



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University Applied Sciences

Diplomarbeit

Entwicklung und Konstruktion eines Koppelschwingers

Hochhochschule für Angewandte Wissenschaften
Hamburg

Studiengang Entwicklung und Konstruktion

Verfasser: Alain Elvis Ngombe
Erstprüfer: Prof. Dr. Stefan Wiesemann
Zweitprüferin: Prof .Dr. Wolfgang Schulz

Bearbeitungszeitraum: 05. 09.2011 bis 19.12.2011

Hamburg, 19.12.2011

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die technische und wirtschaftliche Entwicklung und Konstruktion eines Koppelschwingers zur besseren Darstellung des aus der Schwingungslehre bekannten Tilgereffektes. Die Konstruktion soll im Rahmen der Vorlesung „Schwingungslehre“ zur Veranschaulichung des Tilgereffektes eingesetzt werden. Diese Arbeit soll die notwendigen Informationen bereitstellen, wie ein zuverlässiger Koppelschwinger dimensioniert und zur genauen Ermittlung des Tilgereffektes verwendet werden kann. Dabei werden folgende Parameter betrachtet:

- Ausführungsart der Schwingungsfeder
- Ausführungsart der Führungsmasse
- Erregungsart
- Rahmengestaltung

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Diplomarbeit nach § 27 Abs. 5 der Prüfungs- und Studienordnung Maschinenbau und Produktion vom 13. November 2001 ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

.....

Datum Unterschrift

Danksagung

Danken möchte ich an dieser Stelle meinen Eltern, die immer für mich da waren, wenn ich sie am dringendsten gebraucht habe, meiner Freundin Christelle Chameni, für ihre starke Unterstützung und ihr Verständnis während der Diplomarbeit. Dank gebührt aber auch meinen Professoren an der Hochschule Hamburg, die mir das notwendige Wissen vermittelt haben, im besonderen meinem Prüfer Prof. Dr. Stefan Wiesemann für die freundliche Unterstützung im Rahmen der Diplomarbeit.

Für zahlreiche anregende Diskussionen, Ratschläge, große Hilfsbereitschaft und freundliche Unterstützung bedanke ich mich herzlich bei Dipl.-Ing. Patrick Diffo, Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Studiendepartment Maschinenbau und Produktion der HAW-Hamburg.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	2
Erklärung	3
Danksagung	4
Inhaltsverzeichnis	5
Abbildungsverzeichnis	7
Tabellenverzeichnis	9
Formelzeichenverzeichnis:	10
1 Einleitung	14
1.1 Aufgabenstellung.....	14
1.2 Inhalt der Arbeit	15
2 Grundlagen	17
2.1 Schwingung	17
2.2 Resonanz.....	18
2.3 Auswirkungen und Gegenmaßnahmen.....	20
3 Schwingungstilger	22
3.1 Der ungedämpfter Tilger	22
3.1.1 Lösung der Homogenen Differentialgleichung	24
3.1.2 Lösung der inhomogenen Differentialgleichung.....	26
3.2 Gedämpfter Tilgung	30
3.2.1 Lösung des Differentialgleichungssystems	32
3.2.2 Optimierung der Dämpfungsparameter:.....	34
3.3 Beispiele von Schwingungstilgern	37
4 Konstruktionselemente von Koppelschwingung	39
4.1 Erregung Arten	41
4.2 Reibung.....	43
4.3 Führungen.....	47
4.4 Bauarten von Führungen	48
4.5 Elastische Feder.....	49
5 Entwurf unterschiedlicher Koppelschwinger	55
5.1 Morphologischen Kasten.....	55
5.2 Beschreibung der unterschiedlichen Koppelschwinger-Varianten.....	56

5.3	Ermittlung geeigneter Parameter (Massen, Federsteifigkeiten usw.).....	61
5.4	Modellbildung und Simulation.....	66
5.4.1	Erstellung der zugehörigen SIMULINK-Modelle Programm.....	66
5.5	Vor- und Nachteile der jeweiligen Varianten.....	76
5.6	Bewertung der jeweiligen Variante	77
6	Experimenteller Versuch	80
6.1	Versuchsstand.....	80
6.2	Versuchsdurchführung und -ergebnisse	85
7	Zusammenfassung und Ausblick	87
8	Literaturverzeichnis und Quellen	89
9	Anhang.....	90
9.1	Anhang A:(Variante1, Variante4, Variante5)	90
9.2	Anhang (Variante2)	91
9.3	Anhang (Variante3)	92
9.4	Motordaten	94
9.5	2D-Zeichnungen	95

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1: mechanischer Pendel [1]	17
Abbildung 2-2: Harmonische Schwingung [2]	18
Abbildung 2-3: Qualitativer Amplitudengang im Resonanzfall[3]	19
Abbildung 2-4: Schwingungsamplitude als Funktion des Frequenzverhältnisses.....	19
Abbildung 2-5 Einsturz der „Tacoma Narrow Bridge“ aufgrund einer Resonanzkatastrophe[4]	20
Abbildung 3-1: Amplitude von der Massen über die Erregerfrequenz[7].....	23
Abbildung 3-2: Ungedämpfter Schwingungssystem System mit Tilger	23
Abbildung 3-3: Amplitude von der Massen über die Erregerfrequenz [7].....	29
Abbildung 3-4: gedämpfter Schwingungstilger[7]	30
Abbildung 3-5: Amplitudengang	33
Abbildung 3-6: Frequenzgänge für unterschiedliche Dämpfungen.....	35
Abbildung 3-7: Frequenzgänge für verschiedene Eigenfrequenzverhältnis.....	36
Abbildung 3-8: Amplitudengang der Schwingungen des Originalsystems bei optimal aus gelegtem gedämpften Tilger[9]	37
Abbildung 3-9: Modell Schwingungstilger mit Brücke[10].....	38
Abbildung 3-10: Schwingungstilger an einer Arbeitsmaschine durch die Arbeitsausrüstung[9]	38
Abbildung 4-1: Funktionsprinzip eines Schwingsystems (Blackbox).....	40
Abbildung 4-2: Wirkmechanismen eines Koppelschwingers.....	40
Abbildung 4-3: Feder-Masse bei Wegerregung.....	41
Abbildung 4-4: Kraft Erregung mit konstanter Amplitude	42
Abbildung 4-5: Kräfte Erregung mit Frequenzabhängiger Amplitude.....	42
Abbildung 4-6: Frei gedämpfte Schwingungen[12]	43
Abbildung 4-7: Dämpfungsarten[13].....	43
Abbildung 4-8: Coulomb'schen Reibung[11]	44
Abbildung 4-9: Widerstandskräfte in Viskösen Fluiden[12].....	47
Abbildung 4-10: Kugelbüchsenführungen[15]	48
Abbildung 4-11: Schwalbenschwanzführung[15]	48
Abbildung 4-12: Flachführung[15].....	48
Abbildung 4-13: Reibwert	49
Abbildung 4-14: Federarten[16]	50
Abbildung 4-15: Zugfeder[16].....	50
Abbildung 4-16: Dehnstab [16]	51
Abbildung 4-17: Torsionsstab [16].....	52
Abbildung 5-4: Variante 4	56
Abbildung 5-1: Variante 1	56
Abbildung 5-2: Variante 2	56
Abbildung 5-3: Variante 3	56
Abbildung 5-5: Variante 5	57
Abbildung 5-6: Variante 1	58

Abbildung 5-7: Variante 2	59
Abbildung 5-8: Variante 3	59
Abbildung 5-9: Variante 4	60
Abbildung 5-10: Variante 5	61
Abbildung 5-12: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante1	68
Abbildung 5-11: Simulink Schaltbild von Zweimassensystem Variante 1,4,5	69
Abbildung 5-12: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante1	70
Abbildung 5-13: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante5	70
Abbildung 5-14:Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante4.....	71
Abbildung 5-15: Schaltbild von Zweimassensystem Variante 2.....	72
Abbildung 5-16: Weg Tilger violett, Hauptmasse blau Variante2	73
Abbildung 5-17: Schaltbild von Zweimassensystem Variante 3.....	74
Abbildung 5-18: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün	75
Abbildung 6-1: Gestell in O-Form.....	80
Abbildung 6-3: Übertragungskörper im Zusammenbau	81
Abbildung 6-2 : Drehscheibe mit Exzenterzapen	81
Abbildung 6-4: Übertragungskörper in perspektivistischer Ansicht	82
Abbildung 6-5: Spiralschraube mit Passstift auf gekerbtem sind Schraubenkopf.....	82
Abbildung 6-6: Schwingmasse als CAD-Konstruktion (links) und als Bauteil (rechts)	83
Abbildung 6-7: Übertagungskörpers	83
Abbildung 6-7: Zusammenbau	84
Abbildung 6-8: Netzteil	85

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Gleitreibungszahl für Stoff[14].....	45
Tabelle 2: Haftreibungszahl für Materialpaarungen[14]	46
Tabelle 3: Torsionsflächenträgheitsmoment für Kreisquerschnitte [17]	53
Tabelle 4: Morphologischen Kasten	55
Tabelle 5: Vor- und Nachteile der jeweiligen Varianten	77
Tabelle 6: Bewertung.....	79

Formelzeichenverzeichnis:

Zeichen	Einheit	Bezeichnung
u_0	mm	Maximalamplitude
ω_0	rad/s	Kreisfrequenz
f_0	rad	Phasenverschiebung
m	Kg	Masse
c	N/mm	Federsteifigkeit
k	N/mm	Federsteifigkeit der Hauptmasse
k_T	N/mm	Federsteifigkeit der Tilgermasse
μ		Massenverhältnis zwischen der Tilgermasse und Hauptmasse
\bar{q}	mm	Amplitude der Hauptmasse
ω_H	rad/s	Eigenfrequenz der Hauptmasse
\bar{q}_T	mm	Amplitude der Tilgermasse
$F(t)$	N	Erregerkraft
f_H		Frequenzverhältnis der Erzwungenen Frequenz

b_T		Dämpfungskonstante
$\frac{x_1}{F}$	mm	Maximal Amplitude
f		Eigenfrequenzverhältnis
r	mm	Amplitude der Erregung
\bar{F}	mm	Kraftamplitude
m_e	Kg	Erregungsmasse
r_e	mm	Abstand zwischen den Erreger Masse und Der Drehpunkt
F_G		Gleitreibungskoeffizient
F_N	N	Normalkraft
u_H		Haftreibungskoeffizient
F_d		Visköse Dämpfungskonstante
P	N	Last
C	N	Dynamische Tragzahl
ΔL	mm	Längenänderung

n		Anzahl der Windung
a	mm	Drahtradius
G	N/mm^2	Schubmodul
R	mm	Windungsradius
U	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$	Energie Potentielle
L	mm	Stablänge
A	mm	Querschnittfläche
E	N/mm^2	E-Modul
f	rad	Verdrehungswinkel
k_p		Drehfederkonstante
I_t	mm^4	Torsion Flächenträgheitsmoment
I_y	mm^4	Flächenträgheitsmoment
$q(x)$	N/mm	Streckenlast
$\omega_1 \omega_2$	Rad/s	Kreisfrequenz

k		Federkonstante
U_A	V	Ankerspannung
C		Motorkonstante
Φ	Vs	Fluss
M	Nm	Drehmoment
L	mm	Lange

1 Einleitung

Koppelschwinger sind schwingungsfähige Systeme mit mindestens zwei Freiheitsgraden, deren Schwingungen sich gegenseitig beeinflussen. Insbesondere bei Systemen mit genau zwei Freiheitsgraden, bei denen ein Freiheitsgrad durch eine Kraft bzw. ein Moment oder über einen Federfußpunkt angeregt wird, kann die Schwingung des angeregten Freiheitsgrades fast vollständig zum Erliegen kommen. Dieses interessante physikalische Phänomen wird auch als Tilgereffekt bezeichnet.

1.1 Aufgabenstellung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit ist nun ein Koppelschwinger zu entwerfen, zu konstruieren und in einem abschließenden Kolloquium vorzustellen, der genau diesen Effekt in einem Frequenzbereich 5 bis ca. 10Hz visualisiert und damit auch für eine Vorführung während der Schwingungslehre-Vorlesung geeignet ist.

Schwerpunkte:

- Erarbeitung der mathematischen Grundlagen,
- Entwurf unterschiedlicher Koppelschwinger-Varianten
(inkl. der jeweiligen Vor- und Nachteile),
- Erstellung der zugehörigen SIMULINK-Modelle,
- Ermittlung geeigneter Parameter (Massen, Federsteifigkeiten usw.),
- Vergleich und Bewertung der Modellvarianten
- vollständige Konstruktion der besten Modellvariante.

1.2 Inhalt der Arbeit

Die vorliegende Arbeit soll zur theoretischen Modellierung und praktischer Veranschaulichung des Tilgereffekts beitragen. Die Arbeit unterteilt sich in 6 weiteren Kapiteln.

In Kapitel 2 werden Begriffe wie „Schwingung“ und „Resonanz“ ausführlich definiert. Zusätzlich werden für Letzteres die häufigen Gegenmaßnahmen vorgestellt.

Diese Maßnahmen dienen als Überleitung zum Kapitel 3, in der auf die Tilgung (ungedämpft und gedämpft) einzeln und ausführlich eingegangen wird. Hierfür werden die grundlegenden Differentialgleichungen für inhomogene ungedämpfte und gedämpfte gekoppelte Systeme (Haupt- und Tilgermasse) aufgeschrieben und gelöst. Ziel ist es, den mathematischen Zusammenhang zwischen Amplitude der jeweiligen Massen und Erregerfrequenz für den ungedämpften und gedämpften Fall zu entwickeln. Die graphische Darstellung soll auf eine bestimmte Erregerfrequenz hinweisen, bei der die Hauptmassenamplitude gleich null (ungedämpfter Fall) oder am geringsten (gedämpfter Fall bei optimaler Dämpfung) ist. Anschließend wird anhand von Beispielen der Einsatz von der weiter verbreiteten, gedämpften Tilgung beschrieben.

Das Kapitel 4 befasst sich mit den Konstruktionselementen, die einem entwickelten Funktionsprinzipsdiagramm entstammen. Ausgehend von einer selbstgestellten Anforderungsliste wird ein Funktionsmechanismus für das zu konstruierende System hergeleitet. Für einige Teilfunktionen werden anschließend sowohl Wirkmechanismen (Reibung, Anregung) als auch die möglichen Konstruktionselemente (Führungen, Federn) näher untersucht.

In Kapitel 5 werden Entwürfe für unterschiedliche Koppelschwingungen Variante vorgestellt. Zuerst wird ein morphologischer Kasten entwickelt, aus der die unterschiedlichen Konstruktionsvarianten hergeleitet werden. Nach einer konstruktiven Variantenbeschreibung samt Skizzen werden die geeigneten, zugehörigen Parameterwerte für Masse und Federsteifigkeit errechnet. Diese dienen der Modellbildung und Simulation von den jeweiligen Varianten mit Matlab-Simulink simuliert, wo die Amplituden von Haupt- und Tilgermasse dargestellt

werden. Die Vor- und Nachteile jeder Variante werden zusammengefasst und eine anschließende Bewertung wird vorgenommen.

In Kapitel 6 wird die beste Variante konstruktiv umgesetzt. CAD-Darstellungen von Einzelfertigungen und Bilder von bestellt Teilen werden ausführlich kommentiert. Schließlich wendet man sich der Beschreibung von Versuchsdurchführung und Präsentation der Ergebnisse.

Das 7. und letzte Kapitel fasst die Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick über Verbesserung und Weiterentwicklung des Versuchstandes.

2 Grundlagen

2.1 Schwingung

Unter Mechanische Schwingung versteht man eine periodische Bewegung eines Körpers um seine Gleichgewichtslage. Zur Beschreibung kann der Körper als Massenpunkt betrachtet werden.

Die einfachste Form einer Schwingung lässt sich durch das Beispiel des mechanischen Pendels veranschaulichen (siehe Abbildung 2-1), wo die Punktmasse am Ende des Pendels aufgrund ihres Eigengewichtes eine sich wiederholende Bewegung um ihre Hauptachse macht.

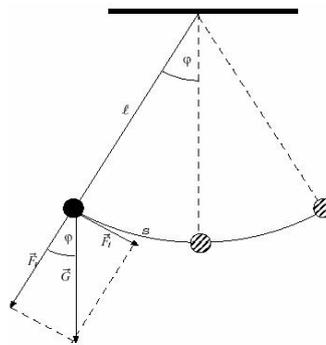


Abbildung 2-1: mechanischer Pendel [1]

Schwingungen lassen hauptsächlich unterteilen nach:

- *Anzahl von Freiheitsgraden*: ein Schwingungssystem mit einem Freiheitsgrad ist auch bekannt als ein einfacher Schwinger, mit endlich vielen Freiheitsgraden als mehrfacher Schwinger und mit unendlich vielen Freiheitsgraden als Schwingungsfähiges Kontinuum.
- *Erregungsart*: ein System kann selbsterregt (Oszillator) oder fremderregt sein. Unter Selbsterregung wird die notwendige Schwingungsenergie entweder durch ein Steuerelement wie einen Unwuchtantrieb oder durch die Eigendynamik des Systems selbst zugeführt. Die Fremderregung dagegen erfordert eine zeitlich veränderliche, äußere Kraft, die auch stochastische Formen annehmen kann (Stochastische Schwingung).

Ein weiteres, einfaches Schwingungssystem ist das Feder-Masse-System, das in Abbildung 2-1 zu sehen ist und seine zeitliche Amplitudenänderung $u(t)$ wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$u(t) = u_0 * \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad 2-1$$

Wobei u_0 die Maximalamplitude, ω_0 die Kreisfrequenz, also die Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung aus. und φ_0 die Phasenverschiebung, also der Betrag um wie viel die Kurve vom Nullpunkt entlang der X-Achse verschoben ist. Der Kurvenlauf der Gleichung 2-2 wird mit der physikalischen Bewegung in Abbildung 2-2 in Verbindung gebracht.

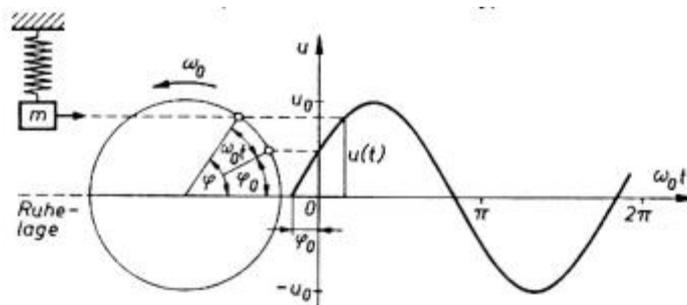


Abbildung 2-2: Harmonische Schwingung [2]

Für das Feder-Masse-System ist außerdem der Begriff der Eigenfrequenz oder Eigenschwingungsfrequenz entscheidend. Darunter versteht man die Schwingungsfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ mit der ein solches System ohne Fremdanregung schwingt. Steht für die Federsteifigkeit und m die Masse.

2.2 Resonanz

Schwingungen im Ingenieurwesen können erwünscht sein, sind aber meist in Bereichen wie Maschinenbau, Anlagenbau, Fahrzeugbau, Bauweisen oder Flugzeugbau ein unerwünschter Vorgang, der zu dämpfen ist. Besonders das Phänomen der Resonanz birgt die meiste Gefahr für schwingende Systeme.

Man stellt sich einen schwingungsfähigen, periodisch fremderregten, Körper vor. Wenn die Anregungsfrequenz ω_e mit einer Eigenschwingungsfrequenz ω_0

des Körpers übereinstimmt, kommt es zu einem sehr starken Schwingen dieses Körpers (siehe: Abbildung 2-3). Dieser Fall wird als Resonanz bezeichnet.

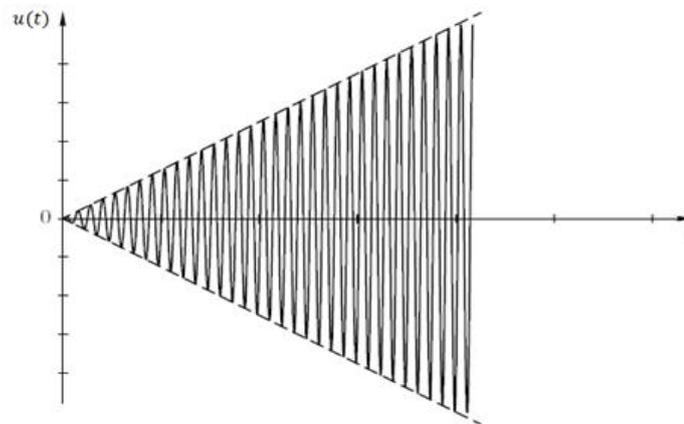


Abbildung 2-3: Qualitativer Amplitudengang im Resonanzfall [3]

Der Verlauf der Schwingungsamplitude als Funktion des Frequenzverhältnisses ist in Abbildung 2-4 zu sehen und gehorcht:

$$u(\omega_e/\omega_0) = \frac{u^*}{\left|1 - \left(\frac{\omega_e}{\omega_0}\right)^2\right|} \quad 2-3b$$

- Für $\omega_e/\omega_0 = 0$ wird die Amplitude gleich u^* .
- Für $\omega_e/\omega_0 = 1$ geht die Amplitude theoretisch gegen Unendlich (Resonanz).
- Für $\omega_e/\omega_0 = \infty$ geht die Amplitude gegen Null.

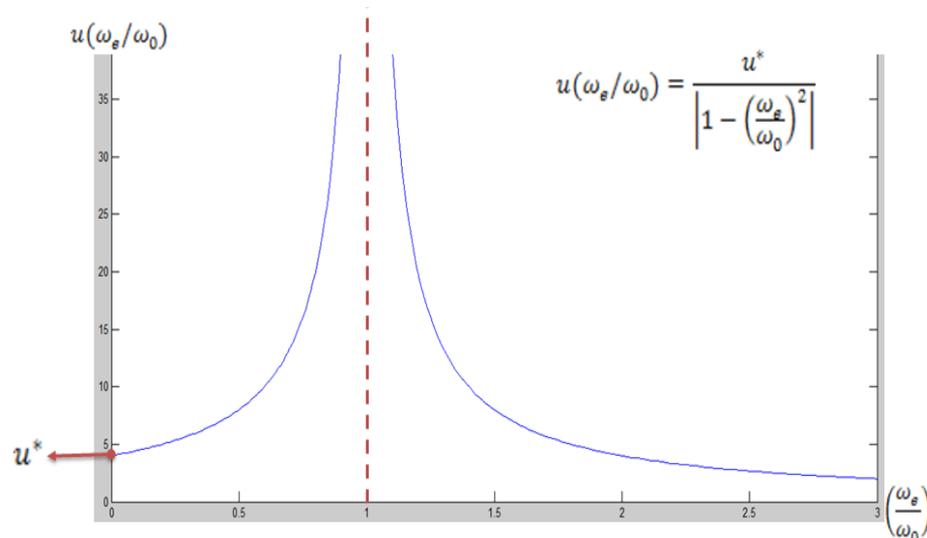


Abbildung 2-4: Schwingungsamplitude als Funktion des Frequenzverhältnisses

2.3 Auswirkungen und Gegenmaßnahmen

Ein typisches Beispiel für die negative Auswirkung von Schwingungen ist die „Tacoma Narrows“-Brücke in der Nähe der US-amerikanischen Stadt Washington. Eine Reihe von Konstruktionsfehlern hat die Eigenfrequenz der Brücke in gefährlicher Nähe der Windanregungsfrequenz, was zu heftigen Schwingungen der Gesamtkonstruktion bis zu ihrer Zerstörung im Jahre 1940 geführt hat. Die außergewöhnlich hohen Schwingungsamplituden jener Brücke sind in Abbildung 2-5 zu sehen.

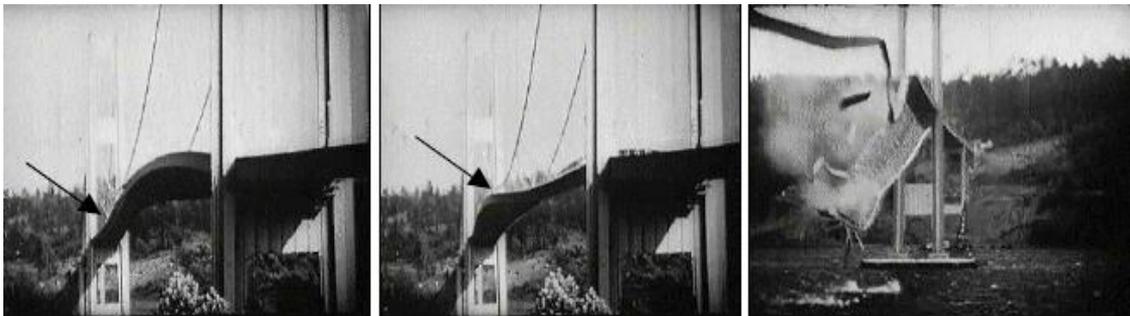


Abbildung 2-5: Einsturz der „Tacoma Narrow Bridge“ aufgrund einer Resonanzkatastrophe [4].

Zur Verminderung oder zu Minimierung von dieser unerwünschten Schwingungserscheinung werden von Ingenieuren und Fachleuten zahlreiche Methoden eingesetzt. Darunter ist:

➤ *Veränderung der Schwingungsanregung*

Bei hohen Schwingungen werden die Anregungsparameter (Amplitude und Frequenz) verändert. Im Falle von linearen Systemen das proportionale Verhältnis zwischen Schwingungsamplitude und Anregungsparametern rechtfertigt diese Herangehensweise. Bei Rotierenden Körpern wird die Schwingungsamplitude reduziert durch Auswuchten.

➤ *Verstimmung des Systems*

Hierbei wird versucht die Eigenfrequenz des Systems so zu beeinflussen, dass sie möglichst weit entfernt von der Erregerfrequenz ist. Die sich somit ergebenden resonanzfernen Schwingungsamplituden sind wesentlich geringer als im resonanznahen Bereich. Verschiebt man die Eigenfrequenz oberhalb der Erre-

gerfrequenz, spricht man von Hochabstimmung und die Maschine läuft unterkritisch. Wenn die Eigenfrequenz unterhalb der Erregerfrequenz verschoben wird, spricht man von Tiefabstimmung und die Maschine wird überkritischen laufen.

➤ *Entkopplung der Anregung*

Die Verhinderung von Weiterleitung der Schwingung in den Rest des Systems wird durch der Ansatz einer elastischen Entkopplung. Das Ziel von der elastischen Entkopplung besteht darin, dass eine lokale Erregung in allen Bereichen des Systems wirkt. Deswegen wird als Entkopplung Elementen nun relativ weichen Elementen angewendet, um eine Synchronisationsabweichung zwischen den Bauteilen verbunden zu erhöhen [4].

➤ *Entzug von Schwingungsenergie*

Eine häufig angewandte Methode ist die Bedämpfung des Systems, um Schwingungsenergie durch Umwandlung in andere Energieformen zu entziehen und so die mit den Schwingungen verbundenen Effekte zu begrenzen. Allein durch eine geeignete Wahl hochdämpfender Werkstoffe kann bereits ohne zusätzliche Bauteile eine Struktur vor unerwünschten Belastungen geschützt werden. Mit Hilfe von zusätzlichen Dämpfern kann der Anteil an dissipierter Energie weiter erhöht werden. Dabei ist aber zu beachten, dass diese Energiewandlung immer mit einer Absenkung des mechanischen Wirkungsgrades der technischen Anlage einhergeht [4].

➤ *Kompensation der Anregung durch Zusatzbauteile (Tilgung)*

Diese Methode ist Kern meiner Arbeit und wird im folgenden Kapitel näher erläutert.

3 Schwingungstilger

Unter Tilgung versteht man ein System mit mindestens zwei oder mehreren Freiheitsgraden, bei der die Amplitude der angeregten Masse Null ist. Das System besteht aus einer Hauptmasse, die mit einem elastischen Element gelagert ist und einer Zusatzmasse, die mit einem elastischen Elemente auf der Hauptmasse befestigt ist. Die Hauptmasse wird durch eine harmonische Kraft bzw. ein Moment oder über einen Federfußpunkt angeregt. Bei einer bestimmten Frequenz bewegt sich die Zusatzmasse gegenphasig zur Erregungsschwingung. Dadurch kompensiert sie die Anregungskraft, was zu einer Reduktion der Hauptmassenamplitude bis auf null führen kann (Hauptmasse bleibt regungslos). Dieses physikalische Phänomen wird als *Tilgereffekt* bezeichnet. Im Bereich der Physik oder Schwingungslehre unterscheidet man zwei Arten von Tilgung:

- die *gedämpfte* Schwingungstilgung
- die *ungedämpfte* Schwingungstilgung

3.1 Ungedämpfter Tilger

Unter ungedämpfte Schwingungstilgung versteht man ein System mit mindestens zwei Freiheitsgraden und zwei Massen, die Haupt- und die Tilgermasse. Die Hauptmasse m ist mit elastischem Elemente k gelagert und wird durch eine periodisch wechselnde Kraft $F(t)$ mit konstanter Frequenz angeregt, während die Tilgermasse mit einer Masse m_T und einer Federsteifigkeit k_T versehen ist (siehe Abbildung 3-2)Die Schwingung dieser Hauptmasse allein führt zu einem Amplituden-Frequenz-Verlauf wie bereits in Abbildung 2-3 gezeigt, wo eine einzige Eigenfrequenz zu sehen ist. Die Anbringung einer Tilgermasse verändert den genannten Verlauf auf zweierlei Art und Weise:

Die Anzahl der Eigenfrequenzen erhöht sich und deren Beträge sind verschieden von dem alten Wert.

Der Kurvenverlauf schneidet die Nullachse. Das heißt, dass eine Frequenz jetzt existiert, bei der die Schwingungsamplitude der Hauptmasse Null wird (siehe des qualitativen Kurvenverlaufs Y in Abbildung 3-1). Es ist die sogenannte

Tilgerfrequenz $\omega_T = \sqrt{\frac{k_T}{m_T}}$.

Dagegen bleibt der Kurvenverlauf der Tilgermasse konservativ und zeigt keinen Schnittpunkt mit der Nullachse (siehe qualitativen Kurvenverlauf X in Abbildung 3-1).

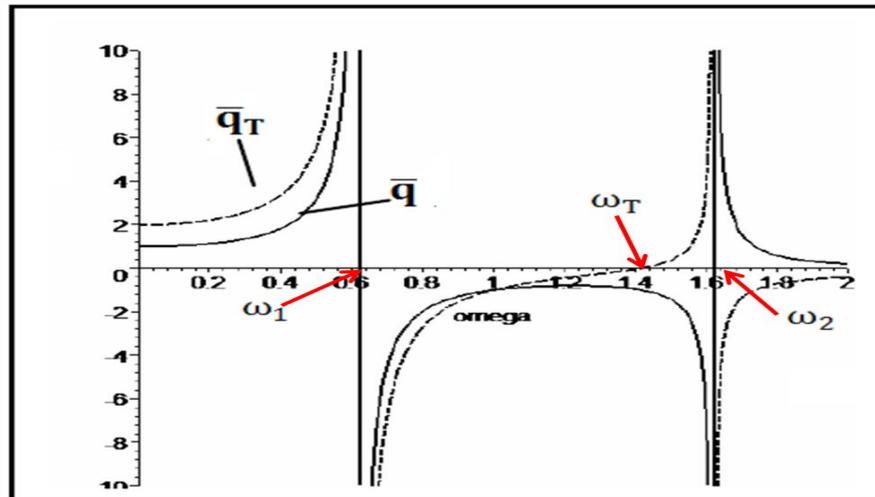


Abbildung 3-1: Amplitude von der Massen über die Erregerfrequenz [7]

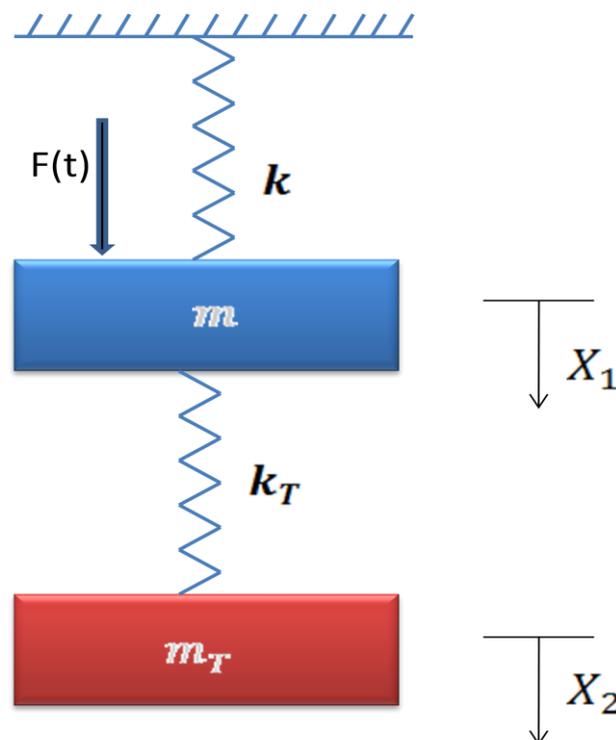


Abbildung 3-2: Ungedämpfter Schwingungssystem System mit Tilger

Die Bewegungsgleichungen der jeweiligen Massen werden nach dem Newton'schen Grundgesetz wie folgt hergeleitet:

$$m\ddot{x}_1 + (k + k_T) * x_1 - k_T x_2 = F(t) \quad 3-1$$

$$m_T \ddot{x}_2 - k_T x_1 + k_T x_2 = 0 \quad 3-2$$

\ddot{x} und x sind jeweils die Beschleunigung und die Amplitude (zurückgelegter Weg) der Hauptmasse (Indize 1) bzw. der Tilgermasse (Indize 2). Die Feder der Hauptmasse und der Tilgermasse haben jeweils die Steifigkeiten k und k_T , während die Erregerkraft $F(t) = F * \sin(\Omega t)$ einen sinusförmigen Verlauf mit dem Maximalbetrag F hat.

Es handelt sich bei dieser gekoppelten Bewegungsgleichung um ein lineares, inhomogenes Differentialgleichungssystem, dessen Lösung aus einem homogenen und einem partikulären Anteil besteht.

3.1.1 Lösung der Homogenen Differentialgleichung

Man spricht von homogener Differentialgleichung, wenn der Störfaktor null ist d.h. $F(t) = 0$. Um dieses homogene Differentialgleichungssystem zu lösen, können als Ansatzfunktionen die Exponential-, Sinus- oder Cosinusfunktion in die obere Bewegungsgleichungen eingesetzt werden. Die Wahl des Sinusansatzes führt zu:

$$x_{1h}(t) = \bar{q} * \sin\omega t \quad 3-3$$

$$x_{2h}(t) = \bar{q}_T * \sin\omega t \quad 3-4$$

Nach dem Einsatz der Ansatzfunktion 3.3 und 3.4 in die Bewegungsgleichung 3.1 und 3.2 erhält man folgende Gleichungen:

$$-\omega^2 \bar{q} = \frac{k_T * \bar{q}_T}{m} - (k + k_T) * \frac{\bar{q}}{m} \quad 3-5$$

$$-\omega^2 * \bar{q}_T = \frac{k_T * \bar{q}}{m_T} - \frac{k_T * \bar{q}_T}{m_T} \quad 3-6$$

Nach Umformen erhält man folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{cases} \left(\frac{k+k_T}{m} - \omega^2 \right) \bar{q} - \frac{k_T * \bar{q}_T}{m} = 0 \\ \left(\frac{k_T}{m_T} - \omega^2 \right) \bar{q}_T - \frac{k_T * \bar{q}}{m_T} = 0 \end{cases} \quad 3-7$$

Daraus lässt sich die folgende Matrixgleichung herleiten:

$$\begin{bmatrix} \frac{k+k_T}{m} - \omega^2 & -\frac{k_T * \bar{q}_T}{m} \\ \frac{k_T}{m_T} - \omega^2 & -\frac{k_T * \bar{q}}{m_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{q}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 3-8$$

Zur Lösung des Gleichungssystems 3-8b wird zuerst die Determinante Δ

berechnet:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \frac{k+k_T}{m} - \omega^2 & -\frac{k_T}{m} \\ -\frac{k_T}{m_T} & \frac{k_T}{m_T} - \omega^2 \end{vmatrix} \\ &= \omega^4 - \left[\frac{k+k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] * \omega^2 + \frac{k+k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T} - \frac{k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T} \end{aligned} \quad 3-9$$

Nach umformen erhält man:

$$\Delta = \omega^4 - \left[\frac{k+k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] * \omega^2 + \frac{k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T} \quad 3-10$$

Die Nullstellen des Polynoms aus Gleichung 3.9 sind:

$$(\omega^2)_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{k+k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{k+k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right]^2 - \frac{k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T}} \quad 3-11$$

Wobei $(\omega^2)_{1,2}$ die Eigenfrequenzen sind. Wenn eine der Eigenfrequenzen mit der Erregerfrequenz übereinstimmt, entsteht Resonanz wie in Abbildung 3-1 bereits dargestellt.

Jetzt können die Subdeterminanten $\Delta \bar{q}$, $\Delta \bar{q}_T$ sowie die Maximalamplituden \bar{q} , \bar{q}_T errechnet werden:

$$\Delta \bar{q} = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{k_T}{m} \\ 0 & \frac{k_T}{m_T} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{q} = \frac{\Delta \bar{q}}{\Delta} = 0 \quad 3-12$$

$$\Delta \bar{q}_T = \begin{vmatrix} \frac{k+k_T}{m} - \omega^2 & 0 \\ -\frac{k_T}{m_T} & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{q}_T = \frac{\Delta \bar{q}_T}{\Delta} = 0 \quad 3-13$$

Die homogenen Amplitudenverläufe $x_{1h}(t)$ und $x_{2h}(t)$ sind somit auch Null. Die Erklärung dafür liegt in der Abwesenheit von Erregung in dem homogenen Zustand. Dennoch diese Rechnung hat uns die kritischen Frequenzen (siehe Gleichung 3-10) unseres Systems geliefert.

3.1.2 Lösung der inhomogenen Differentialgleichung

Die Nichthomogenität wird durch den Term $F(t)$ in Gleichung 3-9

gekennzeichnet. Diese Störkraft stammt aus der Erregung und lässt sich wie folgt schreiben:

- Wegerregung: $F(t) = c(x - x_e)$ mit $x_e = r * \sin(\Omega * t)$
- Krafterregung mit konstanter Amplitude: $F(t) = F * \sin(\Omega * t)$

Krafterregung frequenzabhängiger: $F(t) = m_e * r * \Omega^2$

Die folgende Herleitung bezieht sich auf die Krafterregung mit konstanter Amplitude. Die Störkraft $F(t) = F * \sin(\Omega t)$ erfordert für die für die Partikularlösung den folgenden Ansatz:

$$x_{1p}(t) = \bar{q} * \sin(\Omega t) \quad 3-10$$

$$x_{2p}(t) = \bar{q}_T * \sin(\Omega t) \quad 3-15$$

Deren Einsetzen in die Bewegungsgleichungen 3-11 und 3-12 liefert:

$$-\Omega^2 \bar{q} = \frac{k_T * \bar{q}_T}{m} - (k + k_T) * \frac{\bar{q}}{m} \quad 3-16$$

$$-\Omega^2 * \bar{q}_T = \frac{k_T * q}{m_T} - \frac{k_T * \bar{q}}{m_T} \quad 3-17$$

Nach Umformen erhält man folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{cases} \left(\frac{k + k_T}{m} - \Omega^2 \right) \bar{q} - \frac{k_T * \bar{q}_T}{m} = \frac{F}{m} \\ \left(\frac{k_T}{m_T} - \Omega^2 \right) \bar{q}_T - \frac{k_T * \bar{q}}{m_T} = 0 \end{cases} \quad 3-18$$

Zur Lösung des Gleichungssystems 3.17 wird zuerst die Determinante Δ berechnet:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{k + k_T}{m} - \Omega^2 & -\frac{k_T}{m} \\ -\frac{k_T}{m_T} & \frac{k_T}{m_T} - \Omega^2 \end{vmatrix} \quad 3-19a$$

$$= \Omega^4 - \left[\frac{k + k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] * \Omega^2 + \frac{k + k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T} - \frac{k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T}$$

Nach umformen erhält man:

$$\Delta = \Omega^4 - \left[\frac{k + k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] * \Omega^2 + \frac{k}{m} * \frac{k_T}{m_T} \quad 3-19b$$

Die Nullstellen des Polynoms aus Gleichung 3.19b sind:

$$(\Omega^2)_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{k + k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{k + k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right]^2 - \frac{k}{m} * \frac{k_T}{m_T}} = (\omega^2)_{1,2}^2 \quad 3-20$$

Diese analytische Lösung entspricht den homogenen Eigenfrequenzen $(\omega^2)_{1,2}^2$.

Es werden jetzt die Subdeterminanten $\Delta \bar{q}$, $\Delta \bar{q}_T$ errechnet:

$$\Delta \bar{q} = \begin{vmatrix} \frac{F}{m} & -\frac{k_T}{m} \\ 0 & \frac{k_T}{m_T} - \Omega^2 \end{vmatrix} = \frac{F}{m} * \left(\frac{k_T}{m_T} - \Omega^2 \right) \quad 3-21$$

$$\Delta \bar{q}_T = \begin{vmatrix} \frac{k + k_T}{m} - \Omega^2 & \frac{F}{m} \\ -\frac{k_T}{m_T} & 0 \end{vmatrix} = \frac{F}{m} * \frac{k_T}{m_T} \quad 3-22$$

Somit lassen sich die Maximalschwingungsamplituden \bar{q} , \bar{q}_T berechnen:

$$\bar{q} = \frac{\Delta \bar{q}}{\Delta} = \frac{F}{m} * \frac{\left(\frac{k_T}{m_T} - \Omega^2 \right)}{(\Omega^2 - \omega_1^2)(\Omega^2 - \omega_2^2)} \quad 3-23$$

$$\bar{q}_T = \frac{F}{m} * \frac{\frac{2 * k_T}{m_T}}{(\Omega^2 - \omega_1^2)(\Omega^2 - \omega_2^2)} \quad 3-24$$

Die allgemeine Lösung für die Amplituden setzt sich aus der homogenen und inhomogenen Lösung:

$$x_1(t) = x_{1h}(t) + x_{1p}(t) \quad 3-24$$

$$x_1(t) = 0 + \bar{q} * \sin(\Omega t) = \frac{F}{m} * \frac{\left(\frac{k_T}{m_T} - \Omega^2 \right)}{(\Omega^2 - \omega_1^2)(\Omega^2 - \omega_2^2)} * \sin(\Omega t) \quad 3-25$$

$$x_2(t) = x_{2h}(t) + x_{2p}(t) = 0 + \bar{q}_T * \sin(\Omega t) \quad 3-26$$

$$= \frac{F}{m} * \frac{2 * \frac{k_T}{m_T}}{(\Omega^2 - \omega_1^2)(\Omega^2 - \omega_2^2)} * \sin(\Omega t) \quad 3-27$$

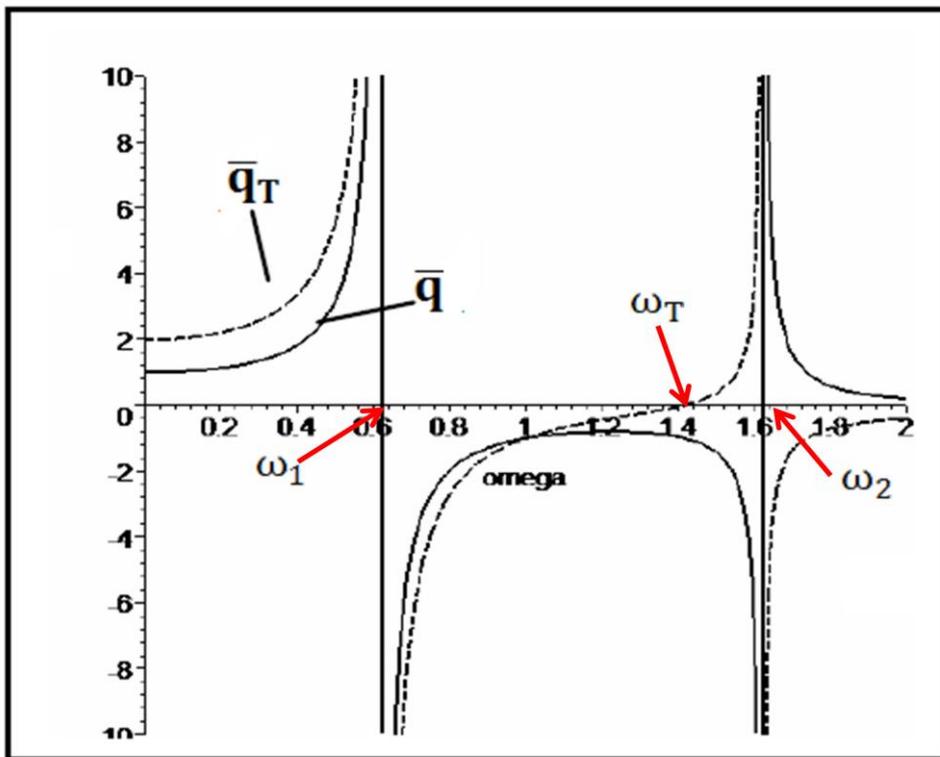


Abbildung 3-3: Amplitude von der Massen über die Erregerfrequenz [7]

Abbildung 3-3 stellt die Amplitudenverläufe der Haupt- und Tilgermasse als Funktion der Erregerfrequenz dar (siehe Gleichungen 3-23 und 3-24). Beide Kurven starten mit einem Amplitudenverhältnis von 2 und sind positiv und zueinander gleichphasig bis zur ersten kritischen Frequenz ω_1 . Zwischen den kritischen Frequenzen ω_1 und ω_2 befindet sich die sogenannte Tilgerfrequenz ω_T , bei deren Annäherung die Hauptmassenamplitude gegen 0 geht und deren Überschreitung somit einen gegenphasigen Lauf der Massen mit sich bringt. Der Bereich oberhalb der kritischen Frequenzen ω_2 lässt den gegenphasigen Verlauf weiter zu.

3.2 Gedämpfter Tilgung

Das Prinzip der gedämpften Schwingungstilgung unterscheidet sie sich von der ungedämpften Schwingungstilgung nur durch das Anbringen einer Dämpferfeder, die in parallel zur Tilgerfeder eingebaut ist. Die gedämpfte Schwingungstilgung beschreibt ein mechanisches System, dessen die Bewegungsenergie in einer anderen Form von Energie umgewandelt wird, beispielweise in Wärme. Diese wird als dissipative Energie bezeichnet.

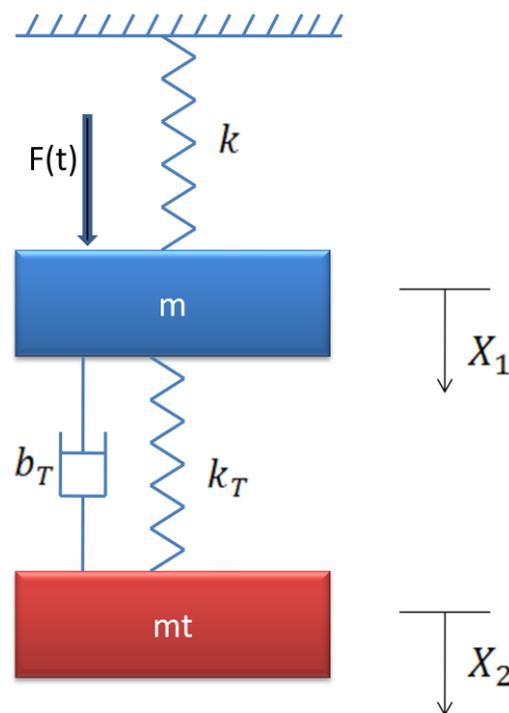


Abbildung 3-4: gedämpfter Schwingungstilgung [7]

Die Bewegungsgleichungen dieses gekoppelten Systems ergeben sich nach dem Freischneiden der Hauptmasse- und Tilgermasse m und m_T mit Hilfe des Impulssatzes zu:

$$m\ddot{x}_1 + (b_T\dot{x}_1 - b_T\dot{x}_2) + (k + k_T)x_1 - k_Tx_2 = F \sin(\omega t) \quad 3-28$$

$$m_T\ddot{x}_2 + (-b_T\dot{x}_1 + b_T\dot{x}_2) + (-k_Tx_1 + k_Tx_2) = 0 \quad 3-29$$

\ddot{x} , \dot{x} und x sind jeweils die Beschleunigung, Geschwindigkeit und die Amplitude (zurückgelegter Weg) der Hauptmasse (Indize 1) bzw. der Tilgermasse (Indize 2). Die Feder der Hauptmasse und der Tilgermasse haben jeweils die Steifigkeiten k und k_T , der Dämpfer hat die Dämpfungskonstante b_T , während die Erregerkraft $F(t) = F * \sin\omega t$ einen sinusförmigen Verlauf mit dem Maximalbetrag F hat. Es handelt sich bei dieser gekoppelten Bewegungsgleichung um ein lineares, inhomogenes Differentialgleichungssystem, dessen Lösung aus einem homogenen und einem partikulären Anteil besteht. Um dieses inhomogene Differentialgleichungssystem zu lösen, kann als Ansatzfunktion wie Im Kapitel 3.1 die Exponential-, Sinus- oder Cosinusfunktion in die oberen Bewegungsgleichungen eingesetzt werden.

$$x_1(t) = \bar{q} * e^{j\omega t} \quad 3-30$$

$$x_2(t) = \bar{q}_T * e^{j\omega t} \quad 3-31$$

Nach dem Ansatz der Exponentialfunktion x_1 und x_2 in die Gleichungen 3-30 und 3-31 erhält man folgenden Gleichungen:

$$-m * \bar{q} * \omega^2 + b_T * j\omega(\bar{q} - \bar{q}_T) + (k + k_T)\bar{q} - \bar{q}_T * k_T = F \quad 3-32$$

$$-m_T * \omega^2 \bar{q}_T + b_T * j\omega(-\bar{q} + \bar{q}_T) - k_T * \bar{q} + k_T * \bar{q}_T = 0 \quad 3-33$$

Nach der umformen erhält man:

$$\begin{pmatrix} (k + k_T) - m * \omega^2 + b_T * j\omega & -b_T * j\omega - k_T \\ -b_T * j\omega - k_T & k_T - m_T * \omega^2 + b_T * j\omega \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \bar{q} \\ \bar{q}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad 3-34$$

3.2.1 Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{pmatrix} (k + k_T) - m * \omega^2 + b_T * j\omega & -b_T * j\omega - k_T \\ -b_T * j\omega - k_T & k_T - m_T * \omega^2 + b_T * j\omega \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \bar{q} \\ \bar{q}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad 3-35$$

Berechnung der Determinanten Δ

$$\Delta = ((k + k_T) - m * \omega^2 + b_T * j\omega) * (k_T - m_T * \omega^2 + b_T * j\omega) - (-b_T * j\omega - k_T)^2 = 0 \quad 3-36$$

Somit kann man die (komplexe) Amplitude der Hauptmasse nach (Hartog, 1936) berechnen.

$$\bar{q} = \frac{F * (k_T - m_T * \omega^2)^2 + i * \omega * b_T}{[(-m\omega^2 + k)(-m_T\omega^2 + k_T) - m_T * \omega^2 * k_T]^2 + i * \omega * b_T * (-m\omega^2 + k - m_T * \omega^2)^2} \quad 3-37$$

Die Gleichung 3.38 wird in die übliche, komplexe Form $\bar{q}_T = F * (a + ib)$ transformiert, wobei a der reelle und b der imaginäre Anteil ist. Mit diesen beiden Komponenten kann der Betrag von \bar{q} berechnet werden:

$$\frac{x_1^2}{F^2} = \frac{(k_T - m_T * \omega^2)^2 + \omega^2 * b_T^2}{[(-m\omega^2 + k)(-m_T\omega^2 + k_T) - m_T * \omega^2 * k_T]^2 + \omega^2 * b_T^2 * (-m\omega^2 + k - m_T * \omega^2)^2} \quad 3-38$$

Um die Amplitude besser darzustellen, wird die Gleichung in dimensionsloser Form geschrieben, wobei die folgenden Symbole eingeführt werden:

$$\mu = \frac{m_T}{m} \quad \text{Massenverhältnis zwischen der Tilgermasse und der Hauptmasse.}$$

$$\omega_T = \sqrt{\frac{k_T}{m_T}} \quad \text{Eigenfrequenz der Tilgermasse,}$$

$$\omega_H = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Eigenfrequenz der Hauptmasse,}$$

$$f_v = \frac{\omega_T}{\omega_H} \quad \text{Frequenzverhältnis zwischen Tilgermasse und Hauptmasse,}$$

$$D = 2 * m_T * \omega \quad \text{Kritische Dämpfung,}$$

$f = \frac{\omega}{\omega_H}$ Frequenzverhältnis der erzwungenen Frequenz,

Nach dem Einsetzen in die Gleichung erhält man hiermit:

$$\frac{x_1}{F} = \frac{\left(\frac{(2 * b_T * f)}{D}\right)^2 + (f^2 - f_v^2)^2}{\left(\frac{(2 * b_T * f)}{D}\right)^2 (f^2 - 1 + \mu * f_v^2)^2 + [\mu * f_v^2 * f^2 - (f^2 - 1)(f_v^2 - 1)]^2} \quad 3-39$$

Die Gleichung 3.40 repräsentiert die dimensionale Schwingungsamplitude der Hauptmasse m als Funktion des Frequenzverhältnisses der erzwungenen Frequenz f mit der Dämpfungskonstante b_T als Parametervariable.

Abbildung 3-5 stellt die Schwingungsamplitude für unterschiedliche Dämpfungen dar.

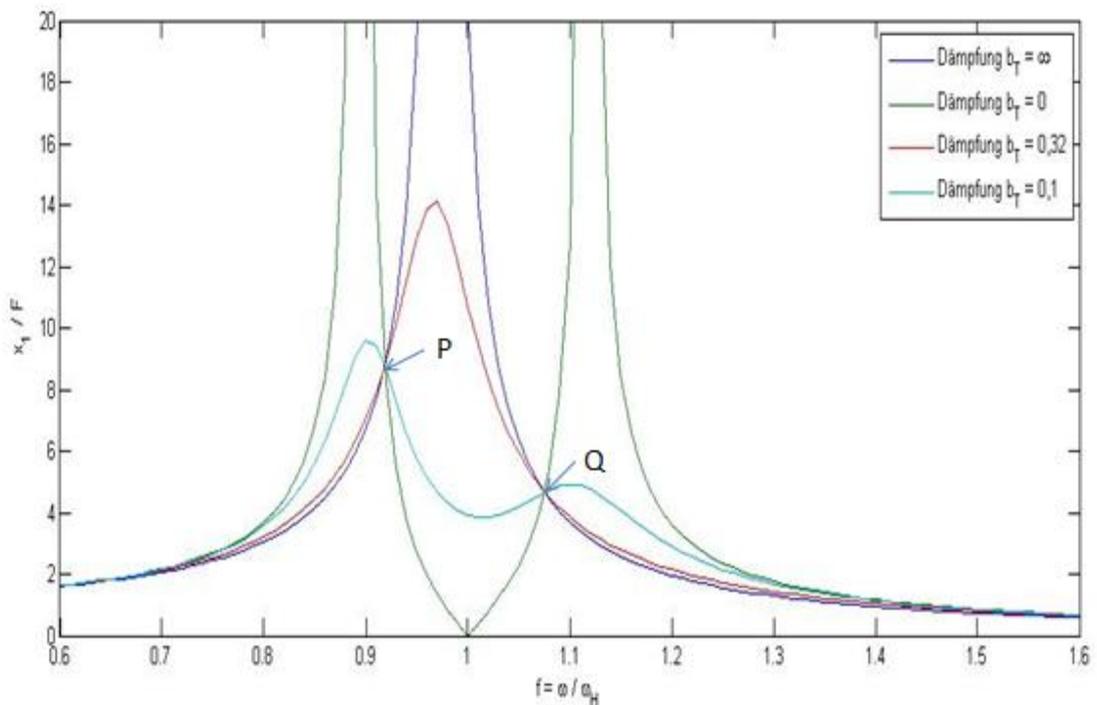


Abbildung 3-5: Amplitudengang

Abbildung 3-5 zeigt den Amplitudenverlauf der Hauptmasse als Funktion des Frequenzverhältnisses der erzwungenen Frequenz bei verschiedenen Dämpfungsgrößen. In der (Abbildung 3-5) unterscheidet man 4 Kurven:

- Die grüne kurve repräsentiert den Amplitudenverlauf der Hauptmasse ($\frac{x_1}{F}$), bei der die Dämpfung gleich Null ist. Das system reduziert sich auf ein zwei.
- Masse Feder System ohne Dämpfung. Es wird, wie in Abbildung 3-1 dargestellt, zwei Resonanzstellen erwartet.

$$\frac{x_1}{F} = \sqrt{\frac{(f^2 - f_v^2)^2}{[\mu * f_v^2 * f^2 - (f^2 - 1)(f_v^2 - 1)]^2}} \quad 3-40$$

- Die Blau kurve representiert die Amplitudenverlauf der Hauptmasse bei der die Dämpfung unendlich groß ist. Das System reduziert sich auf ein Feder-Masse-System, weil das Dämpfungselement wie eine Stange sich verhält, was eine mögliche Wirkung der parallel geschalteten Feder annulliert. Die beiden Massen sind somit zu einem System mit einem Freiheitgrad (ein-Massen-Schwinger) verbunden. Es wird in diesem Fall eine Resonanzstelle erwartet (Abbildung 2-4).

$$\frac{x_1}{F} = \sqrt{\frac{1}{(f^2 - 1 + \mu * f_v^2)^2}} \quad 3-41$$

- Die rote und hellblaue Kurve stellen den Amplitudenverlauf der Hauptmasse bei einem Dämpfungsgrad von 0,32 und 0,1 jeweils dar. Wenn man einen Dämpfer in das System einschaltet, so soll dieser die Resonanzspitze auf einen niedrigen, endlichen Wert bringen, wie jene zwei Kurven es demonstrieren.

3.2.2 Optimierung der Dämpfungsparameter:

Gesucht ist das Dämpfungsmass, bei dem die zugehörige Maximalamplitude am niedrigsten ist. Zunächst ist zu bemerken, dass die oben beschriebenen 4 Kurven sich in den beiden Punkten P und Q schneiden, was vermuten lässt, dass alle Kurven unabhängig von der Dämpfung durch diese beiden Festpunkte gehen. Die Kurvenverläufe für $b_T = 0; 0,1; 0,13; 0,2; 0,3; 0,4$ und $0,5$ (siehe Ab-

bildung 3-6) bei gleichbleibenden Federsteifigkeiten ($k = 0,1$ und $k_T = 1$) zeigen einen Abfall der Maximalamplitude von $b_T = 0$ bis $b_T = 0,3$, gefolgt von einem Anstieg jener Maximalamplitude von $b_T = 0,4$ bis $b_T = 0,5$. Für $b_T = 0,3$ scheint der Festpunkt P mit der Maximalamplitude zusammenzufallen. Diese Erkenntnis erlaubt uns folgende Aussage:

Die Maximalamplitude $\frac{x_1}{F}$ ist am geringsten, wenn der Kurvenextremum und P (ggf. Q) zusammenfallen.

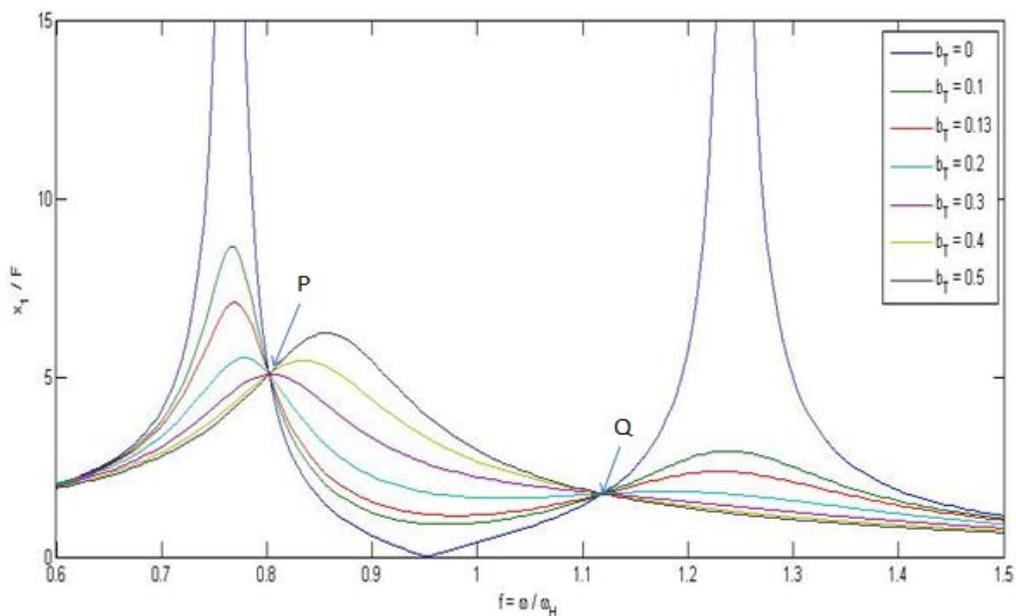


Abbildung 3-6: Frequenzgänge für unterschiedliche Dämpfungen

Mit dem Eigenfrequenzverhältnis $f = 0,1; 0,4; 0,7; 1; 1,1$ lassen sich die Festpunkte P und Q (hier die Extremalstelle links für P und rechts für Q der Kurven) bei gleichbleibender Dämpfung ($b_T = 0,1$) bewegen (sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung), wie in Abbildung 3-7 zu sehen. Mit wachsender Dämpfung wandert die Maximalamplitude vom Punkt Q zu Punkt P. Diese Erkenntnis erlaubt uns folgende Aussage:

Die Höhensteuerung von P und Q lässt sich mit dem Eigenfrequenzverhältnis

$f = \frac{\omega}{\omega_H}$ steuern.

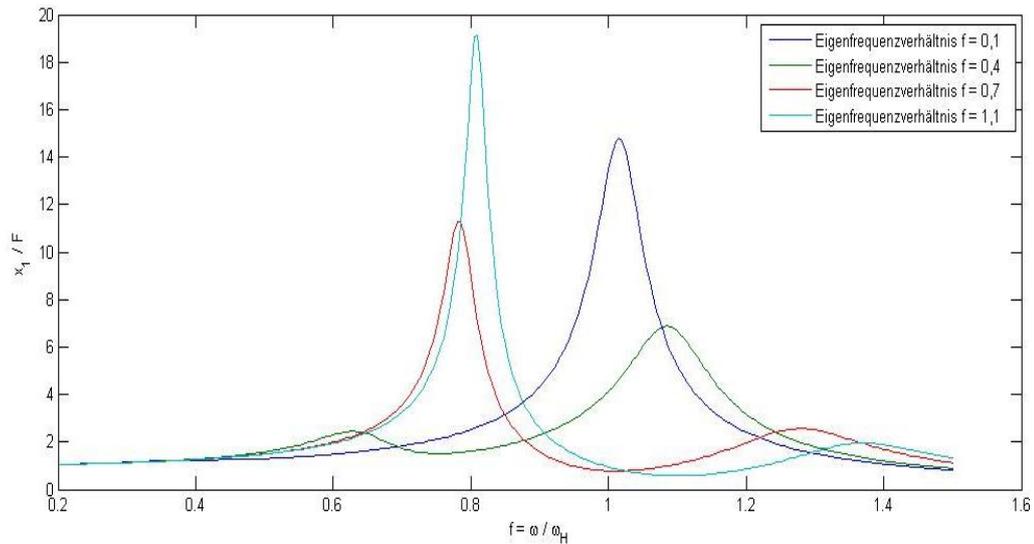


Abbildung 3-7: Frequenzgänge für verschiedene Eigenfrequenzverhältnis

Nach [8] und [9] Sinnvoll ist ein Amplitudenfrequenzgang mit zwei gleich grossen Maxima (P und Q gleicher Höhe) und ein einigermaßen flacher Verlauf zwischen diesen Stellen erforderlich, um eine möglichst breitbandige Tilgerwirkung zu erzielen. Dabei soll eine waagerechte tangente durch beide Punkte gehen (P und Q sind Extremas).

P und Q gleicher Höhe:

Das Eigenfrequenzverhältnis, bei der P und Q auf der gleichen Höhe stehen, lässt sich nach den folgenden Schritten ausrechnen:

Gleichstellung der Gleichungen (seite 31 und 32) zur Ermittlung der Abzissen f_1 und f_2 von jeweils P und Q. Diese Vorgehensweise ist gültig, da diese Werte für alle Dämpfungsmasse identisch sind (Federsteifigkeiten gleichbleibend).

Einsetzen f_1 und f_2 in die Gleichung (siehe Seite 32) und gleichstellung der erhaltenen Amplituden x_{1_1} und x_{1_2} zur Ermittlung des notwendigen Eigenfrequenzverhältnisses f_v (für P und Q gleicher Höhe).

Ermittlung der optimalen Dämpfung durch Bildung der Ableitung von Gleichung (ursprung), Einsetzen der Extremas x_{1_1} und x_{1_2} und gleich null stellen. Wir erhalten für die jeweiligen Extremas eine Dämpfung (dT_1 und dT_2). Die optimale Dämpfung ist ein Kompromis zwischen dT_1 und dT_2 durch Mittelwertbildung.

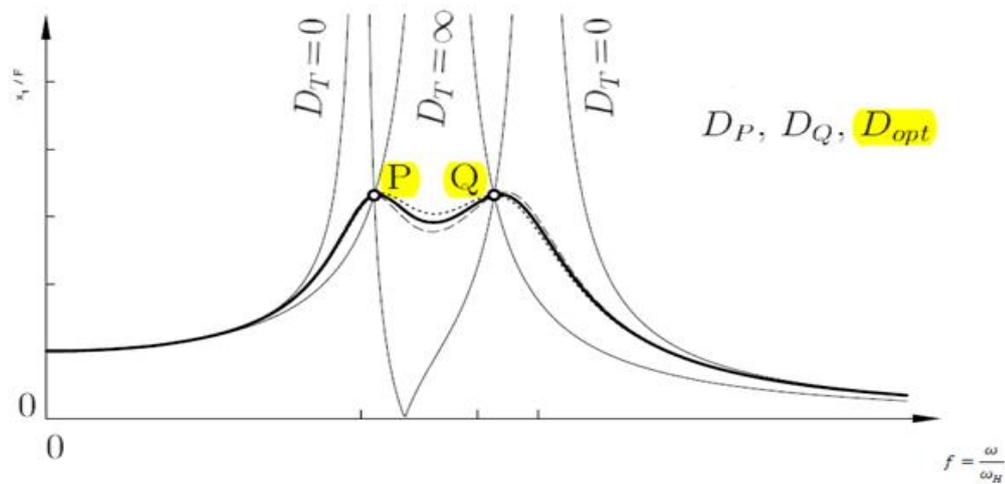


Abbildung 3-8: Amplitudengang der Schwingungen des Originalsystems bei optimal aus gelegtem gedämpften Tilger [9]

Fazit: Die Bedingung gleich großer Amplituden hat also bei gegebenem μ auf eine Bedingung für das Verhältnis der nominellen ungedämpften Eigenfrequenzen bzw. der Federsteifigkeiten geführt [9]. Im Vergleich zur ungedämpften Tilgung, bei der die Hauptmassenamplitude vollständig annulliert wird, kann die gedämpfte Tilgung nicht ein solches Ergebnis erzielen. Denn Hauptmassenamplitude bei gedämpfter Tilgung wird nur stark abgeschwächt aber nicht vollständig annullieren und ist somit nicht so effizient wie sein Konkurrent.

3.3 Beispiele von Schwingungstilgern

Bauwerke werden dann in große Schwingungen versetzt, wenn eine wesentliche Eigenfrequenz des Gebäudes angeregt wird und wenn gleichzeitig die Dämpfung dieser Eigenform gering ist. Große Brücken und Stadionsdächer können durch die Windanregung in kritische Resonanzschwingungen versetzt werden, während Fußgängerbrücken und Tribünen oft durch die rhythmische Anregung von Menschen gefährdet sind

Um solche Resonanzschwingungen zu vermeiden, die zu Katastrophe führen können, wird unter der Brücken oder dem Stadium ein zusätzliches Federmas-

sesystem eingebaut wie man in Abbildung 3-9 sehen kann. Dadurch wird die Schwingungsamplitude des Bauwerkes reduziert.

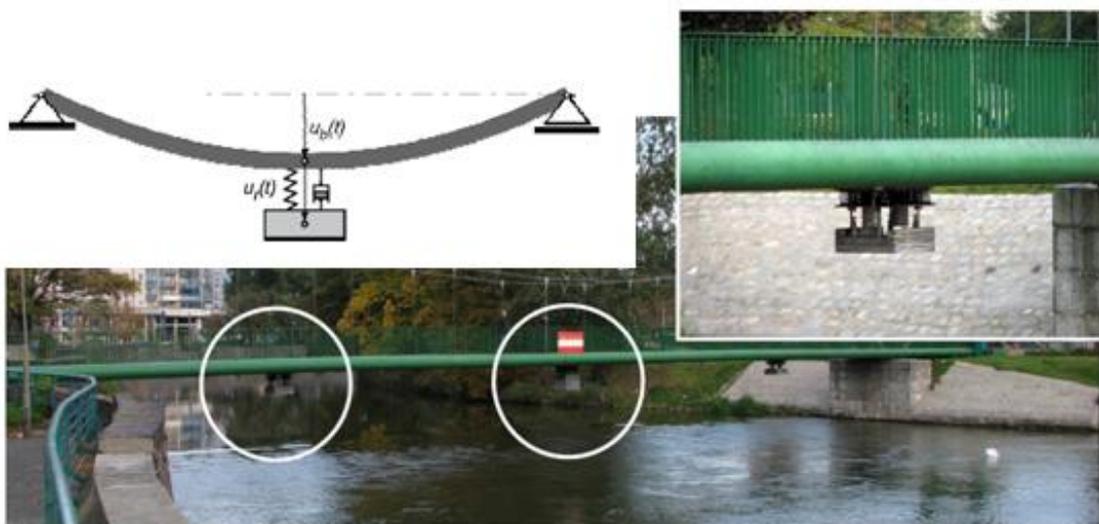


Abbildung 3-9: Modell Schwingungstilger mit Brücke [10]

Der Tilgereffekt wird auch bei Nutz- und selbstfahrenden Arbeitsmaschinen zur Minderung von Hub und Nickschwingungen eingesetzt. Wie Abbildung 3-10 zu entnehmen ist, kann bei Nutzmanischen am Beispiel eines Baggers die Arbeitsausrüstung der Maschine als Tilgermasse verwendet werden, indem sie über ein zusätzliches Feder-Dämpfer-System an das Fahrzeug gekoppelt wird.

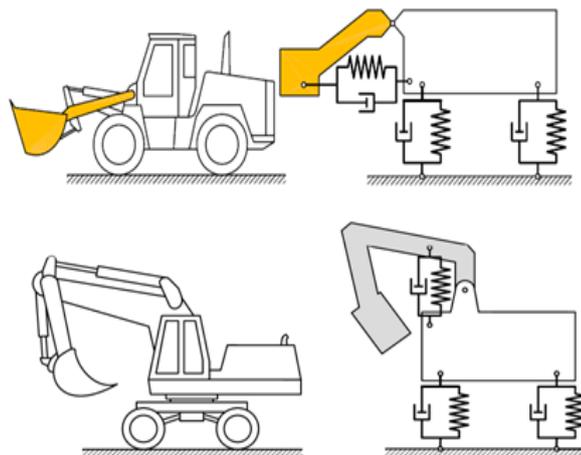


Abbildung 3-10: Schwingungstilgung an einer Arbeitsmaschine durch die Arbeitsausrüstung [9]

4 Konstruktionselemente von Koppelschwingung

Die Konstruktion von Koppelschwinger muss eine Vielzahl von Parametern und Rahmenbedingungen berücksichtigen. Im Rahmen dieser Arbeit sollen die zu konstruierenden Schwingensysteme die nachfolgend aufgeführten Anforderungen möglichst einhalten:

Anforderungen für die Konstruktion des Koppelschwingers

- Geringer Kosten
- Darstellung von Tilgereffekt zwischen 1 und 10 Hz
- Geringes Gewicht
- Transportierbarkeit
- Realisierbar
- Handhabung
- Umweltgerecht Konstruktion und Recycling
- Die gekoppelte System besteht aus mindestens zwei Freiheitsgrad
- Die Anregung wird durch ein Moment, Federpunkt, Kraft angeregt.
- Wartungsarm

Um die Funktionsprinzipien der unterschiedlichen Koppelschwinger-Varianten zu erläutern, wird das Problem in einem technischen System mit Eingangs- und Ausgangsgrößen mit Hilfe einer Blackbox in Abbildung 4-1 sowie mit einem Wirkmechanismus-Schaubild in Abbildung 4-2 beschrieben.

Zur Erzeugung des Tilgersffektes wird über einen Elektromotor das Federsystem mechanisch erregt. Der dadurch erzeugte Impuls wird über die elastische und oder dämpfende Verbindung an die Schwingmasse übertragen und das

ganze wird in Schwingung versetzt (siehe Abbildung 4-2). Die Schwingungen werden über eine weitere elastische und oder dämpfende Verbindung an die Tilgermasse übertragen und erzeugt so den Tilgereffekt. Werden auch dämpfende Verbindungen in System eingebaut, so wird die Bewegungsenergie in eine für die Schwingung nicht mehr zur Verfügung stehende Energieform umgewandelt und als Wärme abgeführt. Die Ermittlung des Tilgers ist eine Funktion der Schwingmasse(n) und der Steifigkeit der elastischen/dämpfenden Verbindungen, wobei die gerade erwähnte dämpfende Verbindung Auswirkung auf das Tilgerergebnis haben kann.

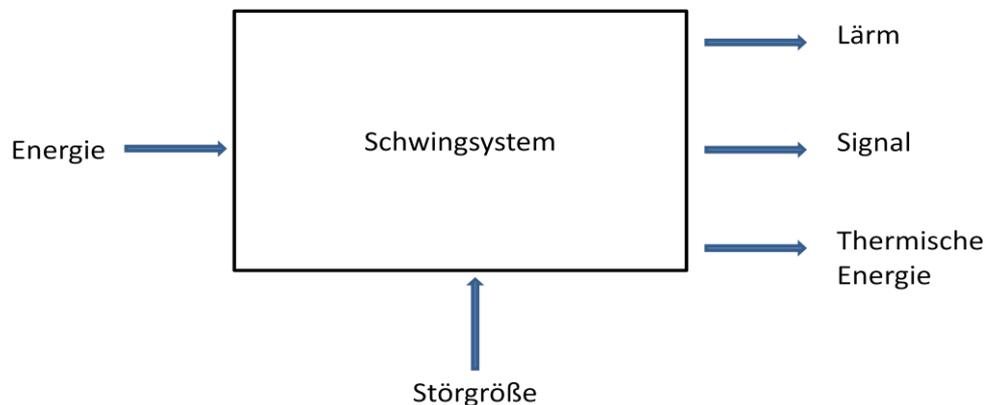


Abbildung 4-1: Funktionsprinzip eines Schwingsystems (Blackbox)

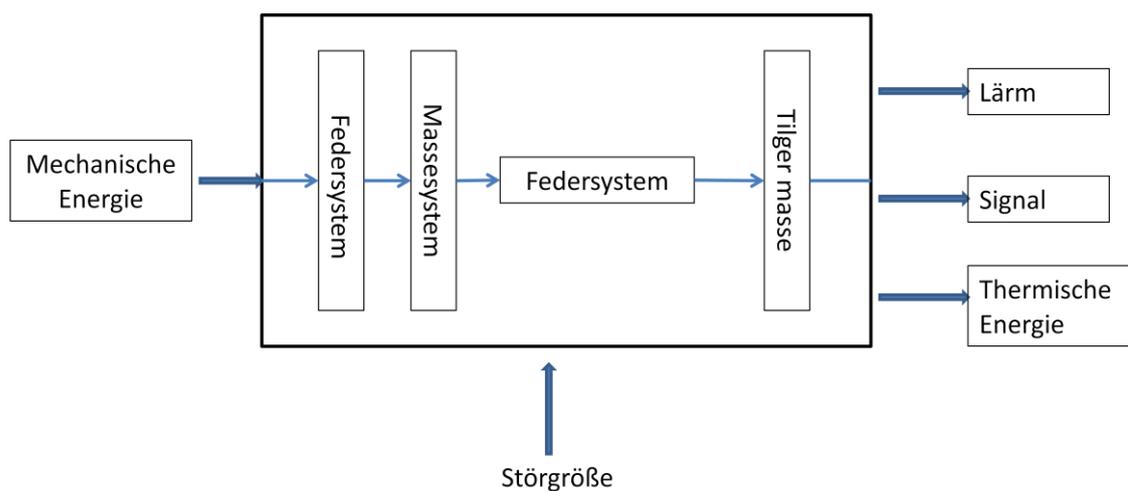


Abbildung 4-2: Wirkmechanismen eines Koppelschwingers

4.1 Erregung Arten

Um ein Feder Masse System in Bewegung zu bringen unterscheidet man verschiedene Erregung Arten:

- die fremderregte Schwingungen.
- die selbsterregte Schwingungen.

Die Fremderregte

Die Fremderregte ist noch als Erzwungene Schwingungen genannt es führt einem System in Bewegung durch eine äußeren wirkende Kräften die zeitlich abhängig ist.

Diese äußeren wirkenden Kräfte könnten: Wegerregung, Krafterregung mit konstanter Amplitude, und Krafterregung mit Frequenzabhängiger Amplitude sein. Die Ursache diese äußeren Kräfte wird beispielsweise Unwucht an rotierenden Teilen, Lagerfehler. Bei Fremderregung unterscheidet man drei Arten von Anregung nämlich:

- Wegerregung

Bei der Wegerregung die Anregung von der Masse hängt von dem weg ab. Es wird mit $x_e = r * \sin(w * t)$ periodisch bewegt, wobei r die Amplitude der Erregung und w die Erreger Frequenz die Bewegung der Masse wird maßgeblich von der Anregung des oberen Federendes beeinflusst (siehe Abbildung 4-3)

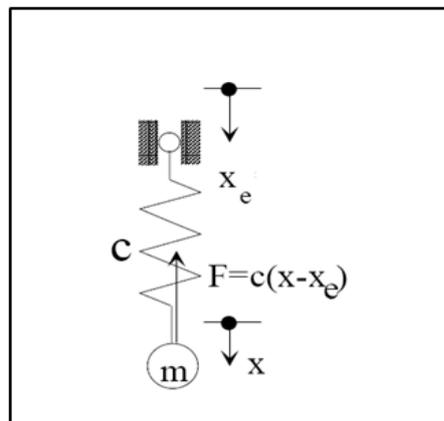


Abbildung 4-3: Feder-Masse bei Wegerregung [21]

➤ Krafterregung mit konstanter Amplitude

Bei Krafterregung mit konstanter Amplitude wird die Masse in Bewegung erbracht durch ein periodische kraft $F_e = \bar{F} * \sin(w * t)$ wobei die Kraftamplitude \bar{F} konstant ist und w die Erreger Frequenz. Diese Kraft wird auf der Masse m direkt wirken.

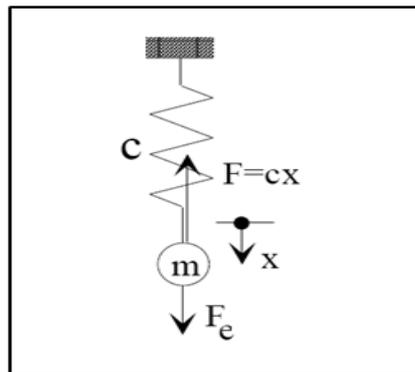


Abbildung 4-4: Kraft Erregung mit konstanter Amplitude [21]

➤ Krafterregung mit Frequenzabhängiger Amplitude

Bei der Krafterregung mit Frequenzabhängiger Amplitude wird das System durch eine schwingende Masse m_e angeregt, wobei die schwingende Masse direkt auf die Hauptmasse wirkt. Die entstehende Amplitude der Erregerkraft hängt von der Erregerfrequenz ab und wird wie folge berechnet: $\bar{F} = m_e r_e w_e^2$ wobei m_e die Erregermasse beispielsweise die Unwuchtmasse, r_e ist der Abstand zwischen den Erregermasse und der Drehpunkt und der Frequenz w_e mit der die Erregermasse sich bewegt.

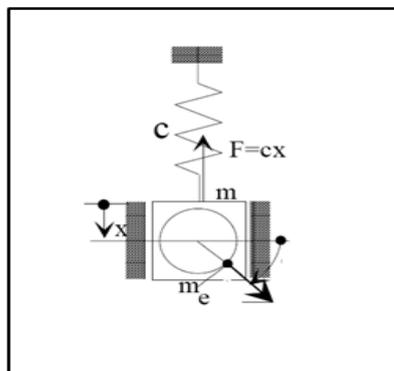


Abbildung 4-5: Kräfte Erregung mit Frequenzabhängiger Amplitude [21]

4.2 Reibung

Im Bereich der Schwingungslehre geht während der Bewegung des Körpers ein Teil der Bewegungsenergie in Wärme über. Dieses Phänomen wird als Dissipationsreibung bezeichnet und kennzeichnet sich durch eine Abnahme der Schwingungsamplitude (siehe Abbildung 4-6), auch *Dämpfung* genannt.

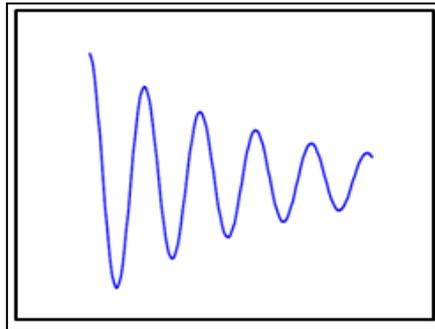


Abbildung 4-6: Frei gedämpfte Schwingungen [12]

Es wird grundsätzlich zwischen der internen und externen Dämpfung, wie in Abbildung 4-7 zu sehen ist. Für meine Arbeit soll nur die interne Dämpfung, also die Coulomb'sche und die visköse Reibung, berücksichtigt werden.

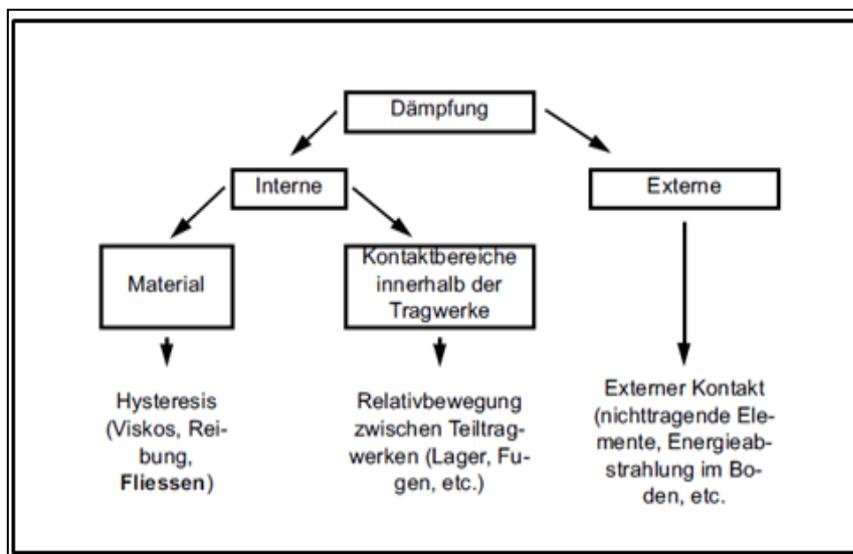


Abbildung 4-7: Dämpfungsarten [13]

Die Coulomb'sche Reibung tritt in fast allen mechanischen Schwingungssystemen auf, in denen die translatorische Bewegung der Schwingungsmasse geführt ist. Die Reibungskraft wirkt entgegen der Bewegungsrichtung der Masse (siehe) und ihr Betrag (bei Roll- oder Gleitreibung) ist unabhängig von der Geschwindigkeit der bewegten Masse.

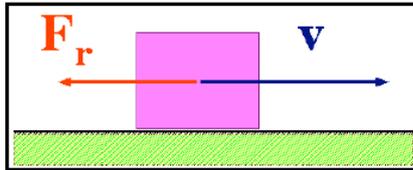


Abbildung 4-8: Coulomb'schen Reibung **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**

Die Gleitreibung

Sie tritt an den Kontaktflächen zwischen Körpern auf, die sich relativ zueinander bewegen. Sie bremst die Körper in ihre Bewegungsrichtung. Bei einigen Werkstoffkombinationen tritt ein Kriechen auf, so dass die Reibungskraft entgegen dem Amontons'schen Gesetz geschwindigkeitsabhängig ist [14].

Die die Gleitreibungskraft zwischen zwei Körpern lassen sich mit Hilfen von Reibungskoeffizienten wie folgende berechnet:

$$F_G = \mu_G * F_N \quad 4-1$$

Wobei μ_G der Gleitreibungskoeffizient und F_N die Normalkraft, die senkrecht zur Fläche ist. Der Reibungskoeffizient ist somit das Verhältnis der Reibungskraft zur Normalkraft und hängt von mehreren Faktoren, wie die Oberflächenbeschaffenheit (Rauheit), Materialpaarung, Schmierung, Temperatur, Feuchte, Verschleiß ab. In der unteren Tabelle sind Beispielswerte für die Gleitreibungszahl für unterschiedliche Materialpaarungen.

Stoff	Haftreibung trocken (Richtwerte)	Gleitreibung trocken (Richtwerte)
Stahl zu Stahl	0,08-0,25	0,06-0,20
Stahl zu PTFE	0,04	0,04
Aluminium zu Aluminium	1,05	1,04
Nickel zu Nickel		
NaCl zu NaCl	4,5	0,9
Gummi zu Asphalt (trocken)	0,9-1,3	0,8
Holz zu Stein	0,70	0,30

Tabelle 1: Gleitreibungszahl für Stoff [14]

➤ Die Haftreibung

In vielen Fällen ist Haften zwischen berührenden Körpern erwünscht. Ohne Haftreibung würde der Alltag gar nicht funktionieren. Sie steckt hinter der Transformation von Drehbewegung in translatorischer Bewegung von Fahrzeugen (Haften von Rad auf Straßenbelag, von Zugrad auf Gleis), hinter Verbindungselementen (Nagel-Wand, Kupplungsscheiben, Kleben). Der Unterschied zwischen Haftreibung und Gleitreibung besteht darin, dass die Gleitreibungskraft immer geringer als die Haftreibungskraft bei gleicher Normalkraft ist.

Die Haftreibungskraft zwischen zwei Körpern lässt sich mit Hilfen von Reibungskoeffizienten wie folgende berechnet:

$$F_H \leq \mu_H * F_N \quad 4-2$$

Wobei μ_H der Haftreibungskoeffizient und F_N die Normalkraft, die senkrecht zur Fläche ist. Der Reibungskoeffizient ist somit das Verhältnis der Reibungskraft zur Normalkraft und hängt von mehreren Faktoren, wie die Oberflächenbeschaffenheit (Rauheit), Materialpaarung, Schmierung, Temperatur, Feuchte, Verschleiß ab. In der unteren Tabelle sind Beispielswerte für die Haftreibungszahl für unterschiedliche Materialpaarungen.

Haftreibungszahlen μ_H (Richtwerte) ^[1]				
Materialpaarung	trocken	wenig fettig	geschmiert	mit Wasser
Bronze auf	Bronze	0,18		0,11
	Grauguss	0,28		0,21
	Stahl	0,19		0,18
Grauguss auf	Eiche			0,65
	Grauguss		0,16	0,19
Eiche auf Eiche		0,54		0,71
Lederriemen auf	Eiche		0,47	
	Grauguss	0,48	0,28	0,12
Messing auf Eiche		0,62		0,16
Stahl auf	Bronze	0,19		
	Eiche			0,11
	Eis	0,027		
	Grauguss	0,19		
	Stahl	0,15	0,13	
	Aluminium	0,19		
Hanfseil auf Holz		0,5		

Tabelle 2: Haftreibungszahl für Materialpaarungen [14]

➤ Flüssigkeitsreibung

In Flüssigkeiten das Phänomen der Reibung ist auf die Viskosität zurückzuführen. Denn eine in einer viskosen Fluiden herrschende Kraft ist abhängig zur Schergeschwindigkeit. Für Newton'sche Flüssigkeiten gilt ein linearer Zusammenhang (siehe Abbildung 4-9.) und der Linearfaktor „d“ nennt sich „Dämpfungskonstante“. Diese Art von Reibung wandelt sich innerhalb der Flüssigkeit in Wärme um, die dann an die Umgebung weitergeleitet wird.

$$F_d = d\dot{x}$$

4-3

wobei d die Visköse Dämpfungskonstante und \dot{x} die Geschwindigkeit sind.

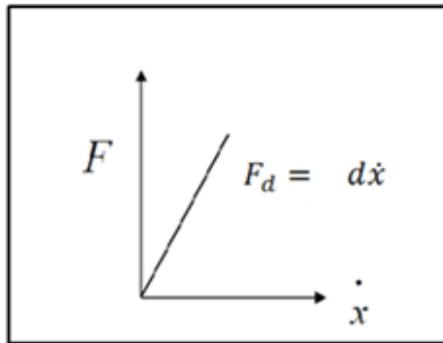


Abbildung 4-9: Widerstandskräfte in Viskösen Fluiden [12]

4.3 Führungen

Die Führung hat die Aufgabe unter anderem, die bewegten Maschinenteile oder die Massen entlang einer vordefinierten Bahn zu führen und dabei einen Kraftfluss zwischen den sich relativ zueinander bewegten Bauteilen zu ermöglichen. Man unterscheidet verschiedene Arten von Führungen, deren Auswahl von der Bewegungsart (Drehbewegungen, geradlinige) der Maschinen oder der Massen abhängt. Der Einsatz von Führungen hängt von mehreren Parametern ab, wie:

- Reibung zwischen Führungsflächen soll am beste möglich klein sein
- die Führung braucht eine ausreichende Steifigkeit und Schwingungsdämpfung, damit die auftretenden Bearbeitungskräfte und Schwingungen von der Führung aufgenommen werden[19]

die Reibung zwischen den Führungsflächen sollte möglichst gering sein, deshalb sehr wichtig, dass die Führungen regelmäßig gereinigt und mit Schmieröl versehen werden, um die oben aufgeführte Reibung zu verhindern [19].

4.4 Bauarten von Führungen

Unter einer Linearführung versteht man ein Maschinenelement in der Linear-technik, das eine möglichst reibungsfreie Translation einer oder mehrerer beweglicher Baugruppen einer Maschine ermöglicht und dabei gleichzeitig die Einhaltung der Bewegungsrichtung - einer linearen Bahn - garantiert.

Es wird unterschiedliche Bauarten von Führungen unterschieden, welche in den folgenden Abbildungen aufgezeigt werden:



Abbildung 4-10: Kugelbüchsenführungen [15]



Abbildung 4-11: Schwalbenschwanzführung [15]

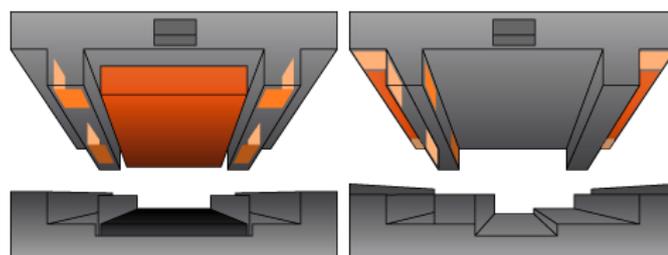


Abbildung 4-12: Flachführung [15]

Bei Linearführungen ist die Reibung abhängig von der Belastung, der Vorspannung, der Geschwindigkeit und der Schmierung. Sie besteht aus einer Grundreibung mit Dichtung (konstruktionsbedingt) und einer Lastreibung (belastungsbedingt).

Abbildung 4-13 zeigt den Verlauf des Reibbeiwerts als Funktion des Verhältnisses von Belastung zur dynamischen Tragzahl der Kugelführung [20].

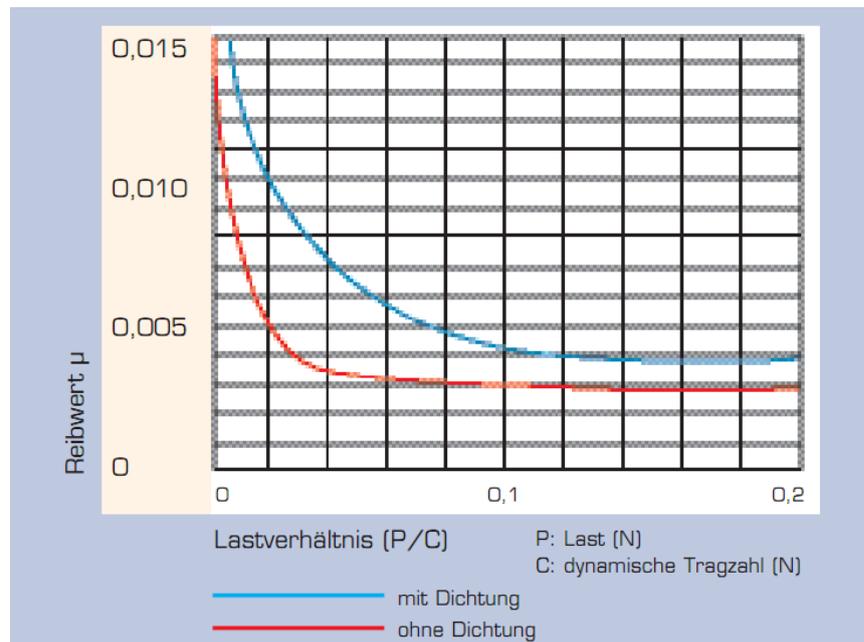


Abbildung 4-13: Reibwert [20]

4.5 Elastische Feder

Federelemente werden in der Technik fast überall eingesetzt, beispielsweise in Bereich des Fahrzeuges (Stoßdämpfer und Motoraufhängung), bei Sportgeräten (Stabhochsprung, Poweriser) auch in Fertigungstechnik und Medizintechnik. In dieser Arbeit werden die Federelemente eingesetzt, um erstens die Schwingung, die vom Erreger kommt zur Masse weiterzuleiten, zweitens als Verbindung Elemente zwischen der Tilgermasse, Hauptmasse und dem Erreger zu dienen. Die Federelemente weisen weitere interessante Eigenschaften auf, wie zum Beispiel die elastische, fast ideale Verformung, die auf seine Speicherefähigkeit von potentieller Energie zurückzuführen ist. Es existieren verschiedene Typen von Federn (siehe Abbildung 4-14):

- die Schraubenfeder
- der Dehnstab
- der Torsionsstab
- der Biegebalken
- die Torsionsspirale

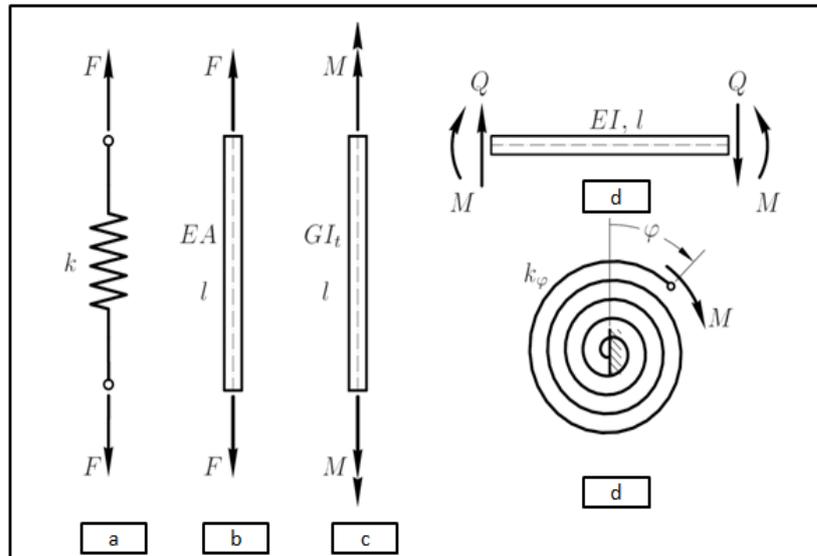
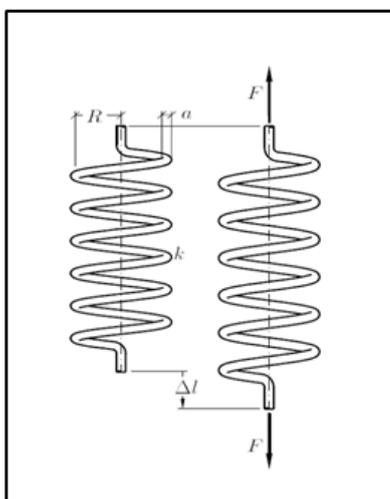


Abbildung 4-14: Federarten [16]

a) Schraubenfeder

Die elastische Schraubenfeder wird am Ende ihren Punkt in Längsrichtung durch eine Kraft oder eine Masse belastet und nimmt bei Entlastung wieder die ursprüngliche Gestalt an.



Hierbei wird potentielle Energie gespeichert, die bei der Rückfederung unter Berücksichtigung der Reibungsverluste in Form von Arbeit wieder abgegeben werden kann. Die Federkraft wird wie folgt berechnet:

$$F = K * \Delta L \quad 44$$

Wobei die Kraft F proportional zur Längenänderung ΔL und K die Federsteifigkeit ist. Diese wird

Abbildung 4-15: Zugfeder [16]

als Funktion der Anzahl der Windung (n), des Drahradiuses (a), des Schubmoduls (G) und des Windungsradiuses (R) der Feder bestimmt. (siehe Abbildung 4-15).

Die Formel für K lautet [16]:

$$k = \frac{G * a^4}{4 * R^3 * n} \quad 4-5$$

Die Potentielle Energie beträgt:

$$U = \frac{1}{2} * K * \Delta L^2 \quad 4-6$$

b) Dehnstab

Der Dehnstab ist als eindimensional Modell eines elastischen Körpers wobei es am Endpunkt in der Längsrichtung belastet. Die Unterschiede zwischen Dehnstab und Elastische Feder liegt bei der Steifigkeit. Hierbei hängt es von den E-Modulen, die Fläche Querschnitt und die Länge der Stab L ab.

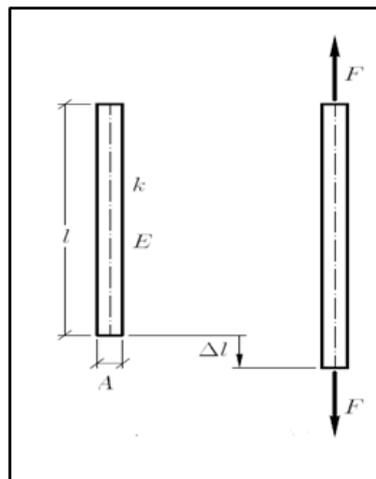


Abbildung 4-16: Dehnstab [16]

Die ausgeübte Kraft führt zu einer Längeänderung nach folgender Formel:

$$F = K * \Delta L \quad 4-7$$

Mit $K = \frac{E * A}{L}$

Wobei L die Stablänge, A die Querschnittsfläche und E das Elastizitätsmodul sind.

Die gespeichert Energie (potentielle) beim Stab beträgt:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E * A(x) \dot{u}^2(x) * dx \quad 4-8$$

Wobei

$$u(x) = \frac{N}{EA(x)} \text{ mit } N = K * \Delta L \quad 4-9$$

Diese Formel ist gültig nur wenn der Dehnstab keinen Konstanten Querschnitt hat [16].

c) Torsionsstab

im Gegensatz zur elastischen Feder und zum Dehnstab wird beim Torsionsstab statt einer Kraft ein Moment ausgeübt (siehe Abbildung 4-17).

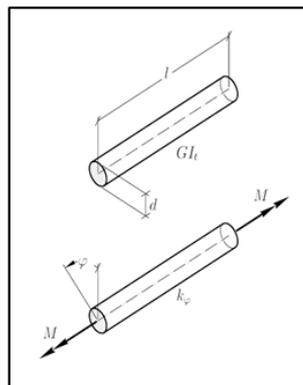


Abbildung 4-17: Torsionsstab [16]

Das Torsionsmoment wird durch [16]:

$$M = K_\rho * \rho \quad 4-10$$

bestimmt, wenn der Verdrillung Querschnitt frei ist. Hierbei ist ρ die Verdrehungswinkel und K_ρ die Drehfederkonstante. Der Zusammenhang zwischen dem Torsionsstabsmoment und dem Verdrehungswinkel wird wie folgt bestimmt [16]:

$$K_\rho = \frac{G * I_t}{l} \quad 4-11$$

Mit G dem Schubmodul, l der Länge des Stabs und I_t (siehe Tabelle 3) dem Torsionsflächenträgheitsmoment.

Querschnitt	W_T	I_T	Bemerkungen
Vollkreisquerschnitt 	$\frac{\pi R^3}{2}$	$\frac{\pi R^4}{2}$	$\tau(r) = \frac{M_T}{I_T} r$ Größte Schubspannung am Rand $r = R$
dickwandiges Kreisrohr  $\alpha = \frac{R_i}{R_a}$	$\frac{\pi R_a^3}{2} (1 - \alpha^4)$	$\frac{\pi R_a^4}{2} (1 - \alpha^4)$	Größte Schubspannung am äußeren Rand R_a

Tabelle 3: Torsionsflächenträgheitsmoment für Kreisquerschnitte [17]

Wie bei den oberen genannten Federn wird auch bei Torsionsstabfeder die Potentielle Energie gespeichert. Sie wird betragsmäßige wie folgt berechnet:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2(x)}{G * I_t(x)} dx \quad 4-12$$

d) Biegebalken

Im Gegensatz zu anderen elastischen Federelementen hängt die Steifigkeit von Ort, Belastungsart, wie Durchbiegen, Neigungswinkel, und von Randbedingungen. Wenn diese bekannt sind, kann die Steifigkeit aus einer geeigneten

Tabelle für Biegelinien abgeleitet werden. Im Einzelfall muss sie aus der elementaren Biegetheorie berechnet werden. Bei ebener Biegung sind dazu die Differentialgleichungen der Biegelinie [16]:

$$[E * I_y(x) * \ddot{\omega}(x)]'' = q(x) \quad 4-13$$

Mit E als Elastizitätsmodul, I_y als Flächenträgheitsmoment, $\omega(x)$ als Biegelinie und $q(x)$ als Streckenlast.

Die potentielle Energie für Biegebalken beträgt:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E * I(x) * \ddot{\omega}(x) dx \quad 4-14$$

5 Entwurf unterschiedlicher Koppelschwinger

5.1 Morphologischen Kasten

Der morphologische Kasten bietet die Möglichkeit, zu einem gestellten Problem die Totalität der denkbaren Lösungen aufzuzeigen. Hierbei werden die einzelnen Teilfunktionen vertikal und die jeweiligen, zugehörigen Lösungsvarianten horizontal in eine Tabelle (Kasten) eingetragen. Diese Darstellungsform ermöglicht die Kombination von mehreren Teillösungen zur verschiedenen Gesamtlösungen. Der morphologischen Kasten in Tabelle 4 stellt die für die gegebene Aufgabenstellung verschiedenen Lösungsvarianten dar und kombiniert diese mit Hilfe von Pfeilen unterschiedlicher Farben zu verschiedenen Lösungsansätze.

Teilfunktion	Lösungsvariante		
Erregung	Krafterregung mit Frequenzabhängiger Amplitude	Wegerregung	Krafterregung mit Konstanter Amplitude
Feder	Zugfeder	Biegebalken	Dehnstab
Masse	Fluide Körper	Festkörper	Sand
Führung	Linearführung	Acrylglas	Biegebalken
Rahmen	Rahmen	Rahmen	Rahmen

Tabelle 4: Morphologischen Kasten

5.2 Beschreibung der unterschiedlichen Koppelschwinger-Varianten

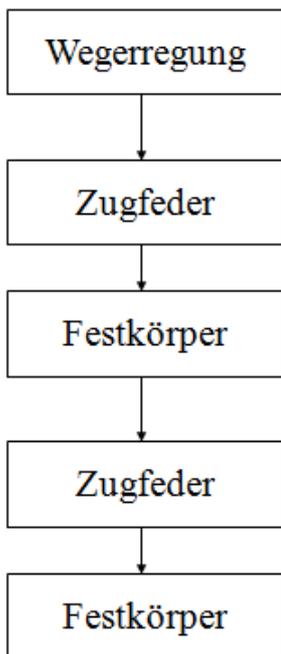


Abbildung 5-1: Variante 1

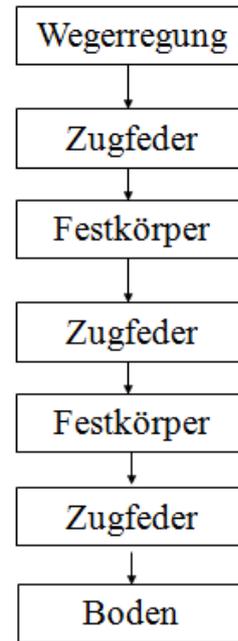


Abbildung 5-2: Variante 2

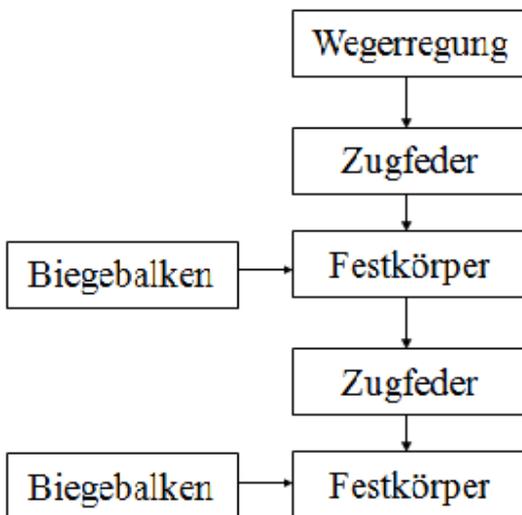


Abbildung 5-3: Variante 3

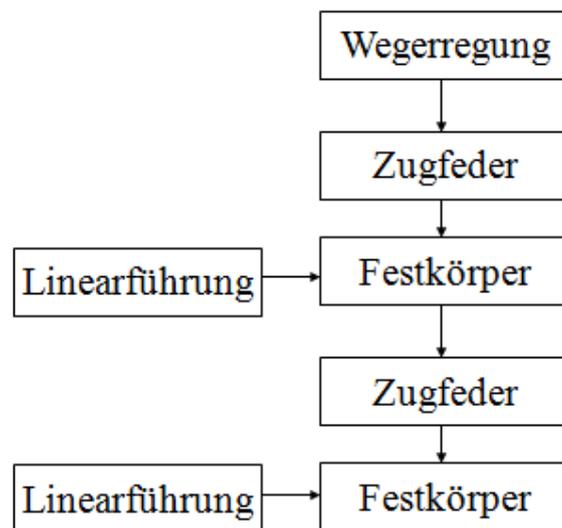


Abbildung 5-4: Variante 4

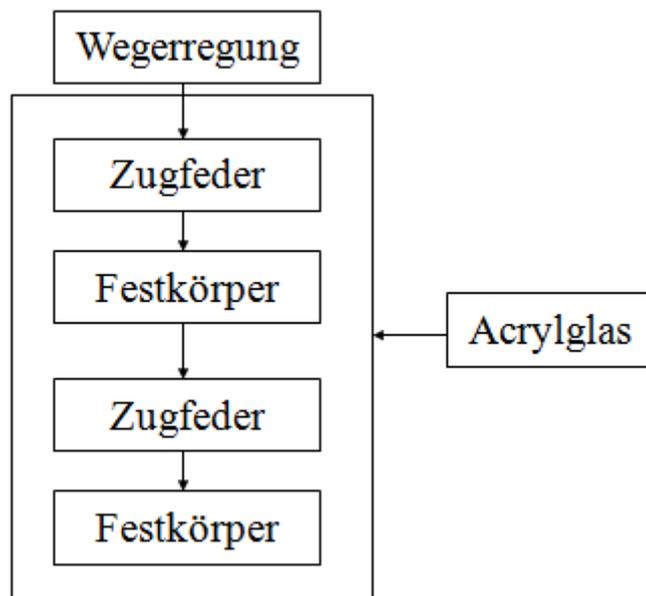


Abbildung 5-5: Variante 5

In der Abbildung 5-1 bis Abbildung 5-5 ist jeweils eine Systemdarstellung jeder aus Tabelle 4 Variante dargestellt. Auf die einzelnen Varianten mit ihren Teilfunktionen wird in den weiteren Kapiteln ausführlicher eingegangen.

Dennoch werden alle diese Varianten mit demselben Anregungssystem in Bewegung gesetzt. Die Wahl der Anregung ist auf die *Wegerregung* gefallen, umgesetzt durch einen Gleichstrommotor (mit 24V und 44Nm) und eine Scheibe mit Exzenterzapfen zur Drehzahlübertragung. Für den Motor wird eine Spannungssteuerung über ein Netzteil vorgesehen. Diese Art der Wegerregung, bei der das aus dem Motor stammende Drehmoment mit Hilfe eines Übertragungskörpers (Flachscheibe mit Führungsnut) in eine translatorische Bewegung umgewandelt wird, nennt sich *Fußpunktanregung*. Diese translatorische Bewegung wird in allen Varianten mit Hilfe von Federn zu beiden Massen weitergeleitet, so dass diese in Schwingung versetzt werden. Um eine seitliche Bewegung der Massen zu vermeiden, werden diese durch Führungen oder mit Acrylglas in die Längsbahn gehalten. Je nach Varianten unterscheidet man zwischen Variante 1 (siehe Abbildung 5-1), 2 (siehe Abbildung 5-2), 3 (siehe Abbildung 5-3), 4 (siehe Abbildung 5-4) und 5 (siehe Abbildung 5-5).

5.2.1.1 Variante1

Die Variante 1 besteht aus einer Wegerregung als Antrieb, einem Gestell, zwei Massen, zwei Federn und einer Grundplatte. Die translatorische Bewegung die von dem Übertragungskörper geliefert, wird zu Massen weitergeleitet, so dass beiden Massen in Schwingung versetzt werden. Die Federn werden zu Übertragungskörper und Massen mit einer M4 Schrauben befestigt. Das gesamte System (Federn Massen, Übertragungskörper) wird auf einem Gestell und auf einer Platte mit Hilfe von Schrauben befestigt (siehe Abbildung 5-6).

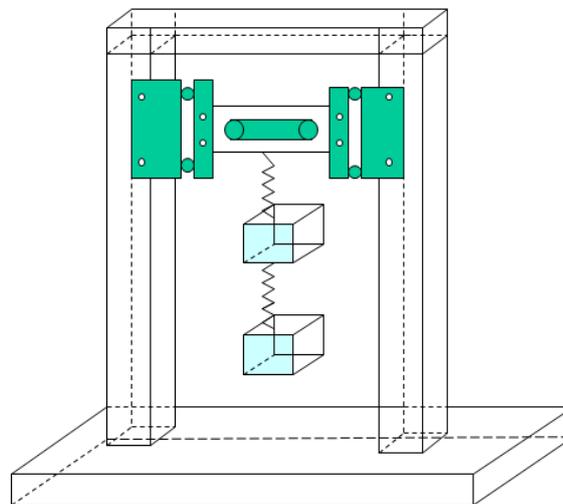


Abbildung 5-6: Variante 1

5.2.1.2 Variante 2

Variante 2 basiert stark auf Variante 1. Der besondere Unterschied hierbei liegt in der höheren Anzahl an Federn. Die erste Feder ist das Verbindungselement zwischen dem Übertragungskörper und die ersten Masse. Die zweite und die dritte Feder sind das Verbindungselement zwischen erster und zweiter Masse beziehungsweise zwischen zweiter Masse und Grundplatte. Das gesamte System (Feder Masse System) wird mit Hilfe von schrauben auf einem befestigt, welches von einer Platte unterstützt wird (siehe Abbildung 5-7).

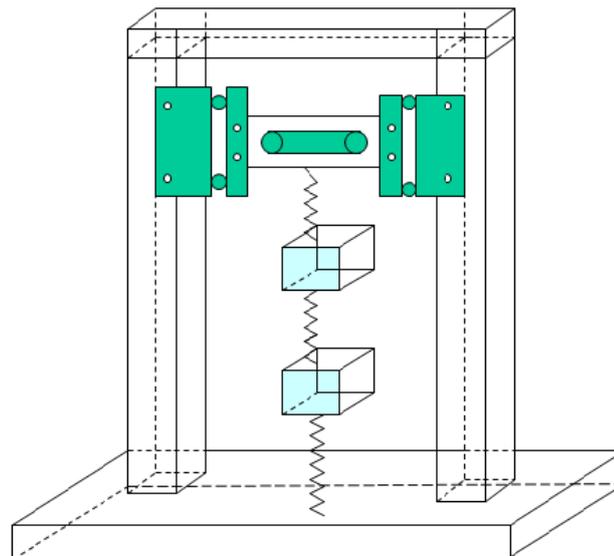


Abbildung 5-7: Variante 2

5.2.1.3 Variante 3

Bei dieser Variante wird nicht nur Zugfedern sondern auch die Blattfeder angewendet. Letztere erfüllen neben ihrer Federfunktion eine Führungsfunktion für die Massen. Sie sorgen nämlich dafür dass die Massen in die Längsbahn gehalten werden. Außerdem wird bei dieser Variante eine andere Positionierung des Anregungssystems bevorzugt. Dieses wird nicht oben platziert wie in der Variante 1 und 2 sondern unten positioniert. Das gesamte System (Feder Masse System Blattfeder) werden mit Hilfe von schrauben auf einem Gestell befestigt, welches von einer Platte unterstützt wird (Abbildung 5-7).

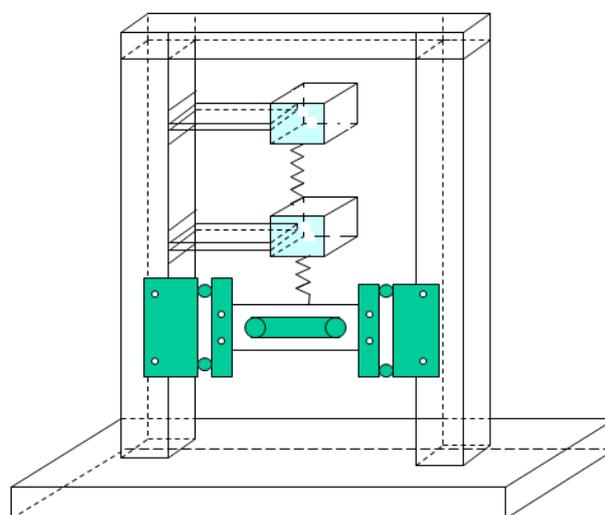


Abbildung 5-8: Variante 3

5.2.1.4 Variante 4

Im Vergleich zu anderen Varianten werden, bei dieser Variante die beiden Massen mit Hilfe von Linearführungen geführt. Diese Linearführung kann eine Schwalbenschwanzführung, eine Kugelbüchsenführung oder eine Flachführung sein. Diese dienen dazu, die Massen in einer kontrollierten, linearen Bahn ohne seitliche Schwankungen zu halten. Die Führung wird mit Hilfe von Wellenböcken und Schrauben auf dem Gestell befestigt. Das gesamte System (Feder-Masse-Blattfeder) wird mit Hilfe von Schrauben auf einem Gestell befestigt, welches von einer Platte unterstützt wird (siehe Abbildung 5-8).

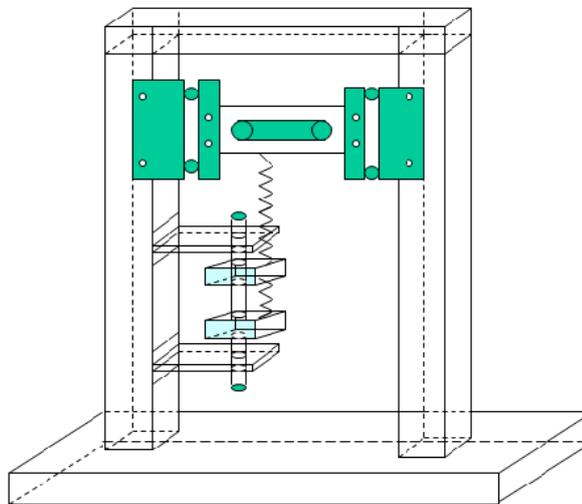


Abbildung 5-9: Variante 4

5.2.1.5 Variante 5

Im Vergleich zu den anderen Varianten werden bei dieser Variante die beiden Massen mit Hilfe vom Acrylglas geführt. Dieses dient dazu, dass die Massen linear sich bewegen und nicht nach links und rechts schwanken. Dieses wird mit Hilfe von Wellenböcken und Schrauben auf das Gestell befestigt. Das gesamte System (Feder Masse Acrylglas) wird mit Hilfe von Schrauben auf einem Gestell befestigt, welches von einer Platte unterstützt wird (siehe Abbildung 5-10).

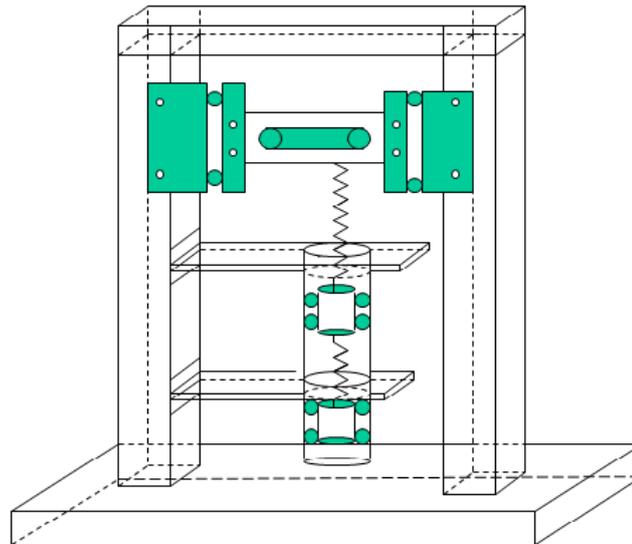


Abbildung 5-10: Variante 5

5.3 Ermittlung geeigneter Parameter (Massen, Federsteifigkeiten usw.)

Ausgangslage:

In der Aufgabenstellung ist gefordert, dass der Effekt der Tilgung in einem Frequenzbereich zwischen 5Hz und 10 Hz stattfindet. Gewählt wurde 7Hz als Tilgerfrequenz. Erforderlich sind jetzt die Massen und Federsteifigkeiten, die eine Tilgung bei der gewählten Frequenz garantieren. Wir suchen die Massen m , m_T und die Federsteifigkeiten k , und k_T . Die Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 sind Funktion von den gesuchten Parametern.

Allgemeine Vorgehensweise:

Die Systemeigenfrequenzen lassen sich mit der Gleichung errechnen. Sie lautet:

$$(\Omega^2)_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{k + k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{k + k_T}{m} + \frac{k_T}{m_T} \right]^2 - \frac{k_T}{m} * \frac{k_T}{m_T}} \quad 5-1$$

$$= \frac{1}{2}[\omega_1^2 + \omega_2^2] \pm \sqrt{\frac{1}{4}[\omega_1^2 + \omega_2^2]^2 - k_1^2 * k_2^2}$$

Diese Gleichung lässt sich auch Funktion zweier Hauptunbekannten schreiben:

$$(\Omega^2)_{1,2} = \omega_m^2 \pm \Delta\omega^2 \quad 5-2$$

$$\text{mit } \omega_m^2 = \frac{1}{2}[\omega_1^2 + \omega_2^2] \quad 5-3$$

$$\text{und } \Delta\omega^2 = \sqrt{\frac{1}{4}[\omega_1^2 + \omega_2^2]^2 - k_1^2 * k_2^2} \quad 5-4$$

Zur Ermittlung der Hauptunbekannten ω_m und $\Delta\omega$ stellen wir die Systemeigenfrequenzen $\Omega_{1,2}$ gleich den Rändern des festgelegten Frequenzbereiches [5Hz, 10Hz]. Wir erhalten ein einfaches Gleichungssystem:

$$\begin{cases} \omega_m^2 + \Delta\omega^2 = 3948 \\ \omega_m^2 - \Delta\omega^2 = 987 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_m = 49,67 = 50 \text{ rad/s} \\ \Delta\omega = 38,47 = 38,5 \text{ rad/s} \end{cases} \quad 5-5$$

In Anlehnung an Gleichung 3-24, dass die Kreisfrequenz der Tilgermasse gleich der Tilgerfrequenz ist, d.h. $\omega_2 = \omega_T = 2 * \pi * 7 = 43,98 \text{ rad/s}$ ist. Somit lässt sich mit Hilfe von ω_m aus der Gleichung 5-2 die Lösung für ω_1 herleiten:

$$\omega_m^2 = \frac{1}{2}[\omega_1^2 + \omega_2^2] \rightarrow \omega_1^2 = 2 * \omega_m^2 - \omega_2^2 \quad 5-6$$

Und ω_1 beträgt: $\omega_1 = 55,3692 \text{ rad/s}$

Die neu errechneten Werte für ω_1 und ω_2 zusammen mit dem Wert für $\Delta\omega$ können in die Gleichung 5.4 eingesetzt werden. Wir erhalten:

$$k_1^2 * k_2^2 = 1871702,763 \quad 5.7$$

Wir ersetzen k_1 und k_2 durch ihre Ursprungsformeln (siehe Gleichung 5-2):

$$\left(\frac{k_T}{m}\right)^2 * \left(\frac{k_T}{m_T}\right)^2 = 1871702,763 \quad 5.8$$

Die errechneten Eigenkreisfrequenzen ω_1 und ω_2 der Massen m bzw. m_T lassen sich auch als Funktionen der Federsteifigkeiten und der zugehörigen Massen aufschreiben. Diese Funktionen variieren mit den Konstruktionsvarianten aus Kapitel 5.2 Wir erhalten also für die Bestimmung der Parameter m , m_T , k , und k_T das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{cases} \left(\frac{k_T}{m}\right)^2 * \left(\frac{k_T}{m_T}\right)^2 = 1871702,763 & (1) \\ \omega_1^2 = f(k, k_T, m) = 3065.7 \left[\frac{rad}{s}\right] & (2) \\ \omega_2^2 = f(k_T, m_T) = 2500 \left[\frac{rad}{s}\right] & (3) \end{cases} \quad 5-9$$

Wir verfügen somit über ein unbestimmtes System mit 3 Gleichungen für 4 Unbekannten.

Als Konstruktionsanforderung legen somit folgende Annahme fest:

$$\text{Tilgermasse} = \text{Hauptmasse} \rightarrow m = m_T \quad 5-10$$

Einsetzen von 5-10 in 5-9 (1) :

$$k_T = m * \sqrt{11871702,763} \quad 5-11$$

Letzteres wiederum einsetzen in 5.9(2) und man erhält eine mathematische Beziehung zwischen k und m . $m = f(k)$ 5-12

Einsetzen von 5.9(1) in 5.9(2) :

$$k_T = f(m) \quad 5-13$$

Die vorletzten Beziehung ermöglicht bei der Auswahl einer Federsteifigkeit k zuerst die Berechnung einer Hauptmasse m . Diese wird anschließend in die letzte Beziehung zur Berechnung der Federsteifigkeit k_T eingesetzt.

Mit jeder Konstruktionsvariante erhalten wir somit ein anderes Set an Beziehungen für Gleichung 5-9 (2), 5-9(3), 5-12, 5-13. Und die gesamte Herleitung ist in Matlab File für jede Konstruktionsvariante jeweils übertragen worden, die im Anhang zu finden sind.

Variante 1, Variante 4, Variante 5

Diese Varianten weisen eine ähnliche Herleitung für die benötigten Beziehungen. Hierfür lässt sich das Gleichungssystem 5.9 wie folgt schreiben:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{k_T}{m}\right)^2 * \left(\frac{k_T}{m_T}\right)^2 = 1871702,763 \quad (1) \\ \omega_1^2 = \frac{k + k_T}{m} = 3065.7 \left[\frac{rad}{s}\right] \quad (2) \\ \omega_2^2 = \frac{k_T}{m_T} = 2500 \left[\frac{rad}{s}\right] \quad (3) \end{array} \right.$$

Und es ergibt sich für 5.9(2) und 5.9(3) jeweils folgende Beziehungen:

$$k = (\omega_1^2 * m - k_T) \quad 5-15$$

$$k_T = 1368,101 * m \quad 5-16$$

Um die beiden Gleichungen zu lösen, wird der Wert k_T aus dem Katalog "Gutekunst" ausgewählt. Der Wert k_T hilft bei der Berechnung von Federsteifigkeit k und der Hauptmasse m . Die zugehörigen Matlab File befinden sich im Anhang 9.1.

Variante 2

Hierfür lässt sich das Gleichungssystem 5.9 wie folgt schreiben:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{k_T}{m}\right)^2 * \left(\frac{k_T}{m_T}\right)^2 = 1871702,763 \quad (1) \\ \omega_1^2 = \frac{k + k_T}{m} = 3065,7 \left[\frac{rad}{s}\right] \quad (2) \\ \omega_2^2 = \frac{k_T + k_1}{m_T} = 2500 \left[\frac{rad}{s}\right] \quad (3) \end{array} \right. \quad 5-17$$

Und es ergeben sich folgende Beziehungen für 5.12 und 5.13

$$k = (\omega_1^2 * m - k_T)$$

$$k_T = 1368,101 * m \quad 5-18$$

$$k_1 = (\omega_2^2 * m - k_T)$$

Um die beiden Gleichungen zu lösen, wird der Wert k_T aus dem Katalog „Gutekunst“ ausgewählt. Der Wert k_T hilft bei der Berechnung von k , k_1 und der Hauptmasse m . Die zugehörige Matlab File befindet sich im Anhang 9.2.

Variante 3

Hierfür lässt sich das Gleichungssystem 5.14 wie folgt schreiben:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{k_T}{m}\right)^2 * \left(\frac{k_T}{m_T}\right)^2 = 1871702,763 \quad (1) \\ \omega_1^2 = \frac{k_T + C_T}{m} = 3065,7 \left[\frac{rad}{s}\right] \quad (2) \\ \omega_2^2 = \frac{k + C_K + k_T}{m_T} = 2500 \left[\frac{rad}{s}\right] \quad (3) \end{array} \right. \quad 5-19$$

Und es ergeben sich folgende Beziehungen für 5.12 und 5.13

$$k = (\omega_1^2 * m - k_T - C_T) \quad 5-20$$

$$k_T = 1368,101 * m \quad 5-21$$

$$k_1 = (\omega_2^2 * m - k_T - C_K) \quad 5-22$$

Mit C_K und C_T als Federsteifigkeit von den beiden Biegebalken.

Diese Steifigkeiten werden mit Hilfe von Balkenparametern ermittelt. Um die Gleichungen 5.20 und 5.22 zu lösen, wird der Wert k_T aus dem Katalog „*Gutekunst*“ ausgewählt. Der Wert k_T hilft bei der Berechnung von k , k_1 und der Hauptmasse m . Die zugehörige Matlab File befindet sich im Anhang 9.3.

5.4 Modellbildung und Simulation

Mit Hilfe der Software *Matlab* sollen die jeweiligen Varianten numerisch simuliert werden, um die rechnerischen Ergebnisse gegenüberstellen zu können. Hierfür wird innerhalb der Matlab-Umgebung die Toolbox *Simulink* herangezogen. Simulink löst unter andere gewöhnliche Differentialgleichungssysteme unter Nutzung von geeigneten Schaltblöcken. Diese graphische Darstellung der Gleichungen macht die Software attraktiv in der Bedienung.

5.4.1 Erstellung der zugehörigen SIMULINK-Modelle Programm

Die Erstellung der unterschiedlichen Simulink-Modelle für die jeweiligen Konstruktionsvarianten basiert auf die zugehörigen Differentialgleichungen. In unserem Fall bleiben diese Gleichungen für alle Konstruktionsvarianten unverändert bis auf die Dämpfung b_T und Federsteifigkeiten k und k_T . Die Berücksichtigung von Dämpfung liegt in der Annahme von Luftwiderstand und Dämpfungseigenschaften von eingesetzten Materialien wie Acrylglas. Hierfür werden geringe Werte eingesetzt, um diese Effekte abzufangen. Die Differentialgleichung. 3.29. und 3.30 werden hier wiederholt:

$$m\ddot{x}_1 + (b_T\dot{x}_1 - b_T\dot{x}_2) + (k + k_T)x_1 - k_Tx_2 = F\sin(\omega t)$$

$$m_T\ddot{x}_2 + (-b_T\dot{x}_1 + b_T\dot{x}_2) + (-k_Tx_1 + k_Tx_2) = 0$$

Jede Simulink-File unterteilt sich in 3 Bereichen:

- Der Eingangsparameterbereich, wo eine Erregung mit Hilfe der Blöcke „Clock“, „Slider Gain1“, „Gain2“ und „Sinus-Funktion“ hineinprogrammiert wird. Die Verbindung dieser Blöcke ergibt bzw. entspricht die rechte Seite der inhomogenen Differentialgleichung. Dieser Bereich bleibt für alle Konstruktionsvarianten und somit für alle Simulink-Files unverändert.

- Der Hauptbereich, wo das oben erwähnte Differentialgleichungssystem (linke Seite der beiden Gleichungen) mit Hilfe von Blöcken für die Dämpfung (Gain3, Gain4, Gain7, Gain9), die Steifigkeit (Gain5, Gain6, Gain9, Gain10), die Addition (Add1, Add2), die Integration (Integrator 1, 2, 3, 4) dargestellt. Die Parameter der Einzelnen Blöcken (Masse, Frequenz, Festigkeit der Feder) werden in einem Matlab-Skript vordefiniert. In diesem Bereich unterscheiden sich die Konstruktionsvarianten durch die Anzahl der Federsteifigkeiten und die Dämpfungskonstante.
- Der Ergebnisbereich, wo mit Hilfe vom Scope-Block die Amplitudengänge der Masse dargestellt werden. Dieser Bereich bleibt für alle Konstruktionsvarianten und somit für alle Simulink-Files ebenfalls unverändert.

Jetzt werden für die einzelnen Varianten der Hauptbereich näher vorgestellt.

Variante1,4 und 5

Die Simulink-File der Variante 1 ist Abbildung 5-12 dargestellt. Die Parameter wie der Feder Festigkeit (c_1) und (c_2) und Dämpfungen werden für den Fall des Hauptkörpers und Tilgermasse mit der Integrator 1 und 2 sowie Integrator 3 und 4 multipliziert und zurückgeführt in add1 beziehungsweise in add2. Die Integrator 1 und 2 sowie 3, 4 entsprechen dem Amplitudengang (Weg) und dem Beschleunigungsgang der beiden Massen. Die Amplitudengänge werden in einem gemeinsamen Scope (Scope x_1 vs x_2) dargestellt und sind in Abbildung 5-13 mit der grünen Kurve für die Hauptmasse und der violetten Kurve für die Tilgermasse zu sehen. Das Abklingen der grünen Amplitude (Hauptmasse) bis auf 0 ist der Beweis für die Tilgung der Hauptmasse. Das gesamte System wird mit einer Anregungsfrequenz zwischen 5 und 10 Herz in Bewegung versetzt und während 30 Sekunden simuliert. Diese Beschreibung gilt auch für Variante4, Variante5. Der Unterschied liegt nur im Dämpfungswert (Acrylglas=0,38...0,42 [18]).

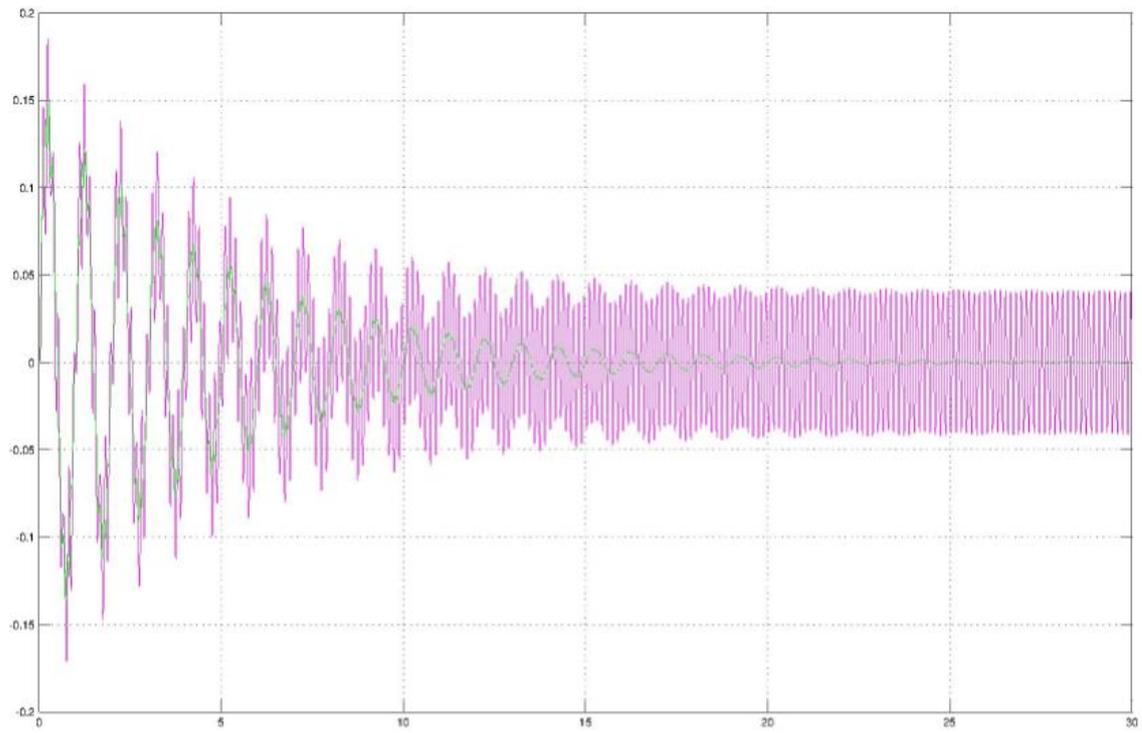


Abbildung 5-11: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante 1

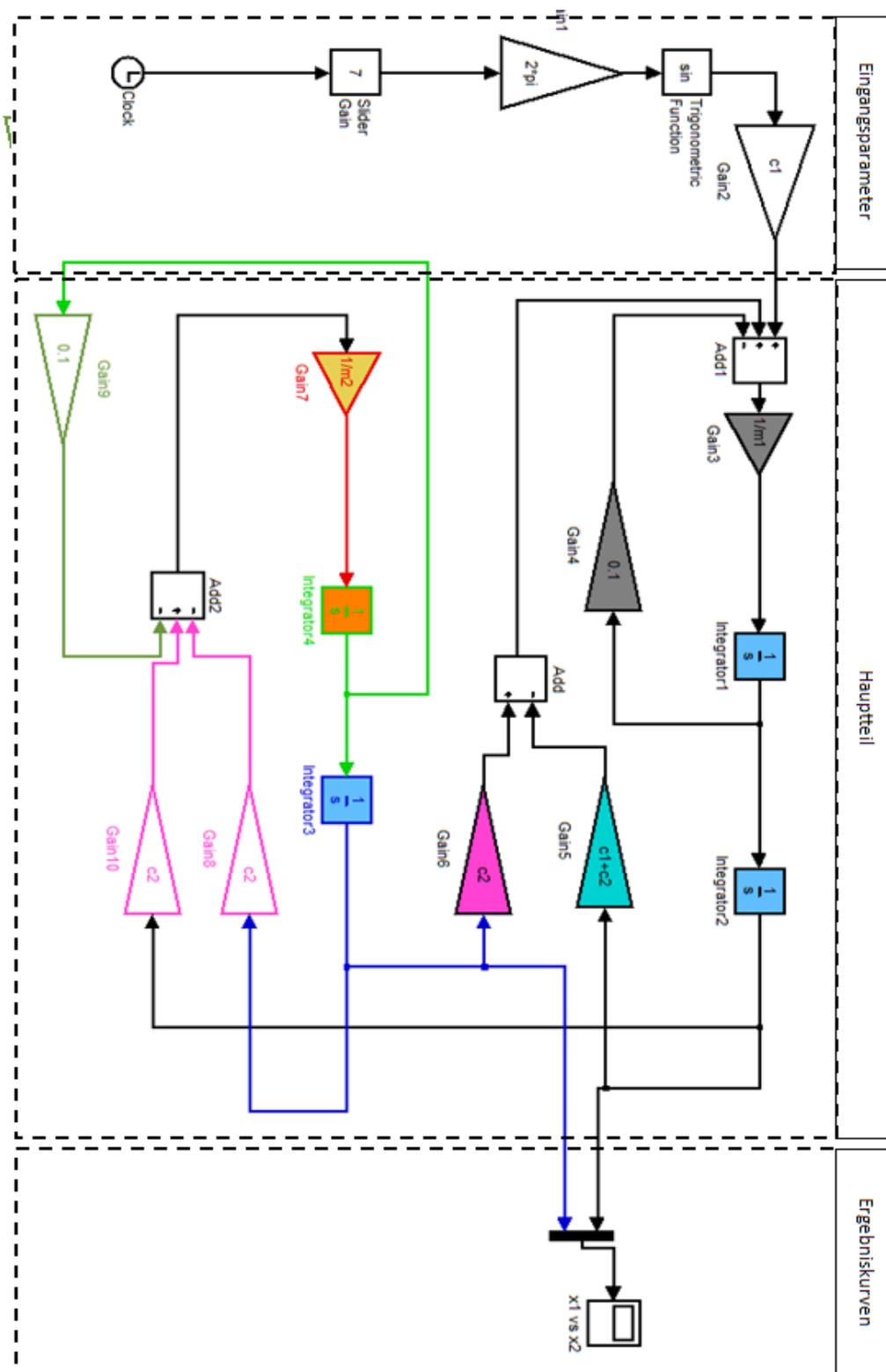


Abbildung 5-12: Simulink Schaltbild von Zweimassensystem Variante 1,4,5

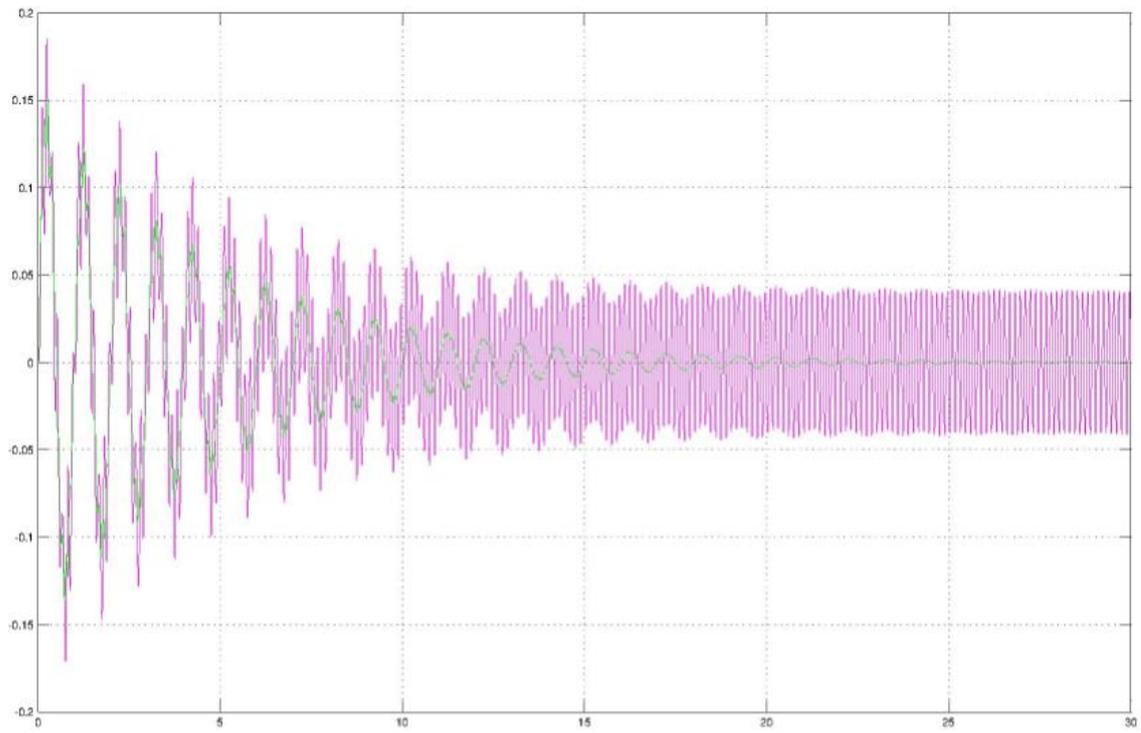


Abbildung 5-13: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante1

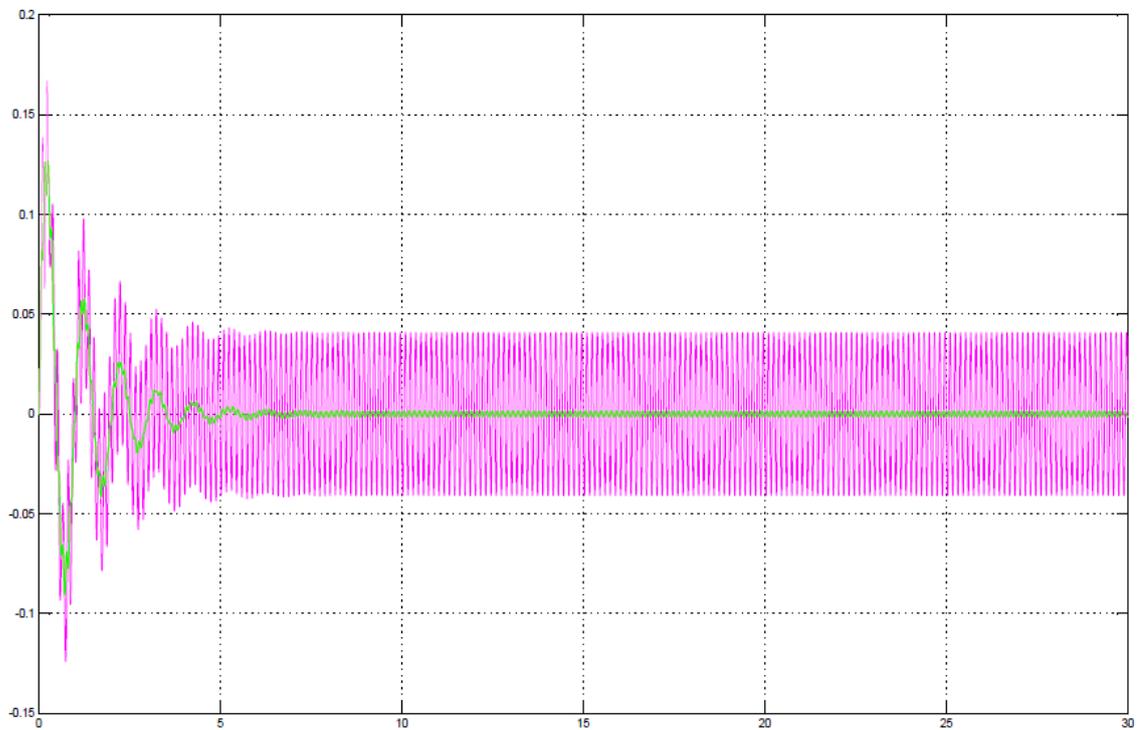


Abbildung 5-14: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante5

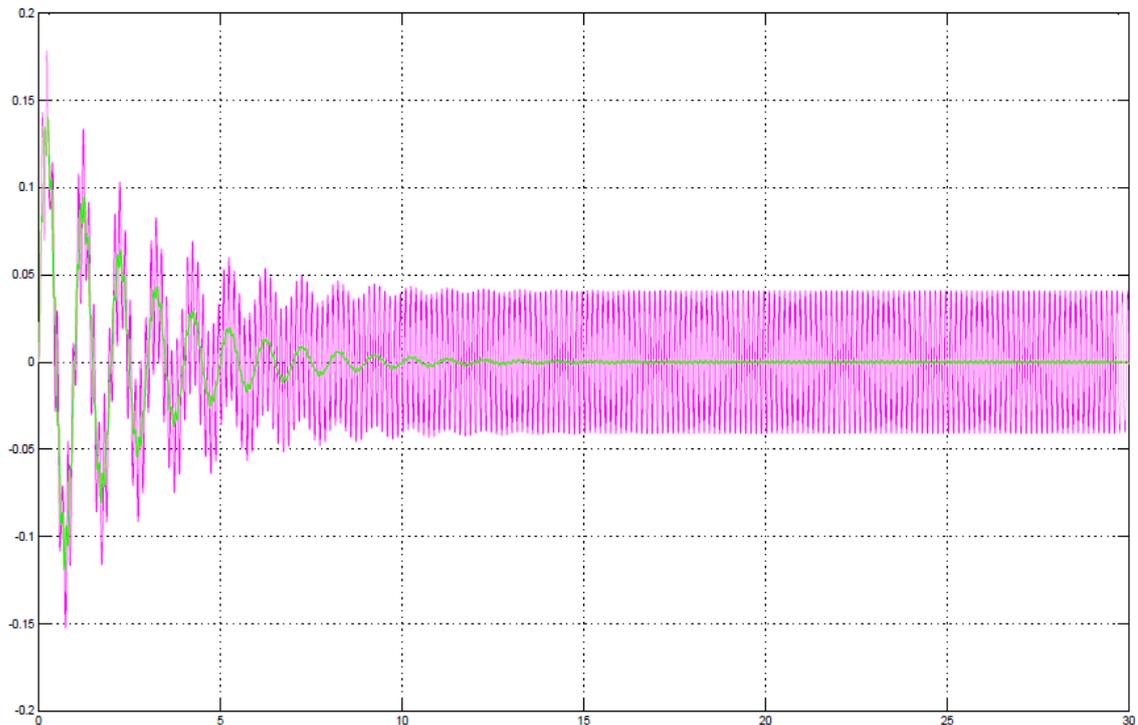


Abbildung 5-15:Weg Tilger violett, Hauptmasse grün Variante4

Variante2

Die Simulink-File der Variante 2 ist Abbildung 5-16 dargestellt. Die Parameter wie der Feder Festigkeit (c_1), (c_2) und (c_3) und Dämpfungen werden für den Fall des Hauptkörpers und Tilgermasse mit der Integrator 1 und 2 sowie Integrator 3 und 4 multipliziert und zurückgeführt in add1 beziehungsweise in add2. Die Integrator 1 und 2 sowie 3,4 entsprechen dem Amplitudengang (Weg) und dem Beschleunigungsgang der beiden Massen. Die Amplitudengänge werden in einem gemeinsamen Scope (Scope $x1vsx2$) dargestellt und sind in Abbildung 5-17 mit der grünen Kurve für die Hauptmasse und der violetten Kurve für die Tilgermasse zu sehen. Das Abklingen der grünen Amplitude (Hauptmasse) bis auf 0 ist der Beweis für die Tilgung der Hauptmasse. Das gesamte System wird mit einer Anregungsfrequenz zwischen 5 und 10 Herz in Bewegung versetzt und während 100 Sekunden simuliert.

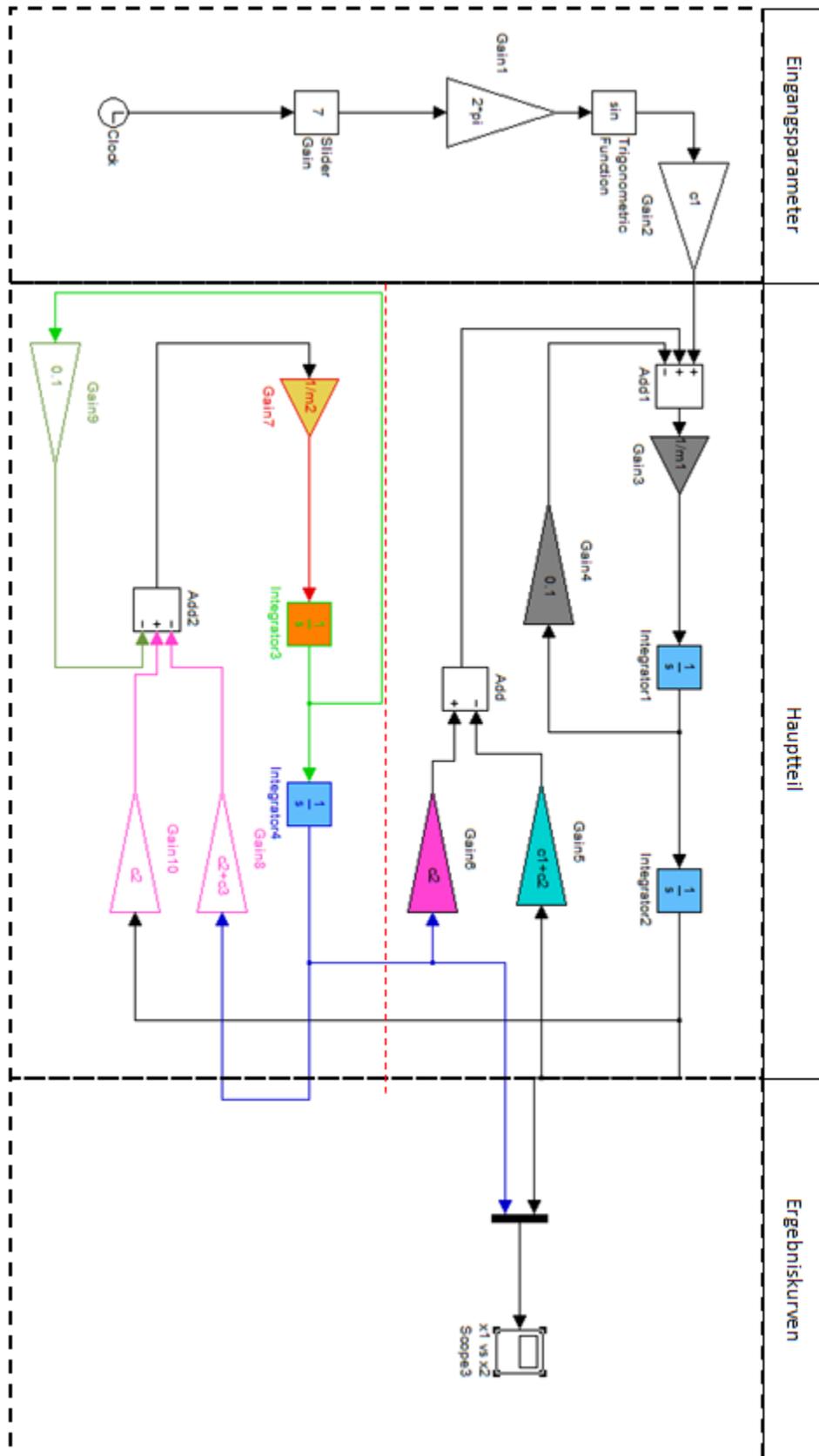


Abbildung 5-16: Schaltbild von Zweimassensystem Variante 2

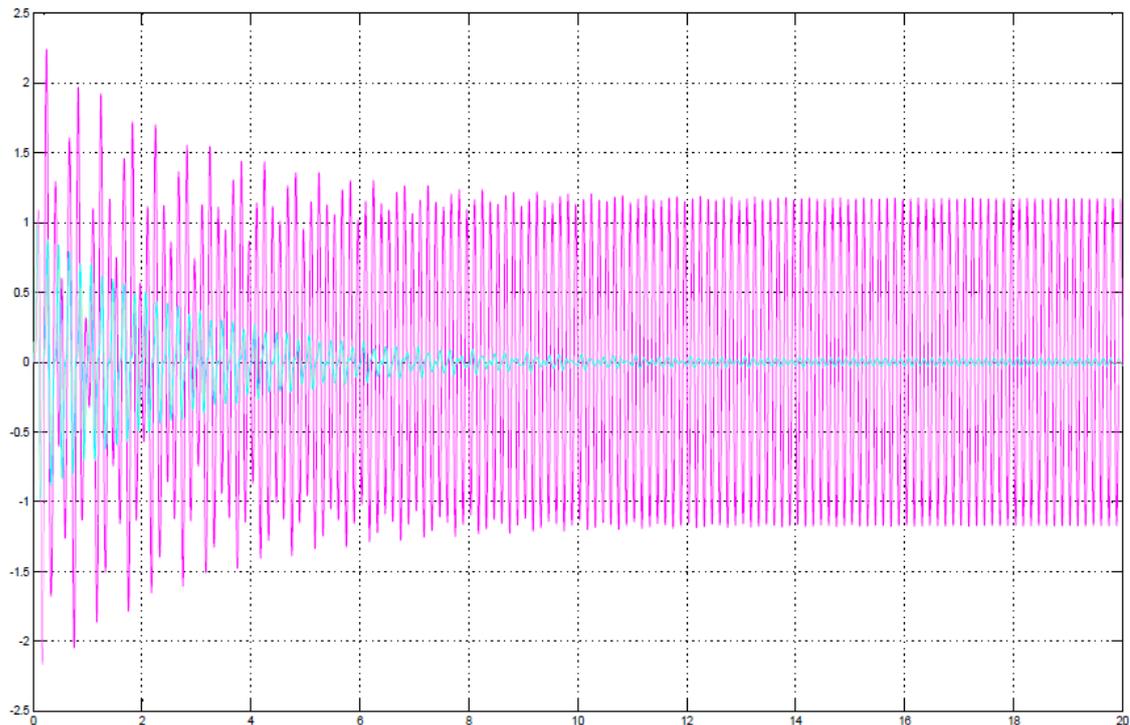


Abbildung 5-17: Weg Tilger violett, Hauptmasse blau Variante2

Variante 3

Die Simulink-File der Variante 3 ist in dargestellt. Hier kommt die Federsteifigkeit der Balken hinzu. Die Federsteifigkeiten (kb_1), (kb_2), (c_1), (c_2) und (c_3) und Dämpfungen werden für den Fall des Hauptkörpers und Tilgermasse mit der Integrator 1 und 2 sowie Integrator 3 und 4 multipliziert und zurückgeführt in add_1 beziehungsweise in add_2 . Die Integrator 1 und 2 sowie 3,4 entsprechen dem Amplitudengang (Weg) und dem Beschleunigungsgang der beiden Massen. Die Amplitudengänge werden in einem gemeinsamen Scope (Scope x_1vsx_2) dargestellt und sind in Abbildung 5-17 mit der gelben Kurve für die Hauptmasse und der violetten Kurve für die Tilgermasse zu sehen. Das Abklingen der grünen Amplitude (Hauptmasse) bis auf 0 ist der Beweis für die Tilgung der Hauptmasse. Das gesamte System wird mit einer Anregungsfrequenz zwischen 5 und 10 Herz in Bewegung versetzt und während 100 Sekunden simuliert.

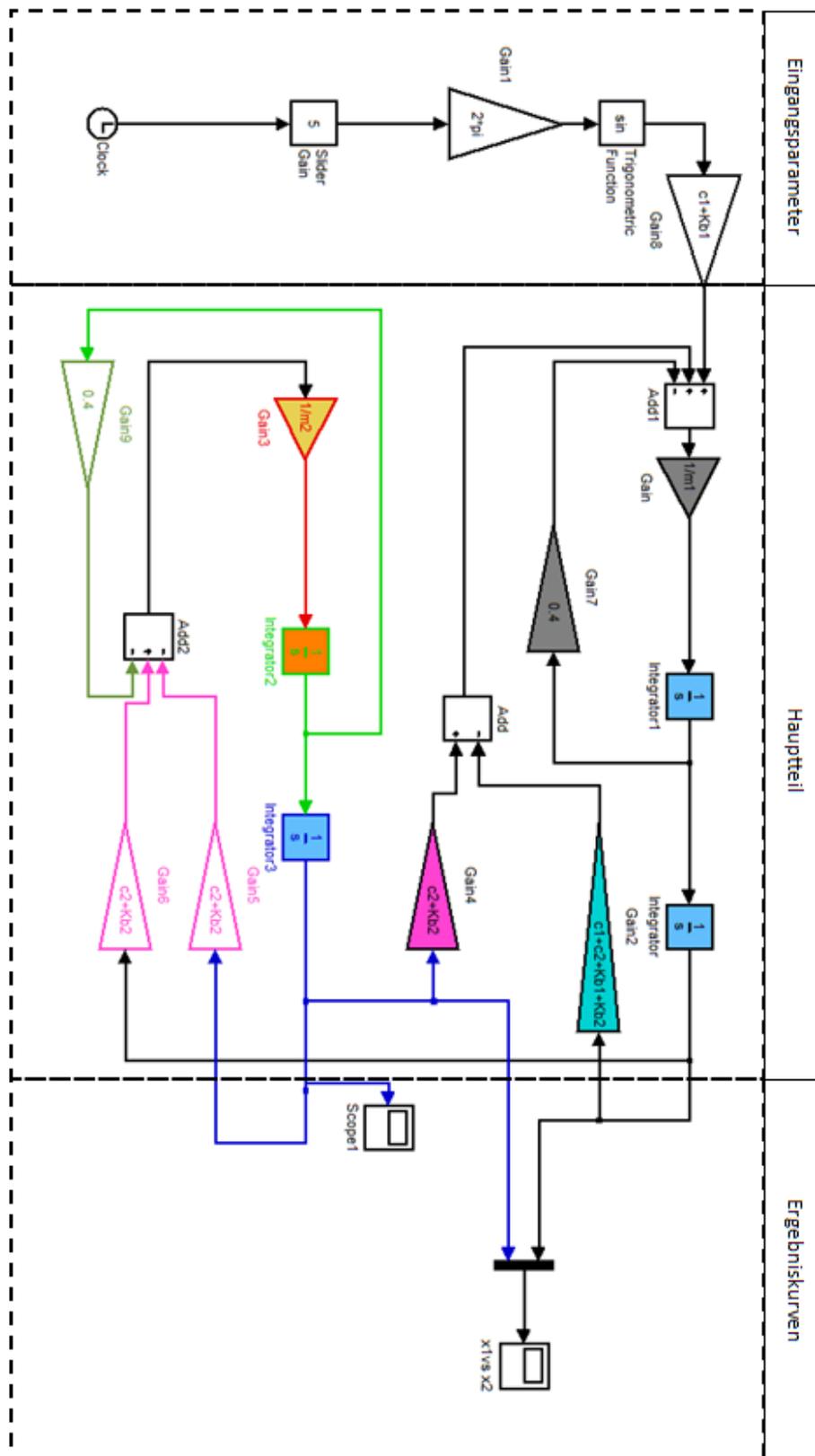


Abbildung 5-18: Schaltbild von Zweimassensystem Variante 3

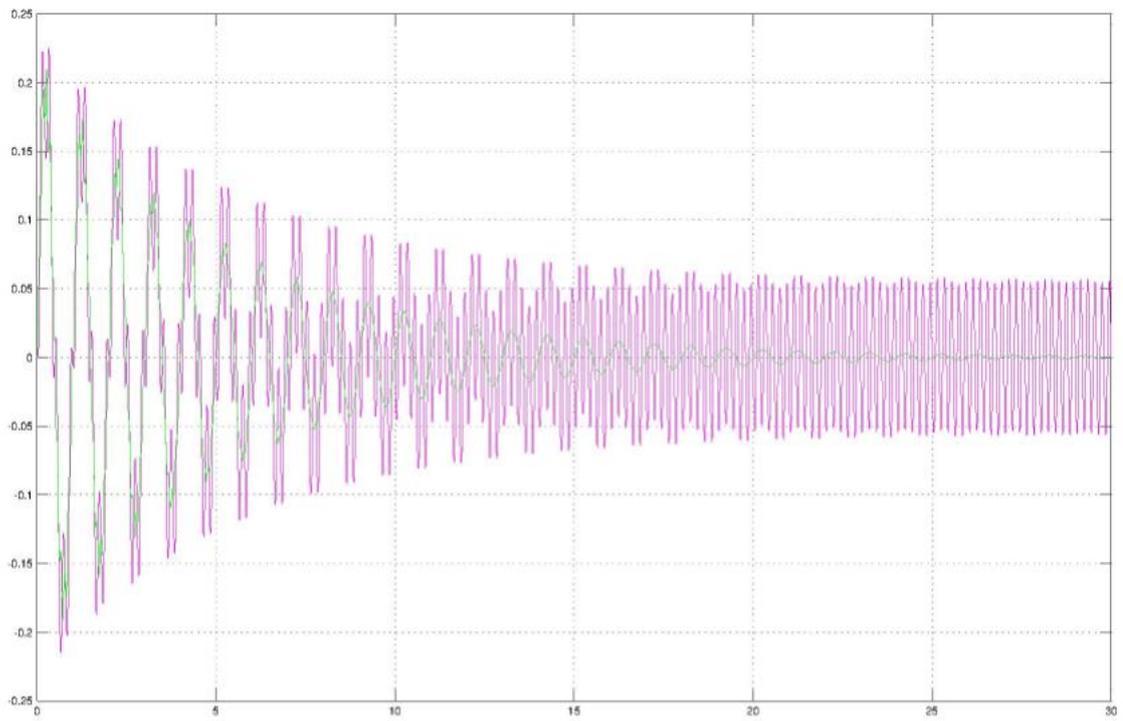


Abbildung 5-19: Weg Tilger violett, Hauptmasse grün

5.5 Vor- und Nachteile der jeweiligen Varianten

Varianten	Vorteilen	Nachteilen
Variant 1	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Reibungslos ➤ Kosten günstig ➤ Wartungsarme ➤ Weniger Lärm ➤ Weniger Dämpfung ➤ Weniger Gewicht ➤ Lineare Bewegung 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Die Masse kann link und recht sich bewegen
Variante 2	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Weniger Dämpfung ➤ Kosten günstig ➤ Wartungsarme ➤ Weniger Lärm ➤ Weniger Gewicht ➤ Lineare Bewegung 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Die Masse kann link und recht sich bewegen
Variante 3	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Die Masse wird geführt ➤ Wartungsarme ➤ Kosten günstig ➤ Weniger Schwankungen 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Keine rechtlinigen Bewegung ➤ Hohe Lärm ➤ Kurz lebensdauert von Feder blättern ➤ Hohe Gewicht ➤ Höhe Dämpfung

Variante 4	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Die Masse wird geführt ➤ Weniger Schwankungen ➤ Lineare Bewegung 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Teuer ➤ Schwer ➤ Schmutz empfindlich ➤ Hohe Dämpfung ➤ Wartung Pflicht ➤ Lärme
Variante 5	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Lineare Bewegung ➤ Weniger Schwankungen ➤ Die Masse wird geführt 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Teuer ➤ Hohe Dämpfung ➤ Wartung Pflicht ➤ Schmutz empfindlich ➤ Lärme ➤ Höhe Gewicht

Tabelle 5: Vor- und Nachteile der jeweiligen Varianten

5.6 Bewertung der jeweiligen Variante

Wegen mangelnder Umsetzbarkeit in der Praxis erweisen sich manche Lösungsvarianten für das vorliegende Konstruktionsvorhaben als ungeeignet. Es ist deshalb wichtig, die vorliegenden Lösungsvarianten nach bestimmten Kriterien (wie Anforderungsliste, Preis, Lärm) zu selektieren bzw. bewerten. Gewählt sich folgende Anforderungen:

- Kosten
- Wartung
- Lärm
- Anregung
- Tilgungsfrequenzbereich

Aufgrund des Informationsmangels über die Lebensdauer der Federn und des Acrylglasses können diese Aspekte in der Bewertung nicht berücksichtigt wer-

den. Bei der Lösungsbewertung der jeweiligen Variante werden das Minuszeichen und Pluszeichen angewendet. Wenn die Lösung ein Kriterium erfüllt, wird dieses eine Pluszeichen zugewiesen. Andersfalls bekommt sie ein Minuszeichen. Falls eine Mangel an Information herrscht, wird die Lösungsvariante mit einem Fragezeichen versehen. Das Zeichen der Entscheidungszeile in Tabelle 6 entspricht der UND-Logik aus Wahrheitstabellen, nämlich ein Pluszeichen nur wenn alle Anforderungen mit Plus benotet worden sind.

Die Lösungsvariante 1 und 2, die eine große Ähnlichkeit in der Konstruktion aufweisen, erfüllen weitgehend alle Kriterien bis auf den Lärm für die Variante 1. Die Zwei-Feder-Konstruktion des Letzteren lässt eine unerwünschte, räumliche Massenbewegung zu, die zu einer Geräuscherzeugung durch die Federn führt.

Die Lösungsvariante 3 bekommt ein Minuszeichen aufgrund der Tatsache, dass die Biegebalken bzw. die Blattfedern die beiden Massen entlang eines Kreisbogens bei großen Auslenkungen führen.

Die Lösungsvariante 4 bekommt ein Minuszeichen wegen der Schmutzempfindlichkeit und dem Preis der Linearkugelführung. Außerdem entsteht Lärm während des Betriebes.

Die Lösungsvariante 5 bekommt ein Minuszeichen, weil erstens das Acrylglas sehr teuer und Schmutzempfindlich ist, zweitens der Lärm sehr hoch ist.

Diese gesamte Bewertung der jeweiligen Lösungsvariante wird in die Tabelle... zusammengefasst.

Lösungsvariante Anforderung	Variante1	Variante 2	Variante 3	Variante 4	Variante 5
Kosten	+	-	-	-	?
Wartung	+	+	-	-	+
Gewicht	+	+	+	-	+

Die Anregung wird durch Federpunkt angeregt	+	+	+	+	+
Lärm	+	+	-	-	-
Tilgereffekt zwischen 1 und 10 Hz	+	+	+	+	+
Entscheidung	+	-	-	-	-

Tabelle 6: Bewertung

Wenn man sich auf die Bewertung aus Tabelle 6 bezieht, kann man feststellen, dass die Lösungsvariante 1 die denkbare Lösung ist.

6 Experimenteller Versuch

6.1 Versuchsstand

Die praktische Umsetzung der Variante 1 erfordert die Einhaltung von mechanischen Anforderungen wie der dynamischen Steifigkeit und von Konstruktionsrahmenbedingungen wie Eigenfertigung bzw. Bestellteile oder Verbindungselementengestaltung.

Um die Steifigkeit der Konstruktion zu gewährleisten ist ein Gestell in O-Form, bestehend aus 4 miteinander verschraubten Stützen und einer Grundplatte konzipiert und zusammenmontiert worden (siehe: Abbildung 6-1)

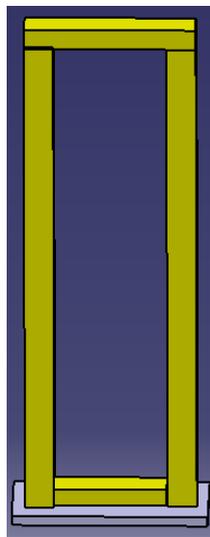


Abbildung 6-1: Gestell in O-Form

Der Antrieb erfolgt durch einen spannungsgesteuerten Elektromotor der Firma Faulhaber, dessen technischen Daten im Anhang 9.4 zu finden ist. Der Motor ist auf eine Platte angeflanscht, die wiederum mit Schrauben an das Gestell angebracht ist. Man spricht von schwebendem Antrieb.

Die Umwandlung der Rotationsbewegung aus dem Motor in eine Translationsbewegung benötigt 2 weitere Bauteile:

- Einmal eine Drehscheibe (aus einem acrylglasähnlichen Material) auf der Antriebswelle angestiftet und mit einem Exzenterzapfen (aus Metall) versehen siehe Abbildung 6-2.

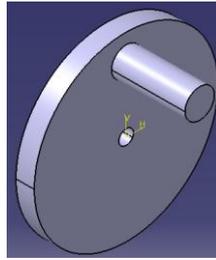


Abbildung 6-2 : Drehscheibe mit Exzenterzapfen

- Einen sogenannten Übertragungskörper (siehe Abbildung 6-3). Es handelt sich um eine Platte (hell blau in Abbildung 6-3) aus einem acrylglas-ähnlichen Material mit translatorischer Führungsbahn, die die tatsächliche Umwandlung vollzieht und mit 4-Rollenschienen (grün in Abbildung 6-3) jeweils an beiden Seiten versehen ist (in Abbildung 6-3) Die Rollen laufen entlang der Seiten einer weiteren Platte (transparent in Abbildung 6-3), die wiederum an den Stützen (gelb in Abbildung 6-3) angeschraubt ist. Eine perspektivistische Ansicht ist in Abbildung 6-4 zu sehen.

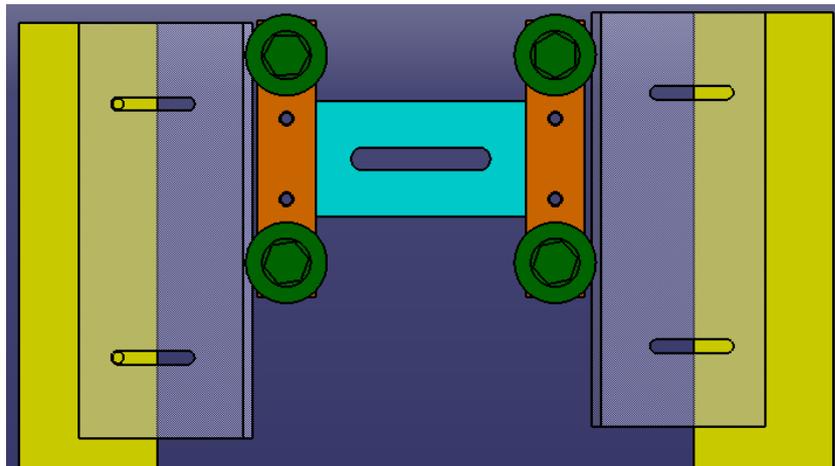


Abbildung 6-3: Übertragungskörper im Zusammenbau

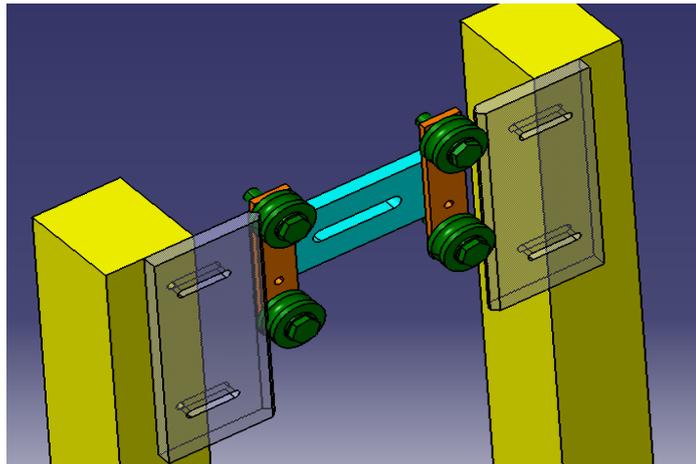


Abbildung 6-4: Übertragungskörper in perspektivistischer Ansicht

Die erste Spiralfeder wird auf eine Schraube angehängt, die an die hellblaue Platte des Übertragungskörpers aufgeschraubt wird. Das andere Ende der Spiralfeder hängt an einem Stift, der durch einen gekerbten Schraubenkopf hindurchgeht (siehe Abbildung 6-5).



Abbildung 6-5: Spiralschraube mit Passstift auf gekerbtem sind Schraubenkopf

Die Massen sind Scheiben aus Kupfer für die Hauptmasse und aus Eisen für die Tilgermasse und sind jeweils zentrisch mit einer durchgängigen Gewindebohrung versehen. Diese Bohrung stimmt mit dem Gewinde der Schraube mit gekerbtem Kopf überein und verbindet somit die Federn mit den Massen.

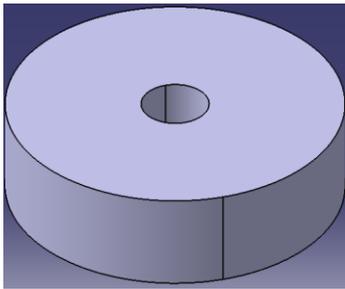


Abbildung 6-6: Schwingmasse als CAD-Konstruktion (links) und als Bauteil (rechts)

Der Zusammenbau basierend auf Variante 1 (siehe Abbildung 5-6) ist mit dem vorgestellten Modul durchgeführt worden und es sind nach den ersten Testversuchen folgende Schwierigkeiten aufgetreten:

- Schwenken der Massen in transversaler Richtung. Dies lässt schwer vermeiden, da dafür das Feder-Masse-Feder-Masse-System eine ideale vertikale aufweisen muss und keine transversale Störung erfahren darf.
- Materialabnutzung in der Nut des Übertagungskörpers. Dies ist auf die Fertigungsgenauigkeit der Nut sowie die ungenügende Schmierung einerseits und auf die Überbelastung aufgrund des Zugs andererseits zurückzuführen. Das acrylglasähnliche Material erweist sich als nicht dauerhaft (siehe Abbildung 6-7). Es soll durch ein Metall ersetzt werden, wobei die Nut der Toleranzanforderungen einer Führung genügen muss. Dies konnte vor Abschluss der Arbeit nicht realisiert werden.

Überbelastung
und Abnutzung
an der Nut

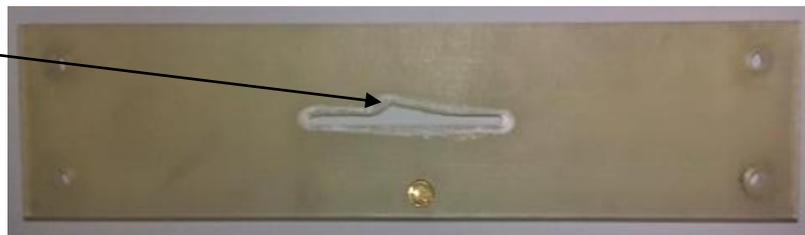


Abbildung 6-7: Übertagungskörpers

Um Abhilfe zu schaffen, ist man zu einer Kombination von Variante 2 und 3 übergegangen. Diese neue Variante ist in Abbildung 6-8 unten zu sehen und erfordert eine weitere Feder. Durch die Umkehrung des Übertragungskörpers wird die Nut auf Druck belastet. Die weitere Feder hilft bei der vertikalen Führung der Massen (weniger Schwenken). Diese Maßnahmen und eine genügende Schmierung bringen eine deutliche Verbesserung in die Dynamik der Konstruktion.

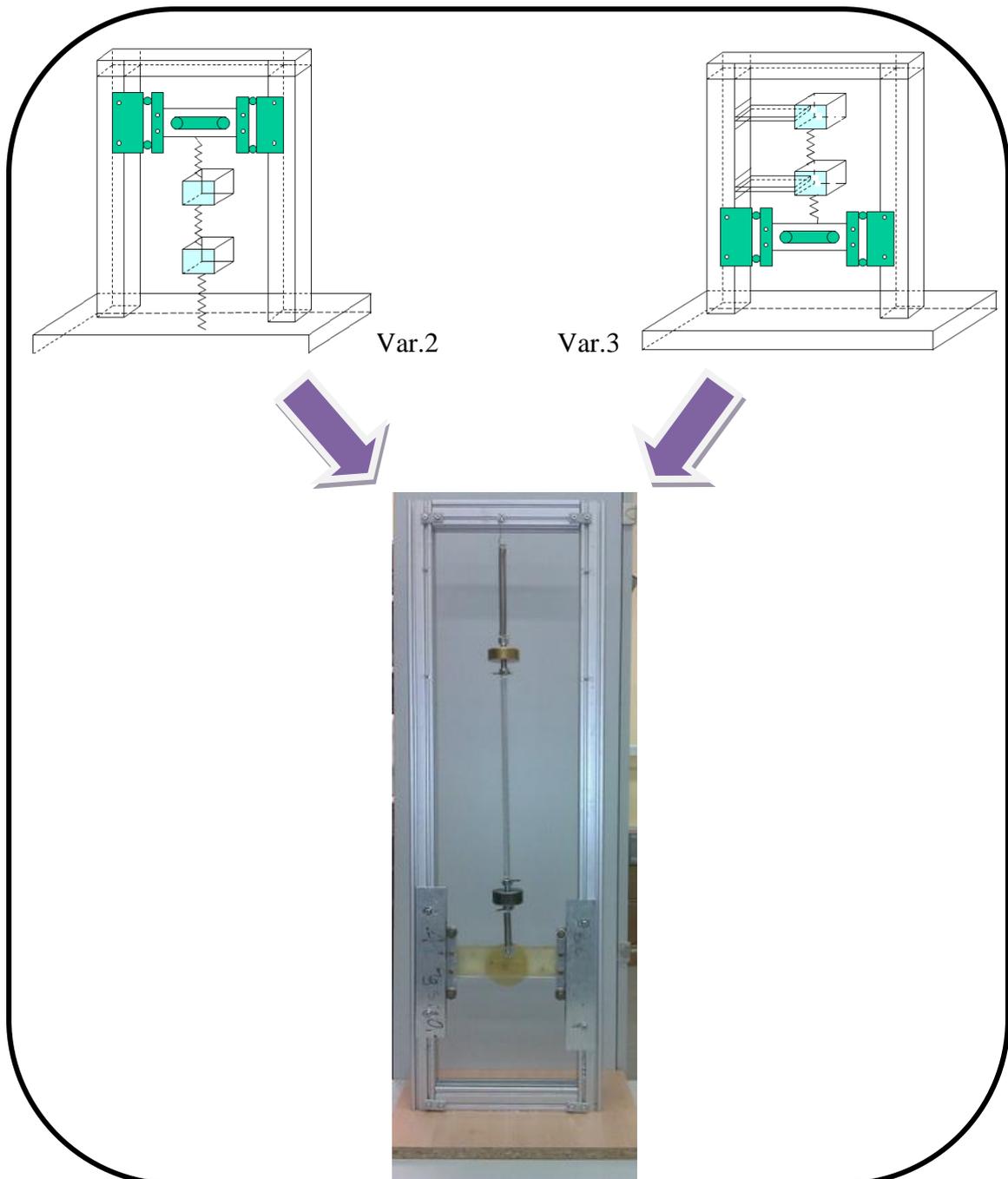


Abbildung 6-8: Endvariante als Kombination aus Variante 2 und 3

6.2 Versuchsdurchführung und -ergebnisse

Zur Drehzahlregelung des Motors wird ein sogenanntes „Netz“ eingesetzt (siehe Abbildung 6-9). Dieses lässt eine Spannungsangabe zu, die einer Drehzahl (Frequenz) des Motors entspricht. Der mathematische Zusammenhang zwischen der Spannung den beiden Größen ist:

$$\omega = \frac{U_A}{C * \Phi} \quad 6.1$$

Mit $\omega = 2 * \Pi * n$

U_A der Ankerspannung

C Motorkonstante

Φ Fluss



Abbildung 6-9: Netzteil

Die Spannung wird langsam bis zur kritischen Größe erhöht, um die Trägheit des Systems zu kompensieren. Zu erwarten ist eine Nullamplitude der Hauptmasse, während die Tilgermasse weiter schwingt.

Der kurzfristige Umbau des Versuchsstandes in eine neue Variante mit jetzt 3 statt 2 Federn hat zu größeren Parameterveränderungen geführt:

- Neue Feder müssen bestellt werden
- Übertragungskörper soll aus Metall mit genauer gefertigter Nut sein

Diese Umänderungen ließen sich nicht mehr vor Abgabe der Arbeit durchführen. Die Informationen über Werte für Federn sind im Matlab-Programm im An-

hang 9.2 für Variante 2 zu finden und die mathematische Gleichung für die Federsteifigkeit in Gleichung 5.18.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde der sogenannte „Tilgereffekt“ für einen Zwei-Massen-Schwinger theoretisch erläutert und ein Versuchstand wurde aufgebaut. Es wurden:

- mathematische Gleichungen für unterschiedliche Schwingungstilgungsarten zur Modelldimensionierung vorgestellt
- die Phasen der Konstruktionsmethodik, von der Lösungsfindung bis zur Bewertung zur optimalen Konstruktionsvariantenfindung angewendet
- Simulationsmodelle mit Simulink für jede Konstruktionsvariante aufgebaut, um die Tilgung erstmals numerisch durch Errechnung geeigneter Parameter zu erreichen
- ein Versuchstand basierend auf einer optimierten Variante (Variante 2 + 3) mit Detaillösungsfindung aufgebaut und erste Versuche durchgeführt

Es konnten aber keine ausführlichen Experimente wegen kurzfristigem Umbau des Versuchstandes und notwendiger Federbestellung durchgeführt werden.

Nichtdestotrotz ist die Funktionalität des Prüfstandes mit vorläufigen, für eine Tilgung ungeeigneten Federn erfolgreich überprüft worden. Das Schwenken der Massen konnte durch die neue Konstruktion im Vergleich zur Variante 1 vermindert werden. Das Abnutzen der Führungsbahn am Übertragungskörper konnte ebenfalls dadurch vermieden werden.

Es soll zur Vervollständigung erwähnt werden, dass die gewählten Dämpfungen (klein im Betrag) zur numerischen Errechnung der (theoretisch dämpfungsfreien) Tilgung rein empirischer Natur sind. Diese Dämpfung steht für die Gesamtheit aller Verluste durch Materialdämpfung. Es ist also zu erwarten, dass die Tilgung nicht genau zur erwarteten Frequenz eintritt sondern in ihrer der Nähe.

Weitere Schritte zur Vervollständigung der Arbeit sind:

-
- Herstellung der Platte (hell blau in Abbildung 6-3) vom Übertragungskörper aus Metall mit enger Toleranz für die Führungsnut, um Bauteilversagen zu vermeiden
 - Versteifung des Rahmens zur Vermeidung von unnötigen Störschwingungen
 - Versuchsdurchführung mit den richtigen Federn um die errechneten Drehfrequenz des Motors

8 Literaturverzeichnis und Quellen

- [1] [Prof. Dr. Reiner: TU-KLaustahl, Institut für Mechanik](#)
- [2] <http://www.juretschk.de/AT/Schwingungen-W.pdf>
- [3] [\(Markert, 2006\)](#)
- [4] <http://www.enm.bris.ac.uk/anm/tacoma/tacoma.html>
- [5] <http://d-nb.info/96031427X/34>.
- [6] [Auflage, C.F. Müller Verlag, Hüthing GmbH 1996](#)
- [7] http://mechanik.tu-berlin.de/popov/mechanik2_ss04/skript/Vorlesung%2025.pdf, 2004)
- [8] [\(Den Hartog, 1985\)](#)
- [9] http://www1.sdy.tu-darmstadt.de/lehre/SDY/download/MD_SDY_Kap_8_b_Vorlesung.pdf
- [10] http://www.ruhr-uni-bochum.de/ekib/frameset_germ/Frame_Main/Tagungen/sgs2002/vortrag_gerb.pdf
- [11] http://e3.physik.uni-dortmund.de/~suter/Vorlesung/Physik_B3_SS03/4.4_Daempfung.pdf
- [12] http://www.mp.haw-hamburg.de/pers/lhl/TSL/PDF/tsl_free_vibrations_2_print.pdf
- [13] http://www.ibk.ethz.ch/emeritus/da/education/EB/Downloads/EBI_V03_Antwortspektren_Tragswiderstand_Duktilitaet_Teil_2_FS09.pdf
- [14] <http://de.wikipedia.org/wiki/Gleitreibung#Gleitreibung>
- [15] http://www.boschrexroth.com/business_units/brl/de/produkte/kugelbuechsen/index.jsp;jsessionid=cbagyjWPxkzS0cLeaient
- [16] http://www1.sdy.tu-darmstadt.de/lehre/SDY/download/MD_SDY_Kap_1_6_Vorlesung.pdf
- [17] <http://www.mp.haw-hamburg.de/pers/Dalhoff/download/TM2/TM2-Torsionsformeln.pdf>
- [18] http://www.acrylglastechnik.at/Datenblatt/Db_POM.pdf
- [19] http://www.zdt.uni-hannover.de/images/e/e9/Studienarbeit_Andreas_Jacobs.pdf
- [20] <http://www.romani-gmbh.de/A-PDF/deutsch/PR-SBC-Profileschienen.pdf>
- [21] http://www.wi.fh-jena.de/fileadmin/user_upload/professoren/pawliska/Dynamik-7.pdf

9 Anhang

9.1 Anhang A:(Variante1, Variante4, Variante5)

```

Funktion variantelvariante4variante5
global f1 f2 deltaomega deltadifferenz om1 om2 omega1 omega2 A r F
omegatilger k1 k2 d c1 c2 m1 m2 a
f1=1;
f2=10;
ft=7;
A=[1,-1;
   1,1];
om1=2*pi*f1;
om2=2*pi*f2;
omegatilger=2*pi*ft;
% Berechnung von deltaomega und deltadifferenz

r=[om1^2;om2^2];
F=A\r;
deltaomega=sqrt(F(1));
deltadifferenz=sqrt(F(2));

%Berechnung von omega1 und omega2
%deltaomega^2=((omega1^2)+(omega2^2))/2 ;
omega2=omegatilger;
omega1=sqrt(2*deltaomega^2-(omega2^2));

% Berechnung von k1 und k2
%d=(k1^2)*(k2^2);
d=((deltadifferenz)^4-((omega1^2-omega2^2)/2)^2);

k2=sqrt(omega2^2);

% Ansatz
c2=500;
m2=c2/(k2^2);

%Berechnung von k1
k1=sqrt(d/(k2^2));

m1=c2/k1^2;
% Berechnung von c1

c1=(omega1^2*m1- k2^2*m2);

fprintf('omega1=%g|omega2=%g| m1=%g|m2=%g|c1=%g|c2=%g
|k1=%g|k2=%g\n',omega1,omega2,m1,m2,c1,c2,k1,k2);
end

```

9.2 Anhang (Variante2)

```

function Variante2
global f1 f2 deltaomega deltadifferenz om1 om2 omegal omega2 A r F
omegatilger k1 k2 d c1 c2 m1 m2 c3
f1=5;
f2=10;
ft=7 ;
A=[1,-1;
   1,1];
om1=2*pi*f1;
om2=2*pi*f2;
omegatilger=2*pi*ft;
% Berechnung von deltaomega und deltadifferenz

r=[om1^2;om2^2];
F=A\r;
deltaomega=sqrt(F(1));
deltadifferenz=sqrt(F(2));

%Berechnung von omeg1 und omega2
%deltaomega^2=((omegal^2)+(omega2^2))/2 ;
omega2=omegatilger;
omegal=sqrt(2*deltaomega^2-(omega2^2));

% Berechnung von k1 und k2
%d=(k1^2)*(k2^2);
d=((deltadifferenz)^4-((omegal^2-omega2^2)/2)^2);

% k2^2=c2/m2 und k1^2=c2/m1 das heißt k1^2=k2^2 für m1 =m2
k1=(d)^(1/4);
k2=k1;
% Berechnung von c1 und c2 mit

c2=200;
m1=c2/(k2^2);
m2=m1;

c1=m1*(omegal^2- k2^2);
c3=m1*(omega2^2-k1^2);

% deltadifferenz=sqrt(((omegal^2)-(omega2^2))/2)+(k1)^2*(k2)^2);
% om1=2*pi*f1;
% % om2=2*pi*f2;
%
% [deltaomega, deltadifferenz] = solve('deltaomega^2+deltadifferenz^2
= om1', 'deltaomega^2-deltadifferenz^2=om2')

fprintf('omegal=%g| m1=%g|m2=%g|c1=%g|c2=%g |c3=%g\n',omegal
,m1,m2,c1,c2,c3);

%fprintf('|deltaomega=%g|deltadifferenz=%g|k1=%g c1=%g
|c3=%g\n',deltaomega ,deltadifferenz,k1,c1,c3);
end

```

9.3 Anhang (Variante3)

```

function variante3
global f1 f2 deltaomega deltadifferenz om1 om2 omeg1 omega2 A r F
omegatilger k1 k2 d c1 c2 m1 m2 I E1 E2 L
E1=210000;
E2=210000;
b=10;
h=5;
L=250;
I=(b*h^3)/12;
Kb1=(48*E1*I)/(L^3);
Kb2=(48*E2*I)/(L^3);

f1=1;
f2=10;
ft=5;
A=[1,-1;
   1,1];
om1=2*pi*f1;
om2=2*pi*f2;
omegatilger=2*pi*ft;
% Berechnung von deltaomega und deltadifferenz

r=[om1^2;om2^2];
F=A\r;
deltaomega=sqrt(F(1));
deltadifferenz=sqrt(F(2));

%Berechnung von omeg1 und omega2
%deltaomega^2=((omeg1^2)+(omega2^2))/2 ;
omega2=omegatilger;
omeg1=sqrt(2*deltaomega^2-(omega2^2));

% Berechnung von k1 und k2
%d=(k1^2)*(k2^2);

```

```
d = ((deltadifferenz)^4 - ((omega1^2 - omega2^2) / 2)^2);

k2 = sqrt(omega2^2);

% Ansatz
c2 = 1553;
m2 = (c2 + Kb2) / (k2^2);

%Berechnung von k1
k1 = sqrt(d / (k2^2));

m1 = (c2 + Kb2) / k1^2;
% Berechnung von c1

c1 = (omega1^2 * m1 - Kb1 - Kb2 - c2);
% deltadifferenz = sqrt(((omega1^2) - (omega2^2)) / 2) + (k1)^2 * (k2)^2);
% om1 = 2 * pi * f1;
% % om2 = 2 * pi * f2;
% [deltaomega, deltadifferenz] = solve('deltaomega^2 + deltadifferenz^2
= om1', 'deltaomega^2 - deltadifferenz^2 = om2')

fprintf('omega1=%g|omega2=%g| m1=%g|m2=%g|c1=%g|c2=%g|Kb1=%g|Kb2=%g
|k1=%g|k2=%g\n', omega1, omega2, m1, m2, c1, c2, Kb1, Kb2, k1, k2);
end
```

9.4 Motordaten

9.5 2D-Zeichnungen