R_{sM} \cdot \epsilon_q + i_q \cdot \Delta R_s \\ \rightarrow -\frac{R_{sM}}{L_q} \cdot \epsilon_q + \frac{i_q}{L_q} \cdot \Delta R_s \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{sM}}{L_d} & \frac{\omega_e L_q}{L_d} \\ -\frac{\omega_e L_d}{L_q} & -\frac{R_{sM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\hat{i}_d}{L_d} \\ -\frac{i_q}{L_q} \end{bmatrix} \cdot (R_s - R_{sM}) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{sM}}{L_d} & \frac{\omega_e L_q}{L_d} \\ -\frac{\omega_e L_d}{L_q} & -\frac{R_{sM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_d}{L_d} \\ \frac{i_q}{L_q} \end{bmatrix} \cdot (\Delta R_s)$$

## B.5 Adoptionsmechanismus $\Psi_{PM}$

Formel 1: Referenzmodell

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 2: Adaptives Modell mit Fehlparametrierung der magnetischen Flussverkettung

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PMM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 3: Zusammenhänge

$$\begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} \quad \Delta\Psi_{PM} = \Psi_{PMM} - \Psi_{PM}$$

Formel 4: Fehlermodell

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\omega_e}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (\Delta\Psi_{PM})$$

## B.6 Adapptionsmechanismus $L_d$

Formel 1: Referenzmodell

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 275: Adaptives Modell mit Fehlparametrierung der Induktivität der d-Achse

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_{dM}} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_{dM}} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_{dM}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{dM}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 3: Fehlermodell

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s \cdot \left( \frac{1}{L_d} \cdot i_d - \frac{1}{L_{dM}} \cdot \hat{i}_d \right) & \omega_e L_q \cdot \left( \frac{1}{L_d} \cdot i_q - \frac{1}{L_{dM}} \cdot \hat{i}_q \right) \\ -\frac{\omega_e}{L_q} \cdot (L_d \cdot i_d - L_{dM} \cdot \hat{i}_d) & -\frac{R_s}{L_q} \cdot (i_q - \hat{i}_q) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_{dM}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}$$

Formel 4: Zusammenhänge

$$\frac{1}{L_{dM}} - \frac{1}{L_d} = \Delta \frac{1}{L_d} \quad \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} \quad L_{dM} - L_d = \Delta L_d \quad \frac{1}{\Delta L_d} \neq \Delta \frac{1}{L_d}$$

Formel 576: A[1,1]

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_d} \cdot i_d - \frac{1}{L_{dM}} \cdot \hat{i}_d &= \left( \frac{1}{L_{dM}} - \Delta \frac{1}{L_d} \right) \cdot i_d - \frac{1}{L_{dM}} \cdot \hat{i}_d = \frac{1}{L_{dM}} \cdot \epsilon_d - \Delta \frac{1}{L_d} \cdot i_d \\ \rightarrow -R_s \cdot \frac{1}{L_{dM}} \cdot \epsilon_d + R_s \cdot i_d \cdot \Delta \frac{1}{L_d} \end{aligned}$$

Formel 677: A[1,2]

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_d} \cdot i_q - \frac{1}{L_{dM}} \cdot \hat{i}_q &= \left( \frac{1}{L_{dM}} - \Delta \frac{1}{L_d} \right) \cdot i_q - \frac{1}{L_{dM}} \cdot \hat{i}_q = \frac{1}{L_{dM}} \cdot \epsilon_q - \Delta \frac{1}{L_d} \cdot i_q \\ \rightarrow \omega_e L_q \cdot \frac{1}{L_{dM}} \cdot \epsilon_q - \omega_e L_q \cdot i_q \cdot \Delta \frac{1}{L_d} \end{aligned}$$

Formel 778: A[2,1]

$$L_d \cdot i_d - L_{dM} \cdot \hat{i}_d = (L_{dM} - \Delta L_d) \cdot i_d - L_{dM} \cdot \hat{i}_d = L_{dM} \cdot \epsilon_d - i_d \cdot \Delta L_d$$

$$\rightarrow -\frac{\omega_e}{L_q} \cdot L_{dM} \cdot \epsilon_d + \frac{\omega_e}{L_q} \cdot i_d \cdot \Delta L_d$$

Formel 8:A[2,2]

$$-\frac{R_s}{L_q} (i_q - \hat{i}_q) = -\frac{R_s}{L_q} \epsilon_q$$

Formel 979: B[1,1]

$$\left( \frac{1}{L_d} - \frac{1}{L_{dM}} \right) \cdot u_d = -u_d \cdot \Delta \frac{1}{L_d}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s \cdot \frac{1}{L_{dM}} & \omega_e L_q \cdot \frac{1}{L_{dM}} \\ -\frac{\omega_e}{L_q} \cdot L_{dM} & -\frac{R_s}{L_q} \epsilon_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s \cdot i_d - \omega_e L_q \cdot i_q - u_d \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \left( \Delta \frac{1}{L_d} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\omega_e}{L_q} \cdot i_d \end{bmatrix} \cdot (\Delta L_d)$$

Formel 10: Konfliktaufkösung

$$\frac{1}{L_{dM}} - \frac{1}{L_d} = \frac{L_d - L_{dM}}{L_d \cdot L_{dM}} = -\frac{1}{L_d \cdot L_{dM}} \cdot \Delta L_d$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s \cdot \frac{1}{L_{dM}} & \omega_e L_q \cdot \frac{1}{L_{dM}} \\ -\frac{\omega_e}{L_q} \cdot L_{dM} & -\frac{R_s}{L_q} \epsilon_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d \cdot L_{dM}} \cdot R_s \cdot i_d - \omega_e L_q \cdot i_q - u_d \\ \frac{\omega_e}{L_q} \cdot i_d \end{bmatrix} \cdot (\Delta L_d)$$

## B.7 Adaptionsmechanismus $L_q$

Formel 180: Referenzmodell

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 281: Adaptives Modell mit Fehlparametrierung der Induktivität der  $q$ -Achse

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_d}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_{qM}}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_{qM}} & -\frac{R_s}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 3: Zusammenhänge

$$\frac{1}{L_{qM}} - \frac{1}{L_q} = \Delta \frac{1}{L_q} \quad [\epsilon_d] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{bmatrix} \quad L_{qM} - L_q = \Delta L_q \quad \frac{1}{\Delta L_q} \neq \Delta \frac{1}{L_q}$$

Formel 4: Fehlermodell

$$\begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} \cdot \epsilon_d & \omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q - \omega_e \cdot \frac{L_{qM}}{L_d} \cdot \hat{i}_q \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d + \omega_e \cdot \frac{L_d}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_d & -\frac{R_s}{L_q} \cdot i_q + \frac{R_s}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\Psi_{PM}}{L_q} + \frac{\Psi_{PM}}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \omega_e$$

Formel 5: A[1,1]

$$-\frac{R_s}{L_d} \cdot \epsilon_d$$

Formel 6: A[2,1]

$$-\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot i_d + \omega_e \cdot \frac{L_d}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_d$$

$$c = \omega_e \cdot L_d$$

$$\begin{aligned} & -c \cdot \frac{1}{L_q} \cdot i_d + c \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_d \\ &= -c \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot i_d + c \cdot \Delta \frac{1}{L_q} \cdot i_d + c \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_d \\ &= -c \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot \epsilon_d + c \cdot \Delta \frac{1}{L_q} \cdot i_d \end{aligned}$$

Formel 7: A[1,2]

$$\omega_e \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot i_q - \omega_e \cdot \frac{L_{qM}}{L_d} \cdot \hat{i}_q$$

$$c = \frac{\omega_e}{L_d}$$

$$c \cdot L_{qM} \cdot i_q - c \cdot \Delta L_q \cdot i_q - c \cdot L_{qM} \cdot \hat{i}_q$$

$$= c \cdot L_{qM} \cdot \epsilon_q - c \cdot i_q \cdot \Delta L_q$$

Formel 8: A[2,2]

$$\begin{aligned}
 & -\frac{R_s}{L_q} \cdot i_q + \frac{R_s}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_q \\
 &= -R_s \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot i_q + R_s \cdot \Delta \frac{1}{L_q} \cdot i_q + R_s \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot \hat{i}_q \\
 &= -R_s \cdot \frac{1}{L_{qM}} \cdot \epsilon_q + R_s \cdot \Delta \frac{1}{L_q} \cdot i_q
 \end{aligned}$$

Formel 9: B[2,2]

$$-u_q \cdot \Delta \frac{1}{L_q}$$

Formel 10: C[1,2]

$$\begin{aligned}
 \Psi_{PM} \cdot \omega_e \cdot \Delta \frac{1}{L_q} \\
 \begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_{qM}}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_{qM}} & -\frac{R_s}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \cdot L_d \cdot i_d + R_s \cdot i_q - u_q + \Psi_{PM} \cdot \omega_e \end{bmatrix} \cdot \left( \Delta \frac{1}{L_q} \right) + \begin{bmatrix} \frac{\omega_e}{L_d} \cdot i_d \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (\Delta L_q)
 \end{aligned}$$

Formel 11: Konfliktauflösung

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{L_{qM}} - \frac{1}{L_q} &= \frac{L_q - L_{qM}}{L_{qM} \cdot L_q} = -\frac{1}{L_{qM} \cdot L_q} \cdot \Delta L_q \\
 \begin{bmatrix} \frac{d\epsilon_d}{dt} \\ \frac{d\epsilon_q}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \cdot \frac{L_{qM}}{L_d} \\ -\omega_e \cdot \frac{L_d}{L_{qM}} & -\frac{R_s}{L_{qM}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_d \\ \epsilon_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\omega_e}{L_d} \cdot i_d \\ -\frac{1}{L_{qM} \cdot L_q} \cdot (\omega_e \cdot L_d \cdot i_d + R_s \cdot i_q - u_q + \Psi_{PM} \cdot \omega_e) \end{bmatrix} \cdot (\Delta L_q)
 \end{aligned}$$

### **Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit**

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.



Ort

Datum

Unterschrift im Original