



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

## **Masterarbeit**

**Studiendepartment Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau**

### **Untersuchungen zum korrelationsbasierten Transitionsmodell in ANSYS CFD**

**Michael Fehrs**

**04. Oktober 2011**

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
Fakultät Technik und Informatik  
Department Fahrzeugtechnik + Flugzeugbau  
Berliner Tor 9  
20099 Hamburg

in Zusammenarbeit mit:

CFX Berlin Software GmbH  
Karl-Marx-Allee 90 A

10243 Berlin

Verfasser: Michael Fehrs  
Abgabedatum: 04.10.2011

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Detlef Schulze
2. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Hartmut Zingel

Industrielle Betreuung: Dr. Andreas Spille-Kohoff

## Kurzreferat

Diese Arbeit behandelt die Transitionsmodellierung in modernen CFD-Codes am Beispiel des ANSYS CFD  $\gamma-Re_\theta$ -Transitionsmodells. Transition stellt den Übergang einer laminaren in eine turbulente Strömung dar. Bei der rechnergestützten Strömungssimulation wird meist auf eine Berücksichtigung der Transition verzichtet, da der überwiegende Anteil technisch relevanter Strömungen vollständig turbulent ist und laminare Grenzschichtbereiche kaum Einfluss auf den gesamten Strömungszustand haben. Zusätzlich besteht ein Mangel an verlässlichen Werkzeugen, um den Transitionsprozess bei ingenieurmäßigen Fragestellungen zu erfassen.

Die Annahme, dass nur turbulenten Strömungen Bedeutung beigemessen werden muss, ist dahingehend zu korrigieren, dass die Transition immer dann zu berücksichtigen ist, wenn eine weitere Optimierung von Hochleistungsmaschinen vorgenommen werden soll. Dies gilt sowohl für die Formgebung von Stromlinienkörpern als auch für die komplizierten Strömungszustände in Turbomaschinen.

Das  $\gamma-Re_\theta$ -Transitionsmodell stellt ein empirisches Korrelationsmodell dar, das durch seine rein lokale Formulierung für die Nutzung in CFD-Codes für unstrukturierte Gitter geeignet ist. Durch das Transitionsmodell wird das SST  $k-\omega$ -Modell um zwei partielle Differentialgleichungen erweitert, die das Einsetzen der Transition (Intermittenz-Transportgleichung) und die Verteilung der kritischen Strömungsgröße, bei der die Transition einsetzt, im Strömungsfeld steuern ( $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung). Neben der Formulierung des Modells werden die strömungsmechanischen Grundlagen des Transitionsprozesses und die Grundlagen der Turbulenzmodellierung dargestellt. Anhand von Versuchsdaten zu Strömungen an einer ebenen Platte, in einer Verdichterkaskade und um ein Tragflügelprofil wird eine Validierung des Modells durchgeführt. Hierbei kann am Beispiel des Verdichterprofils, angeströmt bei einem negativen Inzidenzwinkel, und dem Tragflügelprofil bei hohem Anstellwinkel die technische Relevanz der Transition aufgezeigt werden.

Neben der allgemeinen Eignung Transitionsvorgänge angemessen genau abzubilden, zeigt sich, dass der Wahl von Turbulenzgrößen auf den Rändern des Strömungsfelds eine große Bedeutung bei der Bestimmung der Transition zukommt. Durch die Nutzung des Transitionsmodells steigen die Anforderungen im Pre-Processing, die Rechenzeiten und der Aufwand bei der Interpretation der Ergebnisse.

# Aufgabenstellung

## Thema

### Untersuchungen zum korrelationsbasierten Transitionsmodell in ANSYS CFD

#### Hintergrund

Bei der Um- oder Durchströmung von Körpern bildet sich an der Körperkontur eine Grenzschicht aus, die für die strömungsmechanischen Eigenschaften des Körpers von erheblicher Bedeutung ist. Abhängig von einer Reihe von Parametern kann diese Grenzschicht entweder laminar oder turbulent sein, wobei der Übergang von der laminaren zur turbulenten Grenzschicht als Transition bezeichnet wird.

Bei der ingenieurmäßigen Betrachtung von Strömungsvorgängen ist die Bestimmung des Orts der Transition von Bedeutung, da unter anderem der Widerstand eines Körpers erheblich vom Charakter der Grenzschicht bestimmt wird. So bietet ANSYS CFD die Möglichkeit, die Transition in einer CFD-Rechnung anhand eines korrelationsbasierten Verfahrens einzubeziehen. Ziel der Arbeit ist es, die Transitionsmodellierung in ANSYS CFD darzulegen und anhand einer Validierung die Eigenschaften des Transitionsmodells darzustellen.

Im Einzelnen sind folgende Punkte zu berücksichtigen:

1. Physikalische Grundlagen der Transition
  - a) Differenzierte Betrachtung der Transitionsursachen
  - b) Physikalische Beschreibung der Transition
  - c) Auswirkung der Transition in technischen Anwendungen
2. Möglichkeiten der Transitionsmodellierung in der numerischen Strömungssimulation
  - a) Stand der Technik
  - b) Unterschiedliche Arten der Modellbildung
3. Transitionsmodellierung in ANSYS CFD
  - a) Formulierung des Transitionsmodells
  - b) Bedeutung der Grundparameter
  - c) Sensibilität des Modells im Hinblick auf das verwendete Gitter und die numerische Diskretisierung
  - d) Hinweise zu einem aussagekräftigen Post-Processing
4. Transitionsmodellierung in ANSYS CFD: Validierung des Modells
  - a) Recherche geeigneter Validierungsfälle
  - b) Eignung für bestimmte Transitionsursachen
  - c) Einsatzgrenzen des Transitionsmodells

Hierbei stellen die aufgeführten Punkte eine Richtschnur für die zu erstellende Arbeit dar.

# Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Masterarbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quelle kenntlich gemacht.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzreferat</b>	<b>III</b>
<b>Aufgabenstellung</b>	<b>IV</b>
<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	<b>V</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>IX</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>XII</b>
<b>Liste der Symbole</b>	<b>XIII</b>
<b>Liste der Abkürzungen</b>	<b>XVI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Hintergrund der Arbeit . . . . .	1
1.2 Technische Relevanz und Stand der Technik . . . . .	2
<b>2 Strömungsmechanische Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1 Laminare und turbulente Strömungen . . . . .	4
2.2 Grenzschichten an Körpern . . . . .	5
2.2.1 Grenzschichteigenschaften . . . . .	6
2.2.2 Besonderheiten und Aufbau der turbulenten Grenzschicht . . . . .	7
2.2.3 Lokaler und globaler Reibungsbeiwert . . . . .	10
2.2.4 Grenzschichten und die Aerodynamik von Tragflügeln . . . . .	12
2.2.5 Ablösen der Grenzschicht . . . . .	13
2.3 Phänomenologie der Turbulenz . . . . .	15
2.4 Transition in Grenzschichten . . . . .	17
2.4.1 Transitionsarten . . . . .	18
2.4.2 Einflussgrößen auf die Transition . . . . .	23
2.4.3 Intermittenz . . . . .	24
<b>3 Turbulenzmodellierung</b>	<b>26</b>
3.1 Zeitliche Mittelung der Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	26
3.2 Schließungsproblem und Zweigleichungs-Turbulenzmodelle . . . . .	28
3.3 SST $k$ - $\omega$ -Modell . . . . .	29
3.3.1 Transformation des $k$ - $\epsilon$ -Modells . . . . .	30
3.3.2 Formulierung des Baseline Modells . . . . .	33
3.3.3 Formulierung des SST $k$ - $\omega$ -Modells . . . . .	34
3.4 Abnahme der Turbulenz im freien Strömungsfeld . . . . .	34
3.4.1 Analytische Lösung . . . . .	34
3.4.2 Beispiele eines freien Strömungsfelds . . . . .	37
3.4.3 Auslöschen des Effekts . . . . .	38

<b>4</b>	<b>Transitionsbestimmung</b>	<b>40</b>
4.1	Möglichkeiten der Transitionsberücksichtigung	40
4.1.1	Direkte Numerische Simulation	40
4.1.2	Large Eddy Simulation	40
4.1.3	Niedrig-Reynoldszahl-Modelle	41
4.1.4	$\epsilon^n$ -Methoden	43
4.1.5	Empirische Korrelationsmodelle	44
4.2	Das $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell	45
4.2.1	Zeitliche Entwicklung des Modells	46
4.2.2	Empirische Korrelation	47
4.2.3	$\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung	49
4.2.4	Die Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl nach van Driest	51
4.2.5	Intermittenz-Transportgleichung	52
4.2.6	Intermittenz und laminare Ablösungen	56
4.2.7	Kopplung von Transitions- und Turbulenzmodell	58
4.2.8	Weitere Funktionen und Anmerkungen	59
<b>5</b>	<b>Validierung des <math>\gamma</math>-<math>Re_\theta</math>-Transitionsmodells</b>	<b>62</b>
5.1	Ebene Platte: T3-Testserie	62
5.1.1	T3-Testserie: Geometrie, Gitter und Randbedingungen	64
5.1.2	T3-Testserie: Übersicht über die Grundfälle und Pre-Processing	65
5.1.3	T3-Testserie: T3A	67
5.1.4	T3-Testserie: T3B	72
5.1.5	T3-Testserie: T3A–	74
5.1.6	T3-Testserie: T3C-Fälle	75
5.1.7	T3-Testserie: Gittereinfluss und Konvergenz	78
5.1.8	T3-Testserie: Zusammenfassende Bewertung	80
5.2	Verdichter: Zierke & Deutsch DCA-Profil	81
5.2.1	Zierke & Deutsch-Verdichter: Geometrie, Gitter und Randbedingungen	82
5.2.2	Zierke & Deutsch-Verdichter: Ergebnisse	85
5.2.3	Zierke & Deutsch-Verdichter: Gittereinfluss und Konvergenz	92
5.2.4	Zierke & Deutsch-Verdichter: Zusammenfassende Bewertung	95
5.3	Tragflügel: Aerospatale-A Profil	96
5.3.1	Aerospatale-A: Geometrie, Gitter und Randbedingungen	96
5.3.2	Aerospatale-A: Ergebnisse	99
5.3.3	Aerospatale-A: Gittereinfluss und Konvergenz	101
5.3.4	Aerospatale-A: Zusammenfassende Bewertung	105
<b>6</b>	<b>Konzeptionelle Betrachtung einer Profilmströmung</b>	<b>106</b>
6.1	Pre-Processing	106
6.2	Solver	108
6.3	Post-Processing	110
6.4	Fazit	113
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>114</b>
<b>8</b>	<b>Schlussbemerkung</b>	<b>116</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Validierung: Ergänzende Abbildungen</b>	<b>122</b>
A.1	Ebene Platte	122

---

A.2	Zierke & Deutsch-Verdichter . . . . .	132
A.3	Tragflügel: Aerospatiale-A . . . . .	133
<b>B</b>	<b>NACA 1412: Ergänzende Abbildungen</b>	<b>140</b>



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Laminare Umströmung eines Körpers . . . . .	4
2.2	Turbulente Nachlaufströmung . . . . .	5
2.3	Verdrängungsdicke . . . . .	7
2.4	Abfall des Formparameters $H$ . . . . .	8
2.5	Gemessenes Geschwindigkeitsprofil einer Grenzschicht . . . . .	9
2.6	Dimensionslose Parameter der turbulenten Grenzschicht . . . . .	10
2.7	Theoretischer $c_f$ -Wert für die ebene Platte . . . . .	11
2.8	Änderung der Geschwindigkeitsprofile bei einer Strömungsablösung . . . . .	14
2.9	Ablöseblase an einer konkaven Oberfläche . . . . .	14
2.10	Turbulente Ablösung an einem NACA-Profil . . . . .	15
2.11	Turbulentes Energiespektrum . . . . .	16
2.12	Farbfadenversuch nach O. Reynolds . . . . .	18
2.13	Stationen der natürlichen Transition . . . . .	19
2.14	Natürliche Transition an einer ebenen Platte . . . . .	20
2.15	LDA-Messung einer Nachlaufströmung in einer Turbinenstufe . . . . .	21
2.16	Auswirkung eines Nachlaufs auf eine Ablöseblase . . . . .	22
2.17	Transition auf einer Turbinenschaufel . . . . .	22
2.18	Turbulenter Fleck auf einer ebenen Platte . . . . .	25
2.19	Senkrechter Schnitt durch einen turbulenten Fleck . . . . .	25
3.1	Zeitlicher Mittelwert einer stationären Strömungsgröße . . . . .	27
3.2	Abfall des Turbulenzgrads . . . . .	37
3.3	Abfall des Turbulenzgrads $Tu$ über ein großes Strömungsfeld . . . . .	38
3.4	Einfluss einer zusätzlichen Quelle . . . . .	39
4.1	LES- und DNS-Ergebnisse für eine Niederdruckturbine . . . . .	41
4.2	Grundprinzip des Transitionsmodells . . . . .	46
4.3	Empirische Korrelation für $Re_{\theta t}$ . . . . .	48
4.4	Verlauf von $\tilde{Re}_{\theta t}$ und $Tu$ . . . . .	49
4.5	$F_{\theta t}$ und Geschwindigkeitsfeld . . . . .	50
4.6	Skaliertes $Re_V$ -Profil . . . . .	52
4.7	Formparameter und das $Re_V$ - $Re_{\theta}$ -Verhältnis . . . . .	53
4.8	Verlauf von $Re_{\theta c}$ . . . . .	54
4.9	Verlauf von $F_{length}$ . . . . .	55
4.10	Intermittenz-Anstieg infolge einer laminaren Ablösung . . . . .	57
4.11	Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie . . . . .	58
5.1	Versuchsaufbau der T3-Serie . . . . .	63
5.2	Gitter und Geometrie der Plattenströmung mit $(dp/dx = 0)$ . . . . .	64
5.3	Gitter und Geometrie der Plattenströmung mit $(dp/dx \neq 0)$ . . . . .	65
5.4	Randbedingungen der Plattenströmung mit $(dp/dx = 0)$ . . . . .	66
5.5	T3A - $c_f$ -Werte . . . . .	67
5.6	T3A - $Tu$ - und Geschwindigkeitsverlauf . . . . .	68
5.7	T3A - starke Variation der Randbedingungen . . . . .	69
5.8	T3A - Variation der Wirbelviskosität . . . . .	69

5.9	T3A - Variation des Turbulenzgrads	70
5.10	T3A - Grenzschichtdicke	71
5.11	T3A - Verdrängungs- und Impulsverlustdicke	71
5.12	T3A - Geschwindigkeitsprofile bei $x = 195$ mm	72
5.13	T3B - $c_f$ -Werte	73
5.14	T3B - Neue $c_f$ -Werte	73
5.15	T3A - $c_f$ -Werte	74
5.16	T3C1 - $c_f$ -Werte und Druckverlauf	75
5.17	T3C2 - $c_f$ -Werte und Druckverlauf	76
5.18	T3C3 - $c_f$ -Werte und Druckverlauf	76
5.19	T3C4 - $c_f$ -Werte und Druckverlauf	77
5.20	T3A - Grundfall in ANSYS FLUENT $c_f$ -Werte	78
5.21	T3A - Gitterstudie	79
5.22	Zierke & Deutsch-Verdichter - Geometrie	82
5.23	Zierke & Deutsch-Verdichter - Gitter	83
5.24	Zierke & Deutsch-Verdichter - Randbedingungen	84
5.25	Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 1 $c_f$ -Werte	85
5.26	Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 1 $c_p$ -Werte	86
5.27	Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 2 $c_f$ -Werte	87
5.28	Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 2 $c_p$ -Werte	88
5.29	Zierke & Deutsch-Verdichter - Geschwindigkeitsfeld	89
5.30	Zierke & Deutsch-Verdichter - Effektive Intermittenz	89
5.31	Zierke & Deutsch-Verdichter - spez. turb. kinetische Energie	89
5.32	Zierke & Deutsch-Verdichter - Turbulenzgrad	90
5.33	Zierke & Deutsch-Verdichter - Vorderkante	91
5.34	Zierke & Deutsch-Verdichter - zusätzliche Quelle	92
5.35	Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 1 mit Quelle: $c_f$ -Werte	93
5.36	Zierke & Deutsch-Verdichter - Residuen und grobes Gitter	94
5.37	Zierke & Deutsch-Verdichter - Gittervergleich	94
5.38	Aerospatiale-A - Gitter in Profilnähe	97
5.39	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Geschwindigkeitsfeld	99
5.40	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, $c_f$ -Verteilung	100
5.41	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Geschwindigkeitsverteilung	101
5.42	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, maximale Residuen	103
5.43	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Geschwindigkeitsvektoren	104
5.44	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, spez. turb. kinetische Energie	104
6.1	NACA 1412 - Gitter in Profilnähe	107
6.2	NACA 1412 - Voll turbulente $c_f$ -Verteilung für die Fälle 1 ... 3	110
6.3	NACA 1412 - $c_f$ -Verteilung mit Transition für die Fälle 1 ... 3	111
6.4	NACA 1412 - $c_f$ -Verteilung für den Fall 2 auf dem feinen Gitter	111
6.5	NACA 1412 - Fall 2, feines Gitter: $\Delta p$ und $\tilde{Re}_{\theta t}$	112
A.1	T3A - Mögliche Turbulenz-Randbedingungen	122
A.2	T3A - Turbulenzverlauf bei geänderten Randbedingungen	123
A.3	T3A - $c_f$ -Werte bei geänderten Randbedingungen	123
A.4	T3A - Vergleich der Geschwindigkeiten in der freien Strömung	124
A.5	T3A - Vergleich der lokalen $c_f$ -Werte	124
A.6	T3A - Vergleich der Wandschubspannungen	125
A.7	T3A - Formparameter	125
A.8	T3A - Geschwindigkeitsprofile bei $x = 495$ mm	126

A.9	T3A - Geschwindigkeitsprofile bei $x = 895$ mm . . . . .	126
A.10	T3B - $Tu$ - und Geschwindigkeitsverlauf . . . . .	127
A.11	T3B - $Tu$ -Verlauf nach Einbringen einer Subdomain . . . . .	127
A.12	T3A-- - Turbulenzgrad . . . . .	128
A.13	T3C1 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe . . . . .	128
A.14	T3C2 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe . . . . .	128
A.15	T3C3 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe . . . . .	129
A.16	T3C4 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe . . . . .	129
A.17	T3A - Gitterstudie $c_f$ -Werte . . . . .	131
A.18	Zierke & Deutsch-Verdichter - Windkanal . . . . .	132
A.19	Zierke & Deutsch-Verdichter - Zuströmwinkel . . . . .	132
A.20	Aerospatiale-A - Randbedingungen . . . . .	133
A.21	Aerospatiale-A - Fall A-1-1, $c_f$ -Verteilung . . . . .	134
A.22	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, $c_f$ -Verteilung . . . . .	134
A.23	Aerospatiale-A - Fall A-100-10, $c_f$ -Verteilung . . . . .	135
A.24	Aerospatiale-A - Fall A-1000-10, $c_f$ -Verteilung . . . . .	135
A.25	Aerospatiale-A - Fall A-1-1, $c_p$ -Verteilung . . . . .	136
A.26	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, $c_p$ -Verteilung . . . . .	136
A.27	Aerospatiale-A - Fall A-100-10, $c_p$ -Verteilung . . . . .	137
A.28	Aerospatiale-A - Fall A-1000-10, $c_p$ -Verteilung . . . . .	137
A.29	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, laminare Ablösung und effektive Intermittenz . . . .	138
A.30	Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Hinterkante . . . . .	139
B.1	NACA 1412 - Fall 1, Grundgitter: Residuen im Bereich der Hinterkante . . . . .	140
B.2	NACA 1412 - Fall 1, Grundgitter: Geschwindigkeit und effektive Intermittenz . . . .	141
B.3	NACA 1412 - Fall 2, Grundgitter: Geschwindigkeit und effektive Intermittenz . . . .	142
B.4	NACA 1412 - Fall 3, Grundgitter: Geschwindigkeit und effektive Intermittenz . . . .	143

# Tabellenverzeichnis

4.1	Transitionsmodell-Größen in ANSYS CFD-Post . . . . .	61
5.1	T3-Serie - Grundfälle mit den gesetzten Randbedingungen . . . . .	66
5.2	T3-Serie - Allgemeine Einstellungen . . . . .	67
5.3	T3A - Vergleich der globalen $c_{f,g}$ -Werte . . . . .	68
5.4	T3A - Vergleich der globalen $c_{f,g}$ -Werte . . . . .	74
5.5	T3A - Randbedingungen der Gitterstudie . . . . .	78
5.6	„Erix“ - Systemeigenschaften . . . . .	80
5.7	T3A - Rechenzeiten auf „Erix“ für 100 Iterationen . . . . .	80
5.8	Zierke & Deutsch-Verdichter - Geometrie . . . . .	83
5.9	Zierke & Deutsch-Verdichter - Randbedingungen . . . . .	83
5.10	Zierke & Deutsch-Verdichter - Allgemeine Einstellungen . . . . .	84
5.11	Zierke & Deutsch-Verdichter - Widerstands- und der Auftriebsbeiwert . . . . .	87
5.12	Zierke & Deutsch-Verdichter - Widerstandsbeiwert und maximale Residuen . . . . .	93
5.13	Zierke & Deutsch-Verdichter - Rechenzeiten auf „Erix“ für 100 Iterationen . . . . .	95
5.14	Aerospatiale-A - Strömungsgrößen . . . . .	97
5.15	Aerospatiale-A - Allgemeine Einstellungen . . . . .	98
5.16	Aerospatiale-A - Turbulenzgrößen . . . . .	98
5.17	Aerospatiale-A - Beiwerte . . . . .	99
5.18	Aerospatiale-A - Ablöseblase . . . . .	100
5.19	Aerospatiale-A - Konvergenzuntersuchung . . . . .	102
5.20	Aerospatiale-A - Rechenzeiten auf „Erix“ für 100 Iterationen . . . . .	104
6.1	NACA 1412 - Anteil der laminaren Grenzschicht . . . . .	107
6.2	NACA 1412 - $c_a$ - und $c_w$ -Werte . . . . .	109
A.1	T3A - ANSYS FLUENT Einstellungen . . . . .	130

# Liste der Symbole

## Lateinische Buchstaben

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$a$	m / s	Schallgeschwindigkeit
$A$	N	Auftrieb
$b$	m	Breite
$c$	m bzw. mm	Sehnenlänge
$c$	N / kg / K	spez. Wärmekapazität
$c_a$	-	Auftriebsbeiwert, 2d
$c_f$	-	lokaler Reibungsbeiwert
$c_p$	-	Druckbeiwert
$c_w$	-	Widerstandsbeiwert, 2d
$H$	-	Formparameter
$i$	°	Inzidenzwinkel
$k$	J / kg bzw. m <sup>2</sup> / s <sup>2</sup>	spez. turbulente kinetische Energie
$K$	-	Beschleunigungsparameter
$L$	m	turbulentes Längenmaß
$L$	m	charakteristische Länge
$n$	-	Anfachungsfaktor
$p$	Pa	statischer Druck
$q_\infty$	Pa	Staudruck
$R_L$	J / kg / K	spezifische Gaskonstante für Luft
$R_T$	-	Viskositätsverhältnis
$Re$	-	Reynoldszahl
$Re_{ind}$	-	Indifferenz-Reynoldszahl
$Re_T$	-	turbulente Reynoldszahl
$Re_V$	-	Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl
$Re_\theta$	-	Impulsverlustdicken-Reynoldszahl
$Re_{\theta t}$	-	Impulsverlustdicken-Reynoldszahl bei Transitionsbeginn
$\tilde{Re}_{\theta t}$	-	transportierte Impulsverlustdicken-Reynoldszahl bei Transitionsbeginn
$S$	1 / s	Schergeschwindigkeit
$t$	s	Zeit
$T$	K	Temperatur
$Tu$	- bzw. %	Turbulenzgrad
$u$	m / s	lokale Geschwindigkeit
$u_\tau$	m / s	Geschwindigkeit in $x$ -Richtung
$u^+$	-	Wandschubspannungs-geschwindigkeit
$\bar{u}$	m / s	dimensionslose Geschwindigkeit
$u'$	m / s	mittlere Geschwindigkeit
		Schwankungsgeschwindigkeit

$U$	m / s	Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht
$v$	m / s	Geschwindigkeit in $y$ -Richtung
$w$	m / s	Geschwindigkeit in $z$ -Richtung
$W$	N	Widerstand
$x$	m	$x$ -Koordinate bzw. Körperlängsrichtung
$y$	m	$y$ -Koordinate bzw. senkrecht zur Oberfläche
$y^+$	-	dimensionsloser Wandabstand
$z$	m	$z$ -Koordinate

## Griechische Buchstaben

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\beta_1$	°	Zuströmwinkel
$\delta$	m	Grenzschichtdicke
$\delta_1$	m	Verdrängungsdicke
$\epsilon$	m <sup>2</sup> / s <sup>3</sup>	Dissipation
$\bar{\phi}$	-	Mittelwert
$\phi'$	-	Schwankungsgröße
$\gamma$	-	Intermittenz
$\Gamma$	-	Zirkulation
$\eta$	m	Länge (Kolmogorov-Skala)
$\kappa_1$	°	Schaufeleintrittswinkel
$\lambda$	N·m / s / K	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_\theta$	-	Druckgradienten-Parameter
$\mu$	kg / m / s	dynamische Viskosität
$\mu_t$	kg / m / s	Wirbelviskosität
$\nu$	m <sup>2</sup> / s	kinematische Viskosität
$\theta$	m	Impulsverlustdicke
$\vartheta$	°C	Temperatur
$\rho$	kg / m <sup>3</sup>	Dichte
$\tau_w$	N / m <sup>2</sup>	Wandschubspannung
$\tau$	s	Zeit (Kolmogorov-Skala)
$\tau_{ij}$	N / m <sup>2</sup>	Reynoldsspannungs-Tensor
$v$	m / s	Geschwindigkeit (Kolmogorov-Skala)
$\omega$	1 / s	spez. Dissipationsrate
$\Omega$	1 / s	Betrag der Wirbelstärke

**Indizes**

Zeichen	Bedeutung
1	Koeffizient original $k$ - $\omega$ -Modell
2	Koeffizient transformiertes $k$ - $\epsilon$ -Modell
3	Koeffizient SST $k$ - $\omega$ -Modell
99	Bezug auf 99 % $U_\infty$
in	inlet
krit	kritisch
m	mittlere
W	an der Wand
$x$	in $x$ -Richtung
$y$	in $y$ -Richtung
$z$	in $z$ -Richtung
$\infty$	Anströmung, Außenströmung

## Liste der Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
ACARE	Aeronautical Council for Aeronautical Research
BSL	Baseline
CEL	CFX Expression Language
CFD	Computational Fluid Dynamics
DCA	Double Circular Arc
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DNS	Direkte Numerische Simulation
EADS	European Aeronautic Defence and Space Company
ECARP	European Computational Aerodynamics Research Project
ERCOFTAC	European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion
HLFC	Hybrid Laminar Flow Control
LDA	Laser-Doppler-Anemometrie
LE	leading edge
LES	Large Eddy Simulation
NLFC	Natural Laminar Flow Control
N-S	Navier-Stokes
PSE	Parabolized Stability Equations
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
Res.	Residuum
SAS	Scale-Adaptive Simulation
spez.	spezifisch
SST	Shear Stress Transport
TE	trailing edge



# 1 Einleitung

## 1.1 Hintergrund der Arbeit

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Transitionsmodellierung im Bereich der computergestützten Strömungssimulation (CFD - Computational Fluid Dynamics). Transition ist der Übergang von einer laminaren (geordneten) Strömung von Gasen oder Flüssigkeiten (allgemein: Fluiden) in einen turbulenten (ungeordneten) Strömungszustand. Werden Strömungen in Grenzschichten, also in unmittelbarer Nähe zu einem Körper, betrachtet, sind die Kräfte, die die Strömung auf den Körper ausübt, im hohen Maße vom vorliegenden Strömungszustand abhängig. Neben dieser grundlegenden strömungsdynamischen Auswirkung des Strömungszustands auf den Körper kann der eigentliche Transitionsvorgang die Aerodynamik des betrachteten Systems (z. B. Flugzeug, Turbomaschine) erheblich beeinflussen. Für eine Reihe von Strömungsproblemen müssen daher Transitionsvorgänge berücksichtigt werden, gerade wenn es um die Optimierung von Hochleistungsmaschinen geht.

Ziel der rechnergestützten Strömungssimulation ist es, ein Abbild eines realen Strömungsgeschehens zu erzeugen, um bestimmte Strömungsgrößen qualitativ und/oder quantitativ zu bestimmen und ein besseres Verständnis der Strömung zu entwickeln. Hierbei wird das reale strömungsphysikalische Geschehen in einem Modellbildungsprozess vereinfacht und in eine mathematische Formulierung überführt, so dass die Strömung einer rechnergestützten Betrachtung zugänglich wird.

Allgemein erfordern genauere Beschreibungen einer Strömung komplexere physikalische Modelle. Dieser Zuwachs an Komplexität kann zu genaueren Ergebnissen führen, ist in der Regel jedoch mit einem höheren Aufwand verbunden (Rechenzeit, Rechenkosten). Dies führt dazu, dass stets abgewägt werden muss, ob der erhöhte Aufwand zu einem relevanten Zuwachs an Wissen und „richtigeren“ Ergebnissen führt.<sup>1</sup>

In dieser Arbeit wird das ANSYS CFD  $\gamma$ - $Re_{\theta}$ -Transitionsmodell untersucht, bei dem es sich um ein empirisches Modell handelt. Durch das Transitionsmodell ergeben sich zwei zusätzliche partielle Differentialgleichungen, die eine Transitionsbestimmung zulassen, ohne dass der Anwender vorher einen laminaren Grenzschichtbereich definiert. Ziel der Arbeit ist die Darstellung der Funktionsweise des Modells und die Eignung für verschiedene Transitionsvorgänge anhand geeigneter Validierungsfälle zu ermitteln.

Der folgende Abschnitt gibt einen ersten Einblick in die technische Relevanz der Transitionsmodellierung und ordnet das ANSYS CFD-Transitionsmodell in die Gruppe der Transitionsmodelle ein. Die nächsten Kapitel beinhalten die für das Verständnis und die Nutzung des Modells notwendigen theoretischen Grundlagen. Das zweite Kapitel gibt hierbei einen Einblick in die strömungsmechanischen Grundlagen und das dritte Kapitel erörtert die Turbulenzmodellierung in CFD-Programmen. Aufbauend auf diesen Grundlagen werden im vierten Kapitel verschiedene Arten der Transitionsmodellierung aufgeführt und die Funktionsweise und Formulierung des  $\gamma$ - $Re_{\theta}$ -Transitionsmodells dargelegt.

Anhand einer einfachen Plattenströmung und der Umströmung eines Verdichter- und Tragflügelprofils wird das Transitionsmodell validiert und bewertet (Kapitel 5). Die gesammelten Erkenntnisse werden abschließend im sechsten Kapitel auf eine weitere Profilumströmung übertragen, um die Einbindung des Transitionsmodells in den CFD-Arbeitsprozess darzustellen.

Die Arbeit entstand in Zusammenarbeit mit der CFX Berlin Software GmbH.

---

<sup>1</sup>Da die Modellbildung immer mit Fehlern verbunden ist, muss der Anwender entscheiden, was im vorliegenden Fall ein „richtiges“ Ergebnis ist.

## 1.2 Technische Relevanz und Stand der Technik

Bei der ingenieurmäßigen Betrachtung von Strömungsvorgängen spielen laminare Strömungen meist eine untergeordnete Rolle. Es wird ein vollständig turbulenter Strömungszustand angenommen und der Einfluss eines gegebenenfalls vorhandenen laminaren Grenzschichtbereichs vernachlässigt. Im Hinblick auf die Modellbildung bei der Beantwortung von Strömungsproblemen ist dieser Ansatz für viele Fälle gerechtfertigt, da die laminare Lauflänge am Körper klein und ein Einfluss auf relevante Auslegungsparameter nicht gegeben ist. Es existieren jedoch technische Anwendungen, bei denen das Vernachlässigen der laminaren Grenzschichtbereiche zu Fehleinschätzungen im Vorauslegungsprozess führen kann, und infolge dessen bei der konkreten Auslegung Potenzial verschenkt wird. Bei steigenden ökologischen und ökonomischen Herausforderungen wächst auch die Relevanz einer genaueren Modellbildung, um bestehende Leistungs- und Einsatzgrenzen zu überwinden.

Bei der Widerstandsbilanz von Stromlinienkörpern bildet der Reibungswiderstand den größten Anteil am Gesamtwiderstand. Bei Transportflugzeugen macht dieser über 50 % aus (Schrauf u. Horstmann 2004). Ein Ausweiten der widerstandsärmeren laminaren Grenzschicht bedeutet eine erhebliche Reduktion des Treibstoffverbrauchs. Dies kann über NLFC- (Natural Laminar Flow Control) und HLFC-Systeme (Hybrid Laminar Flow Control) geschehen, die neben der Entwicklung neuer Triebwerkstechnologie das größte Potenzial zur Reduktion des Treibstoffverbrauchs bieten (Hansen 2010). Bei NLFC-Systemen wird durch eine entsprechende Formgebung die laminare Lauflänge am Körper erhöht. Diese Technik wird in Form von Laminarprofilen umgesetzt, kommt jedoch meist nur bei kleinen Flugzeugen und Segelflugzeugen zum Einsatz.

Bei Flugzeugen mit großer Flügelpfeilung und hohen Reynolds- und Machzahlen im Reiseflug ist die Laminarhaltung durch Formgebung alleine nicht zu gewährleisten. Für große Verkehrsflugzeuge ist daher eine zusätzliche aktive Beeinflussung notwendig. Bei entsprechenden HLFC-Systemen wird die Stabilisierung der laminaren Grenzschicht neben der Formgebung durch das Absaugen der Grenzschicht unterstützt. Bei dem Flugzeughersteller Airbus und dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) wird das HLFC-Konzept als einer der wichtigsten Schritte beim Erreichen der ACARE-Ziele (Aeronautical Council for Aeronautical Research) gesehen, die eine Reduktion des von Flugzeugen ausgestoßenen Kohlenstoffdioxids um 50 % und eine Reduktion der Stickoxide um 80 % bis zum Jahr 2020 vorsehen (Seitz u. Horstmann 2010). Nach Schrauf u. Horstmann 2004 ließe sich der Widerstand eines Airbus A320 um bis zu 15 % senken, wenn eine Absaugung an Tragflächen, Steuerflächen und Triebwerksgondeln durchgeführt wird. Zentraler Punkt der Arbeiten bei Airbus und dem DLR war in den 90er Jahren die Entwicklung eines zuverlässigen Berechnungsverfahrens zur Vorbestimmung des Transitionsbereichs. Da auf halb-empirische  $e^n$ -Methoden zurückgegriffen wurde, mussten in einer Reihe von Windkanal- und Flugversuchen die benötigten  $n$ -Faktoren ermittelt werden (Seitz u. Horstmann 2010, Hansen 2010).

Neben der Widerstandreduktion durch eine Erweiterung der laminaren Grenzschicht an Stromlinienkörpern können Transitionsvorgänge in Turbomaschinen einen erheblichen Einfluss auf die Leistungsmerkmale haben. Bei Gasturbinen, die im allgemeinen einen hohen technischen Reifegrad aufweisen, kann eine Wirkungsgradverbesserung um wenige Zehntel Prozent eine erhebliche Betriebskostenreduktion bedeuten. Je nach Größe der Turbomaschine werden Reynoldszahlen erreicht, die in Bereichen liegen, in denen ausgeprägte laminare Grenzschichten selbst bei hohem Turbulenzgrad der freien Strömung auftreten können. Neben der Auswirkung auf den Strömungswiderstand und den Wärmeübergang sind hierbei Strömungsablösungen von großer Bedeutung.

Kommt es zu einer laminaren Ablösung können die geänderten Strömungsbedingungen im Triebwerk dazu führen, dass sich die Strömung nicht wieder anlegt, da die Transition zu spät oder gar nicht erfolgt. Ein solcher Zustand kann zu einem erheblichen Anstieg des Treibstoffverbrauchs führen (Mayle 1991). Hierbei ist neben dem Ort der Transition besonders die Länge des Transitionsbereichs wichtig. Diese Bestimmung ist bei der Verwendung einfacher Korrelationsmodelle nicht möglich.

Neben technischen Anwendungen sind laminare Strömungen auch in Bereichen wie der Humanmedizin von Interesse: Die Strömungen im gesunden menschlichen Herzen sind laminar. Schäden am Herzen

können dazu führen, dass die Strömungen teilweise turbulent werden und zusätzlich Ablösungen auftreten (Oertel Jr. et al. 2006). Die Strömungsvorgänge bei Herzerkrankungen können daher nur unter Verwendung realistischer Strömungsmodelle, die sowohl laminare als auch turbulente Strömungen beschreiben können, richtig modelliert und besser verstanden werden.

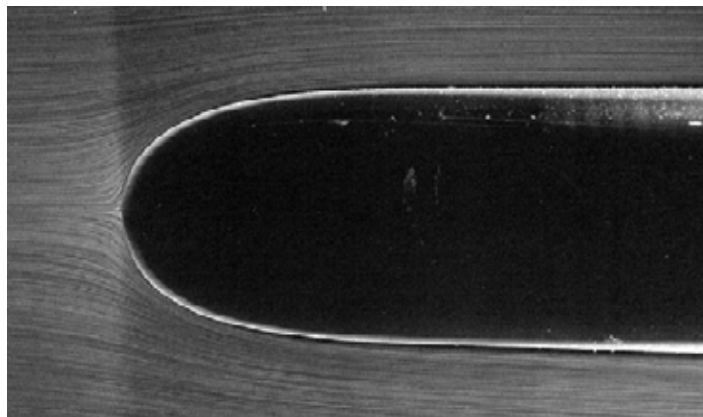
Aus Strömungsversuchen, meist einfachen Plattenströmungen, wurde über die letzten 50 Jahre eine Vielzahl an Korrelationsmodellen entwickelt, die eine Abschätzung des laminaren Strömungsbereichs an Körpern ermöglichen. Diese Modelle sind je nach einbezogener Datengrundlage mehr oder weniger verlässlich und in ihrer theoretischen Anwendung einfach. Eine Integration solcher Modelle in moderne CFD-Verfahren scheitert häufig an den für die Korrelation notwendigen Eingangsgrößen, da diese in Codes für unstrukturierte Gitter schwer oder gar nicht zu ermitteln sind. Neben empirischen Modellen wurden halb-empirische Modelle ( $e^n$ -Methoden) entwickelt, die aus der Stabilitätstheorie der laminaren Grenzschicht abgeleitet werden. Da diese Modelle für jeden Strömungszustand eine Kalibrierung erfordern, finden sie keine weite Verbreitung in Ingenieurbüros. Gleiches gilt für die Simulation des Transitionsprozesses mit Hilfe der direkten numerischen Simulation (DNS), da diese zu hohe Anforderungen an die Diskretisierung stellt und damit zeitaufwendig und kostenintensiv ist. ANSYS CFX ist ein modernes CFD-Programm und wurde für diese Arbeit hauptsächlich eingesetzt. Das Programm beinhaltet einen gekoppelten algebraischen Mehrgitterlöser unter Verwendung eines element-basierten (cell-vertex) Finite Volumen-Verfahrens und impliziter Diskretisierung, wobei eine Vielzahl physikalischer Modelle zur Verfügung steht (ANSYS Inc. 2010). Eines dieser Modelle ist das  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell. Das Modell stellt unter den empirischen Korrelationsmodellen eine Neuerung dar, da es über eine rein lokale Formulierung in unstrukturierten Lösern verwendet werden kann. Dies ermöglicht es, die Transitionsvorhersage an gebräuchliche Turbulenzmodelle zu koppeln.

## 2 Strömungsmechanische Grundlagen

Dieses Kapitel behandelt die strömungsmechanischen Grundlagen, die zum Verständnis der Transition, der Transitionsursachen und der daraus resultierenden Transitionsmodellierung notwendig sind. Neben dem eigentlichen Transitionsprozess, also dem Übergang einer laminaren Strömung in einen turbulenten Strömungszustand, werden auch die laminare und turbulente Strömung an sich erläutert. Im Besonderen wird der Fokus auf die Eigenschaften und Bedeutung der Grenzschicht in unmittelbarer Nähe zum Körper gelegt.<sup>1</sup>

### 2.1 Laminare und turbulente Strömungen

Im Allgemeinen lassen sich zwei unterschiedliche Strömungszustände bei der Um- und Durchströmung von Körpern feststellen. Die Bewegung eines Fluids kann entweder laminar oder turbulent erfolgen. Als Fluid werden Gase und Flüssigkeiten bezeichnet (Herwig 2008). Bei einem Strömungszustand meint laminar, dass „sich die Fluidelemente nebeneinander auf voneinander getrennten Bahnen [bewegen, Anm. d. Verf.], ohne dass es zu einer Vermischung zwischen den parallel zueinander gleitenden Schichten kommt“ (Truckenbrodt 2008, S. 41). In Abbildung 2.1 ist eine laminare Strömung um einen Rotationskörper abgebildet.



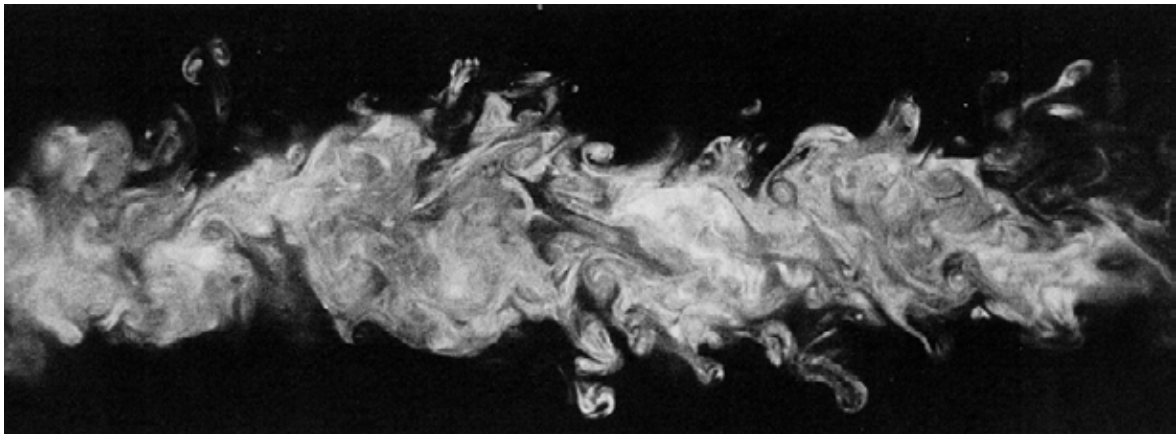
**Abb. 2.1:** Laminare Umströmung eines Körpers: Die Strömung ist laminar und geordnet. Die Stromlinien sind durch Luftblasen im Wasser sichtbar gemacht. Aus van Dyke 1997.

Eine turbulente Strömung ist hingegen ungeordnet und höchstens quasi-stationär. Es lässt sich eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit angeben, der zeitlich und räumlich Schwankungen überlagert sind. Die Schwankungen können als Mischbewegungen gesehen werden, die zu einem zusätzlichen Masse-, Impuls- und Energieaustausch quer zur Strömungsrichtung führen (Truckenbrodt 2008). Technisch

---

<sup>1</sup>Diese Arbeit behandelt Transition in freien Scherschichten nur so weit, wie sie bei laminaren Ablöseblasen an der Körperkontur auftritt.

relevante Strömungen sind auf Grund der hohen Strömungsgeschwindigkeiten meist turbulent (Herwig 2008). In Abbildung 2.2 ist eine turbulente Strömung im Nachlauf eines Zylinders dargestellt.



**Abb. 2.2:** *Turbulente Nachlaufströmung: Hinter einem Zylinder zeigt sich im Nachlauf ein turbulentes Strömungsfeld. Sichtbarmachung durch einen Laser-Lichtschnitt im Windkanal und einem Nebel aus Öl. Aus van Dyke 1997.*

Neben freien, wandfernen Strömungen weist das wandnahe Strömungsfeld ebenfalls laminare oder turbulente Strömungen auf. Der wandnahe Bereich eines Strömungsfelds wird als Grenzschicht bezeichnet.

## 2.2 Grenzschichten an Körpern

Wird ein Körper von einem Fluid um- oder durchströmt, ist die Relativgeschwindigkeit zwischen Körper und Fluid an der Körperoberfläche gleich null: Das Fluid haftet am Körper. Diese Haftbedingung ist gleichbedeutend mit dem Vorhandensein von Tangentialkräften zwischen Körper und Fluid. Aus dem Formänderungswiderstand des Fluids ergibt sich ein Reibungswiderstand am Körper. Fluide, die einer Formänderung einen Widerstand entgegen setzen, werden als viskos bezeichnet. Den viskosen Fluiden stehen die idealen Fluide gegenüber, bei deren Betrachtung nur Normalkräfte auftreten. Der Vorteil in einer nicht-viskosen Betrachtung liegt in der starken Vereinfachung der beschreibenden Gleichungen der Strömung, wobei die am Körper angreifenden Kräfte der Berechnung nicht mehr zugänglich sind („d’Alembertsches Paradoxon“<sup>2</sup>, vgl. Sigloch 2009). Ludwig Prandtl zeigte 1904, dass ein Strömungsgebiet in eine wandnahe Grenzschicht, in dem die Viskosität eine Rolle spielt, und eine nicht-viskose Außenströmung aufgeteilt werden kann. Neben dem Reibungswiderstand ergibt sich durch die Grenzschichttheorie die Beschreibung von Rückströmungen am Körper, die zu einer Ablösung und Verwirbelung der Grenzschicht führen und den Widerstand des Körpers um einen zusätzlichen Druckwiderstand erhöhen (Schlichting u. Gersten 2006).

---

<sup>2</sup> $\Gamma = 0$  vorausgesetzt.

## 2.2.1 Grenzschichteigenschaften

Neben der allgemeinen Bedeutung als Reibungsschicht können der Grenzschicht einige grundlegende Eigenschaften zugeordnet werden (Herwig 2008 nennt 12 Grenzschichteigenschaften). Grundsätzlich besitzt jeder relativ zu einem viskosen Fluid bewegte Körper eine Grenzschicht, die, ausgehend von der Körpervorderkante oder dem Staupunkt, laminar ist und ab einer bestimmten Lauflänge in einen turbulenten Zustand übergeht (Herwig 2008). Der laminar-turbulente Übergang wird als Transition, der endliche Bereich, in dem die Transition stattfindet, als Transitionsbereich bezeichnet. Im Vergleich zu den Abmaßen des Strömungskörpers ist die Grenzschicht extrem dünn, wobei die Dicke der Grenzschicht mit  $\delta$  bezeichnet wird. Die qualitative Aussage, dass die Grenzschicht der Bereich ist, in dem die Viskosität eine Rolle spielt, ergibt noch keine quantitative Aussage über die Grenzschichtdicke. Bei der Betrachtung eines Geschwindigkeitsprofils in der Grenzschicht wird daher häufig der Punkt als Grenzschichtrand festgelegt, an dem die lokale Geschwindigkeit  $u$  99 % der Außengeschwindigkeit  $U_\infty$  erreicht. In diesem Fall wird für die Grenzschichtdicke  $\delta_{99}$  geschrieben, um den willkürlich festgelegten Punkt kenntlich zu machen (Schlichting u. Gersten 2006).

Allgemein wächst die laminare Grenzschichtdicke über die Lauflänge monoton mit  $\delta \propto \sqrt{x}$  und etwa linear für eine turbulente Schicht (Herwig 2008). Die Grenzschichtdicke ist um so kleiner, je größer die Reynoldszahl ist. Die Reynoldszahl (auch: Reynolds-Zahl) stellt das Verhältnis zwischen Trägheits- und Reibungskraft in einer Strömung dar (Schlichting u. Gersten 2006):

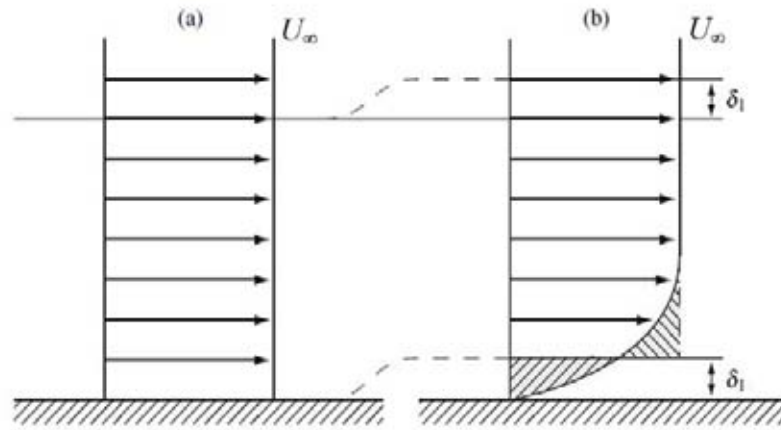
$$Re_L = \frac{\rho U L}{\mu}. \quad (2.1)$$

$U$  ist hierbei eine charakteristische Strömungsgeschwindigkeit (z. B. die Anströmgeschwindigkeit oder die mittlere Geschwindigkeit in einem Rohr) und  $L$  ein charakteristisches Längenmaß des betrachteten Strömungsproblems (z. B. die Sehnenlänge eines Tragflügels oder ein Rohrdurchmesser; der Index der Reynoldszahl gibt meistens einen Hinweis auf die verwendete Bezugslänge). Bei kleinen Reynoldszahlen überwiegen Reibungskräfte, bei hohen Reynoldszahlen die Trägheitskräfte. Für  $Re \rightarrow \infty$ , also verschwindende Viskosität, ergibt sich die Strömung eines idealen Fluids. Da die meisten technischen Fluide sehr große Reynoldszahlen aufweisen, werden die theoretischen Grenzschichtbetrachtungen von der asymptotischen Lösung für  $Re = \infty$  aus entwickelt (Schlichting u. Gersten 2006). Die Grenzschichtdicke besitzt neben der anschaulichen Bedeutung keine relevante Aussagekraft. In der (CFD-)Praxis kann die willkürliche Definition über die Geschwindigkeitsprofile sogar zu erheblichen Problemen führen, wenn eine starke Inhomogenität der Geschwindigkeiten im Strömungsfeld das Festlegen der Außengeschwindigkeit verhindert.

Strömungstechnisch relevant sind hingegen die Verdrängungsdicke  $\delta_1$  und die Impulsverlustdicke  $\theta$ : In Wandnähe ist der Massenstrom auf Grund der Haftbedingung und des daraus resultierenden Geschwindigkeitsprofils gegenüber der reibungsfreien Strömung vermindert. Durch diese verdrängende Wirkung „sieht“ die Strömung einen aufgedickten Körper. Dieser Verdrängungseffekt ist immer dann von Bedeutung, wenn Strömungsquerschnitte (z. B. in Turbomaschinen) wichtig sind und eine zusätzliche Versperrung technisch relevant ist. Die eigentliche Verdrängungsdicke folgt aus der Gleichheit der schraffierten Bereiche des Geschwindigkeitsprofils in Abbildung 2.3 (b) und ist definiert als Integral senkrecht zur Körperoberfläche (Schlichting u. Gersten 2006):

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy. \quad (2.2)$$

Da die Integration nur bis zum Erreichen der Grenzschichtdicke  $\delta$  einen Beitrag zu  $\delta_1$  liefert, kann als



**Abb. 2.3:** Verdrängungsdicke: (a) Geschwindigkeitsprofil einer reibungsfreien Strömung. (b) Geschwindigkeitsprofil einer reibungsbehafteten Strömung. Die Strömung wird um  $\delta_1$  verdrängt. Aus Herwig 2008, bearbeitet.

obere Integrationsgrenze auch die Grenzschichtdicke  $\delta$  eingesetzt werden (Herwig 2008).<sup>3</sup> Die Verminderung des Massenstroms im Bereich der Grenzschicht ist mit einer Verminderung des Impulsstroms verbunden, was zur Definition der Impulsverlustdicke  $\theta$  führt (Schlichting u. Gersten 2006):

$$\theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy. \quad (2.3)$$

Die Impulsverlustdicke ist im Zusammenhang mit dem Widerstand eines Körpers (Herwig 2008) und bei der Transitionsbestimmung wichtig. Aus der Verdrängungsdicke und der Impulsverlustdicke kann ein Formparameter  $H$  gebildet werden (Schlichting u. Gersten 2006):

$$H = \frac{\delta_1}{\theta}. \quad (2.4)$$

Tritt Transition in der Grenzschicht auf, fällt der Formparameter ab. Der Abfall und die entsprechenden Werte für  $H$  können Abbildung 2.4 entnommen werden.<sup>4</sup> Aufgetragen ist der Abfall für eine einfache Plattenströmung.

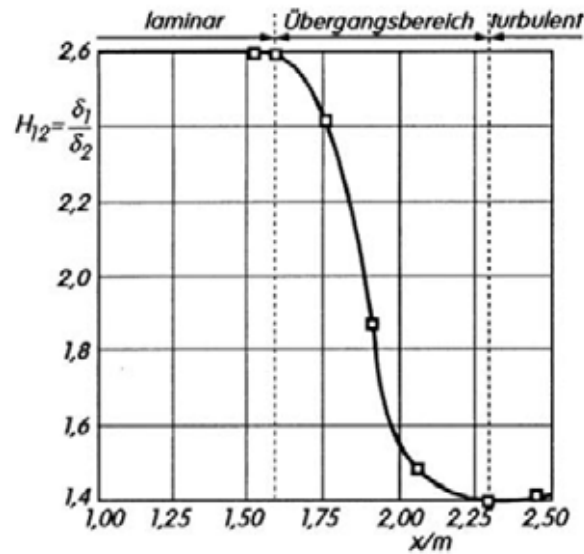
Die Wandschubspannungen  $\tau_w$  sind in der Grenzschicht proportional zum Geschwindigkeitsgradienten senkrecht zur Körperoberfläche  $\partial u / \partial y$  (Herwig 2008). Da die turbulente Grenzschicht ein völligeres Geschwindigkeitsprofil als eine laminare Grenzschicht besitzt, sind im Falle der turbulenten Grenzschicht die Wandschubspannungen höher als in der laminaren (vgl. Abbildung 2.5).

## 2.2.2 Besonderheiten und Aufbau der turbulenten Grenzschicht

Die Definition, dass die Grenzschicht der Bereich ist, in dem die Viskosität Einfluss auf die Strömungseigenschaften hat, gilt nur bedingt für turbulente Grenzschichten. Bei einer turbulenten Grenzschicht

<sup>3</sup>Hieraus ergibt sich wiederum die Schwierigkeit  $\delta$  zu definieren, da die Wahl von z. B.  $\delta_{99}$  auf eine zu kleine Verdrängungsdicke führt. Gleiches gilt für die Impulsverlustdicke.

<sup>4</sup>In der deutschen Literatur wird die Impulsverlustdicke oft mit  $\delta_2$  benannt und daher  $H_{12}$  geschrieben.



**Abb. 2.4:** Abfall des Formparameters  $H$ : Der Übergang von der laminaren zur turbulenten Strömung ist mit einem Abfall des Formparameters  $H$  verbunden. Aus Schlichting u. Gersten 2006.

muss die Aufteilung in eine turbulenzarme, reibungsfreie Außenströmung und die turbulente Strömung in der Grenzschicht erfolgen. Die turbulente Grenzschicht selbst besitzt eine Zwei-Schichtenstruktur (Herwig 2006). In der viskosen Unterschicht, die sehr klein gegenüber der Grenzschichtdicke ist, ist nur die molekulare Viskosität für die Reibung verantwortlich, da die turbulenten Schwankungen durch die Wandnähe gedämpft werden. Im übrigen Grenzschichtbereich ist die Reibung auf die „scheinbare“ Viskosität (Wirbelviskosität) aus den turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen zurückzuführen (Schlichting u. Gersten 2006).

Dieser äußere Grenzschichtbereich wird auch als Defekt-Schicht bezeichnet, da er nur geringe Abweichungen zum Grenzschichttrand aufweist (Herwig 2006). Im Übergangsbereich von viskoser Unterschicht zur Defekt-Schicht sind molekulare und turbulente Viskosität gleich stark (Oertel Jr. et al. 2006). Für die einzelnen Bereiche der turbulenten Grenzschicht können dimensionslose Ähnlichkeitsparameter angegeben werden, die als charakteristische Größen die Geschwindigkeitsverteilung mit der Wandschubspannung  $\tau_w$  verbinden. Über die Wandschubspannung wird die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  als charakteristische Größe des wandnahen Bereichs definiert (Nitsche u. Brunn 2006):

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (2.5)$$

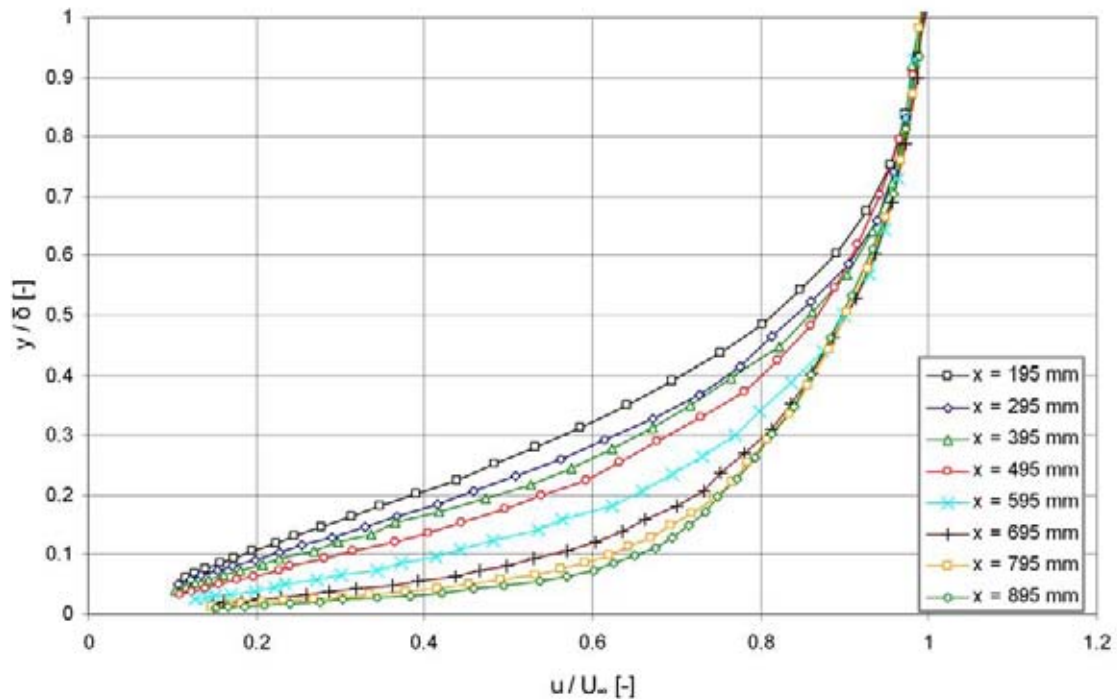
Mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit lassen sich eine dimensionslose Geschwindigkeit  $u^+$  und ein dimensionsloser Wandabstand  $y^+$  bilden:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad (2.6)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}. \quad (2.7)$$

Untersuchungen zeigen für die viskose Unterschicht, dass  $u^+ = y^+$  ist, wenn konstante Schubspannungen angenommen werden. An die viskose Unterschicht schließt sich der logarithmische Wandbereich





**Abb. 2.5:** Gemessenes Geschwindigkeitsprofil einer Grenzschicht: Mit zunehmender Lauflänge  $x$  findet ein Übergang vom laminaren zum turbulenten Geschwindigkeitsprofil statt. ERCOFTAC T3A-Fall aus ERCOFTAC 2010.

als Übergang zur Defekt-Schicht an. In diesem gilt das logarithmische Wandgesetz für die Wandschubspannungen, das über Turbulenzhypothesen hergeleitet werden kann und über  $u^+$  und  $y^+$  ausgedrückt wird (Nitsche u. Brunn 2006):

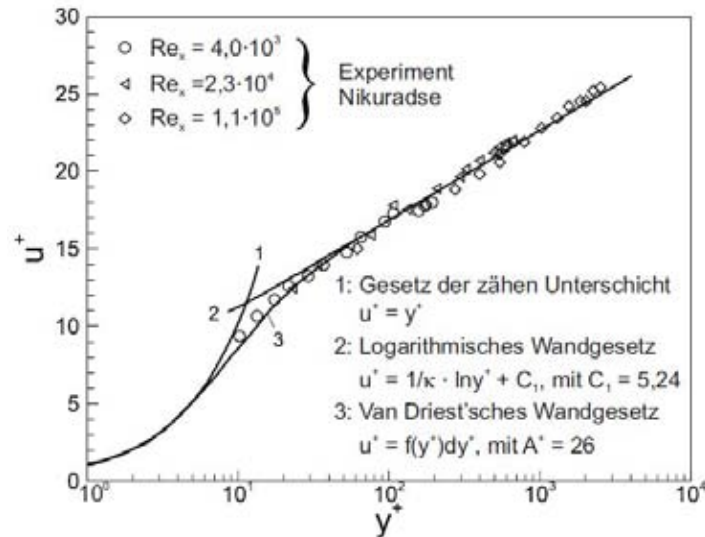
$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C_1, \quad (2.8)$$

mit  $C_1 = 5,24$ ;  $\kappa = 0,4$ .

Nach Nitsche u. Brunn 2006 kann der Übergang zwischen viskoser Unterschicht und dem logarithmischen Wandbereich nach dem van Driest'schen Wandgesetz beschrieben werden, das jedoch numerisch gelöst werden muss. In Abbildung 2.6 sind die Verläufe von  $u^+ = f(y^+)$  für die Bereiche unterhalb der Defekt-Schicht aufgeführt. Allgemein kann für die Grenzen der einzelnen Schichten ein konkreter  $y^+$ -Wert angegeben werden (Oertel Jr. et al. 2006):

$$\begin{aligned} \text{Viskose Unterschicht: } & 0 < y^+ < 5, \\ \text{Übergangsbereich: } & 5 < y^+ < 30, \\ \text{logarithmischer Wandbereich: } & 30 < y^+ < 350. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Die aufgeführten Zusammenhänge ermöglichen es, die Wandschubspannungen durch eine Messung der Strömungsgeschwindigkeiten in Wandnähe zu bestimmen, ohne dass Messungen unmittelbar an der Körperoberfläche vorgenommen werden oder die Oberfläche durch Einbringen von Wandreibungswaagen verändert werden muss. Die Wandschubspannungen werden zu Vergleichszwecken meist als



**Abb. 2.6:** Dimensionslose Parameter der turbulenten Grenzschicht: Für den wandnahen Bereich lassen sich über dimensionslose Ähnlichkeitsparameter Zusammenhänge zwischen Geschwindigkeit und Wand Schubspannung herleiten. Aus Nitsche u. Brunn 2006.

dimensionsloser Beiwert angegeben. Für diese lokalen  $c_f$ -Werte gibt es eine Reihe von theoretischen Formeln, mit denen sich die Reibungskräfte abschätzen lassen.

### 2.2.3 Lokaler und globaler Reibungsbeiwert

Es ist bei Körperumströmungen üblich für die Reibungskräfte einen Beiwert anzugeben, der die Wandschubspannungen auf den Staudruck der Anströmung bezieht. Allgemein gilt für diese lokalen  $c_f$ -Werte (Nitsche u. Brunn 2006):

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2}. \quad (2.10)$$

Für einfache Plattenströmungen korrelieren die  $c_f$ -Werte für die laminare und die turbulente Grenzschicht mit der Reynoldszahl (Nitsche u. Brunn 2006). Bei einer laminaren Strömung ergibt sich über die Grenzschichttheorie der  $c_f$ -Verlauf aus der Blasius-Gleichung (Herleitung z. B. in Schlichting u. Gersten 2006, Kapitel 6):

$$c_f = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}}. \quad (2.11)$$

Für die turbulente Grenzschicht lässt sich eine große Anzahl an verschiedenen Gleichungen angeben, die sich teilweise nur geringfügig oder für bestimmte Lauflängen unterscheiden. Diese Gleichungen basieren sowohl auf Versuchsdaten, für die passende Kurvenverläufe angenähert werden, als auch auf theoretischen Herleitungen. Eine gebräuchliche Annahme sind Potenzfunktionen zur Basis  $Re_x$ , wobei  $x$  die momentane Lauflänge entlang des Körpers meint:

$$\text{Oertel Jr. et al. 2006: } c_f = \frac{0,0609}{(Re_x)^{1/5}}, \quad (2.12)$$

$$\text{White 1991: } c_f = \frac{0,027}{(Re_x)^{1/7}}, \quad (2.13)$$

$$\text{White 1991: } c_f = \frac{0,058}{(Re_x)^{1/5}}. \quad (2.14)$$

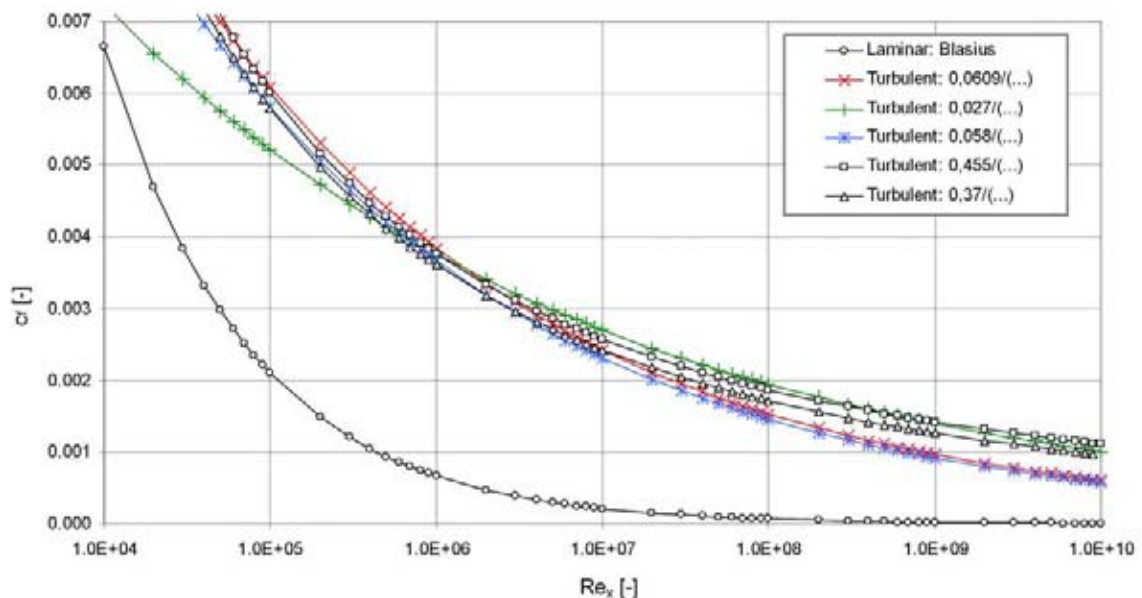
Die von Prandtl entwickelte Gleichung (2.13) liefert gute Ergebnisse für die ebene Platte. Die Gleichung (2.14), ebenfalls von Prandtl entwickelt, ist oft in der Literatur angegeben, jedoch nicht sonderlich genau, da sie auf unzureichenden Messdaten beruht (White 1991). Neben den Potenzfunktionen („power laws“, White 1991) bieten Herleitungen über die dimensionslosen Ähnlichkeitsparameter der turbulenten Grenzschicht nahezu exakte Ergebnisse, die sich auch auf Strömungen mit Druckgradienten übertragen lassen (White 1991):

$$c_f = \frac{0,455}{\ln^2(0,06 Re_x)}. \quad (2.15)$$

Nitsche u. Brunn 2006 führt für die turbulente Grenzschicht an:

$$c_f = \frac{0,37}{(\log Re_x)^{2,584}}. \quad (2.16)$$

Weitere, komplexere Gleichungen lassen sich in Herwig 2006 und Schlichting u. Gersten 2006 finden. Neben den Korrelationsgleichungen über  $Re_x$  existieren auch Korrelationen über die Impulsverlustdicke (siehe z. B. NASA 2011). In Abbildung 2.7 sind die aufgeführten Gleichungen dargestellt.



**Abb. 2.7:** Theoretischer  $c_f$ -Wert für die ebene Platte: Verläufe der angegebenen Formeln, logarithmische Einteilung der Abszissenachse.

Auffällig sind die Abweichungen für den asymptotischen Bereich des Plattenanfangs und für große

Reynoldszahlen. Die von White 1991 für Gleichung (2.14) angeführte Ungenauigkeit lässt sich im Vergleich zu den anderen theoretischen Werten nur bei kleinen Reynoldszahlen nachvollziehen. Neben dem lokalen Reibungsbeiwert ist es sinnvoll, den globalen  $c_{f,g}$ -Wert (bzw.  $c_{w,f}$  als Reibungsanteil des Widerstandsbeiwerts) anzugeben. Dieser ergibt sich für zweidimensionale Strömungen durch Integration der Wandschubspannungen entlang der Körperoberfläche (Oertel Jr. et al. 2006):

$$F_f = b \int_0^L \tau_w(x) dx, \quad (2.17)$$

$$\tau_w(x) = c_f(x) \frac{\rho}{2} U_\infty^2, \quad (2.18)$$

$$c_{f,g} = \frac{F_f}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 L b} = \frac{1}{L} \int_0^L c_f(x) dx. \quad (2.19)$$

Allgemein gilt für alle Beiwerte, dass die Bezugsgrößen beliebig sind. So kann statt  $U_\infty$  auch eine andere Geschwindigkeit  $U_{ref}$  (z. B. die Geschwindigkeit am Eintritt einer Messstrecke) gewählt werden. Dies ist kenntlich zu machen, da ein Vergleich mit anderen Werten nur möglich ist, wenn alle Bezüge klar definiert sind.

## 2.2.4 Grenzschichten und die Aerodynamik von Tragflügeln

Wird ein Tragflügel angeströmt entsteht eine zur Anströmung senkrecht stehende Kraft, die als Auftrieb  $A$  bezeichnet wird. In der Aerodynamik wird der Auftrieb zu Vergleichszwecken als Beiwert angegeben. Dieser wird über den Staudruck der Anströmung  $q_\infty$  und eine Bezugsfläche  $S$  (z. B. der Flügelfläche) gebildet:

$$c_A = \frac{A}{q_\infty S} = \frac{A}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 S}. \quad (2.20)$$

Bei den  $c_A$ -Werten zeigt sich eine Zunahme bei höherer Machzahl. Diese kann auf den Einfluss der Kompressibilität zurückgeführt werden. Für die Machzahl gilt:

$$Ma = \frac{U}{a}, \quad (2.21)$$

Der  $c_A$ -Wert steigt bei einer kompressiblen Strömung (Sigloch 2009):

$$c_{A,komp.} = \frac{c_{A,inkomp.}}{\sqrt{1 - Ma^2}}. \quad (2.22)$$

Hieraus folgt ein Anwachsen des  $c_A$ -Werts bei steigender Reynoldszahl. Gleichung (2.22) ist bis zu einer Machzahl von  $Ma = 0,7 \dots 0,85$  gültig.

Ein zweiter Beiwert wird für den Widerstand in Richtung der Anströmung definiert, der auf die gleichen Größen wie der Auftriebsbeiwert bezogen wird:

$$c_W = \frac{W}{q_\infty S} = \frac{W}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 S}. \quad (2.23)$$

Falls es sich um ein zweidimensionales Strömungsproblem (Profilumströmung) handelt, wird dies durch die Verwendung von kleinen Buchstaben in den Indizes deutlich gemacht:  $c_a$  bzw.  $c_w$ .

Sowohl Widerstand als auch Auftrieb sind auf das Vorhandensein einer Grenzschicht am Körper zurückzuführen. Durch Fluidreibung stellt sich eine unsymmetrische Umströmung um das Tragflügelprofil ein. Diese kann als Überlagerung einer Parallelströmung mit einer Zirkulation  $\Gamma$  betrachtet werden, aus der sich nach dem Auftriebssatz von Kutta-Joukowsky eine Querkraft (Auftrieb) senkrecht zur Anströmung ergibt (Sigloch 2009). Die Entstehung der Zirkulation ist in Sigloch 2009 und Böswirth 2010 anschaulich erklärt.

Für die jetzige Betrachtung ist lediglich der unsymmetrische Charakter der Strömung relevant, da sich oberhalb des Profils eine höhere Geschwindigkeit als auf der Profilunterseite einstellt. Dies ist gleichbedeutend mit dem Vorhandensein eines Unterdruckgebiets auf der Oberseite des Profils (Saugseite) und eines Überdrucks auf der Unterseite (Druckseite). Zur Darstellung der Druckverteilung wird die Differenz aus lokalem statischen Druck und dem statischen Druck der Anströmung auf den Staudruck der Anströmung bezogen. Es ergibt sich der Druckbeiwert  $c_p$  (Böswirth 2010):

$$c_p = \frac{\Delta p}{q_\infty} = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2}. \quad (2.24)$$

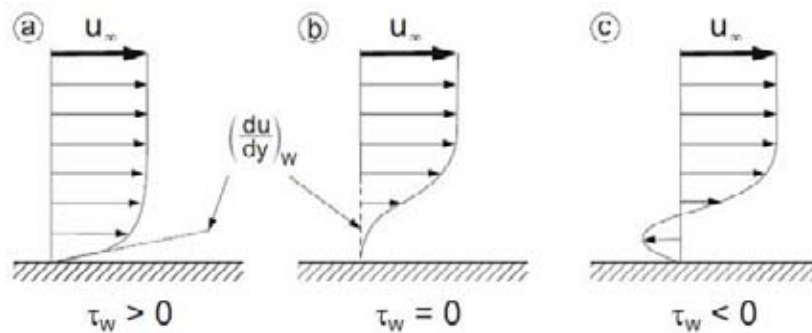
Die  $c_p$ -Werte werden entlang der Profilsehne aufgetragen, wobei in der Aerodynamik die negative Ordinatenachse nach oben zeigt (vgl. z. B. Abbildungen A.25 ... A.28). Neben dem Auftreten aerodynamischer Kräfte kann es bei der Umströmung von Körpern zum Ablösen der Grenzschicht kommen. Solche Strömungsablösungen können einen erheblichen Einfluss auf die am Körper angreifenden Kräfte haben.

## 2.2.5 Ablösen der Grenzschicht

Eine Strömung kann nur so weit in ein Gebiet höheren Drucks strömen, wie die kinetische Energie der Strömung in statischen Druck gewandelt werden kann. Fließt ein Fluid in ein Gebiet höheren Drucks, wird es daher verzögert, während der statische Druck zunimmt. Einer Grenzschichtströmung ist der Druck der freien Außenströmung aufgeprägt, was im Falle eines Druckgradienten in der Außenströmung zu einer Beschleunigung oder Verzögerung der Strömung in der Grenzschicht führt. Neben der Verzögerung kommt es in der Grenzschicht auf Grund der Reibung zu einem Energieverlust. Die Grenzschichtströmung kann folglich weniger weit als die umgebende Außenströmung in ein Gebiet höheren Drucks fließen. Die Grenzschichtströmung kann dabei so weit verzögert werden, dass sie zum Stillstand kommt und sich gegebenenfalls eine Rückströmung an der Körperoberfläche einstellt.

In Abbildung 2.8 ist zu erkennen, wie sich die Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht ändern. Die Ablösebedingung ist das Fehlen des Geschwindigkeitsgradienten senkrecht zur Wand ( $du/dy$ ), was sich in einem Verschwinden der Wandschubspannungen äußert (Schlichting u. Gersten 2006):

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = 0. \quad (2.25)$$



**Abb. 2.8:** Änderung der Geschwindigkeitsprofile bei einer Strömungsablösung: (a) Die Strömung liegt am Körper an. (b) Die Strömung löst vom Körper ab. (c) Rückströmung am Körper mit Bildung einer Ablöseblase. Aus Nitsche u. Brunn 2006.

Durch das Rückströmgebiet bildet sich eine Ablöseblase am Körper, in der die Strömung verwirbelt und ungeordnet ist (Totwassergebiet, vgl. Abbildung 2.9). Ablösegebiete sind mit einem starken Unterdruck verbunden, was beim Auftreten im rückwärtigen Bereich eines Körpers zu einer Erhöhung des Druckwiderstands führt (Schlichting u. Gersten 2006). Durch eine möglichst kleine Stromlinienkrümmung am Körper bleibt der Druckanstieg moderat, sodass Ablösungen verhindert werden. Es entstehen die charakteristischen Stromlinienkörper.

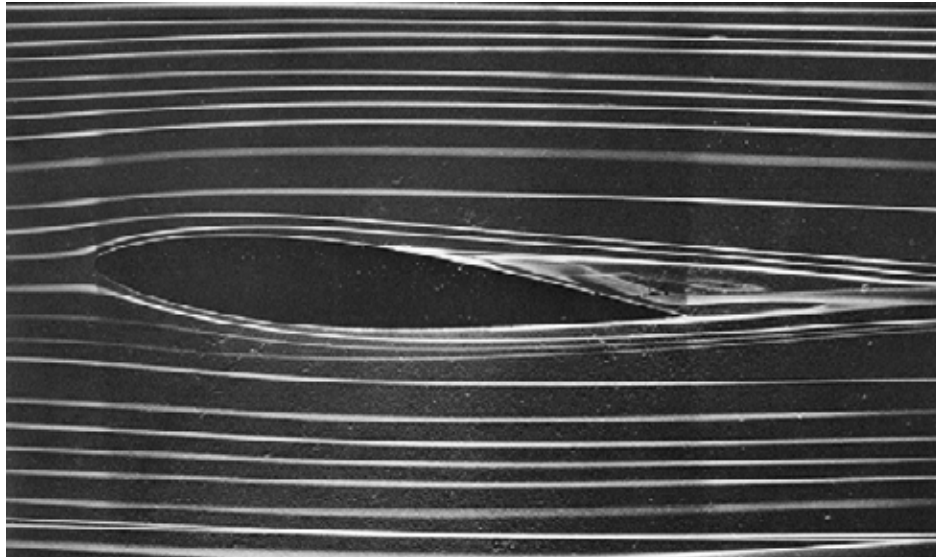


**Abb. 2.9:** Ablöseblase an einer konkaven Oberfläche: Die (Wasser-)Strömung ist nicht in der Lage der konkaven Kontur zu folgen und löst ab. Es bildet sich ein Totwassergebiet. Die laminare Grenzschicht ist links im Bild als schwarzer Streifen am Körper zu erkennen. Die laminare Strömung setzt sich an der Ablöseblase fort und der Umschlag zur turbulenten Strömung findet in der Scherschicht zwischen freier Strömung und Ablöseblase statt. Aus van Dyke 1997.

Zwischen laminaren und turbulenten Strömungen gibt es Unterschiede im Ablöseverhalten. Eine turbulente Strömung löst später ab als eine laminare, was auf die turbulenten Schwankungen in der Strömung zurückzuführen ist. Durch die Schwankungen verstärkt sich die mitschleppende Wirkung der Außenströmung (Schlichting u. Gersten 2006). Bei der Gestaltung eines Körpers ist folglich der zu erwartende Charakter der Grenzschicht von erheblicher Bedeutung: Eine laminare Grenzschicht senkt die Reibung, löst jedoch früher ab, was zu einem erheblichen Anstieg des Druckwiderstands und bei einem Tragflügel zum Einbruch der Auftriebskurve führen kann.

Bei der Umströmung eines Tragflügels kann es zu einer Reihe von Ablöse- und Transitionsvorgängen kommen, die die Vorhersage der aerodynamischen Eigenschaften bei hohen Anstellwinkeln erschweren. Auf der Saugseite des Profils zeigt sich bis zum Erreichen des Druckminimums meist eine laminare Strömung, wenn diese nicht vorher, durch andere Transitionsmechanismen bedingt, in einen turbulenten

ten Zustand übergeht. Im anschließenden Bereich steigenden Drucks wird die Grenzschicht instabil und schlägt in eine turbulente Strömung um. Im Bereich der Hinterkante kommt es bei höheren Anstellwinkeln dann zum turbulenten Ablösen der Strömung. In Abbildung 2.10 ist eine solche turbulente Ablösung an einem leicht angestellten Profil gezeigt.



**Abb. 2.10:** *Turbulente Ablösung an einem NACA-Profil: An einem um  $5^\circ$  angestellten NACA 63A015-Profil kommt es im Bereich der Hinterkante zu einer turbulenten Ablösung. Sichtbarmachung durch Farbfäden in Wasser. Aus van Dyke 1997.*

Bei höheren Anstellwinkeln kommt es neben stärkeren Ablösungen an der Hinterkante auch zu Änderungen im Strömungsverhalten im Bereich des Druckminimums. Durch einen steileren Druckanstieg nach der Saugspitze kann die laminare Strömung ablösen und eine kleine laminare Ablöseblase bilden. Die Ablösung ist dann klein, wenn sie nur lokalen Einfluss auf die Druckverteilung hat und sich die Strömung wieder anlegt. Kleine Ablösungen können bei höheren Anstellwinkeln erheblich anwachsen und zu einem plötzlichen Strömungsabriss führen. Das plötzliche Anwachsen einer laminaren Ablöseblase wird als „bursting“ bezeichnet (vgl. Gaster 1969 und Russel 1979).

In vielen Fällen ist es vorteilhaft, eine turbulente Grenzschicht zu erzeugen. Praktisch kann dies durch den Einsatz von Stolperdrähten (Prandtl's Versuche am Kreiszylinder), Zackenbändern (Segelflugzeug) oder einer unregelmäßigen Kontur (Golfball) erfolgen. Diese Turbulatoren erzwingen als Oberflächenstörung eine turbulente Strömung, die länger am Körper anliegt.

## 2.3 Phänomenologie der Turbulenz

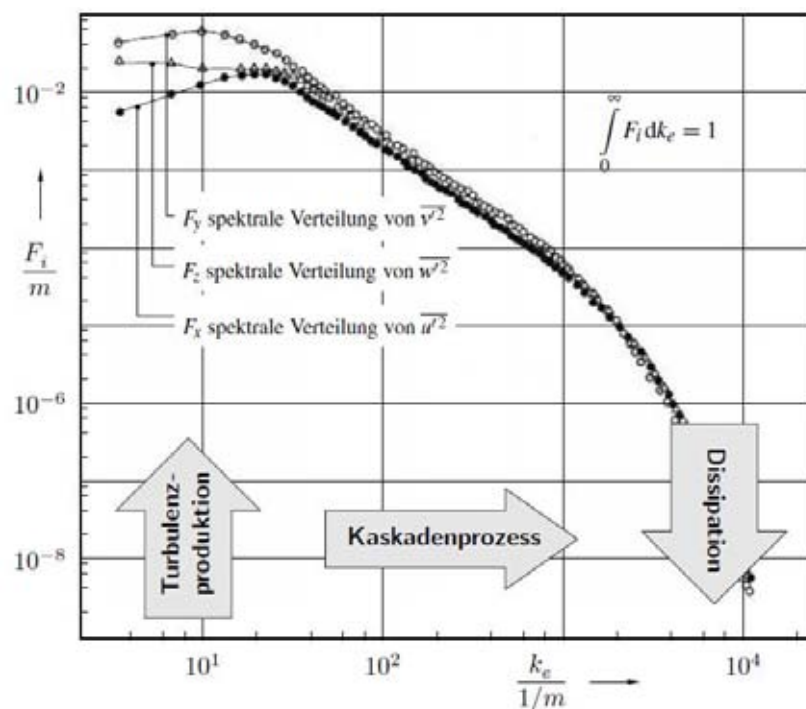
Der folgende Abschnitt soll eine grundlegende Vorstellung von der Physik turbulenter Strömungen geben, ohne zu stark auf die Modellbildung der Turbulenzmodellierung bzw. Simulation einzugehen. Dieses ist mit gewissen Schwierigkeiten verbunden, da turbulente Strömungen trotz nunmehr über 100 Jahren Turbulenzforschung nicht vollständig verstanden sind und gewisse Modellvorstellungen daher zwangsläufig herangezogen werden müssen. Die nachstehenden Ausführungen folgen den Erläuterungen in Herwig 2008. Demnach handelt es sich bei Turbulenz um ein hochgradig nichtlineares Phänomen, weshalb die Fluktuation einer Strömungsgröße nicht zu einer proportionalen Änderung einer anderen Größe führt. Zusätzlich ist die Vorstellung irreführend, dass es sich bei einer turbulenten



Strömung lediglich um die Superposition einer laminaren Grundströmung mit einer Schwan­kungsbe­wegung handelt, da turbulente Strömungen gänzlich andere physikalische Eigenschaften aufweisen. Nach Herwig 2008 sind zwei unterschiedliche Interpretationen der Turbulenz möglich. Turbulenz ist:

1. Der nichtlineare Sättigungszustand eines schwingungsfähigen Systems mit beliebig vielen Freiheitsgraden.
2. Die räumliche Überlagerung von ineinander verschränkten Wirbelstrukturen mit einer kontinuierlichen Größenverteilung.

Die erste Interpretation beruht auf der Überlegung, dass Fluide prinzipiell als schwingungsfähiges System mit beliebig vielen Freiheitsgraden betrachtet werden können, da einer Strömungsgröße (Druck, Geschwindigkeit, etc.) Störungen überlagert sein können, die sich aus einer Fourierreihe unterschiedlicher, periodischer Änderungen ergeben. Diese Überlegung gilt ebenfalls für laminare Strömungen mit



**Abb. 2.11:** Turbulentes Energiespektrum: Die kinetische Energie pro Wellenzahl ( $F_i$ ) ist auf die kleinen Wellenzahlen ( $k_e$ ) konzentriert. Kleine Wellenzahlen entsprechen großen, energieführenden Wirbeln, große Wellenzahlen kleinen Wirbeln, die hauptsächlich für die Dissipation der turbulenten Energie verantwortlich sind. Aus Herwig 2008.

dem Unterschied, dass die auftretenden Störungen in der laminaren Strömung gedämpft sind. Wäre dies nicht der Fall, würde die Strömung turbulent werden. In turbulenten Strömungen sind Störungen so lange angefacht, bis viskose Effekte die Verstärkung der Schwingungsamplituden verhindern. In diesem Fall tritt ein „nichtlinearer Sättigungszustand“ ein (Herwig 2008). Über ein Energiespektrum lässt sich zeigen, wie die kinetische Energie der Schwankungen (als Maß der Schwingungsgeschwindigkeit) auf die Auftretsfrequenzen der Schwankungen verteilt ist. In Abbildung 2.11 erfolgt die Abbildung des Spektrums über der Wellenzahl (Schwingungen pro Länge).

Es zeigt sich hierbei, dass die höchste kinetische Energie auf den Bereich der kleinen Wellenzahlen (kleinen Frequenzen) fällt und die kinetische Energie zu großen Wellenzahlen (großen Frequenzen) hin abfällt. Dabei sind die Schwankungen über einen großen Wellenzahlbereich in alle Raumrichtungen nahezu gleich.

Bei der Betrachtung des Energiespektrums ist die zweite Interpretation der Turbulenz hilfreich. Demnach ist die Turbulenz gleichbedeutend mit dem Vorhandensein von Wirbeln unterschiedlicher Größe,



die sich überlagern und zusammenhängende Strukturen bilden („Fluidballen“, Herwig 2008). Nach dem Energiespektrum entsprechen kleine Wellenzahlen großen Wirbeln und große Wellenzahlen kleinen Wirbeln. Die Wirbel-Interpretation geht davon aus, dass die großen Wirbel als Hauptenergieträger der mittleren Strömung Energie entziehen, die Wirbel im Strömungsfeld in immer kleinere Wirbel zerfallen und so mechanische Energie hin zu den kleinsten Wirbeln transportieren. Auf der Ebene der kleinsten Wirbel findet die hauptsächliche Dissipation der Energie statt (in Form einer Erwärmung der Umgebung), die zum Energieverlust der Strömung führt. Dieser Prozess des Energietransports wird als „Kaskadenprozess“ bezeichnet (Herwig 2008). Die Größe der kleinsten Wirbel ist nach unten begrenzt, da höhere Frequenzen höhere Dissipationsraten bedeuten. Dies führt dazu, dass die Abmaße der kleinsten Wirbel oberhalb der molekularen Ebene liegen und die Turbulenz als Kontinuumsphänomen betrachtet werden kann (Herwig 2008).

Als Maß der Turbulenz einer Strömung wird der Turbulenzgrad über die mittleren Geschwindigkeitsschwankungen gebildet (Schlichting u. Gersten 2006):

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} (\overline{u'_x u'_x} + \overline{u'_y u'_y} + \overline{u'_z u'_z})}}{U_\infty}, \quad (2.26)$$

der sich unter Annahme einer isotropen Turbulenz weiter vereinfacht:

$$\overline{u' u'} = \overline{u'_x u'_x} = \overline{u'_y u'_y} = \overline{u'_z u'_z}, \quad (2.27)$$

$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{u' u'}}}{U_\infty}. \quad (2.28)$$

Oft wird der Turbulenzgrad nach Gleichung (2.28) als prozentualer Wert angegeben.

## 2.4 Transition in Grenzschichten

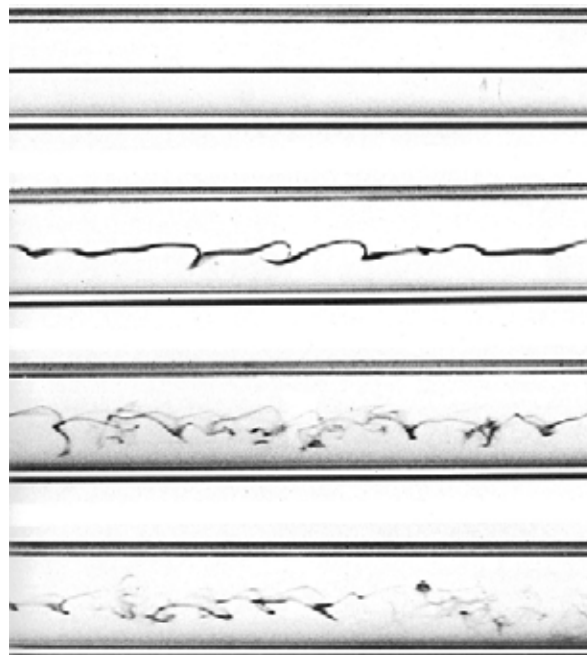
Transition meint den Übergang der laminaren Strömung oder Grenzschicht in einen turbulenten Zustand. Hinter dieser simplen Definition steckt ein komplexer Vorgang. Ähnlich wie für die Turbulenz lässt sich auch für das Turbulentwerden einer Strömung keine vollständige Theorie angeben, obwohl die Forschung hierzu bis zu den Farbfadenversuchen von Osborne Reynolds (1883) zurückreicht. Dies liegt hauptsächlich daran, dass der Übergang in seinen Abläufen und in den Randbedingungen, die zur Transition führen, stark unterschiedlich verläuft. Zum besseren Verständnis der Transitionsmechanismen haben besonders Fortschritte bei der versuchstechnischen Sichtbarmachung von turbulenten Strukturen geführt, da theoretische Vorhersagen aus der Stabilitätstheorie im Versuch nachgewiesen werden konnten. Oft wird bei der Betrachtung der Transition eine Unterscheidung zwischen natürlicher und Bypass-Transition vorgenommen (Fröhlich 2006). Die Gründe hierfür sind der unterschiedliche Ablauf des Transitionsprozesses und die Randbedingungen, die zum Übergang führen. Neben dieser Einteilung sind weitere Abgrenzungen möglich. So führt Mayle 1991 als grundlegenden Transitionsprozess zusätzlich die ablösungs-induzierte Transition ein. An dieser Stelle sollen eine Reihe von Transitionsvorgängen beschrieben werden, die sich in ihren Abläufen unterscheiden, teilweise aber einem der Grundmechanismen zugeordnet werden können. Zusätzlich wird eine Übersicht über Ursachen und Randbedingungen gegeben, die den Transitionsprozess beeinflussen.

### 2.4.1 Transitionsarten

#### Natürliche Transition

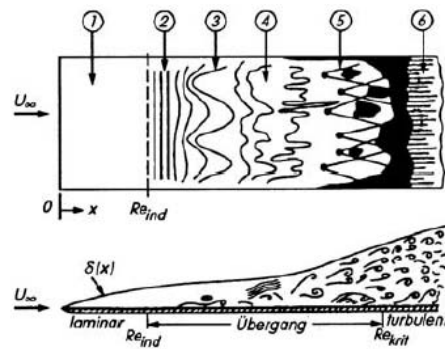
Die natürliche Transition meint einen Transitionsprozess, der ausgehend von einer laminaren Strömung eine Reihe von Stationen durchläuft und in einer vollkommen turbulenten Strömung oder Grenzschicht endet. Die Überlegungen zur natürlichen Transition gehen auf O. Reynolds zurück, der in Versuchen nachweisen konnte, dass Rohrströmungen bei Erreichen einer kritischen Reynoldszahl vom laminaren Zustand in den turbulenten übergehen (vgl. Abbildung 2.12). Die kritische Reynoldszahl ergibt sich für eine Rohrströmung zu (Schlichting u. Gersten 2006):

$$Re_{D,krit} = \left( \frac{U_m D}{\nu} \right)_{krit} = 2300. \quad (2.29)$$



**Abb. 2.12:** Farbfadenversuch nach O. Reynolds: Durch Erhöhung der Geschwindigkeit wird die kritische Reynoldszahl erreicht. Die Strömung, sichtbar durch einen Farbfaden im Fluid, wird zunehmend turbulent. Das letzte Bild stellt eine vollständig turbulente Strömung dar. Aus van Dyke 1997.

Die Reynoldszahl ist in diesem Fall über die mittlere Geschwindigkeit und den Rohrdurchmesser zu bilden. Versuche haben gezeigt, dass die kritische Reynoldszahl auf  $Re_{D,krit} = 20\,000 \dots 40\,000$  erhöht werden kann und eine Strömung unter  $Re_D = 2000$  immer laminar ist. Die Versuche von O. Reynolds führten zur Entwicklung der Stabilitätstheorie. Danach können in der laminaren Grenzschicht kleine Störungen auftreten, die unterhalb einer bestimmten Reynoldszahl auf Grund der Viskosität gedämpft sind und wieder abklingen. Wird die Reynoldszahl erhöht, sinkt der dämpfende Effekt der Viskosität. Ziel der Stabilitätstheorie ist die Bestimmung der Indifferenz-Reynoldszahl  $Re_{ind}$ . Wird diese überschritten reicht die viskose Dämpfung nicht länger aus und die Störungen werden angefacht. Eine ausführliche Besprechung der Stabilitätstheorie ist in Schlichting u. Gersten 2006 zu finden. Die Stabilitätstheorie sagt für die laminare Grenzschicht bei Erreichen der Indifferenz-Reynoldszahl das Vorhandensein zweidimensionaler Tollmien-Schlichting-Wellen voraus, die der Strömung überlagert sind. Experimente zeigen im weiteren Verlauf der Strömung, dass die Tollmien-Schlichting-Wellen von dreidimensionalen Wellen abgelöst werden, die eine charakteristische  $\Lambda$ -Wirbelstruktur besitzen.



**Abb. 2.13:** Stationen der natürlichen Transition (Schlichting u. Gersten 2006):

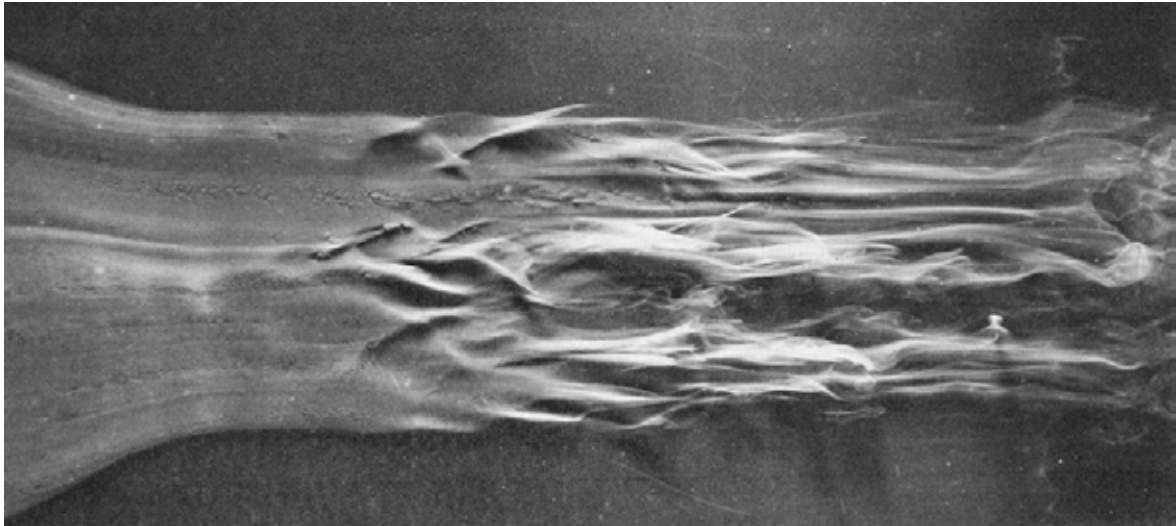
1. stabile laminare Strömung
2. instabile Tollmien-Schlichting-Wellen
3. dreidimensionale Wellen und Wirbelbildung ( $\Lambda$ -Strukturen)
4. Wirbelzerfall
5. Bildung von Turbulenzflecken
6. vollturbulente Strömung

Diese Wirbel zerfallen und werden von turbulenten Flecken abgelöst, die sich mit der Strömung bewegen. Bei Erreichen der kritischen Reynoldszahl ist die Strömung vollständig turbulent (Schlichting u. Gersten 2006). Dieser Ablauf ist für eine Plattenströmung in Abbildung 2.13 schematisch dargestellt. Abbildung 2.14 zeigt den tatsächlichen Verlauf an einer ebenen Platte. Je nach Randbedingungen liegt die kritische Reynoldszahl bei Plattenströmungen bei  $Re_{x,krit} = 3,5 \cdot 10^5 \dots 10^6$ .

Die Tollmien-Schlichting-Wellen konnten erst lange nach ihrer Vorhersage durch Schubauer u. Skramstad 1943 experimentell nachgewiesen werden. Vor dem Nachweis waren die Annahmen zur Stabilitätstheorie höchst umstritten (White 1991). Nach Mayle 1991 tritt natürliche Transition nur bei Turbulenzgraden unter 1 % auf. Dies mag erklären, warum der Nachweis der Tollmien-Schlichting-Wellen erst so spät gelang, da sehr niedrige Turbulenzgrade hohe Anforderungen an den Versuchsaufbau stellen. Bei dreidimensionalen Strömungen, bei denen eine Querkomponente zur Hauptströmungsrichtung besteht, kann das Einsetzen der Transition durch Querströmungs-Instabilitäten („cross-flow instabilities“) begünstigt werden (Langtry 2006). Diese Instabilitäten werden meist in Zusammenhang mit der natürlichen Transition betrachtet. Der Bereich zwischen Indifferenz- und kritischer Reynoldszahl stellt den Transitionsbereich dar. In diesem zeigt die Grenzschicht einen intermittierenden Charakter, da die Strömung an einem Punkt für einen gewissen Zeitanteil turbulent und sonst laminar ist. Dieser Zeitanteil wird über die Intermittenz  $\gamma$  beschrieben.

## Bypass-Transition

Mit Bypass-Transition wird ein Übergang der Grenzschicht bezeichnet, der durch die Turbulenz in einem angrenzenden Strömungsgebiet ausgelöst wird (Fröhlich 2006). Nach Mayle 1991 wird bei dieser Art der Transition die Bildung der Instabilitäten übersprungen (engl. bypass : umgehen) und es formen sich direkt Turbulenzflecken in der Grenzschicht. Demnach ist die Stabilitätstheorie für Bypass-Transition irrelevant. Bypass-Transition tritt immer dann auf, wenn in der freien Strömung hohe Turbulenzgrade vorliegen. Langtry 2006 führt jedoch aus, dass Oberflächenrauheit und Injektion



**Abb. 2.14:** *Natürliche Transition an einer ebenen Platte: An einer leicht angestellten Platte durchläuft eine Strömung den natürlichen Transitionsprozess. Aus van Dyke 1997.*

von turbulenter Strömung in die Grenzschicht, wie bei der Kühlung von Turbinenschaufeln, ebenfalls zu einer direkten Bildung von Turbulenzflecken führen können. Wichtigster Bestandteil der Bypass-Transition ist die durch Emmons 1951 beschriebene Bildung der Turbulenzflecken. Da in allen Turbomaschinen (mit Ausnahme des Fans bei Triebwerken) hohe Turbulenzgrade auftreten, ist die Bypass-Transition bei der Betrachtung von Triebwerkskomponenten von vorrangiger Bedeutung, kann aber durch die folgenden Aspekte ergänzt sein (Mayle 1991).

### **Ablösungs-induzierte Transition**

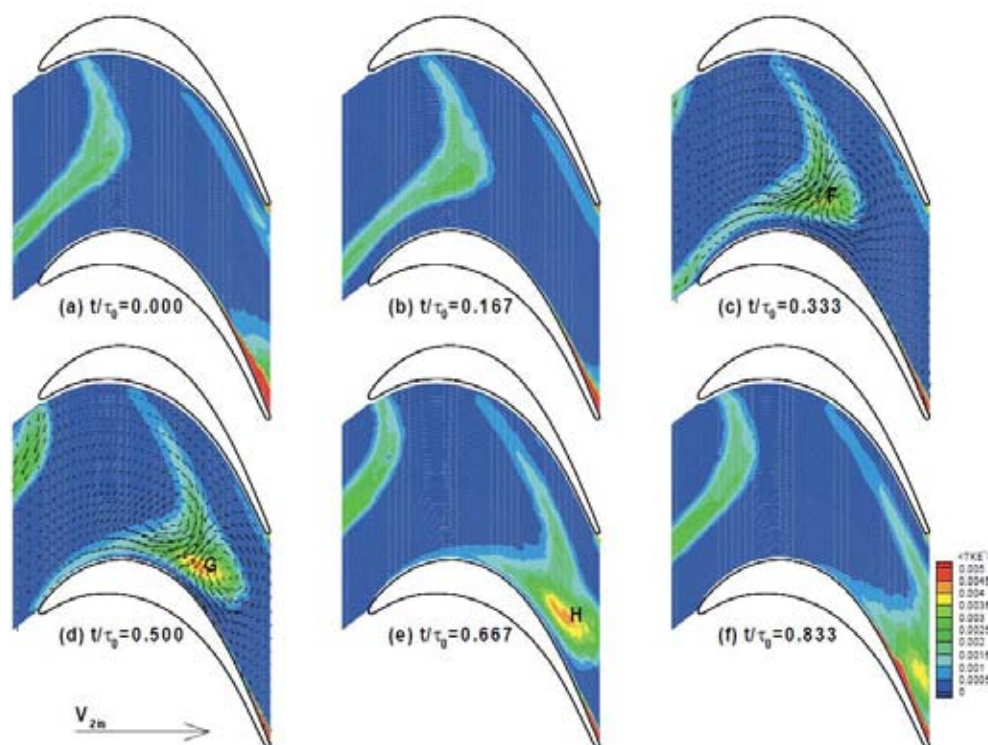
Die ablösungs-induzierte Transition (separation induced transition) stellt für sich genommen keinen andersartigen Transitionsvorgang dar, sondern beschreibt einen Transitionsvorgang, der an einer laminaren Ablöseblase abläuft. Dabei ist die Ablösung an sich nicht der Grund für den Transitionsbeginn, sondern stellt nur den Ort des Geschehens dar. Die Transition findet entlang der Ablöseblase innerhalb der Scherschichten zur freien Außenströmung statt. Nach Mayle 1991 kann der Vorgang als natürliche Transition oder Bypass-Transition ablaufen. Durch den Übergang in den turbulenten Zustand steigt die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Grenzschicht wieder anlegt. Die Größe der Ablöseblase ist folglich entscheidend vom vorliegenden Transitionsvorgang abhängig. Kleine und große Ablösungen werden über die Auswirkungen auf die Gesamtdruckverteilung bestimmt (Mayle 1991): Eine kleine Ablöseblase wirkt sich nur lokal auf die Druckverteilung aus, wobei eine große Blase die globalen Eigenschaften eines Profils verändern kann.

Der plötzliche Wechsel von kleiner zu großer Ablöseblase kann schon bei kleinen Änderungen des Anstellwinkels oder der Reynoldszahl erfolgen und zu einem dramatischen Auftriebseinbruch oder zum vollständigen Strömungsabriss führen. Der Ort der Ablösung entspricht meist dem Ort des Druckminimums auf einem Profil, da die laminare Grenzschicht durch den sich anschließenden Druckanstieg zum Ablösen neigt. In Verdichtern und Niederdruck-Turbinen kann eine massive Ablösung, die ggf. ohne turbulentes Wiederanlegen erfolgt, zu einem erheblichen Leistungseinbruch und Änderungen des Abströmwinkels führen. Durch das gezielte Erzwingen von kleinen Ablöseblasen, zum Beispiel durch kleine Nasenradien bei Verdichtern, können bei Turbomaschinen auch im Off-Design-Bereich Leistungssteigerungen erzielt werden (Mayle 1991). Hierfür ist es notwendig, die vorliegende Transitionsart

zuverlässig zu bestimmen.

### Nachlauf-induzierte Transition

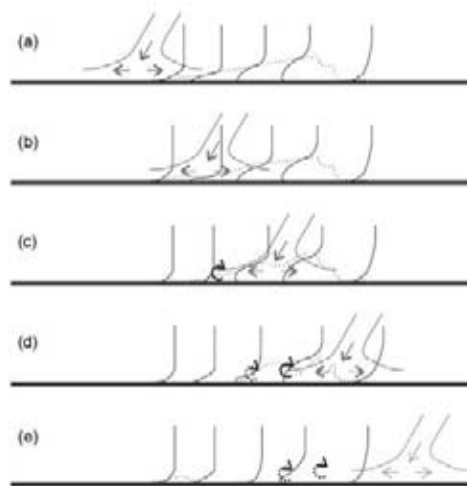
Die nachlauf-induzierte Transition (wake induced transition) oder periodisch-unstetige Transition (periodic-unsteady transition) stellt eine weitere Transitionsart dar, die besonders in Turbomaschinen von Bedeutung ist. Bei mehrstufigen Maschinen werden die Stufen durch die Nachläufe vorheriger Stufen oder durch von deren Hinterkanten ablaufende Verdichtungsstöße stark beeinflusst. Der Nachlauf trifft periodisch auf die Grenzschicht des Profils und wandert über diese ab (vgl. Abbildung 2.15). Nach Mayle 1991 ist der Effekt des Nachlaufs auf die Grenzschicht so massiv, dass die ersten Schritte



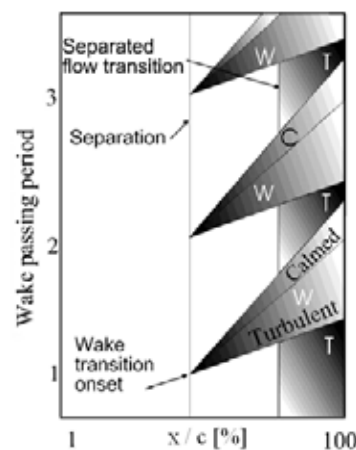
**Abb. 2.15:** LDA-Messung einer Nachlaufströmung in einer Turbinenstufe: Die Nachläufe, sichtbar durch die turbulente kinetische Energie, wandern durch das Schaufelgitter. Der Nachlauf trifft zur Hinterkante geneigt als „negative jet“ auf der Saugseite auf. Aus Stieger 2002.

der natürlichen Transition übersprungen werden und entstehende Turbulenzflecken unverzüglich zu turbulenten Streifen zusammenbrechen. Diese Art der Transition tritt unabhängig von anderen Mechanismen auf.

Beim Auftreffen eines Nachlaufs auf eine Ablöseblase tritt ein komplexer Transitionsprozess auf. Der Vorgang ist in Abbildung 2.16 schematisch dargestellt. Die Turbinenschaufel „sieht“ den Nachlauf auf der Saugseite als zur Vorderkante gerichtete Strömung („negative jet“, Stieger u. Hodson 2003). In Abbildung 2.16 (a) ist der Nachlauf dargestellt (Pfeile) und eine laminare Ablösung mit turbulentem Wiederanlegen (gestrichelte Linie) mit angedeuteten Geschwindigkeitsprofilen dargestellt. Aus der Nachlaufströmung ergibt sich beim Auftreffen auf die Schaufel eine Strömung zur Hinterkante (rechts im Bild) und eine Strömung zur Vorderkante (links im Bild). Diese zusätzliche Strömung führt im stromauf gelegenen Bereich zu einer Verzögerung der Grenzschicht und im stromab liegenden Bereich



**Abb. 2.16:** Auswirkung eines Nachlaufs auf eine Ablöseblase: Durch den auftreffenden Nachlauf bildet sich auf der Saugseite der Schaufel direkt ein turbulentes Gebiet. Aus Stieger u. Hodson 2003.



**Abb. 2.17:** Transition auf einer Turbinenschaufel: Betrachtet man den Transitionsprozess entlang der Schaufel (Abszisse) zu verschiedenen Zeitpunkten (Ordinate), zeigt sich ein komplexer Wechsel von Transitionsarten. Eine Ablöseblase verschwindet beim Auftreffen des Nachlaufs und wird durch einen vollständig turbulenten Bereich abgelöst (W). Hierauf folgt zeitlich ein beruhigter Zustand (C), aus dem sich eine neue Ablösung formt. Bei (T) ist die Grenzschicht vollständig turbulent. Aus Howell et al. 2001, bearbeitet.

zu einer Beschleunigung. Trifft der Nachlauf auf die Ablöseblase (in (b) und (c)), kommt es zum Einbruch der Ablöseblase und zu einer Wirbelbildung. Die Wirbel wandern mit der halben Geschwindigkeit des Nachlaufs, was zu einem verwirbelten Bereich hinter dem Nachlauf führt (d). Durch diese Wirbel bildet sich ein vollständig turbulentes Gebiet auf der Schaufel. Stellt sich der ursprüngliche Strömungszustand ein, löst sich das turbulente Gebiet auf und es bleibt ein besonders beruhigter Bereich auf der Schaufel. In diesem Bereich bildet sich nach einer gewissen Zeit erneut eine laminare Ablösung (e). In Abbildung 2.17 ist der zeitliche und räumliche Ablauf des Transitionsprozesses an einer Turbinenschaufel aufgetragen. Dies zeigt, welche komplexen Vorgänge bei der Transition in Turbomaschinen ablaufen: Zu einem Zeitpunkt können alle Arten der Transition auf der Schaufel vorhanden sein und an einem Ort können verschiedene Transitionsarten periodisch auftreten (Mayle 1991).

## Relaminarisation

Eine Grenzschicht kann vom turbulenten Zustand wieder in den laminaren übergehen, wenn die Strömung bzw. Grenzschicht stark genug beschleunigt wird. Dieser Prozess wird als Relaminarisation (reverse transition, relaminarisation) bezeichnet. Beobachtet wurde dieser Vorgang zuerst in Düsen, tritt jedoch auch häufig an der Druckseite von Profilen im Bereich der Hinterkante, an Brennkammerauslässen und im Nasenbereich an der Saugseite von Turbinenschaufeln auf. Dies sind jeweils Orte, an denen starke Beschleunigungen auftreten können, die zur Relaminarisation führen (Mayle 1991). Nach Mayle 1991 kann der Vorgang so interpretiert werden, dass die turbulenten Wirbelstrukturen in der beschleunigten Strömung gedehnt werden und so die viskose Dissipation zunimmt. Als Maß für das Auftreten einer Relaminarisation kann der Beschleunigungsparameter  $K$  dienen (Mayle 1991):

$$K = \frac{\nu}{U^2} \frac{dU}{dx} > 3 \cdot 10^{-6} \quad (2.30)$$

Bei  $K > 10^{-6}$  tritt bei niedrigem Turbulenzgrad Relaminarisation auf. Für hohe Turbulenzgrade wird angenommen, dass sich der kritische Wert von  $K$  nur geringfügig ändert. Im Umkehrschluss bedeutet das Vorhandensein des Grenzwertes, dass oberhalb von  $K = 3 \cdot 10^{-6}$  keine Transition von laminar zu turbulent stattfindet.

### 2.4.2 Einflussgrößen auf die Transition

Die Art, wie der Transitionsprozess abläuft, ist stark von den Randbedingungen der Strömung abhängig. Nach Abu-Ghannam u. Shaw 1980 haben folgende Größen einen nachweislichen Effekt auf die Transition:

- Turbulenzgrad der freien Strömung,
- Druckgradienten,
- Reynoldszahl,
- Machzahl,
- akustische Störungen,
- Oberflächenrauheit,
- Oberflächentemperatur,
- Oberflächenkrümmung,
- das stromauf gelegene Auftreten aller genannten Parameter.

Dieser Liste lässt sich nach Schlichting u. Gersten 2006 um Absaugung, Flexibilität der Wand, Oszillationen der Außenströmung und Schwerkraft erweitern. Der Einfluss wurde teilweise in Versuchen ermittelt und teilweise aus der Stabilitätstheorie abgeleitet. Ein wichtiges Instrument ist die Feststellung, ob das Geschwindigkeitsprofil der Grenzschichtströmung einen Wendepunkt aufweist. Nach dem Wendepunktkriterium ist das Vorhandensein eines solchen hinreichendes Kriterium für eine Instabilität der Grenzschicht (Schlichting u. Gersten 2006). Beispielhaft sollen einige Einflüsse qualitativ besprochen werden. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Schlichting u. Gersten 2006 oder White 1991.

Ein **Druckanstieg** wirkt sich negativ auf die Stabilitätseigenschaften der Grenzschicht aus. Ein Druckabfall hat eine stabilisierende Wirkung.

Durch **Absaugen** von Fluid kann die Grenzschicht beliebig lang laminar gehalten werden. Dies liegt daran, dass durch die Absaugung die Dicke der Grenzschicht verringert wird und eine dünnere Grenzschicht allgemein stabiler ist. Zusätzlich erhält das laminare Geschwindigkeitsprofil durch die Absaugung eine stabilere Form.

Ein **Wärmeübergang** von der Strömung in die Wand (Kühlung) hat einen stabilisierenden Einfluss. Der Übergang von der Wand in die Strömung wirkt sich Gegenteil aus. Theoretisch folgt dieser Effekt aus der Temperaturabhängigkeit der Viskosität  $\mu$ .

Durch hohe **Machzahlen** (Kompressibilität) kommen eine Reihe von zusätzlichen destabilisierenden Effekten hinzu, die andere Effekte teilweise verstärken.

Für **Wandrauheiten** gilt allgemein, dass diese sich stets negativ auf die laminare Grenzschicht auswirken. Es lassen sich nach Schlichting u. Gersten 2006 zylindrische (zweidimensionale), punktförmige (dreidimensionale) und flächenmäßig verteilte Rauheiten unterscheiden. In der Regel sind in einer Strömung eine Vielzahl von Einflussgrößen gegeben.

### 2.4.3 Intermittenz

Die Intermittenz  $\gamma$  beschreibt den zeitlichen Anteil, zu dem eine Strömung an einem gegebenen Ort turbulent ist. So ist eine Strömung für  $\gamma = 0$  vollständig laminar, für  $\gamma = 1$  vollständig turbulent. Für einen Transitionsbereich ergeben sich  $\gamma$ -Werte, die für einen Punkt in der Grenzschicht zwischen dem laminaren und turbulenten Wert liegen. Die ansonsten laminare Strömung ist im Transitionsbereich durch turbulente Phasen unterbrochen (lat. intermittere: unterbrechen).

Erst eine zufällige Entdeckung gab Aufschluss über die in Versuchen gemessenen, plötzlich auftretenden turbulenten Strukturen. Nach Emmons 1951 zeigten sich bei einem einfachen Strömungsversuch an einer mit Wasser überspülten, leicht angestellten Platte neben den beabsichtigten Phänomenen auch räumlich begrenzte, turbulente Strukturen. Im 0,64 bis 1,3 Zentimeter tiefen Wasser zeigte sich die zufällige (zeitlich und räumlich) Entstehung von turbulenten Flecken, die stromab wanderten und dabei anwuchsen. Die Beobachtung war möglich, da die Turbulenzflecken die Wasseroberfläche veränderten.

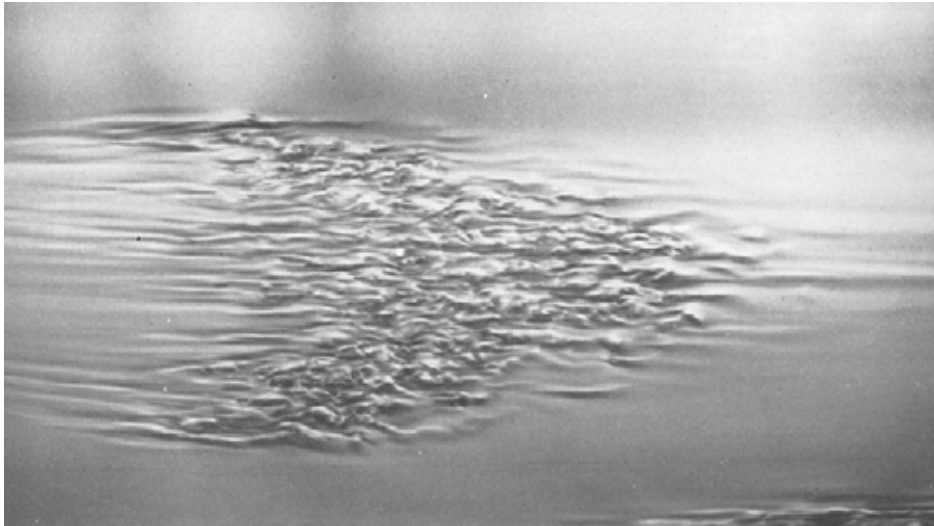
Die Turbulenzflecken wandern im Mittel mit 70 % der Strömungsgeschwindigkeit (Mayle 1991) und wachsen normal zu ihrer Oberfläche, wobei sie ihre charakteristische Pfeilform (Abbildung 2.18) beibehalten. Das Anwachsen erfolgt durch Turbulentwerden des umliegenden laminaren Strömungsgebiets (Emmons 1951), was sich auch in der unregelmäßigen Kontur der Flecken zeigt. In wandnormaler Richtung (Abbildung 2.19) ragen die Turbulenzflecken aus der laminaren Grenzschicht heraus (Mayle 1991). Die Bewegung der Turbulenzflecken erklärt den intermittierenden Charakter des Transitionsbereichs: Tritt ein plötzlicher Umschlag von laminar zu turbulent auf, befindet sich ein Turbulenzfleck an der Messstelle. Je weiter stromab ein Punkt gelegen ist, desto wahrscheinlicher ist, dass er von einem Turbulenzfleck bedeckt ist. Durch das Einbringen von Störungen kann hierbei die zufällige Entstehung von Flecken erhöht werden (Emmons 1951).

Nach Mayle 1991 kann bei einer zeitlich gemittelten Strömung der Wert einer Strömungsgröße  $f$  über eine Superposition aus laminaren ( $L$ ) und turbulenten ( $T$ ) Werten ermittelt werden:

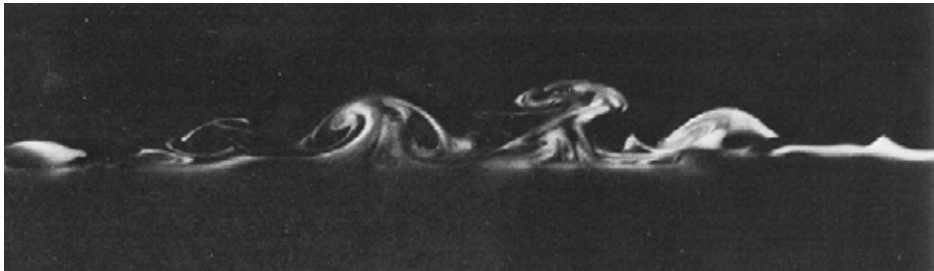
$$f = (1 - \gamma) f_L + \gamma f_T. \quad (2.31)$$

Die Strömungsgröße kann zum Beispiel der lokale Reibungsbeiwert  $c_f$  sein. Nach Mayle 1991 liefert Gleichung (2.31) eine gute Näherung für die Grenzschichtdicke und den Formparameter und





**Abb. 2.18:** *Turbulenter Fleck auf einer ebenen Platte: Die Reynoldszahl in der Fleckmitte beträgt 200 000 im Bezug auf die Vorderkante. Sichtbarmachung durch Aluminiumpartikel in Wasser. Aus van Dyke 1997.*



**Abb. 2.19:** *Senkrechter Schnitt durch einen turbulenten Fleck: Lichtschnitt (Laser) in Rauch im Windkanal. Aus van Dyke 1997.*

exakte Werte für die Verdrängungsdicke. Weiterführende Erklärung zur genauen Bestimmung einer Intermittenz-Funktion finden sich in Emmons 1951 und Mayle 1991. Für die weitere Betrachtung reicht die Kenntnis des praktischen Werts von  $\gamma$  als beschreibende Größe im Transitionsprozess aus.

## 3 Turbulenzmodellierung

Bei turbulenten Strömungen handelt es sich um ein Kontinuumsphänomen. Die Navier-Stokes-Gleichungen (N-S-Gleichungen) sind daher theoretisch in der Lage, die Physik turbulenter Strömungen vollständig darzustellen (Wilcox 2006). Eine solche Simulation der Turbulenz macht es notwendig, jede turbulente Struktur zeitlich und räumlich vollständig aufzulösen. Dies gilt für alle Wirbel, Wellen und andere turbulente Strukturen (Laurien u. Oertel Jr. 2009). Die Auflösung muss dabei bis auf die Kolmogorov-Skalen erfolgen. Kolmogorovs universelle Stabilitätstheorie besagt, dass die Rate, mit der die großen Wirbel Energie hin zu den kleinen Wirbeln transferieren, nahezu der Rate entspricht, mit der Energie in den kleinen Wirbeln dissipiert wird. Dies führt zur Schlussfolgerung, dass sich die kleinsten Wirbelstrukturen über eine Dissipation  $\epsilon = -dk/dt$  und eine kinematische Viskosität  $\nu$  beschreiben lassen. Aus diesen Größen ergeben sich über eine Dimensionsbetrachtung die Kolmogorov-Skalen für Länge  $\eta$ , Zeit  $\tau$  und Geschwindigkeit  $v$  (Wilcox 2006):

$$\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}, \quad \tau = (\nu/\epsilon)^{1/2}, \quad v = (\nu\epsilon)^{1/4}. \quad (3.1)$$

Als Beispiel führt Wilcox 2006 an, dass die Länge  $\eta$  bei einem Auto ( $U = 96 \text{ km/h}$ ,  $\vartheta = 20^\circ \text{C}$ ) im Bereich der Frontscheibe  $0,000004572 \text{ m}$  beträgt. Folglich muss das gesamte Strömungsfeld in dieser Größenordnung räumlich (in alle Raumrichtungen) diskretisiert werden. Eine solche direkte numerische Simulation (DNS) ist mit immensem Rechenaufwand verbunden und nur für einfache Geometrien und moderate Reynoldszahlen möglich. Aus diesem Grund hat die DNS für die Praxis keine Relevanz, kann aber dazu dienen, die Grundlagen turbulenter Strukturen besser zu verstehen (Laurien u. Oertel Jr. 2009).

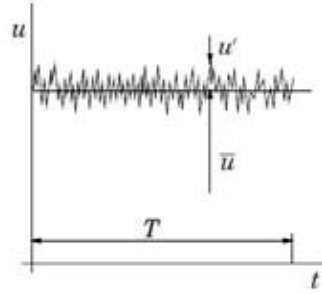
Einen anderen Ansatz geht die Modellierung der Turbulenz: Ziel ist es, Grundgleichungen für die Turbulenz aus den N-S-Gleichungen abzuleiten. Als Ansatz dient eine zeitliche Mittelung der Größen aus den N-S-Gleichungen, welche auch als Reynolds-Mittelung bezeichnet wird. Dieser Ansatz führt auf die Reynoldsgleichungen bzw. Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) (Laurien u. Oertel Jr. 2009). Durch die Mittelung entstehen in den N-S-Gleichungen zusätzliche Terme, die neue Unbekannte enthalten. Da nur unter Zuhilfenahme zusätzlicher Gleichungen das entstandene Gleichungssystem geschlossen werden kann, spricht man in diesem Zusammenhang von einem Schließungsproblem. Im Folgenden werden die Grundlagen der zeitlichen Mittelung und des Schließungsproblems im Bezug auf Zweigleichungs-Turbulenzmodelle dargestellt.

### 3.1 Zeitliche Mittelung der Navier-Stokes-Gleichungen

Strömungsgrößen lassen sich in einer turbulenten Strömung über einen Mittelwert und eine Schwankungsgröße beschreiben (Ferziger u. Perić 2008):

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t). \quad (3.2)$$

Der zeitliche Mittelwert einer Strömungsgröße in einer statistisch stationären, turbulenten Strömung lässt sich durch die Betrachtung eines ausreichend langen Zeitintervalls  $T$  bestimmen (Ferziger u. Perić 2008, vgl. Abbildung 3.1):



**Abb. 3.1:** Zeitlicher Mittelwert einer statistisch stationären Strömungsgröße. Aus Ferziger u. Perić 2008.

$$\bar{\phi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_i, t) dt. \quad (3.3)$$

Wird eine Strömung betrachtet, bei der die Strömungsgrößen einer zeitlichen Variation unterliegen, die ihre Ursache nicht in der Turbulenz hat, ist die Mittelung aus Gleichung (3.3) nicht zulässig (Wilcox 2006). In diesem Fall ist eine Ensemble-Mittelung vorzunehmen (siehe Wilcox 2006, Ferziger u. Perić 2008). Die Abweichung  $\phi'$  vom Mittelwert  $\bar{\phi}$  wird auch als Fluktuation bezeichnet. Durch die Mittelung sollen Gleichungen entstehen, die die mittlere Strömung beschreiben und den Einfluss der Fluktuationen auf die Mittelwerte der Strömungsgrößen beinhalten (Laurien u. Oertel Jr. 2009).

Wird Gleichung (3.2) auf jede Strömungsgröße in den Navier-Stokes-Gleichungen angewendet, ergeben sich die RANS-Gleichungen. Beim Einsetzen und Umstellen der N-S-Gleichungen ist zu berücksichtigen, dass sich lineare Terme anders verhalten als nicht-lineare. Für einen linearen Term folgt (Laurien u. Oertel Jr. 2009):

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial (\bar{u} + \bar{u}')}{\partial x} = \frac{\partial (\bar{u} + \bar{u}')}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}. \quad (3.4)$$

Die Vereinfachung folgt aus der Tatsache, dass eine zweite zeitliche Mittelung einer gemittelten Größe zu keinem neuen Mittelwert führt und die Mittelung einer Schwankungsgröße per Definition null ergibt. Das Vertauschen der Ableitung und der Mittelung kann erfolgen, da die Koordinaten  $x$  und  $t$  voneinander unabhängig sind. Bei nicht-linearen Termen treten zusätzliche Produkte aus Fluktuationen auf, die nicht verschwinden (Laurien u. Oertel Jr. 2009):

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} = \frac{\partial (\bar{u} + \bar{u}') (\bar{u} + \bar{u}')}{\partial x} = \frac{\partial (\bar{u}^2 + 2\bar{u}\bar{u}' + \bar{u}'^2)}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'\bar{u}'}{\partial x}. \quad (3.5)$$

Der Mittelwert des Produkts zweier Fluktuationen ist nur dann gleich null, wenn die Größen nicht korreliert sind. Da es sich in den betrachteten Fällen immer um Ein-Punkt-Korrelationen handelt, entstehen die zusätzlichen Terme in den RANS-Gleichungen. In der Tensornotation ergeben sich die zeitlich gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömungen ohne Körperkräfte zu (Laurien u. Oertel Jr. 2009):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.6)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right], \quad (3.7)$$

$$\rho c \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{T}}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \rho c \overline{u'_j T'} \right]. \quad (3.8)$$

Die neuen Terme in den Impuls- und Energiegleichungen werden als turbulente Spannungen, bzw. Reynoldsspannungen und turbulente Wärmeströme, bzw. Reynolds-Flüsse bezeichnet (Laurien u. Oertel Jr. 2009). Für den Reynoldsspannungs-Tensor gilt<sup>1</sup> (Laurien u. Oertel Jr. 2009):

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'_x u'_x} & \overline{u'_x u'_y} & \overline{u'_x u'_z} \\ \overline{u'_y u'_y} & \overline{u'_y u'_z} & \overline{u'_z u'_z} \\ \text{sym.} & & \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Zu den ursprünglichen Unbekannten der Navier-Stokes-Gleichungen sind durch die Reynoldsspannungen sechs neue hinzugekommen, ohne dass sich eine neue Gleichung ergibt. Das Gleichungssystem ist nun nicht mehr geschlossen und es müssen zusätzliche Gleichungen gefunden werden (Wilcox 2006). Diese Tatsache wird in der Turbulenzmodellierung als Schließungsproblem bezeichnet.

## 3.2 Schließungsproblem und Zweigleichungs-Turbulenzmodelle

Ziel der Turbulenzmodellierung ist es, die durch die zeitliche Mittelung entstanden Unbekannten in den Navier-Stokes-Gleichungen über eine Abhängigkeit zu den gemittelten Größen zu beschreiben. Dieser Ansatz geht auf Valentin Joseph Boussinesq zurück, der 1877 das Konzept der Wirbelviskosität entwickelte (Wilcox 2006). Die Boussinesq-Annahme besagt, dass die Reynoldsspannungen über einen Proportionalitätsfaktor, die Wirbelviskosität  $\mu_t$ , mit den gemittelten Strömungsgrößen verbunden sind. Die Wirbelviskosität ist dabei keine Stoff-, sondern eine reine Turbulenzeigenschaft (Laurien u. Oertel Jr. 2009). Diese Annahme führt auf folgenden Ausdruck für die Reynoldsspannungen (Ferziger u. Perić 2008):

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k, \quad (3.10)$$

wobei der letzte Term notwendig ist, damit die Spur des Tensors in Verbindung mit der Kontinuitätsgleichung die Definition der spezifischen turbulenten kinetischen Energie erfüllt:

$$k = \frac{1}{2} \left( \overline{u'_x u'_x} + \overline{u'_y u'_y} + \overline{u'_z u'_z} \right). \quad (3.11)$$

Kolmogorovs universelle Stabilitätstheorie führt zur Annahme, dass zur Beschreibung der Turbulenz zwei beschreibende Größen nötig sind. Diese Größen können die Dissipation  $\epsilon$  und die spezifische turbulente kinetische Energie  $k$  oder ein turbulentes Längenmaß  $L$  zusammen mit der spez. turbulenten kinetischen Energie sein. Für hohe Reynoldszahlen zeigen Versuche und Dimensionsanalysen, dass folgender qualitativer Zusammenhang gilt (Wilcox 2006):

<sup>1</sup>Die turbulenten Wärmeströme werden im Weiteren nicht berücksichtigt.

$$\epsilon \approx \frac{k^{3/2}}{L}. \quad (3.12)$$

Dieser Zusammenhang und Gleichung (3.1) ermöglichen die Definition der Wirbelviskosität, wobei der folgende Ausdruck dem  $k$ - $\epsilon$ -Modell entnommen ist und gegenüber anderen Modellen kleine Unterschiede bestehen (Ferziger u. Perić 2008):

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.13)$$

mit  $C_\mu$  als empirischer Konstante. Andere Zweigleichungs-Turbulenzmodelle verwenden andere beschreibende Größen, die sich jedoch über die selben Zusammenhänge ergeben. Der Wert der spez. kinetischen turbulenten Energie  $k$  und der Dissipation  $\epsilon$  (bzw. der spezifischen Dissipationsrate  $\omega$ ) muss im gesamten Strömungsfeld gegeben sein, damit die Wirbelviskosität bestimmt werden kann. Diese Größen werden zweckmäßig über Transportgleichungen beschrieben, da die Turbulenz im Strömungsfeld entsteht, sich über eine Kaskadenstruktur verteilt und dissipiert wird (Laurien u. Oertel Jr. 2009). Bei den Transportgleichungen handelt es sich folglich um zwei zusätzliche partielle Differentialgleichungen, wobei jedes Modell, das zwei partielle Differentialgleichungen verwendet, als Zweigleichungs-Turbulenzmodell bezeichnet wird.

Um die zusätzlichen partiellen Differentialgleichungen zu lösen, ist es notwendig Anfangs- und Randbedingungen festzulegen. Für die Turbulenzgleichungen bedeutet dies, dass auf allen Rändern, über die ein Fluid in das Strömungsfeld einströmt, zwei Turbulenzgrößen definiert werden müssen. Die Wahl der Größen ist dabei nahezu beliebig, da sich die einzelnen Turbulenzgrößen ineinander überführen lassen. Gebräuchliche Kombinationen sind: Spez. turbulente kinetische Energie  $k$  und spez. Dissipationsrate  $\omega$ ; Spez. turbulente kinetische Energie  $k$  und die Dissipation  $\epsilon$ ; Turbulenzgrad  $Tu$  und Viskositätsverhältnis  $R_T = \mu_t/\mu$ .

### 3.3 SST $k$ - $\omega$ -Modell

Bei der Verwendung unterschiedlicher Zweigleichungs-Turbulenzmodelle zeigt sich, dass nicht jedes Modell für bestimmte Strömungsfälle und Gitter geeignet ist. Dies stellt den Anwender vor die zusätzliche Schwierigkeit, die jeweilige Eignung des Modells für den vorliegenden Strömungsfall zu bewerten. Betrachtet man das  $k$ - $\epsilon$ -Modell und das  $k$ - $\omega$ -Modell, wird diese Problematik augenscheinlich: Das  $k$ - $\omega$ -Modell ist anderen Turbulenzmodellen im inneren Bereich der Grenzschicht (viskose Unterschicht, Bufferschicht, logarithmischer Wandbereich) überlegen. Dieser Vorteil wird dadurch verstärkt, dass es ohne Dämpfungsfunktionen auskommt und durch seine Einfachheit numerisch stabiler als andere Modelle ist. Auch wenn das asymptotische Verhalten der Turbulenz in der viskosen Unterschicht nicht exakt dargestellt wird, liefert es korrekte Werte für das mittlere Geschwindigkeitsprofil und die Wandschubspannungen (Menter 1994). Für den wandfernen Bereich zeigt das  $k$ - $\omega$ -Modell jedoch eine so starke Sensitivität gegenüber der spezifischen Dissipationsrate der freien Strömung  $\omega_f$ , dass eine Verwendung bei wandfernen (freien) Strömungen in vielen Fällen keine brauchbaren Ergebnisse liefert (Menter 1992b). Dagegen liefert das  $k$ - $\epsilon$ -Modell für eine große Anzahl von wandfernen Strömungen wie Freistrahlen, Nachläufen und Mischungsschichten richtige Ergebnisse (Menter 1994).

Die grundlegende Idee des Shear Stress Transport (SST)  $k$ - $\omega$ -Modells liegt darin, die Stärken der jeweiligen Modelle zu kombinieren, sodass das  $k$ - $\omega$ -Modell im logarithmischen Wandbereich zum Einsatz kommt und das  $k$ - $\epsilon$ -Modell im übrigen Strömungsfeld. Der Übergang zwischen den Modellen findet

im äußeren Grenzschichtbereich statt. Um Kompatibilität zwischen den beiden Turbulenzmodellen zu erlangen, wird das  $k$ - $\epsilon$ -Modell in eine  $k$ - $\omega$ -Formulierung transformiert und über eine Blend-Funktion linear mit dem  $k$ - $\omega$ -Modell überlagert. Dieses Modell wird als Baseline (BSL) Modell bezeichnet. Eine Modifikation der Wirbelviskosität führt im Weiteren zum SST  $k$ - $\omega$ -Modell. Diese Vorgehensweise geht auf Menter 1992a zurück.

### 3.3.1 Transformation des $k$ - $\epsilon$ -Modells

Um die oben beschriebene Kopplung der Modelle zu erreichen, ist es notwendig, die Gleichungen des  $k$ - $\epsilon$ -Modells in eine  $k$ - $\omega$ -Formulierung zu transformieren. Die folgende Beschreibung orientiert sich an der Herleitung in Bredberg 2001. Für die Transformation wird auf den Zusammenhang zwischen spezifischer Dissipationsrate  $\omega$ , der Dissipation  $\epsilon$  und der spezifischen turbulenten kinetischen Energie  $k$  zurückgegriffen (Wilcox 2006):

$$\omega = \frac{\epsilon}{\beta' k}. \quad (3.14)$$

Die substantielle Ableitung von  $\omega$ , ausgedrückt über Gleichung (3.14), lautet:

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = \frac{1}{\beta' k} \left[ \frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \epsilon}{\partial x_j} \right] - \frac{\omega}{k} \left[ \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} \right]. \quad (3.15)$$

Die  $k$ - und  $\epsilon$ -Gleichung des  $k$ - $\epsilon$ -Modells ergeben sich zu (ANSYS Inc. 2010):

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]. \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\epsilon}{k} C_{\epsilon 1} P_k - \frac{\epsilon}{k} C_{\epsilon 2} \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]. \quad (3.17)$$

Wenn in Gleichung (3.15) für die Klammerausdrücke die Gleichungen des  $k$ - $\epsilon$ -Modells eingesetzt werden, ergibt sich das Baseline (BSL) Modell. Zur Herleitung ist es zweckmäßig Produktions-, Dissipations- und Diffusionsterm gesondert zu betrachten.

### Herleitung des Produktionsterms

Werden nur die Produktionsterme aus den Gleichungen (3.16) und (3.17) betrachtet, folgt mit dem Zusammenhang aus Gleichung (3.15) und (3.14) für den Produktionsterm  $P_\omega$  der neuen  $\omega$ -Gleichung:

$$\begin{aligned}
P_\omega &= \frac{1}{\beta' k} \left[ \frac{\epsilon}{k} C_{\epsilon 1} P_k \right] - \frac{\omega}{k} [P_k] \\
&= (C_{\epsilon 1} - 1) \frac{\omega}{k} P_k \\
&= \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_k \\
&\text{mit } C_{\epsilon 1} = 1,44; \quad \alpha_2 = 0,44.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

### Herleitung des Dissipationsterms

Ebenso ergibt sich der neue Dissipationsterm der transformierten  $\omega$ -Gleichung:

$$\begin{aligned}
E_\omega &= -\frac{1}{\beta' k} \left[ \frac{\epsilon}{k} C_{\epsilon 2} \rho \epsilon \right] + \frac{\omega}{k} [\rho \epsilon] \\
&= -(C_{\epsilon 2} - 1) \beta' \rho \omega^2 \\
&= -\beta_2 \rho \omega^2 \\
&\text{mit } C_{\epsilon 2} = 1,92; \quad \beta' = 0,09; \quad \beta_2 = 0,0828.
\end{aligned} \tag{3.19}$$

### Herleitung des Diffusionsterms

Der vollständige Diffusionsterm ergibt sich zu:

$$D_{\omega 2} = \frac{1}{\beta' k} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \right\} - \frac{\omega}{k} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \right\}. \tag{3.20}$$

An dieser Stelle bietet es sich an, den Diffusionsterm einzeln nach dynamischer Viskosität und Wirbelviskosität zu entwickeln. Betrachtet man nur die Anteile, die mit der dynamischen Viskosität multipliziert werden, ergibt sich:

$$D_{\omega 2, \mu} = \frac{1}{\beta' k} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - \frac{\omega}{k} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]. \tag{3.21}$$

Dabei ist die partielle Ableitung  $\partial \epsilon / \partial x_j$  unter Berücksichtigung von Gleichung (3.14) zu bilden:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \beta' k \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \beta' \omega \frac{\partial k}{\partial x_j}. \tag{3.22}$$

Folglich ergibt sich der Anteil der dynamischen Viskosität am Diffusionsterm zu:

$$\begin{aligned}
D_{\omega 2, \mu} &= \frac{1}{\beta' k} \beta' \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\beta' k} \beta' \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \omega \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \frac{\omega}{k} \mu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \\
&= \frac{\mu}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\mu}{k} k \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} + \frac{\mu}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\mu}{k} \omega \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} - \frac{\mu}{k} \omega \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \\
&= \frac{2\mu}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2}.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Bei der Entwicklung der Terme, die mit der Wirbelviskosität multipliziert werden, ist zu berücksichtigen, dass die Wirbelviskosität selbst eine Funktion von  $k$  und  $\omega$  ist und dass  $\sigma_k$  und  $\sigma_\epsilon$  konstant sind:

$$\begin{aligned}
D_{\omega 2, \mu_t} &= \frac{1}{\beta' k} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{\omega}{k} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] \\
&= \frac{1}{\beta' k} \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} + \frac{1}{\beta' k} \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x_j^2} - \frac{\omega}{k} \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\omega}{k} \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \\
&= \frac{1}{\beta' k} \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \beta' k \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{1}{\beta' k} \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \beta' \omega \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{1}{\beta' k} \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \beta' \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \\
&\quad + \frac{1}{\beta' k} \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \beta' k \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} + \frac{1}{\beta' k} \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \beta' \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{1}{\beta' k} \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \beta' \omega \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} - \\
&\quad - \frac{\omega}{k} \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\omega}{k} \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \\
&= \frac{2\mu_t}{k \sigma_\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\omega}{k} \left( \frac{1}{\sigma_\epsilon} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{\omega}{k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k^2}{\partial x_j^2} + \\
&\quad + \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} \\
&= \frac{2\mu_t}{k \sigma_\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\omega}{k} \left( \frac{1}{\sigma_\epsilon} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \mu_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \\
&\quad + \frac{\omega}{k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k^2}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right).
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Gleichung (3.24) wird unter der Annahme vereinfacht, dass  $\sigma_\epsilon = \sigma_k$  ist (Wilcox 2006):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} &= \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\
&\quad + \frac{2\mu_t}{k \sigma_\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{2\mu}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}.
\end{aligned} \tag{3.25}$$

In Gleichung (3.25) wird der letzte Term vernachlässigt, da er nur einen minimalen Einfluss auf die Lösung hat (vgl. Menter 1994: „additional diffusion term is neglected“). Der vorletzte Term wird als „cross diffusion“ bezeichnet (Menter 1994, Wilcox 2006).

Um die transformierte  $\omega$ -Transportgleichung an das  $k$ - $\omega$ -Modell anzupassen, wird an dieser Stelle die Definition der Wirbelviskosität aus dem  $k$ - $\omega$ -Modell ergänzt und eine neue Konstante  $\sigma_{\omega 2}$  für  $\sigma_\epsilon$  eingeführt:



$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}, \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{2\rho}{\omega \sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (3.27)$$

Um die  $k$ -Gleichung (3.16) zu transformieren, wird lediglich Gleichung (3.14) eingesetzt:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - \rho \beta' k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k 2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]. \quad (3.28)$$

### 3.3.2 Formulierung des Baseline Modells

Die Gleichungen (3.27) und (3.28) kommen im neuen Baseline Modell im wandfernen Strömungsreich zum Einsatz. Für die Grenzschicht wird das  $k$ - $\omega$ -Modell verwendet:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - \rho \beta' k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k 1}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]. \quad (3.30)$$

Der Übergang zwischen den Modellen findet im äußeren Bereich der Grenzschicht statt. Über eine Blend-Funktion  $F_1$  werden die Modelle anteilig addiert, wobei für jeden Modellparameter gilt (Menter 1994):

$$\phi_3 = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2. \quad (3.31)$$

Somit ergeben sich die  $k$ - und  $\omega$ -Gleichung des Baseline Modells zu:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j k}{\partial x_j} = P_k - \rho \beta' k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k 3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \omega}{\partial x_j} = \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) \frac{2\rho}{\omega \sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (3.33)$$

$F_1$  ist gleich eins im wandnahen Bereich und gleich null in der freien Strömung. Die genaue Definition der Blend-Funktion  $F_1$  kann Menter 1994 entnommen werden.

### 3.3.3 Formulierung des SST $k$ - $\omega$ -Modells

Weder  $k$ - $\omega$ -Modelle noch  $k$ - $\epsilon$ -Modelle berücksichtigen den Transport der turbulenten Schubspannungen im Strömungsfeld, was zu einer Überhöhung der Wirbelviskosität in Wandnähe führt. Aus diesem Grund wird im Shear Stress Transport  $k$ - $\omega$ -Modell im wandnahen Bereich eine neue Formulierung für die Wirbelviskosität verwendet (Menter 1994):

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)}. \quad (3.34)$$

Die Blend-Funktion  $F_2$  verhält sich ähnlich wie die Funktion  $F_1$  und garantiert, dass im wandfernen Strömungsfeld die ursprüngliche Formulierung für die Wirbelviskosität nach Gleichung (3.26) verwendet wird. Die einzelnen Modellparameter und die Formulierung der Funktion  $F_2$  lassen sich in Menter 1994 oder in ANSYS Inc. 2010 nachvollziehen.

## 3.4 Abnahme der Turbulenz im freien Strömungsfeld

Wird eine freie (wandferne) Strömung vor einem Körper betrachtet, ergibt sich im ungestörten Strömungsfeld eine Abnahme der Turbulenzgrößen, die auf dem Einströmrand vorgegeben wurden. Die Abnahme kann je nach Wahl des Viskositätsverhältnisses dazu führen, dass am untersuchten Körper die turbulente Intensität erheblich von der Vorgabe auf dem Rand des Strömungsfelds abweicht. Da die Ergebnisse der Transitionsberechnung stark von der turbulenten Intensität  $Tu$  in der Außenströmung abhängen, ist es sinnvoll, die Abnahme der Turbulenz vor einem Rechengang abzuschätzen. Hierzu kann eine analytische Gleichung entwickelt werden, die die Abnahme der spezifischen turbulenten kinetischen Energie  $k$  über eine Strecke  $\Delta x$  beschreibt.

### 3.4.1 Analytische Lösung

Die analytische Lösung folgt aus der  $k$ - und  $\omega$ -Transportgleichung des SST  $k$ - $\omega$ -Modells. Wird angenommen, dass im Strömungsfeld keine Geschwindigkeitsänderungen vorliegen, entfällt der Produktionsterm für die spez. turbulente kinetische Energie  $k$  (und somit auch für die spez. Dissipationsrate  $\omega$ ):

$$P_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = 0. \quad (3.35)$$

Die Änderung der Turbulenzgrößen hängt bei einer stationären Betrachtung unter Vernachlässigung der Diffusionsterme lediglich von den Dissipationstermen der Transportgleichungen ab, die sich im wandfernen Strömungsfeld im SST  $k$ - $\omega$ -Modell aus den transformierten  $k$ - $\epsilon$ -Gleichungen ergeben:

$$\frac{\partial(\rho U k)}{\partial x} = -\beta' \rho k \omega, \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial(\rho U \omega)}{\partial x} = -\beta_2 \rho \omega^2. \quad (3.37)$$

Wenn Dichte und Geschwindigkeit im Strömungsfeld konstant sind, vereinfachen sich die partiellen Ableitungen zu:

$$\rho U \frac{dk}{dx} = -\beta' \rho k \omega, \quad (3.38)$$

$$\rho U \frac{d\omega}{dx} = -\beta_2 \rho \omega^2. \quad (3.39)$$

Umformen der Gleichungen (3.38) und (3.39) ergibt:

$$\frac{1}{k} dk = -\frac{\beta'}{U} \omega dx, \quad (3.40)$$

$$-\frac{U}{\beta_2} \frac{1}{\omega} d\omega = \omega dx. \quad (3.41)$$

Wird Gleichung (3.41) in Gleichung (3.40) eingesetzt, folgt:

$$\frac{1}{k} dk = \frac{\beta'}{\beta_2} \frac{1}{\omega} d\omega. \quad (3.42)$$

Die Integration über das betrachtete Strömungsfeld führt auf die Abnahme der spez. turbulenten kinetischen Energie:

$$\int_1^2 \frac{1}{k} dk = \frac{\beta'}{\beta_2} \int_1^2 \frac{1}{\omega} d\omega, \quad (3.43)$$

$$\ln k|_1^2 = \frac{\beta'}{\beta_2} \ln \omega|_1^2, \quad (3.44)$$

$$\ln \left( \frac{k_2}{k_1} \right) = \frac{\beta'}{\beta_2} \ln \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right), \quad (3.45)$$

$$k_2 = k_1 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\beta'/\beta_2}. \quad (3.46)$$

Aus Gleichung (3.39) folgt die Änderung der spezifischen Dissipationsrate:

$$\frac{1}{\omega^2} d\omega = -\frac{\beta_2}{U} dx, \quad (3.47)$$

$$\int_1^2 \frac{1}{\omega^2} d\omega = -\frac{\beta_2}{U} \int_1^2 dx, \quad (3.48)$$

$$-\left(\frac{1}{\omega_2} - \frac{1}{\omega_1}\right) = -\frac{\beta_2}{U} \Delta x. \quad (3.49)$$

Aus Gleichung (3.46) und (3.49) ergibt sich:

$$\frac{1}{\omega_2} = \frac{\beta_2 \Delta x}{U} + \frac{1}{\omega_1}, \quad (3.50)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\beta_2 \Delta x}{U} \omega_1 + 1, \quad (3.51)$$

$$k_2 = k_1 \left(1 + \frac{\beta_2 \Delta x}{U} \omega_1\right)^{-\beta' / \beta_2}. \quad (3.52)$$

In Gleichung (3.52) lassen sich  $k$  und  $\omega$  über die turbulente Intensität  $Tu$  und die Wirbelviskosität  $\mu_t$  ausdrücken. Mit angepassten Indizes folgt:

$$Tu = \frac{\sqrt{2/3} k}{U}, \quad \mu_t = \rho \frac{k}{\omega}, \quad (3.53)$$

$$Tu = Tu_{in} \left(1 + \frac{3\rho U \Delta x \beta_2 Tu_{in}^2}{2\mu (\mu_t/\mu)_{in}}\right)^{-\beta' / (2\beta_2)}. \quad (3.54)$$

In Gleichung (3.54) sind die Turbulenzgrößen am Einstörmrand, der Abstand zum Rand  $\Delta x$  und die weiteren Strömungsgrößen einzusetzen. Die Konstanten ergeben sich zu:

$$\beta_2 = 0,0828; \quad \beta' = 0,09. \quad (3.55)$$

Gleichung (3.54) entspricht der Angabe zum Abfall des Turbulenzgrads bei Langtry 2006. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Nomenklatur bei Langtry 2006 abweichend ist und die Exponenten vertauscht wurden. Dieser Fehler wurde auch in ANSYS Inc. 2010 übernommen.

Über Gleichung (3.46) lässt sich durch Umformen die Änderung des Viskositätsverhältnisses  $R_T$  im Strömungsfeld berechnen:

$$\frac{\mu_{t2}}{\mu_{t1}} = \frac{k_2/k_1}{\omega_2/\omega_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^{\beta' / \beta_2 - 1}, \quad (3.56)$$

$$R_T = (\mu_t/\mu) = (\mu_t/\mu)_{in} \left(1 + \frac{3\rho U \Delta x \beta_2 Tu_{in}^2}{2\mu (\mu_t/\mu)_{in}}\right)^{(1-\beta' / \beta_2)}. \quad (3.57)$$

### 3.4.2 Beispiele eines freien Strömungsfelds

Um den Effekt der Dissipation im freien Strömungsfeld zu veranschaulichen, wird ein quadratisches Strömungsfeld mit Kantenlänge 20 cm betrachtet. Das Gitter besteht aus  $20 \times 20 \times 20$  Hexaeder-Elementen bei einer äquidistanten Knotenverteilung entlang der Ränder. Das betrachtete Fluid sei inkompressible Luft bei 25 °C ( $\rho = 1,185 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1,831 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m/s}$ ). Auf dem Einströmrand werden eine Geschwindigkeit von 10 m/s, ein Turbulenzgrad  $Tu = 0,05$  und ein Viskositätsverhältnis  $R_T = 10$  vorgegeben. Die gegenüberliegende Wand bildet den Auslass des Strömungsfelds (*relative pressure* = 0 Pa). Die übrigen Ränder sind reibungsfreie Wände. Bei einer Rechnung mit dem SST  $k$ - $\omega$ -Modell (*High Resolution*, alle Residuen  $< 1 \cdot 10^{-6}$ ) ergibt sich der Verlauf in Abbildung 3.2. Aus Gleichung (3.54) folgt als analytische Lösung für die turbulente Intensität am Ausströmrand  $Tu = 0,0208$  (= 2,08 %), was der mit ANSYS CFX berechneten Lösung entspricht. Für den Abfall des Viskositätsverhältnisses liefert Gleichung (3.57)  $R_T = 8,691$  gegenüber dem Wert von 8,687 in der CFD-Lösung.

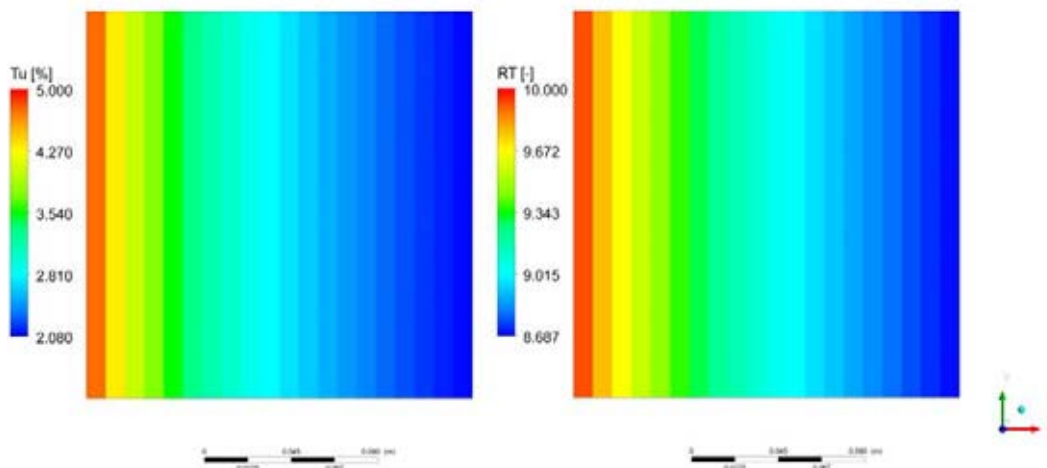


Abb. 3.2: Abfall des Turbulenzgrads  $Tu$  und  $R_T$  in einem freien Strömungsfeld.

Um die Abnahme der Turbulenz zu begrenzen, etwa um einen hohen Turbulenzgrad am Körper zu erzielen, kann ein hohes Viskositätsverhältnis gewählt werden. Für den obigen Fall ergibt sich bei  $R_T = 100$  unter ansonsten gleichen Bedingungen ein Abfall auf 4,162 % (ANSYS CFX) bzw. 4,161 % (analytische Lösung). Der Unterschied zwischen den Ergebnissen beträgt weniger als ein Prozent. Damit sich bei einer Strömungsberechnung die vom Körper verursachten Störungen (z.B. im Druckfeld) nicht über die Ränder des Strömungsfelds erstrecken, werden Strömungsgebiete verwendet, die in ihren Abmaßen ein Vielfaches der Körperabmaße darstellen. Aus diesem Grund wird das Strömungsgebiet aus dem ersten Fall in der  $x$ -Richtung auf 20 m erhöht. Der vorliegende Knotenabstand wird beibehalten und das Gitter auf 800 000 Elemente erweitert. Die übrigen Einstellungen bleiben unverändert. In Abbildung 3.3 ist der in ANSYS CFX berechnete Abfall des Turbulenzgrads  $Tu$  über das Strömungsfeld zu erkennen. Die CFD-Rechnung führt auf einen Endwert von  $Tu = 0,1887$  %. Die analytische Lösung ergibt  $Tu = 0,1919$  %, was einen Unterschied von 1,7 % zur numerischen Berechnung darstellt. Zusätzlich wird in Abbildung 3.3 ersichtlich, dass die größten Änderungen des Turbulenzgrads direkt hinter dem Einströmrand stattfinden.

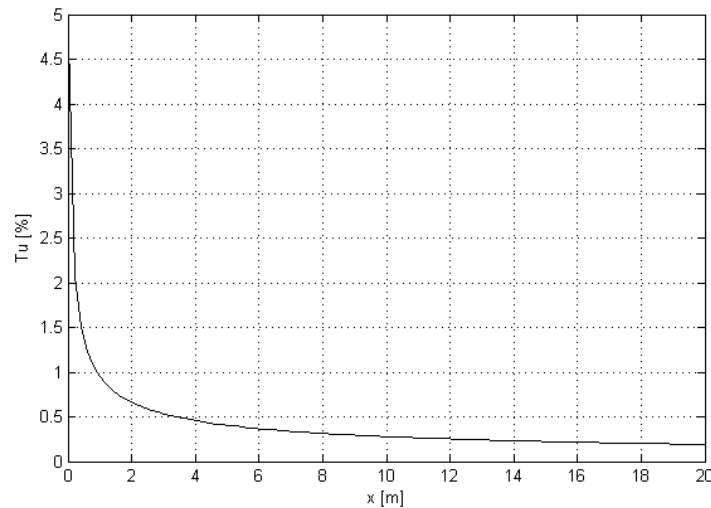


Abb. 3.3: Abfall des Turbulenzgrads  $Tu$  über ein großes Strömungsfeld.

### 3.4.3 Auslöschen des Effekts

In vielen Fällen, in denen ein hoher Turbulenzgrad am Körper innerhalb eines großen Strömungsfeldes gefordert ist, muss ein großer  $R_T$ -Wert auf dem Rand des Feldes vorgegeben werden, damit der Abfall des Turbulenzgrads begrenzt wird. Da  $R_T$  im Strömungsfeld langsamer als  $Tu$  fällt, ergeben sich bei diesem Vorgehen ebenfalls hohe  $R_T$ -Werte in unmittelbarer Nähe zum Körper. So wird in Körpernähe gegebenenfalls ein Fluid modelliert, das in seinen Eigenschaften zu „zäh“ ist und zu unphysikalischen Ergebnissen führt.

Ein Weg, um den Turbulenzabfall bei kleinen Viskositätsverhältnissen zu begrenzen, bietet das Einbringen zusätzlicher Turbulenzquellen im Strömungsfeld, die die Dissipation ausgleichen. ANSYS CFX-Pre bietet die Möglichkeit über Subdomains zusätzliche  $k$ - und  $\omega$ -Quellen zu definieren. Das Vorgehen soll anhand des  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ -Quaders erläutert werden: Angenommen die Turbulenz-Randbedingungen sollen bis zur Mitte des Strömungsvolumens konstant bleiben, so muss in diesem Bereich ein der Dissipation gleichwertiger Produktionsterm für  $k$  und  $\omega$  gegeben sein. Folglich gilt für den Bereich  $x = 0\text{ m} \dots 0,1\text{ m}$ :

$$P_{k,sub} = -E_k = \beta' \rho k \omega, \quad (3.58)$$

$$P_{\omega,sub} = -E_\omega = \beta_2 \rho \omega^2. \quad (3.59)$$

Wird die Subdomain über das gesamte Strömungsvolumen definiert, muss der Gültigkeitsbereich der zusätzlichen Quellen eingeschränkt werden. Dies kann über den CEL-Ausdruck<sup>2</sup>  $step()$  erfolgen, für den gilt:

$$\begin{aligned} step(n < 0) &= 0, \\ step(n = 0) &= 0,5, \\ step(n > 0) &= 1. \end{aligned} \quad (3.60)$$

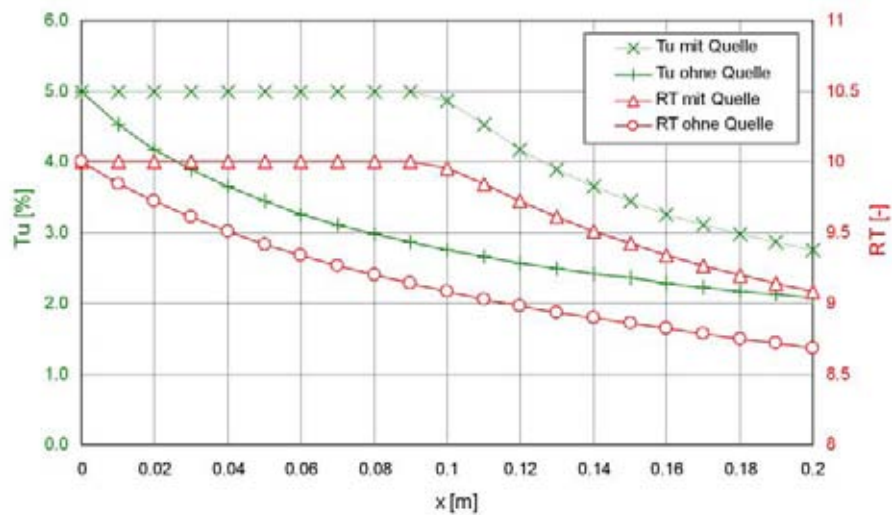
<sup>2</sup>CEL - CFX Expression Language

Um die Randbedingungen ( $x = 0$  m) auf die Mitte ( $x = 0,1$  m) zu verschieben, werden in der Subdomain, definiert über das gesamte Strömungsvolumen, folgende Quellen angegeben:

$$\text{Turbulence Eddy Frequency : Option : Source : } \beta_2 \rho \omega^2 \cdot \text{step}\left(0,1 - \frac{x}{1 \text{ m}}\right), \quad (3.61)$$

$$\text{Turbulence Kinetic Energy : Option : Source : } \beta' \rho k \omega \cdot \text{step}\left(0,1 - \frac{x}{1 \text{ m}}\right). \quad (3.62)$$

Die Unterschiede im Verlauf des Turbulenzgrads und des Viskositätsverhältnisses zwischen der Lösung mit und ohne zusätzliche Quellen sind in Abbildung 3.4 zu sehen. Der Abfall vor  $x = 0,1$



**Abb. 3.4:** Einfluss einer zusätzlichen Quelle: Durch zusätzliche  $k$ - und  $\omega$ -Quellen können die Turbulenzgrößen im Strömungsfeld erhalten werden.

m folgt aus der Tatsache, dass  $\text{step}(0) = 0,5$  ist. Das beschriebene Vorgehen gelingt nur, wenn im Strömungsfeld keine Geschwindigkeitsgradienten vorliegen. Daher kann es notwendig sein, in einer ersten Rechnung das Geschwindigkeitsfeld zu berechnen und in einer zweiten Rechnung eine Subdomain so zu definieren, dass keine Geschwindigkeitsgradienten in der Subdomain auftreten.

## 4 Transitionsbestimmung

Transition kann mit gewissen Einschränkungen als Erweiterung des Problems gesehen werden, turbulente Strömungen in der numerischen Strömungssimulation zu berücksichtigen. Transition stellt den Spezialfall einer teilweise turbulenten Strömung dar, wobei das Einsetzen durch Instabilitäten der laminaren Grenzschicht bedingt ist. Wie für turbulente Strömungen allgemein, nimmt auch bei der Transitionsberücksichtigung die direkte numerische Simulation eine Sonderrolle durch die Simulation der Transition ein. Andere Verfahren beschränken sich auf eine Modellierung der Transition. Diese Modellierung kann ohne empirische Komponenten nicht auskommen, da die Mechanismen der Transition einer vollständigen, wissenschaftlichen Beschreibung bis jetzt verschlossen sind. Die einzelnen Transitionsmodelle und Methoden unterscheiden sich teilweise stark in ihrer Komplexität, der Berücksichtigung tatsächlicher physikalischer Phänomene, den notwendigen empirischen Daten und der Eignung für moderne numerische Verfahren. Die folgenden Abschnitte geben eine Übersicht über die Grundideen der verbreitetsten Methoden zur Transitionsberücksichtigung.

### 4.1 Möglichkeiten der Transitionsberücksichtigung

#### 4.1.1 Direkte Numerische Simulation

Durch das Lösen der vollständigen, instationären Navier-Stokes-Gleichungen ist es möglich, den gesamten Übergang von der laminaren zur turbulenten Grenzschicht zu simulieren (Langtry 2006). Dieser Vorgehensweise steht jedoch, wie im Falle der Berechnung vollständig turbulenter Strömungen, der immense Rechenaufwand entgegen. Langtry führt als Beispiel eine Transitionssimulation einer Plattenströmung an, für deren Berechnung ein Gitter mit 50 Millionen Knoten und eine Rechenzeit von 4 Wochen auf 64 Prozessoren benötigt wurde, die Ergebnisse jedoch hervorragend mit Messungen übereinstimmen (Langtry 2006<sup>1</sup>). Auch wenn durch die steigende Rechenleistung die Behandlung komplexerer Fragestellungen möglich wird, ist ein flächendeckender Einsatz in der Industrie nicht abzusehen. Die direkte numerische Simulation bietet jedoch die Möglichkeit Vorgänge in turbulenten Strömungen besser zu verstehen und kann Referenzlösungen für die Entwicklung und Validierung von Turbulenzmodellen liefern (Langtry 2006).

#### 4.1.2 Large Eddy Simulation

Large Eddy Simulation<sup>2</sup> (LES) ist eine Möglichkeit, die hohen Rechenzeiten und Kosten bei der direkten numerischen Simulation von Strömungen mit hohen Reynoldszahlen und komplexen Geometrien

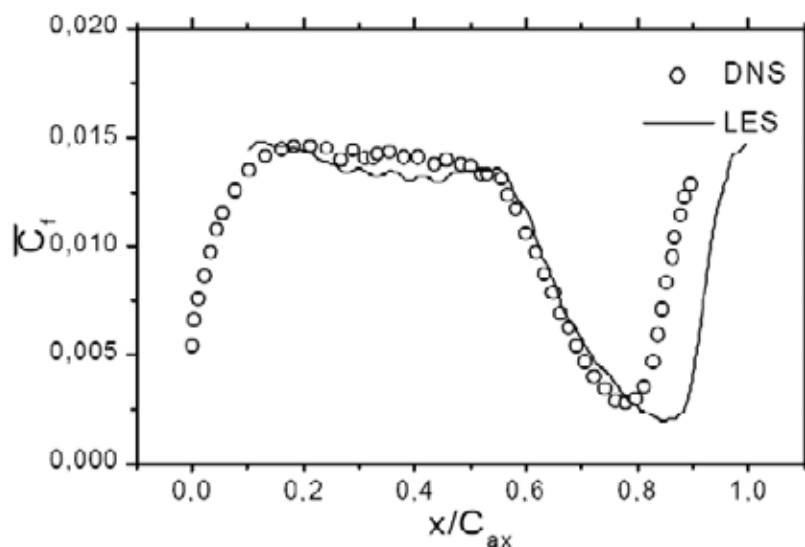
<sup>1</sup>Langtry bezieht sich auf: DURBIN, P. A. ; JACOBS, R. G. ; WU, X.: DNS of Bypass Transition. In: LAUNDNER, B. E. (Hrsg.); SANDHAM, N. D. (Hrsg.): *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*, Cambridge University Press, 2002, S. 449 - 463

<sup>2</sup>Grobstruktursimulation



zu umgehen (Ferziger u. Perić 2008). Die Grundidee der LES besteht darin, die großen turbulenten Strukturen (Skalen) in der Strömung aufzulösen und zu berechnen und die kleinen Skalen lediglich zu modellieren. Diese Trennung in Grobstruktur (grid scale) und Feinstruktur (sub-grid scale) führt zu erheblichen Vereinfachungen: Die Modellierung der feinen Strukturen wird dadurch vereinfacht, dass die kleinen Turbulenzskalen einen universellen Charakter besitzen, also unabhängig von der Geometrie, homogen und isotrop sind (Fröhlich 2006). Ebenfalls vorteilhaft ist die Tatsache, dass der hauptsächliche Energietransport in den großen Wirbeln geschieht, diese Träger der Erhaltungsgrößen sind und durch die LES simuliert und nicht modelliert werden. Die Unterscheidung zwischen grober und feiner Struktur findet über bestimmte Filteroperationen statt (Ferziger u. Perić 2008).

Für die Transitionsberechnung zeigt sich, dass der Ort des Transitionsbeginns stark von der Wahl der Konstanten zur Bestimmung der Feinstruktur-Wirbelviskosität abhängt (Smagorinsky-Konstante). Eine Möglichkeit bietet die Verwendung von dynamischen Feinstruktur-Modellen, bei denen die Smagorinsky-Konstante lokal berechnet wird (Langtry 2006). Untersuchungen an Kanalströmungen



**Abb. 4.1:** LES- und DNS-Ergebnisse für eine Niederdruckturbinenstufe: Die Ergebnisse der LES stimmen qualitativ mit den DNS-Ergebnissen überein. Die quantitative Übereinstimmung ist weniger gut. Aus Langtry 2006.

zeigen gute Übereinstimmungen mit DNS-Ergebnissen. Langtry 2006 führt an, dass dynamische Modelle bei der Berechnung einer Niederdruck-Turbinenstufe den qualitativen Verlauf der zeitlich gemittelten  $c_f$ -Werte<sup>3</sup> in guter Übereinstimmung mit DNS-Methoden berechnen. Quantitative Unterschiede bestehen, da der Transitionsbeginn um etwa 10 % der Sehnenlänge stromab bestimmt wird (vgl. Abbildung 4.1).

### 4.1.3 Niedrig-Reynoldszahl-Modelle

Niedrig-Reynoldszahl-Modelle<sup>4</sup> können theoretisch zur Berücksichtigung der Transition genutzt werden. Bei der Verwendung zeigt sich, dass ohne Modifikation der Turbulenzmodelle keine befriedigenden Ergebnisse erzielt werden. Die sich aus dem Modell ergebende kritische Reynoldszahl ist um

<sup>3</sup>Large Eddy Simulationen sind stets transiente Berechnungen.

<sup>4</sup>Statt dem Namen Niedrig-Reynoldszahl-Modell, wie er z. B. in Ferziger u. Perić 2008 oder Schlichting u. Gersten 2006 verwendet wird, findet sich in der deutschsprachigen Literatur häufig der englische Ausdruck *Low-Re Model*.

mehr als eine Größenordnung zu klein (Wilcox 2006). Die nötigen Modifikationen beinhalten eine Änderung der Schließungskoeffizienten und zusätzliche Dämpfungsterme, wobei die Modifikationen an  $k$ - $\epsilon$ -Modellen weitreichender sind als an  $k$ - $\omega$ -Modellen (Wilcox 2006).

Am Beispiel des  $k$ - $\omega$ -Modells zeigt sich, dass sich für  $k = 0$  eine nicht-triviale laminare Lösung der  $\omega$ -Gleichung ergibt, bei der die Wirbelviskosität zu null wird. Durch Zusammenfassen des Produktions- und Dissipationsterms in der  $k$ - und der  $\omega$ -Gleichung (inkompressibel, zweidimensionale Formulierung für Grenzschichten) lassen sich Netto-Produktionsterme pro spezifischer Dissipationsrate aufstellen (Wilcox 2006):

$$P_k = \frac{\alpha^*}{\beta^*} \left( \frac{\partial U / \partial y}{\omega} \right)^2 - 1, \quad (4.1)$$

$$P_\omega = \frac{\alpha \alpha^*}{\beta_0} \left( \frac{\partial U / \partial y}{\omega} \right)^2 - 1. \quad (4.2)$$

Diese haben für die Transitionsbestimmung eine konkrete Bedeutung, da das Vorzeichen jeweils angibt, ob die spez. turbulente kinetische Energie und die spez. Dissipationsrate erhöht oder gesenkt werden. Die Gleichungen (4.1) und (4.2) können über die Ähnlichkeitsbeziehungen der Blasius-Plattengrenzschicht für das  $k$ - $\omega$ -Modell ausgewertet werden und liefern folgende Reynoldszahlen, bei denen sich das Vorzeichen der Terme ändert (Wilcox 2006):

$$(Re_x)_k = 9 \cdot 10^4 \frac{\beta^*}{\alpha^*} = 8100, \quad (Re_x)_\omega = 9 \cdot 10^4 \frac{\beta_0}{\alpha \alpha^*} = 12\,254, \quad (4.3)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{13}{25}; \quad \alpha^* = 1; \quad \beta_0 = 0,0708; \quad \beta^* = 0,09.$$

Bei Reynoldszahlen unterhalb der Werte in Gleichung (4.3) überwiegt die Dissipation in den  $k$ - und  $\omega$ -Gleichungen. Bis zu  $(Re_x)_k = 8100$  bleibt eine laminare Lösung für die Grenzschicht mit  $\mu_t = 0$  ( $k = 0$ ) bestehen. Oberhalb dieser Reynoldszahl überwiegt der Produktionsterm der  $k$ -Gleichung, was zu einem Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie und bei Erreichen eines bestimmten Werts zu einem starken Anstieg der Wirbelviskosität führt. Sobald  $(Re_x)_\omega = 12\,254$  erreicht ist, wechselt der Netto-Produktionsterm der  $\omega$ -Gleichung das Vorzeichen, da der Produktionsterm überwiegt. Die spezifische Dissipationsrate wächst, bis sich etwa ein Gleichgewicht zwischen dem Produktions- und Dissipationsterm der  $k$ -Gleichung einstellt (Wilcox 2006). Dies ergibt zusammengefasst folgende Stufen bei der Transitionsbestimmung:

1. Die Grenzschicht ist laminar,  $k$  und  $\mu_t$  sind null.
2. Bei Erreichen einer kritischen Reynoldszahl  $(Re_x)_k$  wächst die Turbulenz in der Grenzschicht. Der Transitionsprozess beginnt.
3. Bei Erreichen von  $(Re_x)_\omega$  ist die Grenzschicht vollständig turbulent. Der laminar-turbulente Übergang ist abgeschlossen.

Aus Messungen an der ebenen Platte bei niedrigem Turbulenzgrad ( $Tu < 1\%$ ) ergibt sich die kritische Reynoldszahl, bei der die Transition abgeschlossen und die Grenzschicht vollständig turbulent ist, zu  $Re_{x,krit} = 3,9 \cdot 10^6$  und die Indifferenz-Reynoldszahl etwa zu  $Re_{x,Ind} = 2,9 \cdot 10^6$  (Schlichting u. Gersten 2006). Dies verdeutlicht, dass die Niedrig-Reynoldszahl Modelle ohne weitere Modifikation ungeeignet zur Transitionsbestimmung sind. Für das  $k$ - $\omega$ -Modell werden nach Wilcox 2006 die Schließungskoeffizienten, die in Gleichung (4.3) beinhaltet sind und das Einsetzen der Transition und die Länge des Transitionsbereichs steuern, zu Funktionen einer turbulenten Reynoldszahl:

$$Re_T = \frac{\rho k}{\omega \mu}, \quad (4.4)$$

Die neuen Schließungskoeffizienten enthalten neue Koeffizienten zur Kalibrierung auf Basis experimenteller und theoretischer Daten. Die Details der Formulierung können Wilcox 2006 entnommen werden.

Die Niedrig-Reynoldszahl-Modelle zeigen eine starke Sensitivität gegenüber den Werten von  $k$  und  $\omega$  im Strömungsfeld (Wilcox 2006) und mit wenigen Ausnahmen scheitern sie bei Strömungen mit Druckgradienten, bei der zuverlässigen Bestimmung des Indifferenz-Punkts und abgelösten Strömungen (Langtry 2006). Langtry 2006 weist darauf hin, dass die Eigenschaften der Transitionsbestimmung bei Niedrig-Reynoldszahl-Modellen zufällig ist und diese nur aus den Parallelen zwischen der viskosen Unterschicht, in der die Turbulenz durch die Nähe zur Wand gedämpft wird, und der laminaren Grenzschicht bestehen.

#### 4.1.4 $e^n$ -Methoden

Die  $e^n$ -Methoden stellen eine halb-empirische Vorgehensweise zur Transitionsbestimmung dar. Aus der linearen Stabilitätstheorie werden Anfachungsraten von Störungen in der laminaren Grenzschicht bestimmt, die mit einem empirisch ermittelten Grenzwert verglichen werden. Die Vorgehensweise ist auf van Ingen 1956 zurückzuführen, wonach es ausreichend und möglich ist, das Verhältnis einer momentanen Schwingungsamplitude einer Störung und der Anfangsamplitude bei Transitionsbeginn zu bestimmen, ohne die eigentliche Amplitude zu kennen. Bestimmten Strömungen lassen sich aus Theorie und Versuchen bestimmte kritische Anfachungsraten zuordnen, bei denen der Transitionsprozess einsetzt. Van Ingen verfolgte das Ziel, so viele Ursachen wie möglich für das Einsetzen der Transition in einem einzigen Faktor, der die Anfachung der Instabilitäten in der Grenzschicht beschreibt, zusammenzufassen.

Nach der Stabilitätstheorie lassen sich Anfachung und Dämpfung kleiner Störungen in der Grenzschicht berechnen und mit einer Stromfunktion  $\psi$  beschreiben. Für das Verhältnis zwischen Anfangsamplitude  $a_0$  zum Zeitpunkt  $t_0$  und einem Zeitpunkt  $t$  folgt nach van Ingen 1956:

$$\frac{a}{a_0} = e^{\int_{t_0}^t \beta_i dt}. \quad (4.5)$$

Der Integral  $\int_{t_0}^t \beta_i dt$  stellt den Anfachungsfaktor  $\sigma$  dar:

$$\frac{a}{a_0} = e^\sigma, \quad (4.6)$$

Der Faktor  $\sigma$  (später  $n$ , weswegen von  $e^n$ -Methoden gesprochen wird) kann hierbei für einfache Strömungen durch numerische Verfahren aus der linearen Stabilitätstheorie entwickelt werden. Aus der Betrachtung der Plattenströmung ergibt sich  $\sigma = 7,8$  für das Einsetzen der Transition als kritischer Wert. Diese Werte gelten nach van Ingen 1956 für alle Plattenströmungen. Untersuchungen zeigten, dass die Gültigkeit dieses Faktors bei einer Tragflügelumströmung nur für bestimmte Anstellwinkel gegeben ist. Für andere Bedingungen (Profil, Anstellwinkel, Strömungszustand) müssen die kritischen Anfachungsraten versuchstechnisch ermittelt werden.

Neben den  $e^n$ -Methoden existieren PSE-Verfahren, die auf der Lösung der parabolisierten Stabilitätsgleichungen beruhen. Bei diesen Verfahren wird berücksichtigt, dass die Anfachungsraten schwach

von der Lauflänge abhängen (Cebeci et al. 2004).

Nach Langtry 2006 ist die Anwendung der  $e^n$ -Methoden erheblich eingeschränkt, da Ablösungen nicht berücksichtigt werden können, nicht-lineare Effekte vernachlässigt werden, Navier-Stokes-Löser alleine zu ungenau sind, die Stabilitätsgleichungen zu lösen, und der Transitionsbereich nicht berücksichtigt werden kann. Nach Krumbein 2008b besteht ein weiteres Defizit darin, dass für jeden Versuchsaufbau, der betrachtet wird, ein bestimmter  $n$ -Faktor ermittelt werden muss. Cebeci et al. 2004 kommt zum Urteil, dass seit 1956 zwar große Fortschritte im Bereich der numerischen Verfahren beim Lösen der Stabilitätsgleichungen gemacht wurden, die Weiterentwicklung der  $e^n$ -Methoden jedoch kaum Fortschritte macht.

Dagegen stehen Entwicklungen beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt:  $e^n$ -Methoden wurden in den DLR TAU-Code und FLOWer-Code implementiert und auf Profilmströmungen angewandt. Im Laufe der Entwicklung wurden einige der oben aufgeführten Einschränkungen beseitigt oder umgangen und die Anwendung auf komplexe dreidimensionale Probleme erweitert. Einen Einblick in die Entwicklung geben Krumbein 2005, Krumbein 2008a, Krumbein 2008b, Krimmelbein u. Radespiel 2009.

### 4.1.5 Empirische Korrelationsmodelle

Empirische Korrelationen bauen auf experimentell erhobenen Daten auf, die einen Zusammenhang zwischen einer Strömungsgröße und dem Transitionsbeginn ergeben. Die Modelle besitzen in der Regel keinerlei Ansätze, die tatsächlichen physikalischen Vorgänge im Modell abzubilden. Es wird lediglich ein quantitativer Wert einer Strömungsgröße mit dem Einsetzen der Transition in Verbindung gebracht. Empirische Korrelationen hängen folglich stark von den experimentellen Daten ab, auf denen sie aufbauen: Mehr Versuchsdaten führen zu besseren Korrelationen. Wird eine Transitionsursache gesondert untersucht (z.B. Oberflächenbeschaffenheit, Wärmeübergang) und ein klarer Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung quantitativ festgestellt, kann das Transitionsmodell erweitert werden. Gegenüber diesem Vorteil, empirische Korrelationen für neue Phänomene zu erweitern, steht der Nachteil, dass ein Korrelationsmodell nur die Vorgänge erfassen kann, die sich aus den zu Grunde gelegten Daten ergeben. Treten zusätzliche Phänomene auf, verliert das Modell theoretisch seine Gültigkeit.

Zwei Beispiele zu empirischen Modellen finden sich in Abu-Ghannam u. Shaw 1980 und Mayle 1991. Beide Korrelationen verbinden den Turbulenzgrad der freien Strömung mit der Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta_t}$ , bei der die Transition einsetzt. Langtry 2006 führt mit Bezug auf Mayle 1991 eine Gleichung zum Abschätzen des laminaren Anteils an der gesamten Grenzschicht an (vgl.: Appendix: Best Practice Guidelines for Using the Transition Model, Langtry 2006). An dieser Stelle soll die aufgeführte Gleichung schrittweise entwickelt und auf die daraus resultierende Problematik hingewiesen werden. Nach Schlichting u. Gersten 2006 ergibt sich aus der Blasius-Gleichung für die Plattenströmung der folgende Zusammenhang zwischen Impulsverlustdicke und Reynoldszahl:

$$Re_{\theta} = 0,644 \sqrt{Re_x}. \quad (4.7)$$

$Re_{\theta}$  wird über die Impulsverlustdicke  $\theta$  gebildet:

$$Re_{\theta} = \frac{\rho \theta U_{\infty}}{\mu}. \quad (4.8)$$

Mayle 1991 gibt als kritischen Wert, bei dem die Transition einsetzt,  $Re_{\theta t} = 400$  für natürliche Transition und niedrigen Turbulenzgrad in der freien Strömung an. Für Gasturbinen kann dieser Wert auf  $Re_{\theta t} = 100$  fallen. Aus der Auswertung von Plattenströmungen ohne Druckgradient ergibt sich nach Mayle 1991:

$$Re_{\theta t} = 400 Tu^{-\frac{5}{8}}. \quad (4.9)$$

In Gleichung (4.9) ist der Turbulenzgrad in Prozent einzusetzen. Die kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl kann über Gleichung (4.7) ausgedrückt werden. Werden beide Seiten der resultierenden Gleichung auf die gesamte Reynoldszahl des Körpers bezogen, ergibt sich der prozentuale Anteil der laminaren Lauflänge an der gesamten Länge des Körpers:

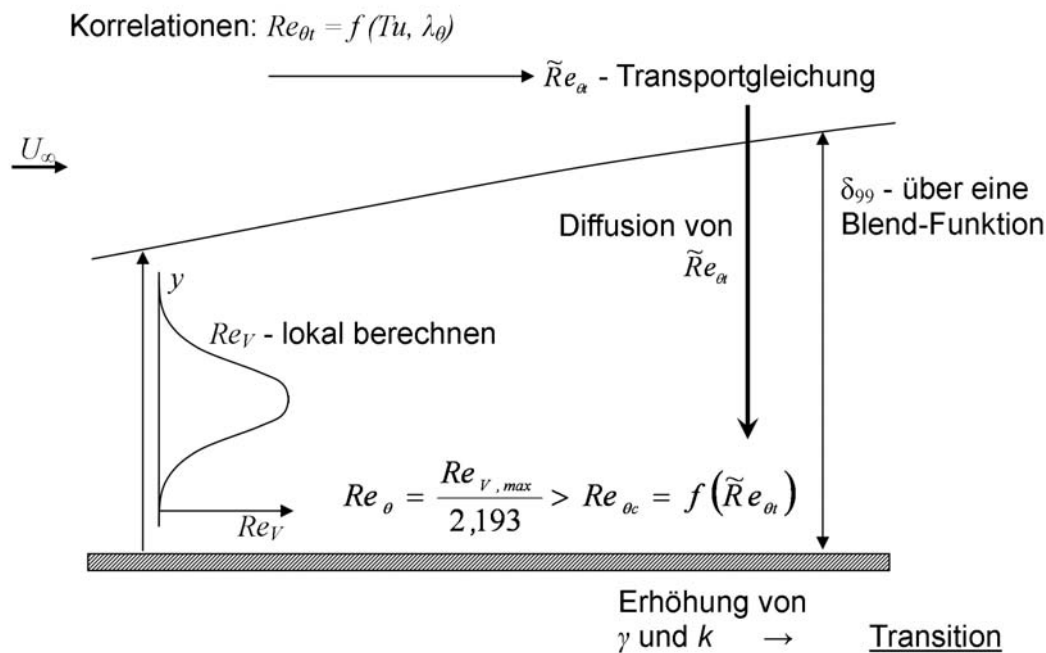
$$\frac{Re_{xt}}{Re_L} = \frac{400^2 Tu^{-\frac{5}{4}}}{0,664^2 (\rho/\mu) U_\infty L} \approx \frac{360\,000 Tu^{-\frac{5}{4}}}{(\rho/\mu) U_\infty L}. \quad (4.10)$$

Langtry 2006 gibt als Faktor 380 000 statt 360 000 an und führt eine Reihe von Beispielen auf, für die sich laminare Lauflängen schätzen lassen. Unter den Beispielen sind Turbinen- und Verdichterschaukeln. Gleichung (4.10) wurde aus Daten für Plattenströmungen mit natürlicher Transition und ohne Druckgradient entwickelt, wobei nach Mayle 1991 Gleichung (4.9) auch für Turbinenstufen mit Turbulenzgrad  $Tu > 3\%$  verwendet werden kann, jedoch keinesfalls für niedrigere Turbulenzgrade. Sind diese Voraussetzungen gegeben, behält die Korrelation im Rahmen ihrer Genauigkeit die Eigenschaft den Transitionsbeginn anzugeben, wird der Gültigkeitsbereich verlassen, sind die Ergebnisse aus einer einfachen Korrelation höchst fraglich.

Empirische Korrelationen können in CFD-Berechnungen verwendet werden, indem über eine Korrelation ermittelt wird, für welche Bereich die Strömung laminar und turbulent ist. In dem jeweiligen Bereich kann dann ein entsprechendes Strömungsmodell verwendet werden. Die Korrelationen können über Intermittenz-Formulierungen erweitert werden, um den eigentlichen Transitionsbereich zu berücksichtigen. Das nächste Kapitel erläutert das ANSYS CFD  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell und geht dabei auf die Schwierigkeiten ein, die mit der Verwendung von gebräuchlichen, empirischen Korrelationen in modernen CFD-Lösern verbunden sind.

## 4.2 Das $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell

Beim  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell handelt es sich um ein korrelationsbasiertes Modell, dessen Formulierung in Abgrenzung zu anderen korrelationsbasierten Methoden (z. B.: Abu-Ghannam u. Shaw 1980, Mayle 1991, van Driest u. Blumer 1963) nur auf lokalen Strömungsgrößen und Gradienten beruht. Diese Tatsache ermöglicht den Einsatz in Navier-Stokes-Codes für unstrukturierte Gitter, da durch die strikt lokale Formulierung des Modells einige Operationen entfallen, die in solchen Codes nur schwer zu realisieren sind. Die Problematik liegt hierbei darin, dass die üblichen empirischen Korrelation auf dem Turbulenzgrad in der freien Strömung bzw. am Grenzschichtrand beruhen und dieser mit der Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_\theta$  verbunden wird. Bei Codes, die auf der Verarbeitung von unstrukturierten Gittern beruhen, sind die Identifizierung des Grenzschichtrands und die Integration der Geschwindigkeitsprofile über die Grenzschicht mit gerechtfertigtem Aufwand nicht zu erzielen. Die Möglichkeit diese Operationen durchzuführen, entfällt bei einer Parallelisierung der Rechnung mit Hilfe einer Domain-Decomposition-Methode gänzlich, wenn die Grenzschicht auf mehrere Prozessoren aufgeteilt wird (Langtry u. Menter 2009).



**Abb. 4.2:** Grundprinzip des Transitionsmodells: Im Strömungsfeld wird über eine empirische Korrelation eine kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta t}$  berechnet und in die Grenzschicht transportiert, wo über die lokale Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl  $Re_{\gamma}$  das Einsetzen der Transition bestimmt werden kann.

Das grundlegende Prinzip des Transitionsmodell ist in Abbildung 4.2 dargestellt. In der Strömung wird über eine empirische Korrelation eine kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta t}$  berechnet. Die Berechnung bleibt an dieser Stelle auf die wandferne Strömung beschränkt, wobei die Unterscheidung wandfern/wandnah über eine Blend-Funktion geschieht. Die berechnete Größe diffundiert als Transportgröße  $\tilde{Re}_{\theta t}$  in den wandnahen Bereich und kann dort lokal mit der Impulsverlustdicken-Reynoldszahl verglichen werden, die mit der lokalen maximalen Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl nach van Driest u. Blumer 1963 korreliert. Wird ein kritischer Wert überschritten, setzt der Transitionsprozess ein. Einsetzen und Länge des Transitionsbereichs werden hierbei über eine Intermittenz-Transportgleichung gesteuert. Das Transitionsmodell wird über die  $k$ -Gleichung des SST  $k$ - $\omega$ -Modells in die Strömungsberechnung eingebunden. Die Ausführungen beziehen sich auf das Modell CFX-v-1.1 (Langtry u. Menter 2009).

#### 4.2.1 Zeitliche Entwicklung des Modells

Das ANSYS  $\gamma$ - $Re_{\theta}$ -Transitionsmodell geht auf Menter et al. 2002 zurück. Diese erste Vorstellung des Modells basierte auf einer Transportgleichung für eine Intermittenz-Variable und kam anders als bisherige Modelle vollständig ohne integrale Größen aus. Das Modell in seiner jetzigen Funktion stellt eine Weiterentwicklung dieses ersten Vorschlags dar. In Menter et al. 2004a und Menter et al. 2004b wurde das Modell um eine weitere Transportgleichung für  $\tilde{Re}_{\theta t}$  erweitert. Die Veröffentlichung enthielt eine Darstellung der Motivation und Hintergründe des Transitionsmodells, erörterte die Funktionsweise und beinhaltete eine Reihe von Validierungsfällen, deren Ergebnisse knapp dargestellt

wurden. Zu diesem Zeitpunkt wurden zwei wichtige Korrelationen ( $Re_{\theta c}$  und  $F_{length}$ ) zurückgehalten. Mit Langtry u. Menter 2005 und Menter et al. 2006 folgten Veröffentlichungen, die sich mit weiteren Validierungsfällen und dem Einsatz des Modells beschäftigen, aber keine neue Informationen zur Formulierung des Modells beinhalten.

Die Veröffentlichung Menter et al. 2004a und Menter et al. 2004b führte zu einer großen Resonanz und die Formulierung des Modells wurde aufgegriffen und Vorschläge zu den zurückgehaltenen Korrelationen veröffentlicht. Ein Beispiel hierfür ist Suluksna et al. 2009 und Malan u. Suluksna 2009, die einen Vorschlag zu den unveröffentlichten Korrelationen enthalten und die Ergebnisse aus der Implementierung des Modells in STARCCM+ (CD-adapco) zeigen.

Mit Langtry 2006 (Dissertation) folgte eine sehr ausführliche Darstellung des Modells mit Erläuterungen zu einer Vielzahl von Testfällen. Gegenüber Menter et al. 2004a und Menter et al. 2004b wurden Kleinigkeiten in der Formulierung des Modells geändert. Menter u. Langtry 2006 beinhaltet Informationen zur Kopplung des Transitionsmodells mit einem SAS-Modell (scale-adaptive simulation).

Mit Langtry u. Menter 2009 wurden die fehlenden Korrelationen veröffentlicht. Als Begründung für die Veröffentlichung wird angegeben, dass einem größeren Feld von CFD-Entwicklern die Möglichkeit gegeben werden soll, Verbesserungen oder neue Korrelationen zu integrieren.

## 4.2.2 Empirische Korrelation

Grundlegend für die Eignung des Transitionsmodells sind die empirischen Korrelationen, auf denen es aufgebaut ist. Das  $\gamma$ - $Re_{\theta}$ -Modell verbindet den Turbulenzgrad  $Tu$  in der Außenströmung mit der Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta t}$ , bei der die Transition einsetzt, und wurde aufbauend auf mehreren Korrelationen und Versuchsdaten erstellt. Dabei wurden die folgenden Übereinstimmungen angestrebt (Menter et al. 2004a):

- $1\% < Tu < 3\%$ : Übereinstimmung mit Abu-Ghannam u. Shaw 1980.
- $Tu > 3\%$ : Übereinstimmung mit Mayle 1991.

Die anfängliche Berücksichtigung für den Bereich  $Tu < 1\%$  nach Drela 1998 in Menter et al. 2004a wurde in Langtry 2006 abgeändert, um der natürlichen Transition besser Rechnung zu tragen.

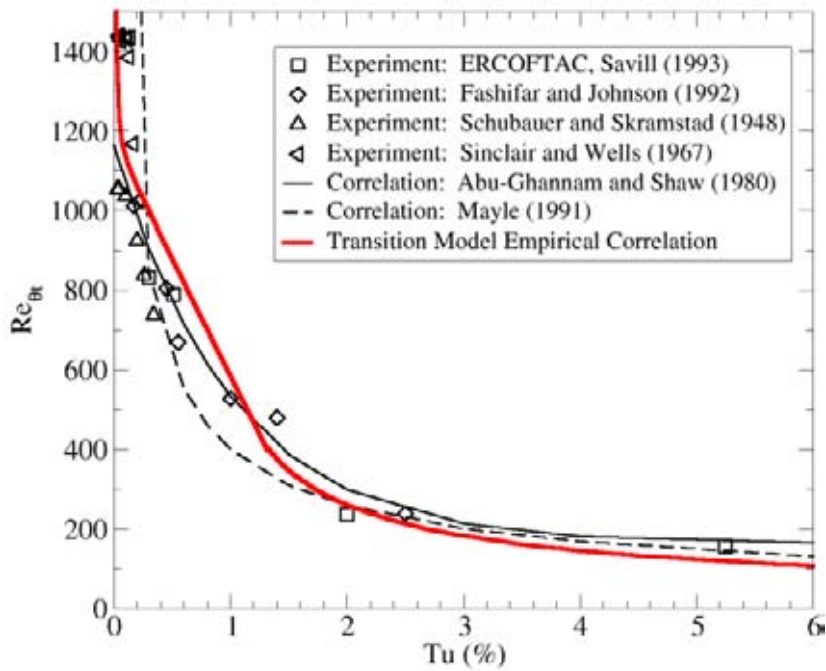
In Abbildung 4.3 sind die Korrelation für  $Re_{\theta t}$  nach Langtry 2006 und die oben erwähnten Korrelationen mit einigen Versuchsergebnissen dargestellt. Je kleiner der Turbulenzgrad in der Strömung ist, desto höher ist die Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta t}$ , was gleichbedeutend mit einer größeren Lauflänge entlang des Körpers ist, da  $\theta$  monoton mit  $x$  wächst. Neben dem Turbulenzgrad geht in die Korrelation ein Druckgradienten-Parameter  $\lambda_{\theta}$  ein (Langtry u. Menter 2009):

$$\lambda_{\theta} = \frac{\rho \theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds}, \quad (4.11)$$

wobei sich die Beschleunigung entlang einer Stromlinie  $dU/ds$  aus der anteiligen Summation der Beschleunigung in die einzelnen Koordinatenrichtungen ergibt:

$$U = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad (4.12)$$

$$\frac{dU}{ds} = \left( \frac{u}{U} \frac{dU}{dx} + \frac{v}{U} \frac{dU}{dy} + \frac{w}{U} \frac{dU}{dz} \right). \quad (4.13)$$



**Abb. 4.3:** Empirische Korrelation für  $Re_{\theta t}$ : Bei der zu Grunde liegenden Korrelation des Transitionsmodells wurden vorhandene Korrelationen und Versuchsdaten berücksichtigt. Aus Langtry 2006.

$Re_{\theta t}$  ergibt sich nach Langtry u. Menter 2009 zu:

$$Re_{\theta t} = \begin{cases} [1173,51 - 589,428 Tu + 0,2196 Tu^{-2}] F(\lambda_\theta) & \text{für } Tu \leq 1,3 \\ 331,50 [Tu - 0,5658]^{-0,671} F(\lambda_\theta) & \text{für } Tu > 1,3 \end{cases}, \quad (4.14)$$

$$F(\lambda_\theta) = \begin{cases} 1 - [-12,986 \lambda_\theta - 123,66 \lambda_\theta^2 - 405,689 \lambda_\theta^3] e^{-(Tu/1,5)^{1,5}} & \text{für } \lambda_\theta \leq 0 \\ 1 + 0,275 [1 - e^{-35,0 \lambda_\theta}] e^{-(Tu/0,5)} & \text{für } \lambda_\theta > 0 \end{cases}. \quad (4.15)$$

Aus Gründen der numerischen Stabilität werden die folgenden Begrenzungen eingeführt (Langtry u. Menter 2009):

$$-0,1 \leq \lambda_\theta \leq 0,1; \quad Tu \geq 0,027; \quad Re_{\theta t} \geq 20. \quad (4.16)$$

Da in Gleichung (4.11) die Impulsverlustdicke über  $Re_{\theta t}$  berechnet wird, muss Gleichungen (4.14) iterativ gelöst werden. Um einen festen Wert zu erhalten, sind hierbei nicht mehr als 10 Iterationsschritte notwendig (Langtry u. Menter 2009).

Bei der Formulierung des Modells ist zu beachten, dass dieses gegen die Galilei-Invarianz verstößt, wonach physikalische Gesetze in jedem gleichförmig bewegten Bezugssystem ihre Gültigkeit behalten (Kittel et al. 1994). Der Druckgradienten-Parameter  $\lambda_\theta$  ist abhängig von der Wand, zu der die Beschleunigung entlang der Stromlinie ermittelt wird. Langtry 2006 führt aus, dass dieses Problem für alle Korrelationsmodelle gegeben ist. Wie in einem System mit mehreren bewegten Wänden dieses Problem gelöst wird, ist in Langtry 2006 nicht beschrieben.

Bis zu dieser Stelle unterscheidet sich das Transitionsmodell nicht von anderen Modellen, da eine Korrelation benutzt wird, um eine kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl zu bestimmen. Der nächste Schritt zu einer lokalen Formulierung liegt darin, die Impulsverlustdicken-Reynoldszahl in den Bereich der Grenzschicht zu transportieren, was über die  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung geschieht.



### 4.2.3 $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung

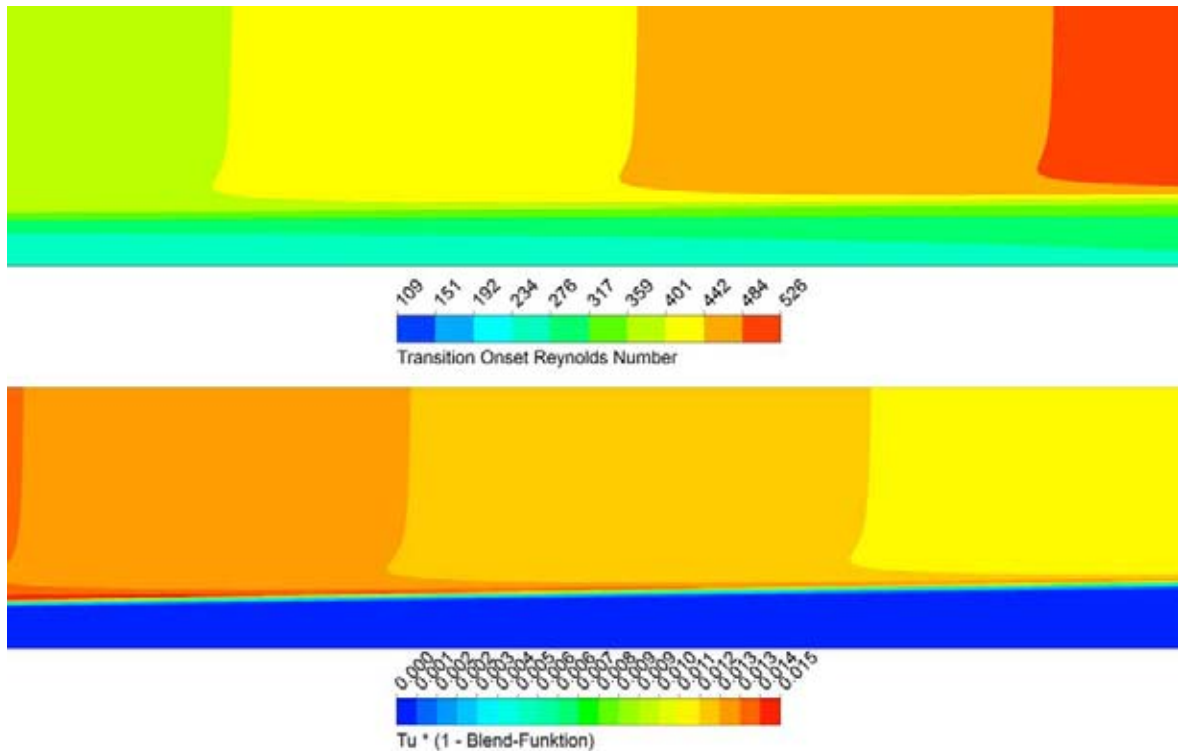
Mit  $Re_{\theta t}$  ist die kritische Impulsverlustdicke bekannt, bei der die Transition einsetzt. Diese Information kann für das gesamte freie Strömungsfeld berechnet werden, nicht jedoch für den Grenzschichtbereich, in dem die Information zum Abgleich mit einem lokal berechneten Parameter ( $Re_V$ ) vorhanden sein muss. Die kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl wird daher als Transportgröße  $\tilde{Re}_{\theta t}$  in die Grenzschicht transportiert. Nach Langtry u. Menter 2009 ergibt sich die  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung zu:

$$\frac{\partial \rho \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right], \quad (4.17)$$

mit  $\sigma_{\theta t} = 2,0$  und dem Produktionsterm:

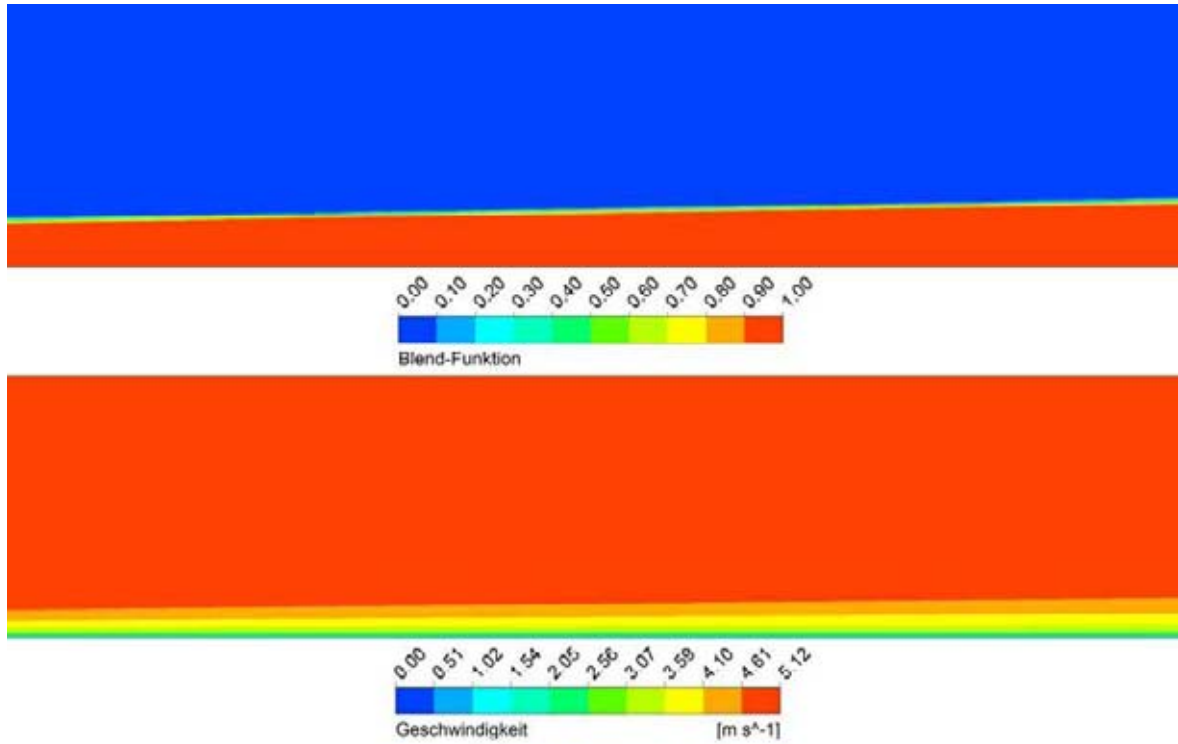
$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t_{\theta}} \left( Re_{\theta t} - \tilde{Re}_{\theta t} \right) (1 - F_{\theta t}). \quad (4.18)$$

In Gleichung (4.18) stellt der erste Klammerausdruck einen Proportionalitäts-Regler dar: Je größer die Regelabweichung zwischen dem Sollwert ( $Re_{\theta t}$ ) und dem Istwert ( $\tilde{Re}_{\theta t}$ ) ist, desto größer wird die Stellgröße  $P_{\theta t}$  (Lunze 2007). Der Term führt dazu, dass sich die Werte von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  und  $Re_{\theta t}$  im freien Strömungsfeld angleichen. Der zweite Klammerausdruck mit der Blend-Funktion  $F_{\theta t}$  sorgt dafür, dass der Produktionsterm in der Grenzschicht und in Nachläufen inaktiv ist. In diesen Bereichen ist  $F_{\theta t} = 1$ . Im übrigen Strömungsfeld ist  $F_{\theta t} = 0$ . In Abbildung 4.4 sind der Verlauf von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  und des Turbulenzgrads oberhalb einer ebenen Platte zu erkennen. Im Bereich der Grenzschicht wurden die Werte des Turbulenzgrads über die Blend-Funktion  $F_{\theta t}$  ausgeblendet.



**Abb. 4.4:** Verlauf von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  und  $Tu$ : Mit sinkendem Turbulenzgrad steigt  $\tilde{Re}_{\theta t}$ . Der Einfluss der Diffusion von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  in die Grenzschicht ist geringer als der Einfluss der Konvektion innerhalb der Grenzschicht. Dargestellt ist der Bereich  $x = 1,1 \text{ m} \dots 1,6 \text{ m}$  im T3A-Testfall. Die Grenzschicht ist hier voll turbulent.

Mit sinkendem Turbulenzgrad erhöht sich die Impulsverlustdicken-Reynoldszahl für das Einsetzen der Transition. Über den Diffusionsterm der Transportgleichung wird  $\tilde{Re}_{\theta t}$  in die Grenzschicht transportiert. Die Konvektion innerhalb der Grenzschicht hat einen stärkeren Einfluss auf den lokalen Wert von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  als die Diffusion in die Grenzschicht hinein. Dieser Effekt wird durch den Versatz in der  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Verteilung deutlich. Nach Langtry 2006 ist dieses Verhalten physikalisch gerechtfertigt, da der Einfluss der lokal in der Strömung vorhandenen Turbulenz auf den Transitionsbeginn geringer ist als der stromauf gelegene Strömungszustand in der laminaren Grenzschicht (Druckgradient, Turbulenzgrad). Die Größe des Produktionsterm wird über  $c_{\theta t}$  geregelt. Je größer der Wert ist, desto kleiner ist die Bedeutung der Konvektion. Im aktuellen Modell ist  $c_{\theta t} = 0,03$  gesetzt.



**Abb. 4.5:**  $F_{\theta t}$  und Geschwindigkeitsfeld: Bei einer Strömung über eine ebene Platte ist zu sehen, dass  $F_{\theta t}$  den gesamten Grenzschichtbereich abdeckt. Dargestellt ist derselbe Bereich wie in Abbildung 4.4.

In Abbildung 4.5 sind für den selben Bereich wie in Abbildung 4.4 die Blend-Funktion  $F_{\theta t}$  und das Geschwindigkeitsfeld dargestellt. Die Blend-Funktion reicht über die Grenzschicht hinaus, erfüllt so aber das angestrebte Ziel. Die eigentliche Funktion ergibt sich nach Langtry u. Menter 2009 zu:

$$F_{\theta t} = \min \left\{ \max \left[ F_{wake} e^{-\left(\frac{y}{\delta}\right)^4}, 1 - \left(\frac{\gamma - 1/c_{e2}}{1 - 1/c_{e2}}\right)^2 \right], 1 \right\}. \quad (4.19)$$

Die Funktion  $F_{wake}$  setzt Nachlaufströmungen:

$$F_{wake} = e^{-\left(\frac{Re_{\omega}}{10^5}\right)^2}, \quad (4.20)$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \omega y^2}{\mu}. \quad (4.21)$$

Für die Grenzschichtdicke in Gleichung (4.19) gilt (Langtry u. Menter 2009):

$$\delta = \frac{50\Omega y}{U} \delta_{Bl}, \quad (4.22)$$

$$\delta_{Bl} = \frac{15}{2} \theta_{Bl}, \quad (4.23)$$

$$\theta_{Bl} = \frac{\tilde{Re}_{\theta t} \mu}{\rho U}. \quad (4.24)$$

In Gleichung (4.18) sind  $\rho$  und  $t_\theta$  aus Dimensionsgründen beinhaltet, wobei  $t_\theta$  eine Zeitskala darstellt (Langtry u. Menter 2009):

$$t_\theta = \frac{500\mu}{\rho U^2}. \quad (4.25)$$

Durch die  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung kann die kritische Impulsverlustdicke als Information in der Grenzschicht zur Verfügung gestellt werden. Um einen Vergleich mit der tatsächlichen Impulsverlustdicke  $Re_\theta$  zu ermöglichen, muss eine adäquate Vergleichsgröße gefunden werden, da die Berechnung der Impulsverlustdicke als integrale Größe der Zielsetzung einer rein lokalen Formulierung widerspricht. Zu diesem Zweck wird die Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl nach van Driest u. Blumer 1963 verwendet, die mit der Impulsverlustdicken-Reynoldszahl verknüpft werden kann.

#### 4.2.4 Die Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl nach van Driest

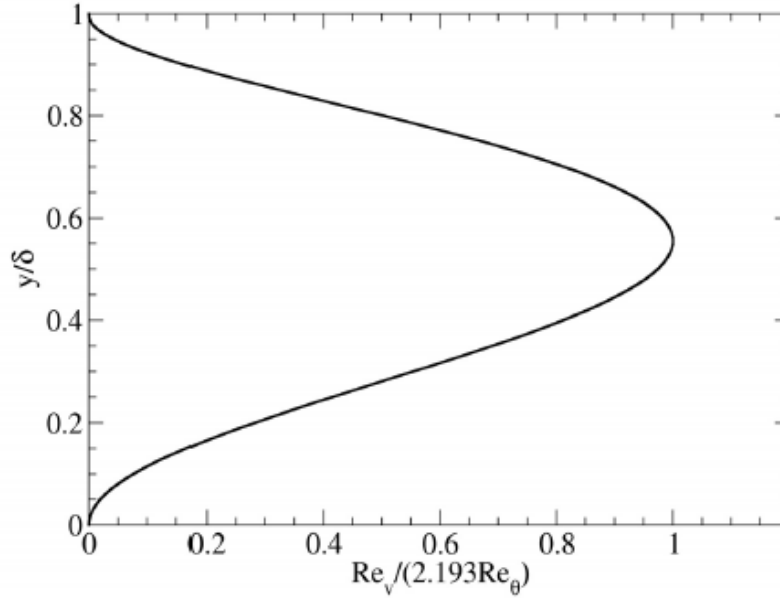
Für den Transitionsbeginn entwickelten van Driest u. Blumer 1963 eine empirische Korrelation über die lokale Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl  $Re_V$  (Langtry u. Menter 2009: *vorticity Reynolds number* oder *strain-rate Reynolds number*):

$$Re_V = \frac{\rho y^2}{\mu} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| = \frac{\rho y^2}{\mu} S. \quad (4.26)$$

Nach van Driest u. Blumer 1963 stimmt der Ort des Maximalwerts der Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl mit dem Ort der ersten Störungen in der laminaren Grenzschicht überein. Für ein laminares Blasius-Profil hat die  $Re_V$ -Funktion ihr Maximum bei  $y/\delta = 0,57$ , wobei Experimente an der ebenen Platte erste Störungen bei  $y/\delta \approx 0,6$  zeigen (van Driest u. Blumer 1963). In Abbildung 4.6 ist ein skaliertes  $Re_V$ -Profil abgebildet. Durch die Skalierung wird der  $Re_V$ -Verlauf qualitativ nicht verändert. Nach Menter et al. 2004a korreliert die maximale Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl mit der lokalen Impulsverlustdicken-Reynoldszahl:

$$Re_\theta = \frac{Re_{V,max}}{2,193}. \quad (4.27)$$

Der Faktor  $(1/2,193)$  in Gleichung (4.27) besitzt keine allgemeine Gültigkeit, sondern ist vom Druckgradienten in der laminaren Strömung abhängig. Bei starken Druckgradienten unterliegt das  $Re_V$ -Profil Änderungen und das Verhältnis zwischen  $Re_{V,max}$  und  $Re_\theta$  ändert sich. Der angestrebte Wert von  $Re_{V,max} = 2,193 Re_\theta$  wird nur für  $H \approx 2,3$  bzw. 2,6 erfüllt (vgl. Abbildung 4.7). Langtry u. Menter



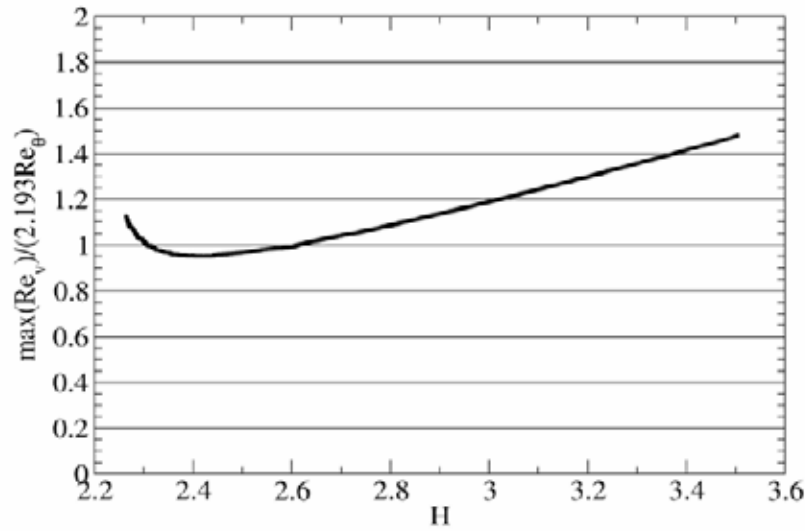
**Abb. 4.6:** Skaliertes  $Re_V$ -Profil: Für die Grenzschicht zeigt  $Re_V$  ein Maximum im Bereich der ersten Instabilitäten der Grenzschicht. Das Profil wurde über  $Re_\theta$  skaliert. Aus Langtry 2006.

2009 argumentieren, dass die Abweichung für moderate Druckgradienten ( $2,3 < H < 2,9$ ) weniger als 10 % beträgt und keinen großen Einfluss auf die Ergebnisse des Modells besitzt. Im Weiteren basiert das Modell hauptsächlich auf Daten, die im genannten Bereich liegen (Menter et al. 2004a). Über den Zusammenhang in Gleichung (4.27) ist es möglich, in der Grenzschicht lokale Werte für  $Re_\theta$  zu berechnen, ohne eine Integration durchzuführen. Senkrecht zur Körperoberfläche ergeben sich eine Anzahl von  $Re_\theta$ -Werten, von denen der größte Wert mit dem Ort des maximalen  $Re_V$ -Wert übereinstimmt. Nach van Driest u. Blumer 1963 ist dies der Ort, an dem die laminare Grenzschicht erste Instabilitäten zeigt. Überschreitet  $Re_\theta$  den kritischen Wert  $\tilde{Re}_{\theta t}$ , der durch die  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung in die Grenzschicht diffundiert, setzt die Transition ein. Da die Transition über eine endliche Länge stattfindet, wäre ein abrupter Wechsel von laminar auf turbulent unphysikalisch. Aus diesem Grund enthält das  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Modell eine weitere Transportgleichung für die Intermittenz  $\gamma$ , die das Einsetzen des Transitionsvorgangs und die Länge des Transitionsbereichs bestimmt.

#### 4.2.5 Intermittenz-Transportgleichung

Die Intermittenz  $\gamma$  beschreibt, für welchen zeitlichen Anteil eine Strömung an einem gegebenen Punkt turbulent ist. Dabei ist  $\gamma = 0$  gleichbedeutend mit einer vollständig laminaren Strömung und  $\gamma = 1$  mit einer vollständig turbulenten Strömung. Die Intermittenz kann folglich das stetige Ansteigen der Turbulenz im Transitionsbereich beschreiben, wobei das Einsetzen des Transitionsprozesses und die Größe des Transitionsbereichs mit der Impulsverlustdicken-Reynoldszahl korrelieren. Um diesen Tatsachen Rechnung zu tragen, beinhaltet das Transitionsmodell eine  $\gamma$ -Transportgleichung (Langtry u. Menter 2009):

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right]. \quad (4.28)$$



**Abb. 4.7:** Formparameter und das  $Re_V$ - $Re_\theta$ -Verhältnis: Für eine Änderung des Formparameters ist ersichtlich, dass sich das  $Re_V$ - $Re_\theta$ -Verhältnis verändert. Aus Langtry 2006.

Der Produktionsterm  $P_\gamma$  steigert die Intermittenz, sobald ein kritischer  $Re_\theta$ -Wert in der Grenzschicht erreicht wird:

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S \sqrt{\gamma F_{onset}} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (4.29)$$

mit  $c_{a1} = 2,0$ ;  $c_{e1} = 1,0$ .

Der hintere Klammerausdruck verhindert, dass die Intermittenz über den Wert eins steigt. Die Dichte  $\rho$  und die Schergeschwindigkeit  $S$  sind aus Dimensionsgründen beinhaltet.  $F_{onset}$  aktiviert den Produktionsterm. Die Funktion ist so definiert, dass sie von einem Wert von null in der laminaren Grenzschicht schnell auf einen Wert von eins im übrigen Strömungsfeld anwächst, so bald ein kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta c} = f(\tilde{Re}_{\theta t})$  erreicht ist (Langtry 2006):

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0), \quad (4.30)$$

$$F_{onset2} = \min[\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2,0]. \quad (4.31)$$

Über  $F_{onset1}$  findet der eigentliche Abgleich mit der van Driest-Beziehung statt (Langtry u. Menter 2009):

$$F_{onset1} = \frac{Re_V}{2,193 Re_{\theta c}}. \quad (4.32)$$

Der Index  $c$  meint hierbei „critical“, also den Ort, an dem die Intermittenz in der Grenzschicht zu wachsen beginnt. Wenn  $F_{onset1}$  innerhalb einer laminaren Grenzschicht den Wert 1 überschreitet, wird der Produktionsterm aktiviert. Dies geschieht am Ort der maximalen Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl:

$$F_{onset1} = \frac{Re_{V,max}}{2,193 Re_{\theta c}} = \frac{Re_\theta}{Re_{\theta c}}. \quad (4.33)$$

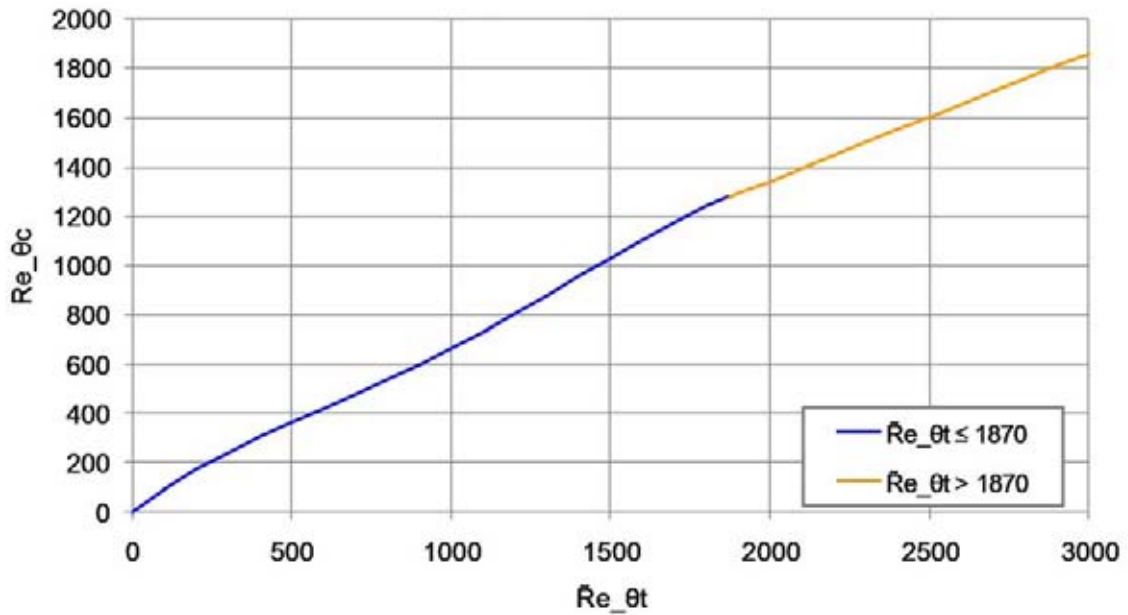
Für  $F_{onset 3}$  gilt:

$$F_{onset 3} = \max \left[ 1 - \left( \frac{R_T}{2,5} \right)^3, 0 \right], \quad (4.34)$$

$$R_T = \frac{\mu_t}{\mu} = \frac{\rho k}{\mu \omega}. \quad (4.35)$$

Das Viskositätsverhältnis wurde eingeführt, da die Funktion  $F_{onset 2}$  wieder fallen kann, wenn auf Grund von Änderungen im Geschwindigkeitsprofil die Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl abnimmt. Dies würde zu einem Abbruch des Transitionsprozesses führen (Langtry 2006). Die kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta c}$  stellt eine Funktion von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  dar. Der Zusammenhang wurde in Langtry u. Menter 2009 veröffentlicht:

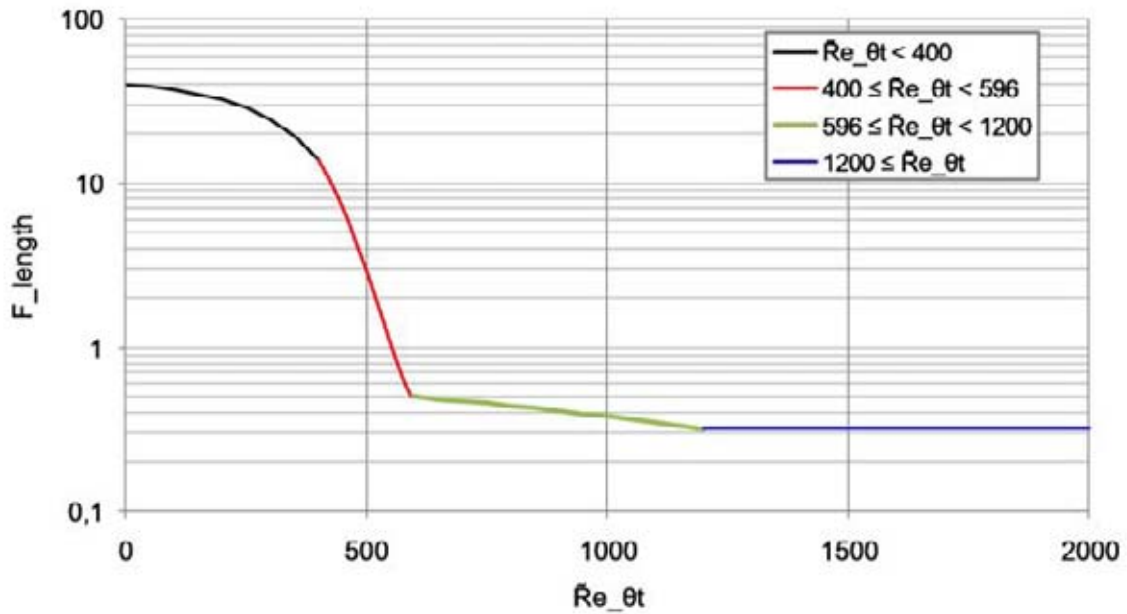
$$Re_{\theta c} = \begin{cases} \left[ \tilde{Re}_{\theta t} - \left( 396,035 \cdot 10^{-2} + (-120,656 \cdot 10^{-4}) \tilde{Re}_{\theta t} \right. \right. \\ \quad \left. \left. + (868,230 \cdot 10^{-6}) \tilde{Re}_{\theta t}^2 + (-696,506 \cdot 10^{-9}) \tilde{Re}_{\theta t}^3 \right. \right. \\ \quad \left. \left. + (174,105 \cdot 10^{-12}) \tilde{Re}_{\theta t}^4 \right) \right]. & \tilde{Re}_{\theta t} \leq 1870 \\ \left[ \tilde{Re}_{\theta t} - \left( 593,11 + (\tilde{Re}_{\theta t} - 1870,0) \cdot 0,482 \right) \right]. & \tilde{Re}_{\theta t} > 1870 \end{cases} \quad (4.36)$$



**Abb. 4.8:** Verlauf von  $Re_{\theta c}$ :  $Re_{\theta c}$  über  $\tilde{Re}_{\theta t}$  aufgetragen. Bei  $\tilde{Re}_{\theta t} = 1870$  wechselt die Funktion.

In Abbildung 4.8 ist der Verlauf von Gleichung (4.36) dargestellt. Bei Erreichen von  $Re_{\theta c}$  beginnt die Intermittenz in der Grenzschicht zu wachsen. Dies ist nicht der Ort des Transitionsbeginns, da erst bei Erreichen von  $Re_{\theta t}$  Änderungen im Geschwindigkeitsprofil und damit eine Änderung des  $c_f$ -Werts auftritt. Dieser Versatz ist notwendig, da die Intermittenz erst ein gewisses Maß erreichen muss, bevor die Turbulenz ausreicht, um sich auf die Eigenschaften der Grenzschicht auszuwirken (Langtry 2006). Die Größe des Versatzes und damit der Beginn des Transitionsprozesses wird über die Funktion  $F_{length}$  gesteuert. Diese wurde in Langtry u. Menter 2009 veröffentlicht:

$$F_{length} = \begin{cases} \left[ 398,189 \cdot 10^{-1} + (-119,270 \cdot 10^{-4}) \tilde{Re}_{\theta t} \right. \\ \quad \left. + (-132,567 \cdot 10^{-6}) \tilde{Re}_{\theta t}^2 \right] . & \tilde{Re}_{\theta t} < 400 \\ \left[ 263,404 + (-123,939 \cdot 10^{-2}) \tilde{Re}_{\theta t} \right. \\ \quad \left. + (194,548 \cdot 10^{-5}) \tilde{Re}_{\theta t}^2 \right. \\ \quad \left. + (-101,695 \cdot 10^{-8}) \tilde{Re}_{\theta t}^3 \right] . & 400 \leq \tilde{Re}_{\theta t} < 596 \\ \left[ 0,5 - 3,0 \cdot 10^{-4} (\tilde{Re}_{\theta t} - 596,0) \right] . & 596 \leq \tilde{Re}_{\theta t} < 1200 \\ \left[ 0,3188 \right] . & 1200 \leq \tilde{Re}_{\theta t} \end{cases} \quad (4.37)$$



**Abb. 4.9:** Verlauf von  $F_{length}$ :  $F_{length}$  über  $\tilde{Re}_{\theta t}$  logarithmisch aufgetragen.

In Abbildung 4.9 ist der Verlauf von Gleichung (4.37) dargestellt. Die Funktion  $F_{length}$  wurde auf der Basis von Plattenströmungen bei unterschiedlichen Turbulenzgraden kalibriert (Langtry u. Menter 2009). Für Transition bei hohen Reynoldszahlen kann es geschehen, dass der Quellterm der Intermittenz-Gleichung lokal stark ansteigt und zu ebenfalls stark überhöhten  $c_f$ -Werten führt. Dieser Effekt kann verhindert werden, wenn  $F_{length}$  in der viskosen Unterschicht nicht unter einen Wert von 40 fallen kann. Diese Änderung führt zu keiner Beeinflussung des Transitionsbereichs (Langtry u. Menter 2009):

$$F_{length} = F_{length} (1 - F_{sublayer}) + 40,0 \cdot F_{sublayer}, \quad (4.38)$$

$$F_{sublayer} = e^{-\left(\frac{R_{\omega}}{0,4}\right)^2}, \quad (4.39)$$

$$R_{\omega} = \frac{\rho y^2 \omega}{500 \mu}. \quad (4.40)$$

Der Dissipationsterm in Gleichung (4.28) sorgt dafür, dass die Intermittenz in der laminaren Grenzschicht nicht anwächst. Zusätzlich wird durch den Term ermöglicht, die Abnahme der Intermittenz zu berücksichtigen, wenn die Grenzschicht einer starken Beschleunigung unterliegt. Auf diese Weise ist das Transitionsmodell in der Lage eine Relaminarisation der Grenzschicht zu berücksichtigen (Langtry 2006):

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1), \quad (4.41)$$

mit  $c_{a2} = 0,06$ ;  $c_{e2} = 50$ .

In Gleichung (4.41) führt  $c_{a2}$  dazu, dass der Dissipationsterm ab Erreichen des Transitionsbeginns kleiner als der Produktionsterm ist. Der Faktor  $c_{e2}$  begrenzt die minimale Intermittenz auf einen Wert von 0,02 und verhindert, dass der Term sein Vorzeichen wechselt. Der minimale Intermittenzwert  $\gamma = 0,02$  hat dabei keinen Einfluss auf die laminare Grenzschicht. Die Wirbelstärke  $\Omega$  und der Term  $F_{turb}$  führen dazu, dass die Intermittenz in der freien Strömung nicht abgebaut wird und der Wert  $\gamma = 1$  erhalten bleibt.  $F_{turb}$  ergibt sich zu (Langtry 2006):

$$F_{turb} = e^{-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4}. \quad (4.42)$$

Für die Intermittenz wird auf Einlässen in das Strömungsfeld ein Wert von  $\gamma = 1$  vorgeschrieben, um das verwendete Turbulenzmodell in seinen Eigenschaften nicht zu verändern. An festen Wänden verschwindet der Intermittenz-Gradient ( $\gamma = 0$ ). Im Falle einer laminaren Ablösung wird eine Änderung des Intermittenz-Modells notwendig, um sicher zu stellen, dass die Größe der Ablöseblase richtig ermittelt wird.

## 4.2.6 Intermittenz und laminare Ablösungen

Wie anfangs dargestellt, ist die Größe einer laminaren Ablöseblase wichtig für die richtige Ermittlung von Profileigenschaften. Das beschriebene Intermittenz-Modell führt im Falle einer laminaren Ablösung zu einem zu langsamen Anstieg der Intermittenz in der Grenzschicht. Dies bedeutet, dass die berechneten Ablöseblasen zu groß werden würden. Daher wird für den Fall einer laminaren Ablösung ein maximaler Intermittenz-Wert von  $\gamma = 2$  erlaubt. Dies führt, wie weiter unten gezeigt wird, schneller zu einer voll turbulenten Grenzschicht und damit zum turbulenten Wiederanlegen der Grenzschicht. Ein Indikator für eine Ablösung ist ein Formparameter von  $H > 3,5$ , was zu der Definition der Intermittenz für Ablösungen führt (Langtry 2006):

$$\gamma_{sep} = \min \left\{ s_1 \max \left[ 0, \left( \frac{Re_V}{3,235 Re_{\theta c}} - 1 \right) \right] F_{reattach}, 2 \right\} F_{\theta t} \quad (4.43)$$

$$\text{mit } s_1 = 2,$$

$$F_{reattach} = e^{-\left(\frac{R_T}{20}\right)^4}. \quad (4.44)$$

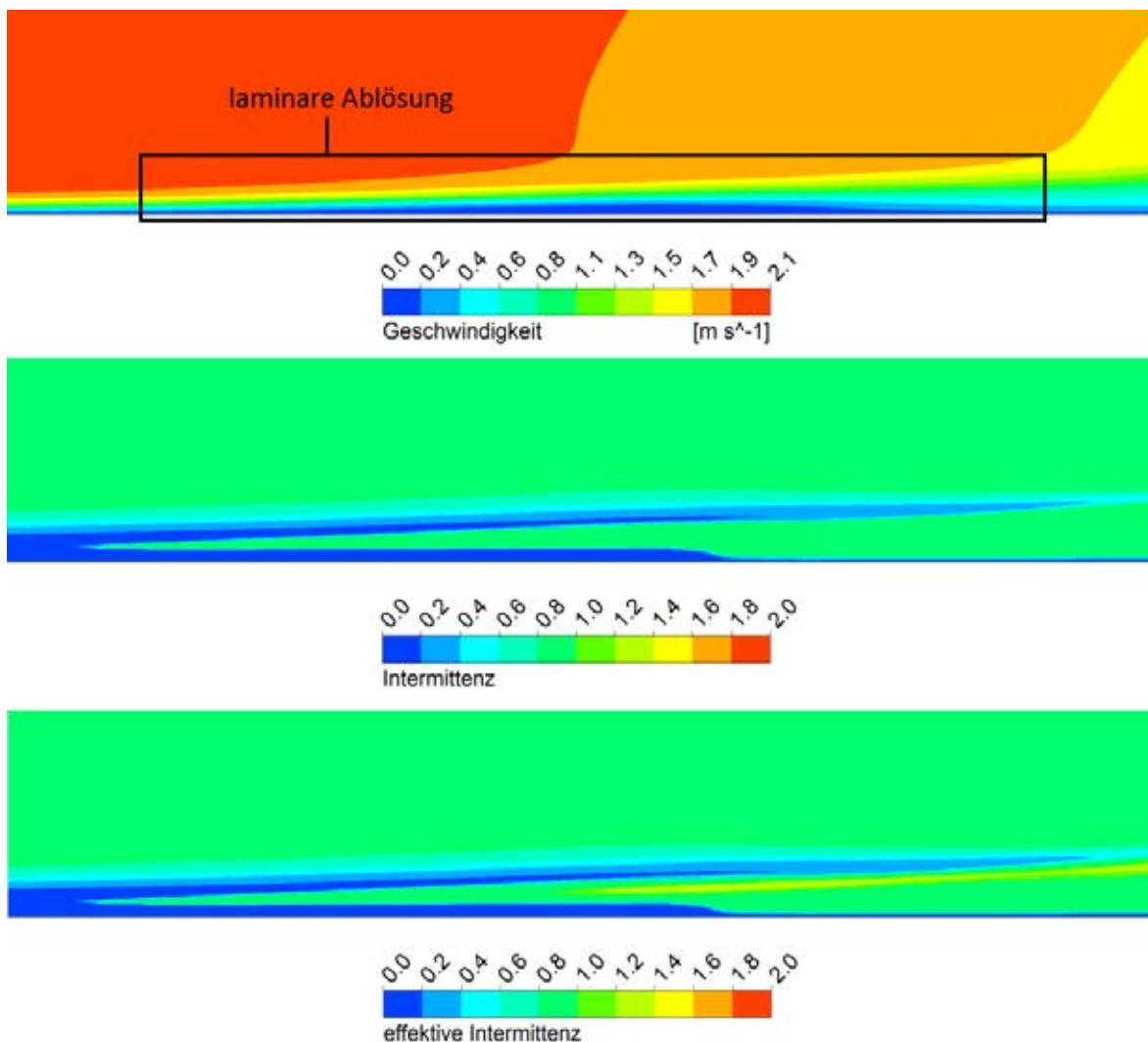


Der Faktor 3,235 in Gleichung (4.43) ergibt sich aus Abbildung 4.7: Der bisherige Faktor 2,193 muss mit dem zu  $H = 3,5$  gehörenden Wert auf der Ordinate multipliziert werden ( $\approx 1,475$ ). Dies führt auf den für Ablösungen gewünschten Zusammenhang zwischen  $Re_{V,max}$  und  $Re_\theta$ .

Aus der Intermittenz und der Intermittenz für Ablösungen wird die effektive Intermittenz ermittelt<sup>5</sup> (Langtry 2006):

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep}) . \quad (4.45)$$

In Abbildung 4.10 ist eine laminare Ablöseblase mit turbulentem Wiederanlegen sichtbar. Durch das Auftreten der Ablösung steigt die effektive Intermittenz über einen Wert von  $\gamma = 1$ . Der Anstieg der Intermittenz führt zu einem Anstieg der spezifischen turbulenten kinetischen Energie in der Grenzschicht.



**Abb. 4.10:** Intermittenz-Anstieg infolge einer laminaren Ablösung: An einer ebenen Platte löst eine laminare Strömung bei niedriger Strömungsgeschwindigkeit ab und legt sich turbulent wieder an. In diesem Bereich steigt die effektive Intermittenz über  $\gamma = 1$ . Dargestellt ist der Transitionsbereich im T3C4-Testfall. Alle Bilder zeigen den selben Ausschnitt.

<sup>5</sup>Die Intermittenz, wie sie in Emmons 1951 beschrieben wird, entspricht in ANSYS CFD-Post der *conservative intermittency*, die effektive Intermittenz der *turbulence intermittency*.

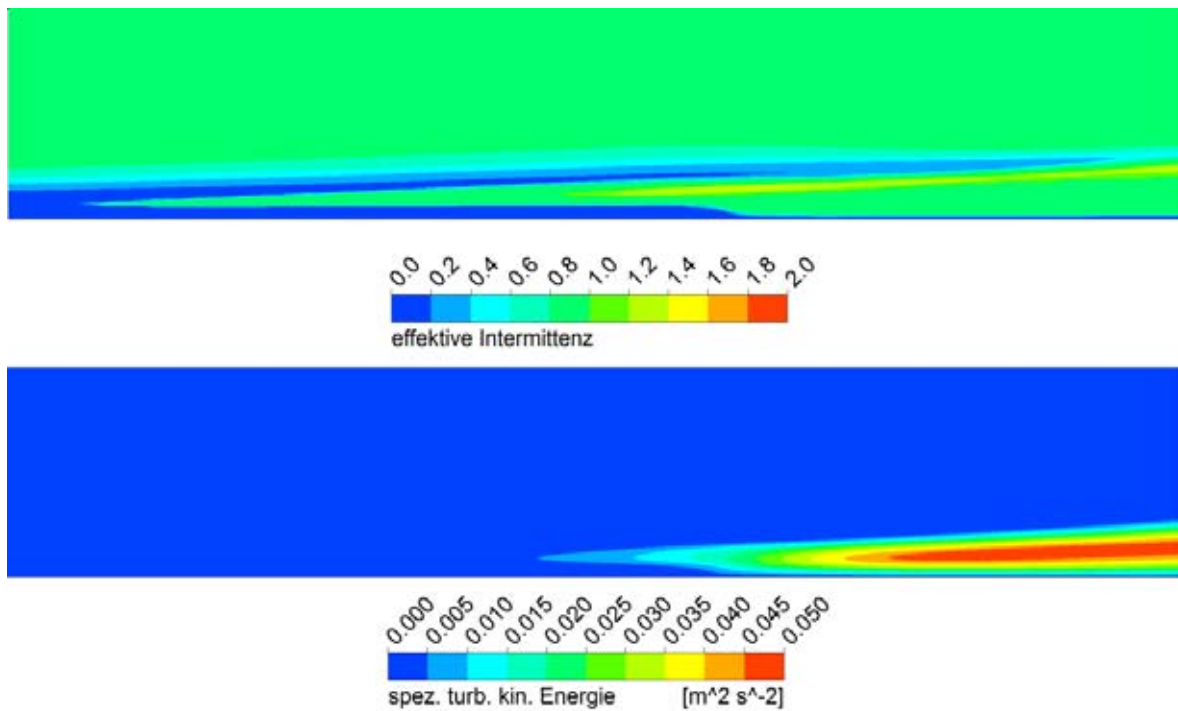
### 4.2.7 Kopplung von Transitions- und Turbulenzmodell

Die Kopplung des Transitionsmodells an das Turbulenzmodell erfolgt über die  $k$ -Gleichung des SST  $k$ - $\omega$ -Modells. Der Produktions- und der Dissipationsterm des Turbulenzmodells werden über die effektive Intermittenz verändert (Langtry 2006):

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k, \quad (4.46)$$

$$\tilde{D}_k = \min [\max (\gamma_{eff}, 0,1), 1,0] D_k. \quad (4.47)$$

Die Wirbelviskosität wird, anders als bei anderen Intermittenz-Modellen, nicht unmittelbar durch die Intermittenz geändert, was den Vorteil hat, dass die Impulsgleichungen nicht direkt von den Transitionsleichungen betroffen sind. Zusätzlich führt diese Art der Kopplung dazu, dass die kleinen



**Abb. 4.11:** Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie: Das Anwachsen der Intermittenz führt über die Kopplung an die  $k$ -Gleichung zum Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie.

Intermittenzwerte in der viskosen Unterschicht nicht zum Verschwinden der Wirbelviskosität führen (Langtry 2006). Eine weitere Änderung betrifft die erste Blend-Funktion des Turbulenzmodells. In der laminaren Grenzschicht kann es vorkommen, dass das Turbulenzmodell auf die  $k$ - $\epsilon$ -Gleichungen wechselt, was zu falschen Ergebnissen führen würde. Um dies zu verhindern, wird die Definition der  $F_1$  Blend-Funktion geändert (Langtry 2006):

$$F_1 = \max (F_{1, orig}, F_3), \quad (4.48)$$

$$F_3 = e^{-\left(\frac{R_y}{120}\right)^8}, \quad (4.49)$$

$$R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}. \quad (4.50)$$

Abbildung 4.11 zeigt die Auswirkung der Intermittenz auf die spezifische turbulente kinetische Energie. Hat die Intermittenz eine bestimmte Größe erreicht, beginnt die spezifische turbulente kinetische Energie in der Grenzschicht anzuwachsen.

## 4.2.8 Weitere Funktionen und Anmerkungen

Die theoretische Beschreibung des Transitionsmodells soll an dieser Stelle um einige Punkte ergänzt werden, die die Handhabung des Modells und Möglichkeiten der Einflussnahme durch den Benutzer auf das Modellverhalten beinhalten. Zusätzlich werden die Empfehlungen zur Gittergestaltung aus Langtry 2006 wiedergegeben. Einige dieser Punkte werden in den folgenden Kapiteln aufgegriffen und vertieft.

### Weitere Funktionen

Neben den beschriebenen Eigenschaften ist das Transitionsmodell in der Lage Wandrauigkeit zu berücksichtigen. Eine Darstellung der theoretischen Grundlagen findet sich in Langtry 2006 und Menter u. Langtry 2006. Dieses Thema soll an dieser Stelle nicht weiter vertieft werden, da keine Validierung für raue Wände durchgeführt wurde. Des Weiteren findet sich in Menter u. Langtry 2006 eine Beschreibung, wie das Transitionsmodell auf das SAS-Modell (scale-adaptive simulation) erweitert werden kann.

Neben dem normalen  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell existieren zwei vereinfachte Modelle. Im  $\gamma$ -Modell kann der Nutzer einen Wert oder eine eigene Funktion für  $Re_{\theta t}$  im Strömungsfeld angeben. Die  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Gleichung entfällt und es wird nur die  $\gamma$ -Transportgleichung gelöst. Eine weitere Möglichkeit ist, im Strömungsfeld einen bestimmten Intermittenz-Wert anzugeben. Dies erfolgt über einen CEL-Ausdruck<sup>6</sup>, der die Intermittenz im Strömungsfeld beschreibt. Bei diesem Modell werden keine zusätzlichen Transportgleichungen gelöst (ANSYS Inc. 2010).

### Gittergestaltung

Das Transitionsmodell stellt erhöhte Anforderungen an das verwendete Gitter. Bei der Diskretisierung des Strömungsfelds senkrecht zur Wand sollte ein  $y^+$ -Wert von 1 erreicht werden. Im Bereich  $y^+ = 0,001 \dots 1$  zeigt sich keine relevante Änderung der Transitionsbestimmung. Werte kleiner 0,001 sollten vermieden werden, da es in diesem Bereich vorkommen kann, dass die SST Blend-Funktion auf das  $k$ - $\epsilon$ -Modell wechselt. Ab einem  $y^+$ -Wert größer 8 wandert der Transitionspunkt stromauf. Benachbarte Zellen sollten nicht stärker als um einen Faktor von 1,1 anwachsen, da es sonst ebenfalls zu einer

<sup>6</sup>CEL - CFX Expression Language

Verschiebung des Transitionsbereichs stromauf kommt (Langtry 2006). Für die Knotenanzahl längs des Körpers führt Langtry 2006 aus, dass keine große Sensitivität besteht. Es wird eine Anzahl von 75 ... 100 Knoten empfohlen, wobei beim Auftreten von Ablösungen eine höhere Knotenanzahl notwendig ist. Ob sich diese Angabe auf den gesamten Strömungskörper oder auf den Transitionsbereich bezieht, ist unklar.

### Pre-Processing in ANSYS CFX-Pre

Das Transitionsmodell wird unter den Einstellungen des Strömungsfelds (*Domain*) im Bereich *Fluid Models* ausgewählt. Die Auswahl ist bei der Verwendung des BSL, BSL ERASM oder SST-Modells möglich. Ist eines dieser Turbulenzmodelle ausgewählt, kann unter *Transitional Turbulence* eingestellt werden, wie die Transition berücksichtigt werden soll:

- *Fully Turbulent*: Es wird eine rein turbulente Berechnung durchgeführt.
- *Specified Intermittency*: Im Strömungsfeld wird durch den Anwender die Intermittenz definiert.
- *Gamma Model*: Der Anwender gibt einen festen Wert oder eine Funktion (eigene Korrelation) für  $\tilde{Re}_{\theta t}$  an.
- *Gamma Theta Model*: Hierbei handelt es sich um das normale Transitionsmodell.

Für das *Gamma Model* können einige Koeffizienten der  $\gamma$ -Transportgleichung, für das *Gamma Theta Model* Koeffizienten der  $\gamma$ - und  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung geändert werden. Hierbei handelt es sich im Fall der  $\gamma$ -Transportgleichung um:

- $CI1 \hat{=} \frac{1}{2}c_{a2} = 0,03$
- $CI2 \hat{=} c_{e2} = 50,0$
- $CI3 = 0,5$  – Entspricht der folgenden Potenz im Produktionsterm der  $\gamma$ -Transportgleichung:  

$$\sqrt{\gamma F_{onset}} = (\gamma F_{onset})^{CI3}$$

In der  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung kann der Koeffizient  $CTHETA \hat{=} c_{\theta t} = 0,03$  geändert werden. Die Benennung der Koeffizienten in ANSYS CFX-Pre und Langtry 2006 unterscheidet sich. Bei Verwendung des Transitionsmodells mit dem SST  $k-\omega$ -Modell kann zusätzlich die *Roughness Correlation* verwendet werden.

Bei der Diskretisierung der Strömungsgleichungen sollten *High Resolution*-Verfahren verwendet werden (Langtry 2006). Durch das Transitionsmodell erhöht sich die reine Rechenzeit nach Langtry 2006 um 18 %.

### Post-Processing in ANSYS CFD-Post

Im Post-Processing können einige Größen des Transitionsmodells ausgewertet werden. Die Benennung in ANSYS CFD-Post unterscheidet sich hierbei von der theoretischen Beschreibung des Modells. In Tabelle 4.1 sind die Transitionsmodell-Größen und, falls abweichend, der Name aus der theoretischen Betrachtung aufgeführt.

**Tab. 4.1:** *Transitionsmodell-Größen in ANSYS CFD-Post.*

ANSYS CFD-Post	Theorie
Blending function for transitional turbulence model	$F_{\theta t}$
Conservative Intermittency	Intermittenz $\gamma$
Conservative Intermittency.Gradient	
Conservative Intermittency.Gradient X	
Conservative Intermittency.Gradient Y	
Conservative Intermittency.Gradient Z	
Intermit.Residual	Residuum der $\gamma$ -Gl.
Rethetat.Residual	Residuum der $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Gl.
Transition Onset Reynolds Number	$\tilde{Re}_{\theta t}$
Transition Onset Reynolds Number.Beta	
Transition Onset Reynolds Number.Gradient	
Transition Onset Reynolds Number.Gradient X	
Transition Onset Reynolds Number.Gradient Y	
Transition Onset Reynolds Number.Gradient Z	
Turbulence Intermittency	Effektive Intermittenz $\gamma_{eff}$

## 5 Validierung des $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodells

Ziel dieses Kapitels ist die Validierung des ANSYS CFD  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodells anhand einiger ausgewählter Testfälle. Unter Validierung sei hierbei in einem physikalisch/mathematischen Zusammenhang folgende Definition gegeben:

„Unter der *Validierung* eines physikalisch/mathematischen Modells versteht man den Nachweis, dass dieses Modell geeignet ist, eine bestimmte, reale strömungsmechanische Situation hinreichend genau zu beschreiben.“ (Herwig 2008, S. 46, Hervorhebung im Original)

Für die ausgewählten Problemstellungen sind die notwendigen experimentellen Daten und Geometrien frei zugänglich. Die Fälle wurden auch in Langtry 2006 behandelt, was den Vorteil hat, dass zusätzlich ermittelt werden kann, wie gut eine Berechnung nachvollzogen und reproduziert werden kann, und welche Daten hierfür zwingend notwendig sind.

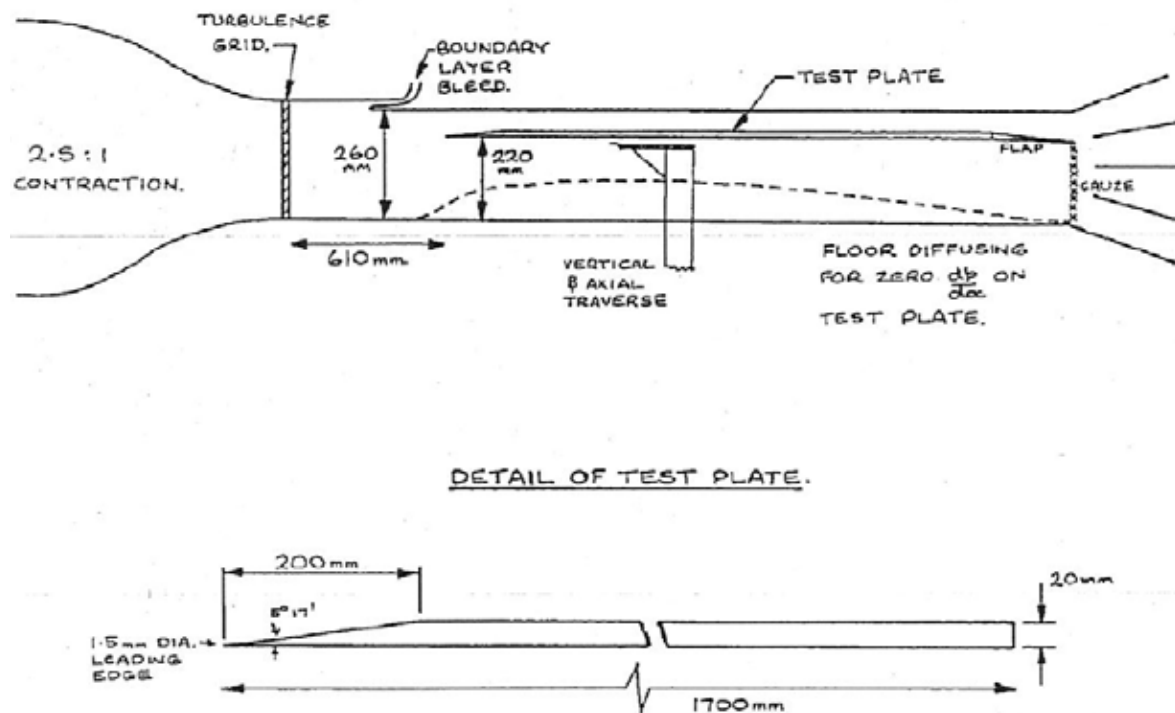
Im einzelnen werden drei Plattenströmungen ohne Druckgradient, vier Plattenströmungen mit Druckgradient, ein Verdichterprofil und ein Tragflügelprofil vorgestellt. Die Plattenströmungen bieten durch die einfache Geometrie die Möglichkeit grundlegende Eigenschaften und Sensitivitäten des Modells zu bestimmen. Das Verdichterprofil und das Tragflügelprofil stellen zwei konkrete und relevante technische Testfälle dar, für die der Einsatz eines Transitionsmodells von Bedeutung sein kann. Für die Testfälle „ebene Platte“, „Verdichter“ und „Tragflügel“ werden in den entsprechenden Unterkapiteln zuerst eine Beschreibung und Erläuterung der Versuchsdaten und Ergebnisse gegeben und danach die für die Berechnung verwendete Geometrie und das Gitter dargestellt. Für die einzelnen Testfälle werden jeweils die Ergebnisse eines Grundfalls angeführt, von dem ausgehend weitere Optimierungen beschrieben werden. Abschließend wird ein Überblick über das Konvergenzverhalten und den Gittereinfluss gegeben. Jeder Abschnitt endet mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse und einer abschließenden Bewertung im Hinblick auf die Versuchsergebnisse und die Ergebnisse aus Langtry 2006. Alle Berechnungen wurden mit *double precision* durchgeführt. Weitere Einstellungen werden im einzelnen für die untersuchten Fälle aufgeführt.

### 5.1 Ebene Platte: T3-Testserie

Die T3-Testserie stellt eine Reihe von Messungen an einer ebenen Platte dar, deren Ziel ein besseres Verständnis des Einflusses des Turbulenzgrads der freien Strömung auf den Transitionsprozess war (Roach u. Brierley 1992). Die Testserie teilt sich in Plattenströmungen ohne relevanten Druckgradienten in Längsrichtung der Platte (T3A, T3A– und T3B) und die T3C-Serie (T3C1 ... 5) mit Druckgradient auf. Durchgeführt wurden die Versuche bei Rolls-Royce in England. Die Motivation für die Untersuchungen entstand durch Entwicklungen im Bereich der „aft loaded“-Turbinenschaufeln, bei denen sich die laminare Grenzschicht über weite Teile der Saugseite erstreckt (Roach u. Brierley 1992). Die in der Testserie erhobenen Daten lieferten die Grundlage für eine Reihe von CFD-Untersuchungen zur Eignung von Turbulenz- oder Transitionsmodellen (Savill 1992).

Die Messungen wurden in einem geschlossenen Umlaufwindkanal durchgeführt. Der Versuchsträger ist eine 1700 mm lange und 710 mm breite Acrylglasplatte, die im oberen Bereich der Messstrecke

aufgehängt ist (vgl. Abbildung 5.1). Der eigentliche Messbereich befindet sich an der Plattenunterseite. Der untere Boden der Messstrecke ist flexibel und kann so variiert werden, dass ein bestimmter Druckgradient entlang der Messstrecke erzielt wird. Die Platte selbst ist extrem eben und dünn (20 mm). Die Rückseite der Platte ist im Bereich der Vorderkante abgeschrägt und verjüngt sich über eine Strecke von 200 mm auf einen Nasenradius von 0,75 mm (Roach u. Brierley 1992).



**Abb. 5.1:** Versuchsaufbau der T3-Serie: Dargestellt sind Versuchsaufbau und einige Abmaße zur T3-Serie. Der eigentliche Messbereich befindet sich an der Unterseite der ebenen Platte. Aus Roach u. Brierley 1992.

Damit die Strömung an der spitzen Vorderkante nicht ablöst, kann über eine Klappe an der Hinterkante der Platte und zusätzliches Netzgewebe hinter der Platte eine Zirkulation um die Platte erzeugt werden, die den Staupunkt vom Nasenradius auf die Messfläche verschiebt. Zusätzlich kann die Platte angestellt werden, um eine Ablösung und damit ein Turbulentwerden der Grenzschicht direkt am Plattenanfang zu verhindern. Um einen niedrigen Turbulenzgrad zu erreichen und diesen zu variieren, können 610 mm vor der Platte unterschiedliche Gitter zur Beruhigung des Strömungsfelds eingebracht werden (Roach u. Brierley 1992).

Mit Hitzdrahtanemometern wurden normal zu Platte an einer Reihe von Messstellen in Plattenlängsrichtung Geschwindigkeitsmessungen in der Grenzschicht durchgeführt und die mittlere Geschwindigkeit und die Geschwindigkeitsfluktuationen ermittelt. Hierbei kamen einfache und gekreuzte Hitzdrähte zum Einsatz. Aus den Messdaten wurden die Grenzschichtgrößen und die lokalen Reibbeiwerte ermittelt. Für die Reibbeiwerte und die Impulsverlustdicke liegt die Standardabweichung bei 1,55 %. Für alle gemessenen Größen gibt Roach u. Brierley 1992 eine Messunsicherheit von 1 % an.

Für die T3-Serie können die Messdaten über die ERCOFTAC-Datenbank (ERCOFTAC 2010) bezogen werden. Nach der Anmeldung stehen alle Daten kostenfrei zur Verfügung. Für die T3-Serie beinhalten diese für eine Reihe an Positionen entlang der Platte unter anderem die Reynoldszahl, die Geschwindigkeit der freien Strömung, Turbulenzgrad der freien Strömung, Geschwindigkeitsprofile,  $c_f$ -Werte, Grenzschichtdicke, Verdrängungsdicke, Impulsverlustdicke, Formparameter, Dichte und die kinematische Viskosität.

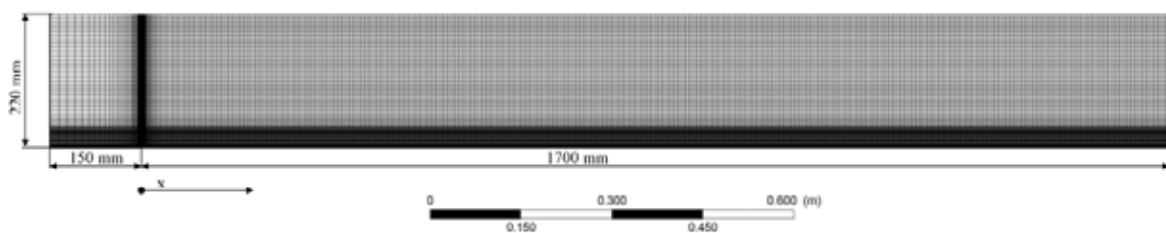
Bei mehreren dieser Werte handelt es sich um berechnete Größen, es werden aber keine Hinweise gegeben, wie diese aus den Messdaten abgeleitet wurden. Für die Reynoldszahl und die  $c_f$ -Werte ergibt sich aus der Analyse der vorhandenen Daten, dass diese über die lokalen Geschwindigkeiten

gebildet wurden und nicht auf die Größen am Eintritt der Messstrecke bezogen sind.

### 5.1.1 T3-Testserie: Geometrie, Gitter und Randbedingungen

#### Ebene Platte ohne Druckgradient

Für die Plattenströmungen wurde ein einfaches rechteckiges Strömungsvolumen in ANSYS ICEM CFD erstellt. Die Platte beginnt bei  $x = 0$  m ( $x$ -Richtung) und erstreckt sich bis  $x = 1,7$  m. Die Höhe des Strömungsfelds entspricht mit 220 mm der Höhe im Versuch ( $y$ -Richtung). Da ANSYS



**Abb. 5.2:** Gitter und Geometrie der Plattenströmung mit  $(dp/dx = 0)$ : Plattenanfang bei  $x = 0$  m, 480 Knoten entlang der Platte, 140 Knoten senkrecht zur Platte.

CFX nur dreidimensionale Strömungsvolumen verwendet, wurde das Strömungsfeld in ANSYS ICEM CFD einen Meter breit modelliert ( $z$ -Richtung). Um die Seitenverhältnisse der Zellen gering zu halten, wurde das Netz später in ANSYS CFX-Pre auf eine Breite von 0,001 m transformiert. Die Platte wurde ohne Nasenradius erstellt, da der Effekt des Plattenanfangs durch den Versuchsaufbau weitestgehend verschwindet. Zusätzlich hatte sich gezeigt, dass ein modellierter Plattenanfang mit kleinem Nasenradius auch in einer CFD-Rechnung wie ein Stolperdraht wirkt.

Vor der Platte ergibt sich ein Strömungsfeld mit einer Länge von 0,15 m. Das Gitter besteht im Bereich der Platte aus  $480 \times 140 \times 2$  Knoten und das gesamte Strömungsfeld beinhaltet 144 838 Knoten, was 71 760 Hexaeder-Elementen entspricht. Das maximale Seitenverhältnis ergibt sich zu 2989,8. Die erste Zellhöhe wurde so gewählt, dass sich ein  $y^+$ -Wert kleiner als 1 ergibt. Die Zellen wachsen senkrecht zur Platte jeweils um den Faktor 1,1. Abbildung 5.2 zeigt das verwendete Gitter.

#### Ebene Platte mit Druckgradient

Für die Plattenströmungen mit Druckgradient kann der Querschnitt des Strömungsfelds so variiert werden, dass sich an jeder Position in  $x$ -Richtung die im Versuch ermittelte Geschwindigkeit einstellt. Über die Kontinuitätsgleichung lässt sich für jede Messposition die Höhe  $h$  des Strömungsfelds ermitteln. Der durchströmte Querschnitt  $A$  ergibt sich unter Berücksichtigung der Verdrängungsdicke zu:

$$A = t(h - \delta_1), \quad (5.1)$$



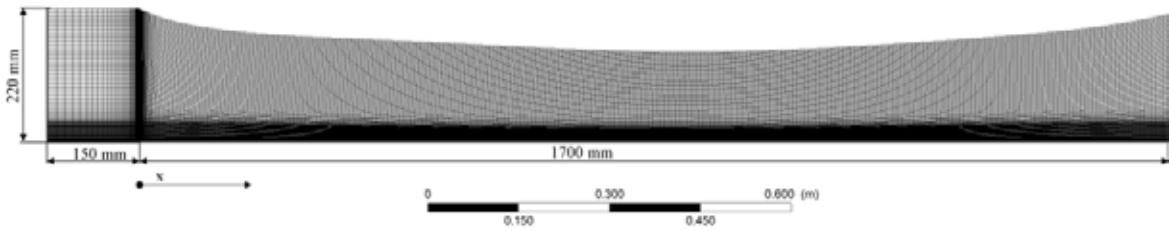
$$\dot{m} = \rho U A = \rho U t (h - \delta_1), \quad (5.2)$$

$$\dot{m} = \dot{m}_{in} = \text{konst.} = \rho_{in} U_{in} t h_{in}, \quad (5.3)$$

$$h = \frac{\dot{m}_{in}}{\rho U t} + \delta_1. \quad (5.4)$$

Für jeden Messpunkt wurde die Höhe berechnet und mittels Microsoft Excel eine polynomische Trendlinie durch die Punkte gelegt, um einen stetigen Konturverlauf zu erhalten. Im folgenden Ausdruck ist für die Koordinate  $x$  lediglich der Zahlenwert  $\{x\}$  in Meter einzusetzen. Das Ergebnis ist als Höhe  $h$  mit der Einheit [m] zu interpretieren:

$$h = 0,2429 x^6 - 1,3144 x^5 + 2,735 x^4 - 2,7157 x^3 + 1,36 x^2 - 0,3749 x + 0,2164. \quad (5.5)$$



**Abb. 5.3:** Gitter und Geometrie der Plattenströmung mit  $(dp/dx \neq 0)$ : Plattenanfang bei  $x = 0$  m, 480 Knoten entlang der Platte, 140 Knoten senkrecht zur Platte.

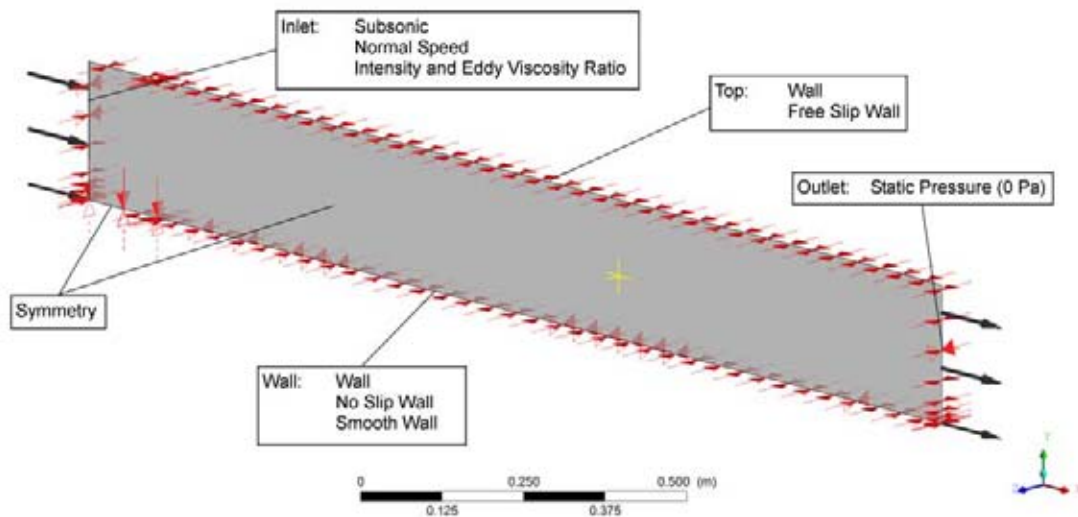
Das eigentliche Gitter hat sich gegenüber der Plattenströmung ohne Druckgradient nicht verändert. Die abnehmende Höhe des Strömungsfelds in der Plattenmitte führt dazu, dass sich der vertikale Abstand der Knoten zueinander verkleinert. Abbildung 5.3 zeigt das verwendete Gitter.

### 5.1.2 T3-Testserie: Übersicht über die Grundfälle und Pre-Processing

Es wurden im Zuge dieser Arbeit die Fälle T3A, T3B, T3– ohne Druckgradient und die Fälle T3C1, T3C2, T3C3 und T3C4 mit Druckgradient betrachtet. Ziel der Berechnung ist es, eine größtmögliche Übereinstimmung zwischen den im Versuch gemessenen (oder aus Messungen abgeleiteten) Strömungsgrößen und den in ANSYS CFX errechneten Größen zu erzielen.

Die in ANSYS CFX-Pre gesetzten Randbedingungen sind in Abbildung 5.4 zu erkennen. Die Art der Randbedingungen ist für die Strömungen mit und ohne Druckgradient identisch. Auf dem Einströmrand wird die Geschwindigkeit normal zum Rand, Turbulenzgrad und das Viskositätsverhältnis vorgegeben. Nach oben wird das Strömungsvolumen durch eine reibungsfreie Wand begrenzt, vor der Platte ist eine Symmetrie-Randbedingung gesetzt. Gleiches gilt für die Seitenränder des Strömungsfelds. Die Platte bildet eine reibungsbehaftete Wand ohne Wandrauheit. Tabelle 5.1 führt die auf den Einströmrändern bzw. im Strömungsfeld vorgegebenen Strömungs- bzw. Turbulenzgrößen auf. Diese wurden so gewählt, dass der Abfall der Turbulenzgrößen auf die gemessenen Größen am Plattenanfang führt. Dabei wurde die in Abschnitt 3.4 hergeleitete Gleichung (3.54) verwendet:

Da die Geschwindigkeit  $U_{in}$  aus den Versuchsergebnissen bekannt ist und  $\Delta x (= 0,15$  m) durch den



**Abb. 5.4:** Randbedingungen der Plattenströmung mit ( $dp/dx = 0$ ): Die aufgeführten Randbedingungen sind für alle berechneten Plattenströmungen gültig.

**Tab. 5.1:** T3-Serie - Grundfälle mit den gesetzten Randbedingungen auf dem Einströmrand

Fall	$U_{in}$ [m/s]	$Tu_{in}$ [%]	$R_T$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [kg/m/s]
T3A	5,0	5,8	13	1,2	1,815e-5
T3B	9,4	15,0	80	1,2	1,809e-5
T3A-	19,8	1,0	8,72	1,2	1,809e-5
T3C1	6,2	13,5	80	1,2	1,813e-5
T3C2	5,4	5,0	8	1,2	1,813e-5
T3C3	4,0	7,0	6	1,2	1,8e-5
T3C4	1,35	3,1	2,8	1,2	1,8e-5

Abstand der Vorderkante zum Einströmrand gegeben ist, lässt sich nach Wahl des Viskositätsverhältnisses  $R_T$  auf dem Einströmrand der Turbulenzgrad  $Tu_{in}$  berechnen.

Die in Tabelle 5.1 aufgeführten Fälle werden im Folgenden als Grundfälle referenziert. Neben den Grundfällen werden weitere Fälle betrachtet, für die Änderungen in den Randbedingungen gesondert aufgeführt sind. Die wichtigsten Einstellungen in ANSYS CFX-Pre sind in Tabelle 5.2 aufgeführt. Bei der Wahl von *Auto Timescale* wird über ANSYS CFX aus charakteristischen Strömungsgrößen (Abmaße des Strömungsvolumens, Einströmgeschwindigkeit oder mittlere Strömungsgeschwindigkeit) eine passende Zeitskala für die Konvektionsterme berechnet. Die berechnete Größe lässt sich über den *Time Scale Factor* beeinflussen. Ist die Zeitskala zu groß gewählt, kann die Lösung instabil werden und der Lösungsvorgang abbrechen oder stagnieren. Ein kleinere Zeitskala führt zu einem stabileren Lösungsprozess, wobei sich eine langsamere Konvergenz ergibt und ggf. niedrigere Residuen erreicht werden.

Solange nicht anders erwähnt, behalten die Angaben für alle untersuchten Fälle ihre Gültigkeit. Werden im Folgenden Bezugsgrößen angegeben, sind diese auf lokale Größen bezogen. Bei den Fällen T3A, T3B und T3A- liegt der Bezugspunkt für die Referenzgrößen 10 cm oberhalb der Platte. Bei den T3C-Fällen liegt der Bezugspunkt 5 cm oberhalb der Platte, um die Beeinflussung durch die Konturänderung an der Oberseite des Strömungsvolumens zu verringern. Für alle Fälle liegen die Bezugspunkte weit außerhalb der Grenzschicht und können daher als freie Strömung angesehen werden.

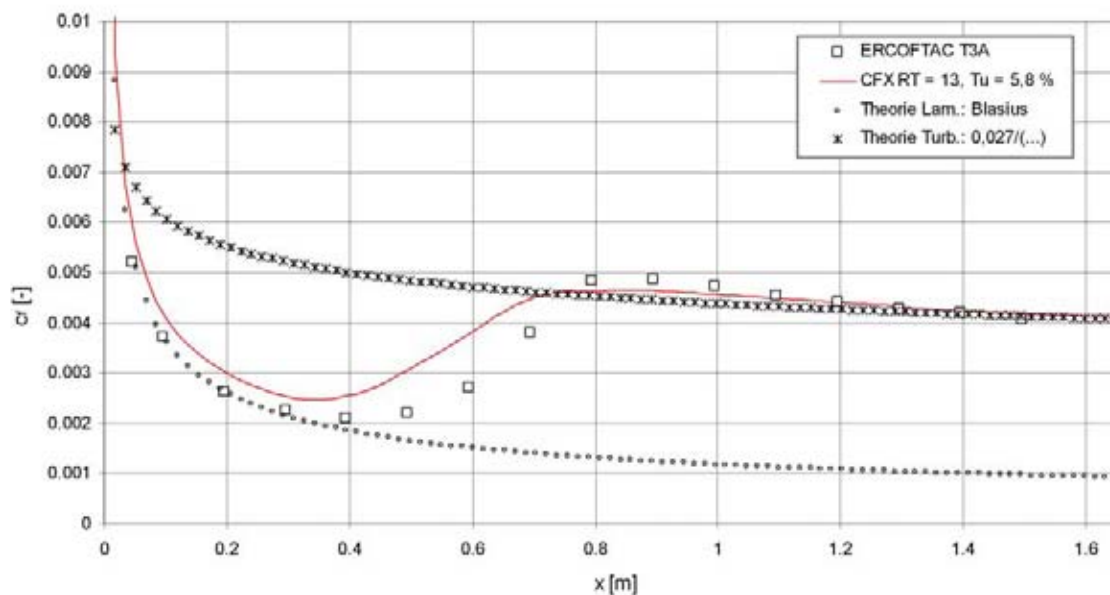
**Tab. 5.2:** T3-Serie - Allgemeine Einstellungen

ANSYS CFX-Pre	Option	ANSYS CFX-Pre	Option
<b>Analyse Type</b>		<b>Solver</b>	
Analyse Type	Steady State	Advection Scheme	High Resolution
<b>Fluid Models</b>		Turbulence Numerics	High Resolution
Turbulence	Shear Stress Transport	Fluid Timescale Control	Auto Timescale
Wall Function	Automatic	Length Scale Option	Conservative
Transitional Turbulence	Gamma Theta Model	Time Scale Factor	1,0
Fluid Material	Incomp Air at 20 °C		

### 5.1.3 T3-Testserie: T3A

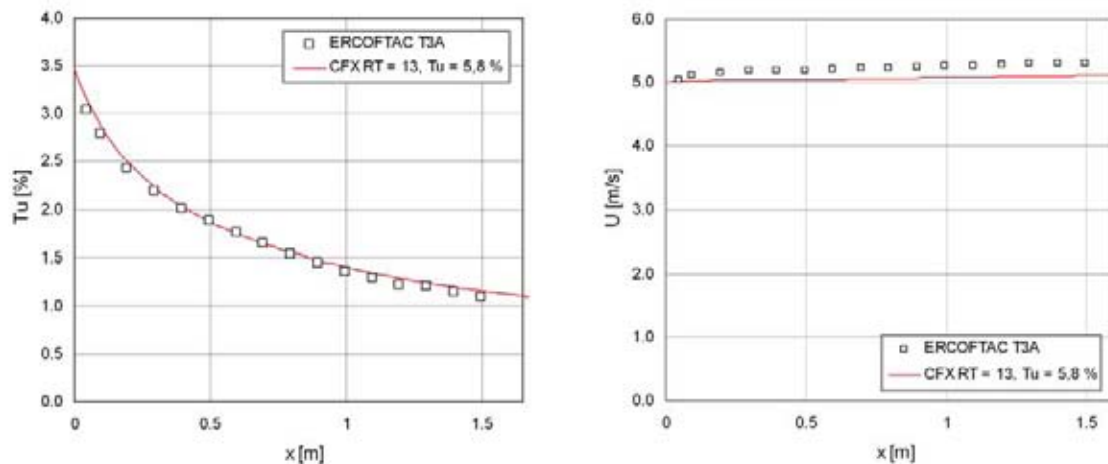
#### T3A: Grundfall

Der T3A-Fall stellt eine Plattenströmung mit relativ hohem Turbulenzgrad an der Plattenvorderkante dar. Auf Grund des Turbulenzgrads ist Bypass-Transition zu erwarten.



**Abb. 5.5:** T3A -  $c_f$ -Werte: Die theoretischen laminaren  $c_f$ -Werte stimmen gut zu den Messgrößen. Bei  $x = 295$  mm beginnt der Transitionsprozess und ist etwa bei  $x = 795$  mm beendet. Das Transitionsmodell bestimmt den Transitionsbeginn zu früh. Qualitativ ergibt sich ein sehr ähnlicher Verlauf.

Savill 1992 gibt als Ort des Transitionsbeginns  $x = 295$  mm an. Diese Feststellung wurde anhand der ersten Abweichung von theoretisch berechneten laminaren  $c_f$ -Werten getroffen. Bei der Berechnung mit dem Transitionsmodell zeigt sich, dass der Transitionsbeginn zu früh ermittelt wird. Hierbei ist es schwierig den eigentlichen Ort des Transitionsbeginns zu bestimmen, da die  $c_f$ -Werte in der laminaren Grenzschicht zu hoch berechnet werden. Die gewählten Turbulenz-Randbedingungen führen zu einer guten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (vgl. Abbildung 5.6). Dies gilt sowohl für den Plattenanfang, als auch für das übrige Strömungsfeld. Der Verlauf der Geschwindigkeit beginnt am Plattenanfang mit dem richtigen Wert, der Anstieg im Strömungsfeld ist jedoch zu gering. Der



**Abb. 5.6:** T3A -  $Tu$ - und Geschwindigkeitsverlauf: Der Turbulenzgrad stimmt gut mit den Versuchsergebnissen überein. Die Geschwindigkeit liegt unterhalb der Messwerte.

**Tab. 5.3:** T3A - Vergleich der globalen  $c_{f,g}$ -Werte: Die globalen Reibungsbeiwerte werden jeweils mit der Einströmgeschwindigkeit gebildet. Die Angabe der prozentualen Änderung verdeutlicht den Fehler gegenüber der Berechnung mit Transitionsmodell.

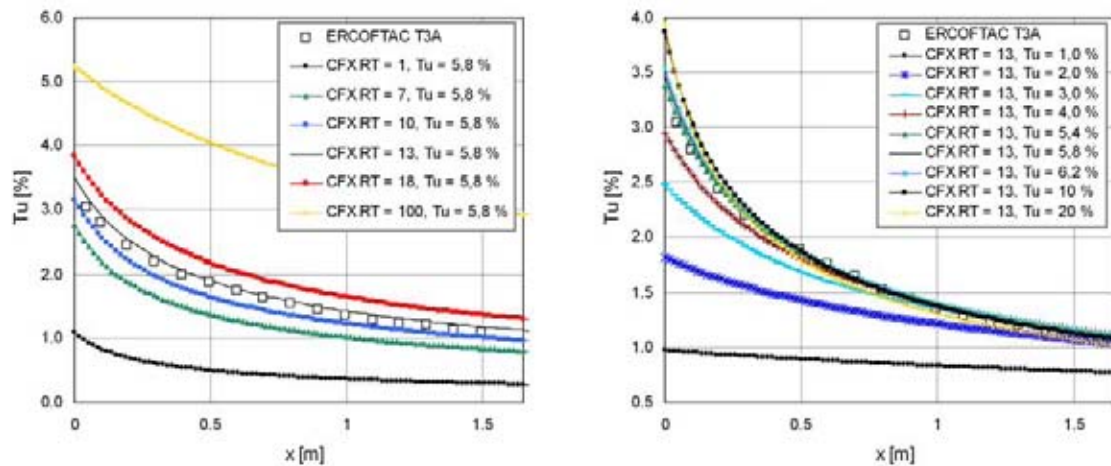
Fluid Model	$c_{f,g}$	Änderung [%]
turbulent	0,004887	+14,0
Transition	0,004287 –	
laminar	0,001838	–57,1

Grund hierfür ist, dass sich in der CFD-Berechnung nur an der Platte eine Grenzschicht aufbaut, die zur Versperrung des Kanals beiträgt, im Versuch dagegen an allen Wänden. In Tabelle 5.3 sind die globalen Reibungsbeiwerte aufgeführt. Da durch die Verdrängungsdicke der Grenzschicht das Strömungsvolumen zunehmend versperrt wird, ist die Forderung  $(dp/dx) = 0$  mit den gewählten Randbedingungen nicht zu erfüllen. Praktisch ergibt sich in der Rechnung entlang der Platte ein Druckabfall von  $\Delta p = 0,7$  Pa.

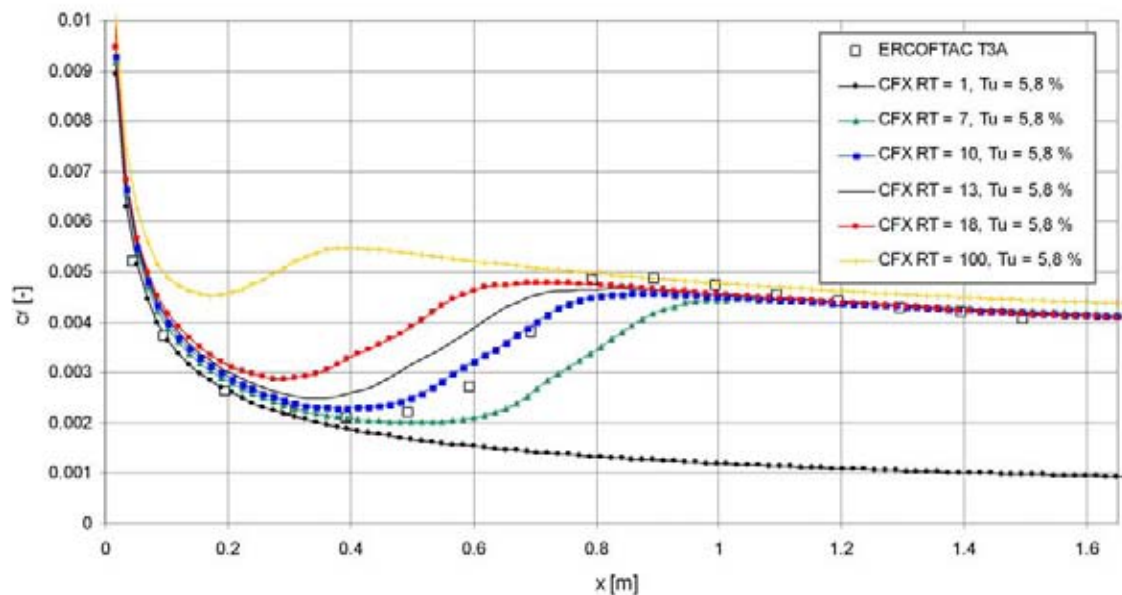
### T3A: Variation der Randbedingungen

Der Grundfall stellt im Hinblick auf die gewählten Randbedingungen nur eine Möglichkeit dar, die richtigen Turbulenzgrößen am Plattenanfang zu erreichen. Abbildung A.1 zeigt, wie sich das Viskositätsverhältnis  $R_T$  und der Turbulenzgrad auf dem Einströmrand auf den Turbulenzgrad nach  $\Delta x = 0,15$  m auswirken. Es zeigt sich, dass nur bestimmte Kombinationen zum angestrebten Turbulenzgrad  $Tu = 3,4$  % führen.

Die allgemeine Aussage, dass ein höheres Viskositätsverhältnis zu einem kleineren Abfall des Turbulenzgrads führt, wird in Abbildung A.1 bestätigt. Wird für den Grundfall eine Änderung der Turbulenzgrößen nach Abbildung A.1 durchgeführt, ergibt sich ein Verlauf der Turbulenzgrößen nach Abbildung A.2. Auf die  $c_f$ -Werte haben die Änderungen nur geringen Einfluss (vgl. Abbildung A.3). Der Transitionsbereich wird gegenüber dem Grundfall kaum in seiner Position oder Größe verändert.



**Abb. 5.7:** T3A - starke Variation der Randbedingungen: In der linken Abbildung wurde nur das Viskositätsverhältnis auf dem Einströmrand geändert, in der rechten Abbildung wurde nur der Turbulenzgrad geändert.



**Abb. 5.8:** T3A - Variation der Wirbelviskosität.

Werden die Turbulenzgrößen stärker geändert, ergibt sich auch ein größerer Einfluss auf den Transitionsbereich. In Abbildung 5.7 sind Turbulenzgrade für eine Reihe von Variationen des Grundfalls dargestellt. Links im Bild wurde nur das Viskositätsverhältnis auf dem Einströmrand geändert, rechts im Bild wurde nur der Turbulenzgrad geändert.

In den Abbildungen 5.8 und 5.9 sind die Auswirkungen der durchgeführten Änderungen dargestellt. Ein höherer Turbulenzgrad und ein höheres Viskositätsverhältnis führen dazu, dass die Transition früher erfolgt. Je höher die Wirbelviskosität ist, desto stärker weichen die  $c_f$ -Werte von der laminaren Lösung ab. Gleichzeitig kann durch einen sehr geringen Turbulenzgrad eine laminare Lösung erzeugt werden.

Für die Fälle mit den Randbedingungen  $R_T = 10$ ,  $Tu = 5,8\%$  und  $R_T = 13$ ,  $Tu = 4,0\%$  ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den im Versuch ermittelten  $c_f$ -Werten, der Verlauf des Turbulenzgrads passt jedoch nicht zu den Versuchsdaten. Das aufgezeigte Verhalten ergibt sich aus der

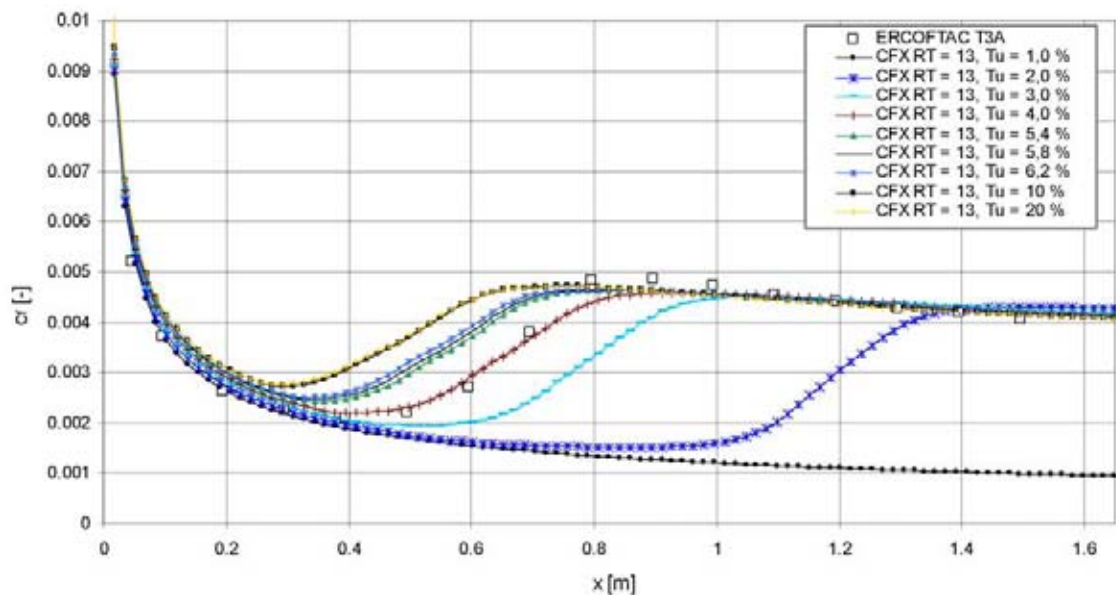


Abb. 5.9: T3A - Variation des Turbulenzgrads.

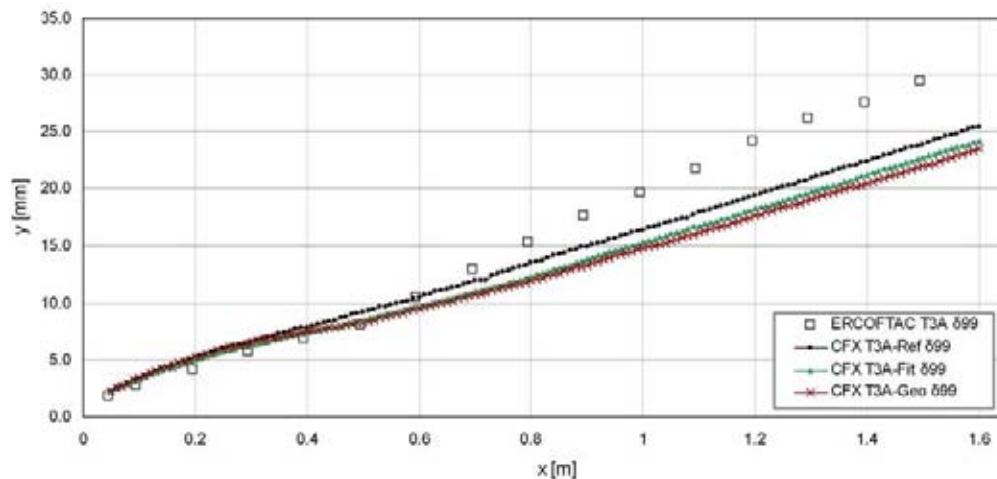
Formulierung des Transitionsmodells: Steigt der Turbulenzgrad an einem gegebenen Punkt, was durch die Wahl eines höheren Turbulenzgrads auf dem Rand oder eines höheren Viskositätsverhältnisses erreicht werden kann, sinkt an diesem Punkt die Impulsverlustdicken-Reynoldszahl des Transitionsbeginns  $Re_{\theta t}$  (vgl. Abbildung 4.3), die sich aus der empirischen Korrelation ergibt. Folglich wird auch ein kleinerer  $Re_{\theta t}$ -Wert lokal in die Grenzschicht transportiert. Unter ansonsten gleichen Strömungsbedingungen führt dies dazu, dass  $Re_{\theta c}$  schneller erreicht wird und der Transitionsprozess früher einsetzt.

### T3A: Grenzschichtgrößen und Geschwindigkeitsprofile

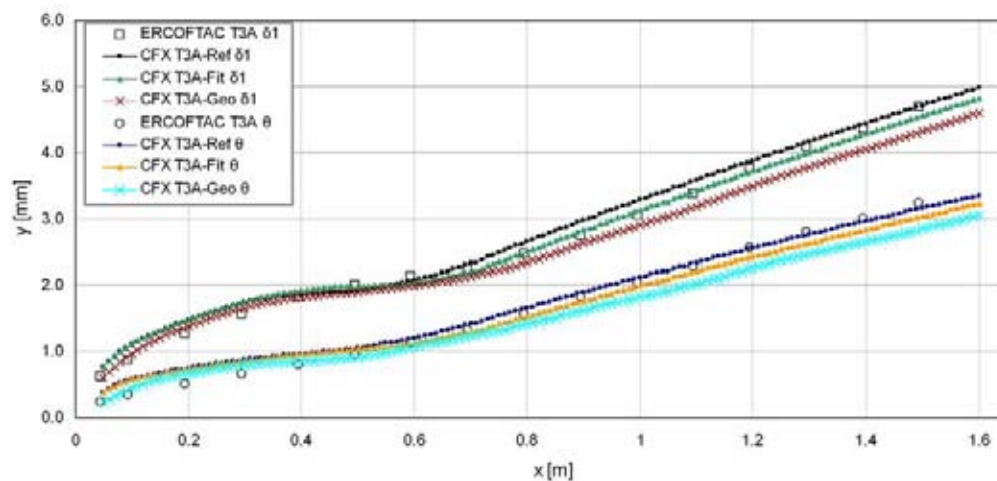
Für den T3A-Fall wurde eine ausführliche Untersuchung der Grenzschichtgrößen durchgeführt: Zu diesem Zweck wurde in ANSYS CFD-Post eine Session-Datei erstellt, die eine automatische Auswertung der Parameter durchführt. Entlang einer Normalen zur Platte wird festgestellt, bei welchem Abstand 99 % der Referenzgeschwindigkeit erreicht ist. Dieser Punkt wird als Grenzschichtdicke  $\delta_{99}$  definiert und zwischen  $y = 0$  m und  $y = \delta_{99}$  die Verdrängungsdicke und die Impulsverlustdicke ermittelt. Aus diesen Größen ergibt sich der Formparameter  $H$ . Neben den beschreibenden Grenzschichtgrößen werden die Geschwindigkeitsprofile an einigen Stellen der Grenzschicht ausgewertet. Die Betrachtung erfolgt für den Grundfall T3A-Ref, den Fall T3A-Fit mit  $R_T = 10$  und  $Tu = 5,8\%$  und einen Fall T3A-Geo mit  $R_T = 10$  und  $Tu = 5,8\%$ , bei dem die Geometrie so geändert wurde, dass sich eine bessere Übereinstimmung der Geschwindigkeit im Strömungsfeld ergibt. Ein Vergleich des Verlaufs der Geschwindigkeiten zwischen dem Fall T3A-Fit und T3A-Geo findet sich in Abbildung A.4. In Abbildung A.5 ist zu erkennen, dass die Änderung der Geometrie und die damit verbundene Anpassung des Geschwindigkeitsfelds zu einer besseren Übereinstimmung der  $c_f$ -Werte beim Einsetzen der Transition führt. Die Auswertung der Wandschubspannungen bestätigt diese Feststellung (vgl. Abbildung A.6).

Bei der Grenzschichtdicke  $\delta_{99}$  zeigt sich in Abbildung 5.10, dass diese für alle berechneten Fälle zu





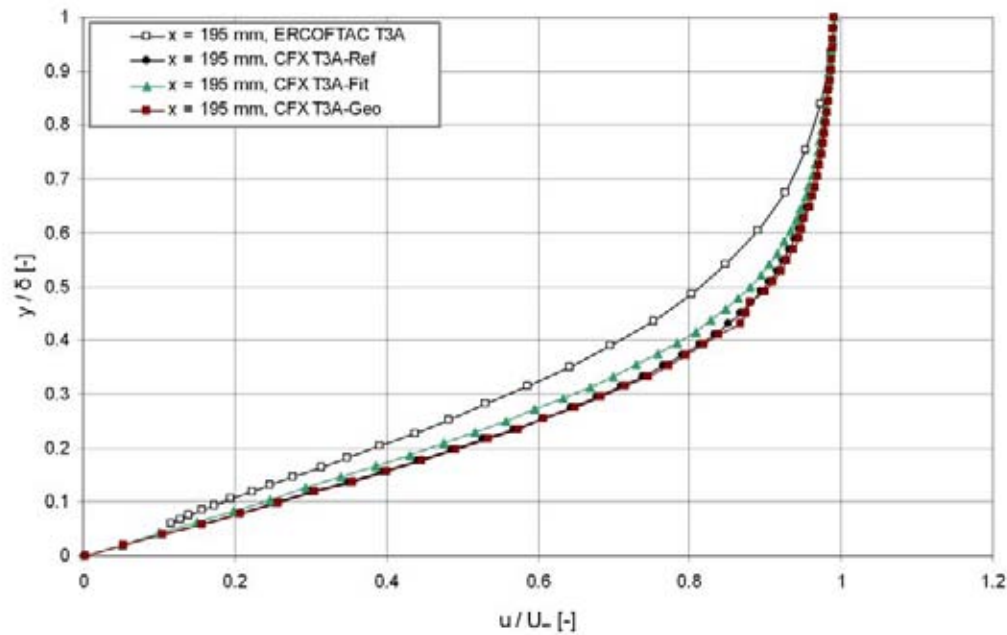
**Abb. 5.10:** T3A - Grenzschichtdicke: Die ermittelte Grenzschichtdicke zeigt für den voll turbulenten Bereich keine gute Übereinstimmung.



**Abb. 5.11:** T3A - Verdrängungs- und Impulsverlustdicke: Für die Verdrängungs- und Impulsverlustdicke ergibt sich eine gute Übereinstimmung.

gering ausfällt. Die Übereinstimmung für die Verdrängungs- und Impulsverlustdicke (Abbildung 5.11) ist dagegen besser. Im Nasenbereich erreicht die Rechnung mit angepasstem Geschwindigkeitsfeld (T3A-Geo) die beste Übereinstimmung. Dies gilt für beide integralen Grenzschichtgrößen. Für den voll turbulenten Bereich zeigen der Grundfall (T3A-Ref) und der Fall T3A-Fit bessere Ergebnisse. Bei den integralen Grenzschichtgrößen ist zu beachten, dass diese kein Bestandteil des Transitionsmodells sind. Sie ergeben sich nicht direkt aus der Modellierung des Transitionsprozesses, sondern aus der Auswertung der Geschwindigkeitsfelder im Post-Processing. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht folgt nicht direkt aus dem Transitionsmodell sondern aus den Eigenschaften des SST  $k$ - $\omega$ -Modells. Dies gilt im Besonderen für den Bereich der turbulenten Grenzschicht. Für den Formparameter  $H$  ergibt sich in allen Berechnungen eine schlechte Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (vgl. Abbildung A.7). Da der Formparameter die Fehler aus der Verdrängungs- und Impulsverlustdicke beinhaltet, ist dieses Ergebnis zu erwarten.

Betrachtet man den Formparameter aus den Strömungsversuchen zeigt sich, dass der theoretische Abfall von  $H$  im Transitionsbereich direkt am Plattenanfang beginnt und nicht erst bei  $x = 0,295$  mm, wo sich die erste Abweichung zu den laminaren  $c_f$ -Werten ergibt. Bei der Auswertung der Geschwindigkeitsprofile zeigt sich, dass schon bei  $x = 195$  mm ein Wendepunkt im Geschwindigkeitsprofil



**Abb. 5.12:** T3A - Geschwindigkeitsprofile bei  $x = 195 \text{ mm}$ : In der gemessenen Geschwindigkeitsverteilung ist ein Wendepunkt auszumachen, was auf eine instabile Grenzschicht hinweist. Der eigentliche Transitionsprozess beginnt schon vor  $x = 295 \text{ mm}$ .

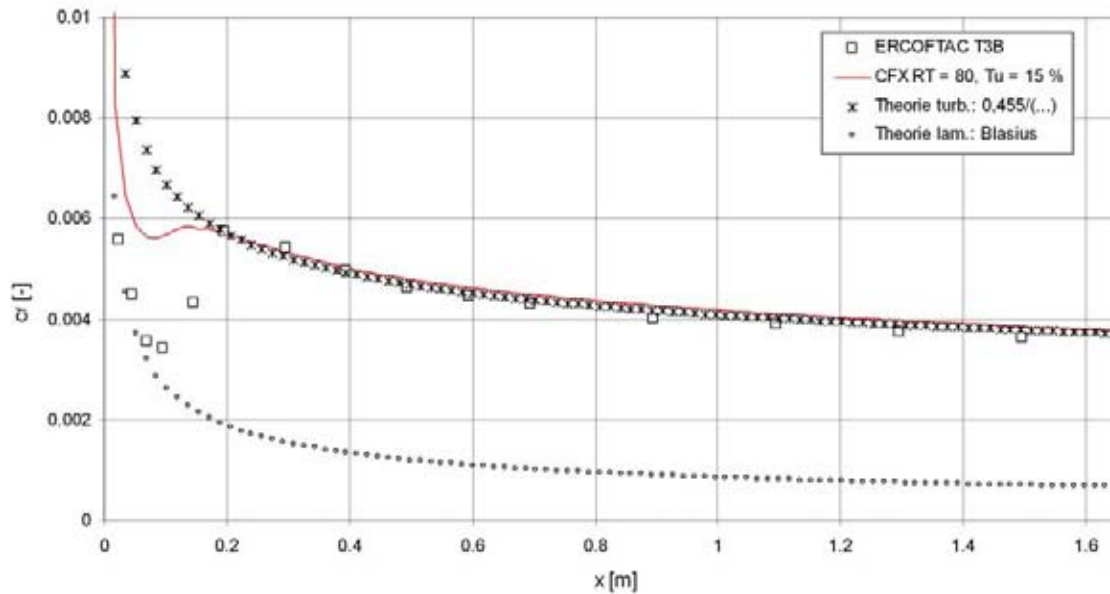
vorliegt (Abbildung 5.12). Die berechneten Geschwindigkeitsprofile zeigen Abweichungen zu den gemessenen Profilen, die sich mit den Abweichungen bei den Wandschubspannungen decken (Abbildung A.6). Insgesamt ist der Übergang von den laminaren zu den völligeren Geschwindigkeitsverteilungen klar zu sehen (Abbildung 5.12, A.8 und A.9).

### 5.1.4 T3-Testserie: T3B

#### T3B: Grundfall

Der T3B-Testfall zeichnet sich durch einen hohen Turbulenzgrad in der Strömung aus. Dies führt dazu, dass eine hohe Wirbelviskosität auf dem Einströmrand vorgegeben werden muss. In den Abbildungen 5.13 und A.10 sind die Ergebnisse dargestellt. Es zeigt sich, dass die  $c_f$ -Werte stark von den laminaren Werten abweichen und der Transitionsbeginn nicht getroffen wird. Zusätzlich führt das hohe Viskositätsverhältnis zu einem falschen Verlauf der  $Tu$ -Werte im Strömungsfeld. In einer Optimierung müssten die Turbulenz-Randbedingungen ermittelt werden, die den richtigen Anfangswert und den richtigen  $Tu$ -Verlauf ergeben.

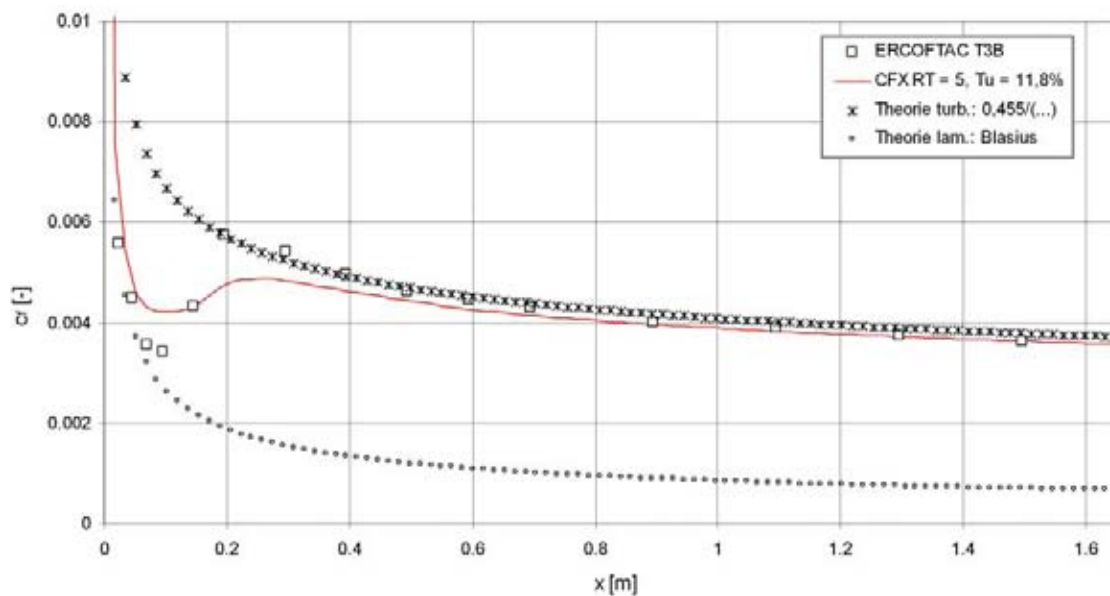




**Abb. 5.13:** T3B -  $c_f$ -Werte: Das hohe Viskositätsverhältnis führt zu starken Abweichungen gegenüber den laminaren Werten.

### T3B: Absenken des Viskositätsverhältnisses

Um am Plattenanfang einen hohen Turbulenzgrad zu erzielen, muss der Abfall der Turbulenz durch ein hohes Viskositätsverhältnis verzögert werden. Um das benötigte Viskositätsverhältnis zu senken, kann der Abfall der Turbulenz im Strömungsfeld verhindert werden. Wie in Abschnitt 3.4.3 beschrieben,



**Abb. 5.14:** T3B - Neue  $c_f$ -Werte: Das gesenkte Viskositätsverhältnis nähert die laminaren Werte besser an, die  $c_f$ -Werte in der turbulenten Strömung werden jedoch erst spät erreicht.

werden Quellen in das Strömungsfeld eingebracht, die den Abfall der Turbulenz bis einen Zentimeter vor dem Plattenanfang verhindern. Die neuen Turbulenzgrößen auf dem Einstromrand sind  $R_T = 5,0$

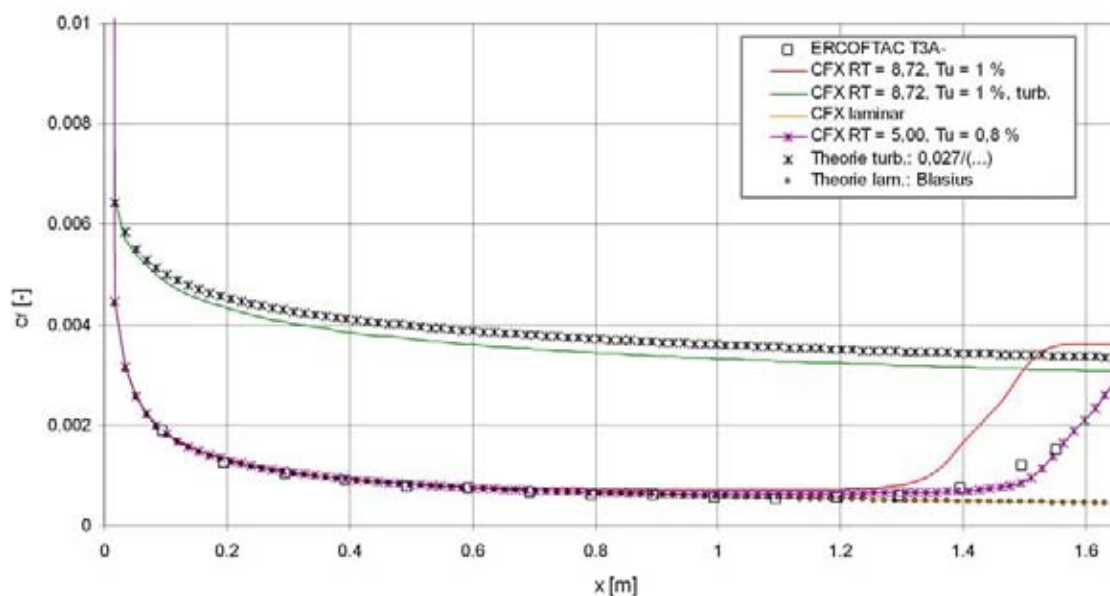
und  $Tu = 11,8\%$ . Das Vorgehen zeigt in diesem Fall nur bedingt Erfolg: Zwar werden die laminaren  $c_f$ -Werte besser getroffen, die turbulenten Werte werden jedoch erst spät angenähert (Abbildung 5.14). Der Turbulenzgrad am Plattenanfang erreicht den gewünschten Wert, fällt dann aber stark ab. Durch das niedrige Viskositätsverhältnis können die hohen  $Tu$ -Werte nicht gehalten werden (Abbildung A.11).

### 5.1.5 T3-Testserie: T3A–

Der Testfall T3A– weist die höchste Strömungsgeschwindigkeit ( $U_{in} = 19,8\text{ m/s}$ ) der untersuchten Fälle auf, wobei der Turbulenzgrad im Bereich der Platte unter einem Prozent liegt. Der vorhandene Transitionsvorgang kann als natürliche Transition interpretiert werden. Neben dem Grundfall wird

**Tab. 5.4:** T3A– - Vergleich der globalen  $c_{f,g}$ -Werte: Die globalen Reibungsbeiwerte wurden jeweils mit der Einströmgeschwindigkeit gebildet. Die Angabe der prozentualen Änderung verdeutlicht den Fehler gegenüber der Berechnung mit Transitionsmodell.

Fluid Model	$c_{f,g}$	Änderung [%]
turbulent	0,003729	+152,1
Transition	0,001479	–
laminar	0,000905	–38,8



**Abb. 5.15:** T3A– -  $c_f$ -Werte: Beim Grundfall (rot) setzt die Transition zu früh ein. Der abgeänderte Fall trifft die Versuchsergebnisse besser.

ein weiterer Fall aufgeführt, der zu einer guten Übereinstimmung der  $c_f$ -Werte führt, jedoch nicht den richtigen Turbulenzgrad aufweist (Abbildungen 5.15 und A.12). In Tabelle 5.4 sind die globalen

$c_{f,g}$ -Werte aufgeführt. Es zeigt sich ein erheblicher Unterschied gegenüber einer voll turbulenten Rechnung.

### 5.1.6 T3-Testserie: T3C-Fälle

Die T3C-Fälle stellen Plattenströmungen mit Druckgradient dar. Die Transition findet jeweils in unterschiedlichen Bereichen der Platte statt und somit in Bereichen mit verschiedenen Druckgradienten. Im Folgenden werden die Ergebnisse anhand der  $c_f$ -Verläufe dargestellt (Abbildungen 5.16, 5.17, 5.18 und 5.19). Im Anhang finden sich zusätzlich die Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe (Abbildungen A.13, A.14, A.15 und A.16).

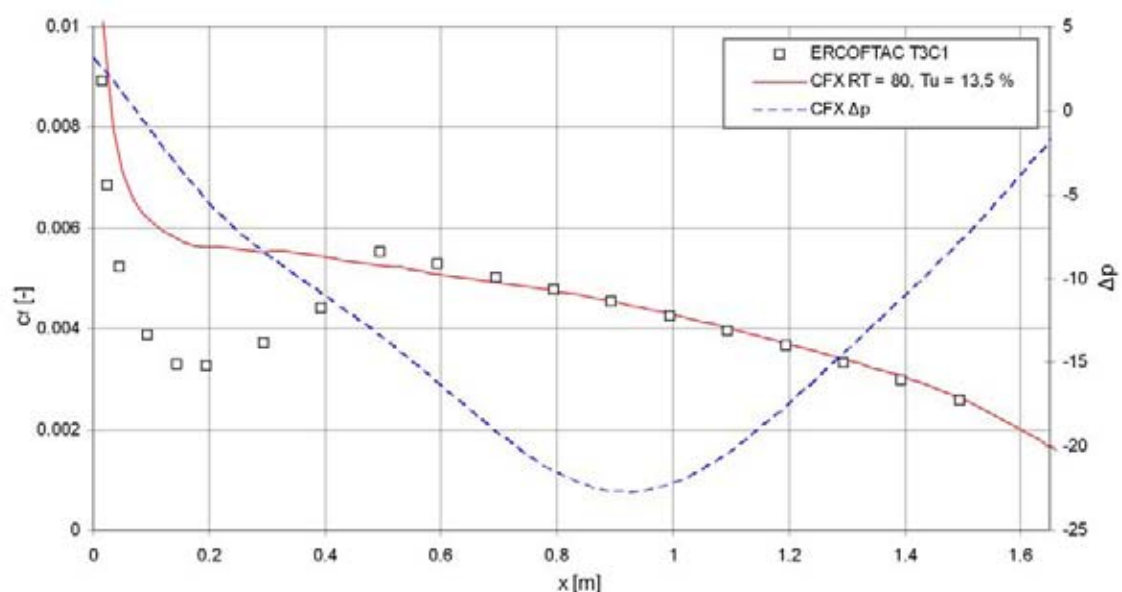


Abb. 5.16: T3C1 -  $c_f$ -Werte und Druckverlauf.

Für den Fall T3C1 ist ein hohes Viskositätsverhältnis nötig, um den nötigen Turbulenzgrad im Strömungsfeld zu erreichen. Dies führt zu großen Abweichungen bei den laminaren  $c_f$ -Werten und der Transitionsbestimmung. Der Transitionsbereich an sich kann nur errahnt werden, die  $c_f$ -Werte im turbulenten Grenzschichtbereich stimmen jedoch gut mit den Versuchsergebnissen überein. Die Transition findet im Bereich eines negativen Druckgradienten statt ( $dp/dx < 0$ )<sup>1</sup>.

Beim T3C2-Fall findet die im Versuch ermittelte Transition im Bereich des Druckminimums statt. Die ANSYS CFX-Lösung zeigt dagegen einen Übergang im Bereich ( $dp/dx > 0$ )<sup>2</sup>. Der berechnete Transitionsbereich ist zu klein, die laminaren und turbulenten  $c_f$ -Werte passen jedoch gut zu den Versuchsergebnissen.

Im Fall T3C3 findet die Transition im Versuch und der Berechnung im Bereich eines positiven Druckgradienten ( $dp/dx > 0$ ) statt. Wie im T3C2-Fall ergibt die ANSYS CFX-Berechnung einen zu kleinen Transitionsbereich. Die laminaren  $c_f$ -Werte werden befriedigend wiedergegeben.

Im Fall T3C4 kommt es im Bereich um  $x = 1,3$  m zu einer laminaren Ablösung und einem turbulenten

<sup>1</sup> „favorable pressure gradient“

<sup>2</sup> „adverse pressure gradient“

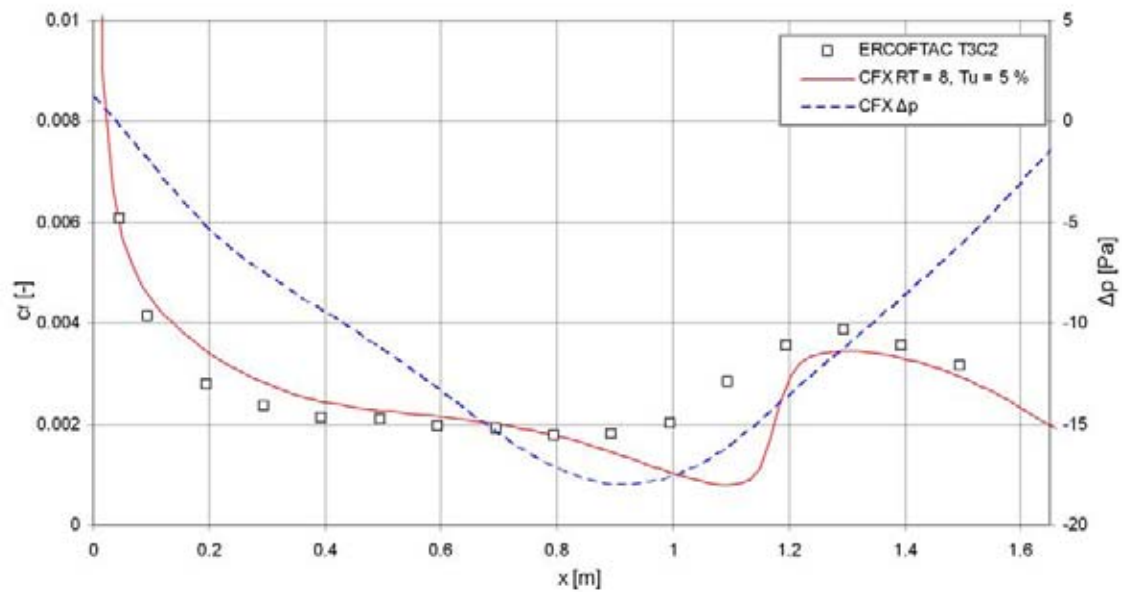


Abb. 5.17: T3C2 -  $c_f$ -Werte und Druckverlauf.

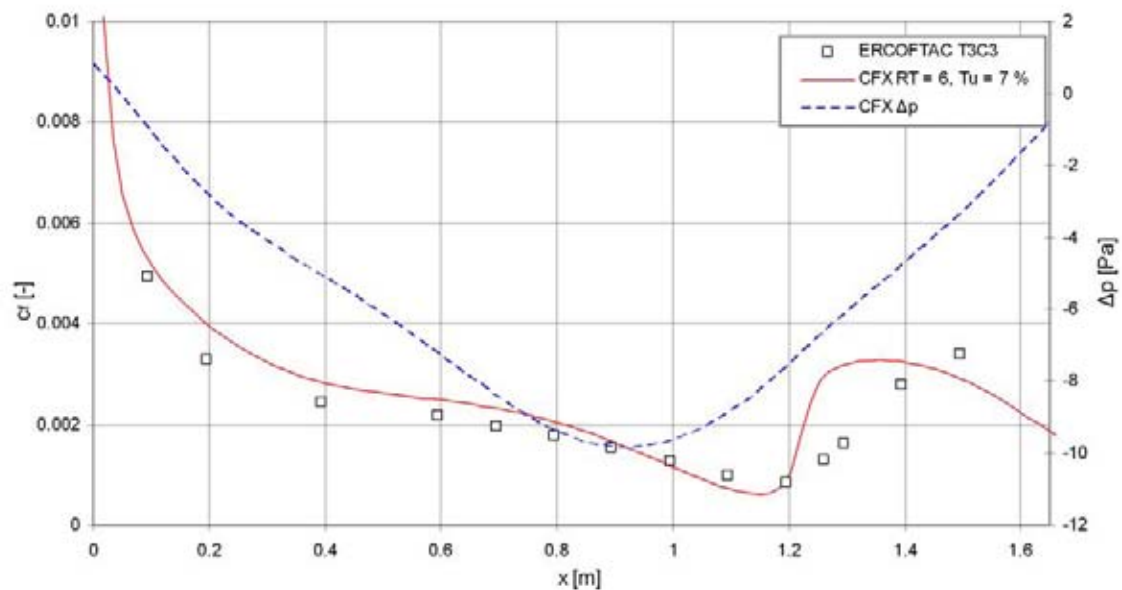


Abb. 5.18: T3C3 -  $c_f$ -Werte und Druckverlauf.

Wiederanlegen. Das Transitionsmodell ist in der Lage diesen Prozess wiederzugeben und liefert gute Ergebnisse für den Ort der Ablösung und die Größe der Ablöseblase. Durch die Ablösung kommt es im Versuch zu einem starken Anstieg der Verdrängungsdicke beim turbulenten Anlegen der Grenzschicht. Die Geometrie wurde jedoch nur einmal für alle T3C-Fälle aufgesetzt und anhand des T3C1-Falls abgeleitet. Folglich wird die stark gestiegene Verdrängungsdicke im T3C4-Fall nicht berücksichtigt und die Geschwindigkeiten in der CFD-Berechnung sind zu niedrig, was sich auch in den  $c_f$ -Werten niederschlägt (vgl. Abbildung A.16).

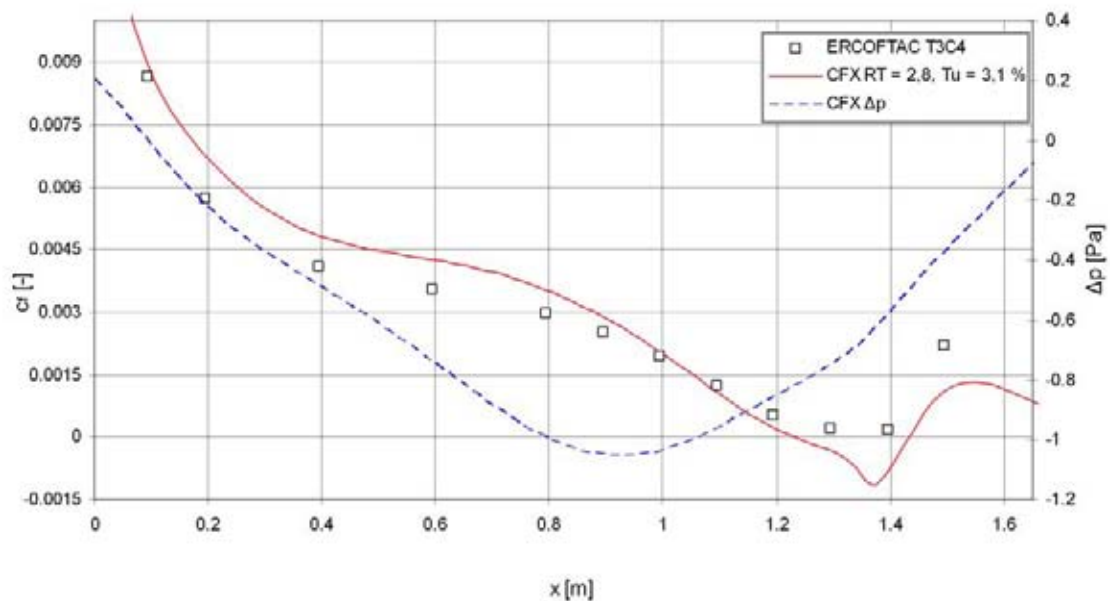


Abb. 5.19: T3C4 -  $c_f$ -Werte und Druckverlauf.

### T3A: Vergleichsrechnung mit ANSYS FLUENT

Für den T3A-Grundfall wurde in ANSYS FLUENT eine Vergleichsrechnung durchgeführt. In ANSYS FLUENT wurde das  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell ebenfalls implementiert. Daneben existiert ein  $k$ - $kl$ - $\omega$ -Transitionsmodell, das hier nicht weiter berücksichtigt wird. ANSYS FLUENT stellt einen vollständig anderen Löser (Solver) als ANSYS CFX dar. Dieses findet auch Ausdruck in einem veränderten Pre-Processing. Grundlegende Funktionen und Überschneidungen sind zwar bei vielen CFD-Programmen gegeben, die Möglichkeiten auf das Lösungsverhalten und die Konvergenz einzugreifen, können jedoch starke Unterschiede aufweisen.

Aus diesem Grund ist die Zielsetzung, mit ANSYS FLUENT die T3A-Ergebnisse aus der Berechnung mit ANSYS CFX zu reproduzieren. Die Solver-Einstellungen sind in Tabelle A.1 aufgeführt. Einen Unterschied stellt die Tatsache dar, dass auf den Rändern eine Intermittenz vorgegeben werden muss. In ANSYS CFX ist diese auf den Strömungsrändern stets 1, so dass sich in der freien Strömung  $\gamma = 1$  einstellt.

In einer ersten Rechnung mit einem Intermittenzwert von 1 auf den Rändern stellte sich keine Transition im Strömungsfeld ein. Im Folgenden wurde eine Lösung mit  $\gamma = 0$  auf den Einströmrändern initialisiert und etwa 2000 Iterationen gerechnet. Es zeigte sich ein Transitionsbereich, der zu nahe an der Vorderkante beginnt. Mit dieser Lösung wurde eine Rechnung mit  $\gamma = 1$  auf den Einströmrändern initialisiert. Dies führte während des Lösungsprozesses zu einem stetigen Abfall des  $c_{f,g}$ -Werts und eine Annäherung an den Transitionsbereich aus der ANSYS CFX-Berechnung. Nach 10 000 Iterationen ergibt sich der in Abbildung 5.20 dargestellte Verlauf der  $c_f$ -Werte. Die Übereinstimmung zwischen ANSYS CFX und ANSYS FLUENT ist gut, die Berechnung mit ANSYS FLUENT brauchte jedoch ein vielfaches der Rechenzeit der ANSYS CFX-Berechnung. Es wurden keine weiterführenden Untersuchungen durchgeführt, wie die Rechenzeiten in ANSYS FLUENT verkürzt werden können.

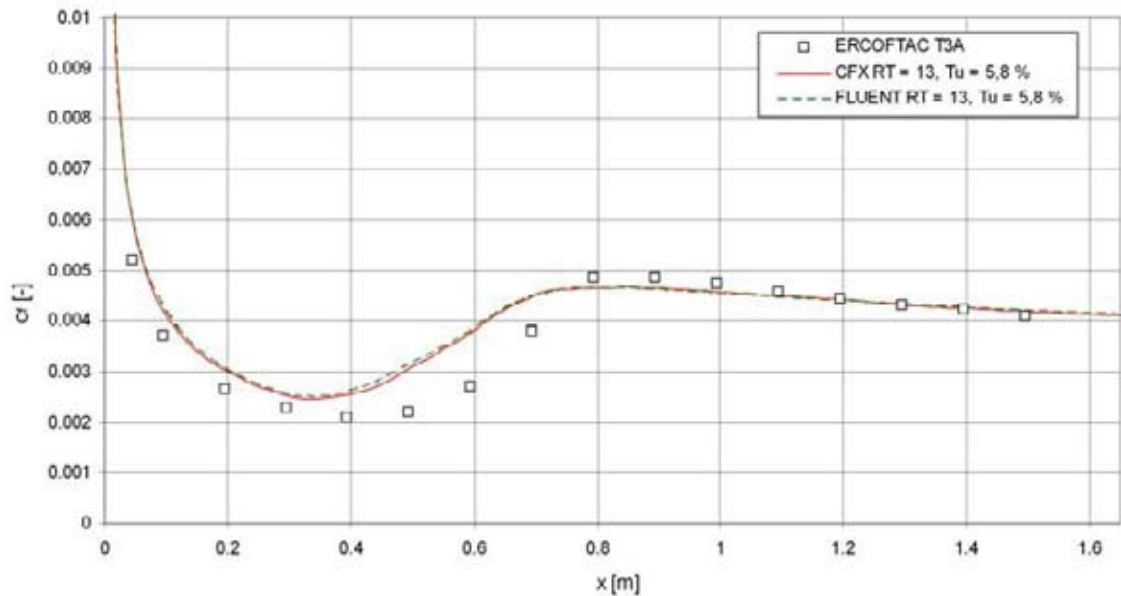


Abb. 5.20: T3A - Grundfall in ANSYS FLUENT  $c_f$ -Werte.

### 5.1.7 T3-Testserie: Gittereinfluss und Konvergenz

Für den T3A-Fall wurde eine Gitterstudie durchgeführt. Die Randbedingungen können Tabelle 5.5 entnommen werden. Beginnend mit einer Knotenanzahl von  $n = 60$  in Plattenlängsrichtung wurde die

Tab. 5.5: T3A - Randbedingungen der Gitterstudie.

Fall	$U_{in}$ [m/s]	$Tu_{in}$ [%]	$R_T$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [kg/m/s]
T3A	5,05	6,5	12	1,2	1,815e-5

Anzahl der Knoten entlang der Platte bei äquidistanter Verteilung jeweils verdoppelt. Für jedes Gitter wurde eine Lösung berechnet, die jeweils bei unterschiedlichen Maximal-Residuen abgebrochen wurde. Residuen geben an, wie gut die Lösung zu einem Zeitschritt die diskretisierten Strömungsgleichungen löst. Neben Strömungsgrößen und Beiwerten, die zur Bewertung eines Ergebnis herangezogen werden, bieten Residuen einen Anhaltspunkt, wie die Qualität einer Lösung zu bewerten ist. Im diskretisierten Strömungsgebiets ergibt sich für jeden Gitterpunkt ein Residuuum.

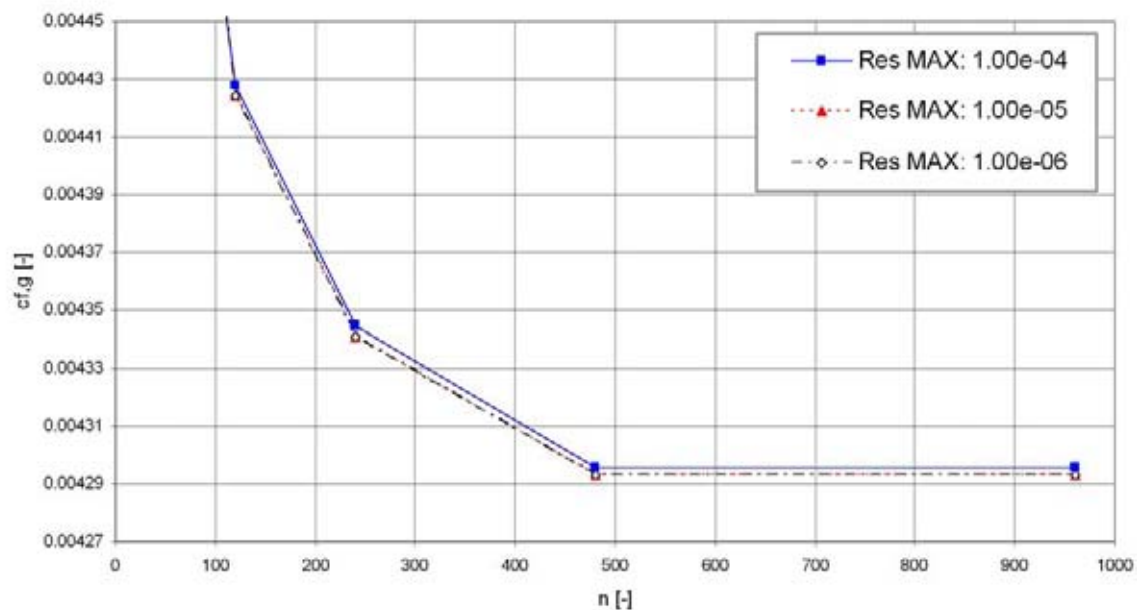
Bei einer CFD-Berechnung muss der Anwender entscheiden, welcher Zielwert für die Residuen erreicht werden soll. Die Vorgabe des Zielwerts kann in ANSYS CFX über die Angabe des quadratischen Mittelwerts (RMS - root mean square) aller Residuen oder die Angabe des betragsmäßig maximalen Residuums erfolgen. Nach ANSYS Inc. 2010 ergibt sich im Hinblick auf die erreichten RMS-Residuen:

- RMS-Res.  $> 10^{-4}$ : Die Lösung ermöglicht ggf. eine qualitative Aussage zum Strömungsproblem.
- RMS-Res.  $\approx 10^{-4}$ : Die Lösung ist für viele ingenieurmäßige Fragestellungen ausreichend.
- RMS-Res.  $\approx 10^{-5}$ : Gute Konvergenz. Die Lösung ist für die meisten ingenieurmäßigen Fragestellungen ausreichend.



- RMS-Res.  $\approx 10^{-6}$ : Sehr gute Konvergenz. Meist bei Problemen mit großer Abhängigkeit von der Geometrie notwendig.

Die maximalen Residuen liegen in der Regel um einen Faktor 10 über den RMS-Residuen. Ist der Faktor größer ( $\approx 100$ ) handelt es sich meist um lokale Probleme. Die Konvergenz ist von einer Reihe von Faktoren abhängig wie der Gitterqualität, der numerischen Diskretisierung und des gewählten Zeitschritts. ANSYS CFX-Pre bietet die Möglichkeit die Residuen in die Ergebnisdatei zu schreiben, um diese im Post-Processing auszuwerten. Im Falle von Konvergenzproblemen sollte dies immer getan werden, um ggf. Verbesserungen am Gitter durchzuführen. Befinden sich die maximalen Residuen in einem relevanten Strömungsbereich sollten Maßnahmen getroffen werden, um diese zu senken.



**Abb. 5.21:** T3A - Gitterstudie: Für  $n$ -Knoten ergeben sich die dargestellten globalen Reibungsbeiwerte. Die Lösungen sind jeweils bis zum angegebenen Maximal-Residuum auskonvergiert. Die Darstellung ist durch die Einteilung der Ordinate bedingt. Der prozentuale Unterschied zwischen 960 und 480 Knoten beträgt weniger als ein Promill.

Die globalen Reibungsbeiwerte wurden für jede Knotenanzahl und Maximal-Residuum in Abbildung 5.21 aufgetragen. Hierbei ist zu beachten, dass für  $n = 480$  Knoten in Plattenlängsrichtung keine konvergente Lösung nach den angesetzten Kriterien erzeugt werden konnte. An dieser Stelle war es notwendig, die Knoten im Bereich der Vorderkante zu verdichten, da auf dem feineren Gitter Strukturen in der Strömung aufgelöst werden, die die Konvergenz bei äquidistanter Verteilung verhindern.

Bei der Betrachtung der globalen Reibungsbeiwerte zeigt sich, dass von 240 Knoten auf 480 Knoten die Änderung lediglich 1 % beträgt. Zum 960-Knoten-Gitter ist kein merklicher Unterschied auszumachen. Zwar ist die Änderung zwischen einer bis  $1e-4$  zu einer  $1e-6$  konvergierten Lösung (max. Res.) gering, im Solver zeigt sich jedoch erst nach max. Res. =  $1e-4$  ein annähernd konstanter Verlauf des überwachten  $c_{f,g}$ -Werts. Im Bereich  $1e-4$  ist auf Grund der Änderung des  $c_{f,g}$ -Werts nicht ersichtlich, dass das endgültige Ergebnis keine große Differenz zum Momentanwert zeigt.

Abbildung A.17 zeigt den Verlauf der lokalen  $c_f$ -Werte bei einer bis  $1e-5$  konvergierten Lösung (max. Res.). Ab 480 Knoten ist keine Änderung des Verlaufs festzustellen. Diese Beobachtungen führen zum Schluss, dass das 480-Knoten-Gitter eine gitterunabhängige Lösung ergibt.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Eine Annahme, die nur bedingt stimmt, da für jeden einzelnen Fall eine eigene Studie durchgeführt werden müsste, da es sich um andere Strömungsfälle handelt. Der Nachweis ist nur für den T3A-Fall unter den gewählten Randbedingungen richtig.

Bei einer CFD-Berechnung spielen Rechenzeiten eine große Rolle, da diese erheblich zu den Kosten beitragen. Eine hohe Rechenzeit besetzt Rechen-Ressourcen und Lizenzen und muss ggf. durch die Anschaffung leistungsfähigerer Systeme ausgeglichen werden. Für den T3A-Grundfall wurden zwei Testrechnungen (voll turbulent, mit Transitionsmodell) auf dem Rechner „Erix“ durchgeführt. Die Systemdaten des Rechners sind in Tabelle 5.6 angegeben. Es ergeben sich bei einer seriellen Rechnung

**Tab. 5.6:** „Erix“ - Systemeigenschaften

	Systemeigenschaft
Rechner	Erix
System	Microsoft Windows XP Professional x64 Edition
Computer	Intel Core 2 Duo CPU E6850 @ 3.00 GHz 2.99 GHz, 8,00 GB of Ram

**Tab. 5.7:** T3A - Rechenzeiten auf „Erix“ für 100 Iterationen.

Rechengang	Zeit / 100 Iterationen [sec]
turbulent	1020
Transition	1253

mit *double precision* für 100 Iterationen die in Tabelle 5.7 angegebenen Rechenzeiten. Gegenüber einer voll turbulenten Berechnung ergibt sich eine um 22,8 % erhöhte Rechenzeit. Hierbei ist nicht berücksichtigt, wie viele Iterationen insgesamt benötigt werden, um ein bestimmtes Residuum zu erreichen. Selbst für einfache Plattenströmungen zeigt sich, dass durch die Verwendung des Transitionsmodells mehr als doppelt so viele Iterationsschritte benötigt werden.

### 5.1.8 T3-Testserie: Zusammenfassende Bewertung

Die einfachen Plattenströmungen der T3-Serie sind auf Grund der einfachen Strömungen gute Validierungsfälle für das Transitionsmodell. Da ERCOFTAC-Daten in die Kalibrierung des Modells eingingen, sollte bei einer Berechnung eine gute Übereinstimmung zu den Versuchsdaten existieren. Für die Testfälle ohne Druckgradient zeigt sich diese gute Übereinstimmung bedingt: Der Ort des Transitionsbeginns wird zu früh ermittelt, der Anstieg der  $c_f$ -Werte und die Länge des Transitionsbereichs passen dagegen gut zu den experimentellen Daten. Eine Ausnahme stellt der T3B-Fall dar, da das notwendigerweise hohe Viskositätsverhältnis starken Einfluss auf die laminare Grenzschicht hat. Insgesamt zeigt sich beim Transitionsmodell eine Sensitivität gegenüber den Turbulenzgrößen ( $R_T$  und  $Tu$ ), die auf die Formulierung des Modells zurückzuführen ist. Eine Änderung dieser Größen ermöglicht eine starke Beeinflussung des Orts des Transitionsbeginns.

Für die komplexeren Strömungen mit Druckgradient ergeben sich gute qualitative Übereinstimmungen mit Ausnahme des Falls T3C1. Für alle Untersuchungen gilt, dass die Verwendung des Transitionsmodells zu einem besseren Verständnis des realen Strömungsgeschehens führt. Es ist nicht auszuschließen, dass für die untersuchten Fälle Kombinationen von  $R_T$  und  $Tu$  existieren, die sowohl im  $Tu$ -Verlauf als



auch im  $c_f$ -Verlauf zu einer besseren Übereinstimmung führen.

Anzumerken ist, dass in Langtry 2006 für die Fälle T3A, T3A– und T3C3 die Versuchswerte besser getroffen werden. Bei der Verwendung der in Langtry 2006 angegebenen Randbedingungen können diese Ergebnisse nicht reproduziert werden. Dies mag daran liegen, dass in Langtry 2006 mit Ausnahme des T3C4-Falls ein parabolischer Finite-Differenzen-Grenzschichtcode zur Berechnung verwendet wird.

## 5.2 Verdichter: Zierke & Deutsch DCA-Profil

Die NASA führte Ende der 80er Jahre eine Versuchsreihe zu Transitionsvorgängen in Verdichtern durch, wenn diese außerhalb ihres Auslegungspunkts angeströmt werden. Eine Beschreibung der Versuche findet sich in Zierke u. Deutsch 1989a und eine Zusammenfassung der Ergebnisse in Zierke u. Deutsch 1989b. Zusätzlich kann ein Teil der Ergebnisse in ERCOFTAC 2010 in elektronischer Form eingesehen werden.

Die Abweichung des Anströmwinkels von der Anströmung im Auslegungspunkt wird als Inzidenzwinkel  $i$  bezeichnet. Insgesamt wurden Versuche für  $i = 5^\circ$ ,  $i = -1,5^\circ$  und  $i = -8,5^\circ$  durchgeführt. In Abbildung A.18 ist der verwendete Windkanal dargestellt. Der Windkanal weist einen niedrigen Turbulenzgrad von  $Tu = 0,18\% \pm 10\%$  auf.<sup>4</sup> Im Versuch zeigte sich neben natürlicher Transition hauptsächlich ablösungs-induzierte Transition mit Unterschieden in den Abmaßen der Ablöseblasen. Neben der Transition auf Saug- und Druckseite, kommt es auf der Saugseite im Bereich der Hinterkante zu turbulenten Ablösungen.

Für die Validierung des Transitionsmodells wurde der Fall  $i = -1,5^\circ$  ausgewählt, der auch in Langtry 2006 untersucht wurde. Ziel der Untersuchung ist es, den  $c_f$ - und  $c_p$ -Verlauf aus dem Experiment richtig wiederzugeben. Ein zusätzlicher Abgleich erfolgt gegen die Ergebnisse aus Langtry 2006.

Zierke u. Deutsch 1989a beschreibt folgenden Strömungszustand: Auf der Saugseite zeigt sich direkt an der Vorderkante eine laminare Ablöseblase und ein turbulentes Wiederanlegen der Grenzschicht. Die Ablöseblase selbst ist sehr klein. Im Bereich von 3 % ... 9 % Sehnenlänge ist die turbulente Grenzschicht sehr dünn, was auf einen leicht negativen Druckgradienten zurückzuführen ist, der zu einer Beschleunigung der Strömung führt. Bei 90,3 % Sehnenlänge zeigt sich eine turbulente Ablösung der Strömung.

Auf der Druckseite wurde ein Bereich niedriger Wandschubspannungen von  $14,0\% \pm 5,5\%$  ...  $38,2\% \pm 5,5\%$  Sehnenlänge festgestellt, der als Transitionsbereich interpretiert wird. Es konnten keine Rückströmungen festgestellt werden, trotzdem wird eine laminare Ablösung mit turbulentem Wiederanlegen vermutet. Grund für den fehlenden Nachweis ist demnach eine unzureichende Auflösung bei der Geschwindigkeitsmessung im Transitionsbereich in der Grenzschicht.

Insgesamt bieten Zierke u. Deutsch 1989a und Zierke u. Deutsch 1989b ein unklares Bild, wie bei den Messungen vorgegangen wurde. An einigen Stellen ist nur schwer nachzuvollziehen, welche Größen gemessen und welche aus Messungen abgeleitet wurden. Zusätzlich werden viele theoretische Daten aufgeführt und in die Auswertung einbezogen.

Die Messungen der Strömungsgeschwindigkeiten wurde mittels LDA-Messverfahren durchgeführt. Auf dem Körper wurden über Heißfilm-Anemometer Wandschubspannungen ermittelt. Zusätzlich wurden über die *Falkner-Skan-Methode* laminare  $c_f$ -Werte berechnet. Für diese wird ausgeführt, dass die Ermittlung äußerst ungenau ist. Für den turbulenten Bereich der Grenzschicht wurden die  $c_f$ -Werte nach der *Ludwig-Tillmann-Methode* ermittelt, die eine empirische Korrelation zwischen  $c_f$ ,  $Re_\theta$  und

<sup>4</sup>Alle prozentualen Angaben zu Wertebereichen sind in Zierke u. Deutsch 1989a nicht zu addieren, sondern müssen auf den Mittelwert umgerechnet werden

$H$  darstellt. Zusätzlich wurden  $c_f$ -Werte über eine *Wall-Wake-Methode* ermittelt. Die *Wall-Wake*-Werte fallen höher aus als die nach der *Ludwig-Tillmann-Methode* und sollen eine bessere Repräsentation der tatsächlichen  $c_f$ -Werte sein (zu den einzelnen Methoden siehe Zierke u. Deutsch 1989a).

### 5.2.1 Zierke & Deutsch-Verdichter: Geometrie, Gitter und Randbedingungen

Bei dem untersuchten Profil handelt es sich um ein DCA-Profil (Double Circular Arc-Profil: Doppel-Kreisbogen-Profil), das in einer Kaskade angeordnet ist. Abbildung 5.22 zeigt die Profilgeometrie. In

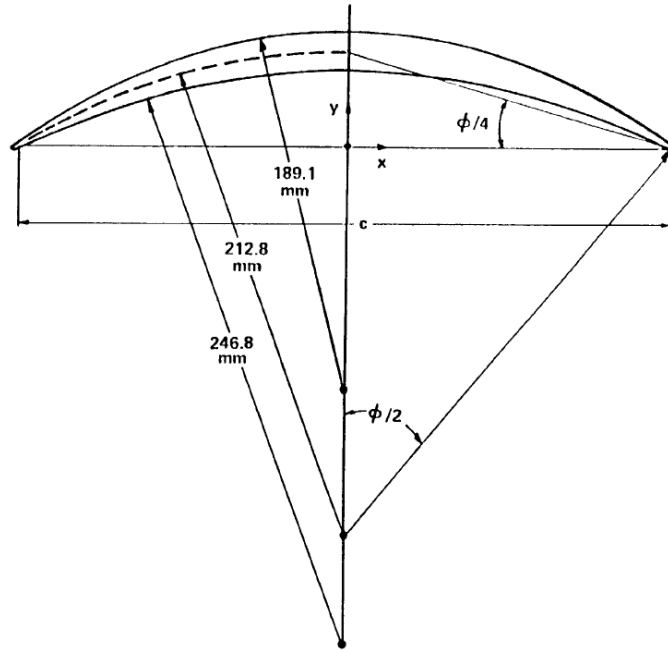


Abb. 5.22: Zierke & Deutsch-Verdichter - Geometrie. Aus Zierke u. Deutsch 1989a.

dem in der Abbildung angegebenen Koordinatensystem lässt sich die Geometrie über die folgenden Gleichungen beschreiben (Zierke u. Deutsch 1989a):

$$\text{Druckseite: } x_p^2 + (y_p + 219,7 \text{ mm})^2 = 246,8^2 \text{ mm}^2, \quad (5.6)$$

$$\text{Skelettlinie: } x_c^2 + (y_c + 179,4 \text{ mm})^2 = 212,8^2 \text{ mm}^2, \quad (5.7)$$

$$\text{Saugseite: } x_s^2 + (y_s + 149,5 \text{ mm})^2 = 189,1^2 \text{ mm}^2. \quad (5.8)$$

Der Staffelungswinkel beträgt  $\gamma = 20,5^\circ$  und der *camber angle* ist  $\phi = 65^\circ$ . Dies führt auf einen Schaufeleintrittswinkel von  $\kappa_1 = 53^\circ$ . Der Zuströmwinkel  $\beta_1$  ergibt sich aus dem Schaufeleintrittswinkel  $\kappa_1$  und dem Inzidenzwinkel<sup>5</sup>  $i$ :

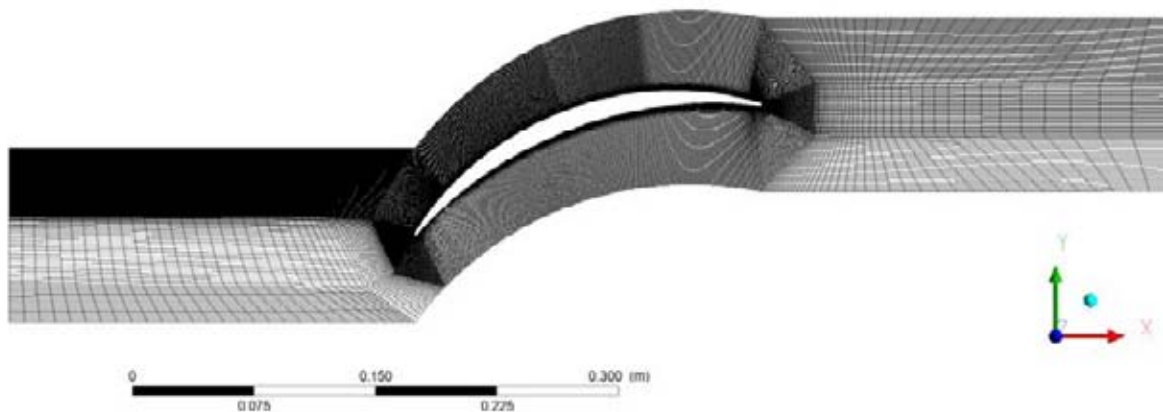
$$\beta_1 = \kappa_1 + i. \quad (5.9)$$

<sup>5</sup>Die Nomenklatur ist Zierke u. Deutsch 1989a entnommen. Die Definition einiger Winkel weicht von der heute gebräuchlichen Definition ab (vgl. z. B. Bräunling 2009).

In Tabelle 5.8 sind die wichtigsten Geometriedaten des Zierke & Deutsch-Verdichters zusammengefasst. Eine Erläuterung der Abmaße und Winkel findet sich in Abbildung A.19. Mit diesen Daten wurde in ANSYS ICEM CFD die Geometrie und das Gitter erstellt. Das vollständige Gitter ist in Abbildung 5.23 dargestellt. Der rechteckige Bereich vor und hinter dem Profil misst in  $x$ -Richtung 250 mm. Im

**Tab. 5.8:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Geometrie

Maß	Wert
$c$	228,6 mm
$s$	106,8 mm
$t_{\max}$	12,5 mm
$r_{\text{LE}}$	0,9144 mm
$r_{\text{TE}}$	0,9144 mm
$\gamma$	20,5°
$\kappa_1$	53,0°
$\phi$	65,0°

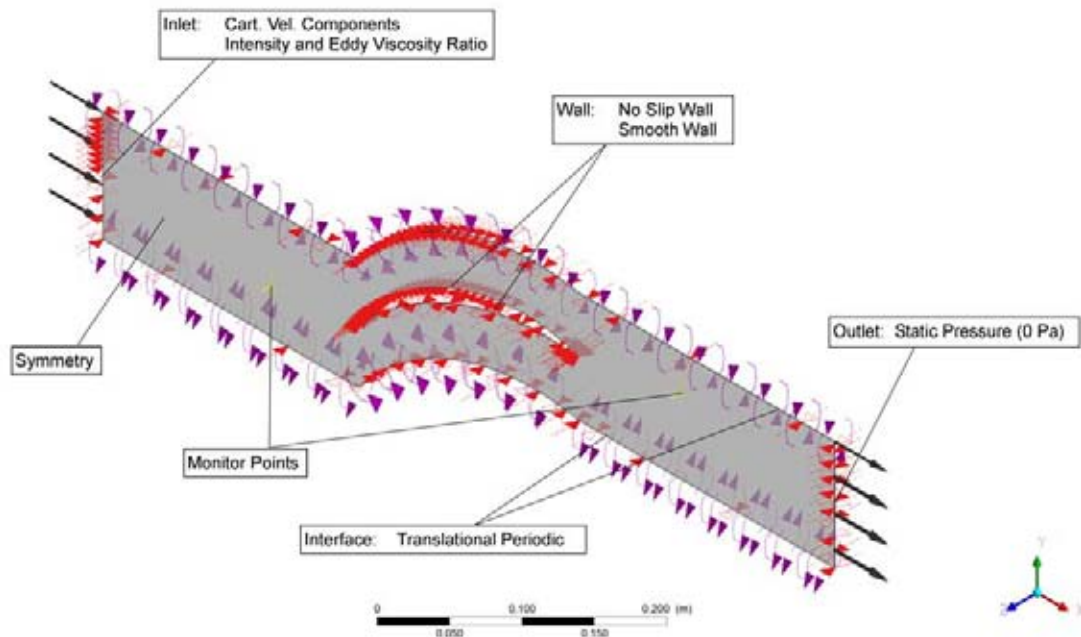


**Abb. 5.23:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Gitter.

einzelnen setzt sich das Gesamtgitter aus einem H-Gitter vor dem Profil, einem O-Gitter um das Profil und einem zweiten H-Gitter hinter dem Profil zusammen. Das vordere H-Gitter besteht aus 49 Knoten in  $x$ -Richtung und 193 Knoten in  $y$ -Richtung, das O-Gitter besteht aus 915 Knoten in Umfangsrichtung und 120 Knoten senkrecht zum Profil. Die Höhe der ersten Zelle am Körper wurde so gewählt, dass sich in der Berechnung ein maximaler  $y^+$ -Wert kleiner als eins ergibt. Das hintere H-Gitter besteht aus 40 Knoten in  $x$ -Richtung und 127 Knoten in  $y$ -Richtung. Das Gitter wurde um 0,001 m in  $z$ -Richtung extrudiert. Insgesamt besteht das verwendete Gitter aus 121 745 Hexaeder-Elementen mit 245 472 Knoten.

**Tab. 5.9:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Randbedingungen.

Fall	$U_\infty$ [m/s]	$Tu_{in}$ [%]	$R_T$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [kg/m/s]	$Ma$ [-]	$Re_c$ [-]
Fall 1	32,88	0,2	2	1,205	1,8075e-5	0,1	501 000
Fall 2	32,88	4,0	22	1,205	1,8075e-5	0,1	501 000



**Abb. 5.24:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Randbedingungen: Definition der Randbedingungen in ANSYS CFX-Pre.

Die Randbedingungen, die in ANSYS CFX-Pre gesetzt wurden, können Abbildung 5.24 entnommen werden. Dichte, dynamische Viskosität und Anströmgeschwindigkeit wurden nach Zierke u. Deutsch 1989a gewählt, die Machzahl und das Viskositätsverhältnis wurden, wie in Langtry 2006 angegeben, eingestellt. Der Turbulenzgrad auf dem Einlass wurde so gewählt, dass sich nahe der Vorderkante des Profils der für den Windkanal angegebene Turbulenzgrad einstellt. Der so angepasste Fall wird als „Fall 1“ referenziert. Eine zweite Vergleichsrechnung („Fall 2“) wurde mit einem höheren Viskosi-

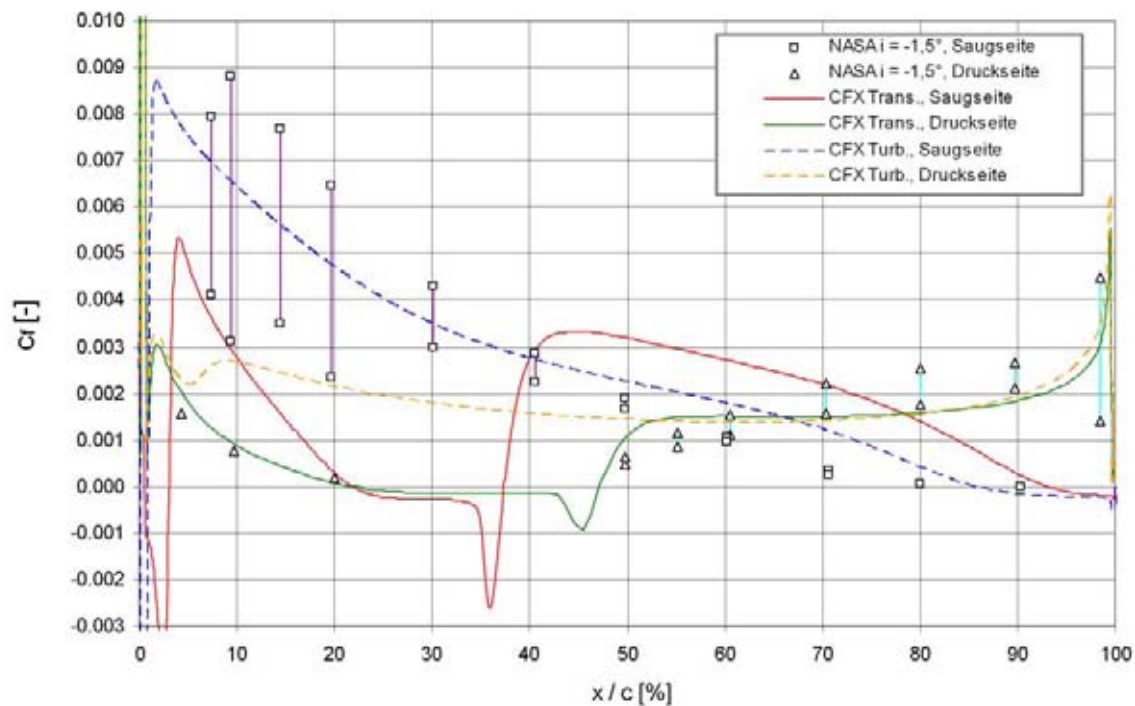
**Tab. 5.10:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Allgemeine Einstellungen.

ANSYS CFX-Pre	Option	ANSYS CFX-Pre	Option
<b>Analyse Type</b>		<b>Solver</b>	
Analyse Type	Steady State	Advection Scheme	High Resolution
<b>Fluid Models</b>		Turbulence Numerics	High Resolution
Turbulence	Shear Stress Transport	Fluid Timescale Control	Auto Timescale
Wall Function	Automatic	Length Scale Option	Conservative
Transitional Turbulence	Gamma Theta Model	Time Scale Factor	1,0
Fluid Material	Air		
Heat Transfer	kompressibel		
	Isothermal,		
	T = 270,15 K		

tätsverhältnis und höherem Turbulenzgrad als Randbedingungen initialisiert. Alle Randbedingungen können Tabelle 5.9 entnommen werden. Die Reynoldszahl ergibt sich über die Sehnenlänge und die Geschwindigkeit  $U_\infty$  zu  $Re_c \approx 501\,000$ . Die Referenztemperatur und der Referenzdruck wurden über die ideale Gasgleichung errechnet und für die Berechnung ein kompressibles Gas angenommen. In Tabelle 5.10 sind die grundlegenden Einstellungen in ANSYS CFX-Pre angegeben.

### 5.2.2 Zierke & Deutsch-Verdichter: Ergebnisse

In Abbildung 5.25 sind die  $c_f$ -Verläufe aus dem Experiment und der CFD-Berechnung Fall 1 abgebildet. Diese sind auf die Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  bezogen und über der prozentualen Sehnenlänge  $x/c$  aufgetragen. Für die Saugseite ergibt sich mit Transitionsmodell bei 2,4 % Sehnenlänge ein starker Abfall der  $c_f$ -Werte. Eine genauere Untersuchung zeigt eine Ablösung, die sich bis etwa 3,8 % Sehnenlänge erstreckt. Die  $c_f$ -Werte erreichen im Folgenden nicht die im Versuch ermittelten Werte

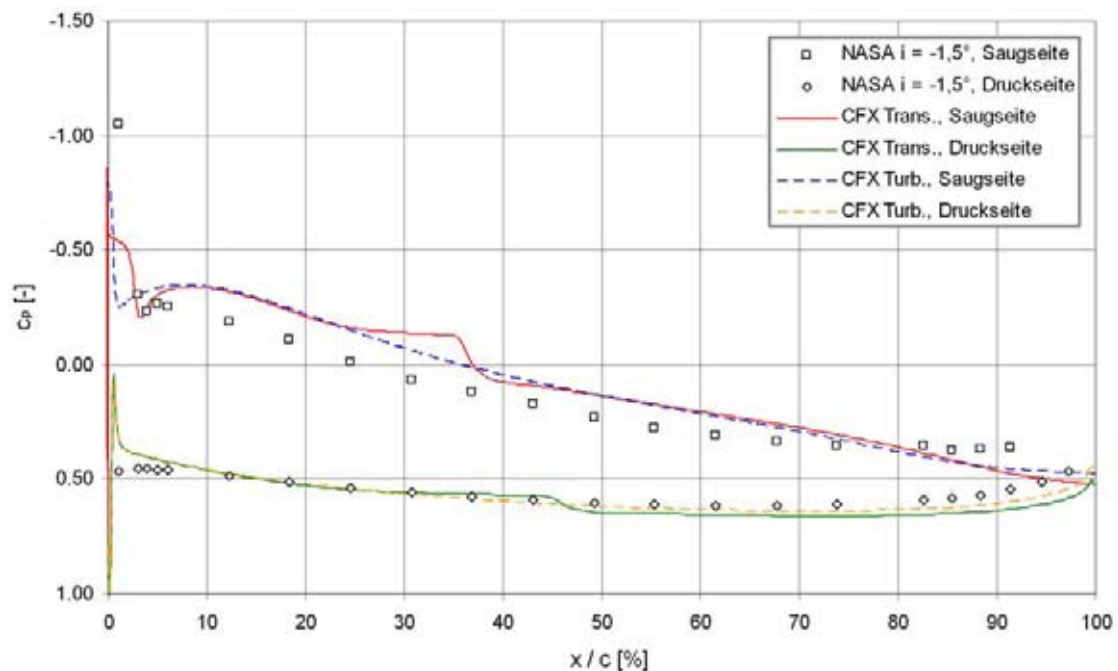


**Abb. 5.25:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 1  $c_f$ -Werte: Aufgetragen ist der Verlauf der experimentellen  $c_f$ -Werte und der Werte aus der ANSYS CFX-Rechnung mit Transitionsmodell (Trans.) und einer voll turbulenten Rechnung (Turb.).

und es zeigt sich ein laminarer Verlauf. Bei 22 % Sehnenlänge kommt es zu einer laminaren Ablösung, die bei 36 % Sehnenlänge zu einem erheblichen Abfall der  $c_f$ -Werte führt. Bei 37 % Sehnenlänge legt sich die Strömung erneut an und die  $c_f$ -Werte zeigen ab 43 % Sehnenlänge einen turbulenten Verlauf. Der starke Abfall der  $c_f$ -Werte entsteht dadurch, dass beim Auftreffen der Scherschicht auf den Körper ein Teil der Strömung innerhalb der Ablösung stromauf abgelenkt wird. Durch die Umlenkung erfährt die Strömung an dieser Stelle eine starke Beschleunigung. An der Hinterkante löst die Strömung bei 93 % Sehnenlänge turbulent ab, was etwas später als im Versuch ist. In Langtry 2006 wird der Strömungszustand auf der Saugseite richtig erfasst.

Für die Druckseite des Profils ergibt sich eine laminare Ablösung von 22 % ... 47 % Sehnenlänge, wobei sich bei 43 % Sehnenlänge ein starker Abfall der  $c_f$ -Werte zeigt. Im Hinblick auf die experimentellen  $c_f$ -Werte zeigt sich eine gute Übereinstimmung für den laminaren und turbulenten Grenzschichtbereich.

Für die rein turbulente Strömungsberechnung zeigt sich, dass sich für die Saugseite  $c_f$ -Werte im erwarteten Bereich ergeben. Da die Streuung der in Zierke u. Deutsch 1989b aufgeführten Daten stark ist, kann keine genaue Bewertung erfolgen. Direkt an der Vorderkante löst die Strömung ab und legt sich bei  $x/c \approx 1,4$  % wieder an. Ohne Transitionsmodell wird die Strömung um die Vorderkante des Profils folglich besser wiedergegeben. Mit 86 % Sehnenlänge wird der Ort der turbulenten Ablösung zu früh ermittelt.



**Abb. 5.26:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 1  $c_p$ -Werte: Aufgetragen ist der Verlauf der experimentellen  $c_p$ -Werte und der Werte aus der ANSYS CFX-Rechnung mit Transitionsmodell (Trans.) und einer voll turbulenten Rechnung (Turb.).

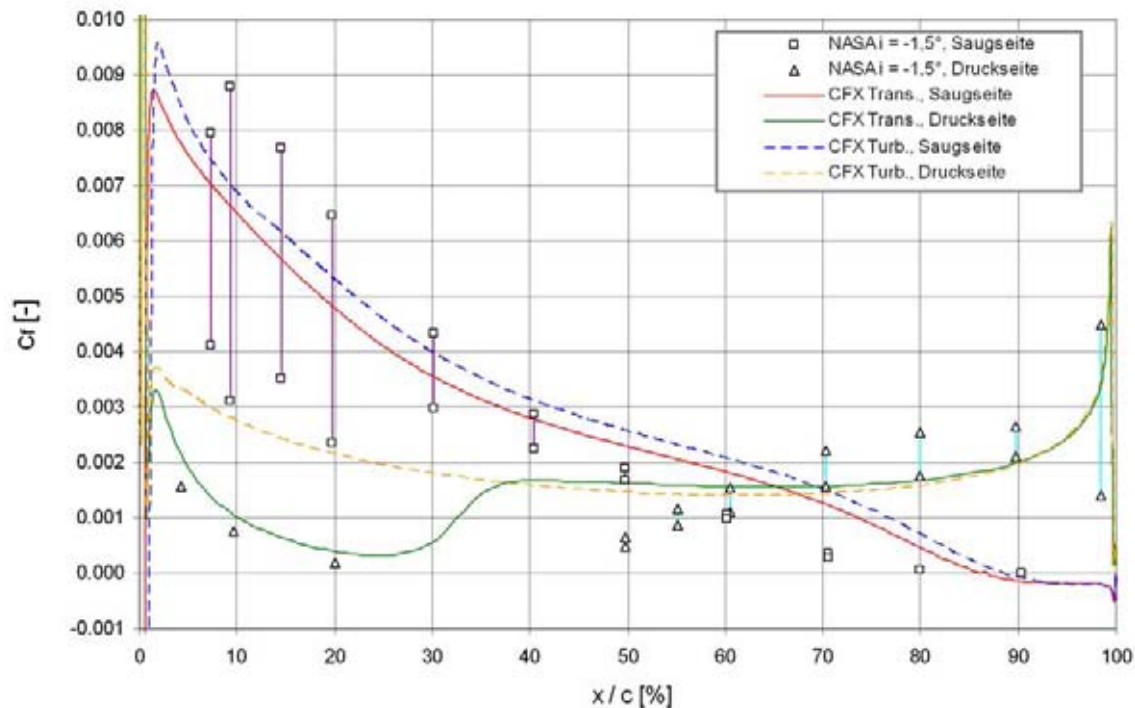
Für die Druckseite zeigt sich anfangs ein laminarer Verlauf, der ab 5 % Sehnenlänge wieder auf höhere  $c_f$ -Werte ansteigt (Niedrig-Reynoldszahl-Effekt). Im Bereich der Hinterkante stimmen die Ergebnisse der turbulenten Berechnung gut mit den Ergebnissen der Berechnung mit Transitionsmodell und den experimentellen Daten überein.

In Abbildung 5.26 sind die  $c_p$ -Werte mit und ohne Transitionsmodell für den Fall 1 zusammen mit den experimentellen Daten aufgetragen. Für die Vorderkante ergibt sich auf der Saugseite im Bereich der Ablösung eine gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und dem Transitionsmodell. Im übrigen Bereich, mit Ausnahme der Hinterkante, liegt der  $c_p$ -Verlauf im Diagramm mit und ohne Transitionsmodell zu hoch.<sup>6</sup> Im Bereich der zweiten laminaren Ablösung zeigt sich ein deutliches Plateau im Verlauf der  $c_p$ -Werte. Dies gilt ebenso für den Bereich der Ablöseblase auf der Druckseite. Der charakteristische Verlauf entsteht durch den Unterdruck im Bereich des Ablöseblase. Nach Russel 1979 fällt das Ende des Plateaus mit dem Bereich zusammen, in dem die Scherschicht der Ablösung beim Wiederanlegen auf die Körperkontur trifft. Dies entspricht den Ergebnissen aus der CFD-Berechnung. Der Transitionsbeginn, erkenntlich durch ein Ansteigen der Intermittenz, findet an der Ablöseblase statt (vgl. Abbildung 5.30).

In einem Punkt 30 mm vor der Eintrittsebene in die Kaskade beträgt der Turbulenzgrad  $Tu = 0,18\%$  und stimmt somit gut mit dem im Versuch ermittelten Turbulenzgrad überein. Aus der T3-Serie ist bekannt, dass ein höherer Turbulenzgrad zu einer früheren Transition führt. Aus diesem Grund wurde der Fall 2 erstellt, bei dem Wirbelviskosität und Turbulenzgrad höher als im Fall 1 sind (vgl. Tabelle 5.9).

Bei den gewählten Randbedingungen im Fall 2 ergibt sich im Punkt 30 mm vor der Eintrittsebene in die Kaskade ein Turbulenzgrad von  $Tu = 1,3\%$ . In Abbildung 5.27 ist der Verlauf der  $c_f$ -Werte für den Fall 2 aufgetragen. Für die Saugseite ist der erwartete Effekt eingetroffen: Durch den erhöhten Turbulenzgrad kommt es nach der laminaren Ablösung im Nasenbereich zu einem turbulenten Anlegen

<sup>6</sup>Die Auftragung der negativen  $c_p$ -Werte in Richtung der sonst positiven  $y$ -Achse ist zu beachten.



**Abb. 5.27:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 2  $c_f$ -Werte: Aufgetragen ist der Verlauf der experimentellen  $c_f$ -Werte und der Werte aus der ANSYS CFX-Rechnung mit Transitionsmodell (Trans.) und einer voll turbulenten Rechnung (Turb.).

der Strömung und zur Entstehung einer voll turbulenten Grenzschicht, wie sie auch im Experiment festgestellt wurde. Gleichzeitig wirkt sich der höhere Turbulenzgrad auf den Verlauf auf der Druckseite aus: Der Transitionsprozess beginnt früher und es kommt zu einer stärkeren Abweichung bei den laminaren  $c_f$ -Werten, da ein höheres Viskositätsverhältnis  $R_T$  gewählt wurde.

Insgesamt kommt es auf der Druckseite zu keiner laminaren Ablösung. Das saugseitige turbulente Ablösen an der Hinterkante wird durch das Transitionsmodell zu früh ermittelt. Ohne größere Ablösungen zeigen sich in der  $c_p$ -Verteilung in Abbildung 5.28 keine Plateaus wie im ersten Fall. Dieses Ergebnis deckt sich mit der Darstellung in Langtry 2006.

In Tabelle 5.11 sind der Auftriebs- und der Widerstandsbeiwert zusammen mit dem Anteil der Reibung am Widerstandsbeiwert  $c_{w,f}$  und dem maximalen  $y^+$ -Wert der Berechnungen aufgeführt. Die Beiwerte wurden auf die Werte in Tabelle 5.9 bezogen.<sup>7</sup> Betrachtet man die Ergebnisse der turbu-

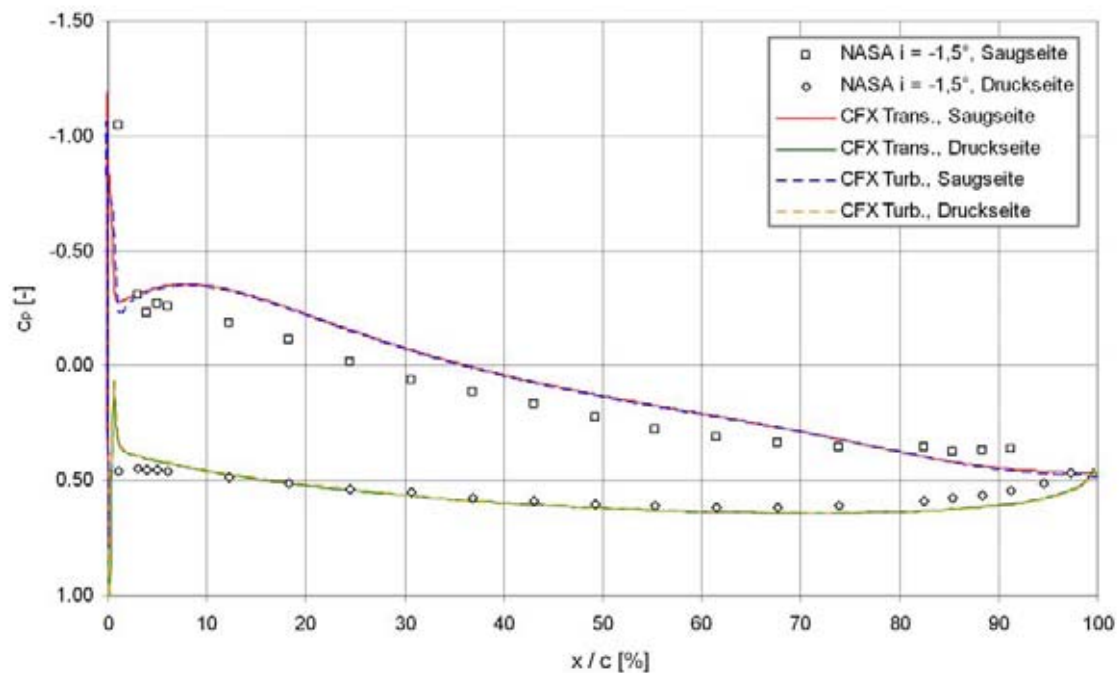
**Tab. 5.11:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Widerstands- und der Auftriebsbeiwert.

Fall	Fluid Model	$c_a$ [-]	$c_w$ [-]	$c_{w,f}$ [-]	$y^+$
Fall 1	Trans.	0,5059	0,195	0,00254	0,68
	Turb.	0,4960	0,1903	0,00461	0,71
Fall 2	Trans.	0,4978	0,1924	0,00429	0,7
	Turb.	0,4958	0,1904	0,00497	0,71

lenten Rechnungen, zeigt sich, dass das Viskositätsverhältnis  $R_T$  und der Turbulenzgrad  $Tu$  einen

<sup>7</sup>Bei der Betrachtung von Turbomaschinen werden die aerodynamischen Beiwerte in der Regel auf eine aus Zu- und Abströmungsgeschwindigkeit gemittelte Geschwindigkeit und eine gemittelte Dichte bezogen. Da die Werte mit keinen externen Ergebnissen verglichen werden, wurde auf diesen Bezug verzichtet.





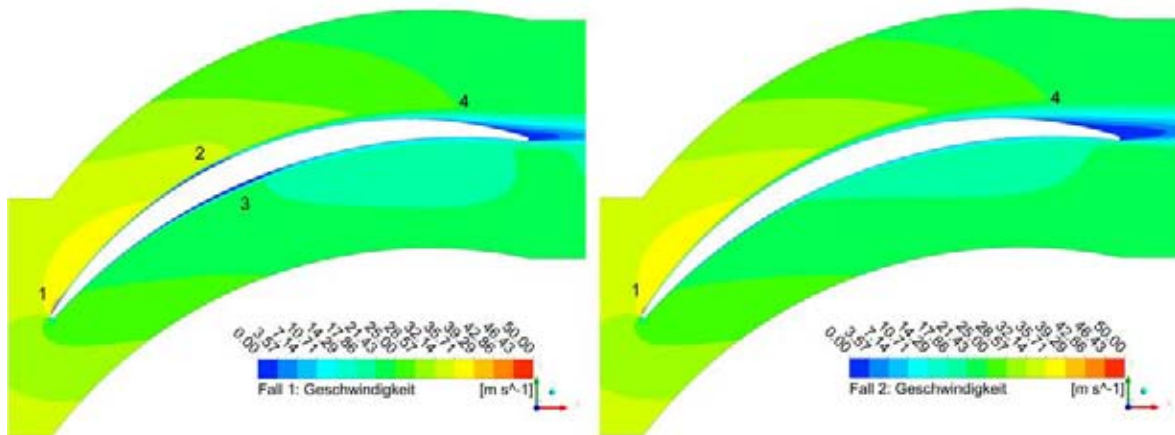
**Abb. 5.28:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 2  $c_p$ -Werte: Aufgetragen ist der Verlauf der experimentellen  $c_p$ -Werte und den Werten aus der ANSYS CFX-Rechnung mit Transitionsmodell (Trans.) und einer voll turbulenten Rechnung (Turb.).

minimalen Einfluss auf den Auftriebsbeiwert und den gesamten Widerstandsbeiwert haben. Der Anteil der Reibung steigt jedoch bei höherer Wirbelviskosität bezogen auf den Fall 1 um 7,8 %. Da bei Verdichtern der Reibungsanteil am Gesamtwiderstand nur geringen Einfluss hat, ist der Effekt auf den Profilwiderstand zu vernachlässigen.

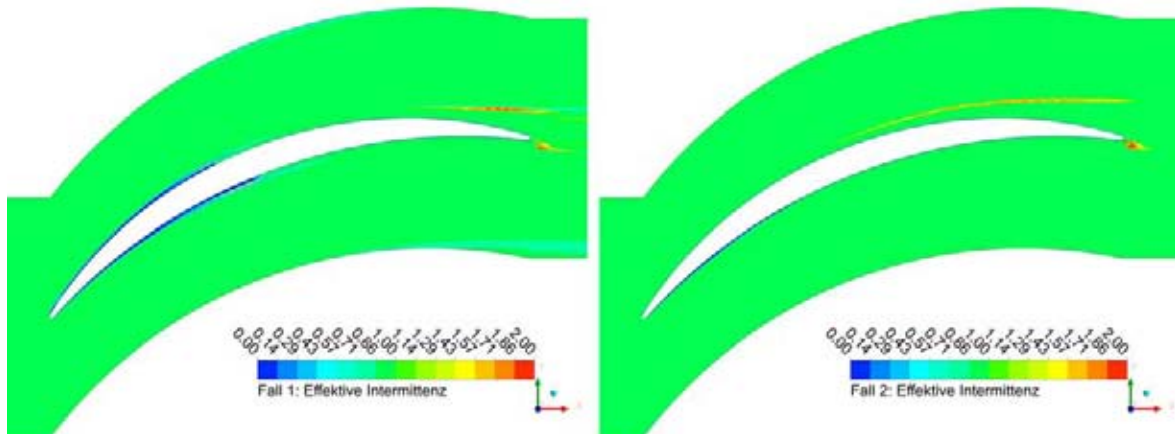
Für die Rechnungen mit Transitionsmodell ergeben sich sowohl ein höherer Widerstandsbeiwert  $c_w$  als auch ein gestiegener Auftriebsbeiwert  $c_a$  gegenüber den rein turbulenten Berechnungen. Gleichzeitig sinkt der Reibungsanteil am Widerstandsbeiwert. Dies ist auf den geänderten  $c_p$ -Verlauf auf der Saugseite zurückzuführen. Durch die geänderte Druckverteilung wird die Reduktion des Reibanteils am Widerstand ausgeglichen. Für den Fall 1 fällt der  $c_{w,f}$ -Wert gegenüber der turbulenten Rechnung um 44,9 %. Der Anteil am Gesamtwiderstandsbeiwert in der Rechnung mit Transitionsmodell beträgt jedoch lediglich 1,3 %.

Zum besseren Verständnis der Unterschiede zwischen dem Fall 1 und 2 sind einige Abbildungen angeführt. In Abbildung 5.29 ist das Geschwindigkeitsfeld für beide untersuchten Fälle dargestellt. Vergleicht man die Strömungszustände ist zu erkennen, dass für den Fall 1 die Ablösung im Nasenbereich größer als im Fall 2 ist (1). Die laminaren Ablösungen sind im Fall 1 sowohl für die Saugseite (2) als auch für die Druckseite (3) an den Gebieten verschwindender Strömungsgeschwindigkeit zu erkennen. Die laminare Strömung löst ab und es bildet sich eine Rückströmung direkt am Körper. Bei (4) löst die turbulente Strömung nahe der saugseitigen Hinterkante ab. Die Ablösung ist im Fall 2 größer als im Fall 1. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass im Fall 1 die turbulente Lauflänge durch den anfänglich laminaren Bereich kleiner ist, der Impulsverlust in der turbulenten Grenzschicht daher geringer ist und die Grenzschichtströmung länger anliegt.

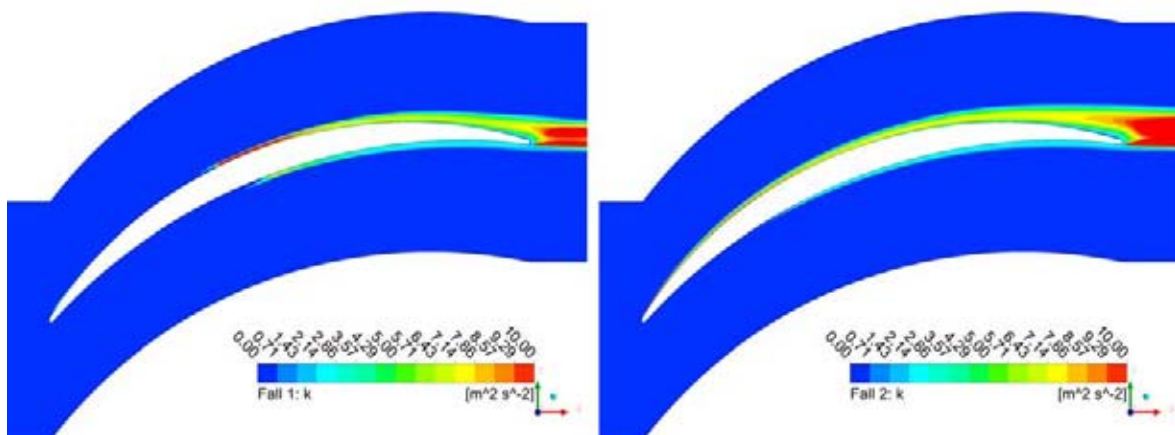




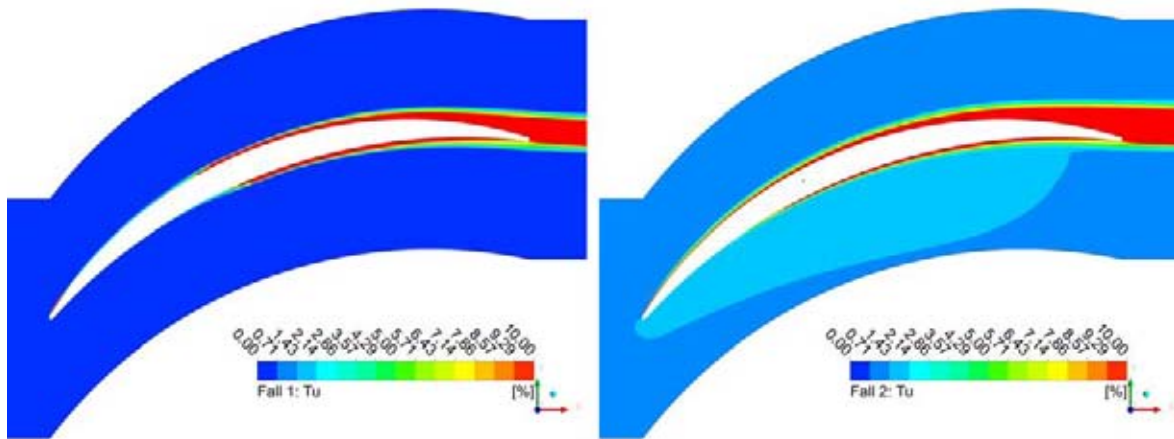
**Abb. 5.29:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Geschwindigkeitsfeld: Für die untersuchten Fälle ist das Geschwindigkeitsfeld dargestellt. Erläuterung der Nummern im Text.



**Abb. 5.30:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Effektive Intermittenz: Die blauen Bereiche stellen den Bereich der laminaren Grenzschicht dar. Die Intermittenz beginnt in der Mitte der Grenzschicht anzuwachsen. Im Falle einer laminaren Ablösung übersteigt die effektive Intermittenz den Wert eins.



**Abb. 5.31:** Zierke & Deutsch-Verdichter - spez. turb. kinetische Energie: Sobald die Intermittenz einen gewissen Wert erreicht hat, beginnt die spez. turb. kinetische Energie in der Grenzschicht anzuwachsen



**Abb. 5.32:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Turbulenzgrad: Der Anstieg von  $k$  führt dazu, dass der Turbulenzgrad im Strömungsfeld anwächst.

In den Abbildung 5.30 bis 5.32 ist dargestellt, wie sich die Intermittenz erhöht und ein Anwachsen der spez. turbulenten kinetischen Energie und des Turbulenzgrads in der Strömung verursacht. An den Ablöseblasen steigt die Intermittenz über  $\gamma = 1$ , um das Anlegen der turbulenten Strömung zu beschleunigen. Auffällig ist, dass für den Fall 1 und Fall 2 die Intermittenz auch in Bereichen außerhalb der Grenzschicht über einen Wert von  $\gamma = 1$  steigt. Zusätzlich fällt im Fall 1 die Intermittenz im Bereich des Periodizitäts-Interfaces unter einen Wert von 1 (unten rechts in Abbildung 5.30 für den Fall 1). Beide Effekte sind im Modell nicht vorgesehen und werden in den Modellbeschreibungen nicht erwähnt. Ein Einfluss auf die Ergebnisse ist anhand der durchgeführten Untersuchungen nicht festzustellen.

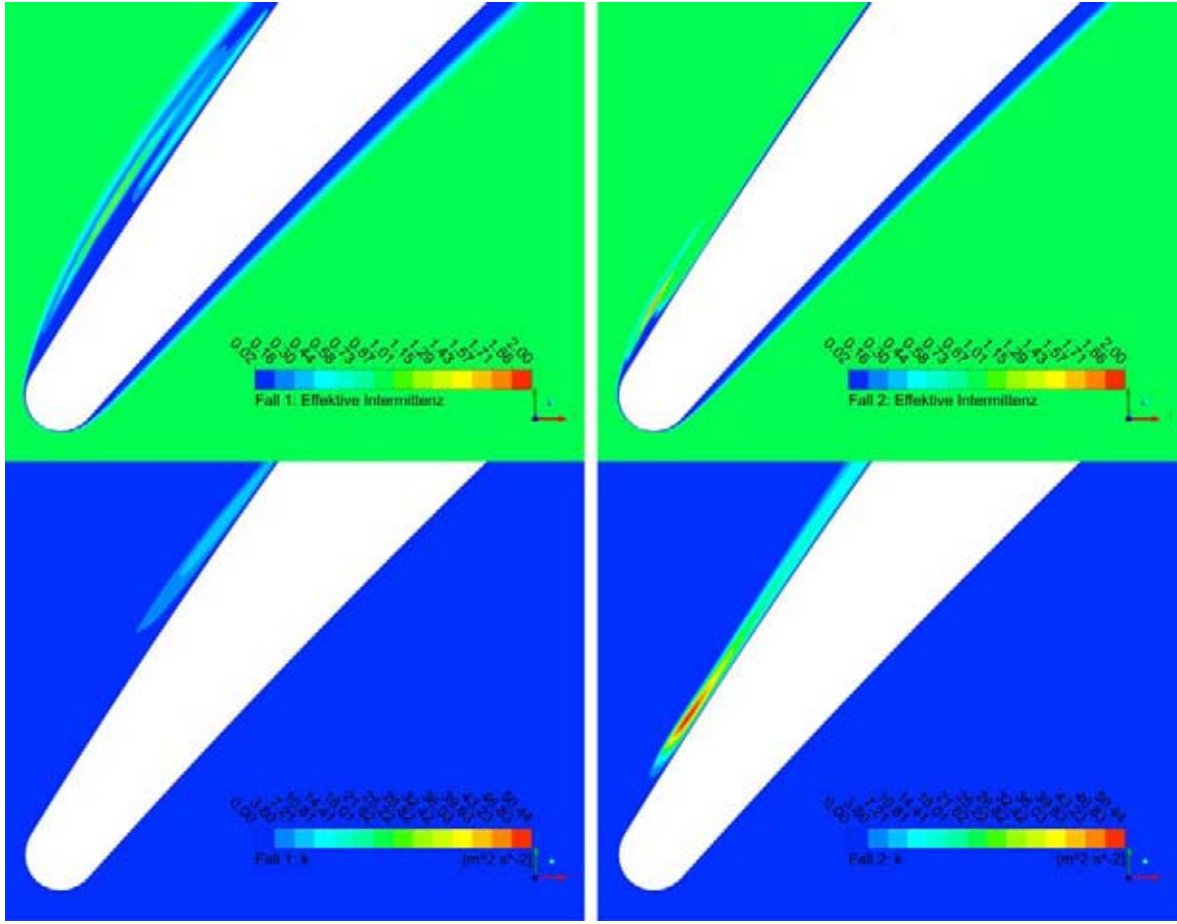
Für den Fall 1 ergibt sich das Problem, dass sich gegenüber den Messdaten auf der Saugseite des Verdichters nach der Ablösung an der Vorderkante keine turbulente Grenzschicht entwickelt. Bei einem höheren Turbulenzgrad in der Strömung tritt dieses Problem nicht auf. Für den Fall 1 wächst die Intermittenz an der Ablöseblase nicht stark genug, was zu einem zu geringen Anstieg der spez. turb. kinetischen Energie führt. Im Fall 2 ist der Anstieg so groß, dass sich eine turbulente Grenzschicht ausbildet (vgl. Abbildung 5.33). Über eine aktive Beeinflussung des Turbulenzmodells ist es ohne Änderung der Randbedingungen möglich, für den Fall 1 eine turbulente Grenzschicht auf der Saugseite zu erzeugen. Dies gelingt über die Definition einer zusätzlichen  $k$ -Quelle.

### Erhöhung der spez. turbulenten kinetischen Energie in der Grenzschicht

Der Vergleich zwischen den Ergebnissen aus dem Windkanal und dem Fall 1 zeigt, dass lediglich der Strömungszustand auf der Saugseite falsch berechnet wird. Dabei ist anzumerken, dass das berechnete Ergebnis nicht unrealistisch ist. Durch die Beschleunigung auf der Saugseite kommt es auch im Versuch zu einer Verminderung der turbulenten Grenzschichtdicke. Wird die Grenzschicht stark genug beschleunigt, kann ein turbulent-laminarer Übergang (Relaminarisation) erfolgen.

Da sich eine Änderung der Randbedingungen auf das gesamte Strömungsfeld auswirkt, muss lokal im Nasenbereich der Effekt des Transitionsmodells auf das Turbulenzmodell verstärkt werden. Der Anstieg der Intermittenz führt zu einem Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie. Eben dieser Anstieg ist im Fall 1 zu gering. In ANSYS CFX-Pre ist es möglich, lokale Quellen für  $k$  und  $\omega$  zu definieren.

Für eine solche Quelle ist ein Punkt im Strömungsfeld zu definieren. Hierfür wird ein *source point*



**Abb. 5.33:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Vorderkante: Im Fall 1 reicht die spez. turb. kinetische Energie nicht aus, um in einen turbulenten Strömungszustand überzugehen.

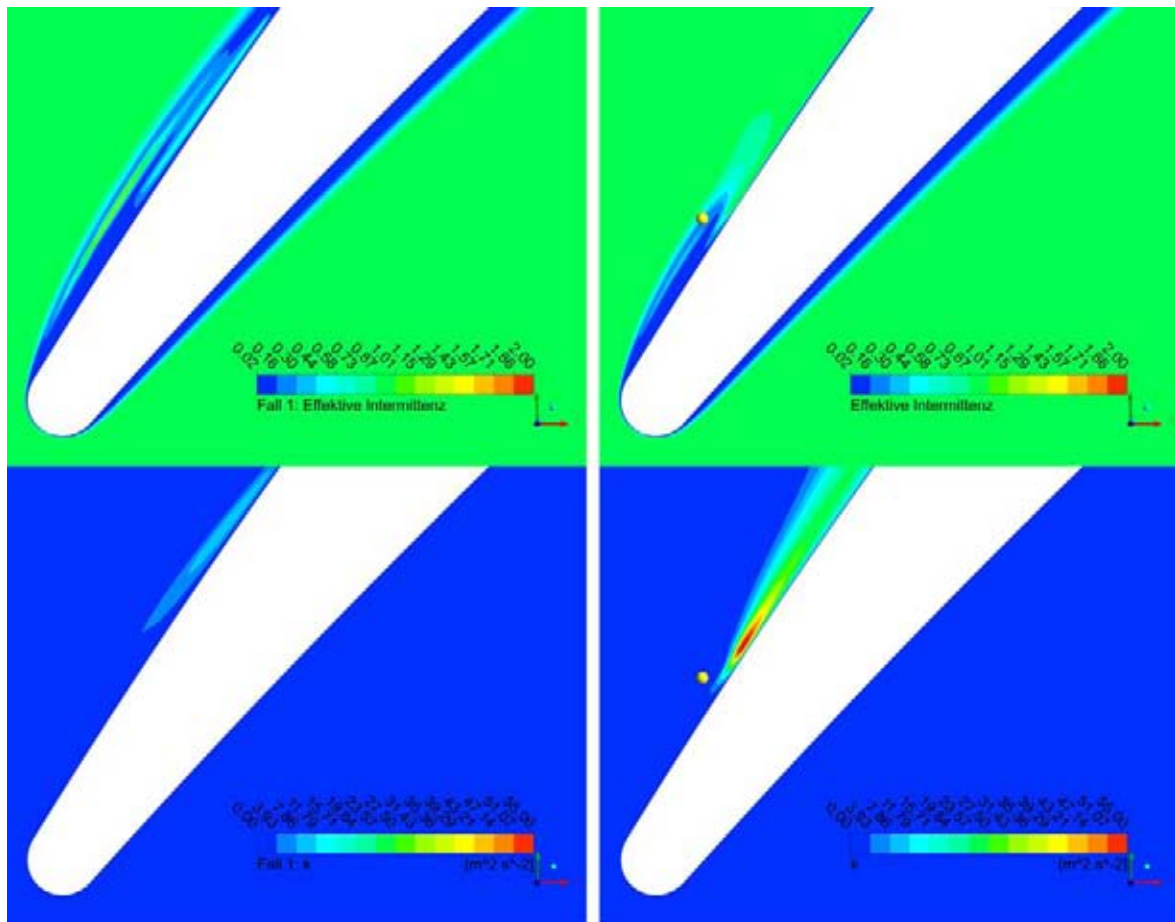
eingefügt und der Ort der Quelle über kartesische Koordinaten definiert. Mögliche Quellen sind Massenstrom  $\dot{m}$  (*Continuity*), spez. Dissipationsrate  $\omega$  (*Turbulence Eddy Frequency*) oder spez. turbulente kinetische Energie  $k$  (*Turbulence Kinetic Energy*). Für den Fall 1 wurde eine zusätzliche  $k$ -Quelle definiert, die als Folge eines stärkeren Anstiegs der Intermittenz betrachtet werden kann. Da sich die möglichen Zahlenwerte einer solchen Quelle der Anschauung entziehen, ist es zweckmäßig, auf eine bekannte Formulierung des Turbulenzmodells zurückzugreifen. Die Größe der Quelle entspricht in diesem Fall betragsmäßig dem Dissipationsterm der  $k$ -Gleichung des SST  $k$ - $\omega$ -Modells. Es ergibt sich folgende Einstellung:

$$\text{Turbulence Kinetic Energy : Option : Total Source : } \beta' \rho k \omega \cdot t^3 \quad (5.10)$$

mit  $t = 10^{-3} \text{ m}$ .

Der Faktor  $t^3$  stellt den Raum dar, in dem die Quelle wirkt. ANSYS CFX verteilt die Wirkung der Quelle entlang der Kanten des Elements, in dem der definierte Punkt liegt (ANSYS Inc. 2010). Bei der Wahl von  $t$  kann sich daher am Gitter orientiert werden. Bei einer Tiefe von  $z = 10^{-3} \text{ m}$  ergibt sich  $t = 10^{-3} \text{ m}$ . Wird die Quelle zu groß gewählt (im vorliegenden Fall reicht ein Faktor von 10), wird der Lösungsvorgang instabil und bricht ab. Der Ort der Quelle wurde so gewählt, dass sie am Ende des Bereichs höchster Intermittenz liegt.

In Abbildung 5.34 ist die Änderung im Verlauf der Intermittenz und der spez. turbulenten kinetischen Energie dargestellt. Der Punkt entspricht dem Ort der zusätzlichen  $k$ -Quelle. Der Verlauf der Intermittenz ähnelt dem Fall 2, da der laminare Bereich (blau) im Bereich der Quelle abgeschlossen wird. Im



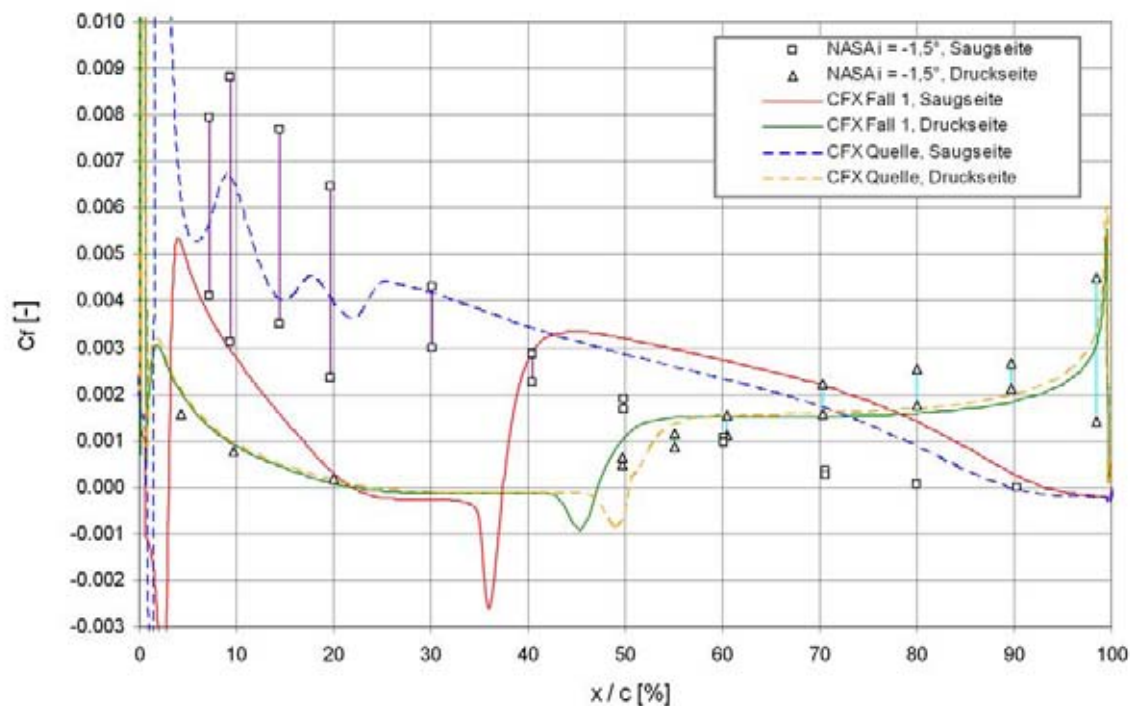
**Abb. 5.34:** Zierke & Deutsch-Verdichter - zusätzliche Quelle: Links ist der ursprüngliche Fall 1 dargestellt, rechts der Fall in dem eine  $k$ -Quelle gesetzt ist. Der Ort der Quelle entspricht dem Punkt in der Abbildung.

Bereich der Vorderkante kommt es zu einer Strömungsablösung und einem schnellen Wiederaanlegen der Strömung durch den erhöhten Turbulenzgrad. Trotz der Ablösung steigt die effektive Intermittenz nicht über einen Wert von eins. In Abbildung 5.35 ist der Verlauf der  $c_f$ -Werte für den Fall 1 mit und ohne Quelle dargestellt. Das Einbringen der Quelle stellt einen erheblichen Eingriff in das SST  $k$ - $\omega$ -Modell dar, besonders da nur die  $k$ -Gleichung verändert wurde. Für den Fall mit Quelle zeigt sich, dass sich der Konvergenzverlauf verschlechtert und die  $c_f$ -Werte im turbulenten Bereich auf der Saugseite nicht monoton fallen. Es ist nicht auszuschließen, dass die Wahl einer kleineren Quelle oder eine zusätzliche  $\omega$ -Quelle zu einer besseren Konvergenz führen.

### 5.2.3 Zierke & Deutsch-Verdichter: Gittereinfluss und Konvergenz

Das verwendete Gitter stellt ein sehr feines Gitter dar. Langtry 2006 empfiehlt als Richtwert O-Gitter mit 200 Knoten in Umfangsrichtung und 80 Knoten senkrecht zum Profil bei der Betrachtung von Turbomaschinen. Ausgehend vom Fall 1 und dem im Abschnitt 5.2.1 aufgeführten Gitter (referenziert als „Fall 1“: 915 Knoten in Umfangsrichtung) wurde die Knotenanzahl in Umfangsrichtung um das Profil halbiert („Grob“) und verdoppelt („Fein“). Zum Vergleich der Lösung wird der  $c_w$ -Wert verwendet. Es wurde angestrebt, dass alle maximalen Residuen unter  $10^{-4}$  liegen. In Tabelle 5.12 sind die Ergebnisse der Berechnung auf den unterschiedlichen Gittern aufgeführt.





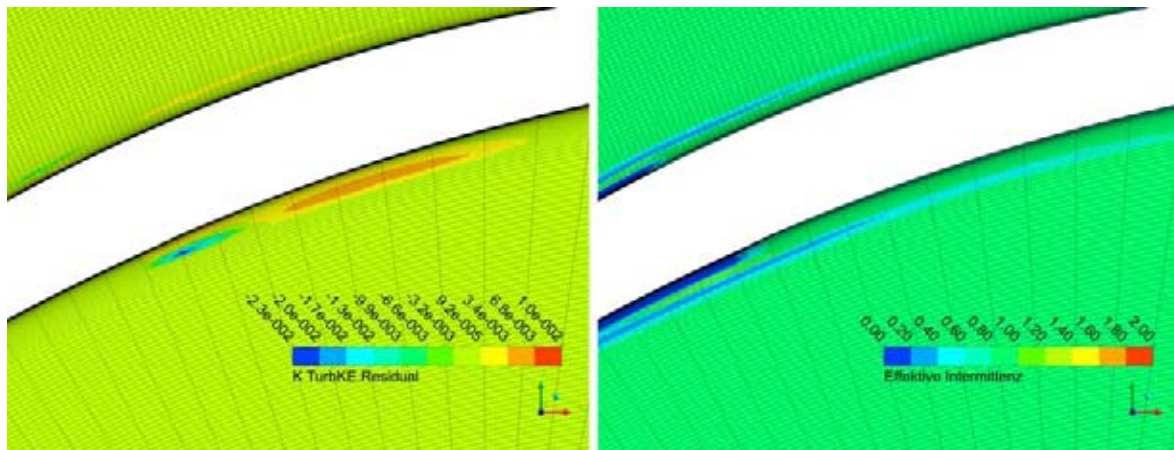
**Abb. 5.35:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Fall 1 mit Quelle:  $c_f$ -Werte: Durch die  $k$ -Quelle im saugseitigen Bereich der Vorderkante entsteht eine turbulente Grenzschicht auf der Vorderkante. Da die Lösung nicht konvergiert ist, zeigt sich kein monoton fallender Verlauf der  $c_f$ -Werte.

**Tab. 5.12:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Widerstandsbeiwert und maximale Residuen.

Fall	$c_w$ [–]	max. Res. $< 10^{-4}$
Grob	0,1948	nur Kont.-Gl. und $\omega$ -Gl.
Fall 1	0,195	alle
Fein	0,1949	alle außer $\gamma$ -Gl.

Ersichtlich ist, dass sich die  $c_w$ -Werte nicht stark unterscheiden. Der Unterschied im  $c_w$ -Wert liegt zwischen dem Gitter „Grob“ und dem Gitter „Fall 1“ lediglich bei 0,1 %. Zwischen dem Gitter „Fall 1“ und dem Gitter „Grob“ ergaben sich erhebliche Unterschiede in den Residuen-Verläufen. Betrachtet man das Gitter „Grob“ zeigt sich ein schlechtes Konvergenzverhalten: Die  $k$ -Gleichung und die Transitions-gleichungen konvergieren nicht unter max. Res. =  $10^{-2}$ , die  $U$ - und  $V$ -Impulsgleichung konvergieren nicht unter max. Res. =  $10^{-3}$ . Bei der Auswertung der maximalen Residuen im Post-Processing zeigt sich, dass die Konvergenzprobleme im Bereich des turbulenten Wiederanlegens auf der Druckseite auftreten. In Abbildung 5.36 sind die Residuen der  $k$ -Gleichung und die effektive Intermittenz dargestellt. Der Bereich der Konvergenzprobleme liegt in unmittelbarer Nähe zum Profil. Der  $c_w$ -Wert unterscheidet sich jedoch kaum zum Fall 1. An dieser Stelle stellt sich die Frage, ob Konvergenzprobleme im Zusammenhang mit einer laminaren Ablösung für die Gesamtbetrachtung relevant sind. Dieses wird am Falle des Tragflügels in Abschnitt 5.3 weiter untersucht.

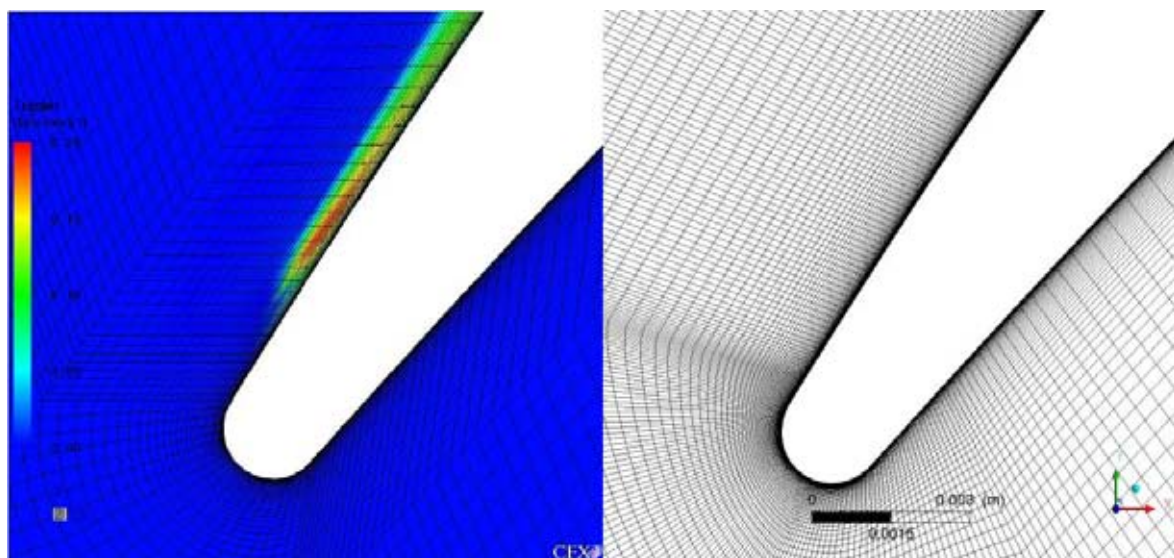
Im Folgenden soll das Konvergenzverhalten des „Fall 1“ näher beschrieben werden: Es wurden insgesamt 3000 Iterationen zu je drei Schritten mit 1000 Iterationen durchgeführt. Es wurde keine Initialisierung über eine turbulente Lösung vorgenommen. In ANSYS CFX-Pre wurde unter *Solver Control* für die *Fluid Timescale Control* eine *Auto Timescale* mit einem *Timescale Factor* von eins gewählt. Innerhalb der ersten 400 Iterationen sind vor und hinter dem Profil starke Druckschwankungen



**Abb. 5.36:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Residuen und grobes Gitter: Im Bereich des Wiederanlegens kommt es zu lokalen Konvergenzproblemen.

festzustellen, die jedoch gedämpft sind und schnell abnehmen. Dieses Verhalten ist auch in einer voll turbulenten Rechnung festzustellen und auf die fehlende Initialisierung über eine vorhandene Lösung zurückzuführen.

Nach den ersten 200 Iterationen schwankt der  $c_w$ -Wert zwischen 0,1911 ... 0,1951. Diese Werte sind quantitativ nahe am Ergebnis. Bis zur 1000. Iteration fallen nur die Kontinuitäts- und  $\omega$ -Gleichung unter max. Res. =  $10^{-2}$ . Für die nächsten 2000 Iterationen wurde eine *Blend Factor Relaxation* und eine *Gradient Relaxation* von 0,1 eingeführt. Dies führt zu einem Abfall aller Residuen unter max. Res. =  $10^{-4}$ . Für den Benutzer stellt sich die Frage, ob die Kenntnis eines konstanten  $c_w$ -Werts durch den Mehraufwand gerechtfertigt ist oder die Angabe eines Wertebereichs ausreichend ist.



**Abb. 5.37:** Zierke & Deutsch-Verdichter - Gittervergleich: Links ist das feine Gitter aus Langtry 2006 dargestellt, rechts das feine Gitter aus der vorliegenden Arbeit. Der in Langtry 2006 beschriebene Effekt tritt nicht auf. Die linke Bildhälfte ist Langtry 2006 entnommen.

In Langtry 2006 wird beschrieben, dass ein zu grobes Gitter auf der Saugseite im Bereich der Vorderkante dazu führt, dass der schnelle Umschlag der Grenzschicht nicht erfasst werden kann. Hierzu werden in Langtry 2006 zwei Gitter präsentiert, um den Effekt zu verdeutlichen. Das Referenzgitter „Fall 1“ dieser Arbeit scheint den Transitionsbereich mindestens so gut aufzulösen wie das feine Gitter in Langtry 2006. In Abbildung 5.37 sind das feine Gitter aus Langtry 2006 (links) und das feine Gitter aus dieser Arbeit (rechts) dargestellt. Augenscheinlich ist das rechte Gitter feiner und löst den

Transitionsbereich in Strömungsrichtung besser auf. Dennoch kann der in Langtry 2006 beschriebene Effekt, dass ein feineres Gitter zu einem vollständigen Umschlag in eine turbulente Strömung führt, für diesen Validierungsfall nicht nachvollzogen werden. Auch auf dem verfeinerten Gitter bleibt die Strömung nach der anfänglichen Ablösung laminar.

**Tab. 5.13:** Zierke & Deutsch-Verdichter: Rechenzeiten auf „Erix“ für 100 Iterationen.

Rechengang	Zeit / 100 Iterationen [sec]
turbulent	1507
Transition	1855

Für den Fall 1 wurden 100 Iterationsschritte auf „Erix“ für eine voll turbulente Rechnung und eine Rechnung mit Transitionsmodell durchgeführt. Die Berechnungen erfolgten seriell und mit *double precision*. Die Rechenzeiten sind in Tabelle 5.13 aufgeführt. Bei der reinen Rechenzeit pro 100 Iterationen ergibt sich mit Transitionsmodell ein Zuwachs von 23,1 %.

#### 5.2.4 Zierke & Deutsch-Verdichter: Zusammenfassende Bewertung

Der Zierke & Deutsch-Verdichter bietet beim dargestellten Strömungszustand einen relevanten und komplexen Validierungsfall für das Transitionsmodell. Die Anströmung bei einem Inzidenzwinkel von  $i = -1,5^\circ$  führt auf der Saugseite zu einer kleinen laminaren Ablösung und im weiteren Verlauf der Schaufel zu einer turbulenten Strömung mit turbulenten Ablösen an der Hinterkante. Auf der Druckseite erfolgt die Transition etwa in der Profilmitte. Eine solche Anströmung außerhalb des Auslegungspunkts ist ein recht gewöhnlicher Zustand bei Turbomaschinen. Langtry 2006 gelingt es, die Transitionsvorgänge richtig darzustellen. Bei der hier durchgeführten Rechnung (Fall 1) bildet sich nach einer kleinen Ablösung im Nasenbereich wieder eine laminare Strömung aus. Ein Zustand der nicht unrealistisch ist, da auch im Experiment ein starkes Abfallen der turbulenten Grenzschichtdicke gemessen wurde. Die Randbedingungen wurden an die Versuchsdaten angepasst und liegen im Bereich der von Langtry 2006 gewählten Werte. Für die Druckseite wird der Transitionsprozess richtig wiedergegeben.

Anhand des zweiten Falls konnte gezeigt werden, dass sich die Erkenntnisse zum Modellverhalten aus den Plattenströmungen auf den Verdichter übertragen lassen: Der höhere Turbulenzgrad führt zu einer früheren Transition, ein höheres Viskositätsverhältnis führt zu einem stärkeren Abweichen der laminaren  $c_f$ -Werten. Zusätzlich wurde aufgezeigt, wie durch eine zusätzliche Turbulenzquelle das Transitionsverhalten geändert werden kann. In Bereichen mit laminaren Ablösungen zeigen sich Konvergenzprobleme, die lokal begrenzt sind und keinen großen Einfluss auf die  $c_w$ -Werte haben. Durch Änderungen bei der numerischen Diskretisierung lassen sich niedrigere Residuen erreichen. Die Strömung im Verdichter weist eine Reihe von Ablösungen auf. Zierke u. Deutsch 1989b bietet ebenfalls Daten für  $i = 5^\circ$  und  $i = -8,5^\circ$ . Von Interesse wäre eine Überprüfung, wie sich die Größe der laminaren Ablösungen unter diesen Anströmungen und geänderten Randbedingungen auf die aerodynamischen Eigenschaften auswirkt, und die Ergebnisse mit den Beschreibungen in Mayle 1991 abzugleichen.

## 5.3 Tragflügel: Aerospatiale-A Profil

Im Bereich hoher Anstellwinkel ist die theoretische Bestimmung der aerodynamischen Eigenschaften kompliziert. Oft geben erst Windkanalversuche Aufschluss, wie sich ein Tragflügel (oder Profil) bei hohen Anstellwinkeln verhält. Hauptproblem stellt die Sensitivität des Ablöseverhaltens gegenüber der Geometrie und dem Turbulenzgrad der Strömung dar (Chaput 1997).

Um die Eignung von numerischen Berechnungsverfahren für diese „extremen“ Strömungszustände zu untersuchen, wurden von der Firma Aerospatiale, heute Teil des EADS-Konzerns (EADS 2011), Untersuchungen im ONERA-Windkanal an dem Aerospatiale-A Profil veranlasst, um anhand der Ergebnisse die Eignung von Turbulenzmodellen zu untersuchen. Es zeigte sich, dass algebraische und  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodelle bei der Berechnung von Ablösungen versagen (Chaput 1997). Untersucht wurde zu diesem Zeitpunkt das Strömungsverhalten bei maximalen Auftrieb  $c_{a,\max}$ .

In einem weiteren Projekt (ECARP - European Computational Aerodynamics Research Project) wurde die numerische Berechnung auf den gesamten Anstellwinkelbereich erweitert, so dass die vollständige Lilienthalpolare (bzw. Widerstandspolare:  $c_a$  über  $c_w$ ) Ziel der Berechnung wurde.

Das Aerospatiale-A Profil stellt eine Entwicklung aus dem Jahre 1986 der Firma Aerospatiale dar. Das untersuchte Profil besitzt eine Sehnenlänge von  $c = 0,60$  m. Die experimentellen Untersuchungen wurden im ONERA F1 und F2 Windkanal durchgeführt. Im Weiteren findet die Referenz auf die Ergebnisse über den Namen des Windkanals statt (F1 bzw. F2). Die F1-Daten wurden bei Reynoldszahlen von  $2 \cdot 10^6 \dots 7,5 \cdot 10^6$  und einer Machzahl von  $Ma = 0,15$  ermittelt. Der Datensatz zu den F1-Ergebnissen beinhaltet  $c_p$ - und  $c_f$ -Verteilungen (Datenträger in Chaput 1997). Aus der Impulsverlustdelle der Nachlaufströmung wurde der Widerstandsbeiwert  $c_w$  des Profils ermittelt. Auf der Druckseite wurde Transition bei  $x/c = 0,3$  erzwungen. Die F2-Ergebnisse beinhalten zusätzlich die Grenzschichtgrößen ( $\delta$ ,  $\delta_1$ ,  $\theta$ ). Die Messungen der Geschwindigkeiten wurden mittels LDA durchgeführt. Auf Grund der unterschiedlichen Windkanäle ergeben sich bei den globalen Beiwerten Unterschiede. Es wird angenommen, dass die F1-Ergebnisse realistischer sind. Allgemein konnte festgestellt werden, dass die Profilumströmung bis  $\alpha = 13^\circ$  im F2-Versuch zweidimensional ist und im F1-Versuch auch bei höheren Anstellwinkeln (Chaput 1997). Wie die Strömungsgrößen aus den Messdaten abgeleitet wurden, ist Chaput 1997 nicht zu entnehmen. Ein Teil der F2-Ergebnisse steht in Fröhlich 2011 zur Verfügung. Für den ONERA F2-Windkanal wird ein Turbulenzgrad von  $Tu = 0,05\%$  angegeben (ONERA 2011).

Die Validierung beschäftigt sich mit der Feststellung des Transitionsbereichs auf der Saugseite. Untersucht wird ein Anstellwinkel von  $\alpha = 13,1$  aus der F1-Serie. Auf der Saugseite löst die Strömung für diesen Fall im Bereich der Saugspitze ab und legt sich bei  $x/c = 0,12$  wieder an. Dieser Fall wurde ebenfalls in Langtry 2006 untersucht.

### 5.3.1 Aerospatiale-A: Geometrie, Gitter und Randbedingungen

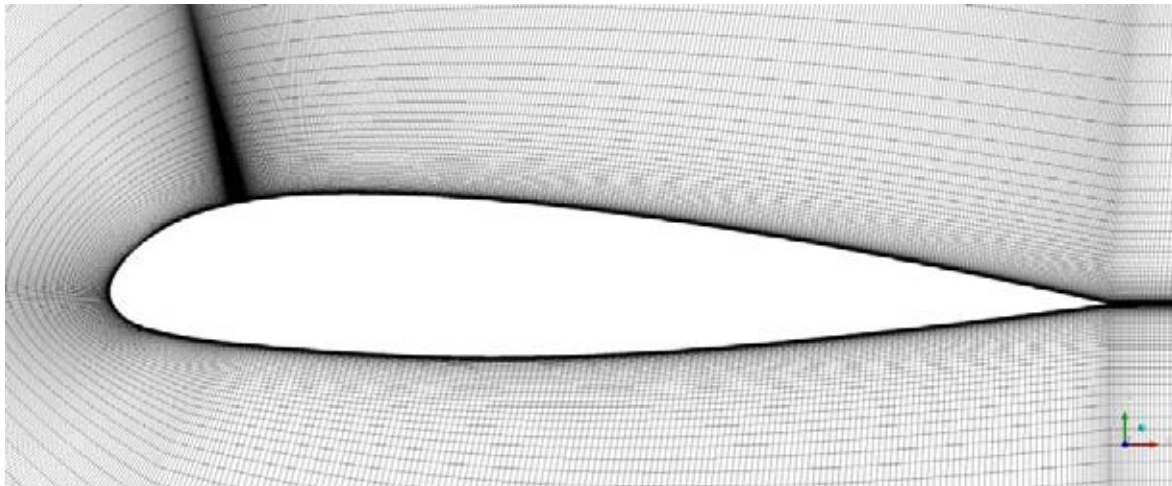
Die Geometrie des Aerospatiale-A kann unter Fröhlich 2011 abgerufen werden. Das Profil besitzt im Versuch eine stumpfe Hinterkante. Bei der Berechnung mit stumpfer Hinterkante zeigten sich Konvergenzprobleme bei einer voll turbulenten Testrechnung. Um ein besseres Konvergenzverhalten zu erzielen und die Knotenanzahl gering zu halten, wurde eine spitze Hinterkante modelliert. Da das Hauptaugenmerk auf der laminaren Ablösung im Bereich der Saugspitze liegt, sollte der Unterschied in der Geometrie der Hinterkante für den Transitionsort nicht relevant sein.

Die Geometrie wurde in ANSYS ICEM CFD erstellt. Der Koordinatenursprung liegt im vordersten Punkt des Profils. Von diesem Punkt aus wurde für das stromauf gelegene Gebiet ein Halbkreis mit 30 m Radius ( $50 \times$  Sehnenlänge) erstellt. An den Halbkreis schließt ein Rechteck an, das sich 30 m



in  $x$ -Richtung erstreckt (vgl. Abbildung A.20). In  $z$ -Richtung wurde das Strömungsfeld um 0,001 m extrudiert.

Bei dem verwendeten Gitter handelt es sich um ein C-Gitter, das 817 Knoten in Umfangsrichtung und 119 Knoten senkrecht zum Profil beinhaltet. Hinter dem Profil ist das Strömungsfeld mit 120 Knoten in  $x$ -Richtung und 237 Knoten in  $y$ -Richtung aufgelöst. Das gesamte Gitter beinhaltet 250 850 Knoten bzw. 124 372 Hexaeder-Elemente. In Abbildung 5.38 ist das Gitter in direkter Nähe zum Profil



**Abb. 5.38:** Aerospatale-A - Gitter in Profilnähe: Das Gitter ist im Bereich der Ablösung und der Hinterkante sehr fein.

abgebildet. Der Bereich der laminaren Ablösung und die Hinterkante wurden feiner aufgelöst. Die erste Zellhöhe am Profil wurde so gewählt, dass sich ein maximaler  $y^+$ -Wert kleiner als eins ergibt. Die grundlegenden Strömungsgrößen sind in Tabelle 5.14 dargestellt. Die aufgeführten Werte sind

**Tab. 5.14:** Aerospatale-A - Strömungsgrößen

	$U_{in}$ [m/s]	$\alpha$ [°]	$p_{ref}$ [Pa]	$T_{ref}$ [K]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [kg/m/s]	$Ma$ [-]	$Re_c$ [-]
Wert	51,92	13,1	104 430	295,15	1,22	1,831e-5	0,15	2,1e6

für alle durchgeführten Rechnungen gültig. Bei den unterschiedlichen Rechnungen wurde lediglich die Vorgabe von  $R_T$  und  $Tu$  auf dem Rand geändert. In Tabelle 5.15 sind die ANSYS CFX-Pre Einstellungen aufgeführt. Diese sind, falls nicht anders erwähnt, für alle untersuchten Fälle gültig. Bei der Benutzung eines Turbulenzmodells müssen auf den Rändern zwei Turbulenzgrößen vorgegeben werden. ANSYS CFX-Pre bietet die Möglichkeit zwischen drei Standard-Einstellungen zu wählen. Diese sind (ANSYS Inc. 2010):

- Low:  $Tu = 1\%$ ,  $R_T = 1$
- Medium:  $Tu = 5\%$ ,  $R_T = 10$
- High:  $Tu = 10\%$ ,  $R_T = 100$

Wenn keine Informationen über den Turbulenzgrad vorliegen, wird die Einstellung *Medium* empfohlen. Für ein Flugzeug im Reiseflug oder einen modernen Windkanal ist die Einstellung *Low* realistisch. Die Einstellung der Turbulenzgrößen auf den Einströmrändern kann je nach Wahl der Parameter und Größe des Strömungsfelds stark von den Werten am Strömungskörper abweichen.

In Chaput 1997 fehlen Informationen über den Turbulenzgrad. Langtry 2006 wählt  $Tu = 0,2\%$  und  $R_T = 10$ . Am Körper soll der Turbulenzgrad etwas weniger als die Hälfte des Werts auf dem Rand

**Tab. 5.15:** *Aerospatiale-A - Allgemeine Einstellungen*

ANSYS CFX-Pre	Option	ANSYS CFX-Pre	Option
<b>Analyse Type</b>		<b>Solver</b>	
Analyse Type	Steady State	Advection Scheme	High Resolution
<b>Fluid Models</b>		Turbulence Numerics	High Resolution
Turbulence	Shear Stress Transport	Fluid Timescale Control	Auto Timescale
Wall Function	Automatic	Length Scale Option	Conservative
Transitional Turbulence	Gamma Theta Model	Time Scale Factor	1,0
Fluid Material	Air at 25 °C kompressibel		
Heat Transfer	Isothermal		

betragen. Da sich bei den Plattenströmungen und dem Verdichter zeigte, dass die Turbulenzgrößen einen erheblichen Einfluss auf die Transitionsbestimmung haben, wurde eine Reihe von Kombinationen betrachtet. Es wurden jeweils Berechnungen mit Transitionsmodell (Trans.) und voll turbulente Rechnungen (Turb.) durchgeführt. Diese können Tabelle 5.16 entnommen werden. Die Namensgebung erfolgt über A für Aerospatiale-A, gefolgt vom Viskositätsverhältnis  $R_T$  und der Angabe des Turbulenzgrads  $Tu$  auf dem Einlass. Zusätzlich ist in Tabelle 5.16 angegeben, welchen Wert die Turbu-

**Tab. 5.16:** *Aerospatiale-A - Turbulenzgrößen: Viskositätsverhältnis und Turbulenzgrad auf dem Einlass, 1 m und 0,1 m vor der Profelnase.*

Name	Fluid Models		Einlass	$x = -1 \text{ m}$	$x = -0,05 \text{ m}$
A-1-1	Trans.	$R_T$	1,0	0,70	0,17
		$Tu$	1,0	0,025	0,023
	Turb.	$R_T$	1,0	0,70	0,22
		$Tu$	1,0	0,025	0,026
A-10-10	Trans.	$R_T$	10,0	7,0	0,24
		$Tu$	10,0	0,085	0,076
	Turb.	$R_T$	10,0	7,0	0,39
		$Tu$	10,0	0,085	0,089
A-100-10	Trans.	$R_T$	100	68,7	0,646
		$Tu$	10,0	0,25	0,22
	Turb.	$R_T$	100	69,1	1,1
		$Tu$	10,0	0,25	0,26
A-1000-10	Trans.	$R_T$	1000	714	6,0
		$Tu$	10,0	0,75	0,68
	Turb.	$R_T$	1000	719	8,4
		$Tu$	10,0	0,76	0,80

lenzgrößen 1 m und 0,05 m vor dem Profil aufweisen. In Abbildung A.20 ist das Strömungsfeld mit den gewählten Randbedingungen dargestellt.

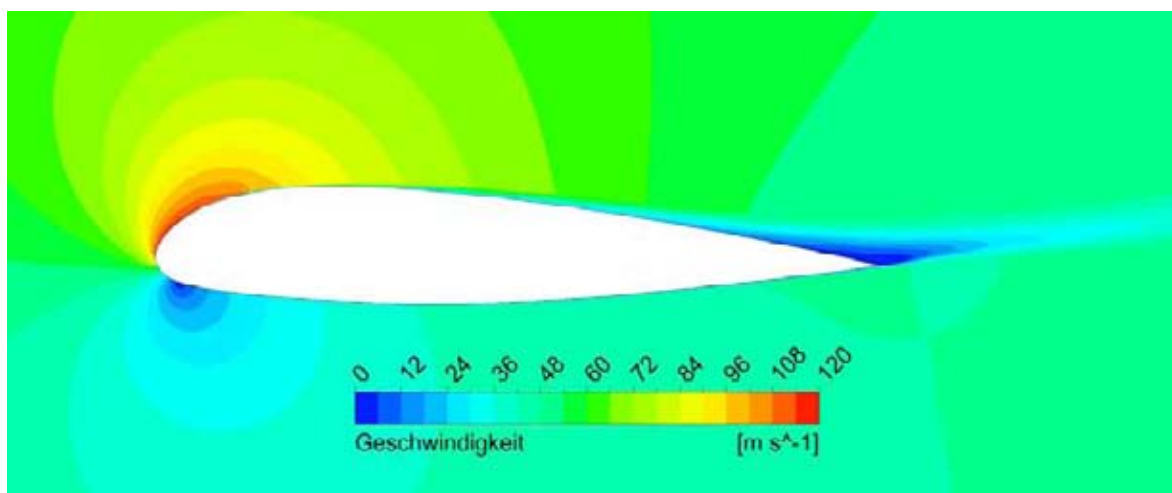
### 5.3.2 Aerospatale-A: Ergebnisse

Für jede der acht Rechnungen wurden die  $c_a$ -,  $c_w$ - und der  $c_{w,f}$ -Wert ermittelt. Diese sind zusammen mit dem maximalen  $y^+$ -Wert in Tabelle 5.17 aufgeführt. Die Beiwerte sind auf die Werte in Tabel-

**Tab. 5.17:** *Aerospatale-A - Beiwerte: Die Beiwerte sind auf die Anströmgeschwindigkeit und die Dichte aus Tabelle 5.14 bezogen.*

Fall	Fluid Models	$c_a$	$c_w$	$c_{w,f}$	$y_{\max}^+$
A-1-1	Trans.	1,52	0,0192	0,00508	0,85
	Turb.	1,44	0,0285	0,00741	1,22
A-10-10	Trans.	1,55	0,0195	0,00506	0,86
	Turb.	1,43	0,0287	0,00742	1,22
A-100-10	Trans.	1,55	0,0195	0,00506	0,86
	Turb.	1,43	0,0289	0,00742	1,22
A-1000-10	Trans.	1,54	0,0198	0,00518	0,86
	Turb.	1,43	0,0294	0,00743	1,23
Onera	-	1,562	0,0208	-	-
Langtry 2006	-	1,5706	0,1856 [sic]	-	-

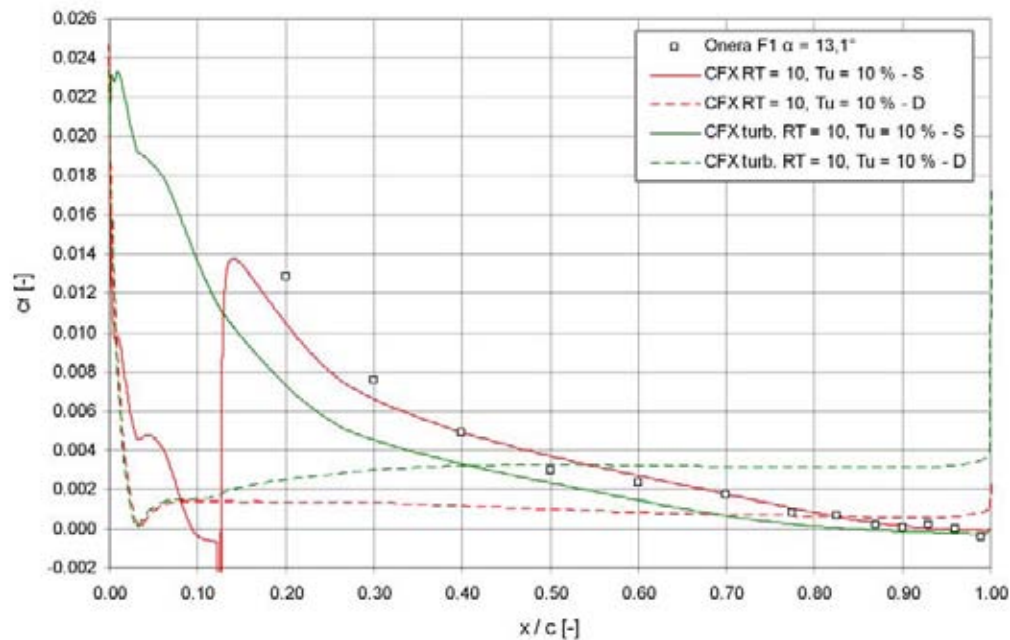
le 5.14 bezogen. Die  $c_{w,f}$ -Werte wurden aus der  $c_f$ -Verteilung durch eine numerische Integration mittels Sehnen-Trapez-Methode berechnet. Die Versuchsergebnisse (Onera) stammen aus Chaput 1997. Zwischen den mit ANSYS CFX mit Transitionsmodell berechneten Werten zeigen sich keine großen Differenzen für die unterschiedlichen Fälle. Der größte  $c_w$ -Wert (A-1000-10) ist lediglich 3,1 % größer als der niedrigste (A-1-1) und der größte  $c_a$ -Wert (A-10-10, A-100-10) ist 2,0 % größer als der niedrigste (A-1-1). Durch das höhere Viskositätsverhältnis wird das Fluid „zäher“, was zu einem Anstieg der Reibungswiderstände führt. Dieser Effekt ist jedoch nicht sonderlich stark ausgeprägt.



**Abb. 5.39:** *Aerospatale-A - Fall A-10-10, Geschwindigkeitsfeld.*

Der Fall A-10-10 stellt im Hinblick auf die Turbulenzgrößen einen realistischen Vergleichsfall zu einem Windkanalversuch dar. Zur Visualisierung ist in Abbildung 5.39 das Geschwindigkeitsfeld für den

Fall A-10-10 dargestellt. Im Bezug auf die Onera-Daten ergibt sich ein um 6,25 % zu kleiner  $c_w$ -Wert. Der  $c_a$ -Wert wird lediglich um 0,77 % zu klein berechnet. Der zu kleine  $c_w$ -Wert kann darüber erklärt werden, dass im Experiment auf der Druckseite bei  $x/c = 0,3$  die Transition erzwungen wurde. In den Rechnungen mit Transitionsmodell ist die Grenzschicht auf der Druckseite vollständig laminar.



**Abb. 5.40:** Aerospatiale-A - Fall A-10-10,  $c_f$ -Verteilung: S - Saugseite, D - Druckseite.

Betrachtet man die  $c_f$ -Verteilung des Falls A-10-10 in Abbildung 5.40 zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Der Ort des turbulenten Wiederanlegens ergibt sich zu  $x/c = 0,125$  und der Ort der turbulenten Ablösung an der Hinterkante zu  $x/c = 0,95$ . Gegenüber dem im Versuch ermittelten Ort des turbulenten Wiederanlegens bei  $x/c = 0,12$  beträgt der Unterschied lediglich 4,2 %. Die Ergebnisse für die anderen Fälle sind in Tabelle 5.18 aufgeführt.

**Tab. 5.18:** Aerospatiale-A - Ablöseblase: Ort des turbulenten Wiederanlegens und der turbulenten Ablösung an der Hinterkante für die Berechnungen mit Transitionsmodell.

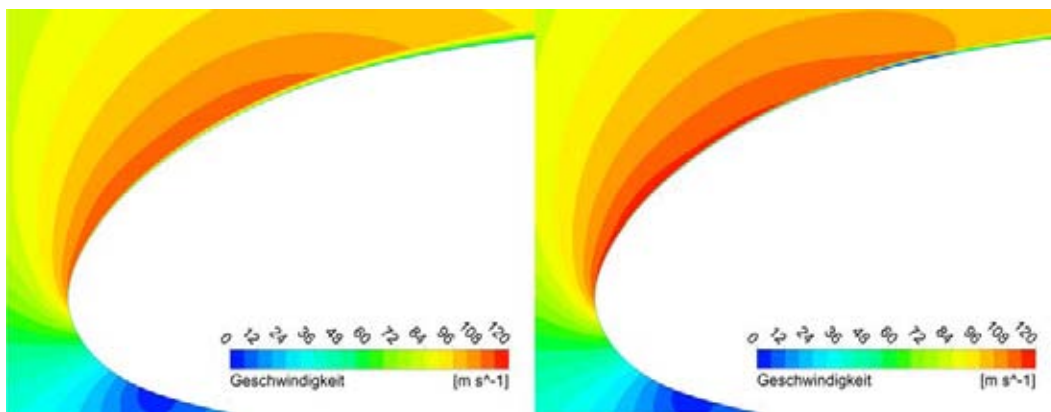
Fall	lam. Ablösung $x/c$ [-]	Wiederanlegen $x/c$ [-]	turb. Ablösung $x/c$ [-]
A-1-1	0,094	0,128	0,94
A-10-10	0,094	0,125	0,95
A-100-10	0,096	0,125	0,95
A-1000-10	0,10	0,121	0,94

Bei sinkendem Turbulenzgrad verschiebt sich der Ort der laminaren Ablösung zur Profilhase und wird insgesamt größer. Das spätere Wiederanlegen bei niedrigerem Turbulenzgrad passt gut zu den Berechnungen an der ebenen Platte, da durch die geringere Turbulenz in der Strömung die Transition an der Ablöseblase später einsetzt und insgesamt länger dauert.

Im Anhang sind die  $c_f$ -Verteilungen (Abbildungen A.21 ... A.24) und die  $c_p$ -Verteilungen (Abbildungen A.25 ... A.28) für alle Fälle aufgeführt. Die  $c_f$ -Verteilungen zeigen, dass die rein turbulente Berechnung zu niedrige  $c_f$ -Werte in dem im Versuch turbulenten Bereich liefert. Dies kann auf die größere turbulente Lauflänge zurückgeführt werden, da die  $c_f$ -Werte für eine turbulente Grenzschicht mit steigender Reynoldszahl (bzw. Lauflänge) abfallen.

Auf der Druckseite ergibt sich bei der Berechnung mit dem SST  $k$ - $\omega$ -Modell direkt nach dem Staupunkt eine laminare Grenzschicht, die jedoch schnell in die turbulente Grenzschichtströmung übergeht. Dieser Effekt entspricht den theoretischen Ausführungen zur Möglichkeit von Niedrig-Reynoldszahl-Modellen Transition zu berücksichtigen.

Da die turbulente Grenzschicht mit Transition auf der Saugseite später beginnt, ist der Impulsverlust der Grenzschichtströmung geringer und die turbulente Grenzschicht liegt länger an (Abbildungen A.21 ... A.24). Hierdurch verschiebt sich der turbulente Ablösepunkt weiter zur Hinterkante des Profils, was sich auf die gesamte Umströmung des Profils auswirkt. Die Zirkulation verstärkt sich und der Staupunkt an der Profilnase wandert auf der Druckseite stromab (Sigloch 2009). Dies führt zu der größeren Saugspitze und den kleineren  $c_p$ -Werten auf der Saugseite gegenüber der turbulenten Berechnung ohne Transitionsmodell. Die Verschiebung des Staupunkts ist hierbei nicht groß (vgl. Abbildungen A.25 ...



**Abb. 5.41:** Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Geschwindigkeitsverteilung: Links im Bild ist die Geschwindigkeitsverteilung bei rein turbulenter Berechnung dargestellt, rechts im Bild mit Transitionsmodell. Die geänderte Profilumströmung führt zu höheren Geschwindigkeiten im Nasenbereich.

A.28), der Geschwindigkeitszuwachs bei der laminaren Umströmung der Profilnase ist in Abbildung 5.41 jedoch gut zu erkennen. Die Ablösung (Abbildung 5.41, rechts) kann als kleine Ablöseblase bewertet werden, da sich die typische lokale Änderung der  $c_p$ -Werte zeigt. Der Druck im Bereich der laminaren Ablösung steigt bis zum Wiederaanlegen gegenüber einer anliegenden Grenzschicht weniger stark an.

In Abbildung A.29 ist die Entwicklung der Geschwindigkeit, der effektiven Intermittenz und der spez. turbulenten kinetischen Energie für den Fall A-10-10 an der Ablöseblase dargestellt: Auf Grund der Ablösung steigt die effektive Intermittenz über einen Wert von  $\gamma = 1$ , um einen schnelleren Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie zu erzeugen. Der Anstieg der spez. turbulenten kinetischen Energie führt zu einem Anstieg der Turbulenz in der Strömung, was das Anlegen der Grenzschicht an den Körper ermöglicht. An der Druckseite des Profils ist die Strömung vollständig laminar. Abbildung A.30 zeigt, wie die Intermittenz auf der Druckseite direkt nach Erreichen der Hinterkante ansteigt.

### 5.3.3 Aerospatiale-A: Gittereinfluss und Konvergenz

Für das Aerospatiale-A Profil wurde keine systematische Studie zum Gittereinfluss im Hinblick auf die aerodynamischen Beiwerte oder andere Strömungsgrößen durchgeführt. Bei der Gestaltung des Gitters wurden die Empfehlungen aus Langtry 2006 angewandt.

Es wurde eine Studie auf dem verwendeten Gitter zum Konvergenzverhalten durchgeführt. In Tabelle 5.19 sind für eine Reihe untersuchter Fälle die Anzahl der durchgeführten Iterationen und die

erreichten maximalen Residuen nach Abbruch der Rechnung aufgeführt.<sup>8</sup> Zusätzlich ermöglicht die

**Tab. 5.19:** *Aerospatiale-A - Konvergenzuntersuchung: Aufgeführt sind die maximalen Residuen bei Abbruch der Rechnung (It. - Iterationen). Max. Res. Gl.: P - Masse, U - Impuls in x-Richtung, V - Impuls in y-Richtung, k - spez. turb. kinetische Energie,  $\omega$  - spez. Dissipationsrate, I - Intermittenz,  $\theta$  -  $\tilde{Re}_\theta$ . Die Angabe von < bedeutet ein Erreichen von max. Res. < 1e-6.*

Fall	It.	P	U	V	k	$\omega$	I	$\theta$	$c_w$
A-1-0,1	1000	1,3e-3	2,5e-2	1,6e-2	1,6e-1	5,1e-4	3,3e-1	6,7e-2	0,0198 $\pm$ 8e-4
A-1-1	3300	6,1e-4	2,0e-2	1,1e-2	1,3e-1	3,0e-4	3,4e-1	7,1e-2	0,0194 $\pm$ 6e-4
A-1-10	1500	1,2e-3	2,7e-2	1,6e-2	1,6e-1	5,0e-4	3,4e-1	6,7e-2	0,0197 $\pm$ 9e-4
A-10-0,1	1000	7,2e-4	2,1e-2	1,1e-2	1,6e-1	4,4e-4	3,5e-1	5,8e-2	0,0195 $\pm$ 9e-4
A-10-1	832	<	<	<	<	<	1,5e-3	1,0e-2	0,01955 $\pm$ 0
A-10-10	783	<	2,7e-6	<	6,2e-5	<	6,7e-2	1,4e-6	0,01954 $\pm$ 0
A-100-1	1500	<	2,0e-6	<	5,8e-5	<	4,1e-2	2,3e-6	0,01952 $\pm$ 0
A-100-10	1500	<	3,0e-6	<	7,8e-5	<	4,8e-2	7,6e-6	0,01952 $\pm$ 0
A-1000-0,1	1000	5,1e-5	5,6e-3	9,6e-4	3,2e-2	5,3e-5	1,7e-1	9,3e-3	0,01952 $\pm$ 0
A-1000-1	1000	<	<	<	1,5e-6	<	4,3e-2	1,0e-2	0,01974 $\pm$ 0
A-1000-10	632	<	<	<	1,1e-6	<	2,6e-2	1,4e-6	0,01982 $\pm$ 0

Angabe des  $c_w$ -Werts eine Bewertung des Einflusses des erreichten Residuums auf die Lösung. Bei der Angabe der maximalen Residuen wird der maximale Wert innerhalb der letzten Iterationen ( $\approx 50$ ) angegeben, da sich in den meisten Fällen ein starkes Schwingen der Werte zeigt. Die Rechnungen wurden abgebrochen, wenn kein weiteres Abfallen der Residuen erwartet werden konnte. Im Fall A-1-1 war es möglich eine leichte Verbesserung der Konvergenz durch eine Änderung der Zeitskala und Unterrelaxation zu erzielen. Bei anderen Fällen zeigte sich keine signifikante Verbesserung durch diese Maßnahmen, aus der eine allgemeingültige Empfehlung abgeleitet werden kann.

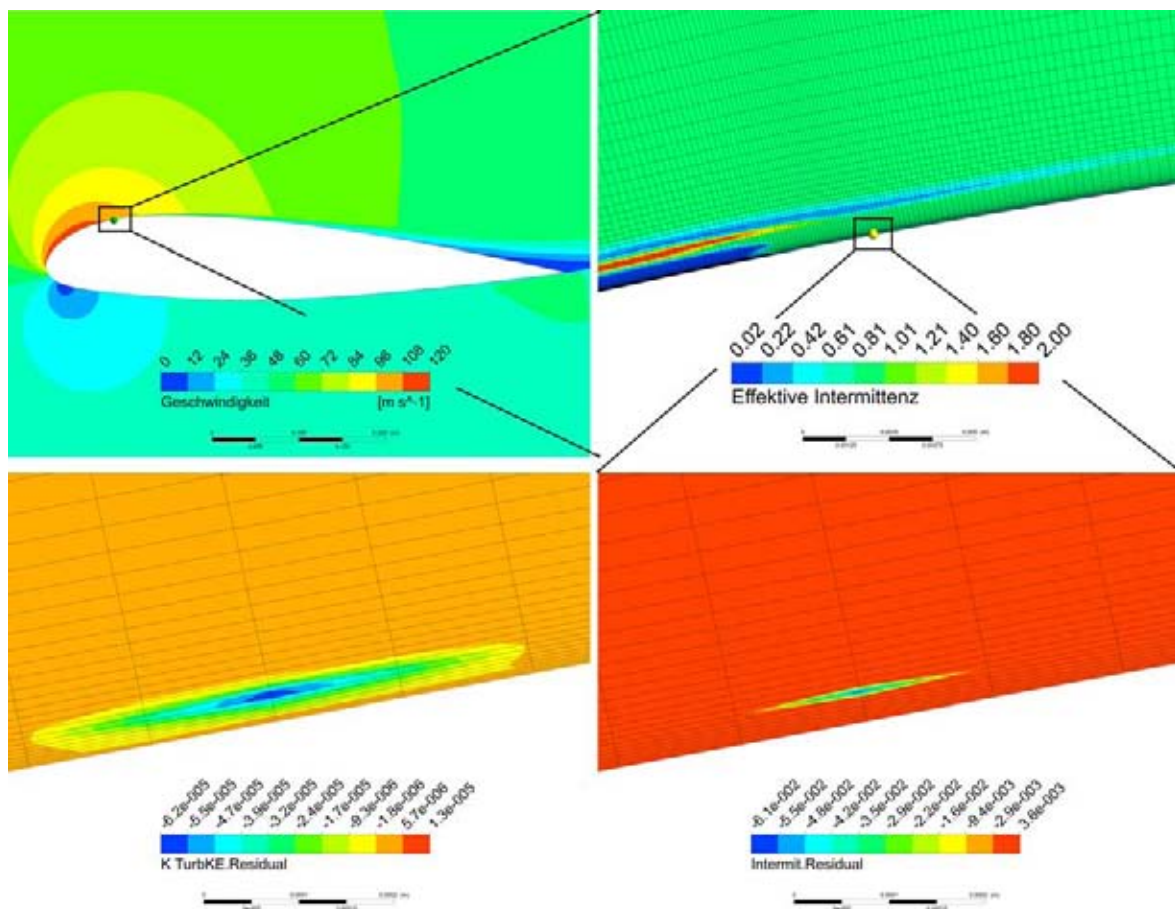
Der Verlauf des Widerstandsbeiwerts über die Iterationen wurde während der Berechnungen überwacht und es zeigte sich in allen Fällen eine teilweise gedämpfte Schwingung des Beiwerts. Für die Fälle mit geringem Turbulenzgrad und Viskositätsverhältnis ist der Verlauf nur bis zu einem gewissen Grad gedämpft. Nach einer ausreichend langen Rechenzeit schwankt der Wert zwischen einem festen oberen und unteren Wert. Wird der Fall A-1-1 betrachtet, ergibt sich im Bezug auf den maximalen Wert 0,02 eine Abweichung von 6 % zur unteren Grenze. Der Wertebereich stimmt gut mit den Ergebnissen aus dem Versuch und den durchgeführten Berechnungen überein. Das Ergebnis ist qualitativ richtig, eine quantitative Aussage ist jedoch nur eingeschränkt möglich. An diesem Punkt ist es von der Fragestellung abhängig, ob ein Wertebereich ein befriedigendes Ergebnis darstellt oder ob ein möglichst konkreter Zahlenwert gesucht wird.

Insgesamt zeigt sich ein besseres Konvergenzverhalten bei höherer Wirbelviskosität. Das Fluid wird „zäher“ und instationäre Phänomene werden abgeschwächt. Die Schwankungen des  $c_w$ -Werts (und der Geschwindigkeit in einem Kontrollpunkt im Nasenbereich) deuten an, dass es sich um kein stationäres Strömungsproblem handelt. Die laminare Ablösung im Nasenbereich verändert das gesamte Strömungsfeld, was sich wiederum auf die Ablöseblase selbst auswirkt. Es kommt zu einer Bewegung des Transitionspunkts. In einer transienten Rechnung können diese Schwankungen anhand der Wand Schubspannungen nachgewiesen werden. Neben einer Erhöhung des Viskositätsverhältnisses führt auch eine Erhöhung der Zellanzahl im Transitionsbereich zu einer Verminderung der Schwankungen. Das verwendete Netz entstand beim Versuch eben diese Schwankungen im Beiwert zu vermindern. Der Transitionsbereich ist weitaus feiner aufgelöst als in den vorangegangenen Validierungsfällen. Bei einer weiteren Verfeinerung zeigen sich keine erheblichen Verbesserungen. Wie im Fall des Zierke & Deutsch Verdichters zeigt sich beim Vergleich der RMS- und max. Residuen, dass ein Faktor

<sup>8</sup>Die Benennung folgt: A = Aerospatiale, 1. Zahl =  $Re_T$ , 2. Zahl =  $Tu$  [%].



größer 10 zwischen den Werten liegt, und es sich um lokale Konvergenzprobleme handelt.



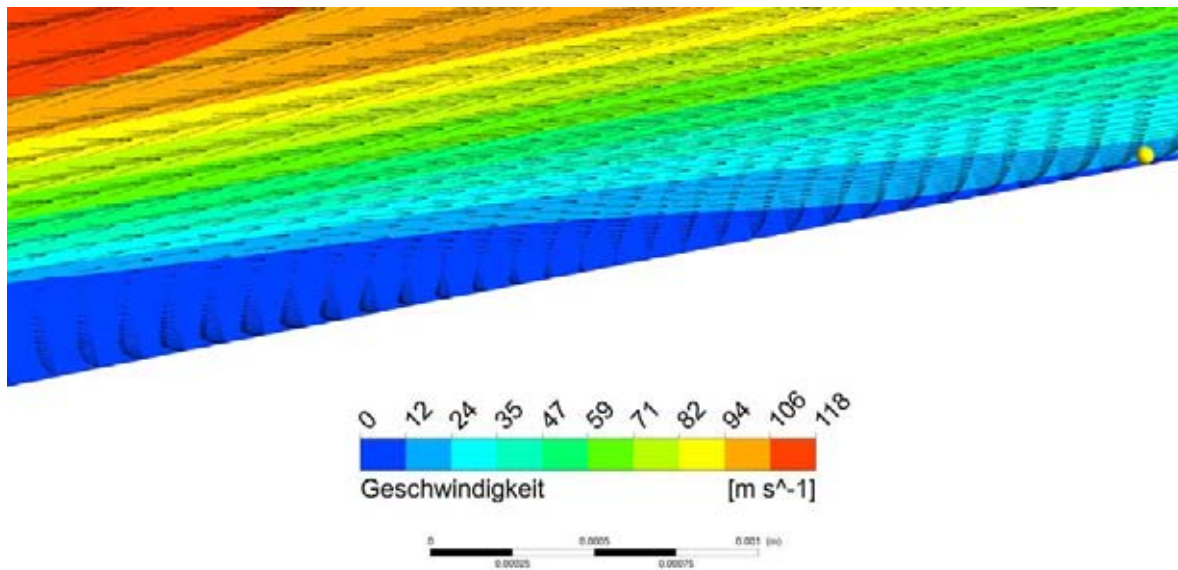
**Abb. 5.42:** *Aerospatiale-A - Fall A-10-10, maximale Residuen: Die maximalen Residuen (hier: spez. turb. kinetische Energie (links unten) und Intermittenz (rechts unten)) beschränken sich auf einzelne Zellen in der Grenzschicht. Der Maßstab in den Bildern unten misst 0,2 mm, der Maßstab im Bild oben rechts 5 mm.*

In Abbildung 5.42 ist der Ort der maximalen Residuen der Intermittenz- und  $k$ -Gleichung dargestellt. Vergleicht man die Maßstäbe wird ersichtlich, wie fein das Gitter ist und wie stark die maximalen Residuen örtlich begrenzt sind: Das Bild oben links zeigt das gesamte Profil mit dem Geschwindigkeitsfeld. Der Maßstab zeigt eine Länge von 0,2 m. Das Bild oben rechts zeigt die effektive Intermittenz im Bereich knapp hinter der Ablösung. Der Maßstab zeigt eine Länge von 0,5 cm. In den unteren Darstellungen sind die maximalen Residuen aufgezeigt. Der Maßstab beträgt nunmehr 0,2 mm.<sup>9</sup> Eine weitere Verfeinerung des Netzes führt zu keiner weiteren Verbesserung der Konvergenz.

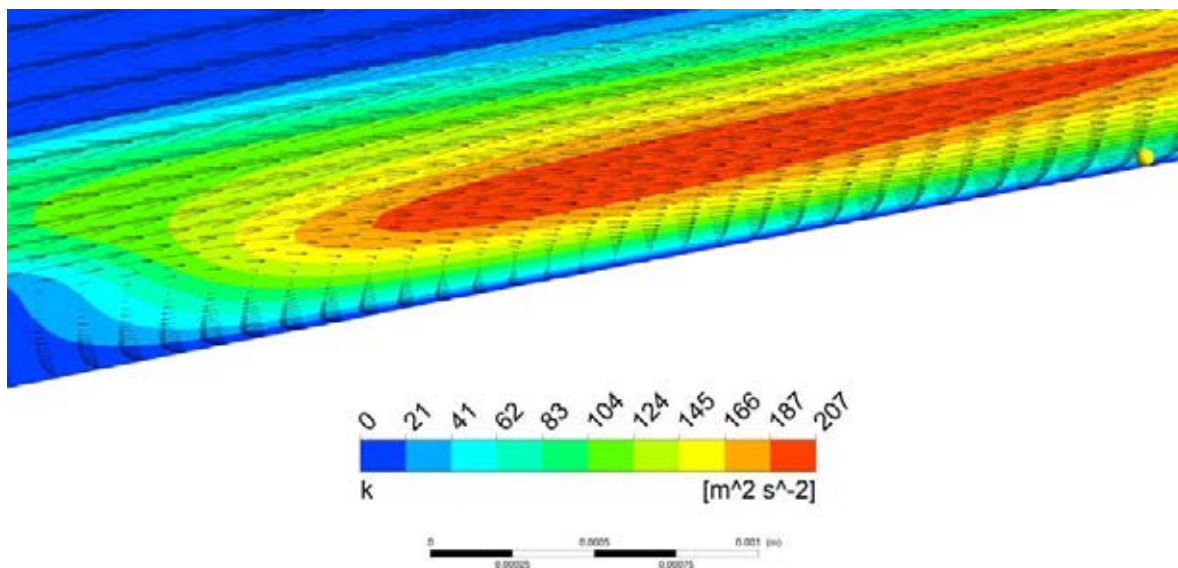
Abbildung 5.43 zeigt den Bereich hinter der Ablösung und den Ort der maximalen Residuen (Punkt). Dieser liegt hinter der Ablösung im Bereich, in dem sich die turbulente Grenzschichtströmung einstellt. Dieser Bereich liegt hinter dem Ort maximaler Intermittenz und knapp hinter dem Bereich der maximalen spez. turb. kinetischen Energie nach Einsetzen der Transition (vgl. Abbildung 5.44).

Allgemein hat es sich als zweckmäßig erwiesen vor der Berechnung mit Transitionsmodell eine rein turbulente Rechnung durchzuführen. Treten bei dieser keine Konvergenzprobleme auf (z. B. im Bereich der Hinterkante), bietet das verwendete Gitter einen guten Ansatz für eine Berechnung mit Transitionsmodell. Um quantitative Aussagen treffen zu können, ist für den Fall einer laminaren Ablösung ein sehr feines Gitter notwendig. Konvergenzprobleme bei den Gleichungen des Transitionsmodells sind für die Qualität der Ergebnisse nicht zwingend ausschlaggebend.

<sup>9</sup>Die eingezeichneten Boxen entsprechen nur grob dem dargestellten Bereich und dienen zur Orientierung. Der Punkt zeigt den Ort der maximalen Residuen an.



**Abb. 5.43:** Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Geschwindigkeitsvektoren: Der Ort der maximalen Residuen der Transitionsmodell-Gleichungen (Punkt) liegt hinter der Ablösung.



**Abb. 5.44:** Aerospatiale-A - Fall A-10-10, spez. turb. kinetische Energie: Der Ort der maximalen Residuen der Transitionsmodell-Gleichungen (Punkt) liegt nicht im Bereich maximaler spez. turb. kinetischer Energie.

**Tab. 5.20:** Aerospatiale-A - Rechenzeiten auf „Erix“ für 100 Iterationen.

Rechengang	Zeit / 100 Iterationen [sec]
turbulent	1406
Transition	1808

Für den Fall A-10-10 wurde auf „Erix“ eine Testrechnung über 100 Iterationen mit und ohne Transitionsmodell durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.20 aufgeführt. Bei der Berechnung mit Transitionsmodell stieg die Rechenzeit für 100 Iterationen um 28,6 %.



### 5.3.4 Aerospatale-A: Zusammenfassende Bewertung

Das Transitionsmodell liefert eine sehr gute Übereinstimmung, was den Abschluss des Transitionsvorgangs betrifft. Im Bereich der Profilnase löst die laminare Strömung ab, die Transition findet in den Scherschichten zwischen freier Strömung und Ablöseblase statt und die Strömung legt sich im turbulenten Zustand wieder an den Körper an. Im Experiment und der CFD-Berechnung geschieht dies bei etwa 12 % der Sehnenlänge. Die berechneten  $c_w$ - und  $c_a$ -Werte stimmen ebenfalls gut mit den experimentellen Werten überein. Der Widerstandsbeiwert im Experiment ist etwas höher, da bei der Berechnung mit ANSYS CFX auf der Druckseite über die gesamte Profillänge eine laminare Grenzschicht vorliegt. Lediglich die  $c_p$ -Verteilung im Bereich der Saugspitze fällt in der Berechnung zu niedrig aus. Insgesamt können die Ergebnisse in Langtry 2006 gut reproduziert werden.

Der Vergleich mit der rein turbulenten Rechnung zeigt, dass der Auftrieb ohne Transitionsmodell zu niedrig berechnet wird und der Widerstand erheblich steigt, wenn die laminare Grenzschicht nicht berücksichtigt wird. Ab einem Anstellwinkel von  $13,1^\circ$  muss zusätzlich in Betracht gezogen werden, dass die kleine laminare Ablösung bei geändertem Strömungszustand schnell anwachsen kann und sich ggf. nicht mehr anlegt. Dieses würde zu einem schlagartigen Einbruch des Auftriebs und Anstieg des Widerstands führen. Bei einer turbulenten Betrachtung können solch komplexe Phänomene nicht berücksichtigt werden.

Es wurde keine Gitteruntersuchung im Hinblick auf die aerodynamischen Beiwerte durchgeführt, sondern nur der Zusammenhang von Gitter, Randbedingungen und Konvergenz untersucht. Es zeigt sich, dass Konvergenzprobleme bei niedriger Wirbelviskosität zunehmen. Die maximalen Residuen treten hierbei lokal im Bereich der sich entwickelnden turbulenten Grenzschichtströmung auf. Bei der Berechnung ergeben sich für die aerodynamischen Beiwerte periodische Schwankungen um einen Mittelwert, die auf einen instationären Strömungszustand schließen lassen. In einer transienten Rechnung zeigen sich diese Schwankungen in einem leichten Wandern des Transitionsbereichs um einen bestimmten Punkt. Bei höherer Wirbelviskosität und Knotenanzahl verschwindet dieses Phänomen teilweise. Der Effekt auf die aerodynamischen Beiwerte ist teilweise so gering, dass hohe Residuen in den Transitionsmodell-Gleichungen selbst direkt an der Profilkontur keinen Rückschluss auf quantitativ unzureichende Ergebnisse zulassen.

## 6 Konzeptionelle Betrachtung einer Profilmströmung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit einer weiteren Profilmströmung. Anhand eines NACA 1412 soll eine anwenderorientierte Vorgehensweise zur Verwendung des ANSYS CFD  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodells beschrieben werden. Hierfür werden die aus der theoretischen Betrachtung des Modells und der Validierung gewonnenen Erkenntnisse auf die einzelnen Schritte des Arbeitsprozesses übertragen. Ein CFD-Arbeitsablauf lässt sich in die Bereiche Pre-Processing, Solver und Post-Processing gliedern. Der Arbeitsbereich des Pre-Processing meint an dieser Stelle alles, was der eigentlichen Berechnung des Ergebnisses vorangeht. Dies ist die Entwicklung der konkreten Fragestellung, die beinhaltet, welche Aspekte eines physikalischen Geschehens relevant sind und untersucht werden sollen, die Geometrie- und Gittererzeugung und die Auswahl eines Strömungsmodells, des numerischen Verfahrens und passender Rand- und Anfangsbedingungen.

Auf den Lösungsprozess im Solver hat der Nutzer nach Wahl der Einstellungen im Pre-Processing nur bedingt Einfluss. Aus dem Konvergenzverhalten können jedoch Erkenntnisse und Entscheidungen abgeleitet werden, die zu kürzeren Rechenzeiten durch Änderungen im Pre-Processing führen können. Das Post-Processing stellt die Visualisierung der numerischen Daten und die Auswahl relevanter Strömungsgrößen dar. Durch die zusätzlichen Transportgrößen des Transitionsmodells ergeben sich neue Darstellungsmöglichkeiten, die für die Bewertung der Ergebnisse relevant sind.

Abschließend soll das Lösungskonzept in einem Fazit bewertet werden. Insgesamt soll das Augenmerk der Betrachtung nicht auf quantitativen Angaben liegen, sondern qualitative Aussagen darüber treffen, welcher Nutzen und welche Schwierigkeiten bei der Nutzung des  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodells auftreten.

### 6.1 Pre-Processing

Das Pre-Processing ist in seiner Bedeutung nicht zu unterschätzen, da hier der Weg vom realen Strömungsgeschehen hin zu einer vereinfachten, berechenbaren Sicht des Geschehens beschritten wird. Fehler bei der Modellbildung setzen sich bis in das Ergebnis fort und sind bei der späteren Bewertung der Ergebnisse teilweise schwer zu erkennen.

Die Betrachtung erfolgt für ein NACA 1412-Profil, das bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten ( $U_\infty = 7,5 \text{ m/s}$ ,  $15 \text{ m/s}$  und  $150 \text{ m/s}$ ) bei einem Anstellwinkel von  $\alpha = 0^\circ$  angeströmt wird. Die Bewertung der Ergebnisse soll über die aerodynamischen Beiwerte  $c_a$  und  $c_w$  erfolgen. Für jede Anströmgeschwindigkeit werden eine rein turbulente Berechnung und eine Berechnung mit Transitionsmodell durchgeführt. Für alle Fälle gilt  $\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$  und  $\mu = 1,831 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m/s}$ . Das Profil besitzt eine Sehnenlänge von einem Meter.

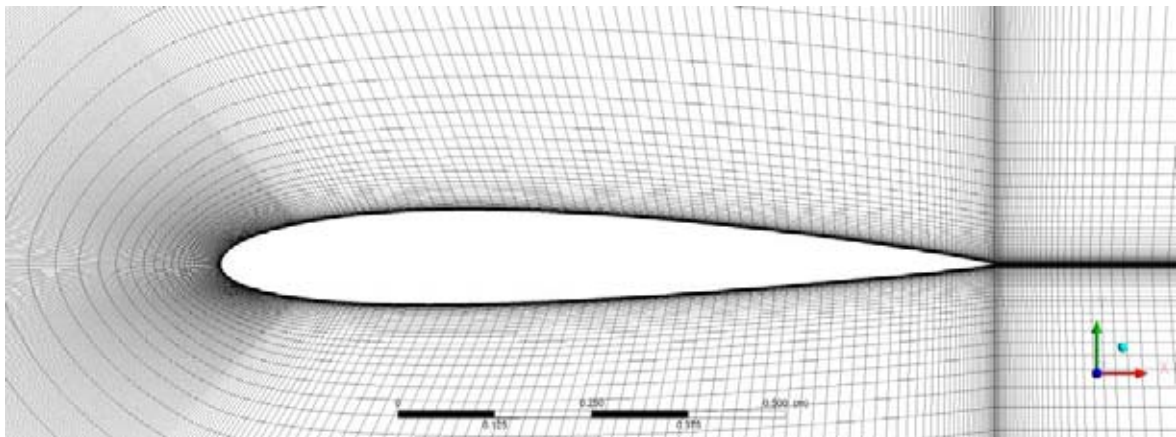
Über Gleichung (4.10) kann nach Mayle 1991 der Anteil der laminaren Lauflänge an der Sehnenlänge  $c$  abgeschätzt werden. Da es sich um eine Tragflügelumströmung handelt, wird ein niedriger Turbulenzgrad von  $Tu = 1 \%$  angenommen. In Tabelle 6.1 ist aufgeführt, wie weit sich die laminare Grenzschicht nach der Korrelation aus Gleichung (4.10) über den Körper erstreckt. Für  $7,5 \text{ m/s}$  (Fall 1) ist die Grenzschicht voraussichtlich für 72 % der Sehnenlänge laminar. Der Widerstand sollte sich

**Tab. 6.1:** NACA 1412 - Anteil der laminaren Grenzschicht: Für die einzelnen Geschwindigkeiten kann über die Reynoldszahl der laminare Anteil der Grenzschicht nach Gleichung (4.10) abgeschätzt werden ( $x/c$ ).

Fall	$U_\infty$ [m/s]	$Re_c$ [–]	$x/c$ [–]
Fall 1	7,5	$\approx 5 \cdot 10^5$	0,72
Fall 2	15	$\approx 1 \cdot 10^6$	0,36
Fall 3	150	$\approx 1 \cdot 10^7$	0,036

bei einer turbulenten Berechnung demnach deutlich zu hoch ergeben. Für den zweiten Fall (15 m/s) scheint die Verwendung des Transitionsmodells ebenfalls gerechtfertigt. Bei einer Anströmung von 150 m/s (Fall 3) sollte der Unterschied zwischen einer voll turbulenten Berechnung und einer Berechnung mit Transitionsmodell sehr klein werden. Der genaueren Abbildung des Strömungszustands mit Transitionsmodell stehen die höheren Rechenzeiten (23 % ... 29 %), die größere Anzahl benötigter Iterationen (mindestens doppelt bis drei mal so viele wie bei einer voll turbulenten Berechnung) und die höheren Ansprüche an das Gitter gegenüber.

Die Geometrie des NACA 1412 und die technischen und aerodynamischen Hintergründe der NACA-Profilfamilie können Abbott et al. 1945 entnommen werden. Das Profil wurde mit einer spitzen Hinterkante in ANSYS ICEM CFD erstellt. Das Fernfeld entspricht dem Fernfeld beim Aerospatale-A Profil, wobei sich der Radius des Halbkreises und die Ausdehnung in positiver  $x$ -Richtung auf 50 m erhöht. Das Gitter in Profilnähe ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Um das Profil wurde ein C-Gitter



**Abb. 6.1:** NACA 1412 - Gitter in Profilnähe.

erzeugt, das in Umfangsrichtung aus 436 und senkrecht zur Oberfläche aus 100 Knoten besteht. Insgesamt bilden 126 800 Knoten das extrudierte Rechengitter. Da alle Berechnungen auf dem selben Gitter ablaufen sollen, ist es notwendig die erste Zellhöhe am dritten Fall ( $U_\infty = 150$  m/s) auszurichten, um für alle Rechnungen  $y^+$ -Werte kleiner eins zu erreichen. Zwangsläufig führt dies zu sehr kleinen  $y^+$ -Werten im ersten Fall ( $U_\infty = 7,5$  m/s). Der Knotenabstand in Längsrichtung nimmt zur Profilnase und der Hinterkante jeweils ab. Neben diesem Gitter wurde ein gröberes und ein feineres Gitter erstellt, bei denen die Knotenanzahl in Umfangsrichtung des Profils halbiert und verdoppelt wurde.

Auf dem Einlass des Strömungsfelds wird die Geschwindigkeit und der Turbulenzgrad vorgegeben. Es wird die Einstellung *Low* gewählt ( $R_T = 1$ ,  $Tu = 1$  %). Als Medium wird Luft bei  $\vartheta = 25$  °C als kalorisch perfektes, ideales Gas verwendet. Somit ist die Dichte im Strömungsfeld nicht konstant. Für die Fälle 1 und 2 wäre ein Gas mit konstanter Dichte akzeptabel, bei einer Strömungsgeschwindigkeit von 150 m/s wird jedoch eine Machzahl von  $Ma = 0,3$  überschritten. Für gewöhnlich setzt man bei dieser Machzahl die Grenze, ab der die Kompressibilität eines Gases berücksichtigt werden muss. Um ein vergleichbares Modellverhalten zu erzielen werden alle Berechnungen kompressibel ausgeführt.

Für die numerische Diskretisierung wird *High Reslution* gewählt und bei der *Fluid Timescale Control* eine *Automatic Timescale* ohne Änderung des *Timescale Factors* verwendet. Alle Rechnungen werden mit *double precision* durchgeführt. Zur Überwachung des Lösungsprozesses wird der  $c_a$ - und  $c_w$ -Wert im Solver ausgegeben. Zusätzlich wird in ANSYS CFX-Pre die Ausgabe der Residuen in die Lösungsdatei aktiviert, um das Konvergenzverhalten im Post-Processing zu bewerten. Für jede Rechnung mit Transitionsmodell werden mindestens 1000 Iterationen und maximal 2500 Iterationen festgelegt.

## 6.2 Solver

Die Berechnungen werden über eine *batch*-Datei<sup>1</sup> initialisiert und durchgeführt. Bevor die Daten im Post-Processing ausgewertet werden, wird das Konvergenzverhalten betrachtet.

Bei der Berechnung mit Transitionsmodell bleiben die maximalen Residuen auf dem groben, normalen<sup>2</sup> und feinen Gitter für die Fälle 1 und 2 mit Ausnahme der Massenerhaltungs- und Intermittenz-Gleichung oberhalb  $10^{-4}$ . Bei den einzelnen Residuen zeigt sich keine Tendenz, die auf ein besseres Konvergenzverhalten auf einem feineren Gitter hindeutet. Für den Fall 3 zeigt sich ein stärkerer Abfall der maximalen Residuen: Nur die Residuen der Transitionsmodell-Gleichungen fallen nicht unter  $10^{-4}$ . Für die anderen Gleichungen ergeben sich maximale Residuen unterhalb  $10^{-5}$ . Eine Ausnahme bildet die Berechnung mit Transitionsmodell auf dem feinen Gitter: Es zeigt sich ein ähnlich Konvergenzverlauf wie für die Fälle 1 und 2.

Bei allen Berechnungen mit Transitionsmodell zeigen sich starke Schwankungen der Residuen zwischen einzelnen Iterationsschritten. Je nach Gleichung liegt ein Faktor von 100 ... 1000 zwischen den einzelnen Schritten. Die hier gemachten Angaben beziehen sich daher immer auf das maximale Residuum der letzten Iterationsschritte ( $\approx 50$ ) vor Abbruch der Rechnung. Zwischen den RMS-Residuen und den maximalen Residuen liegt in allen Fällen ein Faktor größer 10. Es handelt sich voraussichtlich um lokale Effekte.

Bei der turbulenten Berechnung fallen mit Ausnahme des Falls 3 alle Residuen innerhalb von 250 Iterationen unter einen Wert von  $10^{-6}$ . Im Fall 3 fallen alle Residuen unter  $10^{-4}$ . Das Gitter ist für alle betrachteten Fälle bei der Verwendung des SST  $k$ - $\omega$ -Modells ohne Transitionsmodell geeignet.

Da die  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte ausgegeben werden, kann ohne weiterführendes Post-Processing eine Aussage zum Gittereinfluss getroffen werden.<sup>3</sup> Tabelle 6.2 enthält für die voll turbulenten Berechnungen (Turb.) und die Rechnungen mit Transition (Trans.) die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte. Bei den  $c_w$ -Werten der turbulenten Berechnung zeigt sich, dass für die Fälle 1 und 2 jeweils keine Unterschiede zwischen den verwendeten Gittern auftreten. Bei den  $c_a$ -Werten zeigt sich eine Tendenz zu höheren Werten auf feineren Gittern, der Unterschied ist jedoch gering. Die Beiwerte für die Fälle 1 und 2 zeigen in ihrem Verlauf über die letzten Iterationen keine Schwankungen.

Für den Fall 3 zeigt sich beim  $c_w$ -Wert keine relevante Änderung zwischen den Lösungen auf den unterschiedlichen Gittern. Im Fall der  $c_a$ -Werte sind die Unterschiede gering, schwanken jedoch um einen Mittelwert. Die geringen Schwankungen können auf die schlechtere Konvergenz im Fall 3 zurückgeführt werden. Insgesamt zeigt sich, dass die turbulenten Lösungen im Hinblick auf das Konvergenzverhalten und das verwendete Gitter aus „Solver-Sicht“ akzeptabel sind. Dies sagt noch nichts über die Richtigkeit der Ergebnisse im Hinblick auf das strömungsmechanische Problem aus.

<sup>1</sup>batch (engl.) - Stapel. Die Automatisierung kann über eine z. B. in Perl verfasste Datei erfolgen und über die Kommandozeile des ANSYS CFX-Launchers gestartet werden. Die einzelnen Befehle, die eine „batch“-Datei enthalten kann, sind in ANSYS Inc. 2010 aufgeführt.

<sup>2</sup>normal meint hier das Grundgitter, von dem aus das Gitter variiert wurde.

<sup>3</sup>Für eine Gitterstudie wäre eine größere Anzahl an Berechnungen notwendig, um einen klaren Trend zu erkennen.

**Tab. 6.2:** NACA 1412 -  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte.

Fall	Fluid Model	Gitter	$c_a$ [–]	max zu min [%]	$c_w$ [–]	max zu min [%]
Fall 1	Turb.	grob	0,0941		0,0126	
		normal	0,0950		0,0126	
		fein	0,0951		0,0126	
	Trans.	grob	0,0770 ... 0,2465	+ 220	0,0072 ... 0,0115	+ 60
		normal	0,0745 ... 0,2488	+ 234	0,0065 ... 0,0106	+ 63
		fein	0,0646 ... 0,2655	+ 311	0,0063 ... 0,0105	+ 66
Fall 2	Turb.	grob	0,0976		0,0113	
		normal	0,0984		0,0113	
		fein	0,0986		0,0113	
	Trans.	grob	0,0869 ... 0,1181	+ 36	0,0050 ... 0,0052	+ 4
		normal	0,0993 ... 0,1161	+ 17	0,0049 ... 0,0051	+ 4
		fein	0,0946 ... 0,1221	+ 29	0,0050 ... 0,0052	+ 4
Fall 3	Turb.	grob	0,1224 ... 0,1242	+ 1,5	0,00821	
		normal	0,1230 ... 0,1249	+ 1,5	0,00817	
		fein	0,1236 ... 0,1249	+ 1,1	0,00818	
	Trans.	grob	0,1281 ... 0,1302	+ 1,6	0,00601 ... 0,00604	+ 0,5
		normal	0,1358 ... 0,1377	+ 1,4	0,00537 ... 0,00541	+ 0,7
		fein	0,1350 ... 0,1371	+ 1,6	0,00515 ... 0,00519	+ 0,8

Bei den Ergebnissen mit Transitionsmodell zeigt sich im Fall 1, dass  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte stark schwanken. Die  $c_w$ -Werte bewegen sich auf den unterschiedlichen Gittern noch in ähnlichen Bereichen, bei den  $c_a$ -Werten verstärkt sich die Differenz zwischen oberer und unterer Grenze bei feiner werdenden Gittern. Für den Fall 2 ergeben sich kleine Schwankungen bei den  $c_w$ -Werten. Die Unterschiede bei der Verwendung eines verfeinerten Gitters sind nicht groß. In den  $c_a$ -Werten ist eine Schwankung festzustellen, die geringer als im Fall 1 ist. Beim Vergleich der einzelnen Gitter bewegen sich die  $c_a$ -Werte im Fall 2 in ähnlichen Bereichen.

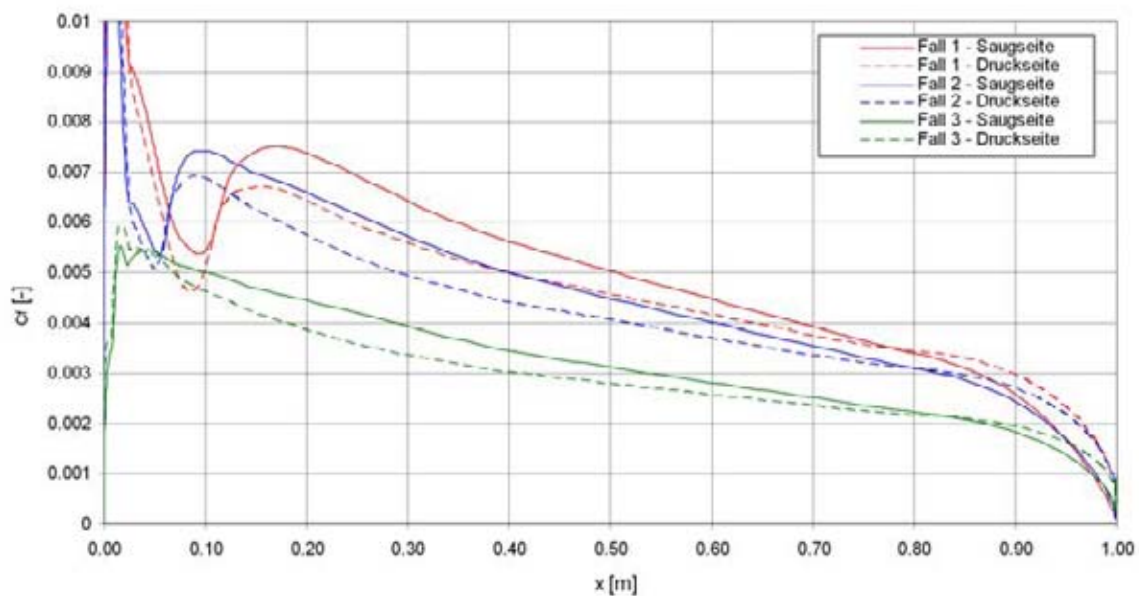
Für Fall 1 ist eine sinnvolle Bearbeitung im Post-Processing höchst fraglich: Es handelt sich bei der Berechnung mit Transitionsmodell anscheinend um einen hochgradig instationären Strömungszustand oder das Gitter löst relevante Strömungsbereiche nicht fein genug auf. Der Fall 2 zeigt Schwankungen, die sich ggf. durch Änderung der numerischen Parameter (kleinerer *Timescale Factor*) im Pre-Processing entfernen lassen. Für diesen Fall können die Ergebnisse mindestens für eine qualitative Auswertung im Post-Processing genutzt werden.

Für den dritten Fall zeigen sich nur geringe Schwankungen in den Beiwerten. Die Ergebnisse auf dem feinsten Gitter sollten neben qualitativen Aussagen auch quantitativ gute Ergebnisse liefern. Im Fall 3 steigt die reine Rechenzeit für 100 Iterationen um 27 % bei der Verwendung des Transitionsmodells.<sup>4</sup>

<sup>4</sup>Voll turbulent: 679 Sekunden. Mit Transitionsmodell: 862 Sekunden. Berechnung für den Fall 3 auf dem Grundgitter.

### 6.3 Post-Processing

Zuerst sollen die Ergebnisse der voll turbulenten Berechnung betrachtet werden, um einen Vergleich zum Strömungszustand mit Transitionsmodell zu liefern. In Abbildung B.2 ... B.4 sind die Geschwindigkeitsfelder für die betrachteten Fälle im jeweils obersten Bild dargestellt. Mit Blick auf die Hinterkante zeigt sich, dass bei zunehmender Reynoldszahl die Grenzschichtdicke und die Breite des Nachlaufs abnimmt. Diese Feststellung deckt sich mit den realen Grenzschichteigenschaften (Herwig 2008). Die höchsten Geschwindigkeiten treten im Bereich des Dickenmaximums auf. Für ein widerstandsarmes Laminarprofil müsste der Bereich maximaler Geschwindigkeit (Druckminimum) weiter nach hinten verschoben werden, da die Strömung im anschließenden Gebiet ansteigenden Drucks umschlagen wird.

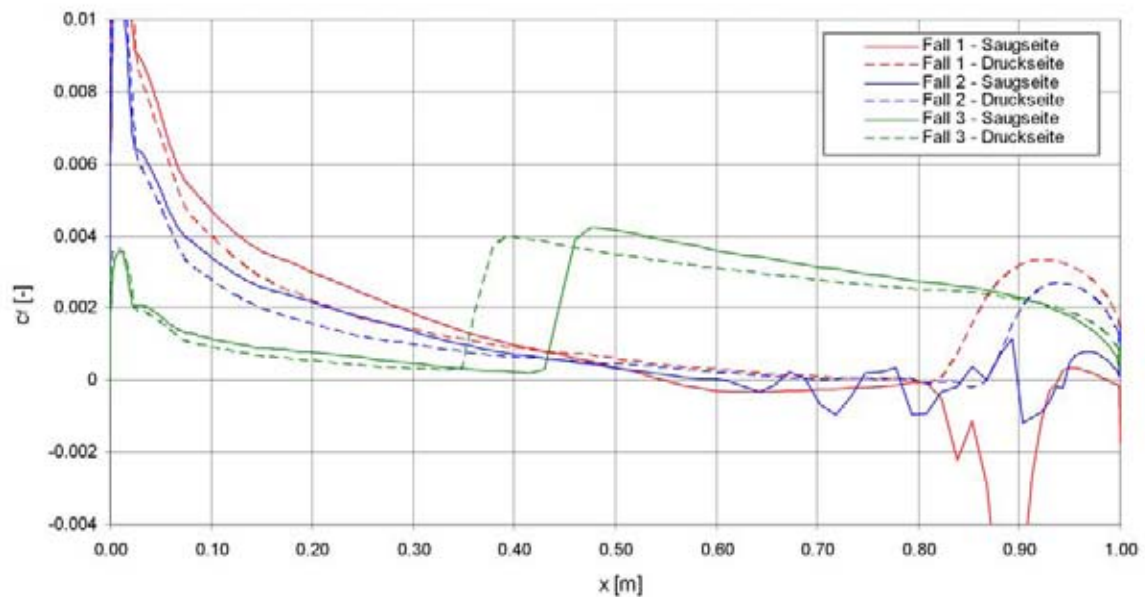


**Abb. 6.2:** NACA 1412 - Voll turbulente  $c_f$ -Verteilung für die Fälle 1 ... 3: Mit zunehmender Reynoldszahl sinkt der Reibungsbeiwert.

In Tabelle 6.2 zeigt sich, dass der Widerstandsbeiwert mit steigender Reynoldszahl abnimmt. Bei Stromlinienkörpern ist die Reibung maßgebend für den Gesamtwiderstand und die  $c_f$ -Werte sind proportional zu  $1/Re_x^a$ . In Abbildung 6.2 sind die lokalen Reibungsbeiwerte aufgetragen. Je höher die Reynoldszahl ist, desto geringer wird der Einfluss der Viskosität (Reibung). Zusätzlich zeigen sich Niedrig-Reynoldszahl-Effekte: Bevor sich ein klarer turbulenter Verlauf ergibt, zeigt sich ein laminarer Verlauf der  $c_f$ -Werte mit schnellem Umschlag auf turbulente Werte.

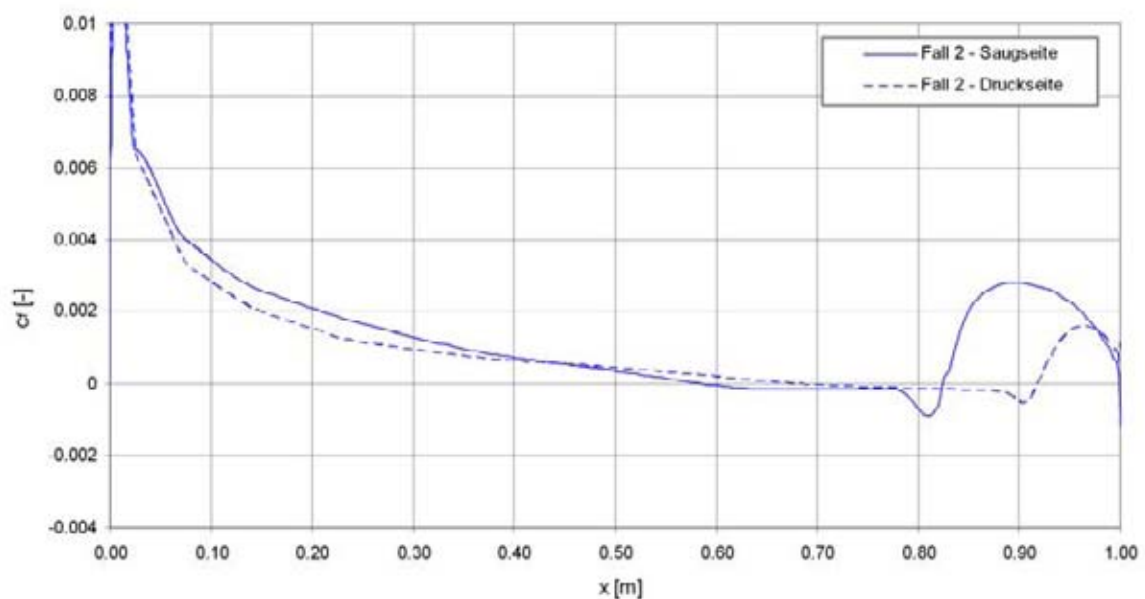
Bei höherer Reynoldszahl zeigen sich höhere  $c_a$ -Werte. Für  $\kappa = 1,4$ ,  $T = 295,15$  K und  $R_L = 287,1$  J/kg/K ergeben sich in den Fällen 1, 2 und 3 die Machzahlen  $Ma \approx 0,02$ ,  $0,04$  und  $0,4$ . Dies bedeutet, dass im 3. Fall die Kompressibilität berücksichtigt werden muss, die zu einer Erhöhung der  $c_a$ -Werte führt.

Für die Auswertung der Ergebnisse mit Transitionsmodell sind hauptsächlich drei Informationen nützlich: Die Geschwindigkeiten in Körpernähe, die effektive Intermittenz und die  $c_f$ -Verteilung. In den Abbildungen B.2 ... B.4 sind jeweils Geschwindigkeit und effektive Intermittenz für die einzelnen Fälle dargestellt. Aus den Geschwindigkeitsverteilungen können die Dicke der Grenzschicht abgeschätzt und Ablöseblasen identifiziert werden. Die Darstellung der Intermittenz ermöglicht es, die Art des Transitionsvorgangs und die Länge des Transitionsbereichs zu beurteilen. In Abbildung 6.3 sind die  $c_f$ -Verteilungen für alle Fälle dargestellt.



**Abb. 6.3:** NACA 1412 -  $c_f$ -Verteilung mit Transition für die Fälle 1 ... 3: Die Art und der Ort der Transition ändern sich mit der Reynoldszahl.

Aus der Geschwindigkeitsverteilung und den  $c_f$ -Werten im Fall 1 zeigt sich, dass die Strömung auf der Saugseite von  $x/c \approx 0,54 \dots 0,94$  abgelöst ist. Die Intermittenz beginnt bei  $x/c \approx 0,59$  anzuwachsen, steigt aber erst im Bereich der stärksten Rückströmung über einen Wert von eins. Die Strömung legt sich wieder an und löst kurz vor der Hinterkante ( $x/c \approx 0,99$ ) ab. Auf der Druckseite beginnt die Intermittenz bei ( $x/c \approx 0,64$ ) anzusteigen. Die eigentliche Transition findet ebenfalls über eine laminare Ablösung statt ( $x/c \approx 0,82$ ) und ist im Bereich  $x/c \approx 0,91$  mit Erreichen turbulenter  $c_f$ -Werte abgeschlossen.



**Abb. 6.4:** NACA 1412 -  $c_f$ -Verteilung für den Fall 2 auf dem feinen Gitter: Die Ablösung und der Transitionsbereich werden besser aufgelöst.



Im Fall 2 steigt die Intermittenz auf der Saug- und Druckseite ab  $x/c \approx 0,56$  an. Auf der Druckseite verläuft der Transitionsvorgang wie im Fall 1 mit dem Unterschied, dass der Transitionsbereich ein Stück zur Hinterkante verschoben ist und die Strömung nicht turbulent ablöst. Auf der Saugseite zeigen sich mehrere Bereiche mit laminarer Ablösung. Die Strömung legt sich mehrfach wieder an, um direkt wieder abzulösen. Dieser Prozess ist nicht mit einem Anwachsen der Intermittenz über eins verbunden. Dies geschieht nur auf der Saugseite nahe der Hinterkante (vgl. Abbildung B.3). Auf dem feinen Gitter tritt das wiederholte Ablösen der Grenzschicht nicht auf, da die gesamte Ablöseblase und der Transitionsprozess besser aufgelöst werden (vgl. Abbildung 6.4). Im Bereich der Ablösung wächst die Intermittenz stärker an als auf dem gröberen Gitter, so dass sich eine turbulente Grenzschicht ausbilden kann. Die höhere spez. turbulente kinetische Energie verhindert ein erneutes Ablösen vor der Hinterkante.

Für die Fälle 1 und 2 zeigt sich, dass die laminare Ablösung auf der Druckseite mit keinem Anstieg der Intermittenz über eins verbunden ist: Das Fehlen von Intermittenzwerten größer als eins, darf nicht zwangsläufig zur Aussage führen, dass keine Ablösungen am Körper vorhanden ist.

Im Fall 3 zeigt sich auf der Saug- und Druckseite natürliche Transition. Das Transitionsmodell gibt keine Aussage über die Art der Transition (natürliche oder Bypass-Transition), auf Grund des Turbulenzgrads ( $Tu < 1\%$ ) kann jedoch natürliche Transition angenommen werden. Auf der Saugseite beginnt die Intermittenz bei  $x/c \approx 0,3$  anzuwachsen, auf der Druckseite bei  $x/c \approx 0,24$ . Die Transition ist auf der Saugseite bei  $x/c \approx 0,48$  und auf der Druckseite bei  $x/c \approx 0,39$  abgeschlossen.

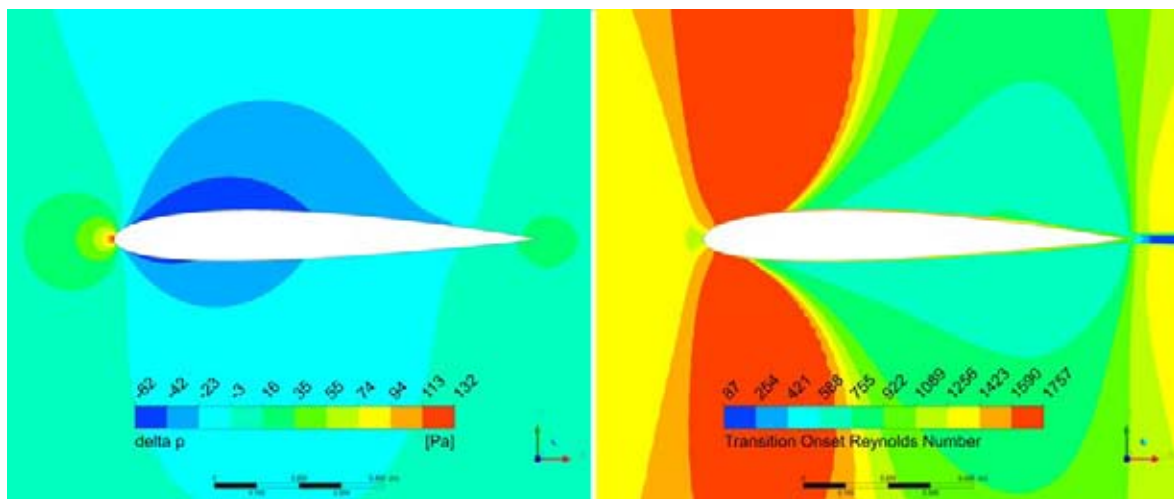


Abb. 6.5: NACA 1412 - Fall 2, feines Gitter:  $\Delta p$  und  $\tilde{Re}_{\theta t}$ .

In Abbildung 6.5 sind für den Fall 2  $\Delta p$  und  $\tilde{Re}_{\theta t}$  auf dem feinen Gitter dargestellt. Es ist zu erkennen, dass im Bereich der beschleunigten Strömung  $\tilde{Re}_{\theta t}$  zunimmt und nach dem Druckminimum auf beiden Profelseiten schnell abfällt und so zum Anstieg der Intermittenz im Transitionsmodell führt.

Da die Konvergenz mindestens im ersten und zweiten Fall problematisch ist und die Beiwerte starke Schwankungen zeigen, sollte eine Anpassung des Gitters im Transitionsbereich vorgenommen werden. Die Verfeinerung sollte zuerst in Bereichen stattfinden, in denen die Intermittenz über einen Wert von eins steigt. Ein solcher problematischer Bereich ist in Abbildung B.1 für den Fall 1 auf dem Grundgitter dargestellt.



## 6.4 Fazit

Bei den durchgeführten Berechnungen ergibt sich, dass das verwendete Gitter für eine voll turbulente Berechnung geeignet ist. Für den Einsatz des Transitionsmodells gilt die Eignung nur bedingt. Dies zeigt sich darin, dass die gängigen Konvergenzkriterien nicht erreicht werden und die aerodynamischen Beiwerte ( $c_a$  und  $c_w$ ) erheblich schwanken. An dieser Stelle sollte nicht der Schluss gezogen werden, dass es sich in diesem Fall zwangsläufig um ein instationäres Strömungsproblem handelt. Zwar mag man die komplizierten Transitionsprozesse bei der ablösungs-induzierten Transition an einem Tragflügel grundsätzlich als instationär betrachten, im Fall des Aerospatale-A zeigt sich jedoch, dass durch die Verwendung eines sehr feinen Gitters die Schwankungen bei Strömungsgrößen und Beiwerten so weit reduziert werden können, dass eine quantitative Aussage zur Aerodynamik des Profils möglich ist. Für den Nutzer bedeutet dies, dass vor der Gittererzeugung der Transitionspunkt mindestens annähernd bekannt sein sollte. In vielen Fällen wird dieser im Bereich des Dickenmaximums liegen. Zwischen der anfänglich herangezogenen empirischen Korrelation und den Ergebnissen ergibt sich keine relevante Übereinstimmung. Dies sollte nicht überraschen, da die einfache Korrelation nur unter den in Abschnitt 4.1.5 angeführten Randbedingungen gilt. In vielen Fällen wird eine erste Rechnung Auskunft über Ort und Art der Transition erbringen müssen, um diesen Bereich dann gezielt aufzulösen. Im Fall einer laminaren Ablösung muss die Verfeinerung des Gitters stärker als bei anderen Transitionsmechanismen sein.

Die Forderung eines  $y^+$ -Werts kleiner eins erschwert bei einer Tragflügelumströmung die Gittererzeugung. Durch die kleine Höhe der ersten Zellen ergeben sich selbst für große Zellanzahlen in Längsrichtung hohe Seitenverhältnisse (*aspect ratio*). Ein hohes Seitenverhältnis erfordert die Verwendung von *double precision*-Rechnungen und damit höhere Rechenzeiten. Daneben sollte der  $y^+$ -Wert nicht unter 0,001 fallen, da der Transitionsbereich sonst stromab wandert (Langtry 2006). Sollen mehrere Anströmgeschwindigkeiten untersucht werden, bedeutet dies, dass jedes Gitter einzeln modifiziert werden muss, um optimale  $y^+$ -Werte entlang des Profils zu erzeugen. Für den ersten Fall kann diese Forderung nicht erfüllt werden, da die minimalen  $y^+$ -Werte knapp unterhalb 0,001 liegen. Ob dieser Wert Folgen für das Konvergenzverhalten hat, ist unklar, da die Transition über einen Bereich abläuft, in dem die  $y^+$ -Werte stark variieren.

Neben einer Erhöhung der Rechenzeit durch das Transitionsmodell und ein ggf. feineres Gitter, ergibt sich so ein Mehraufwand, da die grundsätzlichen Strömungseigenschaften vor der Gittererzeugung bekannt sein sollten, um ein für die Verwendung des Transitionsmodells geeignetes Gitter zu erzeugen.

## 7 Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit sind Untersuchungen zum ANSYS CFD  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell. Transition stellt den Übergang einer laminaren Strömung in einen turbulenten Zustand dar. Dieser Übergang erfolgt, wenn Grenzschichten betrachtet werden, in einem endlichen Bereich, der im Vergleich zu den Hauptabmessungen des betrachteten Strömungskörpers meist relativ klein ist. Da die Mehrheit technisch relevanter Strömungen größtenteils turbulent und die laminare Grenzschicht nur kurz ist, wird die Transition in vielen Fällen vernachlässigt.

Die differenzierte, theoretische Betrachtung der unterschiedlichen Transitionsmechanismen und Abläufe zeigt, dass die Reduktion eines Strömungsproblems auf eine voll turbulente Betrachtung zu erheblichen Fehleinschätzungen führen kann. Bei Stromlinienkörpern führt die Vernachlässigung der laminaren Grenzschicht, die einen geringeren Reibungswiderstand als eine turbulente Grenzschicht aufweist, zu einer Überbewertung des Widerstands. Die Optimierung einer Körperkontur kann jedoch nur gelingen, wenn alle auf den Körper wirkenden Kräfte bekannt sind.

In Turbomaschinen können sich komplexe Abfolgen von Ablösungen der Strömung und dem erneuten Anlegen an den Körper zeigen. Diese Vorgänge sind stark an die Transitionsvorgänge am Körper und in den Scherschichten der Ablöseblasen gekoppelt. Die Kenntnis der Transitionsvorgänge an Verdichter- und Turbinenschaufeln kann zu Verbesserungen des Wirkungsgrads im und außerhalb des Auslegungspunkts führen.

Neben den strömungsmechanischen Grundlagen wird in dieser Arbeit die Funktionsweise der Zweigleichungs-Turbulenzmodelle erörtert, da die Formulierung des  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodells eng an die Modellierung turbulenter Strömungen geknüpft ist. Durch das Transitionsmodell wird das SST  $k$ - $\omega$ -Modell um zwei zusätzliche Transportgleichungen für die Intermittenz  $\gamma$  und die kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $\tilde{Re}_{\theta t}$  erweitert.

Das Transitionsmodell stellt ein empirisches Korrelationsmodell dar. Der eigentliche Transitionsprozess wird in seinem physikalischen Ablauf weder simuliert noch modelliert. Über eine empirische Korrelation wird die kritische Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta t}$  ermittelt, bei der die Transition einsetzt. Die Parameter sind hierbei der Turbulenzgrad  $Tu$  und der Druckgradient in der Außenströmung.  $Re_{\theta t}$  wird über die  $\tilde{Re}_{\theta t}$ -Transportgleichung in die Grenzschicht transportiert. Dort kann über die lokale Schergeschwindigkeits-Reynoldszahl  $Re_V$  ein lokaler Wert für  $Re_\theta$  bestimmt werden, der mit einer kritischen Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\theta c}$  verglichen wird.  $Re_{\theta c}$  stellt hierbei eine Funktion von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  dar. Der Vergleich findet über die  $\gamma$ -Transportgleichung statt: Wird der kritische Wert überschritten, beginnt die Intermittenz in der Grenzschicht anzuwachsen. Das Transitionsmodell ist an die  $k$ -Gleichung des SST  $k$ - $\omega$ -Modells gekoppelt: Steigt die Intermittenz, steigt die spez. turbulente kinetische Energie  $k$  und die Grenzschicht wird turbulent.

Der Vorteil dieser Formulierung gegenüber anderen (empirischen) Transitionsmodellen liegt in der rein lokalen Formulierung des Modells, die eine Verwendung in modernen CFD-Codes erlaubt. Zusätzlich führt der Aufbau des Modells dazu, dass neue Korrelationen implementiert werden können, ohne die Formulierung des übergeordneten Turbulenzmodells stark zu beeinflussen.

Das Transitionsmodell wurde anhand von Strömungen an einer ebenen Platte mit und ohne Druckgradient und einem Verdichter- und Tragflügelprofil validiert. Bei den einfachen Plattenströmungen zeigt sich, dass der Transitionsbereich qualitativ gut getroffen wird und die Verwendung gegenüber einer rein turbulenten Betrachtung gerechtfertigt ist. Aus den durchgeführten Untersuchungen ergibt sich im Weiteren, dass das Modell bei der Bestimmung der Transition stark über den Turbulenzgrad  $Tu$  und das Viskositätsverhältnis  $R_T$  beeinflusst werden kann. Die Turbulenz-Randbedingungen müssen folglich so gewählt werden, dass sich realistische Werte in der Nähe des Strömungskörpers einstellen. Sind keine Informationen zum Turbulenzgrad verfügbar, sollte eine Studie durchgeführt werden, wie

stark sich eine Änderung der Randbedingungen auf die Transition am Körper auswirkt.

Aus den Profilmströmungen ergibt sich, dass komplexe Ablösevorgänge richtig dargestellt werden können. Für den Verdichter zeigt sich jedoch, dass eine kleinere Änderung des Turbulenzgrads zu einem vollständig verschiedenen Strömungszustand führen kann. Bei dem untersuchten Tragflügelprofil kann diese Sensitivität nicht festgestellt werden. Dafür ergeben sich durch eine laminare Ablösung Konvergenzprobleme, die durch ein feineres Gitter oder ein höheres Viskositätsverhältnis reduziert werden können.

Allgemein erhöht sich die reine Rechenzeit um etwa 23 % ... 29 %. Hierbei ist nicht berücksichtigt, dass bei der Verwendung des Transitionsmodells ein feineres Gitter als in einer rein turbulenten Berechnung mit dem SST  $k$ - $\omega$ -Modell notwendig ist und die Anzahl der benötigten Iterationen steigt. Gerade im Fall großer laminarer Ablösungen ist ein sehr feines Gitter notwendig, was zu einer zusätzlichen Erhöhung der Rechenzeit führt. Problematisch ist, dass selbst auf einem sehr feinen Gitter übliche Konvergenzvorgaben teilweise nicht eingehalten werden können. Dies muss, wie im Fall des Aerospatiale-A Profils, nicht bedeuten, dass ein qualitativ oder quantitativ schlechtes Ergebnis ermittelt wurde. Die Konvergenzprobleme folgen aus einer leichten, periodischen Verschiebung des Transitionsbereichs, was wiederum zu einer Schwankung der aerodynamischen Beiwerte um einen Mittelwert führt. Durch lange Rechenzeiten und feinere Gitter lassen sich die Schwankungen teilweise abschwächen oder ganz entfernen.

Für den Anwender kann es daher nützlich sein, vor der Verwendung des Modells zu entscheiden, ob ein möglichst genauer Wert einer Größe ( $c_a$ ,  $c_w$ , etc.) erforderlich ist oder eine qualitative Aussage und ein bestimmter Wertebereich als Lösung akzeptabel sind.

Insgesamt zeigt sich bei den betrachteten Fällen, dass die Transition einen großen Einfluss auf die aerodynamischen Eigenschaften eines Strömungskörpers haben kann und das  $\gamma$ - $Re_\theta$ -Transitionsmodell in der Lage ist, Transitionsvorgänge richtig abzubilden. Bei der Verwendung ergeben sich für den Anwender höhere Anforderungen im Pre-Processing (Zielsetzung, Gittergestaltung, Wahl der Turbulenzgrößen), höhere Rechenzeiten und eine kompliziertere Bewertung der Ergebnisse im Post-Processing. Der Nutzen ergibt sich aus einer besseren Darstellung realer Strömungsvorgänge, die gerade im Bereich der Optimierung von technisch weit entwickelten Produkten wichtig ist.

## 8 Schlussbemerkung

So schnell wie der Begriff der Transition erklärt ist, so schnell tut sich bei näherer Betrachtung des Themas Transition und Transitionsmodellierung ein weites Feld komplexer Frage- und Problemstellungen auf. Transition lässt sich nicht von der Frage trennen, was eigentlich eine laminare oder turbulente Strömung ist. Gerade im Bereich der Turbulenz bieten sich hierfür keine einfachen Erklärungsmodelle. Selbst die Beschränkung auf Grenzschichten ändert nichts an den vielfältigen Erscheinungsformen der Transition.

Durch das Fehlen einer vollständigen Transitionstheorie scheint die Verwendung der Empirie nur konsequent. Zwangsläufig wird eine allgemeine, theoretische Annäherung an das Thema durch eine spezielle, erfahrungsbasierte Betrachtung einzelner Phänomene ersetzt. Für die daraus abzuleitenden empirischen Modelle bedeutet dies eine Beschränkung ihrer Gültigkeit, ermöglicht im Falle der Transition jedoch erst die ingenieurmäßige Berücksichtigung.

Nun stellt sich die Frage, wie ein solches Modell beschaffen sein sollte. Bei einer kritischen Betrachtung bestehen die Unterschiede zwischen  $e^n$ -Methoden, Niedrig-Reynoldszahl-Modellen und empirischen Modellen hauptsächlich in der Umsetzbarkeit, da sie alle auf empirischen Grundlagen fußen. Ein Modell sollte sich folglich dadurch auszeichnen, dass es neue empirische Daten zu Transitionsmechanismen leicht aufnehmen kann, ohne die übergeordnete Funktionsweise eines CFD-Verfahrens zu verändern.

Das  $\gamma-Re_\theta$ -Transitionsmodell bietet den Vorteil, dass die Korrelation für die kritische Strömungsgröße, bei der die Transition einsetzt, von den Gleichungen für den Transitionsprozess getrennt ist und so unabhängig voneinander geändert werden kann. Gegenüber den Niedrig-Reynoldszahl-Modellen ergibt sich durch die Formulierung des Transitionsmodells der zusätzliche Vorteil, dass das übergeordnete Turbulenzmodell durch die Korrelationen nicht direkt beeinflusst wird.

Diese Arbeit beschäftigt sich hauptsächlich mit den theoretischen Hintergründen des Transitionsmodells und ausgewählten Validierungsfällen. Eine weiterführende Arbeit kann darin bestehen, speziell für Verdichter oder Turbinen den Einfluss der Transition für eine große Bandbreite von Betriebszuständen zu untersuchen. Gleiches gilt für die Untersuchung einer vollständigen Widerstandspolare eines Tragflügels.

Daneben wäre es von Interesse, eigene Korrelation aus theoretischen Daten, die in der Literatur zu finden sind, zu entwickeln und diese in das Modell zu integrieren. Die Transition bietet hierfür noch eine große Fülle an Phänomenen.

# Literaturverzeichnis

**Abbott et al. 1945**

ABBOTT, Ira H. et al.: Summary of Airfoil Data / National Committee for Aeronautics. Langley Field (VA), USA, 1945 (No. 824). – Report

**Abu-Ghannam u. Shaw 1980**

ABU-GHANNAM, B. J. ; SHAW, R.: Natural Transition of Boundary Layers - The Effects of Turbulence, Pressure Gradient, and Flow History. In: *Journal Mechanical Engineering Science* Vol. 22 (1980), Nr. 5, S. 213 – 228

**ANSYS Inc. 2010**

ANSYS INC.: *ANSYS 13.0 Help*. Version 13.0. Canonsburg (PA), USA, 2010

**Bräunling 2009**

BRÄUNLING, Willy J. G.: *Fugzeugtriebwerke*. 3. Aufl. Berlin : Springer, 2009

**Bredberg 2001**

BREDBERG, Jonas: On Two-equation Eddy-Viscosity Models / Chalmers University of Technology. Göteborg, Schweden, 2001 (01/8). – Internal Report

**Böswirth 2010**

BÖSWIRTH, Leopold: *Technische Strömungslehre*. 8. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2010

**Cebeci et al. 2004**

CEBECI, Tuncer et al.: The Preferred Approach for Calculating Transition by Stability Theory. In: *International Conference on Boundary and Interior Layer* (2004)

**Chaput 1997**

CHAPUT, E.: Application-Oriented Synthesis of Work Presented in Chapter II. In: HAASE, Werner (Hrsg.) et al.: *ECARP: European Computational Aerodynamics Research Project : Validation of CFD Codes and Assessment of Turbulence Models*. Wiesbaden : Vieweg, 1997

**Drela 1998**

DRELA, Mark: MISES Implementation of Modified Abu-Ghannam/Shaw Transition Criterion. In: *MIT Aero-Astro* (1998)

**van Driest u. Blumer 1963**

DRIEST, E. R. ; BLUMER, C. B.: Boundary Layer Transition: Freestream Turbulence and Pressure Gradient Effects. In: *AIAA Journal* Vol. 1 (1963), Nr. 6, S. 1303 – 1306

**EADS 2011**

EADS: *Genealogy*. [http://www.eurocopter.com/site/en/ref/Genealogy\\\_346-87.html](http://www.eurocopter.com/site/en/ref/Genealogy\_346-87.html). Version: 2011, Abruf: 26. August 2011

**Emmons 1951**

EMMONS, H. W.: The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer - Part I. In: *Journal of Aeronautical Science* Vol. 18 (1951), S. 490 – 498

**ERCOFTAC 2010**

ERCOFTAC: *European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion Database : Classic Collection*. <http://cfd.mace.manchester.ac.uk/ercoftac/>. Version: 2010, Abruf: 15. August 2011

**Ferziger u. Perić 2008**

FERZIGER, Joel H. ; PERIĆ, Milovan: *Numerische Strömungsmechanik*. 3. Aufl. Berlin : Springer, 2008

**Fröhlich 2006**

FRÖHLICH, Jochen: *Numerische Strömungsmechanik*. 1. Aufl. Wiesbaden : Teubner, 2006

**Fröhlich 2011**

FRÖHLICH, Jochen: *GA-Airfoil*. [http://www.ict.uni-karlsruhe.de/index.php/themen/les/\\_froehlich/Files/\\_froehlich/\\_personal/A-airfoil.htm](http://www.ict.uni-karlsruhe.de/index.php/themen/les/_froehlich/Files/_froehlich/_personal/A-airfoil.htm). Version: 2011, Abruf: 26. August 2011

**Gaster 1969**

GASTER, M.: The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles / Aeronautical Research Council. London, GB, 1969 (No. 3595). – Report

**Hansen 2010**

HANSEN, Heinz: Laminar Flow Technology - The Airbus View. In: *27th International Congress of the aeronautical sciences*. Nizza, Frankreich : ICAS, 2010

**Herwig 2006**

HERWIG, Heinz: *Strömungsmechanik : Eine Einführung in die Physik und die mathematische Modellierung von Strömungen*. 2. Aufl. Berlin : Springer, 2006

**Herwig 2008**

HERWIG, Heinz: *Strömungsmechanik : Einführung in die Physik von technischen Strömungen*. 1. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2008

**Howell et al. 2001**

HOWELL, R. J. et al.: High Lift and aft Loaded Profiles for Low Pressure Turbines. In: *Journal of Turbomachinery* Vol. 123 (2001), Nr. 3, S. 181 – 188

**Kittel et al. 1994**

KITTEL, Charles et al.: *Mechanik*. 5. Aufl. Wiesbaden : Vieweg, 1994

**Krimmelbein u. Radespiel 2009**

KRIMMELBEIN, N. ; RADESPIEL, R.: Transition prediction for three-dimensional flows using parallel computation. In: *Computer & Fluids* Vol. 38 (2009), S. 121 – 136

**Krumbein 2005**

KRUMBEIN, A.: Transition Modeling in FLOWer - Transition Prescription and Prediction. In: *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design* Bd. 89. Berlin : Springer, 2005, S. 45 – 62

**Krumbein 2008a**

KRUMBEIN, A.: Navier-Stokes Airfoil Computations with Automatic Transition Prediction using the DLR TAU Code - A Sensitivity Study. In: *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design* Bd. 96. Berlin : Springer, 2008, S. 210 – 218

**Krumbein 2008b**

KRUMBEIN, Andreas:  $e^N$  transition prediction for 3D wing configurations using database methods and a local, linear stability code. In: *Aerospace Sciences and Technology* Vol. 12 (2008), S. 592 – 598

**Langtry u. Menter 2005**

LANGTRY, R. B. ; MENTER, F. R.: Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics. Reno (NV), USA : 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Januar 2005

**Langtry u. Menter 2009**

LANGTRY, R. B. ; MENTER, F. R.: Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. In: *AIAA Journal* Vol. 47 (2009), Nr. 12, S. 2894 – 2906

**Langtry 2006**

LANGTRY, Robin B.: *A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes*, Universität Stuttgart, Diss., 2006

**Laurien u. Oertel Jr. 2009**

LAURIEN, Eckart ; OERTEL JR., Herbert: *Numerische Strömungsmechanik*. 3. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009

**Lunze 2007**

LUNZE, Jan: *Regelungstechnik I : Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 6. Aufl. Berlin : Springer, 2007

**Malan u. Suluksna 2009**

MALAN, Paul ; SULUKSNA, Keerati: Calibrating the  $\gamma$ - $Re_\theta$  Transition Model for Commercial CFD. Orlando (FL), USA : 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Januar 2009

**Mayle 1991**

MAYLE, Robert E.: The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. In: *Journal of Turbomachinery* Vol. 113 (1991), S. 509 – 537

**Menter 1992a**

MENTER, F. R.: Improved Two-Equation  $k$ - $\omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows / NASA Ames Research Center. Moffett Field (CA), USA, Oktober 1992 (103975). – Technical Memorandum

**Menter 1992b**

MENTER, F. R.: Influence of Freestream Values on  $k$ - $\omega$  Turbulence Model Prediction. In: *AIAA Journal* Vol. 30 (1992), Nr. 6, S. 1657 – 1659

**Menter 1994**

MENTER, F. R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. In: *AIAA Journal* Vol. 32 (1994), Nr. 8, S. 1598 – 1605

**Menter et al. 2002**

MENTER, F. R. et al.: Transition Modelling Based on Local Variables. In: RODI, W. (Hrsg.) ; FUEYO, N. (Hrsg.): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* Bd. 5, Elsevier Science Ltd., 2002, S. 555 – 564

**Menter et al. 2004a**

MENTER, F. R. et al.: A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables Part I - Model Formulation. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2004*. Wien, Österreich : ASME Turbo Expo, 2004 ( GT2004-53452)

**Menter et al. 2004b**

MENTER, F. R. et al.: A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables Part II - Test Cases and Industrial Applications. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2004*. Wien, Österreich : ASME Turbo Expo, 2004 ( GT2004-53454)

**Menter et al. 2006**

MENTER, F. R. et al.: Transition Modelling for General Purpose CFD Codes. In: *Flow, Turbulence and Combustion* Bd. 77. Berlin : Springer, 2006, S. 277 – 303

**Menter u. Langtry 2006**

MENTER, Florian ; LANGTRY, Robin: Overview of Industrial Transition Modelling in CFX / ANSYS Germany GmbH. Otterfing, Deutschland, Mai 2006. – Technical Report

**NASA 2011**

NASA: *Turbulence Modeling Resource*. <http://turbmodels.larc.nasa.gov/>. Version: 2011, Abruf: 17. August 2011

**Nitsche u. Brunn 2006**

NITSCHKE, Wolfgang ; BRUNN, André: *Strömungsmesstechnik*. 2. Aufl. Berlin : Springer, 2006

**Oertel Jr. et al. 2006**

OERTEL JR., Herbert et al.: *Strömungsmechanik*. 4. Aufl. Wiesbaden : Vieweg, 2006

**ONERA 2011**

ONERA: *F2 wind tunnel*. <http://windtunnel.onera.fr/f2-wind-tunnel>. Version: 2011, Abruf: 26. August 2011

**Roach u. Brierley 1992**

ROACH, P. E. ; BRIERLEY, D.H.: The Influence of a Turbulent Free-Stream on Zero Pressure Gradient Transitional Boundary Layer Development : Part I: Test Cases T3A and T3B. In: PIRONNEAU o. (Hrsg.) et al.: *Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence*. Cambridge (MA), USA : Cambridge University Press, 1992, S. 319 – 329

**Russel 1979**

RUSSEL, John M.: Length and Bursting of Separation Bubbles: A Physical Interpretation. In: HANSON, Perry W. (Hrsg.): *NASA Conference Publication 2085 - Part I : Science and Technology of Low Speed and Motorless Flight*. Hampton (VA), USA : NASA Langley Research Center, 1979

**Savill 1992**

SAVILL, A. M.: A Synthesis of T3 Test Case Predictions. In: PIRONNEAU, O. (Hrsg.) et al.: *Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence*. Cambridge (MA), USA : Cambridge University Press, 1992, S. 404 – 442

**Schlichting u. Gersten 2006**

SCHLICHTING, Hermann ; GERSTEN, Klaus: *Grenzschicht-Theorie*. 10. Aufl. Berlin : Springer, 2006

**Schrauf u. Horstmann 2004**

SCHRAUF, Géza H. ; HORSTMANN, Karl-Heinz: Simplified Hybrid Laminar Flow Control. In: NEITTAANMÄKI, P. (Hrsg.) et al.: *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*. Jyväskylä, Finnland : University of Jyväskylä, 2004

**Schubauer u. Skramstad 1943**

SCHUBAUER, G. B. ; SKRAMSTAD, H. K.: Laminar-Boundary-Layer Oscillations and Transition on a Flat Plate / National Bureau of Standards. Washington (D.C.), USA, April 1943 (909). – Report

**Seitz u. Horstmann 2010**

SEITZ, Arne ; HORSTMANN, Karl-Heinz: Design Studies on NLF and HLFC Applications at DLR. In: *27th International Congress of the Aeronautical Sciences*. Nizza, Frankreich : ICAS, 2010



**Sigloch 2009**

SIGLOCH, Herbert: *Technische Fluidmechanik*. 7. Aufl. Berlin : Springer, 2009

**Stieger 2002**

STIEGER, R. D.: *The Effects of Wakes on Separating Boundary Layers in Low Pressure Turbines*, Cambridge University, Engineering Department, Diss., 2002

**Stieger u. Hodson 2003**

STIEGER, R. D. ; HODSON, H. P.: The Transition Mechanism of High-Loaded LP Turbine Blades. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2003)

**Suluksna et al. 2009**

SULUKSNA, Keerati et al.: Correlations for modeling transitional boundary layers under influences of freestream turbulence and pressure gradient. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* Vol. 30 (2009), S. 66 – 75

**Truckenbrodt 2008**

TRUCKENBRODT, Erich: *Fluidmechanik : Band 1*. 4. Aufl. Nachdruck. Berlin : Springer, 2008

**van Dyke 1997**

VAN DYKE, Milton: *An Album of Fluid Motion*. 5. Aufl. Stanford : The Parabolic Press, 1997

**van Ingen 1956**

VAN INGEN, J. L.: A Suggested Semi-Empirical Method for the Calculation of the Boundary Layer Transition Region / Technische Hochschule. Delft, Niederlande, September 1956 (V.T.H.-74). – Report

**White 1991**

WHITE, Frank M.: *Viscous Fluid Flow*. 2. Aufl. New York : McGraw-Hill, 1991

**Wilcox 2006**

WILCOX, David: *Turbulence Modeling for CFD*. 3. Aufl. La Cañada : DCW Industries, 2006

**Zierke u. Deutsch 1989a**

ZIERKE, William C. ; DEUTSCH, Steven: The Measurement of Boundary Layers on a Compressor Blade in Cascade : Volume I – Experimental Technique, Analysis, and Results / NASA, Lewis Research Center. Pennsylvania, USA, July 1989. – Contractor Report

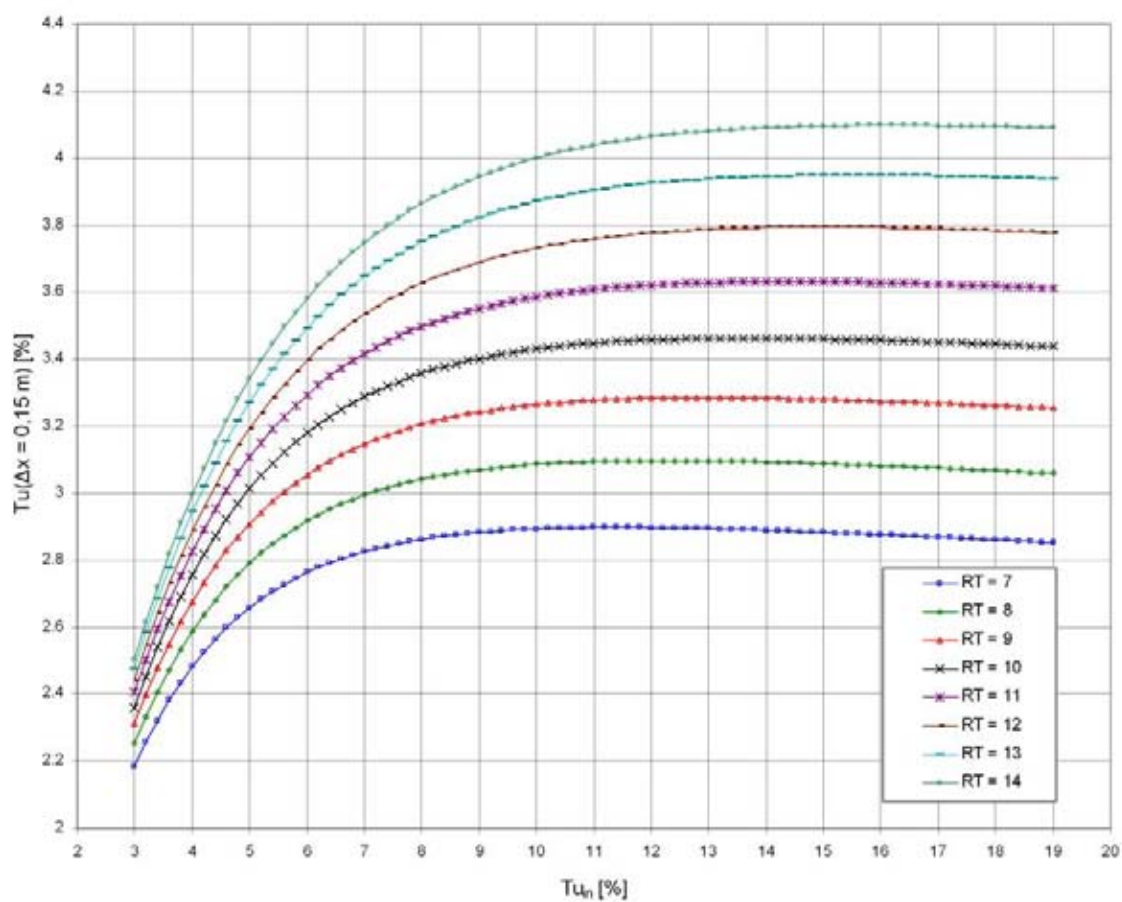
**Zierke u. Deutsch 1989b**

ZIERKE, William C. ; DEUTSCH, Steven: The Measurement of Boundary Layers on a Compressor Blade in Cascade : Volume II – Data Tables / NASA, Lewis Research Center. Pennsylvania, USA, July 1989. – Contractor Report

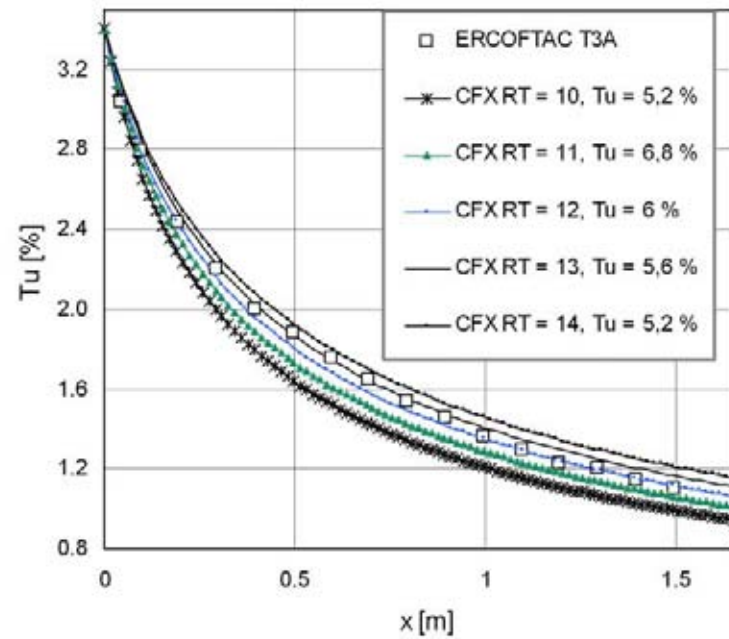
# A Validierung: Ergänzende Abbildungen

Dieser Abschnitt enthält ergänzende Diagramme und Abbildungen zur Validierung des Transitionsmodells.

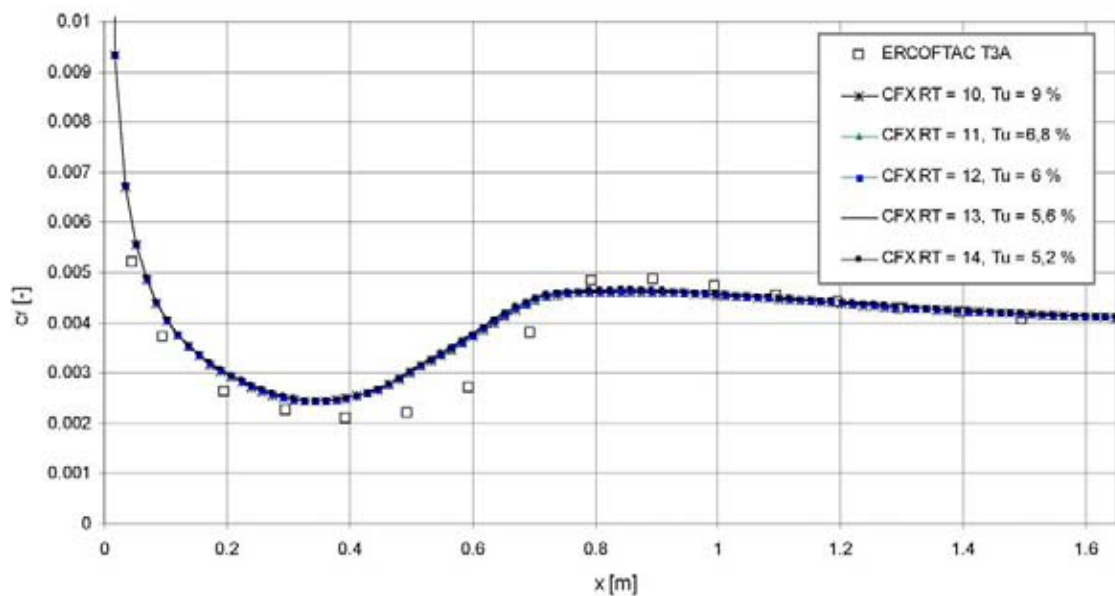
## A.1 Ebene Platte



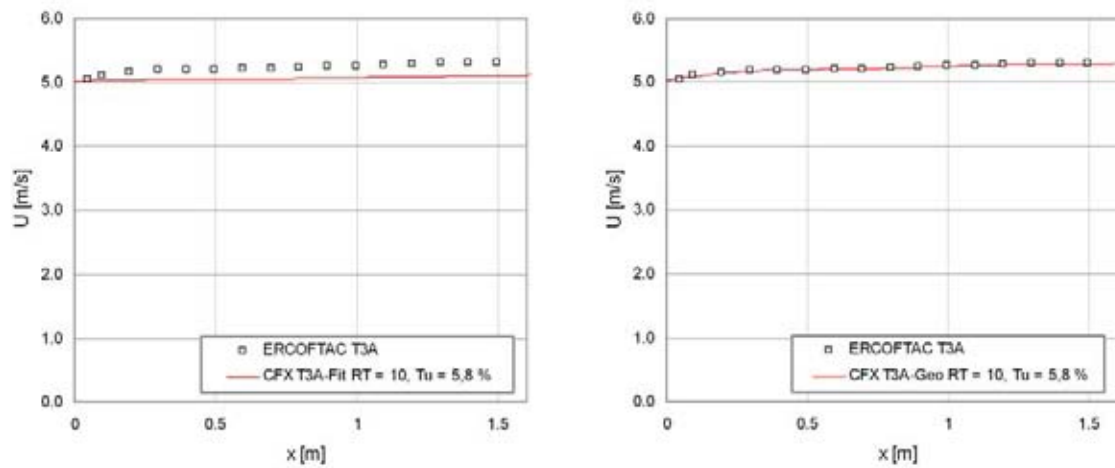
**Abb. A.1:** T3A - Mögliche Turbulenz-Randbedingungen: Abhängig von  $R_T$  (einzelne Kurven) ergibt der gewählte Turbulenzgrad auf dem Einströmrand (Abzisse) einen bestimmten Turbulenzgrad (Ordinate) bei  $\Delta x = 0,15 m$ .



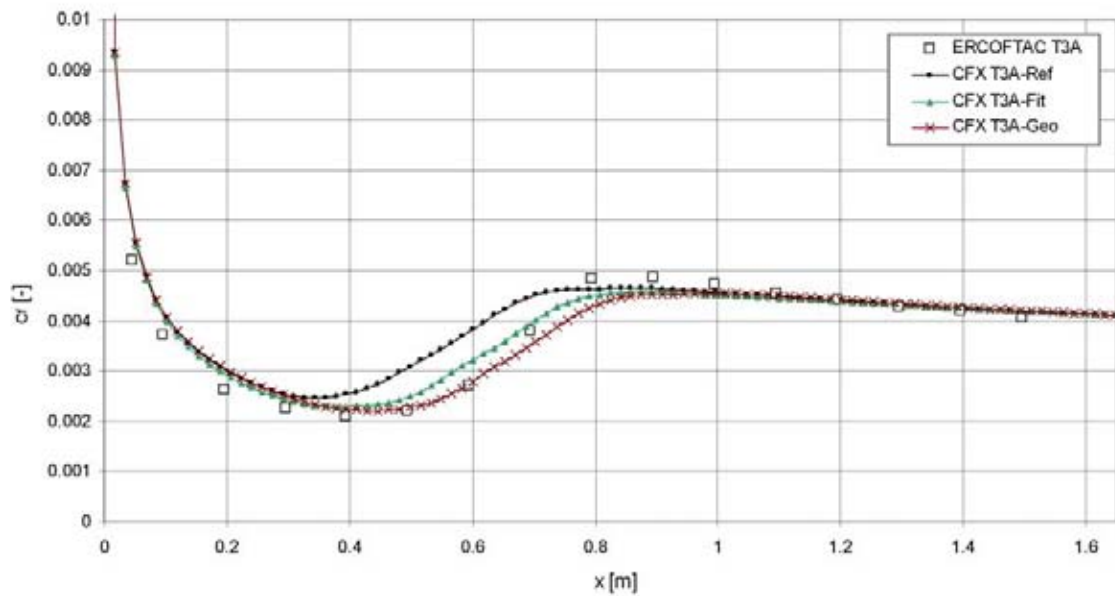
**Abb. A.2:** T3A - Turbulenzverlauf bei geänderten Randbedingungen: Der Zielwert  $Tu = 3,4\%$  wird am Plattenanfang gut getroffen, die gewählten Wirbelviskositätsverhältnisse wirken sich jedoch auch auf die weitere Entwicklung des Turbulenzgrads aus.



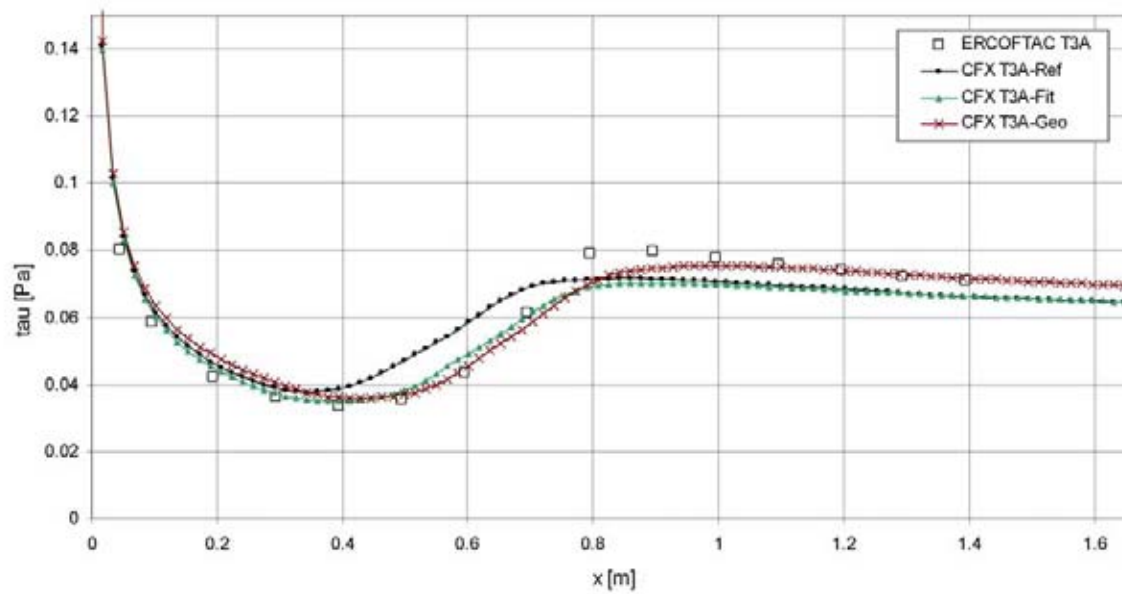
**Abb. A.3:** T3A -  $c_f$ -Werte bei geänderten Randbedingungen: Eine kleine Änderung der Turbulenzgrößen führt zu einer marginalen Änderung der  $c_f$ -Werte.



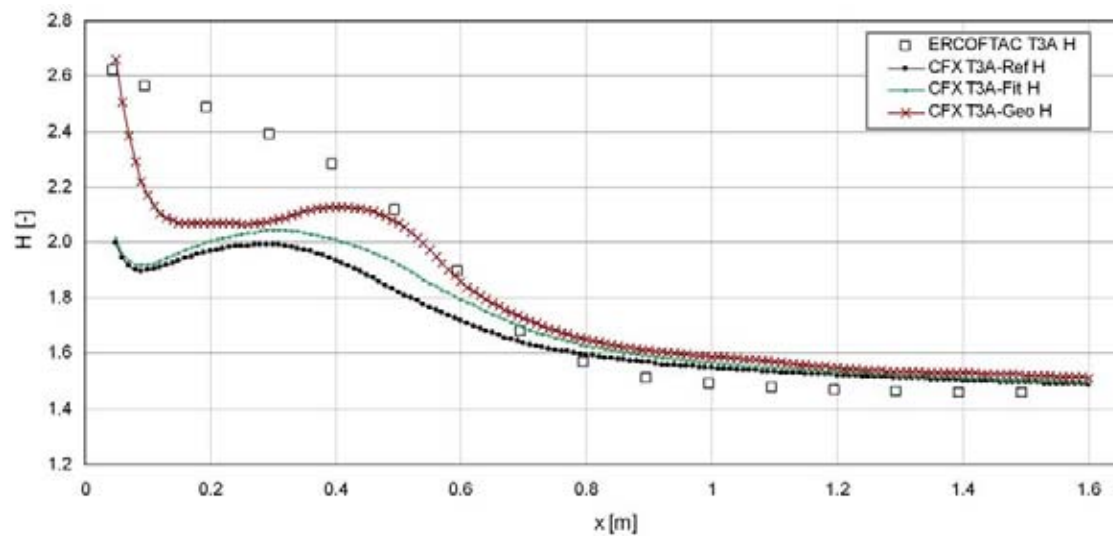
**Abb. A.4:** T3A - Vergleich der Geschwindigkeiten in der freien Strömung; Eine angepasste Geometrie führt zu einer besseren Übereinstimmung mit den im Experiment ermittelten Geschwindigkeiten.



**Abb. A.5:** T3A - Vergleich der lokalen  $c_f$ -Werte; Für die angepasste Geometrie ergibt sich eine bessere Übereinstimmung beim Einsetzen der Transition.



**Abb. A.6:** T3A - Vergleich der Wandschubspannungen: Die Auftragung der Wandschubspannungen bestätigt die bessere Übereinstimmung.



**Abb. A.7:** T3A - Formparameter: Die schlechte Übereinstimmung für die errechneten Werte folgt aus den Fehlern bei der Verdrängungs- und Impulsverlustdicke. Der Abfall des Formparameters in den Versuchsergebnissen zeigt, dass der Transitionsprozess auch im Experiment schon vor  $x = 295 \text{ mm}$  beginnt.

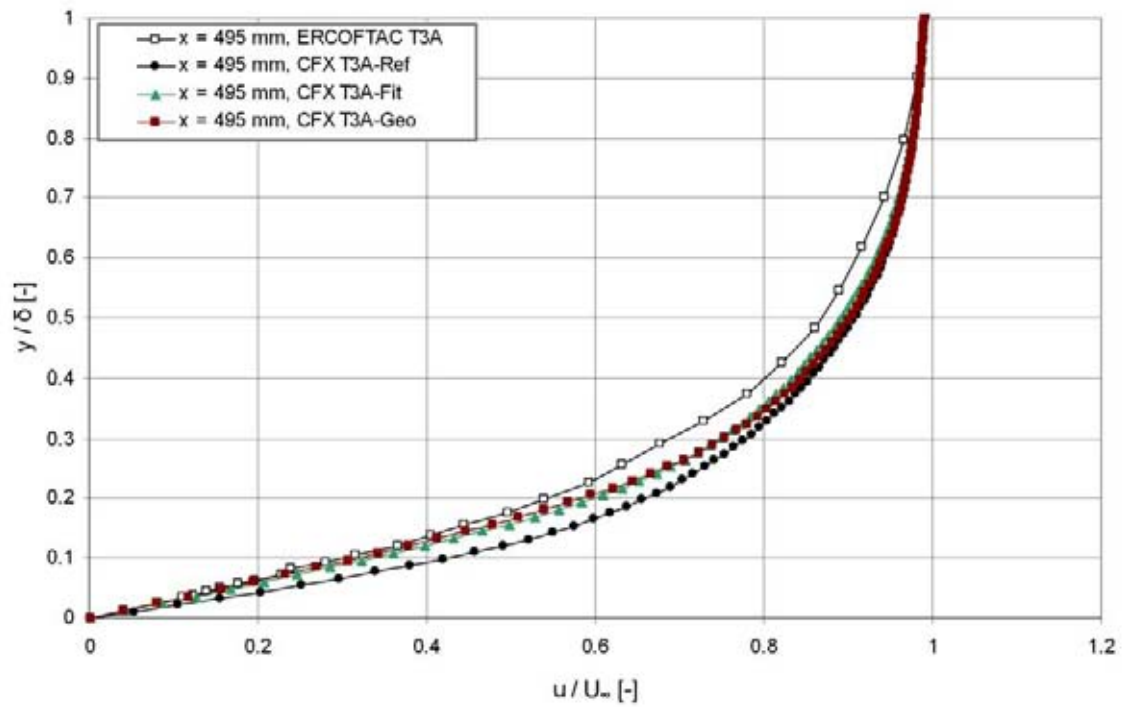


Abb. A.8: T3A - Geschwindigkeitsprofile bei  $x = 495$  mm.

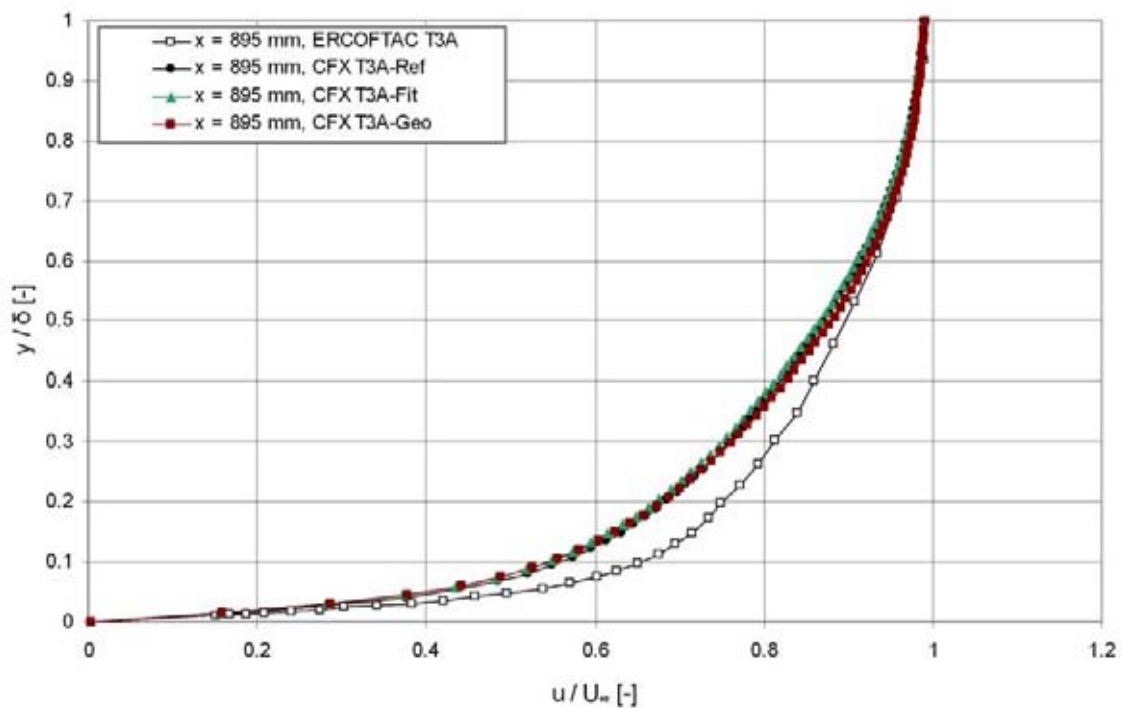


Abb. A.9: T3A - Geschwindigkeitsprofile bei  $x = 895$  mm.

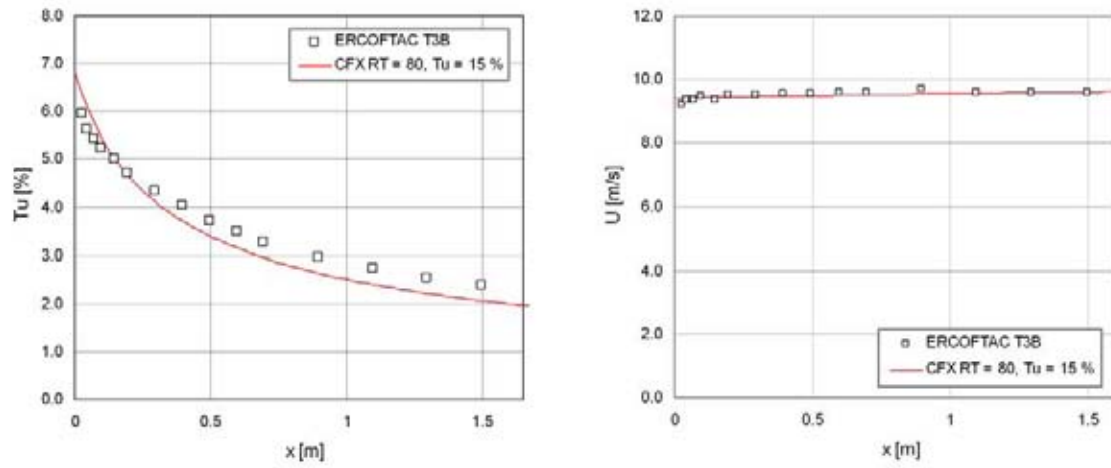


Abb. A.10: T3B -  $Tu$ - und Geschwindigkeitsverlauf.

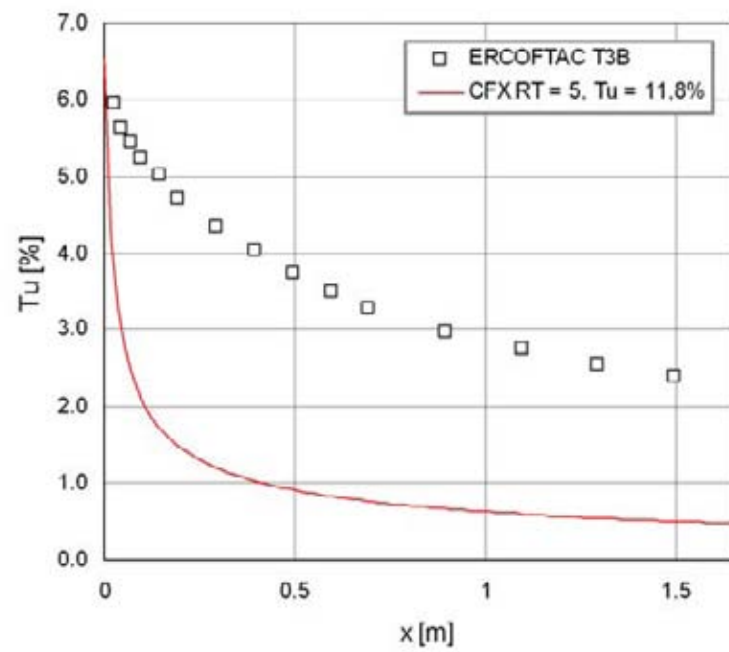
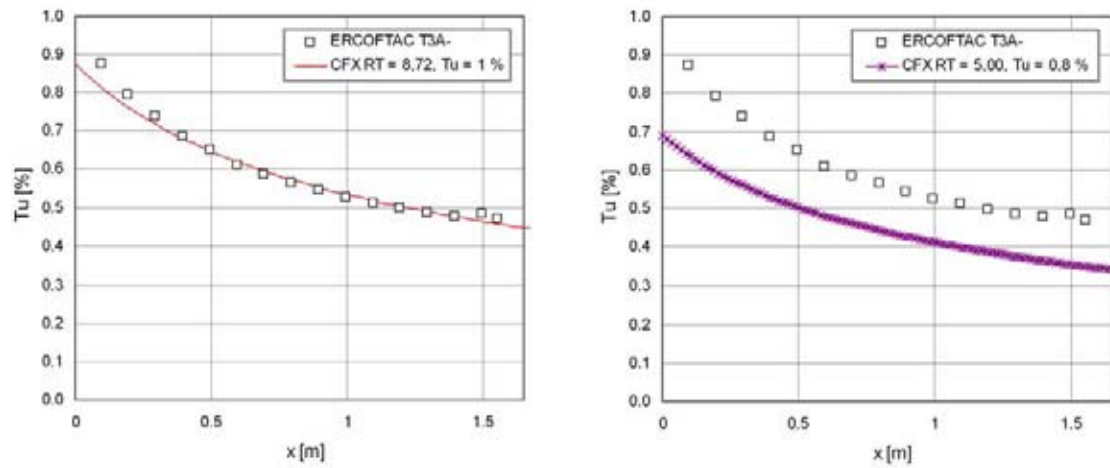
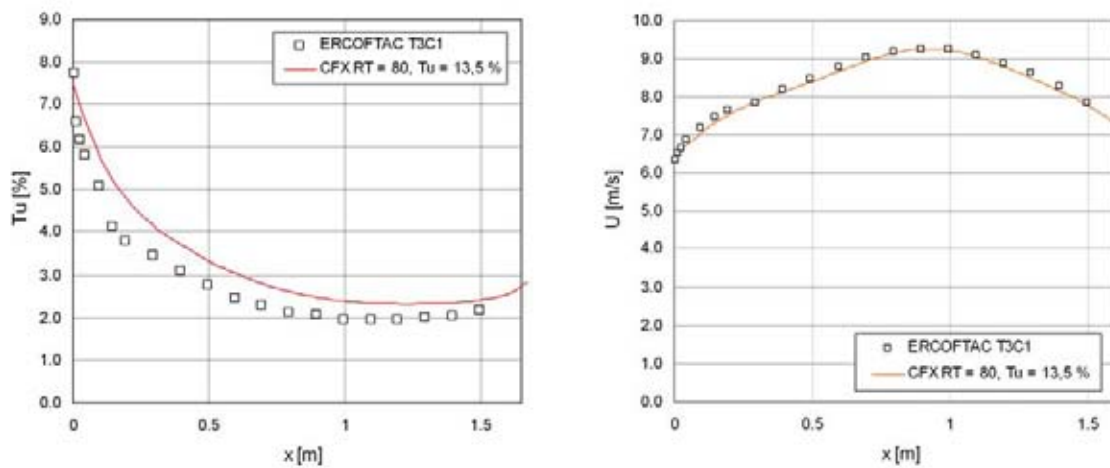


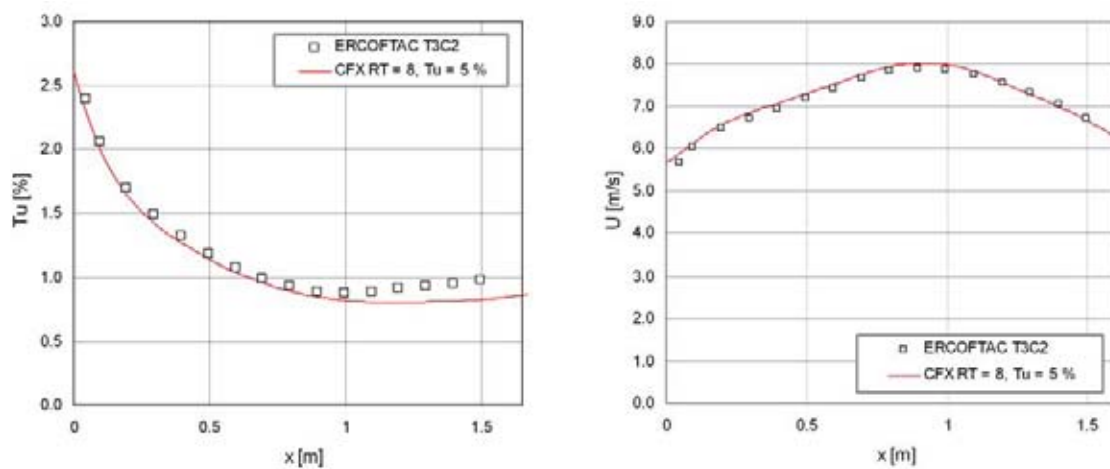
Abb. A.11: T3B -  $Tu$ -Verlauf nach Einbringen einer Subdomain.



**Abb. A.12:** T3A- - Turbulenzgrad: Beim Grundfall (rot) wird der Turbulenzgrad über einen weiten Bereich gut getroffen. Der abgeänderte Fall liegt durchweg unterhalb der Versuchsergebnisse.



**Abb. A.13:** T3C1 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe.



**Abb. A.14:** T3C2 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe.



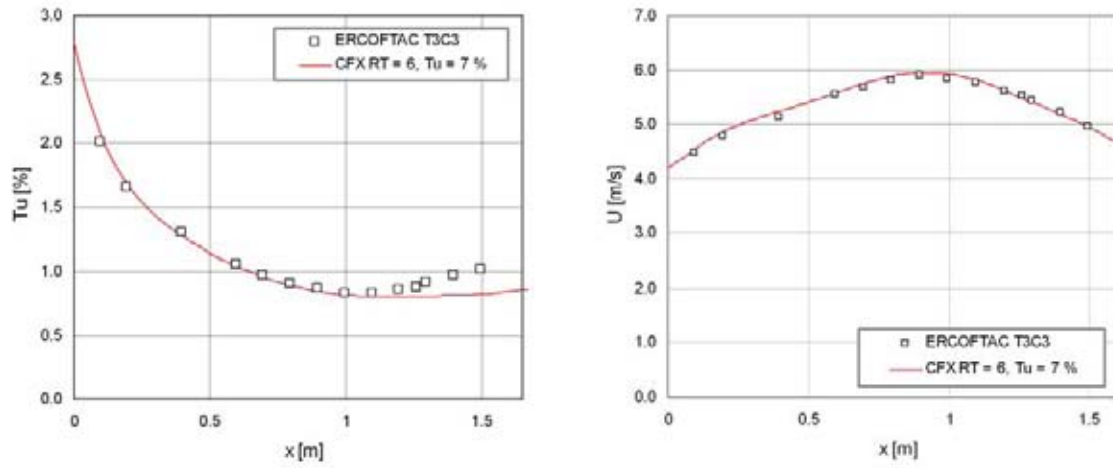


Abb. A.15: T3C3 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe.

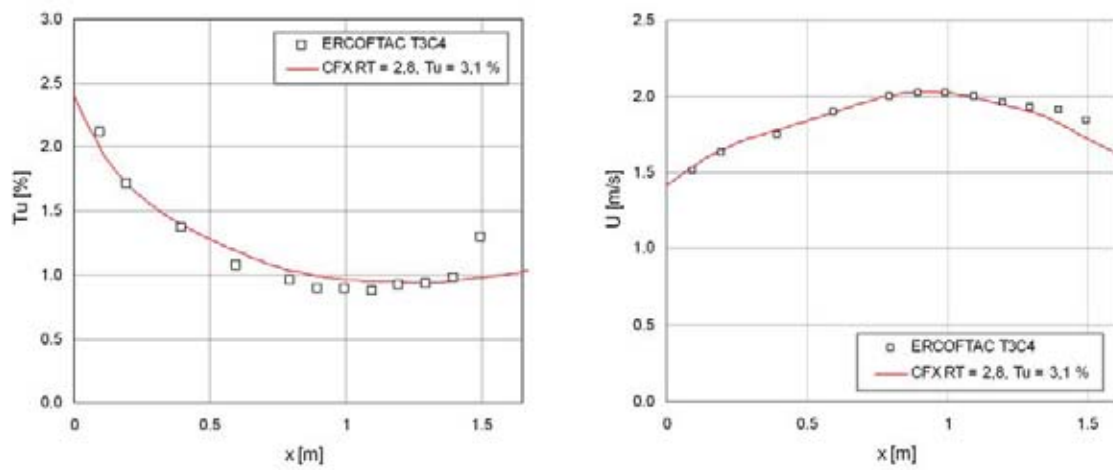
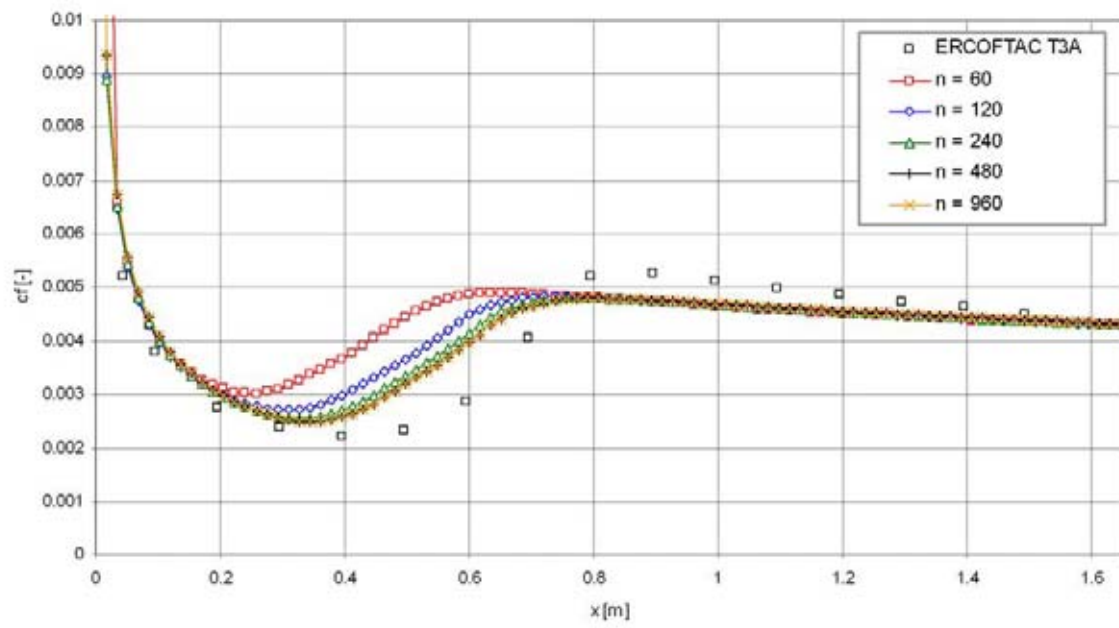


Abb. A.16: T3C4 - Turbulenzgrad- und Geschwindigkeitsverläufe.

**Tab. A.1:** T3A - ANSYS FLUENT Einstellungen: Fett gedruckte Werte stellen Abweichungen von den ANSYS FLUENT Default-Werten dar.

Bereich	Einstellung			
Problem Setup	General	Solver	Type	Pressure-Based
			Velocity Formulation	Absolute
	Models	Viscous	Time	Steady
			2D Space	Planar
	Materials	air	Transition SST	default
			Desity	1,2 kg/m <sup>3</sup>
	Boundary Conditions	inlet	Viscosity	1,81515 kg/m/s
			Velocity Magnitude	5,0 m/s
			Initial Gauge Pressure	0 Pa
			Intermittency	1
			$Tu$	5,8 %
		outlet	$R_T$	13
			Gauge Pressure	0 Pa
			Backflow Intermittency	1
			Backflow $Tu$	1,0 %
Backflow $R_T$			10	
andere	siehe CFX-Berechnung			
Solution	Solution Methods	Pressure Velocity Coupling	PISO	
			Gradient	<b>Green-Gauss</b>
		Spatial Discretization		<b>Node Based</b>
			Pressure	Standard
		Momentum	1st Order Upwind	
		Turb. Kin. Energy	1st Order Upwind	
		Spec. Diss. Rate	1st Order Upwind	
		Intermittency	<b>2nd Order Upwind</b>	
		Momentum Thickness Re	<b>2nd Order Upwind</b>	
		Solution Controls	Under Relaxation Factors	Pressure
	Density			<b>0,5</b>
	Body Forces			1,0
	Momentum			<b>0,5</b>
	Turb. Kin. Energy			0,8
	Spec. Diss. Rate			0,8
Momentum Thickness Re	0,8			
Turbulent Viscosity	1,0			



**Abb. A.17:** T3A - Gitterstudie  $c_f$ -Werte: Verlauf der lokalen  $c_f$ -Werte bei einer bis  $\max. Res. = 1e-5$  auskonvergierten Lösung.

## A.2 Zierke & Deutsch-Verdichter

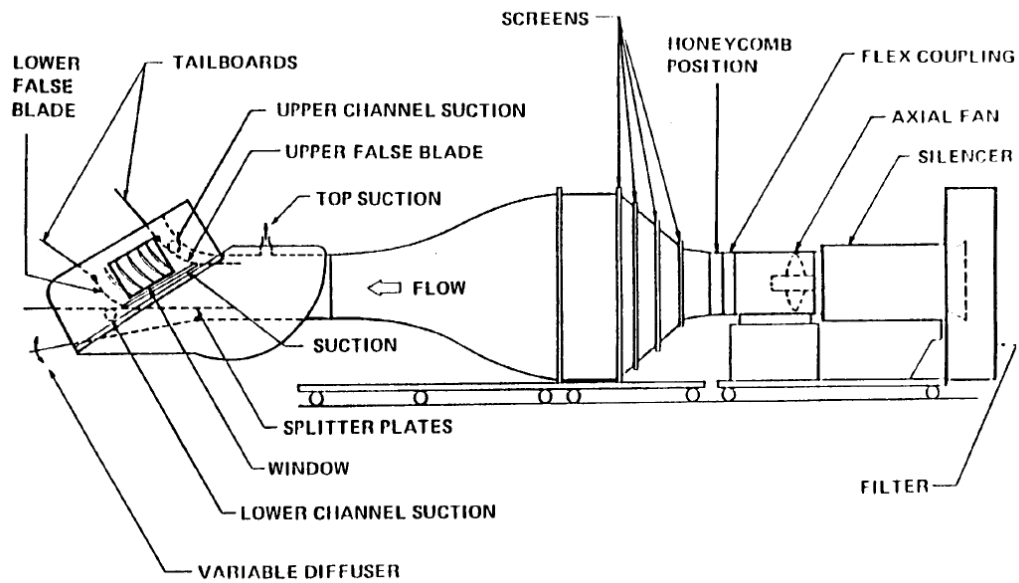


Abb. A.18: Zierke & Deutsch-Verdichter - Windkanal. Aus Zierke u. Deutsch 1989a.

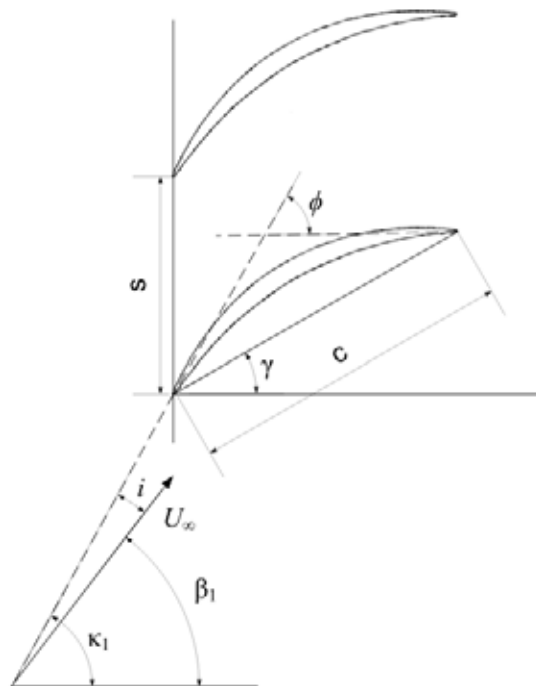


Abb. A.19: Zierke & Deutsch-Verdichter - Zuströmwinkel.

### A.3 Tragflügel: Aerospatiale-A

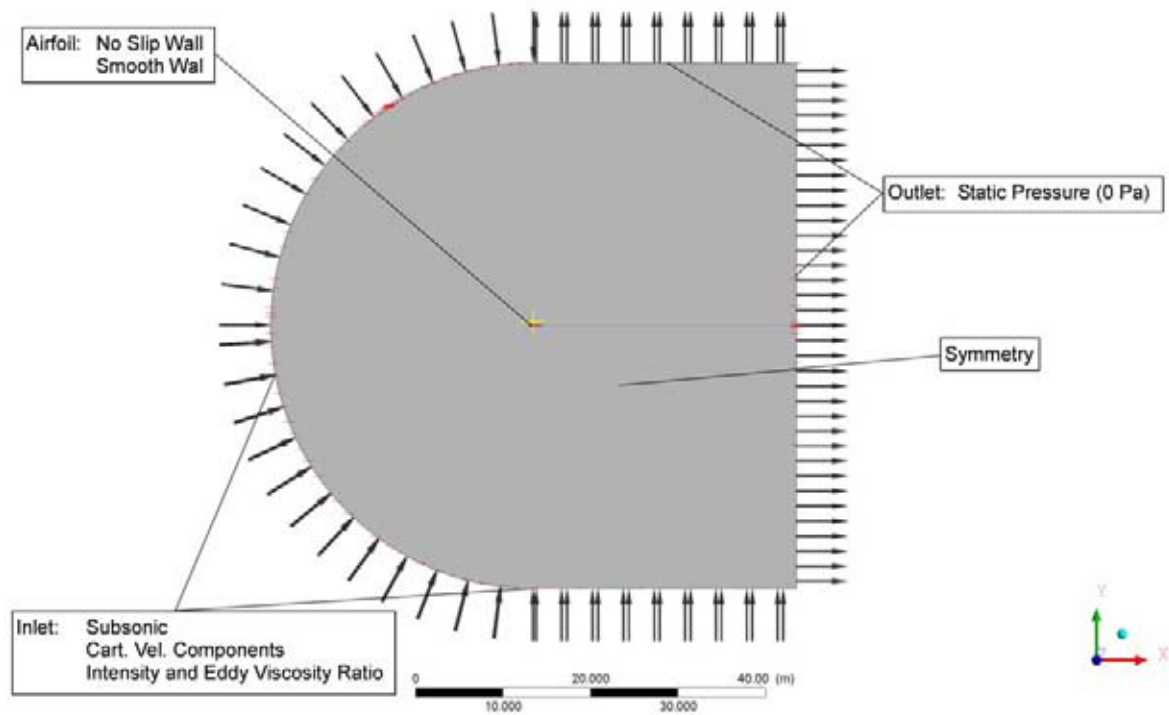


Abb. A.20: Aerospatiale-A - Randbedingungen.

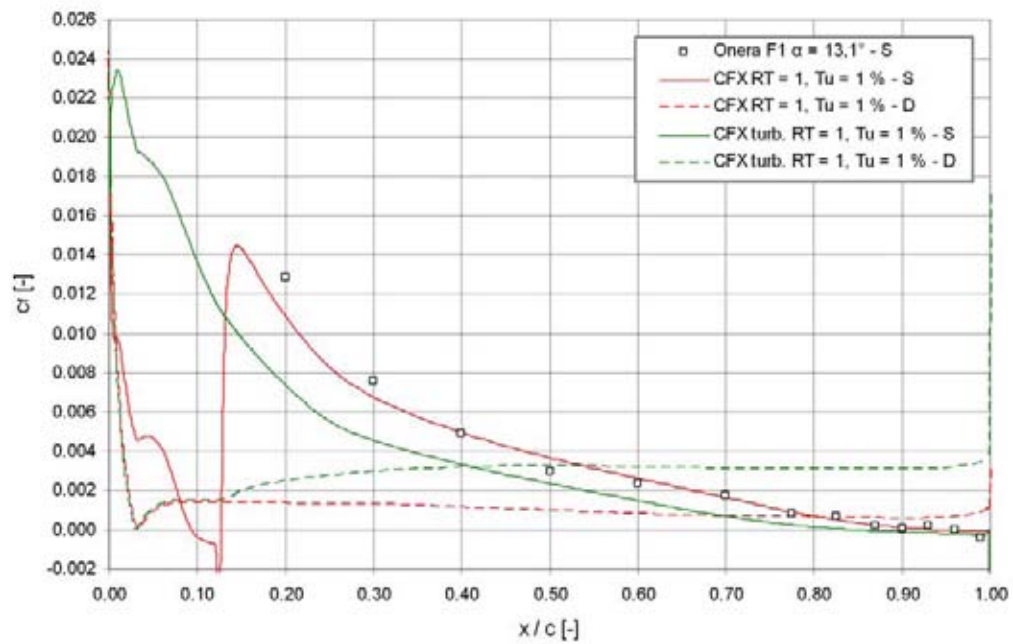


Abb. A.21: Aerospatiale-A - Fall A-1-1,  $c_f$ -Verteilung.

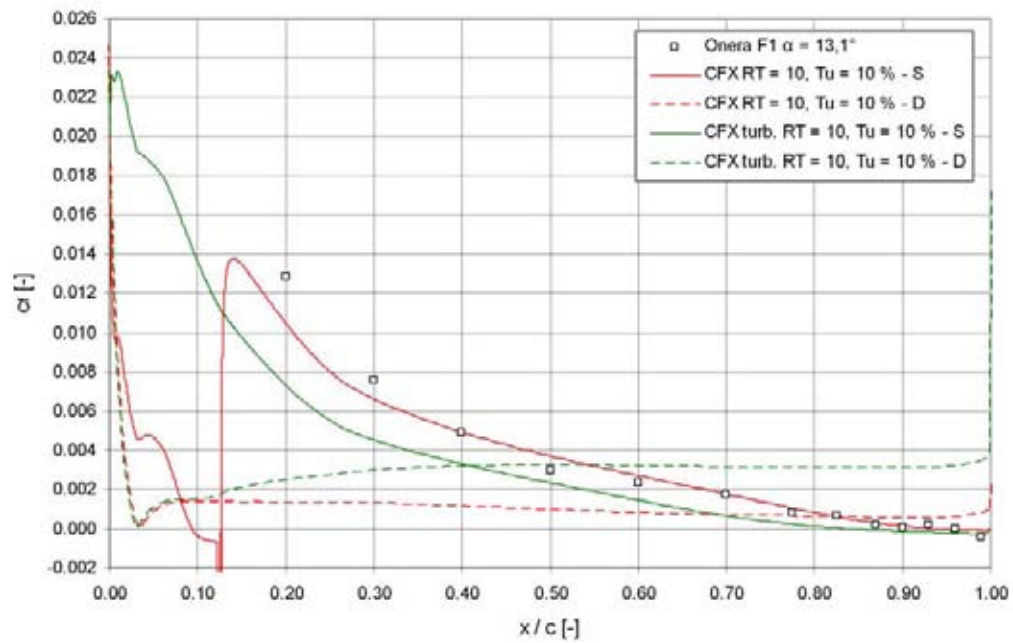


Abb. A.22: Aerospatiale-A - Fall A-10-10,  $c_f$ -Verteilung.

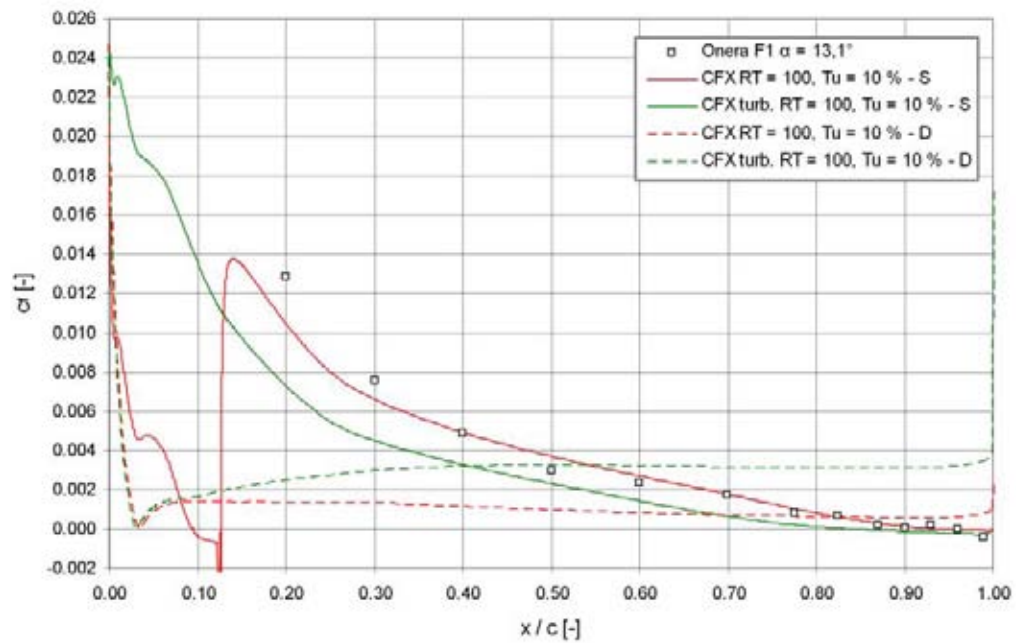


Abb. A.23: Aerospatiale-A - Fall A-100-10,  $c_f$ -Verteilung.

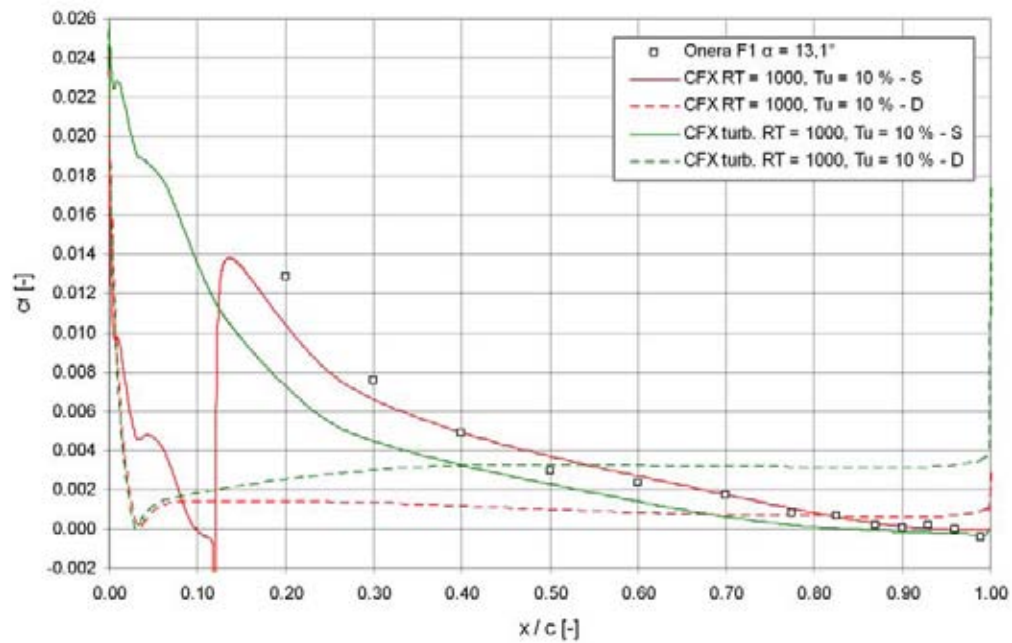


Abb. A.24: Aerospatiale-A - Fall A-1000-10,  $c_f$ -Verteilung.

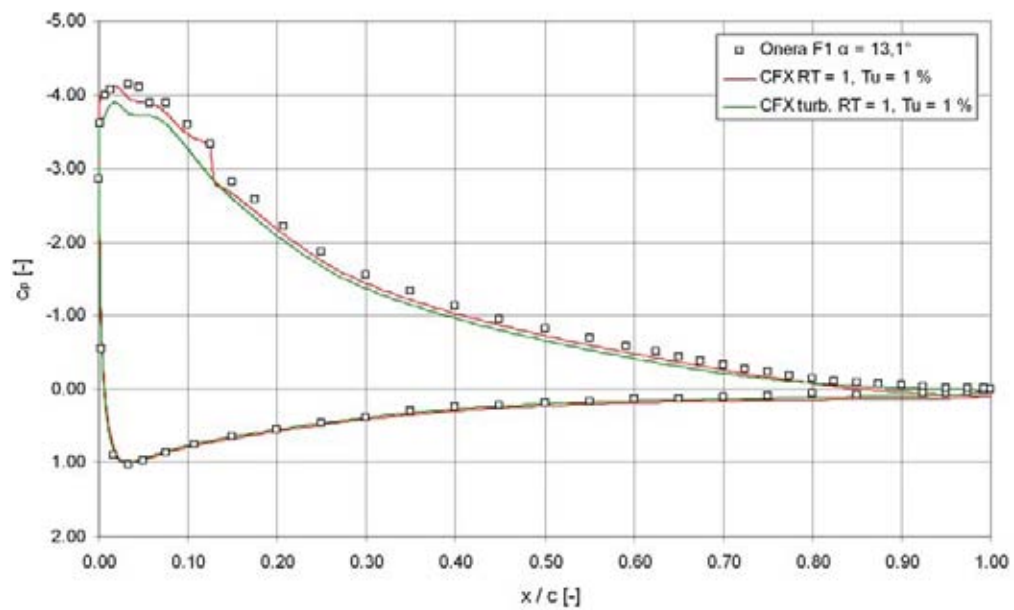


Abb. A.25: Aerospatiale-A - Fall A-1-1,  $c_p$ -Verteilung.

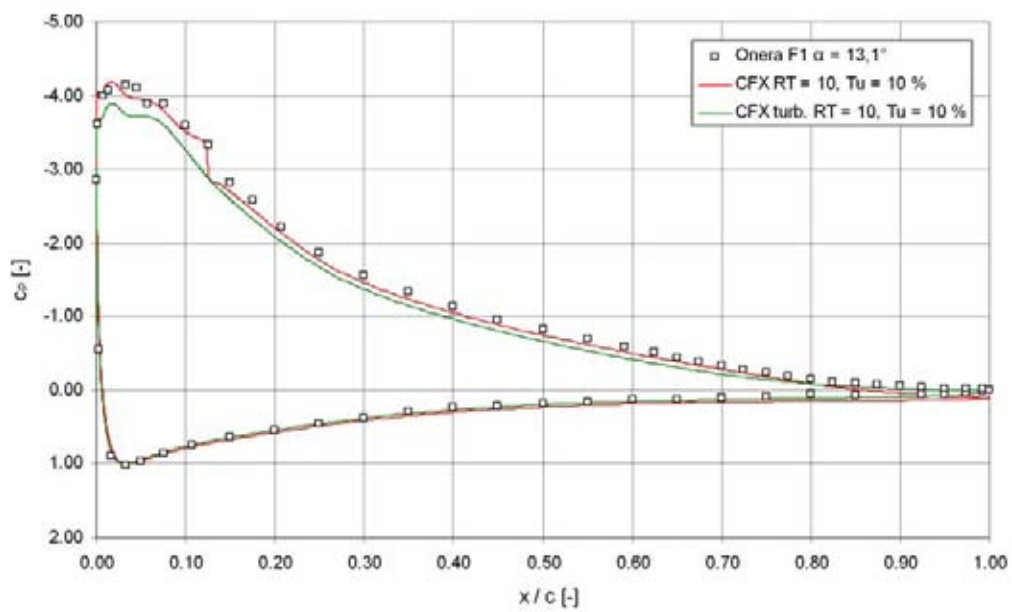


Abb. A.26: Aerospatiale-A - Fall A-10-10,  $c_p$ -Verteilung.



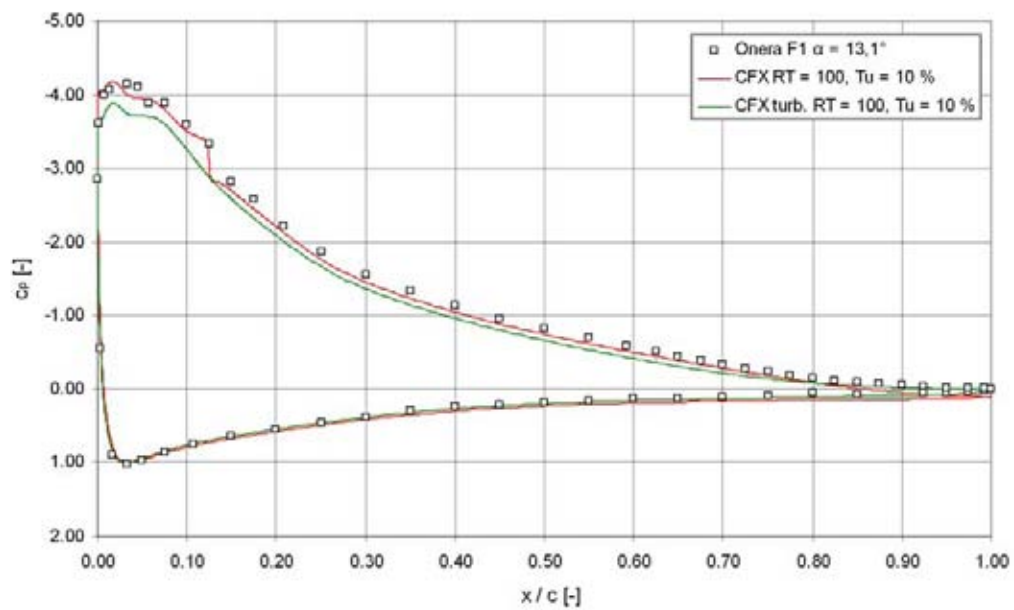


Abb. A.27: Aerospatiale-A - Fall A-100-10,  $c_p$ -Verteilung.

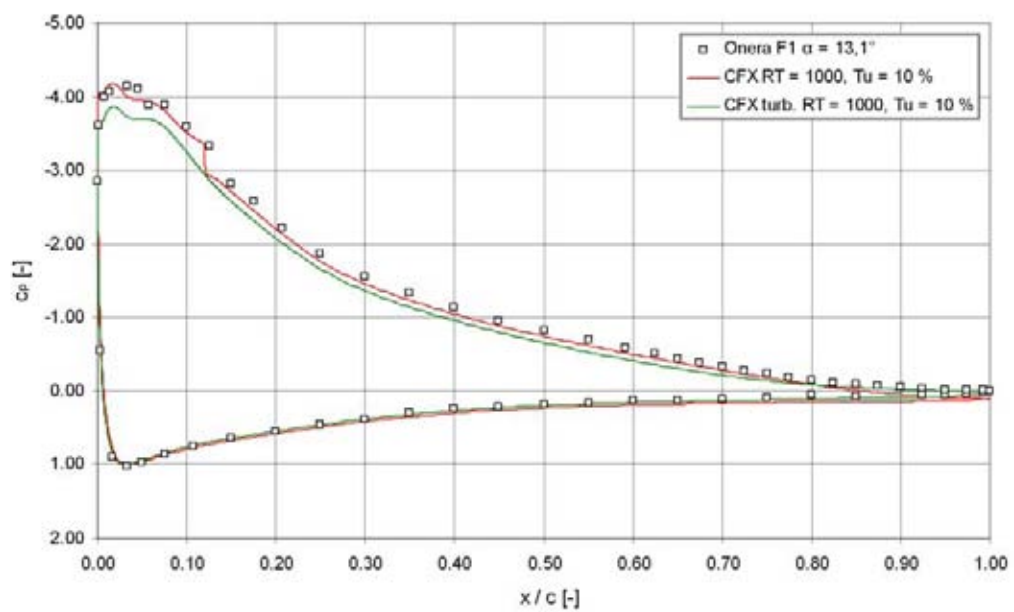
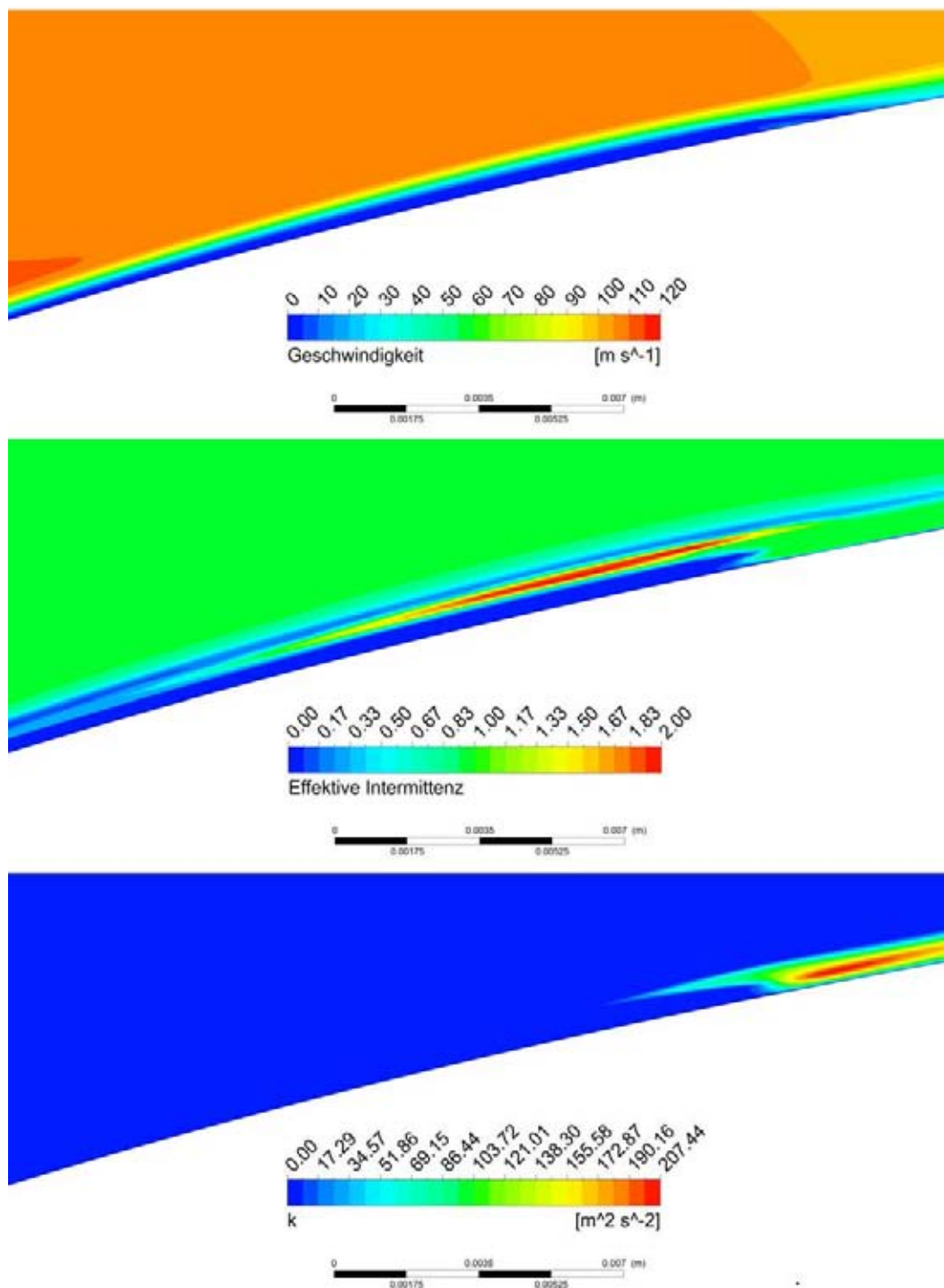
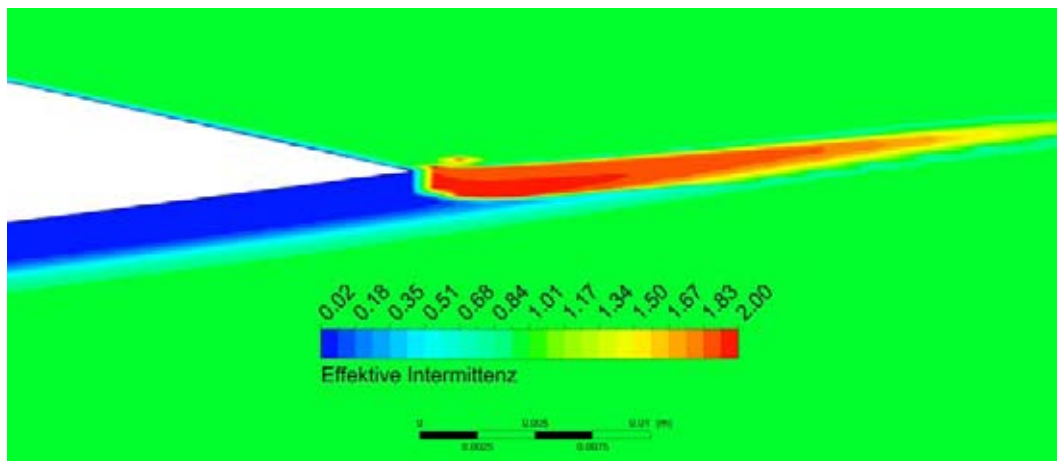


Abb. A.28: Aerospatiale-A - Fall A-1000-10,  $c_p$ -Verteilung.



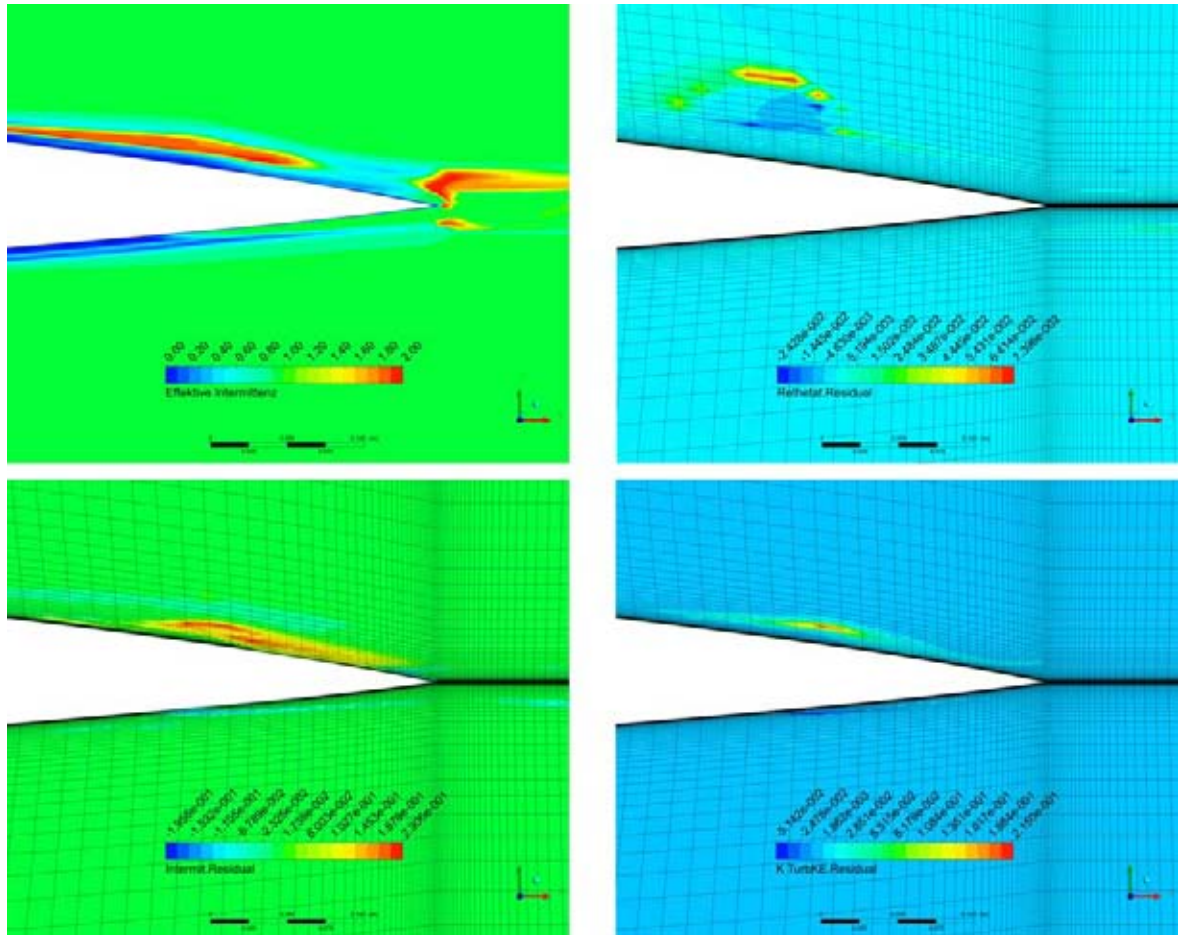
**Abb. A.29:** Aerospatale-A - Fall A-10-10, laminare Ablösung und effektive Intermittenz: Im Bereich der Ablösung steigt die Intermittenz über einen Wert von  $\gamma = 1$ . Der Anstieg der Intermittenz führt zu einem Anstieg der spez. turb. kinetischen Energie.



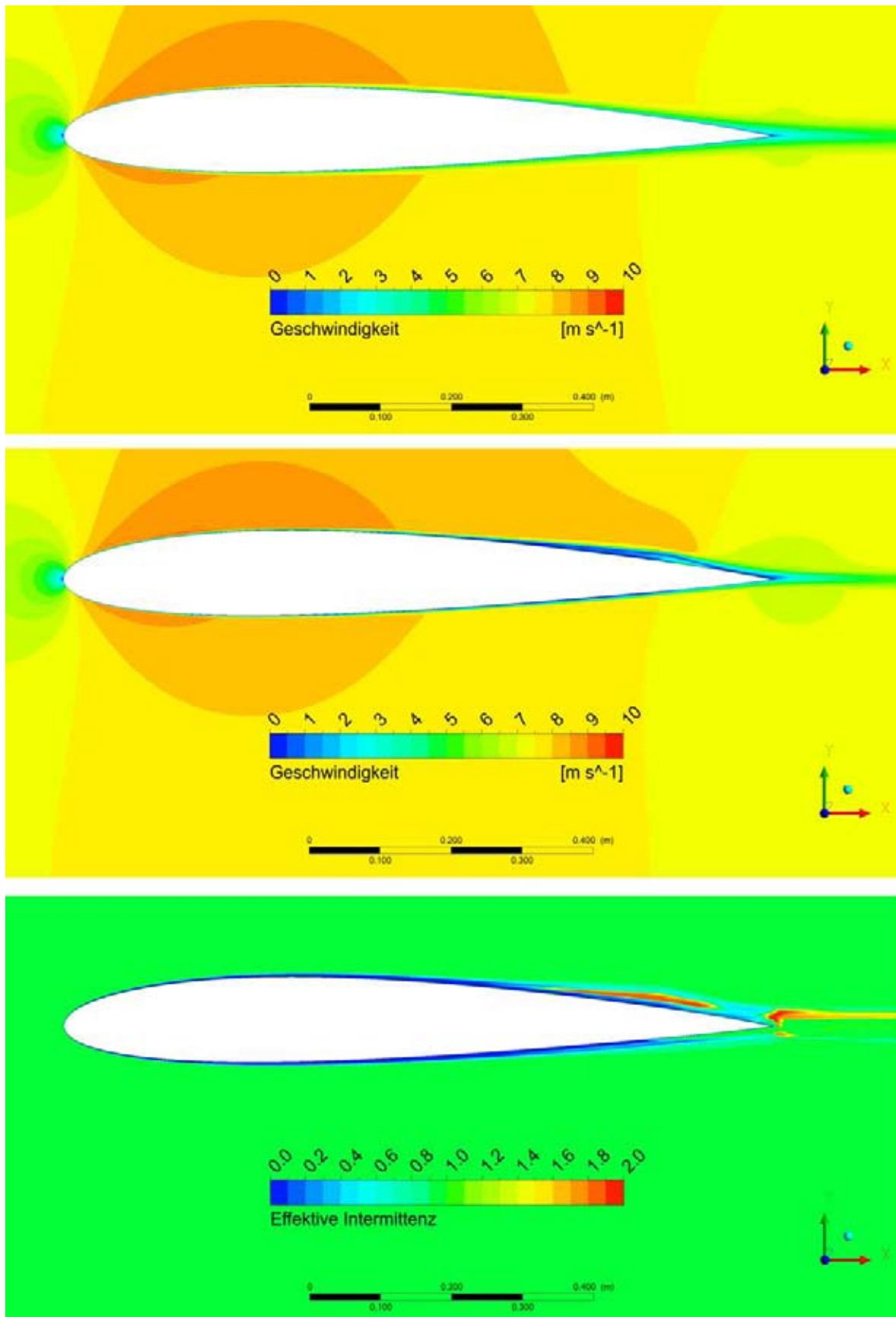
**Abb. A.30:** *Aerospatiale-A - Fall A-10-10, Hinterkante: Auf der Druckseite ist die Strömung bis zur Hinterkante laminar. Am Ende des Körpers steigt die Intermittenz schlagartig an.*

## B NACA 1412: Ergänzende Abbildungen

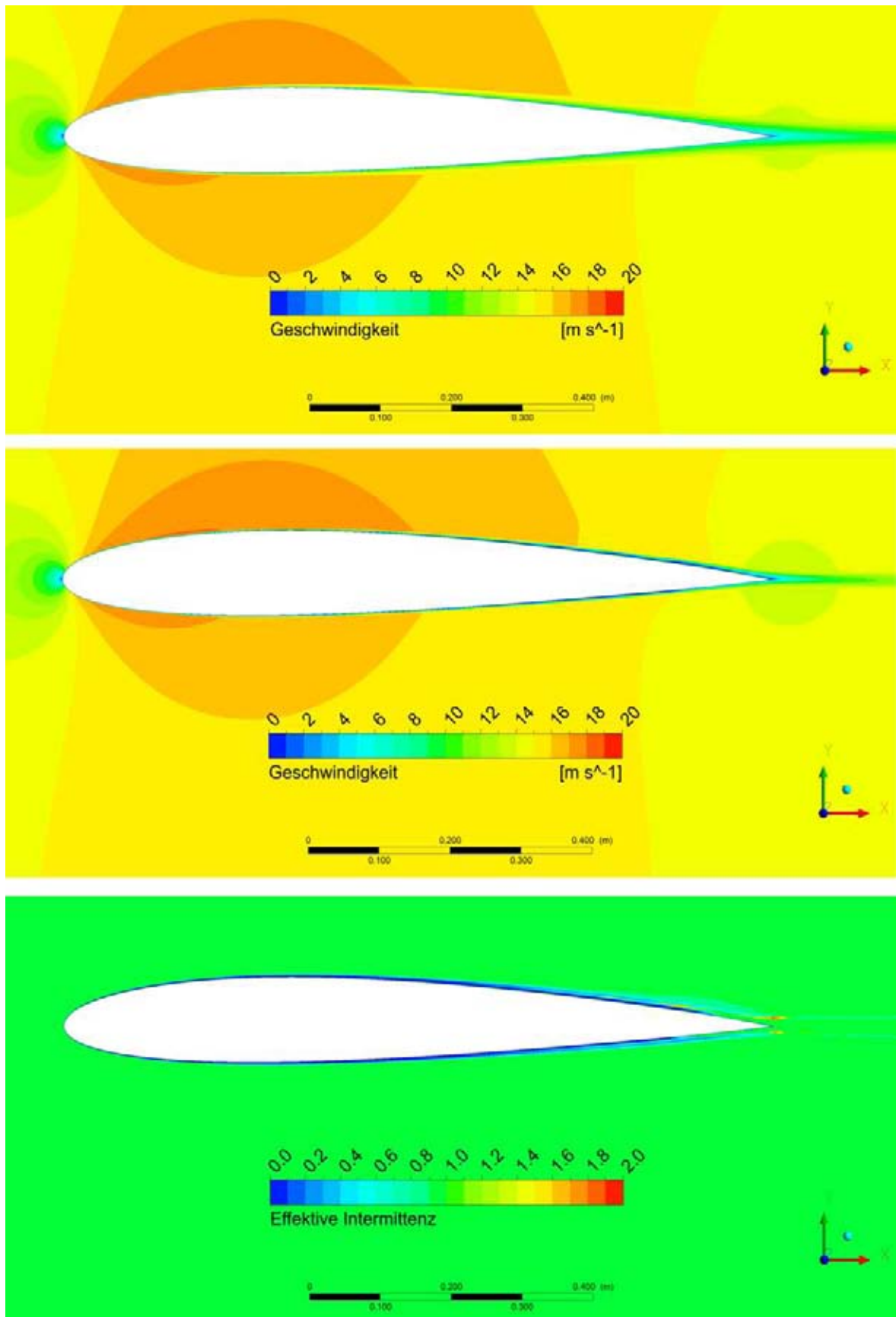
Dieser Abschnitt enthält ergänzende Abbildungen zur Untersuchung des NACA 1412-Profiles.



*Abb. B.1: NACA 1412 - Fall 1, Grundgitter: Residuen im Bereich der Hinterkante.*

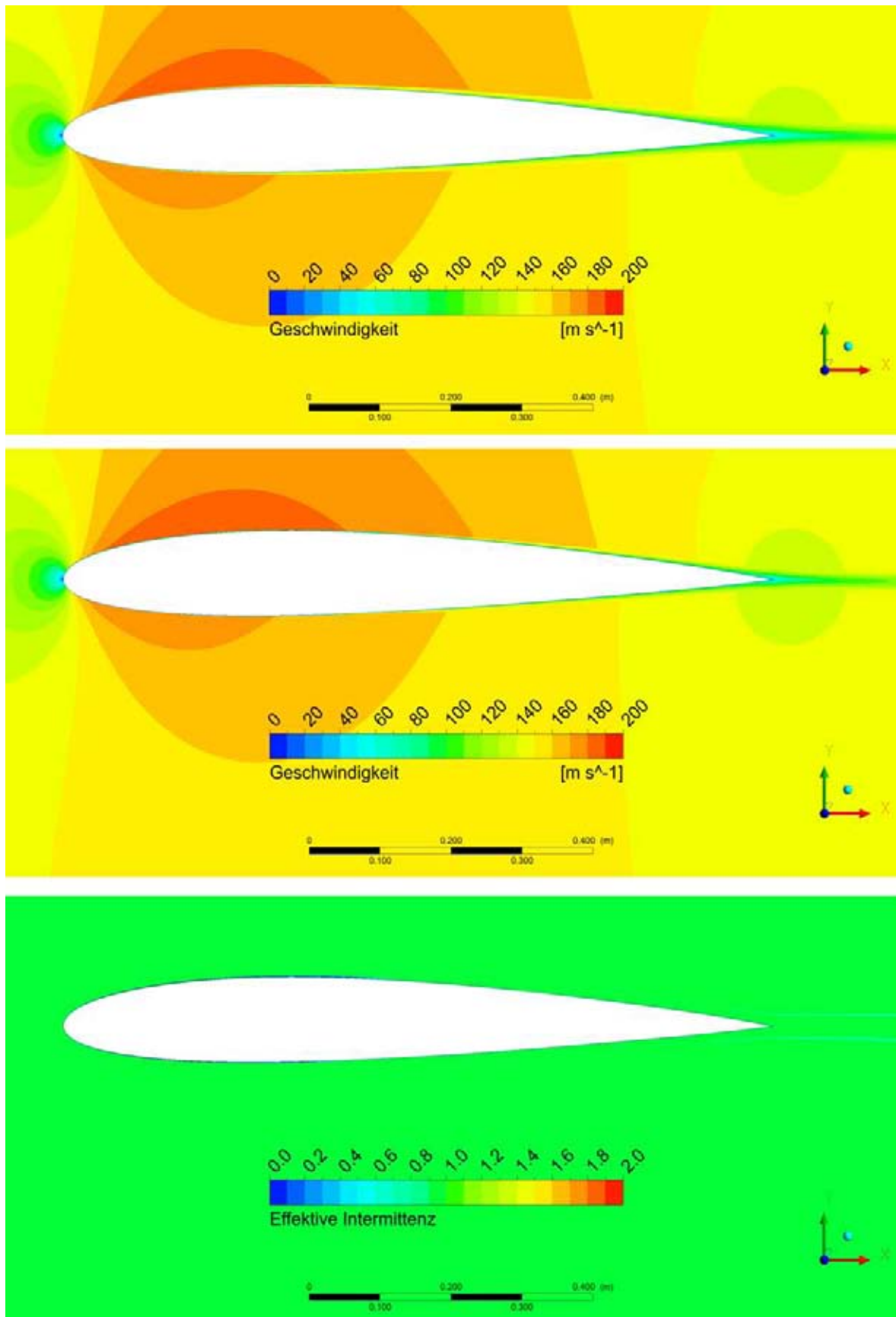


**Abb. B.2:** NACA 1412 - Fall 1, Grundgitter: Geschwindigkeit und effektive Intermittenz. Oben: voll turbulente Berechnung. Mitte: Berechnung mit Transitionsmodell.



**Abb. B.3:** NACA 1412 - Fall 2, Grundgitter: Geschwindigkeit und effektive Intermittenz. Oben: voll turbulente Berechnung. Mitte: Berechnung mit Transitionsmodell.





**Abb. B.4:** NACA 1412 - Fall 3, Grundgitter: Geschwindigkeit und effektive Intermittenz. Oben: voll turbulente Berechnung. Mitte: Berechnung mit Transitionsmodell.