

Masterarbeit

Xiangyun Fu

Entwicklung eines Echtzeitsimulators des Hochfrequenzsystems für XFEL zur Untersuchung der Stabilität der digitalen Feldregelung

Xiangyun Fu

Entwicklung eines Echtzeitsimulators des Hochfrequenzsystems für XFEL zur Untersuchung der Stabilität der digitalen Feldregelung

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung
im gemeinsamen Studiengang Mikroelektronische Systeme
am Fachbereich Technik
der Fachhochschule Westküste
und
am Department Informations- und Elektrotechnik
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer : Prof. Dr. Ulrich Sauvagerd
Zweitgutachter : Prof. Dr.-Ing. Hans-Dieter Schütte

Abgegeben am 26. April 2010

Xiangyun Fu

Thema der Masterarbeit

Entwicklung eines Echtzeitsimulators des Hochfrequenzsystems für XFEL zur Untersuchung der Stabilität der digitalen Feldregelung

Stichworte

Stabilität, Feldregelung, Beschleunigungsresonator, Störungsmodus, Echtzeitsimulator

Kurzzusammenfassung

An dem Beschleuniger XFEL bei DESY werden neunzellige supraleitende Beschleunigungsresonatoren benutzt werden. Ein derartiger Beschleunigungsresonator hat einen Beschleunigungsmodus und Störungsmoden. Das elektromagnetische Feld im Beschleunigungsresonator wird mit einer speziellen Feldregelungselektronik gesteuert. Zur Untersuchung der Stabilität der Feldregelung werden zwei Simulationsmodelle eines Beschleunigungsresonators entwickelt. Das ein Modell simuliert den Beschleunigungsmodus jedoch ohne Störungsmodus, das andere berücksichtigt insbesondere den hauptsächlichen Störungsmodus. Um schnelle realitätsnahe Ergebnisse zu erhalten, wird ein Echtzeitsimulator für einen Beschleunigungsresonator in einem FPGA entwickelt. Mit dem Echtzeitsimulator wird untersucht, wie der Störungsmodus auf die Stabilität der Feldregelung wirkt.

Xiangyun Fu

Title of the master thesis

Development of a real-time simulator of the radio frequency system for the XFEL to investigate the stability of the digital field-controller

Keywords

stability, field-controller, acceleration cavity, disturbance mode, real-time simulator

Abstract

Nine-cell superconducting acceleration cavities will be used in the accelerator XFEL at DESY. This type of cavity can operate in either acceleration or disturbance modes. And a field controller is used to regulate the accelerating field. To investigate the stability of the field-controller, two simulation models were developed. One was designed only with the acceleration mode but no disturbance mode, the other was designed including the main disturbance mode. To get quick and realistic results, a real-time simulator for the cavity was developed and implemented in an FPGA. With this simulator it can be further investigated, how the interference mode affects the stability of the field-controller.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Die neuen Beschleuniger bei DESY	3
2.1. XFEL	3
2.2. Beschleunigungsprozess in supraleitendem Cavity	4
3. Theorie des Cavity	8
3.1. Was ist ein Cavity	8
3.2. Grundlage des Cavity	8
3.3. Ersatzschaltbild eines neunzelligen Cavity	12
3.3.1. Grundgleichung des Cavity mit einer Zelle	14
3.3.2. Grundgleichung des Cavity mit neun Zellen	16
3.3.3. Zustandsraumdarstellung	18
3.4. Verstimmung	20
3.4.1. Mikrophonie	20
3.4.2. Lorentzkraft Verstimmung	21
4. Stabilitätsgrenzen der Feldregelung	23
4.1. Grundstruktur der Feldregelung mit einzeltem Cavity	23
4.1.1. Runtermischen der Hochfrequenz	24
4.1.2. IQ Detection	25
4.2. Übertragungsfunktion des Systems	27
4.3. Simulation der Übertragungsfunktion des neunzelligen Cavity	30
4.4. Analyse der Stabilitätsgrenzen	31
5. Simulation eines Cavity-Modells	34
5.1. Entwurf eines Simulators für ein Beschleunigungscavity	34
5.2. Entwicklung des vereinfachten Modells der Feldregelung	35
5.2.1. Feed Forward	37
5.2.2. Set Point	38
5.2.3. Feedback	39
5.2.4. Loopdelay	39
5.2.5. Cavitymodul	40
5.3. Die Ergebnisse der Modelle	44
5.4. Stabile und instabile Fallbetrachtung	48

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity	54
6.1. Grundlagen	54
6.1.1. Diskrete Zustandsraumdarstellung	54
6.1.2. Festkommazahlen	55
6.2. Entwicklungssoftware	55
6.2.1. AccelDSP	55
6.2.2. System Generator	56
6.3. Entwicklung des Modell 1 mit diskreter Zustandsraumdarstellung	56
6.3.1. Prüfung der Festkommazahlen bei π -Mode	56
6.3.2. Entwicklung des π -Mode mit Gleitkommazahlen bei <i>Simulink</i>	61
6.3.3. Entwicklung des Modell 1 mit Festkommazahlen bei <i>System Ge-</i> <i>nerator</i>	64
6.4. Entwicklung des Modell 2 mit diskreter Zustandsraumdarstellung	68
6.4.1. Prüfung der Festkommazahlen des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode	68
6.4.2. Entwicklung des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode mit Gleitkommazahlen bei <i>Simulink</i>	70
6.4.3. Entwicklung von Modell 2 mit Festkommazahlen bei <i>System Ge-</i> <i>nerator</i>	75
6.5. Fazit	77
7. Implementierung des Echtzeitsimulators	78
7.1. Vorstellung des FPGAs	78
7.2. Implementierung des Echtzeitsimulators und dessen Ergebnisse	81
7.3. Die Ergebnisse des Echtzeitsimulators	82
8. Ausblick	85
9. Zusammenfassung	86
Literaturverzeichnis	87
A. Feldverteilung in Cavity	89
B. Liste der verwendeten Symbole	90
C. Verzeichnis der benutzten Soft- und Hardware	93

Tabellenverzeichnis

- 6.1. Festkommazahlen-Darstellung der Register im `cav_simulator_accel_p.m` 59
- 6.2. Festkommazahlen-Darstellung der Register im `cav_dis_FPGA_p.mdl` . . . 64
- 6.3. Festkommazahlen-Darstellung der Register im `cav_89p_mode_dis_accel.m` 69

Abbildungsverzeichnis

2.1. Die Übersicht auf XFEL (aus [1])	3
2.2. Geschwindigkeit und Energie eines Elektrons im Zusammenhang	5
2.3. Das elektromagnetische Feld in einer Zelle des Cavity	6
2.4. Das elektromagnetische Feld im neunzelligen supraleitenden Cavity	7
3.1. Schematischer Querschnitt durch ein Cavity	9
3.2. Photographie des Cavity	9
3.3. Die Feldkonfiguration der Fundamental-Moden(FMs) im supraleitenden Cavity	11
3.4. Die Beschleunigungsspannung abhängig von der Phase des Teilchendurchgangs	12
3.5. Das LRC-Ersatzbild des supraleitenden Cavity	13
3.6. Die Resonanzfrequenzen des Cavity	13
3.7. Das Ersatzbild mit dem LRC-Schwingkreis von Klystron, Koppler, Cavity und Strahl	14
3.8. Das Ersatzbild mit dem LRC-Schwingkreis von einzelligem Cavity	14
3.9. Einfaches Modell des Cavity mit der Kopplung vom Klystron	17
3.10. linke Seite von Bezugsebene A	17
3.11. rechte Seite von Bezugsebene B	18
3.12. Vereinfachtes Modell aus der Sicht des Cavity	19
3.13. Störungsquellen	21
3.14. Einfluss der Versteifungsringe	22
4.1. Grundstruktur der Feldregelung mit einzeltem Cavity	24
4.2. Der Vorgang des Runtermischens der Frequenz	25
4.3. Die nachfolgenden Werte des rechteckigen Signals entsprechen dem Inphase-(I) und Quadratur-(Q)Wert	26
4.4. Komplexe IQ Werte	26
4.5. Das vereinfachte Blockbild der Feldregelung	27
4.6. Die simulierte Übertragungsfigur des neunzelligen Cavity mit neun Fundamentalmoden	31
4.7. Die simulierte Übertragungsfigur der Feldregelung beim “open loop“	32
5.1. Blockbild von Modell 1	34
5.2. Entwurf von Modell 2	35
5.3. Grundstruktur der Feldregelung mit dem Cavity	36

5.4. Aufbau von Modell 1 und Modell 2 im <i>Simulink</i>	37
5.5. feed forward table	38
5.6. Feedforward-Modul	39
5.7. set point table	40
5.8. Feedback-Modul	41
5.9. Loopdelay-Module	41
5.10. Das Algorithmusmodul von Modell 1	42
5.11. Das Algorithmusmodul von Modell 2	43
5.12. Komplexe Ausgangsspannung	44
5.13. Die simulierten Ergebnisse von Modell 1	45
5.14. Die simulierten Ergebnisse von Modell 2	46
5.15. Die Amplituden der Übertragungsfunktion des Cavity	47
5.16. Zoom der Amplituden der komplexen Ausgangsspannung von Modell 1 und Modell 2 beim <i>flattop</i>	47
5.17. Zoom der Phasen der komplexen Ausgangsspannung von Modell 1 und Modell 2 beim <i>flattop</i>	48
5.18. Das Cavityverhalten in einem stabilen Fall	50
5.19. Das Cavityverhalten in einem instabilen Fall	51
5.20. Der normierte RMS-Fehler der Spannung beim <i>flattop</i> mit dem Modell 1	52
5.21. Der normierte RMS-Fehler der Spannung beim <i>flattop</i> mit dem Modell 2	52
5.22. Die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung mit Modell 2	53
6.1. Der Real- und Imaginärteil der Ausgänge des Cavitymodells	60
6.2. Aufbau des Modell 1 im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen . .	62
6.3. Berechnung des Realteils des Cavitymoduls im diskreten Zeitbereich . . .	62
6.4. Ergebnisse des Modell 1 im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen	63
6.5. Aufbau von Modell 1 mit <i>System Generator</i>	65
6.6. Aufbau des Cavitymoduls im Modell 1 mit <i>Xilinx-Toolboxes</i>	66
6.7. Aufbau des Realteils der Cavitymodule mit <i>Xilinx-Toolbox</i>	67
6.8. Aufbau des Blocks „dateready“ mit <i>Xilinx-Toolbox</i>	68
6.9. Der Real- und Imaginärteil der Ausgänge des Cavitymoduls im $\frac{8}{9}\pi$ -Mode	71
6.10. Ergebnisse des Cavitymoduls mit numerischen Fehlern beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen	72
6.11. Ergebnisse des Cavitymoduls ohne numerischen Fehler mit dem $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen	74
6.12. Aufbau von Modell 2 mit <i>System Generator</i>	75
6.13. Aufbau des Cavitymoduls in Modell 2 mit <i>Xilinx-Toolbox</i>	76
7.1. XtremeDSP Development Kit	79
7.2. Testprogramm zur Implementierung	80
7.3. Echtzeitsimulator des Cavity	81
7.4. Ergebnisse des Echtzeitsimulators mit Modell 1	83
7.5. Ergebnisse des Echtzeitsimulators mit Modell 2	84

8.1. Die Struktur des Echtstators von Feldregler und Cavity-Simulator . . .	85
A.1. Das elektrische Feld bei TM ₀₁₀ -Mode	89
A.2. Das magnetische Feld bei TM ₀₁₀ -Mode	89

1. Einleitung

Das Deutsche Elektronen-Synchrotron (DESY) entwickelt, baut und betreibt Teilchenbeschleuniger für die Forschung mit Photonen und für die Teilchenphysik. Der neue Beschleuniger, der sogenannte Europäische Röntgenlaser XFEL (X-Ray Free-Electron Laser) basierend auf supraleitenden Beschleunigungsmodulen ist im Bau, um extrem helle und ultrakurze Pulse vom kohärenten X-Ray zu erzeugen. Zur Regelung des Beschleunigungsverfahrens werden die Beschleunigungsresonatoren durch eine digitale Feldregelung gesteuert. Um die Resonatoren stabil zu regeln, ist es wichtig, die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung zu untersuchen. Diese Arbeit stellt erste Untersuchung für das Studium der Stabilitätsgrenzen der Feldregelung im Echtzeitbereich dar. Ein supraleitender Beschleunigungsresonator hat einen Beschleunigungsmodus und mehrere Störungsmoden. Zur Untersuchung der Wirkung des größten Störungsmodus auf die Stabilität der Feldregelung wird ein Modell aufgebaut. Die Eigenschaften des Cavity werden simuliert und die Ergebnisse dargestellt. Aus dem Modell wird ein diskretes Modell für die Implementierung des Echtzeitsimulators auf FPGA abgeleitet. Die hierbei auftauchenden numerischen Schwierigkeiten wegen der Diskretisierung werden durch eine Modifikation der Zustandsgleichung gelöst. Die gemessenen Ergebnisse des Echtzeitsimulators werden gezeigt.

In Kapitel 2 werden die Hauptkomponenten des neuen Beschleunigers XFEL bei DESY sowie die Beschleunigungsprozesse in supraleitenden Beschleunigern ganz allgemein vorgestellt. In Kapitel 3 werden die Grundlagen eines Beschleunigungsresonators (Cavity) dargestellt. In Kapitel 4 wird eine vereinfachte Struktur der Feldregelung dargestellt. Dabei werden die Signalfrequenzen und der Störungsmodus des Cavity vorgestellt. In Kapitel 5 werden zwei Systemmodelle der supraleitenden Beschleunigungsresonatoren mit der Feldregelung im kontinuierlichen Zeitbereich aufgebaut. Das erste Modell wird nur mit dem Beschleunigungsmodus, jedoch ohne Störungsmodus entwickelt. Das zweite berücksichtigt insbesondere den hauptsächlichen Störungsmodus. Im Vergleich der beiden Modelle werden die Effekte des Störungsmodus erklärt und gezeigt. Mit Hilfe von *Matlab* und *Simulink*¹ wird die Regelungsstabilität der digitalen Feldregelung durch die Modelle simuliert. Mit den Analysen in Kapitel 4 und den kontinuierlichen Modellen in Kapitel 5 wird eine theoretische Schlussfolgerung zu den Stabilitätsgrenzen der Feldregelung gezogen. Es wird gezeigt, dass die Regelabweichung nicht unbedingt kleiner wird, auch wenn die Schleifenverzögerung der digitalen Feldregelung immer weiter verkleinert wird.

¹Matlab(**M**atrix **L**aboratory) ist eine hochentwickelte Skriptsprache für mathematische und technische Berechnungen. Die Funktionalität von Matlab wird durch sogenannte Toolboxes erweitert. Simulink ist eine Matlab-Toolbox zur graphischen Modellierung, Simulation und Analyse von dynamischen Systemen [19].

Zum Studium der Regelungsabweichung im Echtzeitbereich werden diese Modelle sowohl im kontinuierlichen als auch im diskreten Zeitbereich diskutiert und mit dem Ziel der Implementierung des Algorithmus auf FPGA²-Basis entwickelt. In Kapitel 6 wird die Entwicklung des Echtzeitsimulators erklärt. Im Vergleich zu den simulierten Programmen mit Software hat ein Echtzeitsimulator das wirkliche Rauschen, und mit dem Echtzeitsimulator stehen schnellere simulierte Ergebnisse zur Verfügung. Unter anderem werden die Limits der vorhandenen Hardware durch die notwendige Diskretisierung einschließlich der Wortlängeneffekte und der Festkomma-Arithmetik diskutiert. Ein Vorschlag für das Modell ohne und mit Störungsmodus zur Implementierung in einer FPGA-basierte Digitalelektronik wird in Kapitel 6 abgeleitet, insbesondere im Hinblick auf numerische Instabilitäten.

In Kapitel 7 werden die Ergebnisse der Implementierung auf FPGA dargestellt. Es wird gezeigt, dass der auf FPGA Basis implementierte Echtzeitsimulator mit dem Störungsmodus des Cavity zur Verfügung steht. Als Nächstes sollte dieser mit einer digitalen Feldregelung verbunden werden. Damit kann untersucht werden, wie der Störungsmodus auf die Regelungsabweichung der Feldregelung wirkt. Einige Vorschläge für die Zukunft werden im Kapitel 8 dargestellt.

²field-programmable gate array

2. Die neuen Beschleuniger bei DESY

Das Deutsche Elektronen-Synchrotron(DESY) entwickelt, baut und betreibt Teilchenbeschleuniger für zwei Forschungsrichtungen: Forschung mit Photonen und Teilchenphysik. Die europäische X-Ray Free-Electron Laser(XFEL)-Anlage ist eine neue internationale wissenschaftliche Infrastruktur, die im Nordwesten von Hamburg gebaut wird. Der Zweck der Anlage ist, extrem helle und ultrakurze Pulse von kohärenten X-Ray mit Wellenlängen von 0,1nm zu erzeugen, um sie für wissenschaftliche Experimente in Physik, Chemie, Materialwissenschaft und Biologie zu nutzen [1].

2.1. XFEL

Das vorliegende Kapitel gibt einen kurzen Überblick über den gesamten europäischen X-Ray Free-Electron Laser (XFEL) mit der Beschreibung seiner Hauptkomponenten. Die Hauptkomponenten sind:

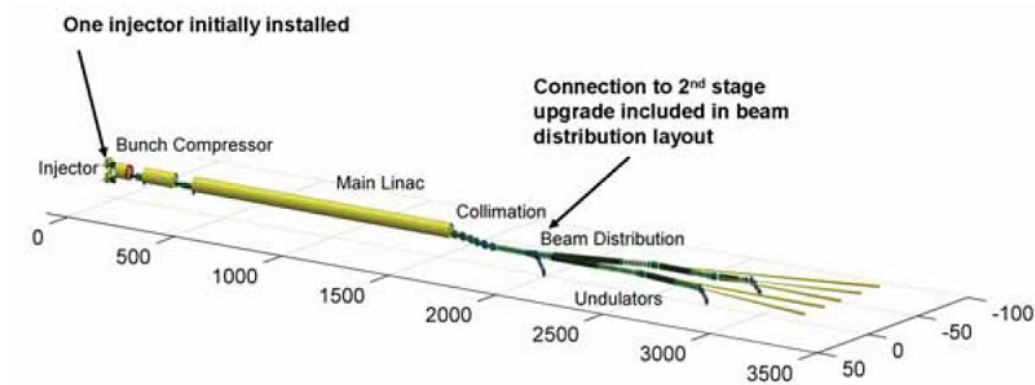


Abbildung 2.1.: Die Übersicht auf XFEL (aus [1])

- Der Injector, bestehend aus der Elektronenquelle, dem dritten harmonischen System und Bunch-Kompressoren.
- Der Linear Beschleuniger(LINAC)
- Die Undulatoren

Injector

Die Hauptkomponenten des Injektors sind eine RF-Elektronenquelle (Radio frequency-Gun) mit einer Photokathode und ein System von Cavities. Aus der RF-Elektronenquelle wird Photoeffekt zu Teilchenpaketen geformt, die dann sich in einem hohen Beschleunigungsgradienten unterliegen. Mit den Cavities im Injector werden die Elektronen auf bis zu 120 MeV beschleunigt.

Linear Beschleuniger(LINAC)

Der Linearbeschleuniger besetzt die ersten 1,6 km des Tunnels. Den größten Teil der Länge nehmen die 116 Beschleunigungsmodule ein, die jeweils 12 m lang sind. Diese bringen das Elektron auf eine Energie von 5 MeV bis zu 20 GeV mit $E \approx \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} m_0 c^2$ (s. Abbildung 2.2), wobei die Ruhemasse $m_0 = 9,108 \cdot 10^{-31} kg$ ist. Die Herleitung findet man in [2]. Weitere wesentliche Komponenten sind die beiden „Bunch Compressoren“, Magneten, die zur Verkürzung der Länge des Bunchs bis zu etwa 55 pm dienen. Die letzten 0,4 km des Tunnels werden von Geräten besetzt, die einen gut gebündelten und ausgerichteten Strahl zu den folgenden Teilen des FEL¹, besonders zu den Undulatoren, transportieren.

Undulator

Der Undulator ist ein Magnet, der am Ende der Linearbeschleuniger installiert ist. Es bietet ein magnetisches Wechselfeld von Permanentmagneten. Die Kräfte bringen die Elektronen dazu, auf einer periodischen Bahn zu laufen und Synchrotronstrahlung zu emittieren. So wird das kohärente Laser-Licht erzeugt.

2.2. Beschleunigungsprozess in supraleitendem Cavity

Zur Berechnung des Energiegewinns eines Teilchens durch ein Cavity mit Hochfrequenz soll die Veränderung der elektromagnetischen Felder in Raum und Zeit diskutiert werden. Im Folgenden wird nur der spezielle Beschleunigungsfall vom Arbeitsmode mit einem relativistischen Teilchen $v \approx c$ gezeigt. Zur Beschleunigung eines Strahls wird die TM010-Mode² verwendet, da diese ein longitudinales(Z) elektrisches Feld besitzt und auf der Strahlachse(Γ) das magnetische Feld verschwindet. Durchquert ein geladenes Teilchen eine Zelle eines Resonators, so wird es durch ein zeit- und ortsabhängiges elektrisches Feld beschleunigt

$$\Delta E_z(z, t) = E(z) \cos(\omega_{\text{hf}} t), \quad (2.1)$$

¹FEL: Freie Elektronen Laser

²TM010-Mode ist ein Schwingungsmode eines dreidimensionalen Hohlraumresonators. Es gibt noch anderen Moden des Feldes. Die genaue Erklärung dafür findet man in [15]

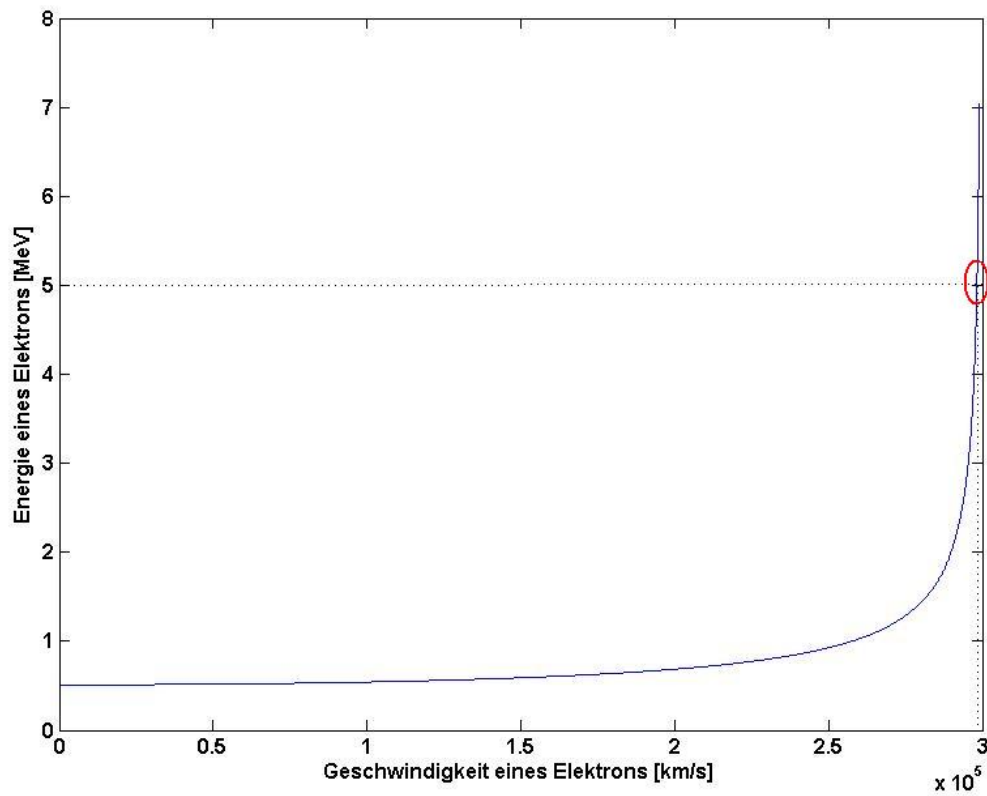


Abbildung 2.2.: Geschwindigkeit und Energie eines Elektrons im Zusammenhang: Nach der RF-Elektronquelle fliegt das freie Elektron mit der Geschwindigkeit $v \approx c$ und der Energie von ungefähr 5MeV. Nach dieser Abbildung wird die Geschwindigkeit eines Teilchens nachfolgend sehr wenig beschleunigt. Aber die Energie des Teilchens wird viel mehr erhöht.

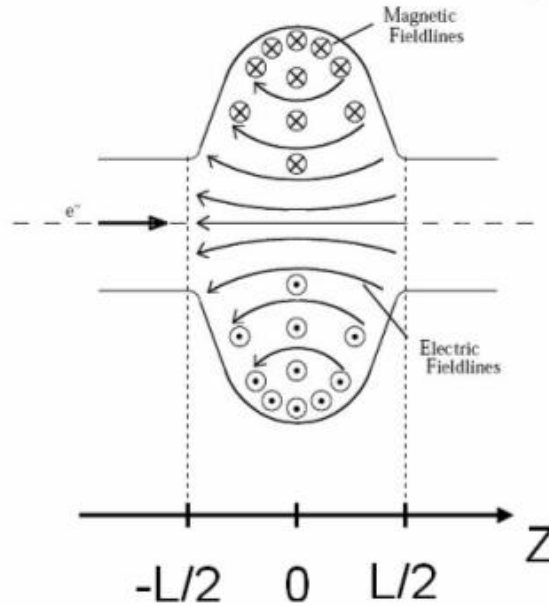


Abbildung 2.3.: Das elektromagnetische Feld in einer Zelle des Cavity (aus [3]): Die Richtung der Lorentzkraft auf das Elektron verläuft gegenteilig zur Richtung des elektrischen Felds.

mit der Frequenz von HF $\omega_{\text{hf}} = 2\pi f_{\text{hf}}$ [7].

Wir definieren das Koordinatensystem so wie in der Abbildung 2.3 gezeigt. Die Zeitachse ist in der Weise gewählt, dass das Teilchen die Mitte der Resonatorzelle zur Zeit $t = 0$ erreicht. So ist:

$$z = c \cdot t, \quad (2.2)$$

Haben sich die Injektionen des Teilchens von einem Zeitpunkt t_b verzögert, dann gilt:

$$z = c \cdot (t - t_b) \Leftrightarrow t = \frac{z}{c} + t_b, \quad (2.3)$$

was bedeutet, dass das Teilchen die Mitte der Resonatorzelle in der Zeit von t_b erreicht [7].

Wegen des Wechselfelds in den Resonatorzellen verändert sich die Richtung des elektronischen Felds in der jeweiligen Zelle periodisch beim Durchflug eines Teilchens durch das neunzelligen Cavity(s. Abbildung 2.4) [15]. Der Energiegewinn eines Teilchens ist am größten, wenn es gerade dann die Mitte der Resonatorzelle erreicht, wenn das elektrische Wechselfeld sein Maximum annimmt ($t_b = 0$, „on crest“ Beschleunigung) bei π -Mode. Dieser Mode wird für alle Beschleunigungscavities in den meisten Linearbeschleunigern verwendet. Dies wird im Kapitel 3 erklärt.

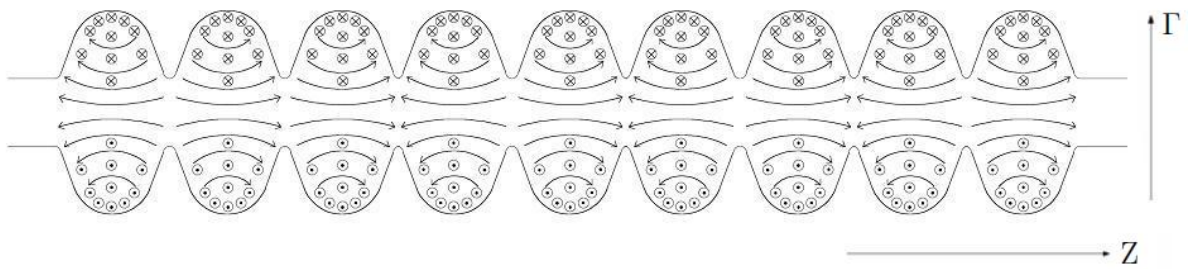


Abbildung 2.4.: Das elektromagnetische Feld im neunzelligen supraleitenden Cavity (aus [3]): Das Eingangssignal ist ein Strom mit der Frequenz von 1,3 GHz. Damit verändert sich die Richtung des elektronischen Felds in der jeweiligen Zelle periodisch [15].

3. Theorie des Cavity

3.1. Was ist ein Cavity

Ein wichtiger Teil des Linacs des XFEL sind die supraleitende Cavities mit je neun Zellen. Das supraleitende Cavity ist aus Niob hergestellt. Die Resonanzfrequenz des Cavity ist 1,3GHz. Mit Helium wird das supraleitende Cavity auf bis zu -271°C oder 2K gekühlt. Da die supraleitende Oberfläche einen extrem niedrigen Widerstand(in nOhm) hat, braucht es relativ wenig Energie, um die Beschleunigungsfelder zu erreichen($|\vec{E}| = 25\text{MV/m}$). Die gesamte HF-Leistung steht zur Verfügung, um die Teilchen zu beschleunigen. In der Abbildung 3.1 sieht man eine technische Zeichnung, welche einen Querschnitt durch das bei DESY entwickelte supraleitende Cavity darstellt, das aus neun gekoppelten Zellen besteht.

3.2. Grundlage des Cavity

Zur Füllung eines Cavity mit HF-Leistung ist eine Eingangskopplung erforderlich. Der Aufbau eines Linearbeschleunigers mit einzelligen Cavities wäre sehr teuer. Deswegen sind bei den XFEL-Resonatoren neun Zellen gekoppelt. Das macht es möglich, die Zellen eines solchen neunzelligen Resonators gemeinsam durch nur einen Hochleistungskoppler mit HF-Leistung zu versorgen. Die Kopplung von der einen Zelle zu der anderen kann eine magnetische und/oder elektrische sein. Das neunzellige Cavity nennt man „supraleitendes Cavity“. Die Mechanikstruktur des supraleitenden Cavity sieht aus wie in Abbildung 3.1. Ein mit neun Zellen gekoppeltes Cavity hat wegen der Kopplung neun verschiedene normale HF Moden. Die Basisvektoren zum Ausdrücken der Fundamentalmoden(FMs) sind [4]:

$$\vec{V}_{\frac{n}{9}\pi} = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{pmatrix} \sin((1 - \frac{1}{2})\frac{n}{9}\pi) \\ \sin((2 - \frac{1}{2})\frac{n}{9}\pi) \\ \vdots \\ \sin((9 - \frac{1}{2})\frac{n}{9}\pi) \end{pmatrix} \text{ für } n = 1, 2, \dots, 8 \text{ und } \vec{V}_{\pi} = \frac{1}{\sqrt{9}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \text{ für } n = 9 \quad (3.1)$$

Eine gegebene Feldkonfiguration kann als Linearkonfiguration der einzelnen Fundamentalmode ausgedrückt werden [4]:

$$\vec{U} = \sum_{n=1}^9 a_n \cdot \vec{V}_{\frac{n}{9}\pi}, \quad (3.2)$$

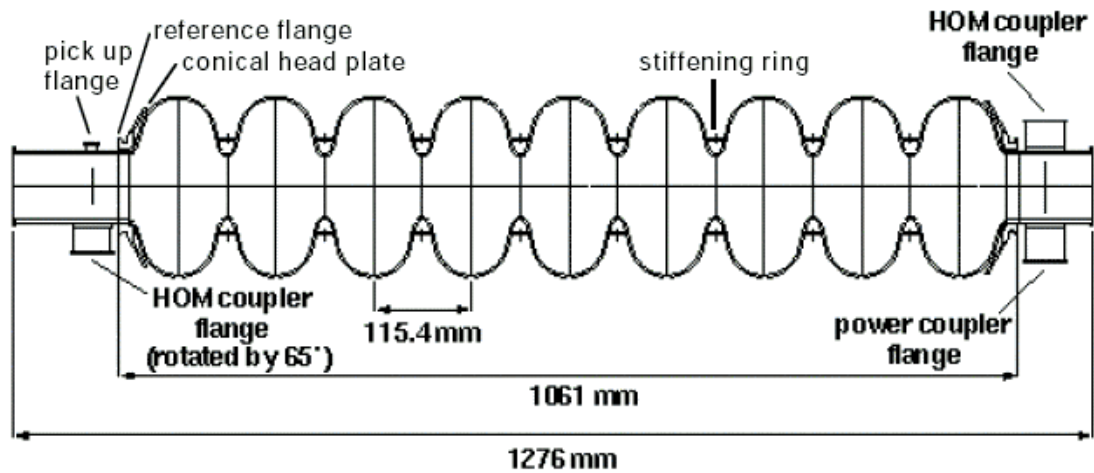


Abbildung 3.1.: Schematischer Querschnitt durch ein Cavity (aus [4]): Die Länge eines supraleitenden Cavity ist ungefähr 1m. Energiegewinn: 25MeV; Beschleunigungsspannung: 25MV; Elektrische Feldstärke: 25MV/m



Abbildung 3.2.: Photographie des Cavity (aus [4])

wobei a_i ist ein Koeffizient von -1 oder 1 nach jeweiliger Zelle.

Im Fall des XFEL Cavity ist der Faktor $\frac{n}{9}\pi$. Für die Beschleunigung wird der π -Mode als Arbeitsmode verwendet. Die Abbildung 3.3 zeigt eine Skizze der Feldkonfiguration für alle neun FMs(Fundamentalmoden). Der π -Mode zeigt gleiche Amplituden in allen Zellen mit umgekehrten Vorzeichen. Während der Strahl von Zelle zu Zelle geht, ändert sich das Vorzeichen für das HF-Feld synchron. Das führt zur Beschleunigung über die gesamte Länge. Dies passiert in anderen Moden nicht.

Die Aktion der Verbindung von Zelle zu Zelle ist am stärksten, wenn die Amplituden der zwei benachbarten Zellen umgekehrte Vorzeichen haben(bei den π -Mode). Im Gegenteil ist die Aktion am schwächsten(bei den $\frac{1}{9}\pi$ -Mode), bzw. immer 0.

In Kapitel 2 wurde das zeit- und ortsabhängige elektrische Feld $E_z(z, t)$ erklärt. Um diesen Beschleunigungsprozess eines Teilchens im Cavity zu berücksichtigen, sei die wirk-same Beschleunigungsspannung U_{cav} derart definiert, dass sie den durch die Ladung des Teilchens dividierten, effektiven Energiegewinn des Teilchens in der Zelle angibt. Die Beschleunigungsspannung in einem Resonator ist eine Wechselspannung. Beim Durchflug eines Teilchens durch eine Resonatorzelle ist daher die Zeitabhängigkeit der Spannung zu berücksichtigen. Betrachtet sei nun ein hochrelativistisches Teilchen $v \approx c$, das gerade in dem Moment die Mitte der Resonatorzelle erreicht, wenn das Wechselfeld in der Zelle sein Maximum annimmt. Dann gilt für die Spannung mit der Gleichung 2.1 und der Gleichung 2.2 [7]:

$$U_{cav} = \int_{-L/2}^{+L/2} E(z) \cdot \cos\left(\frac{\omega_{hf}}{c} z\right) dz, \quad (3.3)$$

wobei L die Länge der Resonatorzelle ist. Das elektrische Feld $E(z)$ entlang der Resonatorachse ist ortsabhängig(s.Abbildung 2.3).

Durchquert ein Teilchen, das um eine Zeitdifferenz t_b relativ zu dem Teilchen versetzt ist, welches mit U_{acc} beschleunigt wird, wird diese Spannung mit der Gleichung 2.3 wie [7]:

$$U_{acc} = \int_{-L/2}^{+L/2} E(z) \cdot \cos\left(\omega_{hf} \frac{z}{c} + \omega_{hf} t_b\right) dz, \quad (3.4)$$

definiert.

Aus dem Additionstheorem für die Kosinusfunktion folgt nun unter Ausnutzung der Symmetrie der Resonatorzelle [9]:

$$U_{acc} = \int_{-L/2}^{+L/2} E(z) \cdot \cos\left(\omega_{hf} \frac{z}{c}\right) dz \cdot \cos(\omega_{hf} t_b) = U_{cav} \cos(\omega_{hf} t_b) = U_{cav} \cos(\varphi). \quad (3.5)$$

Der Zeitdifferenz t_b wird dabei die Beschleunigungsphase $\varphi = \omega_{hf} t_b$ zugeordnet.

Hat die Injektion des Teilchens keine Verzögerung $t_b = 0$, definiert man es als „on crest“ Beschleunigung (s. Abbildung 3.4). Das bedeutet, dass es gerade die Mitte der Resonatorzelle erreicht, wenn das elektrische Wechselfeld sein Maximum annimmt. Wenn die Verzögerung gerade ein Viertel der Periode der HF ist $\varphi = \frac{\pi}{2}$, definiert man es als „zero crossing“. Und wenn die Verzögerung gerade halb der Periode der HF ist $\varphi = \pi$,

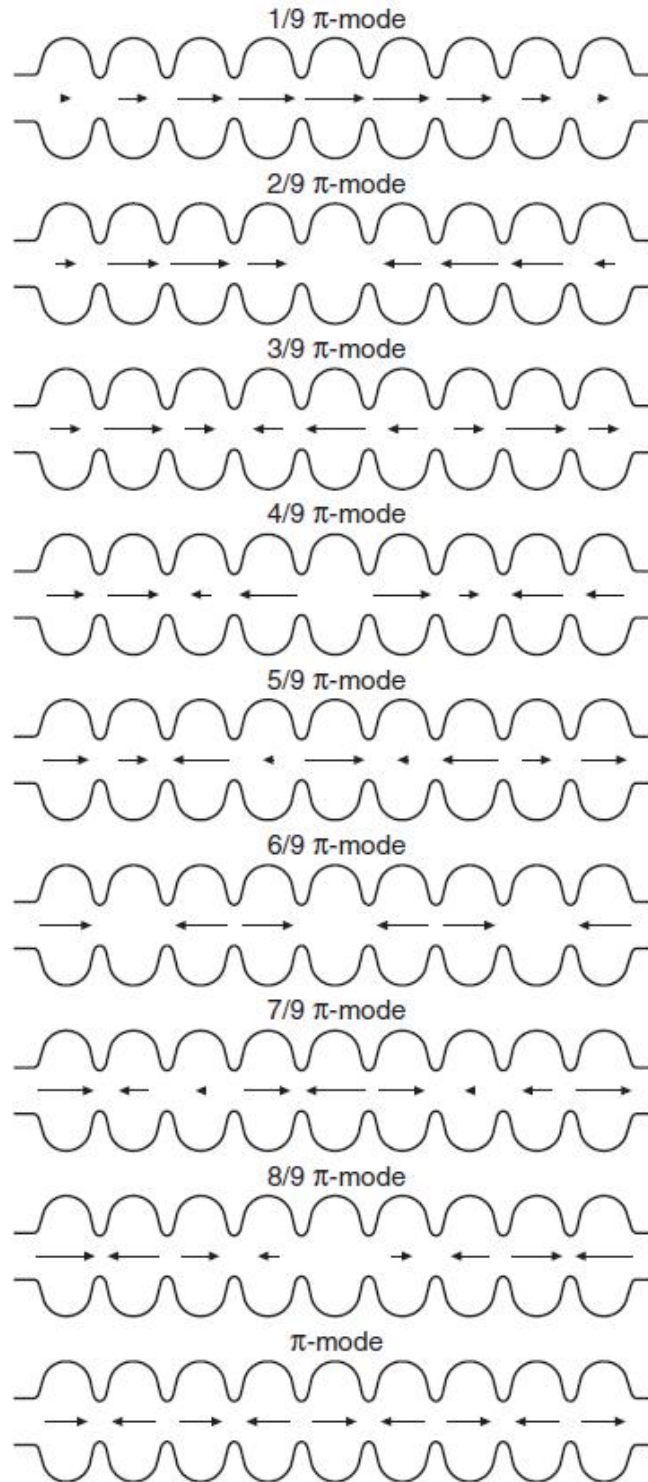


Abbildung 3.3.: Die Feldkonfiguration der Fundamental-Moden(FMs) im supraleitenden Cavity (aus [6]): Die Phasenverschiebung bei π -Mode der zwei benachbarten Zellen ist gerade $\pi (= 180^\circ)$. Deswegen nennt man diesen Mode π -Mode. Beim π -Mode kann das Teilchen am stärksten beschleunigt werden.

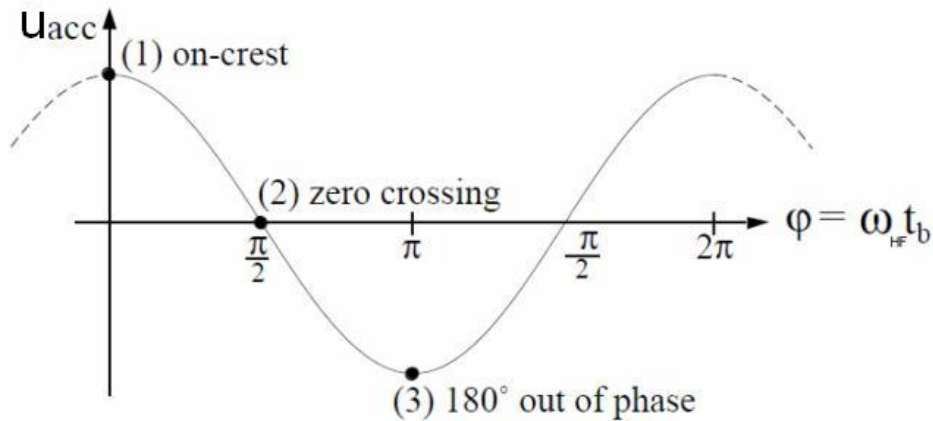


Abbildung 3.4.: Die Beschleunigungsspannung abhängig von der Phase des Teilchendurchgangs (aus [7])

definiert man es „out of phase“. Es ist leicht herzuleiten, dass bei „on crest“ das Teilchen die maximale Beschleunigungsenergie erreicht [9].

3.3. Ersatzschaltbild eines neunzelligen Cavity

Die Abbildung 3.5 zeigt das Ersatzschaltbild mit einem LCR-Schwingkreismodell eines supraleitenden Cavity. Das Modell stellt das supraleitende Cavity mit magnetischer Kopplung der einzelnen Zellen dar. Durch die Kopplung der Schwingungen ergeben sich neun Beschleunigungsmoden eines solchen Resonators, die unterschiedliche Resonanzfrequenzen haben, wie die Abbildung 3.6 (mit Hilfe eines Netzwerkanalysators) zeigt. Laut der Abbildung 3.6 verhält sich das Cavity wie neun parallele Bandpassfilter. Die Moden werden dabei entsprechend der Phasendifferenz der Schwingungen von Zelle zu Zelle in dem Bild bezeichnet. Bei der Beschleunigung der Elektronen am XFEL-Linearbeschleuniger wird der π -Mode verwendet. Der nächste Bandpass-Mode zum Beschleunigungsmodus ist der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode, der durch 800kHz getrennt wird. Die Signale des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode verhalten sich wie die wesentlichen Störungssignale zum Beschleunigungsmodus π -Mode. Um die Grundgleichungen des Cavity herzuleiten, wird die Struktur zuerst beim π -Mode diskutiert. Basierend auf dem π -Mode werden die Gleichungen beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode später ausgegeben.

Die Anregung des Cavity durch den Generator und die Strahlung kann durch Stromquellen im Ersatzschaltbild-Modell beschrieben werden, wie die Abbildung 3.7 zeigt. Mit dem relativistischen Teilchen $v \approx c$, bleibt der Strahlstrom während der Beschleunigung im Cavity unverändert. Zum Vereinfachen des Ersatzmodells wird im Folgenden ohne den Einfluss des Strahls diskutiert.

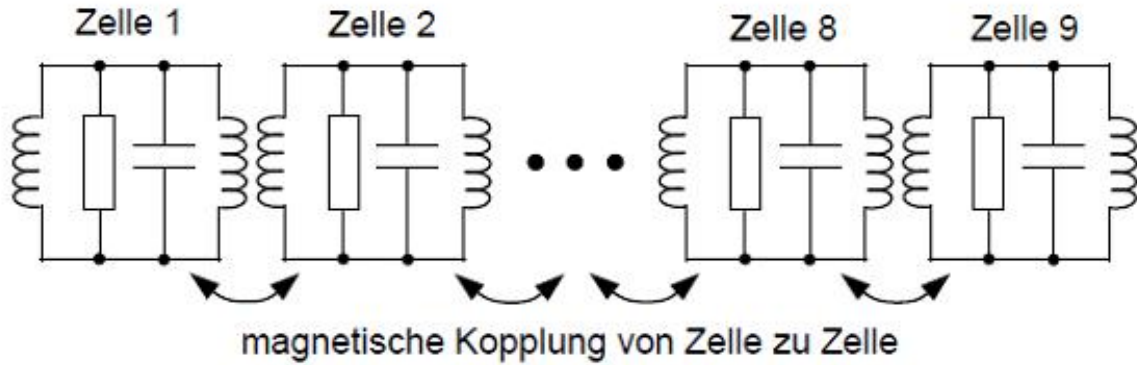


Abbildung 3.5.: Das LRC-Ersatzbild des supraleitenden Cavity (aus [9])

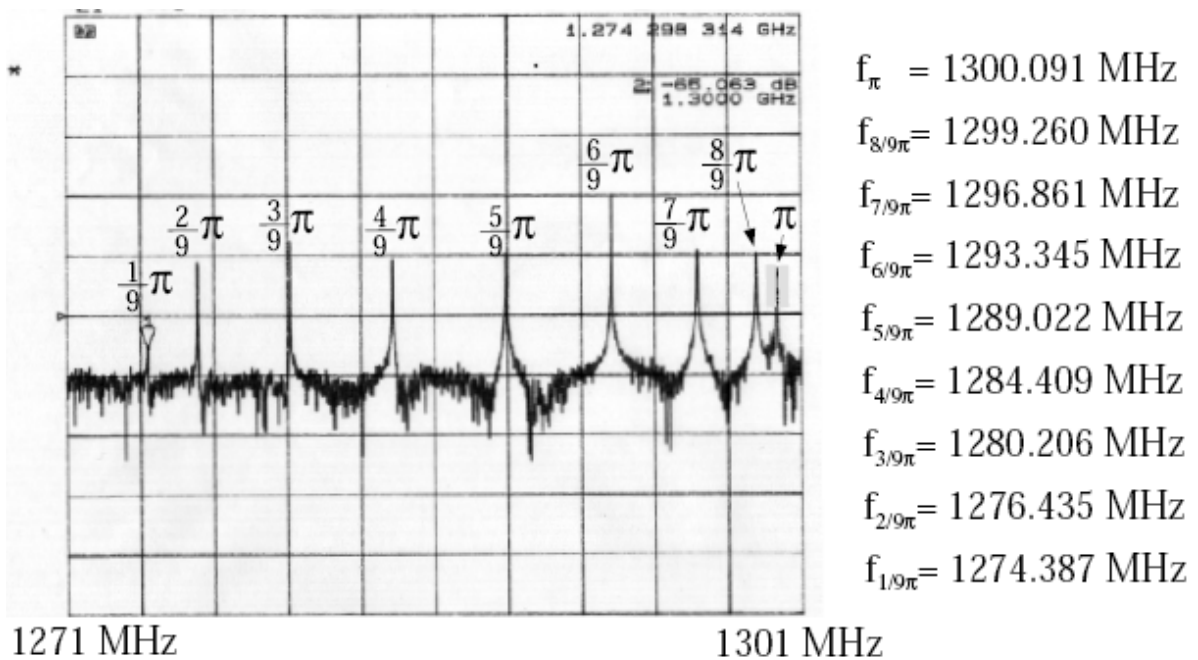


Abbildung 3.6.: Die Resonanzfrequenzen des Cavity (aus [7])

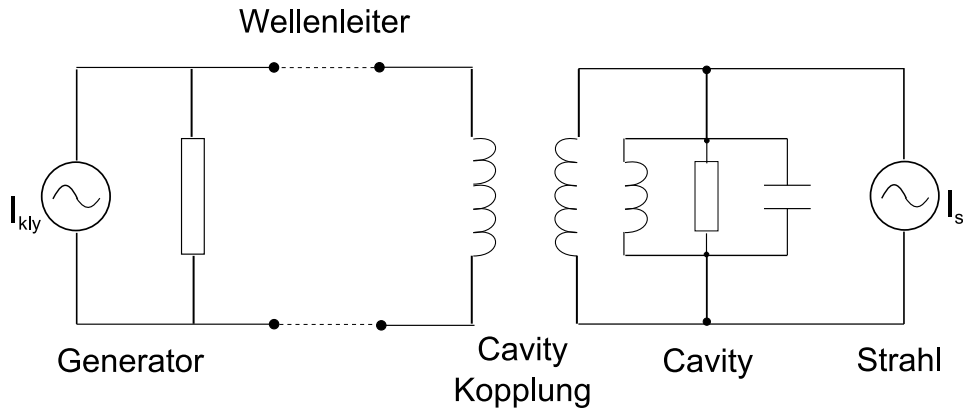


Abbildung 3.7.: Das Ersatzbild mit dem LRC-Schwingkreis von Klystron, Koppler, Cavity und Strahl (aus [8])

Die HF(Hochfrequenz)-Leistungsquelle ist ein Klystron. Das Klystron dient als Verstärker, um eine Trägerwelle mit der Hochleistung für das Cavity zu erzeugen. Es kann zur einer Stromquelle werden, die das Cavity antreibt, wie die Abbildung 3.7 zeigt. Die Kopplung des Klystron an die Übertragungsleitung und die Kopplung der Übertragungsleitung an das Cavity erfolgt durch verlustfreie Transformatoren.

3.3.1. Grundgleichung des Cavity mit einer Zelle

Wegen der Kopplung zwischen Klystron und Cavity ist es einfach zu zeigen, dass der einzelne Mode eines Cavity durch einen Stromgenerator angeregt wird, wie die Abbildung 3.8 zeigt.

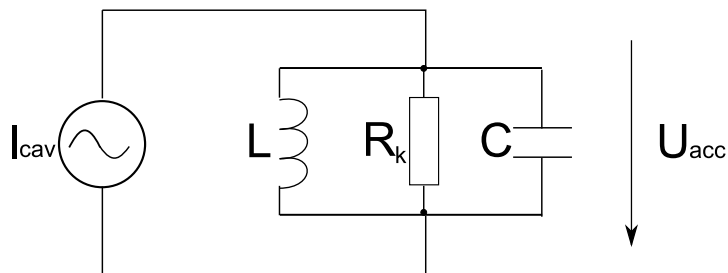


Abbildung 3.8.: Das Ersatzbild mit dem LRC-Schwingkreis von einzelligem Cavity (aus [8])

Die Abbildung 3.8 zeigt ein Ersatzschaltbild eines einzelnen Cavity mit Induktivität L , Kapazität C und Widerstand R_k des Kreises (der Ersatzwiderstand von der Wand des Cavity). Der LCR-Schwingkreis wird von einem Stromgenerator, der den Strom bei der Frequenz ω_{hf} erzeugt, angetrieben. Der Strom aus dem Generator erzeugt eine Spannung

über dem Schwingkreis, die mit der Spannung im Cavity identifiziert werden kann. So gibt die Resonanzfrequenz ω_0 des π -Mode des Resonators die Resonanzfrequenz des Schwingkreises vor, die im ungedämpften Fall gegeben ist durch

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.6)$$

Die Oberflächenströme, die von dem Hochfrequenzfeld in den Resonatorwänden induziert werden, führen auch bei einem supraleitenden Resonator zu Verlusten. Diese Verlustleistung P_{diss} wird in dem Schwingkreis durch den Widerstand R_k berücksichtigt, sodass gilt:

$$P_{diss} = \frac{U_{acc-rms}^2}{R_k} = \frac{\frac{1}{2}\hat{U}_{acc}^2}{R_k}. \quad (3.7)$$

Später wird nur die einhüllende Spannung diskutiert. Um die Struktur zu vereinfachen, wird hier ein *Shunt – Widerstand* der Beschleunigung R_{sh} als zweimal der Widerstand des Kreises R_k definiert [7]:

$$R_{sh} := 2R_k. \quad (3.8)$$

So wird die Verlustleistung durch

$$P_{diss} = \frac{1}{2} \frac{U_{acc}^2}{R_k} = \frac{U_{acc}^2}{R_{sh}} \quad (3.9)$$

beschrieben. Um die Verluste bei den Feldschwingungen in einem Resonator zu quantifizieren, wird eine *Güte* definiert [9]:

$$Q = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P}. \quad (3.10)$$

Dabei steht W für die im Resonator gespeicherte Energie $W = \frac{C\hat{U}_{acc}^2}{2}$ und P für die Verlustleistung, welche in die jeweils betrachtete Güte eingeht. Mit der gespeicherten Energie W für LCR-Schwingkreis, der Verlustleistung P_{diss} und der Gleichung 3.6 erhält man die sogenannte unbelastete Güte Q_0 eines Resonators [9]:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_{diss}} = \omega_0 R_k C = \frac{R_k}{L\omega_0} = R_k \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (3.11)$$

Daraus folgt nun:

$$\frac{r}{Q} := \frac{R_k}{Q_0} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (3.12)$$

wobei die so definierte *normierte Shunt-Impedanz* ($\frac{r}{Q}$) eines Resonators nur von seiner Geometrie abhängt und nicht von seinem Oberflächenwiderstand. Aus dem Kirchhoff-

schen Gesetz wird für die Abbildung 3.8 hergeleitet [8]:

$$I_{cav} = C\dot{U}_{acc} + \frac{\int U_{acc}dt}{L} + \frac{U_{acc}}{R_k}, \quad (3.13)$$

Mit $\frac{1}{R_k C} = \frac{\omega_0}{Q}$ und $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ aus der Gleichung 3.11:

$$\frac{\dot{I}_{cav}}{C} = \ddot{U}_{acc} + \frac{\omega_0 \dot{U}_{acc}}{Q} + \omega_0^2 U_{acc}. \quad (3.14)$$

Um den stabilen Status zu studieren, definieren wir:

$$I_{cav} \rightarrow i_{cav}(t) = i_0 e^{j\omega_{hft}t}, \quad U_{acc} \rightarrow u_{acc}(t) = u_0 e^{j(\omega_{hft}t + \phi)}. \quad (3.15)$$

Wobei I_0 und U_0 reelle Amplituden sind und ϕ die Phase zwischen der Resonanzspannung und dem treibenden Strom.

Aus der Gleichung 3.14 erhält man die zeitabhängige Resonanzspannung, wenn der treibende Strom bei $t = 0$ mit der Amplitude von I_0 eingeschaltet wird [8]:

$$u_{acc}(t) = R_k i_0 (1 - e^{-t/\tau}) \cos(\omega_0 t). \quad (3.16)$$

Nach einem Intervall von Zeitkonstanz ist die Spannung fast stabil [8]:

$$u_{acc}(t) = R_k i_0 \cos(\omega_0 t). \quad (3.17)$$

Wenn der treibende Strom bei $t = 0$ mit $u(0) = R_k i_0 \cos \delta$ ausgeschaltet wird, wobei δ ein beliebiger Phasenwinkel ist, erhält man die Beschreibung des Spannungsabfalls [8]:

$$u_{acc}(t) = R_k i_0 \cdot e^{-t/\tau} \cdot \cos(\omega_0 t + \delta). \quad (3.18)$$

Die Herleitung findet man in [8].

3.3.2. Grundgleichung des Cavity mit neun Zellen

In der Abbildung 3.7 kann die Übertragungsleitung ein Wellenleiter bzw. ein Koaxialkabel sein. In der Übertragungsleitung entstehen die hin- und rücklaufenden Wellen durch das Verhältnis zwischen den Ein- und Ausgangsimpedanzen. Das Klystron ersetzt die HF-Stromquelle zu der Übertragungsleitung. Dies ermöglicht das vereinfachte Ersatzschaltbild Abbildung 3.9. Um das Klystron vor rücklaufenden Wellen zu schützen, befindet sich in dem Hohlleiter ein Zirkulator. Dieser lässt zwar vom Generator(Klystron) zum Resonator(Cavity) hinlaufende Wellen durch, die rücklaufenden Wellen vom Resonator werden aber in eine Last mit Impedanz Z_0 geleitet(sogen. Wellensumpf). Das ist notwendig, da das Klystron durch rücklaufende Wellen zerstört werden kann. Im Folgenden wird das Stromkreismodell in drei Abschnitte gezeigt, die durch die Bezugsebenen

getrennt sind, wie in der Abbildung 3.9 dargestellt.

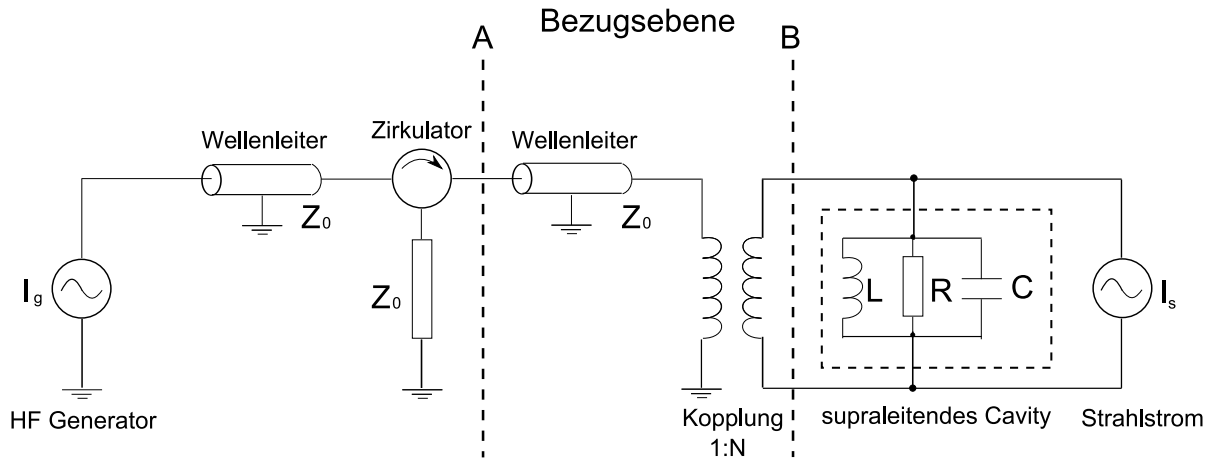


Abbildung 3.9.: Einfaches Modell des Cavity mit der Kopplung vom Klystron (aus [9])

Vom Generator aus gesehen (linke Seite der Bezugsebene A), ist die Leitung daher immer reflektionsfrei mit Z_0 abgeschlossen. Die Abbildung 3.10 zeigt das entsprechende Ersatzschaltbild [7].

In der Abbildung 3.11 sind alle Ströme und Spannungen auf der Cavity Seite transformiert. Die Übertragungsleitung verhält sich als eine parallele Last zu dem Cavity Widerstand R . Die in der LRC Schaltung gespeicherte Energie verbraucht sich nur wegen des Widerstands R . Aber der größte Teil der Verluste passiert in der äußeren Last R_{ext} . Alle anderen Verluste in der Kopplung, der Übertragungsleitung selbst, usw. sind in R_{ext} beinhaltet [9]:

$$R_{ext} = N^2 \cdot Z_0. \quad (3.19)$$

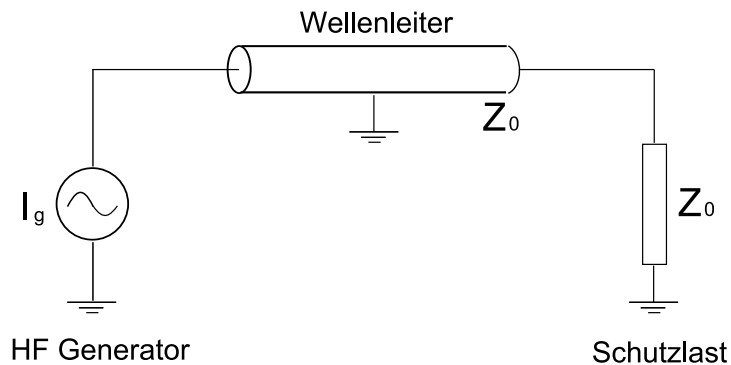


Abbildung 3.10.: linke Seite von Bezugsebene A (aus [9])

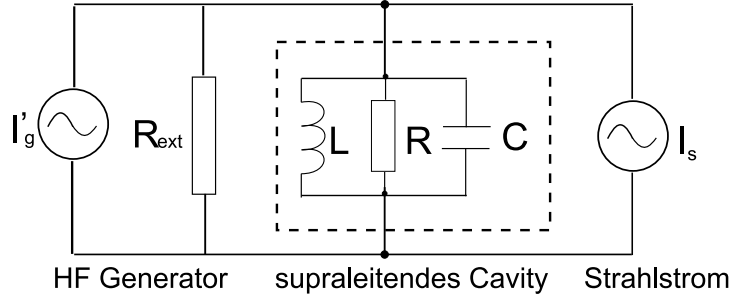


Abbildung 3.11.: rechte Seite von Bezugsebene B (aus [9])

Nach der Gleichung 3.10 ist die externe Güte definiert als:

$$Q_{ext} = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{externer Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P_{ext}}. \quad (3.20)$$

Die gesamte Verlustleistung

$$P_{ges} = P_{diss} + P_{ext} \quad (3.21)$$

ist somit die Summe der Verluste, die durch die Oberflächenströme entstehen - im Ersatzschaltbild durch R berücksichtigt - und der Verluste, die aus der Energieauskopplung aus den Resonatoren resultiert. Dies führt zu der belasteten Güte (ähnlich wie Gleichung 3.10):

$$Q_L = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{gesamter Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P_{ges}}. \quad (3.22)$$

Aus der Gleichung 3.20 der Gleichung 3.21 und der Gleichung 3.22 ergibt sich nun der folgende Zusammenhang zwischen den verschiedenen Güten:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}}. \quad (3.23)$$

Bei den supraleitenden Resonatoren ist gewöhnlich die externe Güte Q_{ext} um einige Größenordnungen kleiner als die unbelastete Güte, so dass $Q_L \approx Q_{ext}$ gilt. Die Verluste in den Resonatorwänden sind also klein gegenüber den Auskopplungsverlusten. [9]

Wie in der Abbildung 3.11 gezeigt, liegt diese transformierte Impedanz parallel zu R (der gesamte Ersatzwiderstand von dem neunmal gekoppelten Cavity), sodass die beiden Widerstände in dem Ersatzschaltbild durch einen Gesamtwiderstand R_L ersetzt werden können:

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{ext}}. \quad (3.24)$$

3.3.3. Zustandsraumdarstellung

Mit dem relativistischen Teilchen $v \approx c$, bleibt der Strahlstrom während der Beschleunigung im Cavity unverändert. Zur Vereinfachung des Ersatzmodells wird im Folgenden

ohne den Einfluss der Strahlung diskutiert. Aus der Gleichung 3.24 wird die Abbildung 3.11 wieder - wie die Abbildung 3.12 zeigt - vereinfacht.

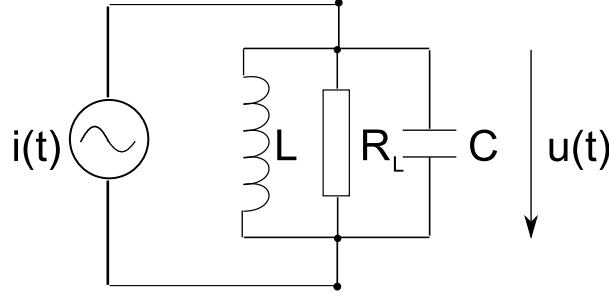


Abbildung 3.12.: Vereinfachtes Modell aus der Sicht des Cavity

Die Gleichung 3.14 wird umgeschrieben:

$$\ddot{u}(t) + \frac{\omega_0}{Q_L} \dot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) = \frac{\omega_0 R_L}{Q_L} \dot{i}(t). \quad (3.25)$$

Diese Gleichung enthält nur noch Parameter des Resonators. Wenn wir das Cavity studieren, wird nur das Verhältnis zwischen Ein- und Ausgang des Cavity betrachtet. Die Beziehung zwischen Klystron, Übertragungsleitung und Cavity ist dabei nicht so wichtig. Aus diesem Grund wird in der Gleichung 3.25 I statt I_g als das Symbol des Eingangssignals und U statt U_{acc} als das Symbol des Ausgangssignals benutzt. Zur Vereinfachung und zur Lösung dieser Differentialgleichung ist es zweckmäßig, nun auf eine komplexe Darstellung der Spannungen und Ströme überzugehen [9]:

$$u(t) = (u_r(t) + j \cdot u_i(t)) \cdot e^{j\omega_{hf}t}, \quad (3.26)$$

$$i(t) = (i_r(t) + j \cdot i_i(t)) \cdot e^{j\omega_{hf}t}. \quad (3.27)$$

Die halbe Bandbreite der Resonanzfrequenz wird definiert:

$$\omega_{\frac{1}{2}} = \frac{\omega_0}{2Q_L}. \quad (3.28)$$

Ein supraleitendes Cavity ist ein schwach gedämpftes System. Dabei gilt $Q_L \ll Q_0$. Die Resonanzfrequenz des gedämpften Schwingkreises in der Abbildung 3.12 ist gegeben durch [9]:

$$\omega_{res} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q_L^2}} \approx \omega_0. \quad (3.29)$$

Die Verstimmung wird als die Differenz zwischen Aufregungsfrequenz und der Resonanzfrequenz definiert:

$$\Delta\omega = \omega_{hf} - \omega_0. \quad (3.30)$$

Für den supraleitenden Cavity ändert sich die Spannung des Cavity langsam, sodass im Vergleich zu den anderen Teilen der Eintrag für die zweite Ableitung immer klein ist. Deshalb ist die zweite Ableitung in der Herleitung vernachlässigbar. Bei Einsatz der Gleichung 3.26 und der Gleichung 3.27 in die Gleichung 3.25 erhält man [9]:

$$\dot{u}_r(t) + \omega_{\frac{1}{2}} \cdot u_r(t) + \Delta\omega u_i(t) = R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot i_r(t), \quad (3.31)$$

$$\dot{u}_i(t) + \omega_{\frac{1}{2}} \cdot u_i(t) - \Delta\omega u_r(t) = R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot i_i(t). \quad (3.32)$$

Im Zustandsraum schreibt man [7]:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u_r(t) \\ u_i(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_{\frac{1}{2}} & -\Delta\omega \\ \Delta\omega & -\omega_{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_r(t) \\ u_i(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_r(t) \\ i_i(t) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

In den Gleichungen 3.26 und 3.27 sieht man die Frequenzteile $e^{j\omega_{\text{hf}}t}$. Aber in den Gleichungen 3.31 und 3.32 gibt es die Frequenzteile nicht mehr. Daher kann man sich vorstellen, dass die Gleichung 3.33 nur die Amplituden der Ausgangsspannung bei ω_{hf} beschreibt. Es ist eine Hüllkurve, die unabhängig von der Frequenz ω_{hf} ist. Die Zustandsraumdarstellung ist die wichtigste Grundlage, auf der Modelle aufgebaut werden können. Im Vergleich zu der Struktur des einzelligen Cavity (Abbildung 3.8) erhält man, dass Erfüllung des Cavity mit einer konstanten Leistung zu einer exponentiellen Einsteigung der Cavityspannung erföhrt:

$$u(t) = R_L \cdot i(t) \cdot (1 - e^{-t/\tau}). \quad (3.34)$$

3.4. Verstimmung

Die Hauptursache der Verstimmung der Resonanzfrequenz kommt aus der Mikrophonie(=Mechanische Schwingungen von außen) und der Lorentzkraft(Strukturverformung aufgrund innerer Kräfte). Diese führt zu der mechanischen Eigenschaft des Cavity. In dieser Arbeit wird nur die elektronische Eigenschaft aber nicht die mechanische Eigenschaft diskutiert. Deswegen wird das Modell im Folgenden mit einer bestimmten Verstimmung aufgebaut. Die Verstimmung des π -Mode im Modell ist 0, und die des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode ist 800kHz. Die Ergebnisse können anhand der Abbildung 3.6 eingeschätzt werden.

3.4.1. Mikrophonie

Das supraleitende Cavity wird mit hohen belasteten Güten Q_L betrieben und zeigt folglich sehr schmale Resonanzbreiten. Am XFEL-Linearbeschleuniger wird gegenwärtig eine belastete Güte von $O_L = 3 \cdot 10^6$ verwendet, welche einer halben Bandbreite von nur $\omega_{\frac{1}{2}} = 2\pi \cdot 217$ Hz bei der Resonanzfrequenz von $\omega_0 = 2\pi \cdot 1,3$ GHz entspricht. Daher führen bereits Formänderungen der Resonatoren im Bereich von einigen nm zu merklichen Verschiebungen der Resonanzfrequenz. Mechanische Schwingungen, die von

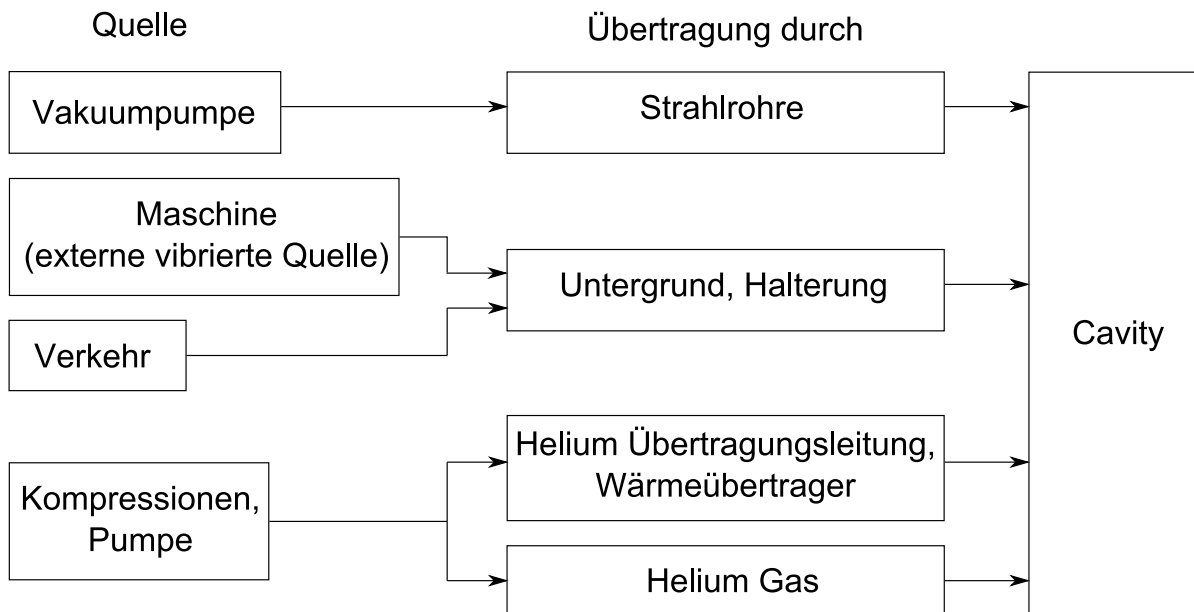


Abbildung 3.13.: Störungsquellen (aus [7]) („Mikrophonie“)

der Umgebung auf den Resonatoren übertragen werden, bewirken somit eine Modulation der Resonanzfrequenz des Resonators (Mikrophonie). So werden die Schwingungen der Vakuumpumpen durch das Strahlrohr, externe Erschütterungen (Verkehr, Untergrundbewegungen, Maschinen) über die Verbindung des Beschleunigers mit dem Boden und Schwingungen der Helium-Kompressoren und Pumpen durch Leitungen und das Helium übertragen. Eine schematische Darstellung der möglichen Störungsquellen und des Transportmediums werden in der Abbildung 3.13 gezeigt.

3.4.2. Lorentzkraft Verstimmung

Die hohen elektromagnetischen Felder im supraleitenden Cavity erzeugen starke Lorentz-Kräfte, die auf die Wände des Cavity wirken und damit zu einer Verformung des Cavity führen. Solche Verformungen bewirken – wie im Fall der Mikrophonie – schon im nm-Bereich erhebliche Verschiebungen der Resonanzfrequenzen des Cavity. Jedoch ist es möglich, die Wandstärke zu erhöhen, um die Steifigkeit zu erhöhen. Auf der anderen Seite sollte die Wandstärke dünn gehalten werden, um für eine effektivere Kühlung mit flüssigem Helium zu sorgen, und zu geringeren Materialkosten zu führen. Zur Versteifung des Cavity befinden sich zwischen den Zellen Versteifungsringe, wie die Abbildung 3.1 zeigt [9].

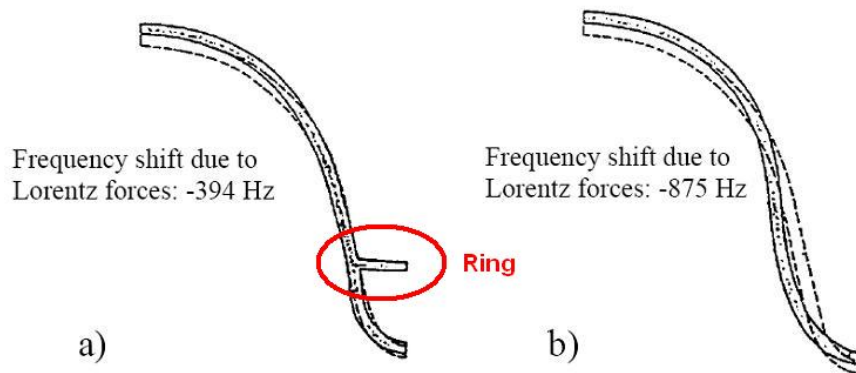


Abbildung 3.14.: Einfluss der Versteifungsringe (aus [7]): Die Abbildung 3.14 zeigt die Verformung einer Cavityzelle bei dem Gradienten von 25mV/m mit und ohne Versteifungsringe (Vergleiche mit Abbildung 3.1).

4. Stabilitätsgrenzen der Feldregelung

Aus Kostengründen wird ein Klystron acht supraleitende Beschleunigungsstrukturen mit Hochfrequenzleistung versorgen. Zum Vereinfachen des Modells werden hier jeweils ein Klystron und eine supraleitende Beschleunigungsstruktur als Beispiel genommen. Der Beschleunigungsresonator wird durch die Feldregelung gesteuert. Sie sorgt dafür, dass alle Teilchenpakete exakt dieselbe Beschleunigung erfahren, und so nur eine kleine Energieunschärfe, kleine Energieunterschiede und einen kleinen Ankunftszeitjitter haben. Für ein derartiges Steuerungssystem ist es wichtig, die Stabilitätsgrenzen zu diskutieren. In diesem Kapitel wird die grundlegende Struktur der Feldregelung vorgestellt. Zur Simulation der Übertragungsfunktion der Feldregelung wird ein Programm dafür mit Hilfe von *Matlab* entwickelt. Mit dem Stabilitätskriterium von Nyquist werden die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung analysiert.

4.1. Grundstruktur der Feldregelung mit individuellem Cavity

Die Abbildung 4.1 zeigt ein schematisches Diagramm der Feld-Regelung mit einem einzelnen Cavity. Dargestellt sind die Kombination einer Vorsteuerung (feedforward) mit einer Rückkopplungsregelung, die aus einem Proportionalregler besteht, sowie das zu regelnde System. Das Klystron ist ein Verstärker, um Hochfrequenzsignale mit einer hohen Leistung für das Cavity zu erzeugen. Die gezeigte Regelungsgrundstruktur basiert auf der Regelung des Real- und Imaginärteils der einzelnen Beschleunigungsspannungen nach dem Runtermischen über eine Zwischenfrequenz(ZF) sowie digitaler Vektordemodulation (downconversion) ins Baseband. Die 1,3GHz Mess-Signale der einzelnen elektrischen Spannungen in dem Cavity werden durch HF-Mischer in Zwischenfrequenz-Signale der Frequenz 250kHz konvertiert. Die 250kHz Signale werden nachfolgend mit einer Rate von 1MHz abgetastet und digitalisiert¹. Diese Vektoren nach der I/Q-Detektion sind in der komplexen Ebene durch ihren Realteil(I) und ihren Imaginärteil(Q) beschrieben. Die Grundlagen werden danach erklärt. Der Vektor, der durch seinen Real- und Imaginärteil dargestellt ist, wird subtrahiert von dem Vektor des „set point table“. Das Ergebnis dieser Subtraktion ist ein Fehlerwert, der in dem gegenwärtig verwendeten Proportionalregler mit einem Verstärkungsfaktor multipliziert wird. Als Resultat ergeben sich Real- und Imaginärteil des Stellvektors der Rückkopplungsregelung. Zu dem Stellvektor der Rückkopplungsregelung wird schließlich noch ein Vektor der Vorsteuerung addiert. Die

¹Die tatsächliche Abtastrate beträgt derzeit 81MHz, danach erfolgt dann jedoch eine Dezimierung auf 1MHz bei gleichzeitiger Verbesserung der Signalqualität durch Mittelung.

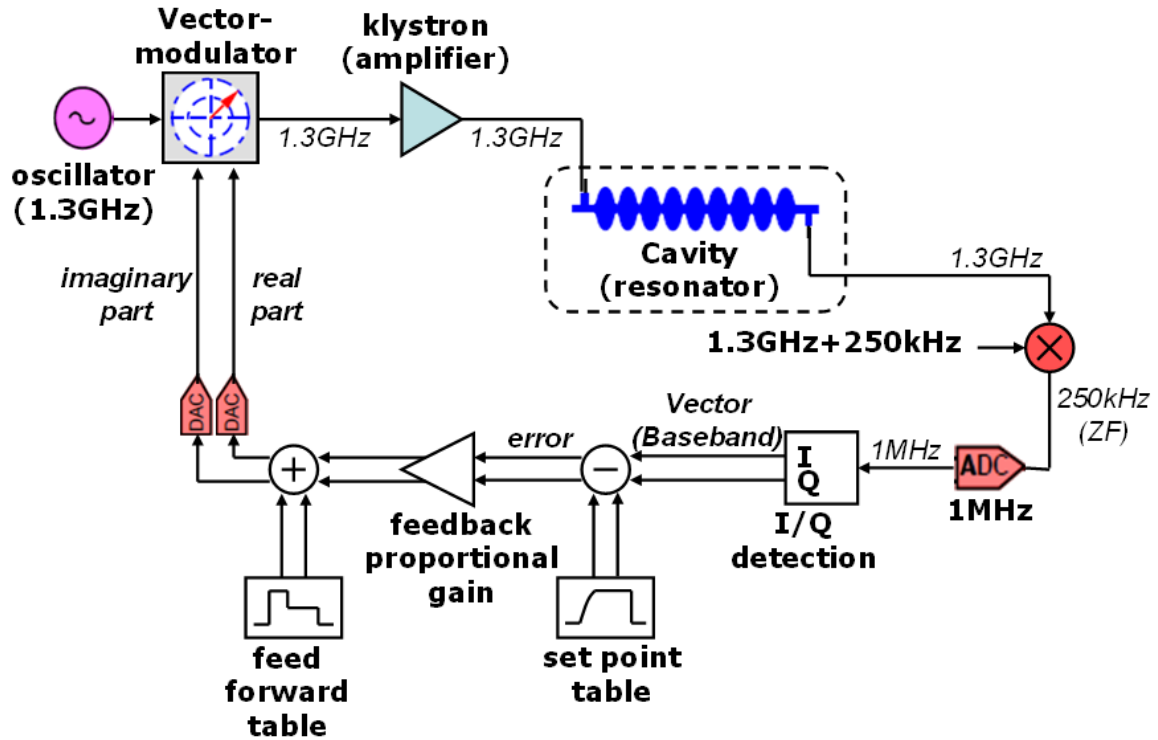


Abbildung 4.1.: Grundstruktur der Feldregelung mit einzeltem Cavity

Real- und Imaginärteile des resultierenden Stellvektors werden mittels zweier „Digital-Analog-Converter“ (DAC) in analoge Signale umgewandelt. Die analogen Regelsignale modulieren dann den Real- und Imaginärteil eines 1,3GHz Referenzsignals (Vektormodulator) und bestimmen damit das Eingangssignal in das Klystron. Auf diese Weise ist auch das Ausgangssignal des Klystrons moduliert. Die HF-Leistung propagiert durch Wellenleiter und ein Hohlleitersystem zu den Cavities, in die sie über Hochleistungskoppler eingekoppelt werden.

4.1.1. Runtermischen der Hochfrequenz

Ein idealer HF-Mischer funktioniert wie ein Multiplikator von zwei Eingangssignalen. Nehmen wir an, dass es zwei sinusförmige Signale sind [21]:

$$v_{\text{qu}}(t) = \hat{v}_{\text{qu}} \cdot \sin(\omega_{\text{qu}}t + \theta_{\text{qu}}), \quad (4.1)$$

$$v_{\text{hfm}}(t) = \hat{v}_{\text{hfm}} \cdot \sin(\omega_{\text{hfm}}t + \theta_{\text{hfm}}). \quad (4.2)$$

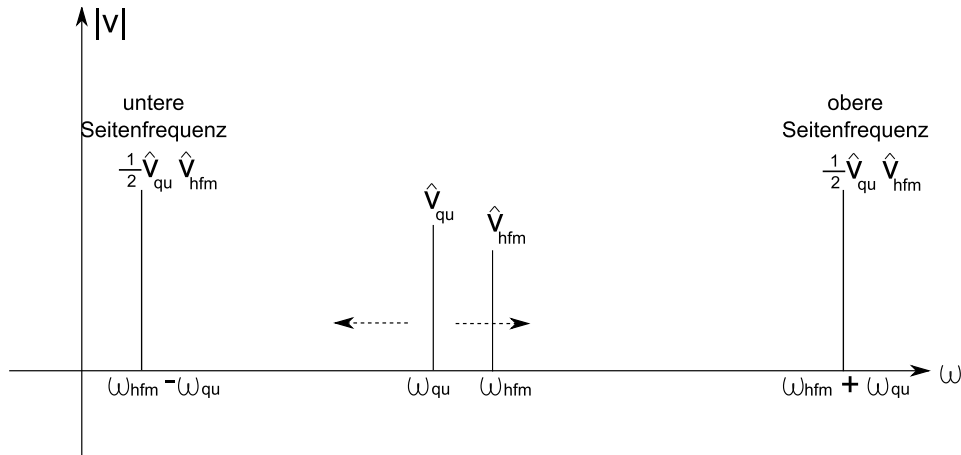


Abbildung 4.2.: Der Vorgang des Runtermischens der Frequenz: Mit der HF-Mischfrequenz \hat{v}_{hfm} bei der Frequenz von ω_{hfm} wird das Signal \hat{v}_{qu} mit der Frequenz von ω_{qu} bis auf die $\omega_{\text{hfm}} - \omega_{\text{qu}}$ verschoben.

Eine Multiplikation der oberen zwei Frequenzen (der Quellenfrequenz und der HF-Mischfrequenz) ergibt das Ausgangssignal mit der Zwischenfrequenz:

$$v_{\text{zf}}(t) = \frac{1}{2} \hat{v}_{\text{qu}} \hat{v}_{\text{hfm}} \cdot (\cos((\omega_{\text{hfm}} - \omega_{\text{qu}})t + (\theta_{\text{qu}} - \theta_{\text{hfm}})) - \cos((\omega_{\text{hfm}} + \omega_{\text{qu}})t + (\theta_{\text{qu}} + \theta_{\text{hfm}}))) \quad (4.3)$$

wobei $\cos((\omega_{\text{hfm}} - \omega_{\text{qu}})t + (\theta_{\text{qu}} - \theta_{\text{hfm}}))$ die untere Seitenfrequenz ist, und $\cos((\omega_{\text{hfm}} + \omega_{\text{qu}})t + (\theta_{\text{qu}} + \theta_{\text{hfm}}))$ die obere Seitenfrequenz ist.

Die Amplitude ist $\frac{1}{2} \hat{v}_{\text{qu}} \hat{v}_{\text{hfm}}$, wie in der Abbildung 4.2 gezeigt.

Ein Tiefpassfilter dämpft die obere Seitenfrequenz von $v_{\text{zf}}(t)$. Durch den Vorgang des Runtermischens wird das Quellensignal $v_{\text{qu}}(t)$ (1,3GHz) bis auf v_{zf} (250MHz) verschoben, wie die Abbildung 4.2 zeigt.

$$v_{\text{zf}}(t) = \frac{1}{2} \hat{v}_{\text{qu}} \hat{v}_{\text{hfm}} \cdot \cos(\omega_{\text{zf}}t + \Delta\theta) \quad (4.4)$$

mit $\omega_{\text{zf}} = \omega_{\text{hfm}} - \omega_{\text{qu}}$ und $\Delta\theta = \theta_{\text{qu}} - \theta_{\text{hfm}}$.

4.1.2. IQ Detection

Die 250kHz Signale werden nachfolgend mit einer Rate von 1MHz abgetastet. Das bedeutet, jede Periode des Signals wird viermal abgetastet, wie die Abbildung 4.3 zeigt. Die Differenzphasen sind 90° . Damit sind die neuen Signale:

$$v(t_0) = \hat{v} \cos(\omega_{\text{zf}}t_0 + \Delta\theta)$$

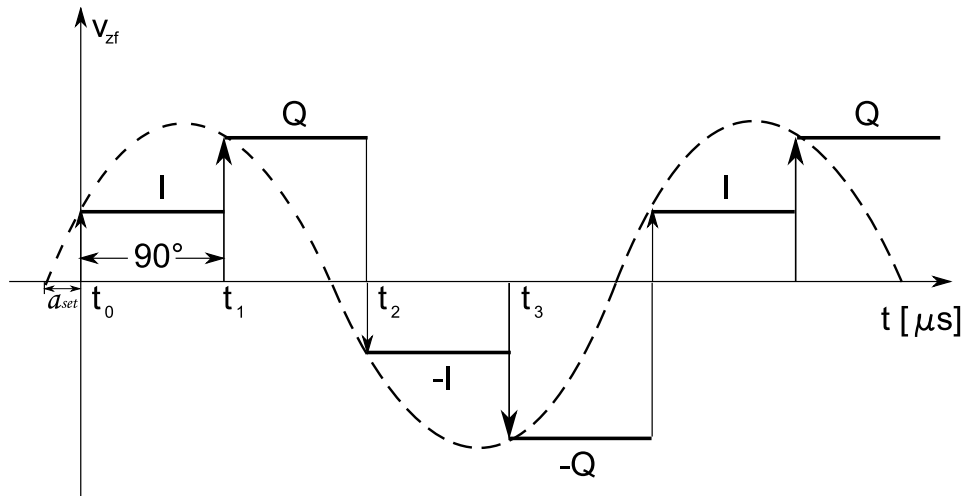


Abbildung 4.3.: Die Zwischenfrequenz ($f_{zf}=250\text{kHz}$) wird durch eine Abtastfrequenz von $f_s=1\text{MHz}$ abgetastet. Die Phasenverschiebung der zwei aufeinanderfolgend Signale ist 90° . Die zwei benachbarte Signale repräsentieren den Real- und Imaginärteil eines komplexen Feldvektors. Sie entsprechen dem Inphase-(I) und Quadratur-(Q)Wert (aus [7])

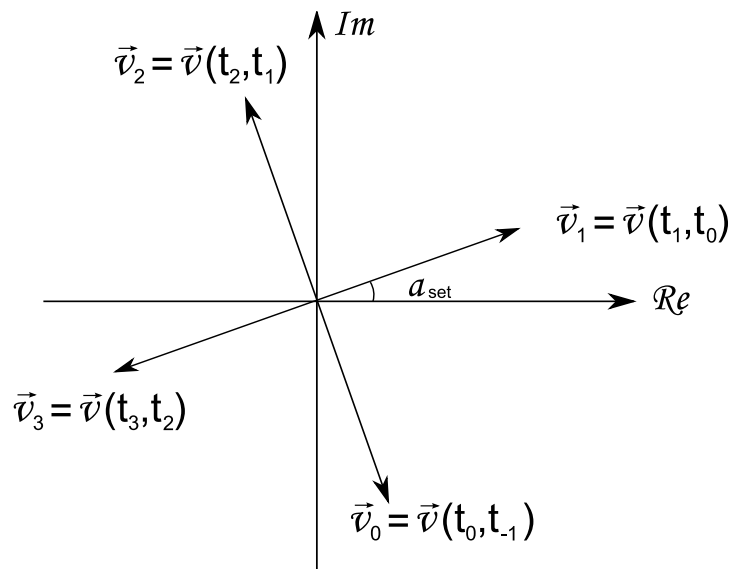


Abbildung 4.4.: Komplexe IQ Werte (aus [7]): Im Vergleich zur Abbildung 4.3 können die nachfolgende Werte durch einen komplexen Feldvektor $\vec{v}_k = \vec{v}(t_k, t_{k-1})$ mit der Phasenverschiebung a_{set} repräsentiert werden.

$$\begin{aligned}
 &= \hat{v} \cos(\omega_{zf}t_1 - \frac{\pi}{2} + \Delta\theta) \\
 &= \hat{v} \sin(\omega_{zf}t_1 + \Delta\theta)
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

$$v(t_1) = \hat{v} \cos(\omega_{zf}t_1 + \Delta\theta)
 \tag{4.6}$$

Man kann $v(t_0)$ als Imaginärteil und $v(t_1)$ als Realteil in \vec{v}_1 ausdrücken. Somit erhält man einen komplexen Feldvektor:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}(t_1, t_0) = \begin{pmatrix} v_x(t_1) \\ v_y(t_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v(t_1) \\ v(t_0) \end{pmatrix}
 \tag{4.7}$$

Die nachfolgenden Werte des rechteckigen Signals entsprechen dem Inphase-(I) und Quadratur-(Q)Wert der komplexen Feldvektoren des Cavity. Siehe die Abbildung 4.3 und 4.4.

4.2. Übertragungsfunktion des Systems

Eine Möglichkeit, die Stabilität eines Systems zu diskutieren, ist das Studium der Übertragungsfunktion des Systems. Anhand der Analyse der Übertragungsfunktion mit den Stabilitätskriterien kann der Stabilitätsstatus des Systems untersucht werden.

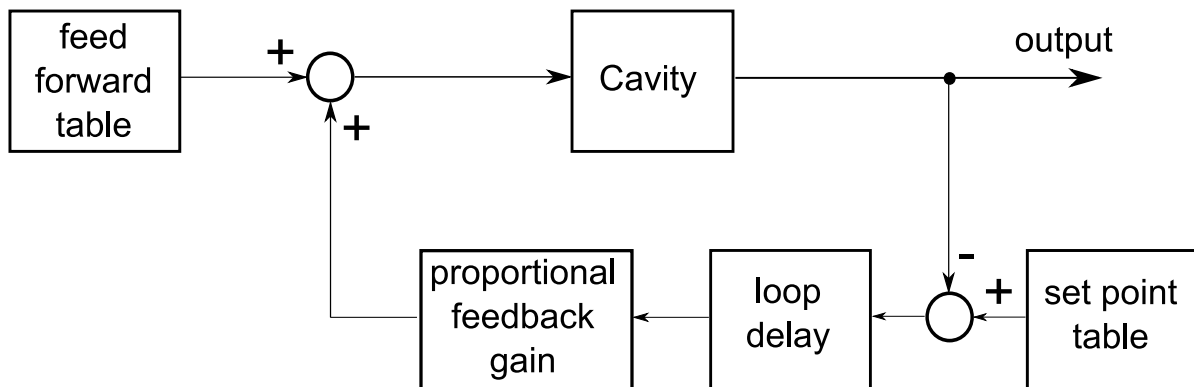


Abbildung 4.5.: Das vereinfachte Blockbild der Feldregelung: Diese Abbildung stellt die wichtigen Komponenten in der Feldregelung dar, um die Stabilitätsgrenzen zu studieren. Der Proportionalregeler bestimmt den Verstärkungsfaktor der Schleife. Die Schleifenverzögerung bewirkt die meisten Veränderungen der Schleifenphasen.

- a) Cavity:** Eine Möglichkeit, ein dynamisches System zu beschreiben, ist die Benutzung des Zustandsraums (State Space). Dazu wird ein Vektor definiert, der den Zustand des Systems vollständig beschreibt. Die Zustandsraumdarstellung beschreibt das

System durch vier Matrizen [17]:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t), \quad (4.8)$$

$$\vec{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{D}\vec{u}(t), \quad (4.9)$$

wobei \vec{u} der Eingang, \vec{y} der Ausgang und \vec{x} der interne Zustand ist.

Eine andere Möglichkeit, ein dynamisches System zu beschreiben, ist die Benutzung einer Übertragungsfunktion. Die Übertragungsfunktion hängt über die Laplace-Transformation mit der Zustandsraumdarstellung eines solchen Systems zusammen. Die Beziehung zwischen der Übertragungsfunktion und der Zustandsraumdarstellung kann durch die Matrizen beschrieben werden:

$$H(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}, \quad (4.10)$$

wobei gilt:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^*. \quad (4.11)$$

An der Gleichung 3.33 sieht man, dass die Zustandsdarstellung unabhängig von der Aktivfrequenz ω_{hf} ist. Das kann man auch so verstehen, dass die Frequenzen ω_{hf} bis zum Baseband(0Hz) verschoben werden. Mit dieser Überlegung werden die Übertragungsfunktion und die Zustandsgleichung des Cavity auf Baseband entwickelt. Das bedeutet, dass das Bandpassfilterverhalten des Cavity bei 1,3GHz(π -Mode)(s. Abbildung 3.6) wie ein Tiefpassfilter bei der Simulation wirkt.

Die Gleichung 3.33 ist die Zustandsraumdarstellung vom Eingangsstrom bis zur Ausgangsspannung. Um die Übertragungsfunktion später zu berechnen, wird die Zustandsraumdarstellung umgeschrieben:

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_{r,\pi}(t) \\ \dot{u}_{i,\pi}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_{\frac{1}{2},\pi} & -\Delta\omega_{\pi} \\ \Delta\omega_{\pi} & -\omega_{\frac{1}{2},\pi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{r,\pi}(t) \\ u_{i,\pi}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{\frac{1}{2},\pi} & 0 \\ 0 & \omega_{\frac{1}{2},\pi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_L \cdot i_r(t) \\ R_L \cdot i_i(t) \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

damit sie die Eingangsspannung bis zur Ausgangsspannung beschreibt.

Definiert man nun die Matrizen bzw. Vektoren:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\omega_{\frac{1}{2},\pi} & -\Delta\omega_{\pi} \\ \Delta\omega_{\pi} & -\omega_{\frac{1}{2},\pi} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \omega_{1/2,\pi} & 0 \\ 0 & \omega_{1/2,\pi} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{D} = 0 \quad (4.16)$$

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} u_{r,\pi}(t) \\ u_{i,\pi}(t) \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} R_L \cdot i_r(t) \\ R_L \cdot i_i(t) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

erhält man aus der Gleichung 4.11:

$$\begin{aligned} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} &= \left(\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\omega_{\frac{1}{2},\pi} & -\Delta\omega_\pi \\ \Delta\omega_\pi & -\omega_{\frac{1}{2},\pi} \end{pmatrix} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{(s + \omega_{\frac{1}{2},\pi})^2 + \Delta\omega_\pi^2} \begin{pmatrix} s + \omega_{\frac{1}{2},\pi} & -\Delta\omega_\pi \\ \Delta\omega_\pi & s + \omega_{\frac{1}{2},\pi} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Aus der Gleichung 4.10 erhält man die Übertragungsfunktion. Es muss berücksichtigt werden, dass die π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Moden(s. Abbildung 3.3) eine Phasendifferenz von π in der neunten Zelle haben. Wegen der zusätzlichen Phasenverschiebung von π hat die Übertragungsmatrix beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode ein zusätzliches Minuszeichen.

$$H_{cav,\pi}(s) = \frac{\omega_{\frac{1}{2},\pi}}{(s + \omega_{\frac{1}{2},\pi})^2 + \Delta\omega_\pi^2} \begin{pmatrix} s + \omega_{\frac{1}{2},\pi} & -\Delta\omega_\pi \\ \Delta\omega_\pi & s + \omega_{\frac{1}{2},\pi} \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

$$H_{cav,\frac{8}{9}\pi}(s) = -\frac{\omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi}}{(s + \omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi})^2 + \Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi}^2} \begin{pmatrix} s + \omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi} & -\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} \\ \Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} & s + \omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi} \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Das Beschleunigungscavity erhält man als ein lineares System. Damit ist die Übertragungsfunktion des Cavity:

$$H_{cav}(s) = H_{cav,\pi}(s) + H_{cav,\frac{8}{9}\pi}(s) \quad (4.22)$$

Wenn die Übertragungsfunktion beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode wieder zurück zur Zustandsraumdarstellung umgesetzt wird, gibt es auch ein Minuszeichen vor der Matrix B. So erhält man:

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_{r,\frac{8}{9}\pi}(t) \\ \dot{u}_{i,\frac{8}{9}\pi}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi} & -\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} \\ \Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} & -\omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{r,\frac{8}{9}\pi}(t) \\ u_{i,\frac{8}{9}\pi}(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi} & 0 \\ 0 & \omega_{\frac{1}{2},\frac{8}{9}\pi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_L \cdot i_r(t) \\ R_L \cdot i_i(t) \end{pmatrix}, \quad (4.23)$$

b) Loop Delay: Auf Grund von Lauf-, Konversions-, Abtast- und Verarbeitungszeiten des Systems simuliert die Block „loop delay“ hier die Laufzeit des ganzen Systems. Die Übertragungsfunktion der Schleifenverzögerung beschreibt man:

$$H_{delay}(s) = e^{-s\tau_{loop}}. \quad (4.24)$$

c) Proportional Feedback Gain: Der proportionale Regler ist zurzeit nur ein P-Regler, der nur ein Verstärker ist. Er reicht momentan aus. Aber später wird dieser zu einem besseren Typ entwickelt werden müssen, um die Kontrolleigenschaften zu verbessern. In Kapitel 5 wird der Einfluss des P-Reglers bei der Simulation deutlich. Die Übertragungsfunktion des P-Reglers beschreibt man:

$$H_{gain}(s) = G. \quad (4.25)$$

4.3. Simulation der Übertragungsfunktion des neunzelligen Cavity

Diese Arbeit ist eine Vorarbeit zum Studium der Stabilitätsgrenzen der Feldregelung. Dafür ist es sehr wichtig, die Übertragungsfunktion des neunzelligen Cavity zu studieren. Um die Resonanzfrequenz des Cavity mit Matlab zu simulieren, wurde eine andere Form für die Übertragungsfunktion des neunzelligen Cavity von [12] hergeleitet, die durch $H(s) = H_r(s) + j \cdot H_i(s)$ beschrieben wird:

$$H_{cav-kom}(s) = \sum_{n=1}^9 (-1)^{n-1} \frac{2\omega_{\frac{1}{2},\frac{n\pi}{9}}}{s + \omega_{\frac{1}{2},\frac{n\pi}{9}} - j\Delta\omega_{\frac{n\pi}{9}}} \quad \text{für } n = 1, 2, \dots, 9. \quad (4.26)$$

Die Abbildung 4.6 stellt die simulierten Ergebnisse der Übertragungsfunktion $H_{cav-kom}(s)$ mit neun Fundamentalmoden dar. Mit dem Matlab-Code `Feldregelung_tf.m` wurde es simuliert. Im Vergleich zu den gemessenen Ergebnissen in der Abbildung 3.6 gibt es in der Abbildung 4.6 auch neun Resonanzfrequenzen für die neun Fundamentalmoden. Bei der Simulation wird die Arbeitsfrequenz des π -Mode(1,3GHz) bis zum Baseband(0Hz) verschoben. Die Resonanzfrequenz der anderen Moden werden laut der Differenzfrequenz zum π -Mode bis zu der entsprechenden Frequenz verschoben. Die Phase bei der Resonanzfrequenz des π -Mode ist 0. Bei jeder nachfolgenden Resonanzfrequenz wird die Phase um 180° verschoben. Die Phasenverschiebung beruht auf dem Teil $(-1)^{n-1}$ der Übertragungsfunktion des Cavity.

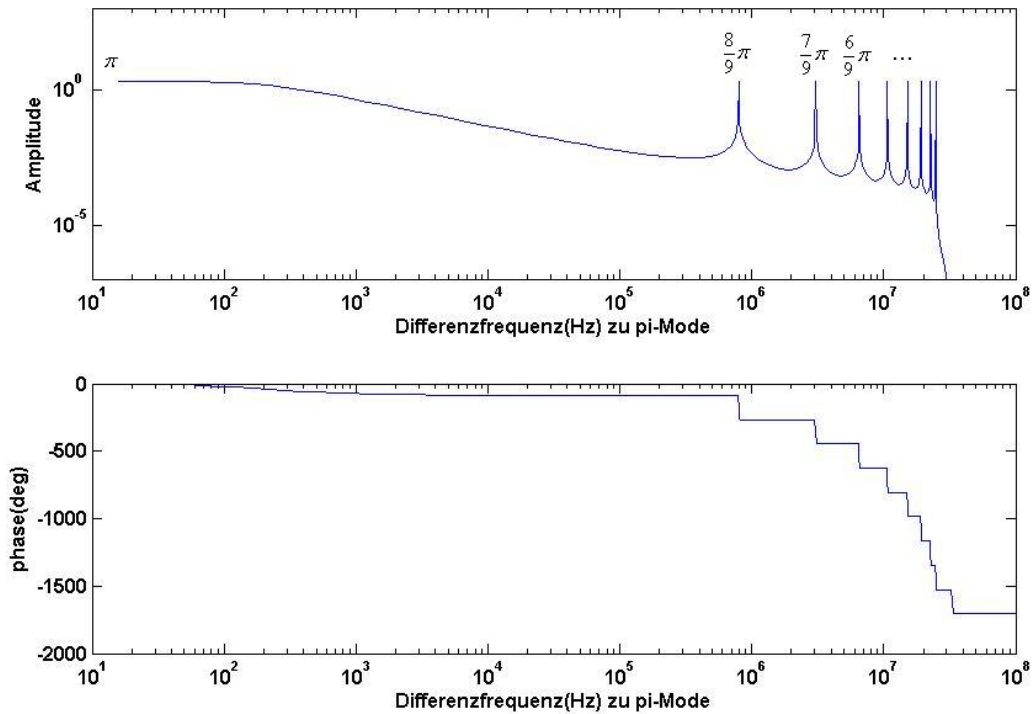


Abbildung 4.6.: Die simulierte Übertragungsfigur des neunzelligen Cavity mit neun Fundamentalmoden: Diese Abbildung zeigt die Amplitude und die Phase der Übertragungsfunktion des Cavity $H_{cav-kom}(s)$ bezüglich der Differenzfrequenz zu der Resonanzfrequenz des π -Mode. Die Phase beim π -Mode ist 0. Bei jeder nachfolgenden Resonanzfrequenz verschiebt sich die Phase um 180° .

4.4. Analyse der Stabilitätsgrenzen

Basierend auf der Übertragungsfunktion werden hierbei die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung analysiert. Die Übertragungsfunktion der Feldregelung beim „open loop“ lautet:

$$H_{tf}(s) = H_{cav}(s)H_{delay}(s)H_{gain}(s). \quad (4.27)$$

Die Abbildung 4.7 stellt die simulierten Ergebnisse der Übertragungsfunktion mit neun Fundamentalmoden dar. Der Arbeitsfrequenz liegt am π -Mode. Die anderen acht Moden sind hierbei Störungsmoden. Denn durch andere Filter vor dem Cavity werden der $\frac{1}{9}\pi$ -Mode bis zum $\frac{7}{9}\pi$ -Mode schon gedämpft. Im Folgenden wird nur die Störung des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode betrachtet.

Nach dem Stabilitätskriterium von Nyquist ist das System instabil, wenn die Amplitude

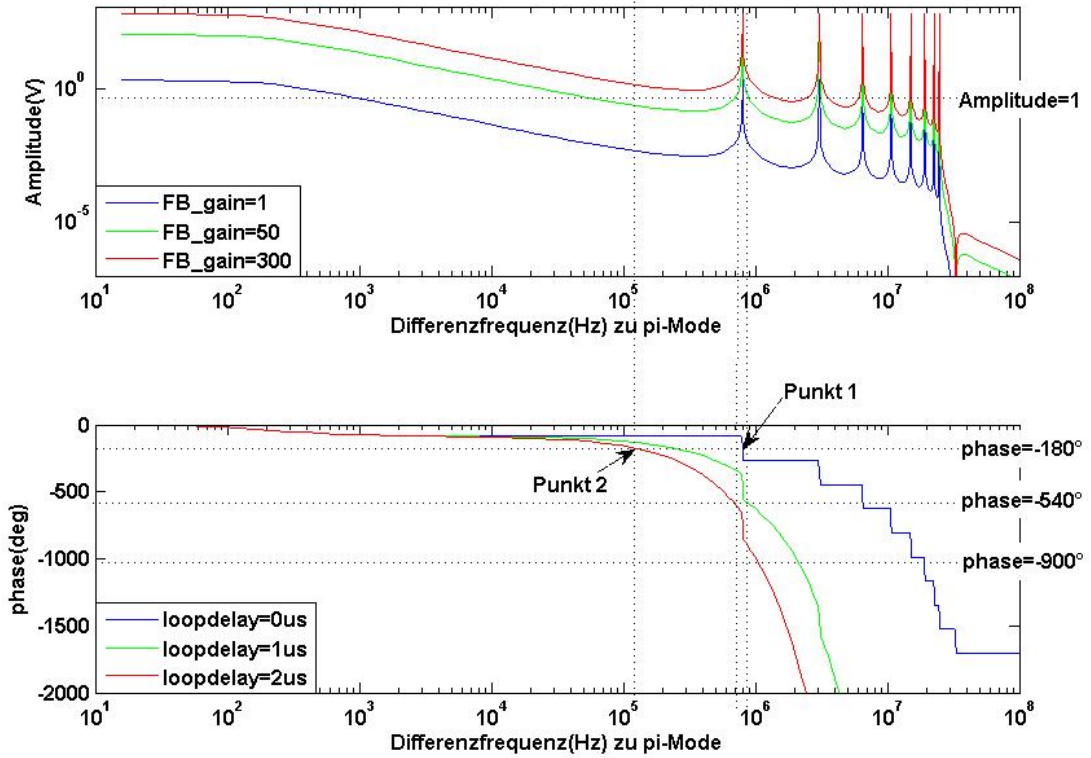


Abbildung 4.7.: Die simulierte Übertragungsfigur der Feldregelung beim “open loop“: Diese Abbildung zeigt die Amplitude und die Phase der Übertragungsfunktion beim “open loop“ $H_{tf}(s)$ bezüglich der Differenzfrequenz zu der Resonanzfrequenz des π -Mode.

von $H_{tf}(s)$ bei $\angle H_{tf}(s) = 180^\circ$ größer als 0dB(1) ist. In der Abbildung 4.7 sieht man, dass die Amplitude der Übertragungsfunktion größer als 0dB und die Phase beim Punkt 1 gerade -180° ist, wenn FB_Gain von 50 und loopydelay von 0 gilt. Das bedeutet, an diesem Punkt ist das System instabil. Wenn FB_Gain von 50 und loopydelay von $2\mu s$ beträgt, liegt die Phase zwischen -540° bis -900° und das System ist nimmer stabil. Wenn FB_Gain von 300 und loopydelay von 0 beträgt, ist die Phase beim Punkt 2 gerade -180° , und das System ist instabil.

Die Amplituden von $H_{tf}(s)$ sind einfach $|H_{tf}(s)|$. Die Phasen von $H_{tf}(s)$ sind die Summen der Phasen des proportionalen Rückreglers, der Schleifenverzögerung und dem Cavity:

$$\angle H_{tf}(s) = \angle H_{cav}(s) + \angle H_{delay}(s) + \angle H_{gain}(s). \quad (4.28)$$

Die Phase von $H_{cav}(s)$ bei π -Mode ist immer 0° :

$$\angle H_{cav,\pi}(s) = 0^\circ. \quad (4.29)$$

Die Phase von $H_{cav}(s)$ bei $\frac{8}{9}\pi$ -Mode ist immer 180° :

$$\angle H_{cav,\frac{8}{9}\pi}(s) = 180^\circ. \quad (4.30)$$

Die Phase eines proportionalen Rückreglers ist immer 0 :

$$\angle H_{gain}(s) = 0^\circ. \quad (4.31)$$

Die Phase der Schleifenverzögerung ist abhängig von der Differenzfrequenz:

$$\angle H_{delay}(s) = e^{-s\tau_{loop}} = e^{-j\omega\tau_{loop}} = e^{-j2\pi\tau_{loop}} = e^{-j2\pi\frac{\tau_{loop}}{T}} \quad (4.32)$$

$$\Rightarrow \angle H_{delay}(s) = 2\pi\frac{\tau_{loop}}{T} \quad (4.33)$$

mit der Periode von $H_{delay}(s)$ bei $\frac{8}{9}\pi$ -Mode:

$$\Delta f_{\frac{8}{9}\pi} = f_{\frac{8}{9}\pi} - f_{\pi} \approx 800kHz \Rightarrow T_{\frac{8}{9}\pi} = 1,25\mu s \quad (4.34)$$

So ist die Phase von $H_{tf}(s)$ beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode:

$$\angle H_{tf}(s) = 180^\circ + 2\pi\frac{\tau_{loop}}{1,25\mu s} + 0^\circ. \quad (4.35)$$

Nach den vorstehenden Formeln wird abgeleitet, dass die Phase von $H_{tf}(s)$ bei $\frac{8}{9}\pi$ -Mode gleich 180° ist, wenn die Schleifenverzögerung gleich $ca. 1,25\mu s \cdot m$, ($m = 0, 1, 2, \dots$) ist.

Schlussfolgerung zu den Stabilitätsgrenzen der Feldregelung:

- Mit der Störung durch den $\frac{8}{9}\pi$ -Mode sollte die Feldregelung entsprechend einem Anstieg der Schleifenverzögerung jeweils $1/f_{\frac{8}{9}\pi}$ periodisch instabil werden, wobei $f_{\frac{8}{9}\pi}$ die Differenzfrequenz zwischen π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode ist. Wenn $f_{\frac{8}{9}\pi} = 800kHz$ (in dieser Arbeit) ist, beträgt die Periode $1,25\mu s$.
- Bei einer bestimmten Schleifenverzögerung wird die Feldregelung entsprechend der steigenden Kreisverstärker(Feedback Gain) instabil.

5. Simulation eines Cavity-Modells

5.1. Entwurf eines Simulators für ein Beschleunigungscavity

Um die Einflüsse von π -Mode und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode zu studieren, werden zwei Modelle für π -Mode und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode entwickelt. Mit den beiden Darstellungen werden zwei Modelle des Cavity zur Simulation entwickelt, wobei eines beide Moden im Modell enthält.

Modell 1: Bei dem ersten Modell des Cavity wird nur der Block für π -Mode implementiert. Mit so einem Modell kann der Beschleunigungsmodus des Cavity simuliert werden (s. Abbildung 5.1).

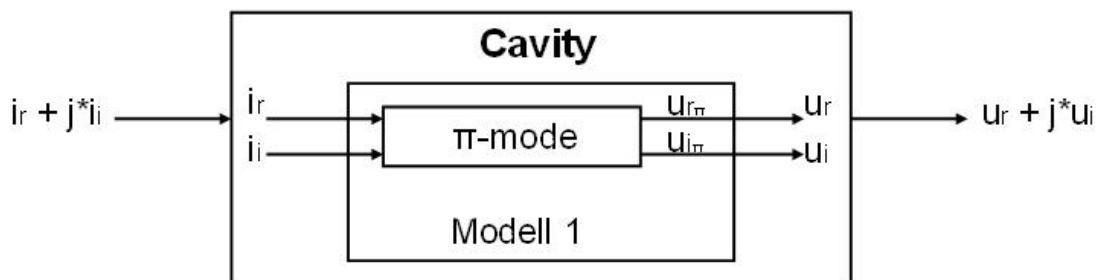


Abbildung 5.1.: Blockbild von Modell 1: Die Eingangssignale des Cavitymodells sind komplexe Signale. Sie werden zuerst in zwei Teile (Real- und Imaginärteil) getrennt. Mit den zwei Teilen berechnet das Algorithmusmodul für π -Mode den Real- und Imaginärteil der Ausgänge. Daraus ergeben sich die komplexen Ausgangssignale.

Modell 2: Mit dem zweiten Modell des Cavity werden der Beschleunigungsmodus π -Mode und der größte Störungsmodus $\frac{8}{9}\pi$ -Mode simuliert. Das Beschleunigungscavity hält man für ein lineares System. Damit werden die zwei Algorithmusmodule parallel aufgebaut. Die Eingangssignale der zwei Moden laufen parallel. Am Ausgang werden die Ausgangsspannungen der zwei Algorithmusmodule addiert. Die Summe der Spannungen ist die Ausgangsspannung des Cavity mit zwei Moden (s. Abbildung 5.2).

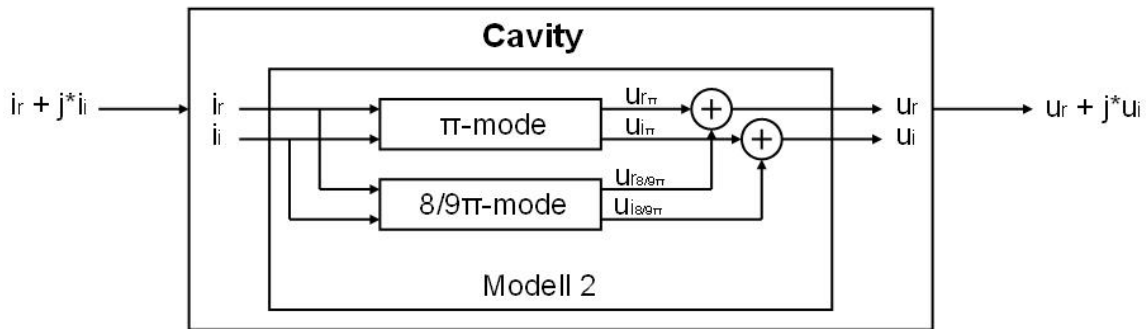


Abbildung 5.2.: Entwurf von Modell 2: In Modell 2 gibt es zwei getrennte Algorithmusblöcke für den π - und den $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. Die Real- und Imaginärteil der Eingänge werden separat in die zwei Algorithmusmodule gesendet. Sie berechnen die Ausgänge parallel. Danach werden die Ausgänge der zwei Blöcke addiert. Am Ende werden die komplexen Darstellungen der Summe ausgegeben. Bei der Entwicklung des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode gibt es vielleicht numerischen Fehler über die Zustandsraumdarstellung. Diese werden im Kapitel 6 erklärt.

Die zwei Algorithmusmodule werden basierend auf der Zustandsdarstellung (Gleichung 3.33) aufgebaut. Somit sind die Eingänge des Algorithmusmoduls der Real- und Imaginärteil eines Stroms und die Ausgänge der Real- und Imaginärteil einer Spannung.

5.2. Entwicklung des vereinfachten Modells der Feldregelung

Der Oszillator in der Abbildung 4.1 erzeugt ein Signal von 1,3GHz. Das Signal wird mit den Signalen des „feed forward table“ moduliert. Anschließend wird das eingehüllte Signal durch ein Klystron verstärkt. Das verstärkte eingehüllte Signal ist das Eingangssignal des Cavity. Bei diesem Vorgang bestimmt das „feed forward table“ die Hüllkurve am Ausgang des Cavity. Laut Übertragungsfunktion des Cavity bestimmen die unterschiedlichen Moden des Cavity die Differenzfrequenz. Aus diesem Grund wird das Signal von 1,3GHz in der Simulation nicht beachtet. Der Oszillator, der die Frequenz von 1,3GHz erzeugt, bzw. der Vektormodulator und das Klystron werden zur Simulation vernachlässigt, wie Abbildung 5.3 zeigt.

Der Modell der Feldregelung wird mit *Matlab* und *Simulink* aufgebaut. Im Matlab-Code (Modell11_con_simulink_daten.m und Modell12_con_simulink_daten.m) werden die Kontrollparameter aufgestellt z.B. Wie stark die *Shunt – Impedanz* $\frac{r}{q}$ ist, wie der „feed forward table“ aussieht. Im *Simulink* werden die Strukturen der Model-

le (Modell11_con_simulink.mdl und Modell12_con_simulink.mdl) im kontinuierlichen Zeitbereich nach der Abbildung 5.3 entwickelt. Die Kontrollparameter werden durch den Matlab-Code in den Workspace des *Matlab*¹ geschrieben. Die Modelle im *Simulink* holen die Kontrollparameter aus dem Workspace. Damit berechnen die Modelle im *Simulink* die Ausgangsspannungen des Cavity. Die Modelle im *Simulink* werden in der Abbildung 5.4 gezeigt. Wenn man die Modelle im *Simulink* simulieren möchte, braucht man nur den Matlab-Code laufen zu lassen. Mit dem Matlab-Befehl:

```
sim('Modell11_con_simulink',0.002);
```

kann das Simulink-Modell Modell11_con_simulink.mdl automatisch 0,002s simuliert werden.

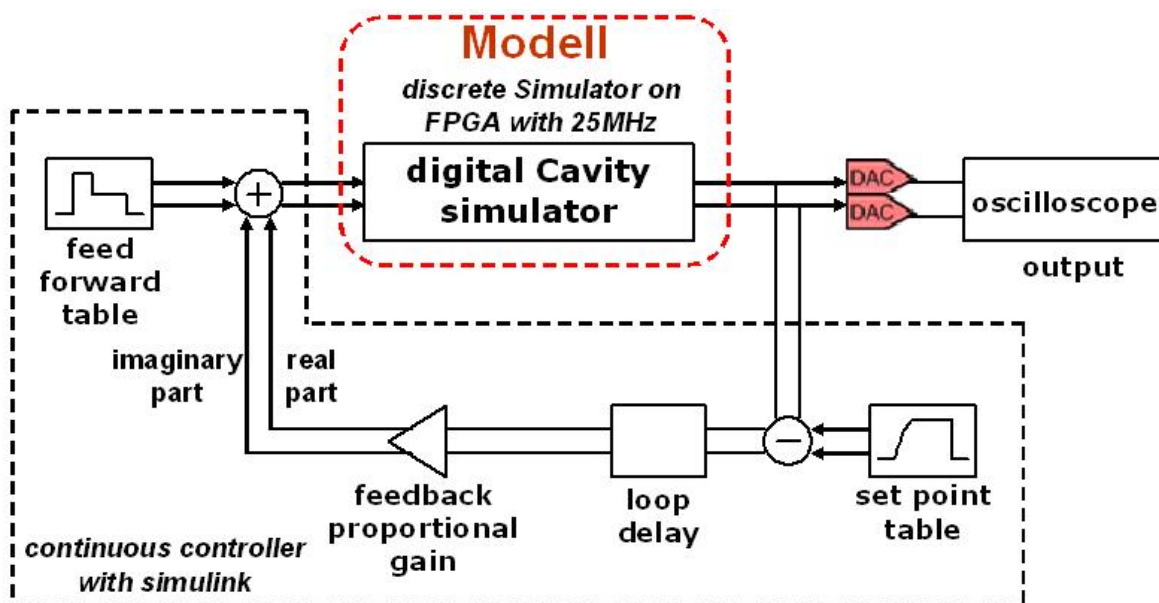


Abbildung 5.3.: Grundstruktur der Feldregelung mit dem Cavity: Im Vergleich zur Abbildung 4.1 stellt diese Abbildung eine vereinfachte Struktur der Feldregelung für die Simulation mit kontinuierlicher Regelung und digitalem Simulator eines einzelnen Cavity dar. Es gibt keinen Oszillator, Vektormodulator und kein Klystron mehr. Die kontinuierliche Regelung in der Struktur ist mit Hilfe von Simulink zu simulieren. Der digitale Simulator des Cavity wird später mit der Abtastfrequenz von 25MHz mit Hilfe eines FPGA realisiert. Der Ausgang des Cavity-Modells lässt sich später mit einem Oszilloskop in Echtzeit beobachten.

¹Workspace des Matlab: Alle vom Benutzer eingegebenen Variablen werden im workspace abgespeichert und können an später Stelle für Berechnungen wieder verwendet werden. [19]

5. Simulation eines Cavity-Modells

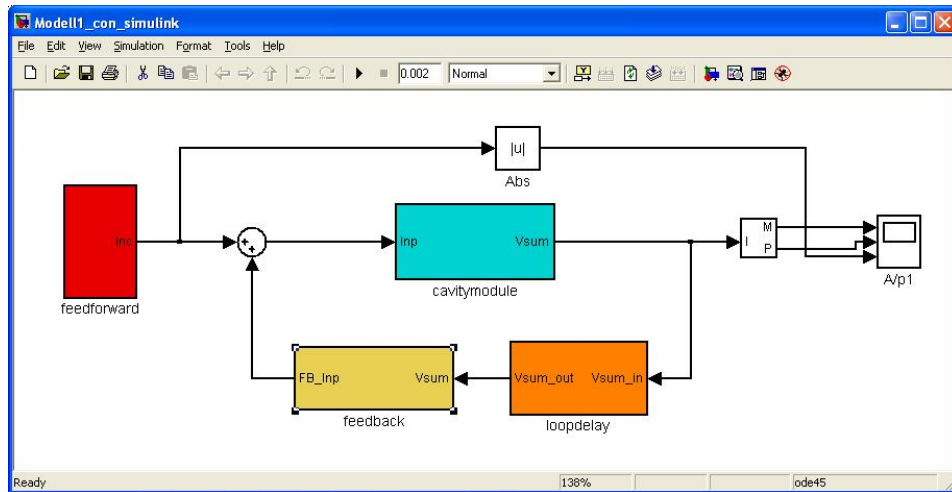


Abbildung 5.4.: Aufbau von Modell 1 und Modell 2 im *Simulink*: Der Aufbau besteht hauptsächlich aus vier Modulen: feedforward, feedback, loopdelay und cavitymodule.

5.2.1. Feed Forward

In der Gleichung 3.34 läuft das Cavity mit den konstanten Eingangsströmen nach einer Zeitkonstante τ ($\tau = \frac{1}{\omega_{\frac{1}{2}}}$) langsam in einen finalen Wert (steady state). Beim π -Mode ist die halbe Bandbreite $\omega_{\frac{1}{2}} \approx 1361,35\text{Hz}$. Die Zeitkonstante ist $\tau \approx 734,56\mu\text{s}$. Um die Teilchen zu beschleunigen, braucht man ein stabiles elektrisches Feld (fast konstante Spannung). Es dauert relativ lange, für das Cavity die konstante Spannung zu erreichen. Man möchte eine fast konstante Spannung mit der Zeitkonstante (bei $t = 500\mu\text{s}$) erzeugen, indem die Eingangsströme bis zur Hälfte reduziert werden.

```

abstastperiode = 40e-9; % 40ns (40ns=>25MHz)
Punkt = 2e-3/abstastperiode; % die Anzahl der Punkte, um 2ms zu simulieren.
fill = Punkt*0.25; %filling time: 0.5ms
flat = Punkt*0.35; %flattop time: 0.7ms
grad = 25; %Gradient in MV/m
phase = 45; %Phase in degrees
ratio = 0.5; %zwischen filling und flattop
% Feedforward table
% Punkt:simulierte Punkt; fill: filltime; flat: flattop.
FF_I = grad*cos(phase*pi/180)*2e6/(Q1_p*rQ)*...
    [ones(fill,1);ratio*ones(flat,1);zeros(Punkt-fill-flat,1)];
FF_Q = grad*sin(phase*pi/180)*2e6/(Q1_p*rQ)*...
    [ones(fill,1);ratio*ones(flat,1);zeros(Punkt-fill-flat,1)];

```

Somit sieht der „feed forward table“ nicht mehr wie eine Konstante aus, sondern, so wie die Abbildung 5.5 zeigt. Die Abbildung 5.6 stellt das Modul „feedforward“ in der

Abbildung 5.4 dar. Mit den Modulen werden die Signale vom „feed forward table“ aus dem Workspace in der Matlab aufgerufen und weiter ins Cavity gesendet.

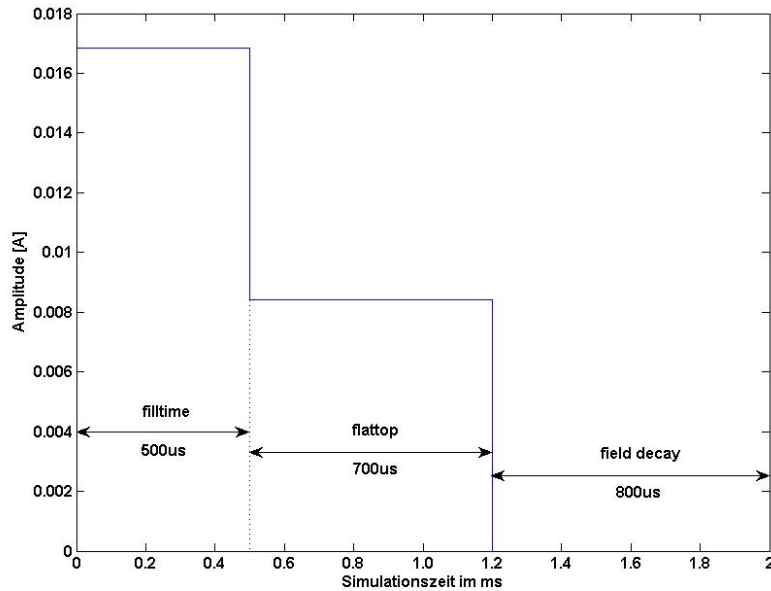


Abbildung 5.5.: feed forward table: Das Bild zeigt das Steuerungssignal (sogenannte „feed forward table“). Es ist das Eingangssignal des Cavity beim „open loop“. Das Steuerungssignal dauert insgesamt 2ms. Von 0 bis 0,5ms ist der *filltime*. Beim *flattop* wird es bis zur Hälfte reduziert, um das Feld im Cavity konstant zu halten. Ab 1,2ms ist das Steuerungssignal 0. Dabei fällt das Feld im Cavity wieder ab(sogenannte *field decay*).

5.2.2. Set Point

Zum Regeln der Spannung im Cavity stellt man noch ein „set point table“ auf. Das Diagramm wird in den Block von „feedback“ implementiert. Mit dem Diagramm wird die Ausgangsspannung verglichen, um die Fehler zwischen den Ausgangsspannungen und dem „set point table“ zu berechnen.

```
% setpoint table
SP_I = grad*cos(phase*pi/180)*[(1-exp(-1*([1:fill]'/fill)))...
    /(1-exp(-1)); ones(flat,1); zeros(Punkt-fill-flat,1)];
SP_Q = grad*sin(phase*pi/180)*[(1-exp(-1*([1:fill]'/fill)))...
    /(1-exp(-1)); ones(flat,1); zeros(Punkt-fill-flat,1)];
```

Der „set point table“ sieht aus wie in Abbildung 5.7.

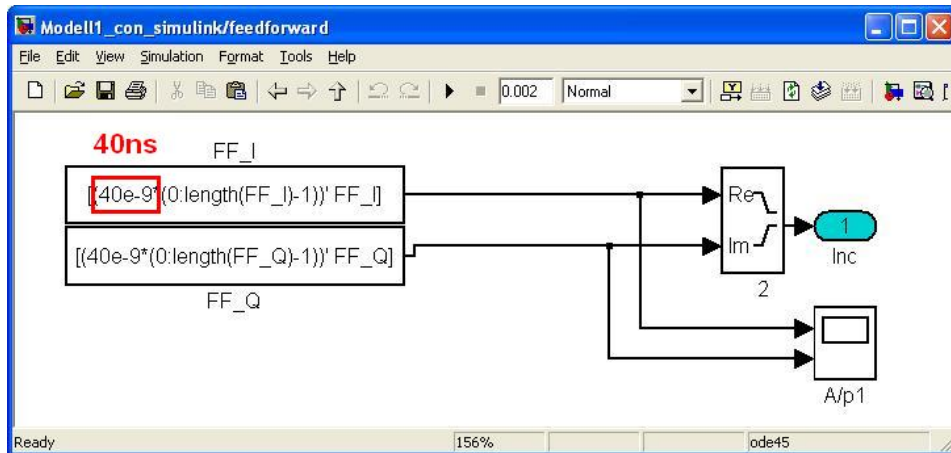


Abbildung 5.6.: Die Abbildung zeigt die Struktur des „feedforward“ im *Simulink*. Im *Simulink* wird der „feed forward table“ alle 40ns(25MHz) abgetastet. Das Feedforward-Modul gibt das komplexe Signal $Inc = FF_I(\text{Realteil}) + j * FF_Q(\text{Imaginärteil})$ zum weiteren Simulieren aus. Die komplexen Signale werden nachher mit den Signalen von der Rückkopplung addiert, um die Eingangsströme des Cavity ($i = i_r + j * i_i$) zu berechnen.

5.2.3. Feedback

Die Rückkopplung soll einfach ein P-Regler sein. Aber wenn der Eingangsstrom 8mA beträgt, ist die Ausgangsspannung beim *flattop* ungefähr 25MV. Die Differenz zwischen den Eingängen und den Ausgängen ist sehr groß. Das ist zum Kontrollieren nicht so praktisch. Aus der Spannungen berechnet man zunächst den passiven Strom durch R und skaliert. Dann wird die Rückkopplung mit einen Proportionalregler mit variabler Verstärkung realisiert.

% Feedback Table

```
FB_I = 2*1e6/(Ql_p*rQ)*[ones(fill+flat-2,1); zeros(Punkt-fill-flat+2,1)];
FB_Q = 2*1e6/(Ql_p*rQ)*[ones(fill+flat-2,1); zeros(Punkt-fill-flat+2,1)];
```

Die Struktur des Moduls „feedback“ in der Abbildung 5.4 wird in der Abbildung 5.8 gezeigt.

5.2.4. Loopdelay

Der Teil „loopdelay“ simuliert die Laufzeit der Feldregelung. Siehe Abbildung 5.9.

% delay

```
for fb_d = 0e-6:1e-6:1e-6,
    FB_Delay = fb_d;
```

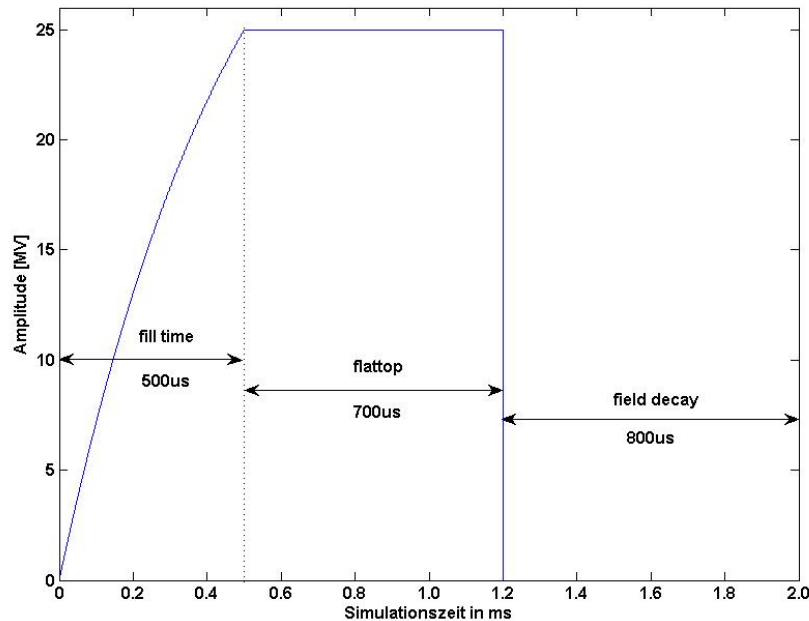



Abbildung 5.7.: Das Bild zeigt den sogenannten „set point table“. Dies definiert den Zeitabhängigen Sollwert für die Feldregelung. Entsprechend dem „feed forward table“ dauert es auch 2ms. Laut der Gleichung 3.34 steigen die Spannungen im Cavity beim *filltime* exponentiell. Beim *flattop* sollen die Spannungen konstant sein. In dem stabilen Teil werden die Elektronen beschleunigt. Beim *fieldecay* sind die Spannungen hierbei nicht wichtig. Sie werden einfach auf 0 gesetzt, da der Regler für diese Zeit ohnehin ausgeschaltet ist.

Damit kann man das Modell bezüglich veränderten Schleifenverzögerungen simulieren. Die Abbildung 5.9 zeigt die Module „loopdelay“ in der Abbildung 5.4.

5.2.5. Cavitymodul

Modell 1: Das Modul des Cavity wird nach der Zustandsdarstellung (Gleichung 3.33) entwickelt. Die Abbildung 5.10 zeigt das Cavitymodul-Modell 1 für den π -Mode. Der obere Teil zeigt die Berechnung des Realteils ($\dot{u}_r(t) = -\omega_{\frac{1}{2}} \cdot u_r(t) - \Delta\omega \cdot u_i(t) + R_L\omega_{\frac{1}{2}} \cdot i_r(t)$) und der untere Teil die des Imaginärteils ($\dot{u}_i(t) = \Delta\omega \cdot u_r(t) - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot u_i(t) + R_L\omega_{\frac{1}{2}} \cdot i_i(t)$) ist. Nach der Gleichung wird das komplexe Eingangssignal $In_1(i)$ mit einer Konstante `rw12_pi`, die in der Gleichung $R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}}$ entspricht, multipliziert. Anschließend wird der Realteil mit der Zwischenvariable $u1$, die in

5. Simulation eines Cavity-Modells

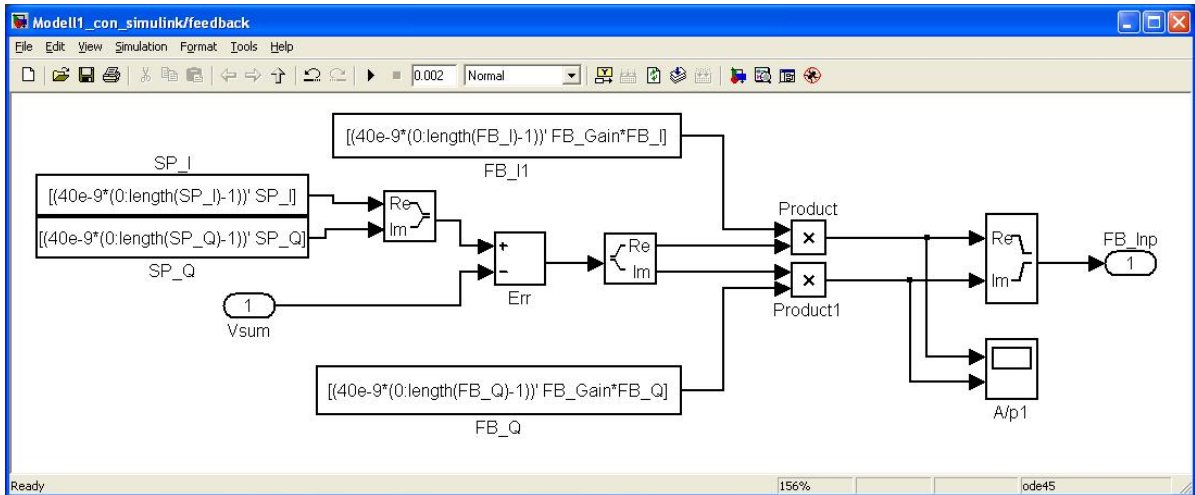


Abbildung 5.8.: Feedback-Modul: Die Abbildung zeigt die Struktur des „feedback“ im Simulink. Der „set point table“ wird in diesen Modulen implementiert, um die Fehler *Err* zwischen dem „set point table“ und den Ausgängen des Cavity *Vsum* zu berechnen. Die Fehler werden anschließend mit dem *FB_Gain* multipliziert. Die komplexen Ergebnisse *FB_Inp* werden als Rücksignale weiter gesendet.

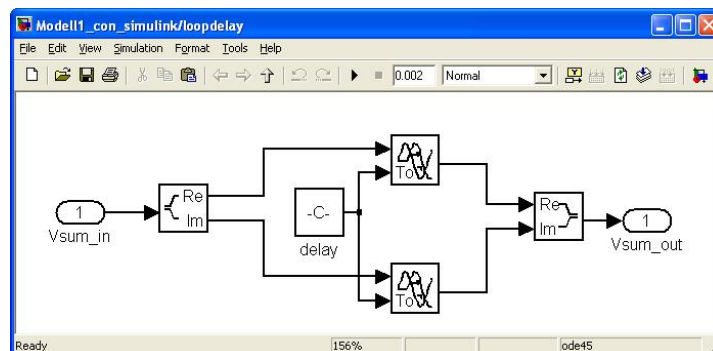


Abbildung 5.9.: Loopdelay-Module: Die Konstante *delay* in der Abbildung wird durch die Matlab-Code(*Modell11_con_simulink_daten.m*) in Workspace geschrieben.

5. Simulation eines Cavity-Modells

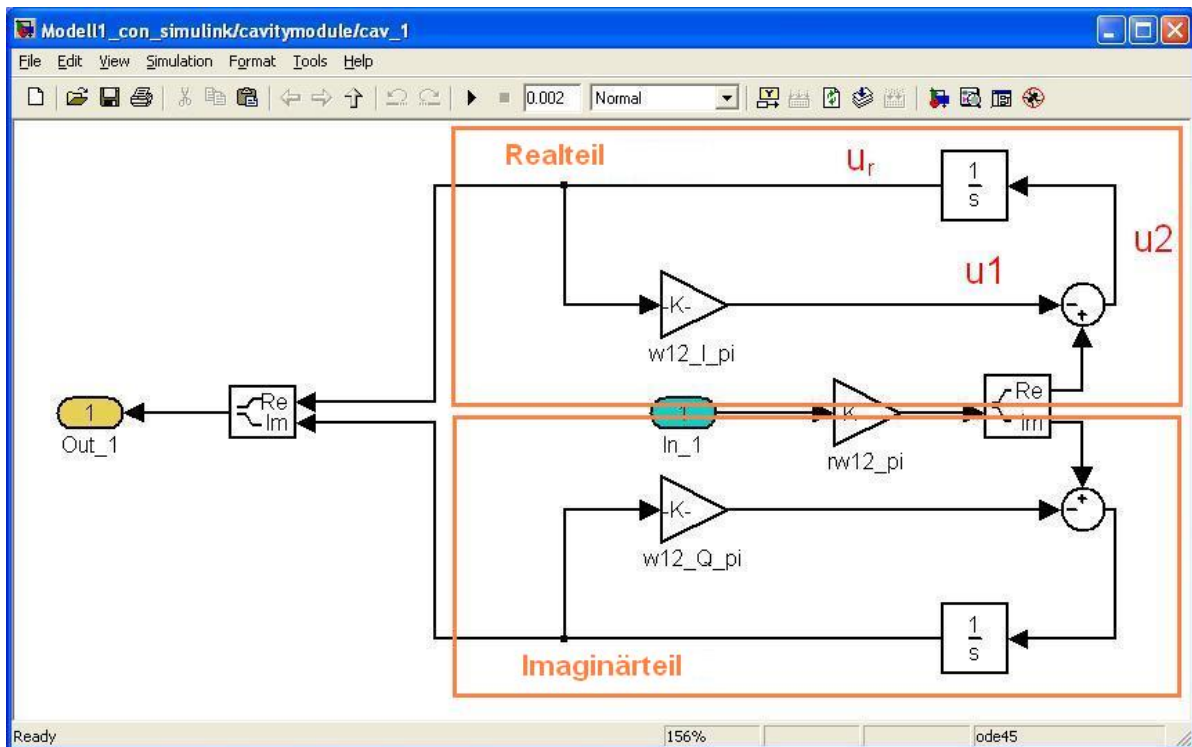


Abbildung 5.10.: Das Algorithmusmodul von Modell 1: Das Modell läuft im kontinuierlichen Zeitbereich. Es besteht aus zwei Teilen. Laut der Gleichung 3.33 berechnet der obere Teil den Realteil der Ausgänge, während der untere Teil den Imaginärteil berechnet.

der Gleichung $-\omega_{\frac{1}{2}} \cdot u_r$ entspricht, addiert. Den Teil von $-\Delta\omega \cdot u_r$ in der Gleichung baut man hier nicht auf. Denn bei π -Mode setzt man hier $\Delta\omega = 0$. Dann erhält man die Zwischenvariable u_2 , die in der Gleichung das \dot{u}_r bezeichnet wird. Durch den Block $\frac{1}{s}$ wird die Zwischenvariable u_2 integriert. Am Ende erhält man den Realteil u_r der Ausgangsspannungen. Für den Imaginärteil ist der Vorgang derselbe.

Modell 2: In der Abbildung 5.11 für das Modell 2 sieht man zwei Teile. Der obere Teil ist der π -Mode und der untere Teil der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. Den Teil von $\frac{8}{9}\pi$ -Mode entwickelt man ähnlich wie den von π -Mode. Beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode beträgt der Teil $\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} = 2\pi \cdot 800\text{kHz}$, während der Teil $\Delta\omega_{\pi} = 0$ beträgt. Deswegen hat das Modul für den $\frac{8}{9}\pi$ -Mode einen zusätzlichen Teil von $-\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} \cdot u_{r,\frac{8}{9}\pi}$. Denn der $\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi}$ ist 800kHz . Dem Teil von $-\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi}$ entspricht der konstante Verstärker dw und $dw1$ in der Abbildung.

5. Simulation eines Cavity-Modells

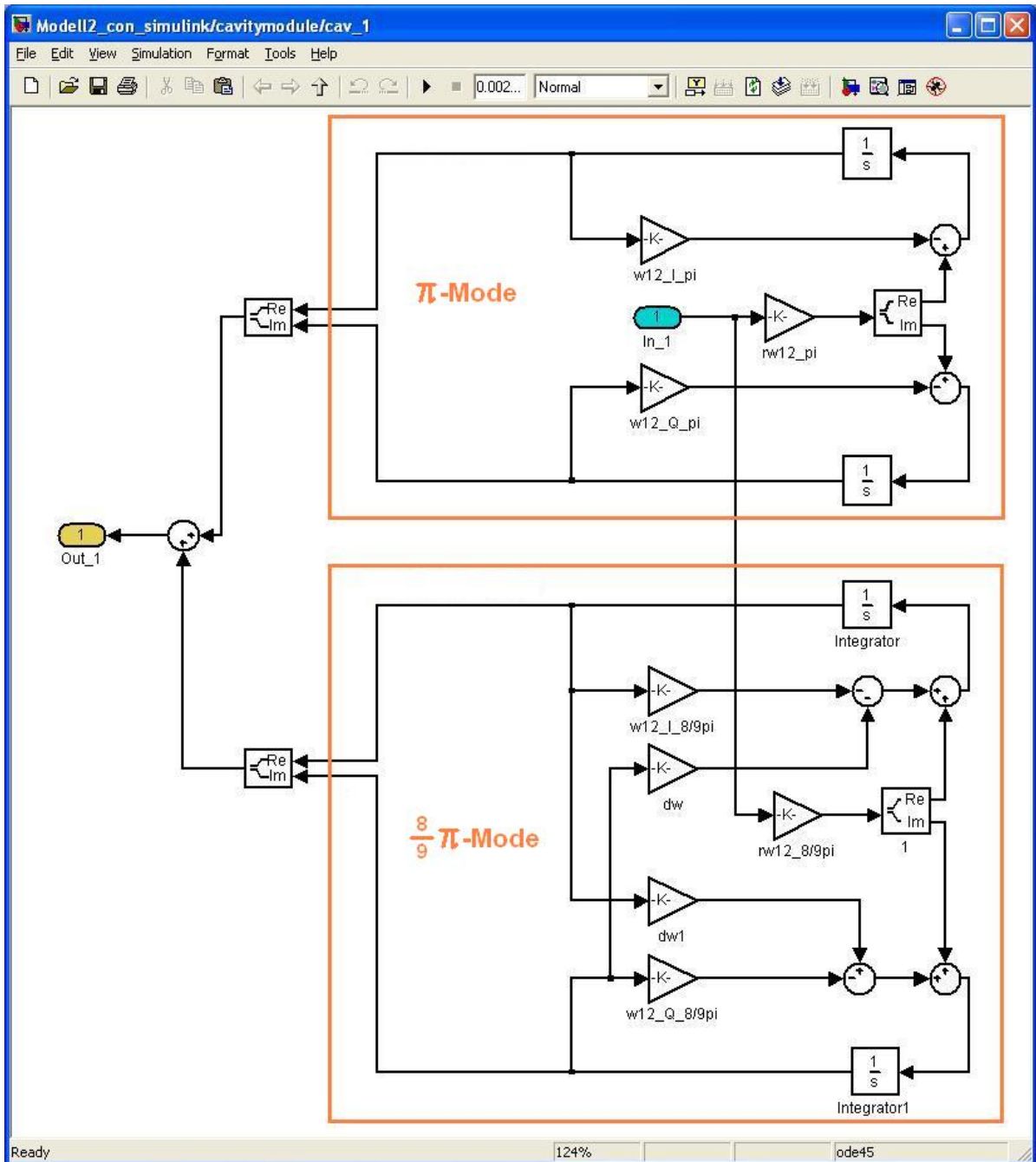


Abbildung 5.11.: Das Algorithmusmodul von Modell 2: Das Bild zeigt das zeitkontinuierlichen Algorithmusmodul für π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. Wobei ist der obere Teil für den π -Mode und der untere Teil für den $\frac{8}{9}\pi$ -Mode.

5.3. Die Ergebnisse der Modelle

Als Ergebnisse werden im Wesentlichen die Amplituden der komplexen Ausgänge des Cavity und die Phase zwischen dem Real- und Imaginärteil der komplexen Ausgänge betrachtet, wie die Abbildung 5.12 erklärt.

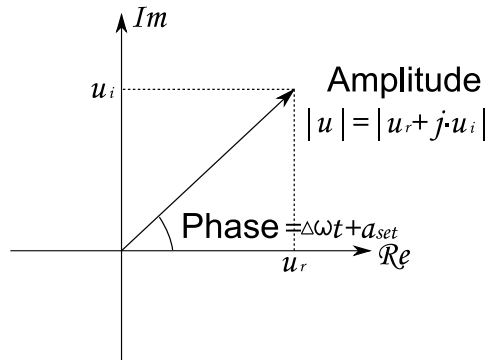


Abbildung 5.12.: Komplexe Ausgangsspannung: Im Bild sieht man die komplexe Ausgangsdarstellung des Cavity. Als Ergebnisse im Folgenden werden die Amplitude ($|u_r + j \cdot u_i|$) und die Phase ($\Delta\omega t + a_{set}$) der komplexen Ausgänge betrachtet, wobei a_{set} die Phasenverschiebung in der Abbildung 4.3 und 4.4 ist.

Modell 1: Die Abbildung 5.13 stellt die simulierten Ergebnisse des ersten Modells dar.

Wie in der Abbildung 5.12 erklärt wird, stellt man die Amplituden des Vektors u im ersten Bild und die Phase im zweiten Bild dar. Das dritte Bild zeigt die Amplituden des „feed forward table“ $|\text{FF_I} + j \cdot \text{FF_Q}|$.

Das Modell wird insgesamt 2ms mit dem Feedback Gain von 20 und der Schleifenverzögerung von $1\mu\text{s}$ simuliert. In der Abbildung 5.13 sieht man, dass das Cavity vor 0,5ms mit einer konstanten Leistung in der *filltime* arbeitet. Bei 0,5ms erreicht die Spannung des Cavity die Arbeitsspannung 25MV. Ab 0,5ms bis 1,2ms wird der „feed forward table“ um die Hälfte reduziert. Damit arbeitet das Cavity mit der fast konstanten Spannung von 25MV. Diesen Teil mit den Arbeitsspannungen ist *flattop*. Nach 1,2ms wird die Eingangsleistung ausgeschaltet. Das ist *field decay*.

Modell 2: Die Abbildung 5.14 stellt die simulierten Ergebnisse des Modell 2 mit beiden Moden dar. Das Modell 2 wird auch 2ms mit dem Feedback Gain von 20 und der Schleifenverzögerung von $1\mu\text{s}$ simuliert. Die simulierten Ergebnisse sehen ähnlich wie die des Modell 1 aus. Nur wenn die Amplituden und die Phasen beim *flattop* vergrößert werden, sieht man den Unterschied zwischen Modell 1 und Modell 2. Siehe Abbildung 5.16 und Abbildung 5.17.

5. Simulation eines Cavity-Modells

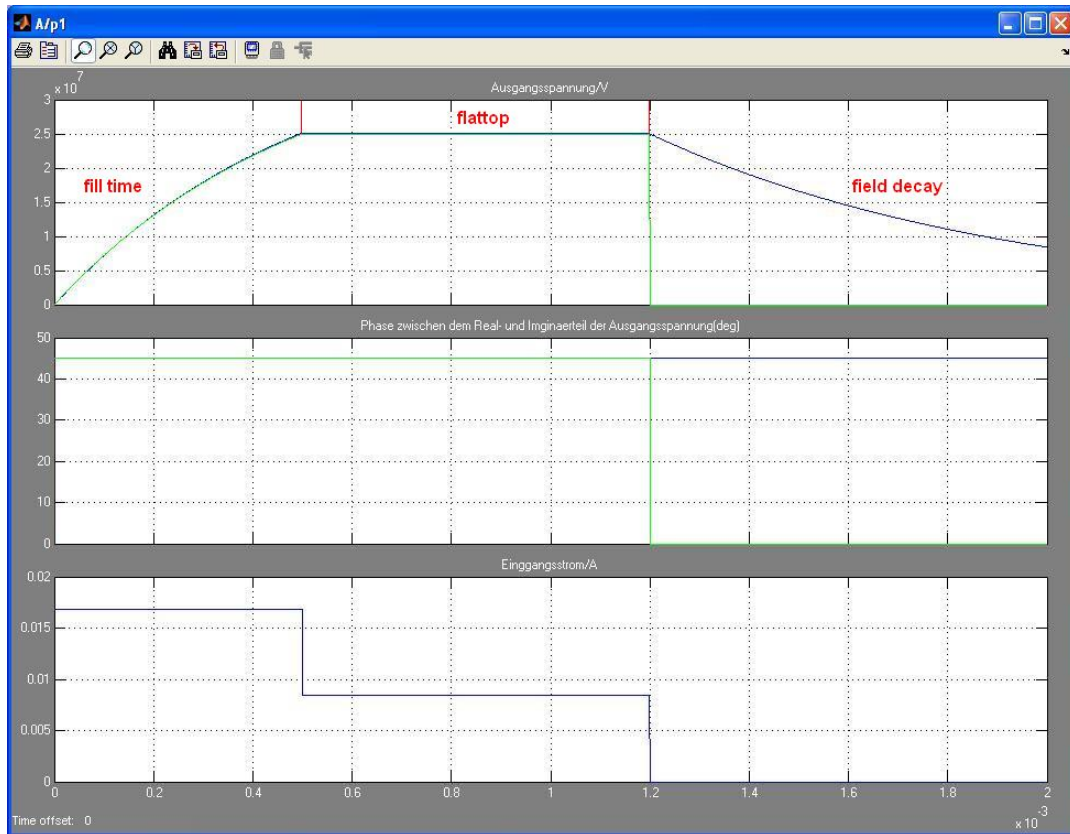


Abbildung 5.13.: Die simulierten Ergebnisse von Modell 1: Das erste Bild zeigt die Amplituden der komplexen Spannungen. Die grüne Linie ist der „set point table“ und die dunkelblaue die Amplitude der Ausgangsspannung. Beim *filltime* steigt die Spannung exponentiell. Beim *flat top* sind die Spannungen konstant bei 25MV. Das zweite Bild stellt die Phasen zwischen dem Real- und Imaginärteil der Spannungen dar. Wie im ersten Bild steht die grüne Linie für den „set point table“ und die dunkelblaue für die Ausgangsspannung. Die Phasen der Ausgänge sind immer 45° . Das dritte Bild zeigt das Steuerungssignal „feed forward table“.

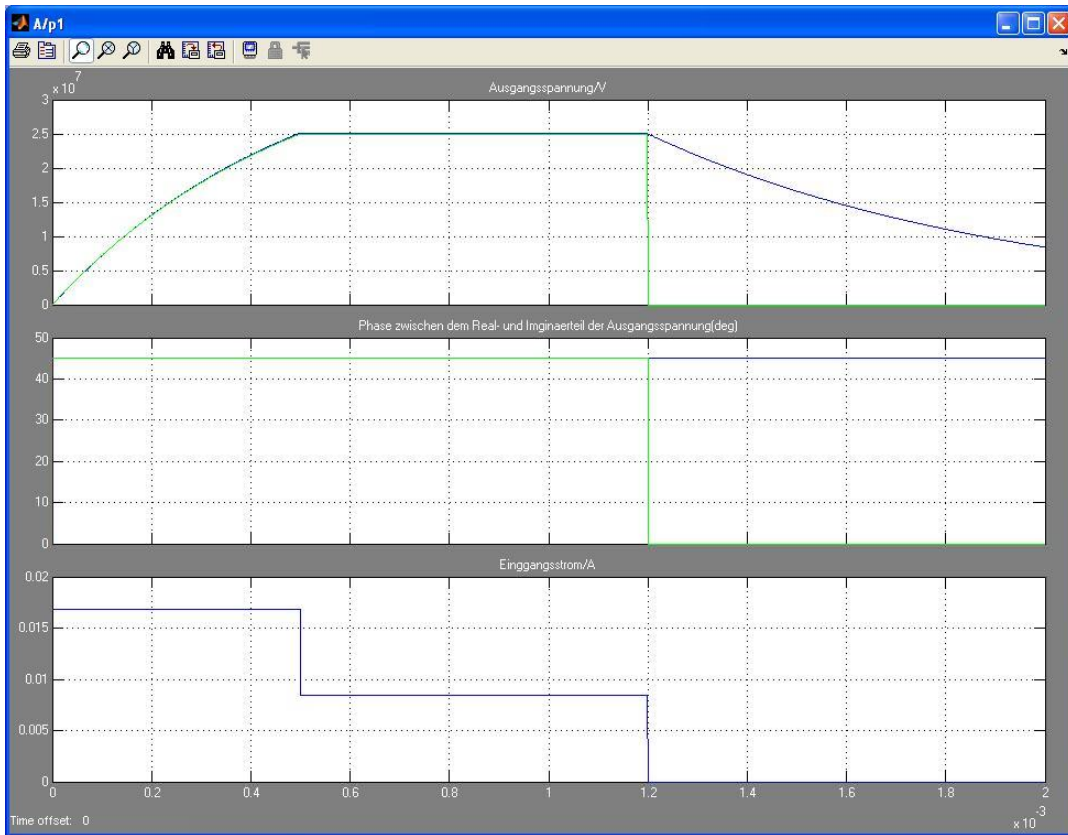


Abbildung 5.14.: Die simulierten Ergebnisse von Modell 2: Im Vergleich zur Abbildung 5.13 sehen die simulierten Ergebnisse von Modell 2 ähnlich wie die von Modell 1 aus. Beim *flattop* ist die Ausgangsspannung des Cavity fast immer 25MV und die Phase fast immer 45°. Die Einflüsse des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode kann man in den Abbildungen 5.16 und 5.17 besser sehen.

Vergleich von Modell 1 und Modell 2: Die Abbildung 5.16 zeigt die Ausgangsspannungen beim *flattop* von Modell 1 und von Modell 2 im Zoom. Die Ausgangsspannungen von Modell 1 sind sehr gleichmäßig, während die von Modell 2 eine Schwingung in den Amplituden zwischen $\pm 2\text{kV}$ um 25MV zeigen. Die Abbildung 5.15 zeigt die Übertragungsfunktion des Cavity im π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. Anhand der Abbildung 5.15 ist erkennbar, dass die Amplitude des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode bei 0Hz (Baseband) relativ klein im Vergleich zu der des π -Mode ist. Anhand dessen wird hergeleitet, dass die Störung von Modell 2 in der Abbildung 5.16 [Modell 2] auf dem Einfluss des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode beruht.

Die Abbildung 5.17 stellt die Phasen beim *flattop* des Modell 1 und des Modell 2 im Zoom dar. Die Phase beim Modell 1 ist immer 45°. Das bedeutet, dass $\Delta\omega_\pi = 0$ ist. Die Phase beim Modell 2 ist abhängig von $\Delta\omega$, wobei $\Delta\omega = \Delta\omega_\pi + \Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi}$ ist. Sie hat eine Schwingung von $\pm 0,002^\circ$ um 45°, da der $\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} = 2\pi \cdot 800\text{kHz}$ ist.

5. Simulation eines Cavity-Modells

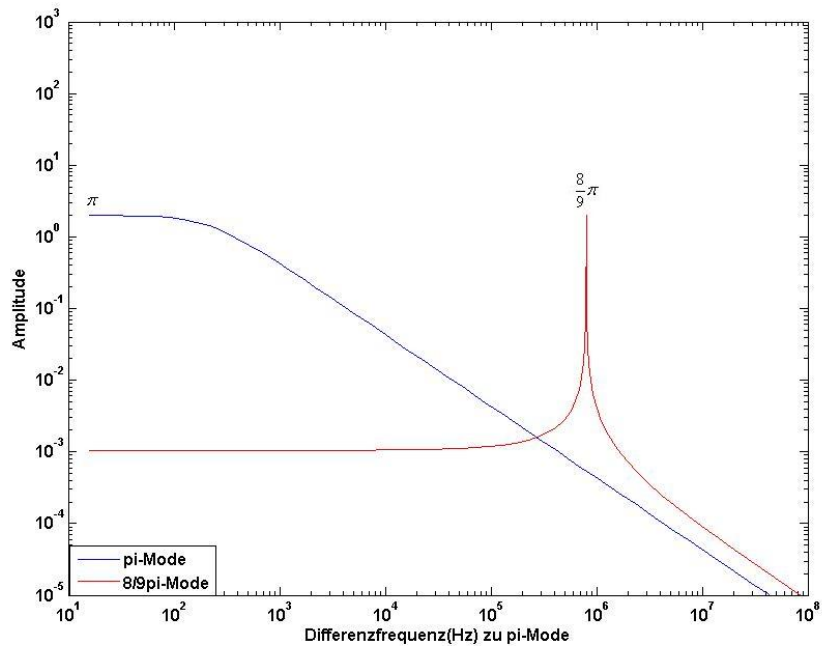


Abbildung 5.15.: Die Amplituden der Übertragungsfunktion des Cavity: Die blaue Linie zeigt die Übertragungsfunktion des Cavity für den π -Mode. Die rote stellt die für den $\frac{8}{9}\pi$ -Mode dar.

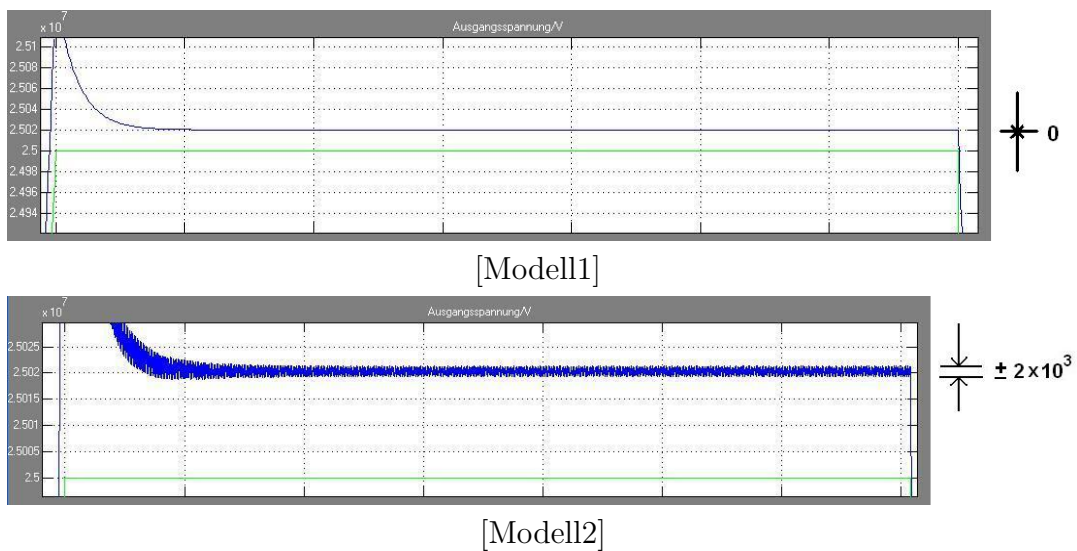


Abbildung 5.16.: Zoom der Amplituden der komplexen Ausgangsspannung von Modell 1 und Modell 2 beim *flattop*: Die Amplitude beim Modell 1 ist immer 25MV, während die beim Modell 2 eine Schwingung von ± 2 kV um 25MV wegen des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode zeigt.

5. Simulation eines Cavity-Modells

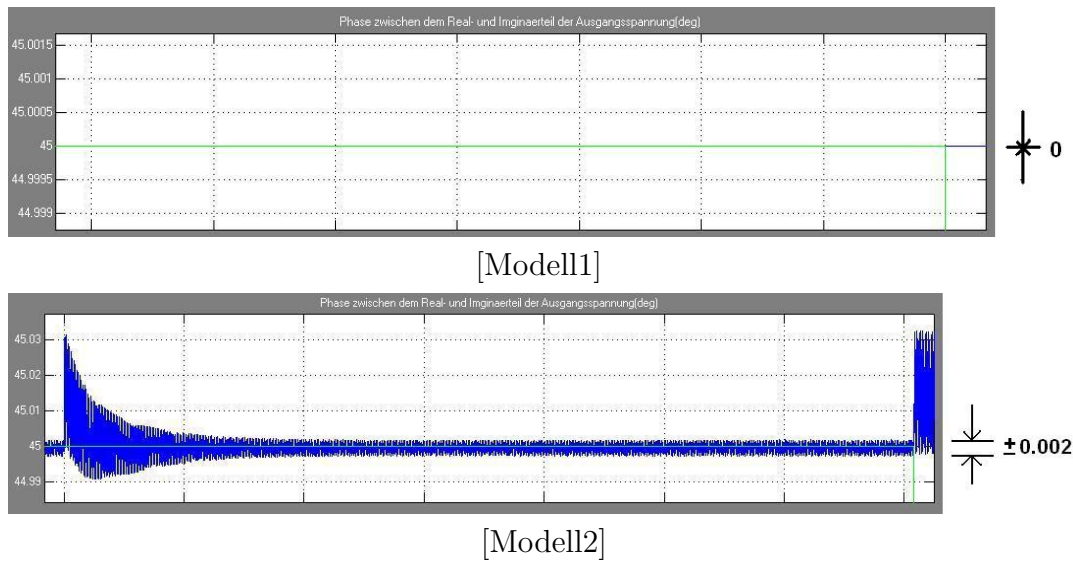


Abbildung 5.17.: Zoom der Phasen der komplexen Ausgangsspannung von Modell 1 und Modell 2 beim *flattop*: Die Phase beim Modell 1 beträgt immer 45° , während die beim Modell 2 ein Schwingung von $\pm 0,002^\circ$ um 45° hat.

5.4. Stabile und instabile Fallbetrachtung

In Kapitel 4 wurden die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung diskutiert. Mit dem Modell 1 und dem Modell 2 kann man eine stabile und eine instabile Situation simulieren. In der Kontrollregel wird definiert, dass das System dann stabil ist, wenn die Amplitude der Schwingungen der Störung konvergiert. Sonst ist es instabil. Aus diesem Grund zeigt die Abbildung 5.18 einen stabilen Fall, und die Abbildung 5.19 einen instabilen Fall. Das erste Bild der beiden Abbildungen zeigt die Steuerungssignale aus dem „feed forward table“. Das zweite stellt die Amplituden der komplexen Spannung dar. Das dritte zeigt einen Zoomteil vom *flattop* im zweiten Bild. Die rote Linie im zweiten und dritten Bild zeigt die Kurven vom „set point“. Die blauen Kurven stellen die Kurve der Ausgangsspannungen dar. Das vierte Bild zeigt die Phase der komplexen Ausgangsspannung. In der Abbildung 5.18 wurde dies mit Feedback Gain von 261 und der Schleifenverzögerung von $2\mu\text{s}$ simuliert. Die Schwingung der Ausgangsspannung ist an der Grenze der Konvergenz. Wenn die Spannungen beim *flattop* 25V sein sollen, liegen die Abweichungen der Spannungen zwischen den Ausgängen und dem „set point table“ im Bereich von $\pm 0,05\text{V}$. Der normierte Fehler beträgt 0,2%. In der Abbildung 5.19 wurde es mit Feedback Gain von 263 und der Schleifenverzögerung von $2\mu\text{s}$ simuliert. In diesem Fall konvergiert die Schwingung der Ausgangsspannung beim *flattop* nicht mehr. Wenn die Spannungen beim *flattop* 25V sein sollen, sind die Abweichungen der Spannungen zwischen den Ausgängen und dem „set point table“ größer als $\pm 1\text{V}$. Der normierte Fehler ist größer als 4%.

In der Praxis können wir noch nicht bestimmen, was ein instabiler Fall für das Cavi-

ty ist. In der Abbildung 5.20 und der Abbildung 5.21 wird der normierte RMS-Fehler² der Spannung beim *flattop* von Modell 1 und von Modell 2 getrennt gezeigt. Beide Ergebnisse werden mit einem bestimmten Feedback Gain von 50 und einer steigenden Schleifenverzögerung simuliert. In der Abbildung 5.20 ist zu sehen: Je länger die Schleifenverzögerung ist, desto größer ist der normierte RMS-Fehler. Damit ist vorstellbar, dass das System instabil wird, wenn die Schleifenverzögerung sich immer mehr vergrößert. In der Abbildung 5.21 sieht man eine ganz andere Form des in der Abbildung 5.20. Der normierte RMS-Fehler steigt nicht immer entsprechend der steigenden Schleifenverzögerung. Die großen Werte entstehen periodisch, wenn der `loopdelay` sich um ungefähr $1,25\mu s$ vergrößert.

Die Abbildung 5.22 stellt den RMS-Fehler der Spannung beim *flattop* im 3D-Diagramm bei steigendem Feedback Gain und steigender Schleifenverzögerung dar. In der Abbildung 5.20 sieht man, dass die RMS-Fehler relativ groß sein können. Dies ist schwer zu visualisieren, wenn man die RMS-Fehler des Cavity mit einem 3D-Diagramm zeigen möchte. Deswegen wird hierbei eine Obergrenze von 1V definiert. Wenn der RMS-Fehler größer als 1V ist, betragen alle RMS-Fehler 1V. Mit der Obergrenze simuliert man die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung mit dem Modell 2. In der Abbildung 5.22 sieht man, dass das System mit einem bestimmten Kreisverstärker(Feedback Gain) periodisch instabil ist. Bei einer bestimmten Schleifenverzögerung vergrößert sich der RMS-Fehler entsprechend der Vergrößerung des Kreisverstärkers(Feedback Gain). Das Ergebnis passt zu der Schlussfolgerung im Kapitel 4.

²Normierte RMS-Fehler: Auf Englisch ist Coefficient of Variation of the Root Mean Square Deviation:

$$CV(RMSD) = \frac{RMSD}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{1,i} - x_{2,i})^2}}{\bar{x}}$$

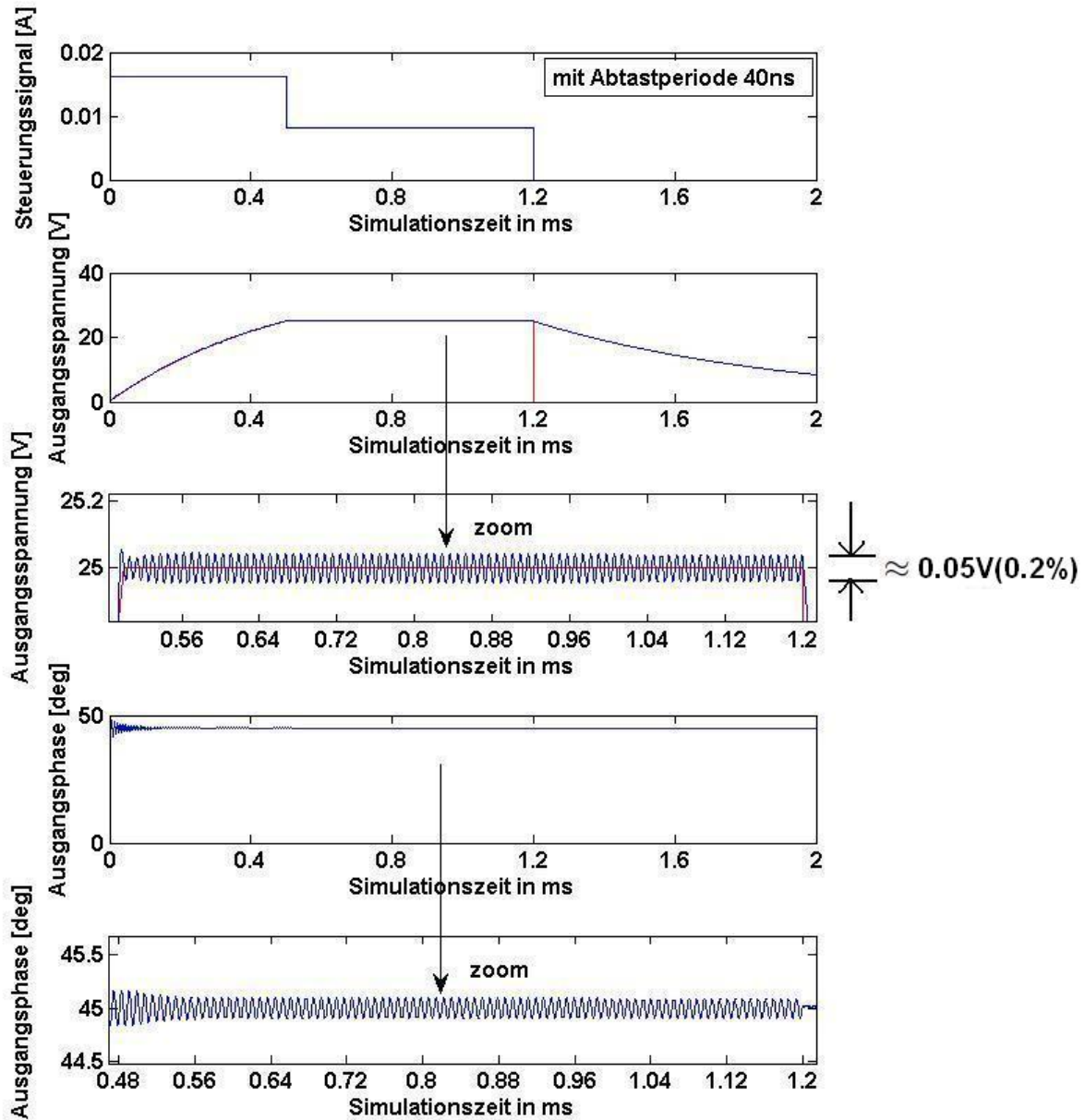


Abbildung 5.18.: Das Cavityverhalten in einem stabilen Fall: In der dritten Darstellung ist erkennbar, dass die Schwingung der Ausgangsspannung an der Grenze der Konvergenz ist. Der normierte Fehler beträgt ungefähr 0,2%. Die Ergebnisse können mit den Programmen `ctr_dis_sta_p89p.m`, `cav_p_mode_dis_mat.m` und `cav_89p_mode_dis_mat.m` simuliert werden.

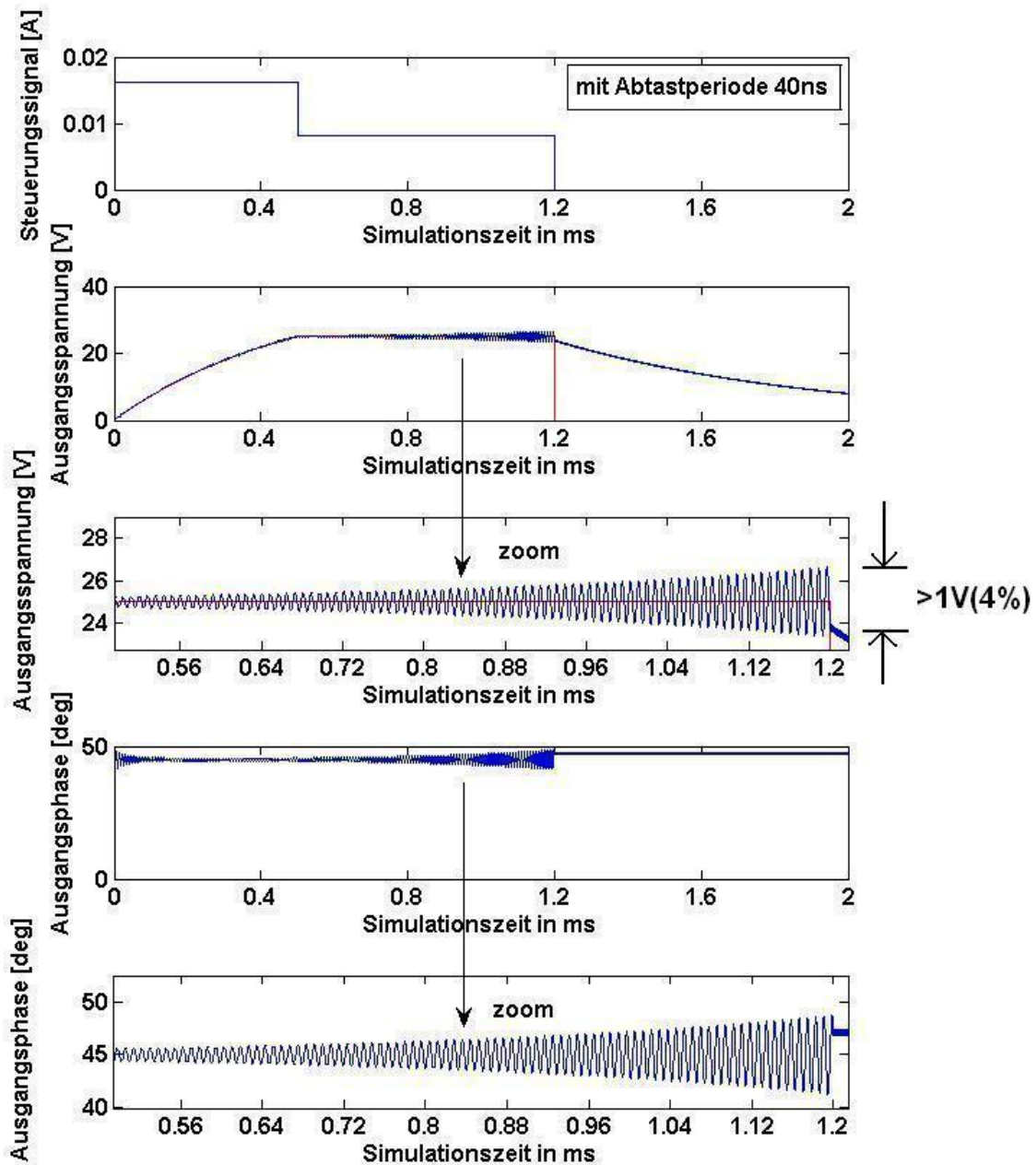


Abbildung 5.19.: Das Cavityverhalten in einem instabilen Fall: Im Vergleich zu der Abbildung 5.18 konvergiert die Schwingung der Ausgangsspannung beim *flattop* nicht mehr. Der normierte Fehler ist größer als 4%. Die Ergebnisse können mit den Programmen `ctr_dis_sta_p89p.m`, `cav_p_mode_dis_mat.m` und `cav_89p_mode_dis_mat.m` simuliert werden.

5. Simulation eines Cavity-Modells

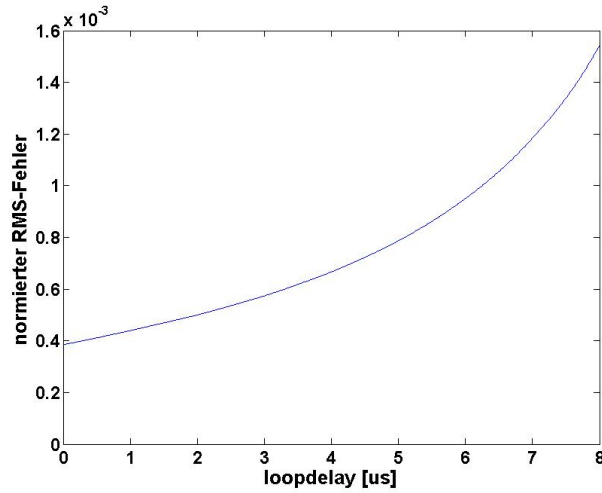


Abbildung 5.20.: Der normierte RMS-Fehler der Spannung beim *flattop* mit dem Modell 1: Wenn das Cavity nur mit π -Mode läuft, erhöhen sich die normierte RMS-Fehler bei Vergrößerung der Werte der Schleifenverzögerung. Die Ergebnisse können mit den Programmen `Modell1_con_simulink_daten.m` und `Modell1_con_simulink.mdl` simuliert werden.

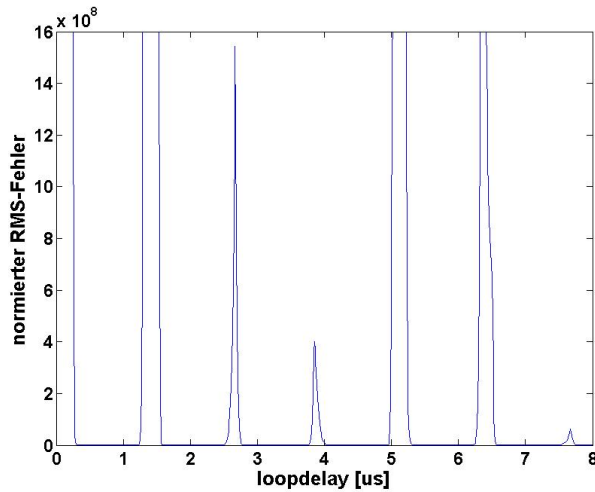


Abbildung 5.21.: Der normierte RMS-Fehler der Spannung beim *flattop* mit dem Modell 2: Im Vergleich zu der Abbildung 5.20 vergrößert sich der normierte RMS-Fehler nicht immer entsprechend der steigenden Schleifenverzögerung. Wenn das Cavity mit beiden Moden läuft, entstehen die großen Werte periodisch von $loopdelay \approx 1,25\mu\text{s}$. Die Ergebnisse können mit den Programmen `Modell2_con_simulink_daten.m` und `Modell2_con_simulink.mdl` simuliert werden.

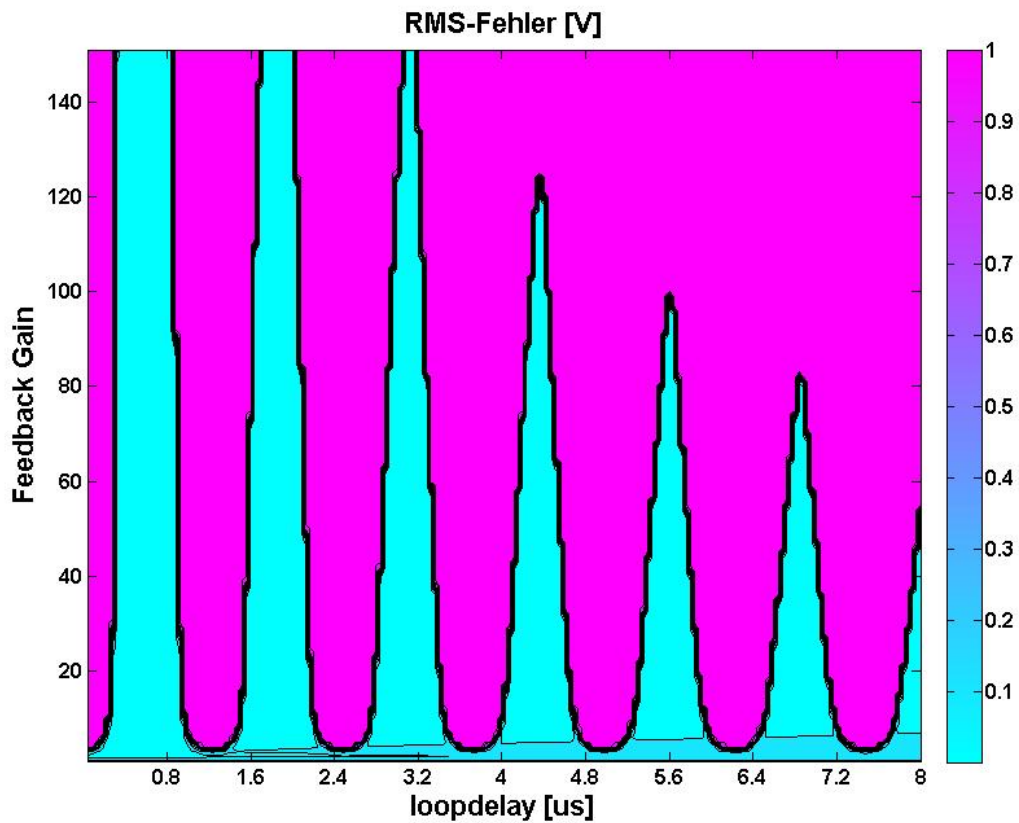


Abbildung 5.22.: Die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung mit Modell 2: Der purpurne Teil entspricht dem instabilen Teil (der RMS-Fehler $> 1\text{V}$ \Leftrightarrow der normierte RMS-Fehler $> 4\%$). Der hellblaue Teil zeigt den stabilen Teil (der RMS-Fehler $< 1\text{V}$).

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

In diesem Kapitel wird ein Echtzeitsimulator für ein Cavity zur Implementierung auf FPGA entwickelt. Dazu wird zunächst die Zustandsraumdarstellung des Cavity im diskreten Zeitbereich hergeleitet. Um das Modell im Folgenden mit FPGA zu realisieren, muss das Modell mit Festkommazahlen entwickelt werden. Die Analyse der Festkommazahlen wird hierbei erklärt. Basierend auf *Matlab* und *Simulink* werden die Modelle mit Hilfe von *AccelDSP* und *System Generator*¹ aufgebaut.

6.1. Grundlagen

6.1.1. Diskrete Zustandsraumdarstellung

Die Gleichungen 4.8 und 4.9 beschreiben die Zustandsraumdarstellung im kontinuierlichen Zeitbereich. Die diskrete Zustandsraumdarstellung davon lautet [22]:

$$\vec{x}[(k+1)T] = \Phi(T) \cdot \vec{x}[kT] + \mathbf{H}(T)\vec{u}[kT], \quad (6.1)$$

$$\vec{y}[kT] = \mathbf{C}(T) \cdot \vec{x}[kT] + \mathbf{D}(T)\vec{u}[kT]. \quad (6.2)$$

mit

$$\Phi(T) = e^{\mathbf{A}T} = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{H}(T) = \int_0^T e^{\mathbf{A}t} \mathbf{B} dt. \quad (6.4)$$

Wenn $T \ll 1$, lauten die diskrete Zustandsmatrizen nach der Näherung:

$$\Phi(T) = e^{\mathbf{A}T} = \mathbf{I} + \mathbf{A}T + \frac{1}{2!}(\mathbf{A}T)^2 + \dots \approx \mathbf{I} + \mathbf{A}T \quad (6.5)$$

$$\mathbf{H}(T) = \int_0^T e^{\mathbf{A}t} \mathbf{B} dt = \int_0^T [\mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{1}{2!}(\mathbf{A}t)^2 + \dots] \mathbf{B} dt \approx \int_0^T \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} dt = \mathbf{B}T. \quad (6.6)$$

In der Entwicklung des Modell auf FPGA ist die Abtastperiode $T = 160ns \ll 1s$. Nach dem Einsatz der Gleichungen 4.13 bis 4.18 in die Gleichungen 6.5 und 6.6 erhält man

¹AccelDSP und System Generator werden später in diesem Kapitel vorgestellt.

die diskrete Zustandsraumdarstellung des Cavity:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_r(k+1) \\ u_i(k+1) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T & -\Delta\omega \cdot T \\ \Delta\omega \cdot T & 1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_r(k) \\ u_i(k) \end{pmatrix} \\ &+ (-1)^{n-1} \begin{pmatrix} R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T & 0 \\ 0 & R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_r(k) \\ i_i(k) \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{6.7}$$

6.1.2. Festkommazahlen

Eine Festkommazahl ist eine Zahl, die aus einer festen Anzahl von Ziffern besteht. Die Position des Dezimalkommas ist dabei fest vorgegeben.

Der Grundgedanke hinter Festkommazahlen ist die exakte Darstellung ohne Rundungsfehler eines Ausschnitts der rationalen Zahlen. Üblicherweise sind per Definition die ersten $a \leq l$ Stellen Vorkommastellen und die restlichen $b = l - a$ Nachkommastellen mit einer l Bits Data. Aufgrund der exakten Darstellung sind die Wertebereiche aller Festkommazahlen jeweils kleiner als der jeweilige Wertebereich einer Gleitkommazahl derselben Länge. Hierbei markieren wir die Festkommazahlen mit der `[1 b]`, die ein Bits Data mit Stellen Nachkommastellen bedeutet. [13]

Mit verschiedenen `[1 b]` Werten erhält man unterschiedliche Darstellungsbereiche und unterschiedliche Genauigkeiten. Zum Beispiel, `signed [16 0]` stellt eine Data mit den Darstellungsbereichen von -2^{15} bis $2^{15}-1$ und der Genauigkeit von 1 dar; `signed [16 15]` stellt eine Data mit den Darstellungsbereichen von -1 bis $1 - 2^{-15}$ und der Genauigkeit von 2^{-15} dar; ansonsten stellt `unsigned [16 16]` eine Data mit der Darstellungsbereiche von 0 bis $1 - 2^{-16}$ und der Genauigkeit von 2^{-16} dar.

6.2. Entwicklungssoftware

Das *AccelDSP synthesis Tool* und *System Generator für DSP-Tool* sind die wichtigsten Komponenten der XtremeDSP-Entwicklungsumgebung für die Implementierung der DSP(Digitaler Signalprozessor)-Entwicklung in *Matlab* und *Simulink* auf *Xilinx* FPGA.

6.2.1. AccelDSP

Die *AccelDSP Synthesis Tool* ist ein High-Level-Matlab-Sprache basiertes Werkzeug für die Implementierung von DSP-Blöcke für *Xilinx* FPGAs. Es konvertiert Gleitkommazahlen automatisch in Festkommazahlen.

6.2.2. System Generator

System Generator ist ein Designtool für DSP von *Xilinx*, das die Programm-Entwicklung - basierend auf *Simulink* - für FPGA ermöglicht. Mehr als 90 DSP-Bausteine sind in der *Xilinx DSP Blockset*-Toolbox im *Simulink* zur Verfügung implementiert. Dieser Block beinhaltet die normalen DSP-Bausteine wie Addierer, Multiplizierer, Register, usw.. *System Generator* ermöglicht die Co-Simulation zwischen *Simulink* und Hardware. *System Generator* arbeitet in der *Simulinkmodell* basierten Designmethode. Normalerweise wird eine ausführbare Spezifikation mit dem Standard *Simulink* Block hergestellt. Sobald die Funktionalität und der grundlegende Datenfluss definiert wurden, kann der *System Generator* verwendet werden, um die Implementierung der Hardware für die *Xilinx*-Geräte zu entwickeln.

6.3. Entwicklung des Modell 1 mit diskreter Zustandsraumdarstellung

Dasselbe Modell wird mit drei Softwares entwickelt: *AccelDSP*, *Simulink* und *System Generator*. Mit Hilfe von *AccelDSP* werden die Variablen von Gleitkommazahlen in Festkommazahlen konvertiert und die Unterschiede geprüft. Zur Überprüfung, ob das Modell im diskreten Zeitbereich funktionieren kann, wird anschließend ein graphisches Modell mit Gleitkommazahlen in *Simulink* aufgebaut. Am Ende wird das Modell mit Festkommazahlen mit Hilfe von *System Generator* entwickelt, um danach auf FPGA herunterzuladen.

6.3.1. Prüfung der Festkommazahlen bei π -Mode

Das Programm wird basierend auf der Struktur in der Abbildung 5.3 mit Hilfe von *AccelDSP* entwickelt. Zwei Programme werden dafür geschrieben. Im Hauptprogramm `cav_p_mode_dis_accel.m` werden die Kontrollsignale berechnet. z.B.

- Die Eigenschaften des Cavity

```
rQ    = 1024;                % nomierte Shunt-Impedanz r/q
abtastperiode = 160e-9;    % 4*40ns (40ns=>25MHz)
%pi-Mode
f0_p   = 1.3e9;             % Resonanzfrequenz
w0_p   = 2*pi*f0_p;
Q1_p   = 3e6;              % belastete Guete
w12_p  = w0_p/2/Q1_p;     % halbe Bandbreite
rL_p   = rQ*Q1_p*1e-6;    % 1e-6 verkleinern, um die Ausgaenge zu verkleinern
dw_p   = 0;               % Verstimmung bei p-Mode = 0Hz
```

- „feed forward table“

```
% Feedforward table
% Punkt:simulierte Punkt; fill: filltime; flat: flattop.
FF_I = grad*cos(phase*pi/180)*2e6/(Ql_p*rQ)*...
      [ones(fill,1);ratio*ones(flat,1);zeros(Punkt-fill-flat,1)];
FF_Q = grad*sin(phase*pi/180)*2e6/(Ql_p*rQ)*...
      [ones(fill,1);ratio*ones(flat,1);zeros(Punkt-fill-flat,1)];
```

- „set point table“

```
% setpoint table
SP_I = grad*cos(phase*pi/180)*[(1-exp(-1*(1:fill)'/fill))...
      /(1-exp(-1)); ones(flat,1); zeros(Punkt-fill-flat,1)];
SP_Q = grad*sin(phase*pi/180)*[(1-exp(-1*(1:fill)'/fill))...
      /(1-exp(-1)); ones(flat,1); zeros(Punkt-fill-flat,1)];
```

- Errors der Rückkopplung

```
% error zwischen setpoint und vectorsum
% delay(1) = die letzte vectorsum
error_i(index) = SP_I(index) - delay_i(1);
error_q(index) = SP_Q(index) - delay_q(1);
```

- die Schleifenverzögerung

```
% mit delay
for delayindex = 1:1:delayloop-1,
    delay_i(delayindex) = delay_i(delayindex+1);
    delay_q(delayindex) = delay_q(delayindex+1);
end
% vsum_i,vsum_q: die Ausgaenge der Cavitymodule
delay_i(delayloop) = vsum_i(index);
delay_q(delayloop) = vsum_q(index);
```

Das Modul des Cavity mit π -Mode wird als eine Subfunktion `cav_simulator_accel_p.m` aufgebaut. Es wird basierend auf der Gleichung 6.7 entwickelt, mit den Eingängen und Ausgängen von:

```
function [vsum_i_p, vsum_q_p] = cav_p_mode_dis_accel(inp_i, inp_q, ...
            vsum_i_buf_p_a11_a22, vsum_q_buf_p_a21, ...
            vsum_i_buf_p_a12, vsum_buf_p_b).
```

Zwei von den Eingangssignalen der Cavitymodule `inp_i` und `inp_q` sind die Eingangsströme, die die Summen von „feed forward table“ und von Fehlern der Rückkopplung sind.

```
% input = feedforward + feedback
inp_i(index) = FF_I(index)+error_fb_i(index);
inp_q(index) = FF_Q(index)+error_fb_q(index);
```

Die übrigen vier konstanten Eingangssignale sind die Variable der Matrizen der Zustandsraumdarstellung.

```
% Parameter in der Zustandsraumdarstellung
w12T_p = w12_p*abtastperiode;
vsum_i_buf_p_a11_a22 = 1-w12T_p;
vsum_q_buf_p_a21 = dw_p*abtastperiode;
vsum_i_buf_p_a12 = -1*vsum_q_buf_p_a21;
vsum_buf_p_b = rL_p*w12T_p;
```

Entsprechend der Gleichung 6.7 sind sie:

```
vsum_i_buf_p_a11_a22 = 1 -  $\omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$ 
vsum_q_buf_p_a21 =  $\Delta\omega \cdot T$ 
vsum_i_buf_p_a12 = - $\Delta\omega \cdot T$ 
vsum_buf_p_b =  $R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$ 
```

Wenn die Eingangsströme 8mA sind, sind die Ausgangsspannungen zur Beschleunigung ungefähr 25MV. Es ist schwierig für das FPGA, ein Signal von 25MV zu berechnen und zu präzisieren. Um die Amplituden der Ausgänge zu verkleinern, wird der Koeffizient der Eingänge `vsum_buf_p_b` 10^6 verkleinert, indem die Variable `rL_p` verkleinert wird:

```
rL_p = rQ*Q1_p*1e-6; % 1e-6 verkleinern, um die Ausgaengen zu verkleinern
```

Die zwei Ausgangssignale des Cavitymoduls `vsum_i_p` und `vsum_q_p` sind der Real- und Imaginärteil der Ausgangsspannungen, die später ins DAC² von FPGA implementiert werden. Um hohe Genauigkeiten zu erreichen, werden die zwei Ausgänge kalibriert. Die höchste Spannung vom π -Mode ist ungefähr 25V. Die Spannungen von $\frac{8}{9}\pi$ -Mode werden hinterher im Amplitudenbereich von $\pm 2V$ begrenzt. Die Summe davon ist 27V. Deswegen werden die Ausgänge zu +27V kalibriert.

```
% Ausgangsspannung kalibrieren
vsum_i_p = vsum_i_buf_p/27;
vsum_q_p = vsum_q_buf_p/27;
```

Um das Modell später auf FPGA zu realisieren, soll es mit Festkommazahlen entwickelt werden. In der Subfunktion des Cavitymoduls gibt es insgesamt 18 Variable. Die Analyse der Festkommazahlen für die 18 Variablen werden in der Tabelle 6.1 gezeigt. Die Eingangssignale `inp_i` und `inp_q` sowie die Ausgangssignale `vsum_i_p` und `vsum_q_p` werden später mit ADC³ oder DAC auf FPGA implementiert. Die ADCs und DACs

²DAC: digital-to-analog converter

³ADC: analog-to-digital converter

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

Register	Teil in der Zustandsgleichung	Wertbereich	Festkommazahlen
inp_i	$i_r(k)$	0 bis 0.016	[14 13]
inp_q	$i_i(k)$	0 bis 0.016	[14 13]
vsum_i_buf_p_a11_a22	$1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$	0,9998	[18 17]
vsum_i_buf_p_a12	$-\Delta\omega \cdot T$	0	[18 17]
vsum_i_buf_p_a21	$\Delta\omega \cdot T$	0	[18 17]
vsum_i_buf_p_b	$R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$	0,6691	[18 17]
vsum_i_buf_p_p1	$(1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot u_r(k)$	< 25	[18 12]
vsum_i_buf_p_p2	$(-\Delta\omega \cdot T) \cdot u_i(k)$	> -1, < 1	[18 17]
vsum_i_buf_p_p12	vsum_i_buf_p_p1 + vsum_i_buf_p_p2	< 25	[18 12]
vsum_i_buf_p_p3	$(R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot i_r(k)$	> -1, < 1	[18 17]
vsum_i_buf_p	vsum_i_buf_p_p12 + vsum_i_buf_p_p3	< 25	[18 12]
vsum_q_buf_p_p1	$(\Delta\omega \cdot T) \cdot u_r(k)$	> -1, < 1	[18 17]
vsum_q_buf_p_p2	$(1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot u_i(k)$	< 25	[18 12]
vsum_q_buf_p_p12	vsum_q_buf_p_p1 + vsum_q_buf_p_p2	< 25	[18 12]
vsum_q_buf_p_p3	$(R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot i_i(k)$	> -1, < 1	[18 17]
vsum_q_buf_p	vsum_q_buf_p_p12 + vsum_q_buf_p_p3	< 25	[18 12]
vsum_i_p	= vsum_i_buf_p/27	< 1	[14 13]
vsum_q_p	= vsum_q_buf_p/27	< 1	[14 13]

Tabelle 6.1.: Festkommazahlen-Darstellung der Register im `cav_simulator_accel_p.m`

haben jeweils 14-Bits zur Datenlösung (s. die Vorstellung des FPGAs im Kapitel 7). Mit Hilfe von *AccelDSP* werden die Festkommazahlen der Variablen nach der Tabelle 6.1 aufgestellt.

Die Abbildung 6.1 zeigt den Real- und Imaginärteil der komplexen Ausgänge mit Gleitkommazahlen und Festkommazahlen. Wegen der Kalibrierung werden die Ausgangsspannung 27 Mal kleiner. In den zwei Abbildungen ist fast keinen Unterschied zwischen Gleitkommazahlen und Festkommazahlen zu sehen. Wenn die Zoomteile gezeigt werden, sind die relativ kleinen Abweichungen klar darzustellen. Die Abweichung beim *flattop* ist 0,00005V. Der normierte Fehler ist nur 0,0076%. Die Abweichung beim *field decay* ist 0,004V. Der normierte Fehler ist 1,4%. Diese Fehler sind vernachlässigbar.

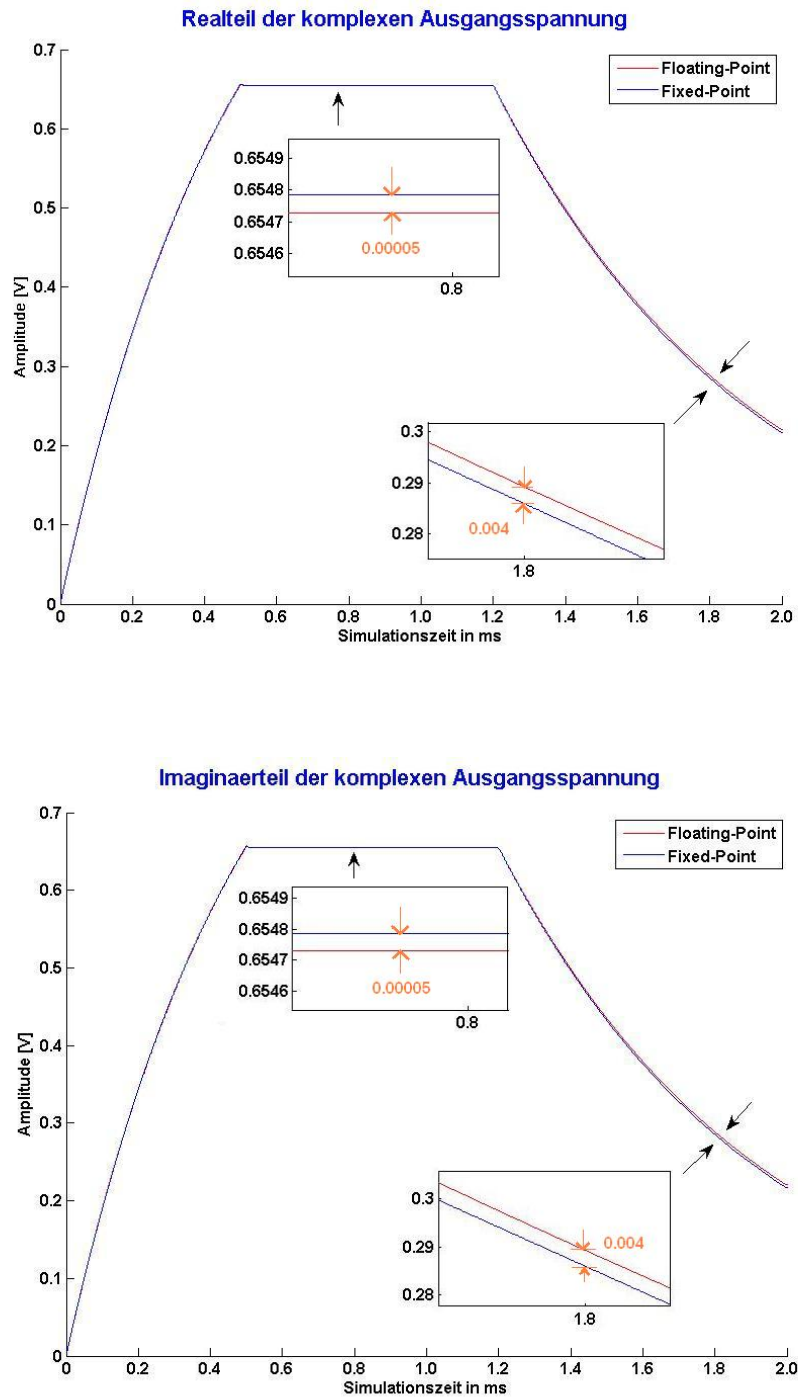


Abbildung 6.1.: Der Real- und Imaginärteil der Ausgänge des Cavitymodells: Die Ergebnisse werden mit Feedback Gain von 50 und loopdelay von $1,6\mu s$ simuliert. Die Ausgänge sind im Bereich von 0 bis 0,7V. Die rote Linie stellt die simulierten Ergebnisse mit Gleitkommazahlen dar, während die blaue die Ergebnisse mit Festkommazahlen zeigt. Die Abweichungen zwischen Gleitkommazahlen und Festkommazahlen sind relativ klein. Die sind vernachlässigbar.

6.3.2. Entwicklung des π -Mode mit Gleitkommazahlen bei *Simulink*

Die Abbildung 6.2 zeigt das Modell im *Simulink*. Das Programm heißt `cav_dis_FPGA_p_double.mdl`. Denn später wird nur des Cavitymoduls auf FPGA implementiert. Das Modell wird hier ohne Rückkopplung mit Gleitkommazahlen bei *Simulink* aufgebaut, um zu überprüfen, ob das Cavitymodul im diskreten Zeitbereich laufen kann. Das Cavitymodul besteht aus zwei Blöcken, wobei einer für den Realteil und der andere für den Imaginärteil steht. Der „feed forward table“ und der konstante Koeffizient der Matrizen in der Zustandsraumdarstellung werden als Eingangssignale in das Cavitymodul gesendet. Der Block `pmode_re` beschreibt die Berechnung für den Realteil der Ausgangsspannung. Laut der Gleichung 6.7 sind die neuesten Ausgänge `Ure_p` und `Uim_p` die Zwischenvariable der nächsten Ausgänge. Dazu werden die Verzögerung `a` und `b` ins Programm installiert.

Die Abbildung 6.3 stellt den Block `pmode_re` in der Abbildung 6.2 dar. Es beschreibt den Teil $u_r(k+1) = (1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot u_r(k) + (-\Delta\omega \cdot T) \cdot u_i(k) + (R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot i_r(k)$ der Gleichung 6.7 entsprechend $\dot{U}re_p = a11*Ure + a12*Uim + b*Ire$. Daraus ergibt sich der Realteil der Ausgänge.

Der Block `pmode_im` in der Abbildung 6.2 beschreibt die Berechnung des Imaginärteils $u_i(k+1) = (\Delta\omega \cdot T) \cdot u_r(k) + (1 - \omega_{1/2} \cdot T) \cdot u_i(k) + (R_L \cdot \omega_{1/2} \cdot T) \cdot i_i(k)$ der Gleichung 6.7. Er wird auf dieselbe Weise wie der Block `pmode_re` aufgebaut.

Das Programm `cav_dis_FPGA_p_double.mdl` wird insgesamt 2ms simuliert. Die Abbildung 6.4 stellt die simulierten Ergebnisse des Programms dar. Die Ausgangsspannung beim *flattop* ist ungefähr 25V und die Phase 45° ist. Im Vergleich zu den Ergebnissen des Modells im kontinuierlichen Zeitbereich (s. Abbildung 5.13) funktioniert das Modell im diskreten Zeitbereich auch.

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

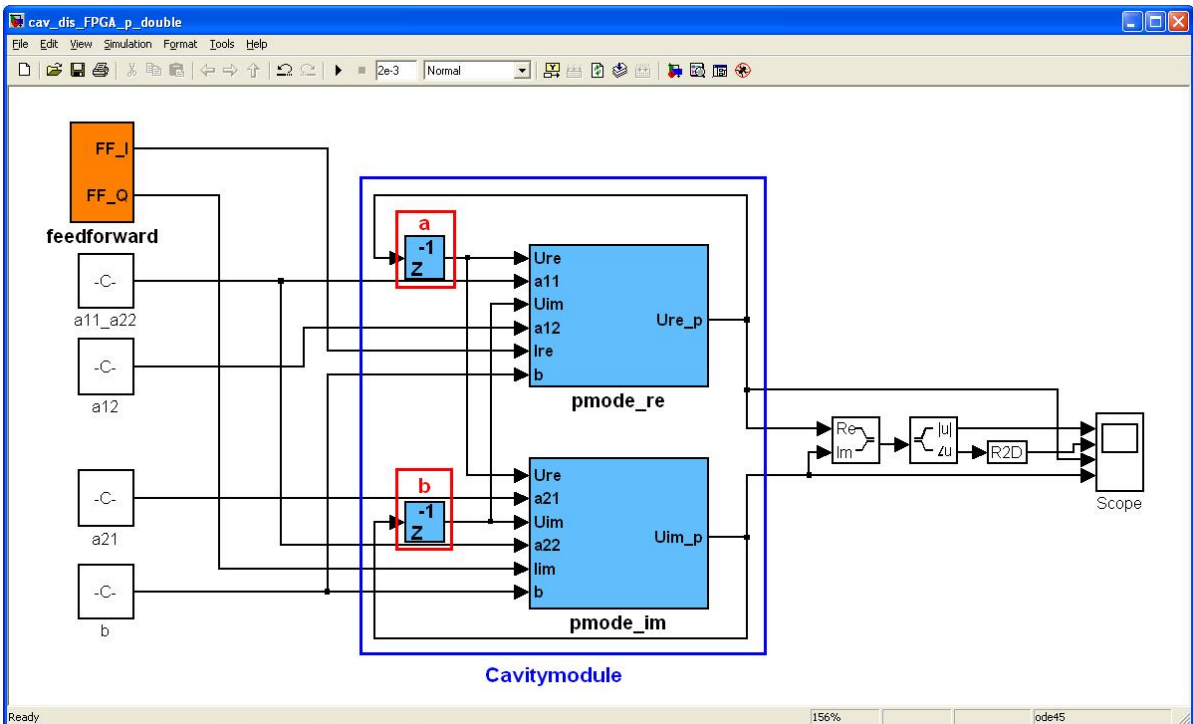


Abbildung 6.2.: Aufbau des Modell 1 im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen: Das Programm beschreibt den π -Mode im diskreten Zeitbereich. `pmode_re` dient zur Berechnung des Realteils. `pmode_im` dient zur Berechnung des Imaginärteils.

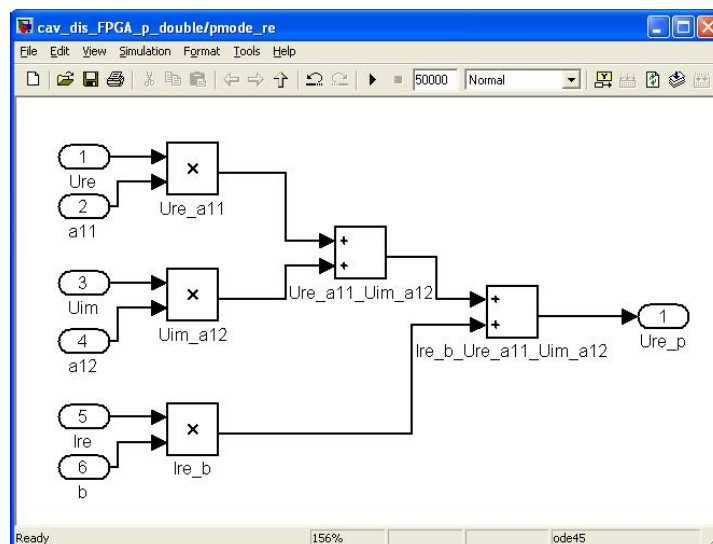


Abbildung 6.3.: Berechnung des Realteils des Cavitymoduls im diskreten Zeitbereich: Es wurde laut der Gleichung 6.7 entwickelt.

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

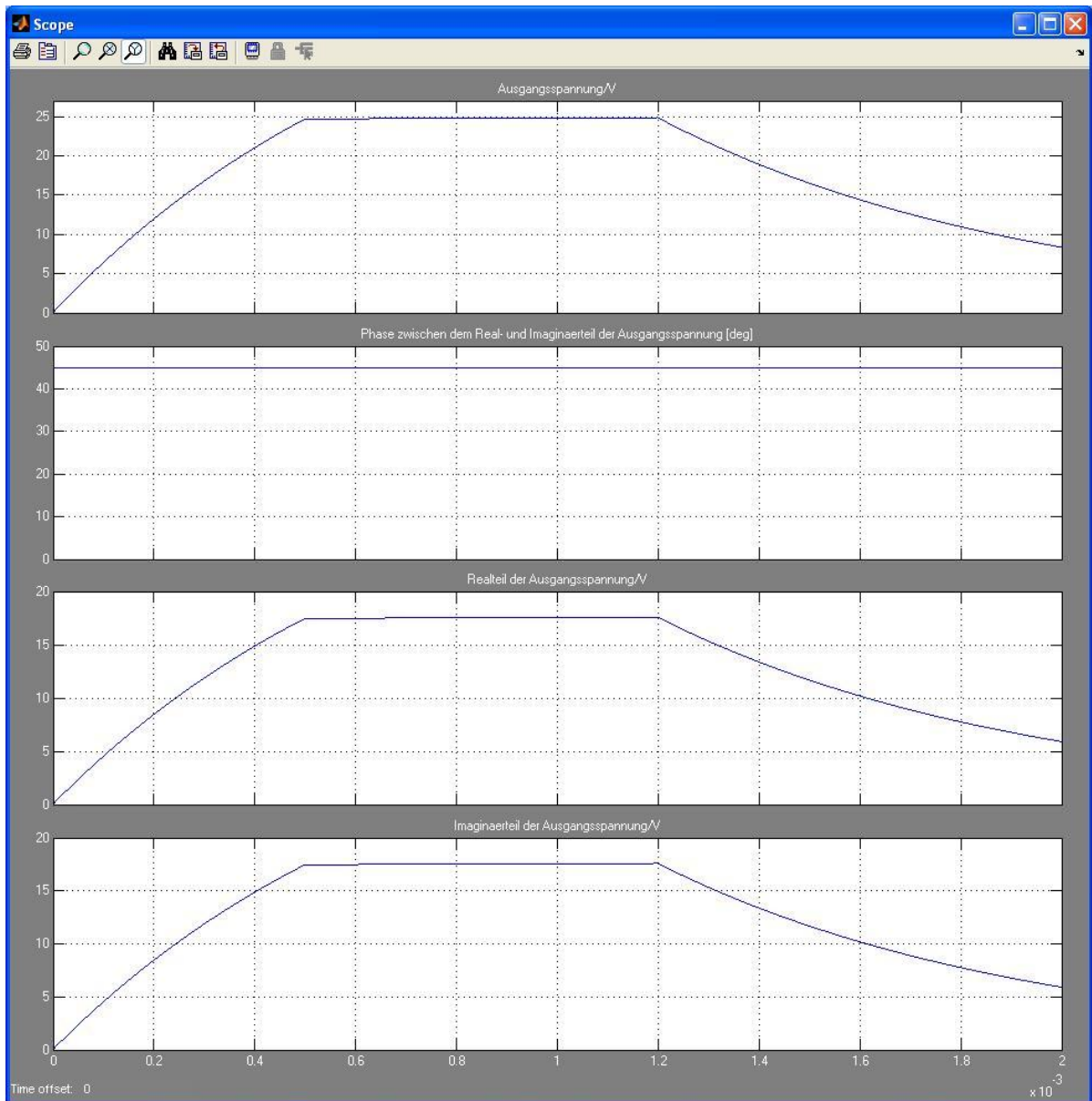


Abbildung 6.4.: Ergebnisse des Modell 1 im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen: Das erste Bild zeigt die Amplituden der komplexen Ausgangsspannungen. Das zweite Bild zeigt die Phase zwischen dem Real- und Imaginärteil der Ausgangsspannung. Es ist immer 45° . Das dritte und vierte Bild stellen den Real- und Imaginärteil der komplexen Ausgangsspannungen dar.

6.3.3. Entwicklung des Modell 1 mit Festkommazahlen bei System Generator

Die Abbildung 6.5 stellt die Entwicklung des Modell 1 mit Hilfe von *System Generator* dar. Das Programm heißt `cav_dis_FPGA_p.mdl`. Es besteht wesentlich aus Cavitymodule, feedforward, feedback und loopydelay. Die Tabelle 6.2 zeigt die Aufstellungen aller Register des Cavitymoduls im Programm `cav_dis_FPGA_p.mdl` mit Festkommazahlen entsprechend der Bedeutung in der diskreten Zustandsraumdarstellung und dem entsprechenden Register, die in der Tabelle 6.1 gezeigt wurden. Mit Hilfe von *System Generator* werden die Festkommazahlen des jeweiligen Registers im Programm `cav_dis_FPGA_p.mdl` nach der Tabelle 6.2 aufgestellt.

Register in <i>System Generator</i>	Register in <i>AccelDSP</i>	Teil in der Zustandsgleichung	Festkommazahlen
inp_i	inp_i	$i_r(k)$	[14 13]
inp_q	inp_q	$i_i(k)$	[14 13]
a11_a22	vsum_i_buf_p_a11_a22	$1 - \omega_{1/2} \cdot T$	[18 17]
a12	vsum_i_buf_p_a12	$-\Delta\omega \cdot T$	[18 17]
a21	vsum_i_buf_p_a21	$\Delta\omega \cdot T$	[18 17]
b	vsum_i_buf_p_b	$R_L \cdot \omega_{1/2} \cdot T$	[18 17]
Ure_a11	vsum_i_buf_p_p1	$(1 - \omega_{1/2} \cdot T) \cdot u_r(k)$	[18 12]
Uim_a12	vsum_i_buf_p_p2	$(-\Delta\omega \cdot T) \cdot u_i(k)$	[18 17]
Ure_a11_Uim_a12	vsum_i_buf_p_p12	$Ure_a11 + Uim_a12$	[18 12]
Ire_b	vsum_i_buf_p_p3	$(R_L \cdot \omega_{1/2} \cdot T) \cdot i_r(k)$	[18 17]
Ire_b_Ure_a11_Uim_a12 (Ure_p)	vsum_i_buf_p	$Ire_b + Ure_a11_Uim_a12$	[18 12]
Ure_a21	vsum_q_buf_p_p1	$(\Delta\omega \cdot T) \cdot u_r(k)$	[18 17]
Uim_a22	vsum_q_buf_p_p2	$(1 - \omega_{1/2} \cdot T) \cdot u_i(k)$	[18 12]
Ure_a21_Uim_a22	vsum_q_buf_p_p12	$Ure_a21 + Uim_a22$	[18 12]
Iim_b	vsum_q_buf_p_p3	$(R_L \cdot \omega_{1/2} \cdot T) \cdot i_i(k)$	[18 17]
Iim_b_Ure_a21_Uim_a22 (Uim_p)	vsum_q_buf_p	$Iim_b + Ure_a21_Uim_a22$	[18 12]
Out_i	vsum_i_p	$= Ure_p/27$	[14 13]
Out_q	vsum_q_p	$= Uim_p/27$	[14 13]

Tabelle 6.2.: Festkommazahlen-Darstellung der Register im `cav_dis_FPGA_p.mdl`

Die Abbildung 6.6 zeigt das Cavitymodul mit Festkommazahlen, die mit den *Xilinx-Toolboxes* von *System Generator* aufgebaut sind. Das Programm hat zwei Blöcke `pmode-re` und `pmode-im` mit Gleitkommazahlen im *Simulink* für das Cavitymodul aufgestellt, die den Real- und Imaginärteil der Gleichung 6.7 beschreiben. Entsprechend der

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

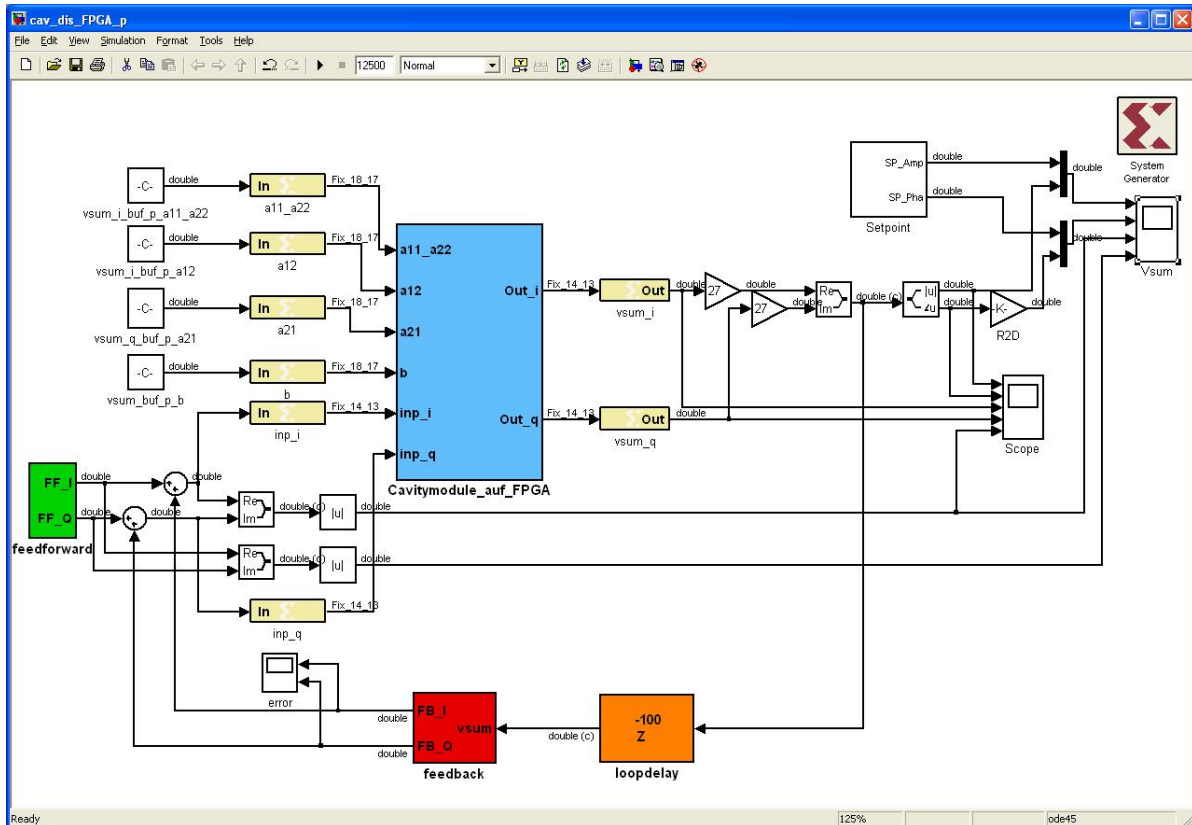


Abbildung 6.5.: Aufbau des Modell 1 mit *System Generator*: Die Kontrollmodule *feedforward*, *feedback* und *loopdelay* werden mit den normalen Toolboxes von *Simulink* entwickelt, wie sie schon in Kapitel 5 erklärt wurden. Das Cavitymodul, das danach auf FPGA implementiert wird, ist mit den *Xilinx-Toolboxes* von *System Generator* aufzubauen. Auf den Datenverbindungslien werden die Datentypen gezeigt. z.B. `Fix_18_17` steht für eine Festkommazahl mit 18 Bits, wobei das erste Bit ein Vorzeichen ist, und 17 die Nachkommastellen sind. `double` steht für eine Gleitkommazahl. `double(c)` steht für eine komplexe Gleitkommazahl.

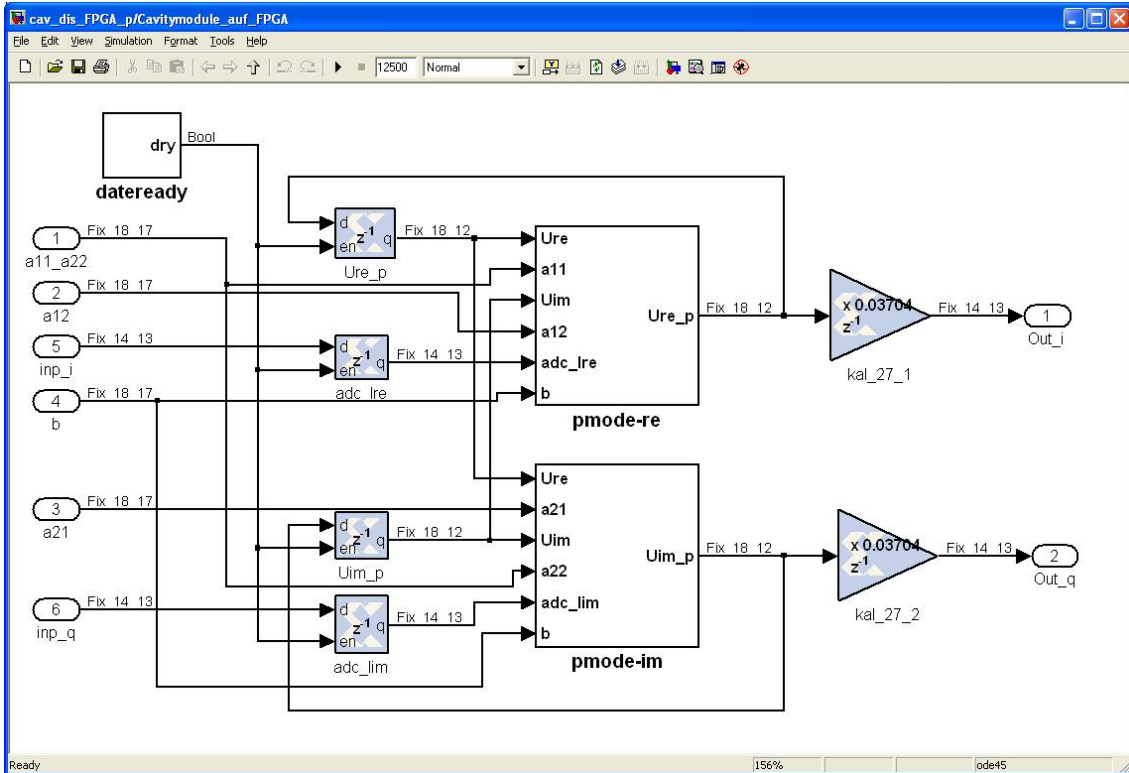


Abbildung 6.6.: Aufbau des Cavitymoduls im Modell 1 mit *Xilinx-Toolboxes*: Die Eingangsströme und die konstante Koeffizienten der Matrizen in der Zustandsraumdarstellung sind die Eingangssignale des Cavitymoduls. Der Block *dateready* erzeugt das Enable-Signal für die Register.

Gleichung 6.7 hat dieses Modul sechs Eingangssignale wie die Subfunktion des Cavitymodells im *AccelDSP* für π -Mode *cav_simulator_accel_p.m*:

- der Realteil der Eingangsströme: inp_i ($i_r(k)$)
- der Imaginärteil der Eingangsströme: inp_q ($i_i(k)$)
- die vier konstanten Koeffizienten der Matrizen in der Zustandsraumdarstellung:
 - a11_a22 ($1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$)
 - a12 ($-\Delta\omega \cdot T$)
 - a21 ($\Delta\omega \cdot T$)
 - b ($R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$)

und zwei Ausgangssignale:

- der Realteil der Ausgangsspannung: Out_i ($u_r(k+1)$)
- der Imaginärteil der Ausgangsspannung: Out_q ($u_i(k+1)$)

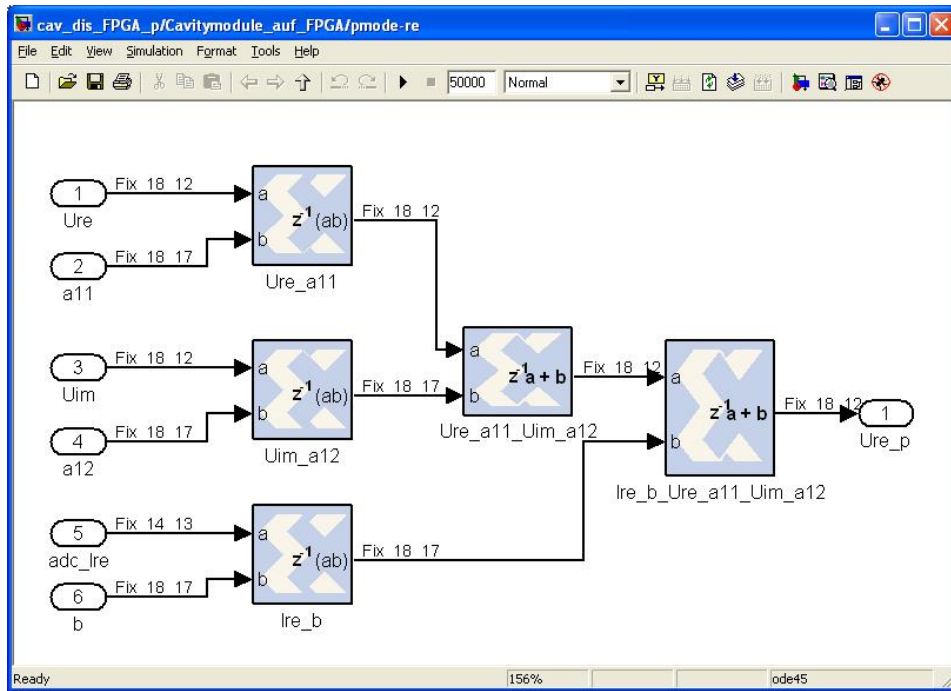


Abbildung 6.7.: Aufbau des Realteils der Cavitymodule mit *Xilinx-Toolbox*: Ähnlich wie die Abbildung 6.3 beschreibt das Bild den Realteil der Gleichung 6.7. Die Bedeutung jedes Registers in diesem Modul findet man in der Tabelle 6.2.

Die Abbildung 6.7 stellt die Berechnung für den Realteil der Ausgangsspannung nach der Gleichung 6.7 dar. In der Abbildung 6.7 sieht man, dass jedes Register eine Verzögerung hat. Es braucht drei Takte, um die Berechnung abzuschließen. Daraus ergibt sich der Realteil der Ausgangsspannung U_{re_p} . In der Abbildung 6.6 sieht man, dass die neueste U_{re_p} und das Eingangssignal zuerst in zwei Registern (U_{re_p} und adc_I_{re}) gespeichert werden. Nach einem Takt werden sie ins Modell `pmode-re` gesendet. Neben den drei Berechnungstakten im `pmode-re` werden insgesamt vier Takte benötigt, um den nächsten Ausgang zu berechnen. Somit erzeugt der Block `dateready` alle vier Takte ein Enable-Signal für die zwei Register (U_{re_p} und adc_I_{re}). Das FPGA läuft mit 25MHz (Abtastperiode von 40ns). Damit werden die Eingangssignale mit 6,25MHz (Abtastperiode von 160ns) abgetastet. Die Abbildung 6.8 zeigt die Struktur des Blocks `dateready`. Die Ergebnisse des Realteils der Ausgänge werden danach zu +27V kalibriert (s. Abbildung 6.6 `kal_27_1` und `kal_27_2`). Dann werden sie zum Ausgang `Out_i` des Cavitymoduls gesendet.

Der Block zur Berechnung des Imaginärteils wird auf dieselbe Weise wie der Block des Realteils aufgebaut.

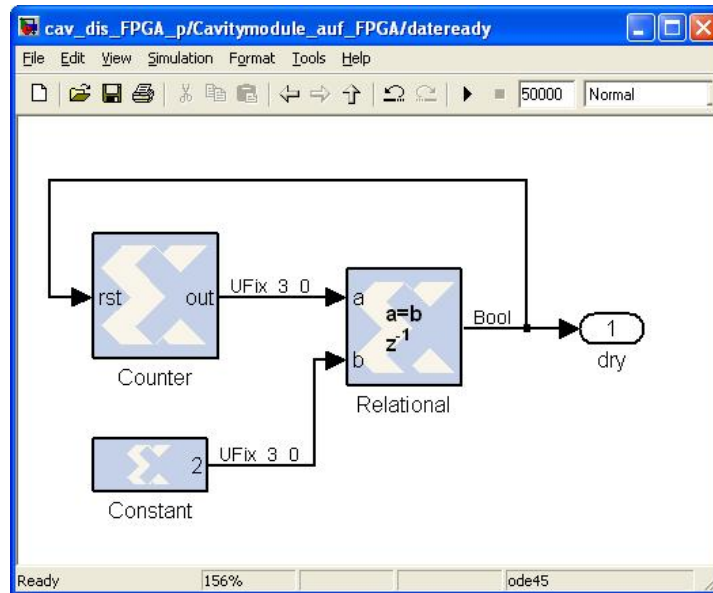


Abbildung 6.8.: Aufbau des Blocks „dateready“ mit *Xilinx-Toolbox*: Der Counter zählt ab 0. Wenn er gleich 2 ist, erzeugt der Logikblock Relational eine „1“ nach einem Takt. Dadurch wird die „1“ jeden vierten Takt als Enable-Signal dry bei gleichzeitiger Zurücksetzung des Counters weitergeschickt.

6.4. Entwicklung des Modell 2 mit diskreter Zustandsraumdarstellung

Das Cavitymodul im Modell 2 besteht aus π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. In Kapitel 6.3 wurde das Modul von π -Mode schon analysiert und aufgebaut. In diesem Kapitel wird zuerst der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode über Festkommazahlen analysiert und mit Hilfe von *Simulink* entwickelt, um zu testen, ob das Modul des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im diskreten Zeitbereich funktionieren kann. Am Ende wird das Modell 2 mit π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Mode mit Festkommazahlen mit Hilfe von *System Generator* aufgebaut.

6.4.1. Prüfung der Festkommazahlen des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode

Zur Prüfung der Festkommazahlen bei $\frac{8}{9}\pi$ -Mode werden zwei Programme geschrieben, das Hauptprogramm `cav_simulator_accel_89p.m` und das Algorithmusmodul für $\frac{8}{9}\pi$ -Mode `cav_89p_mode_dis_accel.m`. Die Subfunktion des Cavitymoduls wird auf dieselbe Weise wie für das Programm des π -Mode entwickelt. Das Hauptprogramm wird beim „open loop“ ohne Rückkopplung entwickelt. Denn der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode stellt nur eine Störung dar. Die beiden Programme findet man im Anhang. Die Analyse der Festkommazahlen der Subfunktion wird in der Tabelle 6.3 gezeigt. Aus dem vorherigen Kapitel ist bekannt,

Register	Teil in der Zustandsgleichung	Wertbereich	Festkommazeichen
inp_i	$i_r(k)$	0 bis 0.016	[14 13]
inp_q	$i_i(k)$	0 bis 0.016	[14 13]
vsum_i_buf_89p_a11_a22	$1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$	0,9996	[18 17]
vsum_i_buf_89p_a12	$-\Delta\omega \cdot T$	-0,8042	[18 17]
vsum_i_buf_89p_a21	$\Delta\omega \cdot T$	0,8042	[18 17]
vsum_i_buf_89p_b	$R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T$	0,3457	[18 17]
vsum_i_buf_89p_p1	$(1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot u_r(k)$	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_i_buf_89p_p2	$(-\Delta\omega \cdot T) \cdot u_i(k)$	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_i_buf_89p_p12	vsum_i_buf_89p_p1 +	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_i_buf_89p_p3	vsum_i_buf_89p_p12 $(R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot i_r(k)$	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_i_buf_89p	vsum_i_buf_89p_p12 +	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_i_buf_89p_p3	vsum_i_buf_89p		
vsum_q_buf_89p_p1	$(\Delta\omega \cdot T) \cdot u_r(k)$	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_q_buf_89p_p2	$(1 - \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot u_i(k)$	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_q_buf_89p_p12	vsum_q_buf_89p_p1 +	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_q_buf_89p_p3	vsum_q_buf_89p_p12 $(R_L \cdot \omega_{\frac{1}{2}} \cdot T) \cdot i_i(k)$	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_q_buf_89p	vsum_q_buf_89p_p12 +	$> -2, < 2$	[18 16]
vsum_q_buf_89p_p3	vsum_q_buf_89p		
vsum_i_89p	= vsum_i_buf_89p/27	$> -1, < 1$	[14 13]
vsum_q_89p	= vsum_q_buf_89p/27	$> -1, < 1$	[14 13]

Tabelle 6.3.: Festkommazahlen-Darstellung der Register im cav_89p_mode_dis_accel.m

dass die Amplituden der Ausgänge kleiner als 0,1V sind, wenn der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode stabil ist. Wenn der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode instabil ist, können die Amplituden der Ausgänge unendlich groß sein. Es ist unmöglich die unendlichen großen Ausgänge auszudrücken. Hierbei werden die Ausgänge des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im Amplitudenbereich durch $\pm 2V$ begrenzt. Die Abbildung 6.9 zeigt den Real- und Imaginärteil der Ausgänge mit Gleitkommazahlen und Festkommazahlen. Wegen der Kalibrierung werden die Amplituden der Ausgänge 27 Mal kleiner. In dieser Abbildung ist keine Kurven der Gleitkommazahlen zu sehen. Die Kurven von den Festkommazahlen überdecken sie. Aber trotzdem liegen die Ausgangsspannungen mit Festkommazahlen im Bereich von $\pm 0,02V$. Hierbei werden nur die Einflüsse des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode für die Stabilität des Cavity betrachtet. Die genauen Amplitude können vernachlässigt werden.

6.4.2. Entwicklung des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode mit Gleitkommazahlen bei *Simulink*

Beim *Simulink* wird das Programm für $\frac{8}{9}\pi$ -Mode `cav_dis_FPGA_89p_f.mdl` auch auf dieselbe Weise wie das `cav_dis_FPGA_p.mdl` (Abbildung 6.2) für π -Mode entwickelt.

Die Abbildung 6.10 zeigt die simulierte Ergebnisse des Programms. In der Abbildung sieht man, dass nach ungefähr 0,62ms die Ausgangsspannung unendlich groß ist. Damit ist bewiesen, dass das Programm für $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im diskreten Zeitbereich **nicht** funktioniert!

Das Problem liegt in der Näherung der Taylor-Entwicklung und der Verstimmung beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. In der Gleichung 6.5 und der Gleichung 6.6 benutzt man eine Näherung für die Taylor-Entwicklung $e^{\mathbf{A}T} = \mathbf{I} + \mathbf{A}T + \frac{1}{2!}(\mathbf{A}T)^2 + \dots \approx \mathbf{I} + \mathbf{A}T$ für $T \ll 1s$. Beim π -Mode ist die Verstimmung $\Delta\omega_\pi$ gleich 0. Damit ist die Koeffiziente $\Delta\omega_\pi \cdot T$ in der Zustandsraummatrix in der Gleichung 6.7 gleich 0. Im Vergleich dazu ist die Verstimmung $\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi}$ gleich $2\pi \cdot 800\text{kHz}$. Bei $T = 160\text{ns}$ ist der Koeffizient $\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} \cdot T$ in der Zustandsraummatrix ungefähr 0,8042. Der Wert ist relativ groß. Die Methode, um das Problem zu lösen, ist entweder die Abtastperiode T zu verkleinern oder mehr Ordnungen bei der Taylor-Entwicklung zu berechnen. Die FPGA, die nachher benutzt wird, hat die maximale Abtastfrequenz von 65MHz. Das reicht nicht aus, die Abtastperiode T zu verkleinern. Deswegen müssen hier mehr Ordnungen bei der Taylor-Entwicklung berechnet werden. Mit dem Befehl `c2d` in *Matlab* werden die Koeffizienten der Matrizen in der diskreten Zustandsraumdarstellung von der kontinuierlichen berechnet.

```
% Parameter in der kontinuierlichen Zustandsraumdarstellung
a11_a22_89p = -1*w12_89p;
a21_89p = dw_89p;
a12_89p = -1*a21_89p;

E = [1 0; 0 1];
A_89p = [a11_a22_89p a12_89p; a21_89p a11_a22_89p];
```

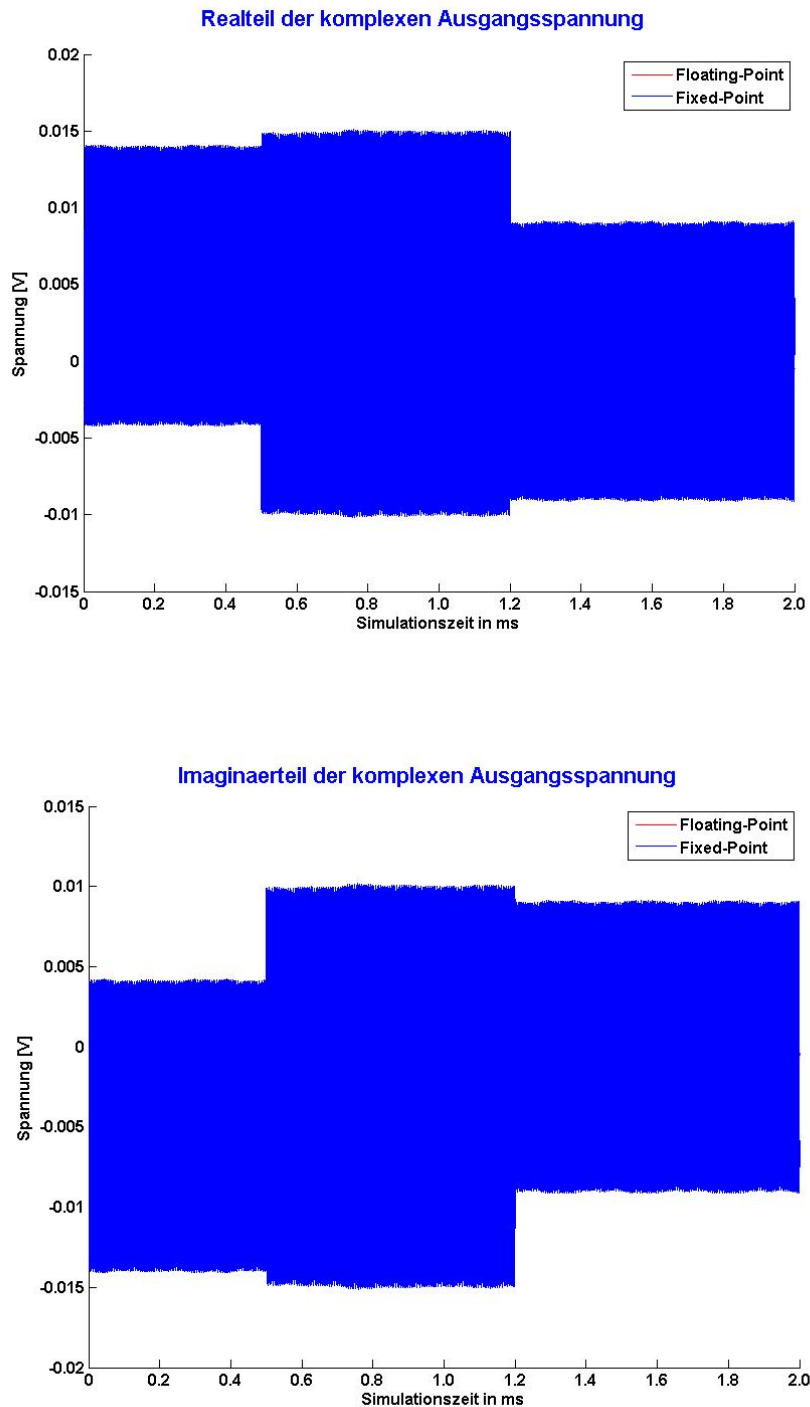


Abbildung 6.9.: Der Real- und Imaginärteil der Ausgänge des Cavitymodul im $\frac{8}{9}\pi$ -Mode: Die Ausgangsspannungen sind 27 Mal kleiner. Die roten Linien stellen die simulierten Ergebnisse mit Gleitkommazahlen dar, während die blauen die Ergebnisse mit Festkommazahlen zeigten. Die blauen Linien überdecken die roten. Aber trotzdem sind die Spannungen relativ klein - von $\pm 0,02\text{V}$.

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

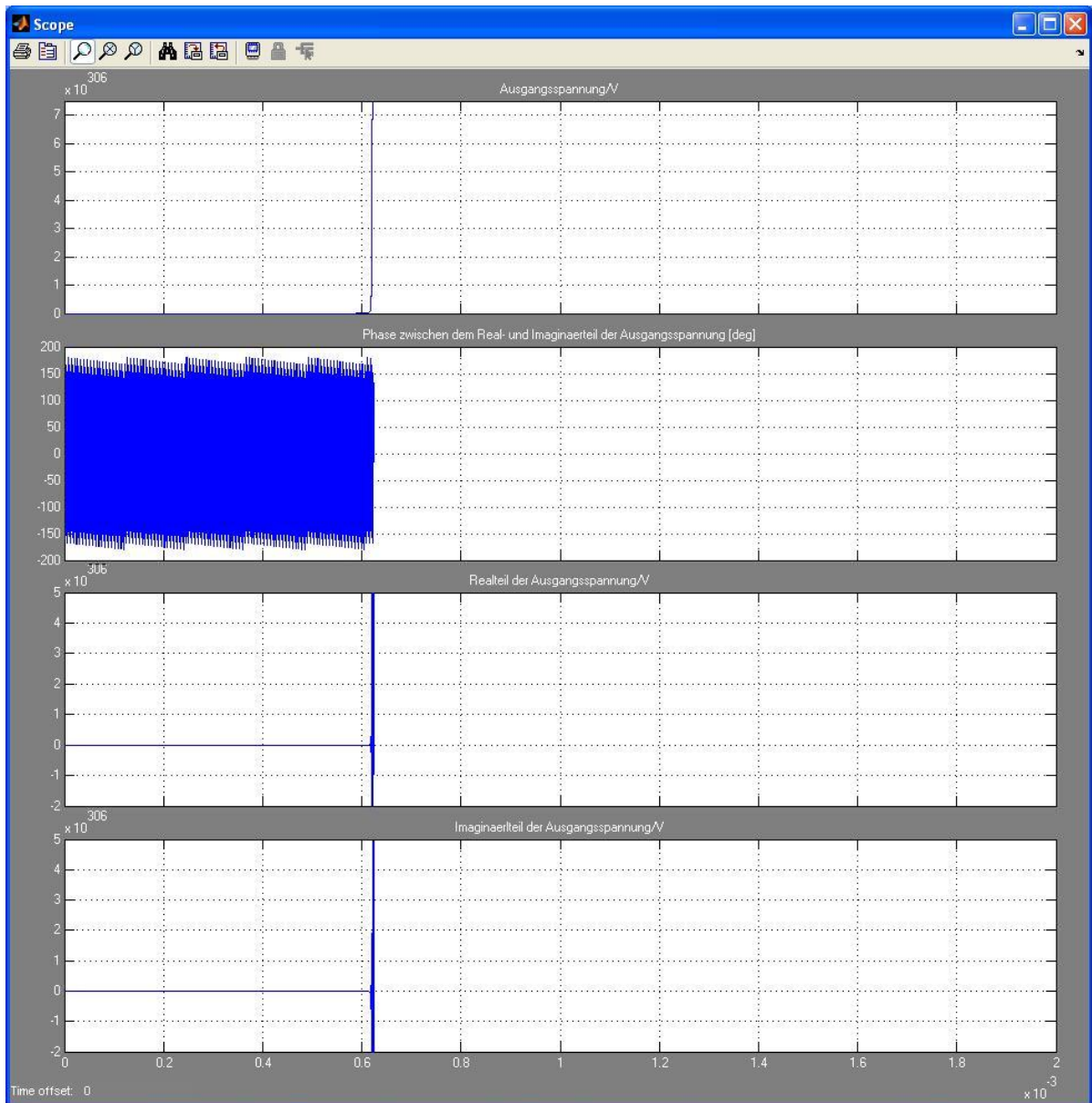


Abbildung 6.10.: Ergebnisse des Cavitymoduls mit numerischen Fehlern beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen: Das erste Bild stellt die Amplituden der komplexen Ausgänge des Cavitymoduls dar. Das zweite Bild zeigt die Phasen zwischen dem Real- und Imaginärteil der komplexen Ausgänge. Das dritte Bild zeigt den Realteil der Ausgangsspannung. Das vierte Bild zeigt den Imaginärteil der Ausgangsspannung. Nach ungefähr 0,62ms sind die Amplituden der Ausgänge unendlich groß. Das bedeutet, dass die Näherung von der ersten Ordnung der Taylor-Entwicklung beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode nicht funktioniert.

```
B_89p = E*rw12_89p;  
C_89p = E;
```

```
% die diskrete Zustandsraumdarstellung von der kontinuierlichen umwandeln  
cav_89p_con = ss(A_89p, B_89p, C_89p, 0);  
cav_89p_dis = c2d(cav_89p_con, abtastperiode);
```

```
% Parameter in der diskreten Zustandsraumdarstellung  
vsum_i_buf_89p_a11_a22 = cav_89p_dis.a(1,1);  
vsum_i_buf_89p_a12 = cav_89p_dis.a(1,2);  
vsum_q_buf_89p_a21 = cav_89p_dis.a(2,1);  
vsum_buf_89p_b11_b22 = cav_89p_dis.b(1,1);  
vsum_buf_89p_b12 = cav_89p_dis.b(1,2);  
vsum_buf_89p_b21 = cav_89p_dis.b(2,1);
```

Mit den neuen Koeffizienten wird ein neues Modell für $\frac{8}{9}\pi$ -Mode entwickelt. Das Subsystem zur Berechnung des Real- und Imaginärteils wird auf dieselbe Weise wie das für π -Mode entwickelt. Die Abbildung 6.11 stellt die simulierten Ergebnisse mit den neuen Koeffizienten dar. Die Ausgangsspannung beim *flattop* konvergiert. Die Amplituden liegen im Bereich von 0 bis 0.01V. Wenn die Spannung 25V sein soll, beträgt die normierte Abweichung aus dem $\frac{8}{9}\pi$ -Mode 0,04%. Das ist relativ klein. Das bedeutet, dass das Modell für $\frac{8}{9}\pi$ -Mode mit den neuen Koeffizienten umso besser funktioniert, je mehr Ordnungen der Taylor-Entwicklung berechnet werden.

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

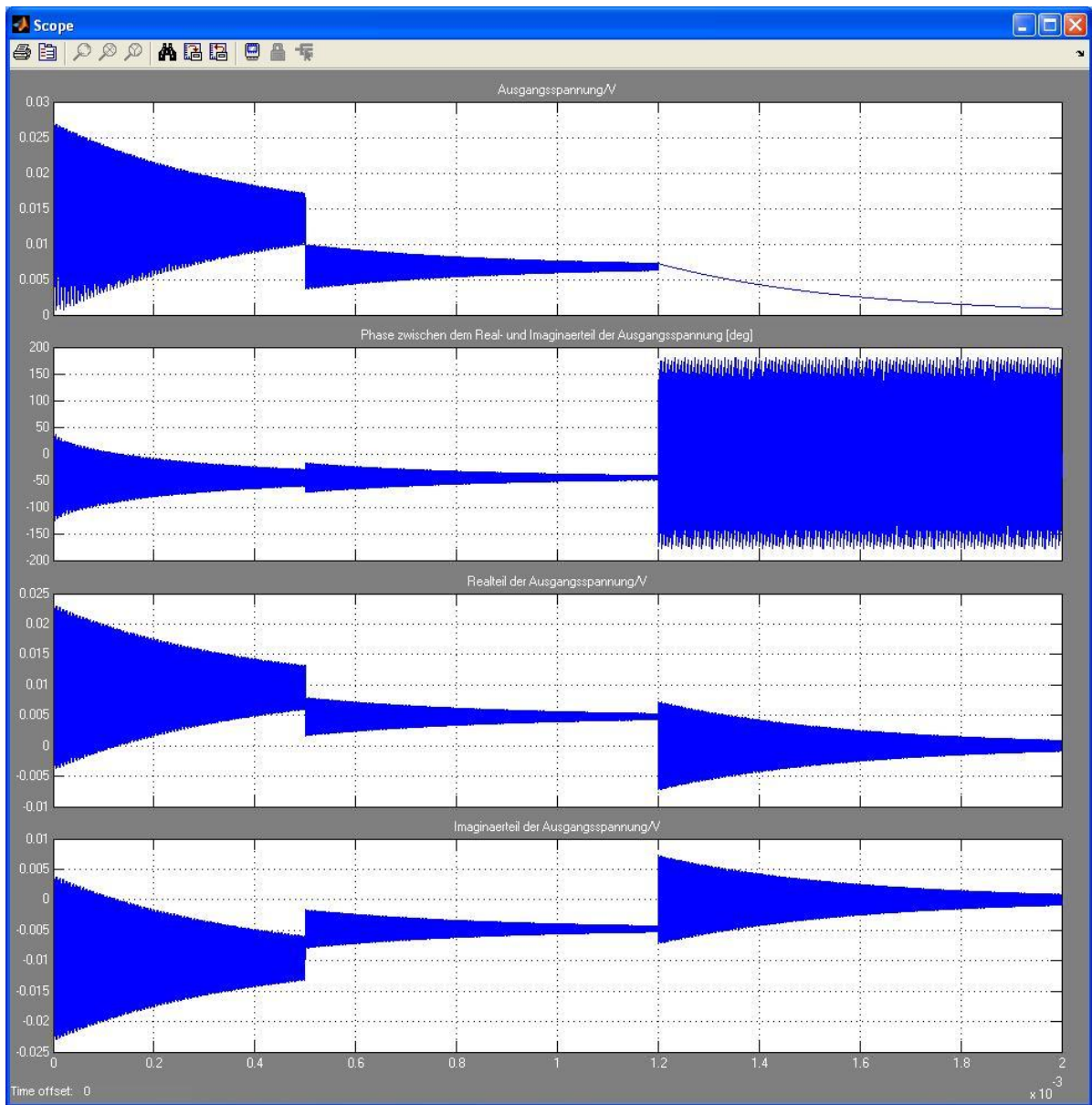


Abbildung 6.11.: Ergebnisse des Cavitymoduls ohne numerischen Fehler mit dem $\frac{8}{9}\pi$ -Mode im diskreten Zeitbereich mit Gleitkommazahlen: Das erste Bild stellt die Amplituden der komplexen Ausgänge des Cavitymoduls dar. Das zweite Bild zeigt die Phasen zwischen dem Real- und Imaginärteil der komplexen Ausgänge. Das dritte Bild zeigt den Realteil der Ausgangsspannung. Das vierte Bild zeigt den Imaginärteil. Die Amplituden der Ausgänge beim *flattop* sind im Bereich von 0 bis 0,01V. In diesem Fall ist der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode stabil.

6.4.3. Entwicklung von Modell 2 mit Festkommazahlen bei *System Generator*

Mit den getestete Modulen der π - und $\frac{8}{9}\pi$ -Moden wird das Modell 2 mit Festkommazahlen im diskreten Zeitbereich beim *System Generator* aufgebaut. Wie bei Modell 1 werden die Kontrollmodule mit den Toolboxes von *Simulink* entwickelt, und das Cavitymodul mit beiden Moden mit den *Xilinx-Toolboxes* von *System Generator* entwickelt. Die Abbildung 6.12 zeigt die Struktur von Modell 2 mit **feedforward**, **feedback** und **loopdelay** im *System Generator*. Nach den Ausgängen des Cavitymoduls **vsum_i** und **vsum_q** gibt es einen Verstärker von 27V, um die vorher kalibrierte Ausgangsspannung zurück zu wandeln. Dann werden die beiden Signale **U_i** und **U_q** weiter in die Feldregelung ausgegeben.

Die Abbildung 6.13 stellt das Cavitymodul mit beiden Moden dar. Das Subsystem für den $\frac{8}{9}\pi$ -Mode wird auf dieselbe Weise wie das für den π -Mode (Abbildung 6.6 und 6.7) aufgebaut.

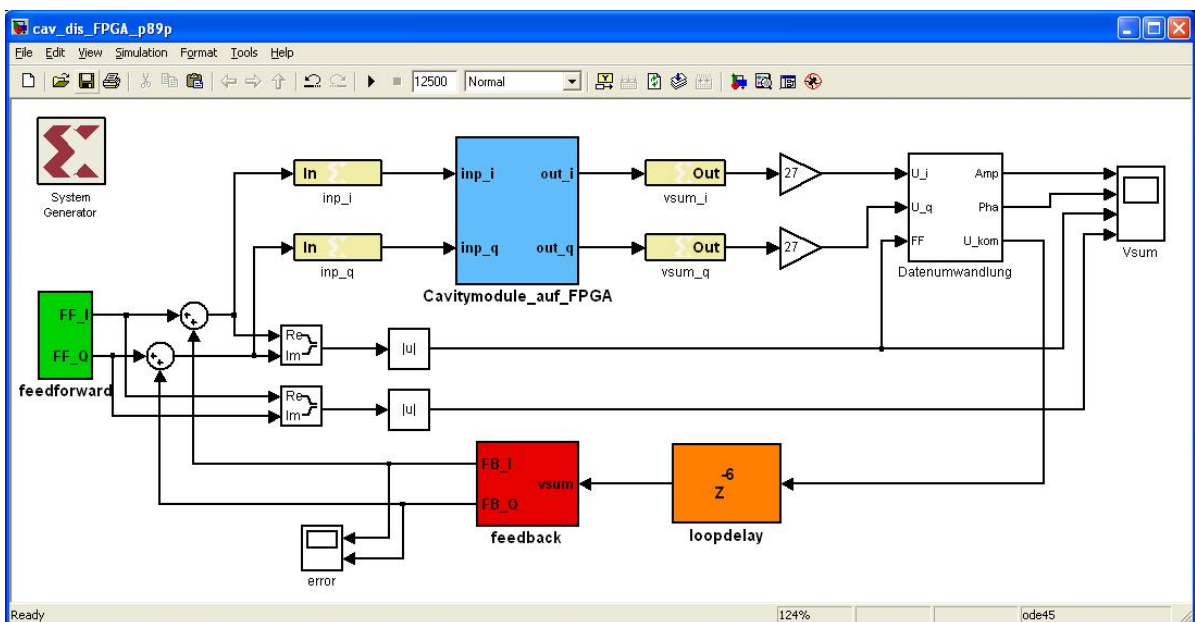


Abbildung 6.12.: Aufbau des Modell 2 mit *System Generator*: Die **feedforward**, **feedback** und **loopdelay** im Programm werden mit den normalen Toolboxes von *Simulink* entwickelt. Das **Cavitymodule_auf_FPGA** wird mit den *Xilinx-Toolboxes* aufgebaut. Das Cavitymodul besteht aus zwei Moden, wie die Abbildung 6.13 zeigt.

6. Entwicklung eines Echtzeitsimulators für Cavity

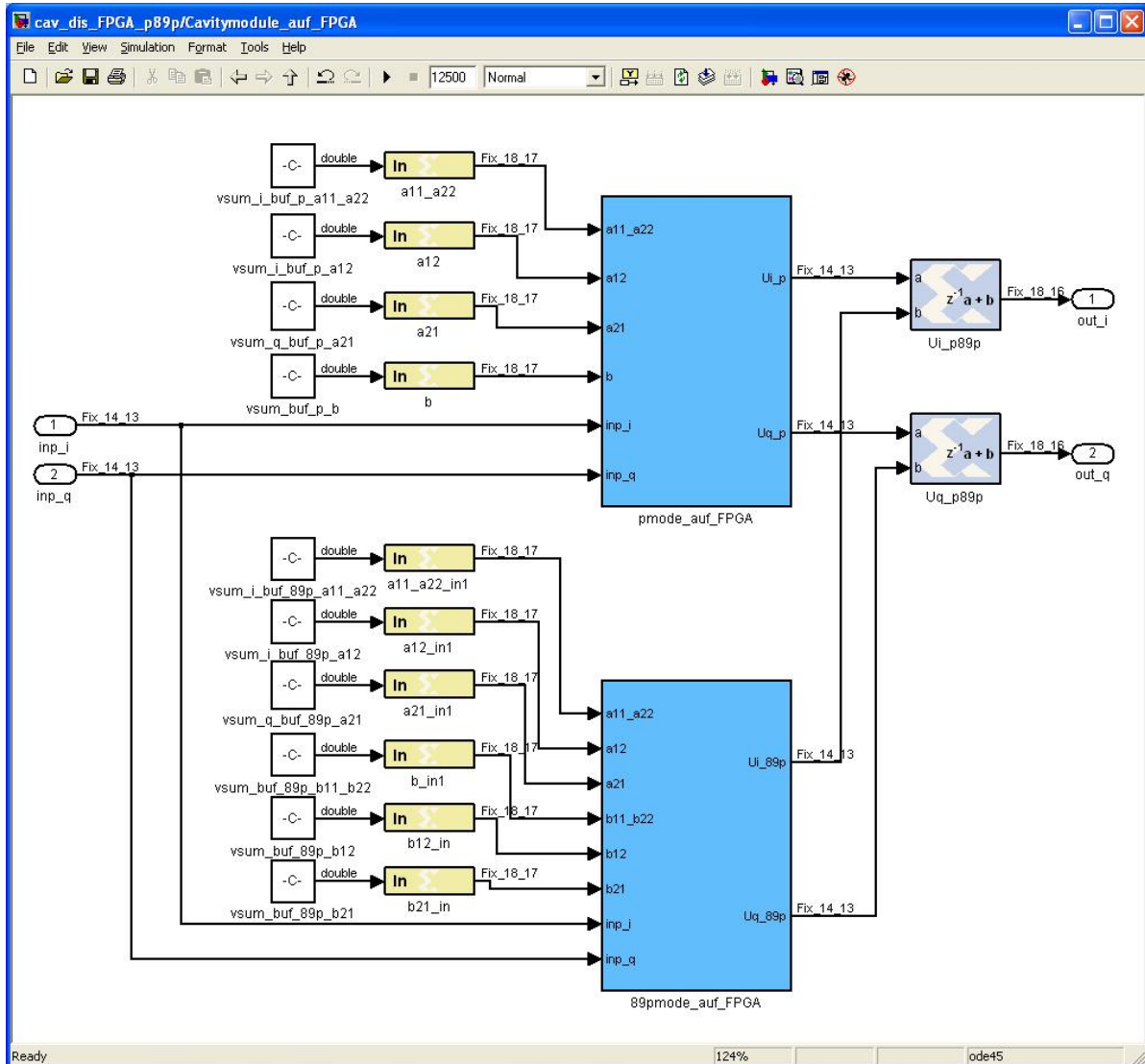


Abbildung 6.13.: Aufbau des Cavitymoduls im Modell 2 mit *Xilinx-Toolbox*: Die zwei Algorithmusmodule für den π - und $\frac{8}{9}$ -Mode laufen parallel. Sie benutzen dieselben Eingangssignale inp_i und inp_q , aber unterschiedliche Koeffizienten. Am Ende werden die Ausgänge der beiden Moden addiert.

6.5. Fazit

Die Arbeit und die Analyse in diesem Kapitel stellen einen Vorschlag für den Aufbau eines diskreten Cavity-Modells mit den Festkommazahlen für die Implementierung auf FPGA dar. Mit der Näherung von der ersten Ordnung bei der Taylor-Entwicklung wurde die diskrete Zustandsraumdarstellung des Cavity abgeleitet, wie in der Gleichung 6.7 gezeigt. Basierend auf dieser Gleichung wurde das diskreten Cavity-Modell mit π -Mode entwickelt. Die Koeffizienten des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode sollten mit Hilfe von *Matlab* berechnet wird, -unter Berücksichtigung weiterer Ordnung bei der Taylor-Entwicklung. Sonst hat der $\frac{8}{9}\pi$ -Mode numerische Probleme im diskreten Zeitbereich. Mit den Festkommazahlen von insgesamt 18-bits zur Datenlösung für jede Variable in den diskreten Modellen sind die Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Modelle mit Gleitkommazahlen und der mit Festkommazahlen relativ klein. Im Folgenden werden die diskrete Modell 1 und 2 mit Hilfe von *System Generator* auf FPGA implementiert.

7. Implementierung des Echtzeitsimulators

Als Vorarbeit werden die Eingänge des Echtzeitsimulators hierbei mit einem Signal-Generator verbunden, und die Ausgänge mit einem Oszilloskop dargestellt. Damit wird getestet, ob der Echtzeitsimulator des Cavity funktioniert. Danach wird er mit SIMCON(FPGA based cavity **S**imulator and **C**ontroller)¹ verbunden. Damit kann der Simulator weiter getestet, und die Stabilität der Feldregelung studiert werden.

7.1. Vorstellung des FPGAs

Ein Board von XtremeDSP² Development Kit-IV wurde benutzt, um den Echtzeitsimulator des Cavity zu implementieren. Das XtremeDSP Development Kit-IV stellt drei Xilinx FPGA zur Verfügung, wobei es zwei Virtex User FPGAs und ein Spartan-II Interface FPGA hat. Die Abbildung 7.1 zeigt die Grundstruktur von der Serie XtremeDSP Development Kit. Durch JTAG und USB wird das Board mit dem Computer verbunden. Damit ist es die Möglichkeit geboten, das FPGA zu konfigurieren und die Programme auf das FPGA zu laden. Das Spartan-II Interface FPGA in der Abbildung 7.1 wird zur Konfiguration des Boards implementiert. Die Programme werden auf das Virtex-4(XC4V SX35-10FF668) Main User FPGA geladen. Die wesentlichen Eigenschaften sind [24] [25]:

- 2 x 14-bit AD6645 ADC Bauteil aus *Analog Devices* mit eine maximalen Abtastfrequenz von 105MHz
- 2 x 14-bit AD9772 DAC Bauteil aus *Analog Devices* mit eine maximalen Abtastfrequenz von 160MHz
- Die maximale Abtastfrequenz aus dem Oszillator für ADC und DAC ist 105MHz.
- Die maximale Eingangsspannung ist $\pm 1V$.
- Die maximale Ausgangsspannung ist $\pm 1V$.

¹SIMCON: Simulator and Controller. Es ist ein auf FPGA basierender Echtzeitsimulator und eine darauf basierende Echtzeitsteuerung [5].

²DSP: digital signal processor

7. Implementierung des Echtzeitsimulators

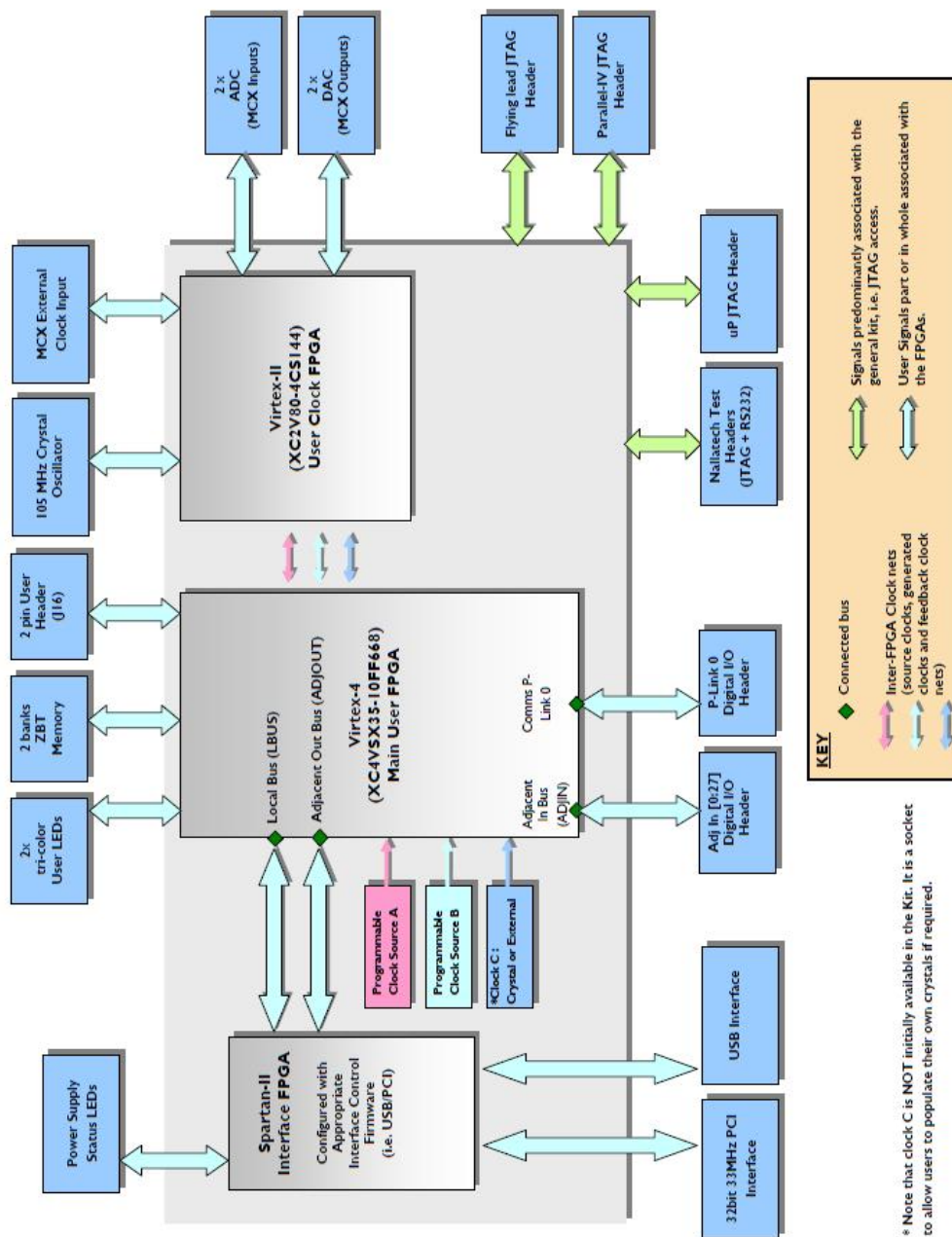


Abbildung 7.1.: XtremeDSP Development Kit-IV [23]: Der Simulator des Cavity wird auf den Main User FPGA geladen. Zum Testen werden die ADC mit dem Signal-Generator verbunden. Die Ergebnisse aus den DAC werden mit Hilfe eines Oszilloskops angezeigt. Später werden die Ein- und Ausgänge mit SIMCON verbunden.

7. Implementierung des Echtzeitsimulators

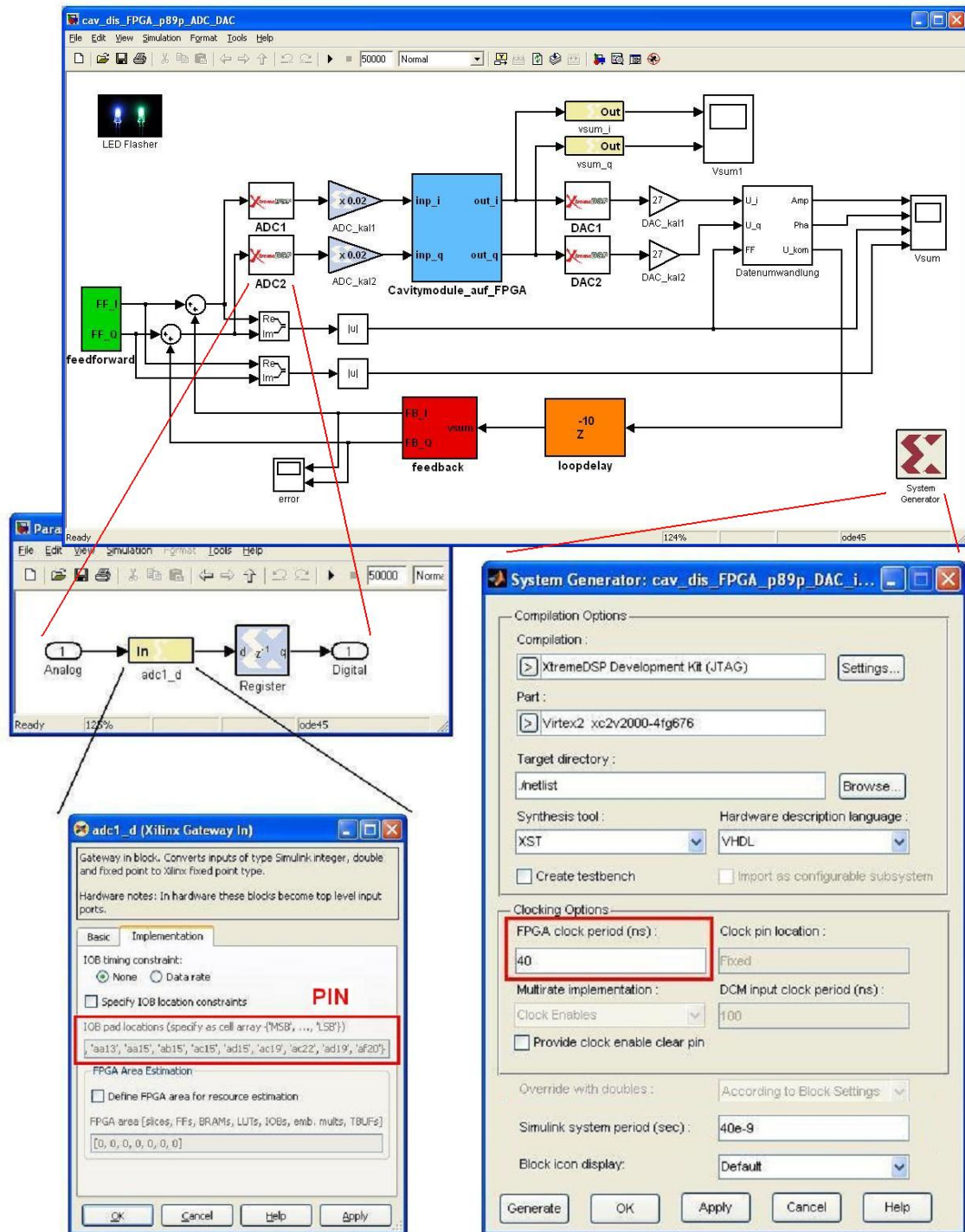


Abbildung 7.2.: Testprogramm zur Implementierung: Das Testprogramm besteht aus feedforward, feedback, loopydelay und Cavitymodule_auf_FPGA. Damit kann mit Hilfe von *Simulink* das Cavitymodul simuliert und getestet werden. Das Modul zwischen den ADC und DAC wird auf FPGA geladen. Die PIN-Nummern und die Abtastperiode kann mit Hilfe von *System Generator* definiert werden.

7.2. Implementierung des Echtzeitsimulators und dessen Ergebnisse

Die Abbildung 7.2 zeigt das Programm zur Implementierung. Der Aufbau des Cavitymoduls wurde im Kapitel 6 schon vorgestellt. Im Vergleich zu der Abbildung 6.12 werden die Ein- und Ausgänge des Cavitymoduls hierbei mit ADC und DAC auf FPGA verbunden. Die vier ADC und DAC wurden auf dieselbe Weise entwickelt. Die Strukturen sind auch in der Abbildung gezeigt. In der Eigenschaft des Ein- oder Ausgangs werden die entsprechenden PIN-Nummern definiert. Die vier Blöcke sind in der *Xilinx-Toolbox* im *System Generator* implementiert. In der Darstellung in Kapitel 6 betragen die maximalen Ausgänge durch DAC ungefähr 0,7V mit Eingangssignalen von 8mA. Wenn die Eingangssignale größer als 20mA sind, werden die DAC überlaufen. Der erlaubte Eingangsbereich ist dafür zu klein. Das ist schwer zu kontrollieren. Zwei Verstärker ADC_kal von 0,02 werden nach den beiden ADC aufgebaut, um die Eingangssignale zu kalibrieren. Damit wird der Eingangsbereich 50 Mal vergrößert. Der Teil zwischen den ADC und DAC wird mit einer Abtastperiode von 40ns(25MHz) auf FPGA geladen. Nach der Implementierung hat das Cavitymodul ein anderes Symbol, wie die Abbildung 7.3 zeigt. Die konstanten Koeffizienten werden als Eingangssignale in den Echtzeitsimulator gegeben.

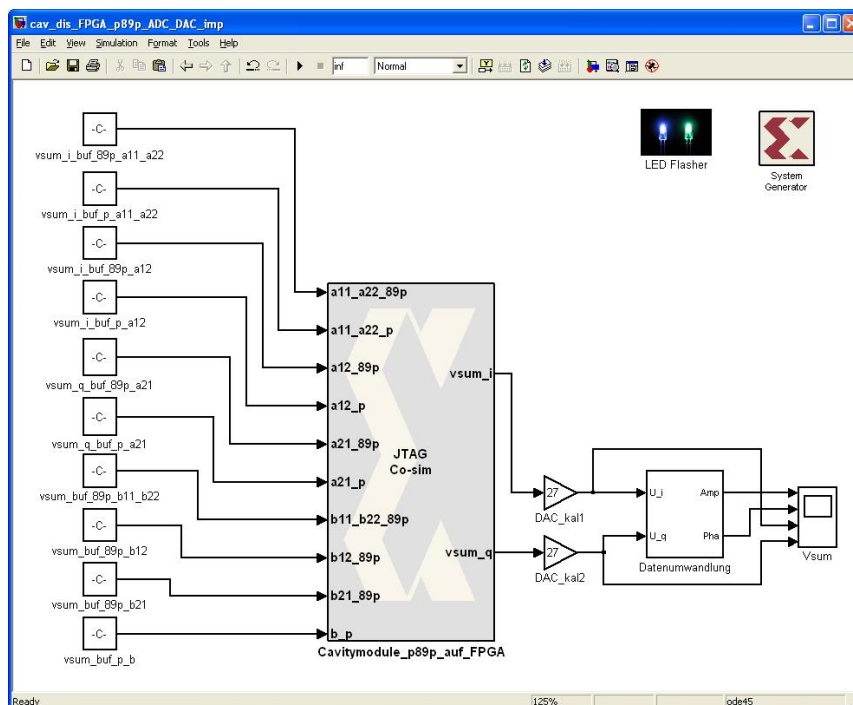


Abbildung 7.3.: Echtzeitsimulator des Cavity: Der Echtzeitsimulator des Cavity läuft auf FPGA. Die konstanten Koeffizienten werden als Eingangssignale in den Simulator gegeben. Die ADC und DAC werden mit dem Signal-Generator und dem Oszilloskop verbunden.

7.3. Die Ergebnisse des Echtzeitsimulators

Die Abbildung 7.4 und die Abbildung 7.5 stellen die Ergebnisse von Modell 1 und von Modell 2 dar. Die erste Kurve ist der Realteil(I) des Ausgangssignals. Die zweite ist der Imaginärteil(Q). Die dritte Kurve zeigt den Realteil des Eingangssignals. Der Imaginärteil wird in derselben Form moduliert. Am Anfang sind die Eingangssignale ungefähr 205mV. Bis zu 0,25ms ist der *filltime* des Simulators. Ab 0,25ms werden die Eingangssignale bis auf ungefähr 120mV reduziert. Mit der Kalibrierung des ADC werden die Eingangssignale des Cavitymoduls auf ungefähr 2,4mA umgewandelt. Laut der Gleichung 3.34 mit $R_L = 3072\Omega$ soll der Real- und Imaginärteil der Ausgangsspannung beim *flattop* ungefähr 7,37V sein. Mit der Kalibrierung von +27V des DAC im Cavitymodul sollen die Ausgänge des Cavitymoduls ungefähr 27mV sein. Die Abbildung 7.4 und die Abbildung 7.5 zeigen die Amplituden des Cavitymoduls beim *flattop* bei ungefähr 24mV. Von 1,2ms bis 2ms ist der *field decay* des Cavitymoduls. Die Abweichung entsteht wahrscheinlich auch durch den Signal-Generator und/oder Oszilloskop.

Da der Eingang des Oszilloskops nur 8-Bits zur Datenlösung hat, kann das Oszilloskop die genaue Amplituden des Echtzeitsimulators nicht perfekt zeigen. Damit können Unterschiede zwischen Modell 1 und Modell 2 nur unvollständig beurteilt werden. Daher muss der Simulator später mit einem Regler verbunden und weiter getestet werden.

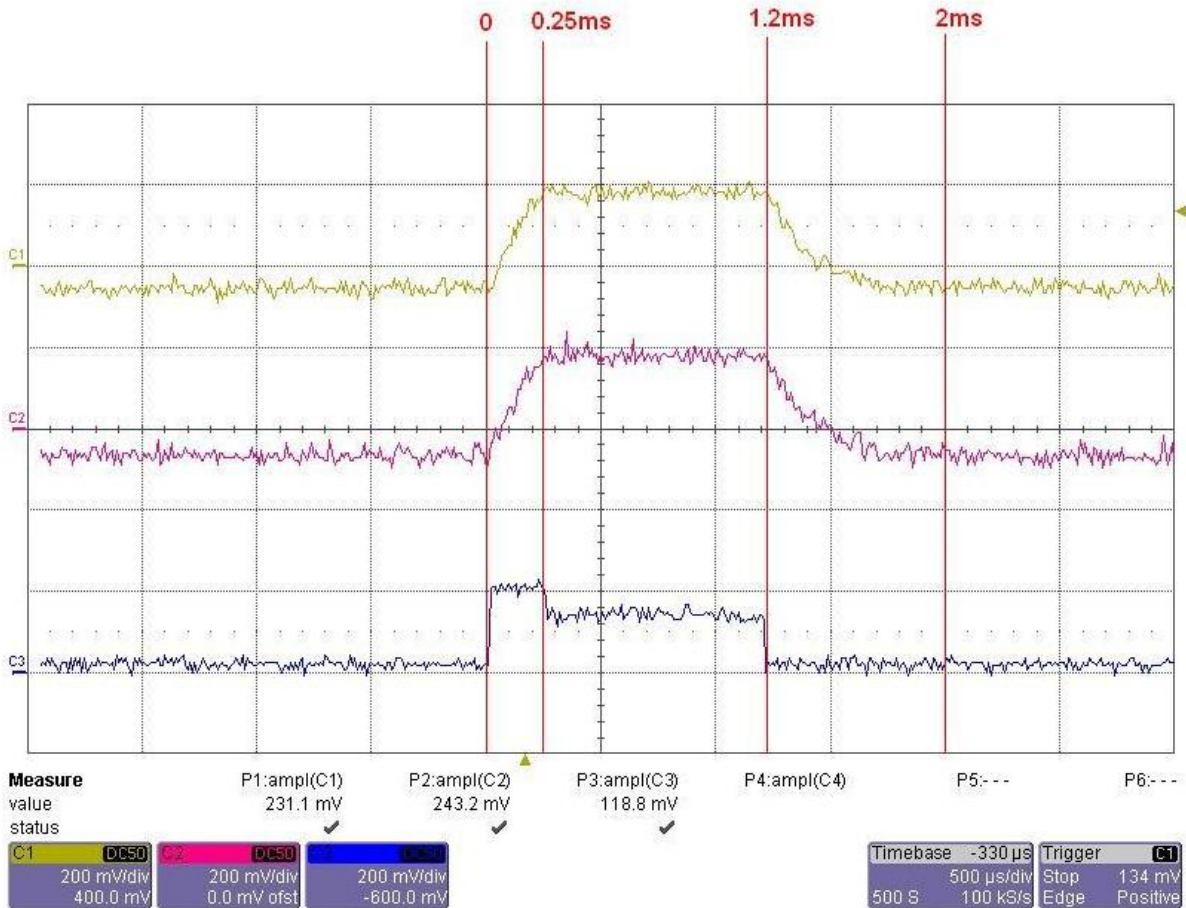


Abbildung 7.4.: Ergebnisse des Echtzeitsimulators mit Modell 1: Die erste Kurve zeigt den Realteil des Ausgangssignals, und die zweite den Imaginärteil. Die dritte Kurve ist das Steuerungssignal. Die Steuerungssignale werden für insgesamt 2ms erzeugt. Mit den Steuerungssignalen von ungefähr 120mV sind die Ausgänge beim *flattop* ungefähr 24mV. Mit der Gleichung 3.34 ist bewiesen, dass das richtig ist.

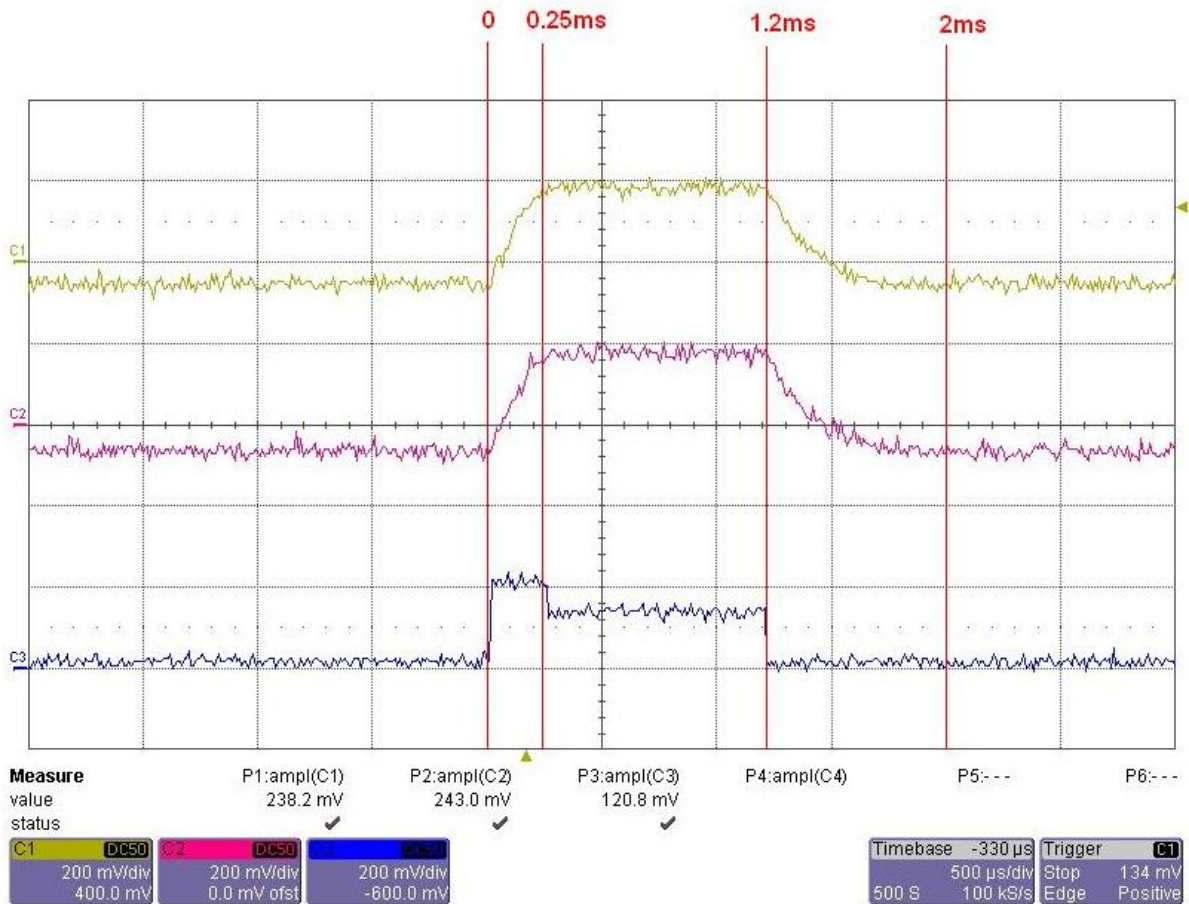


Abbildung 7.5.: Ergebnisse des Echtzeitsimulators mit Modell 2: In der Abbildung sieht man fast dieselben Kurven wie in Modell 1(s. Abbildung 7.4). Im Vergleich zu den Ergebnissen von Modell 1 und der Theorie kann man beweisen, dass der Echtzeitsimulator funktioniert. Die genauen Unterschiede müssen mit SIMCON getestet werden.

8. Ausblick

In Kapitel 7 wurde gezeigt, dass der Echtzeitsimulator für des Cavity zur Verfügung steht. Als Nächstes sollte der Echtzeitsimulator mit einem Feldregler verbunden werden, wie die Abbildung 8.1 zeigt. Das SIMCON Board simuliert den Feldregler. Der Cavity-Simulator erhält das Steuerungssignal aus dem SIMCON. Die Ausgänge des Cavity-Simulators senden IQ-Signal in den Feldregler. Außerdem erhält der Cavity-Simulator ein Clock-Signal aus dem SIMCON, um die ADC und DAC synchron abzutasten. Mit einer derartigen Struktur können die Regelabweichung in der Echtzeit studiert werden. Die Ergebnisse in der Echtzeit können mit der Theorie in Kapitel 4 verglichen werden. Der Echtzeitsimulator wurde für ein Cavity entwickelt. Es kann zukünftig für mehr Cavity weiter entwickelt werden.

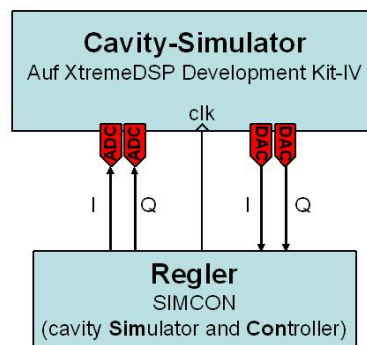


Abbildung 8.1.: Die Struktur des Echtzeit-Simulators von Feldregler und Cavity-Simulator: Der Feldregler wird auf einem SIMCON realisiert. Die IQ Signale des Cavity-Simulators werden durch ADC und DAC mit dem Feldregler verbunden. Der Feldregler sendet ein synchrones Clock-Signal in den Cavity-Simulator

Momentan wird der Echtzeitsimulator des Cavity auf dem Board XtremeDSP Development Kit-IV realisiert. Aber das Board ist sehr instabil. Nach einer relativ kurzen Zeit erhitzt es sich stark. Bei hoher Temperatur kann das Board nicht mehr arbeiten. Daher ist zu empfehlen, entweder ein neues XtremeDSP Development Kit Board oder ein anderes SIMCON zu benutzen. Mit einem neuen XtremeDSP Development Kit Board braucht man das Programm des Echtzeit-Simulators nicht zu verändern. Mit einem anderen SIMCON müsste ein neues Programm für die Verbindung zwischen dem Hauptprogramm und den ADC und DAC des SIMCON entwickelt werden.

9. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die Stabilität der Feldregelung unter besonderer Berücksichtigung des π -Mode (Beschleunigungsmode) und des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode (Störungsmode) diskutiert. Zwei Modelle wurden dazu entwickelt. Modell 1 wurde mit dem π -Mode aufgebaut. Modell 2 wurde mit beiden Moden aufgebaut. Im Vergleich beider Modelle wurde der Einfluss des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode gezeigt und erklärt. Mit der Analyse der Theorie und den simulierten Ergebnissen der Modelle ergibt sich im Kapitel 4 und 5, dass die Feldregelung bezüglich der Schleifenverzögerung periodisch von $1/f_{\frac{8}{9}\pi}$ instabil ist. Dabei ist $f_{\frac{8}{9}\pi}$ die Differenzfrequenz zwischen den Resonanzfrequenzen des π - und des $\frac{8}{9}\pi$ -Mode. Das bedeutet, dass es nicht weiterführt, die Schleifenverzögerung der digitalen Feldregelung immer weiter zu verkleinern. Bei einer bestimmten Schleifenverzögerung wird die Feldregelung entsprechend der steigenden Kreisverstärkung (Feedback Gain) instabil.

Zu weiteren Studien der Stabilität der digitalen Feldregelung an XFEL wurde ein Echtzeitsimulator des supraleitenden Cavity auf FPGA realisiert. Die numerischen Probleme des diskreten Modells für $\frac{8}{9}\pi$ -Mode wurden diskutiert. Das Modell wurde mit den Festkommazahlen von 18-bits zur Datenlösung für jede interne Variable des Modells entwickelt. Die Abweichungen zwischen den Modellen mit Gleitkommazahlen und Festkommazahlen sind relativ klein. Die Diskussion darüber sowie die Erklärung des diskreten Modells wurden in Kapitel 6 dargestellt.

Der Echtzeitsimulator des Cavity kann zukünftig mit SIMCON verbunden werden. Mit SIMCON wird die Feldregelung simuliert. Die Ein- und Ausgänge des Cavitysimulators werden als IQ-Signale mit dem Echtzeitsimulator der Feldregelung verbunden. Damit können die Stabilitätsgrenzen der Feldregelung im Echtzeitbereich weiter diskutiert und simuliert.

Literaturverzeichnis

- [1] Massimo Altarelli, et.al., *The European X-Ray Free-Electron Laser Technical design report*, DESY 2006-097, Hamburg, July 2007, ISBN 978-3-935702-17-1
- [2] Klaus Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, Teubner, Stuttgart, 1996, ISBN 3-519-13087-4
- [3] Sebastian Aderhold, *Optische Inspektion für supraleitende Cavities*, München, 12.3.2009, DESY Dokumentation
- [4] Cavity homepage, DESY Dokumentation, Jan 2010
- [5] SIMCON homepage, DESY Dokumentation, Jan 2010
- [6] Elmar Vogel, *High gain proportional rf control stability at TESLA cavities*, DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.10.052001., PACS: 29.17.+w, Mai 2007,
- [7] Thomas Schilcher, *Vector sum control of pulsed accelerating fields in lorentz force detuned superconducting cavities*, Phd-Thesis, Hamburg, 1998, DESY Print TESLA 98-05
- [8] Thomas P. Wangler, *Principles of RF Linear Accelerators*, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, ISBN: 9780471168140, e-ISBN: 9783527618408
- [9] Matthias Liepe, *Regelung Supraleitender Resonatoren mit Strahlbelastung am TESLA-Test-Linearbeschleuniger*, Diplomarbeit, Hamburg, 1998, DESY-XX-99-98
- [10] Alexander Brandt, *Development of a Finite State Machine for the Automated Operation of the LLRF Control at FLASH*, Phd-Thesis, Hamburg, July 2007, ISSN 1435-8085
- [11] Lutz Lilje, *Superconducting Radiofrequency Accelerating Structures*, DESY, 2008, DESY Dokumentation
- [12] Zheqiao Geng: *Pass Band Mode Study for TESLA 9-Cell Cavity*, Hamburg, Aug 2009, DESY Dokumentation
- [13] Festkommazahl homepage, <http://de.wikipedia.org/wiki/Festkommazahl>, Nov 2009

- [14] P.J. Bryant, et.al., Editor: S.Turner, *CAS Cern Accelerator School Fifth General Accelerator Physics Course*, University of Jyväskylä, Finland, 7-18 September 1992, ISBN: 92-9083-057-3, CERN 94-01, 26 January 1994, Vol.I
- [15] P.J. Bryant, et.al., Editor: S.Turner, *CAS Cern Accelerator School Fifth General Accelerator Physics Course*, University of Jyväskylä, Finland, 7-18 September 1992, ISBN: 92-9083-057-1, CERN 94-01, 26 January 1994, Vol.II
- [16] Heinz Unbehauen, *Regelungstechnik I: Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme*, 13.Auflage, Studium Technik, ISBN: 3-528-21332-9
- [17] Heinz Unbehauen, *Regelungstechnik II: Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*, 8.Auflage, Studium Technik, ISBN: 3-528-73348-9
- [18] Holger Lutz, Wolfgang Wendt, *Taschenbuch der Regelungstechnik: mit MATLAB und Simulink*, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2007, ISBN: 978-3-8171-1807-6
- [19] Dipl. -Ing. H. Voos, *MATLAB und SIMULINK Tutorial: Unterlagen zur Vorlesung „Modellbildung und Identifikation“*, Universität Kaiserslautern, November 1997, http://www.eit.uni-kl.de/litz/lehre/mod_id/mi_tutorial/mi_tutorial.htm, April 2010
- [20] Matlab & Simulink homepage, <http://www.ilovematlab.cn>
- [21] Prof. Dr. Jürgen Missun, *Grundlagen der Nachrichtentechnik*, Skript an der HAW, Mss WS2006
- [22] Jan Lunze, *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme Digitale Regelung*, 5.Auflage, Bochum, ISBN: 978-3-540-78462-3, e-ISBN: 978-3-540-78463-0, Springer Lehrbuch ISSN: 0937-7433
- [23] Nallatech, *XtremeDSP Development Kit-IV User Guide*, Issue 2, 22/07/05, NT107-0272
- [24] Analog Devices, *AD6645*, Handbuch
- [25] Analog Devices, *AD9772A*, Handbuch

A. Feldverteilung in Cavity

Alle Abbildungen kommen aus interner Dokumentation [11].

- TM010-Mode(Beschleunigungsmode)
 - Das elektrische Feld

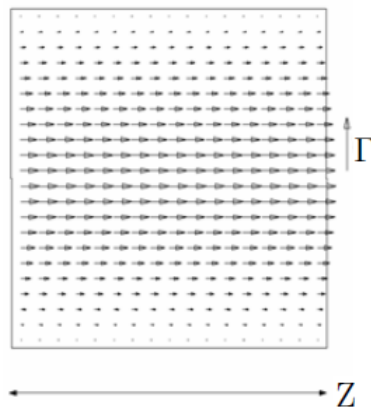


Abbildung A.1.: Die TM010-Mode besitzt ein longitudinales elektrisches Feld.

- Das magnetische Feld

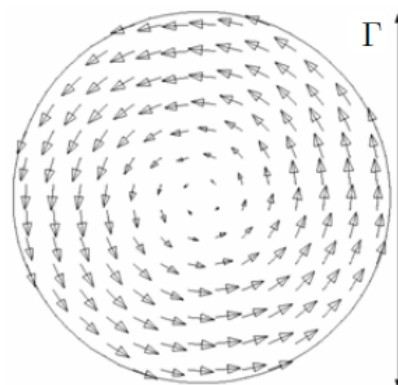


Abbildung A.2.: Das magnetische Feld verschwindet auf der Strahlachse.

B. Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Bezeichnung
$\Delta E_z(z, t)$	zeit- und ortsabhängiges elektrisches Feld im Cavity
$\Delta\omega$	Verstimmung eines Resonators
$\Delta\omega_{\frac{8}{9}\pi} = 2\pi \cdot \Delta f_{\frac{8}{9}\pi}$	Verstimmung des Cavity beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode
$\Delta\omega_{\pi}$	Verstimmung des Cavity beim π -Mode
$\Delta\theta$	Phase des Zwischensignals
δ	beliebiger Phasenwinkel
H	diskreter Steuermatrix
θ_{hfm}	Phase des Hochfrequenz-Mischer-Signal
θ_{qu}	Phase des Quellensignals
τ	elektrische Zeitkonstante eines Resonators
Φ	diskreter Systemmatrix
φ	Beschleunigungsphase des Teilchens
ω_0	Resonanzfrequenz eines Resonators
$\omega_{\frac{1}{2}}$	halbe Bandbreite eines Resonators
$\omega_{\frac{1}{2}, \frac{8}{9}\pi}$	halbe Bandbreite des Cavity beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode
$\omega_{\frac{1}{2}, \pi}$	halbe Bandbreite des Cavity beim π -Mode
$\omega_{\frac{8}{9}\pi} = 2\pi \cdot f_{\frac{8}{9}\pi}$	Resonanzfrequenz des Cavity beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode
$\omega_{\pi} = 2\pi \cdot f_{\pi}$	Resonanzfrequenz des Cavity beim π -Mode
ω_{hf}	Kreisfrequenz des HF-Feldes (Betriebsfrequenz)
ω_{hfm}	Frequenz des Hochfrequenz-Mischer-Signal
ω_{qu}	Frequenz des Quellensignals
ω_{res}	Resonanzfrequenz des gedämpften Schwingkreises
ω_{zf}	Frequenz des Zwischensignals
$1 : N$	Transformationsverhältnis eines Kopplers
A	Systemmatrix
a_i	Koeffizient von -1 oder 1 nach jeweiliger Zelle im Cavity
a_{set}	Anfangsphase des IQ-Signals
B	Steuermatrix
C	Zustandsmatrix
C	Kapazität

B. Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Bezeichnung
c	Lichtgeschwindigkeit
\mathbf{D}	Zustandsmatrix
\vec{E}	Beschleunigungsfelder
H_{cav}	Übertragungsfunktion des Cavity
$H_{cav-kom}$	komplexe Darstellung der Übertragungsfunktion des Cavity
$H_{cav, \frac{8}{9}\pi}$	Übertragungsfunktion des Cavity beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode
$H_{cav, \pi}$	Übertragungsfunktion des Cavity beim π -Mode
H_{delay}	Übertragungsfunktion der Schleifenverzögerung
H_{gain}	Übertragungsfunktion des Proportionalreglers
H_{tf}	Übertragungsfunktion der Feldregelung beim „open loop“
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
I_{cav}	Cavity-Strom
I_g	Generatorstrom
I'_g	Ersatzgeneratorstrom auf der Cavity Seite
I_s	Strom der Strahlung
$i(t)$	zeitabhängiger Strom
i_0	Amplitude des zeitabhängigen Cavity-Stroms
i_{cav}	zeitabhängiger Cavity-Strom
$i_i(t)$	Imaginärteil des zeitabhängigen Stroms
$i_r(t)$	Realteil des zeitabhängigen Stroms
L	Induktivität
P_{diss}	dissipierte Leistung
P_{ext}	externe Verlustleistung eines gekoppelten Resonators
P_{ges}	gesamte Verlustleistung eines gekoppelten Resonators
Q_0	unbelastete Güte eines Resonators
Q_{ext}	externe Güte eines Resonators
Q_L	belastete Güte eines Resonators
R	Parallelwiderstand eines unbelasteten Resonators
R_{ext}	externe Last
R_k	Ersatzwiderstand von der Wand des Cavity
R_L	Parallelwiderstand eines belasteten Resonators
R_{sh}	Shunt-Widerstand
$\frac{r}{Q}$	normierte Shunt-Widerstand
t_b	Verzögerung der Injektion des Teilchens
\vec{U}	Spannungsvektor
U_{acc}	Beschleunigungsspannung
U_{cav}	Cavity-Spannung
$u(t)$	zeitabhängige Spannung

B. Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Bezeichnung
u_0	Amplitude der zeitabhängigen Beschleunigungsspannung
u_{acc}	zeitabhängige Beschleunigungsspannung
$u_i(t)$	Imaginärteil der zeitabhängigen Spannung
$u_{i, \frac{8}{9}\pi}$	Imaginärteil der Spannung beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode
$u_{i, \pi}$	Imaginärteil der Spannung beim π -Mode
$u_r(t)$	Realteil der zeitabhängigen Spannung
$u_{r, \frac{8}{9}\pi}$	Realteil der Spannung beim $\frac{8}{9}\pi$ -Mode
$u_{r, \pi}$	Realteil der Spannung beim π -Mode
$\vec{V}_{\frac{8}{9}\pi}^n$	Basisvektoren zum Ausdrücken der Fundamentalmoden
v	Teilchengeschwindigkeit
v_{hfm}	Hochfrequenz-Mischer-Signal
v_{qu}	Quellensignal
v_{zf}	Signal bei der Zwischenfrequenz (Zwischensignal)
Z_0	Leitungsimpedanz eines Wellenleiters
z	Lauflänge des Teilchens im Cavity

C. Verzeichnis der benutzten Soft- und Hardware

Software

MATLAB R2007b
Xilinx AccelDSP 10.1
Xilinx System Generator 10.1

Hardware

XtremeDSP Development Kit-IV

Die Matlab- und Simulink-Projektordner, die für die Arbeit entwickelt wurden, sind auf einer CD gebrannt und bei Prof. Sauvagerd und Prof. Schütte einzusehen.
Eine weitere CD mit o.g. Projektordner befindet sich am DESY.

Danksagung

Ich möchte mich ganz herzlich bei allen bedanken, die mich bei meiner Masterarbeit unterstützt haben.

Ich danke meinem Betreuer Dr. rer nat. Markus Hoffmann, der mich beim DESY betreut und unterstützt hat.

Ebenso möchte ich mich auch bei Dipl. Ing. Christian Schmidt(Doktorand), und Dipl. Ing. Petr Morozov bedanken, die mir bei der Entwicklung eigener Erfahrungen unterstützt haben. Ich durfte vieles von ihnen lernen.

Danken möchte ich auch Dr. Zheqiao Geng für die Unterstützung und die Diskussionen in meiner Muttersprache. Damit konnte ich vieles besser verstehen.

Für all ihre Hilfe und Mitarbeit danke ich M. Ebert, M. Hoffmann, T. Jezynski, W. Koprek, F. Ludwig, S. Simrock, B. Wendland, D. Kühn, H. Weddig und allen Kolleginnen und Kollegen in der Gruppe-MSK und der Gruppe-MHFe.

Für die Betreuung danke ich Prof. Dr. Ulrich Sauvagerd und Prof. Dr.-Ing. Hans-Dieter Schütte an der Uni.

Ich möchte mich auch bei Herrn Michael Braun, bei Marie und Merve bedanken, die mich sprachlich bei meiner Arbeit unterstützt haben.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie und Freunden danken, die mich immer unterstützt und an mich geglaubt haben.

Danke euch allen! Ohne eure Hilfe wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit im Sinne der Prüfungsordnung nach §16(5) APSO-TI-BM ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen habe ich unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Hamburg, den 26. April 2010