

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences

Diplomarbeit

Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau

Theoretische und experimentelle Untersuchung des klassischen Biege- Torsions-Flatterns

Frank Bethge

26. August 2011

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Studiendepartment Fahrzeugtechnik + Flugzeugbau Berliner Tor 9 20099 Hamburg

Verfasser: Frank Bethge Abgabedatum: 26. August 2011

- 1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Hartmut Zingel
- 2. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Detlef Schulze M.Sc.

Kurzreferat

HAW Hamburg Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau Berliner Tor 9 20099 Hamburg

Diplomarbeit:	Theoretische und experimentelle Untersuchung des klassi- schen Biege-Torsions-Flatterns
Abgabedatum:	26.08.2011
Verfasser:	Frank Bethge
1. Prüfer:	Prof. DrIng. H. Zingel
2. Prüfer	Prof. DrIng. D. Schulze M.Sc.

Das klassische Biege-Torsions-Flattern stellt eines der zentralen Probleme in der Entwicklung von umströmten Leichtbaustrukturen dar. Zum besseren Verständnis des aeroelastischen Problems an einem Tragflügelsegment, werden theoretische und experimentelle Untersuchungen unternommen um die Einflüsse der relevanten Parameter zu systematisieren und zu verifizieren. Ein vorhandener Aeroelastik-Teststand wird strukturdynamisch analysiert um das Flatterverhalten in Theorie und Praxis zu bewerten. Aus den Ergebnissen wird ein Konzept für optimierte Versuchsumgebung erarbeitet mit dem Ziel, die Vorhersagbarkeit des Flatterverhaltens zu verbessern.

Raum: C204

Uhrzeit: 12.00 Uhr



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences

FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK DEPARTMENT FAHRZEUGTECHNIK UND FLUGZEUGBAU Prof. Dr. Hartmut Zingel

Ausgangslage und Problemstellung

Das Biege-Torsionsflattern ist eines der klassischen dynamischen aeroelastischen Probleme. Die theoretischen Grundlagen für die Berechnung des Flatterns gehen zurück auf Hans-Georg Küssner¹. Er hat auf der Grundlage der zweidimensionalen inkompressiblen Potentialtheorie die instationären Luftkräfte für eine gekoppelte Schlag-Dreh-Schwingung berechnet. Diese bilden die Grundlage für die Flatterrechnung. Tobias Klanck² hat die Flatterrechnung programmiert, die strukturdynamischen Parameter systematisch variiert und die Ergebnisse analysiert.

Christian Busch und Anna Maria Kujawa haben einen Versuchsstand entworfen und erprobt, mit dem das Biege-Torsionsflattern im Windkanal untersucht werden kann. Sie haben die strukturdynamischen Parameter variiert, um grundlegende Effekte im Experiment anschaulich zu machen³.

Die Aufgabe der Diplomarbeit ist es zunächst, die Ergebnisse der Flatterrechnung zu systematisieren und mit den Ergebnissen aus der Literatur zu vergleichen. Dann sind die Ergebnisse von Busch und Kujawa einer kritischen Analyse zu unterziehen. In zusätzlichen experimentellen Untersuchungen ist der Parameterbereich zu erweitern. Die experimentellen Ergebnisse der Flatterversuche sind mit den theoretischen Untersuchungen zu vergleichen.

¹ Hönlinger, H.: *Einführung in die Aeroelastik* 1+2, TU-Braunschweig.

 ² Klanck, T.: Berechnung des Flatterverhaltens eines elastisch aufgehängten Windkanalmodells. 1994
 ³ Kujawa, A.M./ Busch, C.: Entwurf und Erprobung eines Flatterversuchsstandes. 2004

Aufgabenstellung

1. Theoretische Untersuchungen

Folgende Parameter werden variiert:

- Schwerpunktparameter
- Drehachslage
- Massenparameter
- Frequenzverhältnis
- 2. Experimentelle Untersuchungen

Analyse des strukturdynamischen Verhaltens des Flatterversuchsstandes (Federsteifigkeiten, Masse, Trägheitsmoment, Schwerpunktlage, Eigenfrequenzen).

Experimentelle Untersuchung der Flattergeschwindigkeit

Folgende Parameter sollen variiert werden:

- Drehachslage
- Schwerpunktlage
- Masse
- Trägheitsmoment
- Federraten
- 3. Vergleich der Ergebnisse aus Theorie und Experiment
- 4. Erarbeitung eines Konzeptes für einen verbesserten Flatterversuchsstand

Ziel der Diplomarbeit ist die Verifikation und Veranschaulichung der grundsätzlichen Einflüsse der strukturdynamischen Parameter auf das Flatterverhalten. Studierende sollen damit unterstützt werden, die Physik des Flatterns besser zu verstehen.

Hamburg, 26. Mai. 2011

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Diplomarbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Ort, Datum, Unterschrift

Danksagungen

An dieser Stelle möchte ich mich für die fachliche und persönliche Unterstützung bedanken, die mir während dieser Diplomarbeit entgegengebracht wurde.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Zingel möchte ich mich für die rasche Zusage der Betreuung dieser Diplomarbeit sowie für die fachliche Unterstützung und die zur Verfügung gestellte Fachliteratur sehr bedanken. Bei aufkommenden Fragen habe ich mich stets sehr gut betreut gefühlt.

Ein weiterer herzlicher Dank gilt den Mitarbeitern des Aerodynamiklabors Frau M. Riedel und Herrn Dipl.-Ing. H. Tanger für die begleitende Unterstützung während der Laborversuche.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Schulze M.Sc. möchte ich mich für das unkomplizierte Angebot sich als Zweitprüfer dieser Diplomarbeit zur Verfügung zu stellen, bedanken.

Ein besonderer Dank gilt meiner Mutter und meinen beiden Brüdern für die moralische Unterstützung, ohne die diese Arbeit so nicht möglich gewesen wäre. Meinem Bruder Lars möchte ich ganz besonders für die Unterstützung und der abschließenden Korrektur dieser Arbeit danken.

Meinem Hund Marley möchte ich für die regelmäßige Entspannung zwischen den Arbeitsphasen danken.

Inhaltsverzeichnis

Kı	urzref	ferat	i
Aı	ufgab	enstellung	ii
Er	kläru	ing	iv
Da	anksa	agungen	v
In	halts	verzeichnis	6
AI	obildu	ungsverzeichnis	8
Та	abelle	nverzeichnis	. 13
AI	okürz	ungsverzeichnis	. 14
1	Ein	leitung	. 16
	1.1	Einführung	. 16
	1.2	Ziel und Aufbau der Arbeit	. 17
2	Gru	undlagen	. 19
	2.1	Aeroelastik	. 19
	2.2	Biege-Torsions-Flattern	. 22
	2.2	Eigenfrequenzen der ungedämpften Schwingungen	. 26
	2.2	Dämpfung und Anfachung	. 27
	2.2	2.3 Parameter der Flatterrechnung	. 29
	2.3	Massenträgheitsmoment	. 30
3	Ana	alyse des vorhandenen Teststands	. 33
	3.1	Verwendete Messtechnik	. 33
	3.2	Ermittlung der Anströmgeschwindigkeit	. 35
	3.3	Das Flügelmodell	. 38
	3.4	Aufbau und Funktionsweise des Teststands	. 39
	3.5	Theoretische Ermittlung des strukturdynamischen Verhaltens	. 44
4	Exp	perimentelle Ermittlung des strukturdynamischen Verhaltens	. 57
	4.1	Steifigkeitsermittlung	. 57

	4.2	Eigenfrequenzermittlung	61
	4.3	Zusammenfassung der festgestellten Abweichungen	70
5	An	vendung des Berechnungstools	72
	5.1	Vorstellung der Funktionsweise	72
	5.2	Verifikation der korrekten Funktionsweise	76
	5.3	Exemplarische Flatterrechnung bei Parametervariation	81
6	The	eoretische Ermittlung der Flattergeschwindigkeit	85
	6.1	Vorliegende masseabhängige Berechnungsparameter	85
	6.2	Vergleich vergangener Versuchsergebnisse	86
	6.3	Definition und Berechnung neuer praxistauglicher Versuchsreihen	91
7	Exp	perimentelle Ermittlung der Flattergeschwindigkeit	98
	7.1	Versuchsaufbau- und Durchführung	98
	7.2	Methode zur Abschätzung der Flattergeschwindigkeit	99
	7.3	Praktische Durchführung der neu definierten Versuchsreihen 10	02
	7.4	Flatterrechnung mit angepassten Rechenparametern 11	10
	7.5	Modifiziertes Federsystem ohne Schlagfedern11	16
8	Kor	nzept für einen optimierten Teststand 12	20
	8.1	Zielsetzung und Optimierungsbereiche 12	20
	8.2	Das Flügelmodell	21
	8.3	Kombinierte Dreh- und Schlagfeder 12	25
	8.3	.1 Beispiel zur Belastungsermittlung 12	25
	8.3	.2 Wahl der elastischen Elemente 13	30
	8.3	.3 Freiheitsgrad der Rotation 13	31
	8.3	.4 Freiheitsgrad der Translation 13	36
	8.4	Messtechnik 14	42
	8.5	Modifikation der Berechnungstabelle14	44
9	Sch	nlussbetrachtung14	45
	9.1	Zusammenfassung14	45
	9.2	Ausblick 14	46

Anhang A	
Anhang B	
Anhang C	155
Anhang D	177

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1:	aeroelastische Schwingungsanfachung bei der Tacoma-Brücke kurz	Z
	vor dem Einsturz [14] 1	9
Abbildung 2.2:	Klassifizierung aeroelastischer Probleme [3] 2	20
Abbildung 2.3:	vereinfachtes mechanisches Modell mit zwei elastischen	
	Freiheitsgraden. [3] 2	22
Abbildung 2.4:	Dimensionslose Darstellung der Reaktionsfrequenzen- und	
	Dämpfungswerten zur Bestimmung der Flattergrenze [3] 2	25
Abbildung 2.5:	Freiheitsgrade der ungedämpften Schwingungen der Translation	
	(links) und Rotation (rechts) [13] 2	26
Abbildung 2.6:	Prinzipielle Darstellung eines gedämpften (links) und eines	
	angefachten Schwingungsvorgangs (rechts) [2]	27
Abbildung 2.7:	Energetische Zusammenhänge der Freiheitsgrade an einem	
	Profilsegment ohne Phasenverschiebung (oben) und mit einer	
	Phasenverschiebung (Anfachung, unten) [3] 2	28
Abbildung 2.8:	Wenig gedämpfte Frequenzen (links) und stärker gedämpfte	
	Frequenzen (rechts) [6] 2	29
Abbildung 2.9:	Beschreibung des Gesamtträgheitsmoments mit Steiner-Anteilen . 3	31
Abbildung 3.1:	Windkanal der HAW-Hamburg nach Eiffel Bauart mit elliptischem	
	Anströmquerschnitt	35
Abbildung 3.2:	Betz-Manometer zur Ermittlung der Anströmgeschwindigkeit über	
	den statischen und dynamischen Druck	6
Abbildung 3.3: Querschnitt eines symmetrischen Profils der Baureihe NACA-0012		
	[7]	8
Abbildung 3.4:	Fotos des verwendeten Teststands. Zusätzlich sind die	
	Federabstände im Bild (rechts) eingezeichnet 4	0

Abbildung 3.5:	Systemverhalten bei statische Belastung in Form einer Translation
	(links) und Rotation (rechts)
Abbildung 3.6:	Steiner-Anteile durch eine Abstandsvergrößerung der Torsionsfedern
Abbildung 3.7:	gemessene Steifigkeiten der Einzelfedern
Abbildung 3.8:	Kinematik einer Torsionsfeder bei statischer Profilverdrehung 46
Abbildung 3.9:	Kinematik einer Schlagfeder bei statischer Profilverdrehung
Abbildung 3.10:	Kinematik aller Schlagfedern bei statischer Translation in Z-Richtung.
Abbildung 3.11:	Geometrisches Verhalten der Torsionsfedern bei Profilabsenkung. 50
Abbildung 3.12:	Verlängerungen der Einzelfedern bei einer Translation bzw. Rotation.
Abbildung 3.13:	Berechnete Vertikalkraftanteile bei einer Translation in Z-Richtung
	des Profils
Abbildung 3.14:	Berechnete Drehmomentanteile der Schlag- und Torsionsfedern 53
Abbildung 3.15:	Berechnetes Gesamtdrehmoment für verschiedene
	Torsionsfederabstände54
Abbildung 3.16:	Berechnete Winkelrichtgröße des Systems 55
Abbildung 4.1 :	Experimentell ermittelte Steifigkeit bei Translation in Z-Richtung 58
Abbildung 4.2:	Experimentelle Ermittlung der Winkelrichtgröße
Abbildung 4.3:	Vergleich der Winkelrichtgrößen in Theorie und Praxis bei
	Steifigkeitserhöhung für verschiedene Drehachslagen
Abbildung 4.4:	Gemessene Schlagfrequenzen bei verschiedenen Drehachslagen. 62
Abbildung 4.5:	Gemessene Nickfrequenzen (Messung 1) bei verschiedenen
	Drehachslagen
Abbildung 4.6:	Vergleich von zwei Eigenfrequenzmessungen nach mehrmaligem
	Versuchsumbau
Abbildung 4.7: V	/ergleich der prognostizierten Eigenfrequenzen mit den Messwerten
	ohne Zusatzmasse
Abbildung 4.8: (Geometrisch bedingte Beeinflussung des Federverhaltens durch die
	Profilmasse und die daraus resultierende Gleichgewichtslage 66
Abbildung 4.9:	Vergleich der prognostizierten Eigenfrequenzen mit den Messwerten
	mit Zusatzmasse

Abbildung 4.10	Eigenfrequenzmessung von zwei ungewollten Freiheitsgraden.	
	Exemplarisch für die X-Richtung dargestellt	69
Abbildung 5.1:	Grafische Darstellung der berechneten Frequenz- und	
	Dämpfungswerte Bild 1	74
Abbildung 5.2:	Grafische Darstellung der berechneten Frequenz- und	
	Dämpfungswerte Bild 2	75
Abbildung 5.3:	Berechnungsergebnisse zu den Fällen c (links) und o (rechts)	78
Abbildung 5.4:	Berechnungsergebnisse zu den Fällen a (links) und m (rechts)	79
Abbildung 5.5:	Variation des Trägheitsparameters	82
Abbildung 5.6:	Variation der Masse	83
Abbildung 5.7: '	Variation der Drehachslage	84
Abbildung 6.1:	Vergleich der Versuchsergebnisse [6] und einer weiteren Messung)
	mit berechneten Flattergeschwindigkeiten.	87
Abbildung 6.2:	Vergleich der Drehachslagenuntersuchung (3.Messreihe) [6] im	
	Vergleich mit der Theoriekurve und berechneten	
	Schwerpunktparameter.	88
Abbildung 6.3:	Vergleich der Versuchs- und Berechnungsergebnisse bei einer	
	Zusatzmasse von 30 gramm.	90
Abbildung 6.4:	Übersicht der durchgeführten Schwerpunktparametervariationen	92
Abbildung 6.5:	THEORIE: Flattergeschwindigkeit als Funktion der Drehachslage.	
	$x_{\alpha} = 0,1, r_{\alpha}^2 = 0,25, \mu = 14.$	93
Abbildung 6.6:	THEORIE: Flattergeschwindigkeit als Funktion des	
	Frequenzverhältnisses. $x_{\alpha} = 0,1$, $r_{\alpha}^2 = 0,25$, $\mu = 14$	94
Abbildung 6.7:	THEORIE: Einfluss des Schwerpunktparameters bei zwei	
	verschiedenen Drehachslagen. $r_{\alpha}^2 = 0.25$, $\mu = 14$	95
Abbildung 6.8:	THEORIE: Flattergeschwindigkeit als Funktion der Massenzunahm	ne.
	$x_{\alpha} = 0,1, r_{\alpha}^2 = 0,25, \mu = 14, \frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} = 0,75$	96
Abbildung 7.1:	Massepositionierung am Flügelmodell (Beispiel)	98
Abbildung 7.2:	Abschätzung der Flattergeschwindigkeit nach der Zimmerman-	
	Weissenburger-Methode für eine exemplarisch gewählte	
	Konfiguration	101

Abbildung 7.3:	VERSUCH: Flattergeschwindigkeit als Funktion der Drehachslage.	
	$x_{\alpha} = 0,1$; $\mu = 14$	02
Abbildung 7.4:	Unterschiedliche Frequenzverhältnisse durch den festgestellten	
	Sprung der Nickfrequenz10	03
Abbildung 7.5:	VERSUCH: Flattergeschwindigkeit als Funktion des	
	Frequenzverhältnisses. $x_{\alpha} = 0,1$; $\mu = 14$	04
Abbildung 7.6:	VERSUCH: Flattergeschwindigkeit als Funktion der	
	Massenzunahme. $x_{\alpha} = 0.1$; $\mu = 14 \Longrightarrow 18,25$, $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} = 0.75$	04
Abbildung 7.7:	VERSUCH: Variation des Schwerpunktparameters bei zwei	
	verschiedenen Drehachslagen. $\mu = 14$)5
Abbildung 7.8:	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Theoriewerten ohne	06
	Vergleich der Verguebeergebnisse mit den Theoriewerten mit	70
Abbildulig 7.9.		07
Abbildung 7 10	· Momentaufnahme des angeströmten Profils kurz vor dem Flatterfall	<i></i>
		09
Abbildung 7.11	: Vergleich des prognostizierten mit dem experimentell ermittelten	
_	Steiner-Anteil	11
Abbildung 7.12	Darstellung der konfigurationsbedingten Trägheitsmomentanteile	
	(Draufsicht)1	11
Abbildung 7.13	Darstellung der Steiner-Anteile als Funktion des	
	Schwerpunktparameters für verschiedene Torsionsfederabstände.	
	$\mu = 14$	12
Abbildung 7.14	angepasste Flatterrechnung durch individuelle Trägheitsmomente ir	m
	Vergleich mit den Versuchsergebnissen 1	14
Abbildung 7.15	Angepasste Flatterrechnung durch individuelle Trägheitsmomente	
	und angepassten Massenparameter 17	15
Abbildung 7.16	Prinzipieller Versuchsaufbau ohne Schlagfedern mit trapezförmiger	
	Anordnung der Torsionsfedern1	16
Abbildung 7.17	: Vergleich der Steiner-Anteile des ursprünglichen- und modifizierten	
	Systems	18

Abbildung 7.18	: Vergleich der Flattergeschwindigkeiten im modifizierten System.
	$r_{\alpha}^2 = 0,25$, $\mu = 14$
Abbildung 8.1:	Modifiziertes Flügelkonzept. Die Endscheibe ist exemplarisch nur für
	eine Profilseite dargestellt 124
Abbildung 8.2:	kombinierte Schlag- und Torsionsfeder aus Blattfederelementen. 131
Abbildung 8.3:	Beispiel eines symmetrischen Schneckenfedersystems für die
	Nickbewegung. Die in Wirklichkeit hintereinander liegenden Federn
	sind nebeneinander dargestellt 132
Abbildung 8.4:	Prinzip einer Schneckenfeder mit variierbarer Federrate
Abbildung 8.5:	Beispiel einer Drehfeder mit nur einem Freiheitsgrad der Rotation [4].
Abbildung 8.6:	Beispiel einer Schlagfeder mit ungewollten Freiheitsgrad in X-
	Richtung [6] 137
Abbildung 8.7:	Beispiel einer Parallelführung eines Schlagfedersystems. Das linke
	Bild zeigt das Prinzip an zwei gefügten Blattfederstreifen. Das untere
	Bild zeigt einen symmetrischen Verbund im statischen
	Gleichgewicht
Abbildung 8.8:	Beispiel einer Schlagfeder mit nur einem Freiheitsgrad der
	Translation [4] 139
Abbildung 8.9:	Prinzip einer flexiblen Schnittstelle zwischen Schlag- und Drehfeder.
Abbildung 8.10	: Feste Position des Beschleunigungsaufnehmers außerhalb der
	Strömung 142

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: ermittelte Profildaten und Massen
Tabelle 3.2: Experimentell ermittelte Steifigkeiten der Einzelfedern
Tabelle 3.3: Prognostizierte Eigenfrequenzen ohne Zusatzmasse
Tabelle 3.4: Prognostizierte Eigenfrequenzen mit Zusatzmasse m=20g. 56
Tabelle 4.1: Zusammenfassung der Eigenfrequenzmessung ohne Zusatzmasse 65
Tabelle 4.2: Zusammenfassung der Eigenfrequenzmessung mit Zusatzmasse
m=20g67
Tabelle 5.1: Übersicht der Parametervarianten für die Vergleichsrechnungen 76
Tabelle 5.2: Gewählte Ausgangskonfiguration und Variationsbereich der Parameter
für eine theoretische Bewertung der Einzeleinflüsse
Tabelle 6.1: Flatterrechnungsparameter der ausgewählten Frequenzmessreihen 86
Tabelle 6.2: Realisierbare Schwerpunktpositionen mit der Masse des
Beschleunigungsaufnehmers
Tabelle 7.1: Frequenzmessungen für die Zimmerman-Weissenburger-Methode 100
Tabelle 7.2: Werteübersicht für die Berechnung der Steiner-Anteile aus den
Torsionsfederabstand110
Tabelle 7.3: Übersicht der Eigenfrequenzmessungen für das modifizierte System
ohne Schlagfedern 117
Tabelle 7.4: Werteübersicht für die Berechnung der Steiner-Anteile des modifizierten
Systems ohne Schlagfedern 117
Tabelle 8.1: Ermittlung der instationären Belastungsanteile

Abkürzungsverzeichnis

Diese Abkürzungen gelten sofern nicht anders angegeben.

Symbole	Einheit	Erläuterungen
g		Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$
$ ho_{\scriptscriptstyle\infty}$	$\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$	Dichte des umströmenden Fluids. Hier: Luft $\rho_{Luft} = 1,225 \frac{Kg}{m^3}$
q_{∞}	$\left[\frac{N}{m^2}\right]$	Dynamischer Druck / Staudruck
с	[m]	Profiltiefe
l	[mm], [%]	halbe Profiltiefe
b	[m]	Profilbreite
$\frac{t}{c}$		Relative Profildicke
m	[Kg]	Gesamtversuchsmasse des Profils
а	[mm]	Abstand einer Torsionsfeder zur Drehachse
р	[mm]	Abstand der Profilsehne zur Bohrungsmittelpunkt des Bolzens
<i>m</i> _{Pr<i>ofil</i>}	[Kg]	Profilmasse inkl. Kunststoffschienen
m _{BAN}	[Kg]	Masse des Beschleunigungsaufnehmers
<i>m_{Zusatz}</i>	[Kg]	Zusatzmassen
X _s	[mm]	Lage der Schwereachse von der Profilnase gemessen
X _{el}	[mm]	Lage der Drehachse von der Profilnase gemessen
D_i	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	Federkonstante
k_h	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	Gesamtsystemsteifigkeit der Schlagbewegung

k _α	$\left[\frac{Nm}{rad}\right]$	Winkelrichtgröße des Gesamtsystems
ω_h	[1/s]	Schlagkreisfrequenz
\mathcal{O}_{α}	[1/s]	Nickkreisfrequenz
$rac{arphi_h}{arphi_lpha}$		Frequenzverhältnis
f, h_0	[mm]	Schlagamplitude in der Drehachse
α	[°]	Nickamplitude
l_0	[mm]	Blocklänge einer Spiralfeder
l _{EB}	[mm]	Einbaulänge einer Blockfeder
F	[N]	Kraft
M_{α}	[Nmm]	Rückstelldrehmoment
J_{α}	$[kg \cdot m^2]$	Massenträgheitsmoment um eine Drehachse
\mathcal{V}_{∞}	[m/s]	Anströmgeschwindigkeit
V _F	[-], [mmWs], [m/s]	Flattergeschwindigkeit
Λ	[-]	Flügelstreckung
S	m²	Flügelfläche
<i>C</i> _{<i>a</i>}	[-]	Auftriebsbeiwert des Profils
C_a		Auftriebsbeiwert des Flügels
C _m	[-]	Nickmomentbeiwert des Profils
E	[N/mm]	Elastizitätsmodul
L	[mm]	Arbeitslänge eines Blattfederstreifens
BAN		Beschleunigungsaufnehmer
MTM		Massenträgheitsmoment

1 Einleitung

1.1 Einführung

Aeroelastische Probleme ergeben sich in vielen ingenieurswissenschaftlichen Bereichen bei denen ein Körper von einem Fluid umströmt wird. Die elastischen Strukturen reagieren auf die erzeugten Luftkräfte durch ihre konstruktionsbedingten Trägheitskräfte, so dass ein dynamisches Zusammenspiel entsteht. Das klassische Biege-Torsions-Flattern als Überlagerung von zwei Teilschwingungen kann bis zum Strukturversagen führen, was in jedem Fall durch konstruktive Maßnahmen bereits im Entwurf berücksichtigt werden muss. Im Flugzeugbau sind davon besonders die Leitwerk- und Flügelstrukturen betroffen. Die Grundlagen zur Berechnung einer gekoppelten Biege-Torsions-Schwingung lieferte Hans-Georg Küssner durch die Berechnung von instationären Luftkräften auf Basis der zweidimensionalen, inkompressiblen Potentialtheorie [3]. Durch den Einsatz von leistungsstarken Computern und den im Laufe der Jahre gesammelten Versuchsdaten wurde es möglich, das Flatterverhalten von komplizierteren, dreidimensionalen Strukturen praxistauglich durch empirische und analytische Verfahren zu beschreiben.

Auch heutzutage ist das Flattern einer der begrenzenden Faktoren beim Bau großer Flugzeuge und stellt damit eines der zentralen Probleme dar. Durch neuartige Materialien wie z.B. piezoelektrische Keramiken könnten zukünftig "mitdenkende Strukturen" entwickelt werden, die bei Belastung eine sofortige Änderung der Materialeigenschaften vollziehen können. Dadurch würden neuartige Konstruktionskonzepte ermöglicht.

1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit

Im Rahmen der Lehrveranstaltungen sind derzeitige Versuche mit dem existierenden Aeroelastik-Teststand dahingehend beschränkt, dass die praktischen Ergebnisse nur rein qualitativ mit den Kernaussagen der Vorlesungen hinsichtlich der Flattergeschwindigkeit verglichen werden und die grundlegenden Zusammenhänge veranschaulicht werden sollen. Eine Überprüfung der ermittelten Flattergeschwindigkeiten mit Hilfe analytischer Verfahren wird bisher nicht durchgeführt.

Ziel der Diplomarbeit ist die Verifikation und Veranschaulichung der grundsätzlichen Einflüsse der strukturdynamischen Parameter auf das Flatterverhalten. Studierende erden sollen damit unterstützt werden, die Physik des Flatterns besser zu verstehen⁴.

Im zweiten Kapitel werden die für die weiteren Ausführungen nötigen Grundlagen vermittelt.

Anschließend wird im dritten Kapitel eine Analyse des vorhandenen Teststands vorgenommen, wobei zunächst die vorliegenden strukturdynamischen Eigenschaften entsprechend der Federkinematik theoretisch abgeschätzt werden.

Durch Experimente wird im vierten Kapitel das reale Systemverhalten ermittelt, um es mit den theoretischen Ergebnissen vergleichen und bewerten zu können.

Des Weiteren wird in Kapitel fünf eine softwareseitige Lösung zur Berechnung einer Flattergrenze [5] in seiner Funktionalität sowie Anwendung beschrieben und anhand korrekt vorliegender Ergebnisse verifiziert [1].

Im sechsten Kapitel werden zunächst die vergangenen Versuchsreihen [6] nachgerechnet und entsprechend dem strukturdynamischen Verhalten bewertet. In Anlehnung an die Parameter einer Flatterrechnung werden neue Versuchsreihen für einen erweiterten Parameterbereich definiert und mit der Software berechnet.

Die neuen Versuchsreihen werden in Kapitel sieben experimentell nachgestellt um sie mit den berechneten Ergebnissen des vorherigen Kapitels zu vergleichen. Zusätzlich werden Berechnungen mit korrigierten Berechnungsparametern sowie einem modifizierten Federsystem durchführt.

⁴ Vgl. Aufgabenstellung Prof. Dr. Zingel

Die gewonnenen Erkenntnisse des strukturdynamischen Verhaltens und dessen Auswirkungen auf das Flatterverhalten werden im achten Kapitel in einem Konzept für eine optimierte Testumgebung zusammengefasst. Dabei werden die Teilkomponenten einzeln analysiert und Lösungsvorschläge für die dabei festgestellten Probleme gegeben.

2 Grundlagen

2.1 Aeroelastik

Die Aeroelastik befasst sich mit den statischen und dynamischen Wechselwirkungen aus aerodynamischen Kräften die auf einen umströmten Körper wirken, den aus der Struktur resultierenden, zeitlich veränderlichen Trägheitskräften und damit verbundene elastischen Kräften [9]. Aus dem Zusammenspiel dieser Größen können strukturkritische Situationen entstehen die mit Hilfe der Aeroelastik beschrieben werden.

Als Praxisbeispiel ist an dieser Stelle der Einsturz der Tacoma-Hängebrücke im Jahre 1940 erwähnt, die durch aeroelastische Schwingungsanfachung zum Einsturz gebracht wurde. Die damalige Windgeschwindigkeit betrug $v = 18 \frac{m}{s}$ und reichte aus, um die Fahrbahn in einem Winkel von $\alpha = 45^{\circ}$ zu verdrehen. Abbildung 2.1 zeigt eine Aufnahme kurz vor dem Einsturz.



Abbildung 2.1: aeroelastische Schwingungsanfachung bei der Tacoma-Brücke kurz vor dem Einsturz [14].

Abbildung 2.2 stellt grafisch die verschiedenen Probleme und dessen Einordnung im Zusammenspiel der Belastungen dar. Dabei wird unterschieden zwischen statischen und dynamischen Problemen. Die statischen Probleme ergeben sich nur aus den aerodynamischen und elastischen Kräften und sind rein stationär. Die dynamischen Probleme hingegen sind instationärer Art und ergeben sich anteilig aus allen drei Kräften. Das dynamische Problem des Biege- Torsions- Flatterns (F) ist wie alle dynamischen Probleme innerhalb des Kräftedreiecks zu finden. Die Position an der linken Innenseite bedeutet, dass sich das Zusammenspiel der drei Kräfte A, E und I mehr aus den aerodynamischen und elastischen Kräftezusammenspiel ergibt, im Gegensatz zum Buffeting (B)⁵, bei dem die Trägheitskräfte das Verhalten stärker beeinflussen.



Abbildung 2.2: Klassifizierung aeroelastischer Probleme [3].

Mit Hilfe der Flugmechanik wird ein Zusammenhang zwischen den aerodynamischen und den Trägheitskräften beschrieben. Soll ein Flugzeug mit einer Masse, bei einer geforderten Steiggeschwindigkeit abheben, dann ist zum Erreichen diese Geschwindigkeit eine Beschleunigung der Flugzeugmasse in diese Richtung nötig. Das Produkt aus Beschleunigung und Masse entspricht einer Kraft (hier: Trägheitskraft I). Der Auftrieb muss größer als die Trägheitskraft sein, damit das Flugzeug abhebt.

⁵ Beim Buffeting entstehen Druckpulsationen durch schnelles Ablösen und wieder Anlegen der Strömung.

Schwingungen beschreiben einen Zusammenhang zwischen den Trägheitskräften und den elastischen Reaktionen. Entsprechend der Freiheitsgrade ergeben sich Zusammenhänge aus Masse (Translation) und Massenträgheitsmoment (Rotation). Die Flugzeugstruktur wird innerhalb ihres elastischen Verformungsbereichs als schwingfähiges System betrachtet, bei dem sich ggf. mehrere Schwingungen überlagern können.

2.2 Biege-Torsions-Flattern

Für die weiteren Erläuterungen ist in Abbildung 2.3 das mechanische Modell in Form eines elastisch aufgehängten Tragflügelsegments mit zwei Freiheitsgraden in Form von Federn und ihrer Steifigkeit dargestellt. Die Freiheitsgrade entsprechen einer Translation in Z-Richtung (Schlagbewegung), und einer Rotation um die Drehachse (Nickbewegung)⁶.



Abbildung 2.3: vereinfachtes mechanisches Modell mit zwei elastischen Freiheitsgraden. [3]

- *^m* := Profilmasse
- J_a := Massenträgheitsmoment um die Drehachse
- K_h := Steifigkeit der Schlagbewegung
- K_{α} := Winkelrichtgröße (Steifigkeit der Nickbewegung)
- ^c := Profiltiefe
- *l* := halbe Profiltiefe
- ^M := Rückstelldrehmoment um die Drehachse (stationär und instationär)
- *A* := Auftrieb (stationär und instationär)
- X_{et} := Lage der Drehachse bezogen auf die Profilnase
- *el* := Abstand der Drehachse zur halben Profiltiefe
- *sl* := Abstand der Schwereachse zur Drehachse
- X_s := Lage der Schwereachse bezogen auf die Profilnase
- *h* := Schlagamplitude
- α := Nickamplitude
- v... := Anströmgeschwindigkeit

⁶ Das eigentliche Lösen der Flattergleichungen und die notwendigen Zwischenrechnungen werden an dieser Stelle nicht weiter erläutert und sind den angegebenen Quellen zu entnehmen [3], [5].

Der Abstand *el* entspricht dem Abstand der Drehachse zur halben Profiltiefe. Der Wert x_{el} ist der entsprechende Abstand bezogen auf die Profilnase (x=0). Durch den Versatz der Dreh- und Schwereachse mit dem Abstand *sl* ergibt sich ein mit der Profilmasse m ein statisches Moment um die Drehachse.

$$S_{\alpha} = m \cdot sl = m \cdot (X_s - X_{el}) \tag{2.1}$$

Der Neutralpunkt eines symmetrischen Profils befindet sich bei 25% der Profiltiefe. Dort wirkt die resultierende Auftriebskraft bei einer Anströmung des Profils. Aus den Reaktionen ergibt sich ein Rückstelldrehmoment. Durch das Zusammenspiel von x_{el}, x_s wird in Bezug auf den Neutralpunkt ein Kräftepaar wirksam. Zusammen mit der elastischen Aufhängung in Form der Federsteifigkeiten k_h, k_{α} ergeben sich zeitlich veränderliche, sich gegenseitig beeinflussende Zusammenhänge der Amplituden h und α . Wenn bestimmte Kriterien erfüllt sind, dann kann sich eine kritische Geschwindigkeit v_F ergeben, bei der sich die beiden Schwingungsformen gegenseitig anfachen können und den kritischen Flatterfall ergeben.

Die Berechnungsbasis zur Erfassung der instationären Luftkräfte stellen folgende Differentialgleichungen dar, die sich aus einer Gleichgewichtsbetrachtung um die Drehachse bezüglich einer Schwerpunktverschiebung ergeben. Sie beschreiben die Bewegungen der zwei Freiheitsgrade Schlagen und Nicken.

$$m \cdot \dot{h} + k_h \cdot h + S_\alpha \cdot \dot{\alpha} + A(t) = 0$$
(2.2)

$$S_{\alpha} \cdot \ddot{h} + J_{\alpha} \cdot \ddot{\alpha} + k_{\alpha} \cdot \alpha - M(t) = 0$$
(2.3)

A(t) := instationärer Auftrieb M(t) := instationäres Rückstelldrehmoment $\alpha :=$ Nickamplitude in der Drehachse h := Schlagampltude in der Drehachse Beide Gleichungen sind dynamisch gekoppelt über:

- Das statische Moment S_{α} .
- Die aus den aerodynamischen Luftkräften A(t), M(t) resultierenden Amplituden h und α.

Die aerodynamischen Zusammenhänge des schwingenden Tragflügels im konstanten Luftstrom sind sehr kompliziert, so dass für praktikable Lösungswege gewisse Voraussetzungen und Annahmen getroffen wurden [3].

- Der Flügel wird durch eine unendlich lange, dünne Platte idealisiert: Auftriebsgradient 2 π
- Zweidimensionale, ebene, reibungsfreie Strömung ohne Grenzschichteffekte (Potentialtheorie).
- Harmonisches Schwingverhalten der zwei Freiheitsgrade →Bedingung f
 ür die Verwendung von reduzierten Frequenzen ω*.
- konstanten Amplituden, die sich bei 25% der Profiltiefe ergeben

Die reduzierte Frequenz ω^* ist für aeroelastische Vorgänge eine fundamentale Kenngröße. Folgende Gleichung beschreibt das dimensionslose Verhältnis, welche die Abhängigkeit zwischen den aerodynamischen Reaktionen Ω und v_{∞} für eine jeweilige reduzierte Frequenz zum Ausdruck bringt. Die halbe Profiltiefe ist dabei eine charakteristische Bezugsgröße um die Werte vergleichbar zu machen.

$$\omega^* = \frac{\Omega \cdot l}{v_{\infty}} \tag{2.4}$$

Die harmonischen Zeitgesetze führen zu komplexen Berechnungen. Der analytische Lösungsansatz wird durch die ebenfalls Komplexe *THEODORSEN*-Funktion $C(\omega^*)$ beschrieben. Dabei handelt es sich um ein mathematisches Hilfsmittel, welche die Ergebnisse der Potentialtheorie und dessen Annahmen auf die einer schwingenden Platte überführt um die instationären Luftkräfte berechenbar zu machen.

Die Berechnung der Flattergleichungen führt zu einer komplexen quadratischen Gleichung mit jeweils zwei verwertbaren Lösungen. Für jede reduzierte Frequenz ergeben sich letztendlich aerodynamische Reaktionen Ω_i und ν_{∞} sowie berechenbare

Dämpfungswerte für die Schlag- und Nickfrequenz. Der Flatterpunkt entspricht der Geschwindigkeit, bei der eine der Dämpfungskurven den Wert d=0 annimmt.

In Abbildung 2.4 ist exemplarisch ein Diagramm zur Bestimmung der Flattergrenze dargestellt. Die Reaktionsfrequenzen und die Anströmgeschwindigkeit (horizontale Achse) sind dimensionslos dargestellt.



Abbildung 2.4: Dimensionslose Darstellung der Reaktionsfrequenzen- und Dämpfungswerten zur Bestimmung der Flattergrenze [3].

Mit zunehmender Geschwindigkeit steigen die Dämpfungswerte der Schlagfrequenz stärker als die der Nickfrequenz. Beim Erreichen eines Maximums fällt die Nickdämpfungskurve rapide ab und führt zu einer Nullstelle. Das entspricht der Flattergrenze bei der Geschwindigkeit v_F .

Die Nickfrequenz nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit immer stärker ab. Bei der Schlagfrequenz hingegen ist nur ein leichter Anstieg kurz vor dem Flatterfall zu verzeichnen. Insgesamt nähern sich die Eigenfrequenzen mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit an.

2.2.1 Eigenfrequenzen der ungedämpften Schwingungen

Eine der erwähnten Voraussetzung des Rechenmodells ist ein harmonisches Schwingverhalten. Bei diesem Sonderfall der Schwingungen beschreiben die Bewegungen der Freiheitsgrade eine reine Sinus- bzw. Kosinuskurve. Abbildung 2.5 zeigt die physikalischen Modelle der Schlagbewegung in Form eines ungedämpften Federschwingers (Translation), und der Nickbewegung in Form eines ungedämpften physikalischen Pendels (Rotation).



Abbildung 2.5: Freiheitsgrade der ungedämpften Schwingungen der Translation (links) und Rotation (rechts) [13].

Für einen Federschwinger gilt für die Kreisfrequenz:

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{m}} \tag{2.5}$$

Wobei k_h die Steifigkeit der Schlagbewegung beschreibt.

Damit ergibt sich die Eigenfrequenz der Schlagbewegung zu:

$$f_h = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_h}{m}}$$
(2.6)

Für das physikalische Pendel gilt:

$$\omega_{\alpha} = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_{\alpha}}} \tag{2.7}$$

Die Größe mgd wird Winkelrichtgröße k_a genannt, und beschreibt die Steifigkeit der Nickbewegung. Daraus folgt die Eigenfrequenz der Nickbewegung:

$$f_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\alpha}}{J_{\alpha}}}$$
(2.8)

Bei dem vorliegenden Modell mit zwei Freiheitsgraden ergeben sich bei einem statischen Moment und/oder einer Anströmgeschwindigkeit voneinander beeinflusste Eigenfrequenzen der Schlag- und Nickschwingung.

Aufgrund des großen Verhältnisses von Profilbreite zur Profiltiefe ist bei einer realen Flügelstruktur die Nickfrequenz in der Regel größer als die Schlagfrequenz $(\omega_{\alpha} > \omega_{h}).$

2.2.2 Dämpfung und Anfachung

Wird ein Schwingungssystem angeregt und sich selbst überlassen, kommt es nach einiger Zeit zur Ruhe, weil die Bewegungsenergie durch Reibung in Wärmeenergie umgewandelt wird. Schwingungen bei denen sich die Amplitude mit der Zeit verkleinert nennt man eine gedämpfte Schwingung. Ein schwach gedämpftes System verhält sich nahezu harmonisch und besitzt eine Amplitude die mit der Zeit exponentiell abnimmt [13]. Folgende Abbildung 2.6 zeigt eine gedämpfte Schwingung (linke Abbildung). Das Gegenteil ist eine Anfachung bei der sich die Amplitude vergrößert (rechte Abbildung) wenn ein Schwingsystem in seiner Eigenfrequenz angeregt wird.



Abbildung 2.6: Prinzipielle Darstellung eines gedämpften (links) und eines angefachten Schwingungsvorgangs (rechts) [2].

Folgende Dämpfungsformen beeinflussen das System.

- Werkstoffdämpfung innerhalb des Werkstoffs. Dabei wird mechanische Energie, die als potentielle Energie im Schwinger gespeichert ist, in Wärme umgewandelt (Dissipation).
- Systemdämpfung durch Reibung zwischen den Bauteilen und/ oder Relativbewegungen zwischen den schwingenden Massen.
- Viskose Dämpfung durch das umgebende Fluid (Luft).

Um eine flatterkritische Situation zwischen den Teilschwingungen im gekoppelten System zu ermöglichen, bedarf es einer Phasenverschiebung von 90° der Bewegungen zueinander. Abbildung 2.7 stellt das Prinzip der Anfachung an einem Flügelsegment dar. Der kritische Fall entspricht der unteren Darstellung, bei der die Schwingrichtung die gleiche Wirkrichtung wie die Luftkräfte aufweisen und so zu einer Amplitudenvergrößerung führen (Gesamtarbeit positiv).



Abbildung 2.7: Energetische Zusammenhänge der Freiheitsgrade an einem Profilsegment ohne Phasenverschiebung (oben) und mit einer Phasenverschiebung (Anfachung, unten) [3].

Die Dämpfung einer Frequenz kann anhand des Schlankheitsgrades beurteilt werden. Je kleiner sich das gemessene Frequenzspektrum ergibt, desto kleiner ist ihre Dämpfung. Abbildung 2.8 zeigt exemplarisch eine Frequenzmessung einer kombinierten Schlag- und Nickbewegung für den unangeströmten Fall und bei einer Anströmgeschwindigkeit unterhalb der Flattergrenze [6]. Links sind zwei sehr schlanke (schwach gedämpfte) Eigenfrequenzen zu erkennen, und rechts zwei sehr breite, bauchige Frequenzen (stärker gedämpft). Ferner ist zu erkennen, dass die Dämpfung der Schlagfrequenz bei zunehmender Anströmgeschwindigkeit stärker zunimmt als die der Nickfrequenz und die Frequenzen sich annähern (Vgl.: Abbildung 2.4).



Abbildung 2.8: Wenig gedämpfte Frequenzen (links) und stärker gedämpfte Frequenzen (rechts) [6].

2.2.3 Parameter der Flatterrechnung

Im Folgenden werden die Profilparameter beschrieben, die für die Berechnung einer Flattergeschwindigkeit nötig sind. Sie stellen neben den federsystemabhängigen Federraten die Vergleichs- sowie Rechenbasis dar.

Massenparameter (Dichteverhältnis):

$$\mu = \frac{m}{\rho \cdot \pi \cdot l^2 \cdot b} \quad [-] \tag{2.9}$$

Dieser Parameter ist von der Dichte ρ des umgebenden Fluids, der halben Profiltiefe I, der Profilbreite b und der Masse m abhängig. Unter gleichen Umgebungsbedingungen und Profilabmaßen ändert sich bei einer Variation des Dichteverhältnisses lediglich die Masse. Sie entspricht der schwingenden Gesamtmasse für den Freiheitsgrad der Translation (Schlagbewegung).

Massenträgheitsparameter:

$$r_{\alpha}^{2} = \frac{J_{\alpha}}{m \cdot l^{2}} \quad [-]$$

Frank Bethge

Der Massenträgheitsparameter stellt ein dimensionsloses Verhältnis des auf die Drehachse bezogenen Trägheitsmoments zur Masse m und der halben Profiltiefe I dar.

Schwerpunktparameter:

$$x_{\alpha} = \frac{S_{\alpha}}{m \cdot l}$$
 [-]

Mit $S_{\alpha} = m \cdot (X_s - X_{el})$ ergibt sich der masseunabhängige Parameter zu:

$$x_{\alpha} = \frac{X_s - X_{el}}{l} \quad [-]$$

Der Schwerpunktparameter beschreibt den Abstand der Dreh- und Schwereachse bezogen auf die halbe Profiltiefe. Bei einer festen Schwereachse beschreibt eine Änderung dieses Parameters eine Drehachsverschiebung (I=konstant).

Der Gesamtschwerpunkt einer aus mehreren Teilflächen zusammengesetzten Gesamtfläche ergibt sich aus folgendem Zusammenhang.

$$X_{s} = \frac{\sum m_{i} \cdot x_{i}}{\sum m_{i}}$$
(2.12)

Im Weiteren werden die Schwerpunkt bzw. Schwerachspositionen von der Profilnase aus angegeben.

2.3 Massenträgheitsmoment

Das Trägheitsmoment bezüglich einer Drehachse ist ein Maß für den Widerstand den ein Körper bei einer Änderung seiner Drehbewegung entgegenbringt. Bei Translationen beschreibt diese Eigenschaft die Masse m, die einen Widerstand gegen eine Änderung des linearen Bewegungszustandes beschreibt. Das Trägheitsmoment für die Rotation eines Körpers hängt unter Anderem von seiner Massenverteilung ab. Je weiter die Massenkonzentration bei der Drehachse liegt, desto kleiner ist das Eigenträgheitsmoment J_0 bei einer Rotation. Wandert die Drehachse aus der Schwereachse (statisches Moment S_{α}) vergrößert sich das Trägheitsmoment um einen Steiner Anteil. Obwohl in weiteren Berechnungen das Trägheitsmoment für erste Vergleiche als lineare Funktion der Masse angenommen wird ($r_{\alpha}^2 = \text{konstant}$), soll das allgemeine Verhalten aufgezeigt werden. Abbildung 2.9 zeigt beispielhaft einen Profilausschnitt in Form einer dünnen Platte mit homogener Masseverteilung, deren Schwereachse sich bei 50% Profiltiefe befindet. Befindet sich die Drehachse an der gleichen Position ergibt sich das Gesamtträgheitsmoment nur aus dem Eigenanteil des Profils



Abbildung 2.9: Beschreibung des Gesamtträgheitsmoments mit Steiner-Anteilen

Der Eigenanteil der homogenen dünnen Platte ergibt sich unabhängig von der Profiltiefe zu:

$$J_{0_diinnePlate} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot c^2 \tag{2.13}$$

Das reale Profil weist hingegen eine inhomogene Massenverteilung auf, da die Massekonzentration nahe der maximalen Profildicke zu finden ist. Das tatsächliche Eigenträgheitsmoment ist demnach geringer zu erwarten.

Das Minimum des Gesamtträgheitsmoments J_{α} wird erreicht, wenn die Drehachse mit der Schwereachse zusammenfällt. Dieser Wert entspricht dem Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion. Ergibt sich ein Abstand x, dann vergrößert sich das Trägheitsmoment um einen Steiner-Anteil, der wie folgt beschrieben ist.

$$J_{Steiner} = m \cdot x^2$$
(2.14)
Mit x:= Abstand zwischen Drehachse und Schwerpunkt

Weitere Hilfs- und Zusatzmassen müssen entsprechend ihres Eigenanteils und dem Abstand zur Drehachse berücksichtigt werden, so dass sich das Gesamtträgheitsmoment aus der Summe der Eigenanteile und der Steiner Anteile ergibt.

$$J_{\alpha} = J_{0_{-i}} + m_i \cdot x_i^2$$
(2.15)

Die Eigenanteile sind konstant und ergeben sich ausschließlich durch ihre geometrischen Abmaße.

Als Praxisbeispiel für das mögliche Verhalten des Trägheitsmoments bei einem realen Flugzeugflügel ist der Kraftstoff aufzuführen, der sich zum Teil in den Flügeltanks befindet und während des Fluges verbraucht wird. Das führt zu einer Änderung der Flügelmasse und zu einer Verringerung des Massenparameters. Der Kraftstoff ist gleichmäßig im Hohlraum des Flügels verteilt und entspricht annähernd der Massenverteilung der Flügelstruktur. Für eine als konstant angenommene Schwerachslage ergibt sich eine Änderung des Gesamtträgheitsmoments ausschließlich aus der sich verändernden Gesamtmasse. Diese Annahme entspricht einem konstanten Trägheitsparameter r_a^2 , weil sich das Trägheitsmoment proportional zur Masse ändert.

3 Analyse des vorhandenen Teststands

Der aktuelle Aeroelastikteststand wurde 2005 im Rahmen einer Projektarbeit an der HAW HAMBURG entwickelt, um erste Eindrücke über das aeroelastische Verhalten eines Tragflügelsegments zu sammeln [6]. Die derzeitigen Untersuchungen beschränken sich auf das dynamische Problem des Biege- Torsionsflatterns im kleinen Windkanal der Hochschule.

In diesem Kapitel werden die beteiligten Versuchskomponenten und verwendeten Messmittel näher beschrieben. Für eine theoretische Analyse des strukturdynamischen Verhaltens des Teststands werden entsprechend der Kinematik Berechnungen durchgeführt um das Verhalten abschätzen und bewerten zu können. Diese Ergebnisse dienen im darauffolgenden Kapitel zum Vergleich.

3.1 Verwendete Messtechnik

Sämtliche Längen wurden mit einem Stahllineal bzw. Maßband mit einer Teilung von 1mm gemessen. Für die Profildicke wurde ein Messschieber mit einer Teilung von 0,05mm verwendet. Die Massen wurden mit einer digitalen Feinwaage (DIPSE PS250) mit einer Genauigkeit von 0,1g ermittelt.

Die jeweiligen Frequenzen der Bewegungen wurden mit einem Beschleunigungsaufnehmer (im Weiteren Verlauf dieser Arbeit "BAN" genannt) der Firma HEWLETT PACKARD aufgenommen, der Translationen (einachsig) bis zu einer 50-fachen Erdbeschleunigung erfasst. Wachs diente dabei zur Fixierung am Profil⁷.

Die Daten des BAN wurden mit einem HEWLETT PACKARD DIGITAL ANALYZER 35670A ausgewertet.

Einstellungen am HP Digital Analyzer:

Der BAN wurde an den Kanal 1 des Messgeräts verbunden und ein Drucker an die entsprechende Schnittstelle der Geräterückseite angeschlossen. Alle Einstellung können mit Hilfe der beiliegenden Datei und einer Diskette geladen werden⁸. Die eingestellte Darstellungsauflösung beträgt 0,125 Hz in einem Frequenzbereich von 0 bis 25 Hz.

⁷ Das Datenblatt des Beschleunigungsaufnehmers kann im Anhang A eingesehen werden.

⁸ Die entsprechenden Einstellungen sind auf der beiliegenden CD-ROM unter dem Titel STAT1.STA beigefügt.

- 1. Gerät einschalten und Kalibrierung abwarten.
- 2. Aktivieren der Stromversorgung für den BAN
 - a. INPUT
 - b. AUTORANGE (F1)
 - c. FRONT END CH1 SETUP
 - d. ICP SUPPLY "ON" (F8)
- Die Auflösungsdarstellung wird f
 ür einen Frequenzbereich von 0-25 Hz auf 200 eingestellt. Damit wird das Darstellungsintervall auf 25Hz/200=0,125 Hz eingestellt.
 - a. FREQ
 - b. RESOLUTION (F9)
 - c. 200 ENTER
- 4. Die Anzahl der Messintervalle für das gemittelte Ergebnis wird auf 4 festgelegt.
 - a. AVG
 - b. AVERAGE ON (F1)
 - c. NUMBER OF AVERAGES (F2)
 - d. "4" ENTER
- 5. Einstellung des Displays
 - a. DISP FORMAT
 - b. SINGLE (F1)
- 6. Y-Achse anpassen
 - a. TRACE COORD
 - b. LINEAR MAGNITUDE (F1)
- 7. X-Achse anpassen
 - a. SCALE
 - b. AXIS SCALE MARKERS (F9)
 - c. MOVE LEFT (F5)
 - d. "0" Hz ; dann (F2)
 - e. MOVE RIGHT (F7)
 - f. "25" Hz ; dann (F2)
 - g. SCALE AT MARKERS

Alle Einstellungen können nachträglich aufgerufen werden:
- 1. DISP FORMAT
- 2. MEASUREMENT STATE (F7)

3.2 Ermittlung der Anströmgeschwindigkeit

Die Versuchsdurchführung erfolgte an dem kleinen Windkanal (Eiffel Bauart) des Aerodynamiklabors der HAW HAMBURG. Die Düse besitzt einen elliptischen Anströmquerschnitt und es kann eine maximale Anströmgeschwindigkeit von ungefähr $v_{\infty} = 120 \frac{Km}{h}$ erreicht werden (Abbildung 3.1).



Abbildung 3.1: Windkanal der HAW-Hamburg nach Eiffel Bauart mit elliptischem Anströmquerschnitt⁹.

Ein Aluminiumrahmen ist vor der Ellipse in einem Abstand von 0,44 Metern fixiert, und dient als Befestigung für die eigentliche Testvorrichtung. Die Erfassung der Anströmung erfolgt aktuell mit einem Prandtl-Rohr das am Rahmen befestigt ist.

Das in Abbildung 3.2 dargestellte Betz-Manometer wurde zur Geschwindigkeitsermittlung herangezogen. Es misst den statischen Umgebungsdruck und einen Staudruck. Über die Druckunterschiede kann eine Anströmgeschwindigkeit bestimmt werden. Die Anzeige in Form eines Glasröhrchens ist schwimmend in einer Flüssig-

⁹ Die genauen Abmaße des Windkanals sind im Anhang A einzusehen.

keit (destilliertes Wasser) gelagert und wird entsprechend den Druckunterschieden durch den Schwimmkörper vertikal verschoben. Auf der Mattscheibe kann der Geschwindigkeitswert in der Einheit *mmWs* abgelesen werden.



Abbildung 3.2: Betz-Manometer zur Ermittlung der Anströmgeschwindigkeit über den statischen und dynamischen Druck.

Folgender Zusammenhang besteht für den Staudruck im Prandtl Rohr:

$$q_{\infty} = \rho \cdot g \cdot h$$

(3.1)

 ρ = Dichte des Fluids im Betz Manometer (hier Wasser: 1000 Kg/m³)

- *h* = Höhendifferenz im Betz Manometer [mmWs]
- g = Erdbeschleunigung 9,81 m/s²

Eingesetzt in Formel (3.1) ergibt sich folgende Umrechnung.

$$q_{\infty} = 1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot [mmWs] \cdot 0.001 \frac{m}{mmWs} = 9.81 \cdot h[\frac{N}{m^2}]$$

(Umrechnung für das Betz Manometer)

Mit dem Zusammenhang des geschwindigkeitsabhängigen Staudrucks

$$q_{\infty} = \frac{\rho_{Luft}}{2} \cdot v_{\infty}^2 \tag{3.2}$$

ergibt sich durch Umstellen der Formel (3.2) die Anströmgeschwindigkeit zu

$$v_{\infty} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{\rho_{Luft}}} [\frac{m}{s}]$$

mit $\rho_{Luft} = 1,225 \frac{Kg}{m^3}$

Bei der Entwicklung des Teststands wurde die tatsächliche Anströmgeschwindigkeit v_{∞} vor dem Profil aus dem statischen Vorkammerdruck des Windkanals ermittelt. Auf ein Prandtl Rohr wurde aufgrund möglicher Kollisionen im Flatterfall und einem möglicherweise durch die Profilbewegungen beeinflussten Strömungsfeld verzichtet. Dafür musste zunächst ein Zusammenhang zwischen der Anströmgeschwindigkeit und dem Vorkammerdruck hergestellt werden, indem die Geschwindigkeit mit einem Prandtl Rohr gemessen und mit dem jeweiligen statischen Vorkammerdruck in einem Diagramm aufgetragen wurde¹⁰. Dadurch konnte die Geschwindigkeit während der Versuche ausschließlich aus dem Vorkammerdruck ermittelt werden. Bei aktuellen Untersuchungen wird auf diese Variante verzichtet und ausschließlich das Prandtl-Rohr zur Bestimmung der Geschwindigkeit verwendet.

Der Turbulenzgrad des Windkanals wurde bei den Experimenten in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Nach Rücksprache mit den Laborassistenten Frau Riedel und Herrn Tanger beträgt dieser abgeschätzt ca. Tu=1,2%. Dieser wurde jedoch nie experimentell bestätigt¹¹. Dieser Wert ist relativ hoch im Vergleich zu dem Wert des großen Windkanals im Aerodynamiklabor nach Göttinger-Bauart, an dem eine explizite Untersuchung vor einigen Jahren durchgeführt wurde. Dieser wurde mit Tu=0,2% gemessen. Durch Vergleiche zwischen Versuchsergebnissen aus beiden Windkanälen wurde daraus ein Turbulenzgrad für den kleinen Windkanal abgeleitet. Untersuchungen mit Rauchsonden in der Anströmung haben ergeben, dass sich anhand einer optischen Beurteilung der Turbulenzgrad nahezu unabhängig von der Anströmgeschwindigkeit ergeben sollte. Turbulenzen können zu unberücksichtigten

¹⁰ Für diese Messung wurde das Profil entfernt um mögliche Störungen der Strömung zu vermeiden.
¹¹ Das an der HAW vorhandene Hitzdrahtanemometer ist seit einigen Jahren defekt, so dass keine Untersuchung durchgeführt werden konnte.

Profilbewegungen bzw. Schwingungsanregungen führen und sollten gering gehalten werden.

3.3 Das Flügelmodell

Als symmetrisches Flügelmodell wurde in der Werkstatt der Hochschule ein Kern aus Styropor mit einer Beplankung aus dünnem Balsaholz gefertigt. Ein Vergleich mit gängigen Standardprofilen führte zum annähernd gleichen NACA-0012, das in folgender Abbildung 3.3 schematisch dargestellt ist.



5mm Abstand (5% der Profiltiefe)

An den Profilenden sind Kunststoffschienen angebracht, welche kleine Bohrungen in einem Abstand von 5mm haben. Die Positionen bei 5% und 75% der Profiltiefe sind nicht nutzbar, weil sich dort Schrauben zur Fixierung der Schiene befinden. Das in Federn eingehängte Flügelsegment inklusive Messelektronik ist in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Tabelle 3.1: ermittelte Profildaten und Massen

Profilbreite b	0,5 m
Profiltiefe c	0,1 m
Profilmasse m_{Profil}	0,0587 Kg
Profilschwerpunkt (von der Profilnase)	46 mm (ohne BAN)
Position der maximalen Profildicke $\frac{t}{c} = 0.12$	30%
Masse BAN m_{BAN}	5,7g

Abbildung 3.3: Querschnitt eines symmetrischen Profils der Baureihe NACA-0012 [7].

Stahlstifte Kunststoffs	zur chien	Schlagfederbefestigung e	an	der	3,4g
Gesamtma	sse n	1			67,8g

In der Entwurfsphase wurde ein Massenträgheitsmoment um die angenommene Schwereachse von $x_s = 50$ % experimentell mit Hilfe eines Pendelverfahrens ermittelt. Der Wert ergab sich zu $J_{\alpha} = 6,744 \cdot 10^{-5} Kgm^2$ [6]. Zur Abschätzung der Aussagekraft dieses Wertes ist eine Vergleichsrechnung mit der Formel für die dünne Platte durchgeführt worden. Dafür wurde die aktuell ermittelte Profilmasse und Masse des Beschleunigungsaufnehmers herangezogen. Mit der Formel (2.13) ergibt sich folgendes Trägheitsmoment.

$$J_{0_{-}diinnePlate} = \frac{1}{12} \cdot 0,0678Kg \cdot (0,1m)^2 = 5,65 \cdot 10^{-5}Kgm^2$$

Der Vergleich zwischen diesen Werten lässt vermuten, dass der experimentell ermittelte Wert stark durch die umgebende Luft gedämpft ist.

Des Weiteren ergibt sich durch die konzentrierte Massenverteilung nahe der maximalen Profildicke ein geringer zu erwartender Wert als der für die dünne Platte. Das reale Trägheitsmoment sollte daher noch geringer ausfallen.

3.4 Aufbau und Funktionsweise des Teststands

Der Teststand besteht aus einem Aluminiumrahmen und einem steifen Flügelmodell. Die Schnittstelle stellen Federelemente dar, welche die Steifigkeiten eines angrenzenden Profilsegments simulieren sollen.

Die Randbedingungen für den Entwurf waren:

- Ausführbarkeit von Dreh- und Schlagschwingungen.
- Variable Modellparameter: Masse m, Massenträgheitsmoment, Lage der Schwereachse Xs, Lage der Drehachse Xel, Schlagfrequenz f_h und Nickfrequenz f_a .
- Schneller Umbau der Konfigurationen
- Auftretende Frequenzen unterhalb f=20 Hz
- Gemessene, kritische Geschwindigkeiten sollen gering sein (<20 m/s)

• Die Frequenzmessung erfolgt über einen BAN mit im Kapitel 3.1 beschriebener Auswertungshardware.

Der letztendliche Entwurf führte zu einer Konstruktion mit acht Spiralfedern, die vertikal und horizontal an dem Profil befestigt sind und den elastischen Freiheitsgraden entsprechen sollen. Die insgesamt vier vertikalen Federn (im weiteren Verlauf *Schlagfedern* genannt) sind für die Schlagbewegung und dessen Steifigkeit vorgesehen. Diese sind an kleine Stifte in einem Abstand p zur Profilmittellinie eingehängt (Abbildung 3.4), die in der Kunststoffschiene des Profils verschraubt sind und die Position der Drehachse definieren. Die ebenfalls vier horizontal positionierten Federn (im weiteren Verlauf *Torsionsfedern* genannt), sollen die Steifigkeit gegenüber einer Profilverdrehung um die Drehachse mit dem symmetrischen Abstand a aufbringen.

Aus dem kombinierten Federsystemen (Schlag- und Torsionsfedern) ergeben sich entsprechend der Freiheitsgrade Eigenfrequenzen. Um den Frequenzverhältnisbereich zu variieren, wird der Abstand a symmetrisch zur Drehachse verändert. Das führt zu einer höheren Steifigkeit gegenüber einer Profilverdrehung und hat eine Erhöhung der Nickfrequenz zur Folge. Das sinkt bei gleichbleibender Schlagsteifigkeit

(-Frequenz) das Frequenzverhältnis $\frac{\varpi_h}{\varpi_a}$ bzw. $\frac{f_h}{f_a}$.



Abbildung 3.4: Fotos des verwendeten Teststands. Zusätzlich sind die Federabstände im Bild (rechts) eingezeichnet.

Die erste Auswahl der Federelemente erfolgte in der Entwicklungsphase über die Frequenzformeln der ungedämpften Freiheitsgrade (Formeln (2.6) und (2.8)) unter Berücksichtigung der an den Federn hängenden Gesamtmasse und einem experimentell ermittelten Trägheitsmoment des Profils um die Schwereachse. Die Ergebnisse der im anschließend durchgeführten Frequenzmessungen stellten sich jedoch als unbefriedigend heraus, so dass eine geeignete Konfiguration der Spiralfedern experimentell ermittelt wurde, bis eine Nickfrequenz oberhalb der Schlagfrequenz gemessen wurde.

Der verwendete Federdraht wurde bei der Firma *Gutekunst* zusammen mit einer Ösenbiegezange bezogen, so dass die Einzelfedern mit einer definierten Blocklänge und Windungszahl hergestellt werden konnten. Tabelle 3.2 zeigt die endgültige Federauswahl. Die Werte gelten für eine Einzelfeder.

	Schlagfeder	Torsionsfeder			
Herstellerbezeichnung	M-02	22AB			
Federsteifigkeit pro Win-	4,274 N/mm				
dung					
Drahtdurchmesser	0,7 mm				
Anzahl der Windungen	101	39			
prognostizierte Federsteif- igkeit	$D_h = 0,0423 \frac{N}{mm}$	$D_{\alpha} = 0,109 \frac{N}{mm}$			
Angefertigte Blocklänge	70,65 mm	27,3 mm			
Federmasse (Einzelfeder)	8 g	3,2 g			

Tabelle 3.2: Experimentell ermittelte Steifigkeiten der Einzelfedern

Durch die Anordnung der insgesamt acht Einzelfedern werden unabhängig von der Bewegung (Schlagen oder Nicken) immer alle Federn beansprucht. Die am Profil wirkenden Belastungen können also nicht direkt dem horizontalen oder vertikalen Federn zugeordnet werden, sondern ergeben sich aus den jeweiligen Anteilen. Alleine die Anordnung der Federn lässt eine starke gegenseitige Beeinflussung der beiden Bewegungen vermuten, dessen Auswirkungen im Weiteren untersucht werden soll.

Die vier Torsionsfedern erzeugen ein Drehmomentanteil über den Abstand a, und die vier Schlagfedern einen jeweils nicht linearen Anteil über die Bolzenlänge p (siehe Abbildung 3.4, rechts). Eine reine Translation des Profils (linke Abbildung) erzeugt nur einen nicht linearen Anteil über die beteiligten Torsionsfedern (laterale Federbewegungen) und einen linearen Anteil über die Schlagfedern (nur axiale Federbewegungen). Unter rein geometrischen Aspekten ist demnach die Nickbewegung mehr durch die Federanordnung beeinflusst.

Bis zu welchen Amplituden der Schlag- und Nickbewegung ein lineares Arbeitsverhalten des Federverbundes unterstellt werden darf, gilt es im weiteren Verlauf dieser Arbeit zu prüfen.

Abbildung 3.5 zeigt das beschriebene Federverhalten bei einer statischen Belastung der einzelnen Freiheitsgrade Schlagen (links) und Nicken (rechts).



Abbildung 3.5: Systemverhalten bei statische Belastung in Form einer Translation (links) und Rotation (rechts).

Ob sich durch diese Eigenschaft eine zusätzliche, nicht in den Bewegungsgleichungen beschriebene, Kopplung im dynamischen System ergibt, kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden. Dazu kommen die entstehenden Lateralbewegungen der Federn, die das System entsprechend verändern können.

Eine Änderung der Nicksteifigkeit führt durch Abstandsvergrößerung der Torsionsfedern zur Drehachse zu einer Vergrößerung des Trägheitsmoments durch einen Steiner Anteil. Um eine Prognose auf die qualitative Beeinflussung abzugeben, wurde eine beteiligte Federmasse mit 50% der Torsionsfedergesamtmasse angenommen.

 $m_{\text{FEDERMASSEANTEIL}} = 0.5 \cdot (4 \cdot m_{\text{Einzelfeder}}) = 6.4g$

Für den daraus resultierenden Steiner-Anteil ergibt sich nach Formel (2.14) ein quadratischer Kurvenverlauf der in Abbildung 3.6 aufgezeigt ist.



Abbildung 3.6: Steiner-Anteile durch eine Abstandsvergrößerung der Torsionsfedern

Dieses Ergebnis dient qualitativ einem späteren Vergleich mit experimentellen Ergebnissen (Kapitel 7.4).

3.5 Theoretische Ermittlung des strukturdynamischen Verhaltens

Um das Systemverhalten möglichst praxisnah nachrechnen zu können, wurden gemessene Einzelfedersteifigkeiten mit theoretisch berechneten Federverlängerungen aus den kinematischen Gegebenheiten verrechnet.

Die messtechnisch ermittelten Einzelsteifigkeiten der Federn sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Dazu wurden die Federn einzeln mit definierten Massen belastet und über die gemessene Absenkung die Steifigkeit grafisch dargestellt¹².



Abbildung 3.7: gemessene Steifigkeiten der Einzelfedern.

<u>Schlagfeder:</u> $D_{h} = 0.0462 - \frac{N}{N}$

Torsionsfeder:

$$D_{\alpha} = 0,109 \frac{N}{mm}$$

Ein Vergleich mit den prognostizierten Federkonstanten aus Tabelle 3.2 zeigt, dass die Federkonstante dieser einen Torsionsfeder zu 100% bestätigt werden konnte. Die Konstante der Schlagfeder ergibt sich etwas größer als vermutet.ein

¹² Zum Erreichen des linearen Arbeitsbereiches der Federn ist nach Herstellerangaben eine Vorspannkraft von F=1N erforderlich. Dieser Wert konnte durch die Messung bestätigt werden.

Bei folgenden Berechnungen wird von einer rein statischen Belastung aus einer Gleichgewichtlage mit dem Anstellwinkel $\alpha = 0^{\circ}$ (verwindungsfreier Zustand $x_s = x_{el}$) ausgegangen und unterstellt, dass sich die an jeweils einer Feder gemessenen Steifigkeit auch für alle weiteren Federn ergeben.

Für die Berechnung der Gesamtsteifigkeit des Systems wurden die Anteile der Schlag- und Torsionsfedern bei einer Verdrehung oder Absenkung unabhängig voneinander berechnet. Eine Überlagerung ergibt ein Gesamtsystemverhalten, welches im Kapitel 4 mit den experimentell ermittelten Daten aus dem Teststand verglichen wird. Die Belastungsanteile ergeben sich aus folgenden Teilbewegungen.

Schlagbewegung (reine Translation des Profils):

- Vertikalkraftanteile aus den Schlagfedern
- Vertikalkraftanteile den Torsionsfedern

Nickbewegung (reine Rotation des Profils):

- Kräfte aus den Torsionsfedern erzeugen ein Drehmomentanteil durch den Abstand a.
- Kräfte aus den Schlagfedern mit dem Hebelarm p des Stifts erzeugen ein Drehmoment.

Im Folgenden ist eine Rechnung exemplarisch für den Torsionsfederabstand a=15mm mit gewählten Amplituden von $\alpha = 16,75^{\circ}$ und f = 10mm dargestellt¹³. Diese Amplituden werden an dieser Stelle als ausreichend hinsichtlich einer erkennbaren Flattergrenze definiert.

¹³ Die Berechnung ist in der Excel-Tabelle "*Theorie-Federkinematik*" auf der beiliegenden CD enthalten. Durch Variation des Torsionsfederabstands wird zur Veranschaulichung ein Winkelbereich bis 90° für alle Federanteile einzeln berechnet.

Abbildung 3.8 zeigt den zur Berechnung herangezogenen geometrischen Zusammenhang der horizontalen Torsionsfedern bei einer Verdrehung um den Winkel α .



Abbildung 3.8: Kinematik einer Torsionsfeder bei statischer Profilverdrehung.

Wegen der symmetrischen Federanordnung an beiden Profilenden bewegt sich der grün dargestellte Punkt der Torsionsfeder in der dargestellten Ebene. Durch die feste Position der anderen Torsionsfederöse ergibt sich eine Federverlängerung die mit der Federkonstante zu einer Axialkraft in Federrichtung führt. Im Gesamtverbund aller Federn ergeben sich dadurch Belastungen, die in Richtung der jeweiligen Freiheitsgrade gerichtet sind.

 $\cos(\alpha) = \frac{q}{a} \rightarrow q = a \cdot \cos(\alpha) = 14,36mm$ $u = a \cdot \sin(\alpha) = 4,32mm$ v = a - q = 0,6364mm

Federverlängerung durch Translation in Z-Richtung:

$$l_u = \sqrt{l_{EB}^2 + u^2} = 97,096$$
mm
 $\Delta u = l_u - l_{EB} = 0,096$ mm

Federverlängerung durch Translation in X-Richtung:

$$l_v = \sqrt{l_{EB}^2 + v^2} = 97,002$$
mm
 $\Delta v = l_v - l_{EB} = 0,002$ mm

Abstand der ausgelenkten Federöse zum Ursprung:

$$x = \sqrt{u^2 + v^2} = 4,37mm$$
$$\tan(\varepsilon) = \frac{v}{u} \to \varepsilon = 8,375^{\circ}$$

Aufgespannte Ebene durch die Federbewegung:

$$\tan(\phi) = \frac{x}{l_{EB}} \rightarrow \phi = 2,58^{\circ}$$

$$\sin(\phi) = \frac{F_x}{F}$$

mit: $F = D_{\alpha} \cdot ((\Delta u + \Delta v) + (l_{EB} - l_0)) = 7,641N$
 $\rightarrow F_x = F \cdot \sin(\phi) = 0,3438N$

$$\cos(\varepsilon) = \frac{F_v}{F_x}$$

 $\rightarrow F_v = F_x \cdot \cos(\varepsilon) = 0,3401N$

$$\sin(\varepsilon) = \frac{F_u}{F_x} \rightarrow F_u = F_x \cdot \sin(\varepsilon) = 0,0501N$$

Aus den Kräften und Abständen ergibt sich ein Rückstelldrehmoment M:

 $M_{Torsionsfelersystem} = (F_u \cdot u + F_v \cdot q) \cdot 4 = 20,4Nmm$

Winkelrichtgröße:

 $k_{\alpha_Torsionsfielersystem} = \frac{M_{Torsionsfielersystem}}{\alpha} = \frac{20,4Nmm}{1000\frac{mm}{m} \cdot 16,75^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}} = 0,0698\frac{Nm}{rad}$

Abbildung 3.9 zeigt den geometrischen Zusammenhang der Schlagfedern bei einer Profilverdrehung.



Abbildung 3.9: Kinematik einer Schlagfeder bei statischer Profilverdrehung.

 $\cos(\alpha) = \frac{q}{p} \rightarrow q = p \cdot \cos(\alpha) = 8,62mm$ $\sin(\alpha) = \frac{h}{p} \rightarrow h = p \cdot \sin(\alpha) = 2,594mm$ $x = \sqrt{(l_{EB} + d)^2 + h^2} = 230,38mm$ $s = x - l_{EB} = 0,38mm$

Konstante Vorspannkraft bei $\alpha = 0$:

$$F_{Vorspannug} = D_h \cdot (l_{EB} - l_0) = 7,392N$$

Federkraft durch Profilverdrehung:

$$F_{Verdrehung} = D_h \cdot s = 0,0176N$$

Gesamtbelastung einer Schlagfeder:

$$F_{Schlagfede} = (F_{Vorspannug} + F_{Verdrehung}) = 7,41N$$

Abstand zur Drehachse:

 $\sin(\beta) = \frac{h}{x} \rightarrow \beta = \arcsin(\frac{h}{x}) = 0,645^{\circ}$ $\sin(\beta) = \frac{b}{(l_{EB} + p)} \rightarrow b = \sin(\beta) \cdot (l_{EB} + p) = 2,69mm$ $M = F_{Schlagfeder} \cdot b = 19,93Nmm$

Winkelrichtgröße:

$$k_{\alpha_{-}Schlagfeden} = \frac{4 \cdot M}{\alpha} = 0,2727 \frac{Nm}{rad}$$

Für die verdrehungsfreie Absenkung des Profils ergibt sich der Steifigkeitsanteil der Schlagfedern an der Schlagbewegung zu:

$$k_{h_Schlagfeden} = 0,0462 \frac{N}{mm}$$

Abbildung 3.10 zeigt den Zusammenhang.



Abbildung 3.10: Kinematik aller Schlagfedern bei statischer Translation in Z-Richtung.

Der Anteil der Torsionsfedern an der Schlagsteifigkeit ergibt sich aus folgendem geometrischen Zusammenhang (Abbildung 3.11).



Abbildung 3.11: Geometrisches Verhalten der Torsionsfedern bei Profilabsenkung.

$$\tan(\varphi) = \frac{f}{l_{EB}} \rightarrow \varphi = 5,89^{\circ}$$
$$l = \sqrt{l_{EB}^2 + f^2}$$
$$l = 97,51mm$$
$$\Delta l = l_{EB} - l = 0,51mm$$

Mit der Steifigkeit der Einzelfeder ergibt sich eine Vorspannkraft in Federachsrichtung:

$$F_{Vorspannkaft} = D_{\alpha} \cdot (l_{EB} - l_0) = 0,109 \frac{N}{mm} \cdot 70mm = 7,63N$$

Die Federkraft aus der Verlängerung ergibt sich zu:

$$F_{Absenkung} = D_{\alpha} \cdot \Delta l = 0,109 \frac{N}{mm} \cdot 0,51mm = 0,056N$$

Damit ergibt sich die Gesamtfederkraft bei der Absenkung um f = 10mm zu:

$$F = F_{Vorspannkaft} + F_{Absenkung} = 7,686N$$

Die vertikalen Kraftanteile aller vier Torsionsfedern ergeben einen Steifigkeitsanteil an der Schlagbewegung:

$$k_{h_{-}Torsionsfedern} = \frac{4 \cdot F \cdot \sin(\varphi)}{f} = \frac{3,154N}{10mm} = 0,315\frac{N}{mm}$$

Durch Superposition aller Steifigkeitsanteile ergeben sich für den gewählten Torsionsfederabstand folgende theoretische Werte.

$$k_h = 0,0462 \frac{N}{mm} + 0,315 \frac{N}{mm} = 0,361 \frac{N}{mm}$$

$$k_{\alpha} = 0,0698 \frac{Nm}{rad} + 0,27 \frac{Nm}{rad} = 0,339 \frac{Nm}{rad}$$

Bei der Schlagbewegung erzeugen die Torsionsfedern den größten Anteil an der Schlagsteifigkeit des Systems und bei der Nickbewegung die Schlagfedern. Demnach setzen sich die Steifigkeitsanteile anders zusammen als ursprünglich unterstellt.

Abbildung 3.12 zeigt die Verlängerungen der Einzelfedern in jeweiliger Federachsrichtung, bezogen auf die statischen Auslenkungen f und α .



Abbildung 3.12: Verlängerungen der Einzelfedern bei einer Translation bzw. Rotation.

Es ist zu erkennen, dass sich die Verlängerungen der Federn sehr unterschiedlich ergeben. Bei der Translation des Profils ergibt sich die größte Verlängerung bei den Schlagfedern bis zu einem Wert von f=10 mm bei linearem Zusammenhang. Dort ergibt sich ein Schnittpunkt, bei dem der Längenanteil der Torsionsfedern den der Schlagfedern übersteigt.

Für die Profilverdrehung ergibt sich die größte Federverlängerung für das Schlagfedersystem. Der Anteil der Torsionsfedern selbst ist sehr gering und zeigt einen ähnlichen Verlauf wie die grüne Kurve des gesamten vertikalen Kraftanteils. Das nichtlineare Verhalten zwischen Auslenkung und Federverlängerung ist in den gleichzeitig lateral bewegten Federn begründet. Zudem sind Lateralbewegungen bei dynamischen Vorgängen als kritisch zu bewerten, weil Fliehkräfte entstehen die zu Energieverlusten führen und entsprechend ihrer Eigenfrequenz das unterstellte Systemverhalten beeinflussen können.

Zusammen mit den gemessenen Einzelfedersteifigkeiten werden die Belastungsanteile berechnet. Abbildung 3.13 zeigt das Ergebnis für die vertikalen Kraftanteile aus den Torsions- und Schlagfedersystemen bei verdrehungsfreier Absenkung des Profils.



Abbildung 3.13: Berechnete Vertikalkraftanteile bei einer Translation in Z-Richtung des Profils.

Bei Absenkung erzeugen die Torsionsfedern einen vertikalen Kraftanteil zuzüglich dem Anteil der Schlagfedern. Es ist gut zu erkennen, dass die Torsionsfedern den größten Anteil an der Schlagsteifigkeit beitragen. Die Steigung der grünen Kurve entspricht der Schlagsteifigkeit Kh des Systems und ergibt sich konstant zu:

$$k_{h_{-}THEORIE} = 361,9\frac{N}{m}$$

Bei einer Profilverdrehung ergibt sich ein Gesamtdrehmoment aus den Schlag- und Torsionsfedern. Abbildung 3.14 zeigt die Anteile des Schlagfeder- und Torsionsfedersystems und das sich ergebende Gesamtdrehmoment in Abhängigkeit zum Verdrehwinkel.



Abbildung 3.14: Berechnete Drehmomentanteile der Schlag- und Torsionsfedern.

Das Drehmoment verhält sich nicht über den gesamten Winkelbereich linear. Für Winkel $\alpha \le 40^{\circ}$ kann das Verhalten als linear idealisiert werden. Dieser Bereich kann aus statischer Betrachtung für die Untersuchung der Flattergrenze als vollkommen ausreichend angesehen werden.

Um den Einfluss einer Abstandsvergrößerung der Torsionsfedern zur Drehachse zu erfassen, ist in Abbildung 3.15 das Gesamtdrehmoment für verschiedene Abstände dargestellt.



Abbildung 3.15: Berechnetes Gesamtdrehmoment für verschiedene Torsionsfederabstände.

Die Drehmomente steigen überproportional zu dem Abstand a an, was zu einem progressiven Anstieg der im Weiteren berechneten Winkelrichtgröße führt. Je größer der Federabstand ist, umso weniger stark ist das degressive Verhalten bei großen Winkeln ausgeprägt. Der Quotient aus Drehmoment und dem sich einstellenden Verdrehwinkel ergibt die Winkelrichtgröße.

$$k_{\alpha} = \frac{M}{\alpha} \quad [\frac{Nm}{rad}]$$
(3.3)

Die berechnete Winkelrichtgröße wurde als Funktion des Abstands dargestellt (Abbildung 3.16). Die einzelnen Werte wurden aus Mittelwerten des jeweiligen Gesamtdrehmoments für einen Winkelbereich von 0° bis 16,75° gebildet, weil für diesen Bereich die Linearität für alle Torsionsfederabstände gewährleistet ist. Die Datenpunkte sind mit einem Polynom 2. Ordnung verbunden und ergeben die in der Abbildung dargestellte Funktionsgleichung.



Abbildung 3.16: Berechnete Winkelrichtgröße des Systems.

Die einzelnen Teilergebnisse für jeden Federabstand a sind für den gesamten berechneten Nickamplitudenbereich im Anhang B zu finden.

Mit den bisher ermittelten Daten kann eine Prognose hinsichtlich der zu erwartenden Messwerte für die unbeeinflussten Eigenfrequenzen abgegeben werden (Tabelle 3.3). Dazu wurden die gewogene Masse und das als Annäherung herangezogene Trägheitsmoment der dünnen Platte mit den Formeln (2.6) und (2.8) verrechnet.

				J_Alpha	K_alpha		
Abstand a				(dünne Platte)	(berechnet]	f_alpha	
[mm]	Masse m [Kg]	k_h [N/m]	f_h [Hz]	[Kgm²]	[Nm/rad]	[Hz]	wh/wa [-]
10					0,295	11,50	1,01
15					0,334	12,24	0,95
20	0,0678	361,9	11,63	5,65E-05	0,389	13,21	0,88
25					0,459	14,35	0,81
30					0,545	15,63	0,74

 Tabelle 3.3: Prognostizierte Eigenfrequenzen ohne Zusatzmasse.

Tabelle 3.4 zeigt die Prognose bei einer Zusatzmasse m=20g mit entsprechend angepasstem Trägheitsmoment.

				J_Alpha	K_alpha		
Abstand a				(dünne Platte)	(berechnet]	f_alpha	
[mm]	Masse m [Kg]	k_h [N/m]	f_h [Hz]	[Kgm²]	[Nm/rad]	[Hz]	wh/wa [-]
10					0,295	10,11	1,01
15					0,334	10,76	0,95
20	0,0878	361,9	10,22	7,31E-05	0,389	11,61	0,88
25					0,459	12,61	0,81
30					0,545	13,74	0,74

Tabelle 3.4: Prognostizierte Eigenfrequenzen mit Zusatzmasse m=20g.

Aufgrund der Vergrößerung des Trägheitsmoments durch die Zusatzmasse ergeben sich bei einer als konstant angenommenen Winkelrichtgröße auch kleinere Nickfrequenzen. Entsprechend der Frequenzformel sinkt die Schlagfrequenz durch eine Masseerhöhung, so dass sich der Frequenzverhältnisbereich durch eine Massenerhöhung theoretisch nicht ändert (konstanter Trägheitsparameter).

4 Experimentelle Ermittlung des strukturdynamischen Verhaltens

In diesem Kapitel werden die strukturdynamischen Eigenschaften des Teststands experimentell untersucht und mit den Berechnungswerten aus vorherigem Kapitel verglichen. Die Untersuchung der Systemsteifigkeiten erfolgt dabei statisch durch Belastung mit definierten Massen und Messung der statischen Auslenkungen. Das dynamische Verhalten wird durch Messungen der Eigenfrequenzen ermittelt.

Für die Position des BAN $x_{BAN} = 79mm$ (Position des kleinen Lochs am Profil) ergibt sich die Lage der Schwereachse mit Formel (2.12) zu:

$$Xs = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} = \frac{62,1g \cdot 46mm + 5,7g \cdot 79mm + m_z \cdot x_z}{62,1g + 5,7g + m_z} = 48,7mm$$

Die Drehachslage wird in die nächst mögliche Position bei $x_{el} = x_s = 50\%$ gelegt um das statische Moment hinsichtlich der unbeeinflussten Eigenfrequenzen gering zu halten. Aufgrund des verwindungsfreien Zustands (Vgl.: Kapitel 3.5) bilden diese Achslagen den Ausgangspunkt der folgenden Untersuchungen. Zusätzlich werden strukturdynamische Untersuchungen bei anderen Drehachslagen durchgeführt um die gegenseitige Beeinflussung der Eigenfrequenzen zu erfassen.

4.1 Steifigkeitsermittlung

Die Ermittlung der vertikalen Steifigkeit für die Schlagbewegung erfolgte durch Auflegen von definierten Massestücken in der Drehachse bei Profilbreitenmitte. Die relative Absenkung der Drehachse wurde jeweils gemessen und ergibt, aufgetragen über die Gewichtskraft eine Funktion, dessen Steigung der vertikalen Systemsteifigkeit Kh entspricht¹⁴.

In Abbildung 4.1 ist diese für verschiedene Drehachslagen dargestellt. Mit zunehmender Drehachsverlagerung in Richtung der Profilnase steigt die Steifigkeit leicht an. Dieser Effekt kann durch die Vorverwindung der Federn aufgrund einer nicht horizontalen Profilausgangslage hervorgerufen worden sein ($\alpha \neq 0^{\circ}$ aufgrund eines

¹⁴ Alle aufgenommenen Messdaten befinden sich auf der beiliegenden CD als Excel-Tabelle mit dem Titel *"experimentelle Systemsteifigkeitsermittlung"*.

statischen Moments). So ergeben sich andere Steifigkeiten, wenn ein verdrehtes Profil eine gleichzeitige Translation erfährt. Diese gegenseitige Beeinflussung der Federsysteme ist kritisch, weil sich die Steifigkeiten und somit auch Frequenzverhältnisse unabhängig von den Systembewegungen ergeben sollten.



Abbildung 4.1 : Experimentell ermittelte Steifigkeit bei Translation in Z-Richtung

Im Folgendem ist der Mittelwert der gemessenen Steifigkeit und der theoretisch ermittelte Wert gegenübergestellt. Die sich ergebende Abweichung ist vermutlich auf Toleranzen des Messaufbaus und auf die nicht ideale Ausgangslage im Vergleich zur theoretischen Berechnung zurückzuführen.

$$k_{h_Messwert} = 408,3\frac{N}{m}$$
$$k_{h_Theorie} = 361,9\frac{N}{m}$$

Für die Bestimmung der Steifigkeit gegenüber einer Profilverdrehung wurden definierte Massestücke mit einem dünnen Umlenkdraht über die Profiltiefe an die Hinterkante des Profils gehängt. Unter der Annahme, dass sich die Drehachse an einer fest definierten Position befindet, wurde ein Drehmoment bezüglich der Drehachse berechnet (Abbildung 4.2). Der Verdrehwinkel Alpha ist mit einem digitalen Winkelmesser gemessen worden. Der Quotient dieser beiden Größen entspricht der Winkelrichtgröße k_{α} .



Abbildung 4.2: Experimentelle Ermittlung der Winkelrichtgröße.

Abbildung 4.3 zeigt die gemessene Winkelrichtgröße bei Vergrößerung des Torsionsfederabstands für verschiedene Drehachslagen. Es war nicht für alle Drehachslagen möglich, den Torsionsfederabstand im gesamten Variationsbereich $10mm \le a \le 30mm$ zu verändern, weil Ausbrüche an der Kunststoffschiene des Profils das Einhängen der Torsionsfedern verhinderten, bzw. die Lochschienen zu kurz waren bei den profilnasennahen Drehachslagen.



Abbildung 4.3: Vergleich der Winkelrichtgrößen in Theorie und Praxis bei Steifigkeitserhöhung für verschiedene Drehachslagen.

Die leicht transparent dargestellte Kurve zeigt den berechneten theoretischen Verlauf der Winkelrichtgröße (Vgl.: Abbildung 3.16). Der progressive Anstieg ist bei den experimentell ermittelten Werten in unterschiedlicher Ausprägung wiederzuerkennen. Der ungleichmäßige Kurvenanstieg für eine feste Drehachsposition ist auf Messungenauigkeiten und Versuchsumbauten zurückzuführen.

Bei $x_{el} = 40\%$ ist ein sprunghafter Steifigkeitsanstieg zu verzeichnen. Bei weiterer Drehachslagenverschiebung ergaben sich wieder geringere Steifigkeiten. Das kann mit der nicht optimalen Einleitung des Drehmoments bei gleichzeitiger Translation zusammenhängen, oder einer sich anders ergebenden Drehachslage und damit verbundenen falsch unterstelltem Hebelarm. Für die Kurven mit dem vergleichsweise geringen statischen Momenten bei $x_{el} = 45\%$ und $x_{el} = 50\%$ ist demnach ein Vergleich mit der Theoriekurve am ehesten gerechtfertigt. Wie auch bereits bei der Schlagsteifigkeit, ergeben sich etwas größere Werte als in der Theorie berechnet.

Die Qualität der Winkelmessung scheint stark von den Federösen und dessen Spiel in den Löchern abzuhängen. Eine quasi statische Belastung in Form einer Profilverdrehung um einen Winkel Alpha führt bei anschließender Entlastung zu einem anderen Anstellwinkel als vor der Belastung.

4.2 Eigenfrequenzermittlung

Um den möglichen Variationsbereich für die Frequenzverhältnisse zu erfassen, wurden die Eigenfrequenzen für verschiedene Abstände *a* der Torsionsfedern gemessen. Die Schwingungsanregung erfolgte jeweils durch Anpusten des Profils nahe der Drehachse (Schlagfrequenz) und an der Profilhinterkante (Nickfrequenz). Die Erfassung der unbeeinflussten Eigenfrequenzen wurde bei Xel=50% und Xs=48,7% durchgeführt, damit sich ein möglichst geringes statisches Moment ergibt. Eine einzelne Messung von nur einer Eigenfrequenz war nur selten möglich, weil meistens beide Frequenzen angeregt wurden. Auffällig war jedoch, dass es bei größeren Abständen der Torsionsfedern schwieriger wurde, die Nickfrequenz darzustellen, da sich die Drehbewegung schneller in einer Vertikalbewegung auflöste. Zwischen den insgesamt vier Messintervallen im Digital Analyzer wurde deshalb das Profil erneut an der Hinterkante angepustet um die Nickbewegung anzuregen. Zusätzlich ergibt sich durch das Anpusten der Hinterkante ein vertikaler Kraftanteil, welcher die Schlagbewegung mit anregt, was eine alleinige Darstellung der Nickfrequenz schwierig macht.

Um zusätzlich einen Eindruck über die Beeinflussung der Eigenfrequenzen bei einer Kopplung über das statische Moment zu bekommen, wurde die Frequenzmessung bei verschiedenen Drehachslagen durchgeführt¹⁵.

¹⁵ Die Messwerte sind im Anhang B tabellarisch dargestellt.

Abbildung 4.4 zeigt die Eigenfrequenzen der Schlagbewegung (1. Messung) zusammen mit den Messergebnissen im Rahmen der Teststandentwicklung [6].



Abbildung 4.4: Gemessene Schlagfrequenzen bei verschiedenen Drehachslagen.

Alle Drehachsvarianten ergeben sich nahezu unbeeinflusst von einer Abstandsvergrößerung der Torsionsfedern. Bei zunehmendem S_{α} ist ein leichter Frequenzanstieg bei einer Abstandsvergrößerung festzustellen.

Je weiter die Drehachse in Richtung Profilnase wandert, umso stärker ist die Beeinflussung der Nickfrequenz zu erkennen, die zu einem Absinken der Schlagfrequenz führt.

Die Kurve der Frequenzmessung 2004 [6] bestätigt durch den leichten Anstieg der Schlagfrequenz mit zunehmenden Torsionsfederabstand die bereits stärker vorhandene Beeinflussung durch die Nickfrequenz ($x_{\alpha} = 0,054$). Bei den aktuellen Messergebnissen ergibt sich für die Drehachslage Xel=50% bei geringerem Schwerpunktparameter ($x_{\alpha} = 0,026$) eine bessere Annäherung an die unbeeinflussten Eigenfrequenzen. Die insgesamt größer gemessenen Frequenzwerte können sich durch veränderte Federsteifigkeiten und durch den häufigen Gebrauch oder Gefügeveränderungen im Werkstoff ergeben haben (Die Federn sind schon seit 2004 im Einsatz).

Für die gemessenen Nickeigenfrequenzen ergeben sich ähnliche Kurvenverläufe wie bei der experimentell ermittelten Winkelrichtgröße (Vgl.: Abbildung 4.3). Die stetige Zunahme der Nickfrequenz bei Abstandsvergrößerung entspricht für profilnasennahe Drehachspositionen jedoch nicht dem Verhalten der Winkelrichtgröße. Das über die Frequenzen erfasste System entspricht eher dem zu erwartendem Verhalten mit einer erkennbaren Tendenz (Nickfrequenz steigt an) bei Drehachsverschiebung in Richtung Profilnase, was die Ungenauigkeiten der Winkelrichtgrößenerfassung bestätigen würde (Abbildung 4.5).



Abbildung 4.5: Gemessene Nickfrequenzen (Messung 1) bei verschiedenen Drehachslagen.

Der bereits festgestellte Wertesprung bei der Winkelrichtgröße ist durch die Frequenzmessung bestätigt worden. Um die Reproduzierbarkeit der Frequenzverhältnisse zu überprüfen, wurde zu einem späteren Zeitpunkt eine zweite Messung der Eigenfrequenzen durchgeführt. Diese erfolgte nach diversen Versuchsumbauten und sollte zeigen, ob sich die zuvor gemessenen Eigenfrequenzen verifizieren lassen (Abbildung 4.6).

Die Kurve der Frequenzmessung 2004 ergibt sich wie bei der Schlagfrequenz bei höheren Werten und entspricht in guter Annäherung dem aktuell ermittelten Kurvenverlauf für diese Drehachslage.



Abbildung 4.6: Vergleich von zwei Eigenfrequenzmessungen nach mehrmaligem Versuchsumbau.

Die Schlagfrequenzen konnten qualitativ und quantitativ in guter Annäherung für alle Drehachslagen reproduziert werden. Bei den Nickfrequenzen ergaben sich bei der 2. Messung insgesamt größere Werte, bei jeweils gleichen Kurvenverläufen. Kleine Veränderungen des BAN hatten dabei keinen Einfluss auf die gemessenen Frequenzwerte, sehr wohl aber die Art der Erregung. Ein senkrechtes Anpusten der Flügelhinterkante führte zu nahezu identischen Messwerten bei mehreren Messungen hintereinander (ohne zwischenzeitlichen Umbau).

Der Frequenzsprung zwischen den Drehachslagen $x_{el} = 40\%$, $x_{el} = 45\%$ konnte durch die zweite Messung bestätigt werden, allerdings mit etwas geringeren Werten als bei der 1. Messung.

Für weitere Vergleiche wird ein fester Frequenzverhältnisbereich definiert und unterstellt, dass sich dieser immer wieder für den jeweiligen Torsionsfederabstand gleich ergibt.

Die Frequenzwerte für den Abstand a=30mm wurden aus den Kurvenverläufen extrapoliert, da aufgrund der vorhandenen Ausbrüche an den Kunststoffschienen keine Messung möglich war. Durch eine Mittelwertbildung der 1. Und 2. Messung für jede Drehachslage wird der Frequenzverhältnisbereich definiert (Tabelle 4.1).

 $\omega_{\underline{h}}$ 1. Messung 2. Messung Mittelwert Abstand a [mm] f h [Hz] f_a [Hz] f_a [Hz] f_a [Hz] ω_{o} 10 13 13,5 13,25 0,85 15 13,5 14 13,75 0,82 20 11,25 14,125 14,625 14,375 0,78 25 14,75 15,375 15,0625 0,75 30 15,5

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der Eigenfrequenzmessung ohne Zusatzmasse.

In Abbildung 4.7 sind die prognostizierten und gemessenen Eigenfrequenzen grafisch gegenübergestellt.

16,15

15,825

0,71



Abbildung 4.7: Vergleich der prognostizierten Eigenfrequenzen mit den Messwerten ohne Zusatzmasse.

Für die Schlagfrequenz ergibt sich eine gute Annäherung mit etwas geringeren Werten als berechnet. Der Grund dafür kann eine in Wirklichkeit größere schwingende Masse als angenommen sein, weil die mitschwingenden Federn das System auch beeinflussen.

Für die gemessene Nickfrequenz ergibt sich im Vergleich zur prognostizierten Kurve eine geringere Steigung und entspricht dem zuvor bei der gemessenen Winkelrichtgröße festgestellten Verhalten (Abbildung 4.3, Xel=50%). Zusätzlich kann die erwähnte Beeinflussung des Trägheitsmoments durch den variierenden Torsionsfederabstand nicht ausgeschlossen werden.

Die bereits erwähnte Beeinflussung der Federn durch die vorhandene Profilmasse bzw. einem Schwerpunktparameter ist in Abbildung 4.8 grafisch am Beispiel eines verdrehten Profils dargestellt.



Abbildung 4.8: Geometrisch bedingte Beeinflussung des Federverhaltens durch die Profilmasse und die daraus resultierende Gleichgewichtslage.

In der Theorie liegt die Drehachse mit den Torsionsfedern in der Horizontalen. Dadurch ergeben sich bei einer Profilverdrehung zwei gleichgroße, entgegengesetzte Kräfte und erzeugen so ein reines Drehmoment um die Drehachse. In der Realität ist die Drehachse aufgrund der angehängten Massen (Profil, BAN, Zusatzmasse) in Z-Richtung verschoben. Daraus resultieren bei einer Profilverdrehung zwei unterschiedlich große Kräfte, die in die gleiche Richtung gerichtet sind. So kann sich in der Realität eine größere Winkelrichtgröße ergeben, was ein Grund für die kleiner prognostizierten Nickfrequenzen sein kann. Ein ansteigendes Trägheitsmoment bei Torsionsabstandsvergrößerung kann einer Nickfrequenzerhöhung entgegenwirken, was die geringer ausfallende Kurvensteigung erklären könnte. Zusätzlich ergibt sich ein Anstellwinkel, der zu einer Vergrößerung der aerodynamischen Kräfte führt.

Mit einer in der Drehachse platzierten Zusatzmasse von $m_{Zusatz} = 20g$ ergaben sich folgende Messwerte (Tabelle 4.2).

		1. Messung	2. Messung	Mittelwert	$\underline{\omega_h}$
Abstand a [mm]	f_h [Hz]	f_a [Hz]	f_a [Hz]	f_a [Hz]	ω_{lpha}
10		12,8	13,25	13,025	0,78
15		13,25	13,875	13,5625	0,75
20	10,125	13,875	14,375	14,125	0,72
25		14,625	15,125	14,875	0,68
30		15,5	15,625	15,5625	0,65

Tabelle 4.2: Zusammenfassung der Eigenfrequenzmessung mit Zusatzmasse m=20g.

Die Zusatzmasse führt zu einer geringeren Schlagfrequenz entsprechend der Frequenzformel (2.6). Insgesamt zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie beim Vergleich ohne Zusatzmasse. Abbildung 4.9 zeigt den grafischen Vergleich der Prognose und der Messung mit Zusatzmasse.



Abbildung 4.9: Vergleich der prognostizierten Eigenfrequenzen mit den Messwerten mit Zusatzmasse.

Die Steigung der Nickfrequenzkurve fällt in der Theorie mit der Zusatzmasse geringer aus als ohne. Für die gemessenen Nickfrequenzen ergeben sich die Steigungen nahezu unabhängig von der Zusatzmasse. Für den Fall mit einer Zusatzmasse ergibt sich eine bessere qualitative Annäherung an der Theoriekurve. Das kann möglicherweise durch einen stabilisierenden Effekt der Zusatzmasse auf die Federkinematik begründet sein.

Das insgesamt größere Trägheitsmoment könnte den durch eine Torsionsfederabstandsvergrößerung hervorgerufene Steiner-Anteil vernachlässigbar klein werden lassen, so dass die Beeinflussung geringer ausfällt.

Die absoluten Nickfrequenzwerte ergeben sich größer als ohne Zusatzmasse, was an der unbeabsichtigten Beeinflussung durch den Eigenanteil J_0 der Zusatzmasse begründet liegen kann.

Eine Rückrechnung der Messwerte auf den Masseunterschied gibt Aufschluss darüber, ob die statisch ermittelten Steifigkeitsannahmen auch im dynamischen System Gültigkeit besitzen.

$$m_{ohneZusatipuasse} = \frac{k_h}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_h^2} = \frac{408.3 \frac{N}{m}}{4 \cdot \pi^2 \cdot 11.25 Hz} = 81.7g$$
$$m_{+20g} = \frac{k_h}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_h^2} = \frac{408.3 \frac{N}{m}}{4 \cdot \pi^2 \cdot 10.125 Hz} = 100.8g$$
$$\Delta m = m_{ohneZusatipuasse} - m_{+20g} = 100.8g - 81.7g = 19.1g$$

Das entspricht $\frac{19,1g}{20g} \cdot 100\% = 95,5\%$ der tatsächlichen Zusatzmasse.

Demnach ändert sich das dynamische Verhalten durch eine Masseerhöhung annähernd so, wie es bei einer schwach gedämpften, nahezu harmonischen Schwingung (Translation) theoretisch zu erwarten ist. Die absoluten Massewerte liegen mit $\frac{67,8g}{81,7g} \cdot 100\% = 120,5\%$ über den Theoriewerten, was eine grundsätzliche Beeinflus-

sung durch alle Federn bedeutet.

Um mögliche Eigenfrequenzen der ungewollten Lateralbewegung des Profils in Xund Y-Richtung einschätzen zu können, wurde der BAN auf dem Profil liegend in jeweiliger Ausrichtung (Mittelachse des BAN in Bewegungsrichtung) mit Wachs fixiert. Der Aufbau für die Messung in X-Richtung ist in Abbildung 4.10 zu sehen.



Abbildung 4.10: Eigenfrequenzmessung von zwei ungewollten Freiheitsgraden. Exemplarisch für die X-Richtung dargestellt.

Folgende Eigenfrequenzen wurden gemessen.

X-Richtung [Hz]	Y-Richtung [Hz]
10,625	12,5

Diese Frequenzen liegen sehr nahe bei den Eigenfrequenzen der Schlag- und Nickbewegung, was zu einer Beeinflussung der gewünschten Systembewegung führen kann.

4.3 Zusammenfassung der festgestellten Abweichungen

Aus den bisherigen Untersuchungen kann bereits eine Einschätzung zur Qualität des Teststands in Verbindung mit den vorhandenen Messmethoden erfolgen.

- Bei einer Nick- Schlagbewegung werden immer alle Federn axial oder lateral bewegt bzw. beansprucht:
 - Das entspricht aufgrund der damit verbundenen Trägheitskräfte einer nicht berücksichtigten Kopplung der Bewegungen.
 - Die Steifigkeiten der Freiheitsgrade setzen sich (amplitudenabhängig) aus beiden Federsystemen zusammen.
- Veränderliche Systemsteifigkeiten:

 - Je nach Schwerpunktparameter ergibt sich auch ein nicht berücksichtigter Anstellwinkel, der das Federsystem zusätzlich statisch verändert.
 Bei einer Anströmung führt das zu einer veränderten Aerodynamik durch größere, stationäre Luftkraftwerte.
- <u>Unerwünschten Freiheitsgrade:</u>
 - Sie stören das Schwingverhalten, weil die Eigenfrequenzen dicht beieinander liegen. Die festgestellten Frequenzen der X und Y-Richtung liegen sehr nahe an den gewünschten Frequenzen der Nick- und Schlagbewegungen.
 - Eine dynamische Nickbewegung erzeugt bei einem statischen Moment zusätzlich Fliehkräfte, die eine Anregung der unerwünschten Freiheitsgrade zur Folge haben kann.
- Spiralfedern als Federelemente:
 - Sie besitzen eine im Vergleich zu anderen Federvarianten relativ hohe innere Dämpfung [8].
 - Sie erzeugen Reibung durch die Federösen an der Aluminium- bzw.
 Kunststoffscheine bei gleichzeitiger Spielfreiheit. Durch Verlöten der Schlagfederösen, sowie eine farbliche Kennzeichnung der Torsionsfe-
dern (feste Zuordnung der Federpositionen) könnte sich eine Verbesserung hinsichtlich reproduzierbarer Frequenzverhältnisse ergeben.

- Beeinflussung des Systemverhaltens durch laterale Schwingungen der Federn, wenn das System eine Nick- bzw. Schlagbewegung ausführt.
- Experimentelle Erfassung der Systemgrößen:
 - Die Nickfrequenzmessungen sind nach Versuchsumbauten und darauf folgender erneuter Messung nicht exakt reproduzierbar.
 - Der mehrfach gemessene Frequenzsprung deutet auf eine Eigenheit des Teststands hin, welcher zu veränderten Steifigkeiten bei unterschiedlichen Drehachslagen führt und könnte Ursache der spiel- und reibungsbehafteten Federösenbefestigung sein.
 - Die verwendete Art der Drehmomenteinleitung zur Ermittlung der Winkelrichtgröße führt durch die gleichzeitige Translation in Z-Richtung zu einer Änderung der Steifigkeit. Die Messmethode beeinflusst die zu messende Größe. Gleichzeitig ergibt sich nach einer Entlastung nicht die gleiche Ausgangslage wie vor der Verdrehung. Dieser entstehende Anstellwinkel hat statischen (Vorverwindung der Federn) und dynamischen (größere Luftkräfte) Einfluss auf das Systemverhalten.

5 Anwendung des Berechnungstools

In diesem Kapitel werden die zur Anwendung des Berechnungstools nötigen Parameter sowie die Funktionsweise beschrieben. Es werden exemplarisch die allgemeinen Auffälligkeiten erläutert und entsprechend des vorliegenden Parameterbereichs des Flatterteststands auf Anwendbarkeit geprüft.

5.1 Vorstellung der Funktionsweise

Das für die Flatterberechnungen verwendete Berechnungstool soll in seiner Funktionsweise und Anwendung kurz erläutert werden. Weitere Erklärungen zum Rechenweg sind den Quellen [5], [3] zu entnehmen.

Die Flatterrechnung erfolgt anhand von Parametern, die aus den ermittelten Profilwerten, sowie den unbeeinflussten Eigenfrequenzen gebildet werden. Folgende Werte müssen als Eingangsgrößen bekannt sein.

- Masse, m
- Halbe Profiltiefe, I
- Profilbreite, b
- Massenträgheitsmoment, J_{α}
- Schwerachslage, X_s
- Drehachslage, X_{el}
- Eigenkreisfrequenz der Schlagbewegung, ω_h
- Eigenkreisfrequenz der Nickbewegung, ω_a

Aus den genannten Eingangsgrößen werden der Massenparameter μ , der Trägheitsparameter r_{α}^2 und der Schwerpunktparameter x_{α} berechnet.

Die absoluten Eigenfrequenzen sind für die eigentlichen Berechnungen nicht nötig. Es muss lediglich das Frequenzverhältnis bekannt sein.

Wie bereits in Kapitel 2.2 erwähnt, werden für die Flatterrechnung Werte der *Theodorsen*-Funktion $C(\omega^*)$ benötigt. Diese lagen bereits als Real- und Imaginärteil mit einer Genauigkeit von maximal fünf Nachkommastellen vor. Die für jede reduzierte Frequenz berechneten Reaktionsfrequenzen und Dämpfungen werden grafisch als Funktion über die dazugehörigen, berechneten Geschwindigkeiten aufgetragen, die sich für die Schlag- und Nickbewegung ergeben. Zwischen den Datenpunkten wurde linear interpoliert, so dass sich zusammenhängende Kurvenverläufe für die Reaktionsfrequenzen der Schlag- und Nickbewegung und den dazugehörigen Dämpfungen ergeben. Die Nullstellenermittlung erfolgte optisch aus dem Diagramm, wobei der Maßstab entsprechend den Kurvenverläufen so eingestellt wurde, dass die Geschwindigkeit ausreichend genau (zwei Nachkommastellen) bestimmt werden konnte.

Um allgemeine Aussagen treffen zu können, wird die Geschwindigkeit in dimensionsloser Form angegeben. Die Normierung ist wie folgt festgelegt und erfolgt mit der unbeeinflussten Nickkreisfrequenz und der halben Profiltiefe.

$$\frac{v_{\infty,i}}{l \cdot \omega_{\alpha}} \qquad [-]$$

Die dimensionslose Geschwindigkeit ergibt sich als Quotient der aus einer Reaktionsfrequenz berechneten Geschwindigkeit $v_{\infty,i}$ [$\frac{m}{s}$] und der Eigenkreisfrequenz der unbeeinflussten Nickschwingung. Die halbe Profiltiefe I stellt eine charakteristische Bezugsgröße dar.

Die Reaktionsfrequenzverläufe sind wurden ebenfalls dimensionslos dargestellt, indem sie durch die unbeeinflusste Eigenfrequenz der Nickbewegung dividiert wurden.

$${\Omega_i\over \omega_{lpha}}$$
 [-]

Die tatsächlich am Teststand vorliegenden Eigenfrequenz der Nickbewegung ist für die Umrechnung der dimensionslosen Geschwindigkeit in dimensionsbehaftete Einheiten wie z.B. [mmWs] oder [$\frac{m}{s}$] nötig. Für die eigentliche Flatterberechnung ist nur das Verhältnis der beiden Eigenfrequenzen relevant ohne die absoluten Werte zu kennen.

Abbildung 5.1 zeigt exemplarisch ein Auswertungsdiagramm, dass aus darstellungstechnischen Gründen für einen relativ großen Geschwindigkeitsbereich abgebildet worden ist.

Der fast senkrechte und leicht rückläufige Verlauf der Schlagdämpfungskurve und das Zusammentreffen mit der Frequenzkurve (grün) konnte bei allen Berechnungen in unterschiedlichen Ausprägungen festgestellt werden. Bis zum Maximum der blauen Kurve zeigen sich plausible Kurvenverläufe und lassen eine Nullstelle bei der Nickdämpfungskurve erkennen (Vgl.: Abbildung 2.4). Die abfallende Schlagfrequenz mit zunehmender Geschwindigkeit (geringeren reduzierten Frequenzen) entspricht nicht dem erwarteten Verhalten, allerdings ist das Vergleichsdiagramm nur bis kurz nach der Nullstelle abgebildet und erfasst diesen Bereich nicht. Manche Berechnungen führten zu Darstellungen bei denen sich eine Nullstelle der roten Kurve bei höheren Geschwindigkeiten, also rechts von der blauen Kurve ergeben hat. Diese wurden bei späteren Berechnungen trotzdem als Ergebnis herangezogen.

Die Annäherung der Frequenzen mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit ist bei der Nickfrequenz (lila) zu erkennen. Die Schlagfrequenz tendiert ebenfalls zu geringeren Werten und entspricht nicht dem erwartetem Verhalten.



Abbildung 5.1: Grafische Darstellung der berechneten Frequenz- und Dämpfungswerte Bild 1.

Des Weiteren konnte festgestellt werden, dass sich mit Schwerpunktparametern $x_{\alpha} = 0$ und sehr kleinen Frequenzverhältnissen von $\frac{\omega_{h}}{\omega_{\alpha}} = 0,01$ sehr unwahrscheinliche Kurvenverläufe ergeben können. Ein Schema für das Auftreten konnte dabei nicht festgestellt werden. Ein beispielhafter Verlauf für dieses Verhalten ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Es ist zwar eine zusammenhängende Nickdämpfungskurve nahe der X-Achse zu erkennen, jedoch entstehen bei höheren Geschwindigkeiten Sprünge der Kurve, die so nicht nachvollziehbar sind. Die Schlagdämpfungskurve zeigt dieses Verhalten schon bei niedrigen Geschwindigkeiten.



Abbildung 5.2: Grafische Darstellung der berechneten Frequenz- und Dämpfungswerte Bild 2.

Unter der Annahme, dass sich für positive Schwerpunktparameter und Frequenzverhältnisse $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} < 1$ die Flattergrenze durch die Nullstelle der Nickdämpfungskurve, und bei Verhältnissen $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} > 1$ durch die Nullstelle der Schlagdämpfungskurve ergibt¹⁶, kann das am Teststand maximal ermittelte Frequenzverhältnis $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} = 0,85$ (Vgl.: Tabel-

le 4.1) über die Nickdämpfungskurve untersucht werden.

¹⁶ Teilergebnis aus der Quelle [5].

5.2 Verifikation der korrekten Funktionsweise

Um zu prüfen wie sich die festgestellten Auffälligkeiten bei verschiedenen Parametervarianten auswirken, werden ausgewählte Ergebnisse aus der vorliegenden Literatur [1] zum Vergleich mit Berechnungsergebnissen herangezogen (Tabelle 5.1).

Index	μ	Xel [%] bezogen	x_{α}	x _s [%] bezogen
		aur c		auf c
а	2	30	0,2	40
			0,4	50
b	2	35	0,1	40
			0,2	45
С	2	40	0	40
			0,1	45
			0,2	50
d	3	30	0,1	35
			0,2	40
f	3	40	0	40
			0,1	45
			0,2	50
j	5	30	0,05	32,5
			0,1	35
			0,2	40
			0,3	45
k	5	35	0	35
			0,5	37,5
			0,1	40
			0,2	45
1	5	40	0	40
			0,25	42,5
			0,1	45
			0,2	50
m	10	30	0	30
			0,05	32,5
			0,1	35
			0,2	40
			0,3	45
0	10	40	0	40
			0,025	41,25
			0,05	42,5
			0,1	45
			0,4	60
р	20	30	0	30
			0,05	32,5
			0,1	35

Tabelle 5.1: Übersicht der Parametervarianten für die Vergleichsrechnungen.

Um die genannten Konfigurationen mit Hilfe der Berechnungstabelle nachstellen zu können, müssen im Voraus die benötigten Teilgrößen Masse und Trägheitsmoment aus den jeweiligen Parametervorgaben berechnet werden. Folgende Rechnung zeigt beispielhaft die Ermittlung dieser Teilgrößen für einen Massenparameter von $\mu = 10$ bei einer Drehachslage von $x_{el} = 40\%$ mit einer gewählten halben Profiltiefe l = 0,5m und der Profilbreite b = 5m. Die Verhältnisse der Profilabmessungen entsprechen denen des Modellflügels. Der Trägheitsparameter wurde entsprechend der Literaturangabe für alle Berechnungen konstant mit $r_{\alpha}^2 = 0,25$ definiert.

Die Masse ergibt sich mit der Formel (2.9) zu:

$$m = \mu \cdot \rho \cdot \pi \cdot l^2 \cdot b = 10 \cdot 1,225 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (0,5m)^2 \cdot 5m = 48,1Kg$$

Das Trägheitsmoment ergibt sich aus der Masse mit Formel (2.10) zu

$$J_{\alpha} = 0,25 \cdot m \cdot l^2 = 0,25 \cdot 48,1 Kg \cdot (0,5m)^2 = 3 Kg \cdot m^2$$

Die Berechnungsergebnisse sind zum besseren Vergleich mit den Vorgabekurven grafisch überlagert dargestellt. Das Seitenverhältnis der Bilder der Theoriekurven wurde entsprechend den Achsenwerten angepasst und übereinandergelegt. Ein Vergleich sollte deshalb nur qualitativ erfolgen. Die farbigen Kurven stellen die Berechnungsergebnisse dar¹⁷.

Die nachgestellten Konfigurationen zeigen insgesamt eine gute Annäherung an die Vergleichskurven. Es wurden jedoch vereinzelt abweichende Kurvenverläufe festgestellt, auf die kurz eingegangen werden soll.

¹⁷ Alle Einzeldiagramme sind inklusive Wertetabelle dem Anhang C beigefügt.



Abbildung 5.3 zeigt die Berechnungsergebnisse für die Fälle c und o.

Abbildung 5.3: Berechnungsergebnisse zu den Fällen c (links) und o (rechts)

Fall c):

Je größer der Schwerpunktparameter wird, umso konstanter und geringer ergibt sich die Flattergeschwindigkeit bis hin zu hohen Frequenzverhältnissen, um dann plötzlich anzusteigen. Der Vergleich mit den Theoriekurven zeigt bei allen Kurven eine gute Annäherung.

Fall o):

In diesem Fall bilden die Kurven einen Extremwert aus, um anschließend unterschiedlich stark anzusteigen. Die geringste Flattergeschwindigkeit ergibt sich für den Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0.05$. Die größeren Schwerpunktparameter besitzen weniger stark ausgeprägte Extremwerte und die Kurven tendieren zu geringeren Krümmungen und Steigungen, so dass die Kurve $x_{\alpha} = 0.4$ eine sehr gleichmäßige Steigung aufweist.

Die Kurven mit vergrößertem Massenparameter zeigen im Vergleich zum Fall c) größere Steigungsänderungen und ausgeprägte Extremwerte. An diesen Positionen zeigen die berechneten Kurvenverläufe größere Abweichungen zu den Theoriekurven. Demnach führen Schwerpunktparameter in dem Bereich $0 < x_{\alpha} \le 0,1$ in Kombina-

tion mit Frequenzverhältnissen $\frac{\omega_h}{\omega_a} \approx 1$ zu besonders niedrigen Flattergeschwindig-

keiten.

Abbildung 5.4 zeigt die Ergebnisse der Fälle a) und m) bei veränderter Drehachslage im Vergleich mit der Theorie.



Abbildung 5.4: Berechnungsergebnisse zu den Fällen a (links) und m (rechts)

Fall a):

In diesem Fall ergab sich für $x_{\alpha} = 0$ keine Nullstelle der Dämpfungskurve im untersuchten Frequenzbereich und bestätigt damit das Ergebnis der Theorie. Bei dieser Drehachslage zeigt die Kurve für $x_{\alpha} = 0,2$ im Vergleich zur vorher betrachteten Drehachslage einen größeren, leicht progressiven Anstieg der Flattergeschwindigkeit bei zunehmendem Frequenzverhältnis. Für den Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0,4$ ergibt sich ein nahezu konstanter Verlauf. In den jeweiligen Frequenzverhältnisgrenzbereichen (zu erwartende Polstelle) zu höheren Verhältnissen nimmt die Abweichung zu.

Fall m):

Bei dieser Drehachslage sind die Flattergeschwindigkeiten bei geringen Frequenzverhältnissen weiter auseinander gerückt und ergeben sich größer als im Fall o). Der Extremwert des Schwerpunktparameters $x_{\alpha} = 0.05$ ist mit der Berechnungstabelle nicht erfassbar. Die Auswertungskurve der Nickdämpfung zeigte beim Überschreiten des Frequenzverhältnisses $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} = 1,1$ einen Schlagartigen Wechsel des Quadranten, ohne dass eine Nullstelle in dem zu erwartenden Geschwindigkeitsbereich (im Vgl. mit der Theoriekurve) identifiziert werden konnte.

Mit zunehmenden Masseparametern bilden sich Extremwerte bei niedrigeren positiven Schwerpunktparametern aus, die sich nahe der Frequenznachbarschaft konzentrieren. Je geringer sich die Flattergeschwindigkeit für einen Schwerpunktparameter ergibt, umso schlanker ergibt sich der jeweilige Peak beim Minimum.

Größere Abweichungen zur Theorie sind schwerpunktparameterabhängig für Kurvenbereiche mit extremen Steigungs- bzw. Krümmungsänderungen festgestellt worden. Bei fast allen Kurven vergrößert sich der Fehler mit zunehmendem Frequenzverhältnis.

Der Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0$ sollte für Vergleichsrechnungen vermieden werden, weil es für diesen Wert bei sehr geringen Frequenzverhältnissen sporadisch zu nicht nachvollziehbaren Rechenergebnissen führte. Dieser Schwerpunktparameter ist in der Praxis nicht exakt erreichbar, so dass diese Tatsache keine großartige Einschränkung bedeutet.

Für die Berechnung sollte der zu untersuchende Frequenzverhältnisbereich entsprechend dem Schwerpunktparameter so ausgewählt werden, dass ein kritisch zu erwartender Bereich von größeren Steigungsänderungen möglichst vermieden wird.

Die möglichen Ursachen für die Abweichung zu den Theoriekurven sind kurz zusammengefasst:

- Auswertung erfolgte nur über die als Nickdämpfungskurve markierten Berechnungspunkte. Es ist nicht auszuschließen, dass die berechneten Dämpfungswerte nicht eindeutig einer Schwingung zuzuordnen sind. Das wird jedoch im Auswertungsdiagramm des Berechnungstools unterstellt, so dass die lineare Interpolation zwischen den Datenpunkten die zur Nullstelle führte, mit entsprechenden Ungenauigkeiten verbunden sein kann.
- Die verwendeten Werte der THEODORSEN-Funktionen haben wenig Nachkommastellen. Das kann ein Grund f
 ür die gr
 ößeren qualitativen Abweichungen in den kritischen Kurvenbereichen sein.

5.3 Exemplarische Flatterrechnung bei Parametervariation

In diesem Abschnitt werden die Größen

- Massenträgheitsmoment J_{α}
- die Drehachslage x_{el} bei konstanter Schwereachse $x_{s_{1}}$
- und die Masse m

einzeln variiert und eine Flattergeschwindigkeit mit Hilfe des Berechnungstools ermittelt, um die Einzeleinflüsse zu verdeutlichen. Der dabei erfasste Frequenzverhältnis-

bereich beträgt
$$0,4 \le \frac{\omega_h}{\omega_a} \le 1$$
.

Die Ausgangskonfiguration und der gewählte Variationsbereich ist in Tabelle 5.2 dargestellt.

Tabelle 5.2: Gewählte Ausgangskonfiguration und	Variationsbereich der Parameter für eine theoretische
Bewertung der Einzeleinflüsse.	

v ol	10 77	mm
x_ei	40,77	mm
x_s	48,77	mm
J_alpha	5,65E-05	Kgm²
m	50	g
I	52,5	mm
b	509	mm

Parameter	Variationsbereich		Intervall Δ
Masse	50 g	200 g	50g
m			
$\rightarrow \mu$	9,42	57,7	
Trägheitsmoment	0,5*10^-4	1,75*10^-4	0,25*10^-4 Kgm^2
J_Alpha	Kgm ²	Kgm ²	
$\rightarrow r_{\alpha}^2$	0,36	1,27	
Drehachslage	30 mm	60 mm	10mm
Xel			
von der Profilnase			
aus bemessen			
$\rightarrow x_{\alpha}$	0,375	-0,26	

Für die Konfigurationen bei denen kein Ergebnis ermittelt werden konnte weil sich bei der Dämpfung der Nickfrequenz keine Nullstelle ergeben hat, sind keine Datenpunkte vorhanden. Das statische Moment beträgt bei dieser Ausgangskonfiguration $S_{\alpha} = 0$. Die Flattergeschwindigkeiten der Massen- und Trägheitsparametervariationnen sind demnach nur aus der Kopplung der aerodynamischen Belastung (Vgl.: Formeln (2.2), (2.3)) entstanden.

Abbildung 5.5 zeigt die Berechnungsergebnisse für die Variation des Trägheitsparameters.



Abbildung 5.5: Variation des Trägheitsparameters

Der geringste Trägheitsparameter ergibt die geringste Flattergeschwindigkeit bei Frequenzverhältnissen $\frac{\omega_h}{\omega_a} < 0.8$. Alle Kurvensteigungen ergeben sich sehr ähnlich. Die Auswirkungen eines Fehlers des zur Berechnung verwendeten Trägheitsmoments haben unterschiedlichen Einfluss auf die Flattergeschwindigkeit, wobei sich vor dem Minimum keine gravierenden Unterschiede der Kurvenqualitäten ergeben. Je größer die Parameterwerte werden, umso ähnlicher ergeben sich die Kurvenverläufe.

Bei größeren Verhältnissen ist ein umgekehrtes Verhalten festzustellen. Ein großer Trägheitsparameter führt hinter dem Minimum zu der geringsten Flattergeschwindigkeit und Änderungen haben einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis. In Abbildung 5.6 sind die Ergebnisse für die Variation des Massewertes bzw. des Massenparameters dargestellt.



Abbildung 5.6: Variation der Masse

Obwohl eine Änderung einer Masse normalerweise zwangsläufig eine Änderung des Trägheitsmoments bewirkt, wurde dies bei der Berechnung vernachlässigt ($J_{\alpha} = konst$.). Die Kurvenverläufe haben eine ähnliche Qualität wie bei der Variation des Trägheitsparameters. Demnach scheinen die Masse und das Trägheitsmoment einen ähnlichen Effekt auf die Qualität der Flatterergebnisse zu haben.

Die Ergebnisse bei Variation der Drehachslage bzw. des Schwerpunktparameters sind in Abbildung 5.7 dargestellt und decken sich mit den Aussagen aus dem vorherigen Kapitel 5.2.



Abbildung 5.7: Variation der Drehachslage

Es ist gut zu erkennen, dass die negativen Schwerpunktparameter zu höheren Flattergeschwindigkeiten führen. Bei den positiven Parameterwerten ergeben sich die geringsten Flattergeschwindigkeiten für die geringsten Werte. Parameterunabhängig sind die geringsten Flattergeschwindigkeiten erwartungsgemäß bei benachbarten Frequenzen zu finden.

Es lässt sich feststellen, dass eine Variation der Drehachslage zu sehr unterschiedlichen Flattergeschwindigkeiten führt. Für einen Vergleich zwischen Theorie und Praxis sollte dieser Parameter möglichst genau bestimmbar sein.

6 Theoretische Ermittlung der Flattergeschwindigkeit

In diesem Kapitel werden ausgewählte Ergebnisse vergangener Flatterversuche mit berechneten Ergebnissen verglichen. Des Weiteren werden neue Versuchsreihen mit definierten Parametervarianten erstellt, für die mit dem Berechnungstool eine theoretische Flattergeschwindigkeit berechnet wird. Die Ergebnisse dienen zum Vergleich mit den in Kapitel 7 durchgeführten Experimenten.

6.1 Vorliegende masseabhängige Berechnungsparameter

Für folgende Flatterrechnungen müssen zuerst die nötigen Parameter bestimmt werden. Bei dem vorliegenden Profil des Teststands ergibt sich mit den Formeln (2.9) und (2.10) und den ermittelten Modellparametern (Tabelle 3.1) folgendes Dichteverhältnis ($m_{Zusatz} = 0$).

$$\mu = \frac{m_{\Pr ofil} + m_{BAN} + m_{Zusatz}}{\rho \cdot \pi \cdot l^2 \cdot b} = \frac{0,0678Kg}{1,225\frac{Kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (0,05m)^2 \cdot 0,5m} = 14$$

Entsprechend ergibt sich ein Massenparameter bei einer gewählten Zusatzmasse $m_{Zusatz} = 20g$. Dieser Masseparameter wird zusammen mit dem anschließend berechneten Trägheitsmoment für weitere Berechnungen im Kapitel 6.3 herangezogen.

$$\mu_{+20g} = \frac{m_{\Pr ofil} + m_{BAN} + m_{Zusatz}}{\rho \cdot \pi \cdot l^2 \cdot b} = \frac{0,0878Kg}{1,225\frac{Kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (0,05m)^2 \cdot 0,5m} = 18,25$$

Die benutzte Zusatzmasse von m=20g entspricht einer Erhöhung des Massenparameters um 30,35%.

$$\left(\frac{18,25}{14} - 1\right) \cdot 100\% = 30,35\% \; .$$

Das Massenträgheitsmoment ergibt sich aus der Annahme eines konstanten Trägheitsparameters mit Formel (2.10) zu.

$$J_{\alpha} = 0.25 \cdot 0.0678 Kg \cdot (0.05m)^2 = 4.2375 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^2$$

 $J_{\alpha_{+20g}} = 0,25 \cdot 0,0878 Kg \cdot (0,05m)^2 = 5,4875 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^2$

6.2 Vergleich vergangener Versuchsergebnisse

Im Rahmen der Teststandentwicklung wurden Versuche mit verschiedenen Federvarianten durchgeführt [6]. Da nur noch die in Tabelle 3.1 aufgeführten Federn im Aerodynamiklabor vorhanden sind, beschränken sich die Vergleiche auf die Versuchsreihen mit diesen Federn.

Als zusätzlicher Vergleich wurde ein Ergebnis vom Januar 2011¹⁸ herangezogen. Die Versuchsergebnisse wurden mit den jeweiligen Angaben zur Drehachslage, Positionen des BAN sowie den gemessenen Eigenfrequenzen mit dem Berechnungstool nachgerechnet. Tabelle 6.1 zeigt die Konfigurationen bei denen die Nickfrequenz in zwei bzw. drei Stufen erhöht wurde. Diese Konfiguration entspricht dem aktuell zur Frequenzmessung herangezogenen Systemzustand.

		2004 [6]	2011
	Parameter		
	m [Kg]	0,0678	0,0678
	Mü	14	4
	l [m]	0,05	0,05
	b [m]	0,5	0,5
	J_Alpha [Kgm^2]	4,24E-05	4,24E-05
	Xel	0,045	0,05
	x_BAN [m]	0,06667	0,079
	Xs	0,0477	0,0487
	X_Alpha	0,054	-0,026
	r_alpha²	0,2	25
	gemessener Frequenzbereich:		
Abstand a [%]	f_h (Hz]	11,75	11,375
10			12,375
15		16	
20	f_a [Hz]	16,75	13,5
25		17,25	
30			
	wh/wa_MIN [-]	0,66	0,84
	wh/wa_MAX [-]	0,73	0,91

Tabelle 6.1: Flatterrechnungsparameter der ausgewählten Frequenzmessreihen.

¹⁸ Für diese Messungen war nur ein Versuchsprotokoll vom 14.01.2011 vorhanden. Dieses ist auszugsweise im Anhang C enthalten.

Die Schlagfrequenz ist bei den beiden Versuchsreihen, sowie bei der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messung sehr ähnlich und scheint deswegen gut reproduzierbar zu sein. Die Nickfrequenz hingegen ergibt sich für den vergleichbaren Abstand a=20% sehr unterschiedlich. Die aktuellen Messergebnisse bestätigen annähernd die Ergebnisse von 2011 (Vgl.: Tabelle 4.1). Die große Differenz zwischen den Eigenfrequenzen ist auf den mehr als doppelt so großen Schwerpunktparameter zurückzuführen.

Die Ergebnisse der Flatterrechnungen sind in Abbildung 6.1 grafisch dargestellt.



→ THEORIE 2004 → Versuch 2004 _ EXP. → THEORIE 2011 → Versuch 2011 _ EXP.

Abbildung 6.1: Vergleich der Versuchsergebnisse [6] und einer weiteren Messung mit berechneten Flattergeschwindigkeiten.

Versuch 2004 (Abbildung 6.1, blaue Kurven):

Die berechneten Werte zeigen besonders bei den kleineren Frequenzverhältnissen eine gute Annäherung zu den experimentell bestimmten Geschwindigkeiten, welche leicht über der Theoriekurve zu finden sind. Das ist hinsichtlich der im Rechnungsmodell getroffenen Idealisierungen plausibel. Es scheint auch in diesem Fall die größere Abweichung für den kleineren Torsionsfederabstand vorzuliegen (Vgl.: Abbildung 4.7).

Versuch 2011 (Abbildung 6.1, roten Kurven):

Die im Januar 2011 benutzte Konfiguration ergibt einen negativen Schwerpunktparameter und sollte theoretisch keinen kritischen Flatterfall darstellen. Es ist sehr auffällig, dass sich die gemessenen Geschwindigkeiten der roten Kurve eher an dem Verlauf der dunkelblauen Kurve orientieren, was auf einen eher geringen positiven Schwerpunktparameter hindeutet.

Die durchgeführte Drehachslagenvariation erzeugte eine Veränderung des Schwerpunktparameters. Für die Vergleichsrechnung wurden die in der Quelle angegebenen Eigenfrequenzen bei a=20mm zur Berechnung der theoretischen Flattergeschwindigkeit herangezogen ($f_h = 11,75Hz$, $f_\alpha = 16,75Hz$, $\Rightarrow \frac{\omega_h}{\omega_\alpha} = 0,7015$). Abbildung



6.2 zeigt das Versuchsergebnis im Vergleich mit der roten Theoriekurve.

Abbildung 6.2: Vergleich der Drehachslagenuntersuchung (3.Messreihe) [6] im Vergleich mit der Theoriekurve und berechneten Schwerpunktparameter.

Die besten Annäherungen ergeben sich für die geringeren Schwerpunktparameter. Für die größeren Werte ergibt sich bedingt durch die sich einstellende Profilgleichgewichtslage ein Anstellwinkel, der zu einer vergrößerten aerodynamischen Wirkung geführt haben kann. Das würde die geringer gemessenen Flattergeschwindigkeiten erklären. Gleichzeitig kann die veränderte Federkinematik den vorliegenden Frequenzbereich verändert haben, so dass das für die Berechnung als konstant angenommene Frequenzverhältnis nicht mehr zutreffend ist.

Für die durchgeführten Versuche mit einer in der Drehachse bei Xel=45% platzierten Zusatzmasse von m=30g wurden leider keine Eigenfrequenzen gemessen, so dass für die Vergleichsrechnung eine angepasste Schlagfrequenz mit Formel (2.6) wie folgt berechnet wurde.

Index 1: ohne Zusatzmasæ Index 2: + 30 gramm

$$f_{1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{h}}{m_{1}}}$$

$$k_{h} = konst. = 4\pi^{2} f_{1}^{2} \cdot m_{1} = 4\pi^{2} f_{2}^{2} \cdot m_{2}$$

$$\frac{f_{1}^{2}}{f_{2}^{2}} = \frac{m_{2}}{m_{1}}$$

$$\Rightarrow f_2 = \sqrt{\frac{0,0678Kg}{0,0978Kg} \cdot (16,75Hz)^2} = 9,37Hz$$

Daraus ergibt sich mit der Annahme einer konstant bleibenden Nickfrequenz ein verändertes Frequenzverhältnis.

$$\frac{f_h}{f_\alpha} = \frac{9,37Hz}{16,75Hz} = 0,56$$



Das Ergebnis ist in Abbildung 6.3 grafisch dargestellt.

Abbildung 6.3: Vergleich der Versuchs- und Berechnungsergebnisse bei einer Zusatzmasse von 30 gramm.

Die Theoriewerte sind unabhängig von einer Zusatzmasse größer berechnet worden als im Versuch ermittelt. Möglich sind Ungenauigkeiten bei der Positionierung des BAN, die zu einem anderen Schwerpunktparameter führen und entsprechend andere Flattergrenzen ergeben.

Die Zunahme der Flattergeschwindigkeit ergibt sich nach der Theorie stärker als es im Versuch festgestellt wurde, wie die Geschwindigkeitsverhältnisse zeigen.

Theorie:

 $\left(\frac{10,1}{7,42} - 1\right) \cdot 100\% = 36,1\%$

Experiment:

$$\left(\frac{8}{6,69} - 1\right) \cdot 100\% = 19,6\%$$

Bei dieser Messung wurde für die Konfiguration $x_{\alpha} = 0,054, \mu = 14$ eine etwas größere Geschwindigkeit ermittelt, als zuvor bei der Drehachslagenuntersuchung (Vgl.: Abbildung 6.2, $v_F = 6,45\frac{m}{s}$). Die Abweichung ist auf die schlechte Reproduzierbarkeit im Rahmen der Messungenauigkeiten zurückzuführen.

6.3 Definition und Berechnung neuer praxistauglicher Versuchsreihen

Im folgenden Kapitel wurden neue Versuchsreihen entwickelt, bei denen ausschließlich der Schwerpunktparameter für verschiedene Drehachslagen und Frequenzverhältnisse variiert wurde¹⁹. Die Messungen wurden jeweils für die Massenparameter μ , μ_{+20g} durchgeführt (Vgl.: Kapitel 6.1). Die Basis stellten erreichbare Schwerpunktpositionen durch Versetzen des BAN entlang der Profiltiefe dar. Es wurden nur die für den Flatterfall als kritisch identifizierte Konfiguration von $x_{\alpha} > 0$, $x_{el} < x_s$ herangezogen.

Zuvor musste jedoch geprüft werden, welche Schwerachspositionen überhaupt mit der geringen Masse des BAN innerhalb der Profiltiefe erreicht werden können. Die erforderlichen Positionen für den BAN ergeben sich nach Formel (2.12) für definierte Schwerachslagen bezogen auf die Profilvorderkante. Die farblich hinterlegten Werte in Tabelle 6.2 sind reelle Positionen für den BAN entlang der Profiltiefe. Die negativen Werte liegen vor der Profilnase und sind daher unbrauchbar.

Xs [mm]	X_BAN [mm]
30	-144,3
35	-84,8
40	-25,4
42,5	4,4
45	34,1
50	93,6

Tabelle 6.2: Realisierbare Schwerpunktpositionen mit der Masse des Beschleunigungsaufnehmers.

Es ist zu erkennen, dass der Bereich für eine Schwerpunktverlagerung durch den BAN sehr gering ist mit $\Delta x_s = 7,5mm$. Des Weiteren ist die Position bei $x_{BAN} = 4,4mm$ nahe der Profilvorderkante nicht praxistauglich. Die große Wölbung an dieser Stelle führt bei der ebenen Kontaktfläche zu ungenügendem Halt. Außerdem ist die Aerodynamik an dieser Position stark beeinflusst. So ergeben sich zwei realistisch erreichbare Schwerachspositionen.

¹⁹ Die Ergebnisse dieses Kapitels und der experimentellen Ergebnisse aus Kapitel (**Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**) sind auf beiliegender CD in der Excel-Tabelle *"Parametervariation_Bethge"* zu finden.

Grundsätzlich ist es durch Aufbringen einer weiteren Zusatzmasse möglich, weitere Schwerachspositionen innerhalb der Profiltiefe zu erreichen. Allerdings ist durch das festgestellte Verhalten der Federkinematik bei relativ großen Schwerpunktparametern eine noch schlechtere Vergleichbarkeit zu erwarten, so dass für die weiteren Versuche darauf verzichtet wurde.

Da es sich bei dem Teststand um annähernd symmetrische Federsysteme (abgesehen von Fertigungsungenauigkeiten der Federn) auf beiden Profilseiten handelt, wäre eine außermittige Positionierung von Zusatzmassen nur beidseitig sinnvoll, da die Federreaktionen sonst asymmetrisch wären.

Zur genaueren Bewertung des Bewegungsverhaltens wären Fotoaufnahmen mit Hochgeschwindigkeitskameras möglich, bei denen die Profilpositionen optisch für sehr kleine Intervalle erfasst und bewertet werden könnten.

Für die Experimente im Rahmen dieser Arbeit wurden neue Versuchsreihen festgelegt (Abbildung 6.4).



Abbildung 6.4: Übersicht der durchgeführten Schwerpunktparametervariationen.

Abbildung 6.5 zeigt die Berechnungsergebnisse der Parametervariation für den Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0,1$ und dem berechneten Massenparameter und Trägheitsmoment (Kapitel 6.1). Um einen größeren Bereich darstellen zu können, sind in diesem Diagramm auch Frequenzverhältnisse dargestellt, die experimentell nicht nachgestellt werden konnten.



Abbildung 6.5: THEORIE: Flattergeschwindigkeit als Funktion der Drehachslage. $x_{\alpha} = 0,1$, $r_{\alpha}^2 = 0,25$, $\mu = 14$.

Die geringsten Flattergeschwindigkeiten ergeben sich wie bereits festgestellt nahe der Frequenznachbarschaft $\frac{\omega_h}{\omega_a} \approx 1$. Des weiteren ist zu erkennen, dass sich bei der Drehachslage mit dem größten Abstand zum Neutralpunkt ($x_N = 25\%$) die geringsten Flattergeschwindigkeiten ergeben. Der größere Hebelarm der Luftkräfte zur Drehachse erhöht die aerodynamische Kopplung zwischen den Bewegungsgleichungen. Der Einfluss der Kopplung des statischen Moments bleibt aufgrund des konstanten Schwerpunktparameters für alle gezeigten Kurven konstant. Demnach ist das gezeigte Verhalten für jedes Frequenzverhältnis ausschließlich der aerodynamischen Kopplung der Bewegungsgleichungen zuzuordnen. Für die Drehachslage bei $x_{el} = 30\%$ ergeben sich entsprechend die größten Flattergeschwindigkeiten.

Abbildung 6.6 zeigt die berechnete Flattergeschwindigkeit als Funktion des Frequenzverhältnisses.



Abbildung 6.6: THEORIE: Flattergeschwindigkeit als Funktion des Frequenzverhältnisses. $x_{\alpha} = 0,1$, $r_{\alpha}^2 = 0,25$, $\mu = 14$.

Je weiter die Drehachse von dem Neutralpunkt entfernt liegt, desto weniger stark gekrümmt ergeben sich die Kurven.

Abbildung 6.7 zeigt den Einfluss des Schwerpunktparameters für zwei verschiedene Drehachslagen. Die grüne Kurve für die Drehachslage $x_{el} = 40\%$ ist bereits in Abbildung 6.5 vorhanden.



Abbildung 6.7: THEORIE: Einfluss des Schwerpunktparameters bei zwei verschiedenen Drehachslagen. $r_{\alpha}^2 = 0,25$, $\mu = 14$.

Für welche Schwerpunktparameter sich die jeweils geringere Flattergeschwindigkeit ergibt ist nicht eindeutig und hängt stark vom jeweiligen Frequenzverhältnis ab. Nahe der Frequenznachbarschaft ergeben sich für die kleineren Schwerpunktparameter die insgesamt geringsten Flattergeschwindigkeiten. Für die Kurve des Schwerpunktparameters $x_{\alpha} = 0$ bei $x_{el} = 50\%$ ergeben sich bei der Frequenznachbarschaft die größten Flattergeschwindigkeiten. Die berechneten Geschwindigkeiten nahe der Frequenznachbarschaft wurden sehr groß, so dass eine Polstelle in diesem Bereich anzunehmen ist. Abbildung 6.8 zeigt das Verhalten der Flattergeschwindigkeit bei einer Masseerhöhung um m=20g für zwei verschiedene Drehachslagen bei konstantem Frequenzverhältnis $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} = 0.75$ und einem Schwerpunktparameter von $x_{\alpha} = 0.1$.





$$r_{\alpha}^{2} = 0,25$$
, $\mu = 14$, $\frac{\omega_{h}}{\omega_{\alpha}} = 0,75$

Die Masseerhöhung führt zu einer Absenkung der Schlagfrequenz, wodurch die beiden Eigenfrequenzen weiter auseinander geschoben werden. Dadurch stellt sich ein anderes Frequenzverhältnis ein. Dem System muss nun mehr Energie durch die Anströmung zugeführt werden, damit durch die Frequenzannäherung der kritische Flatterfall erreicht wird. Eine Zunahme der Flattergeschwindigkeit ergibt sich unabhängig von den dargestellten Drehachslagen. Wie bereits festgestellt, ergeben sich die größeren Flattergeschwindigkeiten für die Drehachslage, die sich näher am Neutralpunkt x_N befindet. Zusammenfassend sind folgende Konfigurationen als kritisch hinsichtlich einer niedrigen Flattergeschwindigkeit identifiziert worden:

- geringe, positive Schwerpunktparameter x_{α} .
- Frequenznachbarschaft $\frac{\omega_h}{\omega_a} \approx 1$.
- Großer Abstand der Drehachse zum Neutralpunkt x_N .
- Geringe Massenparameter

So könnte bei der realen Flügelkonstruktion im Flugzeugbau eine Drehachslage nahe dem aerodynamischen Neutralpunkt bei möglichst großem Schwerpunktparameter angestrebt werden. Ein geringes Frequenzverhältnis kann durch gezielte Beeinflussung der Flügelsteifigkeiten im Entwurf berücksichtigt werden (hohe Torsionssteifigkeit).

Die Forderung nach großen Masseparametern widerspricht der Konstruktionsphilosophie des Leichtbaus, bei dem das spezifische Strukturgewicht möglichst gering gehalten werden sollte, was in der Flugzeugentwicklung mit entsprechenden Kompromissen verbunden ist.

Durch den Kraftstoffverbrauch kommt es zu einer Abnahme des Massenparameters während des Fluges, was zu geringeren Flattergeschwindigkeiten führen sollte. Der Kraftstoff sollte möglichst lange in den Flügeln verbleiben, um diesen Parameter während des Fluges nicht zu gering werden zu lassen. Zusätzlich steigt beim Sinkflug die Luftdichte, was den Parameter ebenfalls sinken lässt. Die Flugphase in großen Höhen bei vollen Flügeltanks ergibt also das größte Dichteverhältnis. Allerdings ergeben sich dort auch die größten Fluggeschwindigkeiten.

7 Experimentelle Ermittlung der Flattergeschwindigkeit

Die in Abbildung 6.4 definierten Versuchsreihen werden in diesem Kapitel experimentell nachgestellt um die dabei ermittelten Flattergeschwindigkeiten mit den berechneten Werten des Kapitels 6.3 zu vergleichen. Zusätzlich werden Berechnungen mit korrigierten Parametern sowie einem modifizierten Federsystem durchführt. Die Ergebnisse dienen zur Überprüfung ob sich eine Verbesserung im Vergleich zwischen Theorie und Praxis ergibt.

7.1 Versuchsaufbau- und Durchführung

Bei der Ermittlung der Flattergrenze im Windkanal wurde das Flügelmodell anstelle des BAN mit einer Ersatzmasse entsprechend den gewünschten Schwerachsposition (Tabelle 6.2) bestückt. Die Ersatzmasse stellten zwei Euro Cent Münzen und zwei Kugelbleigewichte dar, die mit Sekundenkleber zusammengeklebt wurden. Zur Befestigung am Profil diente Wachs. Die Zusatzmasse wurde in der jeweiligen Schwereachse positioniert. Abbildung 7.1 zeigt den Aufbau für eine Schwerachslage von $x_s = 45\%$ mit einer dort positionierten Zusatzmasse (um den Schwerpunktparameter bei Drehachslagenvariation konstant zu halten).

Zusatzmasse Ersatzmasse BAN

Abbildung 7.1: Massepositionierung am Flügelmodell (Beispiel)

Für jede Messreihe wurde die Nickfrequenz variiert. Die sich ergebenden Frequenzverhältnisse werden entsprechend der Tabelle 4.1 und der Tabelle 4.2 angenommen. Es war nicht möglich für alle Drehachslagen den gesamten Frequenzverhältnisbereich zu untersuchen, weil die Kunststoffschienen dafür zu kurz sind.

Um eine Anfachung bei konstanter Geschwindigkeit beobachten zu können, wurde nach langsamer, gleichmäßiger Erhöhung der Anströmgeschwindigkeit das Profil mit der Hand beruhigt und anschließend wieder losgelassen. Vor der Messung sollte dem System ca. 5 Sekunden Zeit gegeben werden, damit sich die Strömung homogenisieren kann und die träge Anzeige im Betz Manometer die annähernd konstante Geschwindigkeit anzeigen kann.

Bei manchen Konfigurationen ergab sich eine Anfachung nach einer Zeit von 45 Sekunden oder länger. Bei Vergrößerung der Geschwindigkeit wurde diese Zeit kleiner. Demnach ist die Bestimmung einer Flattergrenze äußerst schwierig und subjektiv. Für die Auswertung im Rahmen dieser Versuche wurde die maximale Zeit von 10 Sekunden gewählt, in der eine deutliche Anfachung sichtbar werden sollte, anderenfalls wurde die Anströmgeschwindigkeit erhöht und erneut beobachtet. Dabei wurden Amplituden sichtbar, die sich besonders bei relativ geringen Geschwindigkeiten wieder selbstständig abdämpften, bis schließlich eine Anfachung zu erkennen war²⁰. Bei weiterer Erhöhung der Anströmung nahmen die Amplituden stetig zu, bis die Bewegung mit der Hand unterbrochen werden musste (Flatterfall). Optisch war kurz vor der Flattergrenze eine Zunahme der Vertikalbewegung des Profils (Schlagfrequenz) zu erkennen.

7.2 Methode zur Abschätzung der Flattergeschwindigkeit

Für eine ausgewählte Konfiguration $x_{el} = 40\%$, $x_{\alpha} = 0,2$ bei einem Torsionsfederab-

stand a=20mm ($\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}}$ = 0,78 entsprechend Tabelle 4.1) soll eine Methode zur Ab-

schätzung der Flattergeschwindigkeit mit Hilfe der Zimmerman-Weissenburger-Methode vorgestellt werden. Diese wurde in einem Forschungsbericht im Rahmen eines aeroelastischen Modellprogramms der Deutsche Airbus GmbH für eine Abschätzung herangezogen [16].

²⁰ Der Grund für die kurzzeitig auftretenden Amplituden konnte nicht geklärt werden. Eventuell sind die mit angeströmten Federn in einem sensiblen Geschwindigkeitsbereich zu nicht erkennbaren Lateralschwingungen angeregt worden die sich in entsprechenden Profilbewegungen äußersten, die wiederrum die Aerodynamik beeinflussen. Da die Flattergeschwindigkeit noch nicht erreicht war, könnten sich diese wieder selbstständig abgedämpft haben.

Dazu werden gemessene Eigenfrequenzen bei Erhöhung der Anströmgeschwindigkeit bis möglichst kurz vor der Flattergrenze benötigt. Unter der Annahme, dass sich die Frequenzen mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit annähern, ist bei folgendem Zusammenhang der Flatterfall für F=0 definiert.

 $F = \pi \cdot (f_a^2 - f_h^2)$ (7.1) Die Messung der nötigen Eigenfrequenzen stellte sich in der Praxis als äußerst schwierig heraus, weil mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit die ebenfalls zunehmende Schlagdämpfung die Frequenzen grafisch überdeckt, so dass diese nur bis zu einer Geschwindigkeit von v=1,5mmWs eindeutig identifiziert werden konnten²¹.

Tabelle 7.1 zeigt die ermittelten bereits gegenseitig beeinflussten Frequenzwerte und die daraus berechneten Funktionswerte "F".

Tabelle 7.1: Frequenzmessungen für die Zimmerman-Weissenburger-Methode.

v [mmWs]	f_h [Hz]	f_a [Hz]	F [1/s²]	
0	10,750	16,500	492,248299	
0,5	11,000	16,375	462,255907	
1	11,000	15,875	411,597725	
1,5	11,125	15,500	365,946457	

Abbildung 7.2 zeigt das grafische Ergebnis im Vergleich mit der tatsächlich ermittelten Flattergeschwindigkeit im folgenden Kapitel 7.3. Die extrapolierte Funktionskurve wurde mit einem Polynom 2. Ordnung gebildet und ergibt einen Schnittpunkt bei $v_F = 3,95mmWs$. Der experimentelle Vergleichswert fällt mit $v_F = 2,51mmWs$ deutlich geringer aus. Allerdings wurde der Versuchsstand zwischen den Frequenz- und Flattergeschwindigkeitsmessungen umgebaut

²¹ Zur graphischen Veranschaulichung des Frequenz- und Dämpfungsverhaltens sind Ausdrucke dieser Frequenzmessung dem Anhang C beigefügt.



Abbildung 7.2: Abschätzung der Flattergeschwindigkeit nach der Zimmerman-Weissenburger-Methode für eine exemplarisch gewählte Konfiguration.

Das unterstellte Verhalten einer Frequenzannäherung konnte bei dem vorliegenden Teststand experimentell bestätigt werden. Die große Abweichung zu dem Versuchswert kann an den wenigen Messdaten und damit verbundenen Fehler der extrapolierten Kurve oder an der schlechten Reproduzierbarkeit hinsichtlich des Federsystemverhaltens liegen. Bei mehr Messdaten wäre ein stärkeres Abfallen der Kurve zu erwarten, weil die Nickfrequenz kurz vor der Flattergrenze stärker abfällt (Vgl.: Abbildung 2.4). Das würde zu geringer prognostizierten Werten führen, die sehr wahrscheinlich trotzdem über dem experimentellen Wert zu finden wären.

7.3 Praktische Durchführung der neu definierten Versuchsreihen

Die Versuchsergebnisse der in Abbildung 6.4 dargestellten Konfigurationen werden im Folgenden mit den theoretischen Ergebnissen aus Kapitel 6.3 verglichen. Abbildung 7.3 zeigt die experimentellen Flattergeschwindigkeiten mit den berechneten Werten grafisch im Vergleich.



Abbildung 7.3: VERSUCH: Flattergeschwindigkeit als Funktion der Drehachslage. $x_{\alpha} = 0.1$; $\mu = 14$.

Die Messergebnisse zeigen qualitativ eine gute Annäherung an die Theoriekurven. Für das größte Frequenzverhältnis wurde die geringste Flattergeschwindigkeit ermittelt. Insgesamt liegen alle Messwerte über den Theoriewerten. Die vertikalen Abstände zwischen den Kurven ergeben für die Versuchswerte bei kleineren Frequenzverhältnissen eine größere Abweichung. Das kann neben den erwähnten Ungenauigkeiten auch an dem als konstant angenommenen Trägheitsparameter liegen. Die Ursache für die unterschiedlichen Steigungen der Theorie- und Versuchskurven kann der zuvor festgestellte Frequenzsprung zwischen den abgebildeten Drehachslagen sein. Der plötzliche Anstieg der Nickfrequenz führt zu einem in der Realität geringeren Frequenzverhältnis bei der Drehachslage $x_{el} = 40\%$ als angenommen (Abbildung 7.4).



Abbildung 7.4: Unterschiedliche Frequenzverhältnisse durch den festgestellten Sprung der Nickfrequenz.

Abbildung 7.5 zeigt den Vergleich bei Variation des Frequenzbereichs für zwei verschiedene Drehachslagen. Die geringen Qualitätsunterschiede können in der für den jeweiligen Schwerpunktparameter nötigen Positionierung des BAN begründet sein. Um bei der Drehachslage $x_{el} = 40\%$ den Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0,1$ zu erreichen, muss sich der Schwerpunkt bei $x_s = 45\%$ befinden. Dafür ist der BAN bei der Position $x_{BAN} = 34,1\%$ fixiert worden. Da diese Position näher an dem Neutralpunkt liegt, kann eine größere Beeinflussung der Aerodynamik der Grund für die vergleichsweise noch größere Abweichung sein.



Abbildung 7.5: VERSUCH: Flattergeschwindigkeit als Funktion des Frequenzverhältnisses. $x_{\alpha} = 0,1$; $\mu = 14$.

Abbildung 7.6 zeigt den Vergleich zwischen Theorie und Praxis bei einer erhöhten Masse für zwei verschiedene Drehachslagen.



Abbildung 7.6: VERSUCH: Flattergeschwindigkeit als Funktion der Massenzunahme. $x_{\alpha} = 0,1$;

$$\mu = 14 \Longrightarrow 18,25, \frac{\omega_h}{\omega_a} = 0,75$$

Durch Auflegen der Zusatzmasse hat sich ein anderes Frequenzverhältnis ergeben. Für einen Vergleich der Flattergeschwindigkeiten bei Konfigurationen mit und ohne Zusatzmasse wurden gleiche Frequenzverhältnisse herangezogen. Diese haben sich mit der aufgelegten Zusatzmasse bei einem anderen Torsionsfederabstand ergeben als ohne Zusatzmasse (Tabelle 4.1, Tabelle 4.2). Die geringere Geschwindigkeitszunahme bei den Versuchsergebnissen wurde bereits in Kapitel 6.2 festgestellt.

Abbildung 7.7 zeigt die experimentellen Ergebnisse einer Schwerpunktvariation bei zwei unterschiedlichen Drehachslagen im Vergleich mit der Theorie.



Abbildung 7.7: VERSUCH: Variation des Schwerpunktparameters bei zwei verschiedenen Drehachslagen. $\mu = 14$

Unabhängig vom absoluten Wert des Schwerpunktparameters stellt sich bei beiden Frequenzverhältnissen für den jeweils größeren Parameter die geringere Geschwindigkeit ein. Die Versuchskurven ergeben sich qualitativ sehr ähnlich (Schwerpunktparameterunabhängig) und zeigen keine Tendenz den jeweiligen Theoriekurven zu folgen.

Für bessere Vergleiche muss unabhängig von der Federaufhängung sichergestellt sein, dass sich ein angenommener Schwerpunktparameter am Flügelmodell auch tatsächlich reproduzierbar einstellen lässt (Verifikation der Schwerachslagen entsprechend eines Schwerpunktparameters).
Abbildung 7.8 zeigt zusammengefasst alle durchgeführten Parametervarianten gemäß Abbildung 6.4 im Vergleich mit den berechneten Theoriekurven des Massenparameters $\mu = 14$ und einem konstantem Trägheitsmoment.



Abbildung 7.8: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Theoriewerten ohne Zusatzmasse

Die Ergebnisse mit einer in der jeweiligen Schwereachse platzierten Zusatzmasse sind in Abbildung 7.9 dargestellt.



Abbildung 7.9: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Theoriewerten mit Zusatzmasse

Die Ergebnisse der Messung mit Zusatzmasse zeigen sich gleichermaßen von den festgestellten Abweichungen beeinflusst. Die besten Ergebnisse ergeben sich für die Drehachslagen 40% und 45%.

Zusammenfassung der festgestellten Probleme:

Die zur Vergleichsrechnung herangezogenen Schwerpunkt- und Trägheitsparameter wurden in der Praxis nicht explizit verifiziert, was entsprechend zu anderen Ausgangssituationen führen kann. In der Regel wurden während der Versuche größere Werte gemessen als in der Theorie berechnet. Die Tatsache, dass sich bei $x_{el} = 50\%$ geringere Messwerte einstellten, kann auf einen ungewollt geringen positiven Schwerpunktparameter hindeuten ($x_{\alpha} > 0$). Für die größten Schwerpunktparameter bei $x_{el} = 30\%$ ergaben sich die größten Abweichungen, was in Verbindung mit der Verwindung des Federsystems ($\alpha \neq 0$) stehen kann. Bei dieser Lage hat die Änderung des Schwerpunktparameters kaum mehr eine Auswirkung auf die gemessene Flattergeschwindigkeit. Demnach sollte für Vergleichszwecke ein Schwerpunktparameter zeigen je nach Frequenzverhältnis große Steigungsänderungen, die wie festgestellt schwer erfassbar sein können. Größere Werte sind aufgrund des teststandbedingten Federverhaltens (Anstellwinkel, Verwindung) zu vermeiden.

Die Flatterrechnung mit einem konstanten Trägheitsparameter kann ebenfalls zu den Qualitätsunterschieden zwischen den Theorie- und Versuchskurven beigetragen haben.

Die vorliegenden Frequenzverhältnisse unterliegen beim Vergleich mit der Theorie ebenfalls der Annahme, dass sich bei jedem Versuchsaufbau und für jede Drehachslage die gemittelten Frequenzverhältnisse auch tatsächlich einstellen. Die Beeinflussung des Systemaufbaus durch den festgestellten Frequenzsprung führt zu weiteren Qualitätseinbußen (Abbildung 7.4).

Eine sich nicht eindeutig ergebende Drehachslage konnte durch unsymmetrisches dynamisches Verhalten der Torsionsfedern bemerkt werden. Abbildung 7.10 zeigt eine Momentaufnahme vor dem Flatterfall. Bei der Nickbewegung bewegt sich fast ausschließlich die in der Abbildung rechte Torsionsfeder. Demnach scheint die Drehachse eher in Richtung Profilhinterkante verschoben zu sein.



Abbildung 7.10: Momentaufnahme des angeströmten Profils kurz vor dem Flatterfall

Eine Beeinflussung der Geschwindigkeitsmessung über das Prandtl Rohr durch Veränderung des Strömungsfeldes (bewegtes Profil) konnte nicht festgestellt werden. Ein Entfernen des Profils bei einer gemessenen Geschwindigkeit im Betz-Manometer führte zu keiner Veränderung.

Eine schlagartige Anfachung konnte im Experiment nicht festgestellt werden. Lediglich ein Zusammenhang zwischen der Zeit in der sich die Amplituden vergrößern war erkennbar. Die während der Messungen herangezogene zeitliche Vorgabe bis zum Erreichen einer deutlichen Amplitudenvergrößerung war mit 10 Sekunden festgelegt. Wird dem System nach einer geringfügigen Geschwindigkeitserhöhung mehr Zeit gegeben um den Flatterfall auszulösen, sind niedrigere Geschwindigkeiten zu erwarten.

Des Weiteren könnten die im Berechnungsmodell getroffenen Idealisierungen (Potentialtheorie, ebene Strömung ohne Turbulenzen) einen Beitrag zu den festgestellten Abweichungen geliefert haben. Um diese zu quantisieren müssen erst die weiteren Störgrößen entsprechend erfassbar sein.

Die auf der Profiloberseite befindlichen Massen stören das Strömungsfeld in Anhängigkeit ihrer jeweiligen Position auf der Profiloberseite.

7.4 Flatterrechnung mit angepassten Rechenparametern

In Tabelle 7.2 sind neben der Winkelrichtgröße und den gemittelten Eigenfrequenzen auch die berechneten Trägheitsmomente (Formel (2.8)) dargestellt. Die getroffene Annahme besteht darin, dass ΔJ_{α} ausschließlich durch einen Steiner-Anteil durch die Torsionsfedermassenanteile bei Abstandsvergrößerung erzeugt wird ($x_{el} \approx x_s$). Folgende exemplarische Rechnung verdeutlicht das Vorgehen für den Abstand a=15mm.

$$J_{\alpha_{-}a=10mm} = \frac{k_{\alpha}}{4 \cdot \pi^{2} \cdot f_{\alpha}^{2}} = \frac{0,295 \frac{Nm}{rad}}{4 \cdot \pi^{2} \cdot 13,25Hz^{2}} = 4,2563 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^{2}$$
$$J_{\alpha_{-}a=15mm} = \frac{k_{\alpha}}{4 \cdot \pi^{2} \cdot f_{\alpha}^{2}} = \frac{0,334 \frac{Nm}{rad}}{4 \cdot \pi^{2} \cdot 13,75Hz^{2}} = 4,4749 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^{2}$$
$$\Delta J_{\alpha} = 2,19 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^{2}$$

Tabelle 7.2: Werteübersicht für die Berechnung der Steiner-Anteile aus den Torsionsfederabstand

						Delta J_Alpha	
а	K_a		_a [Hz]		J_Alpha	Steiner Anteil	
[mm]		[Nm/rad]	Messwert	f_h [Hz]	[Kgm^2]	[Kgm^2]	
1	.0	0,295	13,25	11,25	4,2563E-05		
1	.5	0,334	13,75	11,25	4,4749E-05	2,19E-06	
2	20	0,389	14,375	11,25	4,7684E-05	5,12E-06	
2	25	0,45	15,0625	11,25	5,0241E-05	7,68E-06	
3	0	0,545	15,825	11,25	5,5125E-05	1,26E-05	

Das Trägheitsmoment bei einem Abstand a=10mm ist am wenigsten durch die Torsionsfedermassenanteile beeinflusst und kann mit dem berechneten Wert der dünnen Platte und dem experimentell ermittelten Trägheitsmoment (Kapitel 3.3) verglichen werden.

Wie vermutet ergibt sich ein geringerer Wert.

$$\begin{split} J_{\alpha_{-}RÜCKRECHNUNG} &\leq J_{\alpha_{-}diinnePlate} \leq J_{\alpha_{-}Bifiliarpendel} \\ 4,256 \cdot 10^{-5} \, Kg \cdot m^{2} &\leq 5,65 \cdot 10^{-5} \, Kg \cdot m^{2} \leq 6,774 \cdot 10^{-5} \, Kg \cdot m^{2} \end{split}$$

In Abbildung 7.11 sind die prognostizierten (Vgl.: Abbildung 3.6) mit den aus den Messwerten bestimmten Steiner Anteilen gegenübergestellt. Die Tatsache, dass sich eine sehr gute Annäherung an die Prognose ergibt, ist eher als Zufall zu werten. Die

Linearisierung der Steifigkeiten und die gemittelten Frequenzwerte beinhalten bereits einen Fehler. Das qualitative Verhalten ist jedoch gut wiederzuerkennen.



Abbildung 7.11: Vergleich des prognostizierten mit dem experimentell ermittelten Steiner-Anteil

Das gesamte Trägheitsmoment setzt sich aus den Eigenanteilen, den Anteilen des Torsionsfederabstands, einem Anteil des statischen Moments das sich aufgrund eines Abstands der Drehachse zur Schwereachse ergibt und einem Anteil aus der platzierten Ersatzmasse zum Erreichen der gewünschten Schwerachslage zusammen.

Abbildung 7.12 verdeutlicht die konfigurationsbedingten, beteiligten Trägheitsmomentanteile.



Abbildung 7.12: Darstellung der konfigurationsbedingten Trägheitsmomentanteile (Draufsicht).

In Abbildung 7.12 führt der Abstand A zu einem Trägheitsmomentanteil durch das statische Moment. Der Abstand B entspricht den in Abbildung 7.11 dargestellten Anteilen durch den Abstand der Torsionsfedern zur Drehachse. Der Anteil aus dem Abstand C ergibt sich durch die jeweils geforderte Position der Ersatzmasse zum Erreichen einer bestimmten Schwerachslage und dem Abstand zur Drehachse.

Die Anteile A und B sind in Abbildung 7.13 zusammengefasst dargestellt. Die rot gekennzeichneten Positionen entsprechen den durchgeführten Versuchsreihen (Vgl. Abbildung 6.4)²².



Abbildung 7.13: Darstellung der Steiner-Anteile als Funktion des Schwerpunktparameters für verschiedene Torsionsfederabstände. $\mu = 14$.

Exemplarisch ist im Folgenden die Berechnung des Trägheitsmoments für die Konfiguration $x_{el} = 45\%$, $x_{\alpha} = 0,1$, $\frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} = 0,78(\rightarrow a = 20mm)$ mit dem Massenparameter $\mu = 14$ dargestellt.

Die Anteile A und B sind der Wertetabelle (Anhang D) entnommen und ergeben sich zu:

²² Die eine Wertetabelle der Trägheitsmomentanteile ist im Anhang D und auf beiliegender CD in der Excel-Tabelle *"Abschaetzung J_Alpha"* zu finden.

 $J_{\alpha_{-}A,B} = 4,81 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^2$

Der Anteil C aus der Position der Ersatzmasse ergibt sich aus einem Steiner-Anteil zu (Vgl. Tabelle 6.2):

$$J_{\alpha_{-}C} = 0,0057 Kg \cdot (93,6mm - 48,6mm)^2 = 1,346 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^2$$

In der Summe ergibt sich bei dieser Konfiguration ein angepasstes Trägheitsmoment (Der Eigenanteil des BAN ist vernachlässigt).

$$J_{\alpha} = (4,81+1,346) \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^2 = 6,16 \cdot 10^{-5} Kg \cdot m^2$$

Um Einschätzen zu können, ob ein individuell für jede Konfiguration angepassten Trägheitsparameter zu einer besseren Annäherung führt, sind die gesamten Variationen mit entsprechend modifizierten Trägheitsparametern berechnet worden.



Abbildung 7.14 zeigt die Berechnungsergebnisse mit angepassten Trägheitsmomentim Vergleich mit den Versuchsergebnissen aus Abbildung 7.8 ohne Anpassung.

Abbildung 7.14: angepasste Flatterrechnung durch individuelle Trägheitsmomente im Vergleich mit den Versuchsergebnissen

Tendenziell ist eine verbesserte Kurvenqualität für die meisten Drehachslagen festzustellen. Um die Qualitätssteigerung durch das angepasste Trägheitsmoment bewerten zu können, müssen erst die anderen, besser messbaren Parameter entsprechend ihrem Fehler erfasst worden sein.

Eine weitere Anpassung ist durch eine Rückrechnung auf eine Masse durch die gemessene Eigenfrequenz der Schlagbewegung und der dazugehörigen Steifigkeit möglich. Daraus ergibt sich mit (2.6) eine angepasste schwingende Masse.

$$m_{schwingendeMasse} = \frac{k_h}{4 \cdot \pi \cdot f_h^2} = \frac{408.3 \frac{N}{m}}{4 \cdot \pi \cdot 11.25 Hz^2} = 81.7g$$

Das ergibt den Massenparameter.

$$\mu = \frac{m_{schwingendMasse}}{\rho \cdot \pi \cdot l^2 \cdot b} = \frac{0,0817 Kg}{1,225 \frac{Kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (0,05m)^2 \cdot 0,5m} = 16,99$$

Die folgenden Diagramme der Flatterrechnungsergebnisse beinhalten neben dem angepassten Massenparameter auch die angepassten Trägheitsparameter (Abbildung 7.15).



Abbildung 7.15: Angepasste Flatterrechnung durch individuelle Trägheitsmomente und angepassten Massenparameter

Die weitere Anpassung durch den Masseparameter ergab keine tendenzielle Verbesserung. Die Optimierung hinsichtlich besserer Übereinstimmungen von Theorie und Praxis sollte vorrangig bei der Testeinrichtung gesucht werden, um ggf. mit einem angepassten Trägheitsmoment geringe Korrekturen vorzunehmen.

7.5 Modifiziertes Federsystem ohne Schlagfedern

Um festzustellen, ob eine verminderte Beeinflussung der Federn zu einem verbesserten Systemverhalten führt, wurden die Schlagfedern versuchsweise entfernt (modifiziertes System). Um gleichzeitig den festgestellten Steiner Anteil durch die Abstandsvergrößerung der Torsionsfedern zu verringern, soll der Abstand an den Kunststoffschienen des Profils konstant gehalten werden. Um die Steifigkeitserhöhung anderweitig umzusetzen, wurden die Torsionsfedern nur an der Lochschiene des Teststands variiert, so dass sich ein entsprechendes Trapez ergibt. Das führt zu weniger Federmassenbewegungen bei einer Nickbewegung. Die trapezförmige Anordnung in Verbindung mit den erhöhten Federkräften sollte dem System mehr Stabilität in Anströmrichtung verleihen.

In Abbildung 7.16 ist der prinzipielle Aufbau des modifizierten Systems ohne Schlagfedern in der Draufsicht dargestellt.



Abbildung 7.16: Prinzipieller Versuchsaufbau ohne Schlagfedern mit trapezförmiger Anordnung der Torsionsfedern

Um eine mit dem ursprünglichen System vergleichbare Konfiguration bezüglich des Frequenzverhältnisbereichs zu finden, wurden Eigenfrequenzen für verschiedene Varianten des Abstands a und dem Lochabstand *av* gemessen. Die Achspositionen für diese Messungen betrugen wie auch bei der Messung des ursprünglichen Systems, $x_{el} = 50\%$ und $x_s = 49\%$.

Die Messergebnisse sind in Tabelle 7.3 dargestellt.

	Federabsta	and zur Drehachse			
		Testand			
	а	Lochschiene			
Nr.	[mm]	[mm]	fh [Hz]	fa [Hz]	fh/fa [-]
1	15	15	10	5,5	1,82
2	15	35	10	8,5	1,18
3	15	45	10	9,5	1,05
4	20	45	10	11	0,91
5	20	50	10	12	0,83
6	20	60	10	13	0,77
6A	20	65	10	13,5	0,74
6B	20	70	10	14,125	0,71
6C	20	75	10	15,125	0,66
9	20	65	10	13,5	0,74
7	35	60	10	16	0,63
8	35	65	10	17	0,59

Tabelle 7.3: Übersicht der Eigenfrequenzmessungen für das modifizierte System ohne Schlagfedern

Mit den dargestellten Variationsmöglichkeiten lässt sich im Vergleich zur parallelen Federanordnung ein relativ großer Frequenzverhältnisbereich realisieren.

Für weitere Untersuchungen wurden exemplarisch die Versuchsreihen Nr.6 gewählt. Ausschließlich für diese Versuchsreihen wurden zusätzlich die jeweilige Winkelrichtgröße zur Berechnung von J_{α} experimentell ermittelt (Tabelle 7.4).

Tabelle 7.4: Werteübersicht für die Berechnung der Steiner-Anteile des modifizierten Systems ohne Schlagfedern

Aluschiene	K_a	f_a [Hz]		J_Alpha	Steiner Anteil
[mm]	[Nm/rad]	Messwert	f_h [Hz]	[Kgm^2]	[Kgm^2]
60	0,37	13	10	5,5457E-05	
65	0,43	13,5	10	5,9764E-05	4,31E-06
70	0,49	14,125	10	6,221E-05	6,75E-06
75	0,58	15,125	10	6,4221E-05	8,76E-06

Absolut ergeben sich größere Trägheitsmomente als im ursprünglichen System (Tabelle 7.2).

Die Zunahme des Trägheitsmoments durch den Steiner-Anteil fällt allerdings geringer aus bei dem modifizierten System. Abbildung 7.17 zeigt den zurückberechneten Anstieg von J_{α} im Vergleich mit dem des ursprünglichen Systems.



Steiner Anteil_Federmassen_exp. — Steiner Anteil_NUR Torsionsfedern_exp.

Abbildung 7.17: Vergleich der Steiner-Anteile des ursprünglichen- und modifizierten Systems.

Eine Änderung der Federrate im modifizierten System bewirkt eine geringere Beeinflussung des Trägheitsmoments als im ursprünglichen System.

Für die Rückrechnung auf die schwingende Masse mit der Formel der Schlagfrequenz wurde eine gemessene Schlagsteifigkeit von $k_h = 269,3 \frac{N}{m}$ herangezogen. Die zurückberechnete Masse zeigt eine sehr gute Näherung an die tatsächliche Masse, was grundsätzlich als positiv zu vermerken ist. Die Abweichung beträgt

$$\left(\frac{68,2g}{67,8g} - 1\right) \cdot 100\% = 0,59\%$$

Für das ursprüngliche Federsystem ergab sich im Vergleich folgende Abweichung:

$$\left(\frac{81,7g}{67,8g} - 1\right) \cdot 100\% = 20,5\%$$

Ob sich durch die festgestellten Verbesserungen ein Vorteil für das Flatterverhaltens ergibt, soll exemplarisch an einer ausgewählten Drehachslage $x_{el} = 40\%$ für zwei Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0,1$ und $x_{\alpha} = 0,2$ überprüft werden. Abbildung 7.18 zeigt die experimentell ermittelten Flattergeschwindigkeiten für diese Konfigurationen.



Abbildung 7.18: Vergleich der Flattergeschwindigkeiten im modifizierten System. $r_{\alpha}^2 = 0.25$, $\mu = 14$

Der Schwerpunktparameter $x_{\alpha} = 0.2$ zeigt eine verbesserte Annäherung an die berechneten Geschwindigkeiten. Ein Grund für die große Abweichung für den geringeren Schwerpunktparameter kann die erwähnte ungünstige Position des BAN bei $x_{BAN} = 34.1\%$ nahe dem Neutralpunkt sein.

Trotz der geringeren Beeinflussung der mitschwingenden Federmassen ist keine deutliche Verbesserung hinsichtlich der ermittelbaren Flattergrenzen zu erkennen. Das führt zu der Annahme, dass die Abweichungen zwischen Theorie und Praxis weniger durch die Federkinematik hervorgerufen zu sein scheinen, als durch den Messaufbau, sowie der optischen Ermittlung der Flattergrenze.

8 Konzept für einen optimierten Teststand

Auf Basis der im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse bezüglich der Abweichungen zwischen Theorie und Praxis, werden in diesem Kapitel Ideen hinsichtlich einer optimierten Testumgebung vorgestellt. Einzelne Bereiche werden dabei unabhängig voneinander in ihrem Optimierungspotential untersucht.

8.1 Zielsetzung und Optimierungsbereiche

Ziel der Optimierung ist eine bessere Vorhersagbarkeit der Flattergeschwindigkeit bei den experimentellen Versuchen und einer besseren Annäherung an das vorliegende Rechenmodell. Es soll bei einem Vergleich eine klare Tendenz zu erkennen sein. Das heißt, dass festgestellte Abweichungen eindeutig einer Störquelle zugeordnet werden können. Dies erfordert ein genau vorhersagbares Verhalten der Federaufhängung sowie verifizierte, reproduzierbare Schwerachslagen. Ein ebenso wichtiger Aspekt hinsichtlich vergleichbarer Ergebnisse ist die objektive Ermittlung der Flattergrenze.

Ein Konzept für einen optimierten Flatterversuchsstand lässt sich in mehrere Bereiche unterteilen die unabhängig voneinander in ihrem Optimierungspotenzial beschrieben werden können.

- Das Flügelmodell
 - Variation von verifizierten Flügelparametern bei guter Reproduzierbarkeit.
 - Berücksichtigung der Randwirbeleffekte an den Profilenden des Flügels (dreidimensionale Versuchsumgebung).
 - Optimierte Positionierungsmöglichkeiten von Massen und Messmitteln.
- Kombinierte Schlag- und Drehfeder
 - Ermittlung von geeigneten Federelementen f
 ür besseres Systemverhalten hinsichtlich schwach ged
 ämpfter Teilschwingungen.
 - Auslegungskonzept einer Drehfeder.
 - Auslegungskonzept einer Schlagfeder.
 - o Schnittstelle der Dreh- und Schlagfedersysteme

- Messtechnik
 - o Reproduzierbare Ermittlung des Systemverhaltens
 - Objektive Ermittlung der Flattergrenze durch andere Signalauswertung.
- Modifikation der Berechnungstabelle
 - Erhöhung der Genauigkeit der Theodorsen-Funktionswerte
 - o Geringe Darstellungsintervalle der reduzierten Frequenzen

8.2 Das Flügelmodell

Um die Einflüsse der Profilmasse m, der Schwerachslage x_s , der Drehachslage x_{el} besser untersuchen zu können, sollten diese unabhängig voneinander variierbar sein. Das Flügelmodell muss einem starren Körper mit großer Steifigkeit entsprechen, weil die Steifigkeiten ausschließlich durch die elastischen Freiheitsgrade simuliert werden.

Folgende Probleme konnten im Rahmen dieser Arbeit verzeichnet werden.

Problem:

Zusätzliche Massen oder Messmittel auf der Profiloberseite stören die Profilumströmung. Je nach Konfiguration ist dieser Einfluss unterschiedlich stark ausgeprägt.

Optimierungsansatz:

Eine Möglichkeit ist, die Messmittel und Zusatzmassen innerhalb des Profils oder seitlich zu verstauen. Bei beiden Möglichkeiten ist die Beeinflussung der Profilumströmung unterbunden. Aus praktischen Gründen ist die letztere Variante zu bevorzugen.

• Problem:

Der Auftriebsgradient des Flügels ($\frac{dC_a}{d\alpha}$) ist kleiner als der eines unendlich langen

Profils ($\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$), welcher entsprechend der Potentialtheorie angenommen wird.

Optimierungsansatz:

Die Potentialtheorie beschreibt einen Auftriebsgradienten von $\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$ für ein dünnes symmetrisches Profil. Für den endlichen Flügel ergibt sich durch die Randwirbeleffekte eine Verringerung des Auftriebsgradienten, was bei einer Anströmgeschwindigkeit zu geringeren Luftkräften führt, als bei einem Profil. Durch das Anbringen von Endscheiben an die Flügelenden kann diesem Effekt möglicherweise entgegengewirkt werden.

Problem:

Das unlackierte Profil besitzt eine raue Oberfläche. Die Maserung der Profilbeplankung verläuft entlang der Profilbreite (senkrecht zur Anströmrichtung) und kann stolperdrahtähnliche Effekte auf die Grenzschichtentwicklung haben.

Optimierungsansatz:

Ein lackiertes Profil führt zu einer Verbesserung der Aerodynamik und kann bereits beim vorhandenen Modell umgesetzt werden. Durch anschließende Vergleiche der Versuchsergebnisse mit den in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnissen kann der Effekt einer glatteren Oberfläche direkt bewertet werden. Dadurch kann für ein neues Flügelmodell der Nutzen abgeschätzt werden.

Problem:

Eine Massenerhöhung führt zwangsläufig zu einer Änderung des Trägheitsmoments.

Optimierungsansatz:

Wird die Masse in der Drehachse platziert, ergibt sich die geringste Beeinflussung. Ein im Vergleich zum Trägheitsmoment der Zusatzmasse großes Trägheitsmoment des Profils verringert die relative Zunahme des Gesamtträgheitsmoments, so dass der entstehende Fehler geringer wird.

Problem:

Bei der derzeitigen schwebenden Aufhängung des Profils scheint die Drehachslage nicht eindeutig definiert zu sein. So kann sich ein statisch produzierter Schwerpunktparameter im dynamischen Schwingvorgang möglicherweise anders ergeben.

Optimierungsansatz:

Als definierte Drehachse kann z.B. eine Achse dienen, die innerhalb der Profilsehe stufenlos parallel zur Profilvorderkante verstellt und fixiert werden kann. Die Achse müsste entsprechen Torsions- und Biegesteif sein, damit die am Profil wirkenden Belastungen verlustfrei in die Schwingelemente (z.B. Federn) geleitet werden können. Um das gesamte Systemverhalten nicht unnötig zu stören, sollte die Achse zudem sehr dünn und leicht sein. Entsprechende Hohlprofile aus Faserverbundmaterialien (Kohlenstofffaserverbünde) besitzen eine hohe spezifische Steifigkeit. Die Anwendbarkeit gilt es falls erforderlich zu prüfen.

Problem:

Die Reproduzierbarkeit von genauen Schwerachslagen ist durch Positionierungsungenauigkeiten gestört. Die sich bei den Konfigurationen tatsächlich ergebenden Schwerachslagen wurden nicht experimentell überprüft, sondern nur aus den gewogenen Teilmassen und den gemessenen Profilpositionen berechnet. Es wurde angenommen, dass sich die berechneten Schwerachslagen auch in der Realität ergeben.

Optimierungsansatz:

Um durch Versetzen von Massestücken eine theoretisch berechnete Schwerachslage zu erreichen, ist ein genauer Wert über den Ausgangsschwerpunkt des Profils nötig, sowie genau reproduzierbare Positionen für die zu platzierende Masse. Demnach sollten entsprechende Positionierungshilfen entwickelt werden. Eine anschließende Verifizierung der prognostizierten Schwerachslage bräuchte nur einmalig durchgeführt werden. Des Weiteren sind Messverfahren zu prüfen, mit denen die eingestellten Schwerpunktparameter auch verifiziert werden können. Mit der Profilachse können Pendelversuche genauer durchgeführt werden als derzeitig durch Auflegen der Kunststoffschienen auf gelagerte Endmaße. Abbildung 8.1 zeigt eine prinzipielle Darstellung eines gemäß den angesprochenen Punkten modifizierten Flügelmodells.



Abbildung 8.1: Modifiziertes Flügelkonzept. Die Endscheibe ist exemplarisch nur für eine Profilseite dargestellt.

Die verschiebbaren Massestücke und damit einstellbare Schwerpunkt- und Trägheitsparameter können durch eine entsprechende Länge der Auslegerarme in einem großen Bereich variiert werden (unter Berücksichtigung der Steifigkeit). So kann durch gleichmäßige Erhöhung der Massestücke eine Erhöhung des Massenparameters erzielt werden und durch den Abstand zur Drehachse kann die Schwereachse gezielt eingestellt werden. Zusätzlich kann eine Abschirmung zwischen Profil/Endscheibe und den Auslegerarmen mit einer großen Bohrung für die frei bewegliche Achse montiert werden (in der Abbildung nicht dargestellt). Dadurch wären die elastischen Elemente sowie die Messeinrichtung und die Pendelmassen vor der Anströmung geschützt. Ein ausreichender Abstand zwischen Endscheibe und Schutzwand ist einzuhalten, um die Beeinflussung der Profilumströmung durch die entstehenden Grenzschichteffekte zu verringern.

8.3 Kombinierte Dreh- und Schlagfeder

8.3.1 Beispiel zur Belastungsermittlung

Für die Dimensionierung eines Schwingsystems ist die Kenntnis über die maximal zu erwartenden Belastungen erforderlich, die sich aus den stationären und instationären Anteilen superponieren. Die instationären Belastungsanteile sind wie folgt definiert [3]:

$$A(t) = \pi \cdot \rho_{\infty} \cdot \Omega_i^2 \cdot l^3 [k_{\alpha} \cdot \frac{h_0}{l} + (k_b - \varepsilon \cdot k_a) \cdot \alpha_0] \cdot b$$
[N] (8.1)

$$M(t) = \pi \cdot \rho_{\infty} \cdot \Omega_{i}^{2} \cdot l^{4} \left[(m_{a} + \varepsilon \cdot k_{a}) \frac{h_{0}}{l} + [m_{b} + \varepsilon \cdot (k_{b} - m_{a}) - \varepsilon^{2} \cdot k_{a}] \cdot \alpha_{0} \right] \cdot b$$
 [Nm] (8.2)

m_a, m_b, k_a, k_b	:= komplexe, instationäre Luftkraftbeiwerte
Ω_i	:=aerodynamischeReaktionsfrequenzen
h_0, α_0	:= Schlag- und Nickamplitude bezogen auf die Drehachse
ε	:= dimensionstoser Abstand der Drehachsezur $\frac{1}{4}$ – Linie der Profiltiefe

Für folgende Rechnung sind die absoluten Werte der Amplituden des Neutralpunkts wie folgt festgelegt worden (exemplarisch, Vgl.: [4]).

$$[h]_{x0} = \pm 8mm$$
$$[\alpha]_{x0} = \pm 2^{\circ}$$

Die Nickamplitude ergibt sich unabhängig von der Drehachslage. Für die Schlagamplitude gilt folgender Zusammenhang.

$$[\alpha]_{x_0} = \alpha_0 \quad [rad]$$
$$[h]_{x_0} = h_0 - l \cdot (\frac{1}{2} + \varepsilon)\alpha_0$$

Durch umstellen ergibt sich die Amplitude der Schlagbewegung in der Drehachse zu:

$$\mathbf{h}_0 = [h]_{x_0} + l \cdot (\frac{1}{2} + \varepsilon) \alpha_0$$

Für jede Zeile ω^* der Tabelle des Berechnungstools können nun ein instationärer Auftriebs- und ein Drehmomentanteil für die Schlag- und Nickbewegung abgelesen werden. Aus dem Zusammenhang der Formel (2.4) und der maximal gewünschten Anströmgeschwindigkeit sowie den gewünschten Eigenfrequenzen wird eine obere und untere Grenze für die reduzierte Frequenz bestimmt. Die maximalen Belastungen ergeben sich in der Regel für die größeren Anströmgeschwindigkeiten bzw. den geringeren reduzierten Frequenzen. Folgendes Rechenbeispiel ist mit frei gewählten Eigenfrequenzen von $f_h = 10Hz$, $f_{\alpha} = 20Hz$ dargestellt.

Vorgabegeschwindigkeit:

$$v_{\infty_{max}} = 20 \frac{m}{s}$$

halbeProfiltiefe:
 $l = 0,05m$
Vorgabeschlagfrequenz:
 $\omega_{h} = 2\pi \cdot 10Hz = 62,8\frac{1}{s}$
Vorgabenickfrequenz:
 $\omega_{h} = 2\pi \cdot 20Hz = 125,7\frac{1}{s}$

Daraus ergeben sich folgende Grenzen:

$$\omega_1^* = \frac{62.8 \frac{1}{s} \cdot 0.05m}{20 \frac{m}{s}} = 0.157, \quad \omega_2^* = \frac{125.7 \frac{1}{s} \cdot 0.05m}{20 \frac{m}{s}} = 0.314$$

127

Tabelle 8.1 zeigt die Belastungsanteile für den erfassten Bereich der reduzierten Frequenzen die für eine Schwerachslage von $x_s = 48,7\%$ und eine Drehachslage von $x_{el} = 100\%$ (Profilhinterkante) berechnet wurden (Größtmöglicher Abstand zwischen der im Neutralpunkt wirkenden Auftriebskraft und der Drehachse). Der Bereich der berechneten Grenzen ist grau hinterlegt. Die Maximalwerte für A(t) und M(t) ergeben sich für die Nickbewegung bei der unteren Grenze der reduzierten Frequenzen²³.

²³ Die Berechnung der instationären Belastungsanteile ist auf beiliegender CD-ROM in der Excel-Tabelle *"instationäre_Belastungen"* zu finden. Dabei wurde das Berechnungstool durch entsprechende Spalten erweitert.

	Schlags	chwinauna	Nickschwingung		maximale instationäre Belastungen	
	gr	M alpha um el				
Omega		Achse [Nm]	A is [N]	Achse [Nm]	[N]	[Nm]
0.00	#DIV/01	#DIV/0	#DIV/01	#DIV/0	#DIV/0	#DIV/01
0,00	20953 73	1570.49	33112.25	2481 78	33112 25	2481 78
0,00	857.64	64 12	1355 29	101 33	1355 29	101 33
0,01	222.85	16.62	352 15	26.26	352 15	26.26
0,02	60.77	10,02	06.04	20,20	06.04	20,20
0,04	00,77	4,01	90,04	7,13	90,04	7,13
0,00	29,47	2,18	40,57	3,45	40,07	3,40
0,08	17,99	1,33	28,44	2,10	28,44	2,10
0,10	12,42	0,92	19,62	1,45	19,62	1,45
0,12	9,23	0,68	14,59	1,08	14,59	1,08
0,14	7,22	0,53	11,40	0,84	11,40	0,84
0,16	5,84	0,43	9,23	0,68	9,23	0,68
0,18	4,86	0,36	7,68	0,57	7,68	0,57
0,20	4,12	0,31	6,51	0,48	6,51	0,48
0,30	2,18	0,16	3,44	0,26	3,44	0,26
0,40	1,36	0,11	2,16	0,17	2,16	0,17
0,50	0,93	0,07	1,47	0,12	1,47	0,12
0,60	0,66	0,05	1,05	0,09	1,05	0,09
0,70	0,49	0,04	0,77	0,07	0,77	0,07
0,80	0,36	0,03	0,57	0,05	0,57	0,05
0,90	0.27	0.03	0,42	0.04	0,42	0.04
1,00	0.19	0.02	0.31	0.03	0,31	0.03

Tabelle 8.1: Ermittlung der instationären Belastungsanteile.

Im Folgenden soll exemplarisch die Berechnung des stationären Auftriebs für das vorliegende Modell aufgezeigt werden. Der maximale Auftriebsbeiwert des Profils [10] für eine gering gewählte Reynoldszahl Re = $0.7 \cdot 10^{-6}$ ist für das Profil NACA-0012 wie folgt festgelegt²⁴.

$c_{a_{-}\max} = 1,06$

Für einen beliebigen Flügelgrundriss ist der Auftriebsgradient nach der *Prandtlschen-Traglinientheorie* (für $\Lambda > 4$) wie folgt definiert [12].

$$\frac{dC_a}{d\alpha} = \frac{\frac{dc_a}{d\alpha}}{1 + \frac{dc_a}{\pi + \Lambda}(1 + \tau)} = \frac{2\pi}{1 + \frac{2}{\Lambda}(1 + \tau)}$$
(8.3)

Dabei beschreibt τ den Unterschied zu der elliptischen Flügelform. Dieser liegt für gewöhnlich zwischen 0,05 und 0,25. Im Rechenbeispiel wird $\tau = 0,05$ mit festgelegt.

²⁴ Das Datenblatt ist dem Anhang A beigefügt.

Die Streckung eines Flügels ist wie folgt definiert.

$$\Lambda = \frac{b^2}{S} \tag{8.4}$$

Mit den Abmaßen des vorhandenen Rechteckflügels ergibt sich diese zu:

$$\Lambda = \frac{b^2}{S} = \frac{(0,5m)^2}{0,1m \cdot 0,5m} = 5$$

So berechnet sich der Auftriebsgradient des Flügels mit Formel (8.3) zu:

$$\frac{dC_a}{d\alpha} = \frac{2\pi}{1 + \frac{2}{\Lambda}(1 + \tau)} = \frac{4,43}{rad}$$

Für eine angenommene maximale Nickamplitude von angenommenen $\alpha = 2^{\circ}$ ergibt sich der Auftriebsbeiwert des Flügels zu:

$$C_a = \frac{dC_a}{d\alpha} \cdot \alpha = \frac{4,43}{rad} \cdot 2^\circ \frac{\pi}{180^\circ} = 0,155$$

Der Auftriebsbeiwert des Flügels ist wie folgt definiert:

$$C_a = \frac{A}{\frac{\rho}{2} v_{\infty}^2 \cdot b \cdot c}$$
(8.5)

Nach Umstellen der Gleichung kann der maximale, stationär zu erwartende Auftrieb für die festgelegte maximale Anströmgeschwindigkeit $v_{\infty} = 20 \frac{m}{s}$ berechnete werden.

$$A_{station\ddot{a}r} = C_a \cdot \frac{\rho}{2} v_{\infty}^2 \cdot b \cdot c = 1,89N$$

Das maximal zu erwartende stationäre Nickmoment kann aus dem maximal möglichen Abstand zwischen dem in der 25% -Linie des Profils wirkenden Auftriebsvektor und der Drehachse berechnet werden. Der größte Abstand ergibt sich für eine Drehachslage an der Hinterkante und führt zu dem Drehmoment.

$$M_{station{\ddot{a}}r} = 1,89N \cdot 0,075m = 0,142Nm$$

Die superponierten Belastungsanteile ergeben sich wie folgt:

$$A_{Gesamt} = A_{instation\ddot{a}} + A_{station\ddot{a}r} = 11,4N + 1,89N = 13,3N$$

 $M_{Gesamt} = M_{instation\ddot{a}} + M_{station\ddot{a}r} = 0,84Nm + 0,142Nm = 0,982Nm$

8.3.2 Wahl der elastischen Elemente

Durch die Forderung nach harmonischen Schwingungen als Grenze der Flatterstabilität sind Federelemente für diese Anwendung grundsätzlich geeignet [3]. Unterschiede ergeben sich hinsichtlich des linearen Verhaltens und den Energieverlusten durch Reibung oder der Federbewegung selbst.

Folgende Forderungen werden an die Federelemente gestellt:

- Lineares Verhalten innerhalb eines zu erwartenden Amplitudenbereichs.
- Geringe innere Dämpfung für geringe Reibungsverluste.
- Eine gute Werkstoffausnutzung bedeutet eine gewichtsoptimale Auslegung eines kombinierten Federverbundes. Das ist hinsichtlich einer Beeinflussung des dynamischen Teststandverhaltens vorteilhaft (Rückrechnung der Masse).
- Gute Kombinationsmöglichkeiten aus einzelnen Federelementen.

Die geringsten dissipativen Verluste bei guten linearen Verhalten innerhalb eins großen Amplitudenbereichs besitzen Blattfedern, die auch noch hinsichtlich ihrer Form (Rechteck, Trapez, Parabelfeder) optimiert werden können, so dass eine gute Werkstoffausnutzung vorliegt. Blattfedern können auf Torsion oder Biegung beansprucht werden. Durch Kombination können einzelne Federsysteme für eine Schlag- bzw. Nickbewegung entwickelt werden.

Ein weiterer Vorteil von Blattfedern kann sich durch die unterschiedlichen Flächenträgheitsmomente ergeben. Entsprechend der Hauptachsen ergeben sich eine sehr große und eine sehr geringe Biegesteifigkeit. Diese Tatsache kann bei einem Federverbund gezielt genutzt werden, um gewünschte und ungewünschte Freiheitsgrade zu realisieren.

8.3.3 Freiheitsgrad der Rotation

Im folgenden Abschnitt werden die Anforderungen an eine Drehfeder definiert. Zusätzlich werden Möglichkeiten zur Umsetzung vorgestellt und bewertet.

Die Anforderungen an eine Drehfeder sind:

- Die ungehinderte Ausführbarkeit einer Rotation um die Y-Achse.
- Eine veränderbare Federrate.
- Eine Unterdrückung von anderen Freiheitsgraden, ohne das Systemverhalten negativ zu beeinflussen
- Eine Schnittstelle zur Schlagfeder und zum Profil.
- Schneller Umbau.
- Ein mechanischer Überlastungsschutz.

Auf Basis von Blattfederelementen gibt es bereits einige Entwürfe die entsprechend der Anforderungen bewertet wurden. Abbildung 8.2 zeigt eine kombinierte Dreh- und Schlagfeder einer derzeit nicht verwendeten Testeinrichtung der HAW-Hamburg. Die Drehfeder besteht dabei aus zwei auf Verdrillung beanspruchten Blattfederstreifen, die kreuzförmig im Verbund einer Drehfeder entsprechen²⁵. Diese Testvorrichtung wurde für größere Geschwindigkeiten ausgelegt und ist für eine Veranschaulichung des Flatterns weniger gut geeignet. Ferner handelt es sich bei dem Profil um ein unsymmetrisches Profil, welches noch weniger der in der Flatterrechnung unterstellten Potentialtheorie auf Basis einer dünnen Platte entspricht.



Abbildung 8.2: kombinierte Schlag- und Torsionsfeder aus Blattfederelementen.

²⁵ Dieser Teststand wurde im Rahmen einer früheren Diplomarbeit entworfen und von den Mitarbeitern des Aerodynamiklabors gefertigt.

Bei einer Inspektion des Modells wurde ein nicht unerhebliches Spiel innerhalb der Kreuzfeder festgestellt, was voraussichtlich durch eine entsprechende Wartung behoben werden könnte. Die gewählte Lagerung der Drehachse führt zu unerwünschten Reibungseffekten. Die Variation der Federraten kann in Stufen durch Austauschen der Federstreifen erfolgen, die in ihrer Länge oder Stärke entsprechend angepasst sind. Nach Rücksprache mit dem Laborassistenten Herrn Tanger, stellte sich in der Vergangenheit die Anregung der Eigenfrequenzen (insbesondere der Schlagfrequenz) als schwierig heraus.

Eine andere Variante stellen Schneckenfedern dar, die aus aufgerollten Blattfedern bestehen. Sie besitzen eine lineare Arbeitskennlinie innerhalb eines großen Amplitudenbereichs und sind günstig herzustellen. Das Hauptproblem stellt eine notwendige, mit Reibung verbundene Lagerung der Drehachse dar, um die Zentrizität für alle statischen und dynamischen Zustände zu gewährleisten. Eine fehlende Lagerung führt zu unerwünschten Freiheitsgraden mit sehr geringer Steifigkeit.

Das Prinzip von zwei entgegengesetzt angeordneten Schneckenfedern auf beiden Enden der Drehachse ist in Abbildung 8.3 exemplarisch dargestellt. Die Federn sind zur Veranschaulichung nebeneinander dargestellt.





Abbildung 8.3: Beispiel eines symmetrischen Schneckenfedersystems für die Nickbewegung. Die in Wirklichkeit hintereinander liegenden Federn sind nebeneinander dargestellt.

Die Belastungsrichtung für Schneckenfedern ist vorgegeben und soll in Richtung engerer Wicklungen erfolgen. Die Federn sind jeweils um einen Winkel ε vorgespannt und werden durch einen kleinen Bolzen am äußeren Schenkel fixiert. Bei einer Verdrehung der Drehachse um den Winkel $|\alpha| < \varepsilon$ ergeben sich für beide Federn positive Belastungsrichtungen, weil sich eine Feder spannt während sich die andere entspannt (symmetrisches Federsystem). Durch den Winkel ε kann über die Vorspannkräfte Einfluss auf das dynamische Verhalten genommen werden.

Der Anstellwinkel kann gezielt eingestellt werden, indem beide Federn gleichermaßen in dieselbe Richtung gedreht werden.

Die veränderbare Federrate kann in Stufen durch mehrere Federpaare (ungünstige Massenerhöhung des schwingenden Systems) oder durch Verwendung von austauschbaren Federpaaren in unterschiedlichen Steifigkeiten erfolgen. Eine Möglichkeit die geprüft werden kann ist eine stufenlose Variation der Federrate durch eine einstellbare Arbeitslänge des aufgerollten Blattfederstreifens. Dabei könnte durch einen klemmbaren Federschenkel entlang der äußeren Federwindung ein einstellbarer Bereich der Federrate realisiert werden. Abbildung 8.4 zeigt ein Prinzip mit ebenfalls klemmbaren Anschlagbolzen die auf einem hinter der Feder liegenden Teilkreis entsprechend den Federschenkeln fixiert werden können.



Abbildung 8.4: Prinzip einer Schneckenfeder mit variierbarer Federrate.

Im folgendem sind die Formeln angegeben, mit denen durch iteratives Vorgehen ein Federentwurf ermittelt werden kann [8].

Verdrehwinkel Alpha [°]:

$$\alpha = \frac{12 \cdot 180^{\circ} \cdot M \cdot L}{\pi \cdot E \cdot b \cdot t^{3}}$$
(8.6)

<u>Die Winkelrichtgröße</u> k_{α} in $[\frac{Nmm}{\circ}]$:

$$k_{\alpha} = \frac{\pi \cdot E \cdot b \cdot t^3}{12 \cdot 180^{\circ} \cdot L} \tag{8.7}$$

Die Arbeitslänge L der aufgerollten Blattfeder [mm]:

$$L = \pi \cdot n \cdot (R_e + R_i) = \frac{\pi \cdot (R_e^2 + R_i^2)}{a + t}$$
(8.8)

Dabei sind:

- *L* := Arbeits länge der Feder
- *E* := Elastizitätsmodul
- R_e := Aussenradius der Schneckenfeder
- R_i := Innenradius der Schnekckenfeder
- n := Anzahl der Windungen
- *a* := konstanter Abstand zwischenden Windungen

Die Winkelrichtgröße und die Arbeitslänge der aufgerollten Blattfeder verhalten sich antiproportional zueinander. Für die Annahme, dass der komplette Umfang der äußeren Windung $U_e = 2 \cdot \pi \cdot R_e$ mit einem klemmbaren Federschenkel zur Variation genutzt werden kann, ergibt sich die veränderliche Winkelrichtgröße aus der erreichten Änderung der Arbeitslänge L. Ein großer Außenradius R_e bei möglichst geringer Windungszahl n könnte ein Ziel der Federauslegung sein. Dadurch würde die äußere Windung einen relativ großen Anteil an der gesamten Arbeitslänge L der Feder ausmachen, wodurch ein entsprechend großes Delta bei der Winkelrichtgröße erreicht werden kann. In folgender Abbildung 8.5 ist ein Beispiel für eine Drehfeder mit auf Verdrillung beanspruchten Blattfederelementen dargestellt. Sie wurde für ein einseitig aufgehängtes Schaufelgitterprofil entworfen, um das klassische Biege-Torsions-Flattern mit zwei Freiheitsgraden zu untersuchen [4].



Abbildung 8.5: Beispiel einer Drehfeder mit nur einem Freiheitsgrad der Rotation [4].

Die einzelnen Blattfedern bilden einen inneren- und einen äußeren Federstern, die über die Verbindungsscheibe miteinander gekoppelt sind. Die Blattfederenden des inneren Federsterns sind mit einer Drehscheibe, und die Enden des äußeren Federsterns mit einer Festscheibe verbunden, die als Schnittstelle zur Umgebung dient. Wäre nur der innere Federstern vorhanden, und die Verbindungsscheibe wäre die Festscheibe, dann würde eine Verdrehung der Drehachse zu einer gleichzeitigen Verschiebung in Achsenrichtung führen. Durch die Einführung eines zweiten (äußeren) Federsterns in Verbindung mit der schwebenden Aufhängung der Verbindungsscheibe ergibt sich die Längenkompensation an der Verbindungsscheibe selbst und die Drehachse erfährt eine reine Rotation.

Die Dimensionierung dieser Drehfeder erfolgte mit statischen und dynamischen Berechnungsansätzen für genau eine fixe Parametervariante. Dadurch konnte eine gewichtsoptimale Baugruppe realisiert werden, bei der die unerwünschten Freiheitsgrade durch entsprechende laterale Steifigkeiten optimal aufeinander abgestimmt werden konnten. Diese Konstruktion hat den großen Nachteil, dass sie eine sehr geringe Toleranzschwelle gegenüber kleinen Parametervariationen besitzt. So führt z.B. ein vergrößerter Schwerpunktparameter dazu, dass für den veränderten Fall die Steifigkeit für unerwünschte Freiheitsgrade unterdimensioniert wäre, so dass sich die Baugruppe Drehfeder verformt. Das führt zu Störungen des Belastungsflusses und damit zum fast schlagartigen Verlust aller Vorteile.

Eine Veränderung der Federraten führt zu weiteren Problemen, weil die entsprechend den Berechnungen genau zu fertigenden, identischen Blattfederelemente im Entwurf der vorliegenden Quelle mit einem Laserschweißverfahren gefügt wurden²⁶. Die Möglichkeit zum Klemmen der Blattfederelemente kann gegebenenfalls geprüft werden. Neben der genau reproduzierbaren Einspannung aller (in diesem Fall sechs) Blattfederstreifen wäre beim Klemmen auf eine genaue Einhaltung der zulässigen Flächenpressung zu achten, damit das Werkstoffgefüge an der Einspannung nicht verändert wird. Das ist besonders bei häufigen Umbauten im Rahmen der Laborversuche ein nicht zu unterschätzender Faktor hinsichtlich der Oberflächenverletzungen und der Reproduzierbarkeit.

Um das grundsätzliche Prinzip für variierende Parameter (ausgeschlossen der Federrate) für eine Konstruktion umzusetzen, sollte die Feder entsprechend der größten parameterbedingten Belastungen erfolgen. Der Kompromiss entsteht durch die veränderten Eigenschaften in statischer und dynamischer Hinsicht bei geringeren Belastungen. Die schwebende Aufhängung ist abgesehen von der Anströmung nur durch die bei Blattfedern sehr geringe innere Reibung gedämpft.

8.3.4 Freiheitsgrad der Translation

Die Anforderungen an die Schlagfeder decken sich mit denen der Drehfeder. In diesem Falle ist der gewünschte Freiheitsgrad die Translation in Z-Richtung.

Die Anforderungen an die Schlagfeder sind:

- Die ungehinderte Ausführbarkeit einer Translation in Z-Richtung.
- Eine veränderbare Federrate.
- Eine Unterdrückung von anderen Freiheitsgraden, ohne das Systemverhalten negativ zu beeinflussen.
- Eine Schnittstelle zur Drehfeder und zum Rahmen.
- Schneller Umbau.

²⁶ Durch eine konzentrierte Wärmezufuhr wurde das Werkstoffgefüge nur in einem kleinen Bereich verändert, um das berechnete Federverhalten möglichst wenig zu beeinflussen.

• Ein mechanischer Überlastungsschutz.

Folgende Abbildung 8.6 zeigt das Prinzip der in Abbildung 8.2 dargestellten Schlagfeder aus zwei fest eingespannten, parallel geführten Blattfederelementen. Ein Nachteil besteht in der gleichzeitigen Translation in X-Richtung bei einer Schlagbewegung.



Abbildung 8.6: Beispiel einer Schlagfeder mit ungewollten Freiheitsgrad in X-Richtung [6].

Die Federrate kann durch Veränderung der Klemmlänge eingestellt werden. Dadurch ergeben sich allerdings auch nicht zu beeinflussende Änderungen der (falls vorgegebenen) Amplituden. Des Weiteren wird bei einer festen Rahmenposition von 0,44m vor dem elliptischen Anströmungsquerschnitt der Abstand verändert, was zu unterschiedlichen Vergleichszuständen hinsichtlich des Strömungsfeldes führt. Demnach müsste der Rahmen ohne das Prandtl-Rohr entsprechend in X-Richtung bewegt werden, damit die Profil- und Messsondenpositionen konstant bleiben. Nach Rücksprache mit den Laborassistenten war die Erregung der Eigenfrequenzen nicht zufriedenstellend.

Abbildung 8.7 zeigt das Prinzip einer Parallelführung des Kraftangriffspunktes, bei dem sich die Längenänderung der Federn nicht am Kraftangriffspunkt ergibt.



Abbildung 8.7: Beispiel einer Parallelführung eines Schlagfedersystems. Das linke Bild zeigt das Prinzip an zwei gefügten Blattfederstreifen. Das untere Bild zeigt einen symmetrischen Verbund im statischen Gleichgewicht.

Die bei einem parallel angeordneten Blattfederverbund (Abbildung 8.2) entstehende Translation in X-Richtung wird in diesem Fall (Abbildung 8.7, unten) an die frei schwebenden Federenden verlagert. Der Federverbund gewinnt seine Steifigkeit gegenüber unerwünschten Freiheitsgraden aus den festen Einspannungen der Feder am Rahmen sowie der Drehfeder an der Schnittelle. Des Weiteren hängt sie von der der Höhe der vorgespannten Feder ab, was entsprechend den entstehenden Belastungen berücksichtigt werden müsste. Eine Änderung der Federsteifigkeit kann über verstellbare Klemmlängen der Blattfederenden unter Einhaltung eines elastischen Arbeitsbereiches erfolgen. Abbildung 8.8 zeigt das zuvor bei der Drehfeder (Abbildung 8.5) vorgestellte Prinzip eines inneren- und äußeren Federsterns, umgesetzt auf eine Translation [4].



Abbildung 8.8: Beispiel einer Schlagfeder mit nur einem Freiheitsgrad der Translation [4].

Über die Drehachse wird durch die Drehfeder eine Belastung eingeleitet. Die entsprechende Steifigkeit der Drehfeder sorgt dafür, dass die Kraftanteile in Z-Richtung verlustfrei auf die Führungsplatte der Schlagfeder übertragen werden. Die Rotationsbelastung wird vollständig in die Drehfeder geleitet. Dazu ist eine gewisse Steifigkeit gegenüber Verdrillung der inneren- und äußeren Schlagfeder nötig, um diesen unerwünschten Freiheitsgrad zu unterbinden. Die vertikalen Kraftanteile führen zu einer reinen Translation in Z-Richtung der Führungsplatte (Ebene der Anbindungsflansche). Die Längenkompensation findet ebenfalls durch die Verbindungsplatte statt.

Kombinationsmöglichkeit 1:

Aus strukturdynamischer Sicht ergeben sich die besten Eigenschaften für die kombinierte Federeinheit der Abbildung 8.5 und Abbildung 8.8. Das Ausschlußkriterium ist die fixe Federrate bei beiden Teilfedern. Ein Kompromiss könnte darin bestehen, dass eine der beiden Federn durch eine andere Variante ersetzt wird, und die variable Federrate (und somit der Frequenzverhältnisbereich der Gesamtfeder) nur durch diese Feder variiert wird (Vgl.: [6]), was allerdings mit zusätzlicher Reibung verbunden wäre.

Kombinationsmöglichkeit 2:

Die Schneckenfedern (Abbildung 8.3) könnten in Kombination mit der für eine Maximalbelastung ausgelegten Schlagfeder aus Abbildung 8.8 eine weitere Kombinationsvariante darstellen. Die Lagerung, um den zentrischen Sitz der Drehachse zu gewährleisten, kann hinsichtlich der Reibung durch entsprechende Materialien mit einer geringen Reibzahl optimiert werden (z.B. teflonbeschichtete Gleitlager). Die Forderung nach Spielfreiheit stellt ebenfalls ein Kompromiss hinsichtlich geringer Reibung dar.

Kombinationsmöglichkeit 3:

Die Schlagfeder der Abbildung 8.7 und der Drehfeder (Abbildung 8.5) könnte eine (ebenfalls reibungsbehaftete) Lösung darstellen. In diesem Fall würde die Federrate nur an der Schlagfeder variiert werden. Die fixe Drehfeder kann entsprechend der maximal zu erwartenden Belastung dimensioniert werden, wobei die variable Federrate durch verschiedene Klemmlängen der Blattfederenden (Schlagfeder) eingestellt wird.

Kombinationsmöglichkeit 4:

Eine Kombination aus der Schlagfeder (Abbildung 8.7) und der Schneckenfeder (Abbildung 8.3) aus fertigungstechnischer Sicht am einfachsten und am kostengünstigsten.

Unabhängig von den Kombinationsmöglichkeiten sollte darauf geachtet werden, dass die Drehfedereinheit relativ zu der Schlagfedereinheit verstellt werden kann, so dass ein versuchsparameterbedingter Anstellwinkel des Profils kompensiert bzw. gezielt herbeigeführt werden kann. Demnach sollte die Schnittstelle entsprechend variabel konstruiert werden. Abbildung 8.9 zeigt das Prinzip am Beispiel der *Kombinations-möglichkeit 4*.



Abbildung 8.9: Prinzip einer flexiblen Schnittstelle zwischen Schlag- und Drehfeder²⁷.

²⁷ Die Abbildung der Schneckenfeder (unten) ist der Quelle [8] entnommen.
8.4 Messtechnik

Das Ziel sollte sein, die Messmittel und Messleitungen so zu positionieren, dass sie die eigentliche Messung nicht beeinflussen. So sollte der BAN außerhalb der Strömung in einem festen Abstand zur Drehachse fixiert werden (und nicht zur Variation der Versuchsparameter benutzt werden). Abbildung 8.10 zeigt an einem Ausschnitt der Abbildung 8.1 eine mögliche Position für den BAN. Der entstehenden Unwucht kann durch entsprechende Anpassung der verschiebbaren Massen ausgeglichen werden, besser wäre jedoch wenn die Masse im Vergleich zu den Profil- und Punktmassen vernachlässigbar gering ausfallen würde.



Abbildung 8.10: Feste Position des Beschleunigungsaufnehmers außerhalb der Strömung.

Es muss gewährleistet sein, dass die kleinen, schnellen Impulse des Profils verlustfrei und mit einer hohen Ansprechgeschwindigkeit über eine torsionssteife Profil-Drehachse und Auslegerarme geleitet werden. Faserverbundmaterialien wie z.B. Kohlenstofffaserverbundstoffe besitzen eine hohe spezifische Steifigkeit und könnten als rundes Hohlprofil Verwendung finden. Die bisherige Auswertung des Signals vom BAN ist für die reine Erfassung der Frequenzwerte gut geeignet, allerdings könnte aus den Signalinformationen mit einer anderen Auswertetechnik eine direkte Bestimmung der Dämpfungswerte erfolgen.

In Quelle [11] ist ein Verfahren vorgestellt, mit dem das Zeitsignal der gemessenen Beschleunigung mit Hilfe eines mathematischen Approximationsmodells in sehr guter Näherung nachgebildet werden kann. Dabei wird eine Messkurve in mehreren Iterationsschritten soweit angenähert, bis eine ausreichend genaue mathematische Beschreibung des zuvor gemessenen Zeitsignals vorliegt. Zwischen den Iterationsschritten kann auf die Berechnung Einfluss genommen werden. Aus der so gewonnenen Bewegungsgleichung können z.B. Dämpfungswerte berechnet werden, die eine genaue Aussage über den Flatterzustand geben. Voraussetzung für die Anwendung ist die Möglichkeit der Aufzeichnung des Zeitsignals bei allen Geschwindigkeiten ohne eine Zerstörung der Messeinrichtung durch starke Profilbewegungen. In angegebener Quelle wurden zur Erfassung der Beschleunigungswerte für Nick- und Schlagbewegung zwei BAN verwendet. Dabei ist einer entsprechend Abbildung 8.10 montiert (Beschleunigung der Nickbewegung) und der weitere in der Drehachse (Beschleunigung der Schlagbewegung). Aus den Signalen wurden die jeweiligen Beschleunigungswerte berechnet. Des Weiteren wurden beide Freiheitsgrade mit einem Wegsensor erfasst, um ein harmonisches Referenzsignal zur Beschleunigungsmessung zu erhalten. Diese Messmethode ist gemäß der Angaben besonders bei geringen Frequenzen genauer, so dass ein Vergleich mit dem harmonischen Referenzsignal eine genaue Zuordnung der Frequenzen gewährleistet.

An der HAW-Hamburg ist bereits eine ähnliche Software vorhanden die fertig programmiert zur besseren Auswertung eines Zeitsignals genutzt werden kann. Zum Zeitpunkt dieser Arbeit befand sich das System jedoch noch nicht im Einsatz und es fehlten Kenntnisse über die genaue Bedienung. Nach Rücksprache mit den Laborassistenten Herrn Tanger können mit dieser Software auch Knotenpunkte der überlagerten Frequenzen abgebildet werden, womit sich die Position des (der) BAN zur Frequenzerfassung weiter optimieren lassen kann. Die Anschaffung eines weiteren BAN kann für derartige Auswertungen sinnvoll sein.

Von der optischen Bestimmung des Flatterpunkts ist durch die subjektiven Interpretationsmöglichkeiten abzuraten bzw. klar zu einen Flatterpunkt zu definieren (über die Zeit bis eine Anfachung zu erkennen ist → Mögliches Indiz: Federgeräusche bei zunehmenden Amplituden). Eine objektive Ermittlung des Flatterpunkts ist die Basis um alle anderweitig herbeigeführten Verbesserungen nicht zu relativieren. Ein genau erreichter Schwerpunktparameter und dessen Auswirkungen auf das Flatterverhalten kann nur bewertet werden, wenn die Messung der Flattergrenze mit mindestens der gleichen Genauigkeit durchgeführt wird. Eine Untersuchung des genauen Turbulenzgrads des Windkanals könnte Aufschluss über die Beeinflussung innerhalb des gewählten Geschwindigkeitsbereichs geben. Das entsprechende Ergebnis kann anschließend durch die Profilmasse und dadurch veränderten Flattergrenzen berücksichtigt werden, so dass sich ein nahezu geschwindigkeitsunabhängiger Turbulenzgrad ergibt.

8.5 Modifikation der Berechnungstabelle

Eine genaue Berechnung der *THEODORSEN*-Funktionswerte könnte zu einer besseren Annäherung der Kurvenqualitäten führen. Eine Möglichkeit zur genaueren Berechnung der Funktionswerte ist die Berechnung mit Hilfe der *BESSEL*-Funktionen [15].

$$C(\omega^*) = \frac{-J1 + i \cdot Y1}{-J1 - Y0 + i \cdot (Y1 - J0)} = Fc + i \cdot Gc$$
(8.9)

Mit:

$$Fc = \frac{J1(J1+Y0) + Y1(Y1-J0)}{(J1+Y0)^2 + (Y1-J0)^2}$$
(8.10)

$$Gc = -\frac{Y1 \cdot Y0 + J1 \cdot J0}{(J1 \cdot Y0)^2 + (Y1 - J0)^2}$$
(8.11)

Die *BESSEL*-Funktionen J, Y sind wie folgt definiert.

$$J0(\omega^*) = \frac{2}{\pi} \int_{1}^{\infty} \frac{\sin(\omega^* \cdot x)}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$
(8.12)

$$J1(\omega^*) = -\frac{2}{\pi} \int_{1}^{\infty} \frac{x \cdot \cos(\omega^* \cdot x)}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$
(8.13)

$$Y0(\omega^*) = -\frac{2}{\pi} \int_{1}^{\infty} \frac{\cos(\omega^* \cdot x)}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$
(8.14)

$$Y1(\omega^*) = -\frac{2}{\pi} \int_{1}^{\infty} \frac{x \cdot \sin(\omega^* \cdot x)}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$
(8.15)

Im Zuge dieser Anpassung sollten die Intervalle zwischen den reduzierten Frequenzen verkleinert werden, um eine bessere Auflösung der grafischen Darstellung zu erhalten.

9 Schlussbetrachtung

9.1 Zusammenfassung

Die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse sollen einen Beitrag zum besseren Verständnis des klassischen Biege-Torsions-Flatterns in Theorie und Praxis leisten. Um die Erkenntnisse möglichst realitätsnah und reproduzierbar veranschaulichen zu können, bedarf es einer möglichst optimalen Gestaltung aller am Versuchsaufbau beteiligten Komponenten. Dabei sind die Teilkomponenten sowohl einzeln, als auch im Systemverbund zu betrachten.

Die Untersuchungen des vorhandenen Teststands haben gezeigt, dass mit der Spiralfederkonstruktion bei gewissen Einschränkungen im Parametervariationsbereich gute Ergebnisse an das mit Hilfe des verwendeten Berechnungstools prognostizierte Flatterverhalten erzielt werden können. Durch die unerwünschten Freiheitsgrade ist das strukturdynamische Verhalten jedoch stark vom Massen- und Schwerpunktparameter abhängig, was die Vergleichsbasis zwischen Theorie und Praxis zunehmend verändert. Große Schwerpunktparameter erzeugen einen Anstellwinkel und verändern die Aerodynamik und das Federsystemverhalten. Eine Erhöhung des Massenparameters verstärkt diesen Effekt entsprechend.

Es stellte sich als schwierig heraus den Einfluss des realen Trägheitsmoments für Vergleichsrechnungen zu bewerten. Da sich diese Größe aus der erreichten Genauigkeit von anderen Parametern zusammensetzt, sollte der Fokus darauf liegen, diese mit einer hohen Reproduzierbarkeit zu erreichen. Erst dann kann eine Aussage getroffen werden ob eine Berücksichtigung des Trägheitsmoments die erreichte Ergebnisverbesserung bei der Ermittlung der Flattergrenze rechtfertigen würde.

Die Bewertung des strukturdynamischen Verhaltens kann nur unter der Annahme geschehen, dass die eingestellten Parameter auch tatsächlich vorliegen. Demnach sollte die Priorität beim Flügelmodell in verifizierten und reproduzierbaren Masseverteilungen und bei dem Federsystem in entsprechend flügelmodellparameterunabhängigen Frequenzverhältnissen liegen. Zusammen mit einer Möglichkeit zur objektiven Ermittlung der Flattergrenze ist eine gute Vergleichsbasis geschaffen um weitere Untersuchungen bewerten zu können. Im Optimierungskonzept sind Möglichkeiten vorgestellt worden, um auf die festgestellten Probleme entsprechend zu reagieren. Bei der Planung eines neuen Teststands sollte der vorgegebene Geschwindigkeitsbereich ausgenutzt werden, so dass sich insgesamt größere Systemmassen einstellen. So können kleine Masseveränderungen vernachlässigt werden. Messtechnisch sollte der Fokus auf der bereits erwähnten objektiven Ermittlung der Flattergeschwindigkeit im Experiment liegen, weil sich sonst die positiven Effekte einer genauen Parametereinstellung durch einen großen Interpretationsspielraum kompensieren würden.

9.2 Ausblick

Für weitergehende Arbeiten können Arbeitspakete definiert werden die sich entsprechend der Unterteilungen im Optimierungskonzept ergeben. So würde es sich zum Beispiel anbieten, zunächst das Flügelmodell unter den genannten Gesichtspunkten zu optimieren und mit Hilfe geeigneter Messtechnik eine objektive Ermittlung der Flattergrenze zu ermöglichen. Damit können die durch nicht genau bekannte Schwerachslagen hervorgerufenen Messfehler reduziert werden. In einem weiteren Schritt könnte ein neues kombiniertes Federsystem unter Berücksichtigung der vorgestellten Optimierungsvarianten definiert werden. Eine Optimierung des Berechnungstools sollte erst erfolgen, wenn Ungenauigkeiten der eingesetzten Messmittel und des Versuchsaufbau weitestgehend minimiert worden sind. Eine Einschätzung des Optimierungspotenzials des Berechnungstools sollte erst erfolgen, wenn sich im Praxisversuch reproduzierbare Parameter (Schwerachslage und Trägheitsmoment) einstellen lassen.

Literaturverzeichnis

- [1] Bisplinghoff, R.L./ Ashley H./ Halfman R.L.: *Aeroelasticity*, Dover Publications INC., Mineola, N.Y., ISBN.: 0-486-69189-6. 1996
- [2] Gross, Hauger, Schnell: *Technische Mechanik* 3, 8. Auflage, Springer Verlag Heidelberg, ISBN: 3-540-22160-0. 2004
- [3] Hönlinger, H.: *Einführung in die Aeroelastik* 1+2, TU-Braunschweig.
- [4] Kindel, W.: Konstruktion und Auslegung einer Aufhängung für schwingende Profile eines ebenen Schaufelgitters, IB 232-85 J 17, DFVLR-Göttingen. 1985
- [5] Klanck, T.: Berechnung des Flatterverhaltens eines elastisch aufgehängten Windkanalmodells. 1994
- [6] Kujawa, A.M./ Busch, C.: *Entwurf und Erprobung eines Flatter*versuchsstandes. 2004
- [7] MH-Aerotools, Naca Profildaten URL (05.04.2011): http://www.mh-aerotools.de/airfoils/jf_applet.htm
- [8] Muhs D./ Wittel H.: "Roloff/Matek Maschinenelemente", 16. Auflage, Vieweg Verlag, ISBN: 3-528-07025-5
- [9] Reimer, L.: Analyse der statischen und dynamischen Strömungs-Strukturwechselwirkung eines elastischen Pfeilflügelmodells mittels aeroelastischer Simulation. RWTH, Aachen. 2005
- [10] Riegels F. W.: Aerodynamische Profile. R. Oldenbourg-München
- [11] Sachs, W.: Forschungsbericht zum Flatterverhalten eines 2D-Verdichtergitters in inkompressibler Strömung, DLR-FB 91-26, DLR Göttingen. 1991
- [12] Schulze, D.: Vorlesungsskript *"Strömungsmechanik mit Labor"*, Stand Wintersemester 2006/2007
- [13] Tipler, P.A./ Mosca, G.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieu*re, 2. Auflage, Elsevier Spektrum akademischer Verlag, Heidelberg, ISBN.: 3-8274-1164-5. 2004
- [14]
 Verdrehung der Fahrbahn bei der Tacoma-Brücke (Momentaufnahme)
 URL (26.06.2011):
 http://www.engineergirl.org/Object.File/Master/4/668/Tacoma.gif
- [15] Wang, W.: Aeroservoelastisches Modell zur Beschreibung der instationären Aerodynamik für nichtlineare beliebige Eingangsgrößen im Zeitbereich, RWTH Aachen. 2006

URL (30.06.2011): http://deposit.ddb.de/cgibin/dokserv?idn=98263689x&dok_var=d1&dok_ext=pdf&filenam e=98263689x.pdf

[16] Zingel, H./Jajes, U./ Vogel, S.: Aeroelastisches Modellprogramm Teil II: Flattermessungen, Deutsche Airbus, DA/BRE/91-11, Förderkennzeichen LFK 87110. 1991

Anhang A

		alibrat	ion C	ertific	ate — ISA-RP37.	1 0	
Model No. 336C34	1						
Serial No. 14039					Ŭ	CP [®] ACCEL	EROMETER
PO No.	Custome				ر	WITH E alihration pro	numerin electromics cedure is in compliance with
Calibration traceable to NIST thru Pro	oject No. 82	2/253168			≥	IL-STD-4566	2A and traceable to NIST.
CALIBRATION DATA	10, 296	m V m	KEY	SPECIFIC	ATIONS		
Voltage Sensitivity	101.0	mV/g	Ran	ge	50	+ ₽	METRIC CONVERSIONS:
Transverse Sensitivity	≤7	%	Res	olution	0.001	D	$ms^{-2} = 0.102 g$
Resonant Frequency	\$	kHz	Ten	ıp. Range	0/+150	ц. °	$C = 0/3 \times 1 + 2 \times 1$
Output Bias Level	9.6	>					
Time Constant (nominal	0.5	S	•				
			Heterence Freq.	-			
Frequency Hz	10 15	30 50	100	300 500	1000		
Amplitude Deviation %	3.6 2.3	1.4 0.5	0.0	0.9 -0.8	1.4		
FREQUENCY RESPO	INSE						
+3dB							
mplitude				 			
eviation 0							
5 10		100	Freque	ency in Hert	z 1k		10k 15k
TT® piezotronics Inc 3425	Malden Aver	IIIe Denew NY	14043-2495	ASI 15A	Ca	librated by	Gary Redmond
					(04 4 400E

Eiffel-Windkanal der HAW-HAMBURG:







Bild 105a: NACA 0012 bei Re 1,8 \cdot 10°. Windkanal: TDT [N 3361]

$Re \cdot 10^{-6}$		0,7		1,5 .	3		6	9
	0.	m.	0.	m.		о,	(m.	
⁵ amax	$1,06 \\ 0,85$	2,021	1,24 0,94	2,15 1,82	1,525	1,595 1.035	2,39 1.93	1,59
camax .	13,2 12,2	8,1° 5°	$15,3^{\circ}$ 11°	$9,2^{\circ}$ 5°	$16,7^{\circ}$	$16,3^{\circ}$ $12,2^{\circ}$	10,2° 5,5°	15,7°
0		-12,4°		-12,4°			-12,6°	$\pm 0^{\circ}$
	$\pm 0^{\circ}$	11,1°	-0.1°			0.10	-12.20	

o. ohne, m. mit 60° Spreizklappenausschlag. Der untere Wert ist der mit Standard-Rauhigkeit gemessene.

			Pr	ofil NACA 4412				ogl. I. I
$Re \cdot 10^{-6}$	0	,7	1	,5	3	6		9
	0.	m.	0.	m.		0.	m.	
camax	1,37 1,15	2,094 2,17	1,44 1,18	2,453 2,345	1,505	1,63 1.38	2,696	1,668
acamax	$15,2^{\circ}$ $11,2^{\circ}$	9,1° 8°	14,2° 12,2°	$10,2^{\circ}$ 9,5 $^{\circ}$	$13,4^{\circ}$	$14,5^{\circ}$ $13,1^{\circ}$	11°	14°
a ₀	-4,02°	19.90	-3,97°	11.49	-3,83°	-3,9°		3,85°

o. ohne, m. mit 60° Spreizklappenausschlag. Der untere Wert ist der mit Standard-Rauhigkeit gemessene.

Anhang B

а		0	mm	
				K_a
		M(alpha) Gesamt		Mittelwert
alpha [°]	alpha [rad]	[Nmm]	K _a [Nm/rad]	[Nm/rad]
0,0	0,00000	0,00000	#DIV/0!	0,26416
7,3	0,12746	33,83975	0,26549	
16,7	0,29228	76,81895	0,26283	
24,0	0,41893	108,66279	0,25938	
30,6	0,53341	136,15011	0,25524	
45,0	0,78540	190,69516	0,24280	
60,0	1,04720	235,91686	0,22528	
70,0	1,22173	266,38756	0,21804	
80,0	1,39626	272,81267	0,19539	
	1,55334	279,30468	0,17981	
,	,		-, -	I
а		5	mm	
u		-		Ка
		M(alpha) Gesamt		Mittelwert
alnha [°]	aloba [rad]	[Nmm]	K a [Nm/rad]	[Nm/rad]
		[۱۸۱۱۱۱] #חו///ח		0 27196
73	0,0000	24 83068		0,27150
16.7	0,12740	70 09551	0,27353	
24.0	0,29220	111 86270	0,27038	
30.6	0,41055	1/0 15033	0.26774	
30,0	0,33341	106 25901	0,20274	
45,0	0,70340	190,2001	0,24300	
70.0	1,04720	242,/3240	0,231/9	
70,0	1,221/3	2/3,99120	0,22420	
80,0	1,39620	280,50570	0,20094	
89,0	1,55334	287,17871	0,18488	
a=		10	mm	
				K_a
		M(alpha) Gesamt		Mittelwert
alpha [°]	alpha [rad]	[Nmm]	K_a [Nm/rad]	[Nm/rad]
0,0	0,00000	#DIV/0!	#DIV/0!	0,29536
7,3	0,12746	37,83954	0,29687	
16,7	0,29228	85,88640	0,29385	
24,0	0,41893	121,46620	0,28995	
30,6	0,53341	152,15781	0,28525	
45,0	0,78540	212,97013	0,27116	
60,0	1,04720	263,22102	0,25136	
70,0	1,22173	296,87124	0,24299	
80,0	1,39626	303,90297	0,21765	
89,0	1,55334	310,89676	0,20015	

-				
а		15	mm	
				K_a
		M(alpha) Gesamt		Mittelwert
alpha [°]	alpha [rad]	[Nmm]	K_a [Nm/rad]	[Nm/rad]
0,0	0,00000	#DIV/0!	#DIV/0!	0,33437
7,3	0,12746	42,83964	0,33609	
16,7	0,29228	97,22513	0,33264	
24,0	0,41893	137,48318	0,32818	
30,6	0,53341	172,19290	0,32281	
45,0	0,78540	240,88819	0,30671	
60,0	1,04720	297,50609	0,28410	
70,0	1,22173	335,23120	0,27439	
80,0	1,39626	343,05583	0,24570	
89,0	1,55334	350,74218	0,22580	
а		20	mm	
				Ка
		M(alpha) Gesamt		_ Mittelwert
alpha [°]	alpha [rad]	[Nmm]	K a [Nm/rad]	[Nm/rad]
0.0	0.00000	#DIV/0	#DIV/0!	0.38900
7.3	0.12746	49.84048	0.39102	
16.7	0.29228	113,10760	0.38698	
24.0	0.41893	159.93055	0.38176	
30.6	0.53341	200.28922	0.37549	
45,0	0,78540	280,11047	0,35665	
60,0	1,04720	345,78931	0,33020	
70,0	1,22173	389,40206	0,31873	
80,0	1,39626	398,39935	0,28533	
89.0	1.55334	407.17228	0.26213	
	,			
а		25	mm	
-				Ка
		M(alpha) Gesamt		 Mittelwert
alpha [°]	alpha [rad]	[Nmm]	K a [Nm/rad]	[Nm/rad]
0.0	0.00000	#DIV/0	#DIV/0!	0.45927
7.3	0,12746	58,84276	0.46164	0,10021
16.7	0,29228	133.54199	0.45690	
24.0	0.41893	188.83166	0.45075	
30.6	0.53341	236.49317	0.44336	
45 0	0,78540	330,77003	0.42115	
60.0	1,04720	408 34403	0.38994	
70.0	1 22172	459 829/17	0 37638	
20,0 20 0	1 20626	ATU 13222	0,37,038	
20,0 20 n	1 5522/	/10,45737 /120 7071/	0,0000	
0,00	1,55554	+00,73714	0,30932	

а		30	mm	
				K_a
		M(alpha) Gesamt		Mittelwert
alpha [°]	alpha [rad]	[Nmm]	K_a [Nm/rad]	[Nm/rad]
0,0	0,00000	#DIV/0!	#DIV/0!	0,54520
7,3	0,12746	69,84737	0,54798	
16,7	0,29228	158,53875	0,54242	
24,0	0,41893	224,21617	0,53522	
30,6	0,53341	280,86335	0,52654	
45,0	0,78540	393,03263	0,50042	
60,0	1,04720	485,50705	0,46363	
70,0	1,22173	547,05765	0,44777	
80,0	1,39626	559,78296	0,40092	
89,0	1,55334	572,35219	0,36846	

Ergebnisse der 1.Messung der Eigenfrequenzen bei verschiedenen Drehachslagen (Vgl.: Kapitel 4.2):

Coblectroquers f b [1]				Xel	[%]		
Schlagrequ		50	45	40	35	30	25
	10	11,25	10,875	10,5	9,75	8,875	8,5
	15	11,25	10,875	10,625	9,875	9	8,625
a[%]	20	11,25	11	10,75	10,125	9,25	
	25	11,25	11	10,875	10,125		
	30	11,25	11,125	10,875			
Nieldroguenste s [1]=]				Xel	[%]		
Nickfreque	Nickfrequenz f_a [Hz]		45	40	35	30	25
	10	13	13,125	15,125	15,375	16	16,75
	15	13,5	13,5	16,125	16,375	16,25	17
a[%]	20	14,125	14	16,5	16,375	16,375	
	25	14,75	14,75	16,75	16,625		
	30		15,75	17,375			

Anhang C

Vergleiche der Theoriekurven der Flattergeschwindigkeit [1] mit den Ergebnissen des Berechnungstools [5] (Vgl.: Kapitel 5.2):



→ x_alpha=0,2	■-x_alpha=0,4
---------------	---------------

		Flattergesch X_A	windigkeit [-] Ipha
wh/wa		0,2	0,4
	0,01	1,698	1,13
	0,2	1,7	1,12
	0,4	1,75	1,11
	0,6	1,95	1,1
	0,7	2,18	
	0,8		1,12
	1		1,18



0,1 ----0,2

	F	lattergesch	windigkeit [-]
		X_A	lpha
wh/wa		0,1	0,2
0,0	01	1,64	1,23
0	,2	1,85	1,22
0	,4	2	1,23
0	,6		1,3
0	,7		
0	,8		1,4
	1		1,9



0 -0,1 -0,2

	Flatter	geschwindig	keit [-]
		X_Alpha	
wh/wa	0	0,1	0,2
0,01	1,63	1,2	1,02
0,1	1,68	1,21	1,02
0,2	1,9	1,225	1,02
0,3	2,22	1,29	1,02
0,4		1,4	1,02
0,5		1,62	1,02
0,6			1,02
0,7			1,02
0,8			1,045
0,9			1,1
1			1,28
1,05			1,6
1,1			2,4



	Flattergesch	nwindigkeit [-
]
	X_A	lpha
wh/wa	0,1	0,2
0,01	1 2,35	1,55
0,1	1 2,38	
0,2	2 2,445	1,52
0,3	3 2,605	
0,4	1	1,43
0,5	5	
0,6	5	1,32
0,7	7	
0,8	3	1,198
0,9	9	
	1	1,06
1,1	1	
1,2	2	0,925
1,3	3	
1,4	1	0,79
1,5	5	
1,6	5	0,64
1,3	7	
1,8	3	0,45
1,9	9	
	2	
4	-	

Frank Bethge



0	0,1	0,2
	- / -	-,-

	Flattergeschwindigkeit [-]				
wh/wa	0	0.1	0.2		
0,01	1,515	1,23	1,09		
0,1	1,5025	1,23	1,09		
0,2	1,508	1,23	1,08		
0,3	1,68	1,23			
0,4	1,93	1,23	1,03		
0,5	2,04	1,24			
0,6		1,26	0,945		
0,7		1,34			
0,8		1,625	0,823		
0,85		2,335			
0,9					
1			0,65		
1,2			0,42		
1,4			0,1		
1,6			0,73		
1,8			2,49		





	F	lattergeschv	vindigkeit [-]			
	X_Alpha					
wh/wa	0,05	0,1	0,2	0,3		
0,01	2,74	2,172	1,73	1,5		
0,1	2,765	2,17	1,71	1,49		
0,2	2,81	2,14	1,6	1,46		
0,3	2,91					
0,4		1,995	1,52	1,365		
0,5						
0,6		1,8	1,27	1,27		
0,7						
0,8		1,53	1,2	1,2		
0,9						
1		1,18	0,96	1,18		
1,1						
1,2		0,69				
1,3						
1,4			0,6	1,09		
1,5						
1,6			0,41			
1,7						
1,8			0,2	1,08		
1,9						
2				1,08		



Г	F	lattergesch	windigkeit [-]			
	X_Alpha					
wh/wa	0	0,05	0,1	0,2		
0,01	2,16	1,865	1,675	1,45		
0,1	2,18	1,855	1,67	1,43		
0,2	2,235	1,851	1,642	1,41		
0,3	2,37					
0,4	2,665	1,86	1,57	1,31		
0,5						
0,6		1,945	1,43	1,17		
0,65		2,025				
0,7		2,18				
0,8			1,225	0,99		
0,9						
1			0,92	0,8		
1,1						
1,2			0,34	0,56		
1,3						
1,4				0,3		
1,5						
1,6				0,1		



-0	0.05	0.1	<u> </u>
•	0,00	0,1	0,2

Г	F	lattergeschy	vindiakeit [_]	
		X AI	viriaigkeit [-] pha	1
wh/wa	0	0.05	0,1	0.2
0,01	1,66	1,52	1,42	1,28
0,1	1,67	1,52	1,408	1,27
0,2	1,68	1,51	1,4	1,24
0,3	1,7			
0,4		1,48	1,33	1,17
0,5	1,88			
0,6		1,46	1,21	1,025
0,7				
0,8		1,7	1,02	0,84
0,85		2,36		
1			0,715	0,6
1,1			0,45	
1,2				0,32
1,3				
1,4				0,12
1,5				
1,6				0,6
1,7				
1,8				1,225
1,9				1,6
2				1,97



	Flattergeschwindigkeit [-]				
			X_Alpha		
wh/wa	0	0,05	0,1	0,2	0,3
0,01	4,03	3,075	1,73	2,61	1,94
0,1	4,06	3,05	1,71	2,58	1,925
0,2	4,155	3	1,6	2,52	1,87
0,3	4,38				
0,4	4,945	2,85	1,52	2,28	1,73
0,5					
0,6		2,46	1,27	1,88	1,615
0,7					
0,8		1,935	1,2	1,54	1,54
0,9					
1		1,125	0,96	0,88	1,49
1,1					
1,2				0,15	1,47
1,3					
1,4			0,6	0,93	1,47
1,5					
1,6			0,41	2,26	1,49
1,7					
1,8			0,2	3,55	1,52
1,9					
2				4,87	1,54



		Flatter	geschwindig	keit [-]	
			X_Alpha		
wh/wa	0	0,025	0,05	0,1	0,4
0,01	2,1	2,02	1,95	1,84	1,575
0,1	2,1	2,02	1,95	1,83	1,57
0,2	2,1	2	1,925	1,8	1,55
0,3					
0,4	2,05	1,915	1,8	1,67	
0,5					
0,6	2,05	1,78	1,62	1,43	1,54
0,7					
0,8	3,22	1,63	1,3	1,09	
0,9		1,88			
1			0,7	0,565	1,68
1,1			0,36		
1,2				0,53	
1,3				1,7	
1,4					1,97
1,5					
1,6					
1,7					
1,8					2,36
1,9					
2					2,585



	Flattergeschwindigkeit [-]				
		X_Alpha			
wh/wa	0	0,05	0,1		
0,01	4,931	3,97	3,46		
0,1	4,92	3,94	3,42		
0,2	4,9	3,85	3,31		
0,3	4,94				
0,4	5,42	3,47	2,89		
0,5					
0,6		2,94	2,33		
0,7					
0,8		1,98	1,7		
0,9		1,7	1,03		
1		1,03	0,64		
1,1					
1,2		1,64	0,81		
1,3					
1,4		3,49	1,638		
1,5					
1,6			3,09		
1,7					
1,8		0,45			

Ergebnisse der Frequenzmessung vom 14.01.2011:

A. Messung 1 elastische Johse bei 50 % Totsionsledem bei 20% Ergebnis: 11.375Hz Schlag Bequilie 13.5 Hz Nick Brequeuz Thige our kunz auschlager (auscupter) Ommws / keine mohomung 1. Aussung 4 elastische Achse 50 % Tomionsteplem 10% Ommus Inschlagen des Fleigel vom hend in der tritte 11,25Hz Schlagfequeez 12,375Hz Nide Requeez Durch die weichere stiefhangung ist die Wick frequeur (Torsioce) geninger quoordeu.

Jeweilige Eingabeparameter für das Berechnungstool (Die Geschwindigkeiten in m/s sind mit der gemessenen Nickfrequenz f_a=16,75Hz und der halben Profiltiefe berechnet worden):

	0,354	X_Alpha=	0,254	X_Alpha=	0,154
m	0,0678 Kg	m	0,0678Kg	m	0,0678Kg
c (halbe Profiltiefe)	0,05m	c (halbe Profiltiefe)	0,05m	c (halbe Profiltiefe)	0,05m
b	0,5m	b	0,5m	b	0,5m
J_Alpha	4,24E-05Kgm^2	J_Alpha	4,24E-05Kgm^2	J_Alpha	4,24E-05Kgm^2
Xel	0,03m	Xel	0,035m	Xel	0,04m
Xs	0,0477m	Xs	0,0477m	Xs	0,0477m
wh/wa 0,	,70149254	wh/wa	0,70149254	wh/wa	0.70149254

ht i	THZ	111	TUT	ILI	177	
f_alpha	1,42553191Hz	f_alpha	1,42553191Hz	f_alpha	1,42553191Hz	
omega_h	6,283185311/s	omega_h	6,283185311/s	omega_h	6,283185311/s	
omega_alpha	8,956881151/s	omega_alpha	8,956881151/s	omega_alpha	8,956881151/s	
vf/c*o_a	1,94	vf/c*o_a	1,58	vf/c*o_a	1,38	
vf	10,2m/s	vf	8,31m/s	∨f	7,26m/s	

X_Alpha= 0,054

m c (balbe	0,0678 Kg
Profiltiefe)	0,05m
b	0,5m
J_Alpha	4,24E-05Kgm^2
Xel	0,045m
Xs	0,0477m
wh/wa	0,70149254

X_Alpha= 0,054

0,0978Kg
0,05m
0,5m
6,11E-05Kgm^2
0,045m
0,0477m
0,70149254

fh

fh	1Hz
f_alpha	1,425531909Hz
omega_h	6,2831853071/s
omega_alpha	8,9568811481/s
vf/c*o_a	1,41
vf	7,42m/s

f_alpha	1,42553191Hz
omega_h	6,283185311/s
omega_alpha	8,956881151/s
vf/c*o_a	1,62
vf	8.53m/s

1Hz

Xel=40%, X_alpha=0,2



Ergebnisse der Parametervariation (neue Versuchreihen) ohne Zusatzmasse (Vgl.: Kapitel 7.3):

Die Rückrechnung auf Geschwindigkeiten in der Einheit mmWs kann mit den in Tabelle 4.1 aufgeführten Nickkreisfrequenzen und der halben Profiltiefe I=0,05m durchgeführt werden.



	V_F	[-]
	Theorie	Versuch
wh/wa	X_a=0	X_a=0
0,6	1,64	
0,747		1,34
0,783		1,2
0,8	1,46	
0,8181		1,135
0,849	1,5	1,096
0,88	1,64	
0,9	1,92	





	V_F	· [-]	V_F [-]		
	Theorie	Versuch	Theorie	Versuch	
wh/wa	X_a=0	X_a=0	X_a=0,1	X_a=0,1	
0,6	1,87		1,475		
0,7	1,8				
0,71		1,92		1,51	
0,747		1,87		1,39	
0,783		1,78		1,28	
0,8	1,79		1,09		
0,8181		1,746		1,24	
0,849		1,693		1,16	
0,88					
0,9	3,5		0,8		



	V_F [-]			V_F [-]		
	Theorie	Versuch	Theorie	Versuch		
wh/wa	X_a=0,1	X_a=0,1	X_a=0,2	X_a=0,2		
0,6	1,625		1,519			
0,7						
0,71		1,77		1,527		
0,747		1,64		1,453		
0,783		1,535		1,4		
0,8	1,205		1,285			
0,8181		1,435		1,374		
0,849		1,36		1,36		
0,88						
0,9	0,935		1,14			
0,95	0,8					
1	0,6		1			



	V_F	- [-]	V_F	- [-]	
	Theorie	Versuch	Theorie	Versuch	
wh/wa	X_a=0,3	X_a=0,3	X_a=0,4	X_a=0,4	
0,6	1,85		2,04		
0,7					
0,71					
0,747					
0,783		1,962		1,9	
0,8	1,785		2,14		
0,8181		1,965		1,91	
0,849		1,958		1,96	
0,88					
0,9	1,77		2,22		
0,95					
1	1,775		2,32		



Ergebnisse der Parametervariation mit Zusatzmasse (Vgl.: Abbildung 7.9):

	V_F	[-]	
	Theorie	Versuch	
wh/wa	X_a=0	X_a=0	
0,6	1,808		
0,689		1,579	
0,726		1,509	
0,756		1,408	
0,787		1,348	
0,8	1,548		
0,8181			
0,849	1,504		
0,88			
0,9	1,62		



	V_F [-]		V_F [-]		
	Theorie	Versuch	Theorie	Versuch	
wh/wa	X_a=0	X_a=0	X_a=0,1	X_a=0,1	
0,6	2,06		1,475		
0,659		2,196		1,658	
0,689		2,132		1,556	
0,726		2,066		1,482	
0,756		1,981		1,425	
0,787		1,932		1,312	
0,8	1,84		1,09		
0,8181					
0,849					
0,88					
0,9	2,25		0,8		



	V_F	- [-]	V_F [-]		
	Theorie	Versuch	Theorie	Versuch	
wh/wa	X_a=0,1	X_a=0,1	X_a=0,2	X_a=0,2	
0,6	1,788		1,714		
0,659		1,988		1,717	
0,689		1,857		1,647	
0,726		1,781		1,626	
0,756		1,706		1,572	
0,787		1,637		1,61	
0,8	1,343		1,465		
0,8181					
0,849					
0,88	1,05		1,343		
0,9					
1	0,68		1,22		



	V_F	· [-]	V_F	- [-]
	Theorie	Versuch	Theorie	Versuch
wh/wa	X_a=0,3	X_a=0,3	X_a=0,4	X_a=0,4
0,6	2,045		2,26	
0,659				
0,689				
0,726		2,07		2,066
0,756		2,058		2,1
0,787		2,028		2,132
0,8	2		2,405	
0,8181				
0,849				
0,88	2,05		2,51	
0,9				
1	2,25		2,622	

Anhang D

						Gesamtträgheitsmoment [Kgm ²]				
					J_Steiner (stat. Moment)					
m	xs [%]	xel [%]	x_alpha	J_0 [Kgm²]	[Kgm²]	a=10mm	a=15mm	a=20mm	a=25mm	a=30mm
0,0678	0,05	0,06	-0,2	4,13E-05	4,81E-05	4,94E-05	5,10E-05	5,32E-05	5,61E-05	5,96E-05
0,0678	0,05	0,055	-0,1	4,13E-05	4,30E-05	4,43E-05	4,59E-05	4,81E-05	5,10E-05	5,45E-05
0,0678	0,05	0,05	0	4,13E-05	4,13E-05	4,26E-05	4,42E-05	4,64E-05	4,93E-05	5,28E-05
0,0678	0,05	0,045	0,1	4,13E-05	4,30E-05	4,43E-05	4,59E-05	4,81E-05	5,10E-05	5,45E-05
0,0678	0,05	0,04	0,2	4,13E-05	4,81E-05	4,94E-05	5,10E-05	5,32E-05	5,61E-05	5,96E-05
0,0678	0,05	0,035	0,3	4,13E-05	5,66E-05	5,79E-05	5,95E-05	6,17E-05	6,46E-05	6,81E-05
0,0678	0,05	0,03	0,4	4,13E-05	6,84E-05	6,97E-05	7,13E-05	7,36E-05	7,64E-05	8,00E-05

