

Masterthesis
Leif Johannsen

Entwicklung und Implementierung eines Motion-Tracking-Systems zur Schwimmtechnik-Analyse unter Anwendung von Sensorfusion


FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK
Department Informations- und Elektrotechnik

Faculty of Computer Science and Engineering
Department of Information and Electrical Engineering

Leif Johannsen

**Entwicklung und Implementierung eines
Motion-Tracking-Systems zur
Schwimmtechnik-Analyse unter Anwendung von
Sensorfusion**

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung
im Studiengang *Master of Science Automatisierung*
am Department Informations- und Elektrotechnik
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr. Erhard, HAW Hamburg
Zweitgutachter: Prof. Dr. rer. nat. van Stevendaal, HAW Hamburg
Matrikelnummer.: 
Abgabetermin: 29.01.2025

Leif Johannsen

Thema der Arbeit

Entwicklung und Implementierung eines Motion-Tracking-Systems zur Schwimmtechnik-Analyse unter Anwendung von Sensorfusion

Stichworte

Sensorfusion, Komplementärfilter, Mahony-Filter, IMU, Inertiale Navigation, Motion Tracking, Schwimmtechnik-Analyse, Orientierungsschätzung, Zentripetalkompensation

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit behandelt die Entwicklung und Implementierung eines Motion-Tracking-Systems zur Analyse der Schwimmtechnik. Ein entwickelter Sensor mit einem ESP-Modul erfasst Umgebungsdruck-, Beschleunigungs-, Gyroskop- und Magnetfelddaten. Die gesammelten Daten werden in Nachverarbeitung mithilfe eines nichtlinearen Komplementärfilters (Mahony-Filter) fusioniert und zweifach integriert, um eine präzise Positionsbestimmung zu ermöglichen. Das System zielt darauf ab, durch präzises Motion-Tracking die Schwimmleistungsanalyse zu verbessern und wurde mit synthetischen sowie realen Schwimmdaten getestet. Durch sein kostengünstiges und tragbares Design stellt es ein wertvolles Werkzeug für Profisportler und Amateurschwimmer dar.

Leif Johannsen

Title of Thesis

Development and implementation of a motion tracking system for swimming technique analysis using sensor fusion

Keywords

Sensor fusion, complementary filter, Mahony filter, IMU, inertial navigation, motion tracking, Python, swimming technique analysis, orientation estimation, centripetal compensation

Abstract

This thesis explores the development and implementation of a motion tracking system tailored to analyze swimming techniques. A custom-designed sensor integrates an ESP module to capture environmental pressure, acceleration, gyroscopic, and magnetic field data. The collected data undergoes fusion using a nonlinear complementary filter (Mahony filter) in post-processing, followed by double integration for precise position estimation. The system focuses on enhancing swimming performance analysis through accurate motion tracking and is tested with both synthetic and real-world swimming data. Its cost-effective and portable design offers a valuable tool for both professional athletes and amateur swimmers.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	V
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung	2
2 Grundlagen des Motion Trackings	3
2.1 Koordinatensysteme	3
2.2 Die Einheitssphäre S^2	5
2.3 Koordinaten-Transformation	5
2.3.1 Eulerwinkel	6
2.3.2 Quaternionen	6
2.3.3 Spezielle orthogonale Gruppe $SO(3)$	8
2.4 Inertial Measurement Unit (IMU) und MEMS-Sensoren	9
3 Sensorfusion	11
3.1 Inertiales Navigationssystem	11
3.1.1 Orientierungsschätzung	11
3.1.1.1 Lineare und nichtlineare Filter	11
3.1.1.2 Filterwahl	13
3.1.2 Numerische Integration	13
3.1.3 Coning-Kompensation	14
3.1.4 Sculling-Kompensation	15
3.2 Mahony-Filter	16
3.2.1 Kinematik des Systems	17
3.2.2 Fehlerkriterium und Korrekturterm	17
3.2.3 Filterimplementierung und Normalisierung	18
3.2.4 Stabilitätsanalyse	18
4 Sensor Systemdesign	19
4.1 Stand der Technik	19
4.2 Anforderungsanalyse	20
4.3 Bauteilauswahl	24
4.4 PCB Design und Layout	24
5 Datenerfassung und Echtzeitverarbeitung	26
5.1 Konfiguration der Sensorik	27
5.2 Optimierung der Zyklus- und Abtastraten	29
5.3 Programmablauf	32

6	Entwicklung eines akausalen Mahony-Filters	34
6.1	Zeitliche Umkehrung der Daten	34
6.2	Orientierungsschätzung	35
6.3	Rückwärtsinitialisierung	35
6.4	Verstärkungsfaktoren und Stabilität	36
6.5	Verbesserte Anfangsgenauigkeit	37
7	Entwicklung eines Motion-Tracking-Algorithmus	38
7.1	Schwimmdaten auslesen	39
7.2	Datenparsing und Kalibrierung	39
7.2.1	Skalierung und Umrechnung der Rohdaten	39
7.2.2	Zeitsynchronisation	40
7.2.3	Offset-Bestimmung und Kalibrierung	41
7.3	Orientierungsschätzung	42
7.3.1	Akausale Schätzung	43
7.3.2	Optimierung der Filterparameter	44
7.3.3	Gewichtung der Referenzvektoren	45
7.3.4	Modell zur Zentripetalkompensation	45
7.4	Koordinatentransformation	47
7.5	Integration und Filterung	48
8	Schwimmanalytik	50
8.1	Armzugdetektion	50
8.2	Segmentierung der Schwimmbewegung	51
8.3	Erkennung der Wendepunkte	52
8.4	Erfassung der Metriken	53
9	Methodik und Durchführung	54
9.1	Generierung synthetischer Testdaten	54
9.1.1	Testsenario S1 - Statischer Zustand	54
9.1.2	Testsenario S2 - Gleichförmige Kreisbewegung	55
9.1.3	Testsenario S3 - Beschleunigte Kreisbewegung mit Translation	56
9.2	Aufnahme realer Testdaten	57
9.2.1	Testsenario R1 - Reale Kreisbahnen	58
9.2.2	Testsenario R2 - Schwimmdaten	59
10	Ergebnisse	61
10.1	Validierung des Motion-Tracking-Algorithmus	61
10.1.1	Statischer Zustand - S1	61
10.1.2	Gleichförmige Kreisbewegung - S2	64
10.1.2.1	Veränderung der Abtastzeit	64
10.1.2.2	Analyse der akausalen Schätzung	65
10.1.2.3	Filterung	68

10.1.2.4	Offset in Drehraten und Sensorfusion	70
10.1.2.5	Kompensation durch Zentripetalmodell	72
10.1.3	Beschleunigte Kreisbewegung mit Translation - S3	74
10.1.3.1	Kompensation der translatorischen Bewegung	74
10.1.3.2	Analyse der Gyroskop-Daten und Referenzwerte	75
10.2	Analyse von realen Kreisbahnen - R1	80
10.2.1	Zentripetalkompensation	80
10.2.2	Referenzanalyse	81
10.2.3	Optimierte Referenz	82
10.3	Analyse der Schwimmdaten - R2	85
10.3.1	Zugerkennung	86
10.3.2	Leistungsaproximierung auf Basis des Drucksensors	87
10.3.3	Schwimmzug-Analyse	88
10.3.4	Varianzanalyse	91
10.4	Analyse der Metriken	91
11	Diskussion	93
11.1	Zusammenfassung der Hauptergebnisse	93
11.2	Interpretation der Ergebnisse	93
11.3	Methodische Limitationen	94
11.3.1	Validierung der Leistungsaproximierung	94
11.3.2	Validierung der Ergebnisse	95
11.3.3	Benutzerabhängige Fehler der Kalibrierung	95
11.3.4	Abhängigkeit von der Sensorplatzierung	96
11.4	Technische Limitationen	97
11.4.1	Drift und Diskretisierungsfehler	97
11.4.2	Zentripetalkompensation	98
11.4.3	Automatisierung und Echtzeitfähigkeit	98
11.5	Fazit	99
11.6	Ausblick auf zukünftige Forschungen und Entwicklungen	100
Literatur		VIII
Anhang		XIII
Eidesstattliche Erklärung		XIII

Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung der Koordinatensysteme [vgl. 52, S. 29].	4
2	Schematische Darstellung eines Mahony-Filters [29]	16
3	Top- und Bottom-Ansicht des entworfenen PCBs	25
4	Schematische Darstellung des Speichermanagements	30
5	Zykluszeit in Abhängigkeit von der Anzahl der Messwerte	31
6	Ablaufdiagramm des Echtzeitprogramms	32
7	Schematische Darstellung des Datenflusses	38
8	S2 - Beschleunigung und Magnetfelddaten	55
9	S3 - Beschleunigung und Magnetfelddaten	57
10	R1 - Versuchsaufbau reale Kreisbahnen	58
11	R1 - Beschleunigung und Magnetfelddaten	59
12	R2 - Ausrichtung des Sensors in der Hand	60
13	S1 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse mit 0,2 rad/s Offset	61
14	S1 - Quaternion-Komponenten bei fehlerhafter Initialisierung	63
15	S2 - xz -Ebene bei $\Delta t = 2 \text{ ms}$	64
16	S2 - xz -Ebene bei $\Delta t = 0,2 \text{ ms}$	65
17	S2 - Vergleich der vorwärts- und rückwärtsgerichteten Schätzung bei deaktiviertem Tiefpassfilter	66
18	S2 - Geschätzter Gyroskopfehler	67
19	S2 - xz -Ebene mit zentrierten und gefilterten Daten	68
20	S2 - xz -Ebene mit gefilterten Daten und ohne Padding	69
21	S2 - xz -Ebene mit gefilterten Daten und Padding	69
22	S2 - xz -Ebene mit Gyro-Offset 0,2 rad/s	70
23	S2 - Winkelgeschwindigkeiten ohne Zentripetalkompensation	71
24	Vektoraddition Kreisbahn	72
25	S2 - xz -Ebene mit Zentripetalkompensation und Gyro-Offset 0,2 rad/s	73
26	S3 - xz -Ebene ohne Tiefpassfilterung	74
27	S3 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse ohne Offset	75
28	S3 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse mit Offset 0,2 rad/s	76
29	S3 - Winkelabweichung $\Delta\theta_y$ mit Kombiniertes Referenz	77
30	S3 - xz -Ebene mit Offset 0,2 rad/s	78
31	S3 - Winkelgeschwindigkeiten ω_y mit Magnetfeldreferenz	78
32	S3 - Winkelabweichung $\Delta\theta_y$ mit Magnetfeldreferenz	79
33	R1 - Kompensierte Zentripetalbeschleunigung	80
34	R1 - xz -Ebene mit Magnetfeldreferenz	81
35	R1 - xz -Ebene mit Beschleunigungsreferenz	82
36	R1 - xz -Ebene mit gewichtetem Fehlerkorrekturterm	82
37	R1 - yz -Ebene mit gewichtetem Fehlerkorrekturterm	83
38	R1 - xy -Ebene mit gewichtetem Fehlerkorrekturterm	83
39	R1 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse	84

40	R1 - geschätzte Eulerwinkel (Roll, Pitch und Yaw)	85
41	R2 - Analyse von Druck- und Beschleunigungswerten	86
42	R2 - Leistungs-, Drehmoment- und Kraftwerte	88
43	R2 - Exemplarischer Schwimmzug der rechten Hand (diese Arbeit) . . .	89
44	R2 - Exemplarischer Schwimmzug der rechten Hand (SwimBetter) . . .	89
45	R2 - Gemittelte Armzugbahn mit Kovarianzellipsen	91

Tabellenverzeichnis

1	Schwimmdaten der WM-Vorläufe 2015 über 1.500 Meter Freistil	20
2	Auswahl der Hauptkomponenten für das Sensorsystem	24
3	Überblick der finalen Sensor- und Schnittstellenkonfiguration [18, 40, 16]	26
4	Einstellungen des DLPF für den MPU6050 [18]	28
5	S2 - Driftfehler und Verbesserungen durch die akausale Schätzung	66

1 Einleitung

Der Schwimmsport stellt eine der technisch anspruchsvollsten Disziplinen dar, bei der präzise Bewegungsabläufe und optimale Technik entscheidend für den Erfolg sind. Mit dem Ziel, die Leistung von Schwimmern sowohl im professionellen als auch im Amateursport zu steigern, gewinnen Technologien zur genauen Bewegungsanalyse zunehmend an Bedeutung. Moderne Sensorik und Motion-Tracking-Systeme bieten hierbei innovative Ansätze, um die komplexen Bewegungen im Wasser detailliert zu erfassen und auszuwerten.

1.1 Motivation

Die präzise Analyse und Bewertung sportlicher Leistungen hat in den letzten Jahren sowohl im Profi- als auch im Amateursport an Bedeutung gewonnen. Insbesondere im Schwimmsport ist die genaue Erfassung von Bewegungsabläufen zentral, um die Technik zu verbessern und die Effizienz zu steigern. Gängige Überwachungssysteme wie Kameras oder GPS stoßen hierbei oft an ihre Grenzen, da sie keine ausreichende Genauigkeit bei der Positionsbestimmung und Leistungsbewertung bieten. Motion-Tracking-Systeme, die auf Inertialsensoren und Sensorfusion basieren, ermöglichen hingegen die Erfassung von Bewegungen im dreidimensionalen Raum und liefern wertvolle Erkenntnisse zur Optimierung des Trainings.

Zudem besteht ein Bedarf an kostengünstigen und tragbaren Lösungen, die auch Amateursportlern eine präzise Bewegungsanalyse ohne externe Hilfe ermöglichen. Aktuelle Methoden wie Videoanalysen und subjektive Trainerbeobachtungen sind oft fehleranfällig und bieten keine objektive Datenbasis. Ein algorithmusbasiertes System kann hier Abhilfe schaffen, indem es eine objektive und fehlerfreie Analyse der Schwimmtechnik ermöglicht.

Die Herausforderung besteht darin, die komplexen, nichtlinearen Bewegungen beim Schwimmen präzise zu erfassen. Herkömmliche lineare Filtermethoden sind hierfür oft ungeeignet. In dieser Arbeit wird daher ein nichtlinearer Komplementärfilter nach R. Mahony eingesetzt, der speziell für die Orientierungsschätzung in dynamischen, nichtlinearen Systemen entwickelt wurde.

1.2 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Implementierung eines Motiontracking-Systems, das speziell für die Analyse der Schwimmtechnik konzipiert ist. Ein zentrales Element des Sensorsystems ist die Integration von Sensoren wie Gyroskopen, Beschleunigungssensoren und Magnetfeldsensoren zur Bestimmung der Orientierung der Handbewegung. Der Sensor wird von einem Akkumulator betrieben und soll in der Lage sein, Schwimmdaten aufzuzeichnen und zu speichern.

Im Anschluss an die Datenerfassung wird ein Motion-Tracking-Algorithmus in Python entwickelt, welcher die Orientierung des Sensors mithilfe der Sensorfusion durch den Komplementärfilter nach R. Mahony schätzt. Die geschätzte Orientierung wird optimiert und zur Berechnung der Geschwindigkeit integriert. Anschließend wird die Geschwindigkeit ebenfalls optimiert und zur Positionsbestimmung integriert. Diese Position soll die Handbewegung des Schwimmers wiedergeben. Ein 3D-Plot im mitlaufenden *Schwimmerkoordinatensystem* ermöglicht eine detaillierte Analyse der Handbewegung.

Darüber hinaus wird ein Atmosphärendrucksensor verwendet, um die Eintauchzeitpunkte des Schwimmers basierend auf Druckdifferenzen im Wasser zu detektieren. Das System soll tragbar und kostengünstig sein, sodass auch Amateursportler von einer präzisen Bewegungsanalyse profitieren können.

Abschließend wird die Leistungsfähigkeit des Systems anhand von synthetischen und realen Schwimmdaten getestet und evaluiert. Dabei liegt der Fokus auf der Genauigkeit der Positionsbestimmung.

2 Grundlagen des Motion Trackings

In diesem Kapitel werden die Grundlagen des Motion-Trackings erläutert, das im Rahmen dieser Arbeit zur Schwimmtechnikanalyse verwendet wird. Der Fokus liegt auf der Verwendung eines expliziten Komplementärfilters zur inertialen Navigation. Die Inertial Measurement Units (IMU) und Inertiale Navigationssysteme (INS) werden detailliert beschrieben, um die Ansätze für das Motion-Tracking verständlich zu machen.

Motion Tracking bezeichnet die präzise Verfolgung der Bewegung eines Objekts oder Körpers im dreidimensionalen Raum. Im Kontext der Schwimmtechnikanalyse bietet es die Möglichkeit, Bewegungsmuster und Körperhaltungen eines Schwimmers zu erfassen und auszuwerten. IMUs liefern dabei Rohdaten, aus denen Bewegungen rekonstruiert werden können, während das INS diese Daten verarbeitet und auftretende Driftfehler durch Sensorungenauigkeiten minimiert. Diese Kombination ermöglicht eine präzise Bewegungsanalyse ohne den Einsatz externer Marker oder optischer Systeme [10].

IMU-basierte Motion-Tracking-Systeme sind besonders vorteilhaft, da sie tragbar und benutzerfreundlich sind, was eine kontinuierliche Messung auch in komplexen Umgebungen wie dem Wasser ermöglicht. Diese Technologie hat sich als kosteneffiziente Alternative zu optischen Tracking-Systemen etabliert, insbesondere in Situationen, in denen die Sicht eingeschränkt ist oder marker-basierte Systeme unpraktisch sind. [10]

2.1 Koordinatensysteme

Im Motion Tracking werden verschiedene Koordinatensysteme verwendet, die in Abbildung 1 schematisch dargestellt sind. Diese Koordinatensysteme dienen zur Berechnung von Position und Orientierung und werden in dieser Arbeit wie folgt definiert:

1. Körperfestes Koordinatensystem (Sensorkoordinatensystem)

Das körperfeste Koordinatensystem (x^b, y^b, z^b) ist direkt mit dem Sensor verbunden und bewegt sich mit diesem. Die Achsen dieses Systems werden durch die Ausrichtung des Sensors definiert, und die Messwerte (Beschleunigung, Winkelgeschwindigkeit, Magnetfeld) beziehen sich auf diese Achsen. In Abbildung 1 ist dieses System oben rechts dargestellt, wo es lokal um den Sensor angeordnet ist [vgl. 9, S. 1-3], [vgl. 52, S. 28-30].

2. Inertialkoordinatensystem

Das Inertialkoordinatensystem (x^i, y^i, z^i) ist ein hypothetisch *feststehendes* System zur Berechnung von Beschleunigungen, in dem äußere Einflüsse wie die Erdrotation vernachlässigt werden. Dieses Koordinatensystem wird in Abbildung 1 als globales Referenzsystem dargestellt. Obwohl es theoretisch nützlich ist, wird es in dieser Arbeit nicht direkt verwendet, da andere Systeme effizientere oder praktischere Referenzen bieten [vgl. 19, S. 28], [52].

3. Erdfestes Koordinatensystem

Das erdfeste Koordinatensystem (x^e, y^e, z^e) ist an die Erde gebunden und hat seinen Ursprung im Massenzentrum. Die Achsen orientieren sich an der Rotationsachse und der Erdgeometrie (siehe Abbildung 1). Da die Erdrotation Ω nicht berücksichtigt wird, fällt es mit dem Inertialsystem zusammen.

4. Navigationskoordinatensystem (Weltkoordinatensystem)

Das Navigationskoordinatensystem (x^n, y^n, z^n) entspricht einem lokalen, an der Erdoberfläche orientierten System. Die Achsen dieses Systems richten sich nach geografischem Norden, Osten und dem Lot zur Erdoberfläche aus. In Abbildung 1 ist dieses System ebenfalls oben rechts angedeutet, wo es die Verbindung zwischen dem körperfesten Koordinatensystem und der globalen Referenz darstellt. Transformationen zwischen dem körperfesten und dem Navigationskoordinatensystem erfolgen über Rotationsmatrizen [vgl. 19, S. 7], [52].

5. Schwimmerkoordinatensystem

Das Schwimmerkoordinatensystem ist ein mit dem Schwimmer mitlaufendes, weltbezogenes System. Dieses System kompensiert die translatorische Vorwärtsbewegung des Schwimmers, sodass nur noch die relativen Bewegungen, wie etwa die Armrotationen, analysiert werden können. In Abbildung 1 ist es nicht explizit dargestellt, kann jedoch als ein lokal mitlaufendes System gedacht werden, welches sich aus dem Navigationskoordinatensystem ableitet. Durch diese Kompensation können spezifische Bewegungsphasen des Arms oder der Hand präziser erfasst und analysiert werden, ohne durch die Gesamtbewegung entlang der Schwimmbahn beeinflusst zu werden.

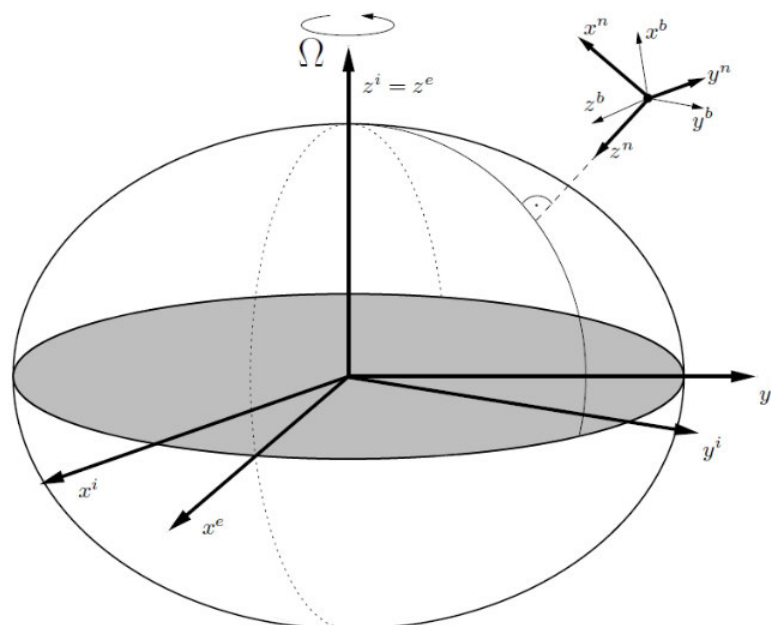


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Koordinatensysteme [vgl. 52, S. 29].

In dieser Abbildung 1 verschmelzen das Inertialkoordinatensystem (x^i, y^i, z^i) und das erdfeste Koordinatensystem (x^e, y^e, z^e) praktisch, da die Erdrotation in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wird. Das körperfeste Koordinatensystem (x^b, y^b, z^b) ist durch den Sensor definiert, und das Navigationskoordinatensystem bzw. Weltkoordinatensystem (x^n, y^n, z^n) dient der Berechnung von Bewegungen relativ zur Erdoberfläche. Das Schwimmerkoordinatensystem schließlich läuft mit dem Sportler mit und kompensiert dessen Vorwärtsbewegung, sodass gezielt einzelne Armzüge analysiert werden können.

2.2 Die Einheitssphäre S^2

Die zweidimensionale Einheitssphäre S^2 ist definiert als die Menge aller Punkte im dreidimensionalen Raum \mathbb{R}^3 , deren Abstand zum Ursprung genau 1 beträgt [19]. Formal ausgedrückt:

$$S^2 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{x}\| = 1\} \quad (1)$$

Geometrisch entspricht dies der Oberfläche einer Kugel mit einem Radius von eins. Die Einheitssphäre ist eine wichtige mathematische Grundlage, um Richtungsvektoren zu beschreiben, wie sie beispielsweise in der Verarbeitung von Sensordaten verwendet werden [32] [19].

Sensoren wie Beschleunigungsmesser und Magnetometer liefern Vektoren, die nach einer Normierung auf der Oberfläche von S^2 liegen. Diese Eigenschaft erlaubt eine präzise mathematische Darstellung und Verarbeitung von Richtungen im Raum. Besonders relevant ist dies bei der Arbeit mit Koordinatensystemen, da Vektoren auf der Sphäre durch Rotationen transformiert werden können, ohne ihre Norm oder geometrische Konsistenz zu verlieren [32].

Das Konzept der Einheitssphäre spielt eine zentrale Rolle in der Orientierungsschätzung und wird als Grundlage für die Fehleranalyse und die Datenfusion verwendet [32]. Ohne auf die spezifischen Mechanismen einzugehen, bildet S^2 eine abstrakte, aber zugleich intuitive Repräsentation für die Verarbeitung von Messdaten, die im weiteren Verlauf für die Entwicklung von Algorithmen genutzt wird.

2.3 Koordinaten-Transformation

Bei der Erfassung von Bewegungen mit einem Inertialsystem werden die Messdaten der Sensoren (Gyroskope, Beschleunigungsmesser, Magnetometer) im körperfesten Koordinatensystem gemessen. Um diese Daten jedoch in einem globalen oder inertialen Koordinatensystem zu verwenden, ist eine Koordinatentransformation erforderlich. Die Transformation ermöglicht es, Bewegungen und Orientierungen korrekt im Raum zu interpretieren, indem sie die lokalen Messungen in Bezug auf ein übergeordnetes Referenzsystem übersetzt. Die zwei gängigsten Methoden für Koordinatentransformationen sind die Verwendung von Eulerwinkeln und Quaternionen.

2.3.1 Eulerwinkel

Die Eulerwinkel sind eine Methode, um die Orientierung eines Objekts durch eine Folge von Drehungen um die Achsen eines Koordinatensystems zu beschreiben. Diese Drehungen erfolgen in einer festgelegten Reihenfolge, die üblicherweise durch drei aufeinanderfolgende Rotationen um die Hauptachsen eines Koordinatensystems definiert sind. Die Rotationen um die Achsen werden durch Drehmatrizen beschrieben, und die Gesamtdrehung ergibt sich aus der Multiplikation der entsprechenden Matrizen. Die Drehmatrizen für die Rotation um die drei Achsen (für die Winkel α , β und γ) sind wie folgt definiert:

$$R_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_2(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_3(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Die Vorzeichen der Sinus-Terme wurden korrigiert, um den Standarddefinitionen der Rotationsmatrizen zu entsprechen. Die vollständige Transformation durch Eulerwinkel ergibt sich aus der Kombination der einzelnen Drehmatrizen. Die Reihenfolge der Rotationen ist entscheidend und kann je nach Anwendung variieren. In der Regel wird die Reihenfolge $R = R_3(\gamma) R_2(\beta) R_1(\alpha)$ verwendet [vgl. 19, S. 12-13].

Ein Nachteil der Eulerwinkel ist die Möglichkeit von Singularitäten, insbesondere das sogenannte Gimbal-Lock, bei dem zwei der Drehachsen zusammenfallen und eine eindeutige Bestimmung der Orientierung unmöglich wird.

2.3.2 Quaternionen

Eine Alternative zu Eulerwinkeln sind Quaternionen, die in vielen modernen Navigations- und Tracking-Systemen aufgrund ihrer numerischen Stabilität und Effizienz verwendet werden. Quaternionen basieren auf einer vierdimensionalen Erweiterung komplexer Zahlen und ermöglichen eine singularitätsfreie Beschreibung von Drehungen im Raum. Ein Quaternion wird durch vier Komponenten beschrieben:

$$q = w + xi + yj + zk \quad (5)$$

Dabei sind w , x , y und z reelle Zahlen, und i , j , k sind die imaginären Einheiten [vgl. 23, S. 37-40]. Für die Beschreibung einer Rotation wird eine Einheitsquaternion verwendet,

bei der gilt:

$$w = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (x, y, z) = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (u_x, u_y, u_z) \quad (6)$$

wobei θ der Drehwinkel und $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ ein Einheitsvektor entlang der Rotationsachse ist [vgl. 19, S. 15-17].

Die Drehung eines Vektors \mathbf{v} mit den Komponenten (v_x, v_y, v_z) durch ein Quaternion q erfolgt über die folgende Gleichung:

$$\mathbf{v}' = q\mathbf{v}q^{-1} \quad (7)$$

Hierbei wird der Vektor \mathbf{v} als reines Quaternion ohne Realanteil dargestellt:

$$\mathbf{v} = 0 + v_x i + v_y j + v_z k \quad (8)$$

und die Multiplikation erfolgt nach den Quaternionen-Multiplikationsregeln. Das Ergebnis \mathbf{v}' ist dann der gedrehte Vektor, der ebenfalls aus den Komponenten (v'_x, v'_y, v'_z) besteht [19].

Um die Quaternion-Multiplikation effizient darzustellen, kann eine Quaternion-Multiplikationsmatrix $Q(q)$ eingeführt werden. Für zwei Quaternionen $q = w + xi + yj + zk$ und $p = w' + x'i + y'j + z'k$ lässt sich die Multiplikation qp durch folgende Matrixmultiplikation ausdrücken:

$$qp = Q(q) \cdot p \quad (9)$$

wobei die Matrix $Q(q)$ definiert ist als:

$$Q(q) = \begin{bmatrix} w & -x & -y & -z \\ x & w & -z & y \\ y & z & w & -x \\ z & -y & x & w \end{bmatrix} \quad (10)$$

Die Quaternion-Multiplikationsmatrix $Q(q)$ hat die Dimension 4×4 und wird auf Quaternionen angewendet, die als 4D-Vektoren $(w', x', y', z')^T$ dargestellt werden. Dies ermöglicht die effiziente Zusammensetzung von Drehungen oder die Durchführung anderer Quaternionenoperationen [vgl. 23, S. 39]. Da $Q(q)$ die Multiplikation auf eine standardisierte Matrixoperation reduziert, ist diese Darstellung besonders geeignet für die Implementierung in Software. Wichtig ist, dass die Quaternion-Multiplikationsmatrix $Q(q)$ nicht direkt auf dreidimensionale Vektoren angewendet wird, sondern ausschließlich für die Multiplikation von Quaternionen verwendet wird.

Für die Drehung eines dreidimensionalen Vektors \mathbf{v} durch eine Quaternion q wird die Rotationsmatrix $R(q)$ verwendet. Diese Matrix wird direkt aus den Quaternionen q abgeleitet und besitzt die Dimension 3×3 . Die Drehung erfolgt durch Multiplikation

des Vektors \mathbf{v} mit $R(q)$:

$$\mathbf{v}' = R(q) \cdot \mathbf{v} \quad (11)$$

wobei die Rotationsmatrix $R(q)$ wie folgt definiert ist:

$$R(q) = \begin{bmatrix} 1 - 2(y^2 + z^2) & 2(xy - wz) & 2(xz + wy) \\ 2(xy + wz) & 1 - 2(x^2 + z^2) & 2(yz - wx) \\ 2(xz - wy) & 2(yz + wx) & 1 - 2(x^2 + y^2) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Im Gegensatz zur Quaternion-Multiplikationsmatrix $Q(q)$, die ausschließlich für Quaternionenoperationen genutzt wird, wird die Rotationsmatrix $R(q)$ speziell zur Transformation von dreidimensionalen Vektoren eingesetzt. Sensor-Daten wie Beschleunigungs- oder Magnetfeldmessungen, die als Vektoren (v_x, v_y, v_z) vorliegen, können mithilfe von $R(q)$ entsprechend der durch die Quaternionen definierten Rotation gedreht werden. Die Rotationsmatrix ist besonders geeignet, wenn Sensordaten direkt in ein anderes Koordinatensystem transformiert werden sollen [vgl. 1, S. 328].

Durch Anwendung der Rotationsmatrix $R(q)$ auf den Vektor \mathbf{v} werden die Sensor-Signale mit den Komponenten v_x, v_y, v_z entsprechend der durch die Quaternionen definierten Rotation gedreht [vgl. 23, S. 60]. Alternativ ermöglicht die Darstellung des Vektors als reines Quaternion die Verwendung der Quaternion-Multiplikation, um die gleiche Rotation zu berechnen [10]. Dies ist besonders nützlich bei der Verarbeitung von Sensordaten im dreidimensionalen Raum [vgl. 23, S. 18].

Der wesentliche Vorteil von Quaternionen besteht in ihrer Fähigkeit, Singularitäten wie das Gimbal-Lock zu vermeiden, was sie für die numerische Integration von Drehungen besonders geeignet macht. Darüber hinaus sind sie effizienter in der Berechnung als Eulerwinkel. [vgl. 19, S. 18].

2.3.3 Spezielle orthogonale Gruppe $SO(3)$

Die spezielle orthogonale Gruppe $SO(3)$ umfasst die Menge aller orthogonalen 3×3 -Matrizen mit der Determinante von eins, die reine Rotationen im dreidimensionalen Raum darstellen. Diese Rotationsmatrizen definieren Transformationen, die Längen und Winkel unverändert lassen und sind somit fundamentale Werkzeuge in der Mathematik, Physik und Sensordatenverarbeitung [vgl. 19, S. 11-15][vgl. 25, S. 2].

Eine generische Rotationsmatrix $R \in SO(3)$ hat die folgende Form:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

mit den Bedingungen:

$$R^T R = I \quad \text{und} \quad \det(R) = 1. \quad (14)$$

Die Orthogonalitätsbedingung $R^T R = I$ bedeutet, dass die Zeilen- und Spaltenvektoren von R orthonormale Basisvektoren des \mathbb{R}^3 sind. Diese Eigenschaft stellt sicher, dass R keine Verzerrung verursacht, das heißt, Längen und Winkel unverändert bleiben. Zusätzlich verhindert die Determinantenbedingung $\det(R) = 1$ Spiegelungen, sodass ausschließlich orientierungserhaltende Rotationen möglich sind [vgl. 25, S. 3].

Rotationsmatrizen aus $SO(3)$ sind essentiell für die Transformation von Vektoren zwischen verschiedenen Koordinatensystemen. Beispielsweise kann ein Messvektor \mathbf{x} , der im Sensorkoordinatensystem erfasst wurde, durch die folgende Transformation in ein globales Bezugssystem überführt werden:

$$\mathbf{x}_{\text{global}} = R \mathbf{x}_{\text{sensor}}, \quad (15)$$

wobei $R \in SO(3)$ die Rotationsmatrix ist, die die Orientierung des Sensors relativ zum Weltkoordinatensystem beschreibt [vgl. 25, S. 4].

Die Lie-Algebra $\mathfrak{so}(3)$ ist der Tangentialraum von $SO(3)$ an der Identitätsmatrix und besteht aus allen schiefsymmetrischen 3×3 -Matrizen. Eine Matrix $\boldsymbol{\omega} \in \mathfrak{so}(3)$ hat die Form:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

wobei $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ die Winkelgeschwindigkeit darstellt.

Die Lie-Algebra $\mathfrak{so}(3)$ dient als Basis für die Beschreibung von Rotationen in infinitesimalen Zeitschritten und wird in nichtlinearen Komplementärfiltern wie dem Mahony-Filter verwendet, um die Fehlerdynamik im Rotationsraum konsistent zu modellieren. Die Projektion des Orientierungsfehlers auf $\mathfrak{so}(3)$ ermöglicht eine mathematisch saubere Korrektur der Schätzung, ohne die globalen Eigenschaften der Lie-Gruppe $SO(3)$ zu verletzen [vgl. 19, S. 11-15] [vgl. 25, S. 6].

2.4 Inertial Measurement Unit (IMU) und MEMS-Sensoren

Eine IMU ist eine zentrale Komponente zur Erfassung von Bewegungen und Orientierungen in Echtzeit. Typischerweise kombiniert sie drei Sensortypen: einen **Beschleunigungssensor**, der lineare Beschleunigungen entlang der x -, y - und z -Achse misst, ein **Gyroskop**, das die Winkelgeschwindigkeit um diese Achsen erfasst, und optional ein **Magnetometer**, das das Erdmagnetfeld zur Orientierungsmessung nutzt. Durch die Bündelung dieser Informationen liefert die IMU eine umfassende Datengrundlage für Anwendungen wie Sportanalysen, Robotik oder Navigationssysteme [10].

Beschleunigungssensor:

MEMS-Beschleunigungssensoren (Micro-Electro-Mechanical Systems) detektieren sowohl statische (Gravitation) als auch dynamische Beschleunigungen. Eine mikromechanische Masse reagiert hierbei auf Kräfte, was zu einer kapazitiven Änderung zwischen festen und beweglichen Elektroden führt. Aus dieser Kapazitätsänderung wird die Beschleunigung berechnet. Das kompakte Design und der geringe Energieverbrauch machen MEMS-Beschleunigungssensoren ideal für tragbare Systeme [48].

Gyroskop:

Drehraten in drei Raumachsen werden über den Corioliseffekt erfasst. Dabei werden kleine Massen in Schwingung versetzt. Sobald eine Rotation auftritt, entsteht eine seitliche Ablenkung, die proportional zur Winkelgeschwindigkeit ist. Auch hier wird die resultierende Verschiebung kapazitiv gemessen. Obwohl MEMS-Gyrokope eine hohe Messdynamik ermöglichen, unterliegen sie einer Drift, die über längere Zeit zu Messfehlern führt [41].

Magnetometer:

Zur Bestimmung der absoluten Orientierung im Raum kann ein Magnetometer das Erdmagnetfeld als Referenz verwenden. Es misst die Feldstärke und -richtung in drei Achsen, meist über den Hall-Effekt oder magnetoresistive Effekte. Allerdings können *Hard-Iron-* und *Soft-Iron-*Effekte (permanente bzw. richtungsabhängige Verzerrungen durch magnetische Materialien) das Signal verfälschen. Eine Kalibrierung in Form von Offsetkorrekturen und Transformationen kompensiert diese Störungen [48].

3 Sensorfusion

Im Motion Tracking für den Schwimmsport ist die präzise Schätzung von Orientierung und Bewegung entscheidend. Sensorfusion integriert Rohdaten verschiedener Sensoren, um zuverlässigere und genauere Ergebnisse zu erzielen. Dieser Abschnitt erläutert grundlegende Konzepte der Sensorfusion, die Rolle inertialer Navigationssysteme (INS) und die Anwendung des Mahony-Filters zur Orientierungsschätzung.

3.1 Inertiales Navigationssystem

Ein INS verarbeitet die IMU-Rohdaten zur Bestimmung von Position, Geschwindigkeit und Orientierung des Schwimmers im globalen Koordinatensystem. Durch Koordinatentransformationen, etwa mittels Rotationsmatrizen oder Quaternionen, werden Sensordaten ins Weltkoordinatensystem überführt. Driftfehler durch Sensorungenauigkeiten werden mittels Filtermethoden reduziert, wodurch die Kombination von IMU und INS eine präzise und robuste Bewegungsanalyse ermöglicht [10, 1].

3.1.1 Orientierungsschätzung

Die Orientierungsschätzung ist für Bewegungsanalyse und Navigation essenziell. Beschleunigungen, Magnetfelddaten und Rotationsraten werden mittels Filteralgorithmen verarbeitet, um die räumliche Ausrichtung im dreidimensionalen Raum zu bestimmen. Aufgrund von Messunsicherheiten wie Rauschen und Drift sind robuste Filtermethoden erforderlich. Unterschiedliche lineare und nichtlineare Filteransätze werden eingesetzt, um die Orientierung präzise und stabil in anspruchsvollen Umgebungen wie dem Schwimmsport zu schätzen. Im Folgenden werden diese Filteransätze vorgestellt und ihre Eignung für die präzise und stabile Schätzung der Orientierung in anspruchsvollen Umgebungen, wie dem Schwimmsport, diskutiert.

3.1.1.1 Lineare und nichtlineare Filter

Lineare Filter basieren auf dem Superpositionsprinzip, das besagt, dass die Antwort eines Systems auf eine Linearkombination von Eingangssignalen gleich der Linearkombination der einzelnen Antworten auf die jeweiligen Eingangssignale ist [35]. Mathematisch ausgedrückt für zwei Eingangssignale $x_1(t)$ und $x_2(t)$ sowie Skalare a und b :

$$H\{ax_1(t) + bx_2(t)\} = aH\{x_1(t)\} + bH\{x_2(t)\}. \quad (17)$$

Ein klassisches Beispiel für einen linearen Filter ist der Kalman-Filter, der unter der Annahme linearer Systemdynamiken und gaußschen Rauschens eine optimale Schätzung der Systemzustände liefert [21, 13]. Lineare Filter sind in vielen Anwendungen aufgrund ihrer mathematischen Effizienz und der Verfügbarkeit effizienter Lösungsmethoden weit verbreitet [14].

Im Gegensatz dazu erfüllen nichtlineare Filter das Superpositionsprinzip nicht. Das bedeutet, dass die Filterung von Kombinationen von Eingangssignalen nicht als Kombination der gefilterten Einzelereignisse dargestellt werden kann. Formal:

$$H\{ax_1(t) + bx_2(t)\} \neq aH\{x_1(t)\} + bH\{x_2(t)\}. \quad (18)$$

Obwohl Systeme immer linearisiert werden können, sind nichtlineare Filter erforderlich, wenn lineare Modelle nicht die notwendige Genauigkeit bieten. Dies tritt insbesondere dann auf, wenn das zugrundeliegende Systemverhalten oder die Messmodelle intrinsisch nichtlinear sind. Beispiele hierfür sind Systeme mit Sättigungseffekten, harmonischen Verzerrungen oder komplexen Dynamiken, die in der Praxis häufig vorkommen. Zwei prominente Beispiele für nichtlineare Filter sind der erweiterte Kalman-Filter und der Mahony-Filter [31].

Erweiterter Kalman-Filter (EKF) :

Der EKF ist eine Erweiterung des linearen Kalman-Filters, die es ermöglicht, nichtlineare Systeme durch lokale Linearisierung mittels Taylor-Reihe erster Ordnung zu behandeln. Dabei werden die Zustandsgleichungen und Beobachtungsmodelle um den aktuellen Schätzwert linearisiert, um die Filtergleichungen anzuwenden. Der EKF ist besonders effektiv bei der Verarbeitung von Sensordaten mit nichtlinearen Beziehungen zwischen den Zuständen und den Beobachtungen, wie sie häufig in der Bewegungs- und Orientierungsschätzung vorkommen [33]. Für die Anwendung des EKF ist es entscheidend, ein möglichst genaues Modell der Systemdynamik und der Sensorcharakteristik zu verwenden, da Ungenauigkeiten oder Vereinfachungen in diesen Modellen die Filterleistung erheblich beeinträchtigen können.

Mahony-Filter:

Ein weiteres prominentes Beispiel für einen nichtlinearen Filter ist der Mahony-Filter, der speziell für die Schätzung der Orientierung mittels IMU-Sensoren entwickelt wurde [31]. Der Mahony-Filter integriert sowohl lineare als auch nichtlineare Komponenten, um die Vorteile beider Ansätze zu kombinieren und eine robuste Orientierungsschätzung zu gewährleisten. Im Gegensatz zum EKF ist der Mahony-Filter weniger abhängig von der genauen Modellierung der Systemdynamik und eignet sich daher besonders für Anwendungen mit komplexen und dynamischen Bewegungsmustern [47].

Die Orientierungsschätzung im Schwimmsport erfordert nichtlineare Filter aufgrund der komplexen Bewegungsmuster, Sensorfehler und dynamischen Wechselwirkungen. Schwimmbewegungen umfassen Rotationen und Beschleunigungen mit nichtlinearen Dynamiken. Beispielsweise können schnelle Drehungen und Richtungswechsel nichtlineare Effekte in den Sensordaten hervorrufen [47]. IMUs weisen Fehler wie Drift und nichtlineares Rauschen auf, die effizient kompensiert werden müssen [42]. Zudem verstärken hydrodynamische Kräfte und Wasserinteraktionen diese Effekte [2].

3.1.1.2 Filterwahl

Die Wahl des richtigen Filters ist entscheidend für präzise und robuste Orientierungsschätzungen im Schwimmsport. Der EKF [20, 33] adressiert Nichtlinearitäten durch lokale Linearisierung und eignet sich grundsätzlich für dynamische Anwendungen. Allerdings kann seine Abhängigkeit von exakten Modellen im Schwimmsport problematisch sein, da komplexe und variierende Bewegungsmuster zu übermäßiger Glättung führen können, wodurch wichtige Abweichungen verloren gehen [27, 6].

Der Mahony-Filter [31] hingegen verzichtet weitgehend auf detaillierte Dynamikmodelle und führt Sensordaten mit minimalen Annahmen zusammen. Er korrigiert systematische Fehler fortlaufend und bleibt sensibel für kurzfristige Veränderungen und komplexe Nichtlinearitäten [47]. Dies ermöglicht eine präzisere Erfassung technikspezifischer Abweichungen, die für die Schwimmtechnik-Analyse essenziell sind.

In dieser Arbeit wurde der Mahony-Filter verwendet und weiterentwickelt, um den spezifischen Anforderungen der Schwimmtechnik-Analyse gerecht zu werden. Anpassungen umfassen die dynamische Gewichtung sensibler Messgrößen, um die Robustheit des Filters gegenüber variierenden Bewegungsmustern zu erhöhen, sowie die direkte Kompensation bekannter Störfaktoren wie Zentripetalbeschleunigungen während Armzügen. Zusätzlich wurde eine akausale Rückwärtsschätzung entwickelt, die die Daten vorwärts und rückwärts auswertet. Dies erhöht die Genauigkeit der Orientierungsschätzung und ermöglicht eine detaillierte Schwimmtechnikanalyse.

Der weiterentwickelte Mahony-Filter bietet eine optimale Balance aus Robustheit, Einfachheit und Erhalt relevanter Signalanteile. Damit können sowohl Trainer*innen als auch Athlet*innen gezielt Verbesserungsmöglichkeiten identifizieren und technische Fehler in der Schwimmtechnik beheben.

3.1.2 Numerische Integration

Die numerische Integration ist ein zentraler Bestandteil der Bewegungsanalyse im Motiontracking. Da geringe Fehler in den Eingangsdaten durch die doppelte Integration kumulativ verstärkt werden, spielt die Genauigkeit eine entscheidende Rolle. Dies betrifft insbesondere Diskretisierungsfehler, die aus der Approximation kontinuierlicher Bewegungen durch diskrete Sensordaten entstehen, sowie Integrationsfehler, die von der Schrittweite abhängen [35].

Um Diskretisierungsfehler zu minimieren, werden in der Regel hohe Abtastraten zwischen 200 und 500 Hz eingesetzt. Dadurch verkleinert sich das Abtastintervall (Δt), was die Fehlerakkumulation reduziert [51]. Insbesondere bei dynamischen Bewegungen, wie sie beispielsweise im Schwimmsport auftreten, ist eine präzise Integration unerlässlich, um schnelle Richtungswechsel und starke Beschleunigungen korrekt abzubilden.

Höherwertige Integrationsmethoden, wie etwa die Trapezregel höherer Ordnung, ermöglichen eine verbesserte Annäherung an die kontinuierliche Bewegung. Allerdings kann es hierbei zu Phasenverschiebungen in den integrierten Signalen kommen. Diese Phasenverschiebung resultiert aus der zeitlichen Verzögerung zwischen dem tatsächlichen Signal und seiner numerisch integrierten Version. Bei der doppelten Integration von Beschleunigungsdaten zur Positionsbestimmung ist dieser Effekt besonders relevant. In der Bewegungsanalyse muss daher ein Kompromiss zwischen der Verringerung von Diskretisierungsfehlern und der Minimierung von Phasenverschiebungen gefunden werden, um eine möglichst realistische und präzise Darstellung der Bewegungsabläufe zu gewährleisten [43].

In dieser Arbeit wird für die Integration die Trapezregel verwendet. Durch die Berücksichtigung von Anfangs- und Endwerten innerhalb eines Integrationsschritts bietet sie eine bessere Annäherung als das einfache Euler-Verfahren. Dies reduziert insbesondere bei der doppelten Integration von Beschleunigungsdaten zur Positionsbestimmung die Fehlerakkumulation signifikant. Außerdem hat sich diese Methode als gängige und effektive Vorgehensweise in Motiontracking-Anwendungen etabliert [4].

3.1.3 Coning-Kompensation

Die Coning-Kompensation wird in INS verwendet, um Fehler zu korrigieren, die durch oszillierende Rotationsbewegungen entstehen. Diese Fehler treten insbesondere bei niedrigen Abtastraten in Kombination mit hohen Drehgeschwindigkeiten auf und können zu Abweichungen in der geschätzten Orientierung führen [19, 52].

Die Coning-Fehler entstehen durch die nichtlineare Natur der Integration von Rotationsraten. Die Orientierung des Systems wird durch die Integration der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ beschrieben:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \frac{1}{2} \mathbf{q}_k \otimes \Delta \boldsymbol{\omega}, \quad (19)$$

wobei \otimes die Quaternion-Multiplikation darstellt und \mathbf{q} ein Quaternion ist, das die Orientierung repräsentiert. $\Delta \boldsymbol{\omega}$ stellt die gemessene Winkelgeschwindigkeitsänderung dar. Diese Darstellung ist eine lineare Näherung der tatsächlichen Rotation und reicht bei einfachen Bewegungen aus [19].

Bei oszillierenden Drehbewegungen ist jedoch eine direkte Integration nicht ausreichend genau, da sich Phasenfehler über die Zeit aufsummieren. Dies führt zu einer fehlerhaften Schätzung der Orientierung.

Die Coning-Kompensation berücksichtigt die nichtlinearen Effekte durch eine höhere Ordnung der Winkelgeschwindigkeitsintegration. Eine typische Näherung beinhaltet

Terme zweiter Ordnung:

$$\Delta \mathbf{q} = \frac{\Delta t}{2} (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2) + \frac{\Delta t^2}{12} (\boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{\omega}_2), \quad (20)$$

wobei $\boldsymbol{\omega}_1$ und $\boldsymbol{\omega}_2$ die Winkelgeschwindigkeiten zu Beginn und Ende des Zeitintervalls sind. Das Kreuzprodukt \times kompensiert die Nichtlinearitäten der oszillierenden Bewegungen [52].

Die Implementierung der Coning-Kompensation erfolgt durch ein iteratives Schema, das die Integration von Winkelgeschwindigkeiten anpasst:

- **Berechnung der Mittelwerte:** Die gemessenen Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_1$, $\boldsymbol{\omega}_2$ werden gemittelt, um die durchschnittliche Rotation zu bestimmen.
- **Nichtlineare Korrektur:** Zusätzliche Terme wie $\boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{\omega}_2$ werden berücksichtigt, um die nichtlinearen Effekte zu korrigieren [19].

Die neue Orientierung \mathbf{q}_{k+1} wird durch die Kombination der vorherigen Orientierung \mathbf{q}_k mit dem inkrementellen Update $\Delta \mathbf{q}$ berechnet:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k \otimes \Delta \mathbf{q}, \quad (21)$$

wobei $\Delta \mathbf{q}$ die kompensierte Rotationsänderung darstellt.

Die Coning-Kompensation ist besonders relevant für Anwendungen, bei denen hohe Rotationsraten auftreten. Durch die Korrektur von Coning-Fehlern wird die Stabilität und Genauigkeit der Orientierungsbestimmung signifikant verbessert [19, 52].

3.1.4 Sculling-Kompensation

Die Sculling-Kompensation wird verwendet, um nichtlineare Effekte, die durch oszillierende Bewegungen entstehen, in INS zu korrigieren. Diese Effekte resultieren aus der Integration der nichtlinearen Dynamiken, welche durch Beschleunigungsmesser gemessen werden. Ohne eine Korrektur führen diese Effekte zu systematischen Fehlern in der Schätzung von Geschwindigkeit und Position.

Gemäß den Navigationsgleichungen ergibt sich die Geschwindigkeit \mathbf{v} durch Integration der spezifischen Kraft \mathbf{f} :

$$\mathbf{v} = \int \mathbf{f} dt, \quad (22)$$

wobei $\mathbf{f} = \mathbf{a} - \mathbf{g}$ die Differenz zwischen der gemessenen Beschleunigung \mathbf{a} und der Gravitationskraft \mathbf{g} darstellt [19, 52].

Bei oszillierenden Bewegungen ist jedoch eine höhere Genauigkeit erforderlich, da sich kleine Phasenfehler während der Integration signifikant auf die Positionsschätzung aus-

wirken können. Daher wird die Sculling-Kompensation eingeführt, um die kinematischen Nichtlinearitäten zu adressieren.

Die korrigierten Geschwindigkeits- und Positionsschätzungen können durch eine Taylor-Reihenentwicklung höherer Ordnung approximiert werden:

$$\Delta \mathbf{v} = \Delta t(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) + \frac{\Delta t^2}{12} (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{f}_1 + \mathbf{w}_2 \times \mathbf{f}_2), \quad (23)$$

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta t \cdot \mathbf{v} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{f}_1 + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{\text{corr}}, \quad (24)$$

wobei \mathbf{w} die Winkelgeschwindigkeit des Systems und \mathbf{a}_{corr} die korrigierte Beschleunigung ist [19, 52].

Die Sculling-Kompensation wird typischerweise iterativ implementiert und basiert auf einem Rückwärts- und Vorwärtsintegrationsschema:

- **Vorwärtsintegration:** Die aktuellen spezifischen Kräfte und Winkelgeschwindigkeiten werden verwendet, um die vorläufige Geschwindigkeit zu schätzen.
- **Rückwärtsintegration:** Ein Glättungsschritt korrigiert systematische Fehler.

Die Sculling-Kompensation ist besonders relevant für hochdynamische Anwendungen, um eine präzise Trajektorienverfolgung zu ermöglichen.

3.2 Mahony-Filter

Der Mahony-Filter ist ein nichtlinearer Komplementärfilter, der speziell zur Bestimmung der dreidimensionalen Ausrichtung eines starr gekoppelten Sensorkörpers mittels IMUs entwickelt wurde. Im Gegensatz zu linearen Verfahren nutzt der Mahony-Filter eine globale, nichtlineare Beschreibung der Rotationskinematik auf der Lie-Gruppe $SO(3)$, wodurch er robuste und asymptotisch stabile Schätzungen unter Berücksichtigung sensorbedingter Störungen ermöglicht [31]. Quaternionen werden als Parameter zur Beschreibung der Orientierung verwendet, da sie eine singularitätsfreie Darstellung von Rotationen bieten und einen effizienten Rechenaufwand gewährleisten.

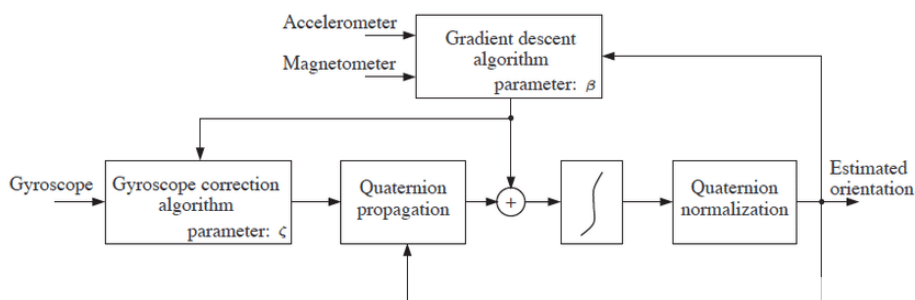


Abbildung 2: Schematische Darstellung eines Mahony-Filters [29]

Abbildung 2 illustriert den schematischen Aufbau des Mahony-Filters. Der *Gyroscope correction algorithm* korrigiert die vom Gyroskop gelieferten Winkelgeschwindigkeiten durch Rückführung eines Orientierungsfehlers, um Drifteffekte zu kompensieren. Parallel dazu verwendet der *Gradient descent algorithm* die Messdaten von Beschleunigungs- und Magnetometern, um den Orientierungsfehler zu minimieren. Beide Schritte ergänzen sich, indem der erste die kurzzeitigen Dynamiken und der zweite die langfristigen Drifteffekte adressiert. Die *Quaternion propagation* aktualisiert die geschätzte Orientierung durch Integration der korrigierten Winkelgeschwindigkeiten auf Basis der kinematischen Gleichung 25. Abschließend wird das resultierende Quaternion durch *Quaternion normalization* auf eine Länge von eins skaliert, um numerische Fehler zu vermeiden. Die geschätzte Orientierung liegt schließlich in Form eines normalisierten Quaternions vor.

3.2.1 Kinematik des Systems

Die Orientierung des Sensors im Raum wird durch ein Quaternion $q \in \mathbb{H}$ beschrieben, das die Rotation vom Weltkoordinatensystem zum körperfesten Koordinatensystem darstellt. Der Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit und zeitlicher Entwicklung des Quaternions ergibt sich aus der kinematischen Gleichung:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \otimes \boldsymbol{\omega}, \quad (25)$$

wobei $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ die vom Gyroskop erfasste Winkelgeschwindigkeit ist. Hierbei wird $\boldsymbol{\omega}$ zur Berechnung der zeitlichen Ableitung des Quaternions in die Quaternionen-Algebra eingebettet, indem ein reines Hamilton'sches Imaginarquaternion $[0, \boldsymbol{\omega}^T]^T$ definiert wird. Diese Darstellung ist äquivalent zu den Lie-Gruppen-basierten Formulierungen auf $SO(3)$, wie sie beispielsweise in [31] angegeben werden. Dieser Zusammenhang wird im Block *Quaternion propagation* (Abbildung 2) umgesetzt.

3.2.2 Fehlerkriterium und Korrekturterm

Der Mahony-Filter berechnet einen Orientierungsfehler, der sich aus den Differenzen zwischen den erwarteten und den gemessenen Sensormessungen (normalisiert auf \mathbb{S}^2) ergibt. Dieser Fehler entsteht aus dem Vergleich zwischen den im körperfesten Rahmen erwarteten Sensormessungen und den tatsächlich gemessenen Normalisierungsrichtungen. Ein verbreitetes Fehlermaß ist dabei das Kreuzprodukt zwischen den erwarteten und den gemessenen Vektoren:

$$\mathbf{e} = \mathbf{v}_m \times \mathbf{v}_e, \quad (26)$$

wobei \mathbf{v}_m der gemessene, normierte Referenzvektor (z. B. das Erdmagnetfeld) und \mathbf{v}_e der auf Basis der aktuellen Orientierung geschätzte Referenzvektor sind. Dieser Fehler $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^3$ liegt im Tangentialraum von $SO(3)$ und repräsentiert eine *Ausrichtungs-* oder *Winkelfehlerachse* zwischen den erwarteten und den gemessenen Vektoren. Für kleine Winkelabweichungen ist die Länge des Kreuzprodukts proportional zum Fehldrehwin-

kel. Der Korrekturterm bildet die Grundlage für einen Feedback-Mechanismus.

Die Fehlerkorrektur erfolgt im Block *Gyroscope correction algorithm* (Abbildung 2). Hier wird ein PI-Regler verwendet, um den Drift zu kompensieren:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{corrected}} = \boldsymbol{\omega} + k_P \cdot \mathbf{e} + k_I \int \mathbf{e} dt, \quad (27)$$

wobei k_P und k_I proportionale bzw. integrale Verstärkungsfaktoren darstellen. Durch diesen Regelansatz wird der Drift der Gyroskopmessungen kompensiert, was langfristig zu einer konvergenten und rauscharmen Orientierungsschätzung führt. Im Kontext nichtlinearer Komplementärfilter auf $SO(3)$ repräsentiert dieser Korrekturterm die Projektion des Orientierungsfehlers auf die zugehörige Lie-Algebra $\mathfrak{so}(3)$, wie in Abschnitt 2.3.3 beschrieben, was eine konsistente Fehlerdynamik im gesamten Rotationsraum sicherstellt.

3.2.3 Filterimplementierung und Normalisierung

Die Aktualisierung der Orientierung erfolgt durch Integration der korrigierten Winkelgeschwindigkeit. Durch die Diskretisierung der dynamischen Gleichung über einen Zeitschritt Δt ergibt sich:

$$q^{k+1} = q^k + \Delta t \cdot \frac{1}{2} q^k \otimes \boldsymbol{\omega}_{\text{corrected}}, \quad (28)$$

Dieser Schritt wird im Block *Quaternion propagation* (Abbildung 2) ausgeführt. Um numerische Fehler zu vermeiden, wird das resultierende Quaternion im nachfolgenden Block *Quaternion normalization* normalisiert:

$$q^{k+1} \leftarrow \frac{q^{k+1}}{\|q^{k+1}\|}. \quad (29)$$

Die Normalisierung stellt sicher, dass die Einheitseigenschaft ($\|q\| = 1$) gewahrt bleibt. Der Vorteil gegenüber linearen oder eulerschen Ansätzen liegt hier in der globalen Beschreibung auf $SO(3)$, die keine Singularitäten aufweist.

3.2.4 Stabilitätsanalyse

Die Stabilität des Filters basiert auf einer rigorosen Lyapunov-Analyse, die den Orientierungsschätzfehler vollständig charakterisiert. Der Fehlervektor \mathbf{e} , der im Block *Gradient descent algorithm* (Abbildung 2) berechnet wird, und die Korrekturregel im Block *Gyroscope correction algorithm* garantieren die asymptotische Konvergenz zur wahren Orientierung. Durch die Wahl geeigneter Reglerparameter k_P und k_I wird eine globale Stabilität auf der Lie-Gruppe $SO(3)$ erreicht [31]. Im Gegensatz zu linearen Methoden bietet der Mahony-Filter eine fast globale Stabilität und kompensiert effektiv Drift- und Rauscheffekte.

4 Sensor Systemdesign

Das Design eines robusten und präzisen Sensorsystems bildet die Grundlage für die erfolgreiche Erfassung der Schwimmbewegungen. In diesem Kapitel wird das Systemdesign erläutert, beginnend mit der Analyse bestehender Lösungen, der Ableitung von Anforderungen und der Auswahl geeigneter Komponenten. Anschließend werden Überlegungen zur Leiterplattenentwicklung (PCB Design) angestellt, um ein kompaktes und leistungsfähiges System zu realisieren.

4.1 Stand der Technik

Die Analyse der Schwimmtechnik erfordert präzise Motion-Tracking-Systeme, die Bewegungen unter Wasser genau erfassen. Moderne Entwicklungen nutzen hierbei häufig die Sensorfusion, um eine umfassende Bewegungsanalyse zu ermöglichen.

Ein Ansatz besteht in der Verwendung von Inertialsensoren, die direkt am Körper des Schwimmers angebracht werden. Diese Sensoren erfassen die Bewegungen des Schwimmers in Echtzeit, und durch die Fusion der Sensordaten können präzise Informationen über Körperhaltung und Bewegungsabläufe gewonnen werden.

Ein weiterer Ansatz integriert visuelle Systeme mit Inertialsensoren, bei dem Kameras eingesetzt werden, um die Bewegungen des Schwimmers aufzuzeichnen, während Inertialsensoren zusätzliche Daten zur Beschleunigung und Rotation liefern. Durch die Kombination dieser Daten mittels Kalman-Filter-Techniken kann die Genauigkeit der Bewegungserfassung erhöht werden. Allerdings sind solche Systeme für den alltäglichen Verbraucher schwer umsetzbar, da die Installation eines Kamerasystems im Schwimmbad vor dem Schwimmen unpraktisch ist. Daher handelt es sich hierbei eher um Ansätze, die in der Forschung genutzt werden.

Im Juli 2022 wurde das eo SwimBETTER-Sensorsystem auf den Markt gebracht [30], nachdem die Idee zu dem Thema dieser Arbeit feststand. Dieses spezialisierte System zur Analyse der Schwimmtechnik ist bereits kommerziell verfügbar und kostet ab 699 € für den Sensor, während die Auswertungssoftware ab 90 € pro Jahr erhältlich ist [24]. Es verwendet spezielle Sensoren, die an den Händen des Schwimmers angebracht werden, um die ausgeübte Kraft in bis zu sechs Richtungen zu messen. Diese Daten werden in Echtzeit erfasst und können über eine Smartphone-App analysiert werden, um die Schwimmtechnik zu verbessern [24].

Derzeit sind nur wenige Lösungen zur Schwimmtechnik-Analyse auf dem Markt verfügbar, die jedoch aufgrund ihres hohen Preises für viele potenzielle Anwender nicht erschwinglich sind. Dies verdeutlicht den Bedarf an kostengünstigen Alternativen, die eine breitere Zugänglichkeit ermöglichen. Ziel dieser Masterarbeit ist die Entwicklung einer Low-Cost-Lösung zur Schwimmtechnik-Analyse, die nicht nur wissenschaftlich

von Interesse ist, sondern auch dazu beiträgt, Trainingshilfen im Schwimmsport für eine größere Nutzergruppe zugänglich zu machen und eine qualitativ hochwertige Bewegungsanalyse zu fördern.

4.2 Anforderungsanalyse

Die folgende Anforderungsanalyse leitet die notwendigen Spezifikationen für das Gesamtsystem her. Ziel ist es, ein möglichst kompaktes, kostengünstiges und langlebiges System zu entwickeln, das die relevanten Messgrößen der Armbewegung und Umgebungsbedingungen beim Schwimmen zuverlässig erfasst. Die Auslegung des Systems basiert auf der Beobachtung der Armbewegungsparameter professioneller Schwimmer.

Tabelle 1: Schwimmdaten der WM-Vorläufe 2015 über 1.500 Meter Freistil

Name	Züge pro 50 m	Gesamtzeit in min:s	f_{total} in Hz	ω in $^{\circ}/\text{s}$
Sun Yang	27	14:55,11	0,905	162,8
Mykhailo Romanchuk	29	14:57,82	0,969	174,6
Connor Jaeger	32	14:53,34	1,075	193,6
Stephen Milne	33	14:55,17	1,106	199,2
Michael McBroom	35	14:57,07	1,171	211,4
Ryan Cochrane	36	14:55,96	1,205	217,0
Pal Joensen	37	14:58,52	1,235	222,4
Gregorio Paltrinieri	40	14:51,04	1,347	242,6
Sören Meißner	41	15:30,02	1,323	238,4
Ruwen Straub	46	15:04,80	1,525	274,4

Um zu verstehen, wie sich ω ergibt, ist die in Tabelle 1 dargestellte Auswertung von Zügen pro Bahn für verschiedene Spitzensportler zu betrachten. Dort ist zudem die Schlagfrequenz f (Anzahl der Züge pro Sekunde) angegeben. Ein vollständiger Rotationszyklus des Arms umfasst zwei Züge. Die maximale Rotationsgeschwindigkeit wird nach folgender Formel berechnet:

$$\omega = 360^{\circ} \cdot \frac{f}{2} = 180^{\circ} \cdot f. \quad (30)$$

Aus dem in Tabelle 1 ersichtlichen Maximalwert von $\omega \approx 274,4^{\circ}/\text{s}$ leiten sich zentrale Anforderungen ab:

Anforderungen an das Gesamtsystem

- **Kompaktheit und Kostenoptimierung:** Alle Bauteile müssen möglichst klein und kostengünstig sein, um ein praktikables Messsystem zu ermöglichen, das sich beim Schwimmen unauffällig tragen lässt. Zudem ist es wichtig, dass das Mess-

system das Schwimmverhalten nicht beeinflusst, um einen Beobachterfehler zu vermeiden.

- **Hochdynamische Erfassung:** Die Sensorik muss schnelle Armbewegungen sicher detektieren und darf auch bei Spitzenwerten nicht in Sättigung geraten.
- **Robuste Datenerhebung:** Die Messdaten sollen reproduzierbar und genau sein, um eine exakte Bewegungs- und Leistungsanalyse zu gewährleisten.
- **Synchronisation der Sensoren:** Implementierung eines Zeitstempelsystems oder eines gemeinsamen Taktsignals für alle Sensoren, um die Datenfusion zu erleichtern und Diskrepanzen in den Abtastraten zu vermeiden [51].

Anforderungen an die IMU

Für die Messung der Armrotation und Beschleunigung bei Schlagfrequenzen bis über $274,4^\circ/\text{s}$ werden folgende Eigenschaften gefordert:

- **Gyroskopmessbereich:** Mindestens ± 500 dps, um Armrotationsgeschwindigkeiten von bis zu etwa $\omega \approx 274,4^\circ/\text{s}$ pro Arm abbilden zu können.
- **Beschleunigungsmessbereich:** Mindestens einen Bereich von ± 4 g beziehungsweise $\pm 39,24 \text{ m/s}^2$, um die Zentripetal, die Tangential sowie die Erdbeschleunigungen zuverlässig zu erfassen, bei dynamischen Bewegungen.
- **Hohe Abtastrate:** Um schnelle Bewegungsänderungen und hohe Frequenzanteile erfassen zu können, sind gemäß Nyquist-Shannon-Abtasttheorem und den in der Literatur genannten Empfehlungen [51] mindestens 200–500 Hz erforderlich. Für eine besonders sichere Erfassung dynamischer Bewegungen und zur Minimierung von Diskretisierungsfehlern wird hier eine Abtastrate von mindestens **500 Hz** angestrebt.

Anforderungen an den Drucksensor

Zur Messung der beim Schwimmen auftretenden *Anpresskraft* wird ein Drucksensor benötigt, der den inneren Umgebungsdruck präzise erfassen kann. Der Sensor befindet sich dazu in einem wasserfesten Gehäuse mit einer Gummimembran, welche den Umgebungsdruck in einen zusätzlichen Druck (*Anpressdruck*) umwandelt. Zur Dimensionierung des benötigten Messbereichs lässt sich der Zusammenhang zwischen Kraft und Druck wie folgt beschreiben:

$$F = p \cdot A \quad \implies \quad p = \frac{F}{A}. \quad (31)$$

Dabei gilt:

- F : Maximale erwartete Kraft (Anpresskraft),

- A : Effektive Fläche der Gummimembran,
- p : Erforderlicher Druckmessbereich des Sensors.

Der Anpressdruck resultiert also aus der Kraft F , die auf die effektive Membranfläche A wirkt. Die spezifische Auslegung der Membranfläche bestimmt in Kombination mit der erwarteten Kraft den erforderlichen Druckmessbereich des Sensors.

Wie in [37] gezeigt, kann ein junger professioneller Schwimmer im Wasser eine Zugkraft von bis zu $F = 39\text{ N}$ erzeugen. Um einen Sicherheitsbereich zu berücksichtigen, wird hier eine maximale Kraft von $F_{\max} = 50\text{ N}$ angenommen. Diese Kraft verteilt sich auf den gesamten Arm inklusive der Hand und kann sich je nach Geschwindigkeit und Technik ungleichmäßig auf verschiedene Teilflächen verteilen. Diese Werte decken sich mit den biomechanischen Erkenntnissen aus [46], die die mechanischen Interaktionen zwischen Armbewegungen und Wasserdruck analysieren.

Eine grobe Abschätzung für die beim Schwimmen entstehende Druckdifferenz lässt sich auch über die dynamische Druckgleichung anstellen:

$$p_{\text{dyn}} = \frac{1}{2} \rho v^2, \quad (32)$$

wobei ρ die Dichte des Wassers und v die lokale Geschwindigkeit ist. Für eine genauere Sensorwahl ist jedoch die konkrete *Anpresskraft* auf eine definierte Membranfläche relevanter, wie im Folgenden erläutert.

Als effektive Anpressfläche für den Unterarm einschließlich Hand kann eine empirische Abschätzung verwendet werden. Eine mögliche Näherungsformel für die projizierte Fläche eines Armes lautet:

$$A_{\text{Arm}} \approx 0,01038 \cdot (\text{Körpergröße in cm})^2. \quad (33)$$

Diese Formel basiert auf segmentierten Körperoberflächen-Modellen und wurde in der sportwissenschaftlichen Literatur zur Abschätzung der lateralen Armprojektion beim Schwimmen verwendet [5, 54, 45, 22].

Bei Testschwimmern mit einer durchschnittlichen Körpergröße von $\bar{l} = 156,41 \pm 8,26\text{ cm}$ ergibt sich näherungsweise

$$A_{\text{Arm}} \approx 0,01038 \cdot (156,41)^2 \approx 253,9\text{ cm}^2. \quad (34)$$

Für das Sensorsystem sei die effektive Membranfläche $A = 8 \times 10^{-4}\text{ m}^2$ ($= 8\text{ cm}^2$). Zur Abschätzung der Kraft, die tatsächlich auf diese Membranfläche wirkt, wird das Verhältnis der Membranfläche zur geschätzten Gesamt-Anpressfläche genutzt. Die ma-

ximale Kraft von $\approx 50 \text{ N}$ wird ins Verhältnis gesetzt:

$$\frac{8 \text{ cm}^2}{253,9 \text{ cm}^2} \cdot 50 \text{ N} \approx 1,58 \text{ N} \quad (\text{wirksam auf die Membran}). \quad (35)$$

Daraus lässt sich der zusätzliche Druck auf die Membran berechnen:

$$p_{\text{diff}} = \frac{1,58 \text{ N}}{8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \approx 1969,3 \text{ Pa} \approx 19,7 \text{ hPa}. \quad (36)$$

Der Normaldruck (atmosphärische Druck) liegt bei etwa 1000 hPa , sodass für diese Anwendung ein Sensor benötigt wird, der mindestens bis ca. 1020 hPa messen kann. So lässt sich die auftretende zusätzliche Kraft noch zuverlässig erfassen.

Um feine Druckänderungen detektieren zu können, sollte die Auflösung im Bereich $\Delta p < 0,1 \text{ hPa}$ liegen. Für das dynamische Verhalten ist eine Abtastrate von etwa 50 Hz ausreichend, da sich die relevanten Druckänderungen beim Schwimmen in vergleichsweise niedrigen Frequenzbereichen abspielen [49].

- **Messbereich:** Der Sensor sollte bis mindestens $\approx 1050 \text{ hPa}$ messen können, um atmosphärische Schwankungen und die zusätzliche Druckdifferenz abzudecken.
- **Hohe Genauigkeit und Auflösung:** Eine Auflösung unter 10 Pa (d. h. $0,1 \text{ hPa}$) ist empfehlenswert, um feine Druckänderungen zu erfassen.
- **Abtastrate:** Eine Abtastrate von 50 Hz ist ausreichend, da die Druckänderungen beim Schwimmen meist im niedrigen Frequenzbereich liegen [49].

Anforderungen an den Magnetfeldsensor

Ein Magnetfeldsensor erlaubt die grobe Orientierungserfassung im Raum. Im Schwimmsport kann dies helfen, Lageänderungen des Arms zu erfassen.

- **Gute Empfindlichkeit** im Bereich des Erdmagnetfeldes.
- **Rauscharm, geringer Offset-Drift:** Für präzise Relativeinordnungen.
- **Minimale Abmessungen** und kostengünstige Implementierung.
- **Abtastrate:** Eine Abtastrate von 100 Hz ist ausreichend für die Erfassung von Lageänderungen, da die Dynamik dieser Änderungen beim Schwimmen geringer ist [49].

Anforderungen an die Energieversorgung

Um beim Schwimmen kabellos messen zu können, muss eine autarke Stromversorgung vorhanden sein. Folgende Kriterien sind entscheidend:

- **Ausreichende Batteriekapazität:** Eine 300 mAh/3,7 V LiPo-Batterie wird als Anhaltspunkt gesehen, damit mehrere Schwimmtrainings ohne Aufladen durchführbar sind.
- **Effiziente Spannungsregelung:** Ein Ultra-Low-Dropout-Regler zur Stabilisierung der Versorgungsspannung auf 3,3 V.
- **Geringer Stromverbrauch der Sensoren und des Mikrocontrollers:** Insbesondere durch Deaktivierung von nicht benötigten Modulen.

4.3 Bauteilauswahl

Für die Entwicklung eines kostengünstigen und präzisen Motion-Tracking-Systems ist die Auswahl der geeigneten Bauteile von entscheidender Bedeutung. Die Hauptanforderungen umfassen eine hohe Abtastrate, geringe Latenz sowie einen kompakten Formfaktor. In Tabelle 2 sind die wichtigsten Komponenten des Systems zusammengefasst.

Tabelle 2: Auswahl der Hauptkomponenten für das Sensorsystem

Komponente	Modell/Typ	Begründung der Auswahl
Mikrocontroller	ESP8266	WLAN-fähig, geringer Stromverbrauch, kompakt
IMU	MPU-6050	Bewährte 6-Achsen-IMU mit hoher Abtastrate
Magnetometer	HMC5883L	Präzise Orientierung, stabiler Betrieb
Drucksensor	BMP280	Kompakter Barometer, hohe Genauigkeit
Spannungsregler	ADP3338AKC	Effizienter Ultra-Low-Dropout-Regler
Batterie	300 mAh LiPo	Leicht, hohe Energiedichte

Die Kombination dieser Komponenten stellt sicher, dass die Messdaten in Echtzeit erfasst und verarbeitet werden können, ohne dass es zu Verzögerungen oder Signalverzerrungen kommt. Besonders die MPU-6050 erlaubt durch ihre hohe Abtastrate eine zuverlässige Erfassung der Armbewegungen, selbst bei hohen Schwimmgeschwindigkeiten. Der Einsatz des ESP8266 ermöglicht es zudem, die Daten kabellos zu übertragen, um zukünftig in einer Smartphone-App analysiert werden zu können.

4.4 PCB Design und Layout

Das Design der Leiterplatte (PCB) stellt einen entscheidenden Faktor für die Realisierung eines kompakten und zugleich robusten Sensorsystems dar. Neben der Minimierung der Abmessungen stehen insbesondere eine hohe Energieeffizienz und eine

störungsarme Signalverarbeitung im Vordergrund. Um die Anzahl elektromagnetischer Interferenzen möglichst gering zu halten, wurde ein mehrlagiges Design gewählt, bei dem sich Strom- und Signallagen klar trennen lassen. Dadurch lassen sich sowohl Signalverluste als auch Latenzen reduzieren, was insbesondere für hochfrequente Sensoranwendungen von Relevanz ist.

Das Layout berücksichtigt eine kompakte Bauform mit einer maximalen Größe von $40\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ sowie kurze Leiterbahnen, um eine unauffällige Integration in das Gehäuse sicherzustellen. Zusätzlich sorgen Masseflächen und ein sorgfältiges Routing für eine hohe EMV-Verträglichkeit. Über I2C-Schnittstelle sind Sensoren und über die SPI-Schnittstelle die microSD-Karte eingebunden, während ein UART-Anschluss die Programmierung erleichtert. Mehrere Lötkontakte sind so angeordnet, dass eine einfache Montage und Wartung gewährleistet bleibt.

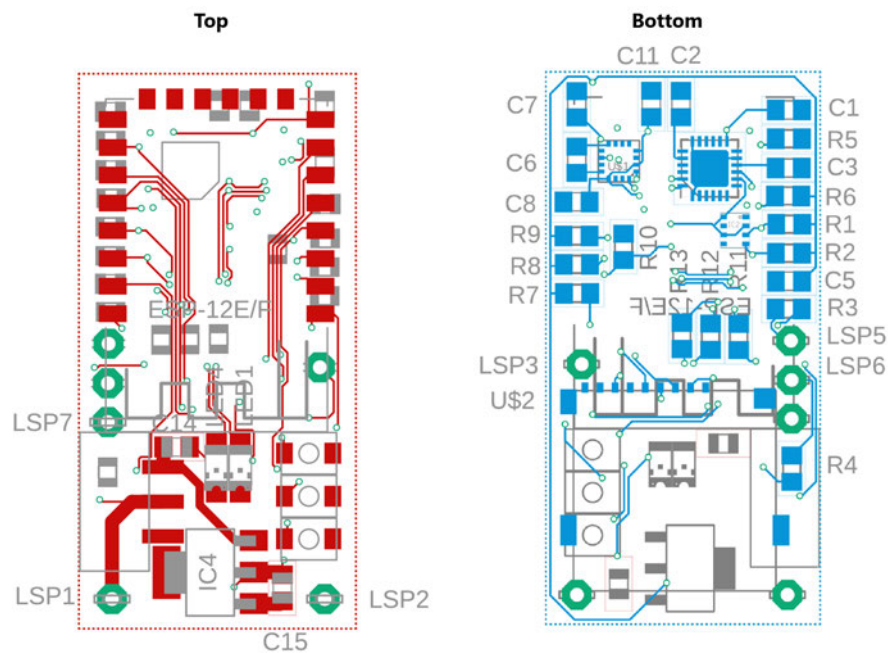


Abbildung 3: Top- und Bottom-Ansicht des entworfenen PCBs

Abbildung 3 zeigt das zweilagige PCB in einer Top- und Bottom-Ansicht. Auf der Oberseite sind der Mikrocontroller ESP8266 sowie die Stromversorgungskomponenten angeordnet. Der Spannungsregler (ADP3338) und die Hauptstromleitungen befinden sich auf derselben Seite, ebenso die Lötunkte für die Spannungszufuhr (LSP1, LSP2). Die Platzierung von Widerständen (R1 bis R10) und Kondensatoren (C1 bis C11) auf der Unterseite ermöglicht eine klare Trennung der Signallagen und reduziert elektromagnetische Störeinflüsse. In diesem Bereich befindet sich zudem ein SD-Kartenslot, über den Sensordaten aufgezeichnet werden können. Durch diese Anordnung bleibt die Leiterplatte übersichtlich strukturiert und gewährleistet zugleich eine hohe Funktionsdichte bei geringer Baugröße.

5 Datenerfassung und Echtzeitverarbeitung

In diesem Abschnitt wird die Konfiguration des Sensorsystems sowie die Strategien zur Datenverarbeitung und -speicherung erläutert. Für die Implementierung der Echtzeitdatenverarbeitung wurde die Programmiersprache C++ in der Entwicklungsumgebung Visual Studio Code unter Verwendung von PlatformIO eingesetzt. C++ bietet die notwendige Leistung und Effizienz, um große Datenmengen in Echtzeit zu verarbeiten, während VS Code mit PlatformIO eine flexible und leistungsstarke Entwicklungsumgebung für eingebettete Systeme bereitstellt. Zudem werden die Kommunikationsschnittstellen und die Optimierung der Abtastraten beschrieben, um eine effiziente Echtzeitdatenverarbeitung zu gewährleisten. Die Analyse der Daten wird nachfolgend durchgeführt und in Kapitel 7 beschrieben.

Die Messplattform setzt sich aus einem Inertialsensor (MPU6050 [18]), einem Magnetfeldsensor (HMC5883L [16]) und einem Barometer (BMP280 [40]) zusammen. Die Kommunikation zwischen den Sensoren und dem ESP erfolgt über einen **I2C-Bus** mit einer Taktrate von 400 kHz. Diese Frequenz wurde gewählt, da sie eine hohe Datenübertragungsrate bietet, ohne die Systemstabilität zu beeinträchtigen.

Die SD-Karte ist über den **SPI-Bus** angebunden, der mit einer Frequenz von 20 MHz arbeitet. Dies optimiert die Geschwindigkeit der Schreib- und Lesezugriffe, wodurch die Speicherdauer hochfrequenter Messwerte reduziert wird. Die Daten werden zunächst im binären Format abgelegt, um Speicherzeit zu sparen.

Eine passgenaue Abstimmung sämtlicher Sensoren ist entscheidend, um eine präzise und gleichzeitig effiziente Datenerfassung sicherzustellen. Die Endkonfiguration der Sensorik lässt sich, wie in Tabelle 3 zu lesen, zusammenfassen:

Tabelle 3: Überblick der finalen Sensor- und Schnittstellenkonfiguration [18, 40, 16]

Sensor	Messbereich	Modus	Abtastrate	Schnittstelle	Puffer
MPU6050	$\pm 4g$ $\pm 500 \text{ dps}$	DLPF=1	Gyro: 1 kHz Accel: 1 kHz	I2C (400 kHz)	FIFO=500 Hz (DMP deaktiviert)
HMC5883L	$\pm 1,3 \text{ Ga}$	kontinuierlich	75 Hz	I2C (400 kHz)	—
BMP280	Oversampling Druck=4, Temp=1	kontinuierlich	$\approx 285,7 \text{ Hz}$	I2C (400 kHz)	IIR=4
SD-Karte	—	—	—	SPI (20 MHz)	—

Zur Optimierung des Systems wurde das WLAN-Modul des ESP8266 deaktiviert. Dies führt zu einer Verringerung der Prozessorlast und minimiert die Zykluszeit der Sensorabfrage. Ein zusätzlicher Vorteil dieser Maßnahme ist die signifikante Reduktion des Energieverbrauchs.

5.1 Konfiguration der Sensorik

Die Konfiguration des Sensorsystems stellt einen essenziellen Schritt zur Gewährleistung einer präzisen Echtzeitdatenverarbeitung dar. Dabei werden die Sensorik, die Betriebsmodi, die Datenspeicherung sowie die Kommunikationsschnittstellen so abgestimmt, dass maximale Effizienz und Datenintegrität erreicht werden.

Das Sensorsystem wird unter Berücksichtigung seiner technischen Spezifikationen und der Anforderungen des Schwimm-Trackings wie folgt konfiguriert:

MPU6050: Der MPU6050 ist auf einen Beschleunigungsmessbereich von $\pm 4g$ und einen Gyroskopmessbereich von ± 500 dps eingestellt. Der integrierte FIFO-Puffer (First-In-First-Out) sammelt fortlaufend die Daten der Beschleunigungs- und Drehratensensorik und gibt sie in derselben Reihenfolge wieder aus. Dieser lineare Puffer vereinfacht das Datenmanagement, da neue Messwerte den alten automatisch folgen. Sobald ein Datensatz aus dem FIFO entnommen wurde, wird dieser aus dem Speicher entfernt, wodurch neuer Platz für nachfolgende Messwerte entsteht. Auf diese Weise wird gewährleistet, dass jederzeit die aktuellsten Sensordaten zur Verfügung stehen, ohne dass der Puffer manuell geleert werden muss.

Der FIFO des MPU6050 arbeitet intern mit einer festen Abtastrate von 1 kHz, um kontinuierlich präzise Messdaten zu erfassen. Bei einer niedrigeren konfigurierten Datenrate, wie z. B. 500 Hz, werden die Messdaten automatisch gemittelt, bevor sie im FIFO abgelegt werden [18]. Dadurch wird der Einfluss von Rauschen reduziert, ohne die Genauigkeit der Messwerte zu beeinträchtigen. Ein zentrales Ziel bei der Konfiguration des FIFO ist es, möglichst viele Messpunkte für die nachfolgende Integrationsberechnung bereitzustellen, ohne die Zykluszeit zu beeinträchtigen. Die FIFO-Datenrate ist daher auf 500 Hz eingestellt, wobei lediglich die relevanten Kanäle (Beschleunigung und Drehrate) aktiviert werden, um einerseits genügend Messpunkte zu erfassen und andererseits die Schreibzeiten auf die SD-Karte zu minimieren.

Im Rahmen dieser Konfiguration wurde das Digital Motion Processing (DMP) Modul des MPU6050 deaktiviert, da es proprietäre, nicht einsehbare Sensor-Fusion-Berechnungen durchführt, welche die Rechenleistung beanspruchen, die Latenz erhöhen und eine transparente Analyse erschweren. In Versuchsreihen zeigte das DMP kein konsistentes und valides Datenausgabeverhalten, und die Datenqualität war schlechter im Vergleich zu den geschätzten Orientierungsdaten des optimierten Mahony-Filters. Die Deaktivierung des DMP erleichtert zudem die Fehlersuche, da sämtliche Datenverarbeitung in der eigenen Software erfolgt. Darüber hinaus ermöglicht der direkte Zugriff auf Rohdaten eine flexiblere Gestaltung der Filter- und Integrationsmethodik, reduziert die Systemkomplexität und verkürzt die Reaktionszeit. Daher wurde auf die Verwendung des DMP in dieser Konfiguration verzichtet.

Der Digital Low Pass Filter (DLPF) des Sensors ist auf Modus 1 konfiguriert, was eine Abtastrate von 1 kHz ermöglicht. Die Konfiguration bietet eine gute Balance zwischen der Filterung hochfrequenter Störungen und der Beibehaltung einer ausreichenden Signalbandbreite, um dynamische Bewegungen exakt abzubilden. Die Einstellungen basieren auf den Spezifikationen des MPU6050-Datenblatts, die in Tabelle 4 dargestellt sind [18].

Tabelle 4: Einstellungen des DLPF für den MPU6050 [18]

DLPF _CFG	Beschleuniger- Bandbreite	Verzögerung in ms	Gyroskop- Bandbreite	Verzögerung in ms	Abtast- rate
0	260 Hz	0	256 Hz	0.98	8 kHz
1	184 Hz	2.0	188 Hz	1.9	1 kHz
2	94 Hz	3.0	98 Hz	2.8	1 kHz

HMC5883L: Der Magnetfeldsensor HMC5883L wurde im kontinuierlichen Messmodus konfiguriert, welcher eine Datenrate von 75 Hz bereitstellt. Diese Konfiguration unterscheidet sich vom Single-Modus, der eine höhere Datenrate von bis zu 150 Hz ermöglicht, jedoch die kontinuierliche Verfügbarkeit der Messdaten im Register nicht gewährleistet. Im kontinuierlichen Modus verbleiben die Messdaten für 13,3 ms im Register gespeichert, wodurch die Abhängigkeit von präzisen Abtastzyklen reduziert wird [16].

Des Weiteren wurde der Verstärkungsfaktor (Gain) des Sensors sorgfältig ausgewählt, um eine optimale Auflösung und Vermeidung von Überläufen zu gewährleisten. Der Magnetfeldsensor wurde so konfiguriert, dass er das Erdmagnetfeld in Hamburg präzise erfassen kann. In Hamburg beträgt die Intensität des Erdmagnetfeldes typischerweise etwa $48 \mu\text{T}$, was etwa $0,48 \text{ Ga}$ entspricht [7]. Dies liegt innerhalb des gewählten Verstärkungsbereichs von $\pm 1,3 \text{ Ga}$ (Gain-Wert 1), wodurch eine hinreichend hohe Auflösung gewährleistet ist, ohne dass eine Sättigung der Sensorregister auftritt.

Im Schwimmbad wird erwartet, dass elektromagnetische Störungen aufgrund der meist abgeschirmten Umgebung und der Abwesenheit starker magnetischer Störquellen minimal sind. Dadurch können die Messdaten des Sensors als repräsentativ für das tatsächliche Erdmagnetfeld angesehen werden. Kleinere Störeinflüsse, wie sie durch elektrische Anlagen oder bewegliche Metallstrukturen auftreten könnten, bleiben bei der gewählten Verstärkung unkritisch, da der Sensor eine ausreichende Empfindlichkeit bietet, um das Erdmagnetfeld auch bei schwachen Störungen zu detektieren und zu analysieren.

BMP280: Ziel der Konfiguration des BMP280 ist es, eine konsistente Datenrate sicherzustellen, die aufgrund einer Zykluszeit von 26,6 ms unterschritten werden muss. Der BMP280-Sensor arbeitet im normalen Betriebsmodus, welcher eine kontinuierliche

Messung von Druck und Temperatur ermöglicht [40]. Diese Einstellung ist analog zum Messmodus des HMC5883L Magnetometers gewählt, um eine gleichmäßige Datenrate zu gewährleisten.

Die Datenrate R des Sensors wird durch die Gesamtzykluszeit t_{gesamt} bestimmt, die sich aus der Messzeit t_{mess} und der Standby-Zeit t_{standby} zusammensetzt. Die Messzeit t_{mess} berechnet sich aus den Oversampling-Faktoren für Druck ($\times 4$) und Temperatur ($\times 1$) sowie der Basis-Messzeit $t_{\text{basis}} = 0,5 \text{ ms}$ [40]. Die Standby-Zeit wurde auf 1 ms eingestellt. Somit ergibt sich:

$$t_{\text{gesamt}} = t_{\text{mess}} + t_{\text{standby}} = (4 \cdot 0,5 \text{ ms} + 1 \cdot 0,5 \text{ ms}) + 1 \text{ ms} = 3,5 \text{ ms} \quad (37)$$

Die daraus resultierende Datenrate beträgt:

$$R = \frac{1}{t_{\text{gesamt}}} \approx 285,7 \text{ Hz} \quad (38)$$

Diese Konfiguration erfüllt die Anforderung $3,5 \text{ ms} < 26 \text{ ms}$ für die Zykluszeit und gewährleistet eine ausreichende Datenrate zur präzisen Abbildung der dynamischen Bedingungen beim Schwimmen.

Das Druck-Oversampling wurde auf das Vierfache gesetzt, um die Messgenauigkeit zu erhöhen und die Auswirkungen von Schwimmbewegungen zu minimieren. Ein höheres Oversampling reduziert das Rauschen und verbessert die Signalqualität, was insbesondere in bewegten Umgebungen von Vorteil ist. Das Temperatur-Oversampling wurde zunächst auf das einfache Maß belassen, da die Temperaturmessung für den aktuellen Anwendungsfall weniger kritisch ist.

Der integrierte IIR-Filter (*Infinite Impulse Response Filter*) mit einem Faktor von vier wurde aktiviert, um hochfrequentes Rauschen effektiv zu unterdrücken und eine stabile Druckmessung zu gewährleisten.

5.2 Optimierung der Zyklus- und Abtastraten

Die Zykluszeit des Sensorsystems bestimmt maßgeblich die Genauigkeit und Qualität der Integrationsergebnisse. Daher wurde sie so weit wie möglich reduziert, ohne einen stabilen Betrieb zu gefährden. Für eine verlässliche Datenerfassung erfolgt die Steuerung über Timer-Interrupts, die auf einen Doppelzyklus von $26,6 \text{ ms}$ konfiguriert wurden. Dieser Doppelzyklus entspricht zwei Einzelzyklen von je $13,3 \text{ ms}$, in denen der Magnetfeldsensor (HMC5883L) mit 75 Hz einen neuen Messwert bereitstellt. Auf diese Weise lassen sich pro $26,6 \text{ ms}$ ausreichend Daten abfragen, während gleichzeitig genügend Zeit für das Schreiben auf die SD-Karte besteht.

Der IMU-Sensor (MPU6050) verfügt über einen FIFO, weshalb kurze Verzögerungen

beim Auslesen unkritisch sind, solange ein FIFO-Überlauf ausbleibt. Im IMU-Sensor wird kontinuierlich mit 1 kHz gemessen, auf die konfigurierte Abtastrate gemittelt und gepuffert, bis sie abgefragt werden.

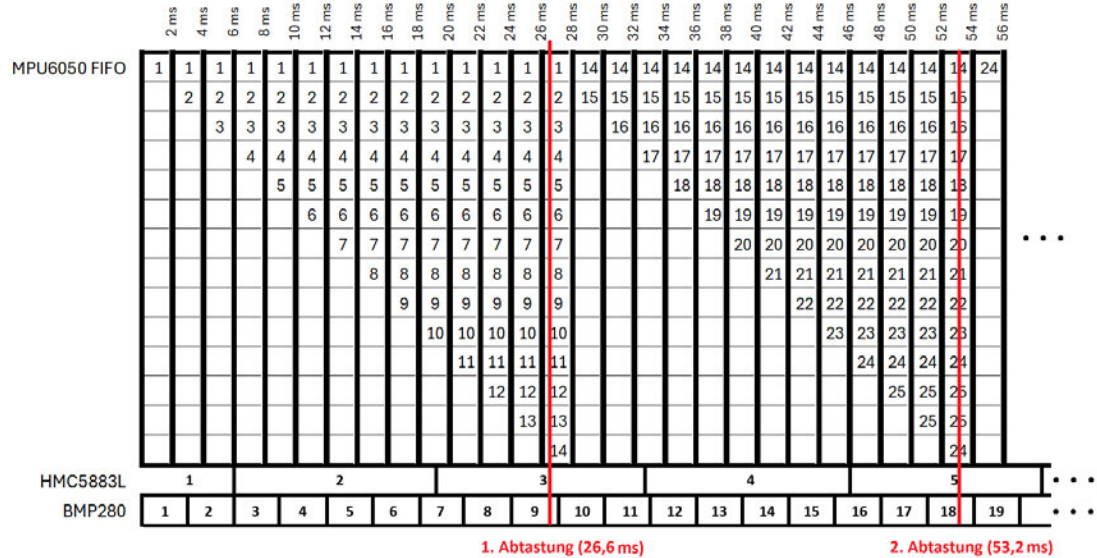


Abbildung 4: Schematische Darstellung des Speichermanagements

Abbildung 4 illustriert dabei die Zeitpunkte für neue Daten im FIFO sowie für Messwerte des Magnetfeldsensors und des Barometers (BMP280). Da die IMU-Abtastrerate bei 500 Hz liegt, sammelt sich pro 26,6 ms ein Datenblock von etwa 13 bis 14 gemittelten FIFO-Einträgen an. Der Magnetfeldsensor liefert im 75 Hz-Takt (alle 13,3 ms) jeweils zwei Messwerte pro Doppelzyklus, von denen jeder zweite ausgelesen wird. Das Barometer (BMP280) liefert in der selben Zeit neun Datenpunkte, so dass acht Messwerte übersprungen werden.

Eine der größten Herausforderungen besteht in den blockierenden Schreiboperationen auf die SD-Karte. Obwohl die Bibliothek `SdFat.h` eine höhere Performance als die Standard-`SD.h` bietet, führt das Puffermanagement gelegentlich zu Verzögerungen. Ein `flush()`-Aufruf reduziert zwar das Risiko von Datenverlust, erhöht jedoch die Zykluszeit auf über 26,6 ms. Blockierende Schreiboperationen wirken sich insofern aus, als während ihrer Ausführung keine Interrupts verarbeitet werden können, da diese Operationen atomar sind. Sobald eine Schreiboperation abgeschlossen ist, wird der nächste ausstehende Interrupt sofort ausgeführt. Um den konstanten Takt von 37,5 Hz aufrechtzuerhalten, erfolgt der nachfolgende Interrupt entsprechend früher. Dieser Mechanismus sorgt für eine Synchronisation und Stabilität in der Datenaufnahme.

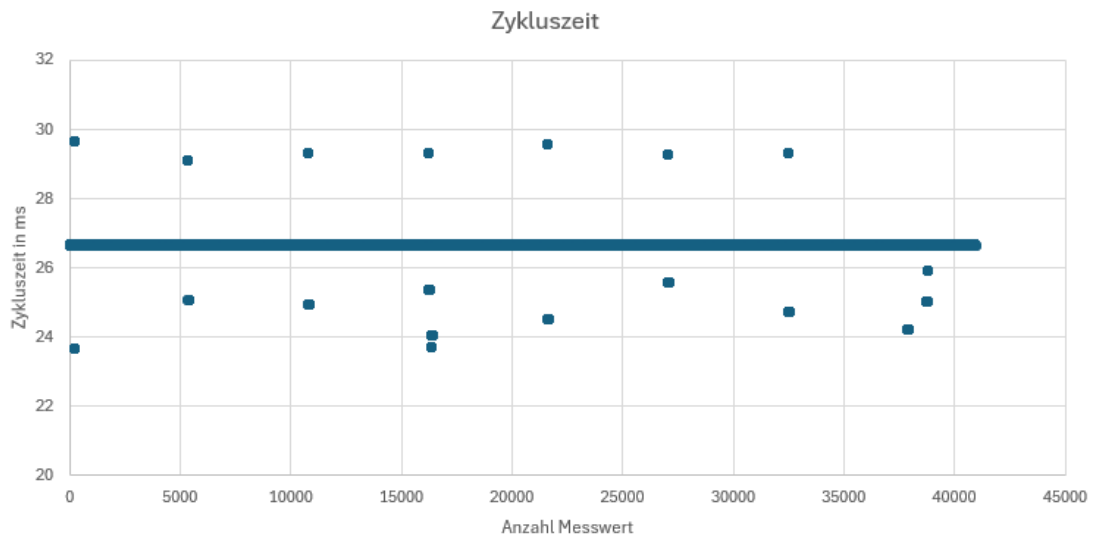


Abbildung 5: Zykluszeit in Abhängigkeit von der Anzahl der Messwerte

Beim genaueren Betrachten der Grafik 5 fällt auf, dass die Messpunkte zwar teils leicht ober- oder unterhalb des Sollwerts von $26,6\text{ ms}$ liegen, jedoch stets innerhalb einer Spanne von etwa $\pm 6,66\text{ ms}$. Damit bewegen sich die Ausreißer im Bereich von höchstens $13,3\text{ ms}$ Abweichung (also etwa zwischen 20 ms und 33 ms) und verletzen die spezifizierte Zykluszeit nicht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Magnetfeldsensor alle $13,3\text{ ms}$ neue Messdaten bereitstellt und so stets ein ausreichender Puffer existiert. Blockierende Schreiboperationen können kurzfristig Verschiebungen verursachen, durch die FIFO-Pufferung und das stetige Nachladen der Sensordaten werden diese Störungen jedoch ausgeglichen. Auf diese Weise bleibt die effektive Zykluszeit bei rund $26,6\text{ ms}$ erhalten.

Das Zusammenspiel von Zykluszeit und Abtastraten ist dabei entscheidend. Höhere Abtastraten erzeugen größere Datenmengen pro Zyklus, was wiederum längere Schreibvorgänge nach sich ziehen kann. Daher musste ein Kompromiss zwischen möglichst geringer Zykluszeit und noch akzeptabler Auflösung gefunden werden. Der MPU6050 kann Gyroskop- und Beschleunigungsdaten mit bis zu 8 kHz bzw. 1 kHz erfassen [18], der Magnetfeldsensor liefert 75 Hz [16] und das Barometer maximal $285,7\text{ Hz}$ [40]. Da Luftdruckdaten weniger zeitkritisch sind und das IMU-FIFO einen Puffer bereitstellt, hat sich in der Praxis eine Zykluszeit von $37,5\text{ Hz}$ (Doppelzyklus $26,6\text{ ms}$) als optimal erwiesen. Innerhalb dieser Frequenz können Messwerte aller Sensoren konsistent abgefragt und abgespeichert werden, ohne dass die Zykluszeit kritisch überschritten wird.

Eine weitere Optimierung stellt die binäre Speicherung dar, die Schreibzugriffe erheblich verkürzt und das Risiko von Ausreißern reduziert. Zwar erfordert diese Methode ein nachträgliches Konvertieren in lesbare Formate (Parsing), jedoch beeinträchtigt dies nicht die Echtzeitbedingungen während der Messung. Dadurch bleibt die Systemfunktionalität selbst bei einzelnen Verzögerungen gewährleistet. Kritische Faktoren sind

dabei das Vermeiden eines Überlaufs des FIFO-Speichers im IMU-Sensor sowie das rechtzeitige Abschließen der Schreiboperationen, um eine dauerhafte Blockierung von Interrupts zu verhindern.

Durch dieses Zusammenspiel aus zyklischer Datenerfassung, Puffern in der IMU und einer auf 26,6 ms ausgerichteten SD-Schreiblogik wird eine hohe Datenintegrität erreicht, ohne dass dabei die minimal nötige Zykluszeit verletzt wird. Somit konnte im praktischen Betrieb die angestrebte Zykluszeit zuverlässig eingehalten werden, während die Abstraten hoch genug blieben, um eine präzise und zeitnahe Bewegungsanalyse zu ermöglichen.

5.3 Programmablauf

Der Programmablauf gliedert sich in zwei Hauptbereiche, die Initialisierung im `setup()` und die Hauptschleife `loop()`. Im Folgenden ist ein Ablaufdiagramm dargestellt, das die wesentlichen Schritte des Programms veranschaulicht.

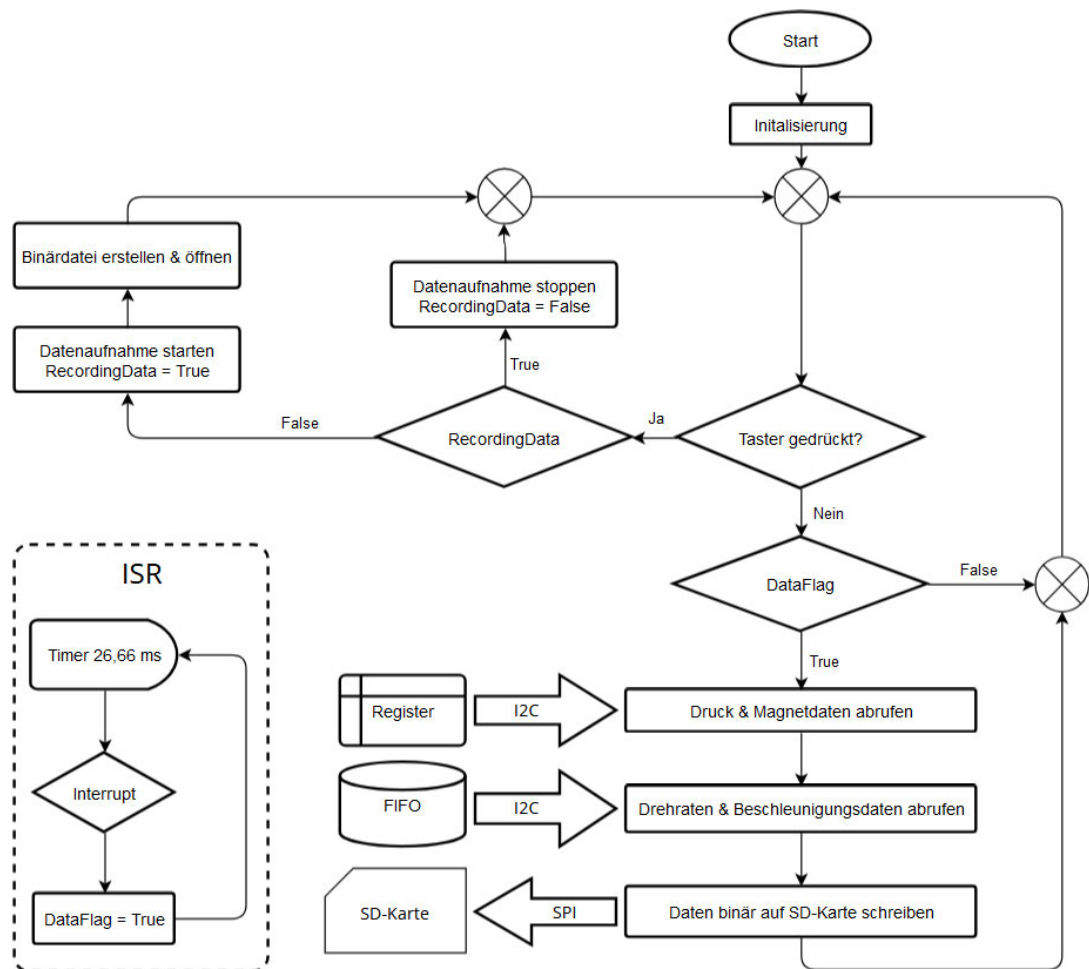


Abbildung 6: Ablaufdiagramm des Echtzeitprogramms

Die Abbildung 6 veranschaulicht den Programmablauf eines Echtzeitsystems zur Daten-

erfassung und Speicherung. Das Programm gliedert sich in zwei zentrale Abschnitte, die Initialisierung (`setup()`) und die Hauptschleife (`loop()`). Nach dem Start des Systems erfolgt zunächst die Initialisierung aller relevanten Komponenten und Schnittstellen. Dazu gehören die serielle Kommunikation für Debugging und Informationsausgabe, die Konfiguration von Pins für LEDs, Taster und andere Peripheriegeräte, sowie die Einrichtung der I²C-Schnittstelle zur Kommunikation mit den Sensoren (z. B. MPU6050, BMP280 und HMC5883L). Zusätzlich wird das WLAN-Modul deaktiviert, um Energie zu sparen und die Prozessorlast zu senken. Abschließend wird die SD-Karte für die Datenspeicherung geprüft und eingerichtet. Ebenfalls werden Timer und Interrupts initialisiert, um die gewünschte Zykluszeit der Datenerfassung (26,66 ms) zu garantieren. Diese Schritte erfolgen im Block *Initialisierung*, wie in Abbildung 6 dargestellt.

Nach der Initialisierung beginnt die Hauptschleife (`loop()`), die kontinuierlich ausgeführt wird. In dieser Schleife prüft das Programm, ob der Taster gedrückt wurde, um die Datenerfassung zu starten oder zu stoppen. Wird der Taster betätigt, setzt das Programm das Flag `RecordingData` auf `true` und erstellt eine neue Binärdatei zur Speicherung der erfassten Daten. Die LEDs signalisieren dabei den Betriebszustand. Wird der Taster erneut gedrückt, wird die Datenerfassung gestoppt, das `RecordingData`-Flag auf `false` gesetzt und die Datei geschlossen.

Parallel zur Hauptschleife sorgt die Interrupt Service Routine (ISR) dafür, dass die Datenerfassung in festgelegten Intervallen ausgelöst wird. Alle 26,66 ms setzt ein Timer einen Interrupt, der das `DataFlag` auf `true` setzt. Sobald dieses Flag in der Hauptschleife erkannt wird, werden die aktuellen Sensorwerte abgerufen. Die Register des Druck- und Magnetfeldsensors werden dabei über I²C ausgelesen, ebenso wie die Drehraten- und Beschleunigungsdaten des IMU-Sensors aus dem FIFO. Die erfassten Daten werden anschließend über SPI in die zuvor erstellte Binärdatei auf der SD-Karte geschrieben.

Dieser strukturierte Ablauf erlaubt es, große Datenmengen in Echtzeit zu erfassen und zu speichern, ohne den Programmfluss zu unterbrechen. Nach Beendigung der Datenerfassung kehrt das Programm in die Hauptschleife zurück und wartet auf weitere Nutzereingaben.

6 Entwicklung eines akausalen Mahony-Filters

Der klassische Mahony-Filter bietet eine robuste Methode zur Echtzeit-Schätzung der Orientierung eines Objekts basierend auf Sensordaten (Gyroskop, Beschleunigungssensor, Magnetometer). Allerdings weist die *Vorwärtsschätzung* mit dem Mahony-Filter zu Beginn der Datenaufnahme eine Einregelzeit auf, in der die Schätzung ungenau sein kann. Dies liegt daran, dass zu Beginn weder der Gyroskopfehler noch die exakte Anfangsorientierung hinreichend bekannt sind. Um die Genauigkeit der Orientierungsschätzung besonders zu Beginn zu verbessern, wird hier ein *akausaler Mahony-Filter* entwickelt, der die gesamte Datenreihe nutzt, indem er die Schätzung *rückwärts in der Zeit* durchführt und die Ergebnisse von Vorwärts- und Rückwärtslauf kombiniert.

6.1 Zeitliche Umkehrung der Daten

Die zeitliche Umkehrung der Sensorabtastungen kann grundsätzlich auf zwei Arten erfolgen:

1. **Zeitliche Umkehrung der Datenreihe**

Die Sensordaten werden so transformiert, dass die Zeitachse gespiegelt wird, z. B. $a(t) \rightarrow a(-t)$. Die Messvektoren $\mathbf{a}(t)$ und $\mathbf{m}(t)$ behalten dabei ihre Richtung, nur das Zeitargument kehrt sich um.

2. **Umkehrung der Reihenfolge der Daten**

Die Daten werden rückwärts verarbeitet, d. h. die Zeitdifferenz Δt bleibt positiv, während die Daten vom letzten zum ersten Messzeitpunkt abgearbeitet werden. Hierbei müssen die Winkelgeschwindigkeiten invertiert werden:

$$\boldsymbol{\omega}'(t) = -\boldsymbol{\omega}(T - t), \quad (39)$$

während Beschleunigungs- (\mathbf{a}) und Magnetfelddaten (\mathbf{m}) unverändert übernommen werden, da sie direkt die Vektorrichtung im Raum repräsentieren.

In dieser Arbeit wird der zweite Ansatz verfolgt, da er eine konsistentere Behandlung der Reihenfolge bei der Quaternionen-Multiplikation und Integration ermöglicht. Eine negative Zeitachse würde die kontinuierliche Differenzbildung stören und zu Inkonsistenzen bei der Interpretation der Daten führen.

Um den Effekt der Zeitumkehr besser zu verstehen, wird das Integral eines Fehlersignals $\mathbf{e}(t)$ betrachtet. Für eine beliebige Funktion $\alpha(t)$ gilt:

$$\int_0^T \alpha(t) dt = - \int_T^0 \alpha(t) dt. \quad (40)$$

Beim Anwenden der Substitution $\tau = T - t$ zeigt sich,

$$\int_0^T \alpha(t) dt = \int_0^T \alpha(T - \tau) (-d\tau) = - \int_0^T \alpha(T - \tau) d\tau = - \int_T^0 \alpha(t) dt. \quad (41)$$

Im Kontext des Mahony-Filters bedeutet dies, dass beim rückwärts Durchlaufen der Daten die Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}(t)$ invertiert werden müssen, wie in Formel (39) dargestellt. Dadurch wird die kumulierte Drehung korrekt abgebildet, da das Integral der Winkelgeschwindigkeiten, welches die gesamte Rotation über die Zeit beschreibt, betragsmäßig übereinstimmt, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen. Dies gewährleistet, dass die Orientierungsschätzung bei der zeitlichen Umkehrung der Daten konsistent und stabil bleibt.

6.2 Orientierungsschätzung

Der akausale Mahony-Filter erweitert den klassischen Ansatz durch die Kombination von Vorwärts- und Rückwärtsschätzungen der Orientierung. Der Prozess gliedert sich in zwei Hauptschritte:

1. Vorwärtsschätzung

Im ersten Schritt wird der Mahony-Filter in der normalen zeitlichen Abfolge angewendet. Dabei werden die Orientierung $q(t)$ und der Gyroskopfehler $\mathbf{b}(t)$ iterativ aktualisiert. Diese Vorwärtsschätzung dient als Basis für die anschließende Rückwärtsschätzung.

2. Rückwärtsschätzung

Im zweiten Schritt erfolgt die Verarbeitung der Sensordaten in umgekehrter Reihenfolge. Während die Winkelgeschwindigkeiten umgekehrt werden, bleiben die Beschleunigungs- und Magnetfelddaten unverändert:

$$\boldsymbol{\omega}'(t) = -\boldsymbol{\omega}(T - t), \quad \mathbf{a}'(t) = \mathbf{a}(T - t), \quad \mathbf{m}'(t) = \mathbf{m}(T - t). \quad (42)$$

Die Rückwärtsschätzung beginnt mit der finalen Orientierung aus der Vorwärtsschätzung und verwendet den negativen Gyroskopfehler-Wert, um die Filterdynamik konsistent zu gestalten:

$$q_{\text{rw}}(0) = q(T), \quad \mathbf{b}_{\text{rw}}(0) = -\mathbf{b}(T). \quad (43)$$

6.3 Rückwärtsinitialisierung

Ein zentraler Aspekt bei der Rückwärtsauswertung des akausalen Mahony-Filters ist die korrekte Initialisierung des Gyroskopfehlers. Während die Quaternionen für den Rückwärtslauf direkt aus der finalen Vorwärtsorientierung abgeleitet werden können, muss der Gyroskopfehler \mathbf{b} explizit mit negativem Vorzeichen übergeben werden, wie in Formel (43) beschrieben. Diese Negation ist unerlässlich, um die physikalische Konsistenz des Rückwärtsfilters zu gewährleisten.

Der Gyroskopfehlers $\mathbf{b}(t)$ repräsentiert im Mahony-Filter einen systematischen Fehler im Gyroskop, ausgedrückt in rad/s. Dieser Fehler kann durch Fertigungstoleranzen, Temperaturdrift oder andere systematische Einflüsse entstehen und führt zu einer

falschen registrierten Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{true}(t)$. Im Vorwärtslauf wird die gemessene Winkelgeschwindigkeit daher modelliert als:

$$\boldsymbol{\omega}_{gyr}(t) = \boldsymbol{\omega}_{true}(t) + \mathbf{b}(t), \quad (44)$$

wobei $\boldsymbol{\omega}_{true}(t)$ die tatsächliche Winkelgeschwindigkeit des Objekts darstellt. Der Filter schätzt den Gyroskopfehler $\mathbf{b}(t)$, um diesen systematischen Fehler im Messsignal zu kompensieren.

Bei der Rückwärtsdurchführung des Filters wird die Zeitrichtung umgekehrt, was bedeutet, dass die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}(t)$ selbst ihr Vorzeichen ändert, wie in Formel (42) sichtbar. Um die Orientierung korrekt zu rekonstruieren, muss daher auch der Gyroskopfehler entsprechend angepasst werden. Dies wird deutlich, wenn die diskrete Aktualisierungsgleichung des Mahony-Filters betrachtet wird, welche die Dynamik des Gyroskopfehlers beschreibt:

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{b}_k - k_I \mathbf{e}_k \Delta t, \quad (45)$$

wobei \mathbf{e}_k das Fehlersignal ist und k_I der Integralverstärkungsfaktor. Im Vorwärtslauf wird das Fehlersignal proportional zur Summe aus $\boldsymbol{\omega}$ und \mathbf{b}_k berechnet. Beim Rückwärtslauf wird jedoch die Winkelgeschwindigkeit invertiert, was ohne Anpassung des Gyroskopfehlers dazu führen würde, dass das Fehlersignal ebenfalls invertiert wird. Um weiterhin eine negative Rückkopplung beizubehalten, die den Gyroskopfehler reduziert, muss der Startwert des Fehlers im Rückwärtslauf $-\mathbf{b}(T)$ sein. Dies stellt sicher, dass die Aktualisierungsgleichung weiterhin den Gyroskopfehler in die richtige Richtung korrigiert.

6.4 Verstärkungsfaktoren und Stabilität

Die Verstärkungsfaktoren k_P und k_I des Mahony-Filters sind entscheidend für die Dynamik der Fehlerkorrektur und beeinflussen direkt die Stabilität und Präzision des Filters. Im akausalen Ansatz müssen diese Faktoren sowohl in der Vorwärts- als auch in der Rückwärtsrichtung identisch sein, um eine symmetrische Fehlerkorrektur sicherzustellen. Diese Symmetrie gewährleistet ein kohärentes Verhalten des Filters, da unterschiedliche Verstärkungsfaktoren ein unsymmetrisches Einregelverhalten verursachen würden. Solche Abweichungen erschweren die Kombination der beiden Schätzläufe und könnten die Gesamtstabilität des Filters beeinträchtigen.

Die Wahl geeigneter Verstärkungsfaktoren ist daher von zentraler Bedeutung für die Stabilität des akausalen Mahony-Filters. Eine zu hohe Verstärkung kann zu Instabilitäten und Überschwingern führen, während eine zu niedrige Verstärkung die Reaktionsfähigkeit des Filters einschränkt. Durch die Beibehaltung identischer Verstärkungsfaktoren in beiden Laufrichtungen wird eine konsistente und stabile Fehlerkorrektur gewährleistet, die eine präzise und zuverlässige Orientierungsschätzung ermöglicht.

6.5 Verbesserte Anfangsgenauigkeit

Die Kombination von Vorwärts- und Rückwärtsschätzung im akausalen Mahony-Filter führt zu einer signifikanten Verbesserung der Anfangsgenauigkeit der Orientierungsschätzung. Im Vorwärtsschritt konvergiert die Schätzung schrittweise und bestimmt den Gyroskopfehler $\mathbf{b}(t)$. Da das System prinzipiell nicht rückwärts *entsättigt* werden kann, wird dieser Fehler in der Rückwärtsschätzung nicht einfach umgekehrt, sondern direkt als negativer Offset übernommen. Dies ermöglicht eine nahezu korrekte Offset-Kompensation bereits zu Beginn des Rückwärtslaufs, was zu einer präzisen Anfangsorientierung führt.

Insgesamt stellt der akausale Mahony-Filter eine wertvolle Erweiterung des klassischen Filters dar, insbesondere bei Anwendungen mit kurzen Messdauern oder schnellen Bewegungen, die hohe Anfangsgenauigkeit erfordern.

7 Entwicklung eines Motion-Tracking-Algorithmus

Die Entwicklung des Motion-Tracking-Algorithmus basiert auf Sensordaten, welche wie in Kapitel 5 erfasst werden. Ziel ist die präzise Bestimmung von Orientierung und Bewegung durch die Fusion und Integration von Beschleunigungs-, Gyroskop- und Magnetfelddaten. Die Entwicklung erfolgte in der IDE PyCharm und der Programmiersprache Python.

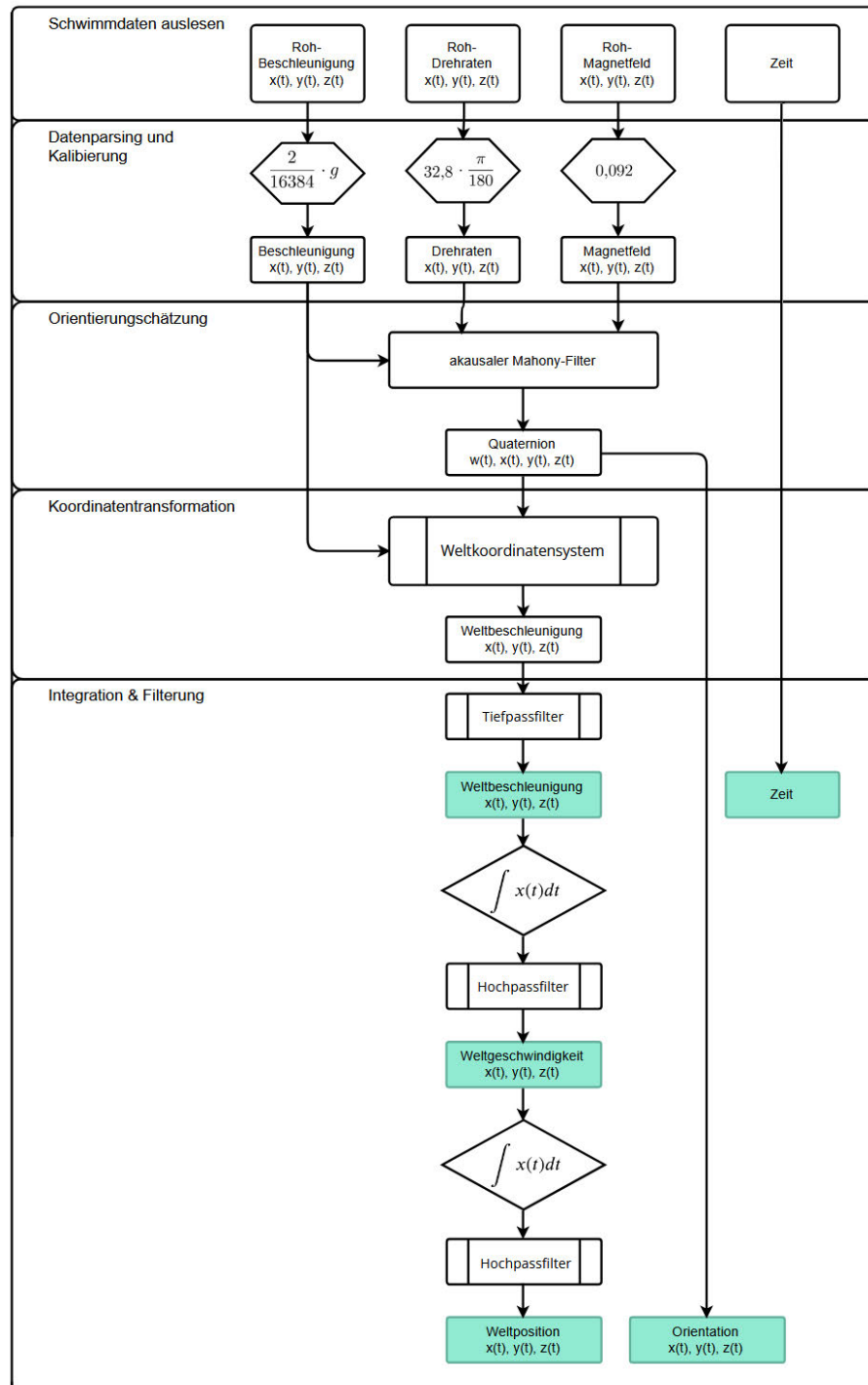


Abbildung 7: Schematische Darstellung des Datenflusses

Der Algorithmus umfasst die Vorverarbeitung der Sensordaten, die Kalibrierung zur Eliminierung von Offsets, die Orientierungsschätzung mittels des optimierten, akau-salen Komplementärfilters, der Koordinatentransformation, sowie die Integration zur Bestimmung von Geschwindigkeit und Position. Eine schematische Darstellung der Datenverarbeitungsschritte ist in Abbildung 7 zu sehen, wobei die einzelnen Verarbei-tungsstufen gleichzeitig die entsprechenden Unterkapitel darstellen. Es ist zu beachten, dass die Verarbeitung der Daten des Drucksensors nicht in der Abbildung enthalten ist, da diese nicht zum eigentlichen Motion-Tracking gehören, sondern ausschließlich für die nachfolgende Schwimmanalyse verwendet werden. Die Visualisierung der resultierenden Bewegungsbahnen erfolgt in einem mitlaufenden Koordinatensystem (Schwimmerkoo-rdinatensystem), das eine intuitive Analyse der Schwimmtechnik ermöglicht.

7.1 Schwimmdaten auslesen

Die Rohdaten werden zunächst aus einer Binärdatei eingelesen. Diese Datei enthält eine sequenzielle Aufzeichnung der Sensormesswerte, die in einem festgelegten binären Format gespeichert sind. Das Datenformat definiert die Reihenfolge und den Typ der enthaltenen Datenfelder, welche typischerweise folgende Komponenten umfassen:

- Ein *unsigned long* Wert, der als Zeitstempel dient.
- Neun *int16_t* Werte, die die Rohmessungen der Beschleunigung, Drehrate und Magnetfeldstärke repräsentieren.
- Ein *float* Wert, der den Druck misst.

Die Gesamtdatenstruktur eines einzelnen Datenpunkts ist somit wie folgt aufgebaut:

$$\text{DataPoint} = \{\text{Timestamp}, a_x, a_y, a_z, g_x, g_y, g_z, m_x, m_y, m_z, \text{Pressure}\} \quad (46)$$

7.2 Datenparsing und Kalibrierung

Der Datenparsing- und Kalibrierungsprozess bildet die Grundlage für die nachfolgende Verarbeitung und Analyse der Sensordaten. Ziel dieses Abschnitts ist es, die aus der Binärdatei eingelesenen Rohdaten in ein geeignetes Datenformat zu überführen und systematische Fehler zu eliminieren, um eine effiziente und präzise Weiterverarbeitung zu ermöglichen.

7.2.1 Skalierung und Umrechnung der Rohdaten

Nach dem Einlesen der Binärdaten erfolgt die Konvertierung in ein strukturiertes For-mat, in diesem Fall der CSV-Datei. Dieser Schritt erleichtert die weitere Analyse und Verarbeitung der Daten, da CSV-Dateien mit Datenanalysetools wie `Pandas` und `NumPy` verarbeitet werden können. Die Umrechnung der Rohwerte in physikalische Einheiten ist notwendig, um die Daten interpretierbar und für die weitere Analyse nutzbar zu

machen.

Die Rohbeschleunigungsdaten werden als Vektor $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]^\top$ dargestellt und in physikalische Einheiten m/s^2 umgerechnet. Die Umrechnung erfolgt durch Multiplikation mit einem Skalierungsfaktor k_a :

$$\mathbf{a} = k_a \cdot \mathbf{a}_{raw} \quad \text{mit} \quad k_a = \frac{2g}{16384} \quad (47)$$

Dabei ist $g = 9,81 m/s^2$ die Erdbeschleunigung. Die Skalierung durch den Faktor $\frac{2}{16384}$ erfolgt aufgrund der Sensoreigenschaften und der verwendeten ADC-Auflösung, siehe im Datenblatt [18]

Die Rohgyroskopdaten werden als Vektor $\mathbf{g}_{raw} = [g_x, g_y, g_z]^\top$ dargestellt und in physikalische Einheiten rad/s umgerechnet. Die Umrechnung erfolgt durch Multiplikation mit einem Skalierungsfaktor k_ω :

$$\boldsymbol{\omega} = k_\omega \cdot \mathbf{g}_{raw} \quad \text{mit} \quad k_\omega = \frac{\pi}{180 \cdot 32,8} \quad (48)$$

Der Faktor 32,8 entspricht der Empfindlichkeit des Gyroskops in $LSB/deg/s$, und die Umrechnung von Grad in Radianen wird durch Multiplikation mit $\frac{\pi}{180}$ erreicht, siehe Datenblatt [18].

Die Rohmagnetfelddaten werden als Vektor $\mathbf{m}_{raw} = [m_x, m_y, m_z]^\top$ dargestellt und in physikalische Einheiten umgerechnet. Laut Herstellerspezifikation (siehe Datenblatt [40]) ergibt sich für den gewählten Gainfaktor von $\pm 1,3 G$ ein entsprechender Skalierungsfaktor $k_m = 0,092$:

$$\mathbf{m} = k_m \cdot \mathbf{m}_{raw} \quad (49)$$

Diese Skalierung stellt sicher, dass die Magnetfelddaten in milliGauss (mG) vorliegen und korrekt für den Mahony-Filter formatiert sind.

Die Druckdaten werden in Hektopascal (hPa) ausgegeben und benötigen daher keine weitere Skalierung oder Umrechnung. Die Rohwerte werden auf zwei Dezimalstellen genau dargestellt. Diese Genauigkeit ermöglicht eine präzise Erfassung von Druckänderungen über die Zeit.

7.2.2 Zeitsynchronisation

Die Zeitschritte dt werden kumuliert, um die absolute Zeit in Sekunden zu berechnen. Wie in Abschnitt 5 erläutert, werden die Daten mit einer Frequenz von 500 Hz zyklisch im FIFO gemittelt, wodurch eine konstante Abtastrate von $dt = 2 ms$ angenommen werden kann. Dies ist erforderlich, um zeitabhängige Prozesse wie die Integration der

Gyroskopdaten zur Bestimmung der Orientierung korrekt durchzuführen.

$$t_{\text{sek}} = \frac{\sum_{i=1}^n dt_i}{1\,000\,000} \quad (50)$$

Die kumulierte Zeit ermöglicht eine präzise zeitliche Zuordnung der Sensormessungen und ist essenziell für die zeitliche Integration und Synchronisation der Daten.

7.2.3 Offset-Bestimmung und Kalibrierung

Ein wesentlicher Schritt vor der eigentlichen Fusion der Sensordaten ist die Kalibrierung und Vorverarbeitung. Die Kalibrierungsphase umfasst die ersten fünf Sekunden, in denen der Sensor nicht nur stabil im Weltkoordinatensystem gehalten wird, sondern auch so ausgerichtet wird, dass eine Achse des körperfesten Koordinatensystems mit der z -Achse des Weltkoordinatensystems übereinstimmt. Diese präzise Ausrichtung ermöglicht eine eindeutige Referenz der Erdbeschleunigung auf einer Achse und erleichtert die effektive Bereinigung der Beschleunigungsdaten.

Zunächst wird die Achse mit dem größten Absolutwert der Beschleunigungsdaten in der Kalibrierungsphase ermittelt. Dies ist die Achse, die die stärkste Ausrichtung der Schwerkraft repräsentiert. Dazu werden die Offsets der Beschleunigungssensoren in den drei Achsen (a_x , a_y , a_z) gemittelt, und der Absolutwert dieser Offsets wird berechnet. Die Achse mit dem höchsten Absolutwert wird als dominante Achse identifiziert. Nachdem die dominante Achse bestimmt wurde, wird die Richtung der Schwerkraft auf dieser Achse festgelegt. Ist der gemessene Wert auf der dominanten Achse positiv, wird die Schwerkraft in die positive Richtung interpretiert, andernfalls in die negative Richtung.

Während der Kalibrierungsphase, in der der Sensor in Ruhe gehalten und korrekt ausgerichtet ist, werden die Mittelwerte der Gyroskopdaten berechnet, um die statischen Offsets $g_{x,\text{off}}$, $g_{y,\text{off}}$, $g_{z,\text{off}}$ zu bestimmen. Ebenso werden für die Beschleunigungssensoren die Offsets berechnet, wobei die Schwerkraft berücksichtigt wird. Angenommen, die dominante Achse sei z und der Sensor ruht so, dass $\mathbf{a} \approx [0, 0, g]^\top$, dann ergibt sich:

$$a_{z,\text{offset}} = \bar{a}_z - g \quad (51)$$

$$a_{x,\text{offset}} = \bar{a}_x \quad (52)$$

$$a_{y,\text{offset}} = \bar{a}_y \quad (53)$$

Diese Offsets werden von den entsprechenden Messwerten subtrahiert, um die eigentliche, von der Schwerkraft bereinigte Beschleunigung zu erhalten:

$$\mathbf{a}_{\text{kalibriert}} = \mathbf{a} - \mathbf{a}_{\text{offset}} \quad (54)$$

Hierbei ist \mathbf{a} der gemessene Beschleunigungsvektor und $\mathbf{a}_{\text{offset}}$ der Offsetvektor. Durch

diese Kalibrierung wird die gemessene Beschleunigung von systematischen Fehlern befreit, was die Genauigkeit der weiteren Sensordatenfusion erheblich verbessert.

Zusätzlich zur Kalibrierung der Beschleunigungssensoren werden auch die Drehraten der Gyroskope kalibriert. Während der Kalibrierungsphase werden die Mittelwerte der Gyroskopdaten analog zu Formel (51) berechnet, um die statischen Offsets der Drehraten $g_{x,\text{off}}$, $g_{y,\text{off}}$, $g_{z,\text{off}}$ zu bestimmen. Diese Offsets repräsentieren systematische Fehler der Gyroskope und werden von den gemessenen Drehraten subtrahiert, um die tatsächlichen Rotationsgeschwindigkeiten zu erhalten:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{kalibriert}} = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{\text{off}} \quad (55)$$

Hierbei ist $\boldsymbol{\omega}$ der gemessene Drehratenvektor und $\boldsymbol{\omega}_{\text{off}}$ der Offsetvektor. Diese Kalibrierung stellt sicher, dass die gemessenen Rotationsgeschwindigkeiten frei von groben systematischen Fehlern sind, wodurch die Präzision der Sensordatenfusion weiter erhöht wird.

Magnetfeldsensoren unterliegen häufig Verzerrungen und Offsets. Um diese zu beheben, wird ein Ellipsoid-Fit genutzt, siehe [48]. Die gemessenen Magnetfeldwerte $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_z)$ werden auf eine Kugel transformiert:

$$\mathbf{m}_{\text{kal}} = A_1(\mathbf{m} - \mathbf{b}), \quad (56)$$

wobei \mathbf{b} der Offset und A_1 die aus der Ellipsoid-Anpassung resultierende Kalibrierungsmatrix ist.

Nach der Vorverarbeitung werden die Daten in NumPy-Arrays überführt, die eine effiziente Weiterverarbeitung und Integration in den Mahony-Filter-System ermöglichen. Die Datenstrukturen sind wie folgt definiert:

$$\mathbf{acceleration} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{magnetometer} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (57)$$

Diese Matrizen repräsentieren die Beschleunigungs-, Gyroskop- und Magnetometermessungen, die als Eingaben für den Mahony-Filter dienen.

7.3 Orientierungsschätzung

Die Orientierungsschätzung wird in dieser Arbeit mit einem erweiterten Mahony-Filter durchgeführt, der sowohl kausal als auch akausal operiert. Ziel ist es, die Sensorrohdaten präzise zu fusionieren und systematische Fehler durch gezielte Kompensationsmaßnahmen zu minimieren.

Zunächst erfolgt die Coning-Kompensation, wie in Abschnitt 3.1.3 beschrieben. Diese korrigiert Integrationsfehler der Winkelgeschwindigkeit, insbesondere bei oszillierenden Rotationsbewegungen. Die Berechnungen werden iterativ für alle Zeitstempel durchgeführt, wodurch die Ausgangsdaten des Gyroskops um diese Fehler korrigiert werden. Dies verbessert die Genauigkeit der Winkelgeschwindigkeit, bevor der Mahony-Filter angewendet wird.

7.3.1 Akausale Schätzung

Die akausale Schätzung erweitert den Mahony-Filter durch die Kombination einer Vorwärts- und Rückwärtsrechnung. Die theoretischen Grundlagen und Details zur Kalibrierung sowie zur Berechnung der Fehlerterme sind in Kapitel 3.2 und Abschnitt 6 ausführlich beschrieben.

Wie bei der kausalen Variante, wird zunächst im Kalibrierungsschritt das magnetische Referenzsystem und der Gravitationsvektor bestimmt, indem während der ersten 5 s Mittelwerte aus den Sensor-Rohdaten gebildet werden, um zum einen das Erdmagnetfeld \mathbf{m}_{ref} und zum anderen die mittlere Schwerkraftbeschleunigung \mathbf{g}_{ref} zu bestimmen. Diese Referenzvektoren werden anschließend im weiteren Verlauf des Algorithmus herangezogen, um die aktuelle Ausrichtung präzise zu schätzen.

Die Schwerkraft \mathbf{g} und das Erdmagnetfeld \mathbf{m} dienen nach ihrer Ermittlung im Kalibrierungsschritt als Referenzen. Im laufenden Betrieb werden diese Referenzvektoren genutzt, um Abweichungen in den gemessenen Sensordaten zu korrigieren. Mithilfe der aktuellen Quaternion-Orientierung \mathbf{q} wird die erwartete Beschleunigung $\hat{\mathbf{a}}$ und das erwartete Magnetfeld $\hat{\mathbf{m}}$ wie folgt berechnet:

$$\hat{\mathbf{a}} = R(\mathbf{q}) \mathbf{g}_{\text{ref}}, \quad \hat{\mathbf{m}} = R(\mathbf{q}) \mathbf{m}_{\text{ref}}. \quad (58)$$

wobei $R(\mathbf{q})$ die Quaternion-Rotationsmatrix (12) darstellt.

Aus der Differenz zwischen den gemessenen und den transformierten Referenzwerten der Beschleunigungs- und Magnetfelddaten ergeben sich die Fehlervektoren, vergleiche (26):

$$\mathbf{e}_a = \mathbf{a} \times \hat{\mathbf{a}}, \quad \mathbf{e}_m = \mathbf{m} \times \hat{\mathbf{m}}. \quad (59)$$

Der korrigierte Gyroskopterm lässt sich mithilfe eines PI-Reglers formulieren, vergleiche Formel (27). Dabei setzt \mathbf{e} sich aus \mathbf{e}_a und \mathbf{e}_m als gewichtete Summe zusammen. Im nächsten Schritt wird die Quaternion-Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} Q(\mathbf{q}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{\text{corr}} \quad (60)$$

gelöst, wobei $Q(\mathbf{q})$ die Quaternion-Multiplikationsmatrix (10) darstellt. Nach jedem

Schritt wird das berechnete Quaternion normalisiert, um Rundungsfehler und numerische Drift zu minimieren.

Die genaue Vorgehensweise zur Rückwärtsinitialisierung von Quaternion und Gyroskopfehler, sowie zur Kombination der Vorwärts- und Rückwärtsschätzung ist in Abschnitt 6 ausführlich erläutert.

7.3.2 Optimierung der Filterparameter

Die Optimierung der Filterparameter k_P und k_I spielt eine entscheidende Rolle für die Genauigkeit und Stabilität des Mahony-Filters. Diese Parameter beeinflussen die Schätzfehlerdynamik:

- **Proportionalitätsfaktor k_P :** Dieser bestimmt die Stärke der Sofortkorrektur basierend auf dem aktuellen Fehler. Ein höherer k_P -Wert führt zu einer schnelleren Anpassung, kann jedoch die Stabilität bei plötzlichen Bewegungsspitzen gefährden.
- **Integrationsfaktor k_I :** Dieser adressiert systematische Fehler durch eine schrittweise Kompensation des Gyroskopfehlers. Zu hohe Werte können allerdings zu Überschwingern und einer erhöhten Anfälligkeit für Sensorrauschen führen.

In dieser Arbeit wurde die Particle Swarm Optimization (PSO) als Optimierungsverfahren für k_P und k_I verwendet, um die Filterleistung zu maximieren. Die PSO ist besonders geeignet, da sie eine effiziente Suche im Parameterraum ermöglicht und robust gegenüber lokalen Minima ist, ohne explizite Annahmen über die zugrunde liegende Fehlerverteilung treffen zu müssen.

Die PSO bietet folgende Vorteile:

- **Einfache Implementierung:** Die PSO ist leicht zu implementieren und erfordert keine komplexen mathematischen Modelle.
- **Globale Suche:** Durch die kollaborative Suche der Partikel kann die PSO globale Optima effektiver finden als viele traditionelle Optimierungsverfahren.
- **Flexibilität:** Die PSO kann leicht an verschiedene Optimierungsprobleme und -anforderungen angepasst werden.

Die Optimierung der Filterparameter erfolgt durch Minimierung der folgenden Kostenfunktion Q :

$$Q = \sum_i \|\mathbf{e}_i\|^2, \quad (61)$$

wobei \mathbf{e}_i die Differenz zwischen den geschätzten und den tatsächlichen Referenzvektoren (z. B. der Gravitation) zum Zeitpunkt i darstellt. Diese Optimierung wurde auf Basis realer und synthetischer Daten durchgeführt, um den Filter sowohl in statischen

als auch dynamischen Szenarien zu validieren.

Die Effektivität dieser Methode wurde anhand der in [28] beschriebenen Ergebnisse evaluiert, welche zeigen, dass die PSO eine signifikante Verbesserung der Orientierungsschätzung ermöglicht.

7.3.3 Gewichtung der Referenzvektoren

Durch empirische Tests wurde festgestellt, dass die Magnetfeldmessungen in dynamischen Bewegungsszenarien weniger zuverlässige Referenzdaten liefern als die Beschleunigungsmessungen. Um die Robustheit des Mahony-Filters zu erhöhen, wurde eine dynamische Gewichtung der Beschleunigungs- und Magnetometermessungen implementiert. Diese Gewichtung berücksichtigt die unterschiedlichen Zuverlässigkeiten der Sensordaten. Die Gewichtungsfaktoren wurden empirisch ermittelt und lauten:

$$\mathbf{e} = 1,6 \cdot \mathbf{e}_a + 0,4 \cdot \mathbf{e}_m \quad (62)$$

Die Summe der Gewichtungsfaktoren wurde bewusst auf 2 festgelegt, da auch die Summe der Gewichtungsfaktoren \mathbf{e}_a und \mathbf{e}_m zuvor diesen Wert hatte. Dies stellt sicher, dass die Skalierung der Fehlerterme vergleichbar bleibt und sich keine zusätzlichen Verzerrungen auf die Schätzung der Orientierung ergeben.

Diese Gewichtung spiegelt die Erkenntnis wider, dass die Beschleunigungssensoren in dynamischen Situationen zuverlässigere Informationen über die Orientierung liefern als die Magnetfeldsensoren, die anfälliger für Störungen durch Bewegungsartefakte sind. Durch die Anpassung der Gewichtungsfaktoren wird die Dominanz der Beschleunigungsdaten gegenüber den Magnetfelddaten verstärkt, wodurch die Gesamtgenauigkeit und Stabilität der Orientierungsbestimmung verbessert wird.

Durch die hier beschriebene Optimierung der Filterparameter konnte die Leistung des Mahony-Filters erheblich gesteigert werden, insbesondere in anspruchsvollen Anwendungen wie der Schwimmtechnikanalyse.

7.3.4 Modell zur Zentripetalkompensation

Der Mahony-Filter nutzt, wie in Abschnitt 7.3.1 erläutert, unter anderem die Referenz der Schwerkraftkomponente in den Beschleunigungsdaten, um die Orientierung präzise zu schätzen. Da die gemessenen Beschleunigungen jedoch nicht ausschließlich aus der Gravitationskomponente, sondern auch aus weiteren Komponenten wie etwa der Zentripetalbeschleunigung bestehen, ist es von Vorteil, letztere möglichst zuverlässig zu kompensieren. Die Zentripetalbeschleunigung stellt dabei einen dominierenden Störanteil dar, während tangential Beschleunigungen entlang der Kreisbahn (z. B. durch Geschwindigkeitsänderungen) in diesem vereinfachten Modell vernachlässigt werden.

Obwohl der Mahony-Filter auch ohne diese Kompensation funktionsfähig ist, führt die unkompensierte Zentripetalbeschleunigung zu einer signifikanten Verzerrung bei der Schätzung der Orientierung, wie in den Ergebnissen in Abbildung 25 zu sehen ist. Um diese Abweichungen zu reduzieren, wurde ein Modell zur Zentripetalkompensation entwickelt.

In den realen Schwimmdaten existiert keine optimale Kreisbahn. Die tatsächliche Bewegungsbahn ist oft oval oder weist Variationen auf, die eine exakte kreisförmige Kompensation erschweren. Eine ideale Kompensation würde voraussetzen, dass die Bahn exakt kreisförmig ist, was in der Praxis jedoch nicht gegeben ist. Um eine Überkompensation zu vermeiden und dennoch einen Großteil der Zentripetalbeschleunigung zu korrigieren, wurde ein geringerer Radius gewählt. Anstatt den genauen Radius der tatsächlichen Bewegung zu verwenden, wird ein approximierter Radius von $r = 0,3\text{ m}$ angenommen. Dieser Wert basiert auf empirischen Beobachtungen der realen Schwimmdaten und stellt einen Kompromiss dar, der eine teilweise Kompensation ermöglicht, ohne die Filterleistung durch Überkorrektur zu beeinträchtigen.

Die Wahl eines geringeren Radius führt dazu, dass die Kompensation der Zentripetalbeschleunigung nicht vollständig ist. Bei einer erwarteten ovalen Bahn bleibt somit eine geringe Verzerrung in der Orientierungsschätzung bestehen. Diese verbleibende Verzerrung ist jedoch deutlich geringer als ohne jegliche Kompensation, wodurch die Gesamtgenauigkeit und Stabilität der Schätzung verbessert wird. Die Berechnung der Zentripetalbeschleunigung erfolgt wie folgt:

1. Berechnung des Betrags der Zentripetalbeschleunigung:

Zunächst wird aus den Gyroskopdaten der Betrag der Winkelgeschwindigkeit $|\boldsymbol{\omega}|$ bestimmt. Unter der Annahme einer kreisförmigen Bewegung gilt für den Betrag der Zentripetalbeschleunigung:

$$a_{\text{zentripetal}} = |\boldsymbol{\omega}|^2 \cdot r. \quad (63)$$

2. Bestimmung einer orthogonalen Richtung:

Um die Richtung der Zentripetalbeschleunigung zu bestimmen, ist ein Vektor erforderlich, der senkrecht zur Rotationsachse $\boldsymbol{\omega}$ steht. Hierzu wird ein beliebiger Ausgangsvektor \mathbf{v} (z. B. $\mathbf{v} = [1, 0, 0]^T$) gewählt, der nicht parallel zu $\boldsymbol{\omega}$ ist. Aus diesem Vektor wird durch Orthogonalisierung gegenüber $\boldsymbol{\omega}$:

$$\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\omega} \quad (64)$$

ein Vektor \mathbf{v}_{\perp} erzeugt, der orthogonal zu $\boldsymbol{\omega}$ ist. Anschließend wird \mathbf{v}_{\perp} normiert.

3. Ableitung der Zentripetalrichtung:

Die Einheitsrichtung der Zentripetalbeschleunigung ergibt sich aus dem Kreuzprodukt:

$$\hat{\mathbf{a}}_{\text{zentripetal}} = \frac{\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\perp}}{|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\perp}|}. \quad (65)$$

4. Berechnung der Zentripetalbeschleunigung als Vektor:

Mithilfe des zuvor berechneten Betrags und der Richtung kann die Zentripetalbeschleunigung nun wie folgt bestimmt werden:

$$\mathbf{a}_{\text{zentripetal}} = a_{\text{zentripetal}} \cdot \hat{\mathbf{a}}_{\text{zentripetal}}. \quad (66)$$

5. Korrektur der gemessenen Beschleunigungsdaten:

Schließlich werden die korrigierten Beschleunigungsdaten berechnet, indem die Zentripetalbeschleunigung von den ursprünglich gemessenen Beschleunigungswerten subtrahiert wird:

$$\mathbf{a}_{\text{korrigiert}} = \mathbf{a} - \mathbf{a}_{\text{zentripetal}}. \quad (67)$$

Durch diese Kompensation wird erreicht, dass die Beschleunigungsdaten näher an der reinen Gravitation liegen, wodurch der Mahony-Filter die Orientierung präziser bestimmen kann. Insbesondere werden Fehlzugeweisungen von Beschleunigungskomponenten reduziert, was zu einer verbesserten Qualität der Orientierungsschätzung führt. Das vorgestellte Modell ist als pragmatische Vereinfachung zu verstehen, die zur Reduktion der größten Abweichungen beiträgt, ohne jedoch alle physikalischen Effekte vollständig zu erfassen.

7.4 Koordinatentransformation

Der nächste Schritt zur Auswertung der Sensordaten besteht darin, die erfassten Beschleunigungen und Drehraten aus dem körperfesten Koordinatensystem in ein globales oder *Weltkoordinatensystem* zu überführen. Diese Transformation ist notwendig, um Bewegungen und Orientierungen im Raum korrekt interpretieren zu können. Dabei wird die aus dem Mahony-Filter geschätzte Orientierung des Sensors im Raum durch Quaternionen beschrieben. Diese mathematischen Werkzeuge erlauben eine effiziente und singularitätsfreie Abbildung von Rotationen.

Zur Beschreibung der Transformation werden häufig Quaternionen genutzt, da sie kompakt sind und Singularitäten wie das Gimbal-Lock vermeiden.

Die Rotation eines Vektors \mathbf{v} erfolgt durch die folgende Formel:

$$\mathbf{v}' = q\mathbf{v}q^{-1} \quad (68)$$

Die äquivalente Rotationsmatrix $R(q)$, die aus den Quaternionen abgeleitet wird, ist in Formel (12) beschrieben.

Mit Hilfe dieser Orientierung kann jede im körperfesten Koordinatensystem gemessene Vektorgröße \mathbf{v}_{body} folgendermaßen in das Weltkoordinatensystem überführt werden:

$$\mathbf{v}_{\text{world}}(t) = R(q) \cdot \mathbf{v}_{\text{body}}(t) \quad (69)$$

Umgekehrt wird die Gravitation $\mathbf{g}_{\text{world}}$ häufig in das körperfeste Koordinatensystem projiziert:

$$\mathbf{g}_{\text{body}}(t) = R(q)^T \cdot \mathbf{g}_{\text{world}} \quad (70)$$

Die spezielle orthogonale Gruppe $SO(3)$ bildet dabei die Grundlage für alle Rotationen im dreidimensionalen Raum. Mathematisch beschreibt $SO(3)$ die Menge aller orthogonalen 3×3 -Matrizen mit Determinante eins:

$$R \in SO(3) \implies R^T R = I, \det(R) = 1 \quad (71)$$

Durch diese Transformationen wird es möglich, Bewegungs- und Beschleunigungsanteile global zu analysieren und sicherzustellen, dass nachfolgende Auswertungen auf einer konsistenten Bezugsebene beruhen.

7.5 Integration und Filterung

Um aus den so transformierten Sensordaten die Geschwindigkeit und Position zu ermitteln, sind zwei aufeinanderfolgende Integrationschritte erforderlich. Dieser Prozess ist jedoch sehr anfällig für selbst kleine Mess- und Modellfehler, die sich durch die wiederholte Integration kumulieren und dadurch zu einer driftenden Schätzung führen können.

Bevor die Integration stattfindet, wird die Erdbeschleunigung \mathbf{g} aus den Rohdaten entfernt. Hierzu werden die gemessenen Beschleunigungen $\mathbf{a}(t)$ mithilfe der geschätzten Orientierung in das Weltkoordinatensystem transformiert. Die Projektion der Gravitation auf das Körperkoordinatensystem wird anschließend von den Messwerten subtrahiert, sodass nur die *Eigenbeschleunigung* übrig bleibt:

$$\mathbf{a}_{\text{body}}(t) = \mathbf{a}_{\text{mess}}(t) - (R(t)^T \cdot \mathbf{g}_{\text{world}}). \quad (72)$$

Dies ist entscheidend, weil ein verbleibender Gravitationsanteil im Beschleunigungssignal zu erheblichen Fehlern bei der Geschwindigkeits- und Positionsberechnung führen würde.

Um Effekte plötzlicher Änderungen in der Beschleunigung sowie Rotationskopplungen korrekt zu erfassen, wird in die Geschwindigkeitsberechnung ein Sculling-Korrekturterm eingeführt, wie im Abschnitt 3.1.4 beschrieben.

Da die Orientierung des Schwimmarms in der Praxis starken und schnellen Ände-

rungen unterliegt, werden *Filterverfahren* angewendet, um hochfrequentes Rauschen und niederfrequente Drift zu unterdrücken. Ein Hochpassfilter eliminiert niedrige Frequenzanteile, die vor allem durch Drift und quasistationäre Offsets im Signal verursacht werden. Durch das Herausfiltern dieser *konstanten* oder sehr *langsam variierenden* Signalkomponenten kann die Bewegung genauer analysiert werden, insbesondere reine Vorwärtsbewegungen.

- **Tiefpassfilter (TPF):** Dämpft Signalkomponenten oberhalb einer bestimmten Grenzfrequenz und entfernt somit Rauschen und sehr schnelle Variationen.
- **Hochpassfilter (HPF):** Dämpft Signalkomponenten unterhalb einer bestimmten Grenzfrequenz und entfernt somit Offset-Drift und sehr langsame Variationen.

Nach der Transformation der Daten in das Weltkoordinatensystem werden diese durch einen Tiefpassfilter verarbeitet, um hochfrequentes Rauschen zu entfernen. Dieser Ansatz ist in der Literatur gängig und wird beispielsweise in [8] beschrieben.

Nach der Tiefpassfilterung der beschleunigten Bewegung erfolgt die Integration nach Trapezverfahren (vgl. Abschnitt 3.1.2) zur Bestimmung der **Geschwindigkeit** im Weltkoordinatensystem. In der Praxis stellt sich allerdings eine *konstante* oder *sehr langsam variierende* Offset-Geschwindigkeit ein, beispielsweise durch die kontinuierliche Vorwärtsbewegung beim Schwimmen. Um diese unerwünschte Drift in den Geschwindigkeitsdaten zu entfernen, werden die integrierten Größen in einem Hochpassfilter weiterverarbeitet, wie in Abbildung 7 dargestellt.

Im Schwimmsport liegt der Fokus häufig auf der Bewegung *relativ* zum Wasser oder relativ zur Vorwärtsbewegung. Um dies zu ermöglichen, werden die Daten zusätzlich in das Schwimmerkoordinatensystem transformiert, dessen Achsen mit der Schwimmrichtung ausgerichtet sind. Dieser Schritt setzt die Kompensation der konstanten Schwimgeschwindigkeit des Schwimmers voraus, da diese sich als Offset in den Geschwindigkeitsdaten äußert. Diese Offsets werden durch die Hochpassfilterung eliminiert. Dadurch wird die *dynamische* Komponente der Bewegung hervorgehoben, welche für die Auswertung der Schwimmtechnik von Interesse ist.

Im nächsten Schritt erfolgt die erneute Integration der gefilterten Geschwindigkeitsdaten, um die **Position** im Weltkoordinatensystem zu bestimmen. Da auch hier Integrationsfehler und Drifts eine große Rolle spielen können, wird in Anlehnung an die Abbildung 7 erneut ein Hochpassfilter eingesetzt. Dadurch werden langsam driftende Positionanteile unterdrückt, während die *dynamische* Bewegung (z.B. Armzüge, Körperrotation) klarer sichtbar bleibt.

8 Schwimmanalytik

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie die aus dem Motion-Tracking gewonnenen Messdaten für die Schwimmanalyse aufbereitet und spezifiziert werden. Um die Bewegungen des Schwimmers präzise zu erfassen, werden die Positionsdaten im *Schwimmerkoordinatensystem* betrachtet.

8.1 Armzugdetektion

Ein wesentlicher Bestandteil der Schwimmbewegungsanalyse ist die Detektion einzelner Armzüge. Hierzu werden sowohl Beschleunigungs- (in den Dimensionen x , y und z) als auch Druckdaten genutzt. Durch die gleichzeitige Betrachtung dieser Messreihen lassen sich charakteristische Eintauchzeitpunkte (sogenannte *Entry Points*) der Arme robust identifizieren.

Prinzipielle Vorgehensweise

1. **Vorverarbeitung der Daten:** Beschleunigungs- und Druckmesswerte werden zunächst zeitlich synchronisiert und auf ein gemeinsames Abtastraster gebracht mit einer Abtastrate von 500 Hz.
2. **Lokalisierung von Minima:** Da in der Überwasserphase des Arms (im Bereich eines Armrückholens) der Anpressdruck minimal wird, wird nach globalen Minima der Druckmessung gesucht. Zur Detektion werden alle Zeitbereiche klassifiziert, in denen

$$p(t) \leq p_{\min, \text{global}} + \Delta p, \quad (73)$$

gilt. Hierbei ist $p_{\min, \text{global}}$ das globale Druckminimum und Δp ein Schwellwert (Toleranzband).

3. **Gruppierung zusammenhängender Indizes:** Diejenigen Indizes, die in diesen Zeitintervallen liegen, werden zu Gruppen zusammengefasst. Jede Gruppe repräsentiert eine „Druck-Minimum-Region“. Um die kinematisch relevanteste Phase hervorzuheben, werden die Gruppen ab dem jeweils absoluten Druckminimum im fraglichen Zeitabschnitt beschnitten. Dies verhindert, dass im gleichen Intervall mehrfache Kandidaten existieren, die nicht dem eigentlichen Eintauchmoment entsprechen. Zudem ist der Eintauchmoment nahe des ersten signifikanten Anstieges des Anpressdruckes.
4. **Identifikation der Eintauchzeitpunkte:** Zur Feinselektion innerhalb einer Gruppe (falls mehrere Kandidaten existieren) wird die *lokale Variation der Beschleunigungen* in den Achsen x , y , z untersucht. In jedem Kandidatenfenster wird die Anzahl an Extremwerten bestimmt. Je mehr charakteristische Extrempunkte in einem engen Zeitfenster (10 Proben um den Kandidaten herum) auftreten, desto wahrscheinlicher liegt ein *Eintauchzeitpunkt* vor. Physikalisch lässt sich dies

damit begründen, dass durch das Eintauchen des Armes ein rascher Übergang von *Luft-* zu *Wasserwiderstand* erfolgt, was zu ausgeprägten Peaks in den Beschleunigungssignalen führt. Derjenige Kandidat mit den meisten Extrempunkten wird als *Entry Point* gewählt.

Auswertung und Plausibilitätsprüfungen

Die Auswertung beginnt mit der Ermittlung der Anzahl N der Armzüge anhand der identifizierten *Entry Points*. Aus den Zeitabständen T_i zwischen aufeinanderfolgenden *Entry Points* lassen sich die Zugintervalle berechnen:

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i, \quad i = 1, \dots, N - 1, \quad (74)$$

wobei t_i den Zeitpunkt des i -ten Armzuges bezeichnet.

In der praktischen Anwendung erfolgt eine *Plausibilitätsprüfung*, um fehlerhafte Armzüge auszuschließen. Zu diesem Zweck werden Intervalle, die unterhalb einer minimalen Dauer liegen, herausgefiltert. Diese Mindestdauer basiert auf den maximalen Armrotationsgeschwindigkeiten, die im Abschnitt 4.2 ermittelt wurden. Es wurde eine maximale Rotationsgeschwindigkeit von etwa $\omega_{\max} \approx 274,4^\circ/\text{s}$ pro Arm bestimmt. Um einen Sicherheitspuffer einzuhalten, wird eine konservative Grenze von $\omega_{\text{puffer}} \approx 360^\circ/\text{s}$ pro Arm sowie eine Frequenz von 1 Hz zugrunde gelegt. Armzüge, bei denen die Rotationsgeschwindigkeit

$$\omega_i = \frac{2\pi}{\Delta t_i} \leq \omega_{\max} \quad (75)$$

nicht erfüllt ist, werden als ungültig markiert und aus der weiteren Auswertung ausgeschlossen.

Neben der Frequenzprüfung wird der durchschnittliche Abstand zwischen den Armzügen berechnet:

$$\overline{\Delta t} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \Delta t_i. \quad (76)$$

Armzugintervalle, die mehr als eine festgelegte Anzahl von Standardabweichungen $\sigma_{\Delta t}$ vom Mittelwert $\overline{\Delta t}$ abweichen (z. B. $\pm 2\sigma_{\Delta t}$), werden ebenfalls als potenziell fehlerhaft identifiziert und ausgeschlossen. Diese Maßnahme dient der Eliminierung von Ausreißern, die durch Artefakte in den Sensordaten entstehen können.

8.2 Segmentierung der Schwimmbewegung

Die Segmentierung der Schwimmbewegung ermöglicht eine präzisere Analyse der Bewegungstrajektorie, indem die einzelnen Armzüge voneinander getrennt betrachtet werden. Dazu wird jeder erkannte Armzug als eigenständige Bewegungseinheit behandelt, wodurch eine gezielte Bewertung und statistische Analyse ermöglicht wird.

Um Driftfehler zu minimieren, wird die Startorientierung jedes Segmentes auf den Ursprungspunkt $(0, 0, 0)$ zurückgesetzt. Dies gewährleistet, dass sich Fehler nicht akkumulieren und jede Bewegung relativ zur initialen Position analysiert werden kann. Diese Normalisierung der Trajektorien erlaubt eine direkte Vergleichbarkeit zwischen einzelnen Zügen und reduziert systematische Verzerrungen.

Zur Visualisierung der Varianz der Zugbewegungen werden Kovarianzellipsen genutzt, die die Schwankungen der Zugbahn über mehrere Zyklen hinweg darstellen. Dies ermöglicht eine quantitative Bewertung der Bewegungsstabilität und hilft, inkonsistente Technikausführungen zu identifizieren.

Durch die Segmentierung der Armzüge können zentrale Bewegungsparameter wie Zuglänge, Zugfrequenz und Positionsabweichungen präziser bestimmt werden. Dies erlaubt eine detailliertere Analyse der Schwimmtechnik und liefert wertvolle Erkenntnisse für die Optimierung des Bewegungsablaufs.

8.3 Erkennung der Wendepunkte

Neben der Detektion einzelner Züge stellt die Identifikation von Wendepunkten einen weiteren wichtigen Aspekt in der Schwimmanalyse dar. Wendepunkte treten auf, wenn der Schwimmer am Beckenrand umkehrt und die Schwimmrichtung wechselt. Um diese automatisch zu erkennen, wird ein Vergleich der Zeitabstände zwischen aufeinanderfolgenden Armzügen herangezogen, basierend auf den in Abschnitt 8.1 erläuterten Metriken.

Algorithmisches Vorgehen

Die im vorherigen Abschnitt ermittelten *Zugsintervalle* werden untersucht. Diese Intervalle liegen typischerweise im Bereich von etwa einer bis fünf Sekunden, abhängig von der Schwimmtechnik und der Schwimmgeschwindigkeit.

Ein gleitender Durchschnitt der berechneten Zugsintervalle wird ermittelt. Dieser statistische Referenzwert charakterisiert die *Normalität* der Zyklen und dient als Basis für die Detektion von Abweichungen.

Ein Wendepunkt wird vermutet, wenn ein Zugsintervall im Vergleich zum gleitenden Durchschnitt signifikant erhöht ist. Dies deutet in der Regel auf eine Unterbrechung oder eine deutliche Verzögerung im Bewegungsablauf hin.

Um Mehrfacherkennungen zu vermeiden, wird sichergestellt, dass zwischen zwei Wendepunkten eine bestimmte Mindestanzahl an Armzügen (z. B. 5) liegen muss. Zusätzlich wird der Zeitbereich einer Schwimmbahn als Filterkriterium verwendet. Hierbei wird eine minimale Zeit von 40 s pro 100 m festgelegt, basierend auf der Weltrekordzeit von

20,91 s für 50 m Freistil [44]. Zudem muss eine Richtungsumkehr in den Geschwindigkeitsdaten erkennbar sein.

Dieses Verfahren führt zu einer robusten Detektion von Wendepunkten im Becken. Wendepunkte sind insbesondere relevant für die Berechnung von Teilstrecken- und Gesamtzeiten sowie für die Analyse der Schwimmtechnik während der Wende.

8.4 Erfassung der Metriken

Auf Basis der beschriebenen Detektionen (*Armzüge* und *Wendepunkte*) werden verschiedene *Metriken* für die Schwimmleistungsanalyse berechnet:

1. **Anzahl der Züge (N):** Die Summe aller detektierten Entry Points gibt einen direkten Einblick in die Gesamthäufigkeit der Armbewegungen über die betrachtete Distanz.
2. **Züge pro Minute (SPM):** Aus der Gesamtzeit und der Zuganzahl lässt sich die Schlagfrequenz ermitteln. Diese Kennzahl (oft in *Strokes per Minute* angegeben) dient zur Bewertung der Schwimmtechnik und Ausdauerleistung.
3. **Zugsintervalle:** Die Zeitabstände zwischen aufeinanderfolgenden Armzügen geben Aufschluss über die Konstanz des Schwimmrhythmus. Hohe Standardabweichungen deuten auf eine inkonsistente Technik hin.
4. **Wendepunkte:** Die Indizes oder Zeitpunkte, an denen Umkehrungen im Becken stattfinden, ermöglichen eine exakte Teilstreckenauswertung. So kann z. B. die Zeit pro Bahn ermittelt oder die Auswirkung der Wende auf den folgenden Schwimmzyklus quantifiziert werden.
5. **Geschwindigkeit pro Bahn:** Aus der Zeit zwischen zwei Wendepunkten (bzw. zwischen Start und erstem Wendepunkt) wird die durchschnittliche Geschwindigkeit auf dieser Teilstrecke bestimmt. Für Vergleichszwecke wird häufig die 100-Meter-Zeit (*min/100 m*) herangezogen, welche sich einfach aus der gemessenen Zeit und der bekannten Bahnlänge skalieren lässt.
6. **Statistische Kenngrößen:** Zur zusätzlichen Quantifizierung der Leistungsfähigkeit und Konstanz werden statistische Maße, wie Mittelwert und Standardabweichung der Zugsintervalle, berechnet.

Durch die Kombination dieser Metriken entsteht ein detailliertes Gesamtbild der analysierten Schwimmleistung und -technik. Neben der reinen Leistungsdiagnostik können auch Fehlbelastungen oder technische Schwachstellen identifiziert werden, was langfristig zu einer Verbesserung des Trainings und zur Minimierung von Verletzungsrisiken beitragen kann.

9 Methodik und Durchführung

In diesem Abschnitt wird die methodische Vorgehensweise zur Entwicklung und Validierung des Motiontracking-Algorithmus detailliert beschrieben. Die Implementierung der Filter mit den entsprechenden Parametern wurde bereits in einem vorangegangenen Kapitel diskutiert.

Zunächst wurde ein Prototyp mithilfe eines Entwicklungsboards erstellt, um verschiedene Sensoren zu testen. Nach der Evaluierung der initialen Hardwarekomponenten wurde ein maßgeschneidertes Leiterplattenlayout entwickelt und gefertigt. Diese Maßnahme diente der besseren Integration des Systems, der Erhöhung der Robustheit sowie der Minimierung der Baugröße.

Um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit des entwickelten Motiontracking-Algorithmus zu gewährleisten, wurden mehrere Validierungsschritte durchgeführt:

9.1 Generierung synthetischer Testdaten

Zur Entwicklung und Validierung der Algorithmen wurden verschiedene Szenarien synthetischer Testdaten erstellt, die typische Bewegungsabläufe eines Schwimmers simulieren. Die Daten basieren auf einer Kombination aus statischen und dynamischen Bewegungsmustern, um sowohl einfache als auch komplexe Bedingungen abzubilden. Diese Szenarien umfassen den statischen Zustand (S1), die gleichförmige Kreisbewegung (S2) sowie eine beschleunigte Kreisbewegung mit zusätzlicher Translation entlang der Schwimmbahn (S3).

Die folgenden Parameter gelten für alle generierten Datensätze und bestimmen die grundlegenden Eigenschaften der Simulation:

- Zeitintervall: $\Delta t \approx 2 \text{ ms}$
- Gesamtdauer: $T \approx 35 \text{ s}$

9.1.1 Testsenario S1 - Statischer Zustand

Im ersten Schritt wird ein Szenario erzeugt, in dem der Sensor vollständig ruht. Es handelt sich somit um einen rein statischen Zustand, in dem ausschließlich die Erdbeschleunigung wirkt. Die Gravitation wird dabei als konstante Beschleunigung in z-Richtung angenommen. Die Magnetfeldkomponenten werden fixiert und repräsentieren ein ortsbundenes Erdmagnetfeld. Ferner können zur Analyse von Sensoreigenschaften (z. B. Offsets) kleine konstante Drehraten simuliert werden, obwohl physikalisch keine Bewegung stattfindet. Folgende ideale Werte können hierfür beispielsweise herangezogen werden:

- Beschleunigung: $\mathbf{a} = (0, 0, g)$

- Drehraten: $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, 0)$ (bzw. konstante Offsets)
- Magnetfeldvektor: $\mathbf{m} = (-19, 0, 45) \mu\text{T}$

9.1.2 Testsenario S2 - Gleichförmige Kreisbewegung

Im zweiten Schritt wird eine gleichförmige Bewegung auf einer Kreisbahn simuliert, um beispielsweise einen gleichmäßigen Armzug zu modellieren. Die Bewegung findet in der xz -Ebene statt, sodass die Winkelgeschwindigkeit konstant ist und keine Beschleunigung in Umfangsrichtung auftritt. Der Radius der Kreisbahn wird dabei auf einen Wert von etwa 0.8 m festgelegt. Wichtig ist zudem die Berücksichtigung der Gravitationskomponenten, die in Abhängigkeit vom aktuellen Winkel in der xz -Ebene transformiert werden. Zu den Kenngrößen gehören:

- Konstante Tangentialgeschwindigkeit $\|\mathbf{v}_{\text{tan}}\|$
- Radiale Beschleunigung $\|\mathbf{a}_{\text{rad}}\| = \frac{v_{\text{tan}}^2}{r}$
- Keine Tangentialbeschleunigung $\mathbf{a}_{\text{tan}} = 0$

Die Anfangsgeschwindigkeiten müssen hierbei in der Integration berücksichtigt werden!

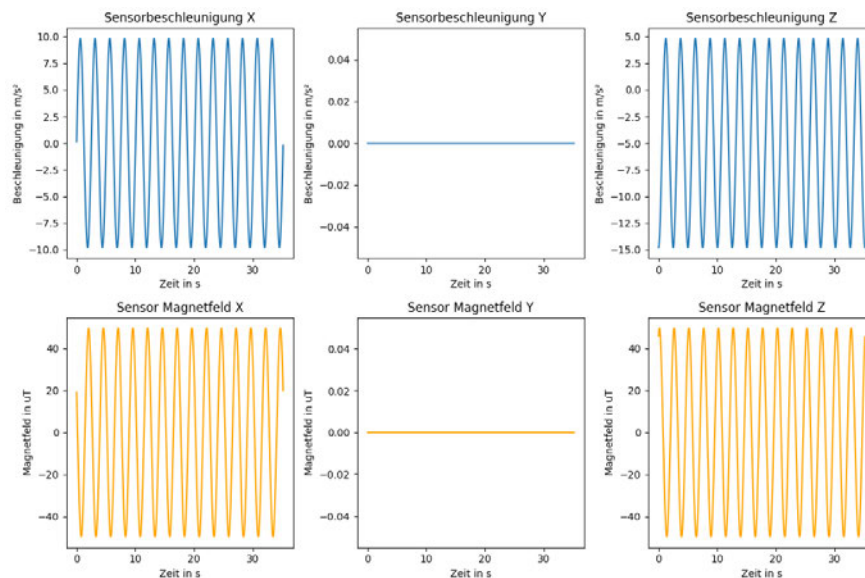


Abbildung 8: S2 - Beschleunigung und Magnetfelddaten

In Abbildung 8 ist die daraus resultierende Sensorbeschleunigung im Sensorkoordinatensystem zu sehen. Die Daten berücksichtigen sowohl die radialen Beschleunigungskomponenten, zu erkennen als Offset in der z -Komponente, als auch die vom aktuellen Winkel abhängige Lage des Gravitationsvektors. Der Gravitationsvektor dreht sich im Sensor-Koordinatensystem, dies zeigt sich als Sinus in der x -Komponente und als negativer Kosinus in der z -Komponente.

9.1.3 Testsenario S3 - Beschleunigte Kreisbewegung mit Translation

Im letzten Schritt wird eine beschleunigte Kreisbewegung simuliert, die verschiedene Phasen von Beschleunigung und Verzögerung umfasst, um ein dynamisches Geschwindigkeitsprofil zu erzeugen, das realen Schwimmbewegungen entspricht. Zusätzlich wird eine translatorische Bewegung entlang der x -Achse mit einer konstanten Geschwindigkeit von 1 m/s eingeführt, die ebenfalls Beschleunigungs- und Verzögerungsphasen durchläuft, um eine ruckfreie Vorwärtsbewegung des Schwimmers zu simulieren. Diese Kombination aus kreisförmiger und axialer Bewegung spiegelt die gleichzeitige Arm- und Körperbewegung eines Schwimmers wider und entspricht einer realistischen mittleren Schwimmgeschwindigkeit von 1 : 40 min pro 100 m.

Für eine realistische Auslegung werden unter anderem folgende Parameter genutzt:

- **Radius:** $r \approx 0.8$ m
- **Zeit pro Zug:** $t_{\text{zug}} \approx 2$ s
- **Maximale Beschleunigung:** $a_{\text{max}} \approx 0.6$ m/s²
- **Maximale Bahngeschwindigkeit:** 1 m/s
- **Erdbeschleunigung:** $g \approx 9.81$ m/s²

Die Tangentialbeschleunigung durchläuft mehrere zeitliche Phasen. Zu Beginn wird sie von 0 auf a_{max} erhöht, anschließend über 26,25 s konstant gehalten und schließlich wieder reduziert, bis die Geschwindigkeit vollständig auf Null abfällt. Um sanfte Übergänge zwischen Beschleunigungs- und Verzögerungsphasen zu gewährleisten, wird der Ruck, d. h. die zeitliche Änderung der Beschleunigung, auf ein Minimum reduziert. Dadurch ergibt sich eine realistische Abfolge aus Start, Beschleunigung, konstanter Geschwindigkeit und Abbremsen, wie sie beim Bahnschwimmen in der Kraulbewegung typischerweise vorkommt.

Zusätzlich zur Kreisbewegung wird der Sensor entlang der Welt- x -Achse mit einer beschleunigten Geschwindigkeit verschoben, um den Vortrieb des Schwimmers in Längsrichtung abzubilden. Diese Vortriebsbewegung setzt sich ebenfalls aus Phasen von Beschleunigung, konstanter Geschwindigkeit und Verzögerung zusammen. Da der Sensor mit dem Arm rotiert, wird die entsprechende Beschleunigungskomponente an den jeweiligen Winkel θ gekoppelt und in das rotierende Sensorkoordinatensystem transformiert. Auf diese Weise entstehen periodische Schwankungen, die sich in den Beschleunigungen a_x und a_z im Sensorkoordinatensystem bemerkbar machen.

In der Darstellung des Sensorkoordinatensystems (siehe Abbildung 9) führt die Überlagerung von Kreisbewegung und Vortriebsbeschleunigung insbesondere zu einer ausgeprägten Amplitude in a_x . Diese Schwankungen erreichen ihre Maxima, wenn der Arm entlang der Welt- x -Achse ausgerichtet ist ($\theta = 0$), und fallen auf Null, wenn der Arm

orthogonal dazu steht ($\theta = \pm\pi/2$). Die z -Beschleunigung zeigt ein ähnliches Verhalten, ist jedoch um $\pi/2$ phasenverschoben, da sich die Projektion in z direkt aus $\sin(\theta)$ bzw. $\cos(\theta)$ ergibt. Dies führt zu einer deutlich periodischen Struktur in den Sensordaten.

Die *radiale* Beschleunigung ergibt sich aus der zu jedem Zeitpunkt aktuellen Tangentialgeschwindigkeit, während die *Winkelgeschwindigkeit* kontinuierlich aus Tangentialgeschwindigkeit und Kreisradius berechnet wird. Darüber hinaus werden die Komponenten der Erdbeschleunigung im Sensorkoordinatensystem berücksichtigt, indem sie entsprechend des aktuellen Rotationswinkels in dessen Achsen transformiert werden. Für das Erdmagnetfeld werden ortsspezifische konstante Werte (Totalintensität, Inklination, Deklination) angenommen und lageabhängig in die xz -Ebene projiziert.

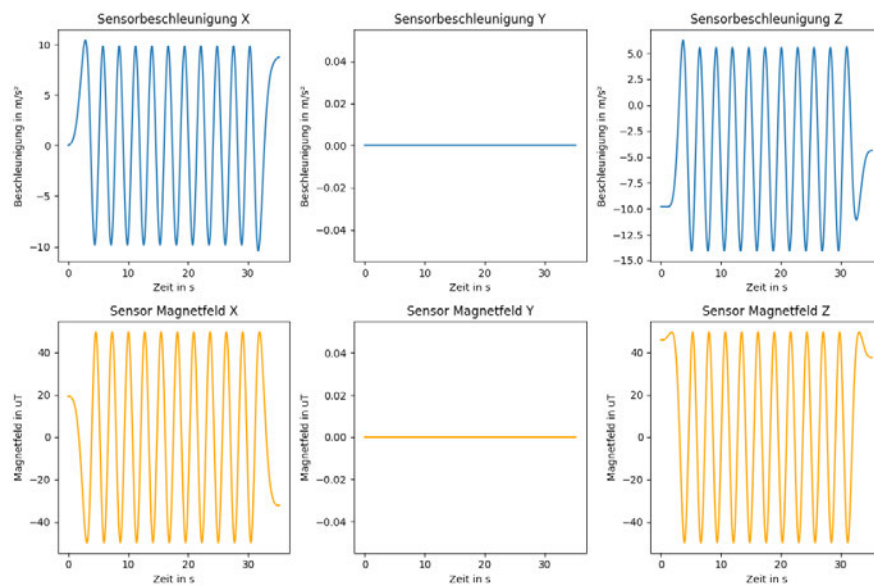


Abbildung 9: S3 - Beschleunigung und Magnetfelddaten

Abbildung 9 verdeutlicht die beschriebenen Zusammenhänge. Zu Beginn und am Ende der Simulation ist jeweils eine *gedehnte* Periode der Beschleunigung erkennbar, die auf die Phasen der tangentialen Beschleunigung zurückzuführen ist. Die höheren Amplituden der x - und z -Beschleunigung in diesen Phasen spiegeln die Beschleunigung und Verzögerung entlang der Welt- x -Achse wider, also in Richtung der Schwimmbahn. Die y -Komponente bleibt idealisiert bei null, da angenommen wird, dass die Kraulbewegung vollständig in der xz -Ebene erfolgt und somit keine laterale Auslenkung in der y -Richtung auftritt. Die Magnetfelddaten zeigen ein ähnliches Verhalten, jedoch ohne erhöhte Amplituden während der Beschleunigungs- bzw. Verzögerungsphasen.

9.2 Aufnahme realer Testdaten

Um die Leistungsfähigkeit des entwickelten Algorithmus unter praxisnahen Bedingungen zu überprüfen, wurden zwei unterschiedliche Testszenarien konzipiert: die Aufnahme von realen Kreisbahndaten (R1) und die Erfassung von Schwimmdaten (R2). Diese

Versuchsreihen bieten sowohl kontrollierte Umgebungen zur Validierung der Algorithmen als auch realistische Szenarien für die praktische Anwendung.

9.2.1 Testsenario R1 - Reale Kreisbahnen

Um die Leistungsfähigkeit des entwickelten Algorithmus zu evaluieren, wurde ein spezifischer Versuchsaufbau zur Erfassung realer Kreisbahnen konzipiert.

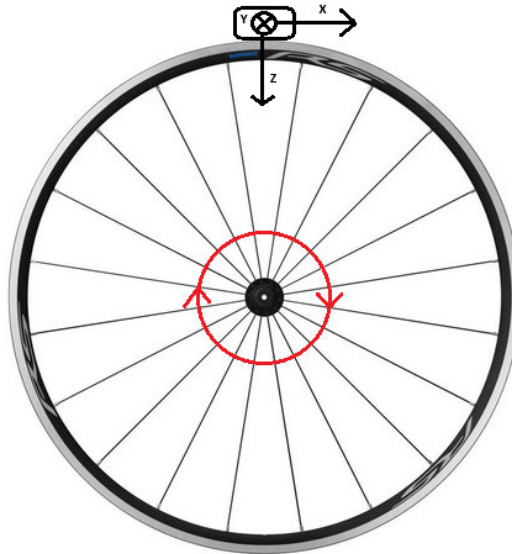


Abbildung 10: R1 - Versuchsaufbau reale Kreisbahnen

Der Aufbau umfasst eine Fahrradfelge wie in Abbildung 10 zu sehen, welche sich primär in der xz -Ebene bewegt. Die Ausrichtung der IMU wurde so gewählt, dass die z -Achse in Richtung der Rotationsachse des Rades zeigt, die x -Achse in Rotationsrichtung verläuft und die y -Achse nach links seitlich orientiert ist. Der Radius beträgt $\approx 0,35 \text{ m}$.

Zu Beginn des Experiments wurde das Laufrad für eine Dauer von 10 Sekunden still gestellt, um eine stabile Ausgangsposition der Sensoren zu gewährleisten und eine präzise Kalibrierung der Messgeräte zu ermöglichen. Während dieser Ruhephase wurden die Sensoren kalibriert, um systematische Fehler und Skalierungsfehler zu minimieren. Nach Abschluss der Kalibrierungsphase wurde das Laufrad einmalig angestoßen, wodurch eine initiale Rotationsbewegung induziert wurde.

Die resultierende Bewegung des Laufrads zeichnete sich durch eine abklingende Kreisbewegung aus, die auf die Dämpfungseigenschaften des Systems zurückzuführen ist. Diese Bewegung simuliert realistische dynamische Bedingungen, unter denen der Algorithmus zur Orientierungsschätzung und Sensorfusion getestet werden kann. Die erfassten Daten umfassen Beschleunigungs-, Drehraten- und Magnetfelddaten, die anschließend zur Analyse und Bewertung der Algorithmusleistung verwendet werden. Durch die kontrollierte Durchführung des Versuchsaufbaus wird sichergestellt, dass die aufgenommenen

Kreisbahnen konsistente und reproduzierbare Bedingungen für die anschließende Datenverarbeitung und Filterung bieten.



Abbildung 11: R1 - Beschleunigung und Magnetfelddaten

Abbildung 11 zeigt die Beschleunigungs- und Magnetfeldmessungen im Sensorkoordinatensystem während des Versuchs. In der Ruhephase (0–10,s) dominieren die Gravitations- und Offsetkomponenten, was sich in nahezu konstanten Messwerten widerspiegelt. Nach dem Anstoßen des Laufrads bei $t \approx 10\text{ s}$ treten sinusförmige Schwankungen in den Daten auf, die durch die Rotation relativ zum Erdmagnetfeld verursacht werden. Mit abnehmender Drehgeschwindigkeit sinken die Frequenzen der Oszillationen. Die Amplitude bleibt konstant, da sie die winkelabhängige Erdbeschleunigung darstellt. Die Zentripetalbeschleunigung tritt überwiegend in der z -Achse auf und zeigt einen abfallenden Offset der Grundschwingung in den Beschleunigungsdaten. Die Hauptbewegung findet in der xz -Ebene statt, da die Amplituden in der y -Achse nur gering ausgeprägt sind. Die Magnetfelddaten zeigen in der y -Achse leichte Störungen. Ansonsten ist zu beobachten, dass sich der Magnetfeldvektor im Sensorkoordinatensystem mit abfallender Frequenz um die gleiche Achse rotiert.

9.2.2 Testsenario R2 - Schwimmdaten

Um den entwickelten Algorithmus unter realen Bedingungen zu validieren, wurde im dritten Schritt ein Versuch zur Erfassung von Schwimmdaten durchgeführt. Hierfür wurde der IMU-Sensor behelfsmäßig wasserdicht gemacht, indem er vollständig in einen Luftballon eingebracht und luftdicht verschlossen wurde. Diese provisorische Hülle schützt den Sensor vor Wassereintritt, verändert jedoch die Druckübertragung auf den Sensor. Aufgrund der Vergrößerung der Membranfläche von ursprünglich $2 \times 4\text{ cm}$ (siehe 4.2) auf ca. $4 \times 8\text{ cm}$ verändern sich die gemessenen Druckausschläge potenziell um das Vierfache. Dieser Effekt wird in der Leistungsapproximation entsprechend be-

rücksichtigt (siehe 10.3.2).

Die Fixierung des Sensors erfolgt analog zur *Aufnahme von realen Kreisbahnen*, wobei der Sensor mittig in der rechten Hand positioniert wird. Die positive x -Achse zeigt in Richtung der Fingerspitzen, während die z -Achse senkrecht von der Handfläche weg orientiert ist (siehe Abb. 12).

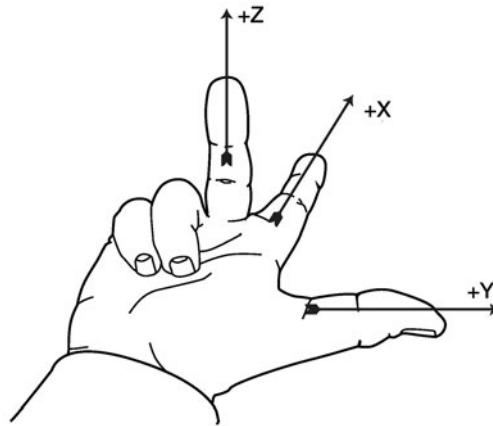


Abbildung 12: R2 - Ausrichtung des Sensors in der Hand

Die Versuchsdurchführung findet in der Alsterschwimmhalle auf einer 50 m-Bahn statt. Vor Beginn der Schwimmbewegung wird der Sensor für eine Dauer von 5 s horizontal und möglichst ruhig am Beckenrand gehalten, um eine stabile Ausgangsposition zu gewährleisten und systematische Messfehler zu minimieren. Nach Abschluss der Kalibrierungsphase signalisiert eine LED den Start der Messreihe. Die Versuchsperson schwimmt zwei Bahnen in Kraultechnik mit einer Rollwende, während kontinuierlich Beschleunigungs-, Drehraten- und Magnetfelddaten aufgezeichnet werden. Diese Daten bilden die Grundlage für die Analyse.

10 Ergebnisse

Dieses Kapitel präsentiert die Resultate der Analysen und Experimente zur Validierung des entwickelten Motion-Tracking-Systems hinsichtlich Genauigkeit und Robustheit in verschiedenen Szenarien. Die Ergebnisse basieren auf synthetischen (S) und realen Daten (R) und umfassen die Validierung des Bewegungserfassungsalgorithmus sowie die Analyse spezifischer Schwimmuster und Metriken.

Zuerst wird die Funktionalität des Motion-Tracking-Algorithmus unter kontrollierten Bedingungen zur Bewertung der Positions- und Orientierungsschätzungen untersucht. Anschließend werden reale Daten analysiert, um die Systemanwendbarkeit zu prüfen, mit Fokus auf Driftkorrektur, Sensorfusion und Zentripetalkompensation. Abschließend werden die Metriken hinsichtlich ihrer Aussagekraft für die Schwimmtechnikanalyse diskutiert.

10.1 Validierung des Motion-Tracking-Algorithmus

Zur Sicherstellung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Motion-Tracking-Algorithmus wurden Tests unter kontrollierten Bedingungen durchgeführt, die statische und dynamische Szenarien mit synthetischen Kreisbewegungen umfassen. Im Folgenden werden die Testergebnisse detailliert dargestellt.

10.1.1 Statischer Zustand - S1

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des Systems im statischen Zustand analysiert. Abbildung 13 zeigt die gemessenen und fusionierten Winkelgeschwindigkeiten, die durch den Mahony-Algorithmus berechnet wurden. In diesem Experiment wurde ein konstanter Offset von $0,2 \text{ rad/s}$ in der y -Achse des Gyroskops hinzugefügt, um die Regelprozesse zu validieren.

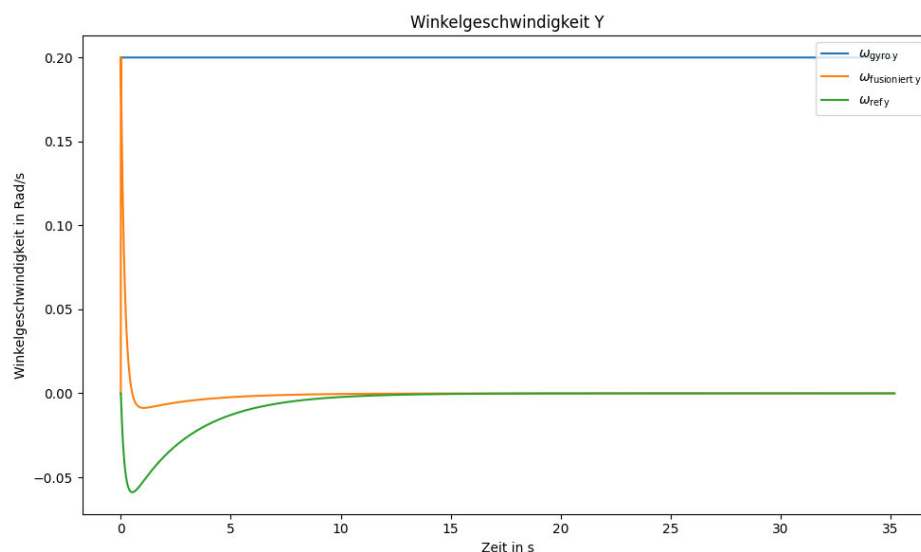


Abbildung 13: S1 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse mit $0,2 \text{ rad/s}$ Offset

Zu Beginn der Messung ist der Offset in den gemessenen Gyroskop-Daten auf der y -Achse ($\omega_{\text{gyro } y}$) deutlich erkennbar. Die durch den Mahony-Algorithmus fusionierten Winkelgeschwindigkeiten werden zunächst auf das Niveau der gemessenen Drehraten initialisiert. Der Proportionalanteil (k_p) bewirkt eine schnelle Anpassung, während der Integralanteil (k_i) den Offset langfristig kompensiert. In diesem Experiment wurde der PI-Regler mit $k_p = 3$ und $k_i = 1$ initialisiert. Das charakteristische Überschwingen des Reglers ist erkennbar, bevor sich die fusionierten Drehraten stabilisieren und der Offset erfolgreich eliminiert wird.

Die Größe $\mathbf{e}_{\text{ref } y}$, welche die aus Gravitation und Magnetfeld berechnete Winkelgeschwindigkeit darstellt, zeigt zu Beginn einen negativen Ausschlag. Dieser Effekt entsteht, weil die schnelle Korrektur des Offsets durch den Regler eine kurzfristige Überkompensation in der berechneten Lage verursacht. Dies führt dazu, dass die aus der Lage extrahierten Winkelgeschwindigkeiten vorübergehend eine Schwingung aufweisen, bevor sie sich ebenfalls stabilisieren.

Insgesamt zeigt die Analyse, dass der Mahony-Algorithmus in der Lage ist, einen künstlich hinzugefügten Offset effektiv zu eliminieren. Das Zusammenspiel von Gyroskop-, Beschleunigungs- und Magnetometersensoren ermöglicht eine robuste Sensorfusion, die systematische Drifts korrigiert. Der PI-Regler trägt entscheidend zur Dynamik der Ausregelung bei, wobei das Überschwingen und die kurzzeitigen Schwingungen typische Begleiterscheinungen eines solchen Reglers sind. Nach einer kurzen Einregelzeit erreicht das System einen stabilen, nahezu offsetfreien Zustand, wodurch die Genauigkeit der fusionierten Winkelgeschwindigkeiten gewährleistet wird.

Abbildung 14 zeigt die zeitliche Entwicklung der Orientierung in Form von Quaternionen, wobei $\mathbf{q} = (w, x, y, z)$ dargestellt wird. Zur Initialisierung wurde ein stark fehlerhafter normierter Startwert

$$\mathbf{q}_{\text{init}} = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5) \quad (77)$$

verwendet, um den Effekt einer falschen Ausgangsorientierung zu untersuchen. Die in diesem Experiment eingesetzten PI-Regler-Parameter $k_p = 3$ und $k_i = 1$ wurden gezielt relativ hoch gewählt, um den Einfluss einer inkorrekten Anfangsorientierung detailliert analysieren zu können. Diese Parameterwerte weichen bewusst von den in der Literatur [31] empfohlenen, konservativeren Werten ab, um eine stärkere Rückkopplungswirkung zu erzielen und spezifische Effekte besser beobachten zu können.

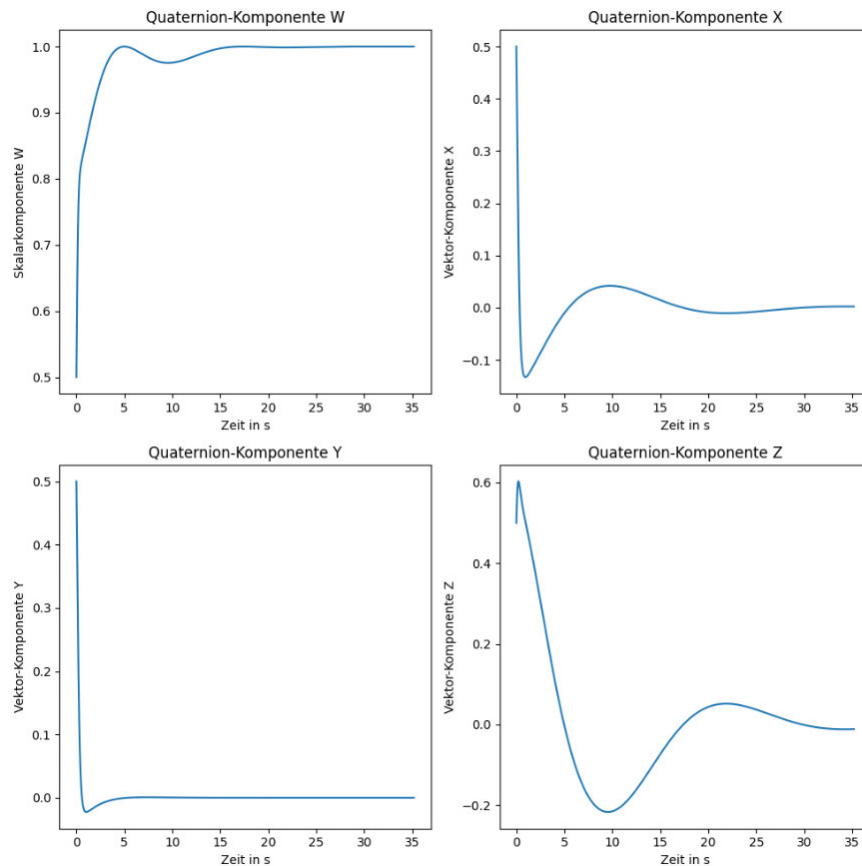


Abbildung 14: S1 - Quaternion-Komponenten bei fehlerhafter Initialisierung

Aus den vier Teilplots in Abbildung 14 ist ersichtlich, dass die skalare Komponente w (linkes oberes Diagramm) und die räumlichen Komponenten x , y , z (rechte obere sowie linke und rechte untere Diagramme) zunächst erhebliche Abweichungen von der Zielorientierung $\mathbf{q}_{\text{target}} = (1, 0, 0, 0)$ aufweisen. Diese anfängliche Fehl-lage verursacht deutliche Überschwinger, die jedoch reduziert werden, bis das System die korrekte Orientierung erreicht.

Das Ausregelverhalten wird hauptsächlich vom PI-Regler im Mahony-Algorithmus gesteuert. Der Proportional-Anteil ($k_p = 3$) reagiert schnell auf Winkel- und Lagefehler, während der Integral-Anteil ($k_i = 1$) stationäre Fehler eliminiert. Aufgrund der großen Anfangsabweichung und trotz der aggressiven Reglereinstellungen benötigt das System etwa 40 s zur vollständigen Einregelung, was die langanhaltenden Überschwinger in den x -, y - und z -Komponenten erklärt.

Physikalisch betrachtet repräsentiert ein Quaternion $\mathbf{q} = (w, x, y, z)$ eine Drehung im dreidimensionalen Raum. Die Zielorientierung $(1, 0, 0, 0)$ steht dabei für eine identische Ausrichtung mit dem globalen Referenzrahmen. Die starke Fehlinitialisierung bedeutet, dass das System zu Beginn von einer komplett *falschen* Drehung ausgeht, was im Extremfall einer nicht-normalisierten oder realitätsfernen Quaternion entspricht. Der

Mahony-Algorithmus gleicht diese Diskrepanz durch den PI-Regler über die Zeit aus. Zwar werden aufgrund des Proportional-Anteils große Fehler schnell reduziert, jedoch erhöht das Aufsummieren des Integral-Anteils bei großem Startfehler die Einregelzeit, da der aufgeladene Integrator erst wieder abgeführt werden muss.

10.1.2 Gleichförmige Kreisbewegung - S2

In den vorliegenden Abbildungen werden die Resultate des Motion-Tracking-Algorithmus zur Validierung mit synthetischen Daten veranschaulicht. Die Daten sollen eine gleichförmige Kreisbewegung in der xz -Ebene repräsentieren, wobei die Armbewegung eines Schwimmers auf der Stelle und ohne Beschleunigung imitiert wird, siehe Abschnitt 9.1.2.

10.1.2.1 Veränderung der Abtastzeit

Die Abtastzeiten variieren zwischen 2 ms und 0,2 ms, um die Auswirkungen unterschiedlicher Zeitschritte auf die Positionsrechnung zu untersuchen. Die Driftfehler wurden dabei über den mittleren absoluten Fehler (Mean Absolute Error, MAE) quantifiziert, welcher als

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \hat{x}_i| \quad (78)$$

definiert ist. Hierbei beschreibt x_i die wahre Referenzgröße der idealen Kreisbahn und \hat{x}_i die geschätzte Größe aus dem Algorithmus.

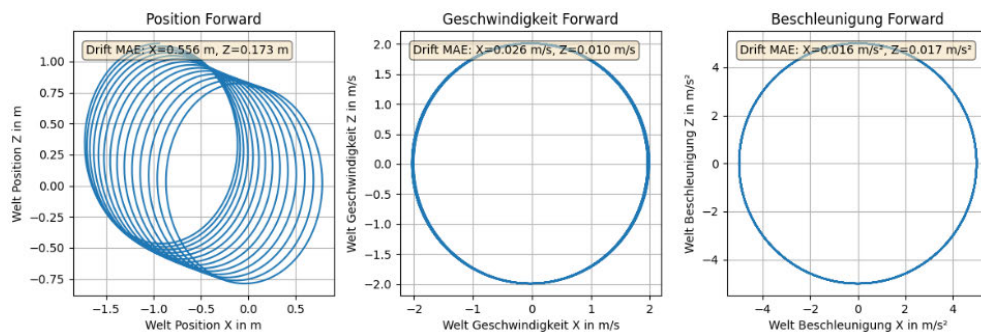


Abbildung 15: S2 - xz -Ebene bei $\Delta t = 2$ ms

Zusätzlich zu den genannten mittleren absoluten Fehlern lassen sich weitere wissenschaftliche Aspekte aus der Abbildung 15 ableiten. Während die Geschwindigkeits-MAE-Werte (0,026 m/s in x -Richtung und 0,010 m/s in z -Richtung) auf eine kontrollierte Fehlerakkumulation bei der ersten Integration hindeuten, zeigt der deutlich größere Positions-Drift (0,556 m in x -Richtung und 0,173 m in z -Richtung) die Fehlerverstärkung durch die zweite Integration. Trotz dieser Abweichungen bleibt der Kreisverlauf erkennbar, was auf eine funktionierende Grundimplementierung hinweist.

Die geringe Abweichung in der Beschleunigung (0,016 m/s² und 0,017 m/s²) zeigt die Präzision der Sensordaten, jedoch tragen Rundungs- und Diskretisierungsfehler sowie

die Abtastzeit von 2 ms zur Driftakkumulation bei. Eine kürzere Abtastzeit und eine verbesserte Driftkompensation könnte die Genauigkeit weiter steigern.

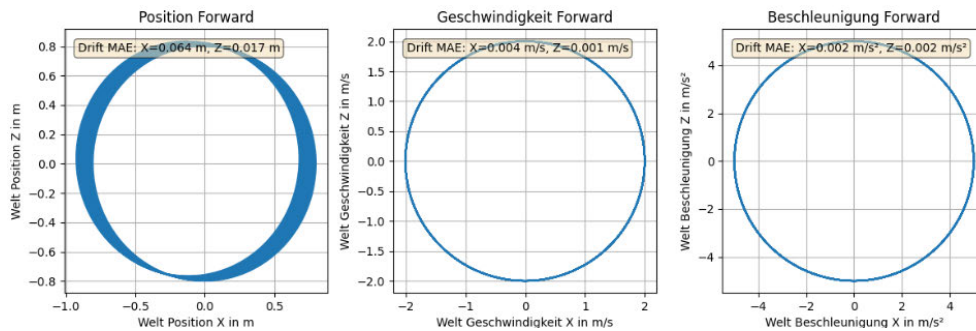


Abbildung 16: S2 - xz-Ebene bei $\Delta t = 0,2$ ms

In Abbildung 16 führt ein verringerter Zeitschritt von 0,2 ms zu einer deutlichen Verbesserung der Genauigkeit, da eine feinere Abtastung der Beschleunigungsdaten geringere Rundungsfehler je Zeitschritt verursacht. Die MAE-Werte der Position reduzieren sich von 0,556 m auf 0,064 m in x -Richtung (eine Verbesserung um etwa 88,5 %) und von 0,173 m auf 0,017 m in z -Richtung (etwa 90,2 %). Ähnliche Verbesserungen zeigen sich in den MAE-Werten der Geschwindigkeit, die sich in x -Richtung von 0,026 m/s auf 0,004 m/s (84,6 %) und in z -Richtung von 0,010 m/s auf 0,001 m/s (90,0 %) verringern. Die MAE-Werte der Beschleunigung reduzieren sich in beiden Richtungen von 0,016 m/s² auf 0,002 m/s², was einer Verbesserung von 87,5 % entspricht.

Die Verbesserung der Fehlerwerte folgt grob dem Verhältnis der Reduktion der Abtastzeit um den Faktor 10, was numerische Ungenauigkeiten als Hauptursache nahelegt. Besonders kritisch ist dies bei der Integration von Beschleunigungen, da sich Fehler systematisch aufsummieren. Eine höhere Abtastrate reduziert Diskretisierungsfehler pro Schritt und verringert die Gesamtabweichung signifikant. Die resultierenden Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen weisen dadurch nur noch minimale Drifts oder Offsets auf und nähern sich stärker dem idealen Kreisverlauf an. Dies unterstreicht die Bedeutung einer hohen Abtastrate für präzise Bewegungsanalysen.

10.1.2.2 Analyse der akausalen Schätzung

Die dargestellten Ergebnisse zeigen die Orientierungsschätzung sowie die Integration der Beschleunigungsdaten in Geschwindigkeit und Position, sowohl kausal als auch akausal. Dabei wurde der PI-Regler mit $k_P = 3$ und $k_I = 1$ verwendet, während der Tiefpassfilter deaktiviert wurde, um den Drift sichtbar zu machen und bewerten zu können. Zusätzlich wurde in die Winkelgeschwindigkeit ω_y ein Offset von 0,2 rad/s addiert, um die Regelung effektiv zu testen. Die akausale Schätzung basiert auf den Ergebnissen der vorwärtigen Schätzung, wie in Abschnitt 6 erläutert.

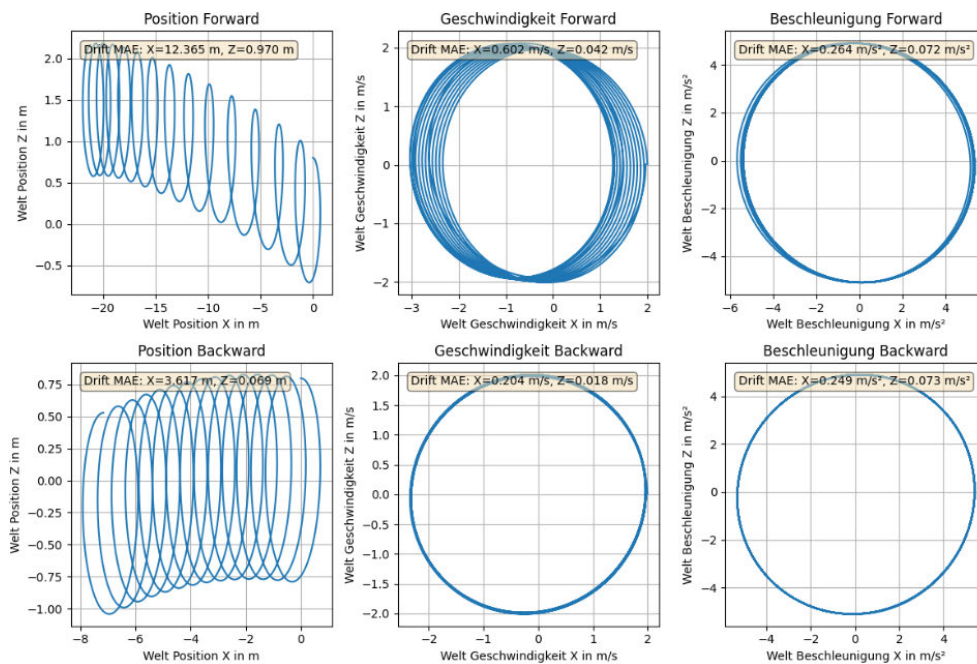


Abbildung 17: S2 - Vergleich der vorwärts- und rückwärtsgerichteten Schätzung bei deaktiviertem Tiefpassfilter

Die prozentuale Verbesserung wurde nach folgender Formel berechnet:

$$\text{Verbesserung}[\%] = \left(1 - \frac{\text{MAE}_{\text{rückwärts}}}{\text{MAE}_{\text{vorwärts}}}\right) \cdot 100. \quad (79)$$

Die aus Abbildung 17 resultierenden Driftfehler in Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung sowie die entsprechenden prozentualen Verbesserungen sind in Tabelle 5 zusammengefasst.

Tabelle 5: S2 - Driftfehler und Verbesserungen durch die akausale Schätzung

Größe	Achse	MAE Vorwärts	MAE Rückwärts	Verbesserung in %
Position in m	x	12,365	3,617	70,7
	z	0,970	0,069	92,9
Geschwindigkeit in m/s	x	0,602	0,204	66,1
	z	0,042	0,018	57,1
Beschleunigung in m/s ²	x	0,264	0,249	5,7
	z	0,072	0,073	-1,4

Die Analyse zeigt eine signifikante Reduktion des Drifts in den integrierten Größen (Position und Geschwindigkeit) durch die rückwärtige akausale Schätzung:

- In der Position konnte der Drift entlang der x -Achse um 70,7% und entlang der z -Achse um 92,9% reduziert werden.

- Bei der Geschwindigkeit wurde eine Verbesserung von 66,1 % in der x -Achse und 57,1 % in der z -Achse erreicht.

Die Verbesserungen in den Beschleunigungswerten fallen hingegen gering aus. In der x -Achse konnte der Drift um 5,7 % reduziert werden, während in der z -Achse eine minimale Verschlechterung von $-1,4\%$ auftrat. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Beschleunigungswerte eng mit den direkten Messungen des Sensors korrelieren und die rückwärtige Schätzung insbesondere bei integrierten Größen wie Geschwindigkeit und Position ihre Stärken ausspielt.

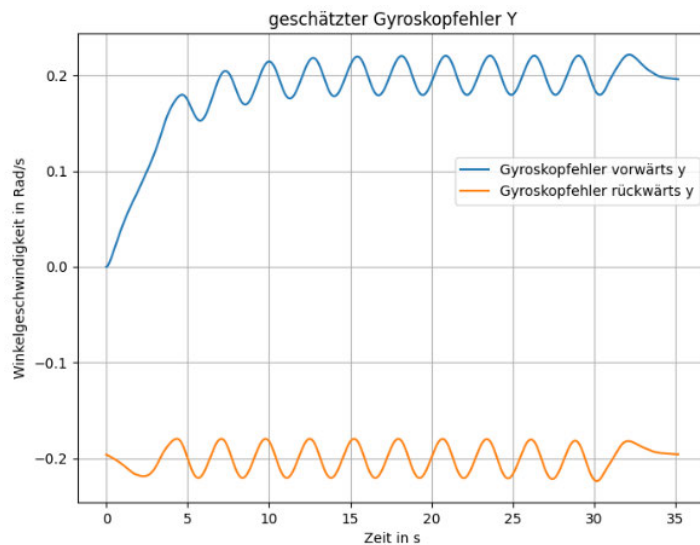


Abbildung 18: S2 - Geschätzter Gyroskopfehler

Die Abbildung 18 zeigt deutlich, dass die geschätzten Gyroskopfehler in bestimmten Achsen sinusförmige Schwingungen um einen Mittelwert aufweisen. Die Ursache für die beobachteten Schwingungen liegt in den Beschleunigungssensoren, deren Signale als Referenzwerte in die Fehlerschätzung einfließen. Die Schwingungen in der Fehlerschätzung resultieren aus der Wechselwirkung zwischen den Reglerparametern k_P und k_I sowie den als Referenz dienenden Beschleunigungsdaten. Während ein hoher k_I die Amplitude der Schwingungen erhöht, verkürzt ein hoher k_P die Einregelzeit, kann jedoch ebenfalls instabile Schwingungen fördern. Die Beschleunigungsdaten sind aufgrund ihres dynamischen Charakters eine wesentliche Quelle der Schwingungen, insbesondere wenn sie durch Rauschen oder ungleichmäßige Bewegungen beeinflusst werden. Für eine optimale Schätzung ist daher eine sorgfältige Abstimmung der Reglerparameter erforderlich.

Die Abbildung 18 zeigt, dass die geschätzten Gyroskopfehler sinusförmige Schwingungen um einen Mittelwert aufweisen. Diese Schwingungen entstehen durch die Integration der Beschleunigungssignale in die Fehlerschätzung, wobei die Reglerparameter k_P und k_I entscheidend sind. Ein hoher k_I erhöht die Schwingungsamplitude, während ein hoher k_P die Einregelzeit verkürzt, jedoch Instabilitäten fördern kann. Dynami-

sche Beschleunigungsdaten bei ungleichmäßigen Bewegungen, verstärken diese Effekte, weshalb eine sorgfältige Abstimmung der Reglerparameter für eine optimale Schätzung unerlässlich ist.

Insgesamt belegen die Ergebnisse, dass die Rückwärtsschätzung eine effektive Methode zur Driftreduktion in einem Motion-Tracking-System darstellt. Besonders in der Position und Geschwindigkeit zeigt sich eine deutliche Verbesserung der Genauigkeit.

10.1.2.3 Filterung

Zur weiteren Optimierung der Daten wird ein Tiefpassfilter angewendet, um langsame Drifts zu unterdrücken.

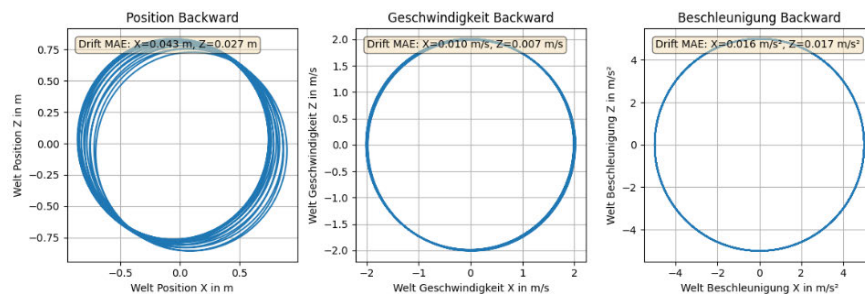


Abbildung 19: S2 - xz -Ebene mit zentrierten und gefilterten Daten

Abbildung 19 zeigt die Positionsschätzung mit einer Schrittweite von 2 ms nach Zentrierung der Daten vor den Integrationsschritten. Die Verbesserung in der Positionsschätzung im Vergleich zu den unfilterten Daten in Abbildung 15 ist deutlich erkennbar. Der Positions-Drift reduziert sich von 0,556 m auf 0,043 m in x -Richtung (eine Verbesserung von etwa 92,3 %) und von 0,173 m auf 0,027 m in z -Richtung (etwa 84,4 %).

Ähnliche Verbesserungen lassen sich bei der Geschwindigkeit feststellen. Der MAE-Wert der Geschwindigkeit reduziert sich in x -Richtung von 0,026 m/s auf 0,010 m/s (61,5 %) und in z -Richtung von 0,010 m/s auf 0,007 m/s (30,0 %). Bei der Beschleunigung sind die Verbesserungen hingegen minimal, da der MAE-Wert mit 0,016 m/s² in x -Richtung und 0,017 m/s² in z -Richtung unverändert bleibt. Dies liegt daran, dass die Filterung hauptsächlich Drifts und Offsets betrifft, die sich erst bei den integrierten Größen signifikant bemerkbar machen.

Die Zentrierung der Daten bietet den Vorteil, dass sie im Gegensatz zu Tiefpassfiltern keine Phasenverschiebungen an den Randbereichen verursacht und die Amplituden unverändert lässt. Allerdings kann die Zentrierung von Daten lediglich statische Offsets der Beschleunigung eliminieren, vorausgesetzt, die Daten sind symmetrisch verteilt. Für die Eliminierung dynamischer Offsets ist hingegen der Einsatz eines Tiefpassfilters erforderlich.

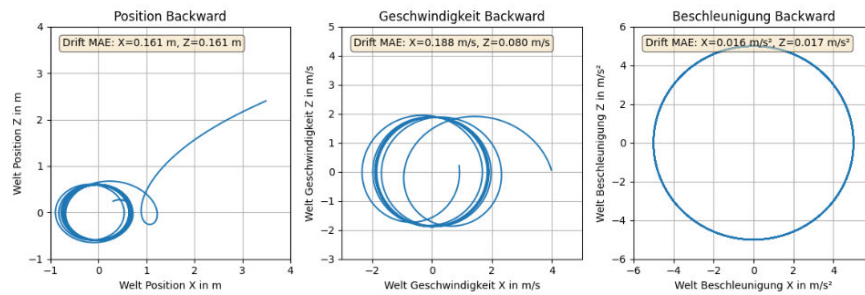
Abbildung 20: S2 - xz -Ebene mit gefilterten Daten und ohne Padding

Abbildung 20 zeigt die durch einen Tiefpass zwischen den Iterationsschritten gefilterten Daten, die mit einer realisierten Schrittweite von 2 ms generiert wurden. Die Filterung erfolgte gemäß der in Abbildung 7 beschriebenen Methode. In dieser Analyse ist der PI-Regler noch nicht aktiviert. Eine Grenzfrequenz von $f_{\text{cut}} = 0,1 \text{ Hz}$ wurde gewählt, da dieser Wert ausreichend weit von der Schwimmfrequenz von 0,35 Hz entfernt liegt.

Der Tiefpass unterdrückt effektiv niedrige Frequenzen, also Offsets. Gleichzeitig bleibt die Datenqualität weitgehend erhalten, da die für die realen Schwimmbewegungen relevanten Signale höherfrequente Komponenten aufweisen und sich in kleineren Kurven und Details zeigen. Die mittleren absoluten Fehler (MAE) der Position betragen 0,161 m in x - und z -Richtung, was auf einen signifikanten Drift im Positionsplot hindeutet. Die MAE-Werte der Geschwindigkeit liegen bei 0,188 m/s in x - und 0,080 m/s in z -Richtung und zeigen, dass der Tiefpass insbesondere bei den integrierten Größen (Position und Geschwindigkeit) Phasenverschiebungen zu Beginn und Ende der Daten einführt. Die MAE-Werte der Beschleunigung (0,016 m/s² in x - und 0,017 m/s² in z -Richtung) bleiben hingegen unverändert, was darauf hinweist, dass die Filterung primär auf niederfrequente Drifts abzielt.

Im Positionsplot zeigt sich, dass der Tiefpassfilter an den Phasenrändern problematisch ist. Zur Lösung wird ein Tiefpassfilter mit Padding implementiert, um Phasenverzerrungen an den Rändern zu minimieren.

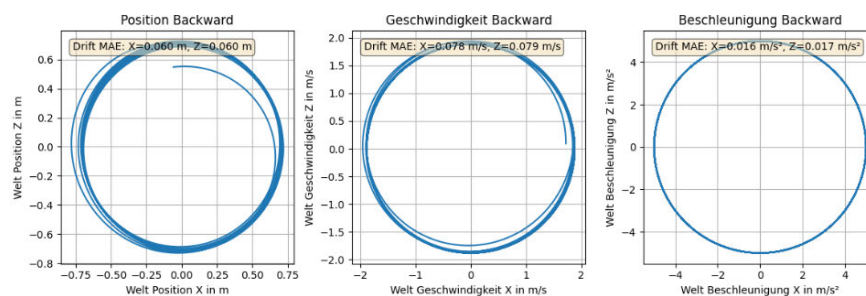
Abbildung 21: S2 - xz -Ebene mit gefilterten Daten und Padding

Abbildung 21 zeigt dieselbe Tiefpassfilterung, jedoch mit einem Padding-Verfahren. Hierbei wird das Signal an den Rändern künstlich erweitert oder gespiegelt, um Pha-

senfehler zu reduzieren. Das Ergebnis ist eine nahezu perfekte Kreisbahn mit weiter verbesserter Genauigkeit in der Positionsberechnung. Die MAE-Werte in der Position konnten durch das Padding-Verfahren auf 0,060 m in x - und z -Richtung reduziert werden, was eine Verbesserung von 62,7 % in x -Richtung und 62,7 % in z -Richtung im Vergleich zur ursprünglichen gefilterten Version ohne Padding darstellt (0,161 m).

Auch die MAE-Werte der Geschwindigkeit wurden durch das Padding deutlich verbessert: Sie verringerten sich von 0,188 m/s auf 0,078 m/s in x -Richtung (58,5 %) und von 0,080 m/s auf 0,079 m/s in z -Richtung (1,25 %). Die MAE-Werte der Beschleunigung (0,016 m/s² in x -Richtung und 0,017 m/s² in z -Richtung) bleiben hingegen unverändert, da das Padding primär Phasenfehler in den integrierten Größen reduziert.

Das Ergebnis ist eine nahezu perfekte Kreisbahn, auch wenn ein geringer Amplitudenverlust besteht. Die Abnahme der Amplitude im Positionsplot bleibt ähnlich wie bei der vorherigen Filterung, wodurch der eingestellte Radius von 0,8 m auf etwa 0,7 m reduziert wird. Dieser Effekt ist bei nachfolgenden Berechnungen in der Schwimmanalyse zu berücksichtigen. Die Verbesserung durch das Padding-Verfahren zeigt jedoch, dass Phasenfehler an den Rändern effektiv reduziert werden können, wodurch die Genauigkeit für nachfolgende Anwendungsschritte deutlich gesteigert wird. Aus diesem Grund wird bei den weiteren Messungen die Filterung mit Padding beibehalten.

10.1.2.4 Offset in Drehraten und Sensorfusion

Im weiteren Schritt wird ein konstanter Gyro-Offset von 0,2 rad/s um die y -Achse hinzugefügt, um realistische Messfehler zu simulieren. Hier kommt der PI-Regler des Mahony-Filters mit $k_p = 3$ und $k_i = 1$ zum Einsatz, der die Beschleunigungsdaten als Gravitationsreferenz nutzt. Zusätzlich werden die Informationen aus den Magnetfeld-daten genutzt, um die Referenz zum Erdmagnetfeld herzustellen.

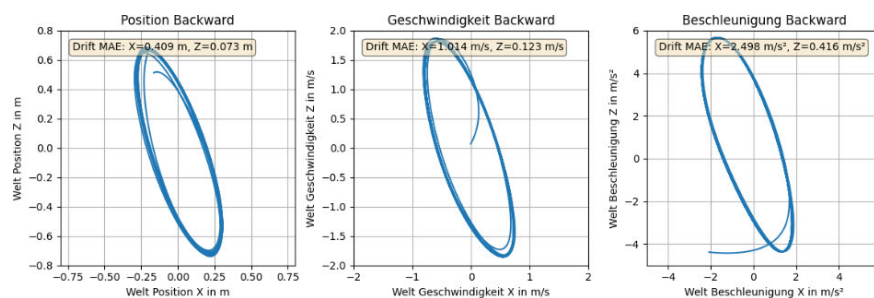


Abbildung 22: S2 - xz -Ebene mit Gyro-Offset 0,2 rad/s

In Abbildung 22 verformt sich die Kreisbahn deutlich zu einer ovalen Kontur. Dies spiegelt sich auch in den MAE-Werten wider: Der Positionsfehler beträgt 0,409 m in x -Richtung und 0,073 m in z -Richtung. Die Geschwindigkeitsfehler erreichen 1,014 m/s in x - und 0,123 m/s in z -Richtung, während die Fehler der Beschleunigung mit 2,498 m/s² in x -Richtung und 0,416 m/s² in z -Richtung am deutlichsten sind.

Dieser Effekt beruht darauf, dass der Mahony-Filter die gemessene Beschleunigung, bestehend aus Erdbeschleunigung plus Zentripetalanteil und eventueller tangentialer Beschleunigung, als Hinweis auf die Ausrichtung verwendet. Bei höheren Winkeldrehgeschwindigkeiten vergrößert sich die Zentripetalbeschleunigung $\mathbf{a}_{zp} \approx \omega^2 R$, was die scheinbare Richtung der Schwerkraft verfälscht. Dies führt zu einer deutlichen Verzerrung der Bahn.

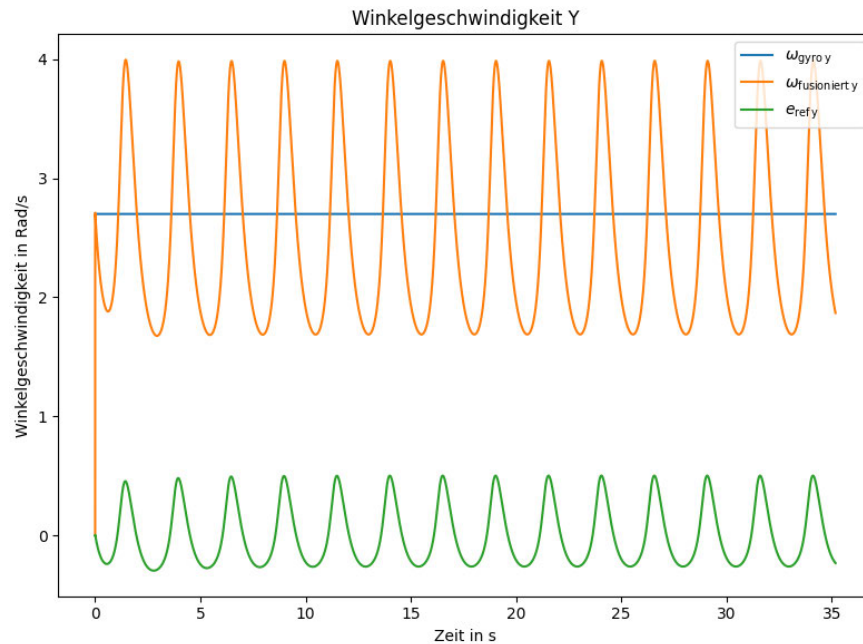


Abbildung 23: S2 - Winkelgeschwindigkeiten ohne Zentripetalkompensation

In Abbildung 23 ist deutlich zu erkennen, dass die fusionierten Winkelgeschwindigkeiten im Verlauf oszillieren. Charakteristisch sind hierbei die *unten abgeflachten* und *oben spitzen* Wellenzüge. Diese Oszillationen entstehen, aufgrund fehlender Kompensation der tangentialen und zentripetalen Komponenten. Zudem schwingt $e_{ref y}$ um Null, was auf seine Funktion als Korrekturterm zurückzuführen ist. Die fusionierten Winkelgeschwindigkeiten weisen dasselbe Muster mit größerer Amplitude auf, bedingt durch die skalierende nichtlineare Dynamik der Orientierungsschätzung gemäß Formel (27).

Gleichzeitig wird der eingeführte Offset in der Drehrate vom PI-Regler im Mahony-Filter langfristig kompensiert. Die Integratorkomponente k_i wirkt auf systematische Fehler in den gemessenen Winkelgeschwindigkeiten, sodass sich ein Gleichgewichtszustand mit nur geringem mittleren Abweichungsfehler einstellt. Dadurch bleibt die Genauigkeit der Drehratenmessung trotz des scheinbaren Offsets hoch, was auch in weiterführenden Auswertungen belegt werden kann. In Abbildung 22 zeigt sich, dass der Mahony-Filter die Lage- und Drehratenschätzung trotz dieser Oszillation sehr stabil hält und nur eine geringe Streuung der Trajektorie entsteht.

10.1.2.5 Kompensation durch Zentripetalmodell

Eine Möglichkeit, den Einfluss der Zentripetalbeschleunigung auf die Orientierungsschätzung zu mildern, ist die Anwendung der in Abschnitt 7.3.4 vorgestellten *zentripetalen Kompensation*.

Die gemessene Beschleunigung wird im Sensor-Koordinatensystem als

$$\mathbf{a}_{\text{mess}}(t) = \mathbf{g} + \mathbf{a}_{\text{zp}}(t) + \mathbf{a}_{\text{tan}}(t) \quad (80)$$

betrachtet, wobei \mathbf{g} die Erdbeschleunigung, \mathbf{a}_{zp} die Zentripetalbeschleunigung und \mathbf{a}_{tan} die tangentielle Beschleunigung (bei zeitlich variierender ω) darstellt. Eine schnelle Kreisbewegung bewirkt, dass \mathbf{a}_{zp} einen erheblichen Anteil einnimmt und die Gravitation als Gravitations-Referenz überlagert. Die tangentielle Beschleunigung \mathbf{a}_{tan} wird in Abbildung 24 nicht dargestellt, da sie im Vergleich zur Zentripetalbeschleunigung vernachlässigbar klein ist.

$$\mathbf{a}_{\text{mess}} = \underbrace{\omega^2 \mathbf{r}}_{\text{zentripetal}} + \underbrace{\frac{d\|\mathbf{v}\|}{dt} \hat{\mathbf{t}}}_{\text{tangential}} + \underbrace{\mathbf{g}}_{\text{gravitativ}}. \quad (81)$$

Um diese Verfälschung zu vermindern, wird ein Zentripetalmodell implementiert, das \mathbf{a}_{zp} mithilfe von ω und R abschätzt und aus \mathbf{a}_{mess} subtrahiert.

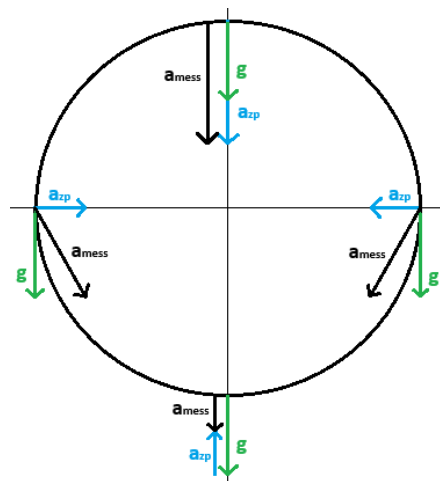


Abbildung 24: Vektoraddition Kreisbahn

Abbildung 24 verdeutlicht die vektorielle Überlagerung. Sobald der Mahony-Filter den Zentripetalanteil \mathbf{a}_{zp} nicht mehr als scheinbare Schwerkraft interpretiert, korrigiert er die Lage wesentlich genauer.

Die berechneten Zentripetalbeschleunigungen des Zentripetalmodells im Sensorkoordinatensystem betragen in diesem Versuch:

$$a_{\text{zpy}}^{\text{Modell}} = 5 \text{ m/s}^2, \quad a_{\text{zpx}}^{\text{Modell}} = 0 \text{ m/s}^2, \quad a_{\text{zpy}}^{\text{Modell}} = 0 \text{ m/s}^2. \quad (82)$$

Diese Werte werden mit den synthetischen Daten verglichen, bei denen die Zentripetalbeschleunigung der y -Komponente wie folgt berechnet wurde:

$$a_{zP_y}^{\text{synthetisch}} = \frac{v_{\text{tan}_y}^2}{r}, \quad (83)$$

mit den gegebenen Werten $r = 0,8 \text{ m}$ und $v_{\text{tan}_y} = -2 \text{ m/s}$ ergibt sich:

$$a_{zP_y}^{\text{synthetisch}} = \frac{(2 \text{ m/s})^2}{0,8 \text{ m}} = \frac{4 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,8 \text{ m}} = 5 \text{ m/s}^2. \quad (84)$$

$$a_{zP_y}^{\text{Modell}} = a_{zP_y}^{\text{synthetisch}} = 5 \text{ m/s}^2 \quad (85)$$

Dies zeigt, dass die Erkennung der Zentripetalbeschleunigung in den synthetischen Daten zuverlässig funktioniert. Die korrekte Rotationsachse wird eindeutig identifiziert, was eine effektive Kompensation der Zentripetalbeschleunigung ermöglicht.

Im nächsten Schritt wird die berechnete Zentripetalbeschleunigung von den Beschleunigungsdaten abgezogen, um die tatsächliche Beschleunigung des Systems zu ermitteln. Dieser Vorgang kann mathematisch wie folgt ausgedrückt werden:

$$\mathbf{a}_{\text{corr}} = \mathbf{a}_{\text{mess}} - \mathbf{a}_{zP}, \quad (86)$$

Durch diese Korrektur werden die systematischen Verzerrungen, die durch die Zentripetalbeschleunigung verursacht werden, eliminiert. Anschließend werden die korrigierten Beschleunigungsdaten erneut geplottet, um die Effektivität der Kompensation zu visualisieren. Dies ermöglicht eine bessere Analyse der tatsächlichen Bewegungsdaten und trägt zur Verbesserung der Genauigkeit der Sensorfusion bei.

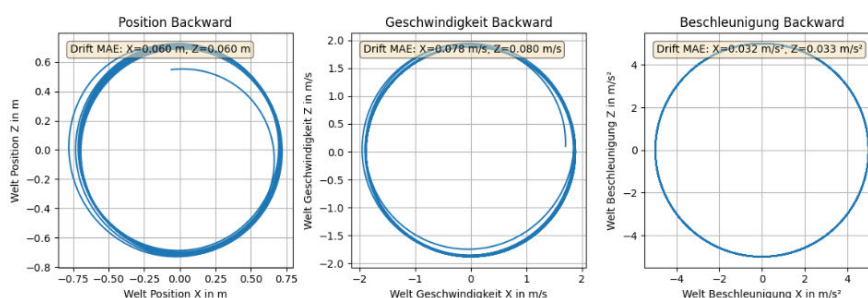


Abbildung 25: S2 - xz -Ebene mit Zentripetalkompensation und Gyro-Offset $0,2 \text{ rad/s}$

In Abbildung 25 ist erkennbar, dass die zuvor auftretende Ovalisierung durch die Zentripetalkompensation verschwindet. Der Mahony-Filter erhält eine weitgehend unverzerrte Gravitation als Referenz, sodass die Kreisbewegung wieder deutlich runder verläuft. Die mittleren absoluten Fehler bestätigen diese Verbesserung. Der Positionsfehler liegt bei nur $0,06 \text{ m}$ in x - und z -Richtung. Die Geschwindigkeitsfehler betragen $0,078 \text{ m/s}$ in x -Richtung und $0,08 \text{ m/s}$ in z -Richtung. Auch bei der Beschleunigung sind die Fehler mit $0,032 \text{ m/s}^2$ in x -Richtung und $0,033 \text{ m/s}^2$ in z -Richtung vergleichsweise gering.

Die Zentripetalkompensation erweist sich als effektive Methode, um systematische Verfälschungen der Gravitation durch Zentripetalbeschleunigungen zu eliminieren und die Schätzgenauigkeit bei Kreisbahnen deutlich zu verbessern.

10.1.3 Beschleunigte Kreisbewegung mit Translation - S3

Im nächsten Schritt wird die tangentielle Beschleunigung eingeführt, um die Handbewegung zu Beginn des Schwimmbahnzyklus zu beschleunigen und am Ende zu verzögern. Zusätzlich wird eine translatorische Bewegung entlang der x -Achse des Weltkoordinatensystems mit einer konstanten Geschwindigkeit hinzugefügt, wie in Abschnitt 9.1.3 detailliert beschrieben.

10.1.3.1 Kompensation der translatorischen Bewegung

Die Kompensation der translatorischen Bewegung entlang der x -Achse erfolgt durch die Anwendung eines Tiefpassfilters auf die Geschwindigkeitsdaten. Eine konstante oder beschleunigte Geschwindigkeit im Weltkoordinatensystem zeigt sich als DC-Offset oder tieffrequente Komponente in den Geschwindigkeitsdaten, was bei der Integration zur Positionsbestimmung zu einer linearen Verschiebung der Position führt. Der Tiefpassfilter mit einer geeigneten Grenzfrequenz f_c entfernt diese Offsets und ermöglicht so die Transformation der Daten vom Weltkoordinatensystem in das Schwimmerkoordinatensystem. Diese Transformation ist besonders vorteilhaft für die Analyse von Schwimmzügen, da die Armzugbewegung relativ zur Schwimmbahngeschwindigkeit betrachtet werden kann, ohne von der translatorischen Bewegung beeinflusst zu werden.

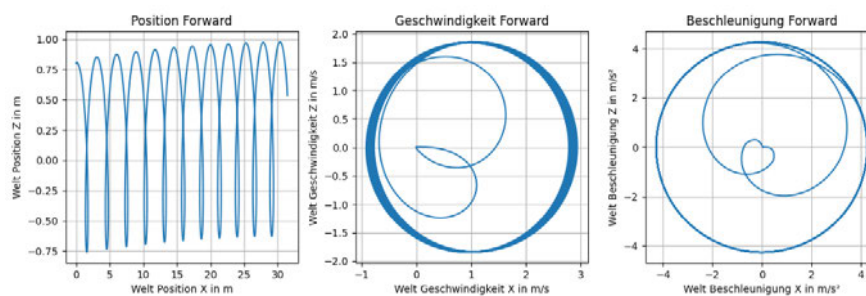


Abbildung 26: S3 - xz -Ebene ohne Tiefpassfilterung

In Abbildung 26 wird die Bewegung in der xz -Ebene ohne Tiefpassfilterung und mit aktiviertem PI-Regler dargestellt. Es ist ein konstanter Offset in der Geschwindigkeit von etwa $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ erkennbar. Dieser Offset führt zu einer konstanten Verschiebung der Position in der x -Richtung, was der vorgegebenen Geschwindigkeit von $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bei einer Simulationszeit von 35 s entspricht. Die beobachtete Strecke von etwa 31 m weicht leicht vom Idealwert ab, was durch die anfängliche Beschleunigung sowie die Verzögerung am Ende der Simulation erklärbar ist. Die Geschwindigkeit startet bei $(0,0)$, was darauf hinweist, dass die Beschleunigung korrekt implementiert wurde.

Die Hochpassfilterung entfernt diese translatorischen Offsets, wodurch die Geschwindigkeitsdaten gezielt auf die relative Bewegung des Schwimmers bezogen werden können. Dies führt zu einer driftfreien Bestimmung der Position und Geschwindigkeit im Schwimmerkoordinatensystem. Wie in Kapitel 2.1 erläutert, bietet diese Transformation eine präzisere Darstellung der kinematischen Eigenschaften der Schwimmbewegung und erleichtert dadurch die detaillierte Analyse der Technik.

10.1.3.2 Analyse der Gyroskop-Daten und Referenzwerte

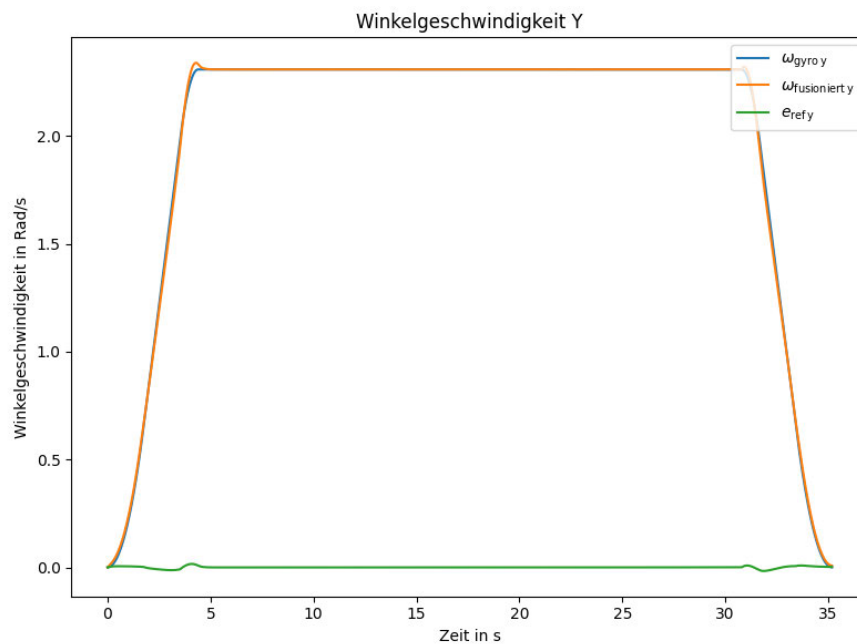


Abbildung 27: S3 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse ohne Offset

Die Kurve $\omega_{gyro\ y}$ repräsentiert die gemessenen Gyroskop-Daten, während $e_{ref\ y}$ die aus Gravitations- und Magnetfelddaten abgeleiteten Referenzwerte darstellen, welche durch e in dem Fehlerkorrekturterm 26 beschrieben werden. Die Winkelgeschwindigkeit in y -Richtung steigt von 0 rad/s auf rund 2,3 rad/s an, bleibt über einen gewissen Zeitraum konstant und fällt gegen Ende der Messung ebenso gleichmäßig wieder ab. Die Ecken nach der Beschleunigungsphase sind abgerundet, was auf eine ruckfreie Beschleunigung schließen lässt.

Die Referenzkurve ($e_{ref\ y}$) zeigt eine leichte Schwingung um die Nulllinie während der Beschleunigungs- und Verzögerungsphase. Diese Abweichungen lassen sich insbesondere durch eine unvollständige Kompensation der nicht-gravitativen Beschleunigungen erklären. Im Modell wird lediglich eine zentripetale Beschleunigung abgezogen.

In den beschriebenen Phasen mit *tangentialer* Beschleunigung ($a_t \neq 0$) genügt diese reine Zentripetalkompensation jedoch nicht, um die Beschleunigungsdaten auf die reine

Gravitation zu reduzieren, wie in Abschnitt 10.1.2.5 erläutert. Der tangentielle Anteil (\mathbf{a}_t), der während des Hochlaufens ($\mathbf{a}_t > 0$) und Herunterbremsens ($\mathbf{a}_t < 0$) auftritt, wird in dem Kompensationsmodell nicht berücksichtigt und führt so zu einem Fehler in den Messdaten in der Beschleunigungs- und Verzögerungsphase. In den statischen- und gleichförmigen-Phasen (ohne \mathbf{a}_t) hingegen fallen diese Unterschiede weg, entsprechend nähert sich \mathbf{e}_{ref} wieder dem Gyroskop-Wert an. Die generierten Daten ergeben eine maximale tangentielle Beschleunigung von $\pm 0.6 \text{ m/s}^2$. Damit liegt die Tangentialbeschleunigung bei etwa

$$\frac{0.6 \text{ m/s}^2}{9.81 \text{ m/s}^2} \approx 6\% \quad (87)$$

der Erdbeschleunigung. Dieser Wert ist vergleichsweise klein, sodass er gegenüber dem dominierenden 9.81 m/s^2 -Gravitationsanteil vernachlässigt werden kann. Die eindeutige Isolierung und Kompensation des tangentialen Anteils aus den Beschleunigungsdaten ist herausfordernd.

Im weiteren Verlauf wird ein Offset von $0,2 \text{ rad/s}$ in den Drehraten hinzugefügt, um die Robustheit gegenüber Störungen zu testen.

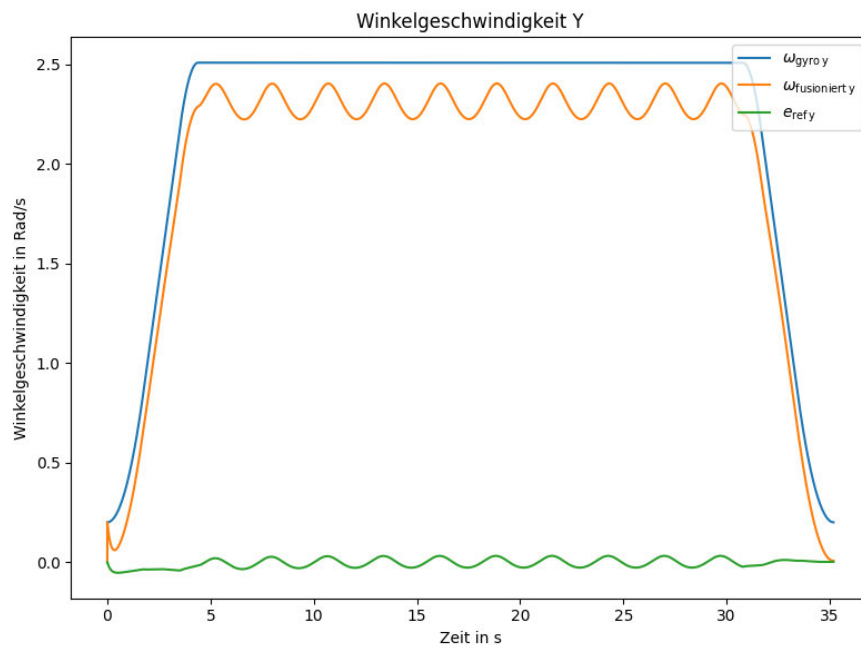


Abbildung 28: S3 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse mit Offset $0,2 \text{ rad/s}$

In Abbildung 28 sind die gemessenen und fusionierten Winkelgeschwindigkeiten dargestellt, wobei ein Offset von $0,2 \text{ rad/s}$ in der y -Achse durch den Regler ausgeglichen wird. Ohne Zentripetalkompensation (siehe Abbildung 23) treten deutliche Oszillationen auf, die durch die Zentripetalkompensation signifikant reduziert werden. Die verbleibenden Schwingungen im $\omega_{\text{fusioniert } y}$ -Kanal resultieren aus dem Phasenversatz zwischen gemessener und erwarteter Beschleunigung, verursacht durch numerische Effekte und/oder Offsets. Dabei hängt die Amplitude der Schwingungen vom Fehler zwischen gemesse-

ner und Referenzbeschleunigung ab, sodass Größere Fehler zu stärkeren Oszillationen führen. Der PI-Regler kann diese Abweichungen nicht vollständig kompensieren, wodurch ein Grenzyklus entsteht, welcher in rauschbehafteten Daten weniger sichtbar ist.

Zudem tritt zu Beginn des Messvorgangs in den fusionierten Daten ein kleiner Ausschlag auf, der durch den Offset der Drehraten bedingt ist. Dieses Phänomen kennzeichnet die Einregelphase des Mahony-Filters und kann mittels akausaler Rückwärtsschätzung eliminiert werden.

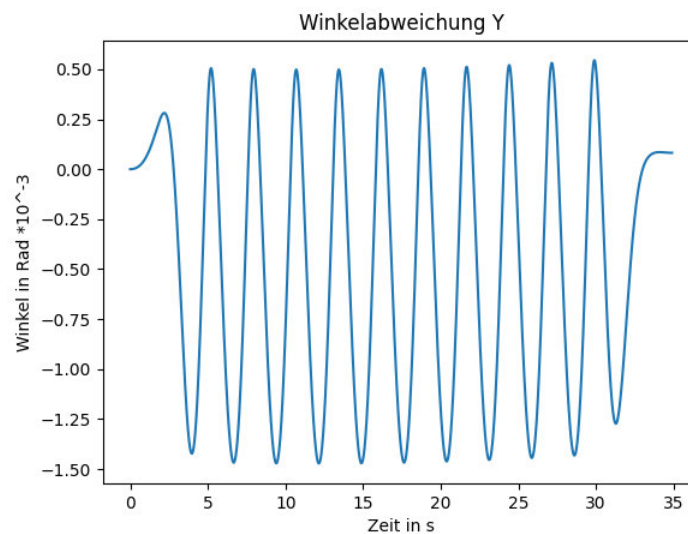
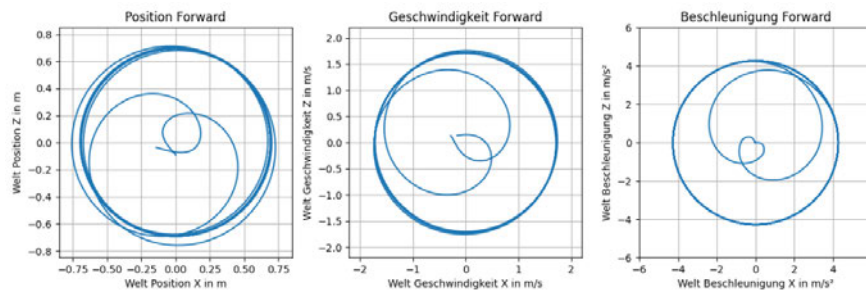


Abbildung 29: S3 - Winkelabweichung $\Delta\theta_y$ mit Kombiniertes Referenz

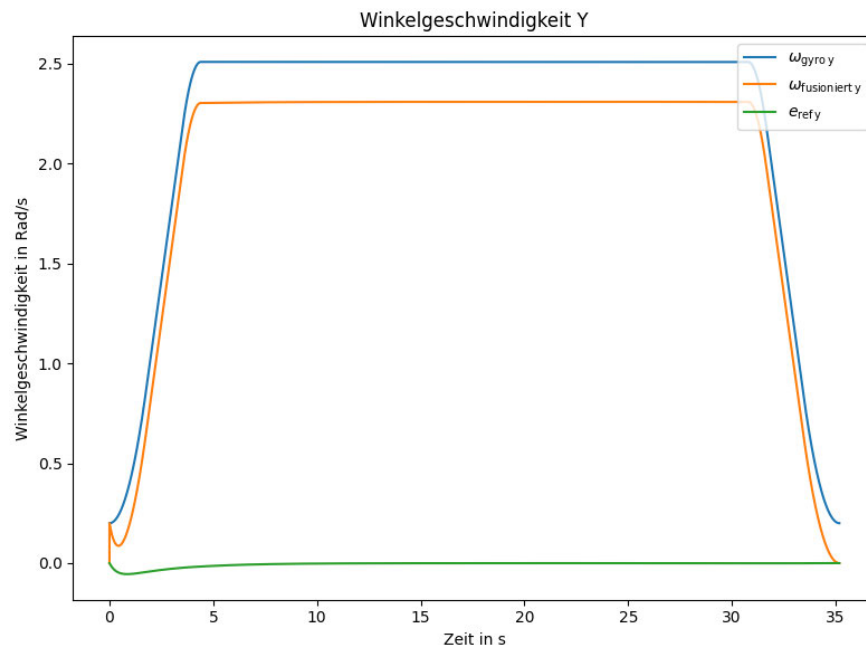
Abbildung 29 zeigt die Abweichung des Winkels $\Delta\theta_y$ in rad bei aktiviertem PI-Regler, wenn sowohl Beschleunigungs- als auch Magnetfeldreferenz für die Lagebestimmung herangezogen werden. Die dargestellte periodische Schwingung verdeutlicht die Interpretation der Abbildung 28.

Trotz der auftretenden Schwingung ist die maximale Regelabweichung mit $1,5 \times 10^{-3}$ rad sehr gering, was auf eine insgesamt erfolgreiche Fusion der Sensordaten hinweist. Die verbleibende Winkeldifferenz $\Delta\theta_y$ zeigt, wie gut das dynamische Verhalten des Filters an das tatsächliche System angepasst ist. Je kleiner die Amplitude der Oszillation, desto besser gelingt die Kompensation der verbleibenden Fehler. In realen, rauschbehafteten Szenarien würden solche Oszillationen in der Regel stärker gedämpft auftreten, sodass der Filter in der Praxis oft stabiler arbeitet. In der hier gezeigten synthetischen Umgebung wird jedoch das theoretische Verhalten des Reglers präzise sichtbar.

Abbildung 30: S3 - xz -Ebene mit Offset 0,2 rad/s

In Abbildung 30 sind die Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- und Positionsdaten im Weltkoordinatensystem auf der xz -Ebene dargestellt. Die wechselseitige Wirkung von positiver und negativer tangentialer Beschleunigung erzeugt eine charakteristische Spiralförmigkeit in den dargestellten Kreisbahnen. Die nur geringfügigen Abweichungen in der berechneten Trajektorie deuten darauf hin, dass die Wahl der Reglerparameter angemessen ist, da kaum unerwünschten Positionsabweichungen sichtbar sind.

Trotz des gewählten Offsets bleibt das Gesamtsystem stabil, da der Regler den Großteil des Offsets kompensiert. In den linken Positionsplot resultiert hieraus ein nahezu kreisförmiger Pfad, in dessen Innerem eine kleinere Spirale entsteht. Die Position bleibt somit in einem engen Bereich um den gewünschten Pfad, was auf eine weitgehend erfolgreiche Korrektur des hohen Ausgangsoffsets schließen lässt.

Abbildung 31: S3 - Winkelgeschwindigkeiten ω_y mit Magnetfeldreferenz

In Abbildung 31 ist die gemessene und geregelte Winkelgeschwindigkeit ω_y dargestellt, wobei hier ausschließlich die Magnetfeldreferenz zur Fehlerkorrektur verwendet wird. Im Gegensatz zur kombinierten Referenz (siehe Abbildung 28) treten hier keinerlei

sichtbare Schwingungen auf. Die geregelte Winkelgeschwindigkeit zeigt eine stabile Annäherung an die korrekte Bewegung, ohne nennenswerte periodische Abweichungen.

Dieser Unterschied beruht darauf, dass die Magnetfeldmessung nicht durch z. B. Zentripetal- oder Tangentialbeschleunigungen beeinflusst wird. In der simulierten Kreisbewegung bleibt das Magnetfeld \mathbf{m} aus Sicht des Sensors konstant, da es sich auf das quasi-statische Erdmagnetfeld bezieht. Daraus ergeben sich nur geringe Phasen- und Frequenzunterschiede zwischen gemessener und erwarteter Magnetfeldrichtung $\hat{\mathbf{m}}$. Der Mahony-Filter regelt $\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{m}}$ folglich ohne nennenswerte Verzögerung aus, weshalb keine Schwingung entsteht.

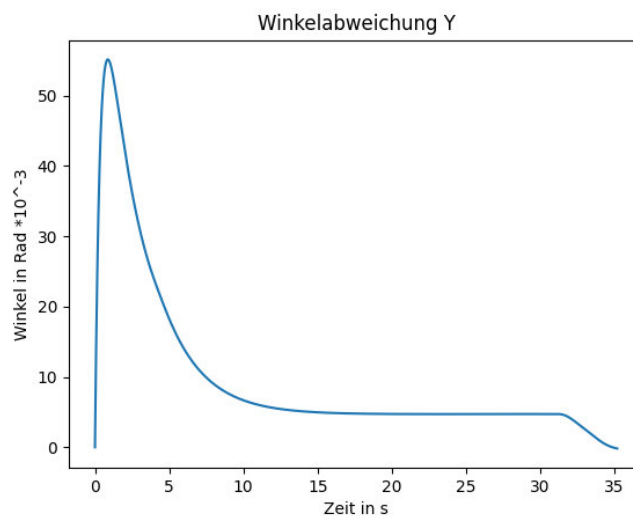


Abbildung 32: S3 - Winkelabweichung $\Delta\theta_y$ mit Magnetfeldreferenz

Abbildung 32 illustriert die Winkelabweichung $\Delta\theta_y$ in rad, unter Verwendung von ausschließlich der Magnetfeldreferenz. Im Gegensatz zur Konfiguration in Abbildung 29 (Beschleunigungs- und Magnetfeldreferenz) ist nun keine anhaltende Oszillation erkennbar. Stattdessen steigt die Abweichung zu Beginn kurz auf etwa 55×10^{-3} rad und klingt anschließend exponentiell ab. Dieses stabil gedämpfte Verhalten ist charakteristisch, wenn keine dynamisch wechselnden Beschleunigungen als Störgrößen auf das Regelsystem wirken.

In Abbildung 29 mit Magnet- und Beschleunigungsreferenz ist ein *periodischer Grenzzyklus* sichtbar, weil geringe Phasenfehler in den Beschleunigungsdaten den Regler anhaltend anregen. Die dort gezeigte Winkeldifferenz $\Delta\theta_y$ oszilliert ständig um einen Mittelwert. Demgegenüber zeigt die reine Magnetfeldlösung (Abb. 32) einen weitgehend *sauberen Transientenverlauf* ohne bleibende Oszillation. Während in der kombinierten Lösung die Schwingungsamplitude auf einem geringen Niveau erhalten bleibt, sinkt die totale Abweichung $\Delta\theta_y$ mit reinem Magnetfeld merklich schneller ab. Die Magnetfeldreferenz hat aber einen um den Faktor 35,7 größeren maximalen Fehler. Erkennbar ist zudem, dass der Fehler bei anhaltender Rotation gegen einen Wert von etwa 5 rad kon-

vergiert und erst in der Verzögerungsphase gegen null läuft. Somit ist die Genauigkeit der Magnetfeldreferenz niedriger, besonders in dynamischen Szenarien.

Die Ergebnisse zeigen, dass der ausschließliche Rückgriff auf das Magnetfeld unter synthetischen Idealbedingungen eine sehr glatte und oszillationsfreie Regelcharakteristik ermöglicht. Allerdings führt dies zu einem größeren Regelfehler, sodass die Kombination mit einer Beschleunigungsreferenz die Genauigkeit erhöht.

10.2 Analyse von realen Kreisbahnen - R1

In diesem Abschnitt werden Messdaten eines rotierenden Rades unter realen Bedingungen ausgewertet. Der Versuchsaufbau ist in Abschnitt 9.2.1 beschrieben. Magnetfeld- und Beschleunigungssensoren sowie Gyroskopdaten werden genutzt, um Trajektorien, Winkelgeschwindigkeiten und Eulerwinkel in unterschiedlichen Referenzsystemen darzustellen und zu analysieren. Ziel ist es, die Verlässlichkeit der Sensorfusion zu beurteilen und potenzielle Fehlerquellen wie Reibung, Montagetoleranzen oder unzureichende Kalibrierungen zu identifizieren.

10.2.1 Zentripetalkompensation

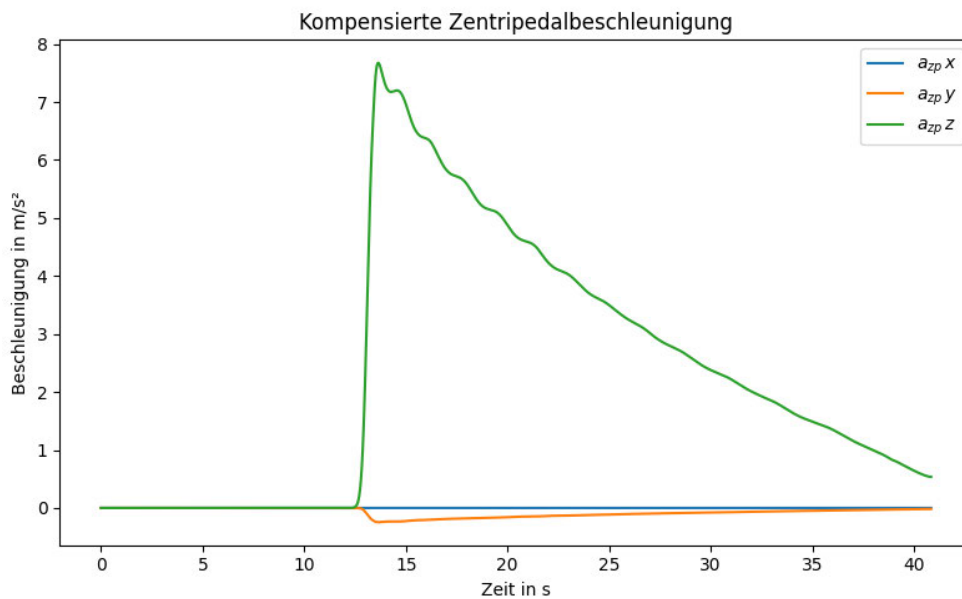


Abbildung 33: R1 - Kompensierte Zentripetalbeschleunigung

Abbildung 33 zeigt die Zentripetalbeschleunigung, welche rechnerisch von den Beschleunigungsdaten abgezogen wird. Gut zu erkennen ist, dass die x - und y -Anteile (blaue und orange Kurve) nahe Null liegen, während die z -Komponente (grüne Kurve) zu Beginn eine deutliche Spitze von fast 9 m/s^2 aufweist und anschließend allmählich abfällt. Dieses Verhalten verdeutlicht die anfänglich hohe Rotationsgeschwindigkeit des Rades und den damit verbundenen hohen Zentripetalterm, der im Zeitverlauf aufgrund reibungsbedingten Abbremsens immer weiter abnimmt.

Die starke Ausprägung in z -Richtung weist darauf hin, dass die Hauptrotationsachse im Versuch größtenteils senkrecht zu dieser Achse verläuft. Der Radius der kreisförmigen Bewegung wurde in der Berechnung so gewählt, dass die resultierende Zentripetalbeschleunigung theoretisch möglichst genau dem gemessenen Signal entspricht. Die Übereinstimmung von theoretischem und realem Verlauf zeigt, dass eine realistische Bestimmung der Zentripetalanteile in den Messwerten möglich ist.

Die resultierende kompensierte Beschleunigung kann als optimierte Schätzung der eigentlichen gravitativen Beschleunigungskomponente interpretiert werden. Dadurch lassen sich Modellansätze für die Sensorfusion verbessern, da reine Rotationsanteile beziehungsweise translatorische Effekte präziser von den Gravitationsdaten getrennt werden. Dieses Vorgehen verringert die Messfehler bei dynamischen Vorgängen und erhöht somit die Zuverlässigkeit der für die Regelung oder Positionsbestimmung verwendeten Beschleunigungsinformationen.

10.2.2 Referenzanalyse

Um zu untersuchen, welche Sensordaten eine verlässlichere Quelle als Referenz bieten, wurden die Daten jeweils einmal nur mit der Magnetfeldreferenz und einmal nur mit der Beschleunigungsreferenz gefiltert. Die folgenden Abbildungen zeigen die Unterschiede zwischen der ausschließlich auf Magnetfeldreferenz basierenden Filterung und der auf Beschleunigungsreferenz basierenden Filterung der Kreisbahn in der xz -Ebene.

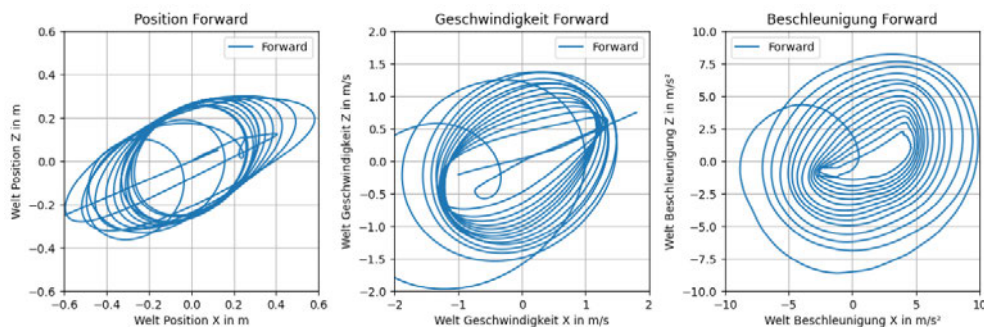
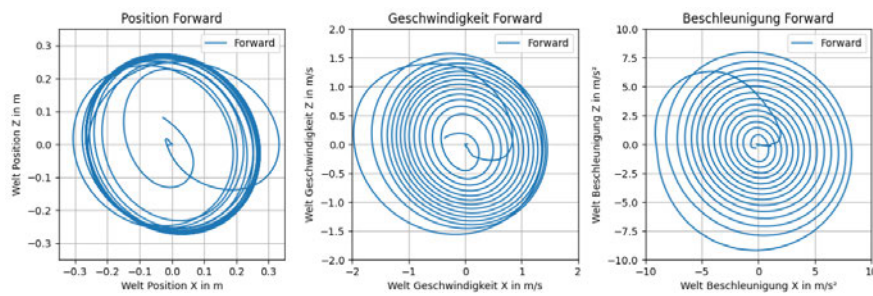


Abbildung 34: R1 - xz -Ebene mit Magnetfeldreferenz

Die Abbildungen verdeutlichen die Unterschiede zwischen einer ausschließlich mit Magnetfeldreferenz und einer mit Beschleunigungsreferenz gefilterten Kreisbahn in der xz -Ebene. In Abbildung 34 zeigt sich, dass die mit Magnetfeld gefilterten Daten durch die geringe Abtastrate von 37,5 Hz Ungenauigkeiten in den Geschwindigkeitsverläufen aufweisen und es insbesondere in der berechneten Position zu ovalförmigen Trajektorien kommt. Das verwendete Filter mit $k_P = 3$ und $k_I = 1$ kompensiert zwar einen Teil der Messfehler, dennoch bleiben Messunsicherheiten sichtbar. Diese werden durch einen zusätzlichen Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 0,1 Hz weiter reduziert, der Offsets in den Messwerten entfernt.

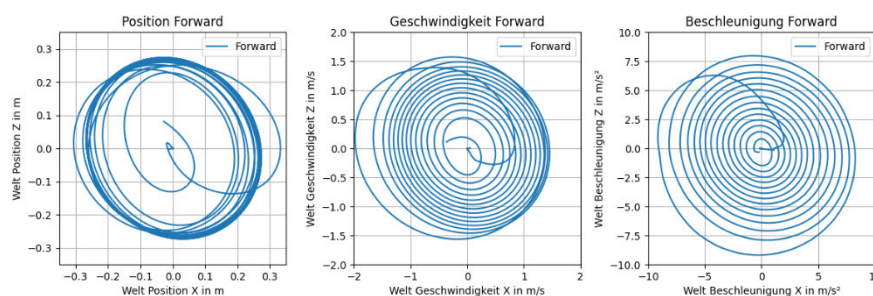
Abbildung 35: R1 - xz -Ebene mit Beschleunigungsreferenz

Im Gegensatz dazu lässt sich in Abbildung 35 erkennen, dass die Daten, die ausschließlich auf der Gravitation als Referenz beruhen, eine höhere Genauigkeit liefern und sowohl Geschwindigkeits- als auch Positionsverläufe deutlich stabiler abgebildet werden. Dies liegt daran, dass Beschleunigungsdaten bei höheren Geschwindigkeiten und dynamischen Änderungen zuverlässiger sind, während die Magnetfelddaten lediglich eine niedrigere Taktung besitzen.

Die Magnetfeldmessung bietet jedoch trotzdem eine wertvolle Referenz, da sie bei langsameren Bewegungen nicht durch tangentiale oder zentripetale Beschleunigungen beeinflusst wird und somit eine globale Positionsbestimmung ermöglicht. Deshalb wird eine Fusion beider Referenzen mit einer Gewichtung von 20 % Magnetfeld- und 80 % Gravitationsreferenz genutzt, um sowohl eine verlässliche Gesamtposition als auch möglichst genaue Geschwindigkeitsinformationen zu erzielen.

10.2.3 Optimierte Referenz

In den Abbildungen 36, 37 und 38 werden gemessene Trajektorien eines in Rotation versetzten Rads dargestellt. Untersucht wird das System insbesondere in den Ebenen xz , yz und xy .

Abbildung 36: R1 - xz -Ebene mit gewichtetem Fehlerkorrekturterm

In Abbildung 36 ist im rechten Teilbild (Beschleunigung) eine abklingende Spiralstruktur zu erkennen. Diese entsteht, weil das Rad anfänglich angestoßen wird und anschließend durch Reibungseffekte wie Luftwiderstand, Lagerreibung und Rollreibung negativ beschleunigt wird. Die Beschleunigungskomponenten gehen sukzessive gegen null, bis das Rad zur Ruhe kommt. Auch die Geschwindigkeitsdarstellung (mittleres Teilbild in

Abbildung 36) zeigt ein charakteristisches Muster abnehmender Amplitude, was die kontinuierliche Abbremsung der Rotation verdeutlicht. Die Geschwindigkeit fällt allmählich von einem maximalen Wert auf nahezu null.

Das linke Teilbild von Abbildung 36 zeigt eine nahezu kreisförmige Trajektorie im xz -Raum. Der gemessene Kreisradius liegt bei etwa 28 cm. Der physikalische Radradius beträgt ca. 33 cm. Die geringfügige Abweichung wird durch Messfehler, die Implementierung von Tiefpassfiltern im Sensorsystem sowie systematische Unsicherheiten im Versuchsaufbau hervorgerufen.

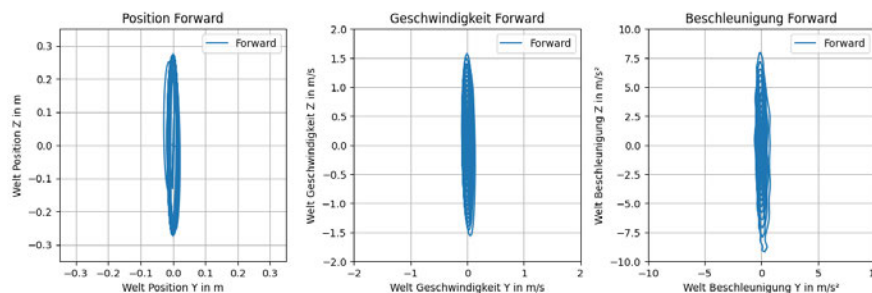


Abbildung 37: R1 - yz -Ebene mit gewichtetem Fehlerkorrekturterm

Abbildung 37 verdeutlicht, dass die hauptsächliche Rotationsbewegung in der xz -Ebene abläuft. Die Auslenkungen in der y -Richtung betragen lediglich etwa $\pm 0,02$ m. Diese kleinen Abweichungen können unter anderem auf eine nicht exakt senkrechte Sensorbefestigung am Versuchsstand zurückgeführt werden. Alternativ sind auch Fertigungstoleranzen oder leichte Schräglagen des Aufbaus denkbar.

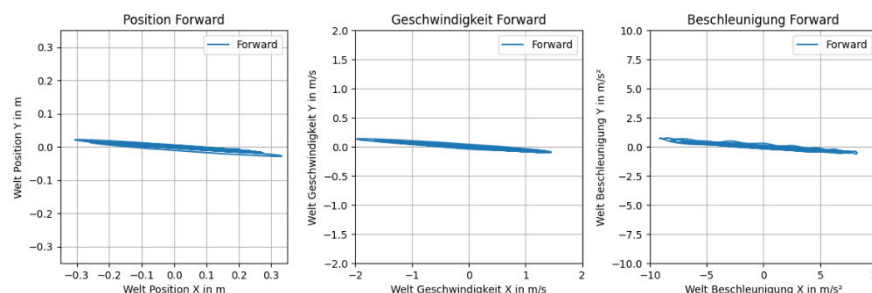


Abbildung 38: R1 - xy -Ebene mit gewichtetem Fehlerkorrekturterm

In Abbildung 38 wird die Projektion der Kreisbewegung in die xy -Ebene gezeigt. Hier bestätigen die minimalen Auslenkungen in y -Richtung erneut, dass das System fast ausschließlich in der xz -Ebene rotiert. Die Verschiebung des Kreiscentrums entlang der y -Achse ist ein weiterer Hinweis auf die unvermeidlichen Montagetoleranzen und eine eventuelle Schrägstellung des Versuchsstands.

Die in den Spiralverläufen der Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsdiagramme sichtbaren Effekte verdeutlichen einen klassischen Dämpfungsprozess. Durch Reibungskräfte wird die anfängliche kinetische Energie allmählich abgebaut. Die Positionstrajektorien

belegen, dass die Bewegung zu Beginn nahezu kreisförmig ist. Die theoretische Modellannahme einer gleichförmigen Kreisbewegung wird in der Praxis durch Reibungsverluste und Sensorausrichtung gestört, was die real gemessenen Abweichungen erklärt. Tiefpassfilter glätten Messdaten und reduzieren das Rauschen, verursachen jedoch bei dynamischen Vorgängen Phasenverschiebungen und eine Verringerung der scheinbar gemessenen Amplituden wie des Kreisradius. Die leichten Verschiebungen in y -Richtung verdeutlichen, wie stark sich bereits kleine Montagefehler oder minimale Schräglagen auf die Messkurven auswirken können. Die gewonnenen Messdaten dienen zugleich dem Nachweis der prinzipiellen Funktionsfähigkeit der Regelung, da die kontinuierlich abfallenden Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte das erwartete Verhalten unter realen Bedingungen bestätigen.

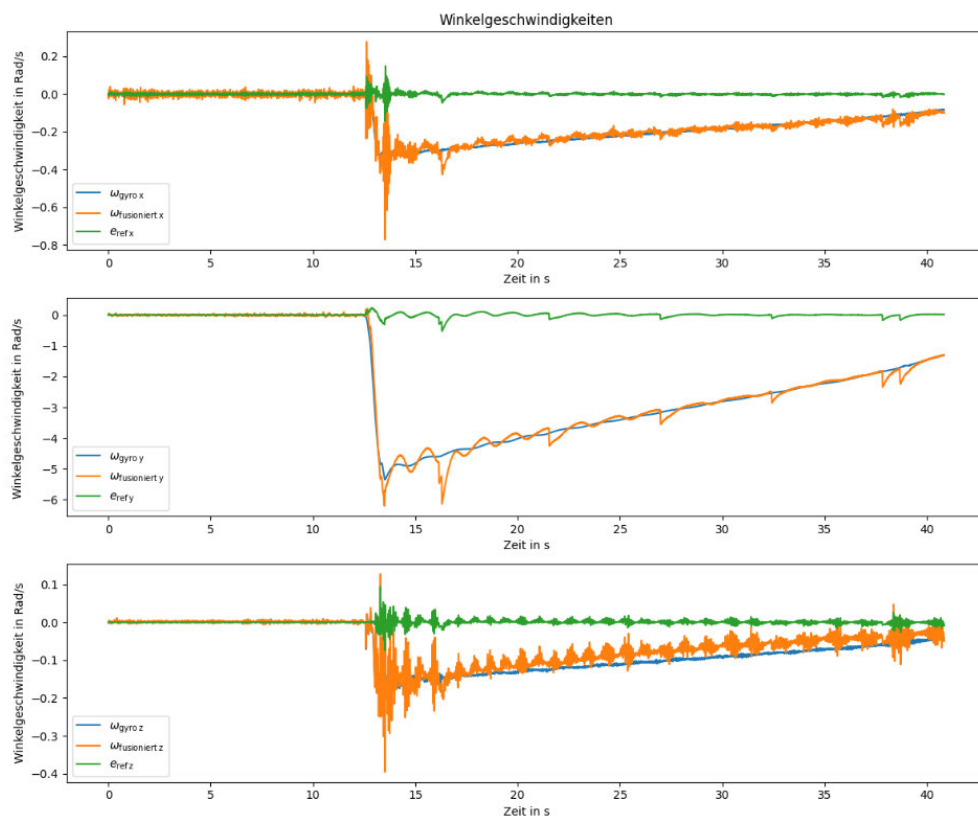


Abbildung 39: R1 - Winkelgeschwindigkeiten der y -Achse

In Abbildung 39 sind die Winkelgeschwindigkeiten in den drei Sensorkoordinatenachsen dargestellt. Die obere Grafik zeigt die x -Komponente, die mittlere die y -Komponente und die untere die z -Komponente. Alle drei Plots weisen ein ähnliches Verhalten auf, jedoch mit unterschiedlicher Skalierung. Die y -Achse, die die Hauptrotationsachse in diesem Versuch darstellt, zeigt einen Spitzenwert von knapp 6 rad/s, während die x -Achse etwa 0,4 rad/s und die z -Achse etwa 0,2 rad/s als maximale Werte erreichen. Dieses Verhalten entspricht der erwarteten Rotationsdynamik des Systems.

In allen drei Diagrammen sind die Gyroskopdaten ($\omega_{\text{gyro } x}$, $\omega_{\text{gyro } y}$, $\omega_{\text{gyro } z}$) des Sensors,

die Referenzdaten ($\mathbf{e}_{\text{ref}x}$, $\mathbf{e}_{\text{ref}y}$, $\mathbf{e}_{\text{ref}z}$) basierend auf Magnetfeld- und Beschleunigungsmessungen sowie die fusionierten Drehraten sichtbar. Die fusionierten Daten stimmen in allen Achsen gut mit den Gyroskop-Werten überein, was auf eine präzise Kalibrierung des Sensorsystems und eine effektive Implementierung des Sensorfusionsalgorithmus hinweist. Die Verwendung von Magnetometer- und Beschleunigungsdaten zur Korrektur von Gyroskopdrift sorgt für eine langfristige Stabilität der Orientierungsschätzung. Abweichungen treten lediglich in der z -Achse auf, was auf Verzerrungen durch Zentripetalbeschleunigungen in dieser Achse zurückzuführen ist.

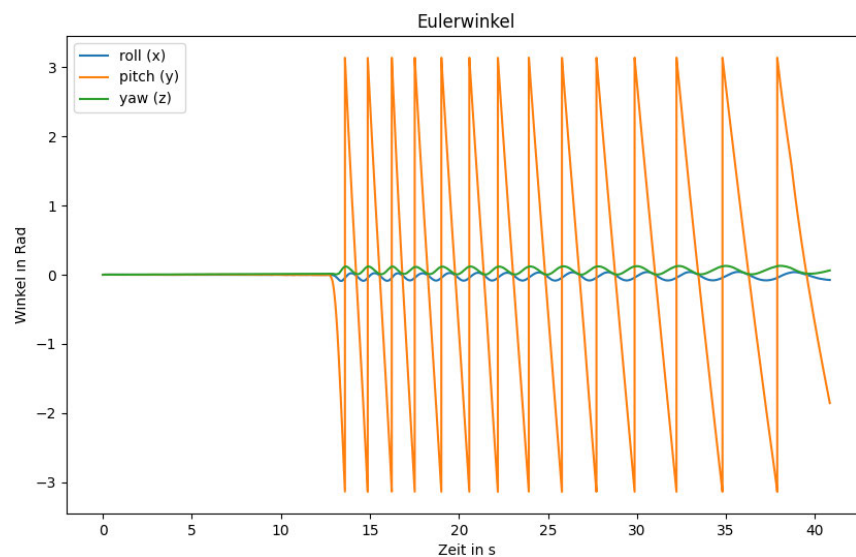


Abbildung 40: R1 - geschätzte Eulerwinkel (Roll, Pitch und Yaw)

In Abbildung 40 sind die Eulerwinkel aus der geschätzten Orientierung des Komplementärfilters zu sehen. Leichte Schwingungen in Roll (x -Achse) und Yaw (z -Achse) deuten auf den realen Versuchsaufbau sowie eine nicht perfekte Ausrichtung des Sensors hin. Der Pitchwinkel hingegen zeigt ein Abfallen und springt bei der Umrundung von $-\pi$ auf π , was der erwarteten kontinuierlichen Drehung um die y -Achse entspricht. Die abnehmende Steigung verdeutlicht die Abnahme der Drehgeschwindigkeit im Zeitverlauf. Insgesamt zeigen die Daten, dass sich das Algorithmverhalten auch unter realen Bedingungen validieren lässt. Abweichungen erklären sich durch unvermeidbare Ungenauigkeiten bei der Sensorbefestigung, Reibungseinflüsse oder Grenzen der Sensorgenauigkeit. Die Kombination aus Gyroskop-, Magnetfeld- und Beschleunigungswerten im Komplementärfilter ermöglicht dennoch eine robuste und langfristig stabile Auswertung der Systemorientierung.

10.3 Analyse der Schwimmdaten - R2

In diesem Abschnitt werden die Schwimmdaten anhand spezifischer Bewegungsmerkmale und Metriken ausgewertet, um technische Optimierungspotenziale aufzuzeigen. Der Versuchsaufbau ist in Abschnitt 9.2.2 beschrieben. Der Fokus liegt auf der Identifikation und Quantifizierung relevanter Parameter, die direkt aus den aufgezeichneten

Sensordaten abgeleitet werden können.

10.3.1 Zugerkennung

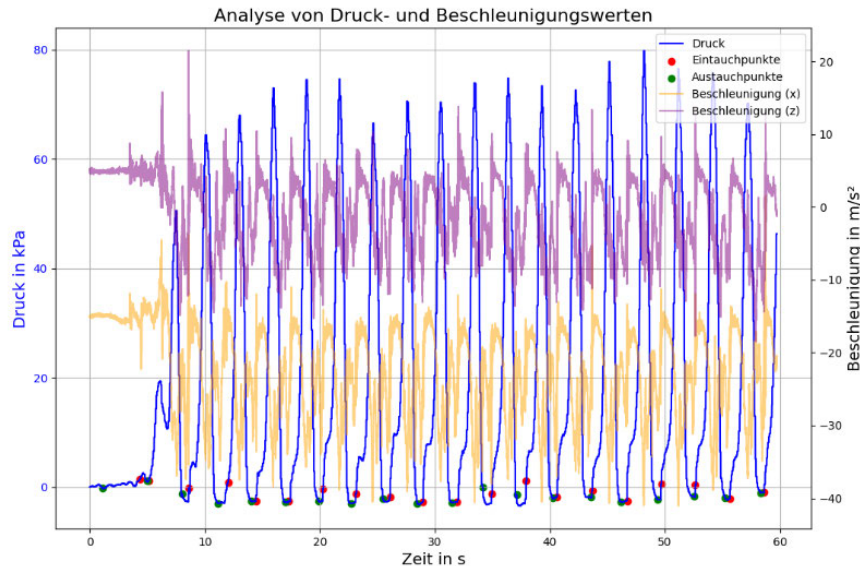


Abbildung 41: R2 - Analyse von Druck- und Beschleunigungswerten

Abbildung 41 zeigt den zeitlichen Verlauf des *relativen Drucks* (blaue Kurve) sowie der *Beschleunigungen* in der *x*- und *z*-Achse (orange bzw. violette Kurve). Die linke *y*-Achse gibt dabei den Druck in kPa an, während die rechte *y*-Achse für die Beschleunigungen (in m/s^2) genutzt wird. Die Beschleunigung auf der *x*-Achse wurde um $-15 m/s^2$ verschoben, um diese besser zu analysieren. Ziel dieser Darstellung ist es, die *Zugsegmente* zu identifizieren, also jene Zeitintervalle, in denen der Arm eines Schwimmers jeweils einen vollständigen Unterwasserzug ausführt.

Vorgehensweise bei der Zugerkennung:

1. **Segmentierung anhand des Drucks:** Im Bereich, in dem sich der Arm über der Wasseroberfläche befindet, herrscht annähernd Atmosphärendruck, d. h. ein *Druckminimum*. Steigt die Kurve des relativen Drucks signifikant an, deutet dies auf das *Eintauchen* ins Wasser hin. Dieses Markieren von Minimal- zu Maximalbereichen ermöglicht eine erste Grobsegmentierung jedes einzelnen Zuges.
2. **Analyse lokaler Extremwerte in den Beschleunigungsdaten:** Um den *Eintauchpunkt* präzise zu bestimmen, werden innerhalb des so erkannten Druckanstiegsbereichs die Beschleunigungen in *x*- und *z*-Richtung auf lokale Extrempunkte untersucht. Das maximale oder charakteristische Beschleunigungsereignis (oft ein deutlicher Peak) entspricht hierbei dem Moment, in dem die Hand die Wasseroberfläche durchbricht und somit den Zug einleitet.

3. **Austrittspunkt** Analog zum Eintauchpunkt lässt sich aus einer Kombination aus fallendem Druck und charakteristischen Beschleunigungsextremwerte der *Austrittspunkt* bestimmen, an dem die Hand die Wasseroberfläche am Ende der Zugphase wieder durchstößt.

Durch diese Kombination aus Druck- und Beschleunigungssignalen lässt sich jeder *Zugzyklus* relativ robust identifizieren, obwohl das System lediglich am Handgelenk befestigt ist. Die Markierung der einzelnen Eintauch- (rote Marker) und Austrittspunkte (grüne Marker) in Abbildung 41 verdeutlicht, dass die so extrahierten Züge zeitlich regelmäßig auftreten. Somit können die jeweiligen Zyklen im Anschluss separat ausgewertet und miteinander verglichen werden.

10.3.2 Leistungsapproximierung auf Basis des Drucksensors

Die energetische Analyse der Schwimmbewegungen ist ein wesentlicher Aspekt zur Bewertung und Optimierung der Leistungsfähigkeit von Schwimmern. Durch die präzise Erfassung der energetischen Anforderungen können Trainer*innen und Athlet*innen gezielte Maßnahmen zur Verbesserung der Effizienz entwickeln. Die Leistungsapproximierung auf Basis des Drucksensors stellt einen innovativen Ansatz dar, um die während des Schwimmens auftretenden Kräfte und deren Auswirkungen auf den Energieverbrauch zu quantifizieren.

In diesem Abschnitt wird die implementierte Methode zur Leistungsapproximierung vorgestellt. Obwohl die Implementierung erfolgreich durchgeführt wurde, konnte eine abschließende Validierung der Ergebnisse aufgrund von Zeitmangel nicht erfolgen. Daher sind die präsentierten Ergebnisse mit Vorbehalt zu betrachten und dienen als Grundlage für zukünftige Untersuchungen.

Die Berechnung der Leistung $p(t)$ erfolgt durch die Multiplikation des Drehmoments $M(t)$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega(t)$. Mathematisch lässt sich dies wie folgt darstellen:

$$p(t) = M(t) \cdot \omega(t). \quad (88)$$

Um eine glattere Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Leistung $p(t)$ zu erreichen, wird die Leistungskurve über ein gleitendes Fenster von 200 ms gemittelt. Anschließend wird das Drehmoment für jedes Segment des Unterarms berechnet, indem die jeweiligen Radien der segmentierten Positionen mit den ermittelten Kräften multipliziert werden:

$$M_i = r_i \cdot F_i. \quad (89)$$

Hierbei stellen r_i die Radien der segmentierten Positionen des Unterarms dar. Die Kraft F_i wird aus der gemessenen Druckdifferenz, ausgedrückt in hPa, auf eine geschätzte effektive Unterarmfläche umgerechnet (vgl. Formel (33)).

Die Leistung $p(t)$ wird für jedes Segment durch die Multiplikation des Drehmoments M_i mit der entsprechenden Winkelgeschwindigkeit ω_i bestimmt. Um Schwankungen in den Messdaten zu reduzieren, wird die resultierende Leistungskurve mittels eines gleitenden Mittelwerts über einen Zeitraum von 200 ms geglättet. Dies führt zu einer kontinuierlicheren und leichter interpretierbaren Darstellung der Leistungsentwicklung über die Zeit. Die durchschnittliche Leistung wird durch Mittelung der gesamten Leistungsserie $p(t)$ berechnet. Diese Kennzahl bietet eine zusammenfassende Aussage über die energetische Leistung des Systems während des Messzeitraums.

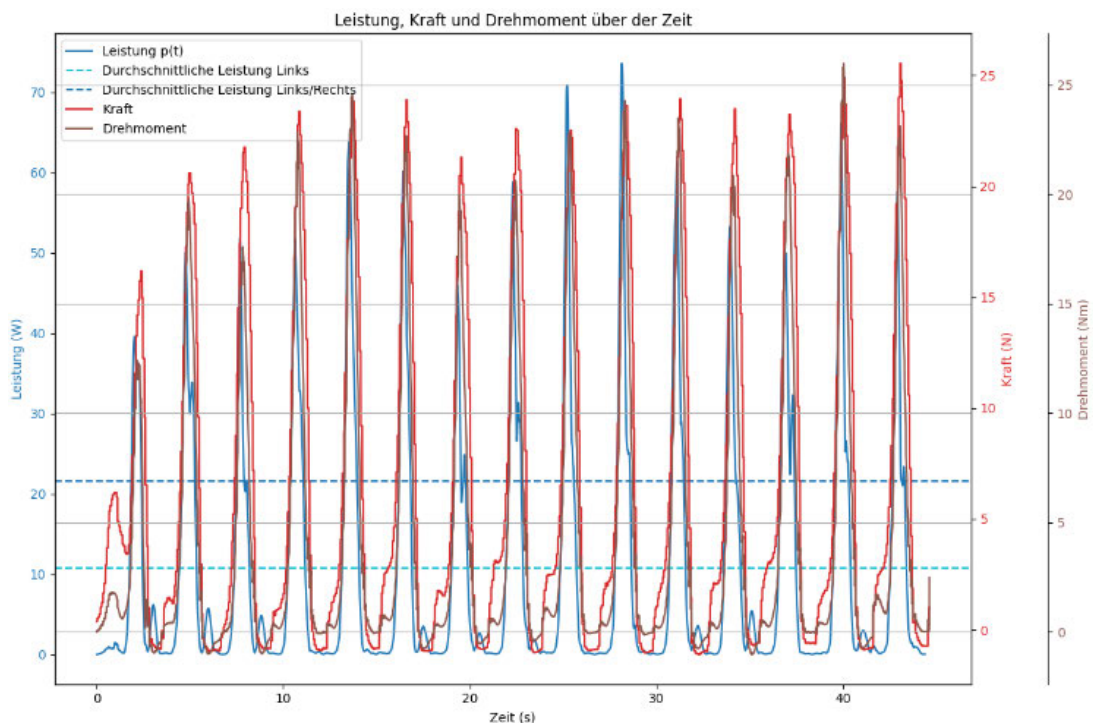


Abbildung 42: R2 - Leistungs-, Drehmoment- und Kraftwerte

Abbildung 42 zeigt die ermittelten Werte für Leistung, Drehmoment und Kraft über die Zeit. Die gemittelte Leistungskurve ermöglicht eine präzisere Analyse der energetischen Anforderungen des Systems.

Die methodische Vorgehensweise zur Leistungsaproximierung auf Basis des Drucksensors ermöglicht eine ungefähre Erfassung und Analyse der energetischen Anforderungen des Schwimmers.

10.3.3 Schwimmzug-Analyse

Im Folgenden wird die Schwimmzug-Analyse aus den beiden vorliegenden Abbildungen (s. Abbildungen 43 und 44) diskutiert und in den wissenschaftlichen Kontext eingeordnet. Dabei ist zu beachten, dass die Sensormessungen durch provisorische Wasserdichtigkeit und nicht vollständig senkrechte Orientierung des Sensors in der Hand beeinflusst sein können. Diese Faktoren können zu Abweichungen in den Trajektorien

führen und sollten bei der Interpretation mitberücksichtigt werden.

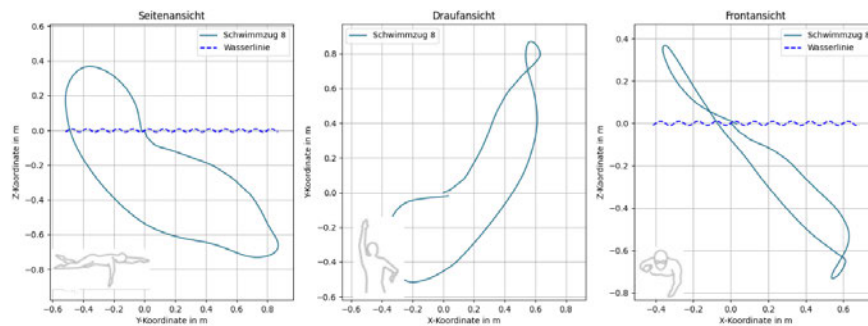


Abbildung 43: R2 - Exemplarischer Schwimmzug der rechten Hand (diese Arbeit)

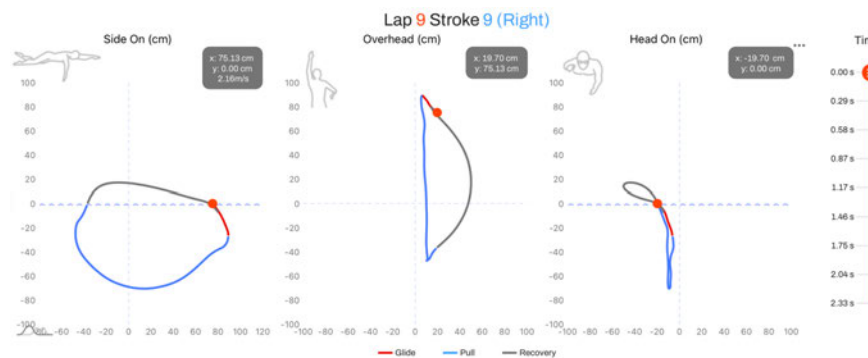


Abbildung 44: R2 - Exemplarischer Schwimmzug der rechten Hand (SwimBetter)

Die erste Abbildung 43 zeigt einen exemplarischen Freistil-Zug der rechten Hand aus drei Perspektiven (Seiten-, Drauf- und Frontalansicht). Die Messdaten stammen vom entwickelten Sensorsystem und dem in dieser Arbeit vorgestellten Motion-Tracking-Algorithmus.

Seitenansicht (Links): Die Hand durchbricht zunächst die Wasseroberfläche (oberhalb der horizontalen Nulllinie) und bewegt sich in einer kurzen *Gleitphase* nach vorne. Anschließend folgt die eigentliche *Zugphase*, in der sie eine deutliche Bogenbewegung nach unten und hinten vollzieht. Zum Ende dieser Phase tritt die Hand in Hüfthöhe oder leicht dahinter wieder an die Wasseroberfläche.

Draufsicht (Mitte): Die typische bogenförmige Zugbahn ist erkennbar. Nach dem Eintauchen bewegt sich die Hand zunächst geradeaus und dann entlang des Körpers nach unten und hinten. Die *Rückholphase* (grau) zeigt einen weiten Bogen nach außen, bevor die Hand wieder nach vorne zurückkehrt.

Frontansicht (Rechts): Hier wird die Tiefe der Handführung unter dem Körper sichtbar. Ein leichter Schrägzug ist üblich, solange die Körpermittellinie nicht übermäßig gekreuzt wird. Die Rückholphase findet vergleichsweise weit außen statt, möglicherwei-

se zur Entlastung der Schulter oder als individuelle Technik.

Die zweite Abbildung 44 zeigt einen weiteren Freistil-Zug mit einem anderen Sensor-Setup *SwimBetter* und einer anderen Versuchsperson. Die Schwimmbewegung ist in *Gleitphase* (rot), *Zugphase* (blau) und *Rückholphase* (grau) unterteilt.

Seitenansicht (Links): Der Zugpunkt liegt hier tiefer ($-0,6\text{ m}$). Die Hand taucht weiter vorne ein, was auf eine verlängerte Gleit- bzw. Streckphase hinweist.

Draufsicht (Mitte): Die geschwungene Zugkurve verläuft zunächst seitlich und weicht dann unter dem Körper nach hinten aus. Ein ausgeprägter *Loop* am hinteren Ende könnte auf eine längere Gleitphase hindeuten.

Frontansicht (Rechts): Der Armzug zeigt eine leichte seitliche Abweichung, während die Überwasserphase geradlinig in die Ausgangsposition zurückführt.

Vergleich der Abbildungen 43 und 44:

Um die Vergleichbarkeit der Messungen zu fördern, wurden die Plots und Achsen in den Abbildungen identisch ausgerichtet. Die Zugbahn im zweiten Datensatz unterscheidet sich in einigen Details von der in Abbildung 43:

- **Eintauchpunkt:** Deutlich weiter vorne und stärker gestreckt.
- **Überwasserphase:** Die Handführung über Wasser wirkt tendenziell gerader als bei der ersten Messung.
- **Zugphase unter dem Körper:** Ein tieferes Durchziehen und potentiell weniger seitliche Ausweichbewegung.

Da die Messungen jedoch von unterschiedlichen Sensoren und Schwimmern stammen, sind direkte Aussagen zur Überlegenheit einer Technik nur eingeschränkt möglich.

Aus den Plots in Abbildung 43 können einige potenzielle Schwimmfehler abgeleitet werden, welche durch eine visuelle Kontrolle der Schwimmtechnik der Versuchsperson bekannt sind:

- **Armzugüberkreuzen:** In der Frontansicht (Abbildung 43, rechts) ist erkennbar, dass die Hand in der Zugphase unter dem Körper relativ weit über die Körpermitte geführt wird. Ein solches Überkreuzen kann zu Instabilität in der Wasserlage führen und die Effizienz des Zuges verringern.
- **Zu frühes Eintauchen der Hand:** In der Seitenansicht (Abbildung 43, links) wird deutlich, dass die Hand relativ früh nach dem Austritt wieder ins Wasser eintaucht. Dadurch wird die mögliche Gleitphase verkürzt, was den Vortrieb negativ beeinflussen kann.

10.3.4 Varianzanalyse

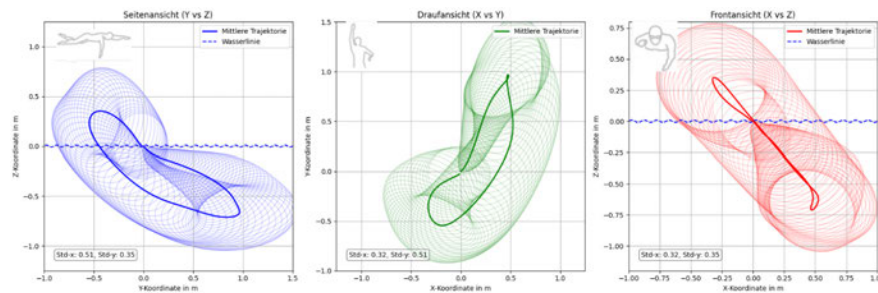


Abbildung 45: R2 - Gemittelte Armzugbahn mit Kovarianzellipsen

In Abbildung 45 ist die gemittelte Armzugbahn des Kraularmzugs in allen drei Hauptebenen (Seiten-, Drauf- und Frontansicht) zu erkennen. Um die Streuung der Daten zu verdeutlichen, wurden für jeden zehnten Messpunkt Kovarianzellipsen eingetragen. Diese Ellipsen veranschaulichen, wie stark die einzelnen Trajektorien zum jeweiligen Zeitpunkt um ihre mittlere Position schwanken. Die Standardabweichung kann somit an der äußeren Hüllkurve abgelesen werden. Eine geringe Standardabweichung spricht für einen sehr konsistenten und damit tendenziell effizienteren Bewegungsablauf [36].

Aus den Standardabweichungen von $\sigma_x = 0,32$, $\sigma_y = 0,51$ und $\sigma_z = 0,35$ lässt sich ablesen, dass die größte Streuung in der seitlichen Richtung (y) auftritt. Dies weist darauf hin, dass die Ausführung des Armzugs im Querschnitt (Draufsicht) unter den Probanden bzw. über mehrere Zyklen hinweg stärkeren Schwankungen unterliegt als in Vorwärtsrichtung (x) oder in der Vertikalen (z). Im Hinblick auf die Schwimmtechnik könnte dies bedeuten, dass das Eintauchen der Hand in das Wasser sowie das laterale Führen des Arms stärker variiert. Ein solch höherer lateraler Variationsgrad kann entweder auf eine unsichere Technik zurückzuführen sein oder darauf, dass die Sportler*innen den Armzug gezielt an ihre jeweilige Wasserlage anpassen.

Aus energetischer Sicht kann eine erhöhte Streuung in y-Richtung auf unnötigen Mehraufwand hindeuten. Um den Vortrieb zu maximieren und Seitenabweichungen zu minimieren, könnte daher ein Techniktraining sinnvoll sein, das vor allem die Stabilität der lateralen Armführung verbessert. In x- und z-Richtung hingegen sind die Schwankungen etwas geringer, was auf eine vergleichsweise einheitliche Vorwärts- und Tiefenführung des Arms schließen lässt. Diese konstante Armpositionierung ist in der Regel vorteilhaft für einen gleichmäßigen Vortrieb und eine stabile Wasserlage.

10.4 Analyse der Metriken

Aus den mit Hilfe der Zugdetektion gewonnenen Daten lassen sich verschiedene *Metriken* ableiten, die Hinweise auf die Schwimmleistung und Technik des Athleten geben. In den analysierten Testdaten wurden die folgenden Werte ermittelt:

- Anzahl der Züge pro Minute: 22,14 Züge/min,
- Anzahl der Züge pro Bahn: 19 Züge/Bahn,
- Durchschnittliche Bahnzeit bzw. Geschwindigkeit pro Bahn: 1:56 min pro Bahn,
- Wendenzeit: 7,34 s,
- Durchschnittliche Zugzeit: 2,97 s,
- Standardabweichung der Zugzeit: 0,24 s.

Die Anzahl der Züge pro Minute sowie die Züge pro Bahn lassen Rückschlüsse auf den individuellen Schwimmstil und die Effizienz jedes einzelnen Zuges zu. Eine geringe Zugzahl pro Bahn bei gleichbleibender oder höherer Geschwindigkeit kann beispielsweise auf einen längeren und effektiveren Armzug hindeuten. Umgekehrt kann eine erhöhte Zugfrequenz effizient sein, wenn sie mit einem stabilen Wasserlageerhalt und nur geringem Mehraufwand verbunden ist. Die Geschwindigkeit pro Bahn erlaubt eine grobe Leistungsbeurteilung, während die Wendenzeit auf die Effektivität des Abstoßens und Wendemanövers hinweist. Ebenso kann die durchschnittliche Zugzeit in Kombination mit ihrer Standardabweichung dazu dienen, die Konstanz in der Ausführung der Armzüge zu untersuchen. Eine geringe Standardabweichung deutet auf eine homogene Schwimmbewegung hin, während größere Streuungen mögliche Fehler oder Unregelmäßigkeiten anzeigen.

Diese Metriken basieren primär auf der Zugdetektion und der Unterscheidung zwischen Zügen und dem Fehlen eines Zugs (z. B. beim Abstoßen oder Wenden). Dabei wird angenommen, dass die Algorithmen zur Eintauch- und Austrittspunkterkennung robust arbeiten. Jedoch können in der Praxis folgende Limitierungen auftreten: Fehlklassifikation von Bewegungen, z. B. durch kurze Unterbrechungen oder atypische Armbewegungen, veränderte oder ungenaue Positionierung des Sensors, und Abhängigkeiten vom Schwimmstil, da andere Stilvarianten (z. B. Rücken, Brust) abweichende Bewegungsmuster und Frequenzen aufweisen.

Die berechneten Metriken müssen in weiterführenden experimentellen Studien und Praxistests validiert werden. Dabei sollte insbesondere die Robustheit der Algorithmen gegen individuelle Unterschiede in Körperbau und Technik sowie variierende Schwimmbedingungen (z. B. Wasserströmung, Temperatur) untersucht werden. Zudem ist eine Optimierung der Segmentierungsparameter (z. B. Schwellwerte für Druck und Beschleunigung) denkbar, um die Erkennung von Zügen und Wenden zu verbessern. Diese Optimierung kann systematisch über eine parametrische Studienreihe erfolgen.

11 Diskussion

In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit zusammengefasst, kritisch reflektiert und ein Ausblick auf zukünftige Forschungs- und Entwicklungsmöglichkeiten gegeben.

11.1 Zusammenfassung der Hauptergebnisse

Diese Arbeit beschreibt die Entwicklung eines tragbaren und kostengünstigen Motion-Tracking-Systems zur Analyse der Schwimmtechnik. Ein speziell entworfenes Sensormodul erfasst Gyroskop-, Beschleunigungs-, Magnetfeld- und Druckdaten, um präzise Bewegungsanalysen zu ermöglichen.

Ein zentrales Element dieser Arbeit ist die Anpassung eines nichtlinearen Komplementärfilters nach R. Mahony zur Orientierungsschätzung. Durch die Optimierung der Reglerparameter k_P und k_I sowie die Implementierung eines *Zentripetalmodells* zur Berechnung und Kompensation der Zentripetalbeschleunigung konnte die Genauigkeit der Positionsbestimmung, insbesondere bei Kreisbewegungen und schnellen Richtungswechseln der Hand, erheblich verbessert werden.

Zusätzlich wurde eine *akausale Schätzung* entwickelt, die Vorwärts- und Rückwärtsorientierung kombiniert. Diese Methode erhöht die Filterstabilität und reduziert systematische Fehler, die durch die Einregelprozesse entstehen. Dadurch konnte die Rekonstruktion der Armzugbahn verbessert und Bewegungsmetriken wie Zugfrequenz präziser erfasst werden.

Die Validierung des Systems erfolgte sowohl mit synthetischen als auch mit realen Schwimmdaten. Dabei zeigte sich, dass die Kombination aus optimierter Sensorfusion und Zentripetalkompensation eine robuste Positionsbestimmung ermöglicht. Zudem konnte durch die Fusion von Drucksensor- und Beschleunigungsdaten eine zuverlässige Erkennung von Armzügen und Wendepunkten realisiert werden. Diese Wendepunkte dienten als Basis zur Berechnung der Schwimmgeschwindigkeit und ermöglichen eine objektive Leistungsanalyse.

11.2 Interpretation der Ergebnisse

Die Ergebnisse zeigen, dass das entwickelte Motion-Tracking-System eine zuverlässige Analyse der Schwimmtechnik ermöglicht. Besonders durch die Optimierung des Schätzalgorithmus. Dies wurde durch quantitative Analysen bestätigt, in denen der Drift in der x- und z-Achse um bis zu 70,7 % bzw. 92,9 % reduziert wurde.

Die präzise Erkennung der Wendepunkte ermöglichte eine genaue Bestimmung der Schwimmgeschwindigkeit. Dies erlaubt nicht nur die Erfassung einzelner Bewegungs-

parameter, sondern auch eine detaillierte Analyse der Schwimmtechnik und -effizienz. Langfristig könnte diese Technologie als Basis für ein automatisiertes Trainingsfeedbacksystem dienen.

Im Vergleich zum aktuellen Forschungsstand hebt sich dieses System durch die Kombination aus *akausaler Schätzung* und *Zentripetalkompensation* hervor. Während herkömmliche Systeme oft markerbasierte oder ausschließlich kausale Verfahren nutzen, bietet dieser Ansatz eine höhere Robustheit und Genauigkeit.

Moderne, markerlose Motion-Tracking-Systeme setzen zunehmend auf neuronale Netze zur Erfassung von Körperbewegungen. Diese Methoden sind jedoch im Wasserumfeld oft eingeschränkt, da optische Systeme durch Reflexionen und Lichtbrechung stark beeinflusst werden. Kommerzielle Systeme wie das *eoSwimBETTER*, das auf der Messung von Handkraftkomponenten basiert, ermöglichen zwar eine präzise Analyse der Schwimmtechnik, sind jedoch mit einem Preis von über 699 € für viele Sportler*innen nicht zugänglich [24]. Das hier entwickelte System stellt somit eine kostengünstige Alternative dar, die eine präzise Schwimmtechnik-Analyse ohne aufwendige Kamera- oder Markertechnologie ermöglicht.

11.3 Methodische Limitationen

Trotz der erfolgreichen Implementierung und präzisen Erfassung von Bewegungsdaten im Rahmen der Schwimmtechnik-Analyse zeigt das entwickelte Motion-Tracking-System einige methodische Grenzen auf, die sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Diese Limitationen betreffen vor allem die begrenzten Möglichkeiten zur Validierung der Ergebnisse.

11.3.1 Validierung der Leistungsapproximierung

Ein wesentliches Problem betrifft die Validierung der Leistungsapproximation, da diese auf theoretischen Annahmen basiert, deren Genauigkeit nicht umfassend überprüft wurde. Eine experimentelle Validierung ist erforderlich, um sicherzustellen, dass die berechneten Leistungswerte mit realen Bedingungen übereinstimmen. Eine bewährte Methode hierfür ist das **tethered swimming**, bei dem eine Versuchsperson an einem Seil mit integrierter Zugkraftmessung befestigt wird. Während des Schwimmens wird die tatsächlich aufgebrachte Kraft kontinuierlich erfasst, sodass ein direkter Vergleich mit den aus den Sensordaten berechneten Leistungswerten möglich ist [12]. Die Versuchsperson trägt dabei das entwickelte Motion-Tracking-System, das Beschleunigung, Drehraten, Magnetfelder und Wasserdruck erfasst, während der Kraftsensor die Spannung im Seil misst, die proportional zur aufgebrachten Zugkraft ist. Zusätzlich wurde die Zuverlässigkeit von tethered-swimming-Tests bei Nachwuchsschwimmern untersucht, wobei sich zeigte, dass diese Methode eine hohe Test-Retest-Reliabilität aufweist [34]. Dies unterstreicht die Bedeutung standardisierter Testprotokolle zur Sicherstellung der Ver-

gleichbarkeit und Validität der Messergebnisse.

Das System *SwimOne* wurde beispielsweise entwickelt, um die vom Schwimmer erzeugte propulsive Kraft zu messen und die momentane Leistung zu approximieren [15]. Diese Technologie hat sich als zuverlässiges Instrument zur Erfassung der Schwimmleistung erwiesen, erfordert jedoch eine genaue Kalibrierung und eine Berücksichtigung hydrodynamischer Effekte, die die Sensormessungen beeinflussen können.

11.3.2 Validierung der Ergebnisse

Ein weiteres wesentliches Problem betrifft die Validierung der Ergebnisse unter realen Bedingungen. Die Trajektorien der Armzüge konnten beim Schwimmen nur mit denen einer anderen Versuchsperson unter Verwendung eines alternativen Sensorsystems verglichen werden, was die Vollständigkeit der Überprüfung einschränkte. Eine präzisere Validierung erfordert entweder eine ideale Referenzbewegungsbahn oder ein unabhängiges, hochgenaues Tracking-System. Da eine direkte Erfassung der tatsächlichen Armbewegung im Wasser mit optischen Systemen aufgrund der Lichtbrechung und Wasserverwirbelungen herausfordernd ist, wurde bisher auf alternative Methoden zurückgegriffen. Dies reduziert jedoch die Aussagekraft der Ergebnisse, da nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden kann, ob die berechnete Trajektorie den tatsächlichen Bewegungsabläufen vollständig entspricht.

Zudem basiert die derzeitige Validierung nur auf indirekten Vergleichen, ohne eine absolut verlässliche Referenz. Eine hochgenaue externe Messmethode, beispielsweise ein kombiniertes System aus Marker-basiertem Tracking und INS, könnte hier Abhilfe schaffen. Eine andere Möglichkeit wäre die Validierung mittels biomechanischer Modelle, die durch Strömungssimulationen ergänzt werden, um realistischere Vergleichswerte zu erhalten. Solche Ansätze würden die Fehlerquellen besser quantifizieren und eine genauere Bewertung der Systemperformance ermöglichen.

Darüber hinaus könnte die fehlende Echtzeitvalidierung eine weitere Fehlerquelle darstellen. Aktuell werden die Sensordaten nachträglich verarbeitet, sodass Fehlerquellen wie Drift oder fehlerhafte Sensorkalibrierung erst im Nachhinein sichtbar werden. Eine Echtzeit-Rückkopplung mit direkter Korrekturmöglichkeit könnte dazu beitragen, Abweichungen frühzeitig zu erkennen und die Datenqualität zu verbessern.

11.3.3 Benutzerabhängige Fehler der Kalibrierung

Die Benutzerfreundlichkeit des Systems stellt eine wesentliche methodische Herausforderung dar. Die derzeitige Abhängigkeit von präzisen manuellen Kalibrierungen erschwert die Handhabung und den breiten Einsatz des Systems. Um eine zuverlässige Bewegungserfassung zu gewährleisten, müssen die Sensoren vor jeder Messung sorgfältig kalibriert werden. Dieser Vorgang ist sowohl zeitaufwendig als auch fehleranfällig.

Bereits kleine Abweichungen in der Kalibrierung können systematische Fehler in der Orientierungsschätzung verursachen und die Analyse der Schwimmtechnik erheblich verfälschen. Die aktuelle Offset-Bestimmung erfolgt durch Identifikation der Achse mit dem größten Absolutwert der Beschleunigungsdaten als dominante Achse. Diese Methode setzt eine präzise Ausrichtung im Weltkoordinatensystem voraus und ist anfällig für Fehlkalibrierungen. Besonders für Trainer*innen und Sportler*innen ohne tiefgehendes technisches Wissen stellt dieser Schritt eine potenzielle Hürde dar.

Eine Möglichkeit zur Verbesserung wäre die Implementierung eines *adaptiven Kalibrierungsalgorithmus*, der Sensordaten während der Messung kontinuierlich überwacht und driftende Offsets automatisch anpasst. Ähnliche Methoden wurden bereits in der automatisierten Sensorfusion zur Reduzierung von Kalibrierfehlern untersucht und könnten in zukünftigen Arbeiten auf das entwickelte System übertragen werden. Beispielsweise entwickelten Schneider (2019) einen selbstkalibrierenden Algorithmus für visuelle und inertielle Sensoren, der die Eigenbewegung des Systems nutzt, um Kalibrierparameter in Echtzeit anzupassen [39].

Ein weiterer methodischer Aspekt betrifft die Optimierung der Benutzerführung. Eine intelligente, interaktive Kalibrierungsanleitung mit visuellen oder akustischen Rückmeldungen könnte sicherstellen, dass die Sensoren korrekt positioniert sind. Eine Echtzeit-Datenvisualisierung während der Kalibrierung würde zudem ermöglichen, fehlerhafte Einstellungen sofort zu erkennen und zu korrigieren [50].

11.3.4 Abhängigkeit von der Sensorplatzierung

Die Positionierung des Sensors beeinflusst maßgeblich die Genauigkeit der Bewegungsanalyse, insbesondere die gemessenen Winkelgeschwindigkeiten und Beschleunigungen. Eine inkorrekte oder instabile Platzierung kann systematische Orientierungsfehler verursachen, da sich der Sensor während der Bewegung verschieben kann und Sensordaten relativ zur Handachse interpretiert werden müssen. Besonders bei hohen Drehgeschwindigkeiten oder schnellen Richtungswechseln wirken sich selbst geringe Abweichungen auf die Trajektorie aus. Zudem kann eine ungünstige Fixierung die Signalqualität beeinträchtigen und Bewegungsartefakte begünstigen.

Bisherige Studien zur IMU-basierten Bewegungserfassung im Schwimmen zeigen, dass die Sensorplatzierung einen kritischen Einfluss auf die Datenqualität hat [38]. Während Sensoren in der Lauf- oder Radanalyse an festen anatomischen Referenzpunkten montiert werden, variiert die Handbewegung im Schwimmzyklus stark, was die Bestimmung eines optimalen Sensorpunkts erschwert. Eine inkonsistente Befestigung kann systematische Orientierungsfehler hervorrufen, indem sie Mikrorutschungen verursacht, die sich als Messartefakte manifestieren [3].

Zur Reduzierung dieser Fehler könnte eine *adaptive Sensorkorrektur* integriert werden, die auf einem Referenzpunktmodell basiert. Ein Ansatz wäre die Nutzung redundanter Sensoren an verschiedenen Punkten der Hand, um durch Sensordatenfusion eine robustere Schätzung der Handbewegung zu ermöglichen. Zusätzlich könnten Fehlaufrichtungen automatisch erkannt und korrigiert werden [26]. Alternativ könnte ein Kalibrierungsverfahren durch definierte Bewegungstests typische Bewegungsmuster erfassen und die Sensorausrichtung automatisch anpassen.

Eine ergonomische, standardisierte Befestigung ist essenziell, um Bewegungsartefakte und Orientierungsfehler zu minimieren. In der Forschung wurden bereits verschiedene Methoden zur Sensormontage untersucht, darunter magnetische Fixierungen oder individuell angepasste Gehäuse für unterschiedliche Handgrößen [8].

11.4 Technische Limitationen

Neben den methodischen Einschränkungen gibt es auch technologische Herausforderungen, die die Benutzerfreundlichkeit des Systems beeinträchtigen. Besonders problematisch sind die *Driftproblematik* und *Diskretisierungsfehler*, die wesentliche Herausforderungen für die weitere Optimierung des Systems darstellen.

11.4.1 Drift und Diskretisierungsfehler

Ein zentrales Problem inertialer Navigationssysteme ist die Akkumulation von Fehlern durch die doppelte Integration der Beschleunigungsdaten zur Positionsbestimmung. Diese Positionsdrift entsteht durch Sensorrauschen, systematische Fehler und nichtlineare Einflüsse, die im Laufe der Zeit zu signifikanten Abweichungen führen. Trotz der Fusion von Gyroskop-, Beschleunigungs- und Magnetfeldsensordaten konnte die Drift nicht vollständig eliminiert werden. Besonders bei längeren Messzyklen oder schnellen Bewegungsänderungen tritt ein merklicher Drift in den Positionsdaten auf, verstärkt durch die Diskretisierung der Sensordaten bei den verwendeten Abtastraten.

Die *Diskretisierungsfehler* durch die gewählte Abtastrate stellen eine weitere Limitation dar. Die Wahl der Abtastrate beeinflusst die Genauigkeit der erfassten Sensordaten maßgeblich. Niedrige Abtastraten können wichtige Details der Bewegung übersehen, während zu hohe Abtastraten das Rauschen verstärken und die Rechenkapazität des Systems überlasten [53]. Eine Erhöhung der Abtastrate könnte diese Fehler reduzieren, wurde jedoch aufgrund von Hardwarebeschränkungen nicht realisiert. Der Einsatz eines leistungsfähigeren Mikrocontrollers mit höheren Taktraten oder mehreren Kernen könnte hier Abhilfe schaffen und gleichzeitig die Echtzeitfähigkeit des Systems erhöhen.

Zudem sind die eingesetzten *Filtertechniken* zur Driftminimierung noch nicht optimal abgestimmt. Fortgeschrittene Methoden wie adaptive Kalman-Filter oder nichtlineare Rauch-Tung-Striebel-Smoother könnten die Genauigkeit der Bewegungsanalysen weiter

verbessern [11]. Die Feinabstimmung dieser Filterparameter ist entscheidend, um eine optimale Balance zwischen Rauschunterdrückung und Signaltreue zu erreichen.

11.4.2 Zentripetalkompensation

Die implementierte Zentripetalkompensation basiert auf einem vereinfachten Kreismodell mit einem festen Radius. Reale Schwimmbewegungen weisen jedoch variable Krümmungsradien auf, was insbesondere bei schnellen oder abrupten Änderungen der Bewegungsrichtung zu Ungenauigkeiten führt. Die Annahme eines konstanten Rotationszentrums ist für idealisierte Kreisbewegungen praktikabel, führt jedoch in realen Schwimmszenarien zu Fehlern, da die tatsächlichen Krümmungsradien durch hydrodynamische Einflüsse, individuelle Technikvariationen und Wasserströmungen variieren.

Eine potenzielle Verbesserung könnte durch die *adaptive Bestimmung des Krümmungsradius* erfolgen, bei der der Radius dynamisch anhand der Sensordaten berechnet wird. Eine Möglichkeit wäre die Analyse der Trajektorie der Handbewegung über mehrere aufeinanderfolgende Messpunkte, um eine kontinuierliche Berechnung der lokalen Krümmung vorzunehmen. Dies könnte systematische Fehler in der Schätzung der Zentripetalkraft reduzieren.

Ein alternativer Ansatz wäre der *Einsatz datengetriebener Methoden wie maschinelles Lernen*, um Bewegungsmuster zu erkennen und den Krümmungsradius adaptiv anzupassen. Diese Methodik kann für die adaptive Zentripetalkompensation verwendet werden, um die Berechnung der Krümmung in Echtzeit zu optimieren.

Neben der technischen Umsetzung ist eine *empirische Validierung* essenziell. Vergleichsmessungen mit hochgenauen Tracking-Systemen oder biomechanischen Modellen können helfen, die tatsächliche Genauigkeit der adaptiven Zentripetalkompensation zu quantifizieren. Gezielte Experimente sind erforderlich, um den Einfluss variabler Krümmungen auf die Positionsbestimmung und die resultierende Fehlerentwicklung systematisch zu analysieren .

11.4.3 Automatisierung und Echtzeitfähigkeit

Derzeit erfolgt die vollständige Verarbeitung der Sensordaten erst in der Nachbearbeitung, was unmittelbares Feedback während des Trainings verhindert. Diese Verzögerung ist primär auf die begrenzten Rechenkapazitäten des verwendeten Mikrocontrollers und der akausalen Orientierungsschätzung zurückzuführen.

Eine mögliche Lösung wäre die Integration eines leistungstärkeren Prozessors oder die Nutzung eines *Edge-Computing-Ansatzes*, bei dem Vorverarbeitungsschritte direkt auf dem Sensor durchgeführt werden und nur relevante Daten an ein mobiles Endgerät übertragen werden. Ähnliche Methoden werden bereits erfolgreich in der mobilen Ge-

sundheitsüberwachung eingesetzt [17], sodass sie auch in zukünftigen Entwicklungen des Motion-Tracking-Systems Anwendung finden könnten.

Darüber hinaus könnte eine Weiterentwicklung des Systems um eine *kabellose Datenübertragung* (z. B. über Bluetooth Low Energy) den Bedienkomfort erhöhen. Dies wäre insbesondere für Trainer*innen im Schwimmtraining vorteilhaft, da Bewegungsdaten ohne manuelle Zwischenschritte erfasst und direkt analysiert werden könnten.

11.5 Fazit

Das in dieser Arbeit entwickelte Motion-Tracking-System stellt eine kostengünstige und tragbare Lösung zur Analyse der Schwimmtechnik dar. Durch die Kombination aus sensorbasierter Datenerfassung und einer optimierten Sensorfusionsmethode konnte eine präzisere Rekonstruktion der Handbewegung erzielt werden. Insbesondere die Implementierung eines nichtlinearen Komplementärfilters nach R. Mahony in Verbindung mit einem Zentripetalmodell zur Kompensation der Zentripetalkraft hat zu einer signifikanten Reduktion der Positionsdrift geführt. Darüber hinaus wurde ein akausaler Schätzansatz entwickelt, der durch die Kombination von Vorwärts- und Rückwärtsorientierung eine stabilere Trajektorienrekonstruktion ermöglicht.

Trotz dieser Erfolge bestehen methodische und technische Limitationen, die die Aussagekraft der Ergebnisse beeinflussen. Die Positionsdrift konnte zwar durch die Zentripetalkompensation reduziert, aber nicht vollständig eliminiert werden. Zudem sind Diskretisierungsfehler aufgrund der gewählten Abtastrate weiterhin eine Fehlerquelle, die sich auf die Genauigkeit der Positionsbestimmung auswirkt. Eine begrenzte Validierung stellt eine weitere Herausforderung dar, da für die Überprüfung der Messgenauigkeit keine direkte externe Referenz genutzt wurde. Der Vergleich mit anderen Sensorsystemen liefert zwar wertvolle Erkenntnisse, ersetzt aber keine hochpräzisen Referenzmessungen wie Marker-basierte Tracking-Verfahren oder biomechanische Modelle. Darüber hinaus wurde festgestellt, dass die Sensorplatzierung erheblichen Einfluss auf die Qualität der Messdaten hat, da eine fehlerhafte Fixierung systematische Fehler in der Orientierungsschätzung verursachen kann.

Um diese Einschränkungen zu adressieren, sollten zukünftige Arbeiten verschiedene Optimierungsmaßnahmen in Betracht ziehen. Eine Erhöhung der Abtastrate oder der Einsatz eines leistungsfähigeren Mikrocontrollers könnte die Datenqualität verbessern und Echtzeit-Feedback ermöglichen. Die Integration eines Edge-Computing-Ansatzes oder eines adaptiven Kalibrierungsverfahrens könnte dazu beitragen, Sensordrift und systematische Kalibrierungsfehler zu reduzieren. Zusätzlich wäre eine Validierung mittels Tethered-Swimming-Experimenten oder einer Kombination aus Inertial- und Drucksensoren sinnvoll, um die Messgenauigkeit weiter zu überprüfen. Schließlich könnte der Einsatz von KI-gestützten Datenverarbeitungsmethoden die Präzision der Bewegungs-

erfassung und die automatische Erkennung von Schwimmtechniken weiter optimieren.

Insgesamt zeigt diese Arbeit, dass das entwickelte Motion-Tracking-System eine vielversprechende Alternative zu bestehenden Schwimm-Analysertools darstellt. Es liefert nicht nur detaillierte Informationen zur Bewegungsdynamik der Hand, sondern ermöglicht durch seine tragbare Bauweise eine flexible und praxistaugliche Anwendung. Die vorgeschlagenen Verbesserungen könnten dazu beitragen, das System weiter zu verfeinern und eine noch genauere, effizientere und robustere Schwimmtechnik-Analyse zu ermöglichen. Damit leistet diese Forschung einen wertvollen Beitrag zur Weiterentwicklung innovativer Motion-Tracking-Systeme im Wassersport.

11.6 Ausblick auf zukünftige Forschungen und Entwicklungen

Der entwickelte Motion-Tracking-Ansatz bietet ein solides Fundament für weiterführende Forschungen und Anwendungen. Zukünftige Arbeiten könnten sich auf die Integration künstlicher Intelligenz zur automatischen Analyse und Charakterisierung von Schwimmbewegungen konzentrieren. Eine Erweiterung des Systems auf andere Sportarten, sowohl wasserbasierte als auch landbasierte, würde die Vielseitigkeit und Anwendbarkeit erheblich erhöhen. Der Einsatz von maschinellen Lernverfahren zur Mustererkennung und Fehlerkategorisierung könnte die Präzision der Bewegungsanalysen weiter verbessern und personalisierte Trainingspläne ermöglichen.

Langfristige Studien in realen Trainingsumgebungen sind erforderlich, um die praktische Anwendbarkeit und den Nutzen des Systems zu evaluieren. Die Entwicklung adaptiver Systeme mit Echtzeit-Feedback-Funktionen könnte Trainer*innen und Athlet*innen sofortige Rückmeldungen zur Technik ermöglichen, was die Effektivität des Trainings zusätzlich steigern würde.

Die Erweiterung der Sensorik und die Verbesserung der Datenfusion durch fortschrittliche Algorithmen würden die Datenintegrität und -genauigkeit weiter erhöhen. Zudem sind vergleichende Studien mit etablierten Tracking-Systemen notwendig, um die Validität und Zuverlässigkeit des entwickelten Systems zu gewährleisten. Schließlich könnte die Integration biomechanischer und physiologischer Daten, wie Herzfrequenz, eine umfassendere Analyse der Schwimmleistung ermöglichen und tiefere Einblicke in die Wechselwirkungen zwischen Technik und körperlicher Belastung bieten.

Diese zukünftigen Forschungsansätze könnten nicht nur die technische Leistungsfähigkeit des Motion-Tracking-Systems weiter steigern, sondern auch dessen Anwendungsspektrum erweitern und die Akzeptanz im sportlichen Umfeld nachhaltig erhöhen.

Literatur

- [1] B. Barshan und H.F. Durrant-Whyte. “Inertial Navigation Systems for Mobile Robots”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 11.3 (Juni 1995), S. 328–342. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.388775. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/388775/> (besucht am 21.10.2024).
- [2] Leo Barshan. *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Springer, 1995.
- [3] Carl Bittendorf u. a. “Development of an IMU-based motion capture system for swimming: A study protocol”. In: *Current Issues in Sport Science (CISS)* 9.4 (Sep. 2024), S. 015. DOI: 10.36950/2024.4ciss015. URL: <https://ciss-journal.org/article/view/11532>.
- [4] Richard L. Burden und J. Douglas Faires. *Numerical Analysis*. 10th Edition. Brooks/Cole, Cengage Learning, 2015. ISBN: 9781305253667.
- [5] J. P. Clarys. *Human morphology and hydrodynamics*. Hrsg. von J. Terauds und E. W. Bedingfield. Baltimore: University Park Press, 1979, S. 3–41.
- [6] John Dawson u. a. “Extended Kalman Filter Applications in Motion Tracking”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 11.3 (1995), S. 345–350. DOI: 10.1109/70.433776.
- [7] National Centers for Environmental Information (NCEI). *World Magnetic Model (WMM) 2020*. Zugriff am 23. Januar 2025. 2020. URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/>.
- [8] eoLab. *IMU Assessment on eo SwimBETTER – Pilot Study*. Accessed: 2025-01-24. Apr. 2024. URL: https://www.eolab.com/content/files/2024/04/15/IMU_Assessment_on_eo_SwimBETTER_-_Pilot.pdf.
- [9] *Festlegung von Koordinatensystemen*. Zugriff am 22. Januar 2025. URL: https://misc.gis.tu-berlin.de/igg/htdocs-kw/fileadmin/Daten_MCA/EM1/koordisys.pdf.
- [10] Alessandro Filipposchi u. a. “Survey of Motion Tracking Methods Based on Inertial Sensors: A Focus on Upper Limb Human Motion”. In: *Sensors* 17.6 (1. Juni 2017), S. 1257. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s17061257. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/17/6/1257> (besucht am 21.10.2024).
- [11] E. Foxlin. “Inertial Head-Tracker Sensor Fusion by a Complementary Separate-Bias Kalman Filter”. In: *IEEE VR* 3.2 (2005), S. 147–158. DOI: 10.1109/VRAIS.1996.490527.
- [12] G. Gatta, M. Cortesi und S. Fantozzi. “Tethered swimming as a method for estimating useful swimming power: a review”. In: *Human Movement Science* 39 (2015), S. 33–45. DOI: 10.1016/j.humov.2014.07.014.

- [13] M.S. Grewal und A.P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. 2nd. Wiley-Interscience, 2001.
- [14] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. 5th. Prentice Hall, 2001.
- [15] Francisco Hermosilla u. a. “SwimOne. New Device for Determining Instantaneous Power and Propulsive Forces in Swimming”. In: *Sensors* 20.24 (2020), S. 7169. DOI: 10.3390/s20247169.
- [16] Honeywell. *HMC5883L 3-Axis Digital Compass IC Data Sheet*. Version 2.0. 2013. URL: <https://www.sparkfun.com/datasheets/Components/General/HMC5883L.pdf>.
- [17] Cogent Information. “Edge Computing in Healthcare: Transforming Patient Care and Operations”. In: (2025). Accessed: 2025-01-29. URL: <https://www.cogentinfo.com/resources/edge-computing-in-healthcare-transforming-patient-care-and-operations>.
- [18] InvenSense. *MPU-6050 Product Specification*. Version 3.4, Revision 1.2. 2013. URL: <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>.
- [19] Christopher Jekeli. *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Second edition. Berlin: De Gruyter, 2023. 365 S. ISBN: 978-3-11-078421-3.
- [20] Simon Julier und Jeffrey K. Uhlmann. *Unscented Filtering and Nonlinear Estimation*. Bd. 92. 3. Proceedings of the IEEE, 1997, S. 401–422. DOI: 10.1109/5.589957.
- [21] R.E. Kalman. “A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems”. In: *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering* 82.Series D (1960), S. 35–45. DOI: 10.1115/1.3662550.
- [22] P. L. Kjendlie und R. K. Stallman. “Drag characteristics of competitive swimming children and adults”. In: *Journal of Applied Biomechanics* 24.1 (2008), S. 35–42.
- [23] Jack B. Kuipers. *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1999. ISBN: 978-0691102986.
- [24] EO Lab. *EO SwimBetter Product Page*. Accessed: 2025-01-23. 2025. URL: <https://get.eolab.com/>.
- [25] Phuoc Thien Le. *Die Gruppen $SO(2)$ und $SO(3)$* . 2015. URL: <https://www.physik.uni-hamburg.de/th2/ag-louis/dokumente/lectures/ws-15-16/ws-15-16-proseminar-7.pdf>.
- [26] Sujee Lee, Yooseok Lim und Kyuhee Lim. “Multimodal sensor fusion models for real-time exercise repetition counting with IMU sensors and respiration data”. In: *Information Fusion* 104 (2024), S. 102153. ISSN: 1566-2535. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2023.102153>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1566253523004694>.

- [27] X. Li u. a. “A Comparative Study of Nonlinear Filtering Techniques”. In: *Journal of Control and Decision* 1.2 (2004), S. 123–135. DOI: 10.1080/23307706.2004.11474178.
- [28] Simon Ludwig und Yun Zhao. “Optimization of Control Parameter for Filter Algorithms for Attitude Estimation”. In: *Proceedings of the IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI)*. Accessed: January 24, 2025. 2018. URL: <https://cs.ndsu.edu/~siludwig/Publish/papers/WCCI20181.pdf>.
- [29] Simone Ludwig. “Optimization of Control Parameter for Filter Algorithms for Attitude and Heading Reference Systems”. In: Juli 2018, S. 1–8. DOI: 10.1109/CEC.2018.8477725.
- [30] Swimming World Magazine. *EO SwimBetter Launches Into the Swim Tech Space*. Accessed: 2025-01-23. 2023. URL: <https://www.swimmingworldmagazine.com/news/eo-swimbetter-launches-into-the-swim-tech-space>.
- [31] Robert Mahony, Tarek Hamel und Jean-Michel Pflimlin. “Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group”. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 53.5 (2008), S. 1203–1218. DOI: 10.1109/TAC.2008.923738.
- [32] Ivan Markovic, Josip Cesic und Ivan Petrovic. “On wrapping the Kalman filter and estimating with the SO(2) group”. In: *ArXiv* 1708.05551 (2017). Accessed January 22, 2025. URL: <https://arxiv.org/abs/1708.05551>.
- [33] Peter S. Maybeck. *Stochastic Models, Estimation and Control*. Vol. 1. Academic Press, 1982.
- [34] J. E. Morais, T. M. Barbosa und A. J. Silva. “Reliability of tethered swimming tests in age-group swimmers”. In: *Journal of Sports Science and Medicine* 18 (2019), S. 197–204. DOI: 10.1016/j.jsams.2018.10.008.
- [35] Alan V. Oppenheim und Alan S. Willsky. *Signals and Systems*. 2nd. Prentice Hall, 1997.
- [36] A. Rouard und V. Billat. “Effects of Technical Proficiency on Swimming Performance and Muscle Activity”. In: *Journal of Applied Biomechanics* 6 (1990), S. 137–148. DOI: 10.1123/jab.6.2.137. URL: https://epub.uni-bayreuth.de/6846/1/Dissertation_Schneider_27_12_2022_final_neu.pdf.
- [37] Catarina Santos, Tiago Barbosa und Jorge E. Morais. “How much strength the young competitive swimmers are able to transfer from dry land to water? A pilot study”. In: *Oral presentations*. 2022. URL: https://www.researchgate.net/publication/363567889_How_much_strength_the_young_competitive_swimmers_are_able_to_transfer_from_dry_land_to_water_A_pilot_study.
- [38] Marcus Schmidt. “IMU-Based Motion Analysis in Swimming: The Impact of Sensor Placement on Data Quality”. Diss. Technische Universität Dortmund, 2023. URL: https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/36965/1/Dissertation_Schmidt_Marcus.pdf.

- [39] M. Schneider und L. Hoffmann. “Self-Calibrating Sensor Fusion for Inertial and Optical Motion Tracking”. In: *IEEE Sensors Journal* 19.12 (2019), S. 4781–4793. DOI: 10.1109/JSEN.2019.2908702.
- [40] Bosch Sensortec. *BMP280 Digital Pressure Sensor Data Sheet*. Version 1.19. 2018. URL: <https://www.bosch-sensortec.com/media/boschsensortec/downloads/datasheets/bst-bmp280-ds001.pdf>.
- [41] Derek K. Shaeffer. “MEMS Inertial Sensors: A Tutorial Overview”. In: *IEEE Communications Magazine* 51.4 (Apr. 2013), S. 100–109. ISSN: 0163-6804. DOI: 10.1109/MCOM.2013.6495768. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6495768/> (besucht am 23.10.2024).
- [42] Mohammad Shafiee und colleagues. “Advanced Sensor Fusion Techniques for IMU Data”. In: *IEEE Sensors Journal* 18.10 (2018), S. 4200–4208. DOI: 10.1109/JSEN.2018.2819199.
- [43] Julian Sigmund. *Messtechnische Erfassung und Analyse des Bewegungsverhaltens*. Kapitel über numerische Integrationsmethoden und Phasenverschiebungseffekte. Technische Universität Wien, 2021. URL: <https://repositum.tuwien.at/bitstream/20.500.12708/17139/1/Sigmund%20Julian%20-%202021%20-%20Messtechnische%20Erfassung%20und%20Analyse%20des...pdf>.
- [44] swimsportnews.de. *Schwimm-Weltrekorde der Herren (Langbahn)*. Zugriff am 24. Januar 2025. 2009. URL: <https://swimsportnews.de/schwimm-weltrekorde-europarekorde?catid=23&id=2633&view=article>.
- [45] H. M. Toussaint und P. J. Beek. “Biomechanics of competitive front crawl swimming”. In: *Sports Medicine* 13.1 (1992), S. 8–24.
- [46] Huub M. Toussaint u. a. “Biomechanics of Swimming”. In: *Exercise and Sport Science*. Hrsg. von William E. Garrett und Donald T. Kirkendall. Philadelphia: Lippincott, Williams & Wilkins, 2000, S. 639–660.
- [47] Christoph Trankler. *Sensortechnik: Handbuch für die Messtechnik*. 3rd. Springer Vieweg, 2014.
- [48] Hans-Rolf Tränkler und Leo Reindl, Hrsg. *Sensortechnik: Handbuch Für Praxis Und Wissenschaft*. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. ISBN: 978-3-642-29941-4 978-3-642-29942-1. DOI: 10.1007/978-3-642-29942-1. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-29942-1> (besucht am 23.10.2024).
- [49] Lviv Polytechnic National University. *Algorithm for detecting minimal changes in pressure during swimming*. Software Department, Lviv, Ukraine. 2020.
- [50] T. Webering und P. Krause. “Improved User Calibration for Wearable IMUs Without Precise Alignment Devices”. In: *Sensors* 22.6 (2022), S. 2387. DOI: 10.3390/s22062387.

- [51] Yida Wei und You Li. “Impact of Sensor Data Sampling Rate in GNSS/INS Integrated Navigation with Various Sensor Grades”. In: *The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences XLVI-3/W1-2022* (2022), S. 205–211.
- [52] Jan Wendel. *Integrierte Navigationssysteme: Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation*. 1. Aufl. Naturwissenschaft und Technik 1/2010. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2009. 336 S. ISBN: 978-3-486-58160-7. DOI: 10.1524/9783486595154.
- [53] O. J. Woodman. *An Introduction to Inertial Navigation*. Techn. Ber. UCAM-CL-TR-696. University of Cambridge, Computer Laboratory, 2007.
- [54] V. M. Zatsiorsky und V. N. Seluyanov. “The mass and inertia characteristics of the main segments of the human body”. In: *Biomechanics VIII-B*. Hrsg. von H. Matsui und T. Kobayashi. Champaign, IL: Human Kinetics, 1983, S. 1152–1159.


Anhang

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt, nur die angegebenen Quellen benutzt und die in den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Die Arbeit hat in gleich oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Ort, Datum



Unterschrift