



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Hamburg University of Applied Sciences

Department Maschinenbau und Produktion

Masterthesis

Name: **Ju**

Vorname: **Xiaoqing**

Studiengang: Berechnung und Simulation

vorgelegt am: 27.08.2009

Erstprüfer: Prof.Dr-Ing. Peter Wulf

Zweitprüfer: Prof.Dr-Ing. Joachim Köppen

Thema: "Numerische Simulation der instationären Strömungsverhältnisse am Darrieus-Rotor"



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Hamburg University of Applied Sciences

Department Maschinenbau und Produktion

Masterthesis

Numerische Simulation der instationären Strömungsverhältnisse am Darrieus-Rotor

Xiaoqing Ju

Matrikelnummer:1870025

Prüfer:

Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf, HAW Hamburg

Prof.Dr-Ing. Joachim Köppen, HAW Hamburg

Sommersemester 2009

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Department Maschinenbau und Produktion

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Personen danken, die mich stets freundlich und zuvorkommend bei meinen Anliegen unterstützt und zum Gelingen dieser Masterthesis beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Prof.Dr-Ing. Peter Wulf von der Fakultät „Maschinenbau und Produktion“ der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg für eine hochinteressante Aufgabenstellung und seine engagierte und kompetente Betreuung. Gleichmaßen möchte ich mich bei Prof.Dr-Ing. Joachim Köppen für die Übernahme der administrativen Betreuung meiner Masterarbeit bedanken. Danach bedanke ich mich noch bei Ma-Ing. Malte Rösner für die Korrektur und seine Hilfe.

Abschließend danke ich Herrn Frederik Marochow und Herrn Til Biermann für die grammatische Korrektur an dem Bericht meiner Masterthesis.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	II
Tabellenverzeichnis	IV
1 Einleitung.....	1
2 Aufgabestellung	2
3 Darrieus Windkraftanlage	4
3.1 Wirkungsweise	5
3.2 NACA Profil (NACA 0012).....	7
4 Experiment und Daten	8
4.1 Liste der Symbole	8
4.2 Übersicht	9
4.3 Versuchsaufbau und Instrumente	10
4.4 Testverfahren	13
4.5 Testergebnis.....	15
5 Theoretische Unterstützung.....	20
5.1 Numerische Strömungsmechanik.(CFD)	20
5.1.1 Generelles Vorgehen von CFD.....	21
5.1.2 Massenerhaltung	22
5.1.3 Impulserhaltung	24
5.1.4 Energieerhaltung	28
5.2 Laminare und turbulente Strömung	29
5.3 Turbulenzmodell.....	30
5.4 Spalart-Allmaras-Modell	32
5.5 Grenzschicht	33
5.6 Finite Volumen Verfahren.....	36
5.7 Verwendte Software	40
5.7.1 Sliding Mesh	41
6 Simulation des Darrieus Rotors	44
6.1 Idealisierung des Modells	44
6.2 Bestimmung der Parameter	45
6.3 Modellisierung des Modells.....	47
6.4 Generierung der Vernetzung	48
6.5 Randbedingung.....	52
6.6 Bestimmung der Zeitschritte	53
6.7 Solver-Einstellungen	55
7 Auswertung.....	55
7.1 Ergebnisse der CFD-Analyse	56
7.2 Fehleranalyse.....	73
8 Perspektive	77
Quellenverzeichnis	79
Anhang : NACA0012	81

Abbildungsverzeichnis

Abb 001: Darrieus Rotor.....	4
Abb 002: Wirkungsweise des Darrieus-rotors.....	6
Abb 003: NACA 0012	7
Abb 004: Darrieus Rotor mit drei Flügel für Test	11
Abb 005: Darrieus Rotor mit zwei Flügel für Test	11
Abb 006: Druckgeber.....	12
Abb 007: Die Geometrie der Flügel.....	12
Abb 008: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,3 Re=konstant.....	16
Abb 009: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,25 Re=konstant.....	16
Abb 010: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,2 Re=konstant N=3	17
Abb 011: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,2 Re=konstant N=2	17
Abb 012: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,13 Re=konstant.....	18
Abb 013: Effekt vom Bedeckungsgrad. Rec=150,000	18
Abb 014: Effekt vom Bedeckungsgrad. Rec=200,000,	18
Abb 015: Effekt von der Anzahl der Flügel. Bedeckungsgrad=0,2 Rec=155,000	19
Abb 016: Effekt von der Anzahl der Flügel. Bedeckungsgrad=0,2 Rec=200,000	19
Abb 017: Die Veränderung der geströmten Volumen.....	22
Abb 018: Kontrollvolumen mit Spannungstensor	25
Abb 019: Verhältnis der Schubspannung zur Schergeschwindigkeit.....	26
Abb 020: Zeitliche Veränderung der Geschwindigkeit der turbulenten Strömung	30
Abb 021: Die Grenzschicht bei laminaren und turbulenten Strömungen	34
Abb 022: Turbulente Grenzschicht mit dem dimensionslosen Geschwindigkeitsprofil u^+ als Funktion des dimensionslosen Wandabstands y^+ in logarithmischer Darstellung.....	36
Abb 023: Zusammenfassung der numerischen Lösungsmethoden (Diskretisierungsverfahren) im Hinblick auf Flexibilität und Genauigkeit	37
Abb 024: Sliding Mesh Interface aus FLUENT.....	42
Abb 025: Idealisierung des Strömungsgebiets	44
Abb 026: Beispiel für eine Eingabe der Parameter auf der Website „ http://geolab.larc.nasa.gov/APPS/YPlus/ “	46
Abb 027: Querschnitt der Vernetzung des Flügels.....	46
Abb 028: Ein Flügel des NACA0012 im Querschnitt.....	47
Abb 029: Geometrische Struktur des Darrieus Rotors	47
Abb 030: Importierter Flügel und Abb 031: Gesamtes negatives Volumen	48
Abb 032: Ein Viertel des Volumens	49
Abb 033: Die Verbindung zwischen der fein vernetzten Fläche und dem zusätzlichen Volumen.....	49
Abb 034: Die Verbindung zwischen der fein vernetzten Fläche und dem zusätzlichen Volumen.....	49
Abb 035: Viertel des vernetzten Windkanals und Abb 036: Halber vernetzter Windkanal.....	50
Abb 037: Halbierter vernetzter Windkanal mit Einlass und Auslass	51
Abb 038: Randbedingungen des Modells	52
Abb 039: Verlauf des Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 5m/s Windgeschwindigkeit	56

Abb 040: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit jeweils drei und zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 4m/s Windgeschwindigkeit	57
Abb 041: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 11m/s Windgeschwindigkeit	58
Abb 042: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 3m/s Windgeschwindigkeit	58
Abb 043: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 4m/s Windgeschwindigkeit	59
Abb 044: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 5m/s Windgeschwindigkeit	59
Abb 045: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 11m/s Windgeschwindigkeit	60
Abb 046: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 3m/s Windgeschwindigkeit	60
Abb 047: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 4m/s Windgeschwindigkeit	61
Abb 048: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 5m/s Windgeschwindigkeit	61
Abb 049: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 11m/s Windgeschwindigkeit	62
Abb 050: Die Positionen der Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Schnelllaufzahlen von dem Rotor mit drei Flügeln.....	64
Abb 051: Die Positionen der Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Schnelllaufzahlen von dem Rotor mit zwei Flügeln.....	64
Abb 052: Der Vergleich der Leistungskoeffizienten zwischen dem Rotor mit drei Flügeln und dem mit zwei Flügeln	65
Abb 053: Die Verteilung von Y^+ auf der Oberfläche der Flügel	68
Abb 054: Die Verteilung von Y^+ auf die Oberflächen der Flügel.....	69
Abb 055: Strömungslinien (pathlines) rund um den Querschnitt des Profils	70
Abb 056: Geschwindigkeitsvektoren [m/s] der Oberflächen des Darrieus-Rotors	71
Abb 057: Geschwindigkeitsvektoren [m/s] der Oberflächen des Darrieus-Rotors	71
Abb 058: Strömungslinien (pathlines) durch den Symmetrische Fläche des Rotors	72
Abb 059: Die Residuenentwicklung bei der Rechnung	74
Abb 060: Die Verbildung der zusätzlichen Volumina mit dem Rotor	75

Tabellenverzeichnis

Tabelle 001: Test für Darrieus Rotor mit entsprechenden Parameter, Quelle: [5].....	14
Tabelle 002: Vor- und Nachteile von strukturierten sowie unstrukturierten Netzen, Quelle: [16]	41
Tabelle 003: Ausgangsdaten der Simulation	45
Tabelle 004: Zeitschritte der Rechnungen	54
Tabelle 005: Die Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Momentkoeffizienten und Schnelllaufzahlen aus der Rechnungen	63
Tabelle 006: Die Abweichung der Ergebnisse zwischen dem Experiment und der Simulation	67

1 Einleitung

Heutzutage ist die Windkraft eine der wichtigsten Ressourcen für die Entnahme von Energie aus der Natur. Daraus resultieren verschiedene, hoch effiziente Windkraftanlagen, die heute eine große Rolle spielen. Hauptsächlich werden diese Anlagen nach der Richtung der Drehachse, also in Windkraftanlagen mit horizontaler Achse und in Windkraftanlagen mit vertikaler Achse unterteilt.

In dieser Studie wird der Darrieus-Rotor (Windkraftanlage mit vertikaler Achse) bei einer konstanten Drehgeschwindigkeit von 180rpm und variablen Windgeschwindigkeiten von jeweils 11m/s, 5m/s, 4m/s und 3m/s mittels der Verwendung der Numerischen Strömungsmechanik (CFD) und im Besonderen die entsprechende Leistung des Rotors und die Fähigkeit der Entnahme der Energie von dem Rotor untersucht. Der Leistungskoeffizient der Windkraftanlage wird als das wichtigste Symbol analysiert.

Die einzelnen Schritte der Simulation von der Idealisierung des Modells, der Modellierung, der Vernetzung bis zur CFD-Simulation, werden mit der entsprechenden theoretischen Unterstützung aufgezeigt. Außerdem wird ein Vergleich der Leistungskoeffizienten zwischen den Rotoren mit jeweils zwei und drei Flügeln vorgenommen. Darüber hinaus wird basierend auf den vorhandenen Daten aus einem Experiment die Abweichung zwischen der theoretischen Simulation und dem praktischen Experiment untersucht.

2 Aufgabestellung

Die Windkraft liefert heutzutage einen großen Beitrag bei der Nutzung alternativer und nachhaltiger Energiequellen. Dabei stehen vor allem Windkraftanlagen mit horizontaler Achse (HAWT) im Vordergrund. Es gibt jedoch auch alternative Konstruktionskonzepte wie den Darrieus-Rotor - eine Windkraftanlage mit vertikaler Achse (VAWT). Von die-sem Typ sind bisher nur einige Prototypen gebaut worden. Für besondere Standorte wie z.B. auf Hausdächern oder für den Einsatz als Meeresströmungskraftwerk ist die-ser Typ im Vergleich zu Anlagen mit horizontaler Achse aber u.U. besser geeignet, wie z.B. aktuelle Forschungsvorhaben zeigen [1].

Bei Darrieus-Rotoren bedeutet die strömungsmechanische Auslegung eine schwierige Herausforderung, da sich die drehenden Rotorblätter gegenseitig beeinflussen und sich die Anstellwinkel permanent ändern, was zu Effekten wie dem Dynamic Stall führt [2]. So ergeben sich komplexe dreidimensionale und instationäre Strömungen im Rotorbereich. Für diese existieren einige Berechnungsmethoden, die auf mehr oder minder starken Vereinfachungen beruhen [3][9], wobei die Streamtube-Theorie von Strickland [4] die weiteste Verbreitung hat. Zudem gibt es nur wenige experimentelle Untersuchungen zu den Strömungsfeldern [2] bzw. zu den mit einem Darrieus-Rotor erzielbaren Leistungsbeiwerten [5]. Diese sind unter den experimentellen Bedingungen eines Windkanals im wesentlichen abhängig von den aerodynamischen Eigenschaften des verwendeten Blattprofils [6][10], der Reynoldszahl sowie dem Schlankheitsgrad, dem Flächenfüllgrad und der Schnelllaufzahl [5][7].

Im Rahmen dieser Arbeit soll die dreidimensionale instationäre turbulente Strömung um einen Darrieus-Rotor mit dem CFD-Programm FLUENT 6.3 unter Nutzung des Sliding-Mesh Ansatzes modelliert und mit experimentellen Daten aus [5] verglichen werden. Dazu soll die in [5] untersuchte Rotor-Geometrie bzw. ihre Varianten als CAD-Modell nachgebildet und vernetzt werden. Im einzelnen sind folgende Punkte für die Simulation mit FLUENT zu bearbeiten:

- Einarbeitung in FLUENT und die genannte Literatur
- Erstellung CAD-Modellen zur Geometrie und ihren Varianten gemäß [5]
- Vernetzung ausgewählter Geometrievarianten in Gambit unter Berücksichtigung
 1. von rotierenden und stationären Bereichen
 2. einer für das Turbulenzmodell geeigneten wandnahen Vernetzung
- Modellierung in FLUENT mit dem Sliding-Mesh Ansatz
- Auswahl eines RANS-Turbulenzmodells
- Nachrechnung ausgewählter Varianten
- Darstellung der globalen und blattnahen Strömungsfelder
- Darstellung der am Blattprofil wirkenden Kräfte als Funktion der Winkelposition
- Vergleich zu den experimentellen Daten [5]

Je nach Fortschritt der Arbeit kann zum weiteren Vergleich das Streamtube-Modell [4][8] herangezogen werden, mit dem dann ebenfalls die in [5] untersuchte Geometrie nachzurechnen wäre. Dazu soll ein Matlab-Programm erstellt werden. Die Ergebnisse sollen mit den experimentellen Daten sowie mit den CFD-Daten verglichen werden.

Ziel ist es, für die Auslegung von Darrieus-Rotoren Modelle in FLUENT zu entwickeln und die generelle Eignung des Programms FLUENT und ggf. des Streamtube-Modells zu überprüfen.

Die Ergebnisse der Untersuchungen sind zu dokumentieren, grafisch darzustellen und kritisch zu bewerten. Dazu gehört auch eine strukturierte schriftliche Darstellung der Vorgehensweise und der Erkenntnisse unter Beachtung der formalen Anforderungen an das wissenschaftliche Schreiben Literatur.

3 Darrieus Windkraftanlage

Der Darrieus-Rotor ist eine Windenergieanlagenbauart mit vertikaler Rotationsachse. Er wurde von dem Franzosen Georges Darrieus erfunden und 1931 in den USA patentiert. Wegen seines Aussehens wird der Rotor scherzhaft auch egg-beater, zu deutsch Schneebesens, genannt. Die Rotorblätter sind am oberen und unteren Ende der Achse befestigt und ragen bogenförmig nach außen. Die Bogenform der Rotorblätter entspricht ungefähr einer Kettenlinie, damit sie unter der Zentrifugalkraft im Betrieb keinem oder wenig Biegemoment ausgesetzt sind [11] [12] [13].



Abb 001: Darrieus Rotor, Quelle: www.wind-energie.de

3.1 Wirkungsweise

Die Strömung an einem Blatt eines Darrieusrotors ergibt sich durch Vektoraddition der Drehgeschwindigkeit mit der Windgeschwindigkeit. Während eines Umlaufs ändern sich durch diese Addition die effektive Windgeschwindigkeit, die Anströmrichtung und der Anstellwinkel der Rotorblätter stetig. Der Auftrieb an den Blättern ist senkrecht zur Anströmungsrichtung, so dass ein Teil des Auftriebs in Drehrichtung zeigt und das Drehmoment erzeugt (Vortrieb). Je größer der Anstellwinkel ist, desto größer ist die Vortriebskomponente des Auftriebs, so dass das maximale Drehmoment an den Stellen entsteht, wo die Windrichtung senkrecht zur Drehrichtung ist. Wo Dreh- und Windrichtung parallel sind, entsteht kein Vortrieb, weil der Anstellwinkel gleich null ist. An dieser Stelle wird ein realer Darrieusrotor sogar abgebremst, weil die Reibung den Vortrieb dort überwiegt [11] [12] [13].

Der Teil des Auftriebs der Rotorblätter, der nicht in Drehrichtung zeigt, wirkt windaufwärts zur Drehachse hin, windabwärts von ihr weg. Insofern wird der Vortrieb als Impuls auf die Flügelbefestigungen jeweils entweder durch Zug- oder durch Druckkraft in Hebelkraft umgewandelt, welche infolgedessen das Drehmoment und Rotation verursacht. Der so entstehende Lastwechsel kann die Konstruktion stark beanspruchen. Ein- und zweiblättrige Rotoren erreichen während des Umlaufs je nach Auslegung des Blattprofils eine oder zwei Stellungen, an denen das Drehmoment geringfügig gegen die Drehrichtung wirkt. Der Rotor braucht genügend Drehimpuls, um diese Bereiche zu überwinden und läuft deshalb mit klassischen Flügeln besonders schlecht an. Erst der dreiblättrige Rotor weist bei diesen immer ein positives Drehmoment auf, das sich mit der Schnelligkeit seiner Drehung durch die Addition von Dreh- mit der Windgeschwindigkeit verstärkt [11] [12] [13].

Bei Rotorstillstand entsteht bei Anwendung klassischer Blattprofile mit einer geringen Anzahl von Flügeln kein ausreichendes Drehmoment. Zwar läuft ein Darrieus-Rotor schon mit drei konventionellen Flügeln ohne zugeschalteten Generator frei von selber an, um jedoch den Reibungswiderstand des Generators bei Zuschaltung aus dem Stand zu überwinden, benötigt man entweder eine noch größere Anzahl von Flügeln, eine Anfahrhilfe durch den Generator oder einen in die Konstruktion integrierten Savonius-Rotor. Man kann aber auch durchströmte

Profile nutzen, die sogar bei Verwendung von nur einem einzelstehenden Flügel mit Kontergewicht für das Anfahren und den Betrieb unter Last voll ausreichen [11] [12] [13].

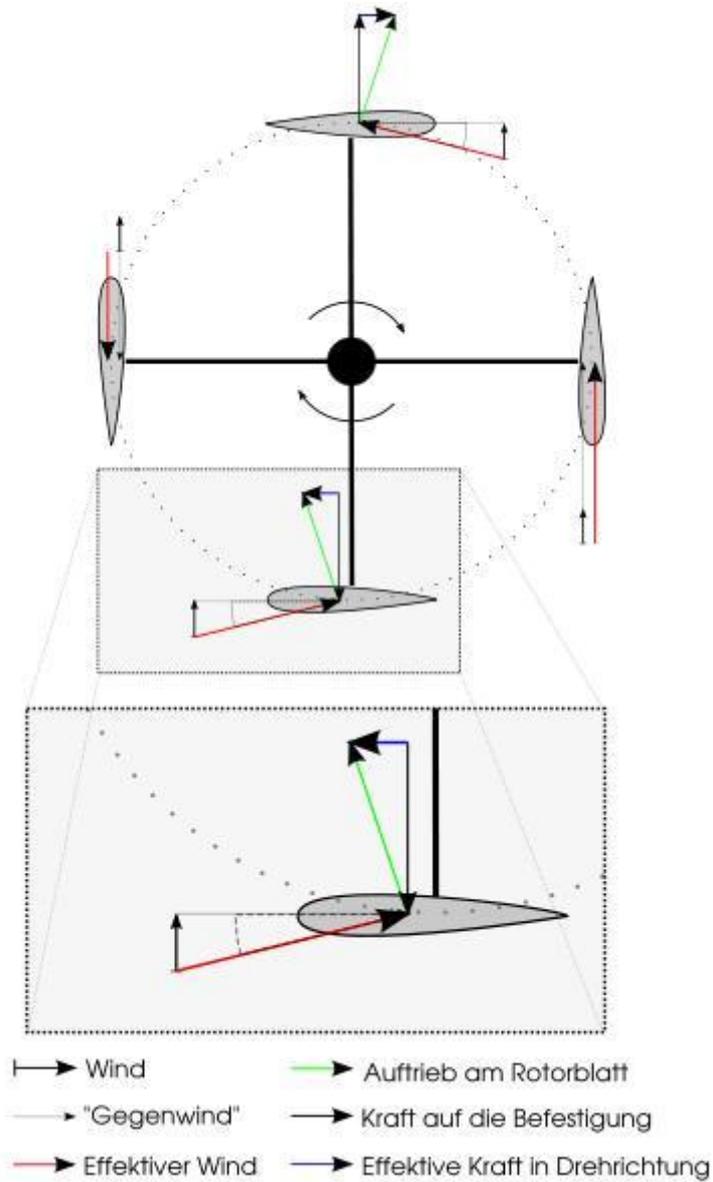


Abb 002: Wirkungsweise des Darrieus-rotors, Quelle [13]

3.2 NACA Profil (NACA 0012)

Die Profile der vierstelligen NACA-Serie als die Flügel werden manchmal auch zusammengefasst als NACA-XXXX Serie bezeichnet und die Profile mit zwei führenden Nullen als NACA-00XX Serie.

Die vierstellige NACA-Serie definiert das Profil durch[14] [15] :

Die **1.** Ziffer, für die die maximale Profilwölbung – angegeben in Prozent, bezogen auf die Profilsehne (also: bezogen auf die Länge der Profilsehne).

Die **2.** Ziffer, für die Wölbungsrücklage – in Zehnteln der der Profilsehne (also: in Zehnteln der Länge der Profilsehne).

Die **3.** und **4.** Ziffer bezeichnet die maximale Profildicke – angegeben in Prozent, bezogen auf die Profilsehne.

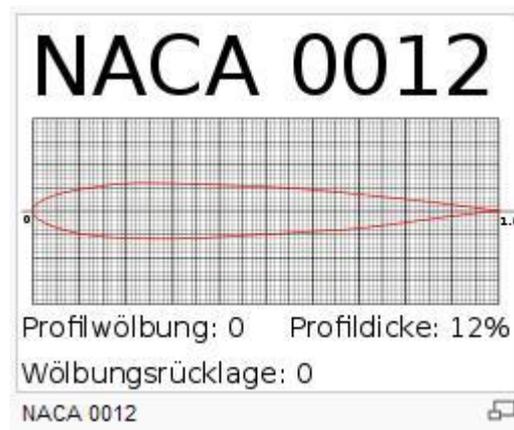


Abb 003: NACA 0012, Quelle: [15]

4 Experiment und Daten

4.1 Liste der Symbole

A	Planformarea
A_s	Sweptarea
c	Profilsehne
C_p	Leistungskoeffizient, $\frac{Q\omega}{1/2\rho_\infty V_\infty^3 A_s}$
L	Profiltiefe
N	Anzahl der Blätter
P	Druck
P_∞	statischer Druck der Störung
Q	Drehmoment der Turbine
R	maximaler Radius von Turbine
Re_∞	Reynolds-Zahl, $\frac{\rho_\infty V_\infty}{\mu_\infty}$
Re_c	Reynolds-Zahl der Profilsehne, $\frac{\rho_\infty R\omega c}{\mu_\infty}$
T_∞	Temperatur
X_∞	Schnellaufzahl, $\frac{R\omega}{V_\infty}$
ω	Drehgeschwindigkeit der Turbine

σ Bedeckungsgrad, $\frac{NcL}{A_s}$

V_∞ Geschwindigkeit der Störmung

Die Planformarea eines Flügels mit gegebener Sehne ist definiert als die Anzahl der Flügel multipliziert mit der Sehne der Flügel multipliziert mit der Länge der Flügel.

Ein rotierender Flügel der Darrieus-Turbine reißt ein Volumen/ eine Luftmenge/ Luft nach außen, das zur Achse der Rotation symmetrisch ist. Dieses nennt man Sweptvolume. Der Bereich, in dem sich das Sweptvolume befindet und die Ebene mit der Rotationsachse nennt man Sweptarea.

Die folgenden Kapitel sind eine Zusammenfassung der Literatur[5].

4.2 Übersicht

Die Blätter einer Darrieus-Windkraftanlage mit 2 Meter Durchmesser wurden in 5 Konfigurationen in LTV Korporation getestet. Die Parameter, Bedeckungsgrad, Reynolds-Zahl und die Geschwindigkeit der Störmung befanden sich in folgenden Bereichen:

Bedeckungsgrad: 13% - 20%

Reynolds-Zahl: $1 \sim 3 * 10^5$

Geschwindigkeit der Störmung: 7-11 m/s

Der Querschnitt NACA0012 des Profils der Windkraftanlage findet hier Verwendung. Zwei unterschiedliche Test-Modelle werden für die Arbeit benutzt: konstante Drehgeschwindigkeit der Turbine mit variabler Windgeschwindigkeit und konstante Windgeschwindigkeit mit variabler Drehgeschwindigkeit der Turbine. Die Daten werden so dargestellt, wie sich der Leistungskoeffizient durch eine Änderung der Schnelllaufzahl verändert.

Der maximale Wert des Leistungskoeffizienten ist in allen getesteten Situationen ungefähr gleich 0,35. Der Leistungskoeffizient nimmt bei entsprechender Schnelllaufzahl auch bei allen Konfigurationen immer zu, wenn die Reynolds-Zahl steigt. Wird der Bedeckungsgrad

reduziert, erweitert sich der Funktionsbereich der Schnelllaufzahl. Um den Maximalwert des Leistungskoeffizienten bei einer gegebenen Reynolds-Zahl erhalten zu können, muss ein Bedeckungsgrad von 0,2 bis 0,25 gewählt werden.

Die Konfigurationen mit jeweils zwei oder drei Blättern sind mit gleichen Parameter getestet geworden. Aus der Sicht der aerodynamischen Arbeitsleistung ist die Versuchsanordnung mit drei Blättern etwas effizienter als die mit zwei Blättern.

4.3 Versuchsaufbau und Instrumente

Abbildung 004 und 005 zeigen zwei Konfigurationen eines Modells einer Windturbine mit 2 Meter Durchmesser, das in einem Labor aufgebaut ist. Die Turbine besteht aus rotierenden Komponenten (Turm und Flügel), die durch Lager am oberen Kragen und an der unteren Stützkonstruktion befestigt sind. Der obere Kragen wird von Stahlkabeln zurückgehalten, die unter einer vorherbestimmten Spannung stehen und an einer Wand des Versuchsaufbaus befestigt sind. Die untere Stützkonstruktion steht wie im I-beams gezeigt auf dem Boden des Tunnels.

Der rotierende Turm ist auf dem Energie- und Instrumenteschlitten montiert, gezeigt auf Abbildung 006, der aus einem Präzisionsdrehmoment und einem Rotationstransporter, einer rechtwinkligen Getriebeübersetzung mit einem Getriebe im Verhältnis von 2:1 und 5-hp-Elektromotor mit Geschwindigkeitskontrolle besteht. Dazu gehören außerdem mehrere stabile und flexible Kupplungen.

Die Flügel mit dem Profil NACA 0012 sind aus einer Aluminiumlegierung großer Stärke (7075 -T6) hergestellt und dann zur Konfiguration einer geraden Linie bzw. eines runden Bogens geformt wie in Abbildung 007 gezeigt. Diese Form ist ein ökonomischer Kompromiss mit der idealen troposkischen (gekrümmt ohne mechanische Spannung) Form. Die Flügel sind nach der Herstellung auf ihre geometrische Genauigkeit hin untersucht worden und wurden als den geforderten strengen Spezifikationen entsprechend befunden.

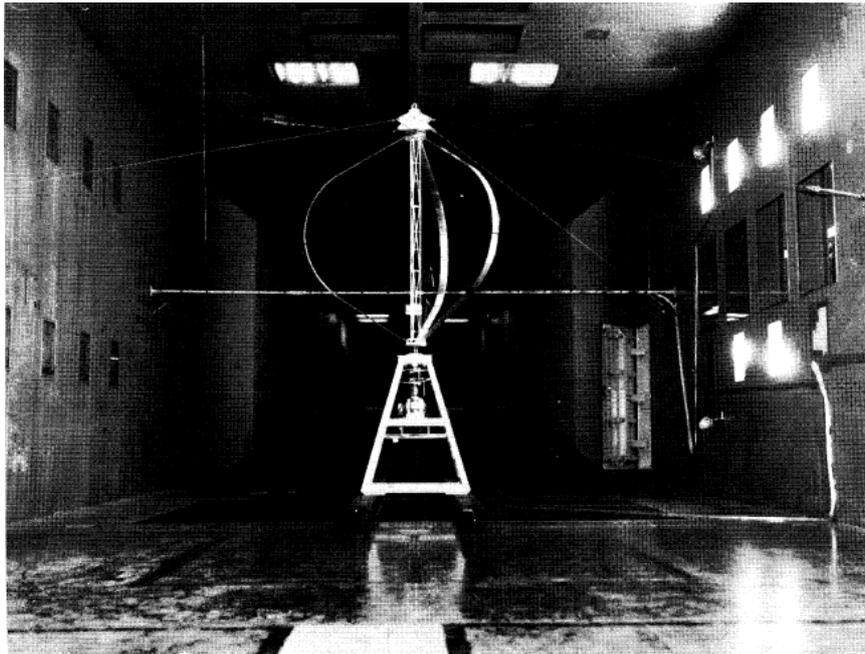


Abb 004: Darrieus Rotor mit drei Flügel für Test, Quelle: [5]

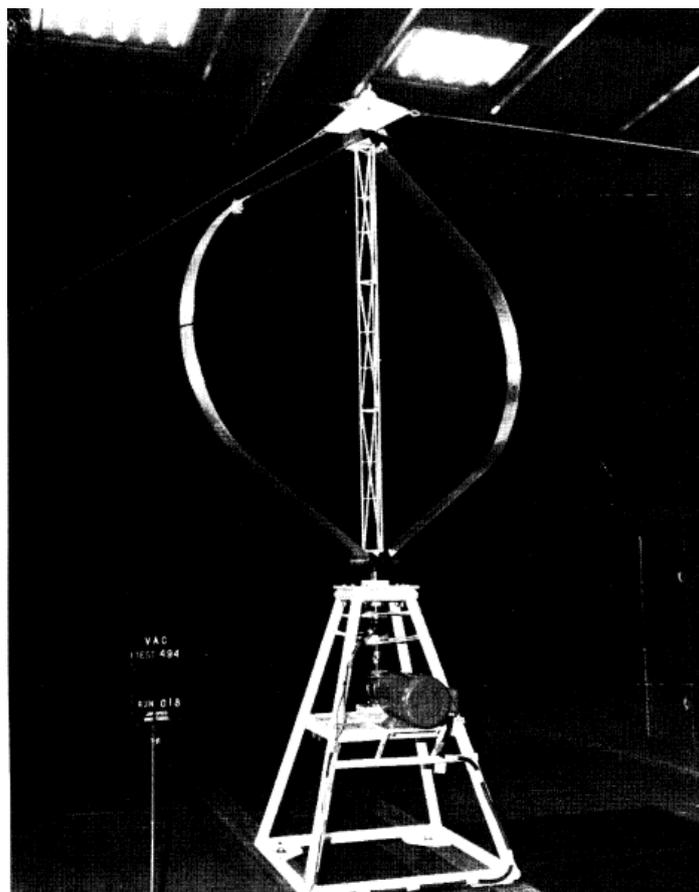


Abb 005: Darrieus Rotor mit zwei Flügel für Test, Quelle: [5]

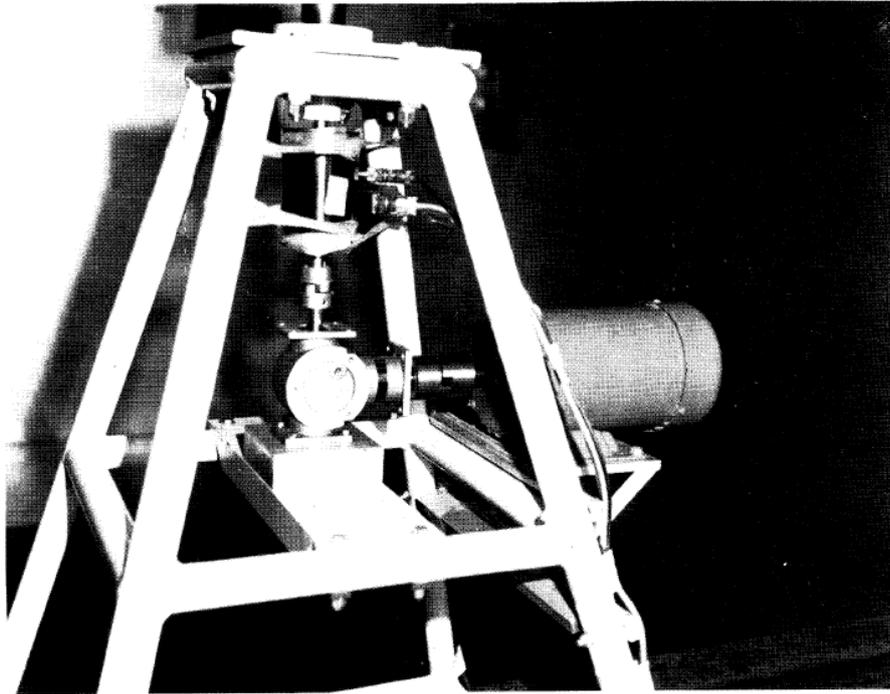


Abb 006: Druckgeber, Quelle: [5]

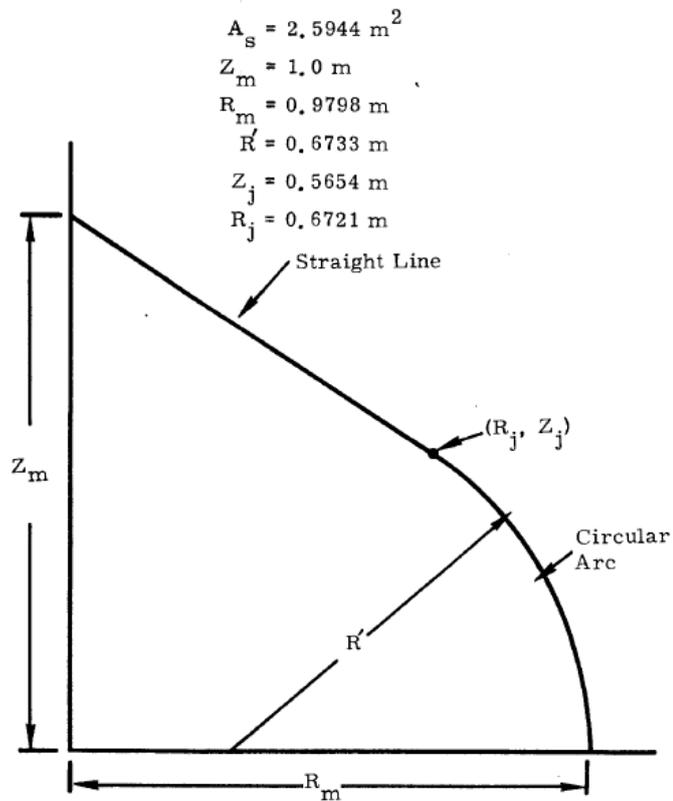


Abb 007: Die Geometrie der Flügel, Quelle: [5]

4.4 Testverfahren

Es wurden zwei Arten von Experimenten mit einer Darrieus-Windkraftanlage durchgeführt. Eine Art davon war die Überprüfung mit konstanter Windgeschwindigkeit, wobei die Drehgeschwindigkeit der Turbine durch eine Schnelllaufzahl vom kleinsten effektiven Wert bis zum Streuwert (runaway) der Turbine verändert wurde. Der Streuwert (runaway) ist durch Hochgeschwindigkeit bedingt, an dem das Abtriebsdrehmoment und das Reibungsmoment identisch sind und keine Antriebskraft erzeugt wird. Bei der zweiten Art blieb die Drehgeschwindigkeit konstant und wurde die Windgeschwindigkeit so verändert, dass sich die Schnelllaufzahl auf den Bereich von 2 bis zum Streuwert (runaway) erstreckte. Diese zweite Methode wurde mit einbezogen, weil man hiermit die synchrone Operation mit einem Reibungsmoment simulieren kann und weil sie den Effekt der Reynoldszahl auf die Leistung der Rotorflügel realistisch aufzeigt. Die tatsächliche Windgeschwindigkeit, die auf die Rotorflügel wirkt, hat einen größeren Einfluss auf die Drehgeschwindigkeit der Turbine als die Geschwindigkeit der „Freestreamair“, da deren Schnelllaufzahl ein Vielfaches der Windgeschwindigkeit beträgt (der Wert der Schnelllaufzahl kann während der Durchführung zwischen 2 und 10 betragen). Die Matrix des Tests der Windkraftanlage ist in Tabelle 001 zu sehen.

Für die Tests mit gleich bleibender Windgeschwindigkeit wurde der Windkanal für die gesamte Dauer der Experimente unter den beschriebenen Bedingungen gehalten. Die Turbine wurde durch einen Elektromotor angetrieben, elektronisch überwacht und auf eine spezifische Geschwindigkeit beschleunigt, die in der Regel bei einer niedrigen Schnelllaufzahl begann. Ein Messwert wurde genommen und die Rotationsgeschwindigkeit der Turbine erhöht, indem die Kontrolleinstellungen verändert wurden. Die Schnelllaufzahl wurde immer mit einer Zuwachsrate von etwa 0,25 erhöht und die Messwerte wurden jeweils genommen, wenn sich die Windgeschwindigkeit stabilisiert hatte. Dieser Prozess wurde fortgesetzt bis die Schnelllaufzahl den „runaway“ erreicht hatte.

Die Experimente bei konstanter Drehgeschwindigkeit wurden durch Kontrolle des Betriebs der Windkraftanlage bei einer konstanten rpm durchgeführt. Für den Windkanal wurden bestimmte Betriebsbedingungen eingestellt, die in der Regel bei einer niedrigen

Geschwindigkeit beginnen, und es wurde ihm erlaubt, sich zu stabilisieren. Ein Messwert wurde genommen, als sich die Anlage stabilisiert hatte. Die Windgeschwindigkeit in der Anlage wurde bis zum nächsten Messpunkt erhöht und es wurde ihm erlaubt, sich beim nächsten Messpunkt zu stabilisieren. Dieser Prozess wurde mit der Zuwachsrate der Schnelllaufzahl von 0.25 fortgesetzt.

TABLE I
Darrrius Rotor Tests in the Vought Systems Division
Low Speed Wind Tunnel

Run No.	Configuration Number	No. of Blades	Solidity (%)	Rotor Speed (rpm)	Wind Velocity (m/s)	Chord (cm)	Chord Reynolds Number
1	1	3	30	180	Variable	8.815	104,000
2	1	3	30	267	Variable	8.815	150,000
3	1	3	30	500	Variable	8.815	290,000
5	1	3	30	Variable	11	8.815	Variable
6	1	3	30	Variable	9	8.815	Variable
7	2	3	25	216	Variable	7.346	101,000
8	2	3	25	320	Variable	7.346	151,000
9	2	3	25	600	Variable	7.346	278,000
10	2	3	25	Variable	11	7.346	Variable
11	2	3	25	Variable	9	7.346	Variable
13	3	3	20	270	Variable	5.877	101,000
14	3	3	20	400	Variable	5.877	154,000
15	3	3	20	525	Variable	5.877	200,000
16	3	3	20	Variable	9	5.877	Variable
17	3	3	20	Variable	7	5.877	Variable
18	4	2	20	180	Variable	8.815	106,000
19	4	2	20	267	Variable	8.815	156,000
20	4	2	20	350	Variable	8.815	204,000
21	4	2	20	500	Variable	8.815	290,000
22	4	2	20	Variable	9	8.815	Variable
23	4	2	20	Variable	11	8.815	Variable
24	5	2	13	Variable	7	5.877	104,000
25	5	2	13	270	Variable	5.877	155,000
26	5	2	13	400	Variable	5.877	200,000
27	5	2	13	525	Variable	5.877	Variable
28	5	2	13	Variable	9	5.877	Variable

$$A_s = 2,5944 \text{ m}^2$$

$$R = 0,9798 \text{ m}$$

Tabelle 001: Test für Darrius Rotor mit entsprechenden Parameter, Quelle: [5]

4.5 Testergebnis

Die Leistungsmerkmale fünf verschiedener Turbinflügelkonfigurationen wurden sowohl bei konstanter Drehgeschwindigkeit der Turbinen als auch bei konstanter Windgeschwindigkeit im Windkanal ausgewertet. Die detaillierte Testmatrix ist in Tabelle 001 dargestellt. Der Bedeckungsgrad, der im Verhältnis von der Oberfläche der Flügel zur der gesamten von den Flügeln während der Drehung bedeckten Oberfläche besteht, war die primäre Variable, die von einer Konfiguration zur nächsten geändert wurde. Die Änderung dieses Bedeckungsgrads wurde durch eine Änderung des Sehne des Flügels oder der Anzahl der Flügel. Das „swept area“ und das NACA-Profil (NACA 0012) bleiben unter allen Bedingungen fixiert. Jede Konfiguration wurde mit einer Reihe von Schnelllaufzahlen und Reynolds-Zahlen getestet. Das gewählte Format für die Darstellung der Leistungsdaten war Leistungskoeffizient als eine Funktion der Schnelllaufzahl für verschiedene Reynolds-Zahlen und Bedeckungsgrade.

Abbildung 008-012 zeigen die Daten der Leistungskoeffizienten für jede der fünf getesteten Konfigurationen mit konstanter Reynoldszahl. Der maximale Wert des Leistungskoeffizienten ist in allen getesteten Situationen ungefähr gleich 0,35. Wie zu erwarten war, nahm der Leistungskoeffizient mit steigender Reynoldszahl bei allen getesteten Schnelllaufzahlen und Konfigurationen zu. Die Schnelllaufzahl für Null-Energie (Runaway-Bedingung) stieg zusammen mit steigender Reynoldszahl.

Der Effekt auf den Bedeckungsgrad des Leistungskoeffizienten ist auf Abbildung 013 und 014 zu sehen, ebenso der auf die Reynoldszahlen von etwa $1,5 \cdot 10^5$ und $2,0 \cdot 10^5$. Alle fünf Konfigurationen wurden bei $Rec=1,5 \cdot 10^5$ getestet, aber nur zwei bei $Rec=2,0 \cdot 10^5$. Der bemerkenswerteste Einfluss auf den Bedeckungsgrad ist, dass die Runaway-Bedingung der Schnelllaufzahl steigt bei abnehmendem Bedeckungsgrad. Für eine synchrone Anwendung impliziert dies, dass Energie über eine größere Variation der Windgeschwindigkeit für eine gegebene Drehgeschwindigkeit der Turbine produziert werden kann. Die Schnelllaufzahl, bei der der Leistungskoeffizient das Maximum erreicht, steigt bei abnehmendem Bedeckungsgrad. Wenn eine Maximierung des Leistungskoeffizienten gewünscht ist, sollte

ein Bedeckungsgrad im Bereich von 0,2 bis 0,25 gewählt werden.

Das theoretische Modell der Leistung der Turbine entwickelt von Strickland legt den Schluss nahe, dass der einzige Einfluss, den die Anzahl der Flügel hat, ist der Effekt auf den Bedeckungsgrad ($u = NcL/As$). Es ist offensichtlich, dass ein Flügel im Abwind nicht das gleiche Induktionsgeschwindigkeitsfeld erreicht, als wenn im Aufwind, und dass der Effekt der Interferenz wohl eine Funktion der Anzahl der Flügel sein sollte. Um das Ausmaß dieses Effektes festzustellen, wurden der Bedeckungsgrad und die Reynoldszahl festgesetzt und die Zahl der Flügel variiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden in Abbildung 015 und 016 dargestellt für Reynoldszahlen von etwa $1,5 \cdot 10^5$ und $2,0 \cdot 10^5$. Es scheint so, dass die dreiblättrige Konfiguration leicht besser ist als die zweiblättrige.

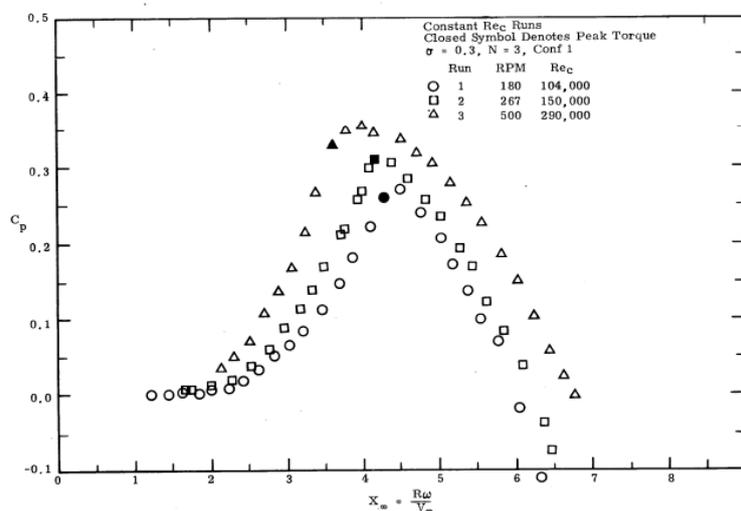


Abb 008: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,3 Re =konstant, Quelle: [5]

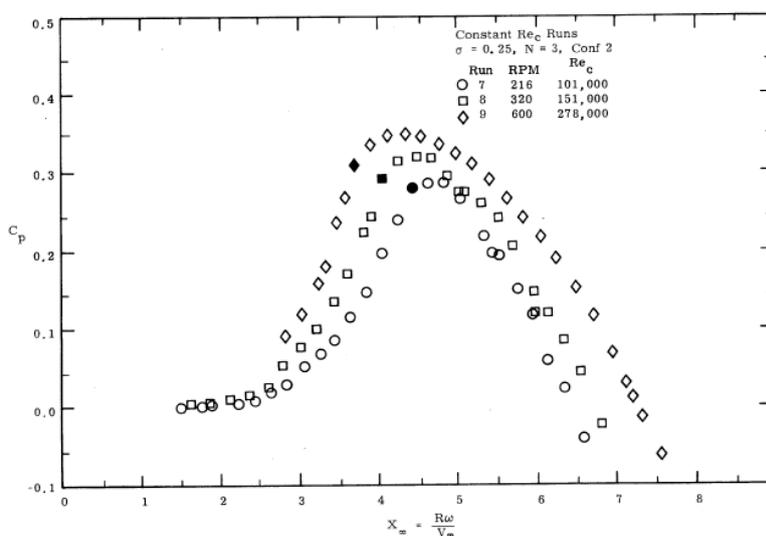


Abb 009: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,25 Re =konstant, Quelle: [5]

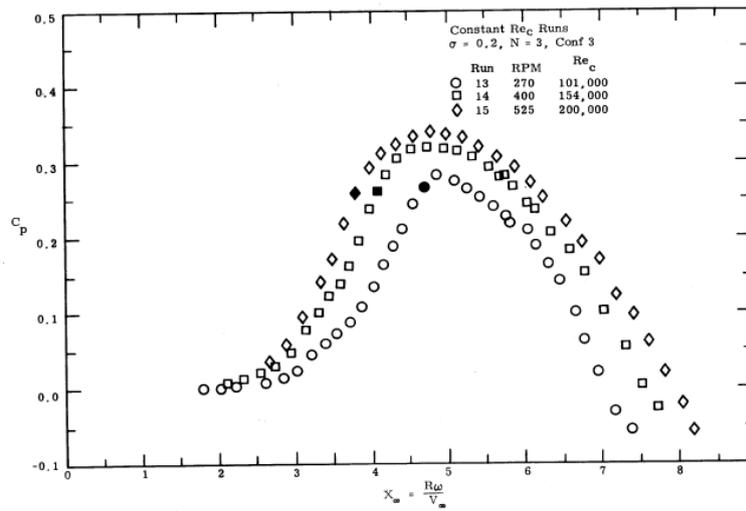


Abb 010: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,2 Re =konstant $N=3$, Quelle: [5]

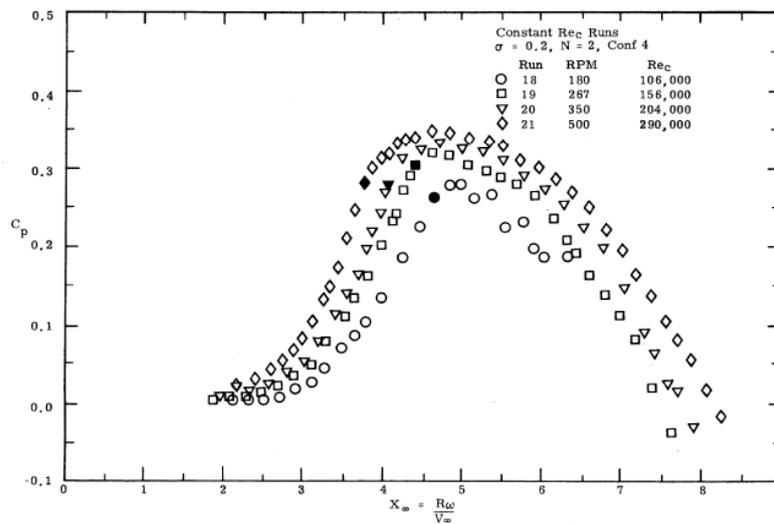


Abb 011: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,2 Re =konstant $N=2$, Quelle: [5]

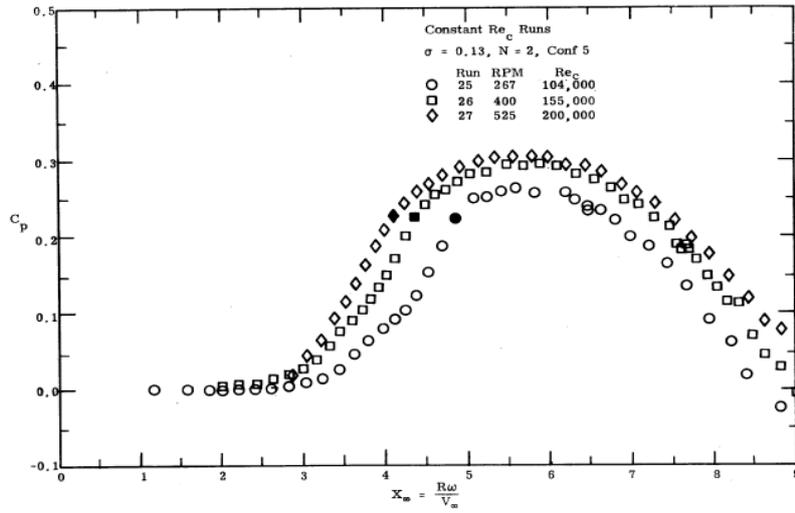


Abb 012: Leistungskoeffizient. Bedeckungsgrad=0,13 Re_c =konstant, Quelle: [5]

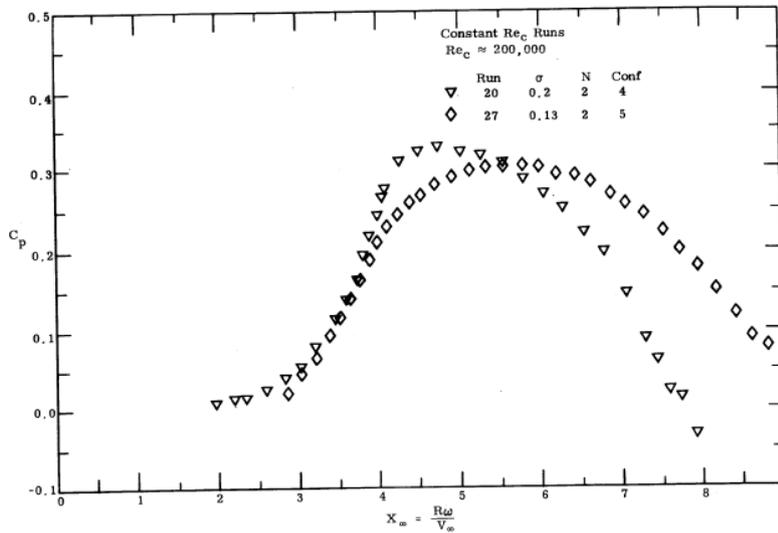


Abb 013: Effekt vom Bedeckungsgrad. $Re_c=150,000$, Quelle: [5]

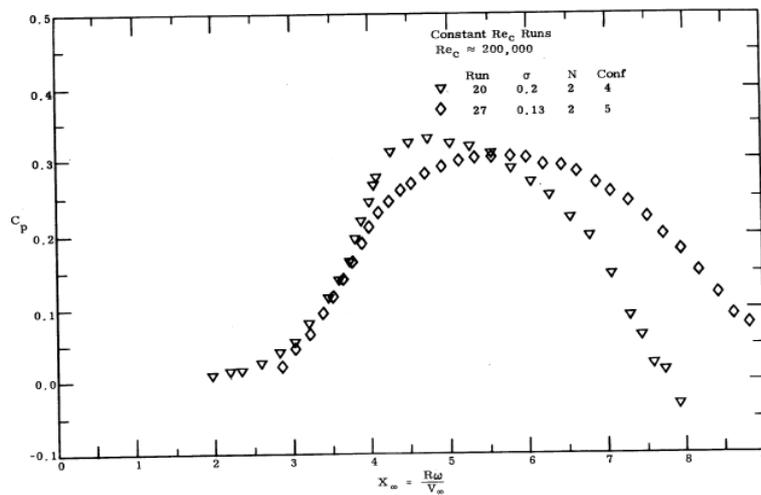


Abb 014: Effekt vom Bedeckungsgrad. $Re_c=200,000$, Quelle: [5]

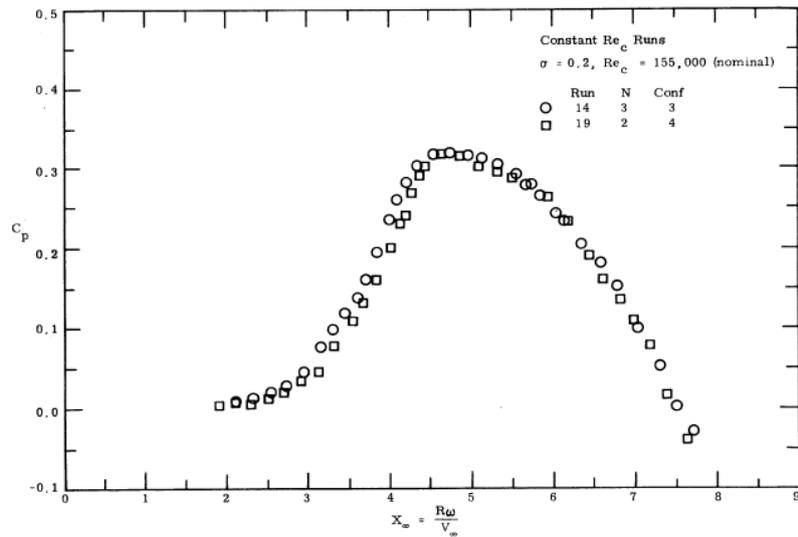


Abb 015: Effekt von der Anzahl der Flügel. Bedeckungsgrad=0,2 $Re_c=155,000$, Quelle: [5]

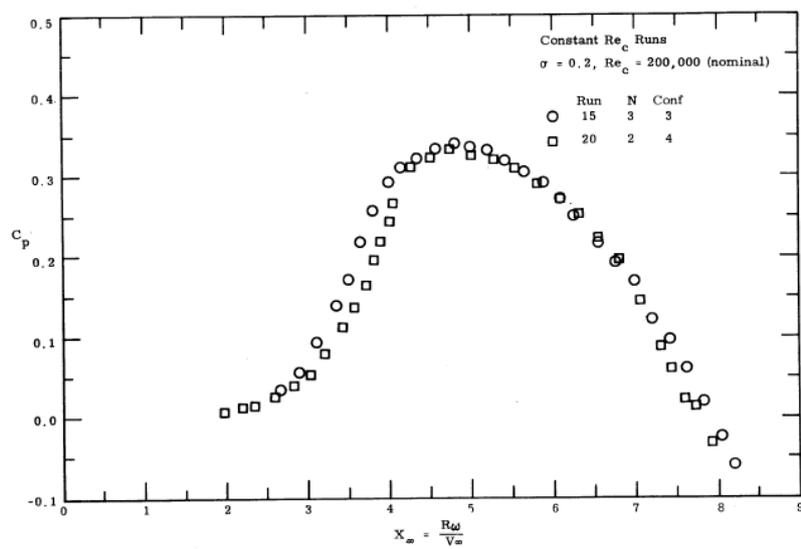


Abb 016: Effekt von der Anzahl der Flügel. Bedeckungsgrad=0,2 $Re_c=200,000$, Quelle: [5]

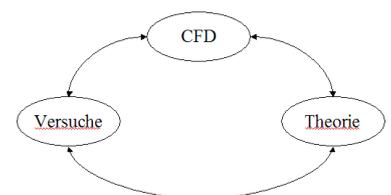
5 Theoretische Unterstützung

In diesem Kapitel soll ein Überblick über das Verfahren der numerischen Strömungssimulation, genannt Computational Fluid Dynamics (CFD), die Schwerpunkte der Simulation und auch theoretische Erkenntnisse gegeben werden. Ziel ist es, die wichtigsten Schritte der numerischen Strömungssimulation anstelle des Experiments herauszustellen und die angewendeten Verfahren, wie die Finite-Volumen-Methode (FVM) und die Diskretisierung der Differentialgleichungen zu beschreiben. Die folgenden Kapitel sind eine Zusammenfassung der Literatur [16] [17] [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] und [30].

5.1 Numerische Strömungsmechanik.(CFD)

Die numerische Strömungsmechanik (englisch: computational fluid dynamics, CFD) ist eine etablierte Methode der Strömungsmechanik. Sie hat das Ziel, strömungsmechanische Probleme approximativ mit numerischen Methoden zu lösen. Die benutzten Modellgleichungen sind meist die Navier-Stokes-Gleichungen, die Euler-Gleichungen oder die Potentialgleichungen. Die Motivation hierzu ist, dass wichtige Probleme wie die Berechnung des Widerstandsbeiwerts sehr schnell zu nichtlinearen Problemen führen, die nur in Spezialfällen exakt lösbar sind. Die numerische Strömungsmechanik bietet dann eine kostengünstige Alternative zu Windkanal-Versuchen.

Eine Vielzahl komplexer dynamischer Strömungsfelder kann neben Experimenten in Versuchsanlagen und der Theorie der Strömungen durch zunehmende Rechnerleistung bestimmt werden. Während es bei der Durchführung von Versuchen nur möglich ist, wenige punktuelle Messungen durchzuführen, gelangt man durch theoretische Überlegungen auch nur zu wenigen analytischen Lösungen.



Die effiziente Lösung von strömungsmechanischen Problemen kann erfahrungsgemäß nur durch Kombination dieser Methoden erfolgen.

5.1.1 Generelles Vorgehen von CFD

Jede numerische Strömungssimulation hat ein Schema zur Vorgehensweise als Grundlage.

Eine CFD-Analyse kann in drei Unterpunkte aufgliedert werden:

- ✧ Pre-Processing:
 - Idealisierung/Modellierung des Strömungsvorgangs
 - Näherung durch numerische Approximationen
 - Aufteilung des Strömungsgebiets in endlich grosse Zellen mit bestimmten Zustandsgrößen un einer Zelle
 - Diskretisierung der Differentialgleichungen
 - Vorgabe von geeigneten Rand- und Anfangsbedingungen
- ✧ Solver: Lösen des Gleichungssystems
- ✧ Post-Processing:
 - Überprüfung der Lösung auf Plausibilität
 - Auswertung der Ergebnisse

Strömungsmechanik basiert auf drei Erhaltungsprinzipien.

1. Massenerhaltung
2. Impulserhaltung
3. Energieerhaltung

Des Kern der Auflösung der numerischen Problemen ist es, mittels der Verwendung der Erhaltungs- und Zustandsgleichungen als Hilfsmitteln, die Paramter wie u Geschwindigkeit $[m/s]$, T Temperatur $[K]$, ρ Dicht $[kg/m^3]$, η Viskosität $[Pa \cdot S]$ und p Druck $[Pa]$ während der Bewegung und der Veränderung der Zeit zu bestimmen.

5.1.2 Massenerhaltung

In einer quell-/senkenfreien Strömung ändert sich die Masse in einem abgeschlossenem Fluidelement nicht.

$$m = \int_{V(t)} \rho dV = \text{const} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV = 0 \quad (01)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V(t+\Delta t)} \rho(t + \Delta t) dV - \int_{V(t)} \rho(t) dV \right] \quad (02)$$

Hierin sind:

m die Massen des Fluidelements

ρ die Dichte des Fluidelements

V die Volume des Fluideleme

Veränderung der Gleichung durch die Taylorentwicklung

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV = \int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V(\Delta t)} (\rho(t) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t) dV \right] \quad (03)$$

Taylorentwicklung: $\rho(t + \Delta t) = \rho(t) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t^2)$, wobei $O(\Delta t^2)$ die Summe der Taylor-Reihe von der 2-ten Abteilung bis zur n-ten Abteilung ist.

Hier ist dV das in der Zeit Δt über dS geströmte Volumen.

$$dV = u_n \cdot dS \cdot \Delta t \quad (04)$$

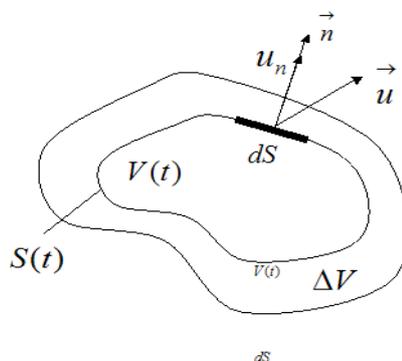


Abb 017: Die Veränderung der geströmten Volumen, Quelle: [16]

Durch das Verhältnis zwischen dV und dS erhält man folgende Gleichung:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{V(\Delta t)} \left(\rho(t) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t \right) dV \right] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S(\Delta t)} \left(\rho(t) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t \right) (\vec{u} \cdot \vec{n}) \Delta t dS \right] \quad (05)$$

wobei \vec{n} der senkrechte Vektor zu dS und \vec{u} die Geschwindigkeit in drei Richtungen der

Strömung ist bzw
$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}.$$

Deswegen wird die Massenerhaltungsgleichung zum Schluss wie folgt umformt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV = \int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S(t)} \rho(t) (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (06)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV = \int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) dV = 0 \quad (07)$$

Die nachstehende Gleichung stellt den Übergang zur Kontinuitätsgleichung in Differentialform dar:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0 \quad (08)$$

wobei ∇ Nabla Operator ist.
$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \quad (09)$$

Mit den Substantiellen Abteilung $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ wird die Kontinuitätsgleichung in

folgender Form dargestellt:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \nabla \rho + \rho \nabla \vec{u} = \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \vec{u} \quad (10)$$

5.1.3 Impulserhaltung

Die zeitliche Änderung des Impulses eines abgegrenzten Fluidelements ist gleich der Summe der am Element angreifenden äußeren Kräfte.

Impulsänderung am Fluidelement = äußere Kräfte

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho u dV = \sum F \quad (11)$$

Hier sind:

ρu der volumenbezogener Impuls

$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho u dV$ die Impulsänderung am Fluidelement

$\sum F$ die äußeren Kräfte

Die linke Seite der Gleichung wird durch die Taylorentwicklung verändert.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho u dV = \int_{V(t)} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} dV + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{\Delta V} (\rho u(t) + \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} \Delta t) dV \right] \quad (12)$$

Taylorentwicklung $\rho u(t + \Delta t) = \rho u(t) + \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t^2)$, wobei $O(\Delta t^2)$ die Summe der

Taylor-Reihe von der 2-ten Abteilung bis zur n-ten Abteilung ist.

Nach dem Verhältnis zwischen dV und dS (s.o.) wird die Gleichung in die folgende Form verändert.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho u dV = \int_{V(t)} \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho uu) \right] dV \quad (13)$$

wobei, uu Dyadisches Produkt ist. $uu = \begin{bmatrix} u^2 & uv & uw \\ vu & v^2 & vw \\ wu & wv & w^2 \end{bmatrix}$, mit $u = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$

Die äußeren Kräfte am Fluidelement bestehen aus der Volumenkräften, z.B. Gravitation, sowie den Oberflächenkräften.

Hier sind

F_V die Volumenkräfte

F_S die Oberflächenkräfte

$$F_V = \int_{V(t)} \rho g dV$$

$$F_S = \int_{V(t)} (\nabla \cdot T) dV$$

wobei, T der Spannungstensor ist.

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

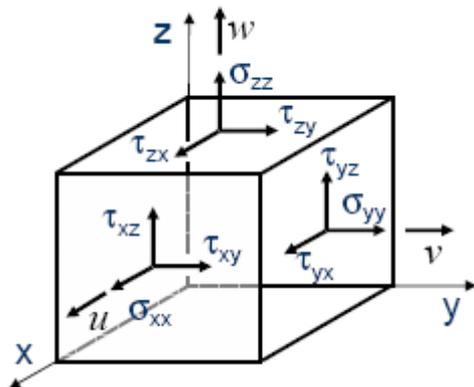


Abb 018: Kontrollvolumen mit Spannungstensor, Quelle: [16]

Hier sind:

σ die Normalspannungen

τ die Schubspannungen

Anschließend führt man die umgeformte linke und die umgeformte rechte Seite der Impulserhaltungsgleichung zusammen.

$$\int_{V(t)} \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u u) \right] dV = \int_{V(t)} \rho g dV + \int_{V(t)} (\nabla \cdot T) dV \quad (14)$$

Impulsänderung am Fluidelement = die Volumenkräfte + die Oberflächenkräfte

Mithilfe der nun erhaltenen Gleichung lassen sich die Navier-Stokes-Gleichungen für die Impulserhaltung errechnen.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u u) = \rho g + \nabla \cdot T \quad (15)$$

Bei Newton'schen Fluiden, z.B. wie Luft, Wasser und Öle, sind die Schubspannung proportional zur Schergeschwindigkeit.

$\tau = \eta \frac{du}{dh} = \eta \dot{\gamma}$, wobei η dynamische Viskosität ist.

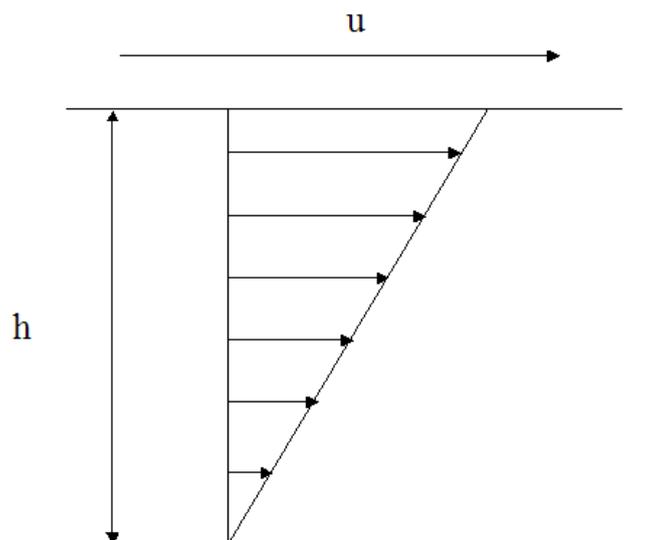


Abb 019: Verhältnis der Schubspannung zur Schergeschwindigkeit

Deswegen verändern sich die Normalspannungen und die Schubspannungen.

Normalspannungen

Schubspannungen

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla u - p & \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \eta \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \\
 \sigma_{yy} &= 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla u - p & \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \eta \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \\
 \sigma_{zz} &= 2\eta \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla u - p & \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \eta \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right]
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$(p = \text{Druck}, \lambda = -2/3\eta)$$

Dann werden die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen für Newton'sche Fluide in folgender Form dargestellt:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} &= \\
 \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \nabla u + 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] & \\
 \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w v)}{\partial z} &= \\
 \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \nabla u + 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] & \\
 \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial z} &= \\
 \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \nabla u + 2\eta \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] &
 \end{aligned} \tag{17}$$

5.1.4 Energieerhaltung

Der Energieerhaltungssatz sagt aus, dass sich die Gesamtenergie eines abgeschlossenen Systems mit der Zeit nicht ändert. Es ist wohl möglich, dass Energie verschiedene Formen annimmt, beispielsweise von Bewegungsenergie in Wärme. Innerhalb eines geschlossenen Systems es ist nicht möglich, Energie zu erzeugen oder zu vernichten. Die Energie ist eine Erhaltungsgröße. Die Gesamtenergie in einem abgeschlossenen System bleibt konstant.

Die zeitliche Änderung der Gesamtenergie im Volumen besteht aus der Energieströmung, der Wärmeleitung, der Arbeit pro Zeit durch die Oberflächenkräfte, der Arbeit pro Zeit durch Volumenkräfte und der externen Energie.

Dieses Phänomen kann wie folgt dargestellt werden:

Zeitliche Änderung: $\frac{\partial(\rho(e + u^2/2))}{\partial t}$, wobei e und $u^2/2$ jeweils innere und kinetische

Energie sind.

$$\text{Energieströmung: } -\partial \left[\rho u \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right] / \partial x - \partial \left[\rho v \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right] / \partial y - \partial \left[\rho w \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right] / \partial z \quad (18)$$

Wärmeleitung: $\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right]$, wobei T die Temperatur ist.

$$\text{Arbeit pro Zeit durch die Oberflächenkräfte: } \begin{cases} \frac{\partial(\sigma_{xx}u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy}v)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xz}w)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_{yy}v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz}w)}{\partial y} \\ \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau_{zy}v)}{\partial z} + \frac{\partial(\sigma_{zz}w)}{\partial z} \end{cases}$$

Arbeit pro Zeit durch Volumenkräfte: $f_v \cdot u$, wobei f_v die Volumenkräfte sind externe

Energie: \dot{E}_Q . In Vektorschreibweise wird die gesamte Gleichung der Energieerhaltung in die folgende Form dargestellt.

$$\frac{\partial(\rho(e + u^2/2))}{\partial t} + \nabla(\rho(e + u^2/2)u) = \nabla(\lambda \nabla T) + \nabla(Tu) + f_v u + \dot{E}_Q \quad (19)$$

5.2 Laminare und turbulente Strömung

In Bezug auf das Auftreten von Wirbeln unterscheidet man zwischen laminarer Strömung(ohne Wirbeln) und turbulenter Strömung(mit Wirbeln).

Die laminare Strömung ist die Bewegung von Flüssigkeiten und Gasen, bei der keine Turbulenzen (Verwirbelungen/Querströmungen) auftreten. Das Fluid strömt in Schichten, die sich nicht vermischen. In diesem Fall handelt es sich (bei konstanter Strömungsgeschwindigkeit) meistens um eine stationäre Strömung.

Die turbulente Strömung ist die Bewegung von Flüssigkeiten und Gasen, bei der Verwirbelungen auf allen Größenskalen auftreten. Diese Strömungsform ist gekennzeichnet durch meist dreidimensionale, scheinbar zufällige, instationäre Bewegungen der Fluidteilchen.

Zur Darstellung des Unterschiedes zwischen laminarer Strömung und turbulenter Strömung hat der Physiker Osborne Reynolds im Jahr 1883 einen Färbeversuch einer Wasserströmung in einer Rohrleitung vorgenommen und festgestellt, dass sich die Verwirbelung in der Rohrleitung erst ab einer bestimmten Strömungsgeschwindigkeit einstellt. Als Beurteilungskriterium wird hierzu die Reynolds-Zahl Re angewandt. Diese ist wie folgt definiert:

$$Re = \frac{v \cdot l}{\gamma} = \frac{v \cdot l \cdot \rho}{\mu} \quad (20)$$

wobei v der Betrag einer charakteristischen Strömungsgeschwindigkeit, l eine charakteristische Länge sowie γ die kinematische Viskosität bzw. μ (oder auch η) die dynamische Viskosität und ρ die Dichte des strömenden Fluids ist.

Die Reynoldszahl gibt das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften wieder. Bei Reynoldszahlen $Re < 1$ handelt es sich um reibungsdominierte, schleichende Strömungen, die bei nichtlinearen Trägheitsterme vernachlässigt werden können. Ist die Reynoldszahl $Re \gg 1$, so dominiert die Trägheit die Strömung, wobei die Reibung sich auf die Grenzschichtbereiche beschränkt, die im Allgemeinen turbulent ist. Die kritische Reynoldszahl Re_c bestimmt den Bereich des Übergangs von laminarer zu turbulenter Strömung. Als laminar kann die

Strömung angenommen werden, wenn $Re_c < 3 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5$ und als turbulent, wenn $Re_c \geq 3 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5$ ist und es sich um umströmte Körper (Außenströmung) handelt.

5.3 Turbulenzmodell

In fast allen technischen Anwendungen zeigen die Strömungen turbulentes Verhalten, bei denen es durch instationäre, makroskopische Schwankungsbewegungen längs und quer zur Strömungsrichtung zu intensiven Durchmischungen in großen räumlichen sowie zeitlichen Bereichen kommt. Die turbulente Strömung ist nur in ihren Mittelwerten stabil. Ihre unregelmäßigen Schwankungswerte verursachen die charakteristische höhere Reibung durch starken Impulsaustausch gegenüber der laminaren Strömung. Um turbulente Strömungen zu beschreiben, unterteilt man die Eigenschaftskomponenten wie die Geschwindigkeit und den Druck in einen gemittelten Term, der von einer statistischen Störbewegung überlagert wird. Man bezeichnet diese Zerlegung auch als Reynoldsche Zerlegung:

$$u(x, y, z, t) = \overline{u(x, y, z)} + u'(x, y, z, t) \quad (21)$$

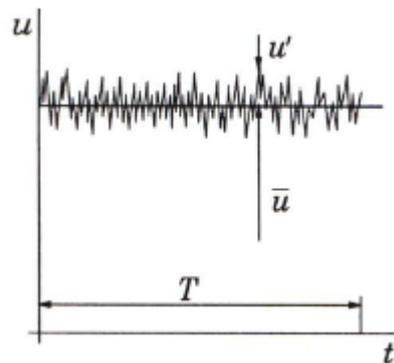


Abb 020: Zeitliche Veränderung der Geschwindigkeit der turbulenten Strömung, Quelle: [16]

Der Turbulenzgrad der Strömung lässt sich aus den instationären Anteilen der Geschwindigkeit berechnen.

$$T_u = \frac{1}{U} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2 \right)} \quad (22)$$

Turbulenzgrade technischer Strömungen liegen in der Regel zwischen 1 % und 10 %, in Sonderfällen bis 40%. Unter Verwendung feinmaschiger Siebe und Düsen gelingt es, Windkanäle bei extrem niedrigen T_u -Werten von 0,02 % zu betreiben. Für Grenzschichtströmungen ist $T_u \approx 10\%$ und für Strömungen im Nachlauf ist $T_u > 10\%$.

Bei der gemittelten Größe $\bar{u}(x, y, z, t)$ handelt es sich um den Ensemble-Mittelwert. Setzt man diese Zerlegung in die Konti- und Navier-Stokes-Gleichungen ein, so erhält man die Reynolds-Averaged-Navier-Stokes (RANS) Gleichungen, die allerdings die Reynoldsspannungen als zusätzliche Unbekannte enthalten, mit deren Hilfe man aber turbulente Strömungen beschreiben kann.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (\rho, \eta = \text{const}) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \eta (\nabla^2 \bar{u}) \\ \rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \eta (\nabla^2 \bar{v}) \\ \rho \left[\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \eta (\nabla^2 \bar{w}) \end{aligned} \quad (24)$$

wobei, die Reynoldsspannung $\overline{\rho u' u'} = \rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u' v'} & \overline{u' w'} \\ \overline{u' v'} & \overline{v'^2} & \overline{v' w'} \\ \overline{u' w'} & \overline{v' w'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix}$ mit sechs Unbekannten ist.

Man hat nun mehr Unbekannte als Gleichungen und benötigt deswegen Schließungsansätze, um das System zu lösen. Unterschiedliche Schließungsansätze führen zu verschiedenen Turbulenzmodellen.

Nullgleichungsmodelle enthalten keine zusätzlichen Transportgleichungen, sondern nutzen

algebraische Beziehungen (Beispiel: Prandtl'scher Mischungsweg)

Eingleichungsmodelle enthalten eine zusätzliche Transportgleichung (Transportgleichung) für eine Turbulenzgröße (Beispiel: Ansatz nach Spalart-Allmaras)

Zweigleichungsmodelle enthalten zwei zusätzliche Transportgleichungen für zwei Turbulenzgrößen (Beispiel: $k - \varepsilon$ -Modelle und $k - \omega$ -Modelle, SST-Modell)

Neben den Reynolds-Averaged-Navier-Stokes (RANS) Gleichungen gibt es heutzutage noch zwei hauptsächliche Integralansätzen.

Anstelle der zeitlichen Mittelung benutzt man bei der Large Eddy Simulation (LES) eine zeitliche und räumliche Tiefpassfilterung. Dadurch können die großskaligen Phänomene transient simuliert werden, während der Beitrag der kleinskaligen Phänomene weiterhin modelliert werden muss.

Die Detached Eddy Simulation (DES) ersetzt den Wandabstand, der als Variable im Spalart-Allmaras-Modell enthalten ist, in wandfernen Bereichen durch die größte Weite einer Gitterzelle. Durch dieses Vorgehen lässt sich in den wandfernen Bereichen ein LES-ähnliches Verhalten der Rechnung erreichen.

5.4 Spalart-Allmaras-Modell

Das Spalart-Allmaras-Modell ist ein relativ einfaches Eingleichungsmodell, das eine Transportgleichung für kinetische Wirbelviskosität (turbulent) löst. Das Spalart-Allmaras-Modell wurde speziell für eine Anwendung in der Raumfahrt entworfen einschließlich wandgebundener Flows und hat gute Ergebnisse für Grenzschichten geliefert.

In ihrer ursprünglichen Form ist das Spalart-Allmaras-Modell eigentlich ein Niedrig-Reynolds-Zahl-Modell, das ein Lösen des von Viskosität beeinflussten Bereichs der Grenzschicht verlangt. Im Programm FLUENT wurde das Spalart-Allmaras-Modell verwendet, um eine Wandfunktion zu verwenden, wenn die Mesh-Ergebnisse nicht voll zufrieden stellend

waren. Dies führt dazu, dass grobe Simulationen von ungenauen Mesh-Ergebnissen an den Stellen die beste Wahl wären, wo genau genaue Berechnungen der turbulenten Strömungen unproblematisch sind.

Die Transportgleichung für das Spalart-Allmaras Modell wird zur Bestimmung von ν_t benutzt. ν ist molekulare kinematische Viskosität. Hier wird eine Hilfsgrösse $\tilde{\nu}$ in diese Transportgleichung eingeführt, die außer in Wandnähe identisch mit ν_t ist.

Die Transportgleichung ist:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_{\tilde{\nu}} + S_{\tilde{\nu}} \quad (25)$$

wobei $Y_{\tilde{\nu}}$ und $S_{\tilde{\nu}}$ Turbulenzdestruktion und die Turbulenzproduktion beschreiben.

μ ist die molekulare dynamische Viskosität.

C_{b2} und $\sigma_{\tilde{\nu}}$ haben konstant einen Wert von jeweils 0.622 und 2/3.

In dieser Transportgleichung wird die turbulente kinetische Energie k nicht berechnet.

5.5 Grenzschicht

Ein Sondergebiet der Strömungsmechanik ist die Grenzschichttheorie, die mit dem Effekt der Flüssigkeitsbewegung bei Reibung bzw. der Viskosität zu tun hat. Die Strömung in der Umgebung eines Körpers wird in zwei Gebiete aufteilt

1. in eine Außenströmung, in der man die Reibung vernachlässigen kann
2. in eine dünne Schicht in der Nähe des Körpers, die „Grenzschicht“ genannt wird, in der die Reibung eine wesentliche Rolle spielt.

Grenzschichten sind zu Beginn meist laminar, schlagen dann aber in eine turbulente Grenzschicht um. Der Übergang der Umwandlung hängt von der Reynoldszahl ab.

$Re_c < 3 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5$ laminar

$Re_c \geq 3 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5$ turbulent

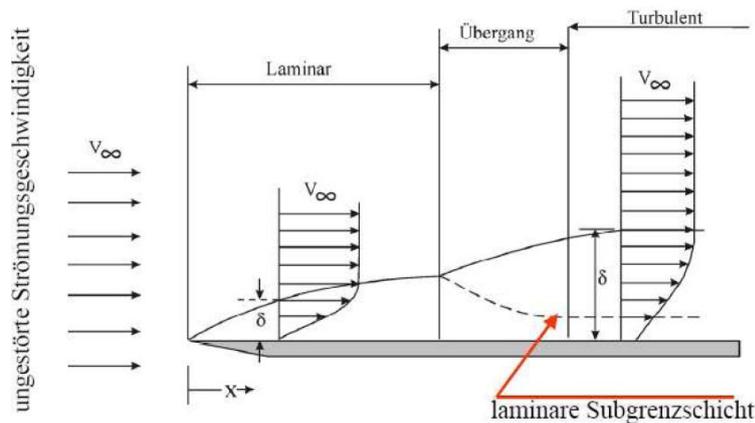


Abb 021: Die Grenzschicht bei laminaren und turbulenten Strömungen, Quelle: [16]

Die Grenzschicht ist für kleine Reynolds-Zahl laminar. Alle Teile der Grenzschicht einer parallelen Strömung sind in der Hauptströmung gleich ausgerichtet. Das Fluid durch Reibung wird an der Wand zum Stillstand gebracht. Je weiter ein Fluidteilchen von der Wand entfernt ist, desto höher wird die Geschwindigkeit. Trotzdem kann die Geschwindigkeit theoretisch nie die Umgebungsgeschwindigkeit der Strömung erreichen. Das Ende der Grenzschicht wird durch das Erreichen von 99% der Umgebungsgeschwindigkeit definiert. Mit Hilfe des Verhältnisses zwischen Umgebungsgeschwindigkeit und Schubspannung kann das Geschwindigkeitsprofil als eine Funktion von der Wand bis zur Grenze der Grenzschicht annähernd dargestellt werden.

Dadurch, dass die Strömung bei hohen Reynoldszahlen turbulent ist, können innerhalb der hydrodynamischen Grenzschicht die Teile der Strömung bis hinab in den molekularen Bereich jede Richtung annehmen. Grundsätzlich besitzt die turbulente Grenzschicht eine größere Dicke als die laminare. Als Abschätzung für die laminare Grenzschichtdicke gilt:

$$\delta_L \approx 5 \sqrt{\frac{\eta x}{\rho U_\infty}} = \frac{5 \cdot x}{\sqrt{\text{Re}_x}} \quad \text{laminar}$$

$$\delta_T \approx \frac{0.37 \cdot x}{\sqrt[5]{\text{Re}_x}} \quad \text{turbulent}$$

Für hohe Reynoldszahlen $\text{Re} > 10^5$ können die Ansatzfunktionen auf Basis des universellen Wandgesetzes in der Nähe der Wand gewählt werden. Mit der Verwendung einer Standard-Wandfunktion ist eine Möglichkeit gegeben, das Strömungsgebiet zu modellieren. Dabei wird ein logarithmisches Wandgesetz benutzt, bei dem die Beziehung zwischen Wandabstand und Geschwindigkeit bekannt ist. Dieses wird auf die Strömung an der ersten Gitterzelle senkrecht zur Wand übertragen.

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\bar{u}(y)}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln \left(y \frac{u_\tau}{\nu} \right) + C = \frac{1}{k} \ln y^+ + C \quad \text{mit } k=0,41 \text{ und } C=5,5 \quad (26)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

hierbei gilt:

$$5 < y^+ < 30 \quad \text{Übergangsbereich}$$

$$y^+ > 30 \quad \text{logarithmischer Bereich}$$

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\bar{u}(y)}{u_\tau} = \frac{y u_\tau}{\nu} = y^+ \quad (27)$$

hierbei gilt:

$$0 < y^+ < 5 \quad \text{viskose Unterschicht}$$

$\bar{u}(y)$: die mittlere Geschwindigkeitskomponente parallel zur Wand als Funktion des Wandabstands y

ν : die kinematische Viskosität

y^+ : der dimensionslose Wandabstand

u_τ : die Schubspannungsgeschwindigkeit:

τ_w : die turbulente Wandschubspannung

Das logarithmische Wandgesetz ist gültig für einen Wandabstand von $30 < y^+ < 300$.

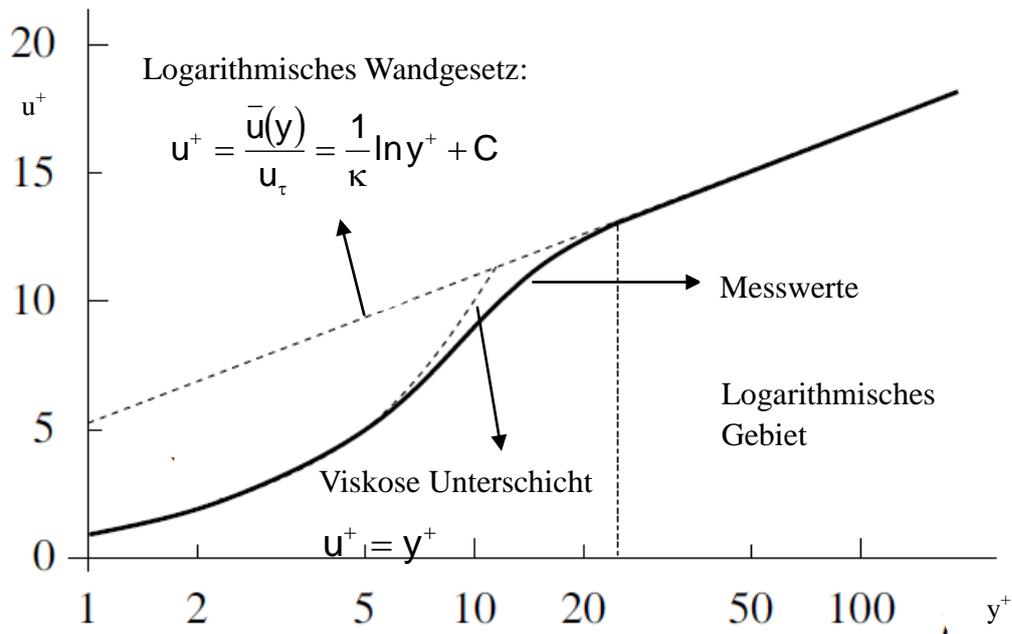


Abb 022: Turbulente Grenzschicht mit dem dimensionslosen Geschwindigkeitsprofil u^+ als Funktion des dimensionslosen Wandabstands y^+ in logarithmischer Darstellung, Quelle: [28]

5.6 Finite Volumen Verfahren

Nach der Analyse des oben beschriebenen mathematischen Modells erfolgt die Anwendung einer numerischen Lösungsmethode zur Generierung des Gitters, um die Terme der Differentialgleichungen in ein System algebraischer Gleichungen zu überführen. Die sich kontinuierlich ändernden Variablen werden so in sich diskret ändernde Variablen in den Gitterpunkten transformiert.

Am weitesten verbreitet und in den meisten CFD-Programmen implementiert, ist die

Finite-Volumen-Methode (FVM). Finite-Volumen-Verfahren (FVV) bilden neben den Finite-Differenzen-Verfahren (FDV) und den Finite-Element-Methoden (FEM) eine weitere Klasse numerischer Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen (PDE), da sie speziell für Gleichungen konstruiert sind, die in Divergenz-Form vorliegen oder Divergenz-Terme enthalten.

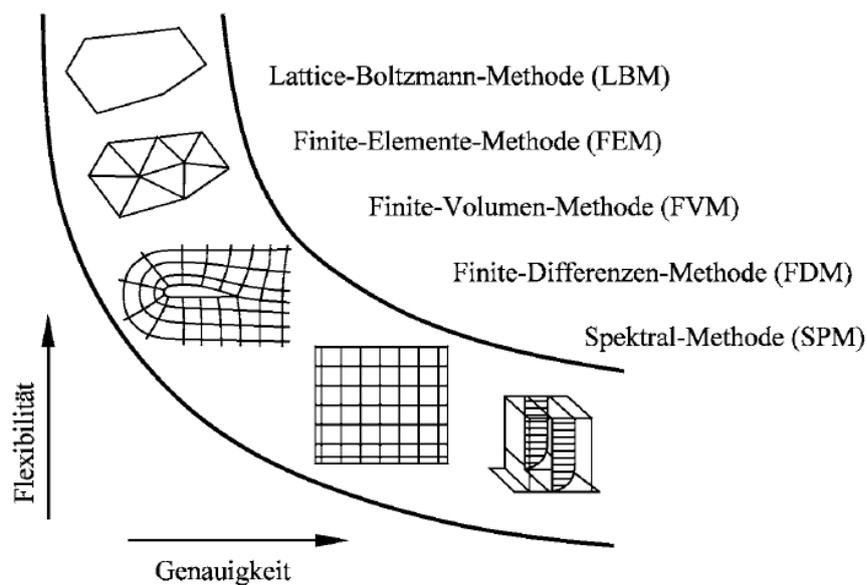


Abb 023: Zusammenfassung der numerischen Lösungsmethoden (Diskretisierungsverfahren) im Hinblick auf Flexibilität und Genauigkeit, Quelle: [16]

Bei der Finite-Volumen-Methode liegt der Berechnungspunkt, in dem die diskreten, unbekannt Transportgrößen berechnet werden, im Schwerpunkt des Kontrollvolumens, welches einer Zelle des Netzes entspricht (Zellmittelpunkt-Schema). Es wird von der integralen Form der Erhaltungsgleichung einer gesuchten Transportgröße ϕ für ein Kontrollvolumen ΔV ausgegangen:

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{\Delta V} \nabla(\rho\phi\vec{u}) dV = \int_{\Delta V} \nabla(\Gamma\nabla\phi) dV + \int_{\Delta V} S_{\phi} dV \quad (28)$$

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} \quad \text{der instationäre Term}$$

$$\nabla(\rho\phi\vec{u}) \quad \text{der konvektive Fluss}$$

$$\nabla(\Gamma\nabla\phi) \quad \text{der diffuse Fluss}$$

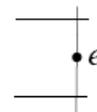
$$S_{\phi} \quad \text{der Quellterm}$$

Volumenintegrale werden durch den Einsatz des Gaußschen Divergenzsatzes zu Flächenintegralen mit den Flüssen der Transportgröße ϕ als unbekannte Größe umgewandelt.

$$\int_{\Delta V} \nabla(\rho\phi\vec{u})dV = \int_{A_{\Delta V}} \rho\phi(\vec{u} \cdot \vec{n})dA \quad \text{Angewendet auf den Konvektionsterm} \quad (29)$$

$$\int_{\Delta V} \nabla(\Gamma\nabla\phi)dV = \int_{A_{\Delta V}} \Gamma(\nabla\phi \cdot \vec{n})dA \quad \text{Angewendet auf den Diffusionsterm} \quad (30)$$

Die Flächenintegrale können näherungsweise durch die Summierung der einzelnen Flächen einer Zelle bekommen werden. Mit der Mittelpunkt-, Trapez- oder Simpson-Regel wird der Fluss der Größe ϕ über die Außenflächen als Funktion der Integrationspunkte approximiert. Die Integrationspunkte liegen mittig auf der Seitenfläche beziehungsweise in den Eckpunkten des Kontrollvolumens, sodass sie ein beziehungsweise drei weitere benachbarte Kontrollvolumen einbeziehen.



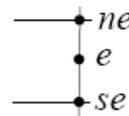
$$Fe = \int_{A_e} f dA = \bar{f}_e A_e \approx f_e A_e \quad (31)$$

(Approximation der Mittelpunktregel)



$$Fe = \int_{A_e} f dA = \frac{A_e}{2} (f_{ne} + f_{se}) \quad (32)$$

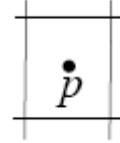
(Approximation der Trapezregel)



$$Fe = \int_{A_e} f dA = \frac{A_e}{6} (f_{ne} + 4f_e + f_{se}) \quad (33)$$

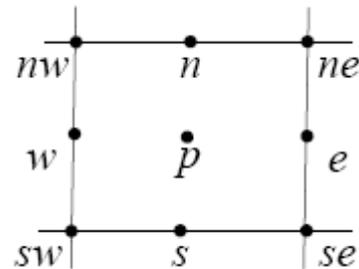
(Approximation der Simpson-regel)

Die Volumenintegrale des Quellterms und des instationären Term können durch die Mittelpunktsregel oder Verfahren höherer Ordnung approximiert werden, wobei der Quellterm häufig linearisiert wird.



$$Q_p = \int_V q dV = \bar{q} \Delta V \approx q_p \Delta V \quad (34)$$

(Approximation von 2.Ordnung der Mittelpunktsregel)



$$Q_p \approx \frac{\Delta x \Delta y}{36} (16q_p + 4q_s + 4q_n + 4q_w + 4q_e + q_{se} + q_{sw} + q_{ne} + q_{nw}) \quad (35)$$

(Approximation von 4.Ordnung der Mittelpunktsregel)

Aus der Approximation der Integrale mit den eingebundenen Randbedingungen ergibt sich ein lineares (bzw. nichtlineares) algebraisches Gleichungssystem. Koeffizienten des Systems enthalten geometrische Größen, Strömungseigenschaften und Lösungsvariablen bei nichtlinearen Gleichungen.

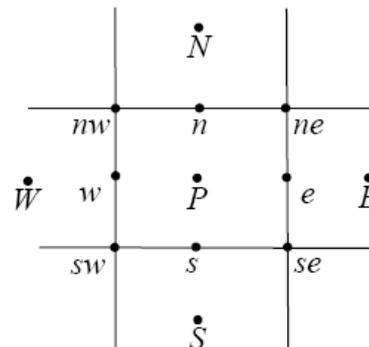
$$A_p \phi_p + \sum_i A_i \phi_i = Q_p \quad (36)$$

Hier sind:

A_i Koeffizienten zu den Punkten: N,S,W,E

ϕ_p Lösungsvariable

Q_p Quellterm



Rechengitter in 2-D

(N=North, S=South, W=West, E=East)

5.7 Verwendete Software

Das Programm GAMBIT wurde benutzt, um das geometrische Modell zu erstellen und zu bearbeiten, wie auch zur Generierung des Netzes. Es enthält eine Benutzeroberfläche, die sehr angenehm und einfach zu bedienen ist und bietet vorgefertigte Objekte sowie Boole'sche Operationen an, die die Geometrieerzeugung unterstützen. Es ist möglich, CAD-Daten in verschiedenen CAD-Formaten, u.a. IGES, zu importieren und sie anschließend beispielsweise als FLUENT Mesh-Datei zu exportieren. In GAMBIT können unterschiedliche Vernetzungsstrategien verwendet werden, sodass man sich verschiedenen Topologien anpassen kann. Ränder können außerdem spezifiziert werden, damit sie anschließend im Programm FLUENT zur Zuordnung der Randbedingungen verwendet werden können. Mit Hilfe von GAMBIT ist es also möglich, einen großen Teil des Pre-Processings zu durchlaufen.

Nach den beschriebenen Prozessen wurde die vernetzte Geometrie in das Programm FLUENT übertragen, welches auf der Finite-Volumen-Methode basiert und der Berechnung von Strömungsproblemen aller Art, wie kompressible, inkompressible, stationäre, instationäre, laminare, turbulente Strömungen auch mit bewegten Gittern sowie Mehrphasenströmungen und freie Oberflächen, dient. Die grafische Oberfläche von FLUENT ermöglicht die Eingabe aller notwendigen Informationen für Randbedingungen, Solver-Einstellungen und zur Lösungskontrolle. Außerdem kann durch dessen Verwendung die Ergebnisdarstellung und Visualisierung durchgeführt werden.

GAMBIT stellt die unterschiedlichen Netzarten zur Verfügung, bei denen man zwischen strukturierten und unstrukturierten Netzen unterscheidet. Strukturierte Netze können aus ein-, zwei- oder dreidimensionalen Elementen bestehen. Die Eckpunkte der Elemente liegen in einer strukturierten Ordnung vor. Unstrukturierte Netze sind durch die nicht konstante Anzahl von Elementen definiert, die an einen Knoten angrenzen. Wesentlicher Vorteil der unstrukturierten Netze ist die Flexibilität der Algorithmen bezüglich der zu vernetzenden Geometrie. Die Steuerung der Elementgröße und lokal benötigte Verfeinerungen sind einfacher und mit einer wesentlich geringeren Elementanzahl zu realisieren. In Tabelle 002 sind die Vor- und Nachteile von strukturierten sowie unstrukturierten Netzen zusammenfassend dargestellt.

	Strukturierte Netze	Unstrukturierte Netze
Vorteile	<ul style="list-style-type: none"> • Einfache Programmierung und Modellierung • Geringer Speicherbedarf • Sehr gut Erhaltungseigenschaften möglich • Effiziente Lösungsverfahren einsetzbar • Gut parallelisierbar 	<ul style="list-style-type: none"> • Hohe Flexibilität und Anpassungsfähigkeit an komplexe Strukturen • Lokale Verfeinerung / Vergrößerung möglich • Einfache Netzgenerierung auch bei komplizierten Geometrien
Nachteile	<ul style="list-style-type: none"> • Aufwändige Generierung bei komplexeren Geometrien • Einsetzbarkeit beschränkt • Lokale Netzverfeinerung wirkt sich auf das komplette Netz aus 	<ul style="list-style-type: none"> • Aufwändige Programmierung und Modellierung • Erhöhter Speicherbedarf • Lösungsverfahren verlieren ggf. an Effizienz • Nicht für jede Strömung geeignet

Tabelle 002: Vor- und Nachteile von strukturierten sowie unstrukturierten Netzen, Quelle: [16]

5.7.1 Sliding Mesh

Bei der instationären Berechnung einer Turbinenstufe werden zwei separate Rechennetze erforderlich. Eines, das den stationären Stator diskretisiert, und eines, das die Bewegung des Rotors ermöglicht. Es kommt somit im Rahmen einer instationären Berechnung einer solchen Problemstellung zu einer Relativbewegung zweier Rechennetze, deren Berührebene als Interface bezeichnet wird.

Im Rahmen der Finite-Volumen-Verfahren gibt es verschiedene numerische Methoden, die jeweiligen Flüsse über das Interface hinweg zu berechnen. Von FLUENT werden hierfür drei unterschiedliche Möglichkeiten angeboten, die das Interfaceproblem verdeutlichen:

- Rotierendes Bezugssystem
- Mischungsebenenmodell
- Sliding Mesh Modell

Das Sliding Mesh Modell ist das hochwertigste Modell der drei genannten. Es ermöglicht eine voll instationäre Simulation. Es werden bei diesem Modell die Flüsse über das Interface hinweg von einem Kontrollvolumen zum anderen berechnet, so dass die Interaktion der beiden benachbarten Fluidzonen voll berücksichtigt wird. Hierfür ist es nicht notwendig, dass die Gitterpunkte der beiden Interfaceseiten für jeden Zeitschritt aufeinander zu liegen kommen, da ein Interpolationsverfahren verwendet wird.

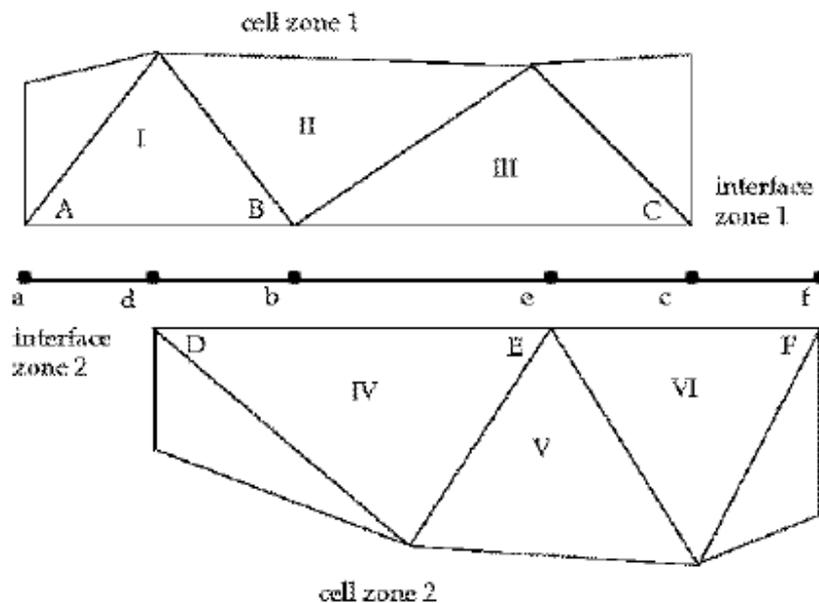


Abb 024: Sliding Mesh Interface aus FLUENT, Quelle: [30]

In Abbildung 024 ist ein Interfaceausschnitt zweier benachbarter Gitter, bestehend aus Tetraedern, dargestellt. Die Interface-Zonen bestehen zum einen aus den Kontrollvolumenrändern (Faces) A-B und B-C und zum anderen aus D-E und E-F. Die Überschneidungen dieser Zonen rufen die Faces a-d, d-b, b-e, etc. hervor. Die Faces, die in dem Gebiet liegen, wo sich die beiden Gitterzonen überschneiden, werden zu einem netzinneren Gebiet zusammengefasst, während die anderen (a-d und c-f) als periodische Zone aufgefasst werden. Um z.B. den Fluss über das Interface in das Kontrollvolumen (KV) IV zu berechnen, wird das Face D-E vernachlässigt. Dafür werden die Faces d-b und b-e verwendet, um die notwendigen Informationen von den KV I und III in das KV IV zu übertragen. Hierbei werden Interpolationsverfahren angewendet. Um die Fehlerquelle eines Interfaces möglichst gering zu halten, sollten bei der Netzgenerierung drei Punkte beachtet werden:

- gleiche Knotenverteilung auf beiden Interfaceseiten
- äquidistante Knotenverteilung entlang des Interfaces
- Verwendung von rechtwinkligen Netzelementen

Da das Sliding Mesh Modell das einzige Modell ist, das die Stator-Rotor Interaktion in Bezug auf die Nachlaufuntersuchung in ausreichendem Masse beschreibt, wurde es für alle durchgeführten instationären Rechnungen eingesetzt.

6 Simulation des Darrieus Rotors

6.1 Idealisierung des Modells

Die Idealisierung des Strömungsgebiets umfasst neben dem Darrieus Rotor noch die Räume außerhalb dessen bzw. die Windkanal. Die passenden numerische Räume für einen Einlass und Auslass sind notwendig, um zu zeigen, wie die Strömungslinie, bzw. die turbulente Strömung durch den Rotor läuft. Nach den vorhandenen Daten des Experimentes wurde das Modell in der folgenden Abbildung dargestellt. Der Bereich zwischen Rotor und Auslass ist besonders wichtig, um mögliche Turbulenzen und deren Wirkung simulieren und auswerten zu können.

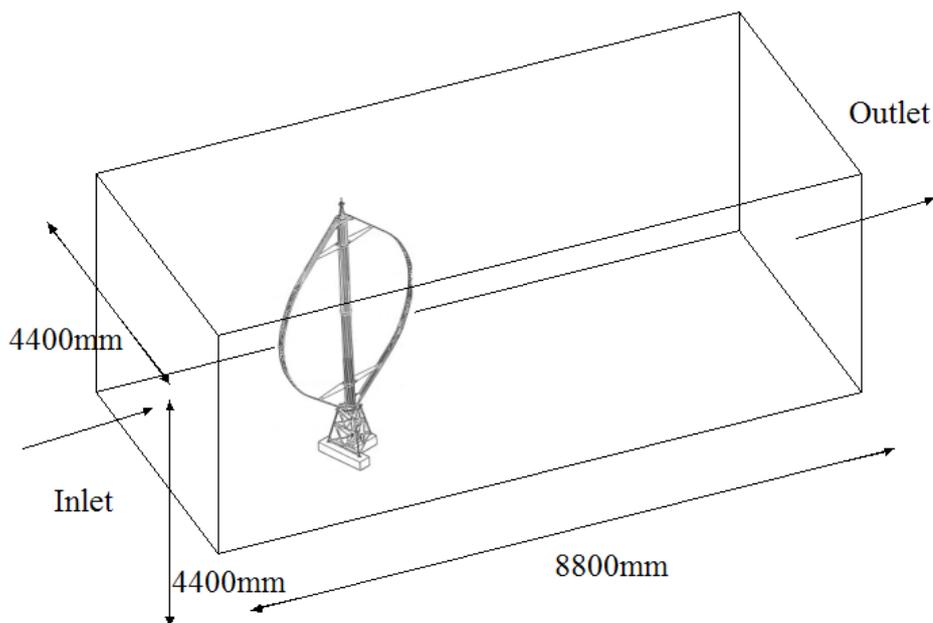


Abb 025: Idealisierung des Strömungsgebiets

6.2 Bestimmung der Parameter

Um den Umfang und die Dauer der Berechnungen der Variablen zu reduzieren, wurden nur acht Rechnungen durchgeführt. Diese wurden für eine konstante Drehgeschwindigkeit von 180rpm und eine variable Windgeschwindigkeit von 11, 5, 4 und 3m/s berechnet. Diese Windgeschwindigkeiten wurden ausgewählt, da sich diese so über die Kurve der Funktion, die das Verhältnis zwischen Schnelllaufzahl und Leistungskoeffizienten ausdrückt, verteilt sind, dass sie einen möglichst repräsentativen Bereich der X-Achse (Schnelllaufzahl) abdecken und sich nicht im Runaway-Bereich befinden. Dies wurde sowohl für 2 Flügel als auch für 3 Flügel bei einer jeweiligen Profilhöhe von 8,815cm und einer nahezu konstanten Reynolds-Zahl der Profilhöhe von 104000 bis 106000 errechnet. Diese Werte sind der folgenden Tabelle aufgeführt.

Nummer	Schnelllaufzahl	Anzahl der Flügel	Drehgesch. (rpm)	Windgesch. (m/s)	Profilhöhe (cm)	Reynolds-Zahl der Profilhöhe
1	1,68	2	180	11	8,815	104000
2	3,69	2	180	5	8,815	104000
3	4,62	2	180	4	8,815	104000
4	6,16	2	180	3	8,815	104000
5	1,68	3	180	11	8,815	106000
6	3,69	3	180	5	8,815	106000
7	4,62	3	180	4	8,815	106000
8	6,16	3	180	3	8,815	106000

$$R = 0.9798m$$

Tabelle 003: Ausgangsdaten der Simulation

Auf der Website „<http://geolab.larc.nasa.gov/APPS/YPlus/>“ [23] ist es möglich, durch Eingabe der Reynoldszahl, der Länge der Profillehne und des dimensionslosen Wandabstandes die Dicke der Zellen, die direkt an der Grenzschicht anliegen, zu berechnen. Als dimensionsloser Wandabstand wird 1 gewählt, um eine viskose Unterschicht ohne Wandfunktion zu erhalten.

INPUT		OUTPUT
Re	0.104 ($\times 10^6$)	ds= 0.0006243 (0.0000158) inches (meters)
Ref. Length	0.08815 meters	
y^+	1	
Calculate		

Abb 026: Beispiel für eine Eingabe der Parameter auf der Website „<http://geolab.larc.nasa.gov/APPS/YPlus/>“

Der Bereich direkt um den Flügel ist besonders wichtig für die Simulation und Berechnung des Verhaltens des Windes. Aus diesem Grund ist die Vernetzung in der Nähe der Grenzschicht am feinsten, d.h. nach außen hin wird diese immer grober. Es werden 12 Zellschichten in unmittelbarer Nähe der Grenzschicht verwendet, deren Dicke nach außen jeweils um den Faktor 1,2 zunimmt.

Das untere Bild zeigt den vernetzten Bereich um den Querschnitt der Vernetzung des Flügels.

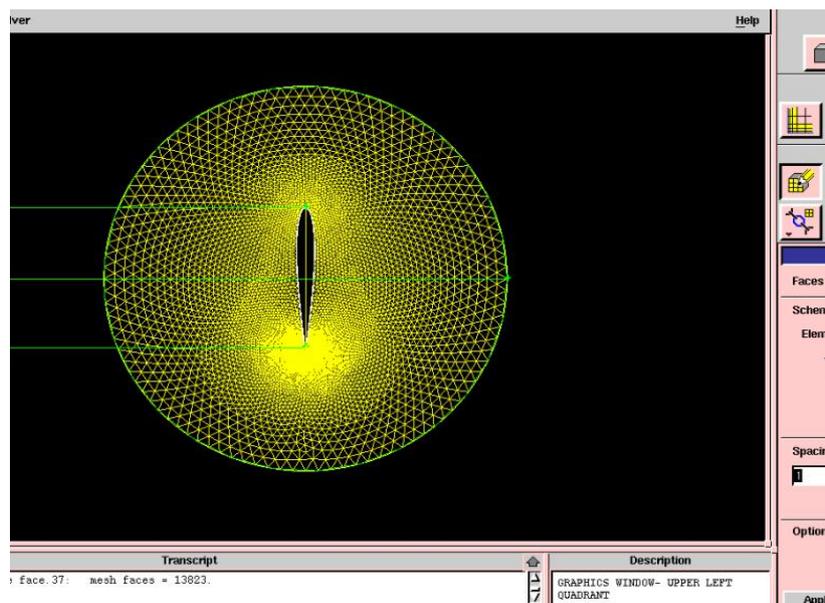


Abb 027: Querschnitt der Vernetzung des Flügels

6.3 Modellierung des Modells

Die Modellerstellung der Darrieus-Windkraftanlage-Basismodelle erfolgte mit der Software „Gambit“. Vorerst wurde der wesentliche Teil sowie das NACA0012 Profil in Catia V5 modelliert und als igs-Datei wieder in Gambit importiert. Anschließend wurde ein Zylinder und der sich darin befindende Darrieus Rotor sowie das Fluid bzw. Luftvolumen getrennt modelliert. Danach wurde das Volumen des Rotors von dem des Zylinders abgezogen und schließlich in Finite Elemente unterteilt bzw. vernetzt. Im Anschluss wurde diese Mesh-Datei exportiert und weiter in Fluent importiert, wobei die entsprechenden Eingabesequenzen der Konfigurationen generiert und jeweilige Berechnung gestartet wurden.

Die Hauptfunktion von Gambit ist die Vernetzung, während die rechnerunterstützte Konstruktion nicht mit diesem Programm vorgenommen werden sollte, weil es sich nur für einfache Konstruktionen und Korrekturen eignet. Für komplizierte Geometrie sollte man am besten andere Software zB. Catia zum Modellieren verwenden.

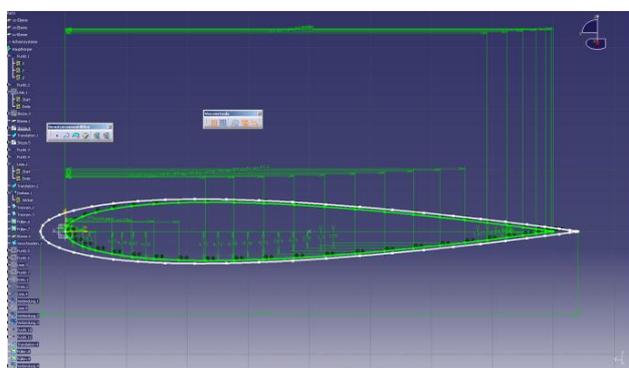


Abb 028: Ein Flügel des NACA0012 im Querschnitt

Hier wurde das NACA0012 Profil aus 50 Punkten[29] (siehe Anhang:NACA0012) als zweidimensionale Zeichnung in Catia V5 erzeugt, die den Querschnitt der Flügel darstellt.

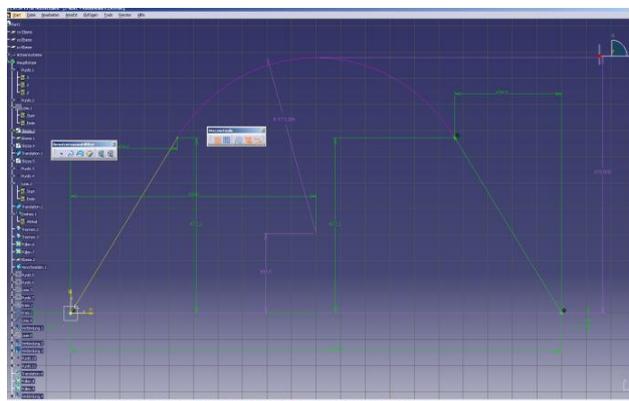


Abb 029: Geometrische Struktur des Darrieus Rotors

Anschliessend wurde nach der Originalstruktur des oben erwähnten Experimentes die Geometrie der Darrieus-Windkraftanlage in einer entsprechenden zweidimensionalen Darstellung in Catia erzeugt.

Zum Schluss wurde der ganze Flügel erstellt, indem der Querschnitt wiederholt an der Kurve der Struktur übereinander gesetzt wurde, und die igs-Datei exportiert.

6.4 Generierung der Vernetzung

Die exportierte igs-Datei wurde wieder als geometrische Basis nach Gambit importiert. Danach wurde der einzelne Flügel mit einem zentralen Zylinder verbunden und beide zusammen als negatives Volumen verwendet, weil die gesamte Geometrie symmetrisch ist. Die gesamte Geometrie der Anlage ergibt sich hinterher aus der Rotation der vorher erstellten Grafik-

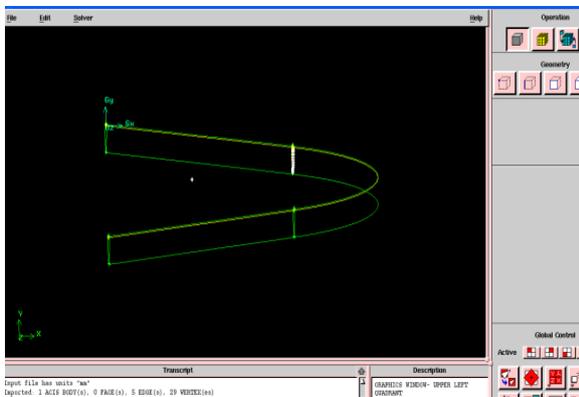


Abb 030: Importierter Flügel

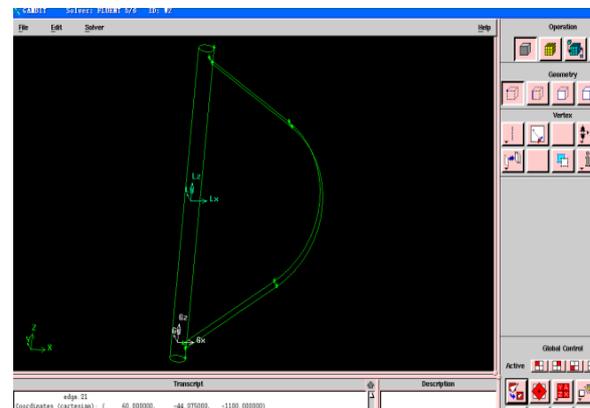


Abb 031: Gesamtes negatives Volumen

Mithilfe unterschiedlicher Funktionen der Software „Gambit“ wurde die gesamte Geometrie des Darrieus-Rotors modelliert, die danach von einem positiven Zylinder abgezogen wurde. Da die Vernetzung direkt an der Grenzschicht des Flügels sehr fein ist, die des Volumens des umgebenden Zylinders jedoch sehr grob, gibt es Schwierigkeiten beide Netze zu verbinden. Deshalb wird das Netz nach außen hin zunehmend gröber.

Unter Verwendung eines zusätzlichen Volumens wurde die Vernetzung der Grenzschicht abgeschlossen, um das feine und das grobe Netz verbinden zu können.

Es ist nicht notwendig, den gesamten Rotor zu betrachten, da die Flügel einerseits am Mast gespiegelt sind, andererseits weil die obere Hälfte des Flügels symmetrisch zur unteren ist. Daher genügt es, ein Viertel des Rotors zu betrachten.

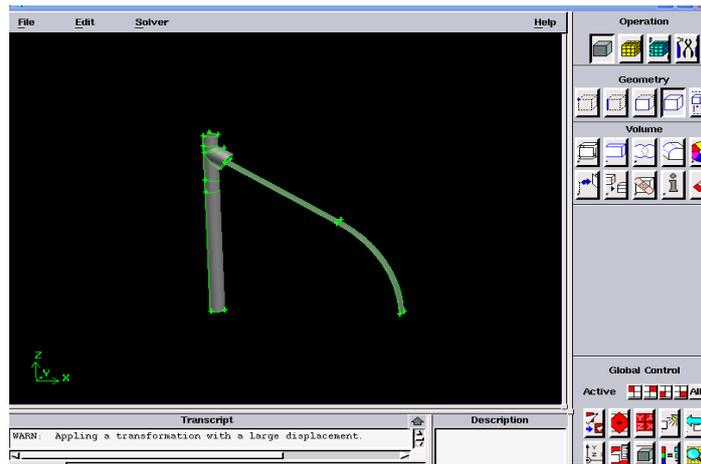


Abb 032: Ein Viertel des Volumens

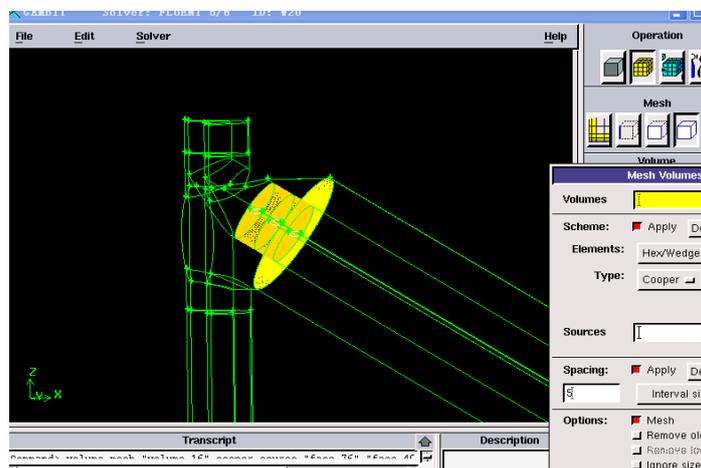


Abb 033: Die Verbindung zwischen der fein vernetzten Fläche und dem zusätzlichen Volumen

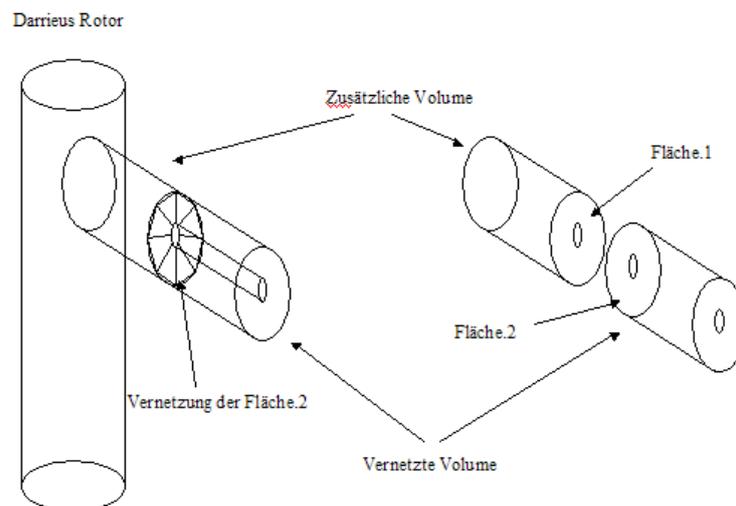


Abb 034: Die Verbindung zwischen der fein vernetzten Fläche und dem zusätzlichen Volumen

Anschließend kann ein Zylinder, der als ein grundlegendes positives Volumen dient, und das Rotor-Volumen wurde abgezogen. Durch die Subtraktion wurde das Gesamtvolumen des Windkanals errechnet. Um eine günstige Vernetzung zu erreichen, wurde der Windkanal in unterschiedliche kleine Volumen aufgeteilt.

Die bereits erstellte zweidimensionale Vernetzung des Profil wurde nun verwendet (siehe hierzu Kapitel „Bestimmung der Parameter“). Auf diesem wurden die wichtigsten Messbereiche, die sich rund um den Flügel befinden, durch die Befehle „Cooper“ und „Hex“ fein vernetzt, wodurch die strukturierten Netze gut übereinandergestapelt und dadurch zu einem dreidimensionalen Gebilde geformt werden können. Für das Restvolumen des Windkanals wurden unstrukturierte Netze verwendet. Trotzdem nimmt vielleicht nicht nur die Anzahl der Zellen zu, sondern auch verringert sich auch die Netzqualität und die Genauigkeit und Effizienz der Lösung. Aber der Einsatz strukturierter Netze ist auf wenige Elemente mit geringer Komplexität beschränkt.

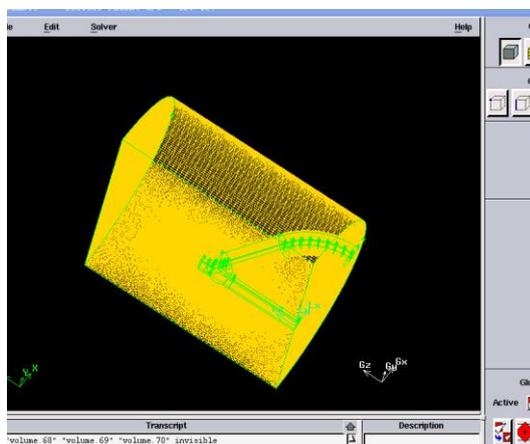


Abb 035: Viertel des vernetztes Windkanals

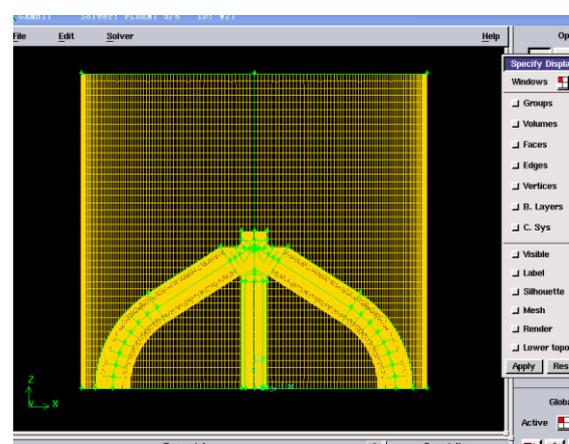


Abb 036: Halber vernetzter Windkanal

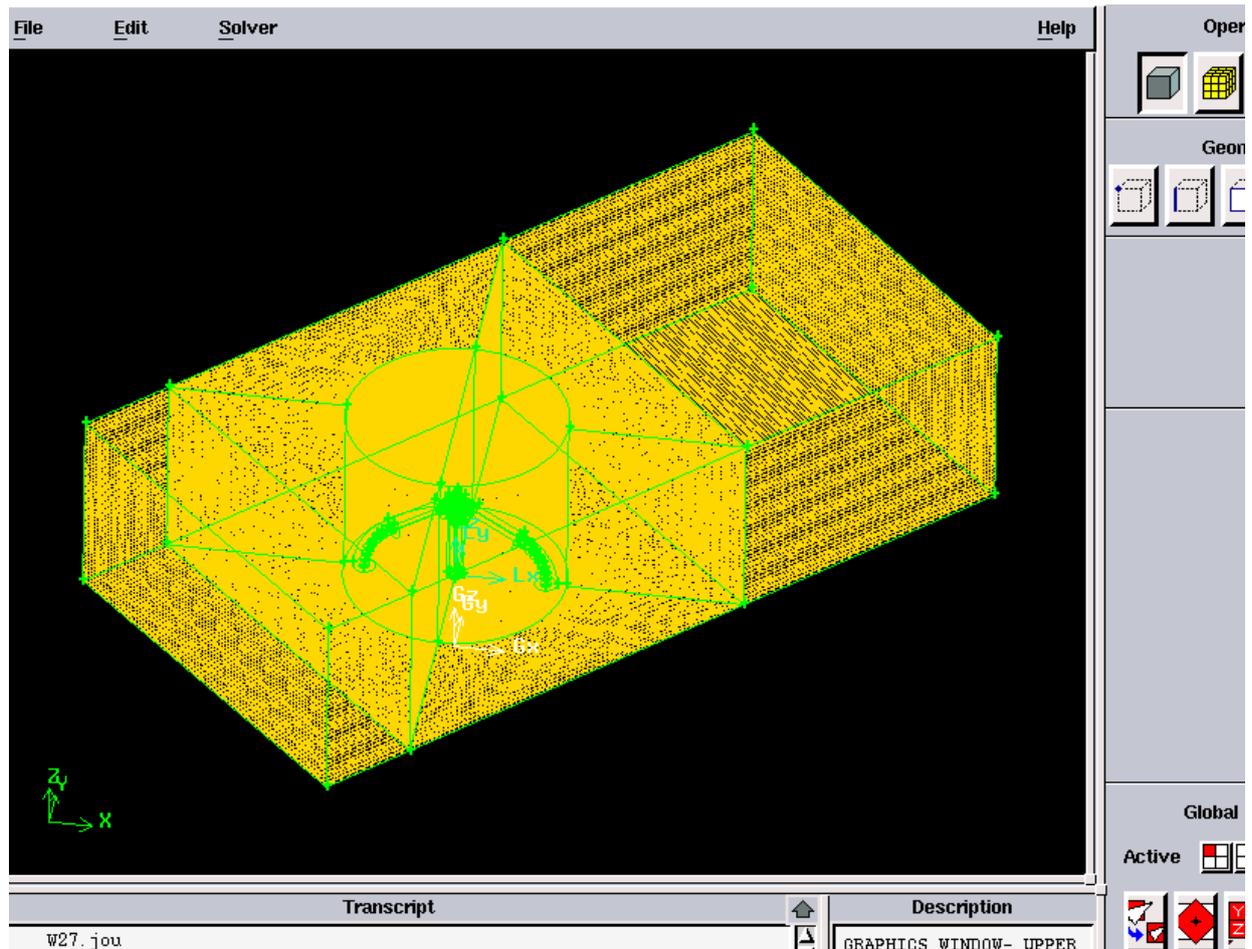


Abb 037: Halbierter vernetzter Windkanal mit Einlass und Auslass

Die unter Fläche wurde als Spiegelfläche definiert und das Modell des halben Windkanals in die Software „Fluent“ importiert. Dieses Programm berechnete automatisch das Volumen des gesamten Windkanals. Nach der Generierung wurden jedes Netz hinsichtlich seiner Qualität untersucht und die Zellverzerrungen und Kantenlängenverhältnisse überprüft.

6.5 Randbedingung

Die Umstände des Windkanals bezeichnet man als Randbedingungen. Diese sind in Abb 038 dargestellt. Wie oben bereits erwähnt, hat das untersuchte Strömungsgebiet eine Länge von 8800 mm, wobei die zentrale Achse des Rotors im Abstand von 3300 mm zum Einstrom positioniert ist. Die Breite beträgt 4400 mm, die Höhe 2200 mm. Als Einlassbedingung stromaufwärts wird senkrecht zur Fläche des Kanaleintritts (velocity inlet) ein gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil von jeweils 11 m/s, 5 m/s, 4 m/s und 3 m/s mit einer turbulenten Intensität von 1 % und einer Turbulenzgröße von 2,4 m vorgegeben, welches äquivalent zur translatorischen Bewegung des Rotors während der Drehung ist. Die Strömung der Luft erfolgt demnach vom Einströmrand (velocity inlet) zum Ausströmrand (pressure outlet), wobei letzterer als Bedingung keine Druckdifferenz zur Umgebung sowie eine turbulente Intensität von 10% und eine Turbulenzgröße von 2,4 m aufweist.

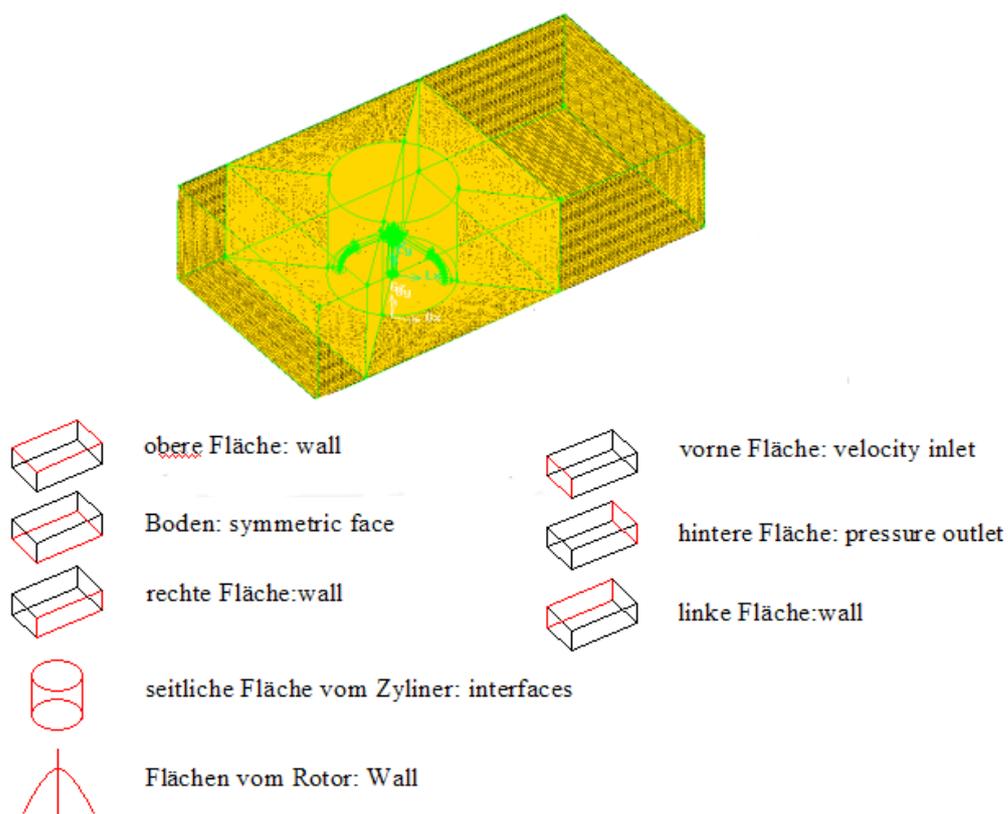


Abb 038: Randbedingungen des Modells

Die obere sowie die seitlichen Flächen des Untersuchungsgebietes sind stationäre Wände (stationary walls), welche als schubspannungsfrei definiert sind. Der Boden ist als eine symmetrische Fläche definiert, indem der gesamte Windkanal automatisch berechnet werden kann. Für instationäre Rechnungen werden die Volumen des Rotors als Moving Meshes festgelegt, die über Interfaces mit dem restlichen Strömungsgebiet gekoppelt sind und die Vorgabe der Weite sowie Anzahl der Zeitschritte erfordern, um eine bestimmte Drehung zu realisieren. Die Zeitschrittweite wird anhand der Elementgröße im Bereich der Interfaces bestimmt. (siehe Kapitel „Bestimmung der Zeitschritte“)

Alle übrigen Flächen sind Interior Faces, die die Untervolumina voneinander trennen und ansonsten keine Funktion haben.

6.6 Bestimmung der Zeitschritte

Nach dem Sliding Mesh Prinzip basiert die Bestimmung der Bewegungsdauer der kleinsten Zelle am Randbereich von ihrem Anfang zu ihrem Ende auf der Division der Länge der Zelle durch die Geschwindigkeit der Drehung. Die Vernetzung der Grundfläche des Zylinders um den Rotor herum, ein Kreis mit einem Radius von 0,9789m, besteht aus genau 300 Zellen, die am Randbereich des Zylinders anliegen. Diese Vernetzung ist zweidimensional. Sie wird für das Modell des dreidimensionalen Zylinders verwendbar, indem man mehrere vernetzte Kreise übereinander legt. Durch die Multiplikation der Durchmesser mit der Zahl π und der Division dieses Ergebnisses durch 300, erhält man die Länge jeder Zelle.

$$h_{Zelle} = \frac{\pi D}{Anzahl_{Zellen}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.9789}{300} = 0,0205\text{m} \quad (37)$$

$$\Delta t = \frac{h_{Zelle}}{U} = \frac{h_{Zelle}}{\omega \cdot R} = 1,111 \times 10^{-3} \text{s} \quad (38)$$

Der Wind durchströmt mit variabler Geschwindigkeit den Windkanal mindestens einmal auf seiner ganzen Länge, welche 8,8m beträgt, gemessen vom Einlass bis zum Auslass. Die

gesamte Durchlaufzeit des Luftstroms lässt sich durch Division der Länge durch die Windgeschwindigkeit errechnen. Diese Zeit lässt sich nun durch den Zeitschritt einer einzelnen Zelle dividieren, um die gesamte Summe der zu durchlaufenden Zeitschritte zu berechnen.

$$\text{Zeitschritte} = \frac{t}{\Delta t} = \frac{L/u}{\Delta t}$$

Nummer	Anzahl der Flügel	Drehgesch. (rpm)	Windgesch. (m/s)	Zeitschritte
1	2	180	11	720
2	2	180	5	1584
3	2	180	4	1980
4	2	180	3	2640
5	3	180	11	720
6	3	180	5	1584
7	3	180	4	1980
8	3	180	3	2640

Tabelle 004: Zeitschritte der Rechnungen

Die Rechnungen lassen sich mit 20 Iterationen pro Zeitschritt durchführen, wobei es mindestens einen ganzen Tag dauert, um eine Rechnung mit etwa 240 Schritten bewältigen zu können. Das ist auch die Hauptursache, wieso hier nur begrenzte Konfigurationen und Vergleiche (konstante Drehgeschwindigkeit mit variablen Windschgeschwindigkeiten) durchgeführt werden können.

6.7 Solver-Einstellungen

Bei Solver-Einstellungen werden alle genauen Parameter wieder bestimmt und eingegeben. Das Spalart-Allmaras-Modell wird bei allen Rechnungen zur Bestimmung der Turbulenz angewendet. Das Wichtigste ist, dass nach der Einrichtung von „Reference-Values“ die Liste des Momentkoeffizienten „ C_m “ exportiert wird, indem die Leistungskoeffizienten „ C_p “ in der folgenden Form dargestellt werden kann.

$$C_p = C_m \frac{L \cdot \omega}{u} \quad (39)$$

Hier sind:

u die Windgeschwindigkeit

ω die Drehgeschwindigkeit

L der Radius

7 Auswertung

In diesem Kapitel werden erstens die Ergebnisse der Simulationsmodellvarianten mit verschiedenen Parametern präsentiert, die miteinander und auch mit den Ergebnissen von Experimenten verglichen werden. Anschließend wird eine Fehleranalyse durchgeführt, aus der mögliche Parameter zur Optimierung abgeleitet werden, um die Abweichungen zwischen Simulationen und Versuchen zu reduzieren.

7.1 Ergebnisse der CFD-Analyse

In Abbildung 039 ist der Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei einer Drehgeschwindigkeit von 180rpm und einer Windgeschwindigkeit von 5m/s dargestellt, wobei die Koeffizient, wegen der Veränderung des Anstellwinkels und infolge des Unterschieds der Vektoraddition der Drehgeschwindigkeit mit der Windgeschwindigkeit im leeseitigen und luvseitigen Umlaufsektor, während des Umlaufs des Rotors in Schwingungen versetzt werden. Am Anfang der Phase sind die Vibrationen der Momentkoeffizienten instationär, weil der Luftstrom noch nicht durch den Rotor gelaufen ist. Danach stellt sich ein stabiles System ein, in dem die Momentkoeffizienten periodisch schwingen.

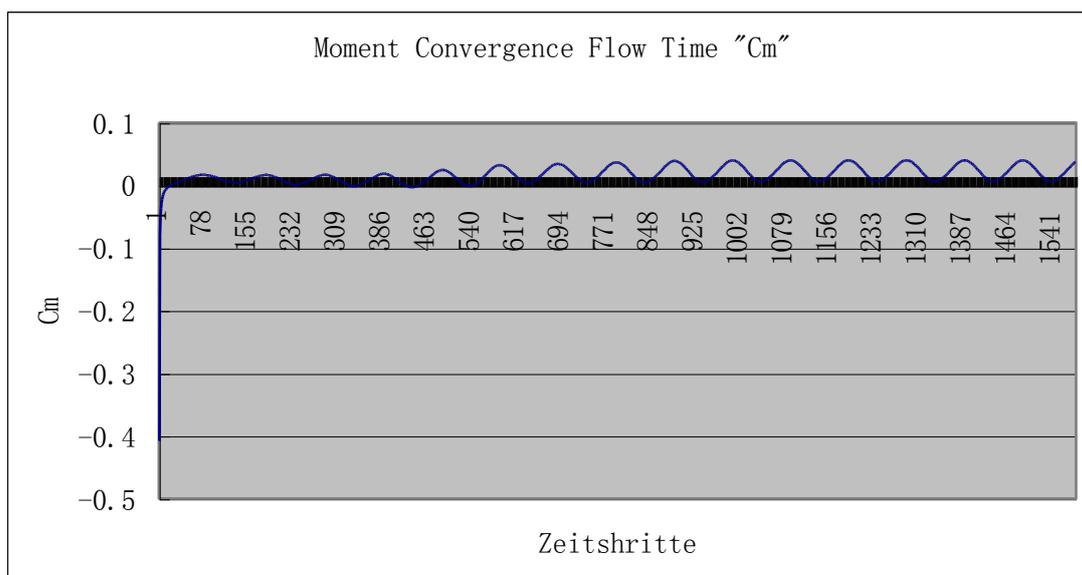


Abb 039: Verlauf des Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 5m/s Windgeschwindigkeit

Abbildung 040 zeigt, wie sich die Momentkoeffizienten des Rotors mit jeweils drei und zwei Flügeln zwischen den Umfangswinkel mit der Einheit „Grad“ von 0 bis 360 verhalten. Offensichtlich ist die Amplitude der Schwingung bei dem Rotor mit zwei Flügeln größer als die bei dem Rotor mit drei Flügeln. Eine Hauptursache ist, dass bei dem Rotor mit zwei Flügeln während des Umlaufens die zwei Flügel die Positionen immer gleichzeitig erreichen, wo der maximale Auftrieb (Grad: 0 und 180) oder Widerstand (Grad: 90 und 270) entsteht. Im Vergleich dazu kann bei dem Rotor mit drei Flügeln immer nur ein Flügel diese Position erreichen. Deswegen ist die Schwingung der Momentkoeffizienten von dem Rotor mit drei Flügeln stabiler.

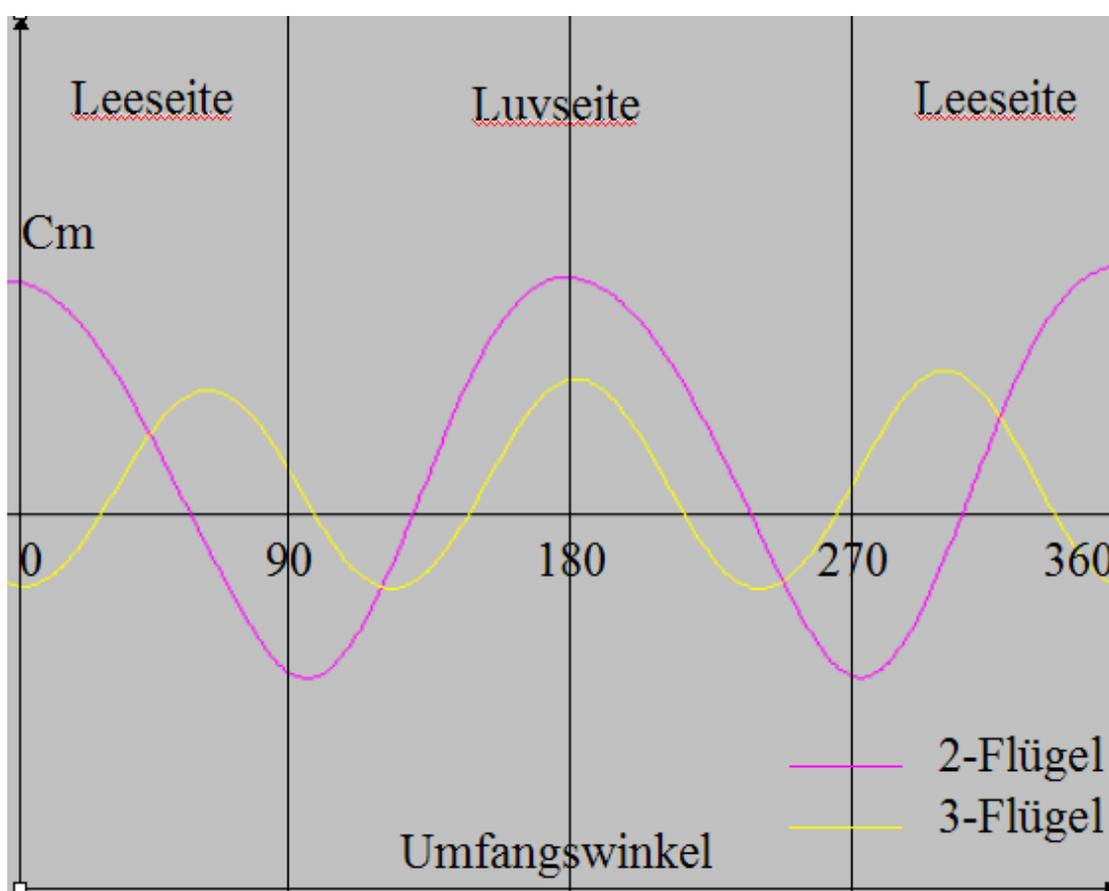


Abb 040: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit jeweils drei und zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 4m/s Windgeschwindigkeit

In Abbildung 041 ist der Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei einer Drehgeschwindigkeit von 180rpm und einer Windgeschwindigkeit von 11m/s dargestellt. Hier sieht die Form der Schwingung der Momentkoeffizienten nicht wie eine „Sinusfunktion“, aber auch regelmässig aus, weil der Umlauf des Rotors in dieser Situation bei sehr kleiner Schnelllaufzahl stattfindet und sich dem „Runaway“ Bereich annähert. In diesem Bereich ist der Leistungskoeffizient gleich null.

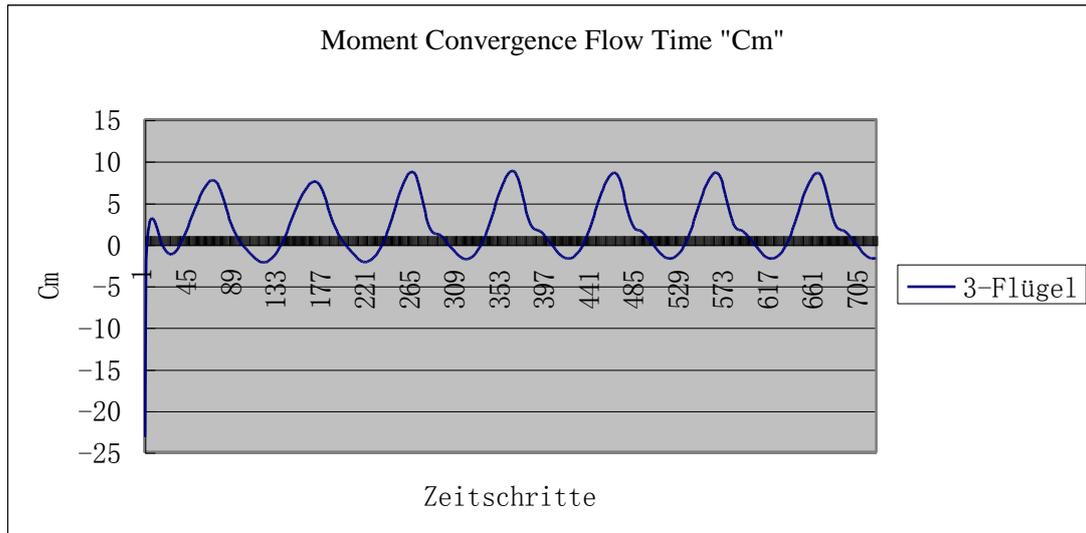


Abb 041: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 11m/s Windgeschwindigkeit

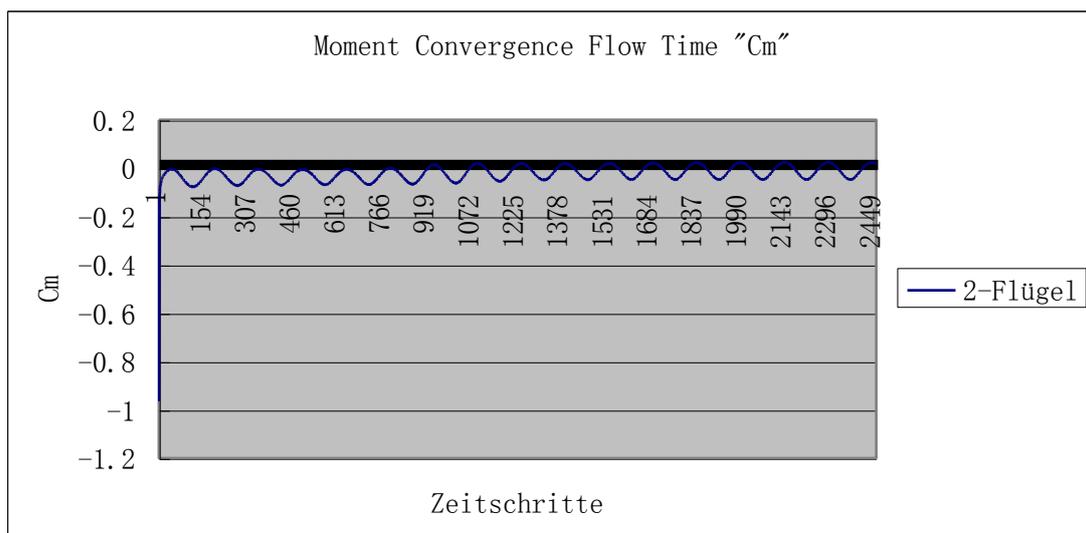


Abb 042: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 3m/s Windgeschwindigkeit

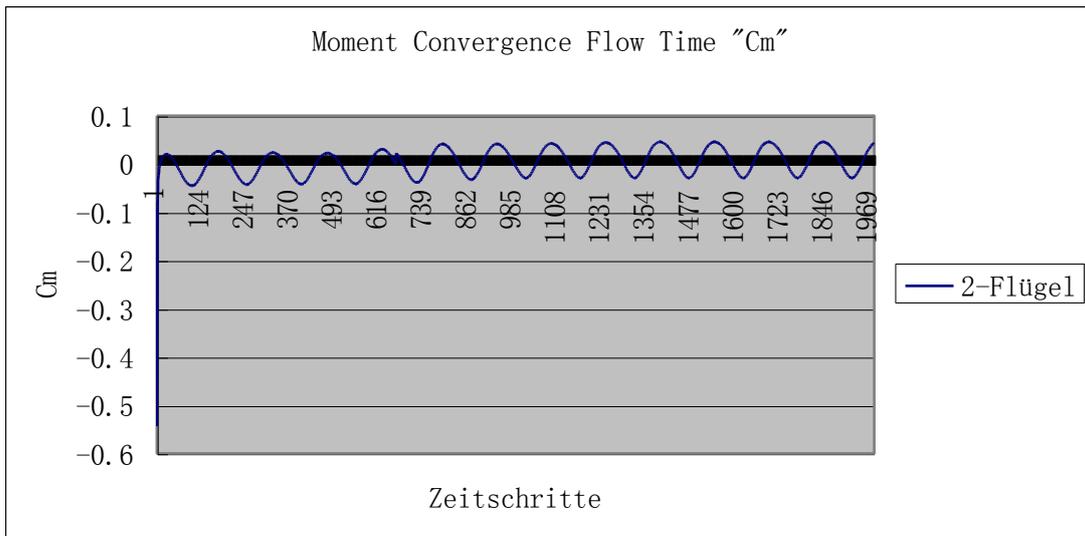


Abb 043: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 4m/s Windgeschwindigkeit

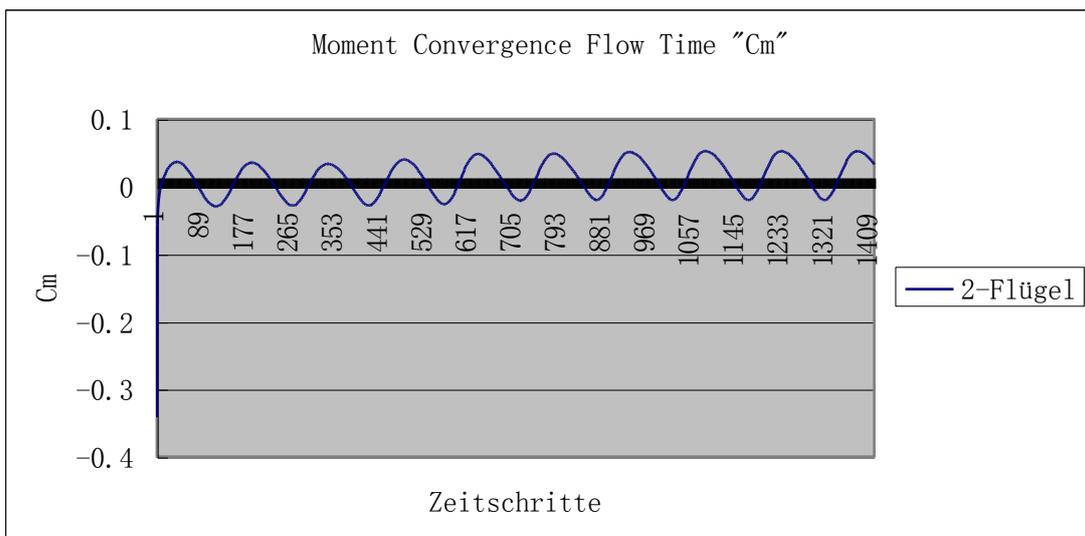


Abb 044: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 5m/s Windgeschwindigkeit

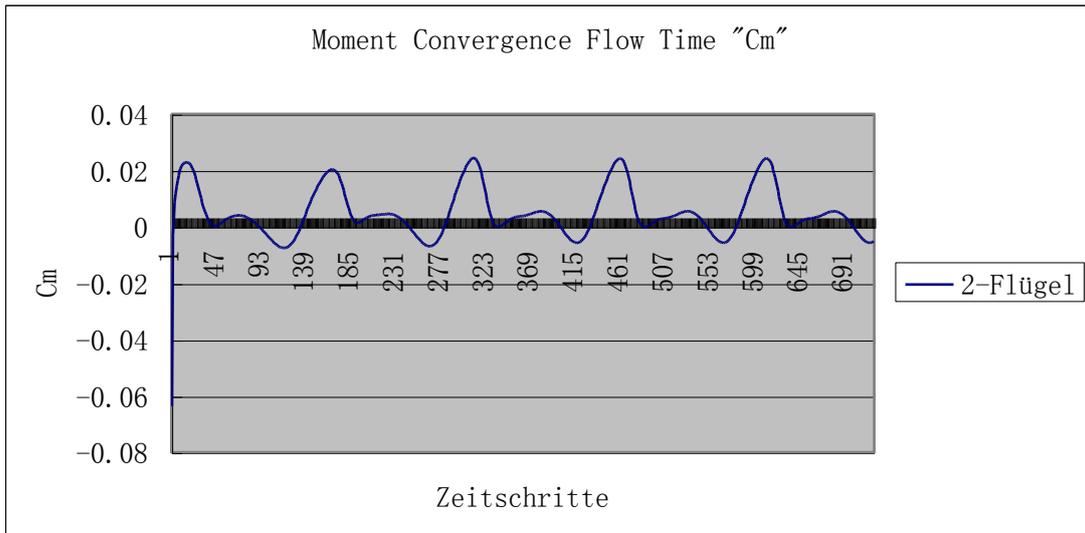


Abb 045: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit zwei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 11m/s Windgeschwindigkeit

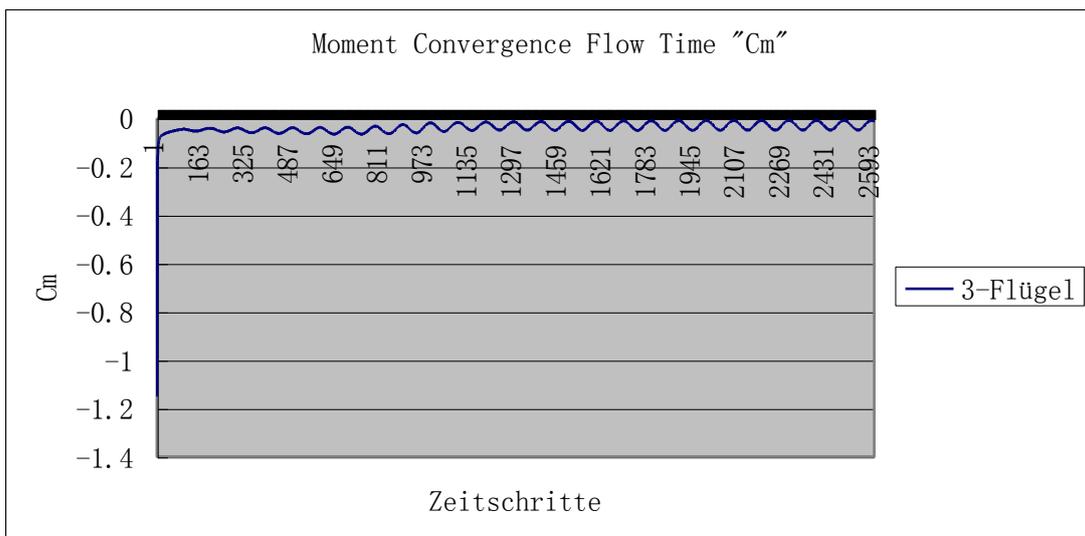


Abb 046: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 3m/s Windgeschwindigkeit

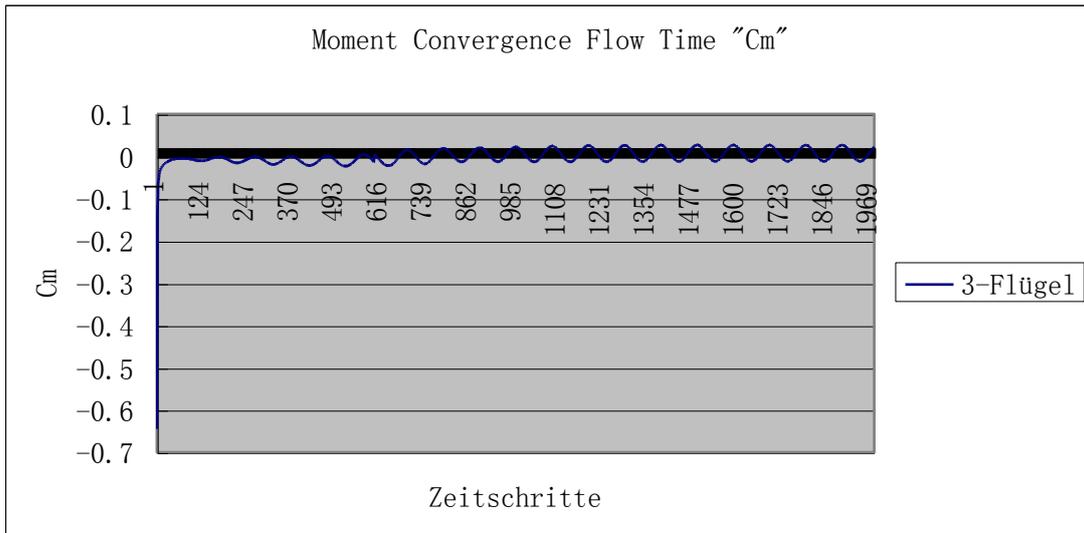


Abb 047: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 4m/s Windgeschwindigkeit

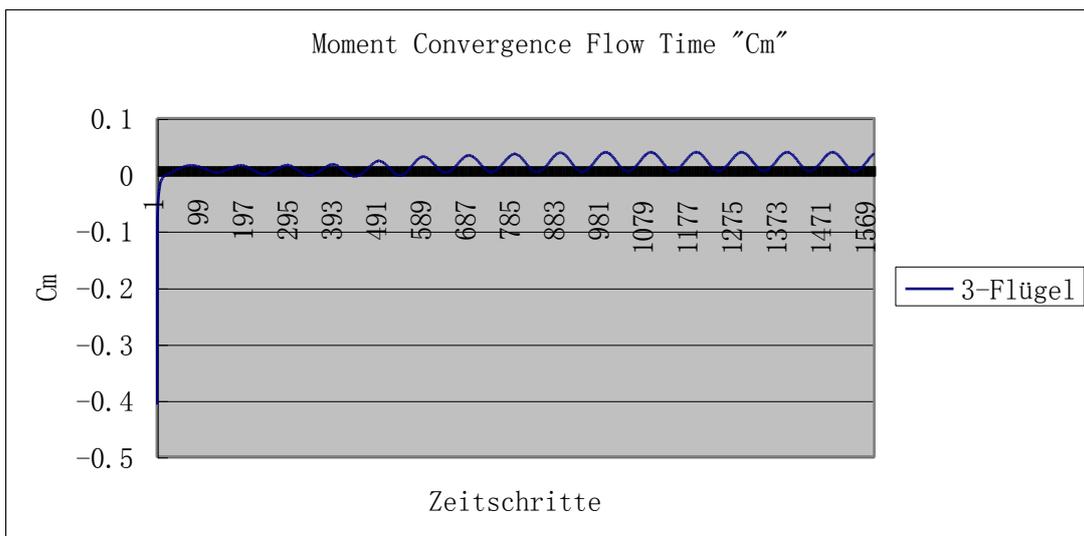


Abb 048: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 5m/s Windgeschwindigkeit

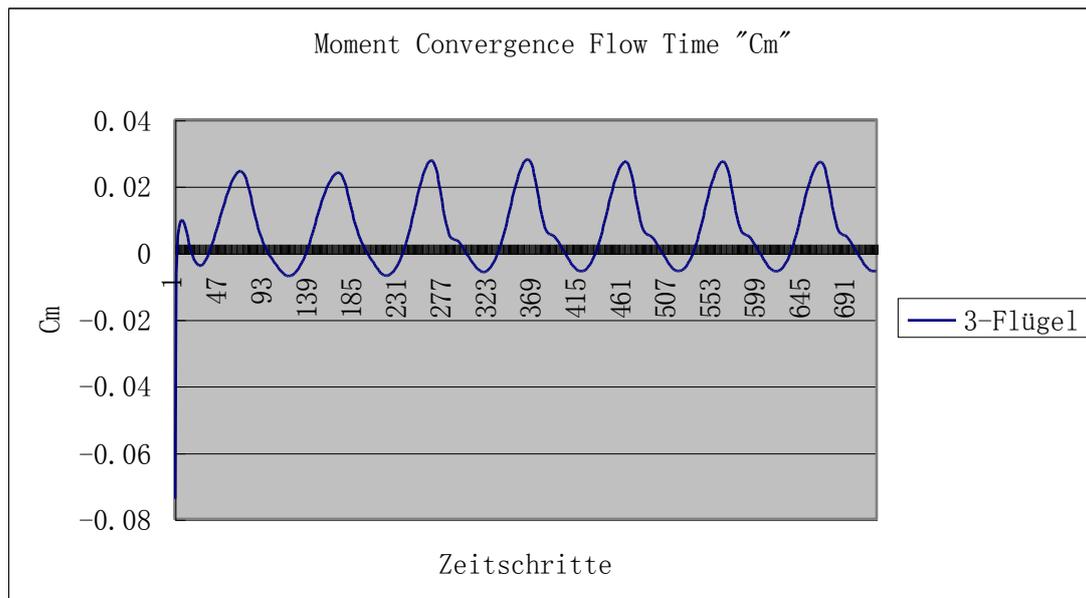


Abb 049: Verlauf der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit drei Flügeln bei 180rpm Drehgeschwindigkeit und 11m/s Windgeschwindigkeit

Die acht Verläufe der Momentkoeffizienten vom Darrieus-Rotor mit jeweils zwei und drei Flügeln bei der Drehgeschwindigkeit von 180rpm und der Windgeschwindigkeit von jeweils 11m/s, 5m/s, 4m/s und 3m/s werden in Abbildung 042, 043, 044, 045, 046, 047, 048 und 049 dargestellt. Eine stabile Periode der Schwingung wird von der entsprechenden Tabelle ausgewählt. Daraus werden die acht durchschnittlichen Werte der Momentkoeffizienten ermittelt. Mit der Gleichung $C_p = C_m \frac{L \cdot \omega}{u}$ werden schließlich die Leistungskoeffizienten berechnet.

Nummer	Schnelllaufzahl	Anzahl der Flügel	Drehgesch. (rpm)	Windgesch. (m/s)	Momentkoeffizient (Cm)	Leistungs- koeffizient (Cp)
1	1,68	2	180	11	0.0076	0.0128
2	3,69	2	180	5	0.0227	0.0838
3	4,62	2	180	4	0.0070	0.0323
4	6,16	2	180	3	-0.0288	-0.1774
5	1,68	3	180	11	0.0054	0.0091
6	3,69	3	180	5	0.0189	0.0697
7	4,62	3	180	4	0.0114	0.0523
8	6,16	3	180	3	-0.0099	-0.0611

Tabelle 005: Die Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Momentkoeffizienten und Schnelllaufzahlen aus der Rechnungen

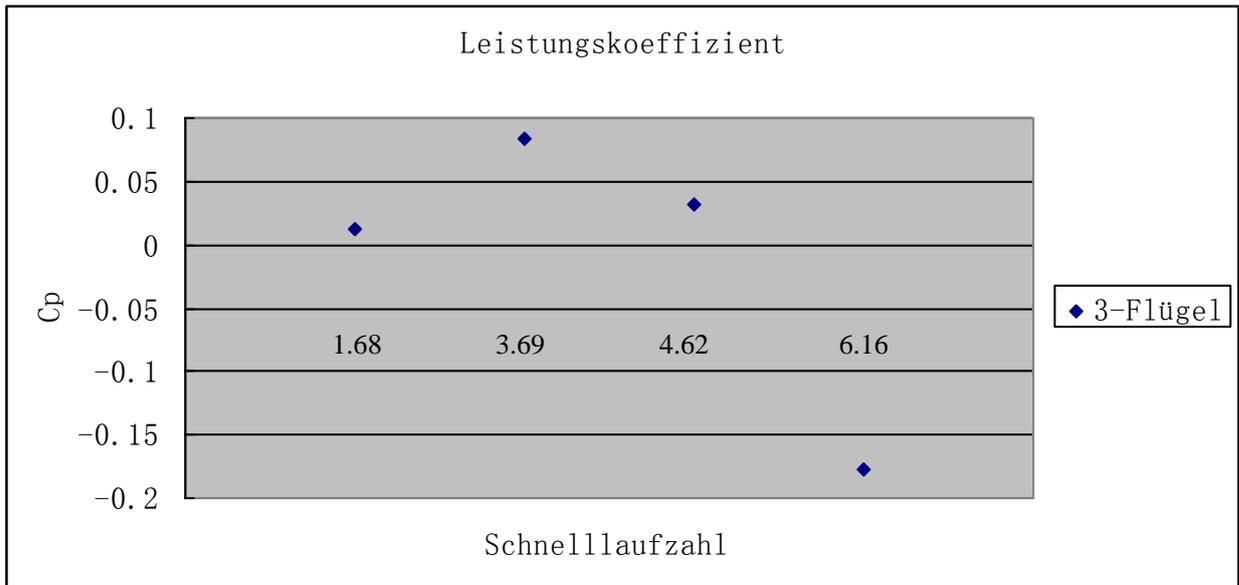


Abb 050: Die Positionen der Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Schnelllaufzahlen von dem Rotor mit drei Flügeln

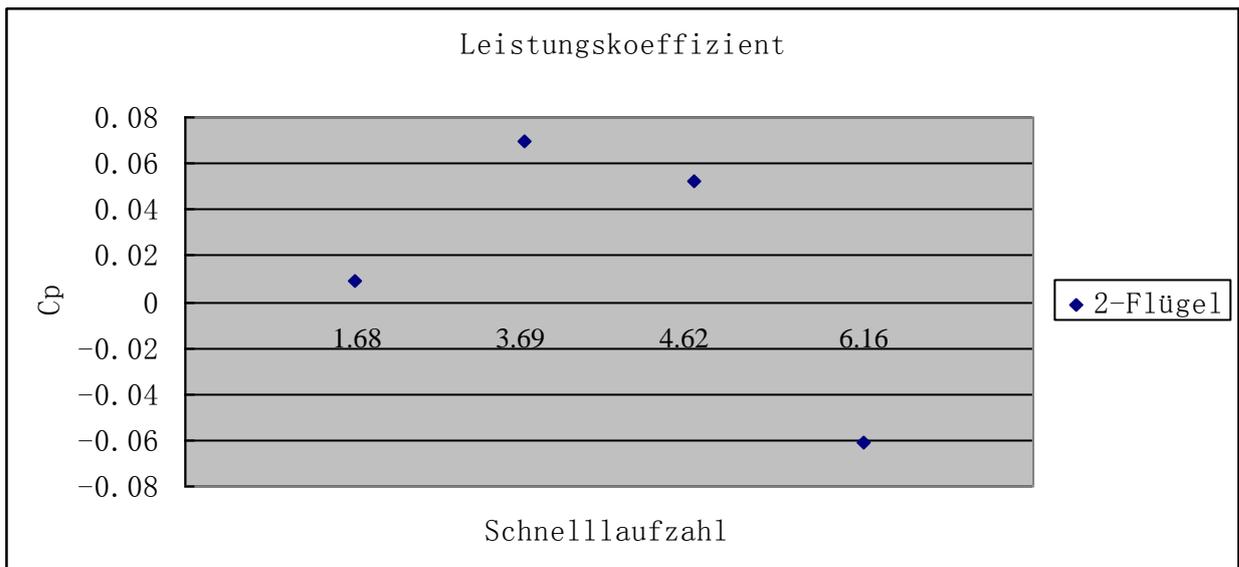


Abb 051: Die Positionen der Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Schnelllaufzahlen von dem Rotor mit zwei Flügeln

In Abbildung 050 und 051 sind die Positionen der acht Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Schnelllaufzahlen von den Rotoren mit jeweils zwei und drei Flügeln zu sehen. Wie bekannt ist, entsteht ein Drehmoment jedoch beim Vertikalachsenrotor nur dann, wenn eine Umfangsgeschwindigkeit vorhanden ist. Der Momentkoeffizient ist immer negativ im Bereich der Schnelllaufzahl von etwa 0 bis 1,5. Deswegen wird dieser Bereich in der Forschung stets vernachlässigt. Wie zu erwarten war, nimmt der Leistungskoeffizient mit steigender Schnelllaufzahl (von 1,5 an) bei beiden Simulationen zunächst zu und darauf hin wieder ab. Eine befriedigende Erklärung der maximalen Leistungskoeffizienten hierfür, konnte aufgrund der begrenzten Daten noch nicht gefunden werden.

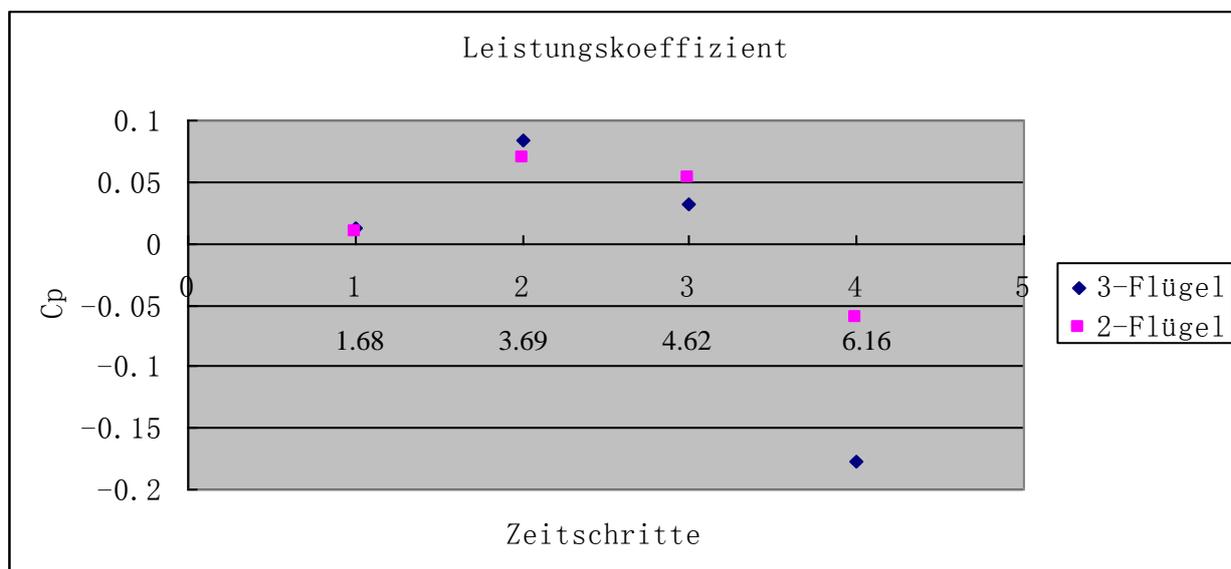


Abb 052: Der Vergleich der Leistungskoeffizienten zwischen dem Rotor mit drei Flügeln und dem mit zwei Flügeln

Der Vergleich der Leistungskoeffizienten zwischen dem Rotor mit drei Flügeln und dem mit zwei Flügeln ist in Abbildung 052 dargestellt. Bei beiden Simulationen scheint es, dass der maximale Leistungskoeffizient bei einer Schnelllaufzahl zwischen 3 und 4 auftritt. Der höchste Leistungskoeffizient scheint nicht wesentlich durch die Anzahl der Flügel beeinflusst zu sein.

Der Verlauf der Leistungskoeffizientenkurven für beide Simulationen (drei Flügel und zwei Flügel) zeigt die gleiche Tendenz. Der bemerkenswerteste Einfluss des Bedeckungsgrades (Anzahl der Flügel) ist, dass der Bereich der Schnelllaufzahl, wobei der Leistungskoeffizient immer positiv ist, bei abnehmendem Bedeckungsgrad steigt. Mit anderen Worten: Der maximale Leistungskoeffizient entsteht „früher“ bei dem Rotor mit drei Flügel als der bei dem Rotor mit zwei Flügel. Aber die Leistungskoeffizientenkurve sinkt nach dem Auftreten des maximalen Wertes schneller.

In Abbildung 008 (run 1.) und 011 (run 18.) sind die Ergebnisse aus den entsprechenden Experimenten dargestellt. Die Abweichung der Ergebnisse zwischen dem Experiment und der Simulation wird in der folgenden Tabelle aufgezeigt. Die Tendenzen der Ergebnisse aus der Simulation und dem Experiment sind gleich. Am Anfang des Verlaufes der Leistungskoeffizientenkurve gibt es nur eine kleine Abweichung, weil bei einer kleinen Schnelllaufzahl der Leistungskoeffizient gegen null geht. Bei den anderen Werten der Leistungskoeffizienten mit entsprechenden Schnelllaufzahlen entsteht eine größere Abweichung. Die bemerkenswerteste Ursache ist, dass die Entwicklung der Leistungskoeffizientenkurve aus der Simulation „kleiner“ und „enger“ ist, als die aus dem Experiment. Das bedeutet, dass der maximale Wert von Leistungskoeffizienten aus der Simulation kleiner, als dem aus dem Experiment ist, und der Bereich der Schnelllaufzahl aus der Simulation enger als der aus dem Experiment ist, wobei der Leistungskoeffizient immer positiv ist. Die Fehleranalyse, um diese Abweichung zu erklären, steht sich in Kapitel „Fehleranalyse“.

Anzahl der Flügel	Schnelllaufzahl	Cp aus der Simulation	Cp aus dem Experiment	Abweichung
3	1,68	0,0128	0,01	0,0028
3	3,69	0,0838	0,13	0,0462
3	4,62	0,0323	0,27	0,2377
3	6,16	-0,1774	-0,09	0,0874
2	1,68	0,0091	0,00	0,0091
2	3,69	0,0697	0,09	0,0203
2	4,62	0,0523	0,26	0,2077
2	6,16	-0,0611	0,18	0,2411

Tabelle 006: Die Abweichung der Ergebnisse zwischen dem Experiment und der Simulation

Die Grafiken der Verteilung von Y^+ auf den Flügeln werden zur Prüfung der Strömungsverhältnisse auf Plausibilität verwendet. Beispielsweise werden die Grafiken des Rotors bei Anströmgeschwindigkeit von 11m/s und Drehgeschwindigkeit von 180rpm mit jeweils zwei und drei Flügeln betrachtet.

In Abbildung 053 und Abbildung 054 sind die Verteilung von Y^+ auf die Flügel gezeigt. Der Wandstand Y^+ bei allen Situationen beträgt immer 0 bis 2, sodass die viskose Unterschicht, gemäß dem Turbulenzmodell ohne Wandfunktion, mit der vorhandenen Vernetzung aufgelöst wird.

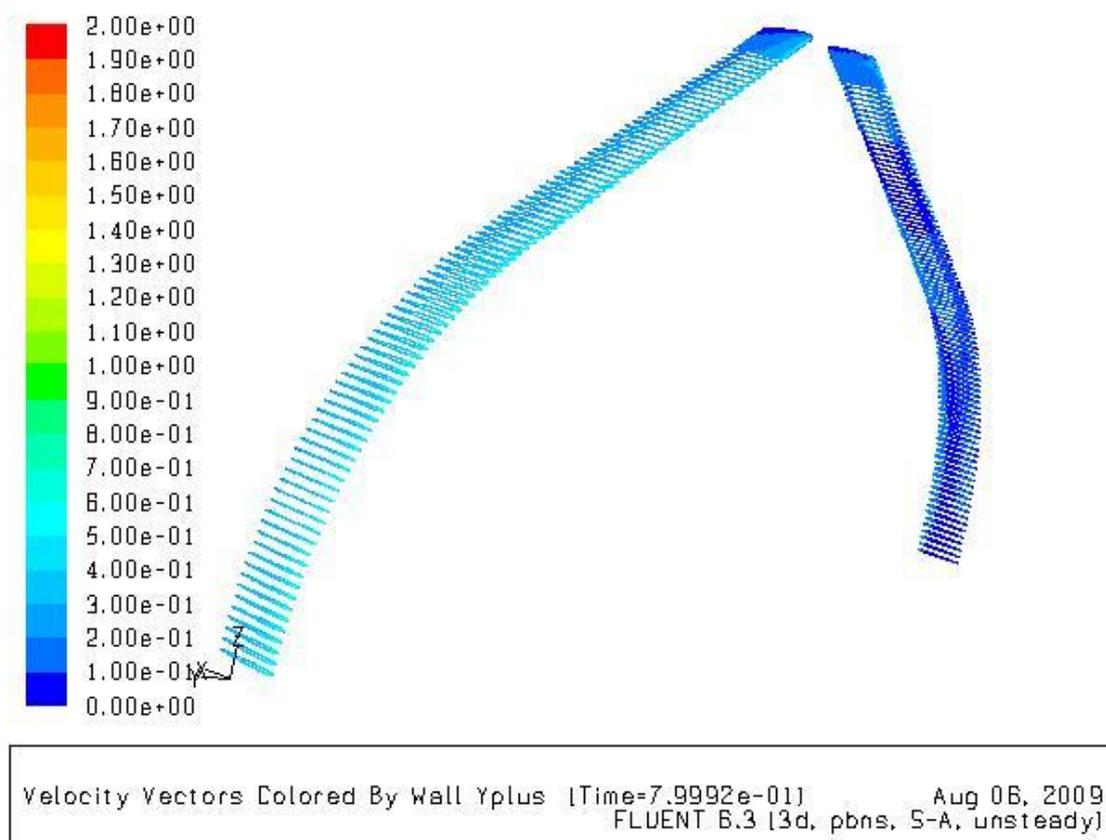


Abb 053: Die Verteilung von Y^+ auf der Oberfläche der Flügel

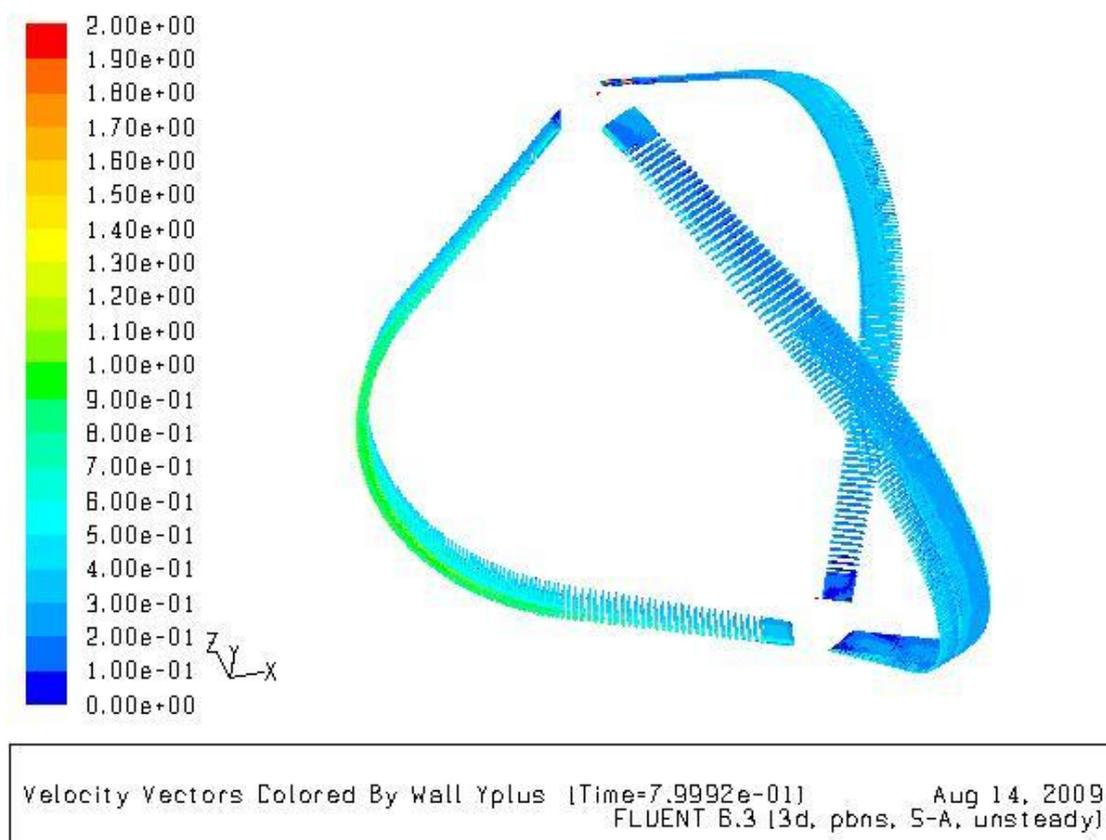


Abb 054: Die Verteilung von Y^+ auf die Oberflächen der Flügel

Abbildung 055 zeigt, wie die turbulente Strömung rund um den Querschnitt des Profils bei einer Windgeschwindigkeit von 11m/s und einer Drehgeschwindigkeit von 180rpm verläuft. Die turbulente Strömung bzw. die Vor- und Rückströmungen sind darin durch Strömungslinien mit farblicher Kennzeichnung der Geschwindigkeit abgebildet. Wird eine Seite von dem Profil der Flügel betrachtet, sind starke Wirbel mit relativ hohen Geschwindigkeit zu erkennen, wobei die Strömung wegen dem Druckverlust beschleunigt wird. In dem Bereich der anderen Seite stellt sich eine laminare Strömung ein.

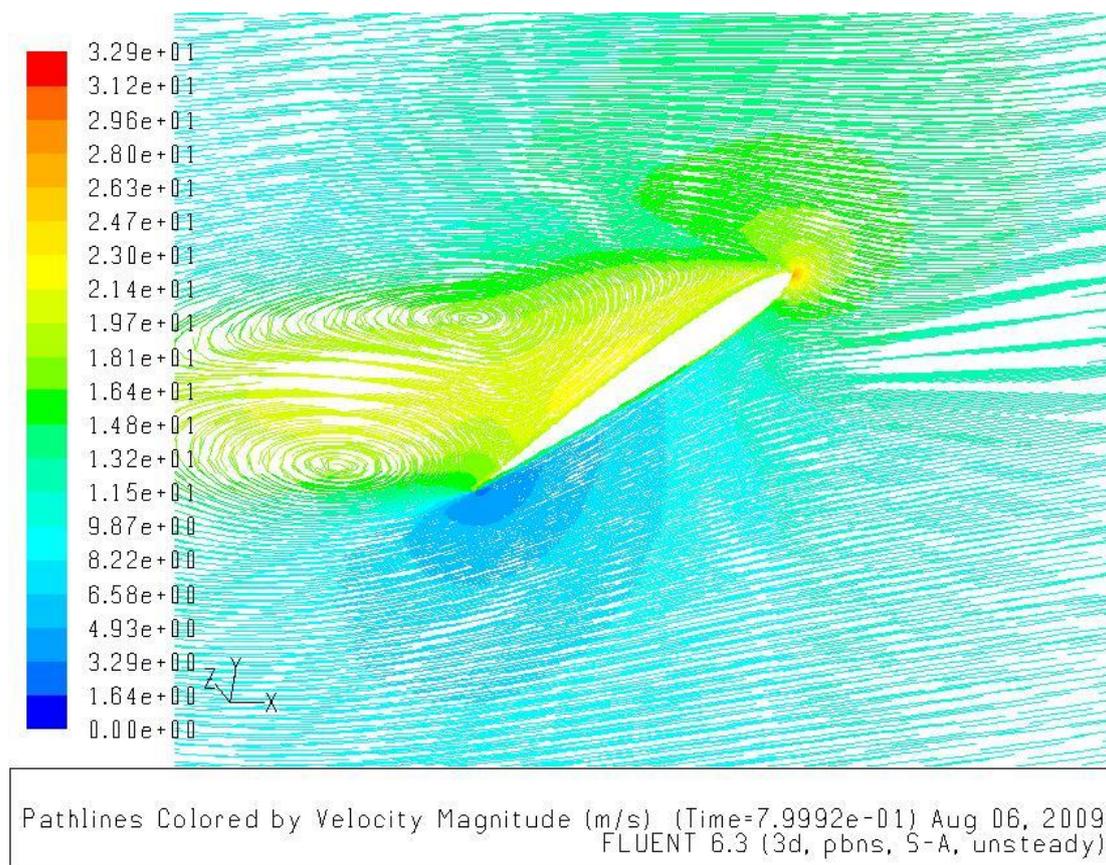


Abb 055: Strömungslinien (pathlines) rund um den Querschnitt des Profils

Betrachtet man die Vektoren der Absolutgeschwindigkeit auf den totalen Darrieus Rotor mit jeweils zwei und drei Flügeln, wie in Abbildung 056 und Abbildung 057 im Detail dargestellt, so ist die Umströmung des Rotors erkennbar. Der maximale Wert der Absolutgeschwindigkeit entsteht immer dort, wo der Radius der Flügel seinen maximalen Wert annimmt. Je kleiner der Radius der Flügel ist, desto kleiner ist die Absolutgeschwindigkeit. Außerdem entsteht auch die hohe Geschwindigkeit auf die Flächen des Mastes. Im Vergleich zu dem Rotor mit zwei Flügeln befindet sich immer die Strömung mit der höheren Geschwindigkeit auf den Rotoren mit drei Flügeln.

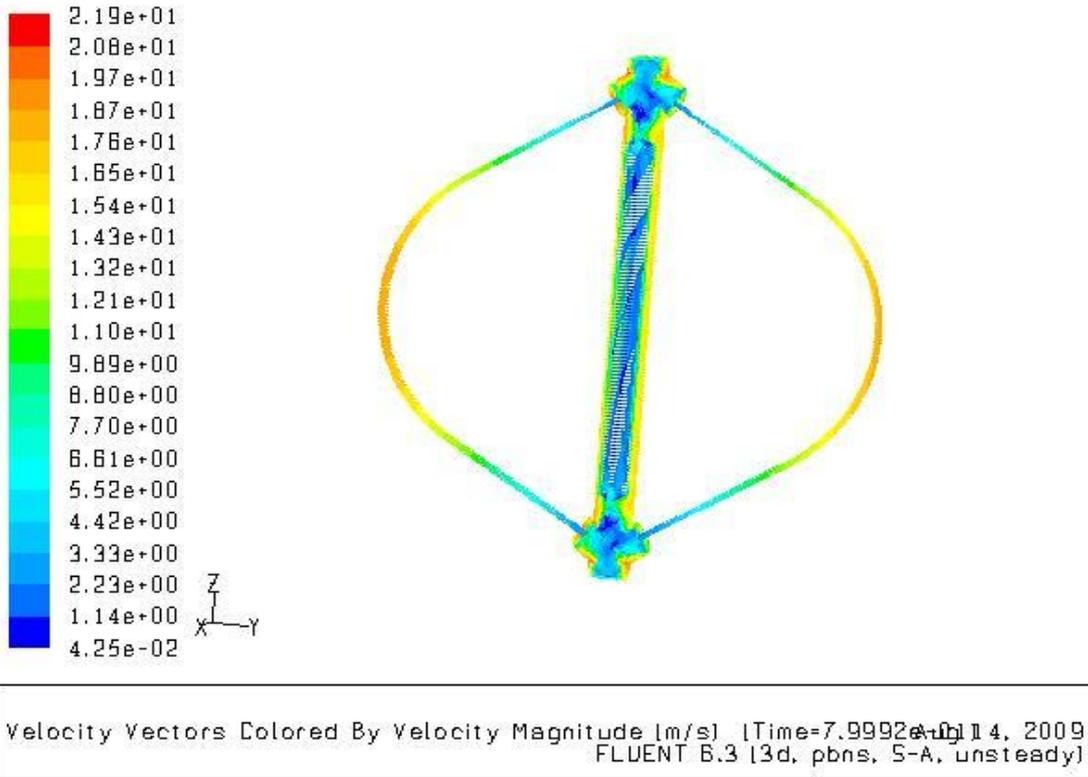


Abb 056: Geschwindigkeitsvektoren [m/s] der Oberflächen des Darrieus-Rotors mit zwei Flügeln

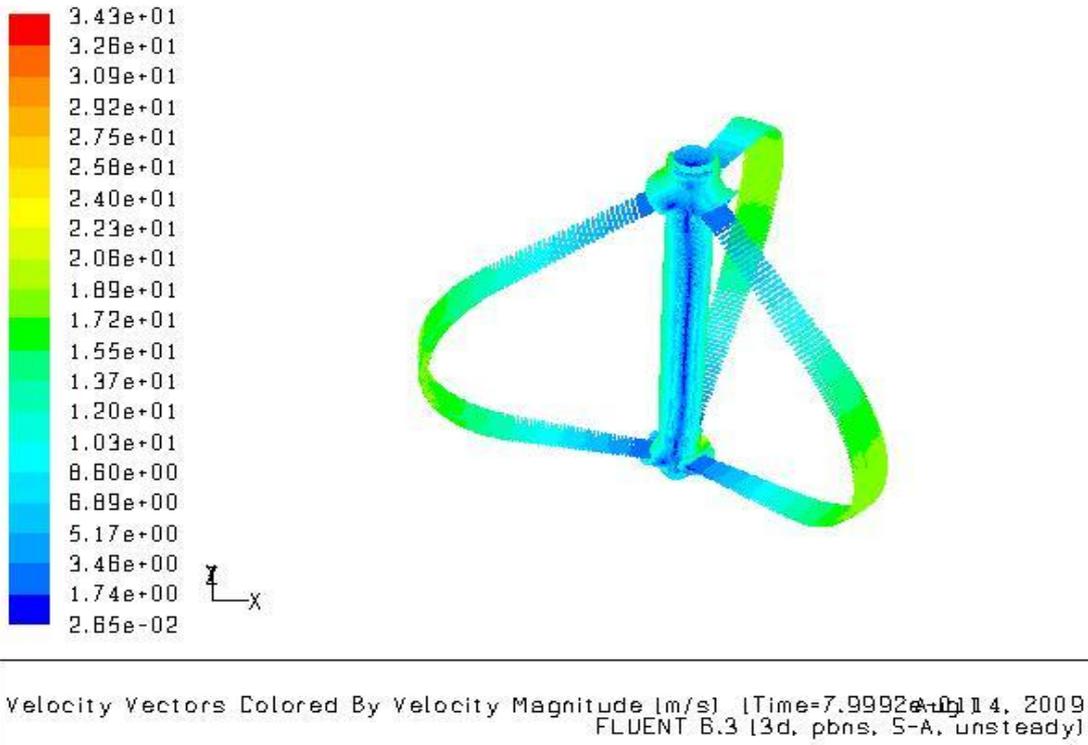


Abb 057: Geschwindigkeitsvektoren [m/s] der Oberflächen des Darrieus-Rotors mit drei Flügeln

Die Strömungslinien durch einen Darrieus Rotor bei einer Windgeschwindigkeit von 11m/s und einer Drehgeschwindigkeit von 180 rpm sind in Abbildung 058 gezeigt. Hier werden nur grobe Strömungslinien gewählt, die durch die symmetrische Fläche des Rotors verläuft. Deswegen kann die turbulente Strömung mit den Wirbeln nicht veranschaulicht werden. Aber die Umströmung des Rotors in dem Strömungsfeld ist klar zu erkennen.

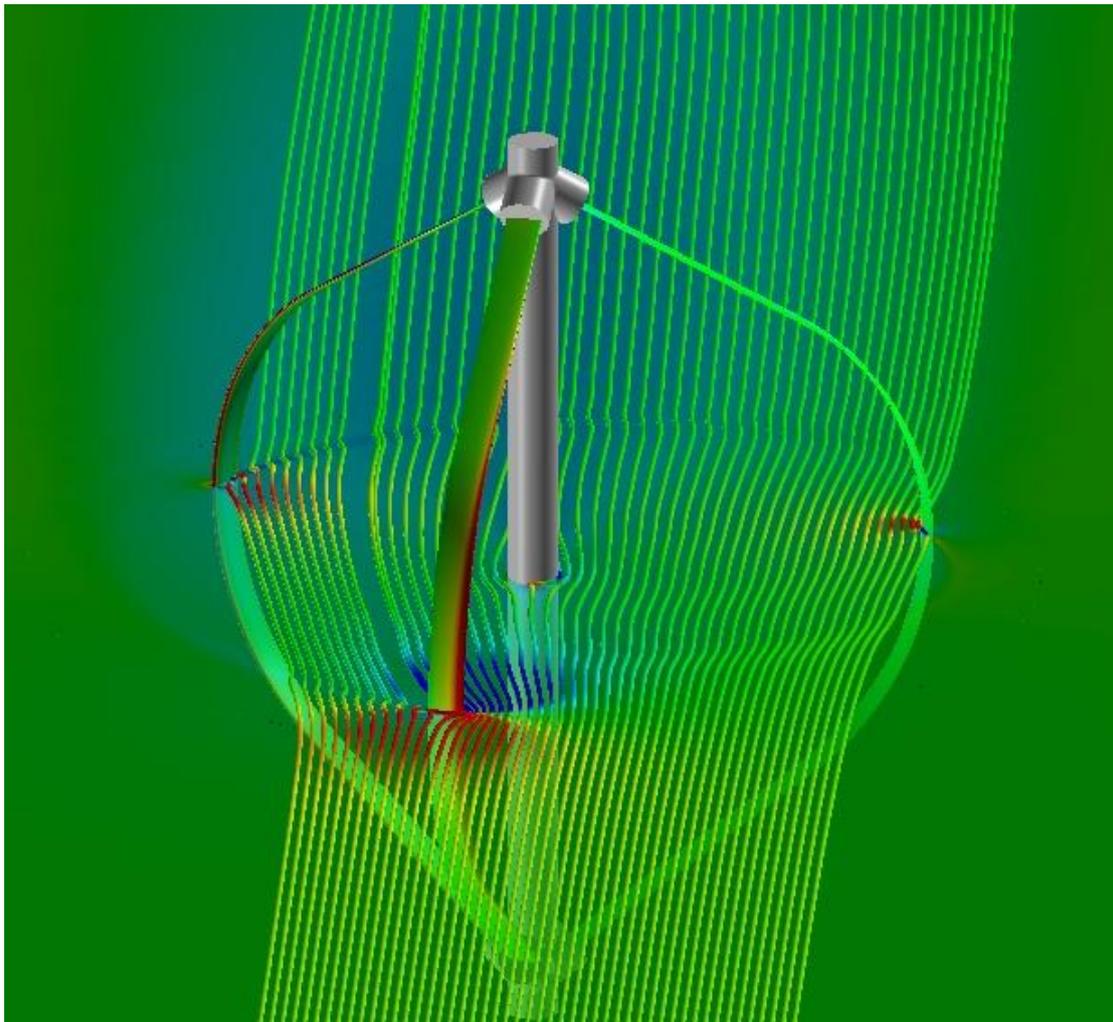


Abb 058: Strömungslinien (pathlines) durch den Symmetrische Fläche
des Rotors

7.2 Fehleranalyse

Während dem Durchführen einer Simulation werden verschiedene Fehler gemacht, die die Abweichungen der Ergebnisse zur Folge haben. Vier hauptsächliche Arten von Fehlern[16] müssen betrachtet werden.

1. Modellfehler

Mögliche Fehlerquellen:

- Unzureichende Materialkennwerte und Nichtbeachtung von Materialabhängigkeiten.
- Unzureichende Spezifikation von Randbedingungen
- Unzureichende Spezifikation von Anfangsbedingung
- Vernachlässigung von Geometriedetails bei Vernetzung

2. Diskretisierungsfehler

Mögliche Fehlerquellen:

- Unpassendes Diskretisierungsverfahren
- Ordnung des Diskretisierungsschemas unzureichend
- Feinheit des Netzes/der Zeitschrittweite nicht ausreichend
- Unpassende Zelltyp/Elementtypauswahl

3. Iterationsfehler

Mögliche Fehlerquellen:

- Linearisierungsfehler
- Rundungsfehler
- Abbruchfehler

4. Benutzerfehler

Mögliche Fehlerquellen:

- Methodische Fehler
- Flüchtigkeitsfehler
- Unpassend Modellauswahl
- Eingabe falscher Parameter
- Einheitenfehler durch fehlende Geometrieskalierung
- Erzeugung von Netzen mit schlechter Qualität

Nach der zuvor beschriebenen Reihenfolge der Fehlerabschätzung (Iterationsfehler, Diskretisierungsfehler und Modellfehler) wird im ersten Schritt der Iterationsfehler anhand der Residuenentwicklung geprüft.

In Abbildung 059 ist die Residuenentwicklung der Rechnung des drei-Flügel-Rotors mit 720 Zeitschritten dargestellt. Nach bereits etwa 10000 Iterationen fallen alle Residuen ab und schwingen kontinuierlich bis zum Ende. Hier sind die Residuenniveaus von Geschwindigkeit und Viskosität um drei bis fünf Größenordnungen gefallen. Es ist wahrscheinlich, dass die Fehler in der Größenordnung von 0,1% der Lösung liegen.

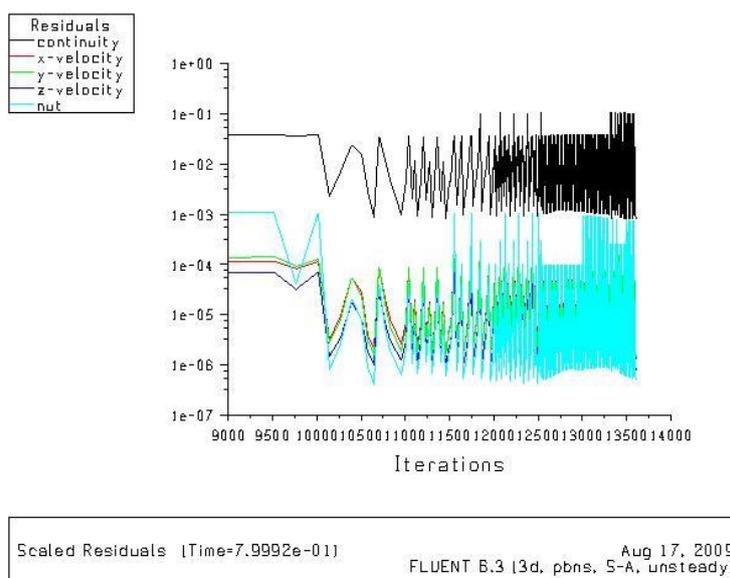


Abb 059: Die Residuenentwicklung bei der Rechnung

(Windgeschwindigkeit von 11/s und Drehgeschwindigkeit von 180rpm)

Danach kommt der Diskretisierungsfehler. Hier wird die Netzverfeinerung geprüft. Bei allen Modellen werden die strukturierten Netze so viel wie möglich sowie die unstrukturierte Netze so viel wie nötig verwendet. Die Qualität der Zellen ist mit dem Parameter „EquiSize Skew“ immer kontrollierbar, der stets kleiner als 0,9 sein sollte. Jedes Modell des Rotors mit jeweils zwei und drei Flügeln ist mit etwa 5,000,000 Zellen fein vernetzt. Deswegen kann der Iterationsfehler als vernachlässigbar angesehen werden

Zum Schluss wird der Modellfehler untergesucht. Mit der entsprechenden zweidimensionalen Darstellung der Originalstruktur (siehe Abbildung 007) fehlt es noch das Geometriedetail über die Mast des Darrieus-Rotors. Von der anderen Seite spielen die zusätzlichen Volumina immer eine größere Rolle, weil der maximale Wert auch immer bei der zusätzliche Volumina entsteht, die einen großen Einfluss auf das Ergebnis bei allen Rechnungen wirkt. Wie oben schon erklärt, dient die Verwendung der zusätzlichen Volumina, um das Problem der Verbindung zwischen feinen und groben Zellen zu lösen. Wollte man die zusätzlichen Volumina vernachlässigen, wäre eine gute Idee zur Verbindung zwischen feinen und groben Zellen erforderlich.

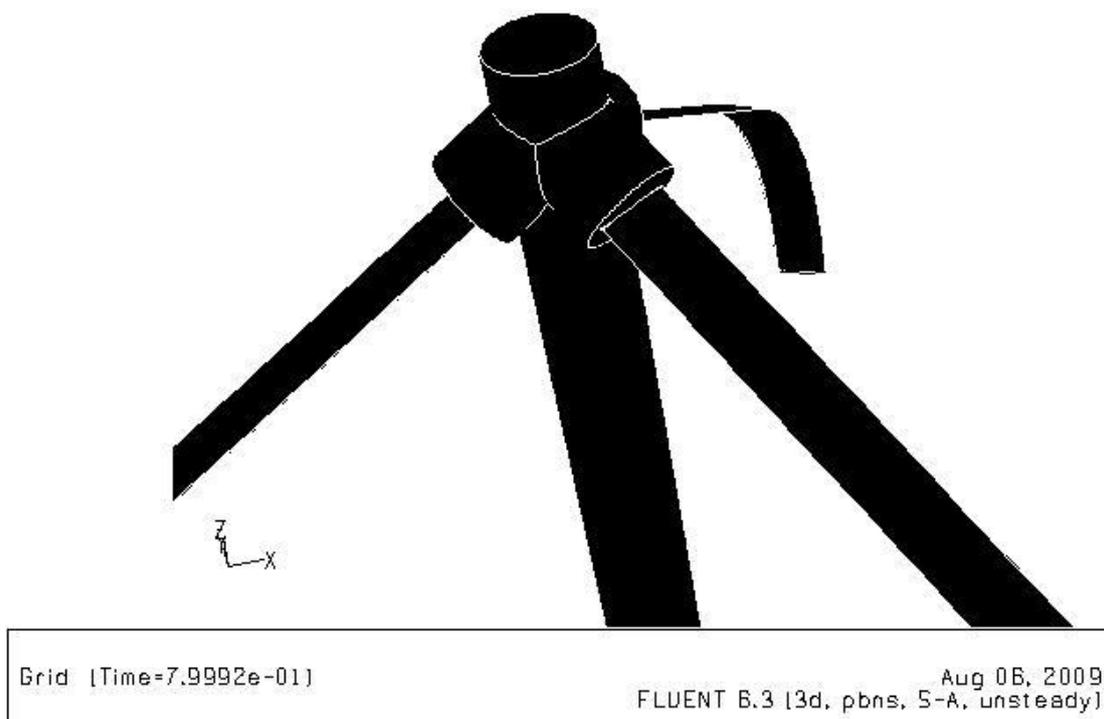


Abb 060: Die Verbindung der zusätzlichen Volumina mit dem Rotor

Weitere mögliche Fehler bestehen darin, dass die Schwingung der Momentkoeffizienten noch nicht bei einer stabilen Periode steht. Bei allen Rechnungen durchströmt der Wind den Windkanal nur ein Mal auf seiner ganzen Länge, die 8,8m beträgt, vom Einlass bis zum Auslass mit variabler Geschwindigkeit. Es könne sein, dass das einmalige Durchströmen nicht ausreichend ist. Um eine echte stabile Periode der Schwingung der Momentkoeffizienten zu bekommen, sollte der Wind auf seiner ganzen Länge am besten mehrere Male das Gebiet durchströmen.

8 Perspektive

Leider wurde kein theoretische Spitze Position (maximaler Wert) von Leistungskoeffizienten bei der Simulation während geringer Zeit bekommen. Aber der gemessene maximale Leistungskoeffizient aller Konfigurationen bei dem Experiment war etwa gleich 0,35. Man könnte dazu neigen, den Schluss zu ziehen, dass der maximale Leistungskoeffizient von Darrieus-Windkraftanlagen geringer ist als der bei Hochleistungswindkraftanlagen mit horizontaler Achse, der gleich 0,4-0,45 ist. Aber die theoretischen Berechnungen von Strickland zeigen, dass der maximale Leistungskoeffizient einer Darrieus-Windkraftanlage bei einer Reynolds-Zahl von $3 \cdot 10^6$ und einem Bedeckungsgrad von 30% nahezu 0,48 erreichen kann [5]. Betrachtet man den maximalen Leistungskoeffizient, so stellt sich heraus, dass der einer Darrieus-Windkraftanlage und der einer Windkraftanlage mit horizontaler Achse bei ähnlicher Reynolds-Zahl vergleichbar sind.

Neben den hohen Leistungskoeffizienten gibt es auch viele andere Vorteile bei Darrieusrotoren. Da der Darrieusrotor eine senkrechte Achse im Vergleich zur Windenergieanlagenbauart mit horizontaler Rotationsachse hat, ist seine Funktion von der Windrichtung unabhängig, sodass auf eine Windnachführung verzichtet werden kann. Außerdem kann der turbulente Wind nah am Boden genutzt werden, für den konventionelle Anlagen mit horizontaler Drehachse ungeeignet sind, weil sie nicht schnell genug nach dem Wind ausgerichtet werden können.

Die Schnelllaufzahl kann durch die Völligkeit des Rotors in relativ weiten Grenzen variiert werden, ohne C_p -max zu verändern. Hohe Schnelllaufzahlen bedingen jedoch eine Unfähigkeit zum eigenständigen Anlaufen, weshalb einige Anlagen den Generator auch als Anlaufhilfe nutzen müssen. Das Lastkollektiv der Betriebsfestigkeit ist im Allgemeinen schwieriger zu bestimmen, da bei jedem Umlauf die Blätter in die turbulente Leeseite gelangen und weil die Last des Winddrucks einmal in die Richtung der Fliehkraft verläuft und auf der anderen Hälfte des Drehkreises dagegen.

Ein weiterer Vorteil gegenüber Horizontalläufern liegt darin, dass seine Blätter im Umlauf um

ihre Drehkreisebene nicht durch von der Schwerkraft verursachte Lastwechsel in Mitleidenschaft gezogen werden[11] [12][13].

Auf der Grundlage der Punkte, die oben schon erklärt wurden, haben wir das Vertrauen, dass die Darrieus-Turbine in Zukunft weit verwendet werden kann.

Quellenverzeichnis

- [1]. Guittet, L., Kusulja, M., Maitre, T.: Setting up of an experiment to test vertical axis water turbines. Lab. des Ecoulements Geophysiques et Industriels, Grenoble, France.
- [2]. Fujisawa, N. and Shibuya, S.: Observations of dynamic stall on Darrieus wind turbine blades. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 89, 2001.
- [3]. Islam, M., Ting, D., Fartaj, A.: Aerodynamic models for Darrieus-type straight-bladed vertical axis wind turbines. Renewable & Sustainable Energy Reviews, 12, 2008.
- [4]. Strickland, J.: The darrieus turbine: A performance prediction model using multiple streamtubes. Technical Report SAND75-0431, Sandia Laboratories, 1975.
- [5]. Blackwell, B.F., Sheldahl, R.E.: Wind tunnel performance data for the Darrieus Wind Turbine with NACA 0012 blades. Technical Report SAND76-0130, Sandia Laboratories, 1977.
- [6]. Abbott, I. H., Von Doenhoff, A. E.: Theory of Wing Sections. Dover Publications, New York, 1959.
- [7]. Gasch, R.: Windkraftanlagen (Kap. 13). 1. Auflage, Teubner, 1991.
- [8]. <http://www.windturbine-analysis.netfirms.com/index-analyse.htm>
- [9]. Paraschivoiu, I.: Wind turbine design: with emphasis on Darrieus concept. Polytechnic International Press, Montreal, 2002.
- [10]. http://www.aoe.vt.edu/~mason/Mason_f/MRsoft.html
- [11]. Erich Hau: Windkraftanlagen. 3. Auflage. Springer-Verlag, Berlin 2003
- [12]. Ion Paraschivoiu: Wind Turbine Design with Emphasis on Darrieus Concept, Polytechnic International Press, Montreal, Kanada, 2002
- [13]. Robert Gasch (Hrsg.): Windkraftanlagen (nur bis zur dritten Auflage), Teubner-Verlag, Stuttgart 1996
- [14]. Edgar Gorrell, S. Martin: Aerofoils and Aerofoil Structural Combinations. In: NACA

- Technical Report. Nr. 18, 1917.
- [15]. Ira H. Abbott, Albert E. von Doenhoff: Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data. Dover Publications, New York 1959
- [16]. P. Wulf: Skript zur Vorlesung CFD für Master, Sommersemester 2009
- [17]. P. Wesseling: Principles of Computational Fluid Dynamics, 2000, Springer Verlag.
- [18]. Herbert Oertel jr., Eckart Laurien: Numerische Strömungsmechanik. 2. Auflage. Vieweg, Braunschweig / Wiesbaden 2003
- [19]. Jochen Fröhlich: Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen.1. Auflage. Teubner, Wiesbaden 2006
- [20]. Martin Ludwig, Ein Finite-Volumen-Verfahren zur numerischen Simulation der Temperaturverteilungen in Frühgeborenen, Lübeck 2005
- [21]. Fluent Inc.fluent63.tutorial.guide,2006
- [22]. Fluent Inc. fluent63.users.guide,2006
- [23]. B. Jones: Viscous Grid Spacing Calculator, Homepage der NASA, Stand Juli 1997
<http://geolab.larc.nasa.gov/APPS/YPlus/>
- [24]. C. Hirsch: Numerical computation of internal and external flows, 2 Bände, 1988, Wiley & Sons, New York.
- [25]. Randall J. LeVeque: Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems, 2002, Cambridge Texts in Applied Mathematics
- [26]. H. Schlichting, K. Gersten: Grenzschicht-Theorie. 9 Auflage. Springer Verlag, Berlin 1997
- [27]. Götsch, Ernst - Luftfahrzeugtechnik, Motorbuchverlag, Stuttgart 2003
- [28]. Malte Rösner, Entwicklung eines Aerolaufrades für den Rennradeinsatz,Hamburg 2009
- [29]. <http://www.se-technology.com/wig/support/foil.html>
- [30]. Diss_kistner_2.pdf

Anhang : NACA0012

#	x (cm)	y (cm)
0	0	8.815
1	-0.00066	8.77974
2	-0.00242	8.676164
3	-0.0054	8.505373
4	-0.00926	8.269572
5	-0.0141	7.973168
6	-0.0195	7.620568
7	-0.02545	7.217281
8	-0.03162	6.768818
9	-0.03801	6.283993
10	-0.04419	5.769418
11	-0.05003	5.233906
12	-0.05531	4.684071
13	-0.05972	4.130929
14	-0.06314	3.581094
15	-0.06512	3.045583
16	-0.06567	2.531007
17	-0.06457	2.046182
18	-0.06159	1.597719
19	-0.05697	1.194433
20	-0.05058	0.841833
21	-0.04275	0.545428
22	-0.0335	0.309627
23	-0.02325	0.138836

24	-0.01201	0.03526
25	0	0
26	0.01201	0.03526
27	0.02325	0.138836
28	0.033497	0.309627
29	0.042753	0.545428
30	0.050576	0.841833
31	0.056967	1.194433
32	0.061595	1.597719
33	0.06457	2.046182
34	0.065672	2.531007
35	0.065121	3.045583
36	0.063137	3.581094
37	0.059722	4.130929
38	0.055314	4.684071
39	0.050025	5.233906
40	0.044185	5.769418
41	0.038015	6.283993
42	0.031624	6.768818
43	0.025453	7.217281
44	0.019503	7.620568
45	0.014104	7.973168
46	0.009256	8.269572
47	0.005399	8.505373
48	0.002424	8.676164
49	0.000661	8.77974
50	0	8.815