

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei der Realisierung dieser Arbeit unterstützt haben.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Betreuern und Kollegen Dr.-Ing. Ralf Kemme, Simon Shone Ph.D., Dipl.-Ing. Burkhard Martyn und Dipl.-Ing. Carlos de Matos die mich mich während der Anfertigung dieser Bachelorarbeit unermüdlich unterstützt haben. Den Kollegen bin ich zu großem Dank verpflichtet.

Dirk Henny und Michael Nehls danke ich vielmals für die Fertigung der physikalischen Testobjekte und die Unterstützung beim Auf- und Umbau des Versuchsstandes.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Ihlenburg und Herrn Dipl.-Ing. Martin Wandel danke ich sehr für die Übernahme der Pflichten des Erst- und Zweitprüfers.

Schließlich möchte ich mich in diesem Zusammenhang besonders bei meiner Freundin und meinen Eltern für ihre Geduld und Unterstützung bedanken.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung und Einordnung der Arbeit	1
1.2	Zielsetzung und Aufbau dieser Arbeit	1
2	Physikalische und Mathematische Grundlagen	3
2.1	Einführung	3
2.2	Mehrkörpersystem	4
2.3	Freie Schwingung	4
2.4	Modale Entkopplung	5
2.5	Aufstellen der FRF mittels modaler Entkopplung	6
3	Grundlagen der Finite Elemente Methode	8
3.1	Das Prinzip der FEM	8
4	Grundlagen der experimentellen Bestimmung modaler Parameter	12
4.1	Messequipment	12
4.1.1	Beschleunigungssensoren	12
4.1.2	Anregungsarten	13
4.2	Digitalisierung der Messwerte	14
4.2.1	Aliasing-Fehler	14
4.2.2	Zusammenhänge zwischen Abtastraten und Betrachtungsbe- reiche	15
4.3	Fourier Transformation	15
4.3.1	DFT	15
4.3.2	Leck-Effekt	16
4.3.3	Fensterfunktionen	16
4.4	Bestimmung der FRF's	17
4.4.1	Leistungsspektren	17
4.4.2	Berechnung der FRF	17
4.4.3	Kohärenz	18
4.5	Bestimmung der modalen Parameter	18
4.5.1	Peak-Picking Methode	19
4.5.2	Circle-Fit-Methode	20
4.6	Bewertungs- und Vergleichsverfahren	21
4.6.1	Komplexität	21
4.6.2	MAC-Analyse	21
4.6.3	FDAC-Analyse	22
5	FE-Modellierung	23
5.1	Vorstellung der Testobjekte	23
5.1.1	Zylindrische Sektion	24
5.1.2	Konische Sektion	25
5.1.3	Gesamtmodell	26

5.2	Erstellen der FE-Modelle	27
5.2.1	Teilmodelle	27
5.2.2	Gesamtmodell	29
5.3	Untersuchung zum Einfluss der Netzdichte	30
5.4	Modalanalyse	33
5.4.1	Zylindrische Sektion	33
5.4.2	Konische Sektion	37
5.4.3	Gesamtmodell	39
5.5	Frequency Response Analyse	43
5.5.1	Zylindrisches Teilmodell	44
5.5.2	Konisches Teilmodell	45
5.5.3	Gesamtmodell	46
5.6	Sensitivitätsanalyse	48
6	Experimentelle Bestimmung der modalen Parameter	50
6.1	Messaufbau	50
6.1.1	Lagerung und Randbedingungen	50
6.1.2	Messpunkte für die Systemantwort	51
6.2	Messung der Übertragungsfunktionen	52
6.2.1	Bestücken mit B-Aufnehmern	52
6.2.2	Anregung des Systems	52
6.2.3	Datenerfassung	53
6.2.4	Ablauf der Messung	53
6.3	Gemessene FRF's	54
6.3.1	Zylindrisches Teilmodell	54
6.3.2	Konisches Teilmodell	55
6.3.3	Gesamtmodell	56
6.4	Modalanalyse	58
6.4.1	Curve-Fitting	58
6.4.2	Bewertung der Moden	58
6.5	Darstellung der gemessenen Moden	58
6.5.1	Zylindrisches Teilmodell	59
6.5.2	Konisches Teilmodell	61
6.5.3	Gesamtmodell	62
6.5.4	Modale Dämpfung	64
7	Vergleich zwischen Messung und Rechnung	65
7.1	MAC-Analyse	65
7.1.1	Zylindrisches Teilmodell	66
7.1.2	Konisches Teilmodell	67
7.1.3	Gesamtmodell	68
7.1.4	Zusammenfassung der MAC-Analyse	69
7.2	Vergleich der FRF's	70
7.2.1	Model-Updating	70

7.2.2	Zylindrische Teilmodell	72
7.2.3	Konisches Teilmodell	74
7.2.4	Gesamt Modell	77
8	Zusammenfassung und Ausblick	81

1 Einleitung

In der Akustikabteilung EEA5 der Firma Airbus Operations GmbH werden Verfahren zur Erfassung und Reduzierung von Lärm in Flugzeugkabinen entwickelt. Die Geräusche der Triebwerke und aerodynamische Geräusche bilden die dominierenden Schalleinträge in die Kabine. Vor allem neue Triebwerkskonzepte stellen eine Herausforderung für die akustische Auslegung dar. So können einige am Heck montierte Antriebe im niederen Frequenzbereich eine Vielzahl an Strukturmoden anregen. Diese führen durch Kopplung mit der Luft in der Kabine zu Lärm, welcher den Passagierkomfort negativ beeinflusst.

In der vorliegenden Arbeit wird das Schwingungsverhalten eines skalierten Flugzeugrumpfmodells experimentell untersucht und die Eignung der Finiten Elemente Methode (FEM) zur Vorhersage der Messergebnisse überprüft.

1.1 Problemstellung und Einordnung der Arbeit

Der Geräuschpegel im Flugzeuginnenraum ist ein wichtiges Qualitätsmerkmal bei der Bewertung einer Flugzeugkabine. Das Ziel jeder akustischen Kabinenauslegung ist deshalb eine Optimierung der Lärmbelastung und eine Minderung von auftretenden Schwingungen. Eine Entwicklung auf Basis von experimentellen Verfahren ist in der Regel zeit- und kostenintensiv. Um diesen Aufwand zu reduzieren kommen vermehrt computergestützte Simulationen zum Einsatz. Vor allem im Bereich von tiefen und mittleren Frequenzen basieren viele Vorhersagemethoden auf der Finite-Elemente-Methode.

Mit Blick auf Antriebskonzepte die sich im hinteren Bereich des Flugzeuges befinden und dort im tiefen Frequenzbereich Strukturschwingungen auslösen, stellt sich die Frage, in wie weit die Ausbreitung der Schwingungen vorhersagbar ist. Um dies zu überprüfen müssen die FE-Modelle mittels experimenteller Untersuchungen validiert werden. In dieser Arbeit wird ein vereinfachtes skaliertes Flugzeugrumpfmodell betrachtet, welches aus einer konischen und einer zylindrischen Sektion besteht. Für weitere Untersuchungen kann dieses Modell um immer mehr Details ergänzt werden, sodass es einem echten Flugzeug immer näher kommt. Um jedoch FE-Modelle für echte Flugzeuge zu validieren, sollten die experimentellen Untersuchungen an Testobjekten in Originalgröße mit einem möglichst hohen Detaillierungsgrad durchgeführt werden. Für erste Untersuchungen des Schwingungsverhaltens sowie zur Überprüfung der generellen Vorhersagemöglichkeiten durch FE-Modelle, ist es sinnvoll mit dem vereinfachten Modell zu beginnen.

1.2 Zielsetzung und Aufbau dieser Arbeit

Im Rahmen dieser Bachelorthesis wird die Eignung der Finiten Elemente Methode (FEM) zur Vorhersage des Strukturlärmpfads eines skalierten Modells validiert. Dieses Modell soll die Heckpartie repräsentieren und besteht aus einer zylindrischen und einer konischen Sektionen. Hierzu werden an den einzelnen Sektionen sowie am Gesamtmodell die modalen Eigenschaften experimentell bestimmt. Parallel hierzu

werden geeignete Berechnungsmodelle ausgearbeitet, die anschließend mit den Messergebnissen verglichen werden.

Das folgende Kapitel behandelt die Grundlagen von diskreten Schwingungssystemen. Hier wird das Prinzip der Modalanalyse erläutert und demonstriert, wie Problemstellungen diskreter Feder-Masse-Systeme durch Transformation in den modalen Raum vereinfacht werden können.

Im dritten Kapitel wird durch Vorstellung des Prinzips der Finiten-Elemente-Methode auf die Modellierungs- und Berechnungsgrundlagen eingegangen.

Das vierte Kapitel beschäftigt sich mit den Hintergründen zur experimentellen Bestimmung modaler Parameter. Vorgestellt wird die Frequency-Response-Function (FRF) basierende Modalanalyse, sodass hier auch Grundlagen der experimentellen Bestimmung von FRF's vermittelt werden.

Im fünften Kapitel werden die zu untersuchenden Testobjekte vorgestellt sowie deren Modellierung beschrieben. Des Weiteren werden in diesem Kapitel die Simulationsergebnisse einer Modalanalyse und einer Frequency Response Analyse vorgestellt.

Das sechste Kapitel befasst sich mit den experimentellen Untersuchungen. Hier werden der Versuchsaufbau, die Messkonfigurationen und die Messverfahren dargestellt und erläutert. Anschließend wird das auf den Messergebnissen basierende Ermitteln der modalen Parameter dargestellt und erläutert. Zudem werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen vorgestellt und diskutiert.

Im siebten Kapitel findet ein Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen und den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen statt. Basierend auf dem Vergleich wird erläutert, wie genau das tatsächliche Schwingungsverhalten des skalierten Flugzeugrumpfmotors und der einzelnen Sektionen mit den hier erstellten Simulationsmodellen vorhergesagt werden kann.

2 Physikalische und Mathematische Grundlagen

2.1 Einführung

Die Akustik behandelt Entstehung, Ausbreitung und Messung von Schall. Es wird grundlegend zwischen Fluidschall und Körperschall unterschieden. Zum Fluidschall gehören sowohl der Luftschall als auch der Flüssigkeitsschall. Beide breiten sich als Longitudinalwellen aus. Daher sind die akustischen Prozesse, die in den beiden Medien ablaufen, weitgehend ähnlich.

Etwas anders verhält sich der Körperschall. Im Gegensatz zu Fluiden setzen sich Festkörper nicht nur gegen eine Verdichtung des Raumes zur Wehr, sondern auch gegen eine Änderung ihrer Form. Daher können hier über die reine Longitudinalwelle hinaus weitere Wellenformen entstehen, wie zum Beispiel Transversalwellen, Torsionswellen, und BiegeWellen. Unter akustischen Gesichtspunkten sind die BiegeWellen am interessantesten, zum einen lassen sie sich leichter anregen, zum anderen haben sie viel eher eine Luftschall-Abstrahlung zur Folge.

Die Wellenausbreitung kann auf verschiedene Weise gestört werden. Da alle Festkörper räumlich begrenzt sind, trifft die Welle zwangsläufig auf ein Ende des Körpers. Des Weiteren kann die Welle auf geometrische oder materielle Veränderungen innerhalb des Körpers treffen. In beiden Fällen können Phänomene wie Brechung, Beugung, Streuung und Reflexion auftreten. Für uns ist nur letzteres Phänomen relevant, denn durch Reflexionen der Welle treten stehende Wellen und Resonanzphänomene auf. Die Differentialgleichungen die diese Sachverhalte beschreiben lassen sich nur für einfache Geometrien in geschlossener Form lösen. Daher wird hier auf Näherungsverfahren zurückgegriffen, wie zum Beispiel das numerische Lösen der DGL mittels Finite-Elemente-Methode oder durch eine Reduktion des Problems auf ein entsprechendes Mehrkörpersystem.[1][2]

2.2 Mehrkörpersystem

Eine für die Akustik wichtige Form von Mehrkörpersystemen stellt das in Abbildung 1 dargestellte Feder-Masse-System dar. Hieraus lassen sich die Bewegungsgleichungen bestimmen welche in Matrixschreibweise in Gleichung 1 zusammengefasst sind. Die Bewegungsgleichungen lassen sich für ein beliebig komplexes diskretes Feder-Masse-System erstellen, sodass die Matrizen von beliebiger Dimension ($N \times N$ bzw. $N \times 1$) sein können. Daher wird, stellvertretend für ein beliebiges System, nur noch die Schreibweise aus Gleichung 2 verwendet.

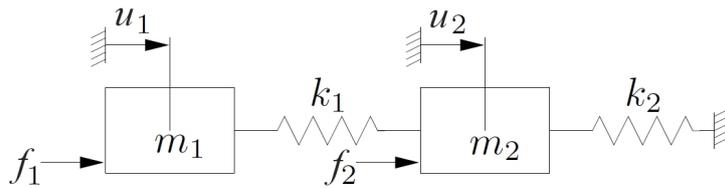


Abbildung 1: Feder-Masse-System

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2)$$

2.3 Freie Schwingung

Als erstes wird das System kräftefrei betrachtet, hierzu wird $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ gesetzt. So lautet die Bewegungsgleichung für freie Schwingung

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3)$$

Der Lösungsansatz

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} \cdot e^{i\omega t} \quad (4)$$

führt zu

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{U} e^{i\omega t} = \mathbf{0} \quad (5)$$

Da man nur an den nicht trivialen Lösungen interessiert ist, reduziert sich die Problemstellung auf

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (6)$$

Aus dem Eigenwertproblem ergibt sich ein Polynom N . Grades, welches für niedrige Ordnung ($N \leq 5$) noch analytisch lösbar ist und darüber hinaus mit numerischen Methoden gelöst werden muss. Hierzu wird häufig auf das Lancsosoz Verfahren zurückgegriffen. Als Ergebnis erhält man N Eigenwerte ω_r^2 , dies sind die quadrierten

Eigenfrequenzen¹ des ungedämpften Systems. Für jeden dieser Eigenwerte lässt sich die Bewegungsgleichung (Gl. 3) lösen, wodurch man N Eigenvektoren $\boldsymbol{\psi}_r$ erhält. Diese Ergebnisse werden in zwei Matrizen zusammengefasst, in der Modalmatrix

$$\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1 \ \boldsymbol{\psi}_2 \ \dots \ \boldsymbol{\psi}_r \ \dots \ \boldsymbol{\psi}_N] \quad (7)$$

und in der Diagonalmatrix der Eigenwerte

$$\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}[\omega_r^2] \quad (8)$$

2.4 Modale Entkopplung

Die Eigenvektoren und somit auch die Modalmatrix sind frei skalierbar, sie beschreiben nur die Schwingformen, die Amplituden sind beliebig. Aus praktischen Gesichtspunkten bietet sich an, die Modalmatrix bezüglich der Masse zu normieren, sodass gilt

$$\boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{I} = \text{diag}[1] \quad (9)$$

Für den Fall, dass Gleichung 9 erfüllt ist, wird die Modalmatrix $\boldsymbol{\Psi}$ als massenormierte Modalmatrix $\boldsymbol{\Phi}$ bezeichnet. Durch die Massennormierung der Modalmatrix ergibt sich auch folgender Zusammenhang

$$\boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}[\omega_r^2] \quad (10)$$

Die massenormierte Modalmatrix bildet ein N -dimensionales Orthogonalsystem, in welchem sich die Massen- und Steifigkeitsmatrix als Diagonalmatrizen ergeben. Daher ist es wesentlich effektiver Bewegungsgleichungen wie zum Beispiel Gleichung 3 in den Modalraum zu transferieren und dort entkoppelt zu lösen. Zu diesem Zweck wird die modale Koordinate eingeführt

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{\Phi}^{-1} \boldsymbol{u} \quad (11)$$

Wenn diese in die Bewegungsgleichung der freien Schwingung (Gl. 3) eingesetzt wird und die Gleichung von links mit $\boldsymbol{\Phi}^T$ multipliziert wird, folgt

$$\boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{q} = \mathbf{0} \quad (12)$$

nach Gleichung 9 und 10 entspricht dies

$$\text{diag}[1] \cdot \ddot{\boldsymbol{q}} + \text{diag}[\omega_r^2] \cdot \boldsymbol{q} = \mathbf{0} \quad (13)$$

Somit ist das Gleichungssystem entkoppelt, man kann es als folgende N Gleichungen umschreiben:

$$\ddot{q}_r + \omega_r^2 \cdot q_r = 0 \quad (14)$$

¹Eigentlich sind ω_r die Eigenkreisfrequenzen und $f_r = \frac{\omega_r}{2\pi}$ sind die Eigenfrequenzen, diese Begriffe werden nachfolgend synonym verwendet

Jede dieser Schwingungen kann nun wie ein System mit einem Freiheitsgrad behandelt werden. Die Lösung der einzelnen Probleme ist deutlich einfacher als das direkte Lösen des Gesamt-Problems.

Für die Berücksichtigung von Dämpfung bietet sich an dieser Stelle der Ansatz der modalen Dämpfung an. Die Entkoppelten Gleichungen werden dabei jeweils um eine Dämpfungsterm erweitert.

$$\ddot{q}_r + 2\xi_r\omega_r \cdot \dot{q}_r + \omega_r^2 \cdot q_r = 0 \quad (15)$$

2.5 Aufstellen der FRF mittels modaler Entkopplung

Die modale Entkopplung wird an der erzwungenen Schwingung eines ungedämpften N -dimensionalen Feder-Massen-Systems demonstriert. Hier gilt die Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (16)$$

Mit der Annahme einer harmonischen Kraft

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{F} \cdot e^{i\omega t} \quad (17)$$

und Verwendung des folgenden Lösungsansatzes

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} \cdot e^{i\omega t} \quad (18)$$

folgt

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (19)$$

Für die weitere Betrachtung wird die Übertragungsfunktions-Matrix $\mathbf{H}(\omega)$ eingeführt, welche nachfolgend kurz mit FRF (Frequency Response Function) bezeichnet wird.

$$\mathbf{U} = \mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{F} \quad (20)$$

Die Bezeichnung $\mathbf{H}(\omega)$ ist eine aus dem Fachgebiet der Regelungstechnik entnommene verallgemeinernde Bezeichnung und wird, abhängig von der kinematischen Größe auf die sie sich bezieht, differenziert als Receptance-FRF für Verschiebungen U

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{U_j}{F_k} \quad (21)$$

als Mobility-FRF für Geschwindigkeiten \dot{U}

$$Y_{jk}(\omega) = \frac{\dot{U}_j}{F_k} = i\omega \alpha_{jk}(\omega) \quad (22)$$

und als Accelerance-FRF für Beschleunigungen \ddot{U}

$$A_{jk}(\omega) = \frac{\ddot{U}_j}{F_k} = -\omega^2 \alpha_{jk}(\omega) \quad (23)$$

Wenn die Gleichung 19 nun zweckmässig zur inversen Receptance-FRF umgestellt wird, folgt

$$\boldsymbol{\alpha}(\omega)^{-1} = (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \quad (24)$$

Diese Gleichung (Gl. 24) wird nun als Ausgang für die modale Entkopplung genutzt.

$$\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\alpha}(\omega)^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T = \boldsymbol{\Phi}^T (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\Phi}^T \quad (25)$$

Dies entspricht

$$\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\alpha}(\omega)^{-1} \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} - \omega^2 \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \quad (26)$$

Nach Gleichung 9 und 10 folgt

$$\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\alpha}(\omega)^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T = \boldsymbol{\Lambda} - \omega^2 \mathbf{I} = \text{diag}[\omega_r^2 - \omega^2] \quad (27)$$

umgeformt ergibt sich daraus

$$\boldsymbol{\alpha}(\omega) = \boldsymbol{\Phi} (\text{diag}[\omega_r^2 - \omega^2]^{-1}) \boldsymbol{\Phi}^T \quad (28)$$

Um das Prinzip und die Vorteile der modalen Entkopplung zu verdeutlichen, wird nun ein Element der Receptance-FRF betrachtet

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2} = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (29)$$

Hier kann man sehr gut erkennen, dass sich die Receptance-FRF als Summe entkoppelter Einzelschwingungen darstellen lässt. Hierbei geht jede Einzelschwingung, mit der modalen Konstante ${}_r A_{jk}$ als Gewichtungsfaktor, in die Gesamt-Receptance-FRF ein. Im Zusammenhang mit der Thematik des Curve-Fitting, wird dieser Faktor jedoch häufig auch als Residuum bezeichnet und die Eigenfrequenzen in dem Zusammenhang als Pole.

3 Grundlagen der Finite Elemente Methode

Wie schon aus dem vorangegangenen Kapitel hervorgeht, lassen sich viele Problemstellungen durch Differentialgleichungen beschreiben. Für die zuvor erwähnten diskreten Systeme lassen sich oft einfache Lösungsansätze finden, die die Differentialgleichung erfüllen. Für den Fall einer mehrdimensionalen komplexen Geometrie kann jedoch häufig keine Lösungsansatz gefunden werden, der die Differentialgleichung im gesamten Gebiet erfüllt. Der Grundgedanke der Finite Elemente Methode (FEM) ist, das System in eine endliche Anzahl kleine Elemente (Finite Elemente) zu unterteilen, deren Elementränder miteinander verknüpft sind. Somit reicht es aus, Ansätze für die Verschiebung zu wählen, die nur in jedem einzelnen Element definiert sind. Diese Verknüpfungspunkte nennt man Knoten und deren Verschiebung sind die zu bestimmenden Freiwerte des diskretisierten Systems.

3.1 Das Prinzip der FEM

Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen ist die Grundlage für die verschiebungsbezogene FEM. Für einen Körper im Gleichgewicht gilt, dass für eine den geometrischen Zwängen genügende, beliebige virtuelle Verschiebung, die innere virtuelle Arbeit gleich der äußeren virtuellen Arbeit ist.

Dies wird an einem dreidimensionalen Körper in einem stationären Koordinatensystem X, Y, Z , verdeutlicht. Die Oberfläche des Körpers sei mit S bezeichnet und auf der Teilfläche S_u ist die Verschiebung \mathbf{U}_{S_u} vorgeschrieben. Um ein möglichst umfangreiches Beispiel zu erhalten, wirken auf diesen Körper eine Vielzahl an verschiedenen äußeren Lasten. Auf der Teilfläche S_f wirkt die Flächenspannung \mathbf{f}_{S_f} , auf den gesamten Körper wirkt die Volumenkraft \mathbf{f}_B und auf eine beliebige Anzahl von Kraftangriffspunkten wirken die Einzelkräfte $\mathbf{R}_{C,i}$.

Die Verschiebungen des Körpers werden mit

$$\mathbf{U}(X, Y, Z) = [U \ V \ W]^T \quad (30)$$

bezeichnet.

Nach der Elastizitätstheorie gilt für linear-elastisches Verhalten folgender Zusammenhang

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon}^T \quad (31)$$

mit den auf \mathbf{U} bezogenen Verzerrungen

$$\boldsymbol{\epsilon}^T = [\epsilon_{XX} \ \epsilon_{YY} \ \epsilon_{ZZ} \ \gamma_{XY} \ \gamma_{YZ} \ \gamma_{ZX}] \quad (32)$$

Für den Körper folgt somit, nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen, die Gleichgewichtsbedingung:

$$\int_V \delta\boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\tau} \, dV = \int_V \delta\mathbf{U}^T \mathbf{f}_B \, dV + \int_{S_f} \delta\mathbf{U}_{S_f}^T \mathbf{f}_{S_f} \, dS + \sum_i \delta\mathbf{U}_i^T \mathbf{R}_{C,i} \quad (33)$$

Aus den virtuellen Verschiebungen $\delta \mathbf{U}$ und den virtuellen Verzerrungen $\delta \boldsymbol{\epsilon}$ entsteht die virtuelle Arbeit, deren innerer und äußerer Anteil hier im Gleichgewicht sind. Da diese Gleichung nur für einfache Systeme zu lösen ist, wird, durch die folgende Diskretisierung des Systems, der Schritt hin zur FEM gemacht. Für eine Finite-Elemente-Berechnung wird der Körper durch finite Elemente approximiert. Hierzu werden die Verschiebungen innerhalb der Elemente, in einem lokalen Koordinatensystem x, y, z als Funktionen der Verschiebungen in den N Knotenpunkten angenommen. Für ein Element m ergibt sich somit folgender Zusammenhang [3].

$$\mathbf{u}_m(x, y, z) = \mathbf{H}_m(x, y, z) \hat{\mathbf{U}} \quad (34)$$

Der Vektor $\hat{\mathbf{U}} = [U_1 V_1 W_1 \ U_2 V_2 W_2 \ \dots \ U_N V_N W_N]^T$ beinhaltet die globalen Verschiebungskomponenten für alle N Knotenpunkte und hat somit die Dimension $n = 3N$. \mathbf{H}_m verknüpft, basierend auf den gewählten Ansatzfunktionen, die inneren Elementverschiebungen für das Element m mit den gesamten Knotenverschiebungen. Durch eine entsprechende Anordnung der Differentialoperatoren, lässt sich aus der Interpolationsmatrix für Verschiebung \mathbf{H}_m die Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix \mathbf{B}_m bestimmen. Diese beschreibt einen Zusammenhang, zwischen den Verzerrungen des Elements m und den gesamten Knotenverschiebungen.

$$\boldsymbol{\epsilon}_m(x, y, z) = \mathbf{B}_m(x, y, z) \hat{\mathbf{U}} \quad (35)$$

Für ein finites Element lässt sich ebenfalls, analog zu Gleichung 31, eine Spannungs-Verzerrungs-Beziehung aufstellen.

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{C}_m \boldsymbol{\epsilon}_m^T \quad (36)$$

Mit der Annahme aus Gleichung 34 kann die Gleichgewichtsbedingung bezogen auf die Knotenpunktverschiebung aufgestellt werden. Hierzu wird zuerst die Gleichgewichtsbeziehung (Gl. 33) als Summe von Integralen über die Volumen und Flächen aller finiten Elemente ausgedrückt.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \delta \boldsymbol{\epsilon}_m^T \boldsymbol{\tau}_m \, dV_m &= \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \delta \mathbf{u}_m^T \mathbf{f}_{B,m} \, dV_m \\ &+ \sum_{m=1}^k \int_{S_{1,m}, \dots, S_{q,m}} \delta \mathbf{u}_{S,m}^T \mathbf{f}_{S,m} \, dS_m + \sum_i \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{R}_{C,i} \end{aligned} \quad (37)$$

Für die k Elemente werden die Elementflächen, die zur Oberfläche S gehören, mit $S_{1,m}, \dots, S_{q,m}$ bezeichnet. Für die Einzelkräfte $\mathbf{R}_{C,i}$ wird angenommen, dass die Angriffspunkte mit Knotenpunkte zusammenfallen, ansonsten müsste man diese Kräfte in die Integrale der Oberflächenkräfte einbauen oder die Elemente so anordnen, dass sich an den Angriffspunkten Knoten befinden. Die Berechnung der Integrale kann für jedes Element in einem eigenen Koordinatensystem durchgeführt werden. Durch die Wahl von besonders geeigneten Koordinatensystemen wird diese Methode sehr effizient.

Die Annahmen aus Gleichung 34 und 35 können analog für die virtuellen Verschiebungen und Verzerrungen getroffen werden.

$$\delta \mathbf{u}_m(x, y, z) = \mathbf{H}_m(x, y, z) \delta \hat{\mathbf{U}} \quad (38)$$

$$\delta \boldsymbol{\epsilon}_m(x, y, z) = \mathbf{B}_m(x, y, z) \delta \hat{\mathbf{U}} \quad (39)$$

Da die selben Annahmen für die virtuellen Verschiebungen und Verzerrungen gemacht wurden, ergibt sich die Steifigkeitsmatrix als symmetrische Matrix und nachfolgend auch die Massenmatrix als solche. Durch das Einsetzen der Annahmen für die virtuellen Größen (Gl. 38, 39) in Gleichung 37, erhalten wir die diskretisierte Gleichgewichtsbeziehung.

$$\begin{aligned} \delta \hat{\mathbf{U}}^T \left[\sum_{m=1}^k \int_{V_m} \mathbf{B}_m^T \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m dV_m \right] \delta \hat{\mathbf{U}} = \\ \delta \hat{\mathbf{U}}^T \left[\sum_{m=1}^k \int_{V_m} \mathbf{H}_m^T \mathbf{f}_{B,m} dV_m + \sum_{m=1}^k \int_{S_{1,m}, \dots, S_{q,m}} \mathbf{H}_{S,m}^T \mathbf{f}_{S,m} dS_m + \mathbf{R}_C \right] \end{aligned} \quad (40)$$

Die Interpolationsmatrizen für die Oberflächenverschiebungen $\mathbf{H}_{S,m}$ erhält man durch Einsetzen der passenden Element-Oberflächenkoordinaten aus \mathbf{H}_m nach Gleichung 34. Der Vektor \mathbf{R}_C beinhaltet die Einzelkräfte, dessen i -te Komponente entspricht der i -ten Komponente des Verschiebungsvektors $\hat{\mathbf{U}}$.

Um aus der vorangegangenen Gleichungen die unbekanntenen Knotenverformungen zu erhalten, wird das Prinzip der virtuellen Verschiebung n mal angewendet, wobei $\delta \hat{\mathbf{U}}$ der Reihe nach durch alle Einheitsvektoren \mathbf{e}_i (mit $i = 1, \dots, n$) ersetzt wird. Dadurch ergibt sich die auf die Knotenpunktverschiebung bezogene Gleichgewichtsbedingung der Elementgruppe.

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (41)$$

In der Gleichung 41 sind die durch das Einsetzen der Einheitsvektoren entstandenen Einheitsmatrizen bereits weggelassen worden und es wurden folgende Definitionen bzw. Vereinfachungen getroffen: $\delta \hat{\mathbf{U}}$ wird nur noch mit \mathbf{U} bezeichnet, die Gesamt-Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K} = \sum_{m=1}^k \mathbf{K}_m \quad (42)$$

ist die Summe der Elementsteifigkeitsmatrizen

$$\mathbf{K}_m = \int_{V_m} \mathbf{B}_m^T \boldsymbol{\tau}_{I,m} dV_m \quad (43)$$

Diese Art des Zusammenfügens von Element-Matrizen nennt man direkte Steifigkeitsmethode. Die Summanden des Lastenvektors $\mathbf{R} = \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_S + \mathbf{R}_I + \mathbf{R}_C$ ergeben sich ebenfalls durch direkte Addition.

Es gilt für die Volumenkräfte

$$\mathbf{R}_B = \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \mathbf{H}_m^T \mathbf{f}_{B,m} dV_m \quad (44)$$

die Oberflächenkräfte

$$\mathbf{R}_S = \sum_{m=1}^k \int_{S_{1,m}, \dots, S_{q,m}} \mathbf{H}_{S,m}^T \mathbf{f}_{S,m} dS_m \quad (45)$$

die Anfangsspannungen

$$\mathbf{R}_I = \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \mathbf{B}_m^T \boldsymbol{\tau}_{I,m} dV_m \quad (46)$$

Mit Gleichung 41 ist das statische Gleichgewicht der Element-Gruppe beschrieben. Für dynamische Problemstellungen müssen noch die auftretenden Trägheitskräfte berücksichtigt werden. Mit Hilfe des Prinzips nach D'Alembert lassen sich diese unter der Annahme, dass sich die Element-Beschleunigungen ebenso wie die Element-Verschiebungen nach Gleichung 34 approximieren lassen, als Teil der Volumenkräfte einbeziehen, wie in der folgenden Gleichung dargestellt.

$$\mathbf{R}_B = \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \mathbf{H}_m^T [\mathbf{f}_{B,m} - \rho_m \mathbf{H}_m \ddot{\mathbf{U}}] dV_m \quad (47)$$

Mit der Definition der Massenmatrix

$$\mathbf{M} = \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \rho_m \mathbf{H}_m^T \mathbf{H}_m dV_m \quad (48)$$

ergibt sich die kinetische Gleichgewichtsbedingung bzw. Bewegungsgleichung.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (49)$$

Analog zu diesem Vorgehen können auch geschwindigkeitsabhängige Dämpfungskräfte eingeführt werden. Hierfür werden die Volumenkräfte um einen weiteren Term, mit den Element-Dämpfungskonstanten, erweitert.

$$\mathbf{R}_B = \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \mathbf{H}_m^T [\mathbf{f}_{B,m} - \rho_m \mathbf{H}_m \ddot{\mathbf{U}} - \kappa_m \mathbf{H}_m \dot{\mathbf{U}}] dV_m \quad (50)$$

Mit der Definition der Dämpfungsmatrix

$$\mathbf{C} = \sum_{m=1}^k \int_{V_m} \kappa_m \mathbf{H}_m^T \mathbf{H}_m dV_m \quad (51)$$

ergibt sich diese Bewegungsgleichung.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (52)$$

4 Grundlagen der experimentellen Bestimmung modaler Parameter

Mittels experimenteller Modalanalyse werden die modalen Parameter eines Systems bestimmt. Dazu gehören die Eigenfrequenzen, Eigenvektoren und die modalen Dämpfungen. Zur Bestimmung dieser Parameter gibt es zwei Ansätze, zum einen gibt es die Operated Modal Analysis, bei der versucht wird, die modalen Parameter aus der Systemantwort einer unbekanntem Anregung zu bestimmen. Zum anderen gibt es Verfahren, die auf der Ermittlung von FRF's basieren und daher auch das Erregersignals benötigen. Um solche FRF's experimentell zu bestimmen, werden an dem zu untersuchenden Körper Beschleunigungssensoren montiert. Dieses System wird dann, bei gleichzeitiger Messung des Erregersignals, angeregt. Erst mit den vorliegenden FRF's kann die eigentliche Modalanalyse beginnen. Mittels Curve-Fitting-Verfahren wird versucht, die modalen Parameter aus den gemessenen FRF's zu erhalten.

4.1 Messequipment

4.1.1 Beschleunigungssensoren

Beschleunigung ist die kinematische Größe, die sich messtechnisch am besten erfassen lässt, daher wird die Systemantwort in dieser Größe gemessen. Es gibt verschiedene Verfahren die Beschleunigungen zu erfassen, zum einen mittels Laser-Vibrometer, zum anderen mit den häufig verwendeten Beschleunigungsaufnehmern (B-Aufnehmer). Diese beinhalten meist ein piezokeramisches Sensorplättchen, welches dynamische Druckschwankungen in elektrische Signale umwandelt. Aus dem linearen Zusammenhang zwischen den beiden Größen ergibt sich die Sensitivität. Diese durch Eichung erhaltene Größe ist der Umrechnungsfaktor zwischen gemessener Spannung und vorhandener Beschleunigung. Somit ist eine gewissenhafte Bestimmung der Sensitivität von großer Wichtigkeit, da sonst fehlerbehaftete Amplituden ermittelt werden. Je nach Anwendungszweck werden die B-Aufnehmer auf unterschiedliche Weise an der zu untersuchenden Struktur befestigt. Zum Beispiel durch Zement, Wachs oder Verwendung von magnetischen B-Aufnehmern. Da das Gewicht der B-Aufnehmer Einfluss auf das Schwingverhalten des Testobjekts haben kann, sollten diese, im Verhältnis zum Testobjekt, möglichst klein und leicht sein.

4.1.2 Anregungsarten

Um das zu untersuchende System anzuregen, sind zwei Methoden sehr gebräuchlich. Zum einen die Anregung durch einen Shaker und zum anderen die Anregung durch einen Impulshammer.

Ein Shaker kann das System mit einem beliebigen Kraftsignal (Sweep Sinus, White Noise, Chirp) anregen. Der Shaker überträgt das Kraftsignal mit einem Stab auf das Testobjekt (Abbildung 2). So kann das System mit viel Energie angeregt werden, weshalb sich die Shakeranregung besonders für große Testobjekte eignet. Durch die Fixierung zwischen Messobjekt und Shaker ist die Shakermasse jedoch nicht vollständig entkoppelt, was zur Verfälschung der Ergebnisse führen kann.

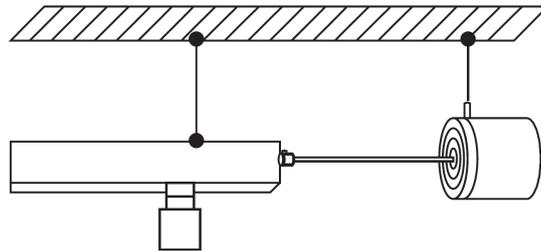


Abbildung 2: Shaker Anregung

Die Anregung mit einem Impulshammer erfolgt durch einen Schlag auf das Messobjekt, wobei ein Kraftsensor im Hammer auch gleichzeitig das Kraftsignal misst. Da keine Kopplung zwischen Hammer und Messobjekt besteht kann die Schwingung, ohne Beeinflussung des Erregers frei abklingen. Ein weiterer Vorteil der Impulshammeranregung ist die flexible Handhabung, das Testobjekt lässt sich relativ unkompliziert an verschiedenen Stellen anregen. Hieraus ergibt sich allerdings auch ein Nachteil dieser Methode, denn durch die händische Anregung kann nicht immer exakt die gleiche Stelle unter dem gleichen Winkel getroffen werden. Daher ist bei dieser Anregungsmethode ein sehr sorgsames Vorgehen unabdingbar.

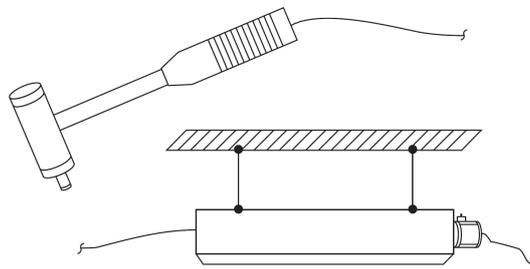


Abbildung 3: Impulshammer Anregung

Durch Verwendung von Zusatzmassen und verschiedenen harten Hammerspitzen lässt sich der Impuls in Höhe und Breite verändern, sodass die Anregung unterschiedliche Frequenzspektren abdecken kann.

4.2 Digitalisierung der Messwerte

Um die kontinuierlichen Signale der Anregung und Systemantwort für die EDV und numerische Verfahren zugänglich zu machen, ist eine Diskretisierung dieser Signale notwendig. Hierbei quantisiert ein Analog-Digital-Wandler (A/D-Wandler) den Datenstrom hinsichtlich der Zeit und der Signalhöhe. Dabei ist zu beachten, dass es durch eine zu geringe Abtastrate zu Aliasing-Fehlern kommen kann. Um die Digitalisierung im Rahmen der technischen Möglichkeiten, nach den eigenen Anforderungen gestalten zu können, müssen die Zusammenhänge zwischen zeitlicher Abtastrate und Frequenzspanne sowie zwischen Zeitspanne und Frequenzauflösung bekannt sein.

4.2.1 Aliasing-Fehler

Im Falle, dass die zu diskretisierende Frequenz größer als die halbe Abtastfrequenz ist, können Aliasing-Fehler auftreten.

Abbildung 9 verdeutlicht die Problemstellung, wie durch eine zu geringe Abtastrate eine hohe Frequenz als eine niedrigere erkannt wird.

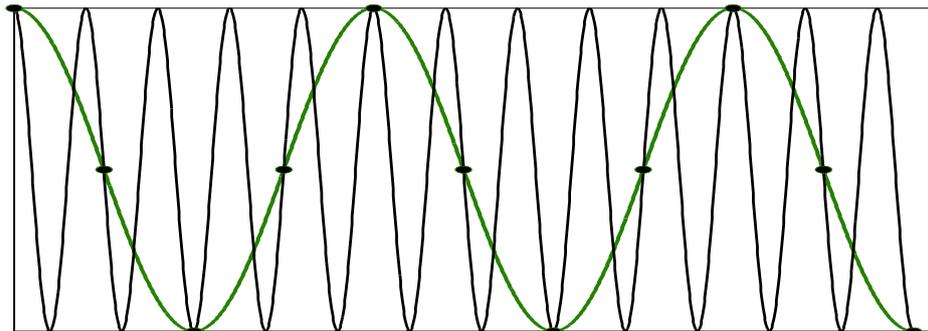


Abbildung 4: Beispiel für Aliasing-Fehler

Damit dieses Problem nicht auftritt, muss das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem beachtet werden. Es besagt, dass eine Frequenz nur dann fehlerfrei abgetastet und wiedergegeben werden kann, wenn sie unter der Nyquist-Frequenz liegt:

$$F_{Nyq} = 2 \cdot (f_{max} - f_{min}) \quad (53)$$

Für den häufigen Fall, dass $f_{min} = 0$ gilt, folgt:

$$F_{Nyq} = 2 \cdot f_{max} \quad (54)$$

Um zu gewährleisten, dass im abzutastenden Signal, keine Frequenzen oberhalb der Nyquist-Frequenz vorhanden sind, werden Tiefpass-Filter eingesetzt.

4.2.2 Zusammenhänge zwischen Abtastraten und Betrachtungsbereiche

Unter Berücksichtigung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems ergeben sich hierbei folgende Zusammenhänge:

$$f_{max} = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \quad (55)$$

$$T = N \cdot \Delta t \quad (56)$$

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot \Delta t} = \frac{1}{T} \quad (57)$$

Hierbei wird der zu betrachtende Zeitraum bzw. die Messdauer als T bezeichnet, somit entspricht Δt der Abtastzeit. Unter der Voraussetzung $f_{min} = 0$ ist Δf gleichzusetzen mit dem Frequenz-Stützstellenabstand. Die Anzahl der Samples wird mit N bezeichnet.

4.3 Fourier Transformation

4.3.1 DFT

Die aufgenommenen Messdaten sind Zeitsignale und müssen zum Bestimmen der FRF's, mittels Fouriertransformation, in den Frequenzraum überführt werden.

Mit Fourierreihen können periodische Funktionen als Reihe trigonometrischer Polynome dargestellt werden.[5] Für nicht periodische Funktionen hat sich aus der Fourierreihe, mittels Grenzübergang $T \rightarrow \infty$, die Fouriertransformation ergeben. Hiermit lassen sich auch nicht periodische Funktionen beschreiben, diese müssen allerdings über ganz \mathbb{R} definiert sein. Um diskrete zeitbegrenzte Messwerte in den Frequenzraum zu überführen, wird auf die diskrete Fouriertransformation (DFT) zurückgegriffen. Hierbei wird das zeitbegrenzte Signal aneinandergereiht und somit außerhalb T periodisch fortgesetzt. Die diskreten Werte führen mit der Rechteckregel² zu folgender Definition der DFT:

$$X(f_k) = \Delta t \sum_{n=0}^{2N-1} x(t_n) \cdot e^{-j \cdot 2\pi f_k \cdot t_n} \quad (58)$$

Der große Aufwand der DFT führte zur Entwicklung eines Verfahrens, welches besser an die EDV angepasst ist und Zwischenergebnisse wiederverwendet. Dieses Verfahren wird als Fast-Fouriertransformation bezeichnet und ist das gängige Verfahren für die Transformation diskreter Messwerte.[6]

²Rechteckregel: $\int_a^b f(x)dx \approx h \cdot \sum_{n=0}^N f(a + n \cdot h)$ mit $h = \frac{b-a}{n}$

4.3.2 Leck-Effekt

Das vorhandene Zeitsignal lässt sich nur selten so aneinanderreihen, dass ein stetiges periodisches Signal entsteht. Die durch die Aneinanderreihung entstehenden Unstetigkeiten führen bei Anwendung einer FFT, zu einer Verbreiterung des ermittelten Frequenzspektrums. Die so verursachte Entstehung solcher „Verschmierungen“ wird als Leck-Effekt (Leackage-Error) bezeichnet.

4.3.3 Fensterfunktionen

Um den Leck-Effekt zu minimieren werden Fensterfunktionen auf das Zeitsignal gelegt. Je nach Anwendungszweck wird eine Fensterfunktion $W(t)$ mit dem Zeitsignal multipliziert. Eine Auswahl an verschiedenen Fensterfunktionen sowie deren Effekt auf ein Ausgangssignal wird in den Abbildungen 10 bis 7 dargestellt.[4]

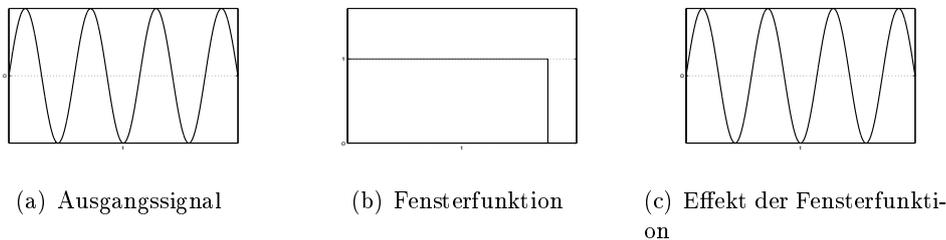


Abbildung 5: Boxcar/Rechteck Fensterfunktionen

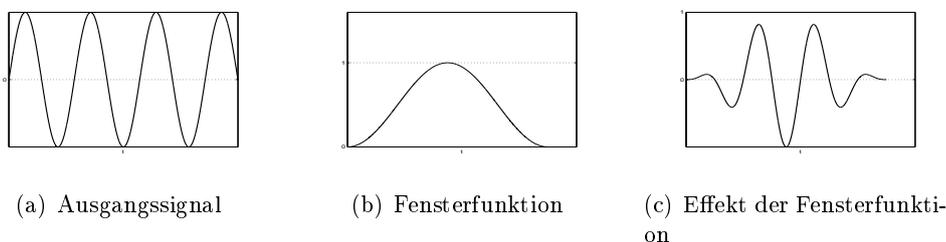


Abbildung 6: Hanning Fensterfunktionen

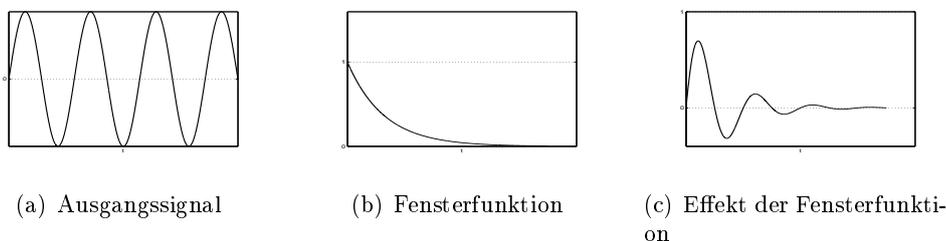


Abbildung 7: Exponentielle Fensterfunktionen

Abhängig vom Zeitsignal entscheidet man sich für eine Fensterfunktion. Das Rechteckfenster (Boxcar-Fenster) hat keinen Einfluss auf das Zeitsignal. Für periodische Signale erzielt meist eine Hanning-Fensterfunktion die besten Ergebnisse. Zeitsignale, wie sie beispielsweise bei einer Impulsanregung auftreten, haben am Beginn eine ho-

he Informationsdichte und klingen dann ab. Für diese Signale ist die Exponentiale-Fensterfunktion optimal. Es besteht auch die Möglichkeit Parameter, dieser Funktionen zu variieren, zum Beispiel kann man unterschiedlich stark abfallende Exponentiale-Fensterfunktionen verwenden.

4.4 Bestimmung der FRF's

Aus den fouriertransformierten Signalen, der Anregung und der Systemantwort, lassen sich FRF's berechnen. Abhängig von der Anzahl der Anregungspunkte geschieht dies über der die Bildung von Leistungsspektren oder Leistungsspektren-Matrizen. Für eine Bewertung der Qualität der ermittelten FRF's, kann auf die Bildung von Kohärenzen zurückgegriffen werden.

4.4.1 Leistungsspektren

Aus den Fouriertransformierten $F(\omega)$ und $X(\omega)$, lassen sich dann die Autoleistungsspektren

$$G_{XX}(\omega) = X^*(\omega) \cdot X(\omega) \quad (59)$$

$$G_{FF}(\omega) = F^*(\omega) \cdot F(\omega) \quad (60)$$

und die Kreuzleistungsspektren berechnen

$$G_{XF}(\omega) = X^*(\omega) \cdot F(\omega) \quad (61)$$

$$G_{FX}(\omega) = F^*(\omega) \cdot X(\omega) \quad (62)$$

Zur Reduzierung von zufälligen Fehlern werden üblicherweise mehrmals Messsignale aufgenommen. Die daraus entstandenen Leistungsspektren werden jeweils gemittelt. Zur Mittelwertbildung können verschiedene gebräuchliche Methoden verwendet werden, z.B. das lineare Mittel (arithmetische Mittel) oder das quadratische Mittel (RMS).

4.4.2 Berechnung der FRF

Aus diesen Leistungsspektren lässt sich die FRF auf unterschiedliche Weise berechnen. Wenn Störsignale vorwiegend auf dem Output sind, bietet sich der H_1 Algorithmus an,

$$H_1(\omega) = \frac{G_{XF}(\omega)}{G_{FF}(\omega)} \quad (63)$$

bei Störsignalen auf dem Input der H_2 Algorithmus.

$$H_2(\omega) = \frac{G_{XX}(\omega)}{G_{FX}(\omega)} \quad (64)$$

4.4.3 Kohärenz

Die Kohärenz ist folgendermaßen definiert:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|G_{XF}(\omega)|^2}{G_{FF}(\omega) \cdot G_{XX}(\omega)} = \frac{G_{XF}(\omega) \cdot G_{FX}(\omega)}{G_{FF}(\omega) \cdot G_{XX}(\omega)} = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} \quad (65)$$

Sie ist ein Maß für die Abhängigkeit zwischen zwei Prozessen im Frequenzraum. Bei vollständiger Abhängigkeit zwischen Output-Signal, und Input-Signal gilt $\gamma^2(\omega) = 1$. Ein Wert unter eins besagt, dass die gemessene Antwort durch Signale beeinflusst ist, die nicht mit dem Eingangssignal korreliert sind. Diese können äußere Störeinflüsse oder Rauschen sein.

4.5 Bestimmung der modalen Parameter

Aus den ermittelten FRF's lassen sich mittels Curve-Fitting die modalen Parameter bestimmen. Nach Kapitel 2.5 kann die FRF als Summe der Eigenschwingungen dargestellt werden. So wird versucht die einzelnen modalen Parameter so zu bestimmen, dass die berechnete Übertragungsfunktion möglichst gut mit der gemessenen übereinstimmt.

$$h_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{rA_{jk}}{\omega_r^2 - \omega + i\eta_r\omega_r^2} \quad (66)$$

Um die Eigenfrequenzen zu lokalisieren, können verschiedene Merkmale der FRF ausgenutzt werden die an den Stellen gelten, wo Eigenfrequenzen vorliegen

- der Betrag der FRF ist maximal
- der Imaginärteil ist ein Extremwert
- der Realteil ist Null
- der Phasenunterschied beträgt 90°

Für die weitere Bestimmung der modalen Parameter gibt es verschiedene Verfahren. Lokale SDOF-Verfahren betrachten innerhalb einer FRF jede Mode für sich alleine. Sie versuchen die modalen Parameter so zu finden, dass Gleichung 66 die gemessene FRF im Bereich um die jeweilige Eigenfrequenz bestmöglich nachbildet. Lokale MDOF-Verfahren betrachten weiterhin nur einzelne FRF's, diese allerdings über ihre gesamten Frequenzen. Dass sich die FRF aus der Summe der Einzel-Schwingungen bildet, ist gerade bei stark gekoppelten Moden zu berücksichtigen. Um mehrere FRF's gleichzeitig zu analysieren, werden globale Verfahren verwendet, die für jede Mode, unabhängig vom Mess- oder Anregungspunkt, denselben Nenner in Gleichung 66 voraussetzen. Das Prinzip solcher Verfahren wird am Beispiel von zwei lokalen SDOF-Verfahren vorgestellt.

4.5.1 Peak-Picking Methode

Das Peak-Picking ist eines der einfachsten dieser Verfahren. Da es sich um ein SDOF-Verfahren handelt, wird angenommen, dass ein Peak komplett einer Mode zuzuschreiben ist. Diese Annahme funktioniert zuverlässig für gut separierte Moden.

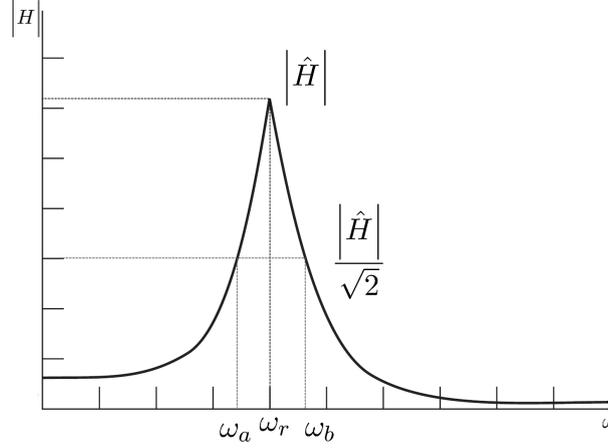


Abbildung 8: Peak-Picking-Methode

Hierbei wird der zu der identifizierten Eigenfrequenz ω_r gehörende Resonanz-Peak mit $|\hat{H}|$ bezeichnet. Anschließend werden die „Half-Power“-Punkte, die 3dB unter dem Maximum liegen, bestimmt. Aus den zugehörigen Frequenzen ω_a und ω_b lässt sich die modale Dämpfung bestimmen:

$$2\xi_r = \eta_r = \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \quad (67)$$

Mit bekannter Eigenfrequenz und modaler Dämpfung kann nun auch das Residuum berechnet werden. Durch die Betrachtung einer einzelnen Mode, fällt die Summe weg und für den geltenden Fall $\omega = \omega_r$, vereinfacht sich Gleichung 66 zu:

$$h(\omega_r) \hat{=} |\hat{H}| = \frac{A_r}{\eta_r \omega_r^2} \quad (68)$$

wodurch sich für das Residuum folgende Gleichung ergibt:

$$A_r = |\hat{H}| \cdot \eta_r \omega_r^2 \quad (69)$$

4.5.2 Circle-Fit-Methode

Das Circle-Fit-Verfahren ist ebenfalls ein SDOF-Verfahren. Sie beruht darauf, dass der Frequenzgang eines Einmassenschwingers in der komplexen Ebene einen Kreis ergibt. Dieser Kreis bildet sich hauptsächlich aus Frequenzen die um die Resonanzfrequenz herum liegen. Aus diesen Punkten wird mittels Fehlerquadratmethode nach Gauß ein Kreis approximiert. Durch die Forderung, dass der Kreis für $\omega \rightarrow \infty$ durch den Koordinatenursprung geht, genügt es, die Lage des Kreismittelpunktes zu kennen, um den Kreis eindeutig zu beschreiben. Unter der Voraussetzung einer geringen Dämpfung ist die Kreismittelpunktverschiebung bezüglich der Re-Achse zu vernachlässigen, wodurch sich die Eigenfrequenzen als Schnittpunkt mit der Im-Achse ergeben.[7]

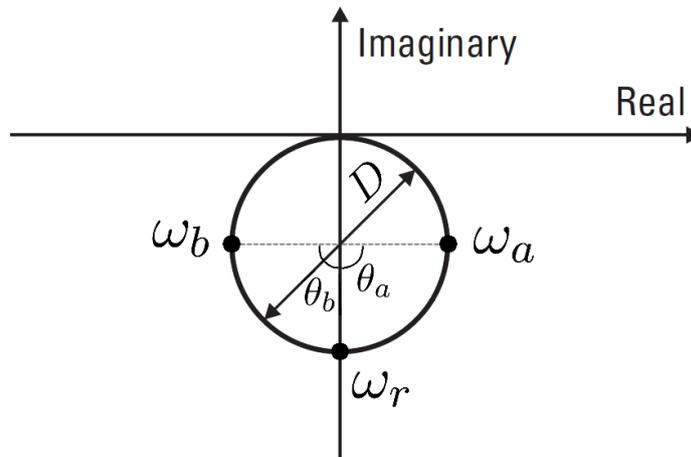


Abbildung 9: Circle-Fit-Methode

Wenn der Kreis bekannt ist, lassen sich hier ebenfalls die „Half-Power“-Punkte bestimmen. Für diese gilt

$$\theta_a = \theta_b = 90^\circ \quad (70)$$

Die Dämpfung lässt sich dann genau wie bei der Peak-Picking-Methode bestimmen

$$2\xi_r = \eta_r = \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} \quad (71)$$

Zwischen Residuum und Durchmesser besteht folgender Zusammenhang

$${}_r D_{jk} = \frac{|{}_r A_{jk}|}{\eta_r \omega_r^2} \quad (72)$$

Durch die Indizes wird nochmals verdeutlicht, dass der Radius nicht nur von der Mode r abhängt, sondern auch vom jeweiligen Übertragungspfad jk .

4.6 Bewertungs- und Vergleichsverfahren

Bei einer Modalanalyse entsteht häufig eine große Menge an Daten, die es zu bewerten und vergleichen gilt. Zu diesem Zweck wurden einige Verfahren entwickelt, die es ermöglichen, eine Vielzahl an Informationen übersichtlich darzustellen.

4.6.1 Komplexität

Um die Qualität der Curve-Fitting Ergebnisse zu beurteilen, ist es hilfreich, die Komplexität der ermittelten Eigenvektoren zu untersuchen. Bei schwacher Dämpfung sollen nahezu nur reelle Moden auftreten, somit ist eine hohe Komplexität einer Mode ein Indiz dafür, dass beim Curve-Fitting Fehler aufgetreten sind. Zur Darstellung der Komplexität werden die Elemente eines Eigenvektors in ein Argand-Diagramm eingezeichnet und auf Basis des größten Vektorelements ein Kreis um den Ursprung gezeichnet.[4]

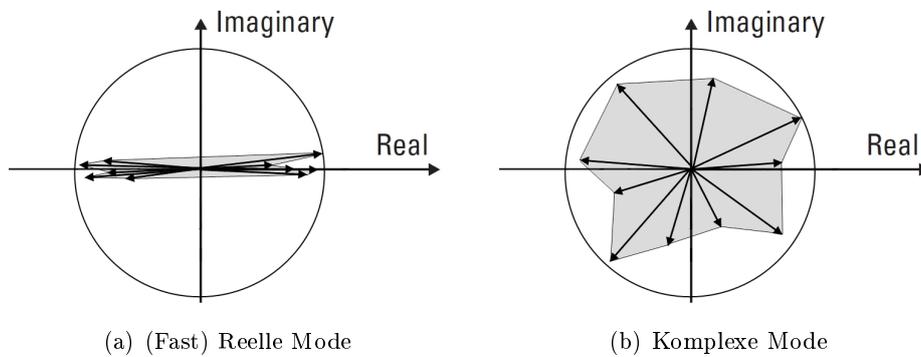


Abbildung 10: Komplexität von Moden

Die von den Eigenvektoren aufgespannte Fläche kann nun mit der Kreisfläche ins Verhältnis gebracht werden. Hierbei gibt es mehrere Varianten, eine Kennzahl zu bestimmen. Das Prinzip ist jedoch ist gleich: je größer die aufgespannte Fläche im Verhältnis zur Kreisfläche ist, umso höher ist die Komplexität der Mode.

4.6.2 MAC-Analyse

Die MAC-Analyse (**M**odal **A**ssurance **C**riterion) ist ein Verfahren, um Eigenvektoren ψ_X und ψ_A hinsichtlich ihrer Orthogonalität zu untersuchen. Hierzu wird ein normiertes Skalarprodukt berechnet

$$MAC(A, X) = \frac{|\psi_X^T \cdot \psi_A|}{(\psi_X^T \cdot \psi_X) \cdot (\psi_A^T \cdot \psi_A)} \quad (73)$$

Häufig wird die MAC-Analyse mit numerisch und experimentell ermittelten Eigenvektoren durchgeführt. Hohe MAC-Werte stehen dabei für eine gute Übereinstimmung der Schwingformen. Da die MAC nur ein Maß für die Orthogonalität ist, können ihr keine Information bezüglich der Amplitude entnommen werden.

Die MAC-Analyse eignet sich ebenfalls, um die Trennbarkeit der experimentell bestimmten Moden zu bewerten. Hierbei sind wiederum geringe MAC-Werte gewünscht.

4.6.3 FDAC-Analyse

Die FDAC-Analyse (**F**requency **D**omain **A**ssurance **C**riterion) ist ein der MAC-Analyse ähnliches Verfahren zur Bewertung der Orthogonalität. Dieses Verfahren bezieht sich jedoch auf FRF's. Da häufig FRF's vorliegen, die sich von einigen wenigen Anregungspunkten auf viele Antwortpunkte beziehen, verwendet man für die FDAC die einem Anregungspunkt zugehörige k . Spalte der FRF-Matrizen. So wird zu jedem Anregungspunkt eine FDAC gebildet, die Informationen zu allen Antwortpunkten enthält.

$$FDAC(A(\omega_j), X(\omega_i))_k = \frac{|\mathbf{h}_X^T(\omega_i)_k \cdot \mathbf{h}_A(\omega_j)_k|}{(\mathbf{h}_X^T(\omega_i)_k \cdot \mathbf{h}_X(\omega_i)_k) \cdot (\mathbf{h}_A^T(\omega_j)_k \cdot \mathbf{h}_A(\omega_j)_k)} \quad (74)$$

Die FDAC eignet sich, um numerische und experimentell ermittelte FRF's zu vergleichen. Bei diesem Vergleich ist, wie bei der MAC, ein hoher Wert erwünscht. Die FDAC macht zudem Frequenzverschiebungen zwischen den FRF's gut sichtbar. Im Idealfall sollten die maximalen FDAC-Werte eine Diagonale bilden, deren Steigung 1 ist, wie in Abbildung 11 gut sichtbar.

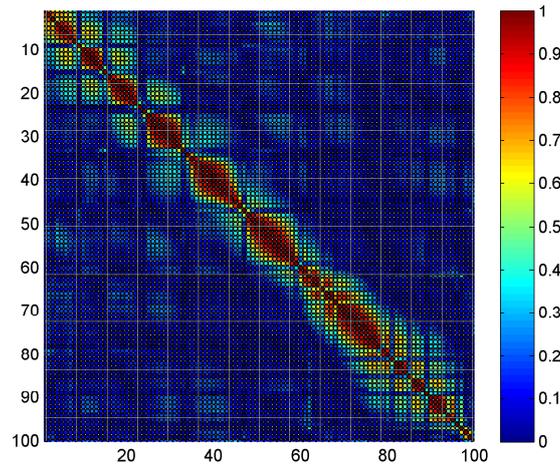


Abbildung 11: FDAC

5 FE-Modellierung

Im vorliegenden Kapitel werden die im Rahmen dieser Arbeit zu untersuchenden Testobjekte vorgestellt und deren Modellierung beschrieben. Aus der Darstellung der Testobjekte ergeben sich die für die Modellierung notwendigen Daten. Ziel der Modellierung ist das vibroakustische Verhalten der Testobjekte durch ein FE-Modell vorher zusagen. Hauptaugenmerk liegt auf der Modellierung des Gesamtmodells und auf der Vorhersage von modalen Parametern und FRF's.

5.1 Vorstellung der Testobjekte

Das zu modellierende Gesamtmodell soll den hinteren Teil eines Flugzeugrumpfes repräsentieren. Es ist im Maßstab 1:6 gefertigt und besteht aus einer konischen sowie einer zylindrischen Sektion.

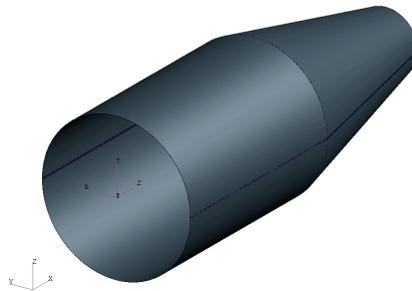


Abbildung 12: Gesamtmodell

Beide Sektionen sollen zunächst getrennt voneinander betrachtet und erst dann zu einem Gesamtmodell verbunden werden. Alle Untersuchungen an den Testobjekten sollen im frei gelagerten Zustand geschehen. Zudem soll das Modell unversteift sein, also keine Spanten und Stringer beinhalten.

Da jedoch die Option auf eine spätere Versteifung bestehen soll, muss dies schon bei dem Entwurf des Modells berücksichtigt werden. Daher ist sowohl die konische als auch die zylindrische Sektion in eine Unter- und Oberschale teilbar. Auf diese Weise kann man nachträglich problemlos Spanten und Stringer in das Modell einbauen. Um die Ober- und Unterschale miteinander verbinden zu können, werden jeweils zwei Stringer mit der doppelten Breite eingebaut. An diesen Stringern lassen sich dann die Hälften zusammen schrauben.

Nachfolgend werden die für die Modellierung relevanten Daten angegeben. Hierbei handelt es sich im Einzelnen um die Bauteilgeometrie und die verwendeten Werkstoffe. Details wie Schrauben werden außer Acht gelassen, die vorhandenen zur Verschraubung genutzten Stringer werden jedoch berücksichtigt.

5.1.1 Zylindrische Sektion

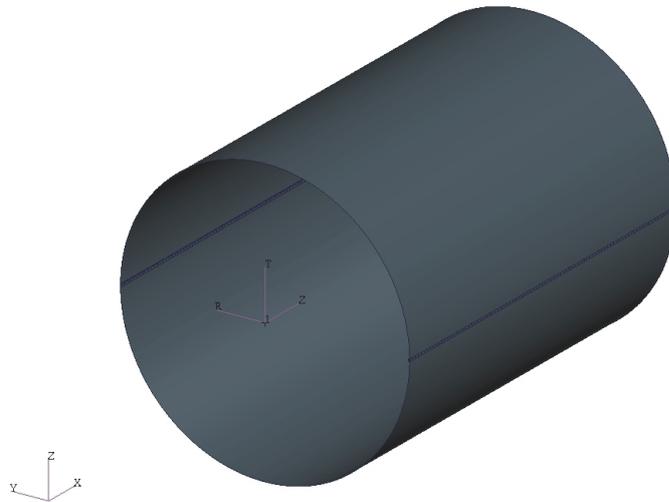


Abbildung 13: Zylindrische Sektion

- Länge des Zylinders $l_{zy} = 957mm$
- Durchmesser des Zylinders $D_1 = 700mm$
- Blechdicke $t = 0,5mm$
- Material: Aluminium ($\rho = 2750 \frac{kg}{m^3}$, $E \approx 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$)
- Gewicht: $m_{zy} = 2,96 \text{ kg}$

Da keine konkreten Materialkennwerte vorliegen, sind die oben angegebenen Daten allgemein gebräuchliche Werte für Aluminium daher sind diese Werte mit einer Unsicherheit von circa $\pm 10\%$ zu betrachten.

Die für die Verschraubung genutzten Stringer sind ebenfalls aus Aluminium hergestellt und erstrecken sich über die gesamte Länge des Zylinders. Sie haben ein Rechteckprofil mit einer Höhe von $y_s = 3mm$ und eine Breite von $z_s = 6mm$.

5.1.2 Konische Sektion

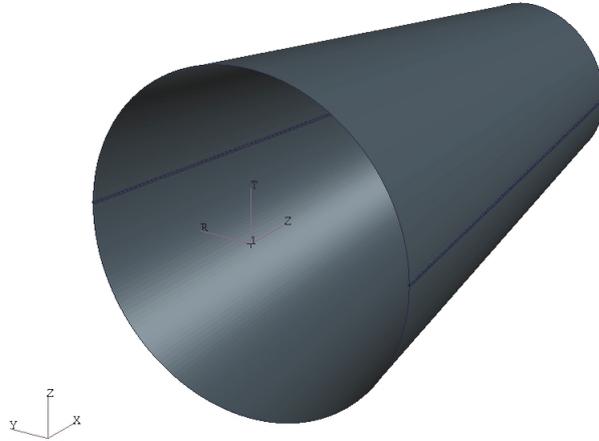


Abbildung 14: Konische Sektion

- Länge des Konuses (entlang der x-Achse) $l_{ko,x} \approx 936mm$
- Länge des Konuses (entlang der Mantellinie) $l_{ko,m} = 957mm$
- Großer Durchmesser $D_1 = 700mm$
- Kleiner Durchmesser $D_2 = 300mm$
- Blechdicke $t = 0,5mm$
- Material: Aluminium ($\rho = 2750 \frac{kg}{m^3}$, $E \approx 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$)
- Gewicht: $m_{zy} = 2,16 \text{ kg}$

Bei den Materialkennwerten, ist wie bei der zylindrischen Sektion, eine Unsicherheit von circa $\pm 10\%$ zu berücksichtigen.

Die für die Verschraubung genutzten Aluminium-Stringer sind die gleichen wie beim Zylinder. Ihr Rechteckprofil, mit einer Höhe von $y_s = 3mm$ und eine Breite von $z_s = 6mm$, erstreckt sich über die gesamte Länge der Mantellinie des Konuses.

5.1.3 Gesamtmodell

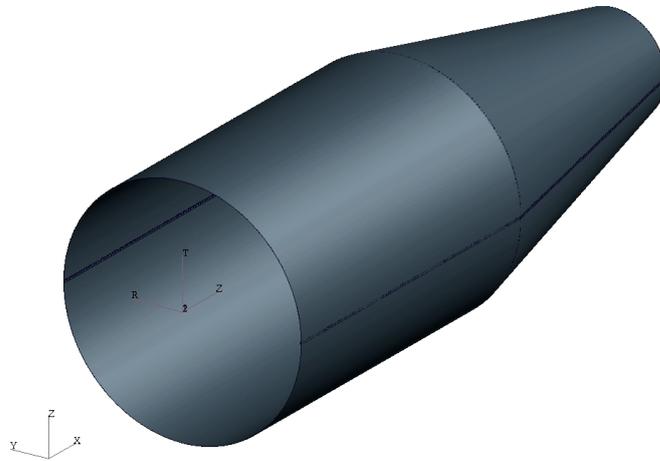


Abbildung 15: Gesamtmodell

Das Gesamtmodell ist ein Zusammenbau der zuvor beschriebenen Teilmodelle. Von daher ergeben sich dessen Geometrie und Materialeigenschaften weitestgehend aus denen der Teilmodelle. Eine wesentliche Ergänzung ist ein Verbindungsring aus Aluminium. Beide Teilmodelle werden auf den Ring geschoben und anschließend an ihm festgeschraubt. Für die Modellierung werden auch diese Schrauben außer Acht gelassen und nur der Verbindungsring berücksichtigt.

- Gesamtlänge (entlang der x-Achse) $l_{ges} \approx 936mm$
- Höhe des Verbindungsrings $y_r = 3mm$
- Breite des Verbindungsrings $z_r = 20mm$
- Gesamtgewicht: $m_{zy} = 5,49$ kg

5.2 Erstellen der FE-Modelle

Die Modellierung der Testobjekte erfolgt mit MSC Patran 2006 r1a und die anschließende Berechnung der Modelle wird mit MSC Nastran 2005 r3 durchgeführt.

Bei der Modellierung wird ähnlich vorgegangen wie bei der Fertigung der physikalischen Modelle. Es werden zuerst Zylinder und Konus modelliert, welche dann anschließend zum Gesamtmodell zusammengesetzt werden.

5.2.1 Teilmodelle

Die zur Modellierung verwendete Geometrie wird dem vorangegangenen Kapitel 5.1 entnommen.

Für die Diskretisierung der Zylinder- und Konushaut werden je Teilmodell 21.600 Schalenelemente (CQUAD4-Elemente) verwendet, woraus sich jeweils 131.040 Freiheitsgrade (DOF) ergeben. Es sind 90 Elemente über die Länge und 240 Elemente über den Umfang verteilt. So ergibt sich eine Netzdichte von $\Delta l \approx 10,6$ mm und $3,92$ mm $< \Delta u < 9,17$ mm. Mit einem Innenwinkel von 90° und einem maximalen Verhältnis der Element-Kantenlängen von 1:2,7 erfüllen die Elemente die Qualitätskriterien für Schalen-Elemente.

Fertigungsbedingt kann es beim Blech der Aussenhaut zu orthotropem Materialverhalten kommen. Da eine Charakterisierung des orthotropen Verhaltens äußerst aufwendig ist und zudem davon auszugehen ist, dass die Orthotropie nur im geringen Maße ausgeprägt ist, wird für alle Teile das isotrope Materialmodell MAT1 verwendet. Mittels PSHELL werden die Elementeigenschaften festgelegt, das Material wird zugeteilt und die Hautdicke festgelegt.

Die vorhandenen Stringer werden als Stab-Balken-Elemente (CBAR-Elemente) modelliert. Jeder Stringer wird durch 90 Elemente diskretisiert, wodurch sich 180 CBAR-Elemente je Modell ergeben. Da diese über bereits vorhandene Knoten mit den CQUAD4-Elementen gekoppelt werden, haben sie keinen Einfluss auf die Anzahl der Freiheitsgrade.

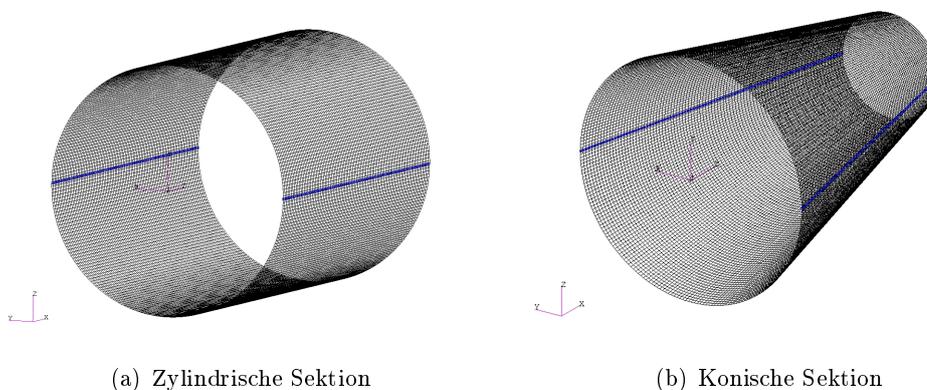


Abbildung 16: FE-Teilmodelle

Für eine richtige Orientierung der Elemente muss der Element-Orientierungsvektor ν so gewählt werden, dass in der von ihm und x_{elem} gebildeten Ebene (Plane 1) die Haut-Flächennormale n_{Haut} liegt. Hierzu wird ein GRID-Punkt P_G auf der Symmetrieachse des Modells erstellt. Wenn nun der Orientierungsvektor auf diesen Punkt zeigt, ist die zuvor erwähnte Bedingung für alle CBAR-Elemente erfüllt, auch für die des Konuses.

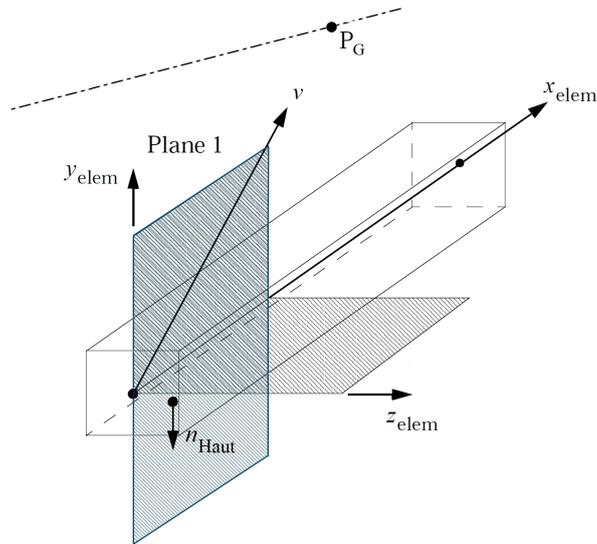


Abbildung 17: Orientierungsvektor der CBAR-Elemente

Zudem werden die BAR-Elemente mit einem Offset versehen. Dieser wird so gewählt, dass die modellierten Stringer mit der Innenseite der Haut abschließen. Dies lässt sich auf Grund der rechteckigen Querschnittsform der Stringer und der gekrümmten Aussenhaut nicht vollständig realisieren, daher wird diese Bedingung nur für die Stringermittle umgesetzt. (Prinzipielle Darstellung in Abb. 18)

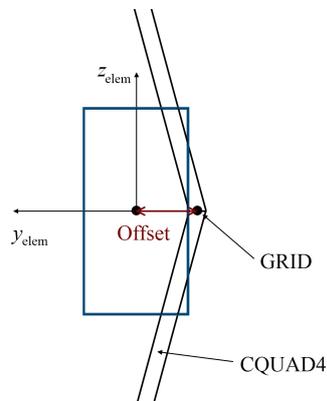


Abbildung 18: Offset der CBAR-Elemente

5.2.2 Gesamtmodell

Mit den nun vorhandenen Modellen vom Zylinder und Konus kann das Gesamtmodell durch Zusammenfügen erstellt werden. Dieser Schritt geschieht in MSC Patran, hier werden beide Teilmodelle eingeladen und über einen Offset so in Position gebracht, dass die jeweils äußeren Knotenringe übereinander liegen. Mittels der Equivalence-Funktion können Knoten, die in einem Toleranz-Würfel liegen, zusammengefasst werden.

Für die Modellierung des, im physikalischen Modell notwendigen, Verbindungsringes werden 240 CBAR-Elemente verwendet, diese sind wie die Stringer-Elemente mit bereits vorhandenen Knoten gekoppelt. Die Orientierung dieser Elemente erfolgt analog zu der Orientierung der Stringer-Elemente. Durch das Zusammenfügen der Teilmodelle und die Modellierung des Verbindungsringes, besteht das Gesamtmodell aus 43.200 CQUAD4-Elementen und 600 CBAR-Elementen, mit insgesamt 260.640 Freiheitsgraden.

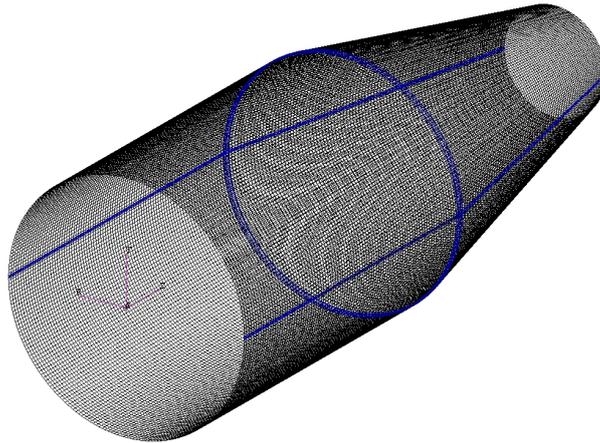


Abbildung 19: FE-Gesamtmodell

Eine weitere Möglichkeit zur Modellierung des Verbindungsringes ist die Aufdickung der entsprechenden CQUAD4-Elemente zusammen mit einer Offset-Korrektur. Hierauf wurde verzichtet, da die Breite des Ringes gegenüber der zu erwarteten BiegeWellenlänge eine zu vernachlässigende Dimension hat und der Ring somit nur zu einer Steifigkeitserhöhung führt.

Um die nachfolgende Validierung zu erleichtern, wird ein zylindrisches Analyse-Koordinatensystem gewählt (Abb. 19). Somit können die entlang der Flächennormalen gemessenen Daten direkt mit der Radialkomponente der zylindrischen Sektion verglichen werden. Eine Koordinatentransformation ist nur für die konische Sektion nötig. Hierbei werden die, auf die Flächennormalen projizierten, radialen und axialen Anteile des FE-Ergebnisses addiert.

5.3 Untersuchung zum Einfluss der Netzdichte

Um sicherzustellen, dass die Netzdichte ausreichend ist, wird das zuvor beschriebene Netz des Gesamtmodells mit Netzen anderer Dichte verglichen. Hierbei wird ein gröberes und ein feineres Netz genommen.

Netz-Bezeichnung	max. Elem.Kantenlänge	DOF
grob	21,3 mm	65.520
mittel	10,6 mm	260.640
fein	5,32 mm	1.039.680

Tabelle 1: Modelle mit unterschiedlicher Netzdichte

Da für die Validierung nur Schwingformen relevant sind, die sich auch messtechnisch erfassen lassen, stellt das im Vergleich zum Experiment deutlich höhere geometrische Auflösungsvermögen des FE-Netzes kein Problem dar.

Ein grobes Netz führt aber auch zu einer künstlichen Modellversteifung, welche sich in erhöhten Eigenfrequenzen sichtbar macht. Um die Auswirkung dieses Effekts bewerten zu können, werden die Eigenfrequenzen der verschiedenen Modelle miteinander verglichen. Für die hierfür notwendige Modalanalyse sind die Modelle bereits ausreichend beschrieben. Bedingt durch die messtechnischen Gegebenheiten wird der Frequenzbereich bis circa 100 Hz untersucht.

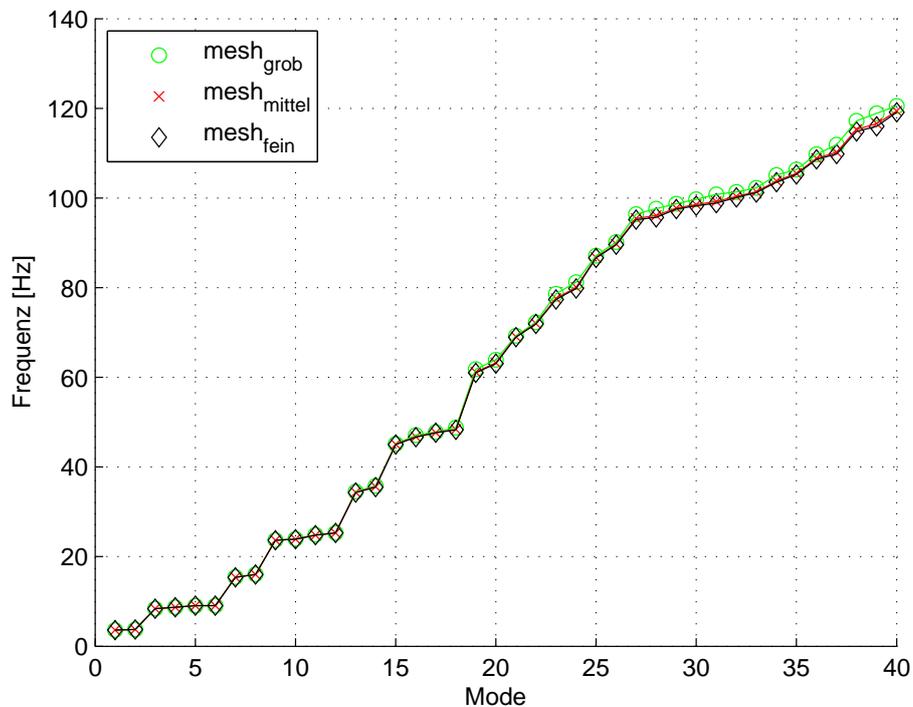


Abbildung 20: Vergleich der Eigenfrequenzen verschieden feiner Netze

Abbildung 20 zeigt, dass die berechneten Eigenfrequenzen für alle drei Netzdichten sehr ähnlich sind. Sichtbare Unterschiede treten erst bei höheren Moden auf.

Um dies zu verdeutlichen zeigt, Abbildung 21 einen vergrößerten Ausschnitt. Schon hier ist zu erkennen, dass die Eigenfrequenzen des feinen Netzes am niedrigsten sind und die vom groben Netz am deutlichsten abweichen.

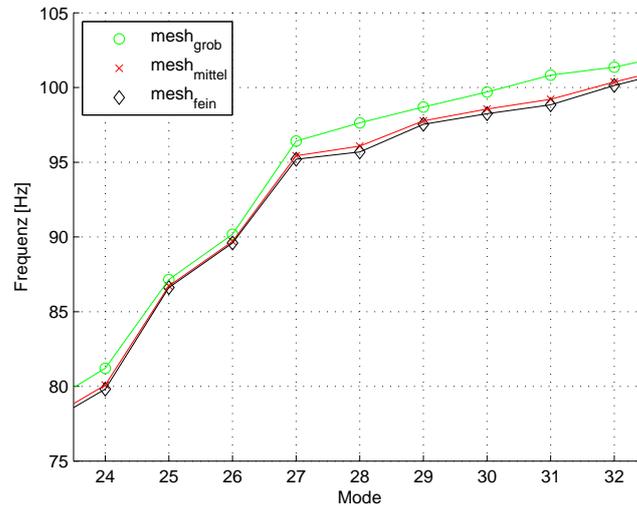


Abbildung 21: Vergleich der Eigenfrequenzen verschieden feiner Netze (Ausschnitt)

Mit dem im Kapitel 5.2.2 beschriebenen mittleren Netz als Referenz werden in Abbildung 22 die prozentualen Abweichungen der Eigenfrequenzen dargestellt. Hier ist ganz deutlich zu erkennen, dass diese zum einen mit steigender Modenordnung größer werden. Zum anderen ist hier der zuvor beschriebene Effekt der Versteifung sehr gut sichtbar. Während das feinere Modell zu niedrigeren Frequenzen hin abweicht, weicht das gröbere Modell zu höheren hin ab.

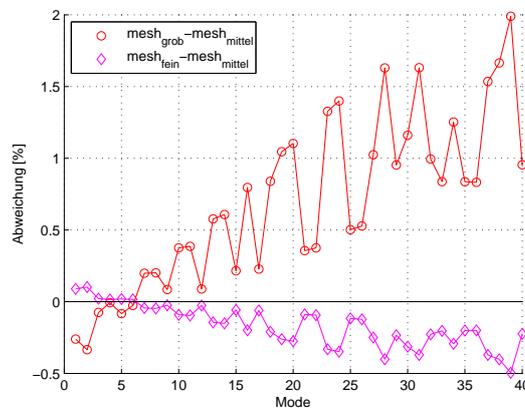


Abbildung 22: Abweichung der Eigenfrequenzen verschieden feiner Netze

Obwohl die Anzahl der Freiheitsgrade bei beiden Modellen um den gleichen Faktor

zu- bzw. abnimmt, ist die Abweichung zwischen der gewählten Netzdichte und dem feinen Netz deutlich geringer als zum groben Modell. Dies deutet darauf hin, dass eine weitere Verfeinerung des Netzes kaum einen Einfluss auf die Eigenfrequenzen haben wird. Somit stellt die gewählte Netzdichte einen guten Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und Rechenaufwand dar.

5.4 Modalanalyse

Wie sich im vorherigen Kapitel gezeigt hat, ist das Netz des FE-Modells ausreichend fein modelliert. So können die Ergebnisse der bereits durchgeführten Modalanalyse für die weitere Auswertung genutzt werden. Anzumerken ist, dass sich die Unsicherheit des E-Moduls auf die Eigenfrequenzen fortpflanzt. Auf die Schwingformen hat eine Änderung des E-Moduls, im Rahmen dessen Toleranzbereichs, keine Auswirkung. Es werden nur die Moden präsentiert und diskutiert, die sich für eine experimentelle Validierung eignen. Durch die begrenzte geometrische Auflösung der experimentellen Modelle sind je nach Modell etwa 30 Moden eindeutig identifizierbar.

Um die Schwingform besser erkennen zu können wird das Modell mit einer Farbskala versehen. Auf eine Legende für diese Skala wird bewusst verzichtet, da die Eigenvektoren ohnehin frei skalierbar sind.

5.4.1 Zylindrische Sektion

Um die geometrische Form der Moden zu klassifizieren, wird Bezug auf die sie verursachenden stehenden Wellen genommen. Hierzu wird die Umfangs-Modenordnung $n = \frac{U}{\lambda}$ als das Verhältnis zwischen Wellenlänge λ und Umfang U eingeführt. Abbildung 23 und 24 verdeutlichen den Zusammenhang.

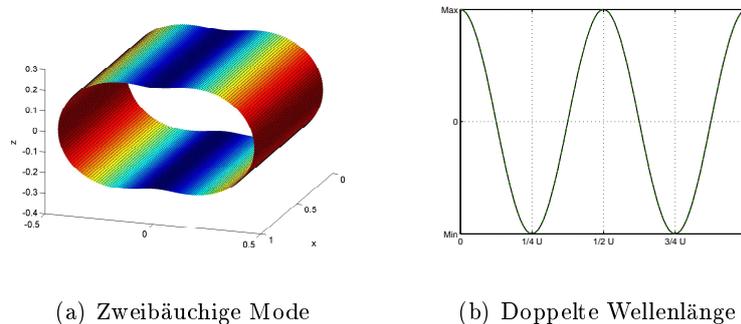


Abbildung 23: Zylindrische Mode mit $n=2$

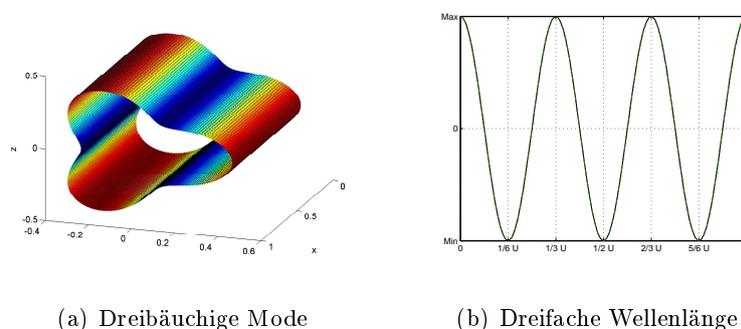


Abbildung 24: Zylindrische Mode mit $n=3$

Aufgrund der symmetrischen Modellgeometrie treten doppelte Moden auf. Zu jeder Schwingform gibt es eine zugehörige symmetrische Mode, bei der die stehende Welle um 90° phasenverschoben ist. (siehe Abb. 25) Wie zu erwarten treten diese Schwingformen bei nahezu der selben Frequenz auf.

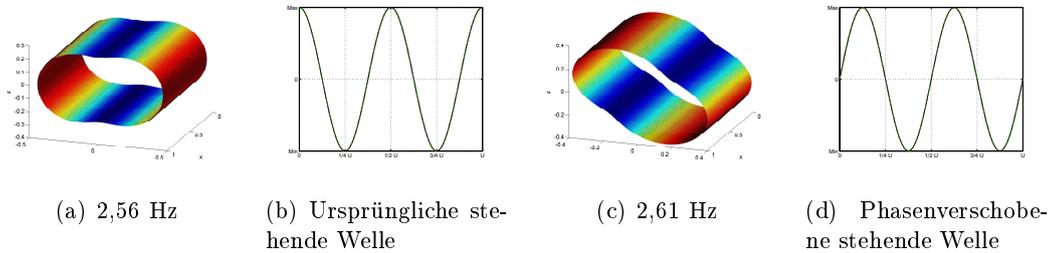


Abbildung 25: Doppelte Mode der Zylindrischen Sektion

Zudem treten Schwingformen auf, bei denen die stehende Welle am vorderen Teil des Zylinders zu der am hinteren Teil um 180° Phasenverschoben ist. Diese Schwingformen (Abb. 65c) treten meistens bei einer geringfügig höheren Frequenz als die der ursprünglichen Schwingformen (Abb. 65a) auf. Da auch dieser Schwingformen eine symmetrische Form zugehörig ist, treten die Moden in einem relativ kleinem Frequenzbereich in Vierergruppen auf.

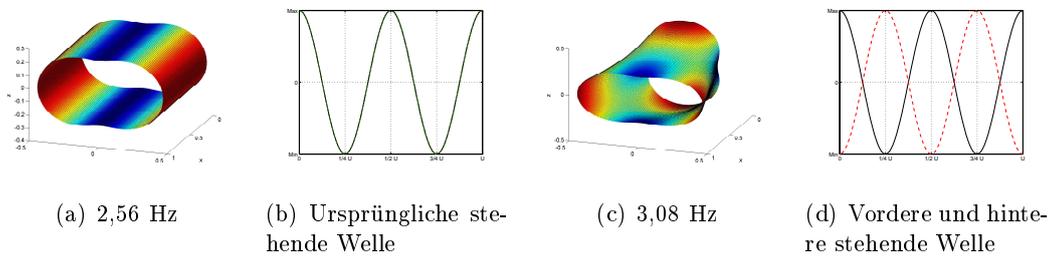


Abbildung 26: Doppelte Mode der Zylindrischen Sektion

Basierend auf den vorgestellten Schwingformen werden die Moden durch die Umfangs-Modenordnung n sowie einer weiteren Ordnungszahl p mit der Bezeichnung $(n,p)a/b$ differenziert. Die beiden symmetrischen Formen einer Mode werden mittels dem Präfix a bzw. b differenziert.

Mit der eingeführte Moden-Bezeichnung werden die berechneten Schwingformen in den folgend Abbildungen dargestellt.

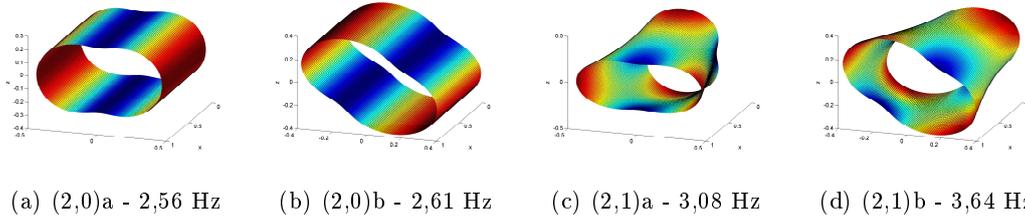


Abbildung 27: Berechnete Eigenschwingformen 1-4

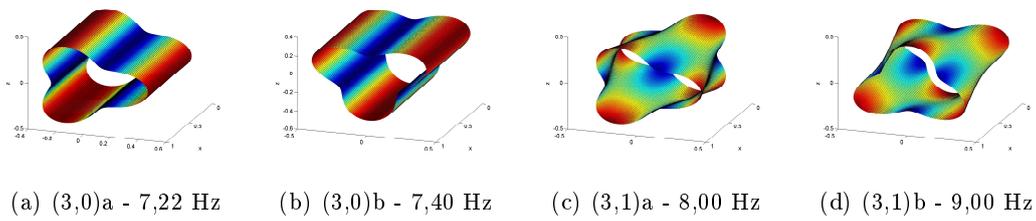


Abbildung 28: Berechnete Eigenschwingformen 5-8

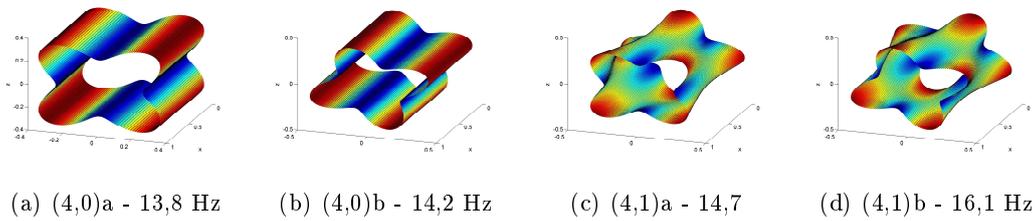


Abbildung 29: Berechnete Eigenschwingformen 9-12

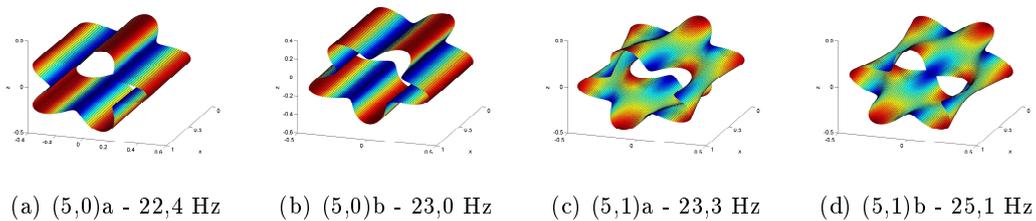


Abbildung 30: Berechnete Eigenschwingformen 13-16

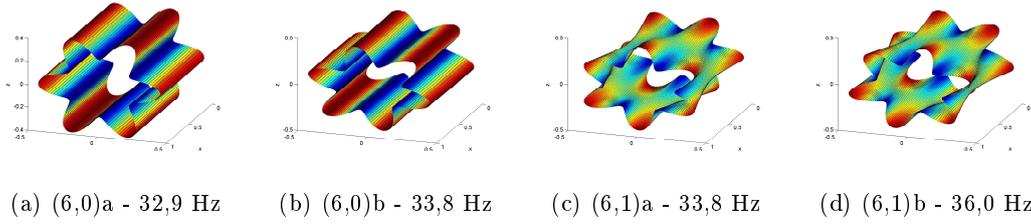


Abbildung 31: Berechnete Eigenschwingformen 17-20

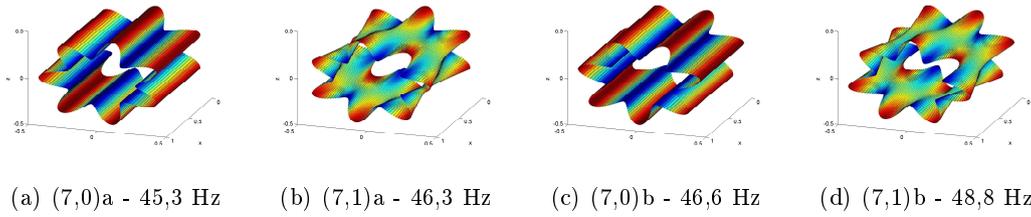


Abbildung 32: Berechnete Eigenschwingformen 21-24

In Abbildung 32 kann man erkennen, dass zwei symmetrische Moden nicht immer direkt aufeinander folgen. Dies war nicht unbedingt zu erwarten, interessant ist nun ob die Messung dies bestätigt.

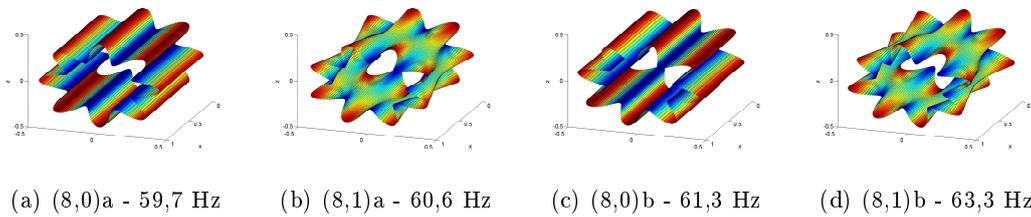


Abbildung 33: Berechnete Eigenschwingformen 25-28

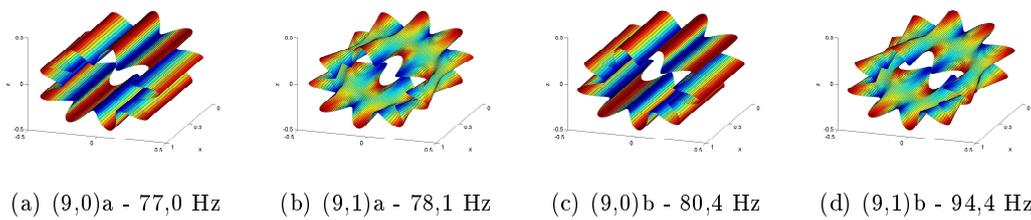


Abbildung 34: Berechnete Eigenschwingformen 29-32

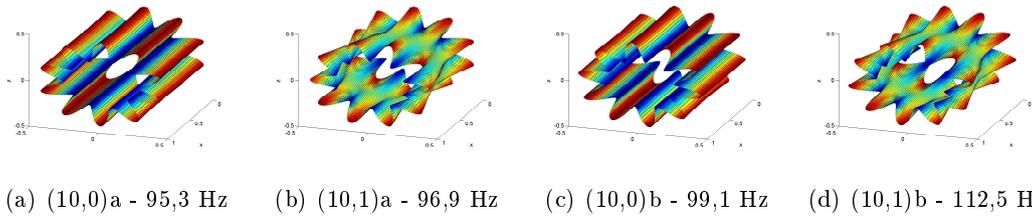


Abbildung 35: Berechnete Eigenschwingformen 33-36

5.4.2 Konische Sektion

Auf Grund der zwei unterschiedlichen Durchmesser des Konus, wird ein abgewandeltes System zur Klassifizierung der Moden verwendet. Die Schwingformen lassen sich gut in zwei Gruppen einteilen, in die Formen die ihre maximalen Auslenkungen am größeren Durchmesser haben und in die wo diese eher am kleineren Durchmesser auftreten. Das System der Klassifizierung $(n_1, n_2)a/b$ wird an den folgenden zwei Abbildungen verdeutlicht.

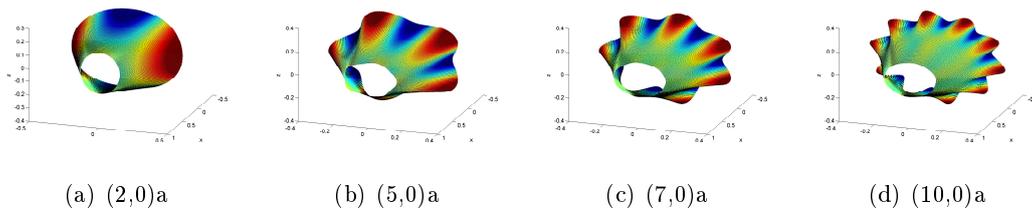


Abbildung 36: Moden am größeren Durchmesser des konischen Teilmodells

Bei denen am großen Durchmesser fällt auf, dass sich die maximalen Auslenkungen mit steigender Modenordnung immer mehr auf den Rand konzentrieren. (siehe Abb. 37)

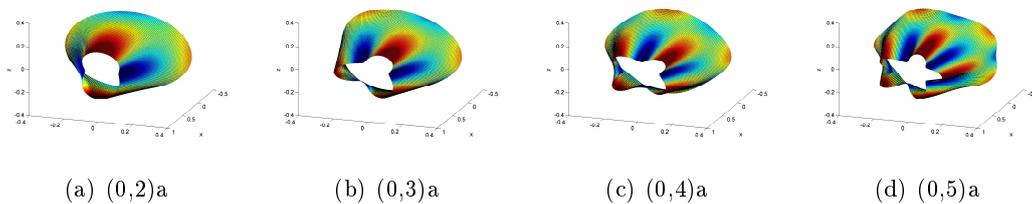


Abbildung 37: Moden am größeren Durchmesser des konischen Teilmodells

Bei den Moden die hauptsächlich am kleineren Durchmesser wirken, sind zwar am größeren Durchmesser um 180° Phasenverschoben Auslenkungen zu erkennen, für eine Differenzierung der Modentypen reicht diese Klassifizierung aber dennoch aus. (siehe Abb. 37)

In den folgenden Abbildungen werden die numerisch bestimmten Schwingformen mit der neu eingeführten Bezeichnung dargestellt.

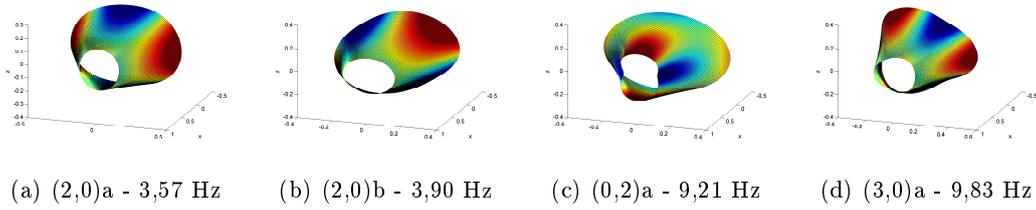


Abbildung 38: Berechnete Eigenschwingformen 1-4

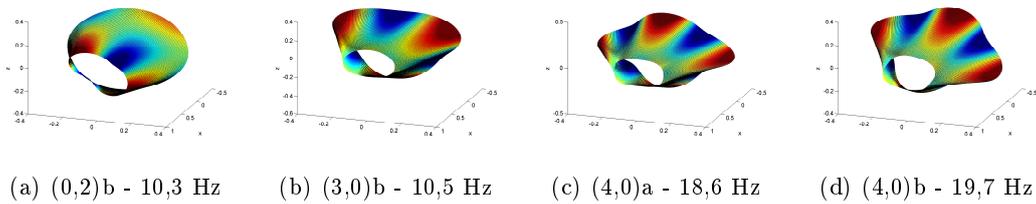


Abbildung 39: Berechnete Eigenschwingformen 5-8

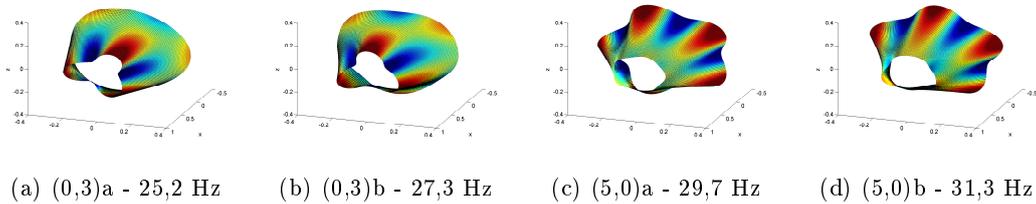


Abbildung 40: Berechnete Eigenschwingformen 9-12

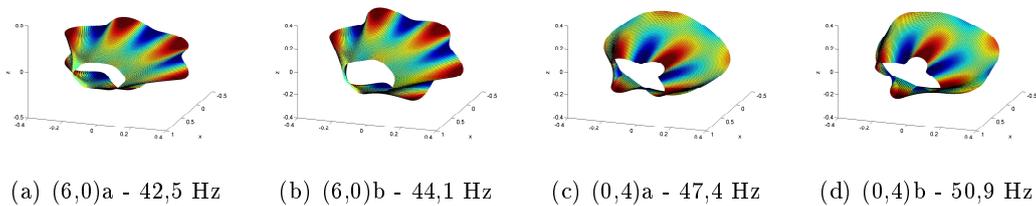


Abbildung 41: Berechnete Eigenschwingformen 13-16

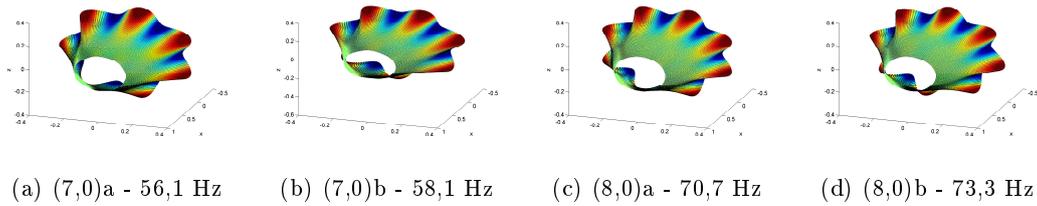


Abbildung 42: Berechnete Eigenschwingformen 17-20

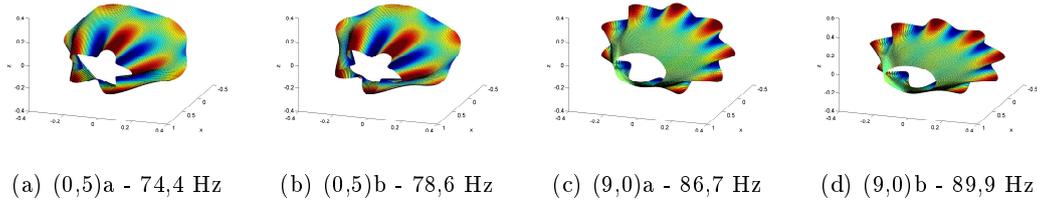


Abbildung 43: Berechnete Eigenschwingformen 21-24

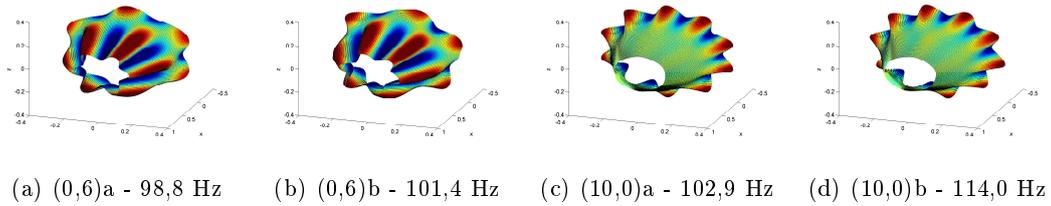


Abbildung 44: Berechnete Eigenschwingformen 25-28

Wie zu erwarten wächst die Modenordnung n_1 deutlich schneller als n_2 . An dem kleineren Ring treten analoge Schwingformen mit einer kleineren Wellenlänge auf und somit erst bei höheren Frequenzen.

5.4.3 Gesamtmodell

Für die Beschreibung der Schwingformen des Gesamtmodells, bietet sich das System vom konischen Teilmodell an. Zu beachten ist jedoch, dass auch Schwingformen auftreten die in beiden Sektion relativ stark ausgeprägt sind. (siehe Abb. 45)

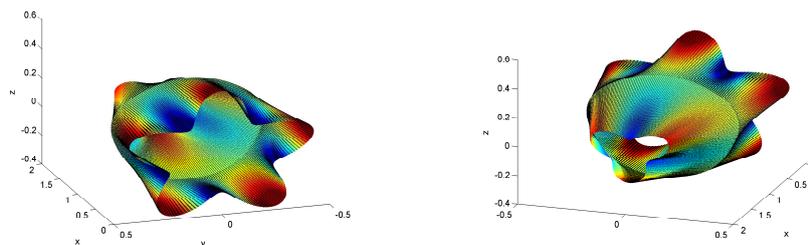


Abbildung 45: (5,3)a

Teilweise treten in der zylindrischen Sektion Schwingformen auf, die einer Zylindermode vom Typ $(n,1)$ ähneln. Diese werden mit $(n-1,0)$ bezeichnet. (siehe Abb. 46)

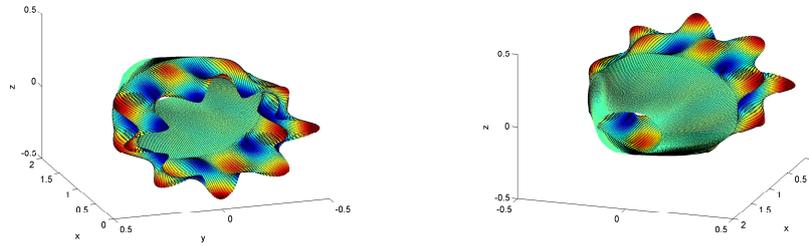


Abbildung 46: $(8-1,0)a$

In den folgenden Abbildungen werden die numerisch bestimmten Schwingformen des Gesamtmodells abgebildet.

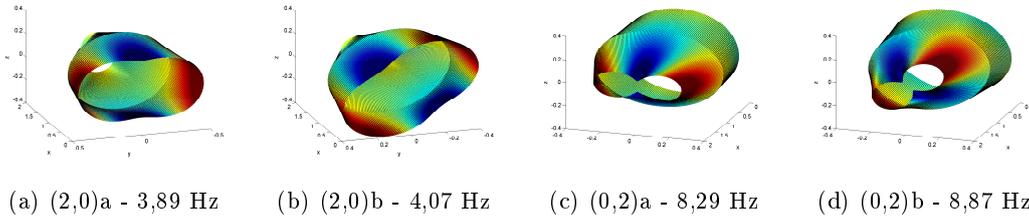


Abbildung 47: Berechnete Eigenschwingformen 1-4

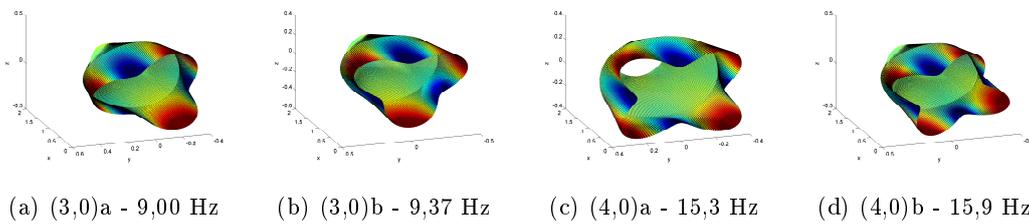


Abbildung 48: Berechnete Eigenschwingformen 5-8

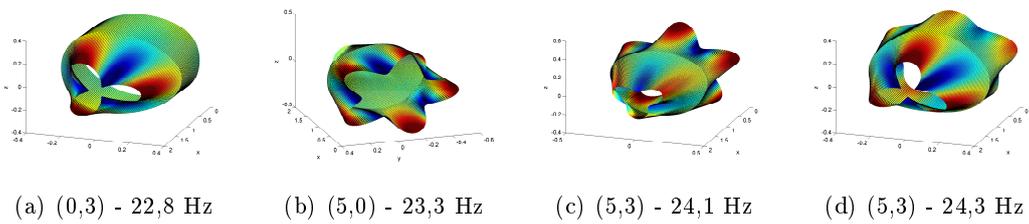


Abbildung 49: Berechnete Eigenschwingformen 9-12

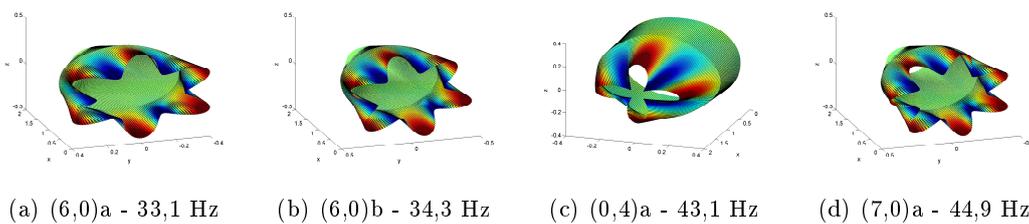
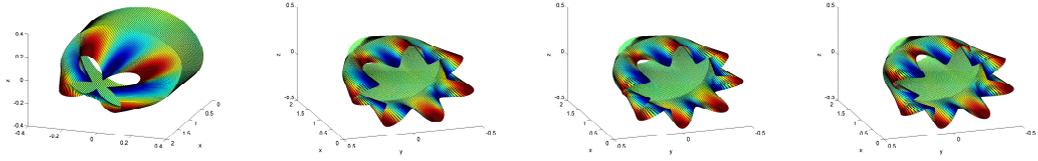
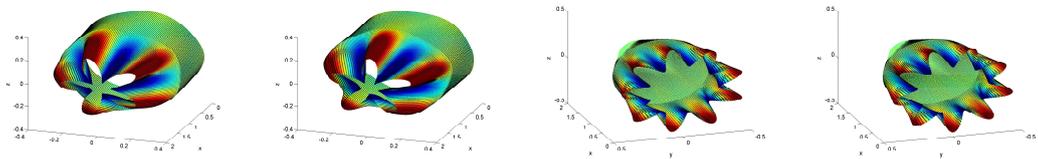


Abbildung 50: Berechnete Eigenschwingformen 13-16



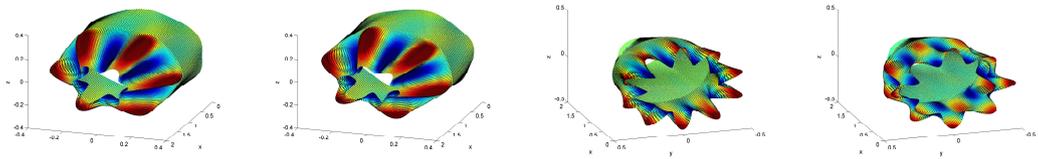
(a) (0,4)b - 45,6 Hz (b) (7,0)b - 46,5 Hz (c) (8,0)a - 58,6 Hz (d) (8,0)b - 60,6 Hz

Abbildung 51: Berechnete Eigenschwingformen 17-20



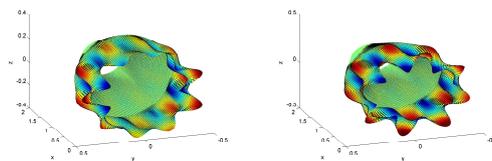
(a) (0,5)a - 66,6 Hz (b) (0,5)b - 69,4 Hz (c) (9,0)a - 74,2 Hz (d) (9,0)b - 76,6 Hz

Abbildung 52: Berechnete Eigenschwingformen 21-24



(a) (0,6)a - 85,1 Hz (b) (0,6)b - 88,0 Hz (c) (10,0)a - 90,1 Hz (d) (8-1,0)a - 92,6 Hz

Abbildung 53: Berechnete Eigenschwingformen 25-28



(a) (8-1,0)b - 94,6 Hz (b) (10,0)b - 95,6 Hz

Abbildung 54: Berechnete Eigenschwingformen 29-30

5.5 Frequency Response Analyse

Für die Frequency Response Analyse müssen die für die Modalanalyse verwendeten Modelle erweitert werden. Für jeden Anregungspunkt der experimentellen Modalanalyse (siehe Kapitel 6.2.2) wird an dem äquivalenten Knoten eine Punktkraft aufgetragen. Diese wirkt entgegen der äußeren Flächennormale mit einem Betrag von 1 N. Die Kräfte werden einzelnen SUBCASES zugeordnet, sodass die Kräfte einzeln wirken.

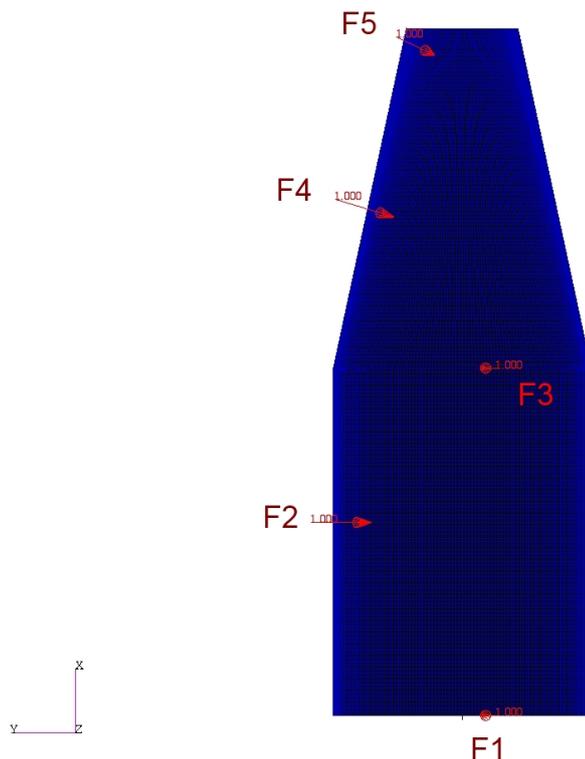


Abbildung 55: FE-Gesamtmodell mit Lasten

Als Analysemethode wird die modale Frequency Response Analyse gewählt, untersucht wird der Bereich bis 100 Hz mit einem Frequenz-Stützstellenabstand von 0,0625 Hz. Für die modale Entkopplung werden die im Bereich bis 250 Hz auftretenden Moden verwendet. Das System wird mittels SDAMPING modal gedämpft, die Dämpfungsparameter werden über TABDMP1 definiert und basieren auf den experimentell bestimmten Werten ($CRIT \approx 0,0015$). Dies ist notwendig, da eine rechnerische Bestimmung der Dämpfung praktisch unmöglich ist.

Für die folgende Validierung sind nur die Knoten relevant, die mit den gemessenen Punkten übereinstimmen. Daher werden mittels Interpolation die Knoten rausgesucht die den Messpunkten (siehe Kapitel 6.1.2) am nächsten sind, sodass die Ergebnisse auf diese reduziert werden können. Dennoch bleibt eine große Anzahl an FRF. Um diese anschaulich darstellen zu können werden die Übertragungsfunktionen nach

folgender Gleichung gemittelt.

$$\overline{\mathbf{H}}_q(\omega) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{p=1}^n \mathbf{H}_{pq}(\omega) \quad (75)$$

So hat man nur noch eine gemittelte FRF je Anregungspunkt. Mit dieser übersichtlichen Menge an Funktionen lassen sich optische Vergleiche besser realisieren.

5.5.1 Zylindrisches Teilmodell

Bei der zylindrischen Sektion wurde an den Punkten F1 und F2 angeregt (siehe Kapitel 6.2.2). Die zugehörigen gemittelten Übertragungsfunktionen sind in Abbildung 56 dargestellt.

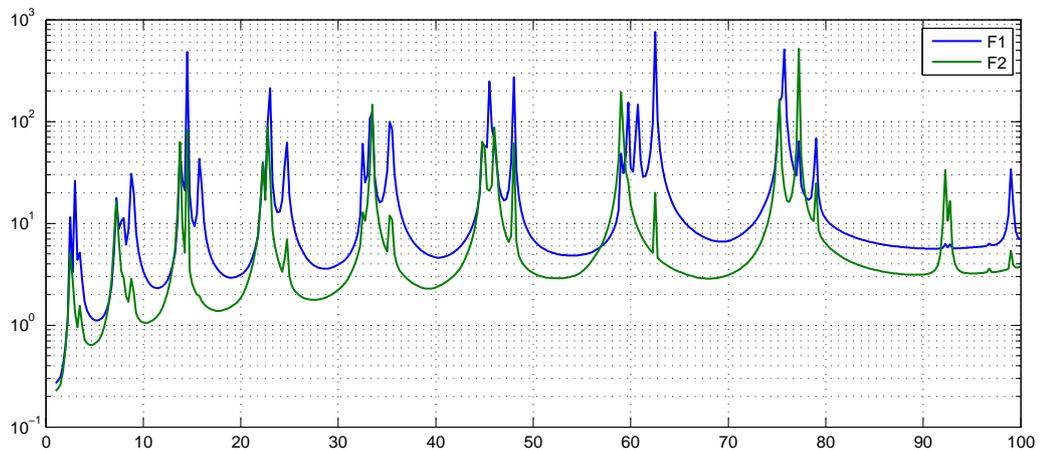


Abbildung 56: Gemittelte FRF der zylindrischen Sektion, Anregungspunkte F1 und F2 (numerisch)

Wie erwartet, liegen die Peaks der beiden Anregungspunkte generell übereinander. es ist aber auch deutlich zu erkennen, dass einige Schwingformen (Peaks) sich besser an Punkt F1 (z.B. bei circa 63 Hz) anregen lassen und andere besser an F2 (z.B. bei circa 92 Hz).

5.5.2 Konisches Teilmodell

Bei der konischen Sektion wurde an drei verschiedenen Punkten angeregt. Die zugehörigen gemittelten Übertragungsfunktionen sind in Abbildung 57 dargestellt.

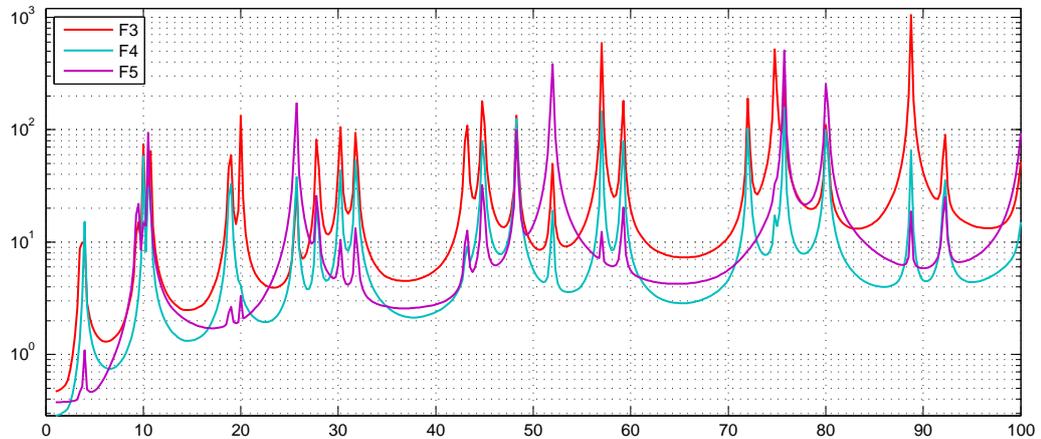
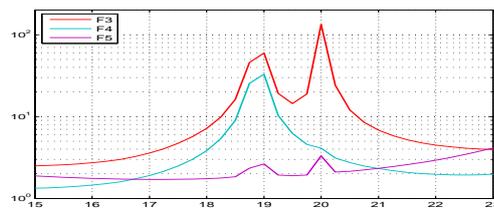
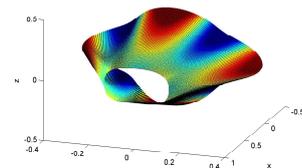


Abbildung 57: Gemittelte FRF der konischen Sektion, Anregungspunkte F3 bis F5

Auch bei dem konischen Teilmodell ist gut zu erkennen, dass die unterschiedlichen Anregungspunkte die Moden unterschiedlich stark anregen. Eine beispielhafte Betrachtung der Frequenzbereiche um 20 Hz und um 73 Hz herum verdeutlicht die Systematik. Die zum Anregungspunkt F5 gehörende FRF (magenta) hat in dem



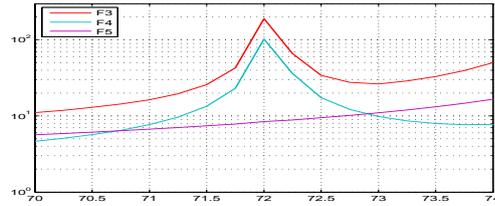
(a) FRF



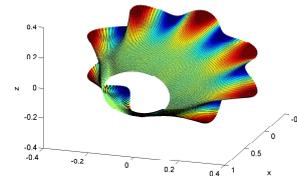
(b) Dominierende Schwingform

Abbildung 58: Demonstration der unterschiedlichen Anregung verschiedener Schwingformen im Bereich von 15-23 Hz

betrachteten Bereich nahezu keinen Ausschlag und regt die abgebildeten Schwingformen praktisch nicht an. Dies lässt sich dadurch erklären, dass der Anregungspunkt bei der Spitze des Konus liegt und die Moden sich hauptsächlich im gegenüberliegenden Bereich ausprägen.



(a) FRF



(b) Dominierende Schwingform

Abbildung 59: Demonstration der unterschiedlichen Anregung verschiedener Schwingformen im Bereich von 70-74 Hz

5.5.3 Gesamtmodell

Die gemittelten Übertragungsfunktionen der fünf Anregungspunkte sind für das Gesamtmodell in Abbildung 60 dargestellt.

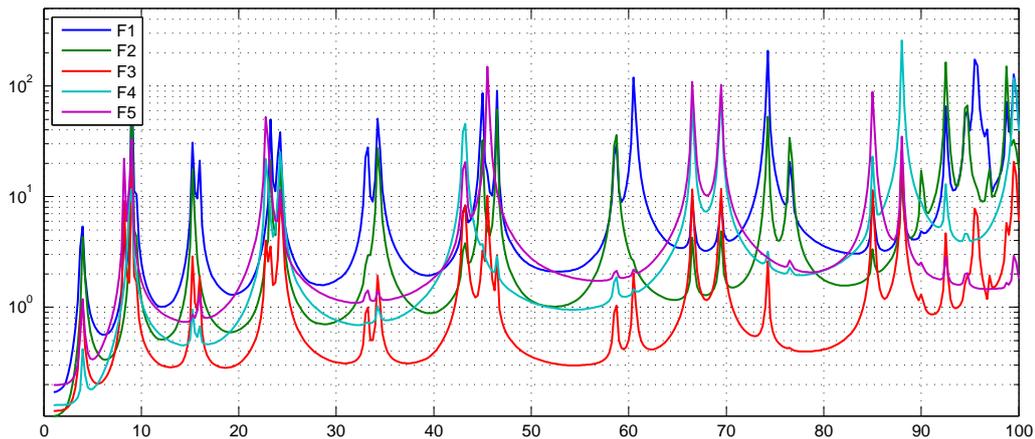


Abbildung 60: Gemittelte FRF des Gesamtmodells, Anregungspunkte F1 bis F5

Auffällig ist, dass die zu Punkt F3 gehörende gemittelte FRF (rot) auffällig unter denen der anderen liegt. Dies erklärt sich dadurch, dass der Anregungspunkt F3 auf Höhe des Verbindungsringes liegt. Das System wird an dieser Stelle stark versteift, so bilden sich dort Schwingformen erst bei höheren Frequenzen deutlich aus (siehe Kapitel 5.4.3) und somit werden die vorhandenen Moden an diesem Punkt auch schwächer angeregt. Analog zum konischen Teilmodell ist hier eine starke Abhängigkeit der Modenanregung vom Anregungspunkt zu erkennen. Da sich die Moden in Abhängigkeit von ihrer Ausprägung innerhalb der einzelnen Sektionen einteilen lassen (siehe Kapitel 5.4.3), wird zur Verdeutlichung der Abhängigkeit in den folgenden zwei Abbildungen mit Gleichung 76 nicht über alle Messpunkte gemittelt, sondern einmal über die der zylindrischen Sektion (Abb. 61) und einmal über die der konischen Sektion (Abb. 62).

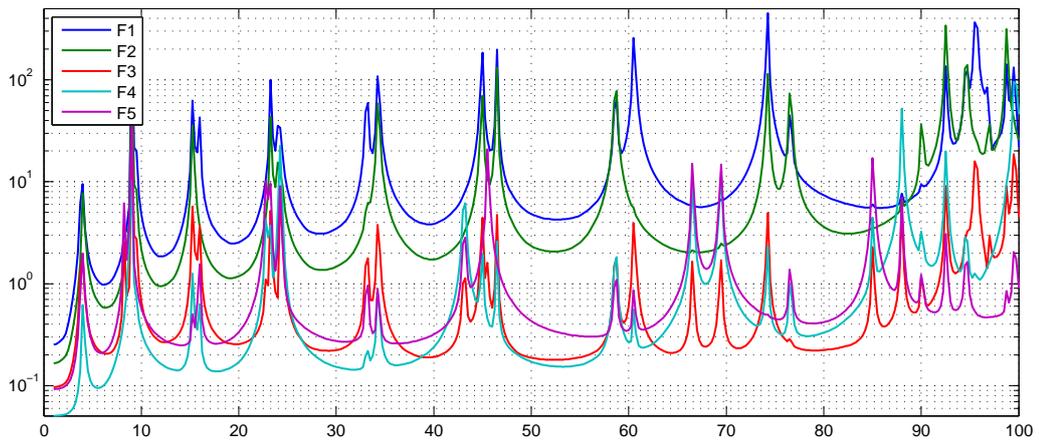


Abbildung 61: Gemittelte FRF des Gesamtmodells (zylindrische Sektion), Anregungspunkte F1 bis F5

Es ist deutlich zu erkennen, dass eine Anregung an den Punkten F1 und F2 (beide auf der zylindrischen Sektion) zu einer stärkeren Anregung der Moden führt, die sich auf der zylindrischen Sektion ausprägen. Einige Schwingformen lassen sich durch Anregung auf der konischen Sektion kaum bis gar nicht anregen.

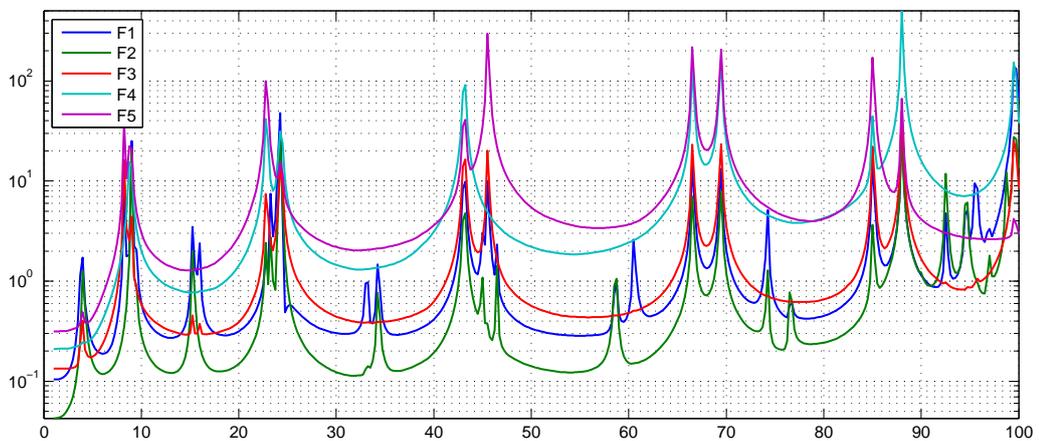


Abbildung 62: Gemittelte FRF des Gesamtmodells (konische Sektion), Anregungspunkte F1 bis F5

In Abbildung 62 ist ein analoges Verhalten zu erkennen, die konische Sektion lässt sich ebenfalls besser an Punkten auf der konischen Sektion anregen.

5.6 Sensitivitätsanalyse

Da das E-Modul mit einer gewissen Ungenauigkeit versehen ist, wird in Abbildung 63 die Auswirkung einer Variation dieser Größe dargestellt. Dies wird exemplarisch am zylindrischen Teilmodell, für die FRF bezogen auf Anregungspunkt F1, gezeigt. Hierzu wird einmal der Literaturwert von 70 GPa (grün) verwendet und einmal ein Wert von 65 GPa (schwarz).

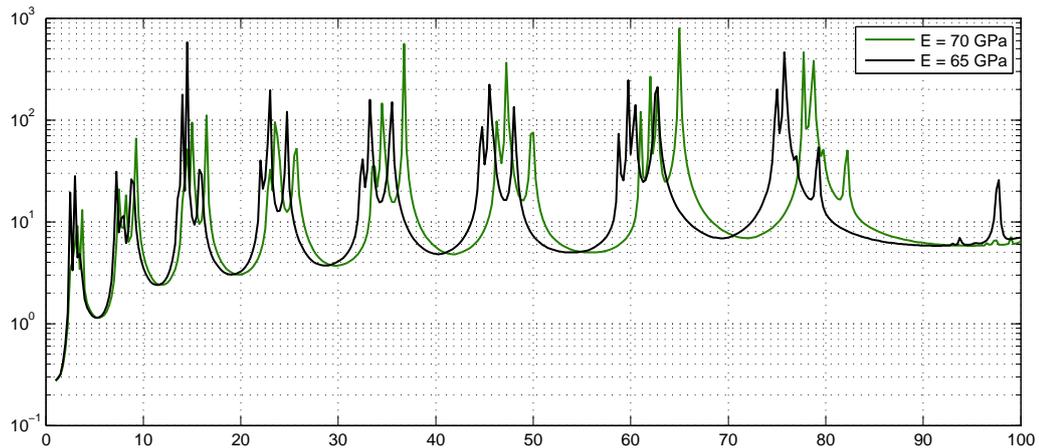


Abbildung 63: Variation des E-Moduls am zylindrischen Modell

Es ist deutlich zu erkennen, dass sich durch die Reduzierung des E-Moduls um circa 7 % die Peaks und somit auch die Eigenfrequenzen zu niedrigeren Frequenzen hin verschieben, wobei die Auswirkungen im höheren Frequenzbereich deutlicher sind als im niedrigeren. Bei der Änderung des E-Moduls um lediglich 7 % sind die Auswirkungen relativ groß. Dies ist damit zu erklären, dass auf Grund der fehlenden Versteifungselemente, wie Stringer und Spante, die Steifigkeit im System vorwiegend durch das E-Modul beeinflusst wird.

Auf eine Variation der Dichte wird hier verzichtet, da die zu simulierenden Teile gewogen wurden und das Gewicht des numerischen Modells mit dem des physikalischen verglichen werden kann.

Mit Blick auf die Validierung des Modells stellt sich die Frage, ob die B-Aufnehmer das Schwingverhalten verändert haben. Zwar ist die Masse der B-Aufnehmer mit 0,5g sehr gering, da allerdings die massebehafteten Punkte gleichzeitig die Messpunkte sind, ist der Einfluss auf die modale Masse relativ groß. Dies gilt vor allem für höhere Schwingformen und somit auch für höhere Frequenzen, denn hier ist auf Grund der geringeren modalen Masse der Einfluss noch stärker. Zu diesem Zweck werden an den entsprechenden Stellen Punktmassen (CONM2) mit einem Gewicht von $m = 0,5\text{g}$ angebracht. Die Auswirkungen durch diese Modifizierung sind in Abbildung 64 dargestellt.

Ähnlich der Reduzierung des E-Moduls ist eine Verschiebung hin zu tieferen Frequenz erkennbar. Für den späteren Vergleich mit den experimentell bestimmten FRF's,

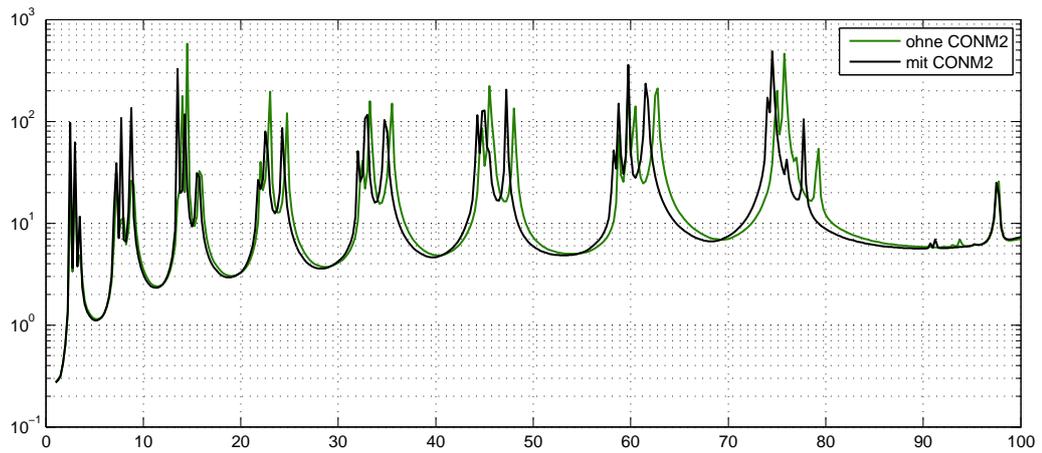


Abbildung 64: zylindrischen Modell mit und ohne Punktmassen

wird auch in Betracht gezogen, dass sich nicht nur die reine Masse der B-Aufnehmer auf das Schwingverhalten auswirkt. Die Verkabelung der B-Aufnehmer kann auch zu einer zusätzlichen Massenbelegung führen.

6 Experimentelle Bestimmung der modalen Parameter

Die für eine Simulation erzeugten FE-Modelle beinhalten mehr oder weniger viele Annahmen und Idealisierungen, wodurch diese eine gewisse Ungenauigkeit aufweisen. Da sich diese Ungenauigkeit auf das Schwingungsverhalten auswirkt, ist für eine Validierung des FE-Modells der Vergleich zwischen simuliertem und experimentell bestimmtem Schwingungsverhalten notwendig. Zur Bestimmung der modalen Parameter wird eine FRF-basierende Modalanalyse durchgeführt.

6.1 Messaufbau

6.1.1 Lagerung und Randbedingungen

Um äußere Störeinflüsse und zusätzliche Anregung durch Reflexionen an den Wänden zu vermeiden, befindet sich der Messaufbau in einem reflexionsarmen Raum mit einer hohen Schalldämmung. Um die Testobjekte möglichst frei zu lagern, werden diese mit Gummibändern an ein Gestell gehängt. Da die unverteiften Modelle sehr weich sind, würden sie bei einer horizontale Lagerung stark durchhängen. Deshalb werden die Modelle senkrecht gelagert.

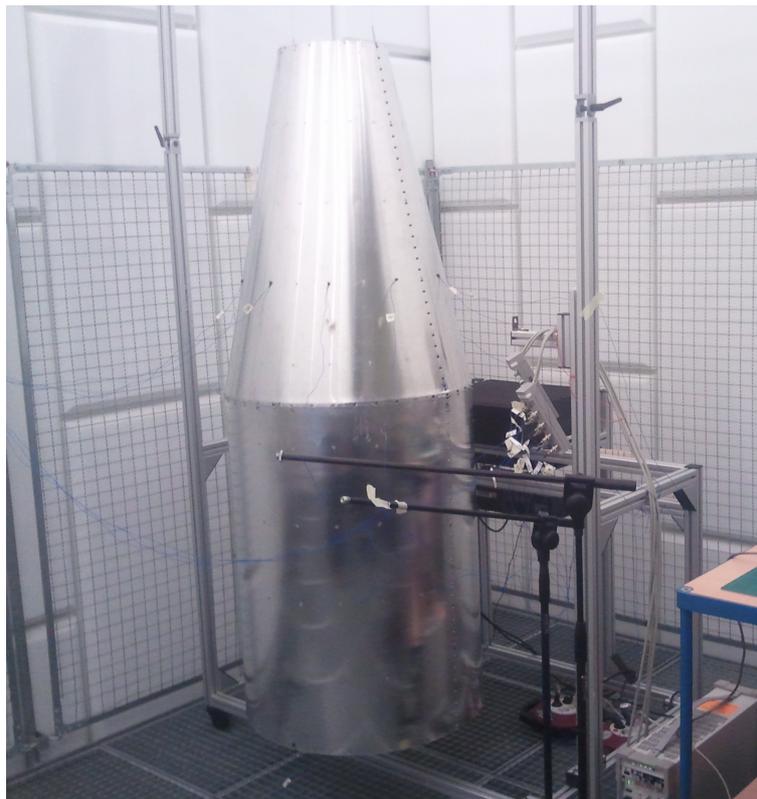


Abbildung 65: Messaufbau: Gesamtmodell

6.1.2 Messpunkte für die Systemantwort

Die Systemantwort wird in Form von Beschleunigungen gemessen. Die Teilmodelle werden mit jeweils 120 Messpunkten versehen. Laut numerischer Simulation werden vorwiegend Schwingformen in Umfangsrichtung erwartet. Daher ist es sinnvoll den Umfang feiner abzutasten als die Längsrichtung. Für je sechs Positionen in Längsrichtung werden 20 Messpunkte über den Umfang verteilt.

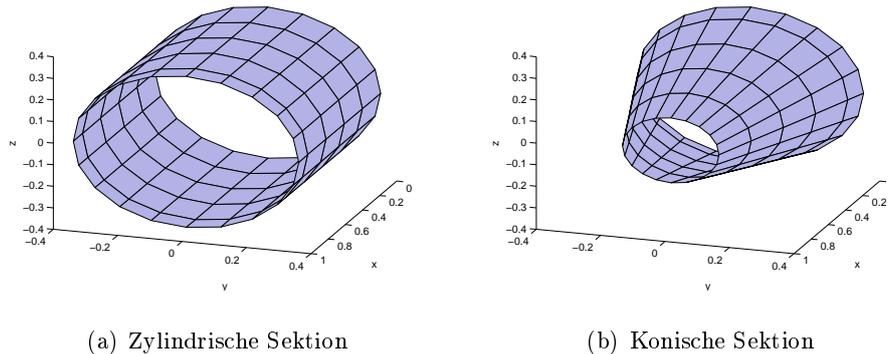


Abbildung 66: Verteilung der B-Aufnehmer

Somit beträgt der maximale Abstand zwischen zwei Messpunkten in Längsrichtung 21 cm und in Umfangsrichtung 11 cm. Mit den 20 umlaufenden B-Aufnehmern können nur Moden eindeutig identifiziert werden, die über den Umfang nicht mehr als 20 Knotenpunkte haben³.

Für die Vermessung des Gesamtmodells werden die bereits vorhandenen Messpunkte der Teilmodelle verwendet. Bedingt durch den Zusammenbau liegen zwei Ringe mit Messpunkten übereinander, so ergibt sich eine Gesamtanzahl von 220 Punkten. Bereits bei den Teilmodellen wurde die Schrittweite so gewählt, dass sich eine feinere Abtastung des Übergangs zwischen zylindrischer und konischer Sektion ergibt.

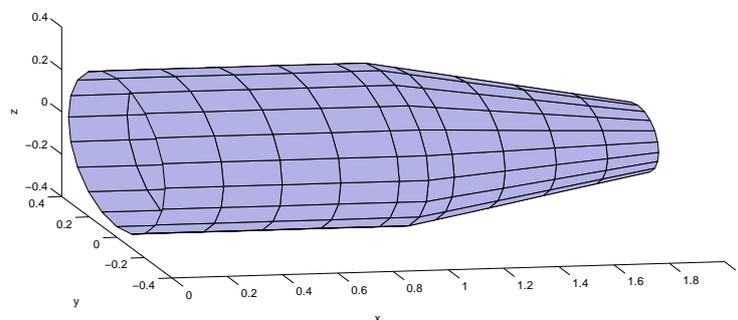


Abbildung 67: Verteilung der B-Aufnehmer am Gesamtmodell

³Die 20 Knotenpunkte können aber auch genau auf den B-Aufnehmern liegen (Symmetrische Mode), dann ist diese Form auch nicht identifizierbar

6.2 Messung der Übertragungsfunktionen

6.2.1 Bestücken mit B-Aufnehmern

Für die Aufnahme der Systemantwort werden 10 B-Aufnehmer verwendet. Mit einem Kalibrator werden diese vor Beginn der Messung kalibriert. Die so ermittelten Sensitivitäten liegen bei circa $1 \frac{V}{m/s^2}$.

Durch mehrmaliges Umsetzen wird zu jedem der zuvor beschriebenen Messpunkte das Antwortsignal ermittelt. Die mit Wachs an die Außenhaut befestigten B-Aufnehmer messen die jeweiligen Normalbeschleunigungen.

6.2.2 Anregung des Systems

Die Anregung des Gesamtmodells erfolgt mit einem Impulshammer an den in Abbildung 68 dargestellten Punkten F1 bis F5. Die Anregungspunkte sind gleichmäßig über die Länge verteilt und zwei von ihnen sind gegenüber den anderen um einen Winkel von $\Delta\phi = 54^\circ$ versetzt. Um sicherzustellen, dass auch die symmetrischen Schwingformen angeregt werden, ist es notwendig einen Winkel zu wählen, der den Kreis nicht ganzzahlig teilt.

Das zylindrische Teilmodell wird nur an den Punkten F1 und F2 angeregt, das konische an den Punkten F3 bis F5.

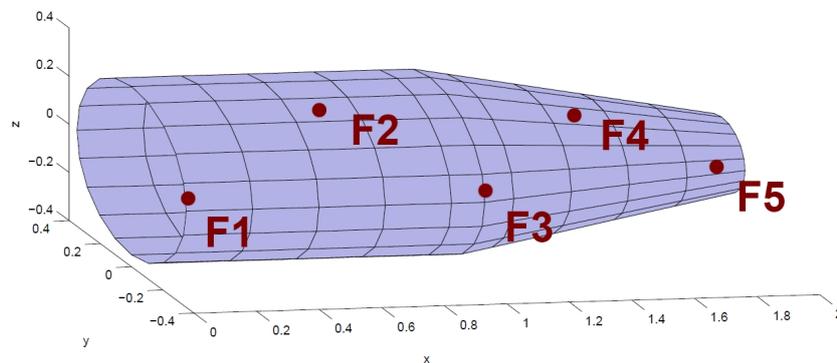


Abbildung 68: Anregungspunkte des Gesamtmodells

Die Krafteinleitung erfolgt bei allen Punkten entlang der Flächennormale. Der Impulshammer misst bei der Anregung auch gleichzeitig das Kraftsignal. Im Zeitbereich ist dies ein relativ schmaler Peak, mit einer maximalen Amplitude von circa 5 N. Das Kraftsignal fungiert als Trigger. Sobald ein Schwellenwert überschritten ist, beginnt die Datenerfassung. Um auch den Beginn des Peaks sauber aufzuzeichnen wird die Delay-Funktion genutzt. Hierdurch werden auch einige Zeitschritte vor Auslösung des Triggers berücksichtigt.

6.2.3 Datenerfassung

Für die Datenerfassung kommt das Softwarepaket MEScope zum Einsatz. Um die dicht beieinander liegenden Moden unterscheiden zu können, muss die Auflösung im Frequenzbereich relativ hoch sein. Daher werden 4096 Messwerte über eine Dauer von $T = 16$ s erfasst. Nach den Zusammenhängen aus Kapitel 4.2.2, beträgt der Frequenz-Stützstellenabstand somit $\Delta f = 0,0625$ Hz.

Um den bei der FFT der Zeitsignale die Auswirkungen des Leck-Effekts zu minimieren, werden Fensterfunktionen verwendet. Das Signal der Antwort wird mit einer exponentiellen Fensterfunktion modifiziert. Für das Signal der Anregung wird eine Fensterfunktion speziell für Impulskräfte (Force-Window) verwendet. Die Wahl der richtigen Fensterfunktion ist gerade bei der vorhandenen Impulsanregung sehr wichtig. Zum einen gehen durch diese Fensterfunktionen keine Informationen aus dem Anfangsbereich der Messung verloren, in welchem viele wichtige Informationen konzentriert sind. Zum anderen wird der stark durch Rauschen geprägte Bereich zum Ende der Messung unterdrückt.

Aus den vorhandenen Messdaten werden nicht nur die FRF berechnet, sondern auch die Kohärenzen zwischen den Ein- und Ausgangssignalen. Mit diesen kann bereits während der Messung die Qualität der Messergebnisse beurteilt werden.

6.2.4 Ablauf der Messung

Für das Gesamtsystem ist eine FRF-Matrix von der Dimension 5×220 zu bestimmen. Nach dem Anbringen der zehn B-Aufnehmer in der ersten Messkonfiguration wird das System am ersten Anregungspunkt durch einen Schlag mit dem Impulshammer angeregt. Dieser Vorgang wird fünfmal wiederholt, sodass ein Mittelwert gebildet werden kann. Aus den Messdaten werden zehn Elemente der ersten Zeile bestimmt. Nach dem Durchlaufen aller Anregungspunkte sind je Zeile zehn Elemente bekannt. Nun erfolgt ein Versetzen der B-Aufnehmer in die nächste Messkonfiguration. Hier findet wieder eine Anregung an allen Anregungspunkten statt, sodass je Zeile weitere zehn Elemente bekannt sind. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis alle Elemente der FRF-Matrix bestimmt sind.

Die so ermittelten Übertragungsfunktionen werden für zwei verschiedene Zwecke gebraucht. Zum einen werden sie im „Universal-File“-Format aus der Software exportiert, um sie mit den numerisch ermittelten Übertragungsfunktionen zu vergleichen. Zum anderen werden sie innerhalb des Softwarepakets MEScope weiterverarbeitet. Mittels Curve-Fitting-Verfahren werden aus ihnen die modalen Parameter ermittelt.

6.3 Gemessene FRF's

Für jedes Testobjekt wurde eine große Anzahl an FRF's bestimmt. Zu jedem Anregungspunkt gibt es 120 bzw. 220 FRF. Daher wird analog zu den numerisch bestimmten FRF eine Mittelung nach folgender Gleichung durchgeführt:

$$\overline{\mathbf{H}}_q(\omega) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{p=1}^n \mathbf{H}_{pq}(\omega) \quad (76)$$

So hat man nur noch eine gemittelte FRF je Anregungspunkt. Mit dieser übersichtlichen Menge an Funktionen lassen sich optische Vergleiche viel besser realisieren. Da solch eine Mittelung natürlich auch mit einem Informationsverlust verbunden ist, werden nachfolgend auch Vergleichsmethoden angewandt, welche auf die einzelnen FRF zurückgreifen.

6.3.1 Zylindrisches Teilmodell

Bei der zylindrischen Sektion wurde an zwei verschiedenen Punkten angeregt. Die zugehörigen gemittelten FRF sind in Abbildung 69 dargestellt.

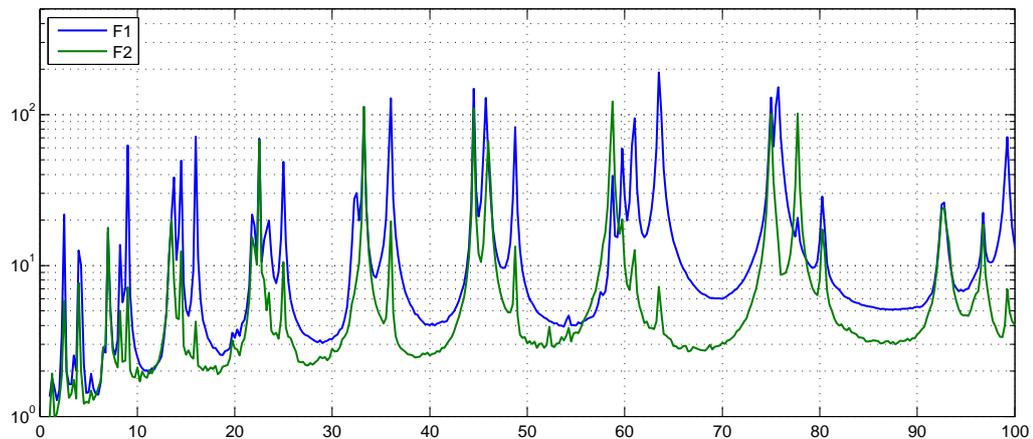


Abbildung 69: Gemittelte FRF der zylindrischen Sektion, Anregungspunkte F1 und F2

Wie erwartet, liegen die Peaks beider Anregungspunkte mehr oder weniger übereinander. Auffällig ist, dass einige Schwingformen (Peaks) sich besser an Punkt F1 (z.B. bei circa 63 Hz) anregen lassen und andere besser an F2 (z.B. bei circa 77 Hz). Tendenziell ist aber zu erkennen, dass die Moden am Punkt F1 stärker angeregt werden.

6.3.2 Konisches Teilmodell

Bei der konischen Sektion wurde an drei verschiedenen Punkten angeregt. Die zugehörigen gemittelten FRF's sind in Abbildung 70 dargestellt.

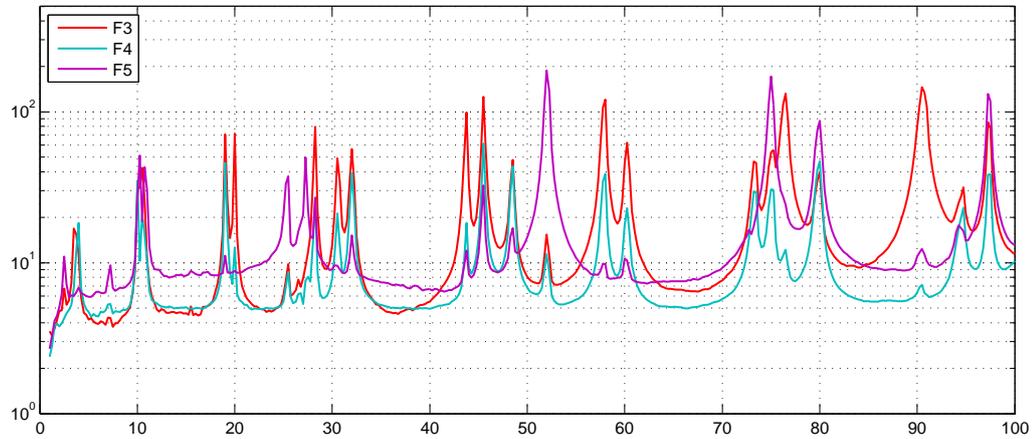


Abbildung 70: Gemittelte FRF der konischen Sektion, Anregungspunkte F3 bis F5

Bei dem konischen Teilmodell sind die Täler der FRF nicht sauber ausgeprägt, dies liegt an einem vorhandenen Grundrauschen. Da die zur Modalanalyse verwendeten Curve-Fitting-Verfahren hauptsächlich die Umgebung der Peaks betrachten, wird das Curve-Fitting durch das Grundrauschen kaum beeinträchtigt.

6.3.3 Gesamtmodell

Die gemittelten FRF's der fünf Anregungspunkte sind für das Gesamtmodell in Abbildung 71 dargestellt.

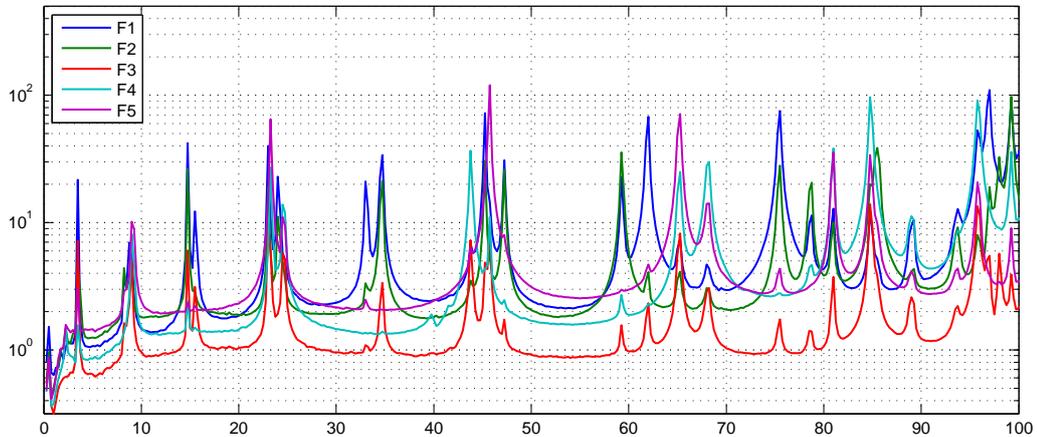


Abbildung 71: Gemittelte FRF des Gesamtmodells, Anregungspunkte F1 bis F5

Neben dem auch in Abbildung 71 vorhandenen Grundrauschen, fällt auf, dass die zu Punkt F3 gehörende gemittelte FRF auffällig unter denen der anderen liegt. Schon bei der Messung viel auf, dass bei einer Anregung an diesem Punkt die Kohärenzen schlechter waren als bei den anderen Anregungspunkten. Wie zuvor gezeigt, befindet sich F3 auf Höhe des Verbindungsringes. Das System wird an dieser Stelle stark versteift. So bilden sich dort Schwingformen erst bei höheren Frequenzen deutlich aus, wodurch sich die vorhandenen Moden an diesem Punkt schwächer anregen lassen. Für die folgenden zwei Abbildungen wurde mit Gleichung 76 nicht über alle Messpunkte gemittelt, sondern einmal über die der zylindrischen Sektion (Abb. 72) und einmal über die der konischen Sektion (Abb. 73).

Es ist deutlich zu erkennen, dass eine Anregung an den Punkten F1 und F2 (beide auf der zylindrischen Sektion) zu einer stärkeren Anregung der zylindrischen Sektion führt. Einige Schwingformen lassen sich durch Anregung auf der konischen Sektion kaum bis gar nicht anregen.

In Abbildung 73 ist ein analoges Verhalten zu erkennen, die konische Sektion lässt sich ebenfalls besser an Punkten auf der konischen Sektion anregen.

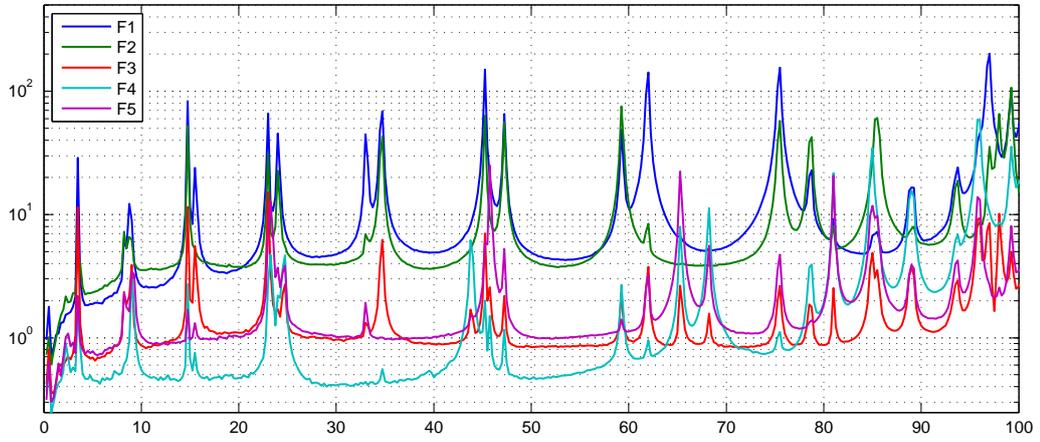


Abbildung 72: Gemittelte FRF des Gesamtmodells (zylindrische Sektion), Anregungspunkte F1 bis F5

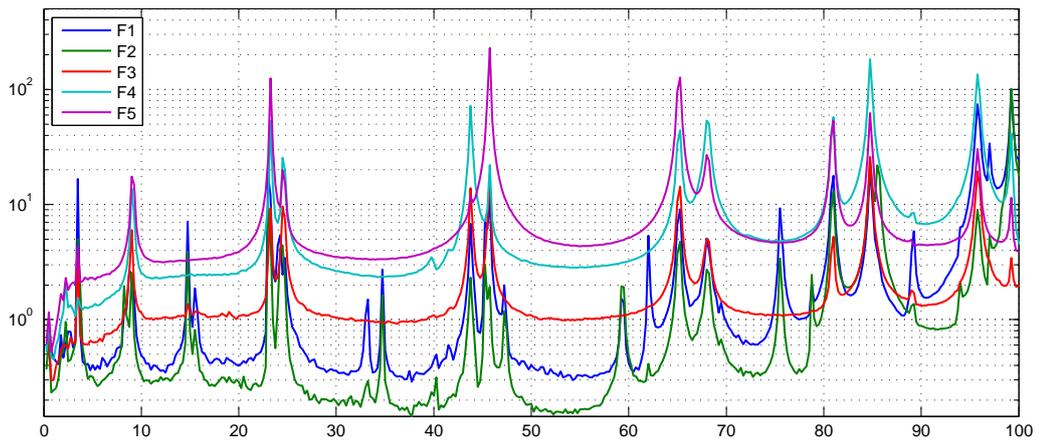


Abbildung 73: Gemittelte FRF des Gesamtmodells (konische Sektion), Anregungspunkte F1 bis F5

6.4 Modalanalyse

Bei der FRF-basierenden Modalanalyse werden mittels Curve Fitting die modalen Parameter aus den zuvor bestimmten Übertragungsfunktionen ermittelt. Die gesuchten Parameter sind die Eigenfrequenzen, die Eigenvektoren und die modalen Dämpfungen.

6.4.1 Curve-Fitting

Für das Curve-Fitting werden die drei experimentell bestimmten FRF-Matrizen verwendet. Die 2×120 -Matrix für den Zylinder, die 3×120 -Matrix für den Konus und die 5×220 -Matrix für das Gesamtmodell. Ein optimales Curve-Fitting-Verfahren für die vorliegenden Matrizen wäre ein globales Multi-Reference MDOF Verfahren. Dieses Verfahren sucht für alle Anregungspunkte bzw. Zeilen der FRF (Multi-Reference) und für alle Freiheitsgrade bzw. Spalten der FRF (global) die modalen Parameter für alle vorhandenen Moden (MDOF). Auf diese Weise werden die Parameter so bestimmt, dass sie mit der gesamten FRF-Matrix konsistent sind. Leider konnten mit diesem Verfahren praktisch keine Moden identifiziert werden. Somit wurde die Modalanalyse mit einem globalen MDOF-Verfahren durchgeführt. Dieses Verfahren bestimmt, anders als das Multi-Reference-Verfahren, die modalen Parameter aus einer einzelnen Zeile der FRF-Matrix.

Wie schon den abgebildeten Übertragungsfunktionen zu entnehmen war, werden die Moden abhängig vom Anregungspunkt unterschiedlich stark angeregt. Dementsprechend gut oder schlecht lassen sich dann auch die modalen Parameter aus den entsprechenden Zeilen der FRF-Matrix bestimmen. Es hat sich ebenfalls gezeigt, dass sich manche Moden besser bestimmen lassen, wenn das globale MDOF-Verfahren auf der Peak-Amplitude-Methode basiert und manche, wenn es auf der Circle-Fit-Methode basiert.

6.4.2 Bewertung der Moden

In der vorangegangenen Modalanalyse wurde eine Vielzahl an Moden bestimmt von denen viele redundant sind, da das Curve-Fitting für jeden Anregungspunkt einzeln durchgeführt wurde. Für die Erstellung eines Sets aller zu einem Modell gefundenen Moden sollen diese entfernt werden. Ebenfalls müssen Pseudomodern entfernt werden, welche beim Curve-Fitting entstehen können und keinen physikalischen Bezug haben. Zu diesem Zweck werden die Schwingformen der Moden mittels MAC-Analyse verglichen, sodass redundante Moden lokalisiert werden können. Für die Beurteilung der Qualität einer Mode wird zum einen die Schwingform optisch kontrolliert und zum anderen die Komplexität der Mode bewertet. Da die Testobjekte sehr schwach gedämpft sind, sollten die ermittelten Moden möglichst reell sein.

6.5 Darstellung der gemessenen Moden

Die durch Curve-Fitting ermittelten Moden wurden nach einer Vorauswahl gruppiert, sodass nun zu jedem Modell die gemessenen Schwingformen dargestellt werden kön-

nen. Analog zu den numerisch bestimmten Moden verdeutlicht eine Farbskala die Form.

6.5.1 Zylindrisches Teilmodell

Bei der zylindrischen Sektion sind die ersten auftretende Schwingformen vom Typ (3,1). Erwartet wurden aber bereits Schwingformen vom Typ (2,0), (2,1) und (3,0). Die in den FRF (Abb. 69) sichtbaren Peaks unter 8 Hz lassen stark vermuten, dass diese Schwingformen dort auftreten und bedingt durch die relativ schlechte Qualität der Messdaten unter 10 Hz, eine Identifizierung der Moden mittels Curve-Fitting nicht möglich war.

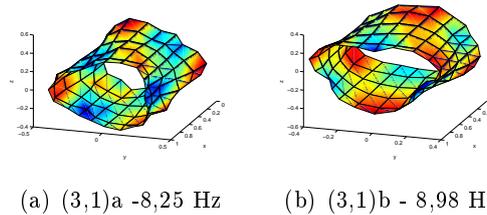


Abbildung 74: Gemessene Eigenschwingformen 8-9 Hz

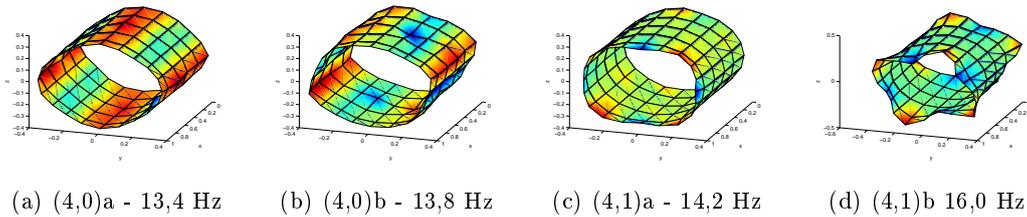


Abbildung 75: Gemessene Eigenschwingformen 13-16 Hz

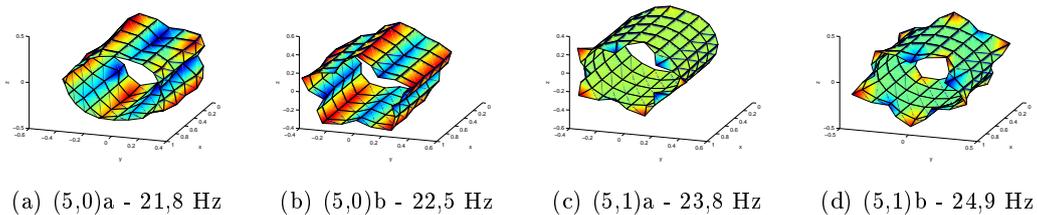


Abbildung 76: Gemessene Eigenschwingformen 21-25 Hz

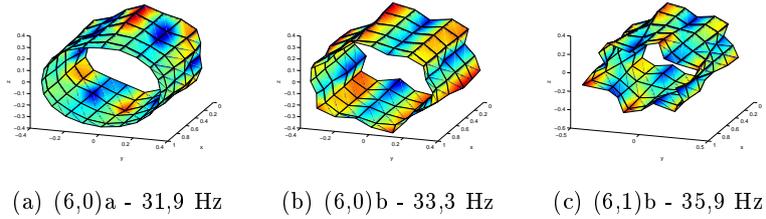


Abbildung 77: Gemessene Eigenschwingformen 31-36 Hz

Die zu (6,1)b gehörende doppelte Mode konnte nicht aus der Messung ermittelt werden. Es ist unwahrscheinlich, dass die Schwingform nicht aufgetreten ist. Wahrscheinlicher ist, dass sie bedingt durch messtechnische Ungenauigkeiten nicht erfasst werden konnte. Die vielen anderen nahezu einwandfrei identifizierten Moden zeigen aber auch, dass sich die Ungenauigkeiten im Rahmen gehalten haben.

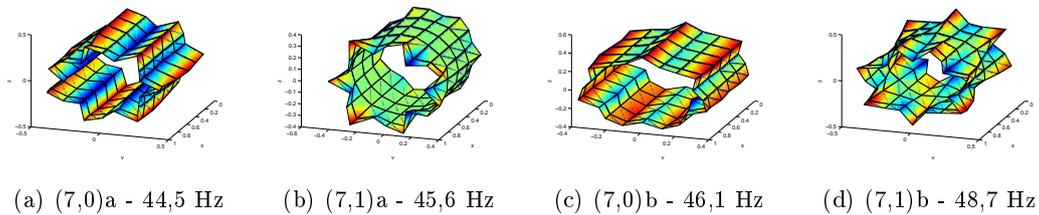


Abbildung 78: Gemessene Eigenschwingformen 44-49 Hz

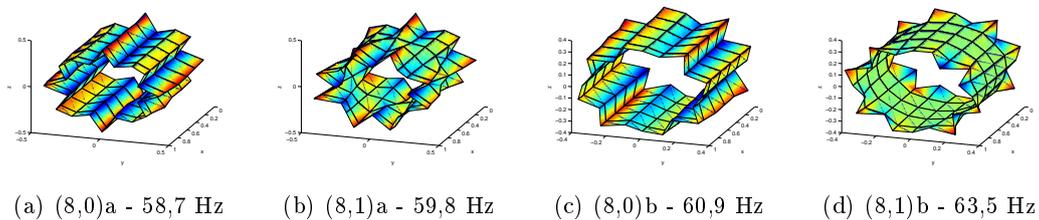


Abbildung 79: Gemessene Eigenschwingformen 58-64 Hz

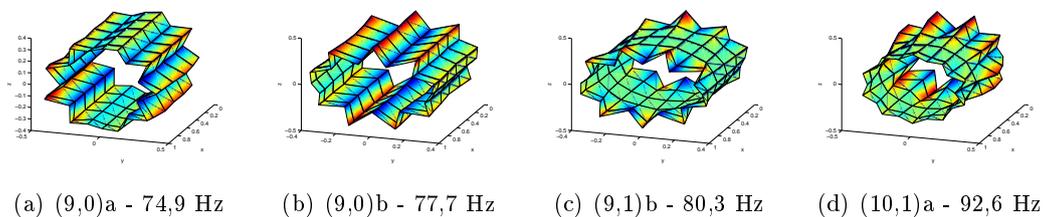


Abbildung 80: Gemessene Eigenschwingformen 74-93 Hz

6.5.2 Konisches Teilmodell

Bei der konischen Sektion fehlen ebenfalls einige erwartete Schwingformen, dies ist auf die selben Ursachen zurückzuführen, wie beim Zylinder. Für die folgende Validierung des FE-Modells ist die Anzahl der gefundenen Moden allerdings vollkommen ausreichend.

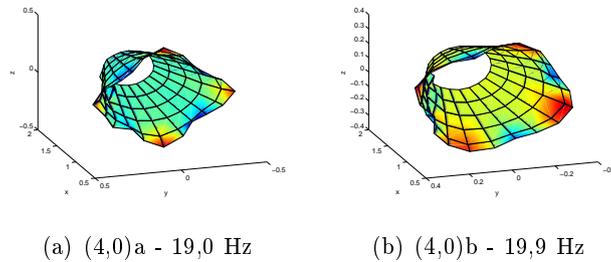


Abbildung 81: Gemessene Eigenschwingformen 19-20 Hz

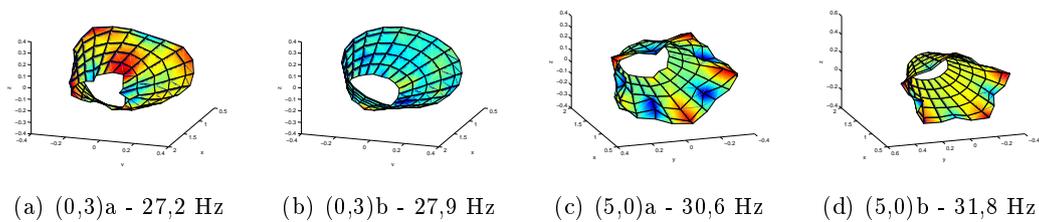


Abbildung 82: Gemessene Eigenschwingformen 27-32 Hz

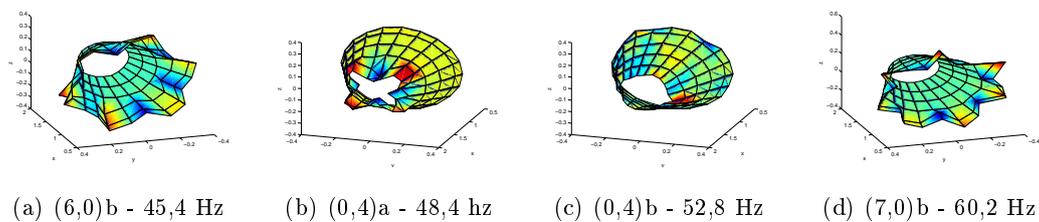


Abbildung 83: Gemessene Eigenschwingformen 45-61 Hz

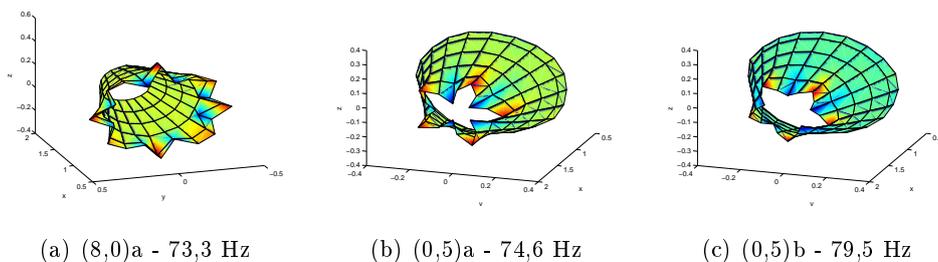


Abbildung 84: Gemessene Eigenschwingformen 73-80 Hz

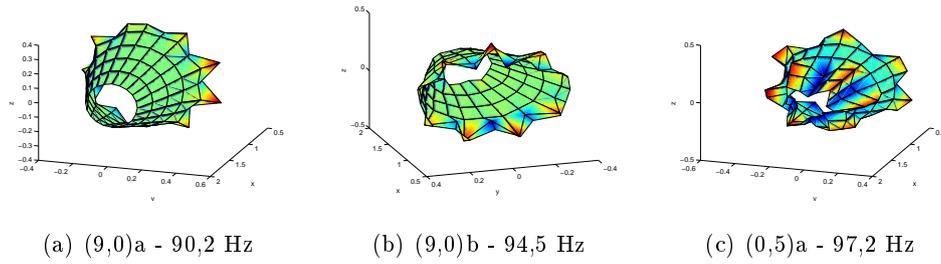


Abbildung 85: Gemessene Eigenschwingformen 90-98 Hz

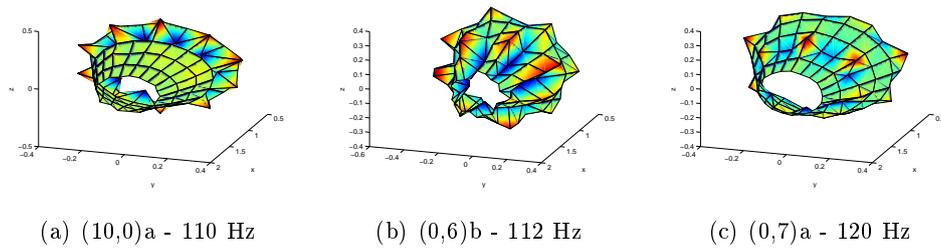


Abbildung 86: Gemessene Eigenschwingformen 110-120 Hz

6.5.3 Gesamtmodell

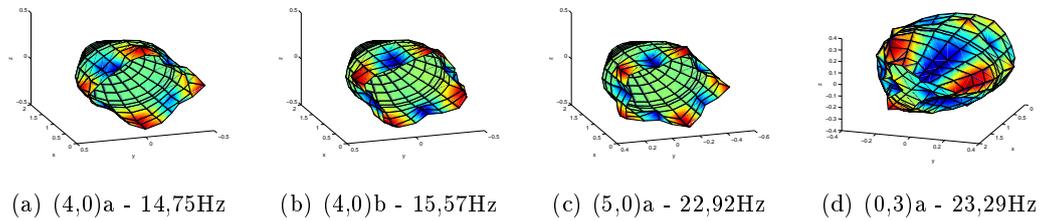


Abbildung 87: Gemessene Eigenschwingformen 1-4

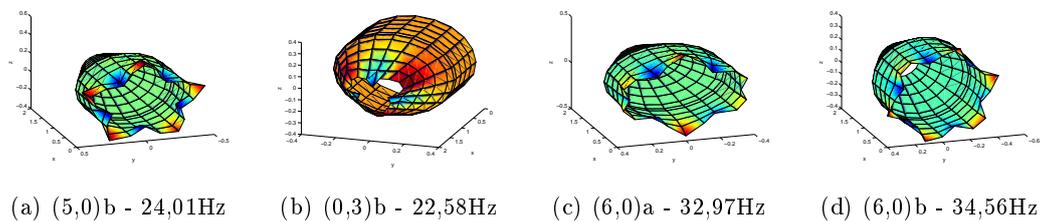


Abbildung 88: Gemessene Eigenschwingformen 5-8

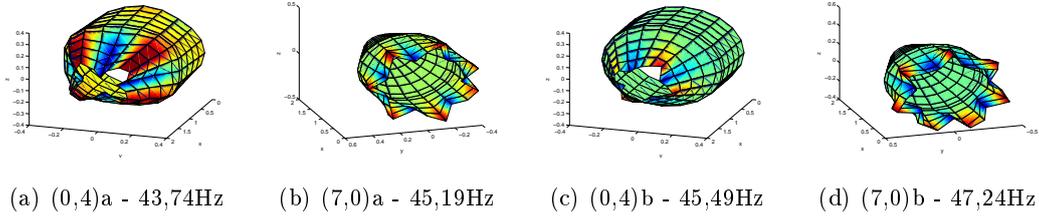


Abbildung 89: Gemessene Eigenschwingformen 9-12

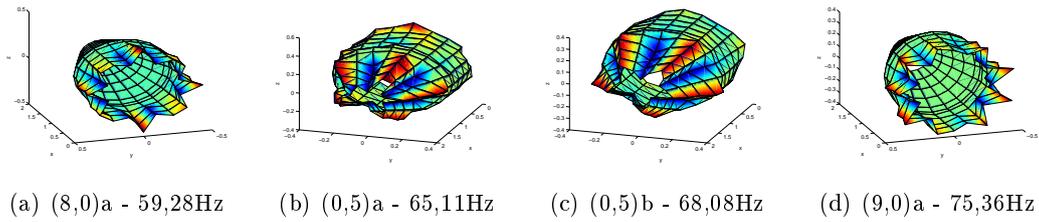


Abbildung 90: Gemessene Eigenschwingformen 13-16

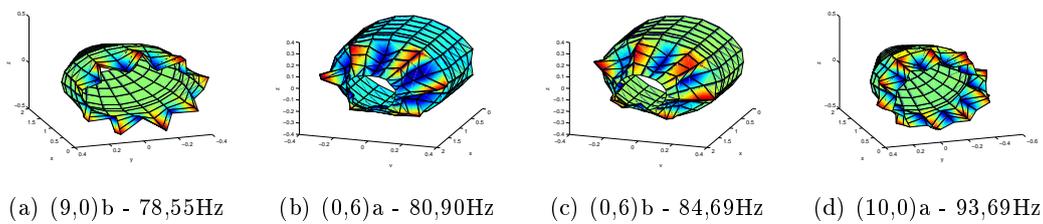


Abbildung 91: Gemessene Eigenschwingformen 17-20

6.5.4 Modale Dämpfung

Neben den bereits dargestellten Eigenvektoren und den zugehörigen Eigenfrequenzen gehört zu jeder Mode eine modale Dämpfung. In den folgenden Abbildungen wird die modale Dämpfung ξ [%] über die Frequenz dargestellt.

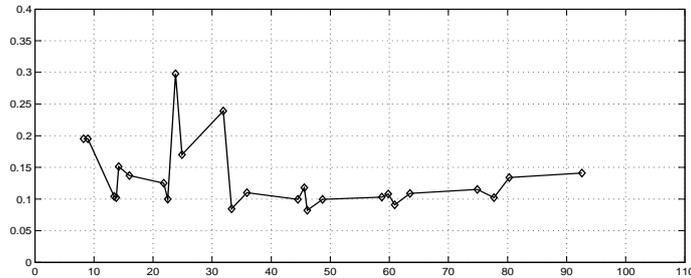


Abbildung 92: Modale Dämpfungen des zylindrischen Teilmodells

Auffällig bei allen drei Testobjekten ist die relativ geringe Dämpfung. Abgesehen von ein paar Ausreißern liegt sie im Bereich von $\xi \approx 0,15$ %. Diese sehr schwache Dämpfung erklärt sich dadurch, dass die unversteiften Testobjekte sehr weich sind.

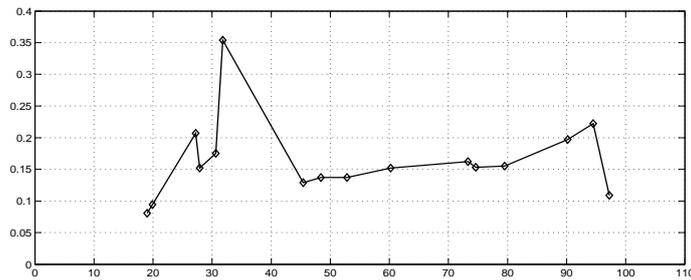


Abbildung 93: Modale Dämpfungen des konischen Teilmodells

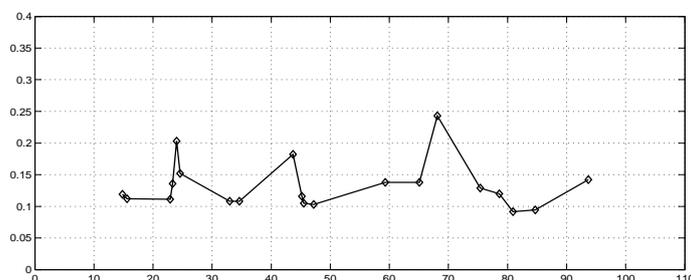


Abbildung 94: Modale Dämpfungen des Gesamtmodells

Da die modale Dämpfung rechnerisch praktisch nicht bestimmt werden kann, werden die experimentell ermittelten Dämpfungen für die FE-Modellierung verwendet.

7 Vergleich zwischen Messung und Rechnung

Zur Validierung des FE-Modells werden in diesem Kapitel die Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchung verglichen. Der Vergleich findet auf verschiedenen Ebenen statt, zum einen werden die reinen Schwingformen verglichen und zum anderen die FRF's, die Informationen zum Auftreten der Schwingformen beinhalten. Der Vergleich der Schwingformen wird mittels MAC-Analyse durchgeführt. Der Vergleich der FRF's erfolgt durch einen optischen Vergleich der gemittelten FRF's und mittels FRAC-Analyse.

7.1 MAC-Analyse

Bei der MAC-Analyse wird die Orthogonalität zwischen den numerisch bestimmten Eigenvektoren und denen aus der Messung untersucht. Hierzu werden mindestens die Moden verwendet, die im Bereich bis 100Hz auftreten. Ein möglichst hoher MAC-Wert ist hierbei wünschenswert. Werte ab 0,6 deuten auf eine gute Übereinstimmung hin. Wichtig ist ebenfalls, dass es nicht zu nennenswerten Vertauschungen von Moden kommt.

7.1.1 Zylindrisches Teilmodell

Die folgende Grafik (Abbildung 95) zeigt eine MAC-Analyse zwischen den nummerisch bestimmten Eigenvektoren und denen aus der Messung für das zylindrische Teilmodell.

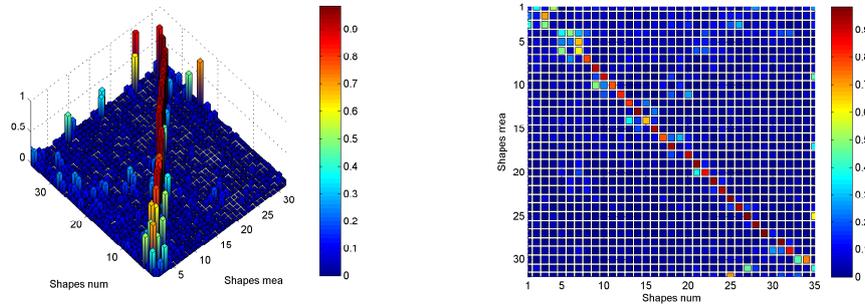


Abbildung 95: MAC-Analyse: zylindrisches Teilmodell

Anhand der hohen MAC-Werte, erkennt man eine sehr hohe Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den berechneten Moden. Es konnten fast 30 Moden mit MAC-Werten von über 0,6 bestimmt werden, viele haben sogar einen Wert um 0,9 herum. Auf der rechten Seite der Abbildung 95 sieht man, dass nahezu alle nummerisch ermittelten Moden auch messtechnisch erfasst wurden. Systematische Abweichungen treten nur bei den ersten sechs bis sieben Moden auf, welche alle unter 10Hz liegen. Dies liegt wie schon im Kapitel 6.5.1 erwähnt, an der schwierigen messtechnischen Erfassung des tiefen Frequenzbereiches.

Ein optischer Vergleich zwischen den berechneten und den experimentell bestimmten Schwingformen verdeutlicht, dass die Schwingformen durch das numerische Modell vorhersagbar sind.

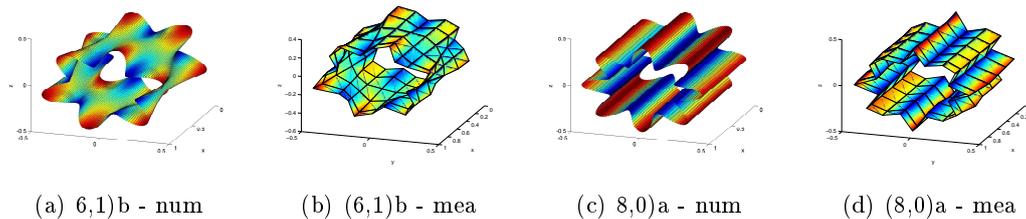


Abbildung 96: Vergleich zwischen Rechnung (num) und Messung (mea)

7.1.2 Konisches Teilmodell

Abbildung 97 zeigt das Ergebnis einer MAC-Analyse mit den numerisch und experimentell bestimmten Eigenvektoren des konischen Teilmodells.

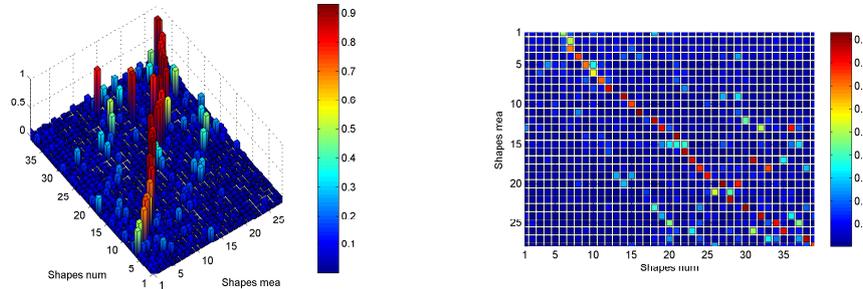


Abbildung 97: MAC-Analyse: konisches Teilmodell

Wie bei der zylindrischen Sektion treten auch hier sehr hohe MAC-Werte auf, was einer guten Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Moden, entspricht. Wie bei der zylindrischen Sektion treten die größten Abweichungen im unteren Frequenzbereich auf. Dies ist ebenfalls auf die schwierige messtechnische Erfassung des unteren Frequenzbereichs zurückzuführen. Zudem sind bei der MAC-Analyse des konischen Teilmodell, deutlicher als bei den anderen Modellen, Nebendiagonal bzw. Ausreißer zu erkennen. Da diese Effekte im hohen Frequenzbereich auftreten, ist davon auszugehen, dass es sich dabei um ähnliche Schwingformen handelt. Bei denen, bedingt durch das zu grobe Netz der Messung die Dimension der Eigenvektoren nicht ausreicht um diese zu differenzieren bzw. identifizieren. Ein beispielhafter optischer Vergleich zweier Modenpaare ist in Abbildung 101 dargestellt.

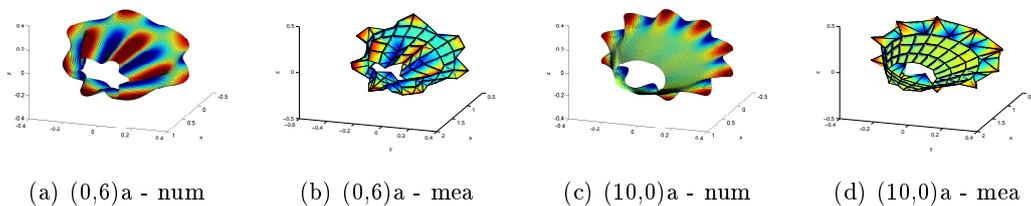


Abbildung 98: Vergleich zwischen Rechnung (num) und Messung (mea)

7.1.3 Gesamtmodell

In der Abbildung 99 wird nun die MAC-Analyse zwischen den numerisch bestimmten Eigenvektoren und denen aus der Messung für das Gesamtmodell dargestellt.

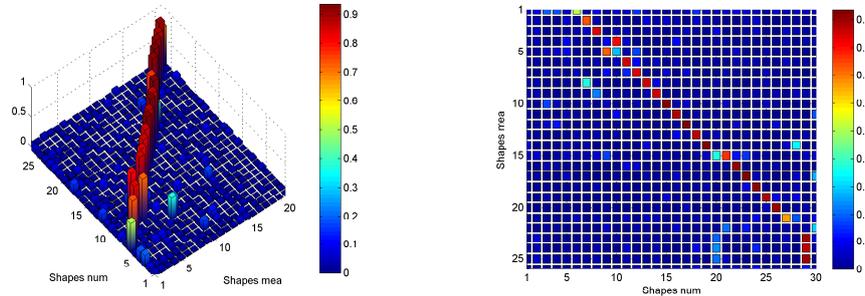


Abbildung 99: MAC-Analyse: Gesamtmodell

Beim Gesamtmodell gibt es, genau wie bei den Teilmodellen, eine sehr gute Übereinstimmung, zwischen gemessenen und berechneten Schwingformen. Denn auch hier sind abgesehen von dem Frequenzbereich unter 10Hz sehr hohe MAC-Werte vorhanden. Um dies zu verdeutlichen werden in den folgenden beiden Bildern zu zwei möglichst unterschiedlichen Schwingformen die numerischen und experimentellen Ergebnisse dargestellt.

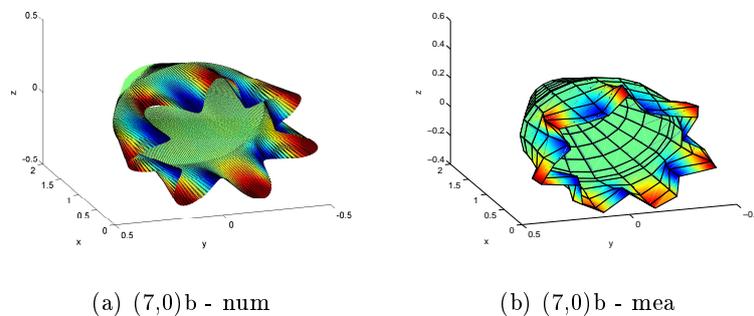


Abbildung 100: Vergleich zwischen Rechnung (num) und Messung (mea)

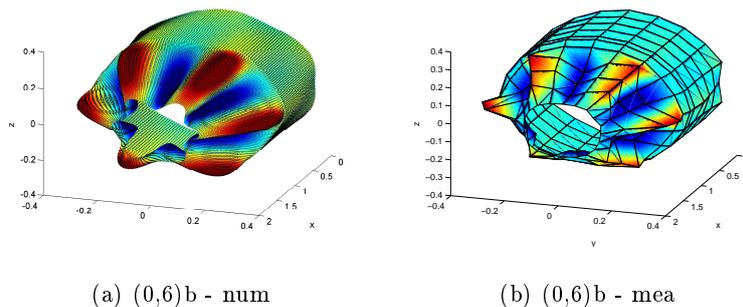


Abbildung 101: Vergleich zwischen Rechnung (num) und Messung (mea)

7.1.4 Zusammenfassung der MAC-Analyse

Wie man an den hohen MAC-Werten sehen kann, stimmen die numerisch ermittelten und die messtechnisch erfassten Eigenvektoren gut bis sehr gut überein. Dies zeigt, dass die FE-Modelle die Schwingformen der Testobjekte vorhersagen können. Sehr interessant ist vor allem die Frage, ob sich die Schwingformen des Gesamtsystems ebenso gut hervor sagen lassen, wie die der Teilmodelle. Das Ergebnis, das nahezu jede Mode im untersuchten Frequenzbereich mit einem MAC-Wert von über 0,7 übereinstimmt, zeigt, dass dies prinzipiell möglich ist.

Um sinnvolle Vorhersagen mit diesen FEM-Modellen zu treffen, reicht dies jedoch noch nicht aus. Wichtig ist auch zu wissen, bei welchen Frequenzen diese Formen auftreten und an welchen Orten sie angeregt werden. Zwar kann eine Verschiebung der Eigenfrequenzen auch schon durch das Plotten der Frequenzen zu der jeweilige Mode sichtbar gemacht werden (siehe Abbildung 102). Für weitere Informationen sind allerdings Vergleiche zwischen den Übertragungsfunktionen nötig.

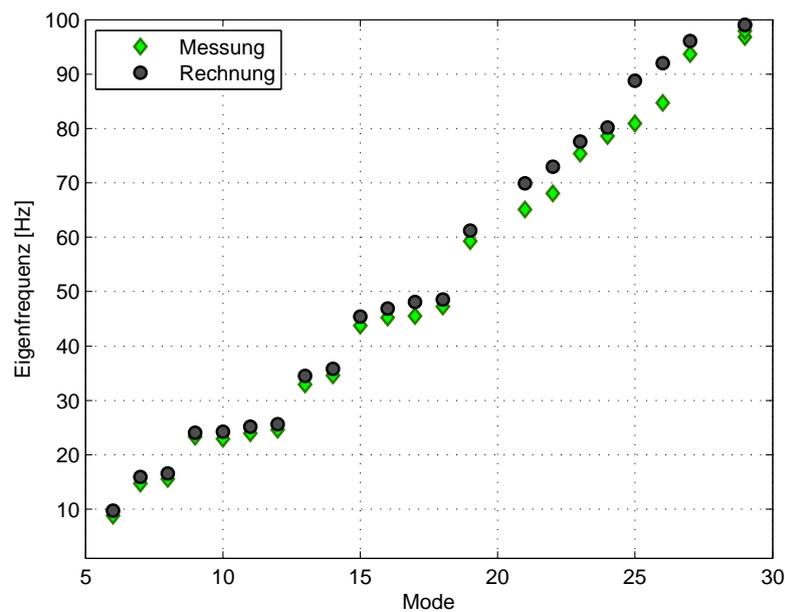


Abbildung 102: Eigenfrequenzen des Gesamtmodells

7.2 Vergleich der FRF's

Wie zuvor erwähnt, liefern die FRF's viele wichtige Informationen die man den Eigenvektoren nicht entnehmen kann. Hierzu werden die Übertragungsfunktionen aus Rechnung und Messung, wie schon in den vorangegangenen Kapiteln nach Gleichung 76 gemittelt.

7.2.1 Model-Updating

Mit dem Vergleich der Übertragungsfunktionen besteht nun die Möglichkeit sich dem vorhandenen E-Modul der Testobjekte anzunähern. Zudem kann der Einfluss der B-Aufnehmer untersucht werden.

Dies wird am zylindrischen Teilmodell demonstriert, hierzu sind die auf Anregungspunkt F1 bezogenen gemittelten FRF's aus Rechnung und Messung in Abbildung 103 dargestellt. Für die Modellierung wurde als E-Modul der Literaturwert von 70 GPa verwendet. Auf zusätzliche Punktmassen wurde verzichtet.

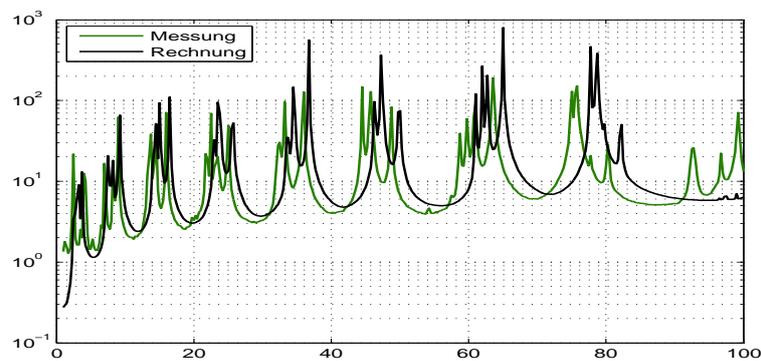


Abbildung 103: Vergleich der FRF - Anregungspunkt F1 - Ausgangsmodell

In Abbildung 103 erkennt man, dass die numerische Funktion zu höheren Frequenzen hin verschoben ist. Bei dieser deutlichen Verschiebung und mit dem Wissen, dass für das E-Modul ein geschätzter Wert verwendet wurde, ist davon auszugehen, dass die Testobjekte ein anderes E-Modul haben als angenommen. Aus den Untersuchungen zum Einfluss des E-Moduls in Kapitel 5.6 folgt, dass das E-Modul geringer sein muss. Zudem kann aber auch die Massenbeeinflussung der B-Aufnehmer zu dieser Verschiebung beitragen.

Um hier die richtigen Parameter zu finden wurden analog zu Kapitel 5.6 Parameterstudien an allen drei Testobjekten durchgeführt. Da die Modelle aus dem gleichen Material gefertigt sind, sollte das E-Modul für alle drei Testobjekte nahezu gleich sein. Zudem sollte der Einfluss der B-Aufnehmer auf alle drei Messungen ähnlich sein.

Nach dieser Untersuchung hat sich gezeigt, dass die Frequenzverschiebung zwischen numerischen und experimentellen FRF's bei einem E-Modul von 67 GPa minimal ist. Da dieser Wert unabhängig vom untersuchten Testobjekt zu optimalen Ergeb-

nissen führt, kann davon ausgegangen werden, dass es sich bei diesem Wert um das E-Modul des Materials handelt. Des weiteren wurde festgestellt, dass mit Berücksichtigung der B-Aufnehmer noch kleinere Abweichungen auftreten. Hierzu wurden an den Teilmodellen 0,5 g Punktmassen (CONM2) aufgetragen und am Gesamtmodell 1 g Punktmassen. Dass am Gesamtmodell schwerere Punktmassen zu besseren Ergebnissen führen, lässt sich dadurch erklären, dass die Verkabelung beim Gesamtmodell aufwendiger war, sodass hierdurch eine weitere Beeinflussung der Messergebnisse hinzukommen konnte.

Zu Vergleich sind in Abbildung 104 die gleichen FRF's dargestellt, nur diesmal mit korrigiertem E-Modul und Berücksichtigung des Einflusses der B-Aufnehmer.

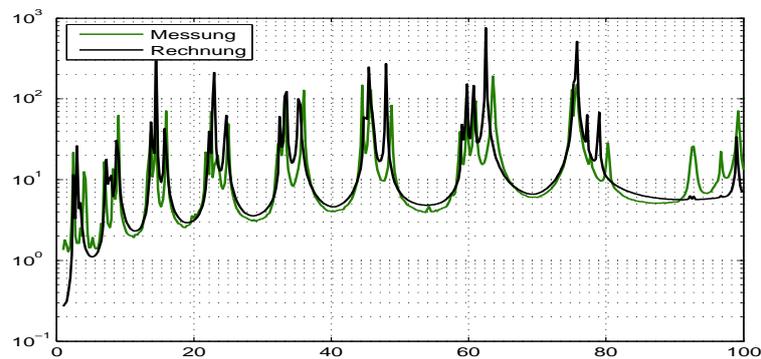


Abbildung 104: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F1 - Korrigiertes Modell

Die Verbesserung ist hierbei deutlich zu erkennen, somit wird für die folgenden Vergleiche das korrigierte E-Modul $E = 67 \text{ GPa}$ verwendet und mit den zuvor beschriebenen Punktmassen gearbeitet. Die FDAC-Analyse zeigt an sich eine sehr hohe Korrelation. Auffällig ist die Verbreiterung zu hohen Frequenzen hin. Wie bereits beschrieben treten bei dem zylindrischen Teilmodell ähnliche Moden in einem sehr engen Frequenzbereich auf, sodass sich die Schwingformen überlagern. Die geometrische Auflösung der Messung kommt bei diesen sich stark ähnelnden komplexen Schwingformen an ihre Grenzen.

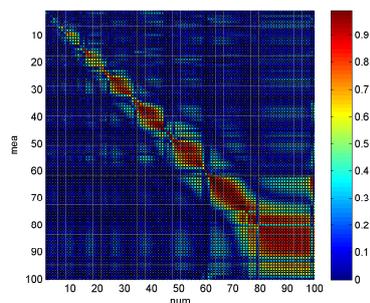


Abbildung 105: FDAC - Anregungspunkt F1 - Korrigiertes Modell

7.2.2 Zylindrische Teilmodell

Für den ersten Anregungspunkt F1 des zylindrischen Teilmodells wurde der Vergleich zu Messung bereits dargestellt. Der Vergleich der zum Anregungspunkt F2 gehörenden FRF's ist in Abbildung 106 dargestellt. Sowohl die gemittelten FRF's als auch

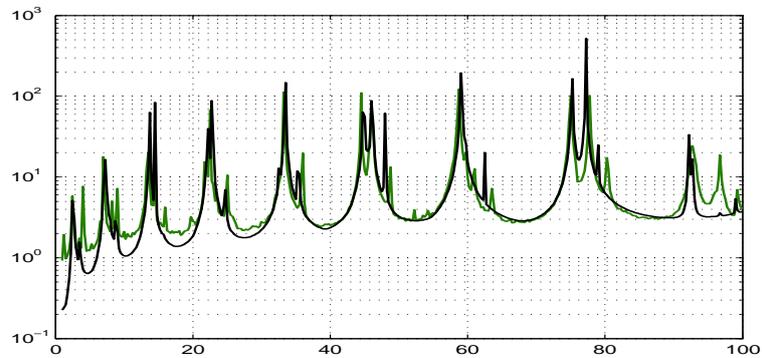


Abbildung 106: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt 2

die FDAC-Analyse zeigt eine hohe Übereinstimmung zwischen numerischen Modell und Experiment. Die FDAC-Analyse zeigt ebenfalls eine hohe Korrelation.

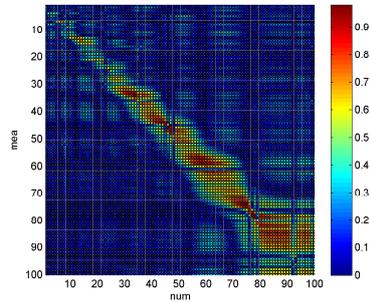


Abbildung 107: FDAC - Anregungspunkt F2 - Korrigiertes Modell

Um zu überprüfen ob bei den Peaks auch die gleichen Schwingformen auftreten, wird die Bezeichnung der Mode an den Peak geschrieben, die dort dominierend ist. Um dies nicht für jede einzelne Übertragungsfunktion zu machen, wird über die verschiedenen Anregungspunkte gemittelt. Hierzu werden die, sich aus Gleichung ?? ergebenden, Funktionen verwendet.

$$\bar{\mathbf{H}}(\omega) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{q=1}^n \mathbf{H}_q(\omega) \quad (77)$$

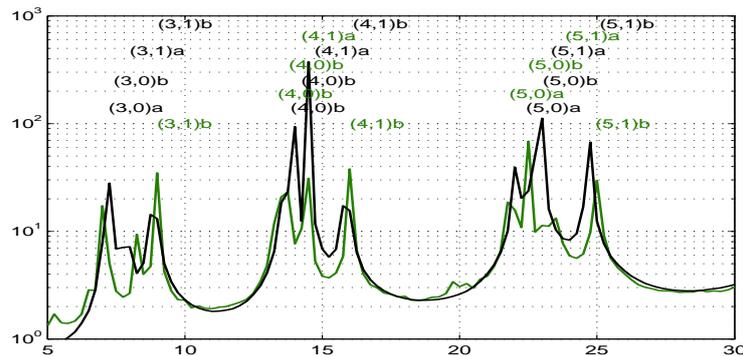


Abbildung 108: Frequenzbereich 5-30Hz

Bereits in Kapitel 5.4.1 fiel auf, dass doppelte Moden nicht immer direkt aufeinander folgen. Sie Vermischen sich manchmal mit anderen Modenpaaren die bei etwa der gleichen Frequenz liegen. Abbildung 109 verdeutlicht besonders gut, dass selbst diese Schwingformen in der richtigen Reihenfolge vorhersagbar sind.

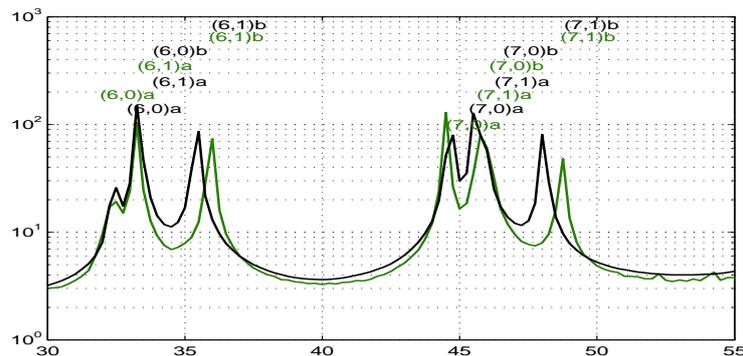


Abbildung 109: Frequenzbereich 30-55Hz

7.2.3 Konisches Teilmodell

Wie schon beim zylindrischen Modell, werden nach Gleichung ?? die gemittelten FRF's gebildet, um so das numerische Modell mit dem experimentellen Modell zu vergleichen. In Abbildung 110 bis 113, sind die FRF's für die jeweiligen Anregungspunkte dargestellt.

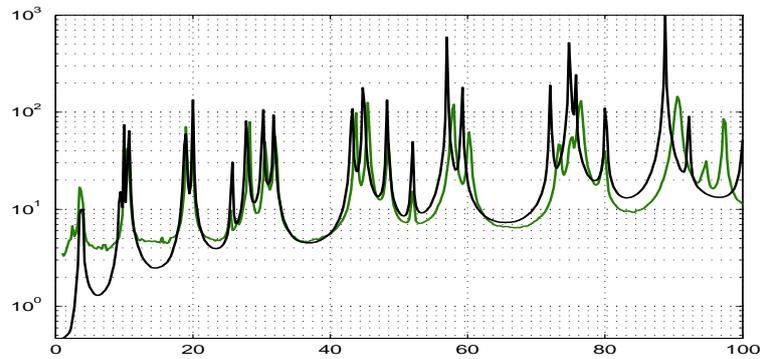


Abbildung 110: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F3 - konisches Teilmodell

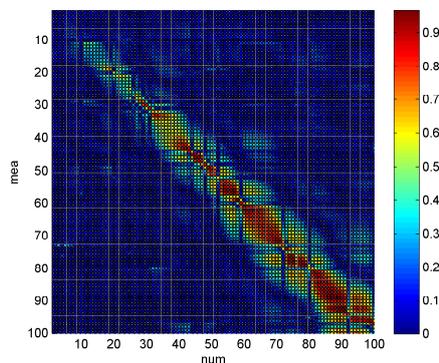


Abbildung 111: FDAC - Anregungspunkt F3 - konisches Teilmodell

Hierbei erkennt man ab 60Hz eine Verschiebung der numerisch ermittelten Funktion hin zu tieferen Frequenzen, dass deutet eigentlich auf nicht optimal gewählte Parameter hin. Wenn wir jedoch die anderen FRF's in Abbildung 112 oder 113 betrachten, fällt auf, dass hier die numerisch ermittelte Funktion, gut passt bzw. im Vergleich zur Messung sogar zu höheren Frequenzen hin verschoben ist. Dies deutet zum einen auf geringfügige Ungenauigkeiten der Messergebnisse hin, zum anderen lassen sich gewisse Abweichungen, vor allem im höheren Frequenzbereich, auch durch Idealisierungsfehler erklären. Generell ist die Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen FRF's sehr hoch.

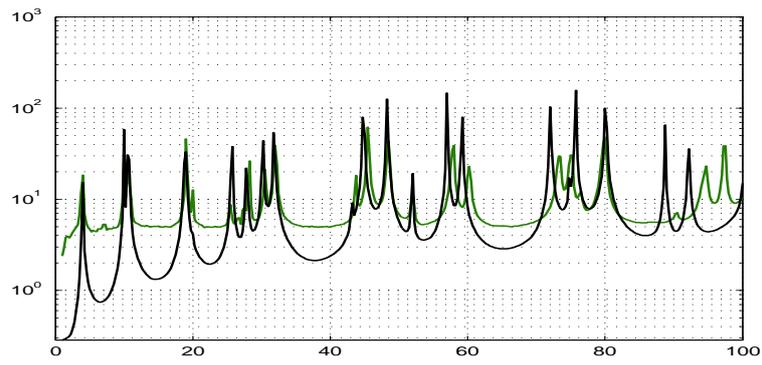
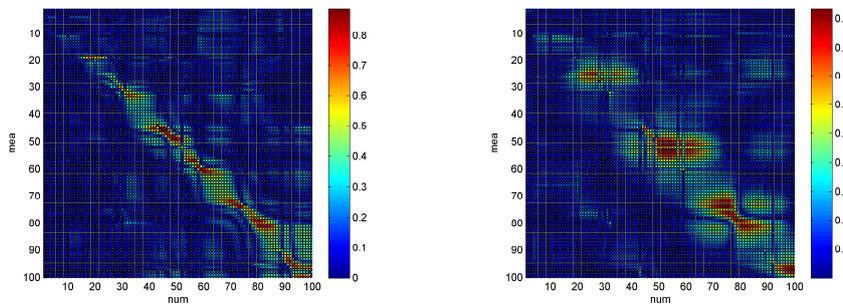


Abbildung 112: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F4 - konisches Teilmodell



(a) F4

(b) F5

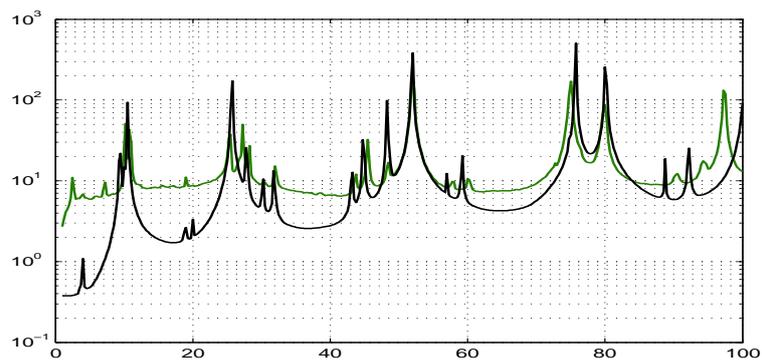


Abbildung 113: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F5 - konisches Teilmodell

Bei der FDAC-Analyse fällt auf, dass bei Anregungspunkt F5 keine durchgehende Linie vorhanden ist. Die Werte mit hoher Korrelation (rot) entsprechen den Bereichen mit stark ausgeprägten Peaks, die Lücken zwischen diesen Stellen entsprechen den Tälern. Wie bei der Messung schon auffiel ist dort ein Grundrauschen vorhanden, wodurch die niedrigen Werte zu erklären sind.

7.2.4 Gesamt Modell

Für das Gesamtmodell werden analog zu den Teilmodell die gemittelten FRF's aus Messung und Rechnung gegenübergestellt.

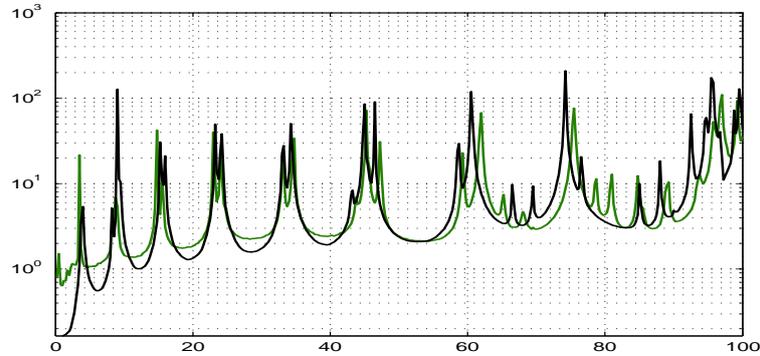


Abbildung 114: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F1 - Gesamtmodell

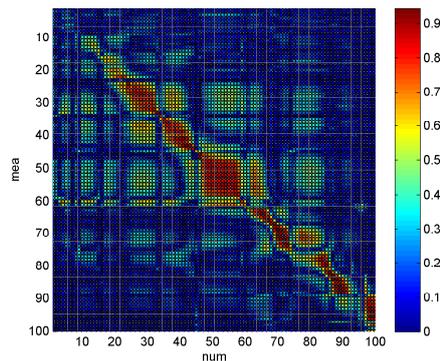


Abbildung 115: FDAC - Anregungspunkt F1 - Gesamtmodell

Beim ersten Anregungspunkt auf der zylindrischen Sektion ist in Abbildung 114 eine sehr gute Übereinstimmung der FRF's zu erkennen. Bei dem Ergebnis der FDAC-Analyse fällt auf, dass wesentlich mehr Bereiche abseits der Diagonalen erhöhte FDAC-Werte anzeigen. Dies liegt zum einen an der lokalen Ausprägung der Moden und zum anderen daran, dass die FDAC nur die Orthogonalität vergleicht, ohne jegliche Gewichtung. Denn wenn beispielsweise die Hälfte der Messpunkte die dominierende Schwingform wiedergibt und die andere Hälfte sehr schwach in einer anderen Form schwingt, dann führen diese schwachen Schwingungen zu Fehlinterpretationen. Bei einem Vergleich der FDAC-Beträge ist jedoch gut zu erkennen, dass auf der Hauptdiagonalen sehr hohe Werte auftreten und die anderen Bereiche relativ gering sind.

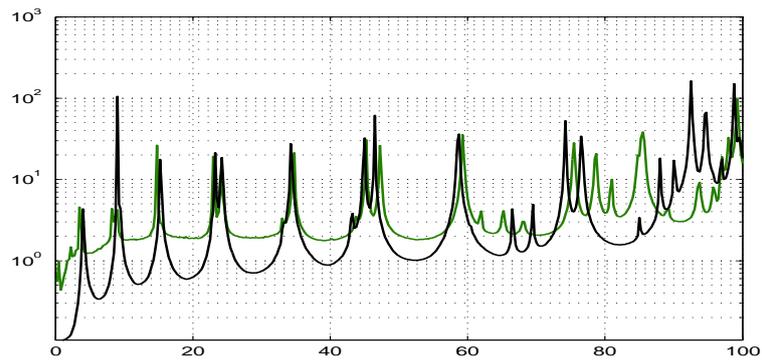
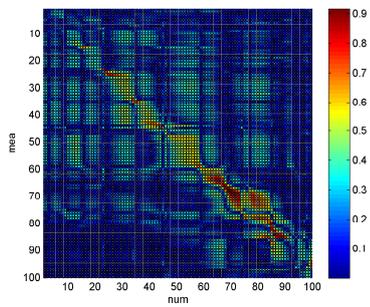
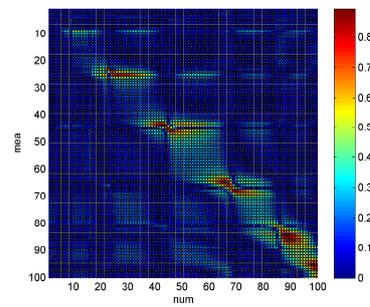


Abbildung 116: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F2 - Geamtmodell



(a) F2



(b) F3

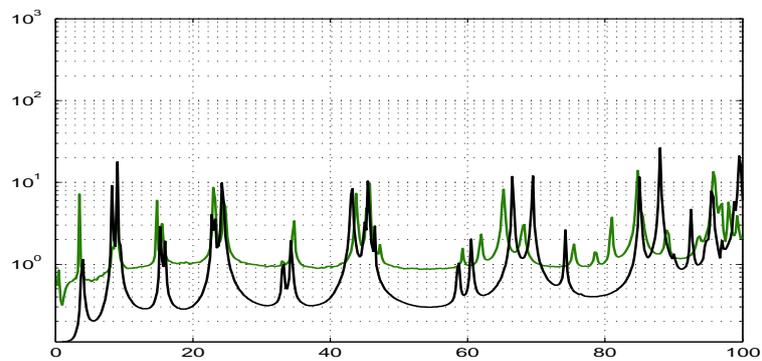


Abbildung 117: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F3 - Geamtmodell

Im Vergleich sieht man beim dritten Anregungspunkt das vorhandene Grundrauschen noch deutlicher. Dennoch stimmen die relevanten Peaks größtenteils überein.

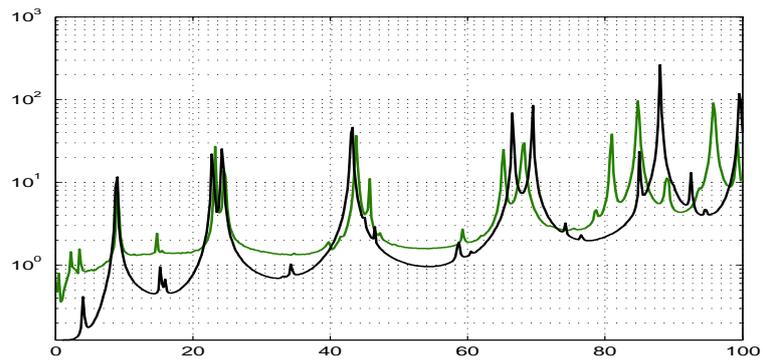
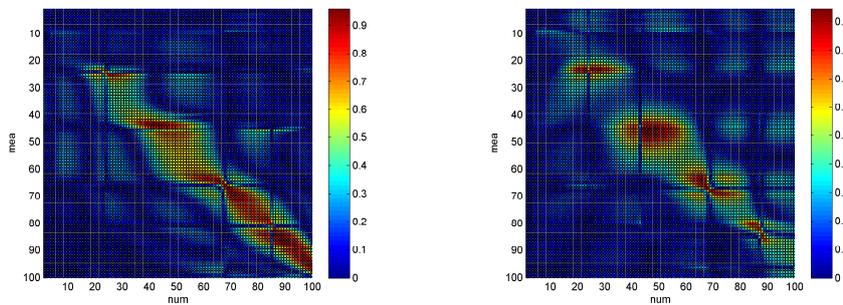


Abbildung 118: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F4 - Geamtmodell



(a) F4

(b) F5

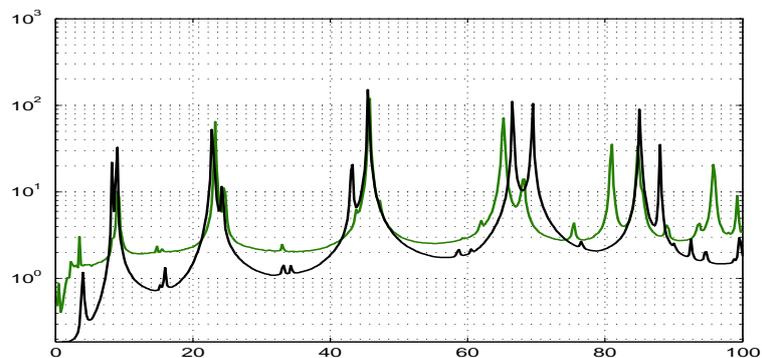


Abbildung 119: Vergleich der FRF's - Anregungspunkt F5 - Geamtmodell

Im höheren Frequenzbereich sind sichtbare Verschiebungen bei der Lage der Peaks vorhanden. Dies kann mehrere Ursachen haben, zum einen ist das Modell relativ stark idealisiert. Vor allem der Zusammenbau der Teilmodelle führt zu unbekanntenen Eigenschaften, denn die Verbindung ist nicht so ideal wie im FE-Modell und entstandene Beulen sowie plastische Verformungen wurden nicht mit modelliert. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist, dass die geometrischen Auflösung der Messung zum Ende des betrachtete Frequenzbereich ihr Maximum erreicht. So können bereits kleinere Unge-

nauigkeiten bei der Platzierung der B-Aufnehmer zu nennenswerten Abweichungen führen. Im größten Teil des untersuchten Frequenzbereiches stimmen die numerischen und die experimentell ermittelten FRF's gut überein. Die FDAC-Analyse zeigt ebenfalls hohe Korrelation zwischen den Modellen, die Lücken in den Diagonalen, erklären sich analog zum konischen Modell durch das Grundrauschen. Dies zeigt, dass eine generelle Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Gesamtmodells möglich ist.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde das Schwingungsverhalten eines skalierten Flugzeugrumpfmodells rechnerisch und experimentell untersucht. Zudem wurden die zylindrische und die konische Sektion, aus denen das Flugzeugrumpfmodell besteht, als Einzelteile untersucht. Für die Validierung der Simulationsergebnisse wurden experimentelle Untersuchungen an den Testobjekten durchgeführt. Hierbei wurden an den Modellen FRF's gemessen aus denen anschließend die modalen Parameter der Systeme ermittelt wurden. Um eine Aussage treffen zu können, wie genau das tatsächliche Schwingungsverhalten der Testobjekte mit den erstellten Simulationsmodellen vorhergesagt werden kann, wurden die Simulationsergebnisse mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen verglichen.

Für das zylindrische Teilmodell hat der Vergleich zwischen dem berechneten und dem gemessenen Schwingungsverhalten ergeben, dass das FE-Modell das Schwingungsverhalten sehr gut wiedergibt. Die berechneten Schwingformen stimmen mit den experimentell ermittelten nahezu perfekt überein und auch die FRF's zeigen eine sehr hohe Übereinstimmung. Dass selbst sehr eng beieinander liegende Moden in der richtigen Reihenfolge vorhergesagt werden konnten, lässt auf eine sehr hohe Modellgüte schließen. Bei dem konischen Teilmodell wurde ebenfalls eine sehr hohe Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung festgestellt. Auch hier kann durch das zugehörige FE-Modell das Schwingungsverhalten wiedergegeben werden. Zudem wurde bei der Anregung der Moden des zylindrischen Teilmodells eine deutliche Abhängigkeit vom Anregungspunkt festgestellt.

Der Vergleich zwischen dem berechneten und gemessenen Schwingungsverhalten für das Gesamtmodell hat ergeben, dass sich mit dem erstellten FE-Modell das Schwingungsverhalten für die skalierte Heckpartie vorhersagen lässt. Es konnte eine große Anzahl an Schwingformen mit sehr hoher Übereinstimmung vorhergesagt werden. Ein Vergleich der FRF's zeigt ebenfalls die gute Vorhersagbarkeit durch das FE-Modell und bildet auch die starke Abhängigkeit der Modenanregung vom Anregungspunkt gut ab. Lediglich im höheren Frequenzbereich gibt es gewisse Abweichungen. Diese lassen sich aber auch durch messtechnische Gegebenheiten erklären und widersprechen nicht der Eignung der Finiten Elemente Methode zur Vorhersage des Schwingungsverhalten an dem skalierten Flugzeugrumpfmodell.

Für weitere Untersuchungen wäre es interessant das Modell um Stringer und Spannten zu erweitern um so eine realistische Steifigkeit des Modells zu erhalten. Zudem wären weitere das Schwingungsverhalten beeinflussende Einbauten denkbar, wie ein Druckschott oder Fußbodenelemente. Abgesehen von einer Erhöhung des Detaillierungsgrads, wären Untersuchungen an einem Modell mit einer längeren zylindrischen Sektion interessant, um sich der realen Problemstellung weiter anzunähern. Alternativ bzw. ergänzend dazu könnte man den Einbau einer künstlichen Versteifung in Betracht ziehen, welche die Steifigkeit des fehlenden Rumpfstückes ersetzt.

Literatur

- [1] M. Möser: „Technische Akustik“, 8. Auflage, Springer, Berlin/Heidelberg
- [2] D.J. Ewins: „Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response“, 2. Auflage, Academic Press Inc
- [3] K.J. Bathe: „Finite-Elemente-Methoden (German Edition)“, 2. Auflage, Springer, Berlin/Heidelberg
- [4] D.J. Ewins: „Modal Testing: Theory, Practice and Application (Mechanical Engineering Research Studies: Engineering Dynamics Series)“, 2. Auflage, Wiley
- [5] K. Königsberger: „Analysis 1“, 6. Auflage, Springer, Berlin/Heidelberg
- [6] Natke, H.G.: „Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse“, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, Wiesbaden, 1. Auflage
- [7] Waller/Schmidt: „Schwingungslehre für Ingenieure“, 1. Auflage, Springer, Berlin