



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelor-Arbeit

Department Maschinenbau und Produktion

**Modellierung und Simulation eines Wellenerzeugers für
eine maritime Versuchsanlage mit CFD-Methoden**

Dorothee Pieper

25. Januar 2012

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Fakultät Technik und Informatik
Department Maschinenbau und Produktion
Berliner Tor 21
20099 Hamburg

Verfasserin: Dorothee Pieper
Abgabedatum: 25.01.2012

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf
2. Prüfer: Prof. Dipl.-Ing. Peter Dalhoff

Vorwort

Diese Bachelor Arbeit ist Ende des Jahres 2011 an der HAW-Hamburg entstanden. Für die unbürokratische Unterstützung und die sehr gute Betreuung möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf bedanken. Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Prof. Dipl.-Ing. Peter Dalhoff bedanken, der als Zweitprüfer dieser Bachelor Arbeit fungiert.

Inhaltsverzeichnis

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	X
1. Einleitung	1
1.1. Gesamtkontext	1
1.2. Zielsetzung	3
2. Stand der Technik	4
2.1. Meereskraftwerke	4
2.1.1. Wellenspeicherkraftwerke	4
2.1.2. OWC-Kraftwerke	4
2.1.3. Wellenenergiewandler	5
2.1.4. Gezeitenkraftwerke	6
2.1.5. Meeresströmungskraftwerke	6
2.2. Wellenkanal	7
2.3. Numerische Strömungssimulation	8
3. Theoretische Grundlagen	10
3.1. Wellentheorie	10
3.1.1. Grundgleichungen	11
3.1.1.1. Kontinuitätsgleichung	11
3.1.1.2. Impulserhaltung	11
3.1.1.3. Potenzialtheorie	12
3.1.1.4. Instationäre Bernoulli-Gleichung	13
3.1.2. Lineare Wellentheorie	13
3.1.3. Lineare Wellenerzeugertheorie	19
3.1.4. Wellentheorie nach Stokes	22
3.1.5. Wellenklassifikation	23
3.2. Numerische Strömungssimulation (CFD)	25
3.2.1. Allgemein	25
3.2.2. Lösungsmethoden	25
3.2.3. Mehrphasenströmungen	29
3.2.4. Freie Oberfläche	30
3.2.5. Dynamisches Netz	35
4. Simulation	39
4.1. Modellbildung	40
4.1.1. Netzgenerierung	40
4.1.2. Randbedingungen	41
4.1.3. Lösungsmethoden	42
4.2. Dämpfungsmodelle	43
4.3. Netzstudie	49

4.4. "Volume of Fluid"-Modelle	50
4.5. Dynamisches Netz	52
4.6. Wellenkonfigurationen	57
4.7. Modellbildung "Bewegter Zylinder"	58
5. Auswertung	61
5.1. Referenzmodell	61
5.2. Wellenkonfigurationen	65
5.2.1. Modell T1	65
5.2.2. Modell T2	68
5.2.3. Modell T3	70
5.2.4. Modell T4	73
5.3. Bewegter Zylinder	75
6. Fazit und Ausblick	79
6.1. Fazit	79
6.2. Ausblick	80
A. Modellübersicht	81
B. UDF Geschwindigkeitseinlass	83
C. UDF Dynamisches Netz	85
D. UDF 6DOF	86
E. Netz und Wellenausprägung des Modells mit Strand	87
F. Darstellung der Wellenausprägung bei dem Referenzmodell	88
G. Geschwindigkeitsverläufe nach der Wellenerzeugertheorie	89
H. Darstellung der Wellenausprägung bei dem Modell T1	91
I. Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe bei dem Modell T4	92
J. Darstellung der Wellenausprägung mit bewegtem Zylinder	94
K. Die verwendete Software	98
L. Inhalt der DVD	99
M. Aufgabenstellung	100
Literaturverzeichnis	101

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Indizes und Konventionen

–	Richtungsbehaftete Größen werden fett dargestellt
$(\dots)_a$	Volumenanteil des Fluides a
$(\dots)_{c_j}$	Wert in dem Zellmittelpunkt der Zelle j
$(\dots)_{h=0}$	Randbedingung an der Position h=0
$(\dots)_k$	Wert auf den zellbegrenzenden Flächen
$(\dots)_p$	Progressive Wave - fortschreitende Welle
$(\dots)_s$	Standing Wave - stehende Welle

Skalare Größen

δ	Verschiebung der Ruhewasserlinie gegenüber dem Orbitalkreismitelpunkt	m
$\eta(x, y, z)$	Lage der freien Oberfläche	m
η	dynamische Viskosität	$\frac{\text{kg}}{\text{ms}}$
Λ	Volumenviskosität	$\frac{\text{kg}}{\text{ms}}$
$\nabla\phi$	Gradient einer beliebigen Feldgröße	–
ω	Wellenfrequenz	$\frac{1}{\text{s}}$
$\Phi(x, z, t)$	Geschwindigkeitspotenzial	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
ϕ	Beliebige Feldgröße	–
ψ	Drehung bzw. Vortizität	$\frac{1}{\text{s}}$
ρ	Dichte	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
θ	Level-Set-Funktion	–
φ	Volumenanteil	–
A	Wellenamplitude	m
$C(t)$	Integrationskonstante	–
C	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$F(x, z, t)$	Darstellung der Oberfläche	m
H	Wellenhöhe	m
h	Wassertiefe	m

k	Wellenzahl	$\frac{1}{\text{m}}$
L	Wellenlänge	m
p	Druck	Pa
S	Hub des Wellenantriebes	m
t	Zeit	s
u, v, w	Geschwindigkeiten in x-, y- und z- Richtung	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
x, y, z	Globale Koordinatenrichtungen	m

Vektorielle Größen, Tensoren

∇	Nablaoperator	—
∇^2	Laplaceoperator	—
ξ	Deformationstensor	—
g	Vektor der Schwerefeldes	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
I	Einheitstensor	—
n	Einheitsvektor	—
T	Spannungstensor	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
u	Geschwindigkeitsvektor	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Abkürzungen

<i>6DOF</i>	6 Degrees of Freedom - 6 Freiheitsgrade
<i>AWS</i>	Archimedes Waveswing
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics - Numerische Strömungsberechnung
<i>CICSAM</i>	Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes
<i>DGL</i>	Differenzialgleichung
<i>FVM</i>	Finite-Volumen-Methode
<i>HRIC</i>	High Resolution Interface Capturing
<i>ITA</i>	Iterative Time Advancement - Iterativer Zeitfortschritt
<i>KV</i>	Kontrollvolumen
<i>MUSCL</i>	Monotone Upstream-centered Schemes for Conservations Laws
<i>NBT</i>	Numerical Beach Treatment - numerische Strandbetrachtung
<i>NITA</i>	Non-Iterative Time Advancement - Nichtiterativer Zeitfortschritt
<i>NS</i>	Navier-Stokes
<i>NWK</i>	Numerischer Wellenkanal
<i>OWC</i>	Oscillating Water Column - Oszillierende Wassersäule

<i>PISO</i>	Pressure Implicit with Splitting of Operators
<i>PLIC</i>	Piecewise Linear Interpolation Calculation - Stückweise lineare Interpolation
<i>QUICK</i>	Quadratic Upstream Interpolation for Convectis Kinetics
<i>SIMPLE</i>	Semi-Implizit Methode for Pressure Linked Equation
<i>SIMPLEC</i>	Semi-Implizit Methode for Pressure Linked Equation-Consistent
<i>UDF</i>	User Defined Function - benutzerdefinierte Funktion
<i>VOF</i>	Volume of Fluid - Volumenanteil des Fluides

Abbildungsverzeichnis

1.1. Durchschnittliche jährliche Wellenenergie in kW/m der Wellenfront [21]	2
2.1. Schematische Darstellung eines OWC-Meereskraftwerkes [14]	5
2.2. Foto des Pelamis P2 im Meer [21]	6
2.3. Darstellung des Inneren eines Pelamis P2 [21]	6
2.4. Modell mehrerer Meeresströmungskraftwerke [3]	7
2.5. Wellenerzeugertheorie nach Galvin [7]	8
3.1. Ausbreitung einer trochoiden Wellenform mit Kennzeichnung der Wellenparameter [4]	10
3.2. Zweidimensionale Wasserwellen als Randwertproblem [7]	13
3.3. Einfluss der stehenden Wellen auf den Geschwindigkeitsverlauf der x-Komponente an der Stelle $x = 0,1$ m und $z = -0,5$ m	21
3.4. Darstellung des Einflusses des nichtlinearen Stokes Anteils auf den Amplitudenverlauf	23
3.5. Klassifizierung der Wellentheorien [6]	24
3.6. Einteilung der unterschiedlichen Wellen [13]	24
3.7. Darstellung der Rekonstruktion der Gradienten in FLUENT durch das Verfahren "Green-Gauss-knotenbasierend" [28]	26
3.8. Iterationsvarianten in FLUENT [28]	28
3.9. Einteilung der Verfahren zur Darstellung der Grenzfläche [22]	30
3.10. Schematische Darstellung des VOF-Verfahren [22]	31
3.11. Profilverlauf der Oberfläche bei den beiden Rekonstruktionsverfahren [1]	32
3.12. Darstellung des Einflusses der PLIC-Methode [22]	33
3.13. Erstellung des Interface bei der gekoppelten Level-Set-Methode [1]	35
3.14. Exemplarische Darstellung der federbasierenden Netzglättungsmethode [1]	36
3.15. Darstellung der Methode der dynamischen Zellschichtung [1]	37
4.1. Darstellung des Amplitudenverlaufes des Ausgangsmodells an der Stelle $x = 2$ m	39
4.2. Darstellung des numerischen Wellenkanals mit den Messstellen	40
4.3. Detaildarstellung des Netzes	41
4.4. Darstellung des Netzes von dem Modell M1	41
4.5. Darstellung des Amplitudenverlaufes bei dem Modell M1 an der Stelle $x = 2$ m	43
4.6. Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M1 an der Stelle $x = 12$ m	44
4.7. Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M1 an der Stelle $x = 2$ m	45
4.8. Darstellung des Netzes von dem Modell M2	46
4.9. Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Netzmodelle mit numerischer Dämpfung an der Stelle $x = 2$ m	46
4.10. Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 12$ m	47
4.11. Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m	48

4.12. Darstellung der Amplitudenverläufe an der Stelle $x = 2$ m bei Dämpfung durch einen Strand am Kanalende	49
4.13. Darstellung der Amplitudenverläufe für eine Netzstudie zur Zellohöhe im Bereich der freien Oberfläche bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m	50
4.14. Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene VOF-Verfahren bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m	51
4.15. Wellenausprägung im NWK mit der Level-Set Methode bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	51
4.16. Detailansicht der Amplitudenverläufe verschiedener VOF-Verfahren bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m	52
4.17. Dynamische Netzadaption bei translatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 0	53
4.18. Dynamische Netzadaption bei translatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 140	53
4.19. Dynamische Netzadaption bei translatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 420	53
4.20. Dynamische Netzadaption bei rotatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 0	54
4.21. Dynamische Netzadaption bei rotatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 140	54
4.22. Dynamische Netzadaption bei rotatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 420	55
4.23. Darstellung der Amplitudenverläufe bei rotatorischen und bei translatorischen Antrieben an der Stelle $x = 2$ m	55
4.24. Darstellung des Dämpfungseinflusses auf den Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 12$ m bei verschiedenen Modellen	56
4.25. Darstellung des Dämpfungseinflusses auf den Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2$ m bei verschiedenen Modellen	57
4.26. Berechnungsgitter Modell Z1 mit Implementierung eines Zylinders	58
4.27. Berechnungsgitter Modell Z2 mit Implementierung eines Zylinders	59
5.1. Druckverlauf des Referenzmodells bei dem Modell M1 mit bewegter Randbedingung bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	61
5.2. Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Referenzmodellen an der Stelle $x = 2$ m	62
5.3. Detailansicht der Amplitudenverläufe bei den Referenzmodellen an der Stelle $x = 2$ m	62
5.4. Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der x-Komponente der Referenzmodelle an der Stelle $x = 2$ m und $z = -0,5$ m	63
5.5. Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der y-Komponente der Referenzmodelle an der Stelle $x = 2$ m und $z = -0,5$ m	64
5.6. Geschwindigkeitsverlauf der x-Komponente des Referenzmodells im Vergleich zur Theorie an der Stelle $x = 0,05$ m und $z = -0,5$ m	65
5.7. Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T1 an der Stelle $x = 2$ m	66
5.8. Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T1 an der Stelle bei $x = 2$ m	67
5.9. Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T2 an der Stelle $x = 2$ m	68
5.10. Wellenausprägung im NWK des Modells T2 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 4$ s	69
5.11. Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T2 an der Stelle $x = 2$ m	69
5.12. Wellenausprägung im NWK des Modells T2 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	70
5.13. Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T3 an der Stelle $x = 2$ m	71
5.14. Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T3 an der Stelle $x = 2$ m	71
5.15. Wellenausprägung im NWK des Modells T3 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	72

5.16. Wellenausprägung im NWK des Modells T3 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	72
5.17. Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2$ m .	73
5.18. Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2$ m	74
5.19. Wellenausprägung im NWK des Modells T4 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 18$ s	74
5.20. Wellenausprägung im NWK des Modells T4 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 18$ s	75
5.21. Darstellung des Amplitudenverlaufes des Modells Z2 an der Stelle $x = 1,85$ m . .	76
5.22. Bewegung des Zylinders bei dem Modell Z2	77
5.23. Darstellung des Amplitudenverlaufes des Modells Z3 an der Stelle $x = 1,85$ m und Darstellung der Bewegung des Zylinders	77
E.1. Darstellung des Netzes des Modells Strand-M1	87
E.2. Wellenausprägung im NWK des Modells Strand-M1 bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	87
E.3. Darstellung des Netzes des Modells Strand-M2	87
E.4. Wellenausprägung im NWK des Modells Strand-M2 bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	87
F.1. Wellenausprägung im NWK des Referenzmodells mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	88
F.2. Wellenausprägung im NWK des Referenzmodells mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	88
G.1. Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes nach der Wellenerzeugertheorie an der Stelle $x = 0,05$ m und $z = -0,5$ m	89
G.2. Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes nach der Wellenerzeugertheorie an der Stelle $x = 0,1$ m und $z = -0,5$ m	90
G.3. Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes nach der Wellenerzeugertheorie an der Stelle $x = 0,5$ m und $z = -0,5$ m	90
H.1. Wellenausprägung im NWK des Modells T1 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	91
H.2. Wellenausprägung im NWK des Modells T1 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s	91
I.1. Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der x-Komponente bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2$ m und $z = -0,5$ m	92
I.2. Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der y-Komponente bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2$ m und $z = -0,5$ m	93
J.1. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 0$ s	94
J.2. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 1$ s	95
J.3. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 2$ s	95
J.4. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 3$ s	96
J.5. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 4$ s	96
J.6. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 5$ s	97
J.7. Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 6$ s	97

Tabellenverzeichnis

1.1. Weltweites Wasserkraftpotenzial [13]	1
4.1. Wellenparameter des Grundmodells	40
4.2. Konfigurationen der Dämpfungsparameter für Modell M1	44
4.3. Konfigurationen der Dämpfungsparameter für Modell M2	47
4.4. Konfigurationen der Wellenparameter für die Modell T1 bis T4	57
4.5. Wellenparameter der Modelle mit bewegtem Zylinder	59
5.1. Wellenparameter des Referenzmodells	61
5.2. Wellenparameter des Modells T1	65
5.3. Wellenparameter des Modells T2	68
5.4. Wellenparameter des Modells T3	70
5.5. Wellenparameter des Modells T4	73
A.1. Modellübersicht Geschwindigkeitseinlass	81
A.2. Modellübersicht Dynamisches Netz	81
A.3. Modellübersicht Wellenstudie	82
A.4. Modellübersicht Bewegter Zylinder	82

1. Einleitung

1.1. Gesamtkontext

Eine große Herausforderung für die nächsten Jahrzehnte ist die Umstellung auf eine Energieerzeugung aus erneuerbaren Energiequellen, die einen Großteil des weltweiten Strombedarfs abdeckt. Die Wasserkraft spielt dabei eine erhebliche Rolle, da schon heute der Anteil des aus der Wasserkraft erzeugten Stroms 16 % des global erzeugten Stroms beträgt [13]. Schon vor Jahrhunderten wurde die Wasserkraft zur Erzeugung von mechanischer Energie durch Wassermühlen genutzt. In Deutschland ist die Nutzung der Wasserkraft fast vollständig erschlossen und liefert 3,4 % (Stand 2007) des gesamten erzeugten Stroms [13]. Weltweit ergibt sich jedoch ein noch erhebliches ungenutztes Wasserkraftpotenzial, wie Tabelle 1.1 verdeutlicht. Das derzeit weltweit genutzte Wasserkraftpotenzial mit 3.045 TWh pro Jahr beträgt nur ungefähr 20 % des weltweit technisch nutzbaren Wasserkraftpotenzials. Verwendet werden hauptsächlich Laufwasserkraftwerke, Speicherkraftwerke und Pumpspeicherkraftwerke.

Kontinente	theoretisch nutzbares Wasserkraftpotenzial [TWh/a]	technisch nutzbares Wasserkraftpotenzial [TWh/a]	derzeit genutztes Wasserkraftpotenzial [TWh/a]
Afrika	2.590	1.303	94
Asien	19.702	7.655	1.108
Europa	2.901	1.121	531
Nordamerika	7.575	1.763	664
Südamerika	5.696	2.615	608
Ozeanien	633	196	40
Welt	39.097	14.653	3.045

Tabelle 1.1.: Weltweites Wasserkraftpotenzial [13]

Neben diesen traditionellen Wasserkraftwerken gewinnt eine bis heute fast ungenutzte Form der Wasserkraft immer mehr an Bedeutung - die Nutzung von Meeresenergie. Die Weltmeere bieten ein unerschöpfliches Reservoir an Energie, die sich in Form von kinetischer Energie der Wellen und Meeresströmungen, sowie in potenzieller Energie aus dem Tidenhub zeigt. Des Weiteren kann der Gradient der Salzkonzentration und der Temperaturgradient als Energiequelle genutzt werden. Ein großes nutzbares Potenzial wird den Wellenkraftwerken zugeschrieben [3]. Wellen können beim Auftreffen auf eine Steilküste durchschnittlich zwischen 15 und 30 kW freisetzen [26]. Wellen auf hoher See können an geeigneten Stellen sogar bis zu 100 kW pro m Wellenkamm beinhalten. In Abbildung 1.1 ist die weltweite und europäische Verteilung der Wellenenergie pro m Wellenkamm dargestellt. Jeder Bereich mit einem jährlichen Durchschnitt von über 15 kW pro m Wellenkamm hat das Potenzial zur Nutzung von Wellenenergie [21].

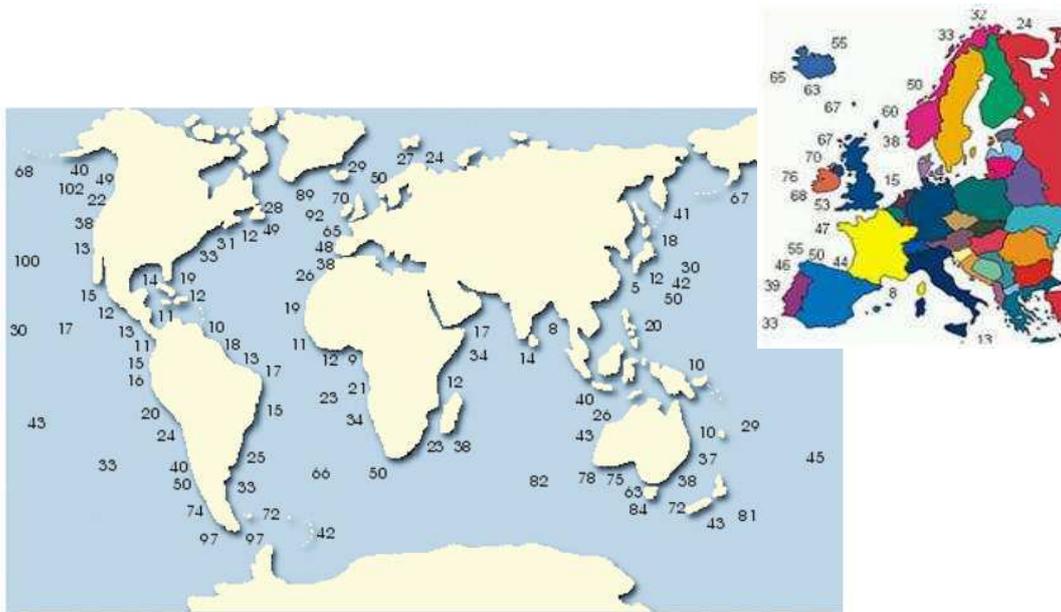


Abbildung 1.1.: Durchschnittliche jährliche Wellenenergie in kW/m der Wellenfront [21]

Nach dem "World Energy Council" [26] liegt das globale Potenzial der Wellenenergie in der Tiefsee bei 8.000 – 80.000 TWh, wobei der technisch und wirtschaftlich nutzbare Teil weltweit auf 2.000 TWh pro Jahr geschätzt wird. An Deutschlands Küsten reicht die vorhandene Wellenenergie nicht aus, um rentable Wellenkraftwerke zu installieren. Andere Länder in Europa dagegen, wie zum Beispiel England, Frankreich, Norwegen oder Portugal, haben ein enormes Potenzial, wie die Europakarte in Abbildung 1.1 zeigt. Diese Länder könnten mit Wellenkraftwerken bis zu 20% ihres Strombedarfes decken [21]. Für die Nutzung dieses Energiepotenzials gibt es verschiedene detaillierte, teilweise Jahrzehnte alte, Konzepte, die allerdings noch keine Marktreife erreicht haben. Die Nutzung von Meeresenergie befindet sich heute ungefähr auf dem selben Stand wie Windkraftanlagen vor 30 Jahren. Dies beruht auf verschiedenen Ursachen. Zum einen müssen die Anlagen, neben den normalen Betriebszuständen, auch Extremzustände wie Sturmfluten und Extremwellen aushalten. Diese können, gegenüber den normalen Betriebszuständen, teilweise das hundertfache an Energie enthalten. Zum anderen bringt der Standort auf offener See an sich schon erhebliche Probleme mit sich. Die schwierige infrastrukturelle Anbindung und der direkte Kontakt mit Salzwasser sorgen für erhöhte konstruktive Anforderungen [14]. Zudem muss die Variabilität der Wellen und Strömungen in der Konstruktion berücksichtigt werden. Trotz dieser Schwierigkeiten steckt ein enormes Potenzial in Meereskraftanlagen, so dass die Erforschung und Entwicklung solcher Anlagen voran getrieben wird [14]. Hierbei spielen auch die in der Offshore-Windkraft gemachten Erfahrungen und die Weiterentwicklung von Werkstoffen und Turbinen eine erhebliche Rolle. Im Juli 2011 wurde das erste kommerzielle Wellenkraftwerk in Mutriku, Spanien an das Stromnetz angeschlossen. In dem Wellenkraftwerk sind 16 Wellsturbinen-Einheiten der Firma Voith Hydro verbaut, die eine Gesamtleistung von 300 kW liefern [25]. Dies ist zwar noch ein kleines Kraftwerk, zeigt aber den Weg in die richtige Richtung zur Nutzung der Meeresenergie. Die Erzeugung des gesamten Strombedarfes aus erneuerbaren Energiequellen wird nur aus einem Mix aller vorhandenen Technologien machbar sein, die Meereskraftanlagen werden hierbei eine wesentliche Rolle spielen.

1.2. Zielsetzung

Um die Rentabilität von Meereskraftwerken zu prüfen, sind neben den Prototypen auf See, eine Vielzahl von Versuchen in Versuchskanälen und numerische Simulationen dieser Anlagen notwendig. An der HAW-Hamburg ist zum Zwecke der Erforschung dieser Kraftwerkstypen ein Wellenkanal mit den Abmaßen $1\text{ m} \times 1,5\text{ m} \times 10\text{ m}$ (B x H x L) installiert. An diesem soll in den folgenden Jahren die Konzeptentwicklung zur Energieumwandlung untersucht werden. Neben den Versuchen im Wellenkanal spielt auch die Simulation von Wellen in sogenannten numerischen Wellenkanälen (NWK) eine große Rolle. In dieser Arbeit wird die sich durch einen Wellenerzeuger ergebende Wellendynamik mittels numerischer Strömungssimulation (engl. Computational Fluid Dynamics - CFD) untersucht. Die Wellenströmung wird als zweidimensionale instationäre Zweiphasenströmung modelliert. Dies geschieht unter Verwendung eines Mehrphasenmodells mit freier Oberfläche, die durch das sogenannte Volumenanteilsmodell (engl. Volume Of Fluid - VOF) dargestellt wird. Aufbauend auf einem Masterprojekt [20] werden unterschiedliche Modellkonfigurationen vorgenommen, um die in [20] aufgezeigten Schwierigkeiten zu überwinden. Insbesondere wird der Einfluss der Dämpfung auf den Amplitudenverlauf der erzeugten Wellen, sowie die Auswirkungen der verschiedenen Verfahren zur Darstellung der freien Oberfläche untersucht. Des Weiteren werden zwei unterschiedliche Betriebsarten des Wellenerzeugers, das Kolbenpaddel und das Klappenpaddel, in das Modell implementiert. Der Amplitudenverlauf der erzeugten Wellen wird mit dem theoretischen Verlauf nach den Wellentheorien verglichen. Anhand verschiedener Wellenkonfigurationen werden die unterschiedlichen Modelle untersucht und auf ihre Eignung, die Theorie möglichst genau abzubilden, geprüft. Grundlage der erstellten Modelle ist die lineare Wellentheorie der Wellenerzeuger nach [7]. Die Modelle werden mit der nichtlinearen Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung validiert. Anschließend wird ein, sich durch die Wellendynamik bewegendes, Körper in das Modell implementiert. Die Wirkung der Wellen auf den Körper wird untersucht. Die erzeugten Modelle und die gewonnenen Erkenntnisse sollen in späteren Projekten bei der Simulation von Wellenkraftwerken Verwendung finden.

2. Stand der Technik

Die Nutzung von Meeresenergie zur Stromerzeugung befindet sich noch im Anfangsstadium der Entwicklung. Dies liegt vor allem an den erschwerten Entwicklungsrandbedingungen. Technologische Randbedingungen, wie das Aushalten von Stürmen, die das 100-fache der sonst üblichen Wellenenergie enthalten, die Anlagengröße, die Stromanbindung und das natürliche Umfeld mit salzigem Meerwasser und salziger Luft, sorgen für Schwierigkeiten. Aber auch kommerzielle Randbedingungen wie geringe Förderungen und schwierige Genehmigungsverfahren führten lange zu keinem Durchbruch im Bereich der Meereskraftwerke. Mit der Erfahrung aus dem Offshore-Windbereich, erheblichen Forschungsmitteln und neuen Forschungszentren, vor allem in England und Dänemark, scheint heute die kommerzielle Nutzung von Meeresenergie in Reichweite zu sein [14]. Dies zeigt auch die weltweit erste Anbindung eines Wellenkraftwerkes an das kommerzielle Stromnetz in Spanien im Juli 2011. Bis dieser Kraftwerkstyp Marktreife erlangt hat wird es noch einige Zeit dauern. Es gibt jedoch schon jetzt eine Vielzahl von Prototypen deren Betrieb zur Zeit erforscht wird.

2.1. Meereskraftwerke

Die Ozeane, die Meere und die Flüsse beinhalten eine Vielzahl von Energieformen die zur Erzeugung von Strom verwendet werden können. Die meiste Beachtung wird dabei den Wellen und Gezeiten sowie der Nutzung des Gradienten der Salzkonzentration zugeordnet [27]. Des Weiteren können auch permanente Strömungen, ozeanische Geothermie, die Nutzung des Temperaturgradienten oder maritime Biomasse zur Energiegewinnung genutzt werden. Im Folgenden werden kurz die bekanntesten Kraftwerkstypen beschrieben.

2.1.1. Wellenspeicherkraftwerke

Bei Wellenspeicherkraftwerken werden die Wassermassen mittels konstruktiven Maßnahmen auf eine höhere Ebene zur Nutzung der potenziellen Energie gebracht. Die Energiegewinnung erfolgt über das Abfließen des Wassers durch Niederdruckturbinen. Als Realisierung dieser Energieumwandlung gibt es an der Küste installierte Sammelbecken, wie den 1986 in Norwegen gebauten Prototyp TAPCHAN. Eine weitere Realisierung sind schwimmende Sammelbecken. Diese Bauweise wurde in dem Prototyp "WaveDragon" verwendet. Der schwimmenden Ausführung wird ein größeres Potenzial zugeschrieben, da eine Nutzung großer Teile von Küsten, wie sie für die fest installierten Sammelbecken notwendig sind, unökonomisch wäre. Die Einfachheit der Idee und der gute Wirkungsgrad der einsetzbaren Turbinen lassen eine kommerzielle Nutzung der Energiewandlung nach dieser Methode möglich erscheinen [14].

2.1.2. OWC-Kraftwerke

OWC-Wellenkraftwerke (engl. Oscillating Water Column - OWC) nutzen das Prinzip einer oszillierenden Wassersäule. In einer Kammer wird aufgrund der vertikalen Bewegung durch die Wellen eine Strömung der Luft erzeugt, die eine Turbine antreibt. Die Form des OWC ermöglicht eine Umsetzung der großen Kraft und der kleinen Geschwindigkeit der Wellenbewegung in

Luftströmungen mit kleiner Kraft und großer Geschwindigkeit. Entscheidend dabei ist das geringe spezifische Gewicht der Luft, das eine große Beschleunigung zulässt [14]. Die Problematik bei diesen Kraftwerksarten ist der niedrige Wirkungsgrad der Wellsturbinen und die Unstetigkeit der Energieabgabe. Wie bei den Wellenspeicherkraftwerken wird zwischen schwimmender und fest installierter Ausführung unterschieden. Dieses Konzept wird auch in dem Wellenkraftwerk Limpet auf Islay, Schottland verwendet. Dieser erste netzangebundene Prototyp wird seit dem Jahr 2000 getestet. Auch das erste kommerzielle Wellenkraftwerk in Mutriku, Spanien nutzt dieses Prinzip der Umwandlung von Wellenenergie [14]. In Zukunft sollen vergleichbare Anlagen in Wellenbrechern und Hafenumauern integriert werden [25]. In Abbildung 2.1 ist der schematische Aufbau eines OWC-Meereskraftwerkes dargestellt.

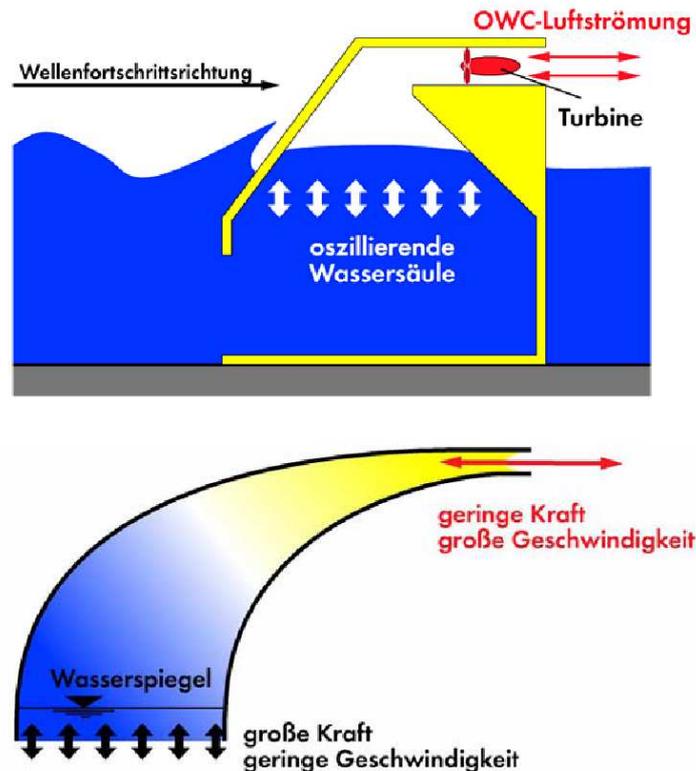


Abbildung 2.1.: Schematische Darstellung eines OWC-Meereskraftwerkes [14]

2.1.3. Wellenenergiewandler

Eine weitere Form der Meereskraftwerke ist die direkte Nutzung der Wellenbewegung durch Wellenenergiewandler. Dieser Kraftwerkstyp wird in getauchte und schwimmende Wellenenergiewandler unterschieden. Bei dem getauchten Wellenenergiewandler bewirkt die Wellenbewegung eine dynamische Auftriebsänderung, die eine "auf und ab"-Bewegung des Körpers erzeugt. Mit Hilfe eines Lineargenerators wird die elektrische Energie erzeugt. Ein Prototyp dieser Methode ist der Archimedes Waveswing (AWS). Der Vorteil dieser Konstruktion liegt darin, dass schädliche Umwelteinflüsse an der Wasseroberfläche vermieden werden. Dieser Vorteil birgt jedoch gleichzeitig den Nachteil, dass in tiefem Wasser die Wellenenergie geringer ist. Der schwimmende Wellenenergiewandler kann anhand des Prototypen Pelamis erläutert werden. Pelamis besteht aus beweglich gekoppelten Segmenten, die durch normalen Wellengang in eine horizontale Ausweichbewegung versetzt werden. Hydraulikaggregate wandeln die Bewegung in elektrische Energie um. Das System hat den Vorteil, dass es die Energie von kleinen Wellen optimal umsetzen kann. Durch große Wellen taucht dieses System jedoch hindurch, da große vertikale Verschiebun-

gen nicht umgesetzt werden können. Dies macht das System vielversprechend und führt zu einer Vielzahl weiterer Prototypen die auf diesem Prinzip basieren. Als Nachteil werden die hohen Investitionskosten im Vergleich zur erzeugten Energie genannt [14]. Zur Zeit testet die Firma Pelamis Wave Power für E.ON und Scottish Power Renewables die zweite Generation der Pelamis P2 [21]. Abbildung 2.2 zeigt den Pelamis P2 im Meer und Abbildung 2.3 den Aufbau im Inneren.



Abbildung 2.2.: Foto des Pelamis P2 im Meer [21]



Abbildung 2.3.: Darstellung des Inneren eines Pelamis P2 [21]

2.1.4. Gezeitenkraftwerke

Gezeitenkraftwerke nutzen den durch die Gezeiten erzeugte Tidenhub zur Erzeugung von Energie. Das zu Grunde liegende Prinzip ist das selbe wie bei Wellenspeicherkraftwerken mit einem Sammelbecken und dem Abfließen des Wassers durch Niederdruckturbinen. Die begrenzte Anzahl an Buchten mit dem erforderlichen Tidenhub und ökologische Aspekte führen zu einer starken Begrenzung der möglichen Standorte und somit zu einem geringen Anteil an der Stromerzeugung. Das weltweit größte Gezeitenkraftwerk wurde 2011 in Südkorea mit einer Leistung von 254 MW gebaut und löste damit das bis dahin größte und erste Gezeitenkraftwerk Rance in Frankreich ab. Dieses Kraftwerk wurde 1966 eröffnet und hat eine Leistung von 240 MW [13].

2.1.5. Meeresströmungskraftwerke

Meeresströmungskraftwerke gehören zu den Gezeitenkraftwerken und nutzen durch den Tidenhub erzeugte Strömungen zur Energiegewinnung. Das Prinzip gleicht im Wesentlichen dem von

Windenergieanlagen. Als Vorteil sind die relativ konstanten Strömungsbedingungen und die geringere Wetterabhängigkeit zu nennen. Zudem reduziert das vollständige Eintauchen unter Wasser die schädlichen Umwelteinflüsse verglichen mit Meereskraftwerken an der Wasseroberfläche. Meeresströmungskraftwerke benötigen im Vergleich zu Windkraftanlagen eine geringere Strömungsgeschwindigkeit für einen rentablen Betrieb. Dies resultiert aus der höheren Dichte des Wassers. Als Nachteil sind vor allem die momentane Unwirtschaftlichkeit der Anlagen und die noch nicht untersuchten Auswirkungen auf die Umwelt zu nennen. Diese Anlagentypen befinden sich ebenfalls noch in der Entwicklung. In Strangford, Nordirland wurde 2008 das kommerzielle Meeresströmungskraftwerk SeaGen installiert, welches mit zwei Axialturbinen eine Leistung von 1,2 MW erzeugt [23]. Abbildung 2.4 zeigt ein Modell mehrerer Meeresströmungskraftwerke.



Abbildung 2.4.: Modell mehrerer Meeresströmungskraftwerke [3]

2.2. Wellenkanal

Für die Entwicklung von Prototypen sind eine Vielzahl von Simulationen und Versuchen notwendig. Zur Untersuchung des Strömungsverhaltens und verschiedener Kraftwerkskonzepte werden Versuchsreihen in Wellenkanälen durchgeführt. Im Prinzip kann jede Störung der freien Wasseroberfläche zur Erzeugung von Wellen genutzt werden. Für technische Untersuchungen ist jedoch eine definierte Wellenerzeugung notwendig, um Reproduzierbarkeit zu gewährleisten und verschiedene Wellenparameter untersuchen zu können. Zur Erzeugung von Wellen in einem rechteckigen Becken ist eine entsprechende Apparatur notwendig. Eine einfache Theorie zur Erzeugung von Wellen in Wellenkanälen entwickelte 1960 Galvin [7]. Diese Theorie besagt, dass die Wasserverdrängung durch den Wellenerzeuger dem Volumen des Wellenkammes entspricht. In Abbildung 2.5 ist dieser Zusammenhang dargestellt.

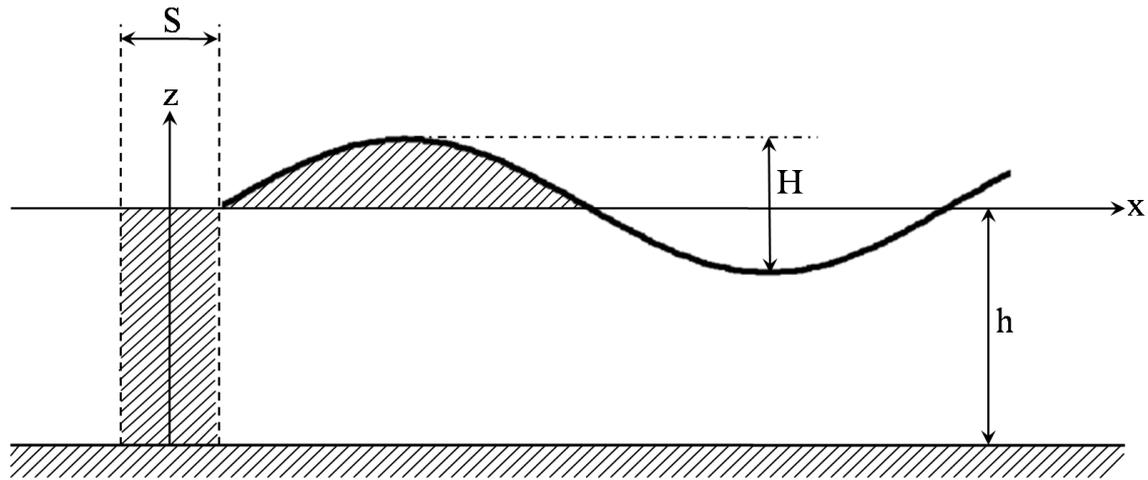


Abbildung 2.5.: Wellenerzeugertheorie nach Galvin [7]

Daraus resultieren im Wesentlichen zwei Arten von Wellenantrieben: das Kolbenpaddel und das Klappenpaddel. Das Kolbenpaddel wird in einem Wellenkanal durch eine rechteckige Platte über die gesamte Wassertiefe h realisiert. Der Platte wird mit Hilfe eines Antriebes eine translatorische Bewegung mit einem Hub S auferzungen. Das Volumen des Wellenkamms ergibt sich bei dieser Antriebsart zu:

$$Sh = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{H}{2} \sin(kx) dx = \frac{H}{k}. \quad (2.1)$$

Dadurch ergibt sich das Verhältnis zwischen Wellenhöhe H und Hub S zu:

$$\left(\frac{H}{S}\right)_{\text{translatorisch}} = kh. \quad (2.2)$$

Aufgrund der ellipsenförmigen Orbitalbahnen und der translatorischen Bewegung in Bodennähe eignet sich diese Antriebsart zur Erzeugung von Flachwasserwellen [7]. Das Klappenpaddel wird, wie das Kolbenpaddel, durch ein rechteckige Platte realisiert. Diese ist jedoch gelenkig am Boden befestigt und führt eine rotatorische Bewegung aus. Dadurch kann bei gleichem Hub nur das halbe Volumen bewegt werden. Das Verhältnis von Wellenhöhe zu Hub ergibt sich somit zu:

$$\left(\frac{H}{S}\right)_{\text{rotatorisch}} = \frac{kh}{2} \quad (2.3)$$

Bei dieser Antriebsart nehmen die Radien der Partikelbahnen mit sinkender Wassertiefe ab. Dieses Modell eignet sich somit zu Erzeugung von Tiefwasserwellen [7].

Diese beiden Wellenerzeuger sind die gängigsten Antriebsarten die in Wellenkanälen Verwendung finden. Darüber hinaus gibt es noch eine Vielzahl von Antriebsarten, die bestimmten Problemstellungen angepasst sind.

2.3. Numerische Strömungssimulation

Neben der Durchführung von Versuchen hat heute die numerische Strömungssimulation (engl. Computational Fluid Dynamics - CFD) eine wichtige Rolle in der Untersuchung von Strömungsproblemen eingenommen. Durch die rasante Entwicklung der Computertechnologie ist es heute möglich, komplexe Strömungsprobleme mit Hilfe von Programmen zu berechnen. Während es

vor 20 Jahren gerade möglich war, einige zweidimensionale Probleme numerisch lösen zu lassen, ist es heute möglich komplexe dreidimensionale Strömungsprobleme zu simulieren [17]. Die numerische Strömungsberechnung lässt sich in 5 Elemente gliedern:

- Geometrierzeugung
 - Idealisierung des Strömungsvorgangs
 - Erzeugung des Rechengebietes
- Netzgenerierung
 - Diskretisierung (Aufteilung des Gebietes in einzelne Zellen)
 - Netzaufbau orientiert sich am zu erwartendem Strömungsfeld
- Pre-Processing
 - Strömungsart (Stationär, Instationär)
 - Materialeigenschaften und Stoffwerte
 - Modellauswahl (Laminar, Turbulent, usw.)
 - Solvereinstellungen
 - Rand- und Anfangsbedingungen
- Solver
 - Lösen der Gleichungssysteme
- Post-Processing
 - Auswertung der Ergebnisse
 - Prüfen der Ergebnisse auf Plausibilität
 - Validierung der Ergebnisse mit Theorien und Versuchen

CFD bietet eine Menge an Möglichkeiten, insbesondere als Alternative zu teuren und aufwendigen Versuchen. Ergebnisse müssen jedoch immer mit Theorien und Versuchen validiert werden. Die CFD hat ein riesiges Potenzial an Anwendungsbereichen, von dem Maschinenbau über den Flugzeugbau bis hin zur Medizintechnik [28].

3. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen dieser Arbeit vermittelt. In dem ersten Teil werden die zur Herleitung der Wellentheorie notwendigen Grundgleichungen aufgestellt und die unterschiedlichen Wellentheorien beschrieben. Die Herleitung der Wellentheorien ist in Anlehnung an Dean und Dalrymple [7] entstanden. Im zweiten Teil werden die theoretischen Grundlagen zur numerischen Strömungssimulation dargestellt.

3.1. Wellentheorie

In der Natur treten eine Vielzahl von periodischen Schwingungen, allgemein als Wellen bezeichnet, auf. Charakteristisch nach der Ausbreitungsrichtung und der Schwingungsebene lassen sich die Wellen in zwei große Klassen unterteilen. Die Longitudinalwellen schwingen parallel zur ihrer Ausbreitungsrichtung. Das bekannteste Beispiel dieser Wellenart sind Schallwellen. Als Transversalwellen werden Wellen bezeichnet, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung schwingen. Elektromagnetische Wellen gehören zu dieser Klasse. Eine besondere Art von Wellen sind die sog. Oberflächenwellen. Diese sind weder rein transversal noch rein longitudinal. Oberflächenwellen entstehen an freien Oberflächen zwischen zwei Medien oder Phasen. Wasserwellen gehören zu den Oberflächenwellen an einer Grenzfläche zwischen Luft und Wasser. Diese lassen sich in Schwere- und Kapillarwellen unterteilen. Bei kleinen Wellenlängen bis 1 cm bewirkt die Oberflächenspannung die Rückstellkraft und somit die Ausbreitungsgeschwindigkeit. Diese Wellen werden als Kapillarwellen bezeichnet. Bei größeren Wellenlängen gehen diese in Schwerewellen über. Wie der Name schon sagt, wirkt als Rückstellkraft die Schwerkraft. Schwerewellen entstehen im wesentlichen in offenen und tiefen Ozeanen durch Wind. Die Ausbreitung und Bewegung wird durch die Schwerkraft dominiert. Ein kinematisches Modell das die gleichzeitige Schwingungsbewegung parallel und senkrecht zur Wellenausbreitungsrichtung beschreibt, wurde 1904 von Gerster entwickelt und ist die Grundlage für alle Wellentheorien [4]. Dieses Modell basiert auf der Annahme, dass sich die Wasserpartikel auf Kreisbahnen bewegen, deren Radien der Wellenamplitude entsprechen. Diese kinematische Bewegung kann nur durch eine fortschreitende trochoide¹ Wellenform beschrieben werden. In Abbildung 3.1 ist eine trochoide Wellenform aufgezeigt.

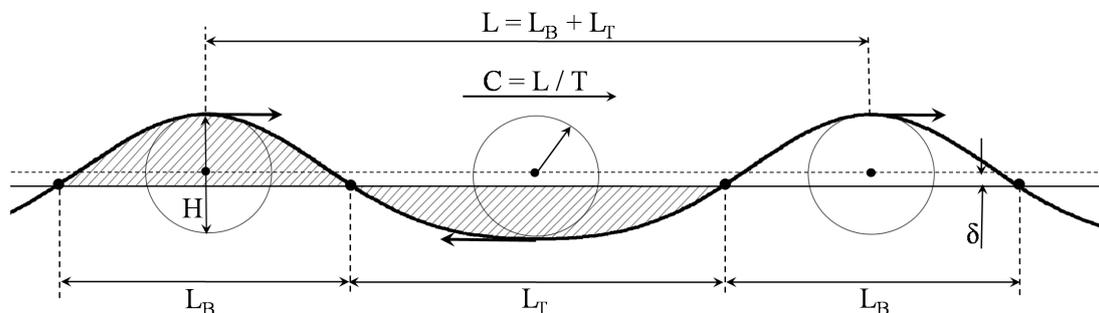


Abbildung 3.1.: Ausbreitung einer trochoiden Wellenform mit Kennzeichnung der Wellenparameter [4]

¹trochoide: Trochoide entstehen bei dem Abrollen eines Kreises entlang einer Geraden und stellen eine Sonderform der Zykloide dar.

Diese Wellen sind im Allgemeinen dadurch gekennzeichnet, dass der Wellenberg zugespitzt und kürzer als das abgeflachte Wellental ist. Da der Ruhewasserspiegel bei Wellenfolgen dadurch definiert wird, dass die Querschnittsfläche unter dem Wellenberg gleich der Querschnittsfläche in dem Wellental ist, muss bei der trochoiden Wellenform die Ruhewasserlinie um δ unter dem Orbitalkreismittelpunkt verschoben werden. Die wichtigsten Parameter zur Beschreibung von Wellen sind die Wellenlänge L bzw. die Periodendauer T , die Wellenhöhe H bzw. die Wellenamplitude $A = \frac{H}{2}$ und die Wassertiefe h .

Natürlich vorkommende Tiefwasserwellen werden durch diese Wellenform sehr gut beschrieben. Bei kleiner Wellensteilheit, also dem Verhältnis von Wellenhöhe zur Wellenlänge, kann die trochoiden Wellenform durch die Kosinusfunktion angenähert werden. Diese Tatsache wird in der linearen Wellentheorie verwendet.

3.1.1. Grundgleichungen

Die meisten Feld- und Transportprobleme werden durch partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung beschrieben. Allgemein dargestellt durch die Transportgleichung:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla(\rho\phi\mathbf{u}) = \nabla(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi. \quad (3.1)$$

Die Gleichung (3.1) beschreibt den Transport einer physikalischen Größe ϕ in einem mit der Geschwindigkeit \mathbf{u} strömenden Medium der Dichte ρ . Die Gleichung besteht, von links nach rechts, aus einem instationären Term, einem Konvektionsterm, der den Transport durch die Strömung beschreibt, einem Diffusionsterm, der den Transport entgegen der Strömungsrichtung darstellt und einem Quellterm. Die folgenden Grundgleichungen der Strömungsmechanik werden durch diesen Typ beschrieben und basieren auf den physikalischen Erhaltungsprinzipien der Massenerhaltung, der zeitlichen Impulserhaltung und der Energieerhaltung.

3.1.1.1. Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung ergibt sich durch die Bilanzierung des Massenstromes über ein infinitesimal kleines Kontrollvolumen zu:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho u}{\partial x} + \frac{\partial\rho v}{\partial y} + \frac{\partial\rho w}{\partial z} = 0. \quad (3.2)$$

In Vektorschreibweise kann die Gleichung (3.2) wie folgt angeschrieben werden:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0. \quad (3.3)$$

Für den Sonderfall des inkompressiblen Fluides gilt:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (3.4)$$

3.1.1.2. Impulserhaltung

Nach dem 2. Newtonschen Axiom entspricht die zeitliche Änderung des Impulses der Summe der angreifenden Kräfte. Im Strömungsfeld ergibt sich die zeitliche Impulsänderung aus der Differenz der am Kontrollvolumen ein- und austretenden Impulsströme und der angreifenden Kräfte, der Volumenkräfte und der Oberflächenkräfte. Daraus ergeben sich die Bewegungsgleichungen nach Cauchy für ein Kontinuum [28] in konservativer Form zu:

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) = \rho\mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T}. \quad (3.5)$$

In nicht konservativer Form folgt Gleichung (3.5) zu:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T}. \quad (3.6)$$

Mit dem Ansatz von Stokes für Newtonsche Fluide:

$$\mathbf{T} = -(p - \Lambda (\nabla \cdot \mathbf{u})) \mathbf{I} + 2\eta \boldsymbol{\xi} \quad (3.7)$$

folgt aus Gleichung (3.5) die Navier-Stokes-Gleichung in Vektorform:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \rho \mathbf{g} - \nabla (p - \Lambda (\nabla \cdot \mathbf{u})) \mathbf{I} + \nabla 2\eta \boldsymbol{\xi}. \quad (3.8)$$

Unter der Annahme von konstanter Viskosität vereinfacht sich die Gleichung (3.8) zu:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \rho \mathbf{g} - \nabla (p - \Lambda (\nabla \cdot \mathbf{u})) + \eta \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3.9)$$

Für inkompressible Newtonsche Fluide folgt dann aus Gleichung (3.9):

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (3.10)$$

Unter Vernachlässigung der inneren Reibung mit $\eta = 0$ ergibt sich die Euler-Gleichung in Vektorschreibweise als Sonderfall der Navier-Stokes-Gleichung mit:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \rho \mathbf{g} - \nabla p. \quad (3.11)$$

Im Folgenden wird die Annahme von reibungsfreien Strömungen beibehalten und somit die Eulergleichung 3.11 verwendet.

3.1.1.3. Potenzialtheorie

Nach dem 1. Wirbelsatz von Helmholtz bleibt die Drehung entlang einer Stromlinie bei reibungsfreien Strömungen konstant. Ein drehungsfreies Strömungsfeld bleibt somit drehungsfrei. Die Drehung bzw. die Vortizität ψ ergibt sich durch Anwendung des Kreuzproduktes von Nablaoperator ∇ und dem Geschwindigkeitsvektor \mathbf{u} . Bei Rotationsfreiheit ergibt sich Gleichung (3.12):

$$\psi = \nabla \times \mathbf{u} = 0. \quad (3.12)$$

Drehungsfreie Strömungen werden auch als Potenzialströmungen bezeichnet, da einem Geschwindigkeitsfeld \mathbf{u} in dem die Rotation verschwindet ein Potenzial Φ zugeordnet werden kann:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{u} = \nabla \Phi. \quad (3.13)$$

Durch das Einsetzen von Gleichung (3.13) in die Kontinuitätsgleichung (3.4) ergibt sich die Laplace-Gleichung mit:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \nabla^2 \Phi = 0. \quad (3.14)$$

Die Laplace-Gleichung (3.14) ist, im Gegensatz zu der nichtlinearen Euler-Gleichung, eine lineare partielle Differentialgleichung. Eine Superposition von Lösungen ist somit möglich.

3.1.1.4. Instationäre Bernoulli-Gleichung

Aus der in Kapitel 3.1.1.2 behandelten Euler-Gleichung (3.11) für eine allgemeine instationäre, reibungsfreie Strömung kann die instationäre Bernoulli-Gleichung hergeleitet werden. Unter Verwendung der folgenden Vektoridentität:

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u}|^2 - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}), \quad (3.15)$$

sowie der Drehungsfreiheit nach Gleichung (3.12) und der Zuordnung eines Geschwindigkeitspotenzials nach Gleichung (3.13) ergibt sich:

$$\frac{\partial \nabla \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla |\nabla \Phi|^2 = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g}. \quad (3.16)$$

Nach dem Umformen und dem Einführen des Schwerepotenzials mit $\mathbf{g} = -\nabla(gz)$ folgt daraus:

$$\nabla \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 + \frac{p}{\rho} + gz \right] = 0. \quad (3.17)$$

Die Integration entlang eines Stromfadens liefert die spezielle instationäre Bernoulli-Gleichung:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 + \frac{p}{\rho} + gz = C(t). \quad (3.18)$$

Die Bernoulli-Gleichung (3.18) gilt bei Potenzialströmungen im gesamten Strömungsgebiet mit derselben Bernoulli-Konstanten $C(t)$ und gibt den Zusammenhang zwischen Druck und Geschwindigkeitspotenzial wieder.

3.1.2. Lineare Wellentheorie

Die lineare Wellentheorie basiert auf der Annahme einer inkompressiblen, reibungs- und wirbelfreien Strömung und besitzt somit ein Geschwindigkeitspotenzial. Die daraus resultierende Laplace-Gleichung (3.14) wird mit Hilfe von entsprechenden Randbedingungen gelöst. Abbildung 3.2 aus [7] zeigt die Randbedingungen für die Wellentheorie.

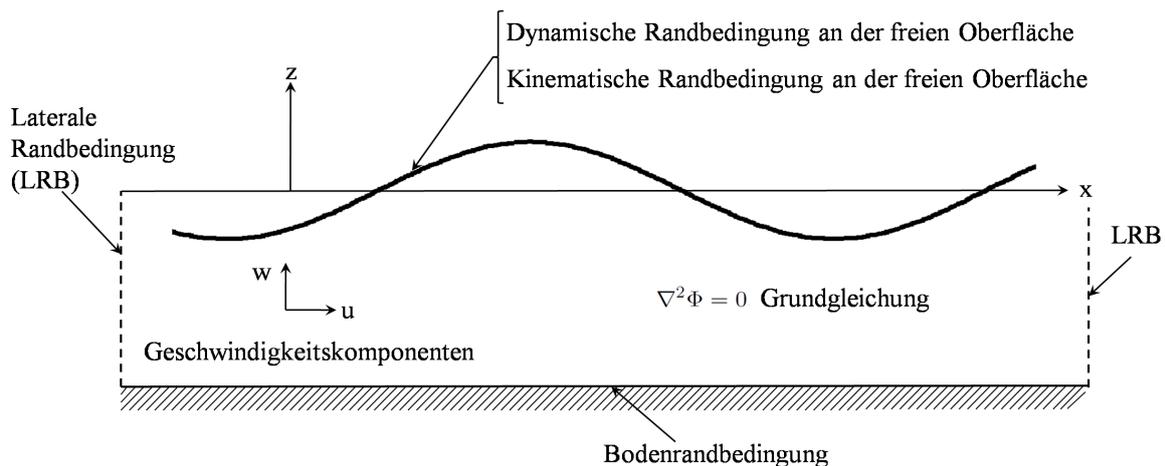


Abbildung 3.2.: Zweidimensionale Wasserwellen als Randwertproblem [7]

Kinematische Randbedingung

An der unteren Begrenzung, dargestellt durch den Boden des Berechnungsgebietes, und an der oberen Begrenzung, der Wasseroberfläche, müssen bestimmte physikalische Randbedingungen durch das Geschwindigkeitsfeld erfüllt werden. Diese Randbedingungen werden als kinematische

Randbedingungen bezeichnet. Es gibt keinen Durchfluss durch diese Begrenzungsfläche. Jede beliebige Oberfläche kann durch den mathematischen Ausdruck $F(x, y, z, t) = 0$ beschrieben werden. Wenn die Oberfläche sich mit der Zeit bewegt, dann muss das totale Differenzial nach der Zeit null sein:

$$\frac{DF(x, y, z, t)}{Dt} = 0 = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_{\text{bei } F(x, y, z, t)=0}. \quad (3.19)$$

Umgestellt nach $\frac{\partial F}{\partial t}$ und durch das Ersetzen der Ableitungen durch den Nabla-Operator ∇ und dem Geschwindigkeitsvektor \mathbf{u} ergibt sich folgende verkürzte Gleichung:

$$-\frac{\partial F}{\partial t} = \mathbf{u} \cdot \nabla F = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} |\nabla F|. \quad (3.20)$$

Der Einheitsvektor \mathbf{n} , normal zu der Oberfläche, wird hier mit $\mathbf{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|}$ verwendet.

Umgestellt ergibt sich aus Gleichung (3.20) die allgemeine kinematische Randbedingung zu:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \frac{-\frac{\partial F}{\partial t}}{|\nabla F|} \Big|_{F(x, y, z, t)=0}. \quad (3.21)$$

Hierbei wird folgende Definition des Betrages verwendet:

$$|\nabla F| = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}. \quad (3.22)$$

Diese Randbedingung gibt vor, dass die Geschwindigkeitskomponenten des Fluides normal zur Oberfläche mit der lokalen Geschwindigkeit der Oberfläche zusammenhängen. Wenn sich die Oberfläche mit der Zeit nicht ändert, dann ist $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$. Daraus resultiert, dass die Geschwindigkeit normal zur Oberfläche null ist. Im Folgenden wird diese allgemeine kinematische Randbedingung auf die Bodenbegrenzung und auf die freie Oberfläche angewendet.

Bodenrandbedingung

Die untere Grenze des Berechnungsgebietes befindet sich an der Stelle $z = -h$ mit der Definition des Ursprungs an der Ruhewasserlinie und einer Wassertiefe h . Die Oberfläche des Bodens wird somit durch folgende Gleichung beschrieben:

$$F(x, y) = z + h(x) = 0. \quad (3.23)$$

Für die Randbedingung an der unteren Grenze des Berechnungsgebietes wird die Annahme getroffen, dass die Grenze undurchlässig ist und sich nicht bewegt. Dieser Zusammenhang wird mathematisch wie folgt dargestellt:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (3.24)$$

Mit der oben beschriebenen Definition des Einheitsvektors \mathbf{n} und dem Einsetzen der Definition der Oberfläche des Bodens mit Gleichung (3.23) ergibt sich:

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = \frac{\frac{dh}{dx} \mathbf{i} + 1 \mathbf{k}}{\sqrt{\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 + 1}}. \quad (3.25)$$

Durch das Anwenden des Vektorproduktes (3.24) und anschließendes Multiplizieren mit der Wurzel ergibt sich:

$$u \frac{dh}{dx} + w = 0 \Big|_{z=-h(x)}. \quad (3.26)$$

Umgestellt nach der Geschwindigkeitskomponente w und für einen horizontalen Boden mit $\frac{dh}{dx} = 0$ folgt daraus die Bodenrandbedingung zu:

$$w = 0 \Big|_{z=-h}. \quad (3.27)$$

Die Bodenrandbedingung sagt aus, dass die Strömung am Boden tangential zum Boden verläuft. Die Geschwindigkeitskomponente w normal zum Boden muss an der Position des Bodens null sein.

Kinematische Randbedingung an der freien Oberfläche

Die freie Oberfläche kann durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0. \quad (3.28)$$

Wobei $\eta(x, y, t)$ die Verschiebung der freien Oberfläche zu der horizontalen Fläche bei $z = 0$ darstellt. Nach Gleichung (3.21) gilt für die kinematische Randbedingung der freien Oberfläche:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \frac{\frac{\partial \eta}{\partial t}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 + 1}} \Big|_{z=\eta(x,y,t)}. \quad (3.29)$$

Das Einsetzen des Einheitsnormalenvektors und das Ausmultiplizieren des Vektorproduktes liefert die kinematische Randbedingung der freien Oberfläche zu:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{z=\eta(x,y,t)}. \quad (3.30)$$

Angewendet auf den zweidimensionalen Fall und durch das Einsetzen des Geschwindigkeitspotenzials Φ ergibt sich die kinematische Randbedingung an der freien Oberfläche zu:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{z=\eta(x,t)}. \quad (3.31)$$

Dynamische Randbedingung an der freien Oberfläche

Die dynamische Randbedingung ist erforderlich, um die Druckverteilung an der freien Oberfläche zu beschreiben. Der Druck muss entlang der freien Oberfläche konstant sein, so dass die spezielle instationäre Bernoulli-Gleichung (3.18) auf die Oberfläche angewendet werden kann:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{p}{\rho} + gz = C(t). \quad (3.32)$$

Der Druck wird zur Vereinfachung mit $p = 0$ an der Oberfläche $z = \eta(x, t)$ angenommen. Daraus ergibt sich die dynamische Randbedingung an der freien Oberfläche zu:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right) + g\eta = C(t) \Big|_{z=\eta(x,t)}. \quad (3.33)$$

Laterale Randbedingungen

Für periodische Wellen in Raum und Zeit ergeben sich die lateralen Randbedingungen als periodische Randbedingungen mit:

$$\Phi(x, t) = \Phi(x + L, t), \quad (3.34)$$

$$\Phi(x, t) = \Phi(x, t + T). \quad (3.35)$$

Lösung der linearen, partiellen Differenzialgleichung

Im Folgenden wird die Laplace-Gleichung mit den oben beschriebenen Randbedingungen nach Gleichung (3.27), (3.31), (3.33), (3.34) und (3.35) gelöst. Zum Lösen der linearen, partiellen Differenzialgleichung wird der Separationsansatz angewendet. Hierbei kann die Lösung als Produkt von Einzellösungen, die jeweils nur von einer Variablen abhängen, dargestellt werden:

$$\Phi(x, z, t) = X(x) Z(z) \Gamma(t). \quad (3.36)$$

Nach Gleichung (3.35) muss das Geschwindigkeitspotenzial $\Phi(x, z, t)$ periodisch über die Zeit sein, so dass folgende Teillösung angenommen werden kann:

$$\Gamma(t) = \sin(\omega t). \quad (3.37)$$

Um die Wellenfrequenz ω zu ermitteln, wird Gleichung (3.37) in die laterale Randbedingung nach Gleichung (3.35) eingesetzt und ergibt bei Anwendung des Additionstheorems:

$$\sin(\omega t) = \sin(\omega t) \cos(\omega T) + \cos(\omega t) \sin(\omega T). \quad (3.38)$$

Diese Gleichung ist erfüllt für:

$$\omega T = 2\pi \quad \text{bzw.} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (3.39)$$

Als Lösung für $\Gamma(t)$ wäre auch $\cos(\omega t)$ oder eine Kombination aus Sinus und Kosinus möglich. Das Geschwindigkeitspotenzial lässt sich nun wie folgt beschreiben:

$$\Phi(x, z, t) = X(x) Z(z) \sin(\omega t). \quad (3.40)$$

Gleichung (3.40) eingesetzt in die Laplace-Gleichung (3.14) und dividiert durch $\Phi(x, z, t)$ ergibt:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0. \quad (3.41)$$

Um diese Gleichung zu lösen, müssen die beiden Terme gleich der selben Konstante mit unterschiedlichem Vorzeichen sein:

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -k^2, \quad (3.42)$$

$$\frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} = +k^2. \quad (3.43)$$

Daraus ergeben sich gewöhnliche Differenzialgleichungen, die einzeln gelöst werden können. Als Lösung der DGL's sind drei Fälle möglich:

1. k real
2. $k = 0$
3. k imaginär

Nach Gleichung (3.34) muss das Geschwindigkeitspotenzial periodisch in x -Richtung verlaufen. Dies ist nur für ein reales k möglich. Somit folgt das Geschwindigkeitspotenzial mit der allgemeinen Lösung zu:

$$\Phi(x, z, t) = (A \cos(kx) + B \sin(kx)) (Ce^{kz} + De^{-kz}) \sin(\omega t). \quad (3.44)$$

Das Prüfen der lateralen Randbedingung (3.34) zeigt:

$$A \cos(kx) + B \sin(kx) = A \cos(k(x+L)) + B \sin(k(x+L)). \quad (3.45)$$

Gleichung (3.45) ist erfüllt für $kL = 2\pi$. Daraus ergibt sich die Definition der Wellenzahl k mit:

$$k = \frac{2\pi}{L}. \quad (3.46)$$

Nach dem Superpositionsprinzip kann das Geschwindigkeitspotenzial in einzelne Terme zerlegt werden. Für die weitere Berechnung wird $\Phi = A \cos(kx) (Ce^{kz} + De^{-kz}) \sin(\omega t)$ betrachtet. Angewendet auf die Bodenrandbedingung nach Gleichung (3.27) ergibt sich:

$$C = De^{2kh}. \quad (3.47)$$

Das Einsetzen in das Geschwindigkeitspotenzial liefert:

$$\Phi(x, z, t) = G \cos(kx) \cosh(k(h+z)) \sin(\omega t) \quad (3.48)$$

mit

$$G = 2ADe^{kh}. \quad (3.49)$$

Nach der dynamischen Randbedingung aus Gleichung (3.33) muss die Bernoulli-Gleichung auf die freie Oberfläche angewendet werden, deren Form und Lage allerdings unbekannt sind. Eine Methode zum Lösen der Gleichung bei $z = \eta(x, t)$ ist das Erweitern des Wertes an der bekannten Stelle $z = 0$ mit Hilfe der Taylorreihe. Für $p = 0$ an der Stelle $z = \eta$ ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + gz \right]_{z=\eta} &= \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + gz \right]_{z=0} \\ &\quad + \eta \left[-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t \partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u^2 + w^2) + g \right]_{z=0} + \dots \\ &= C(t). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Nach dem Linearisieren der Gleichung mit der Annahme, dass bei kleinem Wellen $\eta \ll 1$ ist und somit die Geschwindigkeiten $u, w \ll 1$ sind, folgt:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta \Big|_{z=0} = C(t). \quad (3.51)$$

Hieraus ergibt sich die linearisierte dynamische Randbedingung zu:

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} + \frac{C(t)}{g}. \quad (3.52)$$

Durch das Einsetzen des Geschwindigkeitspotenzials nach Gleichung (3.48) und mit der Annahme $C(t) = 0$ ergibt sich die freie Oberfläche zu:

$$\eta = \left(\frac{G\omega \cosh(kh)}{g} \right) \cos(kx) \cos(\omega t). \quad (3.53)$$

Nach der physikalischen Betrachtung ist die Oberfläche periodisch im Raum und in der Zeit und abhängig von der Wellenamplitude:

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx) \sin(\omega t). \quad (3.54)$$

Nach dem Gleichsetzen der analytischen Beschreibung nach Gleichung (3.53) und der physikalischen Beschreibung nach Gleichung (3.54) ergibt sich:

$$G = \frac{Hg}{2\omega \cosh(kh)} \quad (3.55)$$

und liefert schließlich das Geschwindigkeitspotenzial zu:

$$\Phi(x, z, t) = \frac{Hg \cosh(k(h+z))}{2\omega \cosh(kh)} \cos(kx) \sin(\omega t). \quad (3.56)$$

Das Geschwindigkeitspotenzial hängt von den Wellenparametern H , h und ω bzw. k ab. Die kinematische Randbedingung wird nun genutzt, um den Zusammenhang zwischen ω und k herauszufinden. Wie bei der dynamischen Randbedingung wird die kinematische Randbedingung mit Hilfe der Taylorreihe für die unbekannte Position $z = \eta$ um die Position $z = 0$ entwickelt:

$$\begin{aligned} \left[w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{z=\eta} &= \left[w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{z=0} \\ &+ \eta \frac{\partial}{\partial z} \left[w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{z=0} + \dots \\ &= 0. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Bei Vernachlässigung der nichtlinearen Terme folgt daraus:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t}. \quad (3.58)$$

Das Einsetzen von Φ und η ergibt die Wellenfrequenz ω mit:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh). \quad (3.59)$$

Damit kann die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit berechnet werden zu:

$$C = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh)}. \quad (3.60)$$

Das Geschwindigkeitspotenzial aus Gleichung (3.56) und die freie Oberfläche, beschrieben durch Gleichung (3.54), beschreiben eine stehende Welle. Eine weitere Lösung für eine stehende Welle wäre:

$$\Phi(x, z, t) = \frac{Hg \cosh(k(h+z))}{2\omega \cosh(kh)} \sin(kx) \cos(\omega t). \quad (3.61)$$

Gleichung (3.61) ist eine 90° phasenverschobene Lösung gegenüber Gleichung (3.56). Die freie Oberfläche ergibt sich dann zu:

$$\eta(x, t) = -\frac{H}{2} \sin(kx) \sin(\omega t). \quad (3.62)$$

Da die Laplacegleichung linear ist, können die verschiedenen Lösungen der Geschwindigkeitspotenziale voneinander subtrahiert werden, so dass sich das folgende Geschwindigkeitspotenzial ergibt:

$$\Phi(x, z, t) = -\frac{Hg \cosh(k(h+z))}{2\omega \cosh(kh)} \sin(kx - \omega t) \quad (3.63)$$

und eine freie Oberfläche von:

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t). \quad (3.64)$$

Beim Prüfen der Gleichung (3.64) für die freie Oberfläche zeigt sich, dass sich die Wellenform mit der Zeit bewegt. Die Gleichung beschreibt somit eine fortschreitende Welle. Dies sind die Gleichungen zur Beschreibung von Wellen nach der linearen Wellentheorie. Aus dem Geschwindigkeitspotenzial nach Gleichung (3.63) können durch Differenzieren die Geschwindigkeitskomponenten ermittelt werden:

$$u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{H g k \cosh(k(h+z))}{2\omega \cosh(kh)} \cos(kx - \omega t), \quad (3.65)$$

$$z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{H g k \sinh(k(h+z))}{2\omega \cosh(kh)} \sin(kx - \omega t). \quad (3.66)$$

Mit einer weiteren Differenzierung können die Partikelbahnen ermittelt werden.

3.1.3. Lineare Wellenerzeugertheorie

Die Theorie für von einem Wellengenerator erzeugte Wellen in einem Wellenkanal lässt sich direkt aus der linearen Wellentheorie ableiten. Weiterhin muss die Laplace-Gleichung mit den Randbedingungen aus der linearen Wellentheorie gelöst werden. In diesem Fall ändert sich nur die laterale Randbedingung. An der Stelle $x = 0$ m muss eine kinematische Randbedingung, erzeugt durch den Wellenantrieb, auf das Berechnungsgebiet angewendet werden. Die horizontale Verschiebung wird, mit $S(z)$ als Hub des Wellenerzeugers, durch folgende Gleichung beschrieben:

$$x = \frac{S(z)}{2} \sin(\omega t). \quad (3.67)$$

Die Oberfläche des Wellenerzeugers wird durch folgende Funktion dargestellt:

$$F(x, y, z) = x - \frac{S(z)}{2} \sin(\omega t) = 0. \quad (3.68)$$

Angewendet auf die allgemeine kinematische Randbedingung nach Gleichung (3.21) ergibt sich:

$$u - \frac{w}{2} \frac{dS(z)}{dz} \sin(\omega t) = \frac{S(z)}{2} \omega \cos(\omega t) \Big|_{F(x,z,t)=0}. \quad (3.69)$$

Bei kleinen Hub $S(z)$ und kleinen Geschwindigkeiten kann die Gleichung durch vernachlässigen des Terms $\frac{w}{2} \frac{dS(z)}{dz} \sin(\omega t)$ linearisiert werden. Wie bei der freien Oberfläche ist es hilfreich, die Randbedingung an der sich bewegenden Grenze in Terme aus der ruhenden Position bei $x = 0$ m abzubilden. Dies geschieht wieder mit Hilfe der Taylorreihe.

$$\begin{aligned} \left(u - \frac{S(z)}{2} \omega \cos(\omega t) \right) \Big|_{x=\frac{S(z)}{2} \sin(\omega t)} &= \left(u - \frac{S(z)}{2} \omega \cos(\omega t) \right) \Big|_{x=0} \\ &+ \frac{S(z)}{2} \sin(\omega t) \frac{\partial}{\partial x} \left(u - \frac{S(z)}{2} \omega \cos(\omega t) \right) \Big|_{x=0} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (3.70)$$

Die linearisierte laterale Randbedingung ergibt sich durch die Vernachlässigung der nichtlinearen Terme zu:

$$u(0, z, t) = \frac{S(z)}{2} \omega \cos(\omega t). \quad (3.71)$$

Das Lösen der Laplacegleichung (3.14) mit Hilfe der Separation von Variablen liefert das folgende allgemeine Geschwindigkeitspotenzial:

$$\begin{aligned}\Phi(x, z, t) = & A_p \cosh(k_p(h+z)) \sin(k_p x - \omega t) \\ & + (Ax + B) + C e^{-k_s x} \cos(k_s(h+z)) \cos(\omega t).\end{aligned}\quad (3.72)$$

Die Indizes an der Variablen k deklarieren die Terme für eine fortschreitende (engl. progressive - p) und eine stehende (engl. standing - s) Welle. A muss null sein, da durch den Wellenerzeuger keine einheitliche Anfangsströmung möglich ist. B kann ebenfalls zu null gesetzt werden, ohne das Geschwindigkeitsfeld zu beeinflussen. Diese Funktion muss die beiden linearisierten Oberflächenrandbedingungen nach Gleichung (3.51) und Gleichung (3.58) erfüllen. Die beiden Bedingungen können in die sog. kombinierte Oberflächenrandbedingung zusammen gefasst werden zu:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}.\quad (3.73)$$

Umgeformt ergibt sich daraus die folgende Gleichung:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \Phi = 0.\quad (3.74)$$

Das Einsetzen des Geschwindigkeitspotenzials in die kombinierte Oberflächenrandbedingung nach Gleichung (3.73) ergibt für die fortschreitenden Wellen:

$$\omega^2 = k_p g \tanh(k_p h)\quad (3.75)$$

und für die stehenden Wellen:

$$\omega^2 = -k_s g \tanh(k_s h).\quad (3.76)$$

In anderer Form kann Gleichung (3.76) wie folgt angeschrieben werden:

$$\frac{\omega^2 h}{g k_s h} = -\tanh(k_s h).\quad (3.77)$$

Diese Gleichung hat unendlich viele Lösungen mit $k_s(n)$ mit n als positive ganze Zahlen. Die Funktion kann grafisch oder numerisch gelöst werden. Das Geschwindigkeitspotenzial ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned}\Phi(x, z, t) = & A_p \cosh(k_p(h+z)) \sin(k_p x - \omega t) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_s(n)x} \cos(k_s(n)(h+z)) \cos(\omega t).\end{aligned}\quad (3.78)$$

Der erste Teil beschreibt die fortschreitenden Wellen, der zweite Teil die stehenden Wellen in der Nähe des Wellenerzeugers. Mit steigender Entfernung zum Wellenerzeuger verringert sich der Einfluss des zweiten Anteils. Bei 2 bis 3 mal der Wassertiefe beträgt der Einfluss nahezu null. In Abbildung 3.3 ist der Geschwindigkeitsverlauf der x-Komponente an der Stelle $x = 0,1$ m und $z = -0,5$ m dargestellt. Der Einfluss der stehenden Wellen, indiziert mit s , ist deutlich zu erkennen. Mit steigendem Abstand zum Wellenerzeuger nähert sich der Einfluss gegen null.

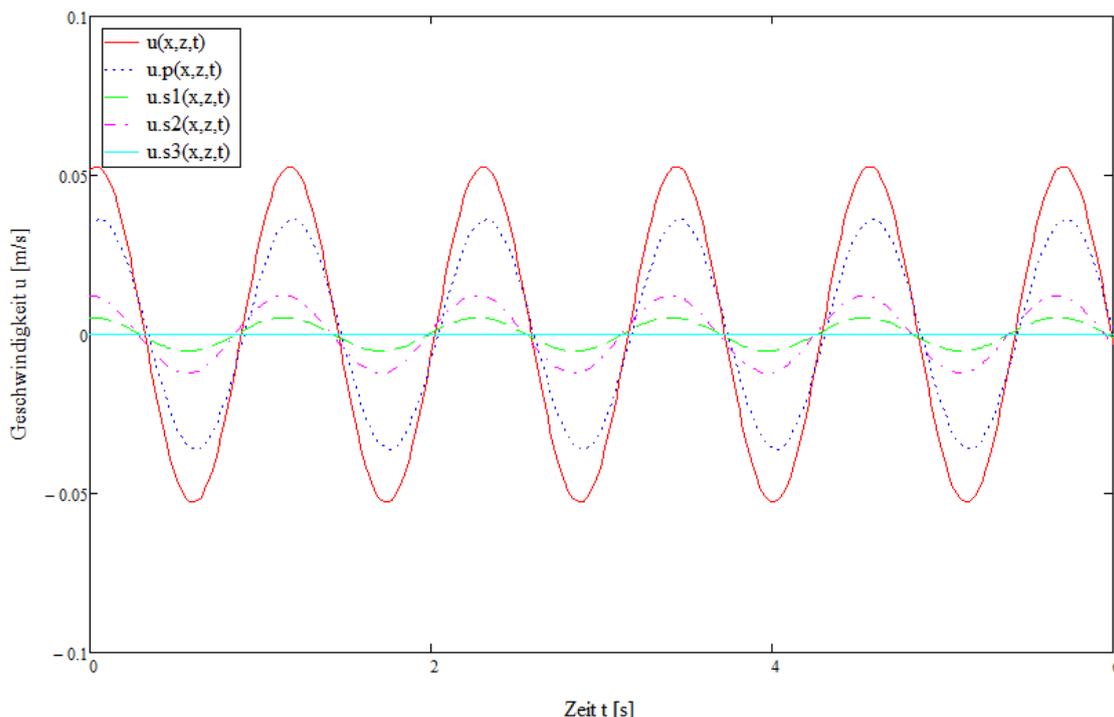


Abbildung 3.3.: Einfluss der stehenden Wellen auf den Geschwindigkeitsverlauf der x-Komponente an der Stelle $x = 0,1$ m und $z = -0,5$ m

Für eine vollständige Lösung des Geschwindigkeitspotenzials müssen noch A_p und C_n bestimmt werden. Durch das Einsetzen des Geschwindigkeitspotenzials in die linearisierten lateralen Randbedingungen nach Gleichung (3.71) ergibt sich:

$$\frac{S(z)}{2}\omega = -A_p k_p \cosh(k_p(h+z)) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n k_s(n) x \cos(k_s(n)(h+z)). \quad (3.79)$$

Die Teilung in zwei Teile liefert aus Gleichung (3.79):

$$A_p = \frac{-\int_{-h}^0 \frac{S(z)}{2}\omega \cosh(k_p(h+z)) dz}{k_p \int_{-h}^0 \cosh^2(k_p(h+z)) dz}, \quad (3.80)$$

$$C_n = \frac{-\int_{-h}^0 \frac{S(z)}{2}\omega \cos(k_s(n)(h+z)) dz}{k_s(n) \int_{-h}^0 \cos^2(k_p(h+z)) dz}. \quad (3.81)$$

Der Hub $S(z)$ des Wellenerzeugers ist definiert als:

$$S(z) = \begin{cases} S & \text{bei translatorischer Bewegung,} \\ S(1 + \frac{z}{h}) & \text{bei rotatorischer Bewegung.} \end{cases}$$

Das Einsetzen des Geschwindigkeitspotenzials in die dynamische Randbedingung liefert die freie Oberfläche. Die Wellenhöhe kann durch die Bestimmung der Oberfläche weit weg von dem Wellenerzeuger berechnet werden:

$$\eta = -\frac{A_p \omega}{g} \cosh(k_p h) \cos(k_p x - \omega t) = \frac{H}{2} \cos(k_p x - \omega t). \quad (3.82)$$

Das Auflösen nach A_p und das Gleichsetzen mit Gleichung (3.80) liefert nach weiteren Umformungsschritten das Verhältnis von Wellenhöhe H zum Hub S für eine translatorische Bewegung:

$$\frac{H}{S} = 2 \frac{\cosh(2k_p h) - 1}{\sinh(2k_p h) + 2k_p h} \quad (3.83)$$

und für eine rotatorische Bewegung:

$$\frac{H}{S} = 4 \left(\frac{\sinh(k_p h)}{k_p h} \right) \frac{k_p h \sinh(k_p h) - \cosh(k_p h) + 1}{\sinh(2k_p h) + 2k_p h}. \quad (3.84)$$

Mit den Gleichungen (3.83) und (3.84) kann der benötigte Hub S in Abhängigkeit der Wellenhöhe H ermittelt werden.

3.1.4. Wellentheorie nach Stokes

Die bisher beschriebenen linearen Wellentheorien basieren auf der Annahme von sehr kleinen Wellenamplituden. Mit dieser Annahme ist es möglich, die nichtlineare dynamische und kinematische Randbedingung zu linearisieren. Bei größeren Amplituden müssen die Wellen mit Hilfe der Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung oder höherer Ordnung berechnet werden. Die zu lösende lineare Grunddifferentialgleichung, sowie die linearen Randbedingungen werden weiterhin angewendet. Bei der nichtlinearen Wellentheorie nach Stokes wird angenommen, dass die Lösung von $\epsilon = ka$ abhängt. Die lineare Lösung hängt nicht von ϵ ab, die Lösung nach 2. Ordnung ist abhängig von ϵ , die Lösung nach 3. Ordnung von ϵ^2 usw. Dafür werden alle gesuchten Größen, wie z.B. das Geschwindigkeitspotenzial Φ und die Oberfläche η in Potenzreihen in Abhängigkeit von ϵ zerlegt. Wie bei der linearen Wellentheorie werden die nichtlineare dynamische und kinematische Randbedingung in Taylorreihen abgebildet, um die Werte an der freien Oberfläche zu ermitteln. Die Taylorreihen werden bei dieser Theorie jedoch eine Ordnung höher abgebrochen. Die Potenzreihen werden, mit Berücksichtigung der Terme bis zur 1. Ordnung von ϵ , in der Grundgleichung, sowie in die Randbedingungen eingesetzt. Dadurch ergibt sich aus dem nichtlinearen Randwertproblem eine unendliche Gruppe von linearen Gleichungen mit aufsteigender Ordnung. Das Zusammenfassen aller Terme die nicht von ϵ abhängen ergibt dann die lineare Lösung bzw. die Lösung nach 1. Ordnung. Die Terme in Abhängigkeit von ϵ ergeben die Lösung nach 2. Ordnung. Diese sind nur linear abhängig von den gesuchten Größen Φ_2 und η_2 , die Randbedingungen an der freien Oberfläche haben jedoch Terme die von der Lösung 1. Ordnung abhängen, welche zuerst gelöst werden muss. Das Geschwindigkeitspotenzial nach der Wellentheorie Stokes 2. Ordnung ergibt sich dann zu:

$$\Phi = \Phi_1 + \epsilon \Phi_2 \quad (3.85)$$

und die Oberfläche zu:

$$\eta = \eta_1 + \epsilon \eta_2. \quad (3.86)$$

Für eine ausführliche Herleitung sei auf Hudspeth [16] verwiesen. Das Geschwindigkeitspotenzial der Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung ergibt sich dann ausgeschrieben nach [7] zu:

$$\begin{aligned} \Phi(x, z, t) = & -\frac{Hg}{2\omega} \frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)} \sin(kx - \omega t) \\ & - \frac{3}{32} H^2 \omega \frac{\cosh(2k(h+z))}{\sinh^4(kh)} \sin(2(kx - \omega t)) \end{aligned} \quad (3.87)$$

und die freie Oberfläche zu:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{H^2 k}{16} \frac{\cosh(kh)}{\sinh^3(kh)} (2 + \cosh(2kh)) \cos(2(kx - \omega t)). \quad (3.88)$$

In beiden Fällen beschreibt der erste Term die Welle nach der linearen Wellentheorie bzw. nach Stokes 1. Ordnung. Der zweite Term bringt den nichtlinearen Anteil, den sogenannten Stokes Anteil, ein. In Abbildung 3.4 ist der Einfluss des Stokes Anteils dargestellt.

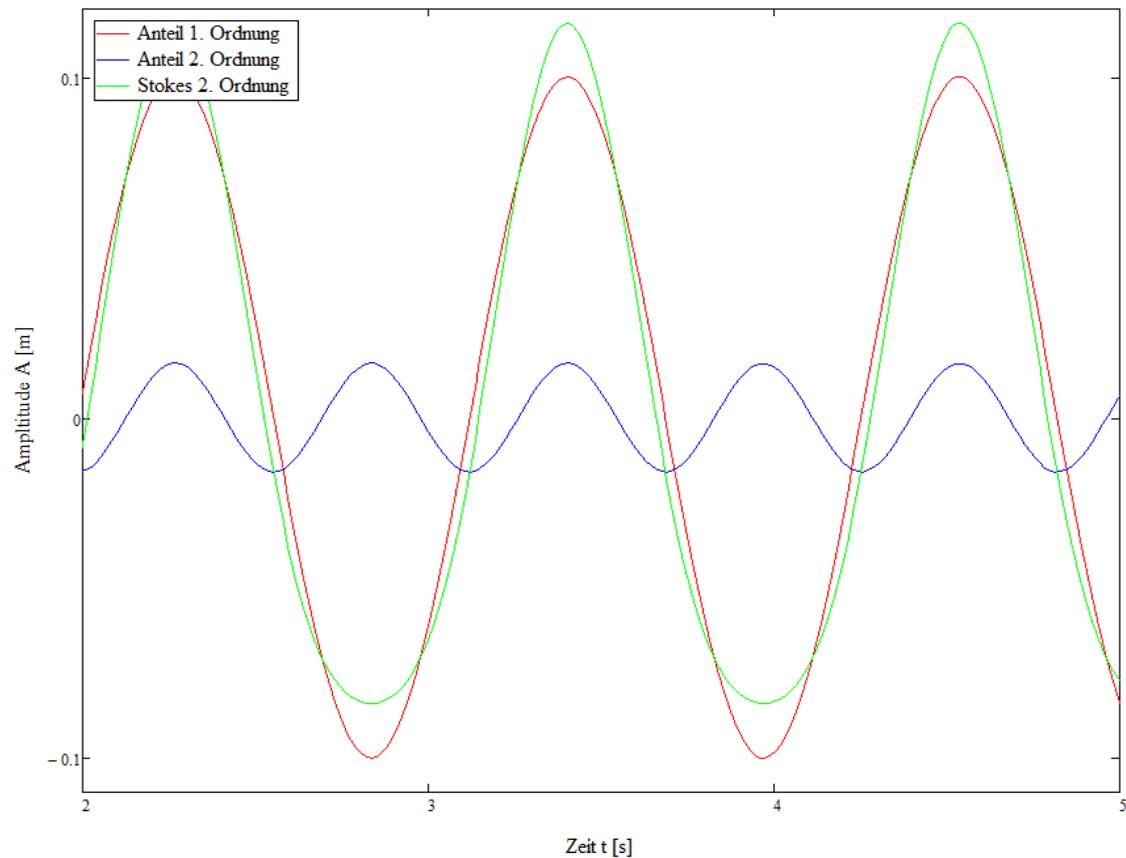


Abbildung 3.4.: Darstellung des Einflusses des nichtlinearen Stokes Anteils auf den Amplitudenverlauf

Bei sehr kleinen Amplituden ist kein Unterschied zwischen den Theorien vorhanden. Mit steigender Wellenamplitude steigt auch der Einfluss des Stokes Anteils. In Abbildung 3.4 ist eine Amplitudenhöhe von $A = 0,12\text{ m}$ bei einer Wellenlänge von $L = 2\text{ m}$ dargestellt. Der Einfluss ist hier schon deutlich zu erkennen. Die Wellentheorie nach Stokes berücksichtigt die trochoide Wellenform mit einem zugespitzten Wellenberg und einem abgeflachten längeren Wellental.

3.1.5. Wellenklassifikation

Die Wellen können in unterschiedliche Klassen unterteilt werden. In Abbildung 3.5 ist die Einteilung aus [6] dargestellt. Bei einem Verhältnis von Wassertiefe zu Wellenlänge $\frac{h}{L} \geq 0,5$ liegen die Wellen in dem Bereich von Tiefwasserwellen. Hier beschreiben die Partikel eine Kreisbahn, deren Radien exponentiell mit der Wassertiefe abnehmen. Flachwasserwellen treten bei einem Verhältnis von Wassertiefe zu Wellenlänge $\frac{h}{L} \leq 0,05$ auf. Hier beschreiben die Wasserpartikel eine Bewegung auf elliptischen Orbitalbahnen bis hin zur rein vertikalen Bewegung am Boden. Dazwischen befindet sich ein Übergangsbereich. Abbildung 3.6 zeigt diesen Verlauf.

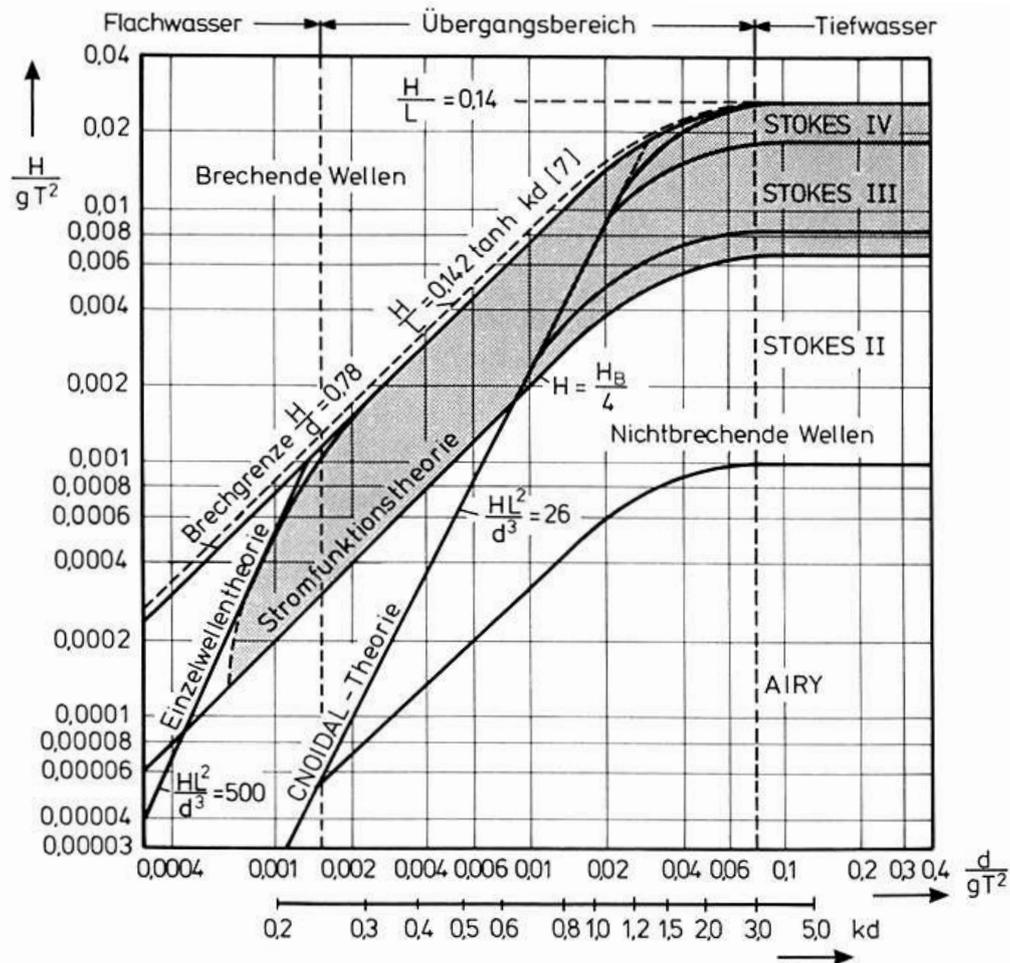


Abbildung 3.5.: Klassifizierung der Wellentheorien [6]

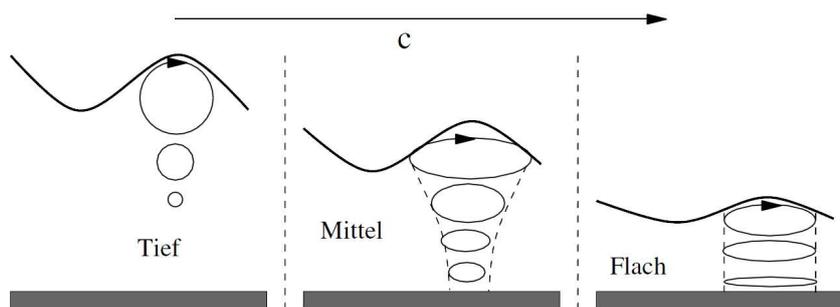


Abbildung 3.6.: Einteilung der unterschiedlichen Wellen [13]

Je nach Einteilung in bestimmte Wellenklassen können Vereinfachungen an den Theorien vorgenommen werden. In dieser Arbeit sollen nach den in [20] aufgezeigten Problemen bei der Simulation von Flachwasserwellen nur Tiefwasserwellen simuliert werden. Zudem zeigt Abbildung 3.5, dass die lineare Wellentheorie oder die Theorie nach Stokes 2. Ordnung, nur bei Tiefwasserwellen bzw. dem Übergangsbereich angewendet werden kann.

3.2. Numerische Strömungssimulation (CFD)

In diesem Kapitel wird die Methode der numerischen Strömungssimulation näher erläutert.

3.2.1. Allgemein

Die numerische Strömungsberechnung basiert auf den Grundgleichungen der Strömungsmechanik, die in Kapitel 3.1.1 aufgestellt wurden. Die Gleichungen stellen ein System aus partiellen gekoppelten nichtlinearen Differenzialgleichungen dar, mit denen die orts- und zeitabhängigen Feldgrößen, wie z.B. Druck oder Geschwindigkeit, gelöst werden können. Da diese Gleichungen analytisch nicht oder nur in seltenen Sonderfällen lösbar sind, müssen sie numerisch gelöst werden. Für die numerische Näherungslösung ist es notwendig, die Differenzialgleichungen mit Hilfe einer Diskretisierungsmethode in ein System aus algebraischen Gleichungen an einer diskreten Stelle in Raum und Zeit zu approximieren. Dazu gibt es eine Vielzahl von Methoden und Anwendungen. In dieser Arbeit wird die Software ANSYS FLUENT 13.0 verwendet, so dass im Folgenden die dort angewendeten Verfahren beschrieben werden.

3.2.2. Lösungsmethoden

Als Diskretisierungsmethode wird in der numerischen Strömungsmechanik meistens die Finite-Volumen-Methode (FVM) angewendet, da diese Methode auch bei Unstetigkeiten sehr genaue Ergebnisse liefert. Das Berechnungsgebiet wird von einem Gitter in eine finite Anzahl kleiner Kontrollvolumina (KV) aufgeteilt. Der Rechenknoten, also der diskrete Punkt in dem die Feldgrößen berechnet werden, liegt im Schwerpunkt des KV. Bei dem Zellmittelpunktsschema entspricht das Kontrollvolumen einer Zelle. Die FVM verwendet die Integralform der Erhaltungsgleichungen. Diese sind, wie in Kapitel 3.1.1 dargestellt, vom Typ einer Transportgleichung mit einem instationärem Term, einem Konvektionsterm, einem Diffusionsterm und einem Quellterm, die eine beliebige Feldgröße ϕ beschreiben. Die Transportgleichungen werden über die Kontrollvolumen integriert. Mit Hilfe des Gaußschen Divergenzsatzes werden der Konvektions- und der Diffusionsterm in Flächenintegrale umgewandelt. Diese können z.B. mit Hilfe der Mittelpunktsregel approximiert werden. Der instationäre Term und der Quellterm erfordern eine Volumenintegration, die mit Hilfe von Zellmittelpunktswerten näherungsweise bestimmt werden kann.

Bei der Berechnung des Diffusionsterms muss der Gradient der gesuchten Variablen gelöst werden. FLUENT bietet verschiedene Gradientenrekonstruktionsverfahren an:

1. Green-Gauss-zellbasierend
2. Green-Gauss-knotenbasierend
3. Kleinste Fehlerquadrate-zellbasierend

Bei den ersten beiden Verfahren wird zur Berechnung des Gradienten das Green-Gauss-Theorem angewendet. Bei dem Verfahren "Green-Gauss-zellbasierend" wird zur Berechnung des Gradienten der Wert der gesuchten Größe auf den zellbegrenzenden Flächen benötigt. Dieser wird aus dem arithmetischen Mittelwert der Werte im Zellmittelpunkt der angrenzenden Flächen ermittelt.

Bei dem zweiten Verfahren wird der Wert ϕ_k auf den zellbegrenzenden Flächen aus den Werten in den angrenzenden Knoten gemittelt. Deren Wert wiederum wird aus den Zellmittelpunktswerten ϕ_{c_j} der angrenzenden Zellen berechnet. Anschließend wird nach dem Green-Gauss-Theorem der Gradient $(\nabla\phi)_{c0}$ in den Zellmittelpunkten aus den Werten ϕ_k auf den angrenzenden Flächen ermittelt. In Abbildung 3.7 ist das Verfahren visuell dargestellt.

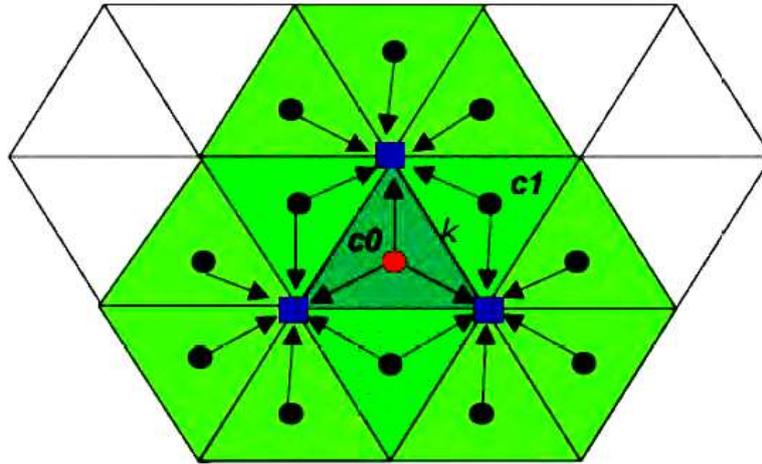


Abbildung 3.7.: Darstellung der Rekonstruktion der Gradienten in FLUENT durch das Verfahren "Green-Gauss-knotenbasierend" [28]

Bei dem dritten Verfahren liegt eine Taylorreihen-Entwicklung zugrunde. Hier wird der Gradient durch die Differenz zwischen angrenzenden Zellmittelpunktswerten und der aktuellen Zelle ermittelt. Dabei werden Gewichtungsfaktoren berücksichtigt, die durch Anwendung einer kleinsten Fehlerquadratmethode ermittelt werden.

Alle Verfahren gehören zu dem Zentrale-Differenzen-Schema und sind 2. Ordnung genau. Die letzten beiden Verfahren sind genauer als das erste Verfahren. Da bei dem 3. Verfahren die Rechenleistung geringer ist, ist dieses Verfahren bei FLUENT als Standardmethode eingestellt.

Zur Berechnung des Konvektionsterms werden die Flächenintegrale durch die Mittelpunktsregel approximiert und die Zellmittelpunktswerte auf die zellbegrenzenden Flächen interpoliert. Für die Interpolation stehen in FLUENT mehrere Verfahren zur Auswahl, einige seien hier aufgelistet:

1. Zentrale-Differenzen-Schema
2. Upwind 1. Ordnung-Schema
3. Power-Law-Schema
4. Upwind 2. Ordnung-Schema
5. QUICK-Schema
6. MUSCL-Schema

Bei dem Zentrale-Differenzen-Schema erfolgt die Interpolation in Form einer Mittelwertbildung. Dieses Schema führt oft zu unphysikalischer Oszillation und zu instabilen Lösungsverfahren. Aufgrund der sehr geringen numerischen Diffusion ist es aber für "Large-Eddy"-Simulationen geeignet. In FLUENT ist ein modifiziertes Zentrale-Differenzen Schema enthalten.

Bei dem Upwind-Schema ist die Grundidee, dass die gesuchte Variable ϕ bei Konvektion maßgeblich durch die stromaufwärts liegenden Zellen beeinflusst wird. Ermittelt wird der Wert ϕ_k auf den begrenzenden Flächen mit den Zellmittelpunktswerten durch eine Taylorreihen-Entwicklung. Dieses Verfahren ist aufgrund von numerischer Diffusion nur nach 1. Ordnung genau, bietet jedoch ein sehr stabiles Lösungsverhalten.

Das Power-Law-Schema ist ebenfalls ein Upwind-Verfahren, das eine Verbesserung des Ansatzes

für kleine Peclet-Zahlen beinhaltet. Bei Peclet-Zahlen gleich null wird das Zentrale-Differenzen-Schema angewendet. Bei größerem Betrag der Peclet-Zahl gibt es einen Übergang zum Upwind-Verfahren.

Bei dem Upwind-Verfahren 2. Ordnung wird der Wert ϕ_k auf den zellbegrenzenden Flächen durch den Wert der Variablen in dem Zellmittelpunkt der stromaufwärts liegenden Zelle ermittelt. Zudem wird der Gradient der Variablen multipliziert mit dem Abstandsvektor von der Fläche zum Zellmittelpunkt berücksichtigt. Diese Verfahren basiert ebenfalls auf der Taylorreihen-Entwicklung, ist jedoch 2. Ordnung genau.

Das Verfahren QUICK steht für "Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics". Der Wert auf der Fläche wird durch quadratische Interpolation über zwei Upwindzellen und einer Downwindzelle erzeugt. Bei strukturiertem Netz erreicht dieses Verfahren eine Genauigkeit von 3. Ordnung.

MUSCL steht für "Monotone Upstream-centered Schemes for Conservations Laws". Hier wird ϕ_k aus einer gewichteten Mittelung des Zentrale-Differenzen-Schema und des Upwind-Schema 2. Ordnung ermittelt. Dieses Verfahren kann lokal eine Genauigkeiten von 3. Ordnung bei allen Netztypen, durch Reduzierung der numerischen Diffusion, erreichen. Daher ist es besonders für komplexe dreidimensionale Probleme geeignet.

Grundsätzlich sind Verfahren höherer Ordnung instabiler, liefern aber eine genauere Lösung. Das Verfahren sollte je nach Berechnungsmodell angepasst werden.

Die bisherigen Terme der Transportgleichung werden mit Hilfe des Finite-Volumen-Verfahren räumlich diskretisiert. Bei instationären Problemen müssen die Erhaltungsgleichungen auch zeitlich diskretisiert werden. Hierzu stehen ein implizites oder ein explizites Verfahren zu Verfügung. Bei dem expliziten Verfahren wird der Wert der Variablen aus den bekannten Werten des vorherigen Zeitpunktes direkt, also explizit, berechnet. Aus Stabilitätsgründen muss der Zeitschritt pro Iteration klein sein, so dass viele Zeitschritte bis zu einer konvergenten Lösung nötig sind. Bei dem impliziten Verfahren wird die gesuchte Größe aus den Werten zum aktuellen Zeitpunkt bestimmt. Da diese noch nicht bekannt sind muss ein Gleichungssystem aufgestellt und iterativ gelöst werden. Dies bedeutet eine größere Rechenzeit pro Zeitschritt. Da dieses Verfahren aber stabiler ist, können deutlich größere Zeitschritte gewählt werden. Beide Verfahren können 1. Ordnung oder 2. Ordnung genau gewählt werden. In FLUENT gibt es zwei Iterationsvarianten: Iterative Time Advancement (ITA) oder Non-Iterative Time Advancement (NITA). Abbildung 3.8 zeigt schematisch die Funktionsweise der beiden Verfahren. Bei dem ITA-Schema werden alle Gleichungen sequenziell gelöst und der Gleichungssatz auf Konvergenz geprüft. Bei Konvergenz beginnt der nächste Zeitschritt, ansonsten wird eine weitere äußere Iteration durchgeführt. Bei dem NITA-Schema wird jede einzelne Gleichung solange iteriert, bis eine konvergente Lösung erreicht wird. Die äußere Iterationsanzahl ist somit auf eins begrenzt. Nach konvergenter Lösung der letzten Gleichung folgt der nächste Zeitschritt. Dieses Schema benötigt aufgrund der geringeren Anzahl an äußeren Iterationen erheblich weniger Rechenzeit, kann jedoch auch zu ungenauen Lösungen führen.

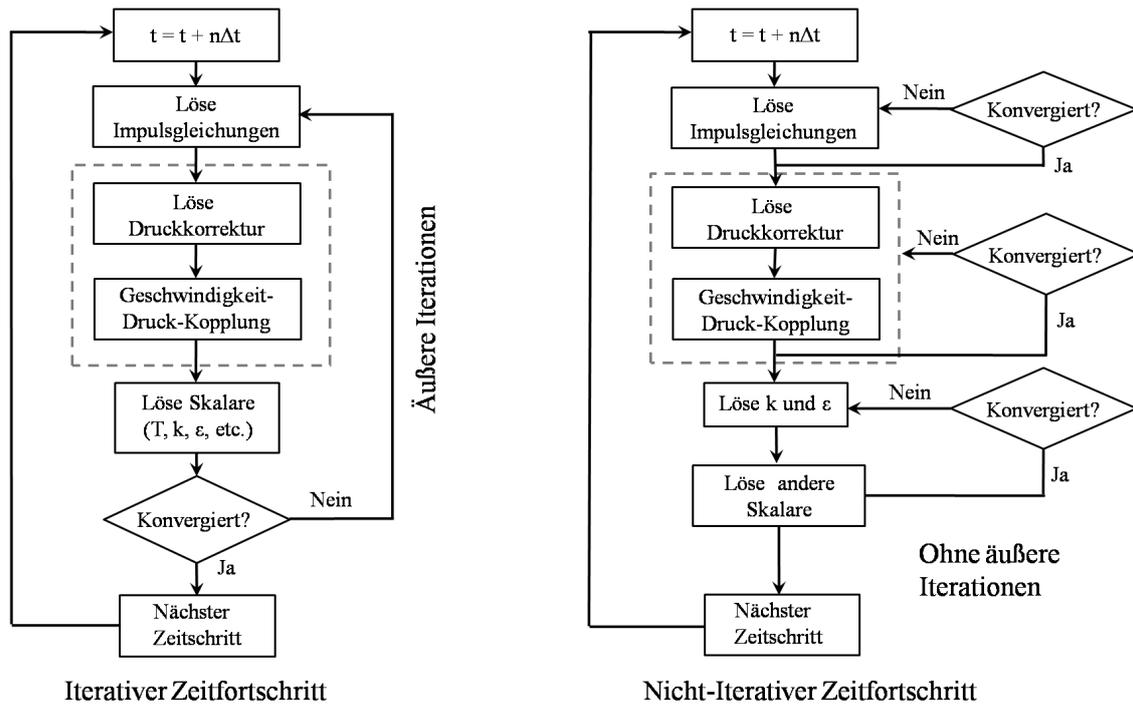


Abbildung 3.8.: Iterationsvarianten in FLUENT [28]

Die Navier-Stokes (NS)-Gleichung kann aufgrund der Ähnlichkeit zur allgemeinen Transportgleichung mit den oben beschriebenen numerischen Verfahren gelöst werden. Der Unterschied besteht nur darin, dass in der NS-Gleichung anstatt des Skalars ein Vektor \mathbf{u} auftritt, welcher die Komplexität erhöht. Zudem tritt ein Druckgradient auf, der keine Analogie zu der Transportgleichung aufzeigt. Zur Lösung der NS-Gleichung muss das Druckfeld bestimmt werden. Dies geschieht indirekt mit Hilfe der Massenerhaltung. Für die Berechnung des Druckes wird die PRESTO! (PREssure STaggering Option!)-Methode verwendet. In FLUENT stehen zwei übergeordnete Lösungsmethoden zur Verfügung:

1. Druckbasierender Löser (engl. pressure based solver)
2. Dichtebasierender Löser (engl. density based solver)

Bei dem ersten Verfahren wird das Druckfeld über den Druckgradienten bestimmt. Dieses Verfahren eignet sich besonders für inkompressible Strömungen.

Bei dem zweiten Verfahren wird mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung die Dichte bestimmt und anschließend über die Zustandsgleichungen der Druck ermittelt. Dieses Verfahren ist für kompressible Strömungen geeignet.

Für die Kopplung von Druck und Geschwindigkeit mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung stehen in FLUENT fünf Algorithmen zur Verfügung:

1. SIMPLE
2. SIMPLEC
3. PISO
4. Fractional-Step
5. Coupled

Die ersten vier Methoden laufen mit einem sequenziellen Algorithmus, bei dem die Variablen nach einander iterativ berechnet werden. Bei dem letzten Algorithmus werden die Variablen gleichzeitig gelöst.

SIMPLE steht für "Semi-Implizit Method for Pressure Linked Equation" und ist ein Druck-Korrektur-Verfahren. Dieses Verfahren benötigt eine innere und eine äußere Iteration. Die äußere Iteration löst die Impulsgleichung und die innere Iteration liefert die Korrekturfaktoren. Bei diesem Verfahren wird zunächst das Druckfeld geschätzt und die vorläufigen Geschwindigkeiten berechnet. Anschließend werden über eine Gleichung die Druck- und Geschwindigkeitskorrekturen ermittelt. Die Geschwindigkeiten erfüllen nun die Kontinuitätsgleichung. Wenn die Impulsgleichungen dann nicht erfüllt sind, startet eine neue äußere Iteration, bis die Kontinuitätsgleichung und die Impulsgleichungen erfüllt werden. Mit Hilfe von Unterrelaxationfaktoren, die die Größenänderung der äußeren Iteration begrenzen, wird ein nicht konvergentes Lösungsverhalten vermieden. Bei stationären Strömungen wird somit ein stabiles Konvergenzverhalten erreicht. Die anderen sequenziellen Verfahren beruhen ebenfalls auf einem Druck-Korrektur-Algorithmus. Die Methode SIMPLEC "SIMPLE-Consistent" liefert bei einfachen Problemen schneller eine konvergente Lösung als das SIMPLE-Verfahren.

Die Methode PISO "Pressure Implicit with Splitting of Operators" basiert auf dem SIMPLE-Verfahren, liefert aber aufgrund einer Änderung im Algorithmus genauere Korrekturwerte. Bei diesem Verfahren sind weniger äußere Iterationen ohne Unterrelaxation nötig. Es ist gut geeignet zur Simulation von transienten² Strömungen mit großen Zeitschritten, benötigt jedoch mehr Rechenzeit.

Das "Fractional-Step"-Verfahren kann in Kombination mit dem NITA-Schema verwendet werden. Dieses Verfahren ist weniger rechenintensiv als das PISO-Verfahren und eignet sich ebenfalls gut für transiente Strömungen. Bei komplexen Problemen ist eine Reduktion der Unterrelaxation notwendig, da das Verfahren sonst zu Instabilität führen kann.

Das "Coupled"-Verfahren ist ein robustes und effizientes Schema für stationäre Einphasenströmungen.

Die einzelnen Methoden schließen sich teilweise gegenseitig aus und jedes Verfahren muss abhängig vom Anwendungsfall ausgewählt werden.

3.2.3. Mehrphasenströmungen

In der Natur treten meistens Mehrphasenströmungen auf. Diese werden mit Hilfe des Zustandes der beteiligten Phasen (flüssig, gasförmig, fest) beschrieben. Die Phasen können in disperser³ oder kontinuierlicher⁴ Form auftreten. Grundsätzlich gibt es zwei Verfahren zur Beschreibung von Mehrphasenströmungen: das Euler-Lagrange-Verfahren und das Euler-Euler-Verfahren.

Bei dem Euler-Lagrange-Verfahren wird die kontinuierliche Phase durch die Bilanzierung der Erhaltungsgleichungen an einem feststehenden Kontrollvolumen ermittelt. Die disperse Phase wird nach dem 2. Newtonschen Axiom über bewegte Partikel beschrieben. Dies entspricht der Lagrangeschen Betrachtungsweise. Die Phasenwechselwirkungskräfte werden in der kontinuierlichen Phase durch den Quellterm in der NS-Gleichung berücksichtigt und in der dispersen Phase durch Berücksichtigung der auf die Partikel wirkenden Kräfte.

Bei dem Euler-Euler-Verfahren werden für jede Phase die Erhaltungsgleichungen an einem feststehenden Kontrollvolumen bilanziert. Die Phasenwechselwirkungskräfte werden durch den Quellterm beschrieben. In FLUENT wird das Euler-Euler-Verfahren für Mehrphasenströmungen angewandt. Es stehen drei Modelle zur Auswahl:

1. Mixturemodell

²zeitabhängig, instationär

³kleine geometrische Ausdehnung

⁴überwiegende geometrische Ausdehnung

2. Eulermodell
3. Fluidvolumenmodell

Die ersten beiden Modelle sind vorrangig bei partikelbeladener Strömung anzuwenden, bei denen ein Austausch zwischen den Phasen stattfindet. Für die Unterschiede der Modelle sei auf das ANSYS FLUENT Theoriehandbuch [1] verwiesen. Das Fluidvolumenmodell ist für geschichtete Mehrphasenströmungen mit freier Oberfläche geeignet.

3.2.4. Freie Oberfläche

Strömungen mit freier Oberfläche sind Mehrphasenströmungen mit einer scharfen Grenzfläche zwischen zwei nicht mischbaren Fluiden. An der Grenzfläche findet eine sprunghafte Änderung der Materialwerte statt. Für die Beschreibung der Oberfläche gelten zwei Randbedingungen. Die kinematische Randbedingung, die verlangt, dass die Oberfläche eine scharfe Trennfläche zwischen den Fluiden ist, durch die keine Masse fließt. Und die dynamische Randbedingung, die ein Kräftegleichgewicht an der freien Oberfläche verlangt - also eine Erhaltung der Impulsgleichung. Bei Vernachlässigung der Scherspannungen und der Oberflächenspannungen reduziert sich die dynamische Randbedingung auf die Erhaltung der Druckes. Die Problematik der Simulation von Strömungen mit freier Oberfläche liegt in der Implementierung der Randbedingungen, da weder die Form noch die Lage der Oberfläche bekannt ist und als Teil der Lösung erst iterativ bestimmt werden muss. Diese Tatsache erhöht die Komplexität der Modelle enorm. Es gibt eine Vielzahl von Methoden zur Ermittlung der Form und der Lage der freien Oberfläche. Die Methoden können in zwei Hauptgruppen unterteilt werden:

1. Interface-Verfolgungs-Methode (engl. Interface-Tracking)
2. Interface-Erfassungs-Methode (engl. Interface-Capturing)

Diese wiederum können durch verschiedene Verfahren realisiert werden. In Abbildung 3.9 sind die Hauptverfahren und deren Einteilung dargestellt. Neben diesen Verfahren gibt es noch eine Vielzahl von weiteren Modifikationen.

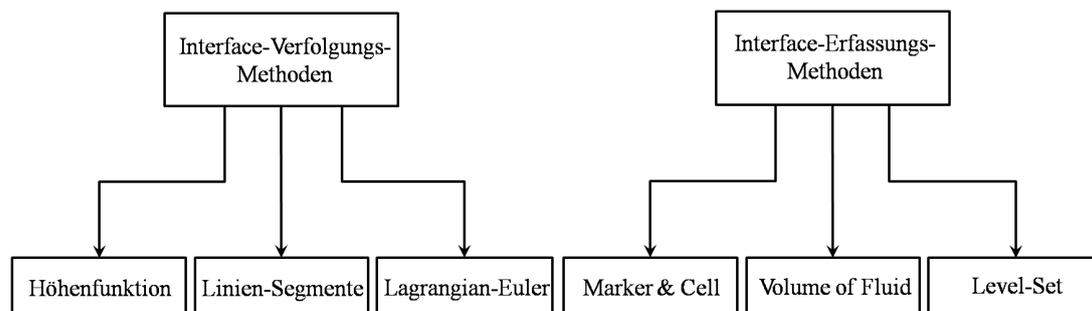


Abbildung 3.9.: Einteilung der Verfahren zur Darstellung der Grenzfläche [22]

Bei der Interface-Verfolgungs-Methode wird zwischen den beiden Fluiden eine scharfe Trennfläche definiert, die die Oberfläche repräsentiert und deren Bewegung verfolgt wird. In dieser Methode werden randangepasste Gitter verwendet, die mit jedem Zeitschritt an die freie Oberfläche angepasst werden. Daher ist es möglich die dynamischen Randbedingungen genau zu implementieren. Die Problematik besteht in der Netzbewegung, die zu einem Netz mit schlechter Elementqualität führen kann. Ein Verfahren dieser Methode ist die Nutzung einer Höhenfunktion. Die Lage der freien Oberfläche wird durch die Werte einer Höhenfunktion, die den Abstand zwischen der Oberfläche und einer Referenzlinie beschreiben, ermittelt.

Ein weiteres Verfahren der Interface-Verfolgungs-Methode ist die Liniensegmente-Methode. Bei

dieser Methode wird die Lage der Oberfläche durch kurze Liniensegmente beschrieben. Für eine detailliertere Beschreibung dieser Methoden sei auf weiterführende Literatur verwiesen [10]. Bei der Interface-Erfassungs-Methode wird die Berechnung auf einen festem Gitter durchgeführt, welches das gesamte Berechnungsgebiet, ober- und unterhalb der freien Oberfläche, abdeckt. Die Form und die Lage der freien Oberfläche wird durch den Füllgrad in einem Kontrollvolumen ermittelt. Dies kann durch verschiedene Verfahren geschehen. Die zwei in der Simulation verwendeten Verfahren werden hier erläutert.

Volume of Fluid-Methode

Die "Volume of Fluid (VOF)"-Methode wurde erstmalig 1981 von Hirt und Nichols eingeführt [10]. Die Methode kann bei Problemen mit mehreren Fluiden mit unterschiedlicher Dichte angewendet werden. Zudem ermöglicht diese Methode die Darstellung von komplexen Oberflächen, wie sie z.B. bei der Spritzerbildung und dem Brechen von Wellen entstehen. Bei der VOF-Methode ist die Grundidee die Einführung eines Skalars φ , der den Füllungsgrad der betrachteten Zelle wiedergibt:

1. $\varphi_a = 0$: Die Zelle ist nicht mit dem Fluid a gefüllt
2. $\varphi_a = 1$: Die Zelle ist vollständig mit dem Fluid a gefüllt
3. $0 < \varphi_a < 1$: In der Zelle ist die freie Oberfläche enthalten

Die folgende Abbildung 3.10 verdeutlicht die Anwendung des Füllungsgrades auf ein Gitter.

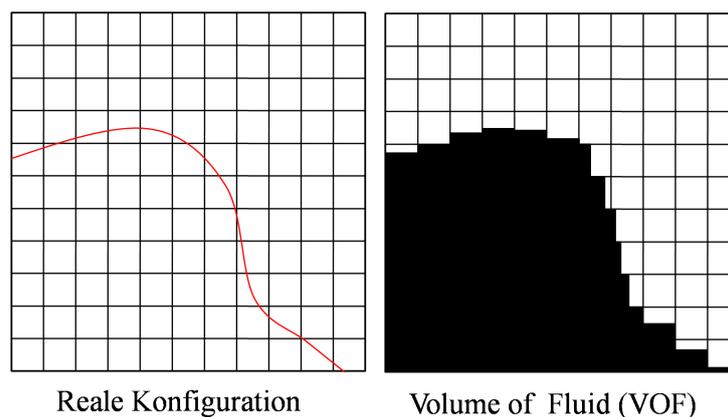


Abbildung 3.10.: Schematische Darstellung des VOF-Verfahrens [22]

Der Volumenanteil φ kann durch die phasenabhängige Kontinuitätsgleichung bestimmt werden:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\varphi) = 0. \quad (3.89)$$

In FLUENT stehen mehrere Diskretisierungs- und Interpolationsmethoden zur Lösung dieser Gleichung zur Verfügung. Die Diskretisierung des instationären Terms kann implizit oder explizit erfolgen.

Implizit

Für die Bestimmung des Flächendurchflusses stehen bei dem impliziten Schema die Standard FLUENT Finite-Differenzen Interpolationsmethoden QUICK, 1. und 2. Ordnung Upwind und HRIC zur Verfügung. Da für die implizite Berechnung der Wert des Volumenanteils für den aktuellen Zeitschritt vorliegen muss, wird für jeden Zeitschritt eine skalare Transportgleichung für den Volumenanteil iterativ gelöst. Dieses Verfahren kann für stationäre oder instationäre Berechnungen genutzt werden.

Explizit

Bei diesem Verfahren werden die Standard FLUENT Interpolationsverfahren auf den Wert des Volumenanteils angewendet, der im letzten Zeitschritt berechnet wurde. Für diese Methode ist eine zeitabhängige Lösung nötig. Der Flächendurchfluss kann bei dem expliziten Verfahren entweder durch das sog. Interface-Rekonstruktions-Schema oder durch ein Finite-Volumen-Diskretisierungsschema interpoliert werden. Die Rekonstruktions-Schemata sind das geometrische Rekonstruktionsverfahren (geo-reconstruct) oder das Geber- und Nehmer-Verfahren (Donor-Acceptor). Die Diskretisierungsschemata sind das 1. und 2. Ordnung Upwind-Verfahren, das CICSAM-Verfahren, das Compressive-Verfahren, das modifizierte HRIC-Verfahren und das QUICK-Verfahren.

Rekonstruktions-Schemata

Bei diesen beiden Verfahren wird für die Zellen nahe der Oberfläche ein spezielles Interpolationsverfahren angewendet. Abbildung 3.11 zeigt den Profilverlauf der freien Oberfläche bei den beiden Verfahren.

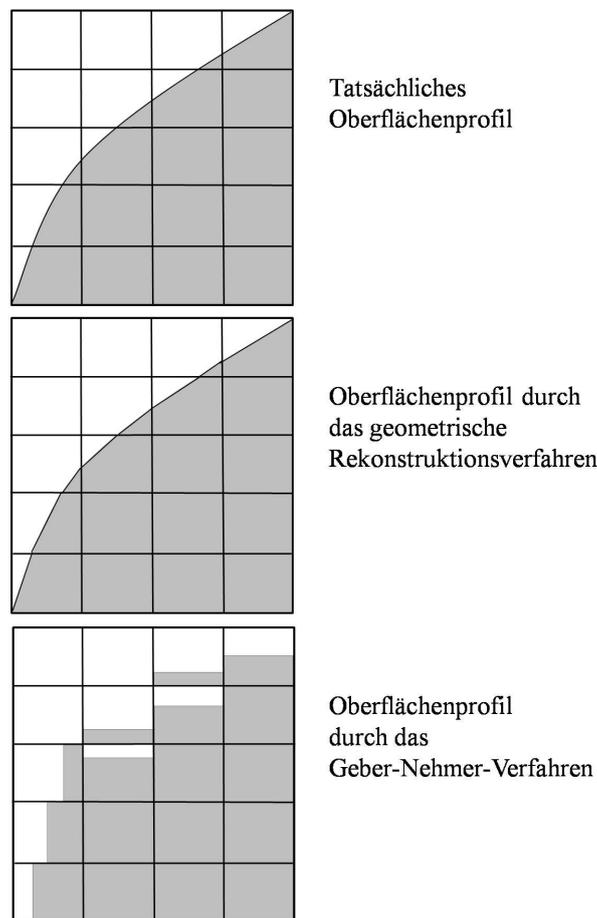


Abbildung 3.11.: Profilverlauf der Oberfläche bei den beiden Rekonstruktionsverfahren [1]

Geometrisches Rekonstruktionsverfahren

Bei diesem Verfahren wird für Zellen die komplett mit der einen oder der anderen Phase gefüllt sind das allgemeine Interpolationsverfahren, welches ausgewählt wurde, verwendet. Für Zellen die sich nahe der Oberfläche befinden wird das geometrische Rekonstruktionsverfahren verwendet. Dieses Verfahren stellt die freie Oberfläche durch eine stückweise lineare Annäherung (engl. Piecewise-Linear Interface Calculation (PLIC)) dar. Abbildung 3.12 zeigt die Verbesserung der Darstellung durch das PLIC-Verfahren. Das linke Bild zeigt die reale Konfiguration. Das mittlere

Bild die Oberflächenrekonstruktion mit dem VOF-Verfahren und das rechte Bild die verbesserte Oberflächenrekonstruktion mit dem PLIC-VOF-Verfahren.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.10	0.58	0.86	0.85	0.52	0.09	0
0	0.76	1	1	1	1	0.51	0
0	0.78	1	1	1	1	0.60	0
0	0.09	0.52	0.84	0.83	0.51	0.08	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.10	0.58	0.86	0.85	0.52	0.09	0
0	0.76	1	1	1	1	0.51	0
0	0.78	1	1	1	1	0.60	0
0	0.09	0.52	0.84	0.83	0.51	0.08	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.10	0.58	0.86	0.85	0.52	0.09	0
0	0.76	1	1	1	1	0.51	0
0	0.78	1	1	1	1	0.60	0
0	0.09	0.52	0.84	0.83	0.51	0.08	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Abbildung 3.12.: Darstellung des Einflusses der PLIC-Methode [22]

Das Verfahren basiert auf der Annahme, dass die Grenze zwischen den zwei Phasen in jeder Zelle eine lineare Neigung besitzt. Im ersten Schritt wird das lineare Interface für die jeweilige, teilweise gefüllte Zelle, basierend auf dem Volumenanteil und dessen Ableitung in einer Zelle, ermittelt. Im zweiten Schritt wird die durch jede Zellfläche transportierte Menge des Fluides, durch die berechnete lineare Darstellung und die Information über den normalen und tangentialen Geschwindigkeitsverlauf auf der Fläche ermittelt. Im letzten Schritt wird der Volumenanteil in jeder Zelle durch die Massenerhaltung, berechnet im vorherigen Zeitschritt, ermittelt. Diese Methode ist die genaueste die in FLUENT verwendet werden kann und eignet sich auch zur Anwendung auf unstrukturierten Netzen [1].

Das Geber- und Nehmer (Donor-Acceptor)-Verfahren

Diese Methode wird ebenfalls nur bei Zellen nahe der Grenzfläche angewendet, wie bei dem geometrischen Rekonstruktionsverfahren. Bei diesem Verfahren wird eine Zelle als Geber einer Menge des Fluides deklariert und eine Nachbarzelle als Nehmer der selben Fluidmenge, wobei numerische Diffusion an dem Interface unterdrückt wird. Die Menge des Fluides, das über die Zellgrenze hinweg gehen kann, ist entweder durch die Füllmenge in der Geberzelle oder durch das freie Volumen in der Nehmerzelle begrenzt. Für den Flächendurchfluss wird die Ausrichtung des Interfaces berücksichtigt. Diese ist entweder horizontal oder vertikal und abhängig von der Richtung des Gradienten des Volumenanteils in der Zelle und der Nachbarzelle, die an der entsprechenden Grenzfläche anliegt. Der Durchfluss wird entweder mit Hilfe eines reinen Upwind-Verfahrens, eines reinen Downwind-Verfahrens oder einer Mischung aus beiden berechnet. Dieses Verfahren kann nur bei viereckigen bzw. hexaedrischen Netzelementen verwendet werden [1].

Die Diskretisierungsmethoden QUICK, 1. Ordnung Upwind und 2. Ordnung Upwind wurden im Kapitel 3.2.2 erläutert. Die weiteren Methoden werden im Folgenden kurz vorgestellt.

CICSAM

Das CICSAM “Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes“-Verfahren basiert auf einem hochauflösenden Differenzen-Schema. Dieses Verfahren eignet sich besonders für Strömungen mit einem großen Verhältnis der Viskositäten der beteiligten Phasen. Dieses Verfahren liefert eine annähernd so genaue Darstellung der freien Oberfläche wie das geometrische Rekonstruktionsverfahren [1].

Compressive

Das “Compressive and zonal discretization scheme“-Verfahren ist ein Rekonstruktionsverfahren 2. Ordnung und basiert auf einem Steigungsbegrenzer. Bei diesem Verfahren kann das angewendete Diskretisierungsverfahren je nach Phase definiert werden [1].

Modified-HRIC

HRIC steht für “High Resolution Interface Capturing“. Dieses Verfahren verwendet eine Mischung aus Upwind- und Downwind-Differenzenverfahren. Im Vergleich zu den Methoden QUICK und 2. Ordnung Upwind liefert es genauere Werte bei der Kalkulation des Volumenanteils und ist weniger rechenintensiv als das geometrische Rekonstruktionsverfahren [1].

Wie bei der Diskretisierung der Impulsgleichung müssen die Verfahren je nach Anwendungsfall ausgewählt werden. Die Upwind-Methoden sowie das Donor-Acceptor-Verfahren müssen über die Textkonsole in FLUENT aktiviert werden [2].

Level-Set

Ein weiteres Verfahren zur Bestimmung der freien Oberfläche ist die, von Osher und Sethian 1988 vorgestellte, Level-Set-Methode [10]. Wie bei der VOF-Methode basiert dieses Verfahren auf der Lösung der Transportgleichung. Dabei wird die freie Oberfläche durch die Nullniveaumenge der Level-Set-Funktion θ definiert. θ ist dabei eine vorzeichenbehaftete Abstandsfunktion, deren lokalen Werte, genauer deren Vorzeichen, die Fluideigenschaften beschreiben:

1. $\theta > 0$: Fluid 1
2. $\theta = 0$: Freie Oberfläche
3. $\theta < 0$: Fluid 2

Daraus resultiert eine sprunghafte Änderung der Fluideigenschaften, die zu Problemen führt. Deshalb wird um die Oberfläche eine Schicht der Dicke σ eingeführt, in der sich die Eigenschaften glatt, aber rapide ändern. Bei der Lösung der Transportgleichung bleibt θ keine Abstandsfunktion, so dass bei jedem Zeitschritt der Lösung eine Neuinitialisierung nötig ist. Die Initialisierung kann nach der 1994 von Sussmann et al. vorgeschlagenen Gleichung erfolgen [10]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \text{sgn}(\theta_0) (1 - |\nabla \theta|). \quad (3.90)$$

Die Gleichung wird solange gelöst, bis ein stationärer Zustand erreicht wird. Dadurch wird das Vorzeichen von θ und das Nullniveau θ_0 erhalten. Zudem wird die Eigenschaft einer Abstandsfunktion beibehalten. Ein Nachteil der Methode ist das θ in keiner der Erhaltungsgleichungen explizit vorhanden ist und es somit zu Schwierigkeiten bei der Massenerhaltung kommt. Die Massenerhaltung kann erzwungen werden, indem die rechte Seite der Gleichung (3.90) in eine Funktion der lokalen Massendifferenz $\Delta \dot{m}$ abgeändert wird. Die Methode wurde 1994 von Zhang et al. entwickelt [10].

Aufgrund der glatten und kontinuierlichen Eigenschaft der Level-Set-Funktion ermöglicht diese Methode eine genauere Darstellung der Oberfläche. Die nicht genaue Erhaltung der Masse und die Neuinitialisierung können allerdings erhebliche Fehler verursachen. Die VOF-Methode dagegen erhält die Masse, verschmiert jedoch aufgrund der Diskontinuität der VOF-Funktion die Oberfläche. Bei der VOF-Methode stellt der Volumenanteil eine physikalische Größe dar, die in allen Transportgleichungen vorkommt. Diese Methode ist somit auch für mehr als zwei Komponenten geeignet.

In FLUENT ist zum Überwinden der beschriebenen Nachteile eine Methode enthalten, die die Level-Set-Methode und die VOF-Methode miteinander koppelt. Bei dieser Methode wird die Transportgleichung mit der Level-Set-Funktion gelöst. Die Neuinitialisierung erfolgt mit Hilfe einer sog. “Geometrical-Interface-Front“-Methode, welche exakte geometrische Daten für die Grenzfläche liefert. Für die Rekonstruktion der Oberfläche werden beide Methoden verwendet. Die VOF-Methode liefert den Schnitt in der Zelle zwischen den beiden Fluiden, während der Gradient der Level-Set-Methode die Richtung des Interfaces definiert. Zudem wird das Konzept der stückweisen linearen Oberflächenrekonstruktion verwendet (PLIC). In Abbildung 3.13 ist schematisch die Erzeugung der Oberfläche dargestellt.

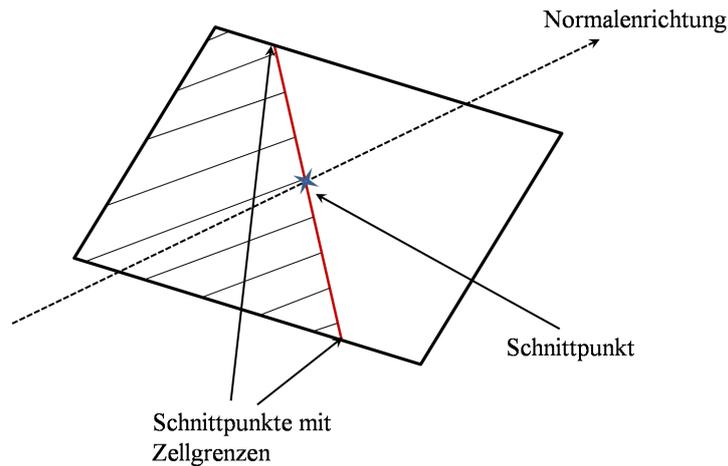


Abbildung 3.13.: Erstellung des Interface bei der gekoppelten Level-Set-Methode [1]

Bei diesem Verfahren wird zunächst die Zelle ermittelt, an der eine Phasenänderung auftritt. Durch die Änderung des Vorzeichens von θ oder wenn der Wert des Volumenanteils zwischen 0 und 1 liegt, liegt eine solche Phasenänderung vor. Mit Hilfe des Gradienten der Level-Set-Methode wird die Normalenrichtung berechnet. Anschließend wird die Position des Schnittes durch die Zelle bestimmt. Hierbei muss mindestens ein Eckpunkt die selbe Phase behalten, wie der Punkt in der Nachbarzelle. Der Schnittpunkt zwischen der Mittellinie der Zelle normal zu dem Interface und dem Interface wird unter Erhaltung des VOF-Wertes berechnet. Anschließend wird der Schnittpunkt zwischen den Zellgrenzen und der Interfacelinie ermittelt. Diese Schnittpunkte werden als Frontpunkte definiert. Anschließend wird der Abstand zwischen einem gegebenen Punkt und den einzelnen Schnittsegmenten der Frontzellen bestimmt und minimiert. Der Wert des Abstandes wird zur Neuinitialisierung der Level-Set-Methode verwendet.

Die Methode ist nur für Zweiphasenströmungen geeignet, bei denen sich die Fluide nicht durchdringen. Die Methode kann nur mit dem VOF-Modell verwendet werden, bei dem kein Massenaustausch erlaubt ist. Zudem ist die Methode nicht mit dem dynamischen Netzmodell kompatibel [1].

3.2.5. Dynamisches Netz

Strömungstechnische Phänomene weisen häufig eine instationäre und komplexe Struktur auf. Um diese Problemstellungen in der numerischen Strömungssimulation möglichst realitätsnah zu berechnen ist oft eine zeitliche und geometrische Anpassung des Berechnungsgitters notwendig. Die Änderung des Netzes wird allgemein als dynamische Netzadaption (engl. Dynamic Mesh) bezeichnet. Die Methode der dynamischen Netzadaption kann verwendet werden, wenn sich die Grenzen von Teilbereichen des Berechnungsgebietes, oder ganze Teilbereiche, bewegen. Die Anwendungen von dynamischen Netzen sind zum Beispiel die Simulation von Turbomaschinen, Windkraftanlagen uvm. In FLUENT stehen die folgenden 3 übergeordneten Methoden zur Anwendung der Netzanpassung zur Verfügung: Netzglättung, dynamische Zellschichtung und Neuvernetzung.

Netzglättung

Diese Art der Netzanpassung wird in vier Untermethoden unterteilt. Die federbasierende Netzglättung, die diffusionsbasierende Netzglättung, die laplacebasierende Netzglättung und die rand-schichterhaltende Netzglättung. Bei der ersten Methode werden alle Kanten zwischen zwei Netzknoten als ein Netzwerk aus verbundenen Federn dargestellt. Durch die Verschiebung eines in dem Grenzbereich liegenden Knoten wird eine Kraft, proportional zu der Verschiebung, auf die mit dem Knoten verbundenen Federn aufgebracht. Diese Kraft sorgt für die Bewegung aller

weiteren Knoten im Zellbereich. Abbildung 3.14 zeigt die Anwendung der federbasierende Netzglättung anhand eines zusammengedrückten Zylinders. Diese Methode kann nur bedingt bei "Nicht-Dreiecksnetzen" verwendet werden und erzeugt nur bei kleinen Geometrieänderungen ein Netz mit guter Elementqualität. Für eine stabile Neuvernetzung sollte zudem eine translatorische Bewegung angewendet werden [1].

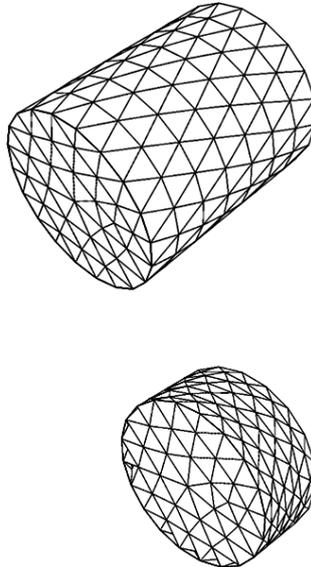


Abbildung 3.14.: Exemplarische Darstellung der federbasierenden Netzglättungsmethode [1]

Bei der Methode der diffusionsbasierenden Netzglättung wird die Bewegung des Netzes durch das Lösen einer Diffusionsgleichung berechnet. Diese Methode liefert eine bessere Netzqualität als die federbasierende Netzglättung, ist allerdings auch rechenintensiver. Dieses Verfahren kann auch auf strukturierte Netze angewendet werden und eignet sich besser für große Verformungen der Randzellen. Wie die federbasierende Methode kann auch diese Methode translatorische Bewegungen besser berechnen als rotatorische Bewegungen.

Bei der laplacebasierenden Netzglättung wird die Position jedes Netzknotens durch den Mittelpunkt der Nachbarknoten definiert. Diese Methode ist die einfachste der Netzglättungsmethoden. Die Verformung wird nur dann durchgeführt, wenn eine Verbesserung der Netzqualität vorliegt. Dies hat FLUENT implementiert, um die schnell auftretenden schlechten Netze zu verhindern [2]. Die randschichterhaltende Netzglättung eignet sich für Berechnungsgebiete bei denen die Randschichterhaltung von besonderer Bedeutung ist. Die Erhaltung der Randschicht muss mit Hilfe von benutzerdefinierten Funktionen (engl. User Defined Function - UDF) gesteuert werden. Die Methode der Netzglättung eignet sich allgemein besser für Netze mit dreieckigen oder tetraedrischen Elementen und kleine Verformungen der Geometrie. Bei der Verwendung dieses Verfahrens besteht zudem die Gefahr von schlechter Elementqualität.

Dynamische Zellschichtung

Die Methode der dynamischen Zellschichtung kann bei strukturierten Netzen angewendet werden. Bei dieser Methode können dem Zellgebiet, an der bewegten Grenze, Zellschichten hinzugefügt oder entfernt werden. Die angrenzende Zellschicht wird abhängig von der Höhe der Zellen entweder geteilt oder mit der vorherigen Zellschicht vereint. Abbildung 3.15 zeigt die allgemeine Struktur der dynamischen Zellschichtung.

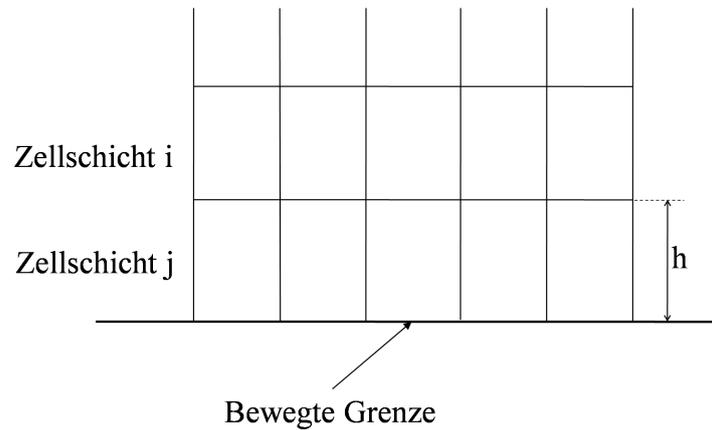


Abbildung 3.15.: Darstellung der Methode der dynamischen Zellschichtung [1]

Bei einer Abwärtsbewegung der Grenze kann die Zellschicht j solange anwachsen, bis folgende Gleichung erfüllt ist:

$$h_{min} > (1 + a_s) h_{ideal} \quad (3.91)$$

Wobei h_{min} der minimalen Zellhöhe, h_{ideal} der idealen Zellhöhe und a_s dem Aufteilungsfaktor entspricht. Bei einer Aufwärtsbewegung werden die Zellen j und i bei Erfüllung folgender Gleichung zusammengefügt:

$$h_{min} < a_c h_{ideal} \quad (3.92)$$

a_c ist in diesem Fall der Vereinigungsfaktor. Die Aufteilung der Zellschichten kann entweder höhenbasierend oder verhältnisbasierend erfolgen. Der Benutzer kann den Vereinigungsfaktor a_c und den Aufteilungsfaktor a_s zur Steuerung der Zellschichten vorgeben. Zudem ist die Vorgabe der gewünschten Zellhöhe h_{ideal} anzugeben. Dies kann als konstanter Wert oder als zeitabhängige Funktion geschehen. Die Bewegung der Grenze erfolgt über eine Geschwindigkeitsfunktion, welche in einer benutzerdefinierten Funktion definiert wird. Die Bewegung muss auf die gesamte Grenze angewendet werden und das anliegende Netz muss aus prismatischen Elementen bestehen.

Neuvernetzung

Die Methode der Neuvernetzung wird verwendet, wenn große Verschiebung stattfinden. Bei der Netzglättung erzeugen große Verschiebungen eine schlechte Elementqualität. Um diesem entgegen zu wirken werden bei der Neuvernetzungsmethode die Elemente mit schlechter Elementqualität selektiert. An diesen Stellen wird lokal neu vernetzt. Zur Steuerung der Neuvernetzung ist die Vorgabe von minimaler und maximaler Elementgröße nötig. Zudem kann die maximale Schiefwinkeligkeit (engl. skewness) und die Anzahl der Neuvernetzungsalgorithmen definiert werden. Bei ungleichmäßiger Vernetzung muss die Größenentwicklung vorgegeben werden. Die Anwendung der Methode kann lokal oder auf gesamte Flächen und Körpern angewendet werden. In FLUENT sind eine Vielzahl von verschiedenen Neuvernetzungsmethoden vorhanden, die je nach Problemstellung und Modell angewendet werden müssen. Eine detaillierte Beschreibung der unterschiedlichen Methoden ist in dem Theoriehandbuch von ANSYS FLUENT [1] zu finden.

Neben den Vernetzungsarten können noch die Optionen: "In-Zylinder", "6DOF" und "Implicite Update" verwendet werden.

Die "In-Zylinder"-Option ist primär für Hubkolbensimulationen geeignet, da es möglich ist die dynamische Netzadaption durch motorspezifische Größen zu steuern. Mit diesem Model können zum Beispiel Vorgänge in einem Motorsteuerungsventil simuliert werden. Eine weitere Option ist der Sechs-Freiheitsgrad-Löser (engl. 6 Degrees Of Freedom - 6DOF). Bei dieser Option kann die

Bewegung eines Objektes innerhalb des Berechnungsgebiet auf Grundlagen der physikalischen Zusammenhänge in FLUENT berechnet werden. Die Bewegung des Körpers wird aus den auf den Körper wirkenden Kräften und Impulsen berechnet. Dafür müssen die Körpermasse und die Massenträgheitsmomente des Körpers per benutzerdefinierter Funktion vorgegeben werden. Des Weiteren können in der UDF Freiheitsgrade gesperrt und zugelassen werden. Zusätzlich können noch externe Kräfte und Momente durch eine UDF aufgebracht werden. Zudem gibt es in FLUENT die Implizite Anpassung. Diese Option aktualisiert die dynamische Netzanpassung während des Zeitschrittes und nicht wie sonst zu Beginn jedes Zeitschrittes. Dies kann bei bestimmten Modellen zu einer Lösung führen, bei denen sonst die Konvergenzkriterien zum Abbruch der Berechnung führen [1].

4. Simulation

Die Simulation des Wellenkanals baut auf dem Masterprojekt von Mössiger auf [20]. Dieser hat allgemein die Darstellbarkeit von Wellen mit Hilfe der Software ANSYS FLUENT untersucht. Dieses Modell wird als Ausgangsmodell verwendet und in vielen Punkten modifiziert, um eine bessere Übereinstimmung zwischen der Theorie und der Simulation zu erhalten. Abbildung 4.1 zeigt den zeitlichen Amplitudenverlauf des Ausgangsmodells.

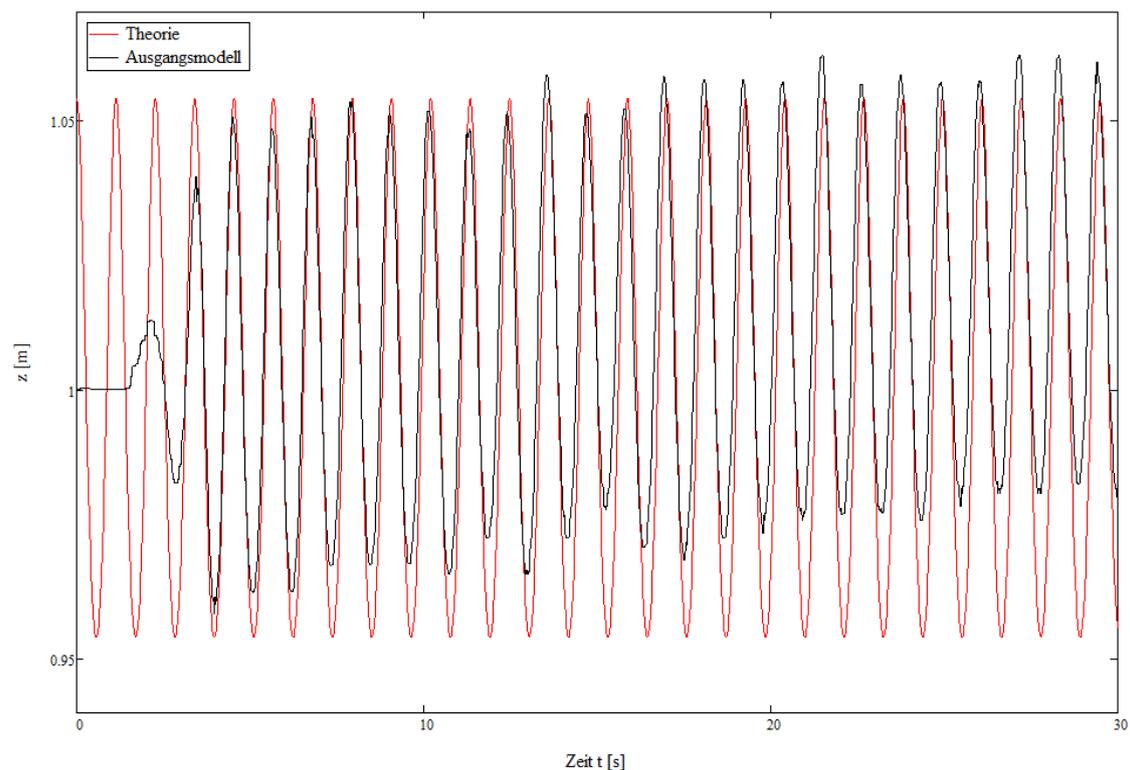


Abbildung 4.1.: Darstellung des Amplitudenverlaufes des Ausgangsmodells an der Stelle $x = 2$ m

Die Abweichungen, insbesondere im Bereich des Wellentals, sind deutlich zu erkennen. Bei längeren Laufzeiten zeigt sich zudem eine Verschiebung der Ruhewasserlinie nach oben. Zu Beginn werden verschiedene Parameter untersucht, um eine bestmögliche Wiedergabe der Theorie durch die Simulation zu erreichen. Anschließend werden zwei Antriebsarten zur Wellenerzeugung gegenübergestellt. Zum Schluss werden die verschiedenen Modelle bei unterschiedlichen Wellenkonfigurationen auf ihre Anwendbarkeit untersucht. In dieser Arbeit werden nur Tiefwasserwellen analysiert. Für die Anwendung der linearen Wellentheorie müssen die Amplituden sehr klein gewählt werden. Dies kann zu fehlerhaften Berechnungsergebnissen aufgrund von numerischen Fehlern führen. Daher werden die Berechnungen auf Grundlage eines Modells, das im Bereich der Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung liegt, durchgeführt. Nach Abbildung 3.5 werden die entsprechenden Wellenparameter ausgewählt. Tabelle 4.1 zeigt die gewählten Wellenparameter für das Grundmodell.

Modell	Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
Grundmodell	2	0,06	1	5,54

Tabelle 4.1.: Wellenparameter des Grundmodells

Für alle weiteren Modelle werden diese Wellenparameter verwendet. Verglichen werden alle Modelle mit der Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung.

4.1. Modellbildung

Das Modell des numerischen Wellenkanals ist dem an der HAW-Hamburg vorhandenen Wellenkanal nachempfunden. Dies soll den Vergleich zwischen späteren Versuchsreihen an dem Wellenkanal und der Simulation ermöglichen. Die Abmessungen des verwendeten numerischen Wellenkanals betragen $1,3\text{ m} \times 13\text{ m}$ ($H \times L$). Die Länge des Kanals wird um 3 m vergrößert, um eine numerische Dämpfung am Ende des Kanals einbauen zu können und trotzdem eine gewisse Länge zur Auswertung der Strömung vorhanden bleibt. Die Höhe des Wellenkanals wird zudem auf $1,3\text{ m}$ reduziert, um die Anzahl der Zellen zu verringern. Die folgende Abbildung 4.2 zeigt den numerischen Wellenkanal.

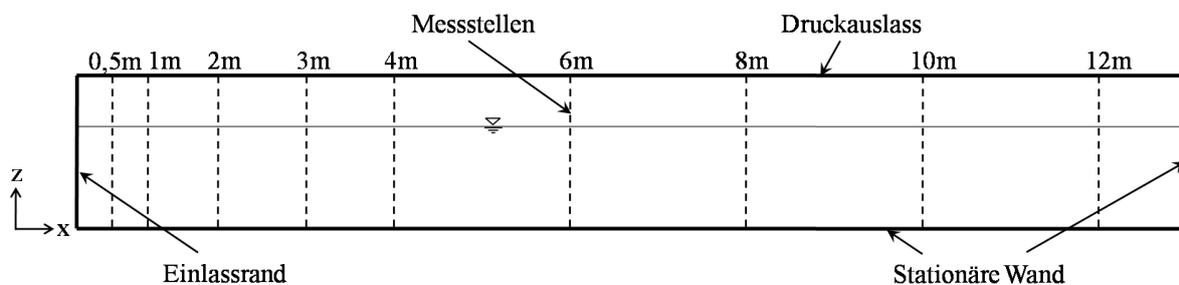


Abbildung 4.2.: Darstellung des numerischen Wellenkanals mit den Messstellen

Zur Untersuchung der Wellen werden Messstellen an verschiedenen Positionen im Wellenkanal angebracht. An den Messstellen werden die gewünschten Daten wie z.B. der Volumenanteil oder die Geschwindigkeiten aus FLUENT in eine Textdatei geschrieben. Die Auswertung der Textdateien findet mit einem von Mössinger entwickelten C-Programm statt. Da nach [20] die Berechnung der Amplituden mit der Routine, die auf einer Gewichtungsmethode basiert, die genauesten Ergebnisse liefert, wird diese im Weiteren für die Auswertung der Amplitudenverläufe verwendet. Die in Kapitel 3.1 beschriebenen Wellentheorien werden in die Software MATHCAD 14 implementiert und anschließend berechnet und ausgewertet. Die Validierung der Berechnungsdateien erfolgt mit den Java-Anwendungen nach [8]. Der Vergleich zwischen der Theorie und der Simulation wird ebenfalls mit Hilfe der Software MATHCAD 14 durchgeführt. Eine Übersicht über alle simulierten Modelle ist in Anhang A dargestellt.

4.1.1. Netzgenerierung

Die Diskretisierung des Berechnungsgebietes hat erheblichen Einfluss auf die Genauigkeit der Lösung. In dieser Arbeit wird der numerische Wellenkanal mit einem blockstrukturierten Netz diskretisiert. Innerhalb des Bereiches der Wellenbewegung wird eine deutlich kleinere Zellhöhe verwendet, um eine möglichst genaue Auflösung der freien Oberfläche zu erzielen. Von den horizontalen Rändern zum Bereich der Wellenbewegung hin wird das Netz verfeinert, um einen besseren Übergang zwischen den unterschiedlich vernetzten Bereichen zu erzeugen. Zum Einlassrand hin wird das Netz ebenfalls verdichtet. Dies ist für die später behandelten bewegten

Randbedingungen notwendig. In Abbildung 4.3 ist die Vernetzung im Bereich der Wellenbewegung und am Einlassrand im Detail dargestellt.

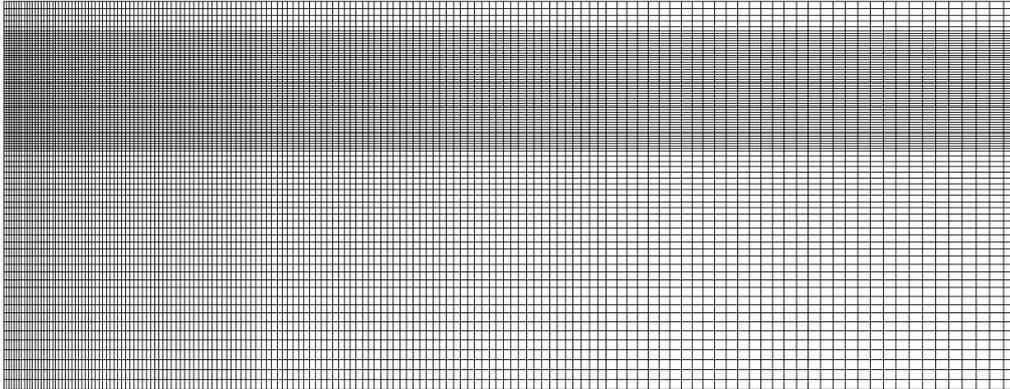


Abbildung 4.3.: Detaildarstellung des Netzes

Im Bereich der freien Oberfläche wird eine Zellhöhe von 8 mm verwendet. Die Zelllängen werden bis zu einer Kanallänge von 6 m leicht verlängert. Die dadurch erreichte Zellgröße reicht aus, um die Strömung genau genug zu beschreiben, reduziert jedoch gleichzeitig die Anzahl der vorhandenen Zellen. Von dort bis zum Kanalende werden die Zelllängen stärker vergrößert, um mit Hilfe der numerischen Diffusion eine Dämpfung der Wellen zu erreichen. Dies soll die Reflexion der Wellen an der Kanalwand verringern. Zudem ermöglicht die geringere Anzahl an Zellen eine Verkürzung der Rechenzeit. In Abbildung 4.4 ist das gesamte Netz des Modells M1 dargestellt. Für dieses Netz ergeben sich insgesamt 20.000 Elemente.

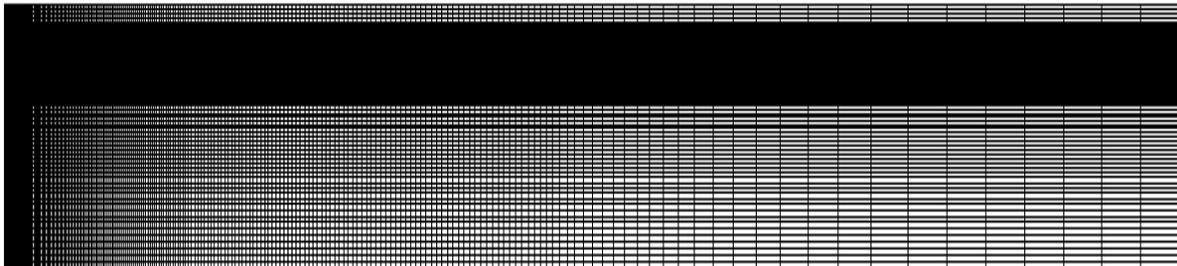


Abbildung 4.4.: Darstellung des Netzes von dem Modell M1

4.1.2. Randbedingungen

Als Randbedingung sind der Boden und die Wand am Kanalende als stationäre reibungsfreie Wände definiert, wie in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Oberseite des Kanals wird als Druckauslass definiert mit einer Druckdifferenz von 0 Pa. Die wichtigste Randbedingung ist die Einlassrandbedingung welche, mit den entsprechenden Parametern, die Wellen erzeugen soll. Dies ist mit zwei Methoden möglich, zum einen mit der Methode des Geschwindigkeitseinlasses und zum anderen mit der Methode einer bewegten Wand.

Geschwindigkeitseinlass

Bei dieser Methode müssen die Eingangsgeschwindigkeiten durch die Partikelgeschwindigkeiten definiert werden. Nach Gleichung (3.87) ergibt sich eine zeit- und ortsabhängige Funktion. Diese

wird für jede Geschwindigkeitskomponente als benutzerdefinierte Funktion (engl. user defined function - UDF) in das Modell implementiert. Zusätzlich wird in der UDF der Wasserspiegel pro Zeitschritt nach Gleichung (3.88) initialisiert. Als Beispiel befindet sich in Anhang B ein Programmcode zur Erstellung der UDF mit den Wellenparametern des Grundmodells. Die UDF muss in FLUENT ausgewählt und kompiliert werden. Anschließend kann diese geladen und als Randbedingung definiert werden.

Bewegte Wand

Bei dieser Methode wird der Eingangsrand als Wand definiert, die den Wellenerzeuger darstellt. Mit Hilfe des "Dynamic-Mesh"-Ansatzes kann der Wand durch eine UDF eine Bewegung zugeordnet werden. Implementierbar ist eine translatorische Bewegung, die einem Kolbenpaddel entspricht, oder eine rotatorische Bewegung, die einem Klappenpaddel entspricht. Die Bewegungen werden mit Hilfe folgender Gleichung implementiert:

$$u = \frac{S}{2} \omega \sin(\omega t). \quad (4.1)$$

Je nach Antriebsart wird die Geschwindigkeit oder die Rotationsgeschwindigkeit in der UDF vorgegeben. Die Auslenkung S berechnet sich je nach Wellenkonfiguration und Antriebsart nach Gleichung (3.83) oder Gleichung (3.84). Im Anhang C befindet sich jeweils ein Beispiel der UDF für beide Antriebsarten mit den Wellenparametern des Grundmodells. Des Weiteren wird die Luft als primäre und das Wasser als sekundäre Phase mit den entsprechenden Fluideigenschaften definiert. Als Berechnungsbedingungen werden zusätzlich die Erdbeschleunigung mit $g = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und die Dichte des leichteren Fluides, in diesem Fall die Luft mit $\rho = 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, als Berechnungsdichte vorgegeben. Weiterhin wird die Position des Referenzdruckes mit $x = 12 \text{ m}$ und $y = 1,25 \text{ m}$ im Bereich der Luft vorgegeben.

4.1.3. Lösungsmethoden

Im Folgenden werden die in der Simulation verwendeten Lösungsmethoden aufgelistet. Die Beschreibung der einzelnen Methoden ist in Kapitel 3.2.2 dargestellt. Simuliert werden soll eine instationäre inkompressible 2D-Strömung. Aufgrund der Inkompressibilität wird der druckbasierende Löser verwendet. Da es sich um eine transiente Strömung handelt, wird die PISO-Methode zur Kopplung von Druck und Geschwindigkeit verwendet. Korrekturfaktoren werden nicht verwendet, d.h. die Standardeinstellung von FLUENT wird beibehalten. Für die räumliche Diskretisierung des Gradienten wird die Methode der "Kleinsten Fehlerquadrate-zellbasierend" verwendet. Diese Methode bietet das Optimum zwischen Genauigkeit und Rechenzeit. Für die Berechnung des Druckes wird die PRESTO! (PREssure STaggering Option!)-Methode verwendet. Dies ist die Standardmethode für VOF-Modelle. Die Diskretisierung der NS-Gleichung erfolgt mit der "2. Ordnung-Upwind"-Methode. Das Wasser und die Luft bilden ein Zweiphasenmodell. Dieses wird durch das VOF-Schema implementiert. Als Diskretisierungsmethode wird das geometrische Rekonstruktionsverfahren verwendet, da es die beste Oberflächen-Rekonstruktion liefern soll [1]. Aufgrund des expliziten Schemas des VOF-Modells ist es für die Diskretisierung des instationären Terms nur möglich, die implizite Methode nach 1. Ordnung zu wählen. Um zeitfortschrittsbedingte Lösungsprobleme und Probleme in der Darstellung der Phasengrenzfläche auszuschließen wird das ITA-Schema verwendet. Als Zeitschrittweite wird $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ gewählt. Bei dieser Zeitschrittweite benötigt die Berechnung 5 Iterationen pro Zeitschritt. In diesem Bereich sollte die Iterationsanzahl auch nach FLUENT [2] liegen. Die maximale Anzahl an Iterationsschritten pro Zeitschritt wird auf 50 gesetzt. Dies ermöglicht ein schnelleres Abfallen der Residuen zu Beginn der Berechnung. Um einen stabilen Amplitudenverlauf zu erzeugen und die Einflüsse der Reflexionen untersuchen zu können, werden 6000 Zeitschritte durchgeführt. Dies entspricht einer Simulationsdauer von 30s. Nach der Initialisierung des Modells muss der mit Wasser gefüllte Bereich definiert und der entsprechende VOF-Wert zugeordnet werden. Anschließend kann die

Simulation gestartet werden.

Die angewendeten Methoden ergeben einen deutlichen besseren Verlauf der Amplitude, wie Abbildung 4.5 zeigt.

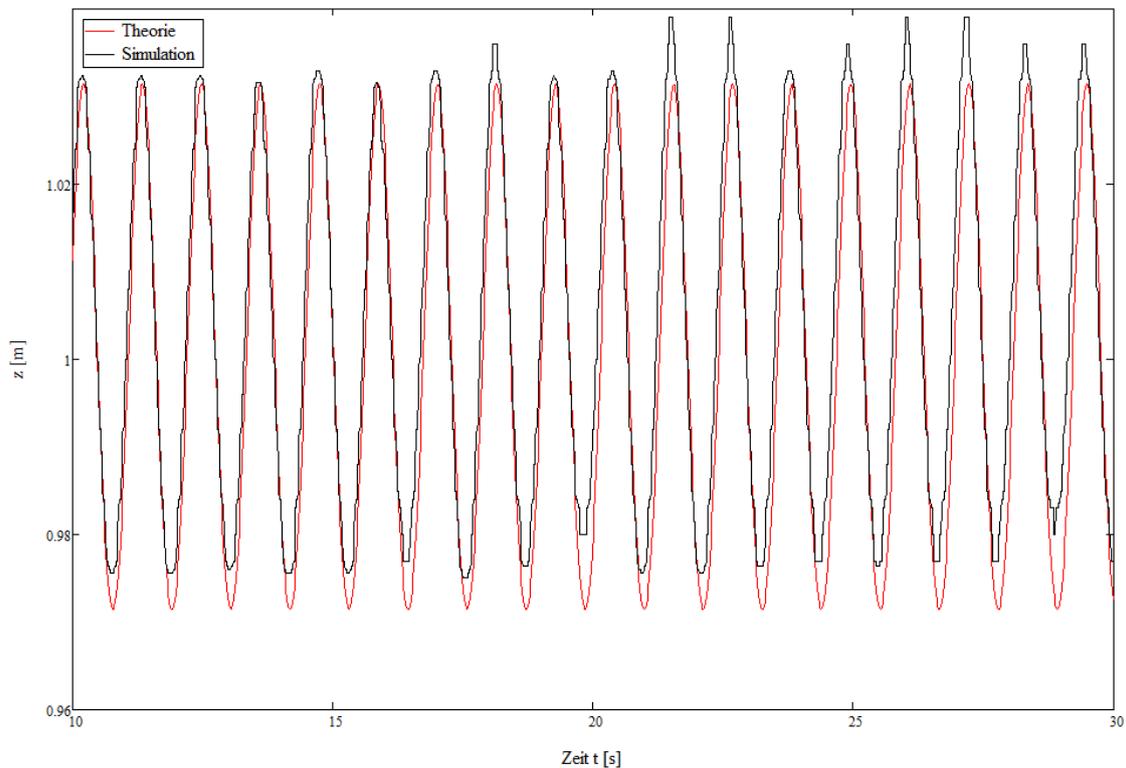


Abbildung 4.5.: Darstellung des Amplitudenverlaufes bei dem Modell M1 an der Stelle $x = 2$ m

Im Vergleich zu dem Ausgangsmodell, dargestellt in Abbildung 4.1, zeigt sich ein zeitlich stabilerer Verlauf. Die Ruhewasserlinie wird nicht so stark verschoben. Die besseren Ergebnisse beruhen einerseits auf der Verwendung der Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung. Andererseits liefert das Diskretisierungsverfahren 2. Ordnung-Upwind genauere Ergebnisse als das in [20] verwendete Upwind-Verfahren 1. Ordnung. Der theoretische Verlauf wird jedoch nicht optimal wiedergegeben. Es zeigen sich vor allem Abweichungen in der Amplitude des Wellentals. Zudem erhöht sich nach einer Simulationszeit von 20 s die Amplitude des Wellenberges und es zeigt sich eine weitere Reduzierung der Amplitude des Wellentals. Diese Abweichungen können auf Reflexion am Kanalende zurückzuführen sein. Im nächsten Abschnitt werden die Einflüsse der Dämpfung auf den Amplitudenverlauf untersucht, mit dem Ziel einen zeitlich vollständig konstanten Verlauf zu erreichen.

4.2. Dämpfungsmodelle

Wie Abbildung 4.5 zeigt, ist eine implementierte Wellenabsorption unablässig, da ansonsten für lange Durchlaufzeiten der Amplitudenverlauf durch Reflexion verändert wird. Eine relativ einfache Methode ist die Vergrößerung der Zellen zum Kanalende. Hierbei werden die Wellen durch die numerische Diffusion gedämpft. Eine weitere Möglichkeit ist die Nutzung der in ANSYS FLUENT 13 implementierten Methode der "numerischen Strand Betrachtung" (engl. numerical beach treatment - NBT). Diese Methode dient zur Unterdrückung der numerischen Reflexion am Auslassrand. Für die Zellzonen am Auslassrand wird zu den Impulsgleichungen ein dämpfender Term addiert. Bei der Anwendung dieses Modells müssen die Position der Ruhewasserlinie, die

Position des Bodens, die Strömungsrichtung und die Dämpfungsparameter, wie die Dämpfungslänge, die Wellenlänge und der Dämpfungswiderstand, vorgegeben werden. Eine weitere Methode zur Implementierung der Dämpfung ist die Realisierung eines "realen Strandes" durch den Einbau einer Schräge am Kanalende.

Da die Methode des NBT am einfachsten zu implementieren ist, ohne das Berechnungsnetz zu verändern, wird zunächst der Einfluss dieser Methode an dem Grundmodell untersucht. In dem Grundmodell ist eine leichte numerische Dämpfung durch Verlängerung der Zellen zum Kanalende hin implementiert. Für die Verwendung des NBT wird dieses auch von FLUENT empfohlen [2]. Der Amplitudenverlauf in Abbildung 4.5 zeigt allerdings, dass dies zur Dämpfung nicht ausreichend ist, da weiterhin Abweichungen im Bereich der Wellenamplituden erkennbar sind. Verwendet werden folgende, in Tabelle 4.2, dargestellten Dämpfungsparameter:

Varianten	Dämpfungslänge L_D [m]	Dämpfungswiderstand R_D [1/m]
D1	2	10
D2	3	20
D3	2	30
D4	2	40

Tabelle 4.2.: Konfigurationen der Dämpfungsparameter für Modell M1

Zur Untersuchung des Dämpfungseinflusses wird der Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 12$ m kurz vor Kanalende in Abbildung 4.6 dargestellt. Optimal wäre eine komplette Dämpfung der Wellen, so dass die Amplitude einen konstanten Verlauf bei $z = 1$ m zeigt. An dem Verlauf des Modells ohne NBT ist zu erkennen, dass die Zellvergrößerung zum Kanalende allein schon zu einer Dämpfung der Welle führt.

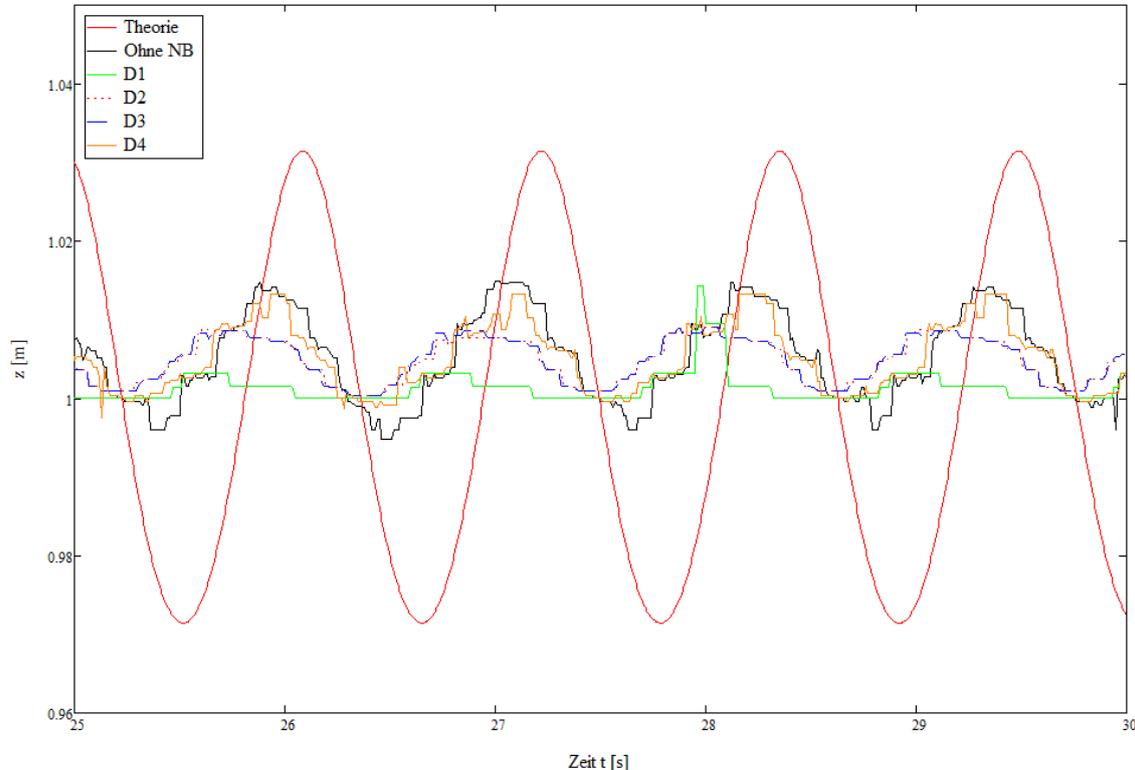


Abbildung 4.6.: Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M1 an der Stelle $x = 12$ m

Modell D1 mit einem Dämpfungswiderstand von $R_D = 10 \frac{1}{\text{m}}$ zeigt den besten Dämpfungseinfluss mit einer minimalen Wellenamplitude kurz vor Kanalende. Mit steigendem Dämpfungswiderstand hat die Dämpfung des NBT eine geringere Wirkung. Dies ist an den Verläufen der restlichen Modelle ersichtlich. Modell D4 zeigt fast gar keinen Einfluss des NBT. Der Verlauf ist näherungsweise identisch mit dem ohne NBT. Die identisch verlaufenden Modelle D2 und D3 zeigen den proportionalen Zusammenhang zwischen der Dämpfungslänge und dem Dämpfungswiderstand. Um den Einfluss des NBT auf den Wellenverlauf zu untersuchen, ist in Abbildung 4.7 der Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2 \text{ m}$ dargestellt. Da nach Abbildung 4.5 ein Einfluss erst nach 20s zu erkennen ist werden die letzten 5s der Simulation dargestellt. Der zeitlich nicht konstante Verlauf der Amplitude zeigt weiterhin Einflüsse der Reflexion oder anderer Fehlerquellen auf. Es ist zu erkennen, dass die Amplitude des Wellenberges bei den Modellen D2 und D3 immer noch deutlich größer ist als der theoretische Verlauf. Bei den Modellen D1 und D4 zeigt sich eine bessere Darstellung des Wellenberges. Bei allen Modellen ist weiterhin eine Abweichung im Wellental zu erkennen. Die Abweichungen lassen sich somit bei diesem Modell nicht durch den Ansatz des NBT eliminieren.

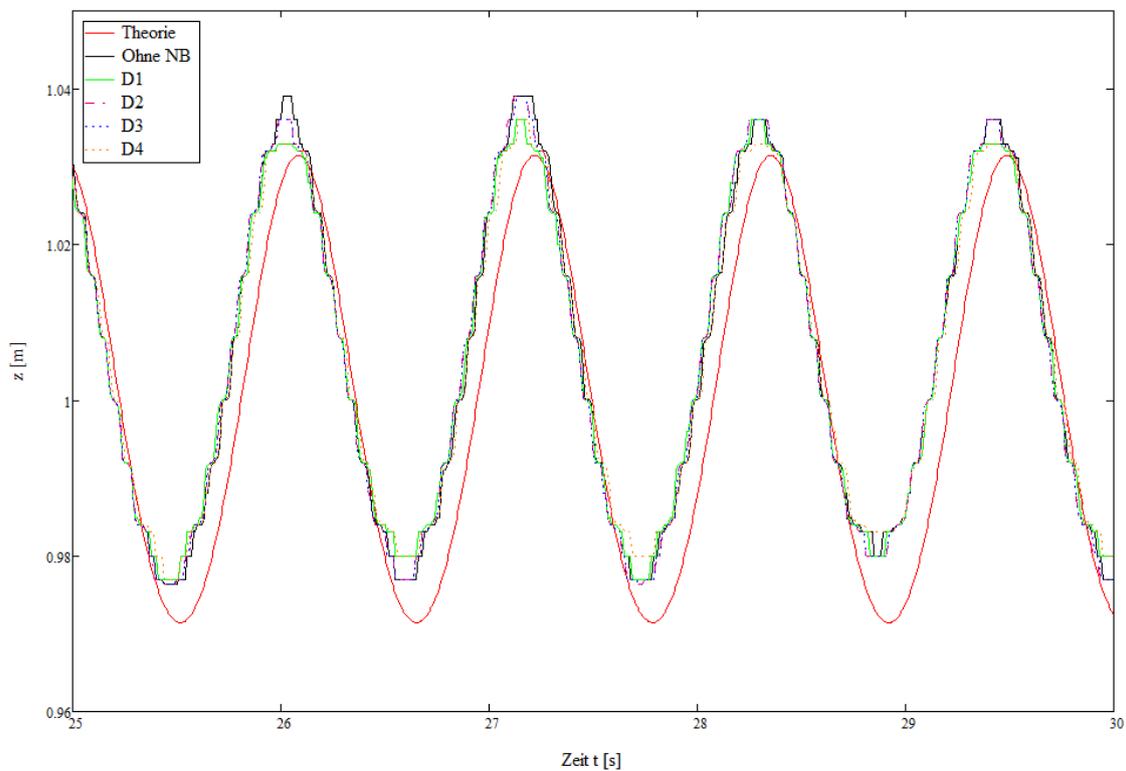


Abbildung 4.7.: Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M1 an der Stelle $x = 2 \text{ m}$

Um einen besseren Amplitudenverlauf zu erzielen, wird der Ansatz der numerischen Dämpfung weiter verfolgt. Hierzu werden in dem Bereich der Dämpfung die Zellen in Länge und Höhe vergrößert, um durch numerische Diffusion die Dämpfung zu erhöhen. Untersucht werden zwei weitere Netze, das Modell M2 mit einem groben Netz im Dämpfungsbereich und das Modell M3 mit einem sehr groben Netz im Dämpfungsbereich. Das Netz des Modells M2 ist in Abbildung 4.8 dargestellt.

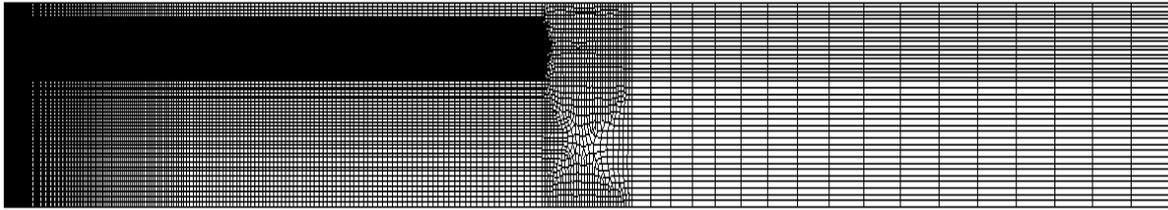
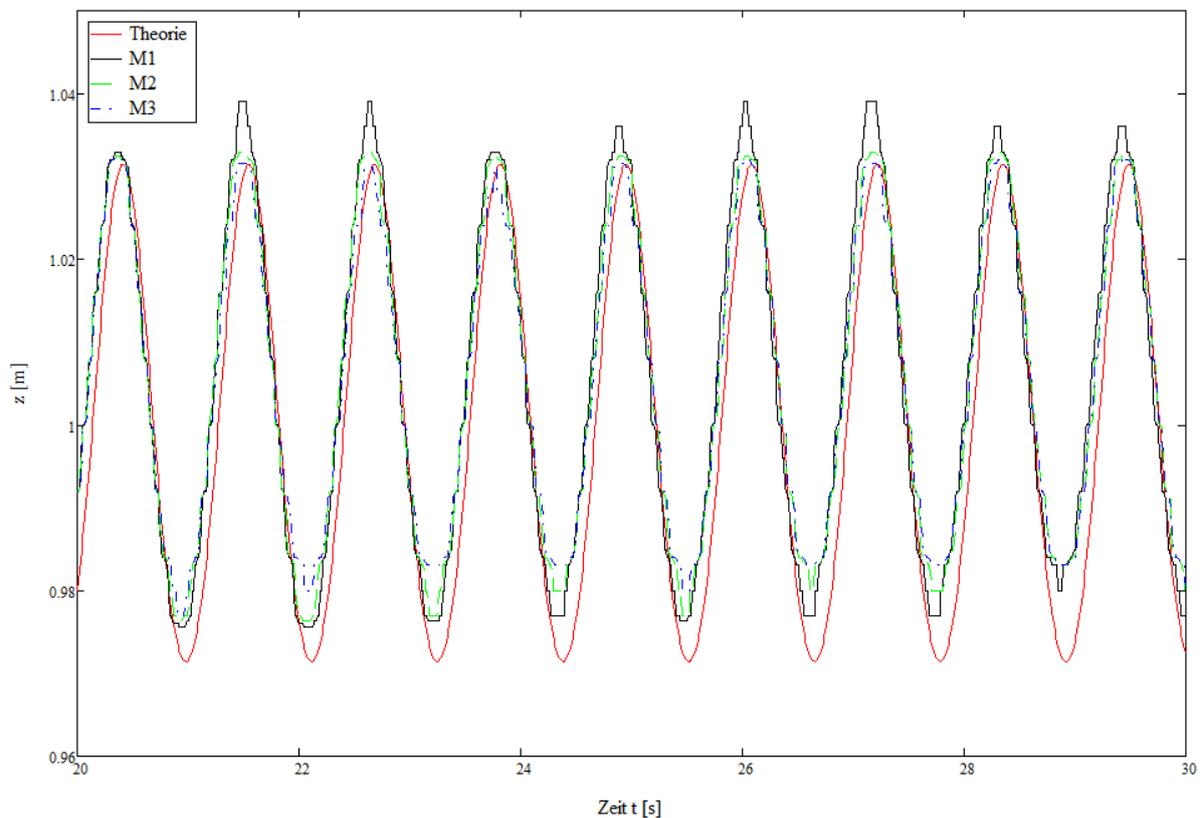


Abbildung 4.8.: Darstellung des Netzes von dem Modell M2

Der vordere Bereich in dem Modell M2 entspricht dem Netz in Modell M1. Nach dem Auswertungsbereich bis 6 m folgt ein Übergangsbereich, in dem die Zellhöhe für den Dämpfungsbereich angepasst wird. Dieser Bereich kann nicht strukturiert vernetzt werden. Hier werden Viereckselemente verwendet. Im anschließenden Dämpfungsteil wird wieder ein strukturiertes Netz verwendet. Dies ermöglicht eine bessere Darstellung des Phasenübergangs und somit eine genauere Auswertung des Amplitudenverlaufes.

Abbildung 4.9 zeigt den Einfluss der numerischen Dämpfung auf den Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2\text{m}$.

Abbildung 4.9.: Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Netzmodelle mit numerischer Dämpfung an der Stelle $x = 2\text{m}$

Der Einfluss der numerischen Diffusion ist deutlich erkennbar. Die Abweichungen im Wellental bestehen weiterhin. Die Erhöhung des Wellenberges ist bei den Modellen M2 und M3 reduziert und entspricht dem theoretischen Verlauf. Bei beiden Modellen ist jedoch eine Reduzierung der Amplitude im Wellental zu erkennen. Diese Abweichung zum theoretischen Verlauf ist bei dem Modell M3 stärker, als bei dem Modell M2, ausgeprägt. Das Modell M2 weist zwar Abweichungen im Bereich des Wellentals auf, gibt den theoretischen Verlauf im Vergleich zu den anderen

Modellen allerdings am besten wieder. Da noch kein optimaler, zeitlich konstanter Verlauf erzeugt wird und weiterhin Abweichungen im Bereich der Amplitude des Wellentals vorhanden sind, wird an dem Modell M2 ebenfalls der Einfluss des NBT untersucht. Die angewendeten Dämpfungsparameter sind in Tabelle 4.3 dargestellt.

Varianten	Dämpfungslänge L_D [m]	Dämpfungswiderstand R_D [1/m]
D1	3	10
D2	2	10
D3	2	20
D4	2	40

Tabelle 4.3.: Konfigurationen der Dämpfungsparameter für Modell M2

Abbildung 4.10 zeigt den Einfluss des NBT kurz vor Kanalende an der Stelle $x = 12$ m. Es zeigt sich ein nahezu konstanter Amplitudenverlauf bei $z = 1$ m. Ein Einfluss des NBT wird nicht deutlich. Der Verlauf der Modelle D2, D3 und D4 entspricht dem Verlauf ohne NBT. Minimale Abweichungen sind bei dem Modell D1 zu erkennen. Der Einfluss durch die Zellvergrößerung des Netzes hat somit einen deutlich größeren Einfluss auf die Dämpfung als der NBT.

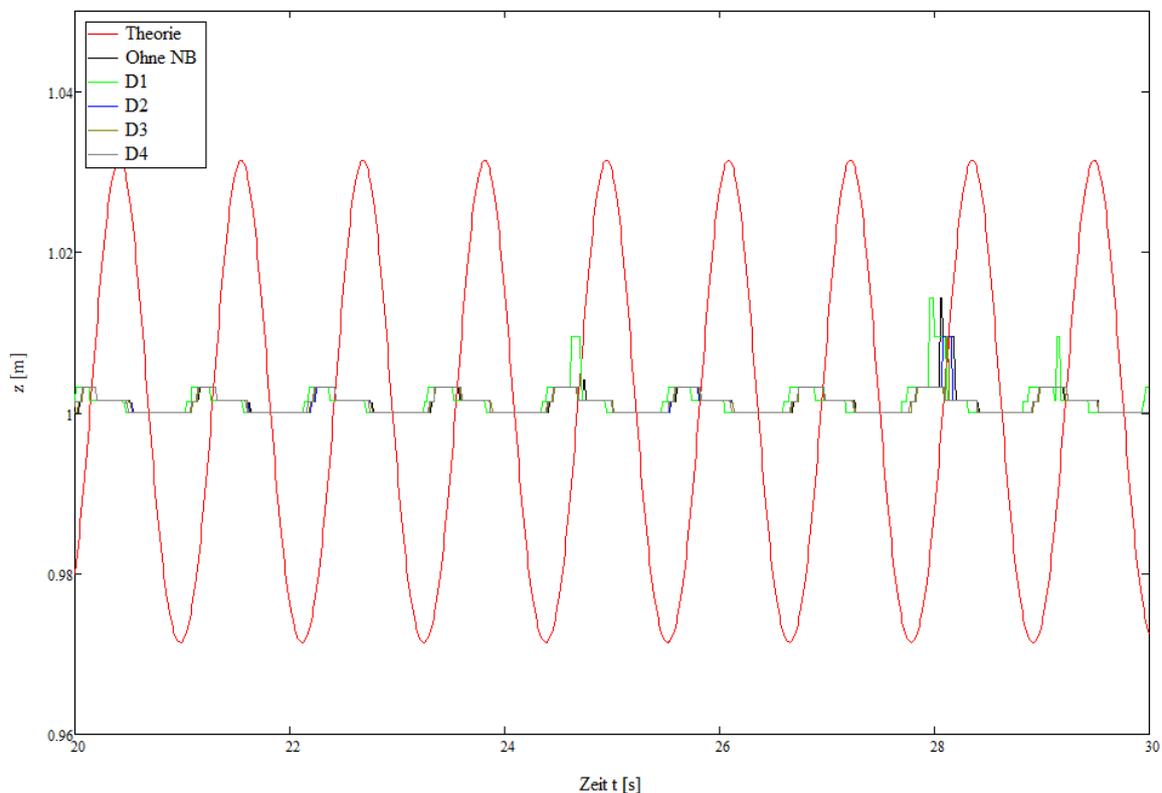


Abbildung 4.10.: Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 12$ m

Da die Auswertung der Wellen im vorderen Bereich des Wellenkanals stattfindet, muss der Amplitudenverlauf dort untersucht werden, um einen Einfluss des NBT auf den Amplitudenverlauf zu beurteilen. Der Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2$ m ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Die Modelle zeigen eine gute Übereinstimmung mit der Theorie im Bereich des Wellenberges. Im Wellental ist weiterhin eine Abweichung der Amplitude zu sehen.

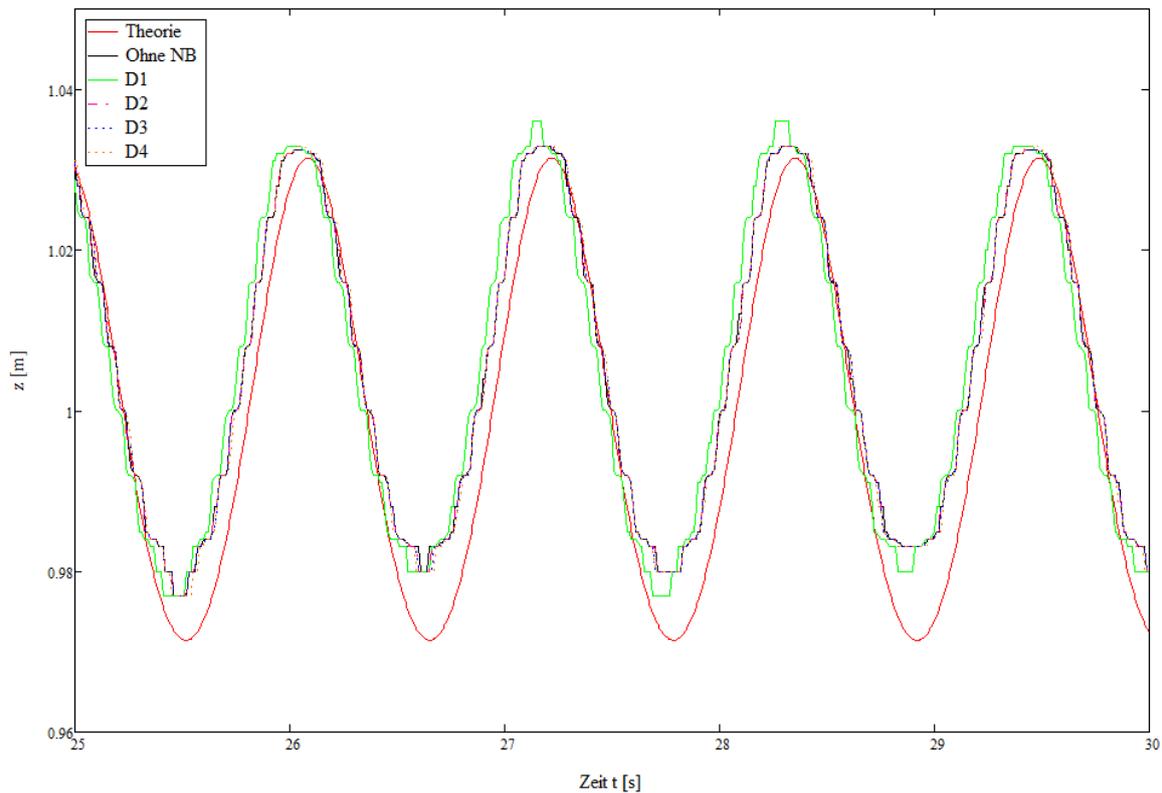


Abbildung 4.11.: Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene Dämpfungsparameter bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m

Der Verlauf ist bis 24s zeitlich konstant, anschließend zeigt sich jedoch wieder eine stärkere Verringerung der Amplitude im Wellental. Ein Einfluss des NBT auf den Amplitudenverlauf ist bei diesem Netzmodell an der Stelle $x = 2$ m nur bei dem Modell D1 zu sehen. Dort zeigt sich im zeitlich späteren Verlauf eine Erhöhung der Wellenamplitude am Wellenberg. Die anderen Modelle zeigen an dieser Stelle keinen Einfluss des NBT auf den Amplitudenverlauf.

Eine weitere Möglichkeit zur Dämpfung ist die Implementierung einer Steigung am Kanalende. Basierend auf Modell M1 wird eine Schräge am Kanalende implementiert. Verwendet wird eine Steigung von 1 : 3. Es werden zwei unterschiedliche Vernetzungen im Bereich der Schräge untersucht. In Anhang E sind die verwendeten Netze dargestellt. In Abbildung 4.12 ist der Verlauf der Amplituden an der Stelle $x = 2$ m bei den zwei verschiedenen Netzen dargestellt. Es zeigen sich bei beiden Modellen starke Abweichungen zur Theorie. Das Modell "Strand-M2" zeigt von Beginn an einen zeitlich nicht konstanten Verlauf und teilweise große Schwankungen in der Amplitudenhöhe. Ab 24s zeigen beiden Modelle eine starke Dämpfung der Wellenamplituden. Die Verläufe deuten, insbesondere bei dem Modell "Strand-M2" an, dass die Wellen reflektiert werden und sich gegenseitig durch destruktive Interferenz auslöschen. Dieses Modell wird aufgrund der vorhandenen Abweichungen nicht weiter untersucht.

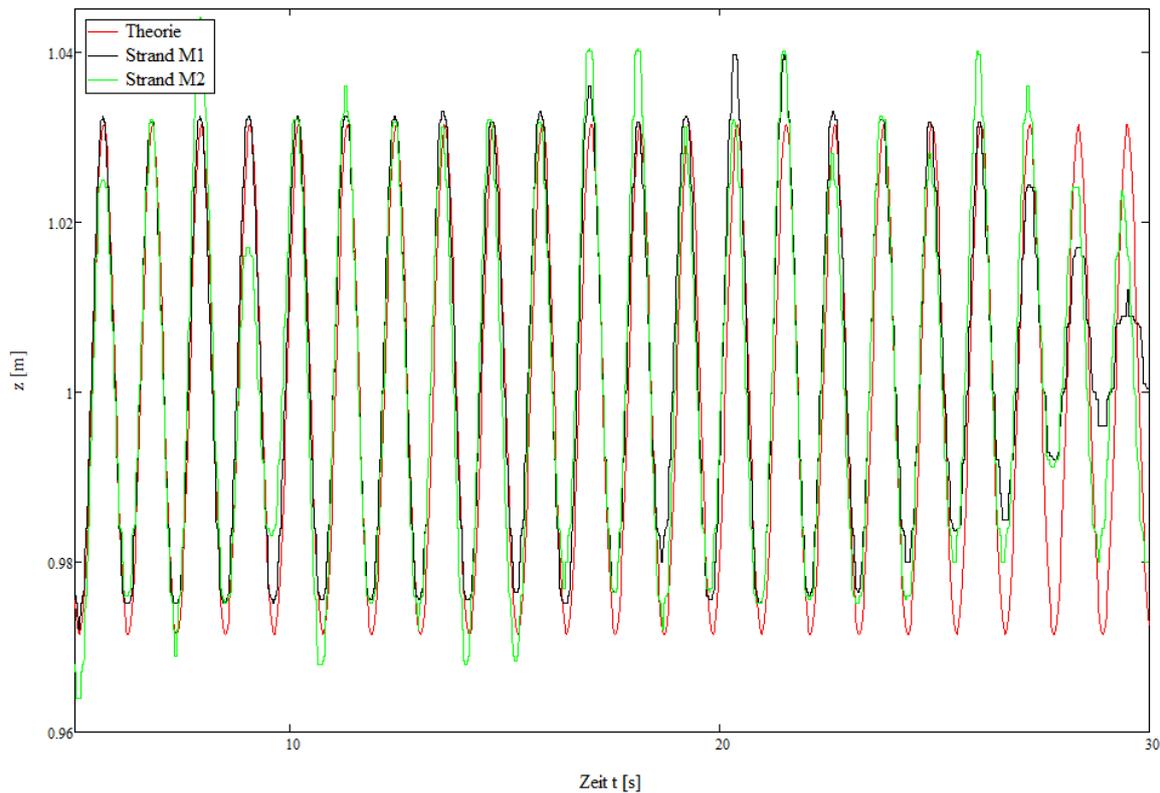


Abbildung 4.12.: Darstellung der Amplitudenverläufe an der Stelle $x = 2$ m bei Dämpfung durch einen Strand am Kanalende

Die Untersuchungen der verschiedenen Dämpfungsmodelle zeigen, dass das Netzmodell M1 mit dem Dämpfungsmodell D1 und das Netzmodell M2 ohne NBT den theoretischen Verlauf am besten wiedergeben. Da das Modell M2 aufgrund der etwas geringeren Zellanzahl eine Reduzierung der Rechenzeit ermöglicht, wird dieses für die weiteren Berechnungen verwendet. Die Abweichung der Amplitude im Wellental ist bei allen Modellen vorhanden, so dass daraus geschlossen wird, dass diese nicht aus Reflexionseinflüssen resultiert.

4.3. Netzstudie

Um einen Einfluss des Netzes im Auswertungsbereich auszuschließen, wird eine Netzstudie durchgeführt. Grundlage ist das Netzmodell M2, bei dem die Zellhöhe im Bereich der freien Oberfläche variiert wird. Dabei werden die Zellhöhen im Bereich der freien Oberfläche einmal verdoppelt und einmal halbiert. Ausgewertet werden die Amplitudenverläufe im Vergleich zu dem theoretischen Verlauf. Abbildung 4.13 zeigt, dass das mittlere Netz mit einer gewählten Zellhöhe von 8 mm im Bereich der Oberfläche, den theoretischen Verlauf gut wieder gibt. Das doppelt so feine Netz mit einer Zellhöhe von 4 mm in diesem Bereich zeigt den annähernd gleichen Verlauf. Der theoretische Verlauf wird geringfügig bessere dargestellt. Das Modell benötigt jedoch aufgrund der erhöhten Elementanzahl auch mehr Rechenzeit als das mittlere Netzmodell. Das grobe Netz mit einer Zellhöhe von 16 mm weist eine deutliche Abweichung zur Theorie auf.

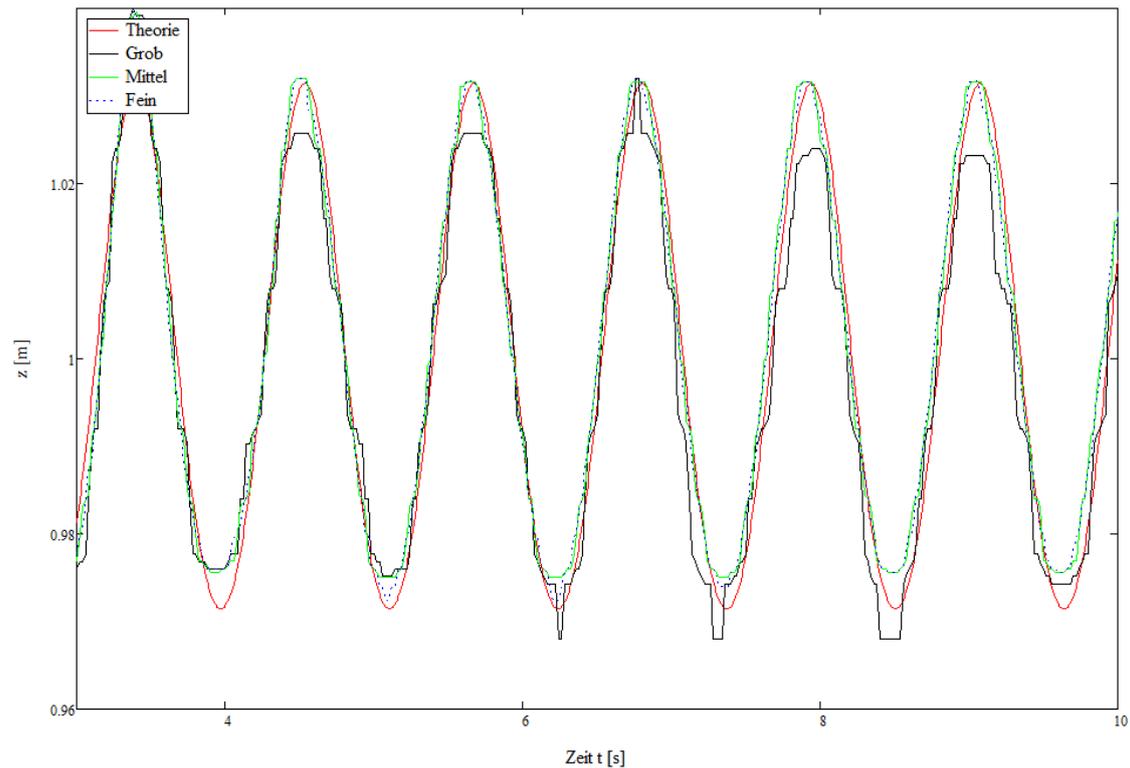


Abbildung 4.13.: Darstellung der Amplitudenverläufe für eine Netzstudie zur Zelhöhe im Bereich der freien Oberfläche bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m

Im Folgenden wird das Netzmodell M2 mit einer Zelhöhe von 8 mm, im Bereich der freien Oberfläche, für alle weiteren Untersuchungen verwendet.

4.4. “Volume of Fluid“-Modelle

Da FLUENT eine Vielzahl von Methoden zur Berechnung des Volumenanteils zur Verfügung stellt und diese Methoden je nach Anwendungsfall stark unterschiedlich geeignet sind, wird eine Studie zu den verschiedenen Methoden durchgeführt. Es werden Berechnungen mit den in Kapitel 3.2.4 beschriebenen Diskretisierungsmethoden durchgeführt. Das Rekonstruktionsverfahren “Donor-Acceptor“ kann bei dieser Modellkonfiguration nicht verwendet werden. Auf eine Simulation mit dem Upwind-Verfahren 1. Ordnung wird verzichtet, da es ungenauer als das Upwind-Verfahren 2. Ordnung ist. In Abbildung 4.14 ist der Verlauf der Amplitude an der Stelle $x = 2$ m für die unterschiedlichen Methoden dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, dass die Modelle mit den Methoden QUICK und 2. Ordnung-Upwind starke Abweichungen verursachen. Diese Modelle eignen sich nicht zur Darstellung des Wellenverlaufes. Die anderen Modelle zeigen einen zeitlich konstanten Verlauf. Bei den Modellen “modified-HRIC“ und “compressive“ ist eine geringere Wellenhöhe als bei dem theoretischen Verlauf zu erkennen. Die beiden Modelle weisen zudem einen schwankenden Verlauf auf. Die restlichen Modellen zeigen im Bereich der Amplitude des Wellenberges eine gute Übereinstimmung mit der Theorie. Die Abweichung der Amplitude im Wellental besteht bei allen Modellen weiterhin.

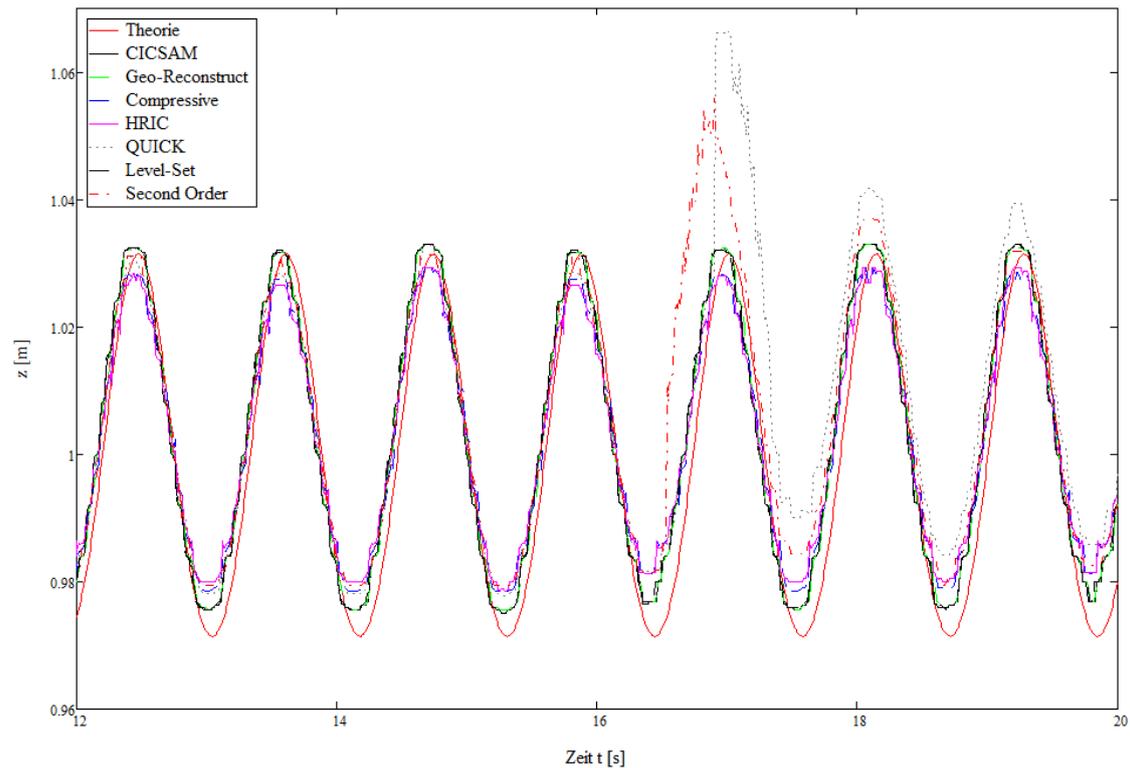


Abbildung 4.14.: Darstellung der Amplitudenverläufe für verschiedene VOF-Verfahren bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m

Abbildung 4.16 zeigt in detaillierter Ansicht den Verlauf der akzeptablen Modelle. Alle drei Modelle zeigen den selben Verlauf. Der Wellenberg wird hier gut abgedeckt. Im Wellental ist die Amplitude kleiner als der theoretische Verlauf. Zudem zeigt sich bei allen drei Modellen eine minimale Phasenverschiebung im Verlauf vom Wellental zum Wellenberg. Zur Überprüfung der Wellenlänge ist in Abbildung 4.15 die Wellenausprägung bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s exemplarisch an dem Modell mit der Level-Set Methode dargestellt. Die Wellenlänge entspricht der Vorgabe von $L = 2$ m.

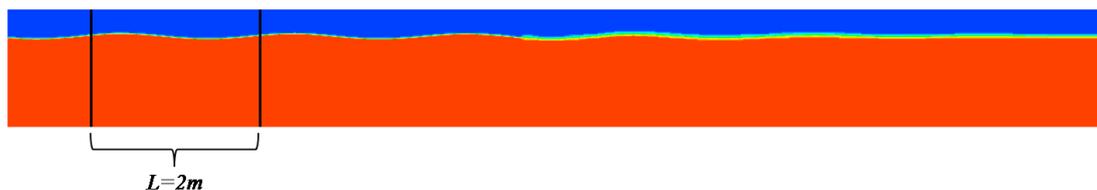


Abbildung 4.15.: Wellenausprägung im NWK mit der Level-Set Methode bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

Die Level-Set Methode zeigt zwar einen gut mit der Theorie übereinstimmenden Verlauf, benötigt jedoch deutlich mehr Rechenzeit als die anderen beiden Methoden. Zwischen der Methode "geo-reconstruct" und "CICSAM" ist weder im Amplitudenverlauf noch in der benötigten Rechenzeit ein wesentlicher Unterschied zu erkennen.

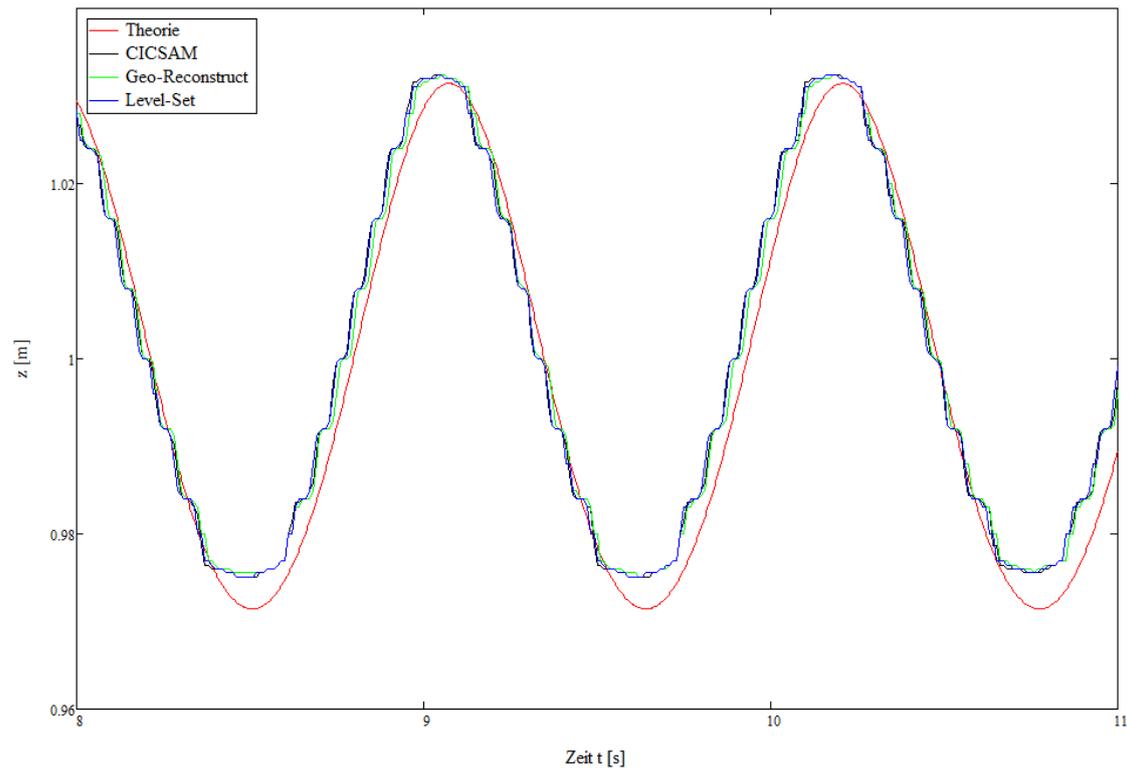


Abbildung 4.16.: Detailansicht der Amplitudenverläufe verschiedener VOF-Verfahren bei dem Modell M2 an der Stelle $x = 2$ m

In den weiteren Berechnungen wird das geometrische Rekonstruktionsverfahren für alle Modelle verwendet.

4.5. Dynamisches Netz

In diesem Kapitel werden die Einstellungen und Teilergebnisse der Simulation des Wellenantriebes durch eine bewegte Wand erläutert. Es werden eine translatorische Bewegung und eine rotatorische Bewegung des Wellenerzeugers implementiert. Um eine Vergleichbarkeit zu ermöglichen, werden die selben Wellenparameter wie in den Modellen mit dem Geschwindigkeitseinlass verwendet. Die Lösungsmethoden, sowie das Netz, werden ebenfalls wie bei der Untersuchung des Geschwindigkeitseinlasses gewählt.

Zur Simulation des bewegten Wellenantriebes ist der “Dynamic-Mesh“-Ansatz notwendig. Hierbei wird bei beiden Bewegungsarten die Methode der dynamischen Zellschichtung verwendet. Da ein strukturiertes Netz verwendet wird, eignet sich diese Methode am besten. Zudem lässt sich diese Methode sehr einfach implementieren und führt schnell zu einer konvergenten Lösung. Die Zellhöhe der zu erzeugenden Zellschichten wird auf 8 mm festgelegt. Die Aufteilungs- und Verschmelzungsrate wird auf 0,4 gesetzt. Die Zeitschrittweite muss bei diesem Ansatz verringert werden, um trotz der Bewegung des Netzes eine konvergente Lösung zu erzielen. Die Schrittweite wird auf $\Delta t = 2$ ms festgelegt. Aufgrund der geringeren Schrittweite wird eine Simulationszeit von 20 s gewählt, um die Rechenzeiten nicht zu stark ansteigen zu lassen.

Translatorische Bewegung

Da die Methode der dynamischen Zellschichtung besonders für strukturierte Netze und translatorische Bewegungen geeignet ist, erzeugt diese bei der translatorischen Antriebsart ein sehr gutes Netz. In Abbildung 4.17 bis 4.19 ist der Netzverlauf für drei verschiedene Zeitschritte dargestellt.

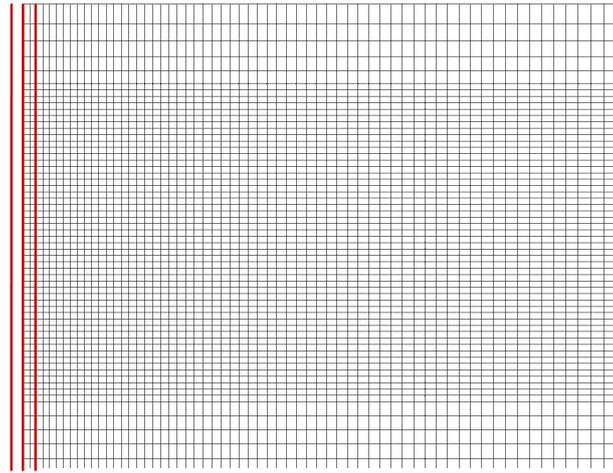


Abbildung 4.17.: Dynamische Netzadaption bei translatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 0

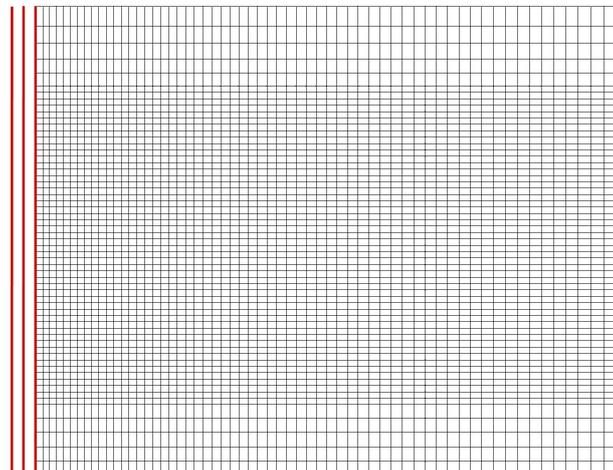


Abbildung 4.18.: Dynamische Netzadaption bei translatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 140

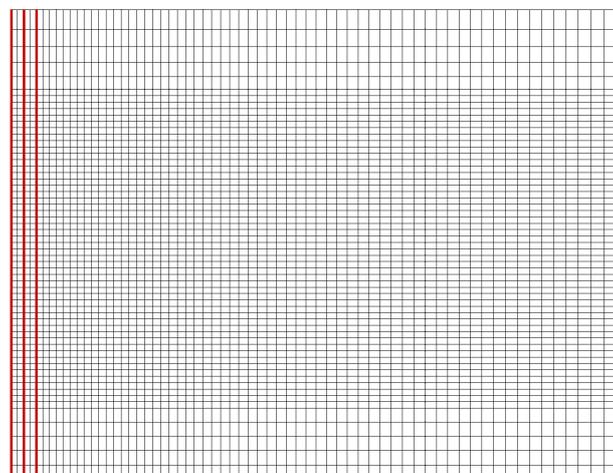


Abbildung 4.19.: Dynamische Netzadaption bei translatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 420

Rotatorische Bewegung

Mit der Methode der dynamischen Zellschichtung können nur ganze Zellschichten neu aufgebaut werden. Dies hat zur Folge, dass das Netz durch die rotatorische Bewegung an der bewegten Wand große Zellen erzeugt. Die Abbildungen 4.20 bis 4.22 zeigen den Netzverlauf durch die dynamische Netzadaption. In Abbildung 4.21 sind die verlängerten Zellen im unteren Bereich und in Abbildung 4.22 im oberen Bereich des Wellenerzeugers zu erkennen.

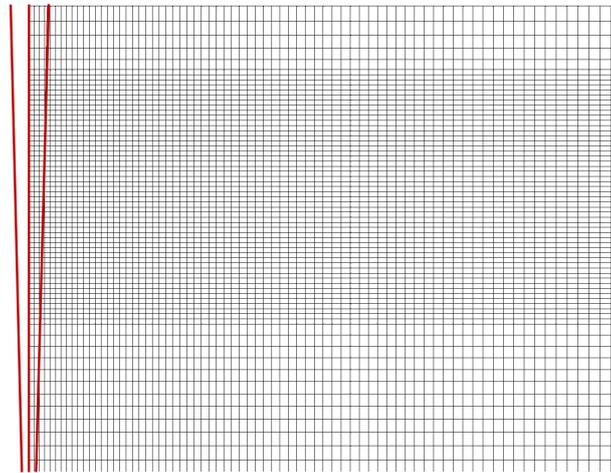


Abbildung 4.20.: Dynamische Netzadaption bei rotatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 0

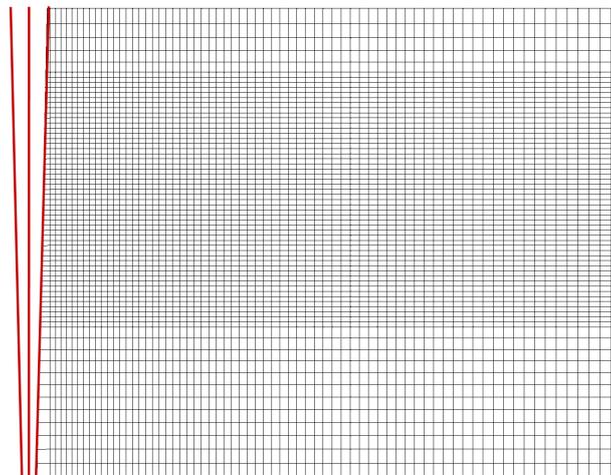


Abbildung 4.21.: Dynamische Netzadaption bei rotatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 140

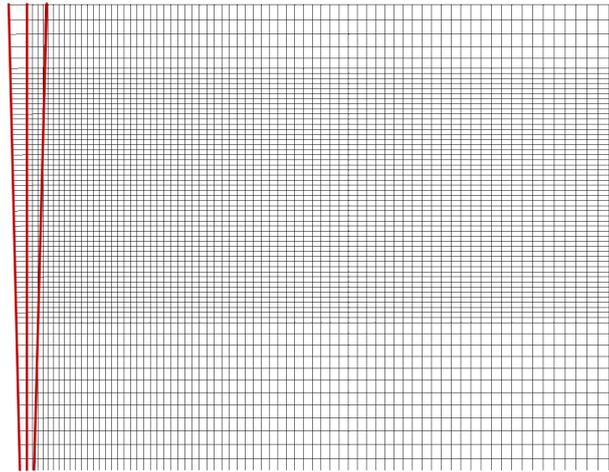


Abbildung 4.22.: Dynamische Netzadaption bei rotatorischer Bewegung bei dem Zeitschritt 420

In Abbildung 4.23 sind die beiden Amplitudenverläufe des rotatorischen und des translatorischen Antriebes dargestellt. Die beiden Antriebe zeigen exakt den selben Verlauf. Der Amplitudenverlauf entspricht dem theoretischen Verlauf, bis zu einer Simulationszeit von 13s, sehr gut. Die Wellenhöhe, sowie die Wellenlänge, entsprechen den Vorgaben. Im weiteren zeitlichen Verlauf zeigt sich eine Erhöhung der Wellenhöhe mit Übergang zu einer stärker ausgeprägten trochoidalen Wellenform. Dies zeigt sich in der Zuspitzung des Wellenberges und einer Abflachung des Wellentals. Es wird angenommen, dass dies auf Reflexionseinflüsse zurückzuführen ist.

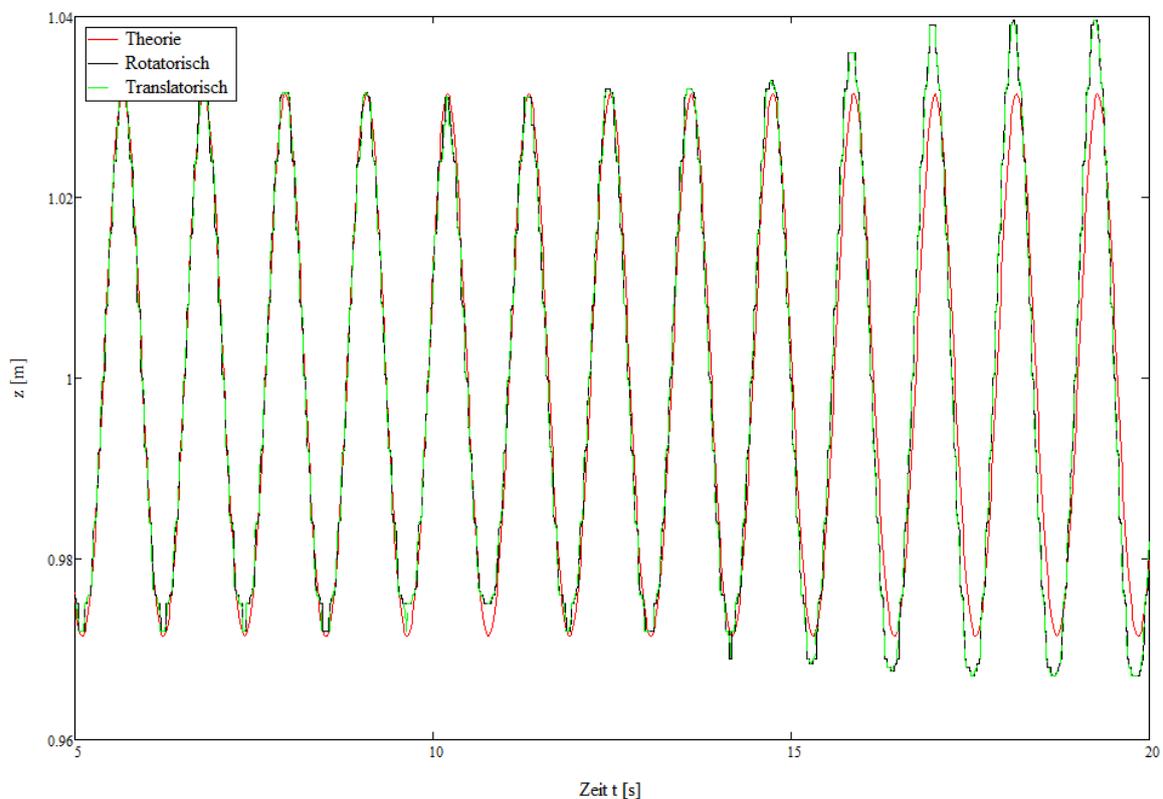


Abbildung 4.23.: Darstellung der Amplitudenverläufe bei rotatorischen und bei translatorischen Antrieb an der Stelle $x = 2$ m

Um den Einfluss der Dämpfung an diesem Modell zu untersuchen, werden im Folgenden verschiedene Dämpfungsvarianten an einem der Antriebe untersucht.

Die bisherigen Simulationen wurden mit dem Netzmodell M2 durchgeführt, da dieses bei dem Geschwindigkeitseinlass die besten Ergebnisse erzielt hat. Es werden des Weiteren das Modell M2 mit dem NBT mit einem Dämpfungswiderstand von $40 \frac{1}{\text{m}}$ und einer Dämpfungslänge von 2m untersucht. Sowie das Modell M1 mit den selben Dämpfungsparametern und ohne NBT. In Abbildung 4.24 ist der Dämpfungseinfluss an der Stelle $x = 12\text{m}$ dargestellt. Im Gegensatz zur den Modellen des Geschwindigkeitseinlasses ist hier kein Einfluss des NBT erkennbar. Beide Netzmodelle zeigen eine nahezu vollständige Dämpfung der Wellen. Der ideale konstante Verlauf bei $z = 1\text{m}$ wird im Gegensatz zur Methode des Geschwindigkeitseinlasses mit dem Modell M1 noch besser dargestellt.

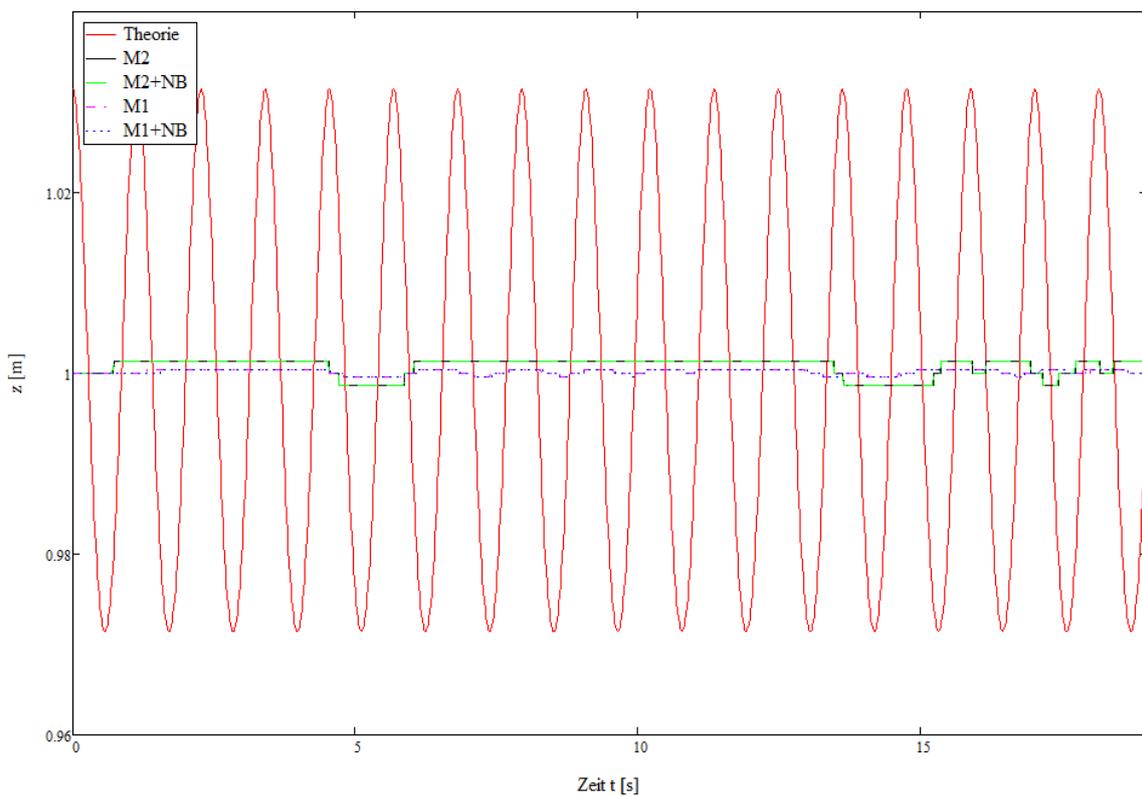


Abbildung 4.24.: Darstellung des Dämpfungseinflusses auf den Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 12\text{m}$ bei verschiedenen Modellen

Das Modell M1 zeigt auch nach Abbildung 4.25 einen deutlich besseren Verlauf an der Stelle $x = 2\text{m}$. Die Wellenamplitude entspricht im Wellental, sowie im Wellenberg, dem theoretischen Verlauf. Das Modell M2 weist weiterhin eine Vergrößerung der Wellenhöhe auf. Zudem zeigt sich bei dem Modell M2 eine geringe Phasenverschiebung.

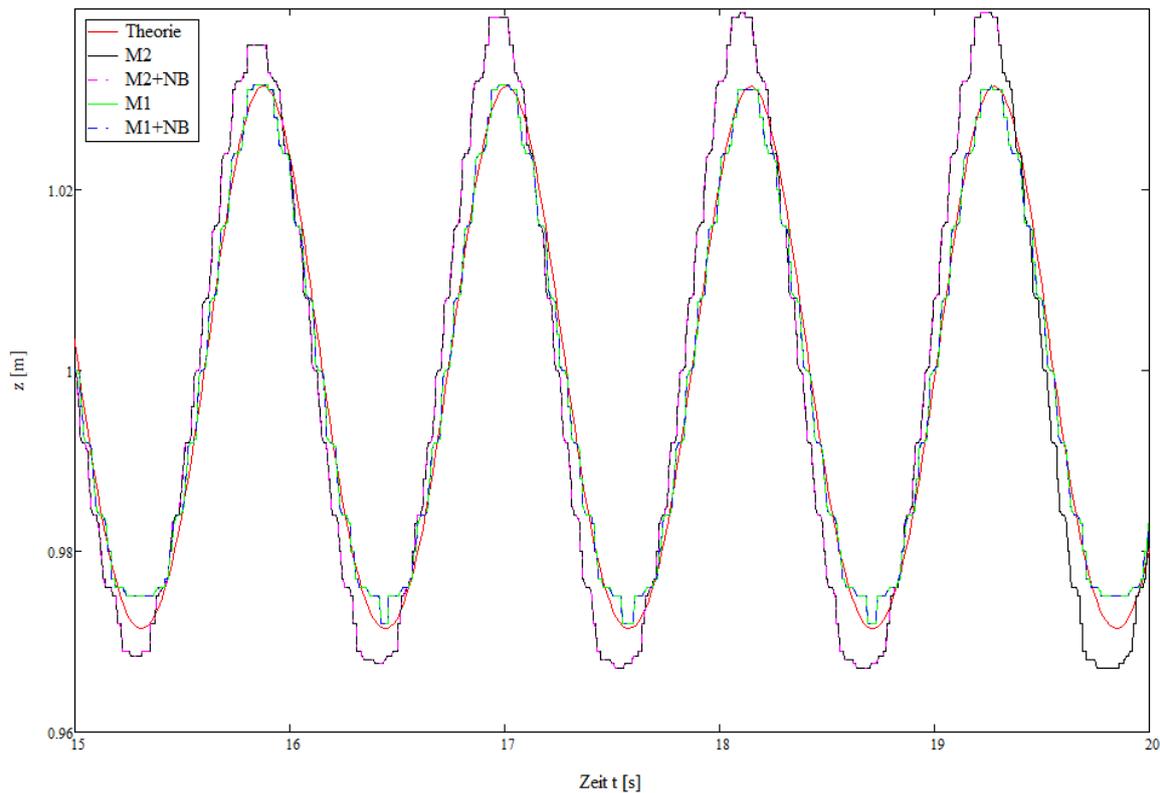


Abbildung 4.25.: Darstellung des Dämpfungseinflusses auf den Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2$ m bei verschiedenen Modellen

Das Modell M1 wird im Folgenden für die dynamische Randbedingung verwendet. Um eine Vergleichbarkeit zwischen den Modellen erzeugen zu können, wird das Modell des Geschwindigkeitseinlasses mit diesem Netz und der kleineren Zeitschrittweite durchgeführt. Es zeigt sich, dass der Verlauf identisch mit dem Verlauf bei dem größeren Netzmodell M2 mit der größeren Zeitschrittweite ist, so dass dieses Netz wegen der geringeren Rechenzeit weiterhin zur Modellierung des Geschwindigkeitseinlasses verwendet wird.

4.6. Wellenkonfigurationen

Für die Untersuchung der unterschiedlichen Modelle zur Erzeugung von Wellen werden verschiedene Konfigurationen simuliert. Aufgrund der aufgezeigten Probleme werden nur Tiefwasserwellen simuliert. In der Tabelle 4.4 sind die verschiedenen Konfigurationen der Wellenparameter dargestellt.

Modell	Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Beschreibung
T1	2	0,1	Amplitudeneinfluss
T2	2	0,24	Trochoidale Wellenform
T3	0,5	0,06	Minimale Wellenlänge
T4	3,57	0,24	Übergangsbereich

Tabelle 4.4.: Konfigurationen der Wellenparameter für die Modell T1 bis T4

Als Referenzmodell werden die in diesem Kapitel untersuchten Wellenparameter verwendet. Die Konfigurationen werden mit den hier beschriebenen Methoden durchgeführt. Für die Simulation der bewegten Randbedingung wird das Modell M1 ohne NBT verwendet. Für die Simulation des

Geschwindigkeitseinlasses wird das Modell M2 ohne NBT verwendet. Die Ergebnisse werden in Kapitel 5 ausgewertet.

4.7. Modellbildung “Bewegter Zylinder”

Die bisherigen Modelle beschäftigen sich mit der Erzeugung von Wellen, die möglichst genau dem theoretischen Verlauf entsprechen. Im Hinblick auf technische Problemstellungen ist meistens die Wirkung der Wellen auf einen Körper von Interesse. Für die Implementierung eines Körpers in die Modelle sind einige Änderungen nötig. Die vorzunehmenden Modifikationen sind im Folgenden erläutert.

Zur Simulation eines bewegten Körpers ist eine Geometrie- und Netzanpassung notwendig. Die Geometrie des Körpers wird durch Subtraktion des entsprechenden Flächenmodells von dem Fluidraum erzeugt. Zudem wird die Kanalhöhe auf 1,5 m erhöht, um oberhalb des Körpers ausreichend Platz für die Netzanpassung zu erhalten. Die Länge des Kanals wird auf 7 m verkürzt, um die stark erhöhte Rechenzeit zu reduzieren. Um die Bewegung des Netzes erzeugen zu können, werden verschiedene Netzanpassungen im Bereich des Körpers benötigt. Der Grundaufbau des Netzes der vorherigen Modelle bleibt erhalten.

Abbildung 4.26 zeigt das verwendete Netz. Im Bereich der Netzänderung werden Dreieckselemente verwendet. Dies ist nötig, um die Neuvernetzung- und Netzglättungsmethode verwenden zu können. Direkt um den Körper wird ein Netz mit Viereckselementen angewendet, um die Auswertung entlang des Körpers zu vereinfachen. Dieser Bereich bewegt sich mit dem Körper mit, hat aber keinen Einfluss aus das Fluid. Um einen bessere Netzadaption zu erreichen, wird um diesen Bereich ein weiterer mitbewegter Bereich erzeugt. Dieser wird ebenfalls mit Dreieckselementen vernetzt, um eine Anpassung an das veränderte Netz zu ermöglichen. Alle Bereiche werden sehr fein mit einer Kantenlänge von 0,01 m vernetzt, um schlechte Elemente bei der Netzanpassung zu verhindern.

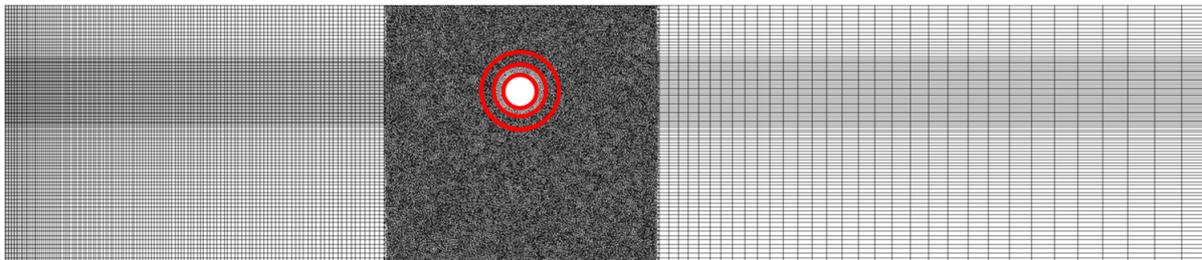


Abbildung 4.26.: Berechnungsgitter Modell Z1 mit Implementierung eines Zylinders

Für die Simulation muss ein Turbulenzmodell verwendet werden. Verwendet wird das $k-\epsilon$ -Modell. Die Randbedingungen müssen entsprechend angepasst werden. Um Konvergenzprobleme zu beseitigen werden sekundäre und primäre Phase getauscht. Dies ermöglicht eine Rückströmung der Luft am Druckauslass. Das Turbulenzmodell wird mit dem 2. Ordnung Upwind-Verfahren berechnet. Die restlichen Lösungsmethoden werden, wie bei den bisherigen Modellen verwendet. Da für die Anwendung der Netzadaption eine sehr feine Schrittweite benötigt wird, wird die Methode der bewegten Randbedingung verwendet.

Für die Implementierung des Körpers ist die Option “6 Freiheitsgrad-Löser“ zu verwenden. Der Körper wird als Starrkörper definiert. Mittels einer UDF wird dem Zylinder eine Masse und, entsprechend den Abmaßen, die Massenträgheitsmomente zugewiesen. Des Weiteren können die Freiheitsgrade definiert werden. In Anhang C befindet sich ein Beispiel der UDF. Zudem muss der Schwerpunkt des Körpers im globalen Koordinatensystem definiert werden. Den beiden mitbewegten Fluidzonen werden die selben Einstellungen zugeordnet. Diese werden jedoch auf passiv

gesetzt, so dass sie keine Auswirkungen auf das Fluid haben. Des Weiteren wird die implizite Anpassung aktiviert. Dies ist notwendig, da ansonsten Konvergenzprobleme auftreten und die Berechnung abbricht. Dies bedeutet jedoch auch eine deutlich erhöhte Rechenzeit.

Als Vernetzungsmethoden zur Netzanpassung werden die federbasierende Netzglättung und die Neuvernetzungsmethode verwendet. Der Federkonstantenfaktor wird auf 0,5 gesetzt. Die Neuvernetzung wird lokal angewendet und die entsprechenden Parameter aus dem Ursprungsnetz übernommen. Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird das Aktualisierungsintervall von 5 Zeitschritten auf 3 Zeitschritte reduziert.

Für dieses Modell ist eine sehr feine Schrittweite nötig, um ein Netz mit schlechter Elementqualität zu vermeiden und ein konvergente Lösung zu erzielen. Es wird eine Schrittweite von $\Delta t = 0,5$ ms gewählt. Da die Rechenzeit aufgrund der Netzanpassung schon sehr groß ist, wird nur ein Durchlauf der Wellen durch den Kanal simuliert. Dafür werden 8000 Zeitschritte benötigt.

Dieses Modell führt zu Konvergenzproblemen bei der Lösung des Druckes. Modifikationen im Verfahren für die Druckberechnung und Anpassungen in den Berechnungskriterien führen ebenfalls zu keiner konvergenten Lösung. Des Weiteren überschreitet die Rechendauer mehrere Tage, so dass eine Modelländerung vorgenommen werden muss. Der Berechnungsbereich wird auf 4 m reduziert. Dies reduziert die Rechendauer erheblich. Zudem wird der gesamte Strömungsbereich mit Dreieckselementen vernetzt. Dies führt zwar zu einer ungenaueren Phasengrenzfläche, bringt aber Vorteile für die Neuvernetzung. Zudem wird um den Körper nur ein Zellbereich implementiert. Da mit diesem Modell nur die Implementierbarkeit eines mit bewegenden Körpers dargestellt werden soll, reicht dies völlig aus. Das verwendete Netz ist in Abbildung 4.27 dargestellt.

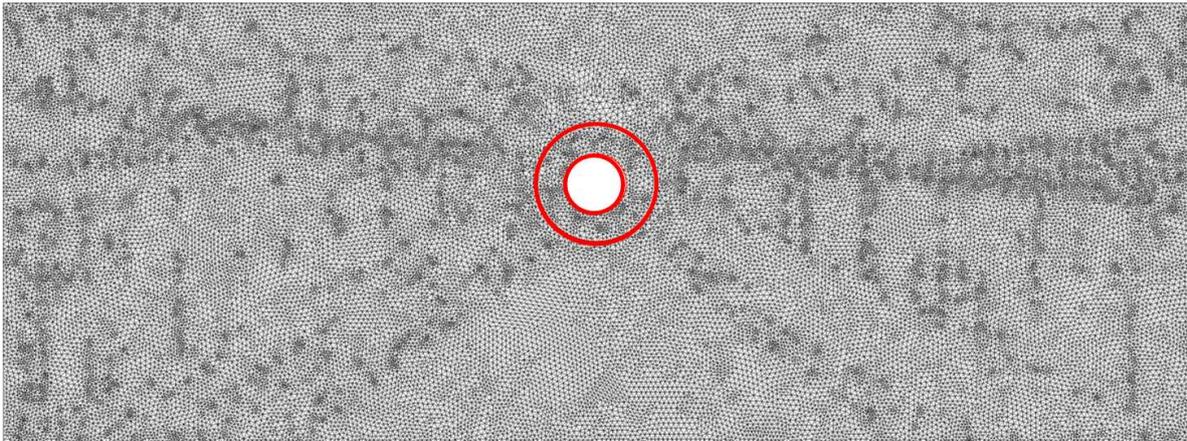


Abbildung 4.27.: Berechnungsgitter Modell Z2 mit Implementierung eines Zylinders

Die bisher verwendete UDF wird zudem so abgeändert, dass nur eine vertikale Bewegung des Zylinders zugelassen wird. Dies soll eine zu starke Netzänderung und damit einen Abbruch der Berechnung verhindern.

Die Simulation wird mit folgenden Wellenparametern des Referenzmodells durchgeführt:

Modell	Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
Modell Z2	2	0,06	1	5,54
Modell Z3	2	0,18	1	5,54

Tabelle 4.5.: Wellenparameter der Modelle mit bewegtem Zylinder

Das Modell Z2 soll die Möglichkeit der Implementierung eines Körpers in den Wellengang aufzeigen. Um die resultierende Bewegung des Körpers besser darstellen zu können, wird eine weitere

Simulation mit dem Modell Z3 mit größerer Wellenhöhe durchgeführt. Da die Wellen entlang des Kanals aufgrund des Netzes gedämpft werden, ermöglicht dieses Modell eine bessere Darstellung der Wellenausprägung.

5. Auswertung

In diesem Kapitel werden die in Kapitel 4 ermittelten Modelle zur Simulation von Wellen bei verschiedenen Wellenkonfigurationen ausgewertet. Für jede Wellenkonfiguration werden die Ergebnisse des Modells mit dem Geschwindigkeitseinlass und der beiden Modelle der bewegten Randbedingung betrachtet.

5.1. Referenzmodell

Zunächst werden die ermittelten Ergebnisse aus dem Referenzmodell untersucht. Zur Übersicht sind die Wellenparameter noch einmal in folgender Tabelle 5.1 dargestellt:

Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
2 m	0,06	1	5,54

Tabelle 5.1.: Wellenparameter des Referenzmodells

Zur Überprüfung des Modells wird zunächst der Druckverlauf exemplarisch an dem Modell der bewegten Randbedingung untersucht. Abbildung 5.1 zeigt den Druckverlauf bei einer Simulationszeit von $t = 20\text{s}$. Der Verlauf entspricht den Erwartungen. Mit steigender Wassertiefe steigt, aufgrund des hydrostatischen Druckes, der Druck an.

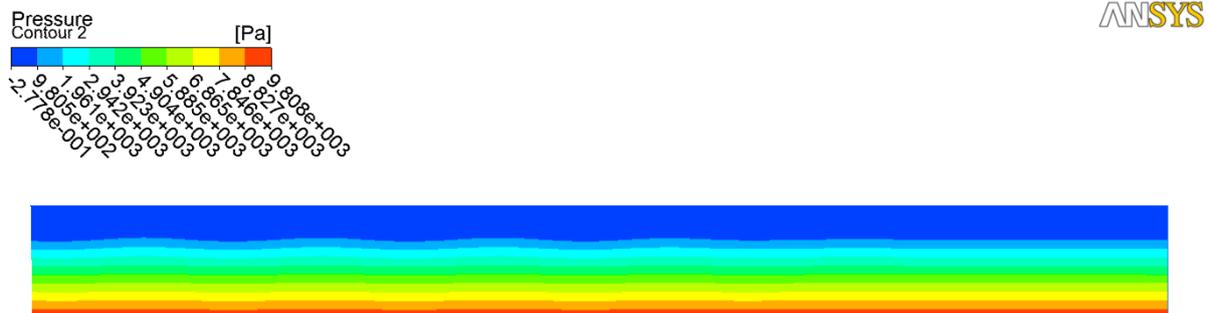


Abbildung 5.1.: Druckverlauf des Referenzmodells bei dem Modell M1 mit bewegter Randbedingung bei einer Simulationszeit von $t = 20\text{s}$

In Abbildung 5.2 ist der Verlauf der Amplituden mit den unterschiedlichen Randbedingungen dargestellt. Wie in Kapitel 4 festgestellt, zeigt sich kein Unterschied in den Amplitudenverläufen der beiden unterschiedlich bewegten Antriebe. Diese Modellierung stimmt sehr gut mit der theoretischen Berechnung überein. Der zeitliche Verlauf der Amplitude ist konstant. Die Methode des Geschwindigkeitseinlasses zeigt zeitlich ebenso einen nahezu konstanten Verlauf. Die Amplitude im Wellental ist bei dieser Methode jedoch kleiner als der theoretische Verlauf. Abbildung 5.3 zeigt den Verlauf im Detail.

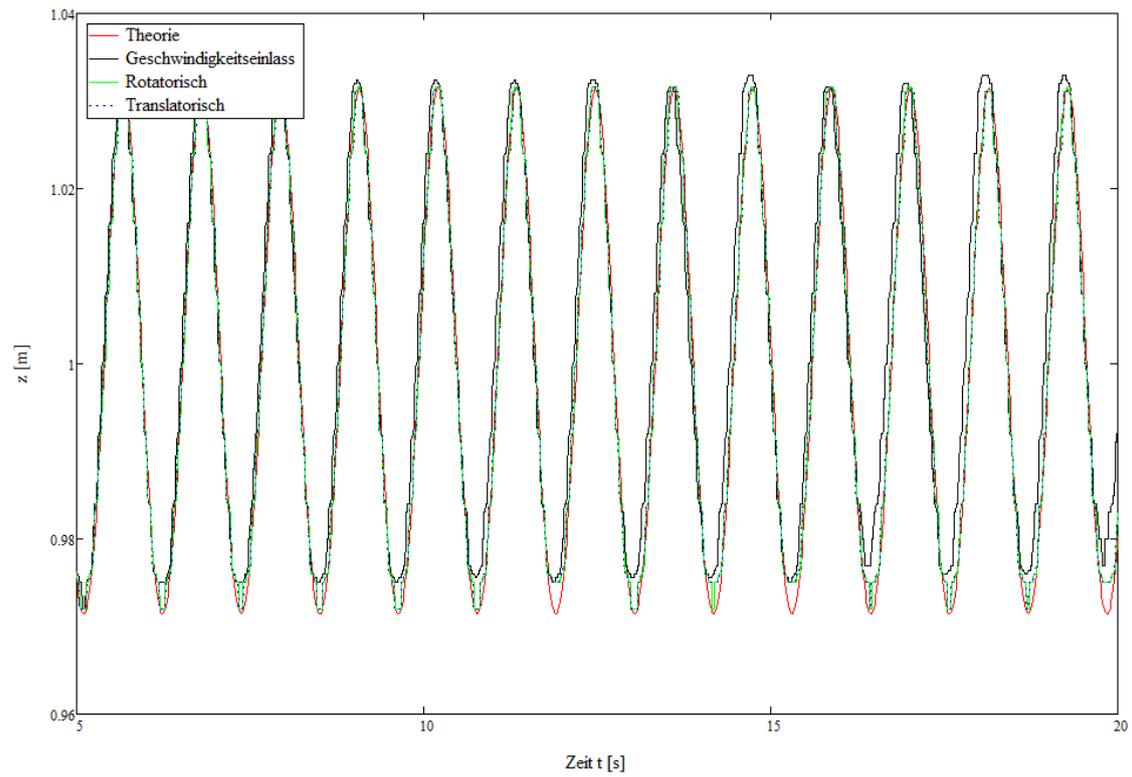


Abbildung 5.2.: Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Referenzmodellen an der Stelle $x = 2$ m

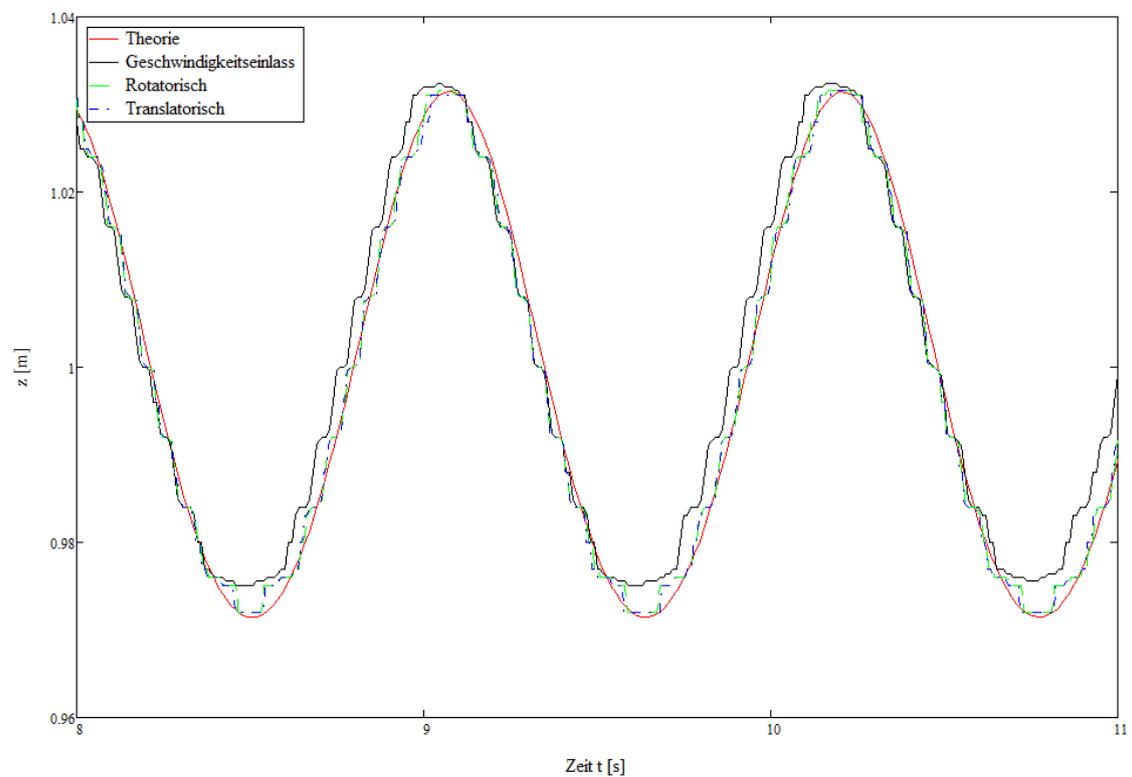


Abbildung 5.3.: Detailansicht der Amplitudenverläufe bei den Referenzmodellen an der Stelle $x = 2$ m

In Abbildung 5.3 ist zu sehen, dass der Verlauf der bewegten Randbedingung bezüglich der Amplitudenhöhe im Wellental, sowie im Wellenberg, mit der Theorie exakt übereinstimmt. Der unstetige Verlauf der Grafen resultiert aus der Berechnung der Werte mit Hilfe der Auswertungsroutine. Das Modell und die Theorie weisen keine Phasenverschiebung auf. Bei dem Modell des Geschwindigkeitseinlasses ist eine leichte Verschiebung der Phase bei der positiven Steigung des Amplitudenverlaufes zu erkennen. In Anhang F ist zur Verdeutlichung die Wellenausprägung mit den unterschiedlichen Methoden der Wellenerzeugung bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s dargestellt. Es zeigt sich bei allen Modellen eine Wellenlänge von $L = 2$ m, die den Vorgaben entspricht. Die Dämpfung der Wellen am Kanalende ist bei den Modellen deutlich zu sehen. Bei dem Modell der bewegten Randbedingung ist die Dämpfung ausgeprägter, wie in Kapitel 4.2 ermittelt. Bei der Methode des Geschwindigkeitseinlasses zeigt sich die breitere Phasengrenzfläche, verursacht durch die größeren Zellen. Um die Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation exemplarisch an diesem Modell zu untersuchen, werden die Geschwindigkeitsverläufe der x- und y-Komponenten in Abbildung 5.4 und 5.5 dargestellt. Der Verlauf der y-Komponenten gibt den theoretischen Verlauf gut wieder. Bei der x-Komponente zeigen sich leichte Abweichungen zum theoretischen Verlauf. Diese sind bei der Methode der bewegten Randbedingung stärker ausgeprägt. Die Abweichungen sind minimal und werden daher akzeptiert.

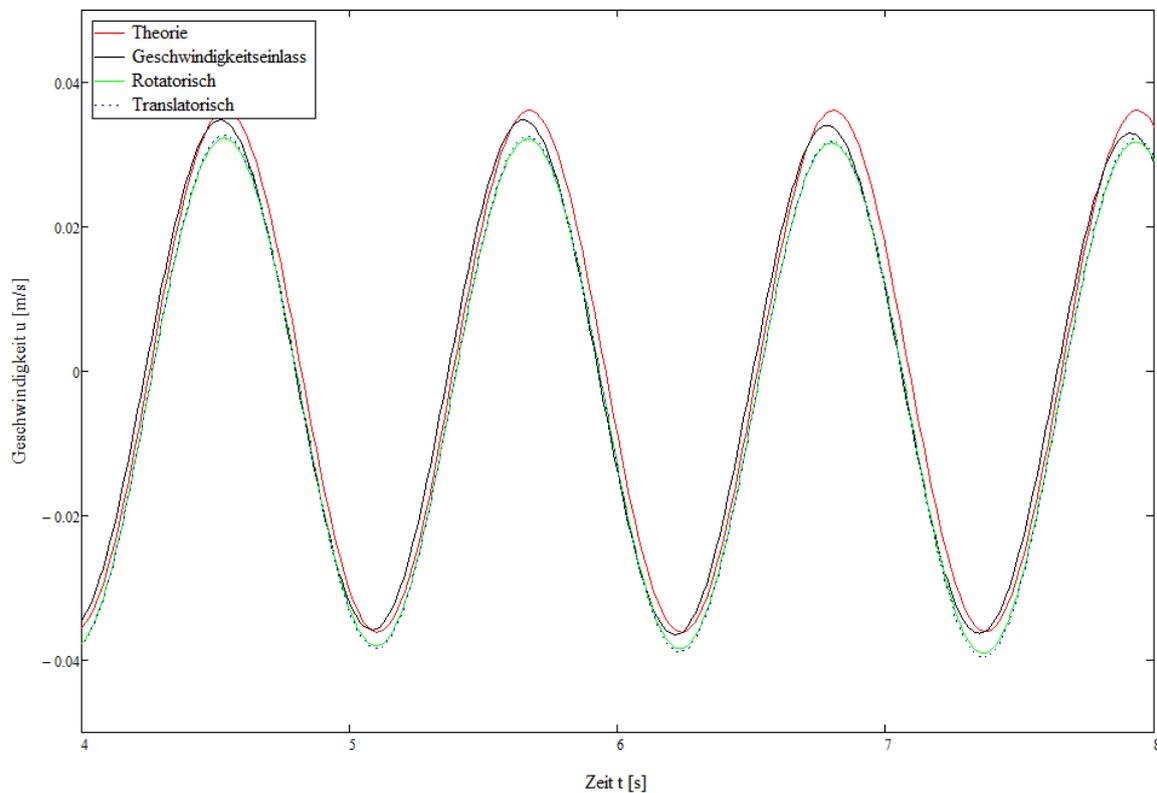


Abbildung 5.4.: Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der x-Komponente der Referenzmodelle an der Stelle $x = 2$ m und $z = -0,5$ m

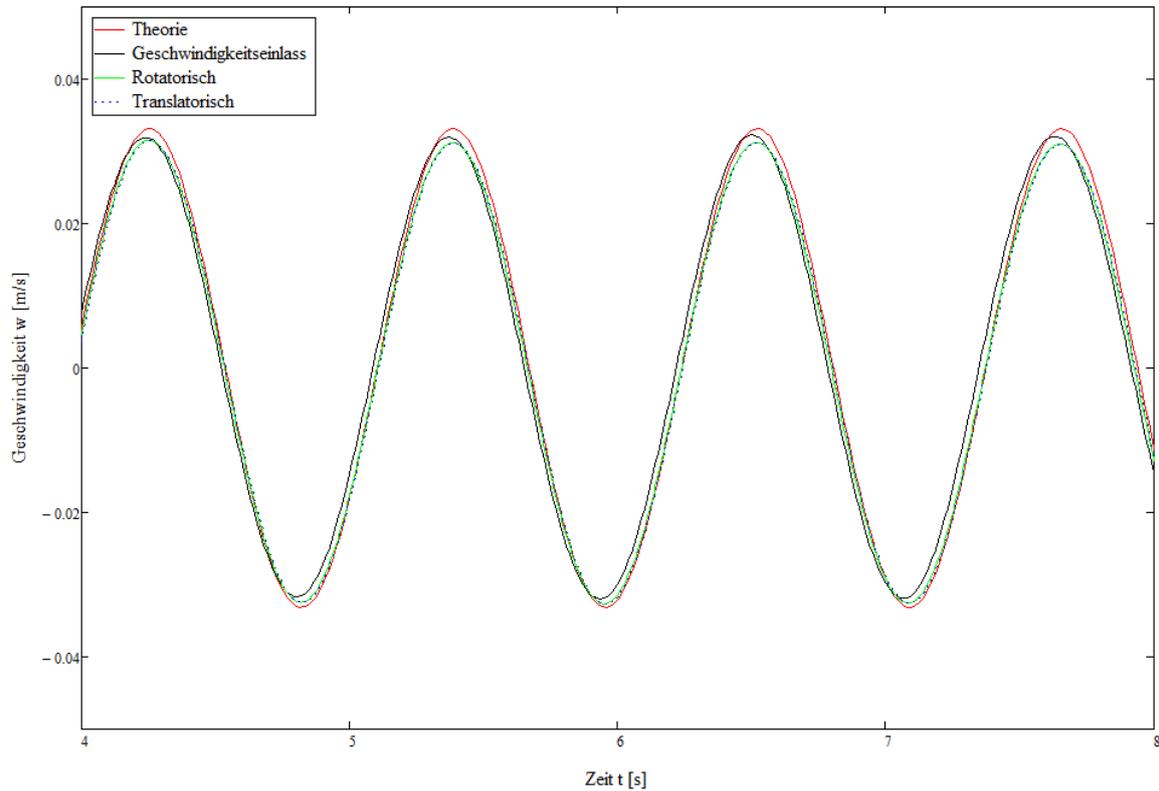


Abbildung 5.5.: Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der y-Komponente der Referenzmodelle an der Stelle $x = 2$ m und $z = -0,5$ m

Nach der linearen Theorie der Wellenerzeuger ist die Welle im unmittelbaren Bereich des Wellenerzeugers mit Geschwindigkeitskomponenten der stehenden Wellen überlagert, wie in Kapitel 3.1.3 erläutert. Dieser Einfluss verschwindet nach der Theorie im Bereich von 2 bis 3 mal der Wassertiefe. In Anhang G ist der theoretische Geschwindigkeitsverlauf an den Stellen $x = 0,05$ m, $x = 0,1$ m und $x = 0,5$ m bei $z = -0,5$ m dargestellt. Bei dieser Wellenkonfiguration ist der Einfluss der stehenden Wellen an der Stelle $x = 0,5$ m schon nicht mehr erkennbar, wie die Diagramme G.1 bis G.3 zeigen. An der Position $x = 0,05$ m ist der Einfluss noch deutlich zu sehen. Dies zeigt sich auch in der Simulation, dargestellt in Abbildung 5.6. Die minimalen Abweichungen können auf der Vernachlässigung der nichtlinearen Anteile in der Berechnung der Theorie des Wellenerzeugers oder auf numerischen Fehlern beruhen.

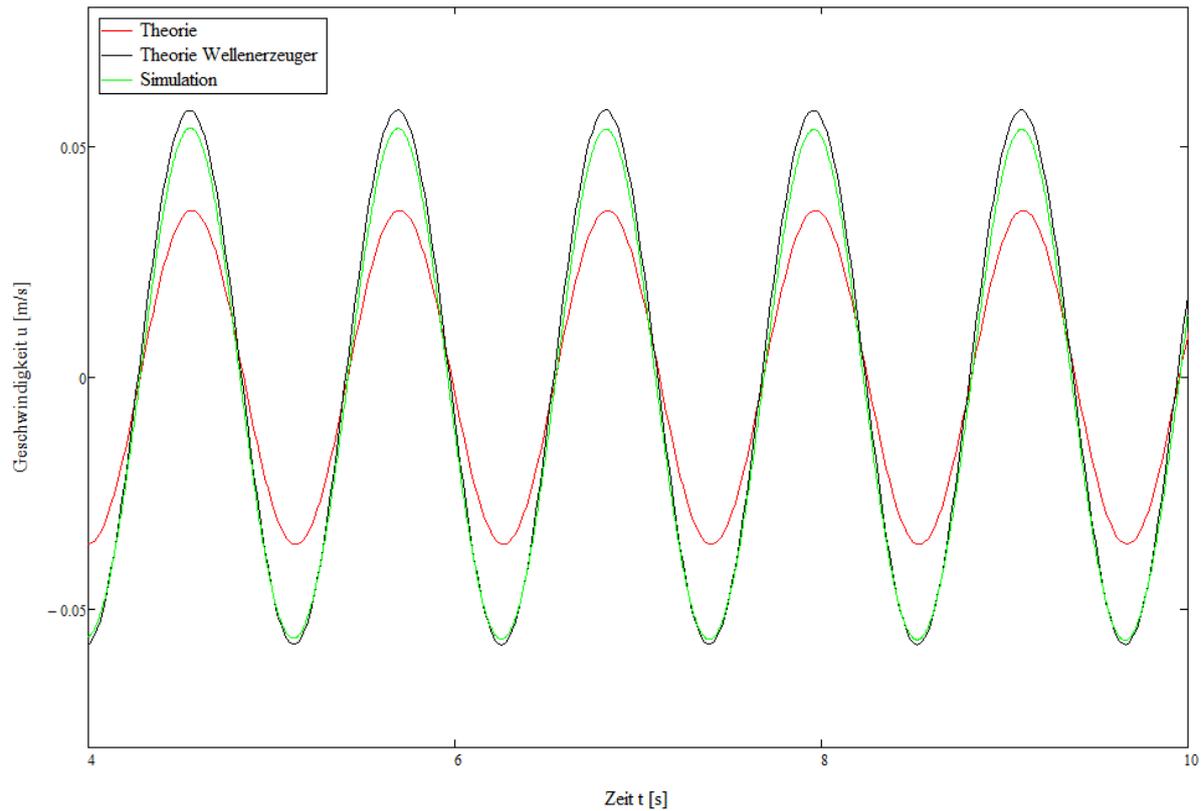


Abbildung 5.6.: Geschwindigkeitsverlauf der x-Komponente des Referenzmodells im Vergleich zur Theorie an der Stelle $x = 0,05$ m und $z = -0,5$ m

Bei sehr kleinen Amplituden eignen sich beide Verfahren gut zur Darstellung des Wellenverlaufes. Die Methode der bewegten Randbedingung liefert exaktere Ergebnisse, benötigt jedoch aufgrund der geringeren Schrittweite für die Netzadaption und der höheren Zellenanzahl auch erheblich mehr Rechenleistung. Die Methode des Geschwindigkeitseinlasses führt dagegen zügig zu einer konvergenten Lösung. Die Abweichungen des Amplitudenverlaufes im Wellental liegen bei dieser Methode im Bereich weniger Prozentpunkte. Wenn keine exakte Wellenausbildung notwendig ist, reicht dieses Modell vollkommen aus, um die Wellen darzustellen.

5.2. Wellenkonfigurationen

Um die Anwendbarkeit der Modelle, mit den unterschiedlichen Randbedingungen, zu untersuchen werden mehrere Wellenkonfigurationen simuliert. Im Folgenden sind die Ergebnisse der Simulationen der Modelle T1 bis T4 mit den unterschiedlichen Methoden der Wellenerzeugung dargestellt.

5.2.1. Modell T1

Das Modell T1 wird mit folgenden, in Tabelle 5.2 dargestellten, Wellenparametern berechnet.

Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
2	0,1	1	5,54

Tabelle 5.2.: Wellenparameter des Modells T1

Das Modell T1 soll den Einfluss der Wellenhöhe bei den unterschiedlichen Randbedingungen darstellen. Die Wellenhöhe ist mit $H = 0,1\text{ m}$ so gewählt, dass die entstehenden Wellen nach Abbildung 3.5 im Bereich der Wellentheorie nach Stokes 3. Ordnung liegen. Abbildung 5.7 zeigt den Amplitudenverlauf des Modells T1 an der Stelle $x = 2\text{ m}$.

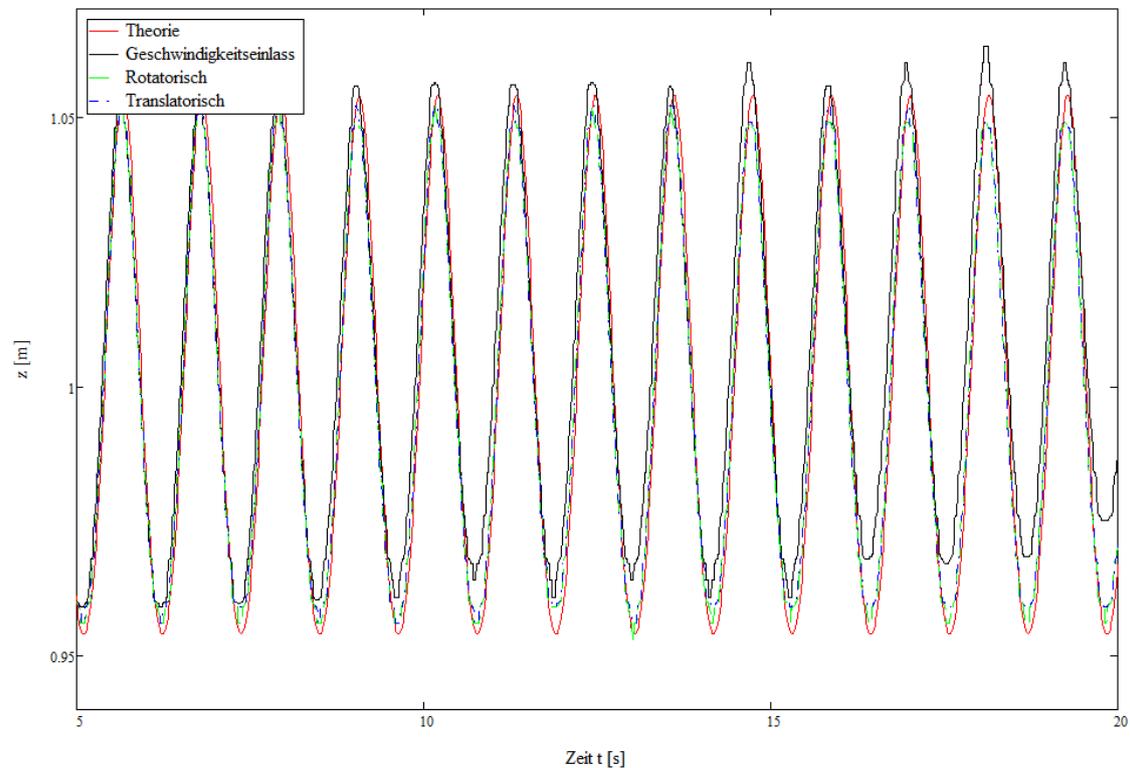


Abbildung 5.7.: Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T1 an der Stelle $x = 2\text{ m}$

Mit steigender Wellenhöhe zeigt das Modell des Geschwindigkeitseinlasses Abweichungen zum theoretischen Verlauf. Der zeitliche Amplitudenverlauf ist nicht konstant. Mit wachsender Simulationszeit verschiebt sich die Nulllinie des Wellengangs nach oben, es ergibt sich ein „Aufstauen“ des Kanals. Die Amplitude des Wellentals zeigt bei einer Simulationszeit von $t = 20\text{ s}$ eine Verringerung um fast 30 % im Vergleich zu der Amplitude bei $t = 5\text{ s}$. Die Amplitude des Wellenberges steigt an. Die Methode der bewegten Randbedingung zeigt bei beiden Antriebsarten einen zeitlich konstanten Amplitudenverlauf. Die Amplitudenverläufe der unterschiedlichen Antriebsarten sind näherungsweise identisch. Ab einer Simulationszeit von $t = 14\text{ s}$ zeigt sich eine leichte Dämpfung der Amplitude im Wellental bei dem translatorischen Antrieb. Der rotatorische Antrieb entspricht im Wellental dem theoretischen Verlauf. Beide Modelle zeigen ab $t = 17,5\text{ s}$ eine Verringerung der Wellenamplitude im Wellenberg. Bei längeren Laufzeiten ergeben sich bei allen Modellen leichte Abweichungen zur Theorie. Die Auswertung der Übereinstimmung zwischen Simulation und Theorie erfolgt daher bis zu einer Simulationszeit von $t = 11\text{ s}$. In Abbildung 5.8 ist die Detailansicht des Amplitudenverlaufes dargestellt. Der Verlauf der Amplituden entspricht dem theoretischen Verlauf. Minimale Abweichungen der Amplitude sind im Wellental und im Wellenberg zu erkennen. Diese lassen sich auf numerische Fehler durch die Diskretisierung und auf Fehler durch das verwendete Auswertungsverfahren zurückführen.

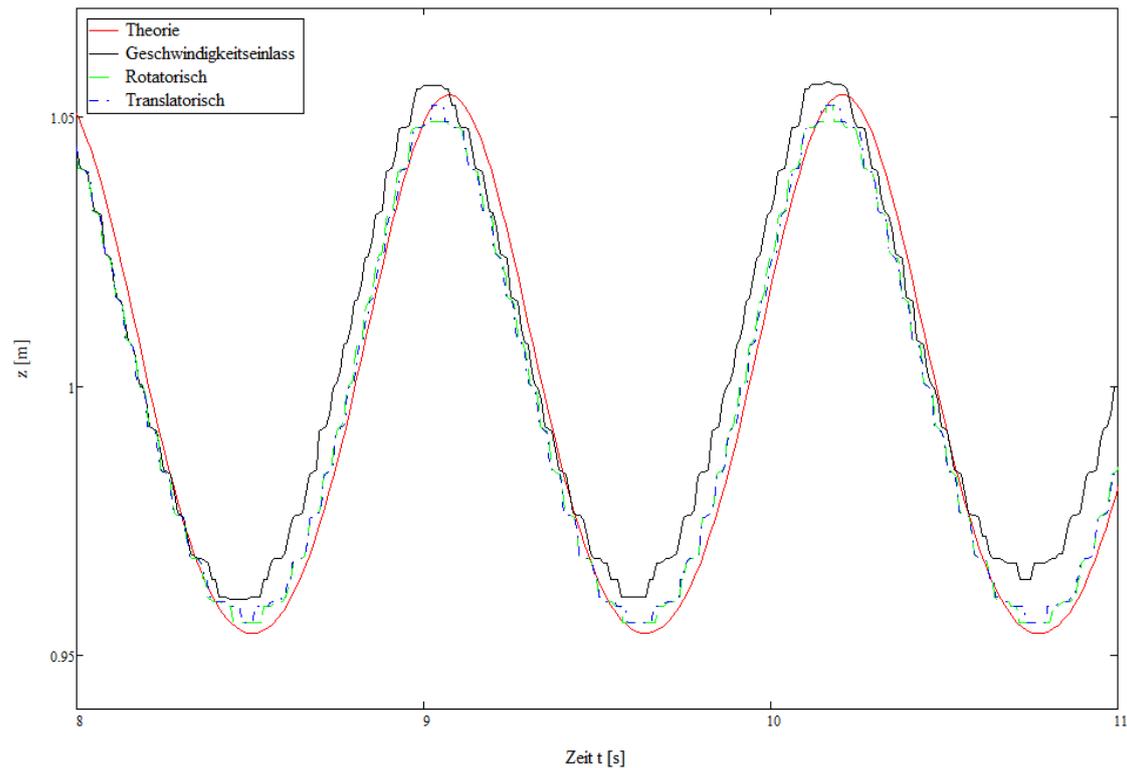


Abbildung 5.8.: Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T1 an der Stelle bei $x = 2$ m

Die Methode des Geschwindigkeitseinlasses zeigt schon bei $t = 8,5$ m eine Abweichung im Wellenberg sowie im Wellental. Bei einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $C = 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ hat der erste Wellenzug bei $t = 8,5$ s erst eine Strecke von 15 m zurückgelegt. An der Stelle $x = 2$ m kann also eine Beeinflussung des Amplitudenverlaufes durch Reflexion ausgeschlossen werden. Die Abweichungen müssen auf dem Ansatz dieser Methode beruhen. Da die Wellenparameter nach der Theorie im Bereich der Wellentheorie nach Stokes 3. Ordnung liegen, die Simulation aber mit den Geschwindigkeiten nach Stokes 2. Ordnung berechnet wird, könnte dies zu den Abweichungen führen. Die Methode der bewegten Randbedingung zeigt eine minimale Phasenverschiebung im Bereich der negativen Steigung des Wellenberges auf. Diese Phasenverschiebung ist auch bei der Methode des Geschwindigkeitseinlass zu sehen, ist bei dieser Methode jedoch stärker ausgeprägt. In Anhang H ist der Wellenverlauf für diese Wellenkonfiguration bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s dargestellt. Hier zeigt sich, dass die Dämpfung bei dem Modell des Geschwindigkeitseinlasses nicht zu einer vollständigen Dämpfung der Wellen führt. Bei dem Modell des bewegten Randbedingung dagegen ist eine vollständige Dämpfung der Welle im hinteren Kanalbereich zu sehen. Die Wellenausprägung entspricht bei beiden Modellen dem zu erwartenden Verlauf mit einer Wellenlänge von $L = 2$ m.

Die Simulationen des Modells T1 mit unterschiedlicher Wellenerzeugung zeigen, dass eine geringe Erhöhung der Wellenhöhe einen großen Einfluss auf den Amplitudenverlauf bei der Methode des Geschwindigkeitseinlasses hat. Verglichen mit [20] zeigt sich eine geringere Abweichung der Amplitude im Wellental. Dies kann auf der Verwendung der Wellentheorie höherer Ordnung und auf dem Diskretisierungsverfahren höherer Ordnung beruhen. Bei der Methode der bewegten Randbedingung zeigt sich kein negativer Einfluss durch die Erhöhung der Wellenhöhe auf den Amplitudenverlauf im Vergleich zu dem Referenzmodell. Diese Methode gibt den theoretischen Verlauf sehr gut wieder.

5.2.2. Modell T2

Das Modell T2 wird mit folgenden, in Tabelle 5.3 dargestellten, Wellenparametern berechnet.

Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
2	0,24	1	5,54

Tabelle 5.3.: Wellenparameter des Modells T2

Mit diesem Modell wird der Einfluss der trochoidalen Wellenform untersucht. Bei einer Wellenlänge von $L = 2\text{ m}$ und einer Wellenhöhe $H = 0,24\text{ m}$ ergibt sich nach Abbildung 3.5 eine stark trochoidale Wellenform, die durch die Wellentheorie nach Stokes 4. Ordnung beschrieben werden kann. Abbildung 5.9 zeigt die Amplitudenverläufe der Modelle an der Stelle $x = 2\text{ m}$.

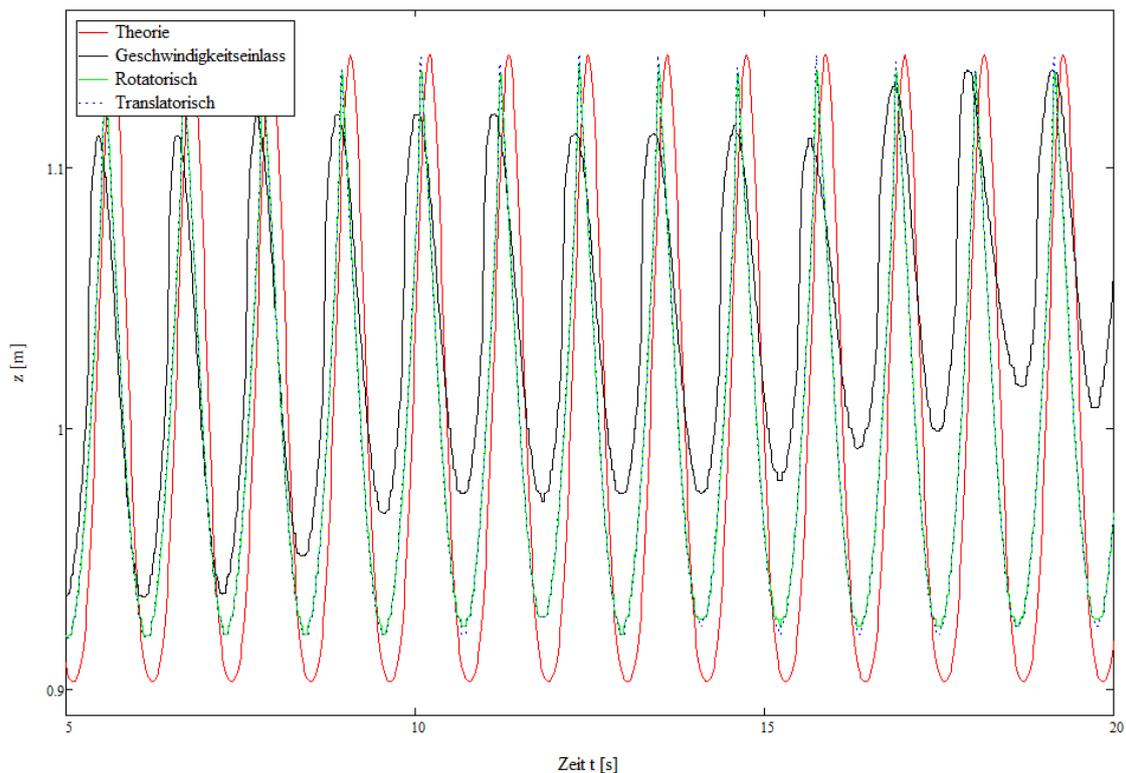


Abbildung 5.9.: Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T2 an der Stelle $x = 2\text{ m}$

Die Methode des Geschwindigkeitseinlasses zeigt sich für diese Wellenkonfiguration als ungeeignet. Der Amplitudenverlauf ist zeitlich stark unterschiedlich. Die Amplitude des Wellentals nimmt deutlich ab und die Nullwasserlinie schiebt sich nach oben. Bei $t = 18\text{ s}$ liegt die Amplitude des Wellentals schon über der eigentlichen Nullwasserlinie bei $z = 1\text{ m}$. In Abbildung 5.10 ist die Wellenausprägung des Modells mit dem Geschwindigkeitseinlass bei $t = 4\text{ s}$ dargestellt. Es kommt direkt zu Beginn der Wellenausprägung zu einem Brechen der Wellen.

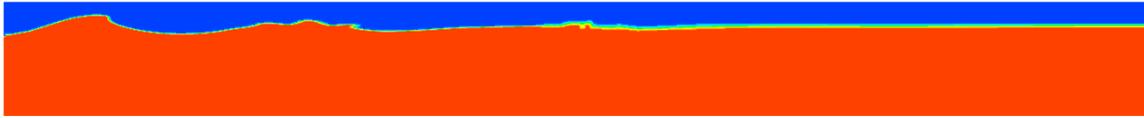


Abbildung 5.10.: Wellenausprägung im NWK des Modells T2 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 4$ s

Die Methode der bewegten Randbedingung zeigt nach Abbildung 5.9 einen zeitlich konstanten Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2$ m. Ein Unterschied zwischen den Antriebsarten ist bei diesem Modell nicht vorhanden. Der Vergleich zwischen diesen Modellen und der Theorie zeigt einen ähnlichen Verlauf. Da der theoretische Verlauf auf der Theorie nach Stokes 2. Ordnung basiert und die Wellenparameter der Theorie nach 4. Ordnung zuzuordnen sind, lassen sich die Abweichungen darüber erklären. Theorien höherer Ordnungen sorgen für eine weitere Abflachung des Wellentals und einer Zuspitzung des Wellenberges, so dass die trochoidale Wellenform stärker ausgeprägt wird. In entsprechender Literatur [6] sind die hier erwähnten Verläufe zu sehen. In der Detailansicht des Amplitudenverlaufes in Abbildung 5.11 ist diese Wellenform bei der Methode des bewegten Randes deutlich zu erkennen.

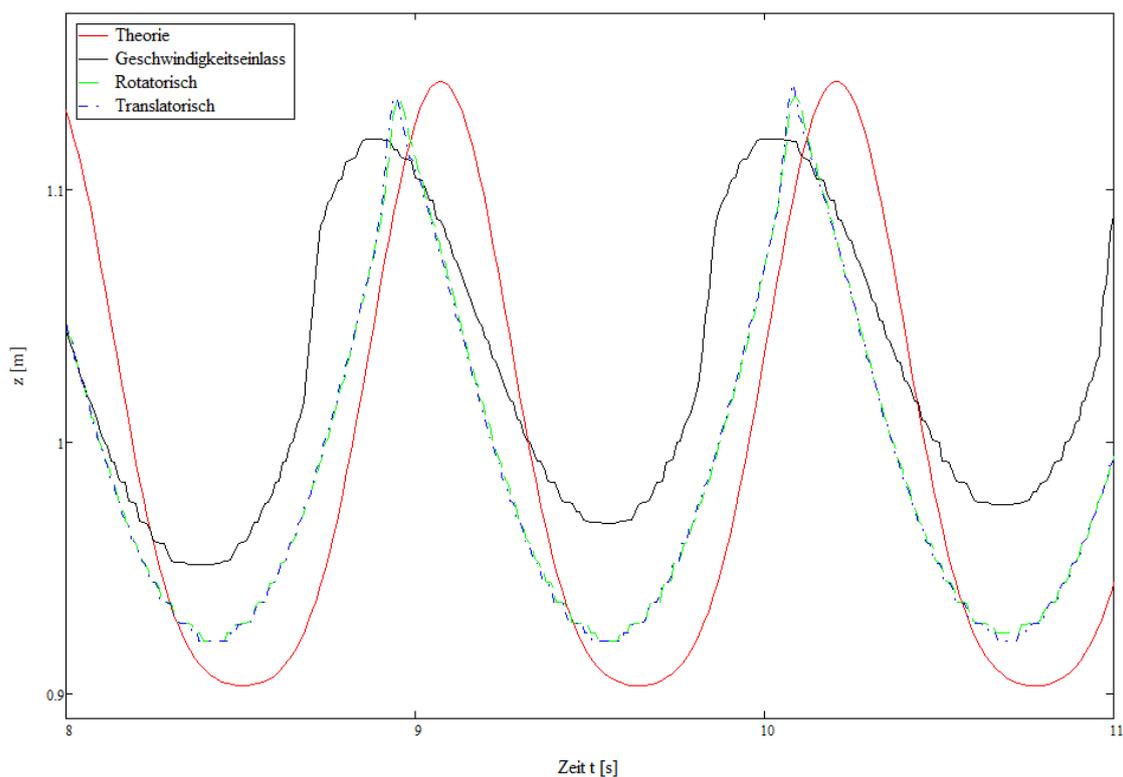


Abbildung 5.11.: Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T2 an der Stelle $x = 2$ m

Die Methode der bewegten Randbedingung stellt den theoretischen Verlauf näherungsweise dar. Abweichungen sind im Bereich des Wellentals erkennbar. Hier ist die Amplitude deutlich geringer als nach der Theorie. Des Weiteren ist eine deutliche Phasenverschiebung erkennbar. Die Wellenamplitude entspricht im Bereich des Wellenberges dem theoretischen Verlauf. Der Wellenberg ist

jedoch deutlich zugespitzter. Ab einem Tangentenwinkel von $\gamma < 120^\circ$ am Wellenkamm werden Wellen nach Stokes instabil. Die Wellenausprägung über den Wellenkanal wird daher bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s untersucht. Abbildung 5.12 zeigt diesen Verlauf der Wellen bei dem Modell T2 mit der bewegten Randbedingung.

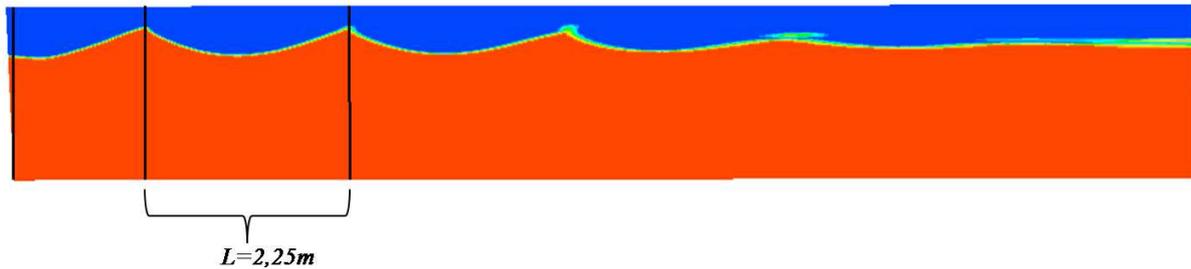


Abbildung 5.12.: Wellenausprägung im NWK des Modell T2 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

Der Verlauf zeigt, dass es ungefähr an der Position $x = 6$ m des Wellenkanals zu einem Brechen der Wellen kommt. Es ist ein deutlich zugespitzter Wellenkamm zu sehen, der zum Zusammenbruch der Wellen führt. Nach der Theorie dürfte ein Brechen der Wellen bei dieser Wellenkonfiguration noch nicht auftreten. Dies könnte darauf beruhen, dass die verwendete Theorie des Wellenerzeugers zur Berechnung des Hubes des Antriebes auf dem linearen Ansatz für kleine Wellen basiert. Diese Grundvoraussetzung wird bei den verwendeten Wellenparametern nicht eingehalten. Die Wellenlänge liegt mit $L = 2,25$ m über der geforderten Wellenlänge von $L = 2$ m.

Dieses Wellenkonfiguration zeigt deutlich die Unterschiede zwischen den Randbedingungen auf. Das Modell des Geschwindigkeitseinlasses ist nicht geeignet den Wellenverlauf, der Theorie entsprechend, darzustellen und führt direkt zu einem Brechen der Wellen. Die Methode der bewegten Randbedingungen stellt dagegen den theoretischen Verlauf zu Beginn der Wellenausprägung näherungsweise dar, mit Abweichungen in der Wellenlänge und der Amplitude des Wellentals. Anschließend kommt es auch bei diesem Modell zu einem Brechen der Wellen.

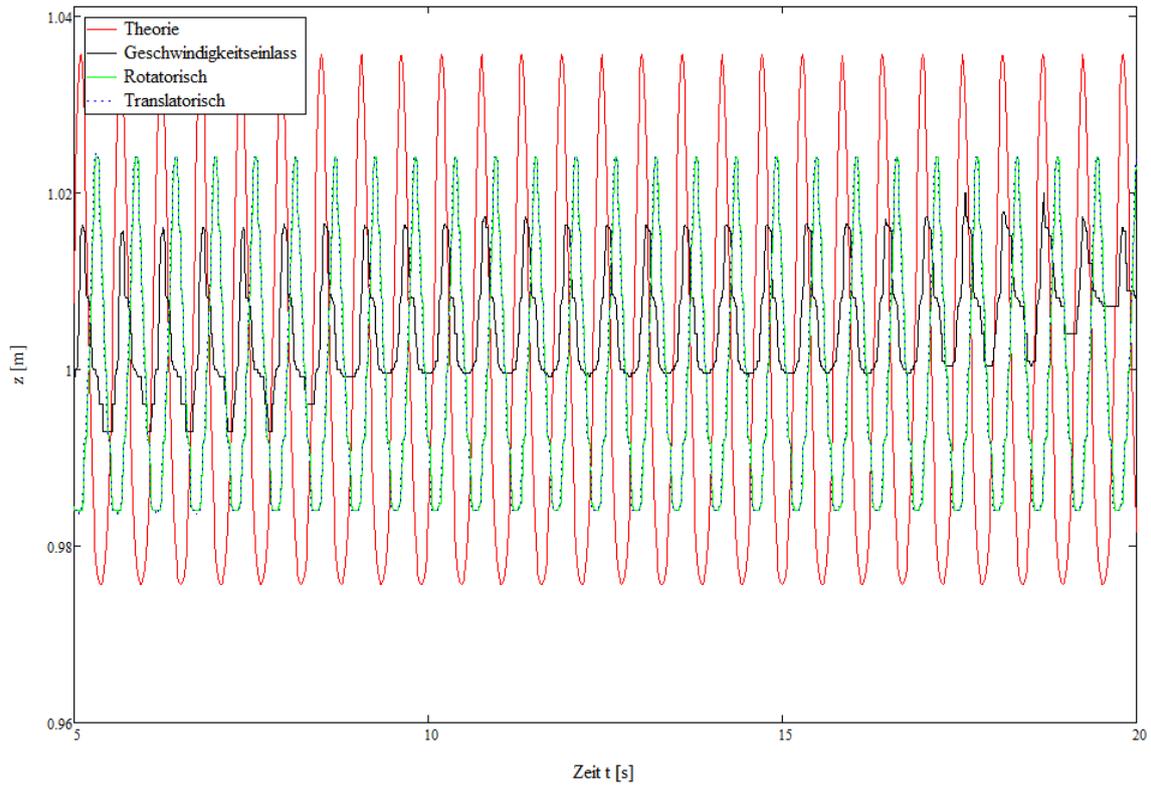
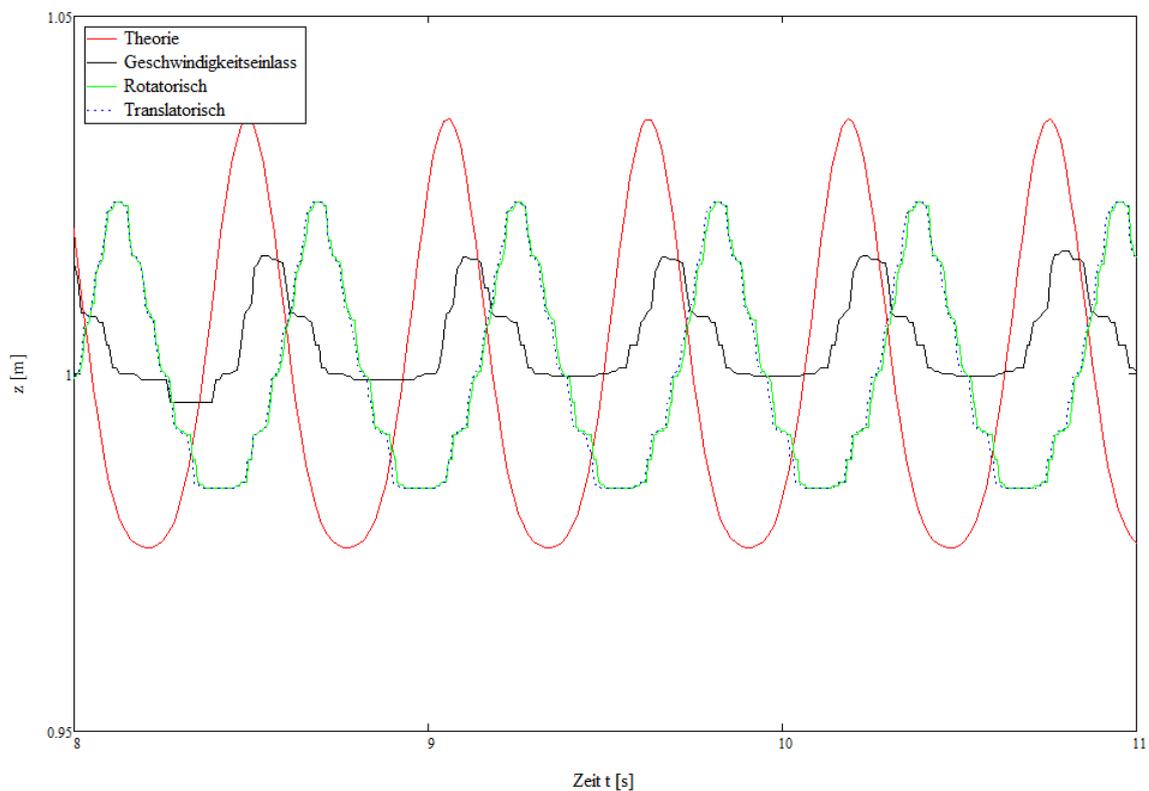
5.2.3. Modell T3

Bei dem Modell T3 werden folgende, in Tabelle 5.4 dargestellten, Wellenparameter verwendet.

Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
0,5	0,06	1	0,566

Tabelle 5.4.: Wellenparameter des Modells T3

Dieses Modell soll den Einfluss der Wellenlänge auf die Darstellung des Wellenverlaufes durch die Simulation aufzeigen. Bei Verringerung der Wellenlänge muss auch die Amplitude gesenkt werden, um ein Brechen der Wellen zu verhindern. Mit diesen Wellenparametern muss die Welle durch die Wellentheorie nach Stokes 3. Ordnung beschrieben werden. In Abbildung 5.13 ist der Amplitudenverlauf dieser Wellenkonfiguration dargestellt. Die Amplitudenverläufe der Modelle der bewegten Randbedingung zeigen bei beiden Antriebsarten den selben Verlauf. Dieser ist zeitlich konstant, weist jedoch Abweichungen in der Wellenhöhe, im Vergleich zu der Theorie, auf. Die Methode des Geschwindigkeitseinlasses zeigt einen zeitlich nicht konstanten Amplitudenverlauf. Wie bei dem vorherigen Modell T2 kommt es zu einer Verschiebung der Nullwasserlinie nach oben. Das Wellental liegt oberhalb der Nullwasserlinie nach einer Simulationszeit von $t = 8$ s. Die Wellenhöhe liegt deutlich unter der geforderten Wellenhöhe von $H = 0,06$ m. Die Detailansicht des Amplitudenverlaufes in Abbildung 5.14 verdeutlicht die Abweichungen im Bereich der Wellenhöhe.

Abbildung 5.13.: Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T3 an der Stelle $x = 2$ mAbbildung 5.14.: Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T3 an der Stelle $x = 2$ m

Bei allen Modellen ist eine deutliche Phasenverschiebung im Vergleich zur Theorie zu sehen. Die trochoidale Wellenform ist bei dem Modell der bewegten Randbedingung erkennbar. Die Abweichungen in der Wellenhöhe beruhen auf starker numerischer Diffusion durch die kleine Wellenamplitude und kleine Wellenlänge. Zudem sorgen die schnell wechselnden Randbedingungen für eine breitere Phasengrenzfläche und somit einen unstetigen Verlauf der Amplitude. Des Weiteren wirken bei Wellenperioden mit $T < 1$ s zusätzlich die Oberflächenspannungen. Dies wird in den Simulationen und in der Theorie nicht berücksichtigt. Die Untersuchung der Wellenausprägung entlang des Wellenkanals zeigt eine deutliche Dämpfung der Welle durch innere Reibung. In Abbildung 5.15 und 5.16 ist die Wellenausprägung bei $t = 20$ s dargestellt.

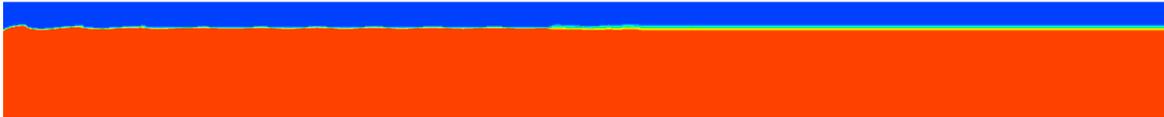


Abbildung 5.15.: Wellenausprägung im NWK des Modells T3 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s



Abbildung 5.16.: Wellenausprägung im NWK des Modells T3 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

Die beiden Verläufe zeigen deutlich die Dämpfung der Welle. Bei der Methode des Geschwindigkeitseinlasses kommt es, wie schon in Abbildung 5.14 dargestellt, nicht zu einer Wellenausprägung. Die Wellen werden hier sofort gedämpft. Die Methode der bewegten Randbedingung zeigt zu Beginn des Wellenkanals eine deutliche Wellenausprägung. Die Dämpfung der Welle erfolgt kontinuierlich entlang des Wellenkanals bis zu einer Position von $x = 6$ m. An dieser Stelle ist die Welle vollständig gedämpft. Die Wellenlänge steigt entlang des Wellenkanals an. Die Wellenlänge des räumlich ersten Wellenzuges liegt mit schon $L = 0,55$ m über der geforderten Wellenlänge von $L = 0,5$ m.

Das Modell des Geschwindigkeitseinlasses eignet sich nicht zur Simulation dieser Wellenkonfiguration. Das Modell der bewegten Randbedingung zeigt zu Beginn des Wellenkanals eine Wellenentwicklung auf, weicht jedoch bezüglich der Phase, der Wellenhöhe und der Wellenlänge von dem theoretischen Verlauf ab. Entlang des Kanals führt auch hier die innere Reibung zu einer vollständigen Dämpfung der Welle. Eine feinere Netzauflösung im Bereich des Phasenwechsels könnte hier für Verbesserung sorgen, ebenso wie die Berücksichtigung der Oberflächenspannung in der Simulation.

5.2.4. Modell T4

Bei dem Modell T4 werden folgende, in Tabelle 5.5 dargestellten, Wellenparameter verwendet.

Wellenlänge [m]	Wellenhöhe [m]	Wassertiefe [m]	Wellenfrequenz [1/s]
3,57	0,24	1	1,558

Tabelle 5.5.: Wellenparameter des Modells T4

Das Modell T4 liegt mit den gewählten Wellenparametern im Übergangsbereich zwischen Tiefwasser und Flachwasser. Die Anwendbarkeit der Modelle in diesem Bereich soll untersucht werden. Die zu beschreibende Theorie liegt nach Abbildung 3.5 bei Stokes 2. Ordnung. Zudem wird der Einfluss längerer Wellenlängen im Vergleich zu Modell T2 untersucht. Abbildung 5.17 stellt den Verlauf der Amplitude an der Stelle $x = 2$ m dar.

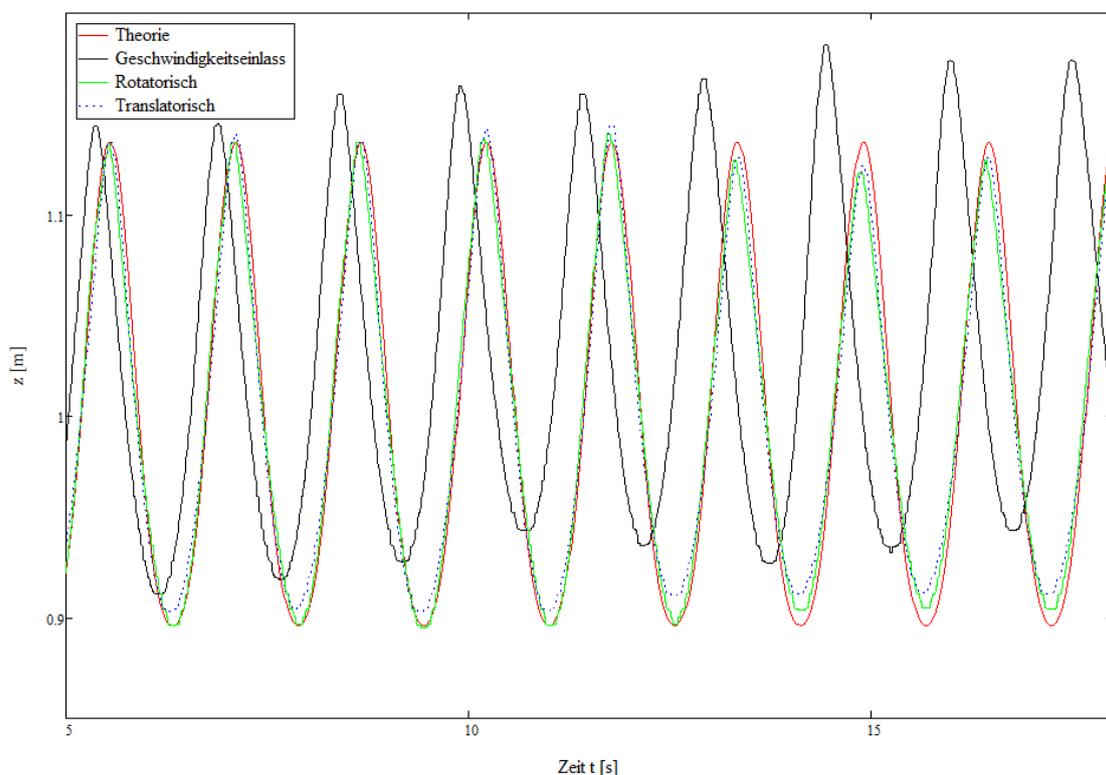


Abbildung 5.17.: Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2$ m

Wie bei allen anderen Modellen zeigt die Methode des Geschwindigkeitseinlasses einen nicht zeitlich konstanten Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 2$ m. Zudem ist, ebenfalls wie bei den anderen Modellen, eine Verschiebung der Nullwasserlinie zu sehen. Die Verschiebung ist jedoch nicht so stark ausgeprägt wie bei dem Modell T2 mit gleicher Amplitude und geringerer Wellenlänge. Die Modelle der bewegten Randbedingung zeigen einen leicht unterschiedlichen Verlauf. Bei beiden Modellen ist der Amplitudenverlauf zeitlich nahezu konstant. Nach 13 m ist eine minimale Dämpfung der Wellenhöhe bei beiden Modellen zu sehen. Dies kann aus numerischen Fehlern resultieren. In der Detailansicht des Amplitudenverlaufes in Abbildung 5.18 ist der Unterschied zwischen den beiden bewegten Randbedingungen sichtbar.

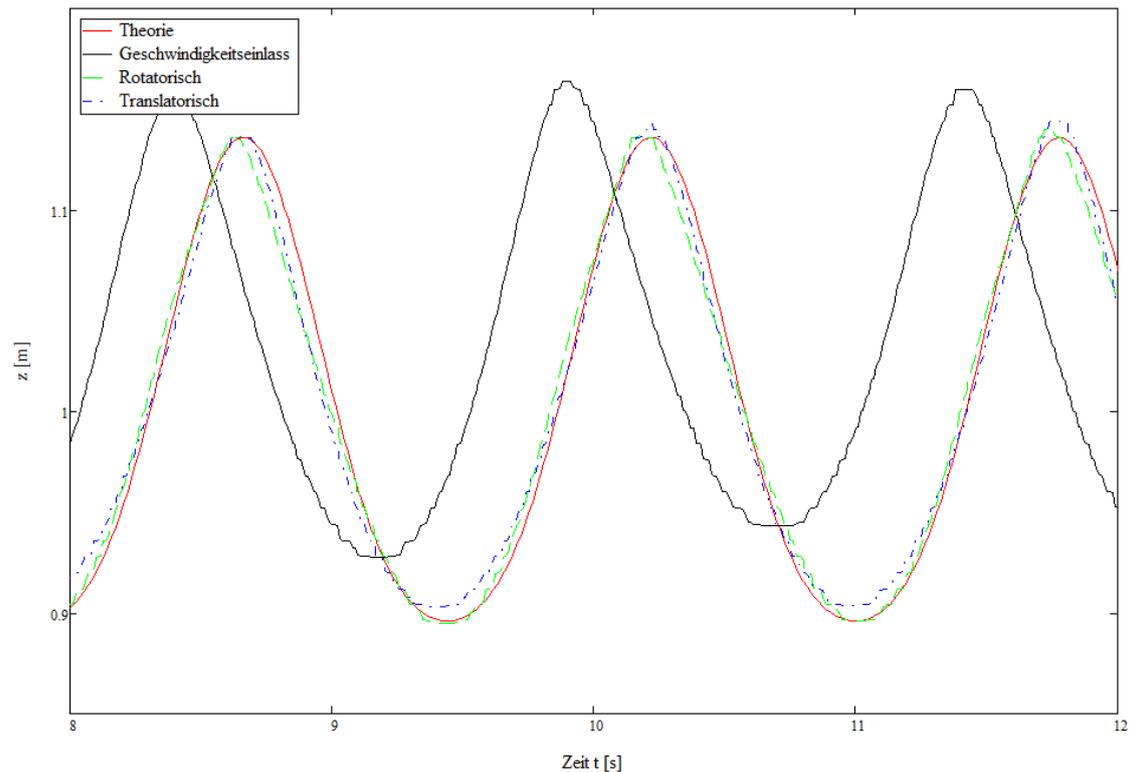


Abbildung 5.18.: Detailansicht der Darstellung der Amplitudenverläufe bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2$ m

Die rotatorische Antriebsart zeigt bei der Wellenhöhe den gleichen Verlauf wie die Theorie. Eine minimale Phasenverschiebung im Bereich des Wellenberges mit negativer Steigung ist zu erkennen. Der translatorische Antrieb zeigt minimale Abweichungen in der Wellenhöhe. Diese können jedoch vernachlässigt werden. Die trochoidale Wellenform, d.h. die Zuspitzung des Wellenberges und das Abflachen des Wellentals, wird mit dieser Methode sehr gut wiedergegeben. Dies zeigt sich ebenfalls bei der Wellenausprägung entlang des numerischen Wellenkanals bei einem festen Zeitpunkt. In Abbildung 5.19 und 5.2.4 ist der Wellenverlauf für eine Simulationszeit von $t = 18$ m dargestellt.

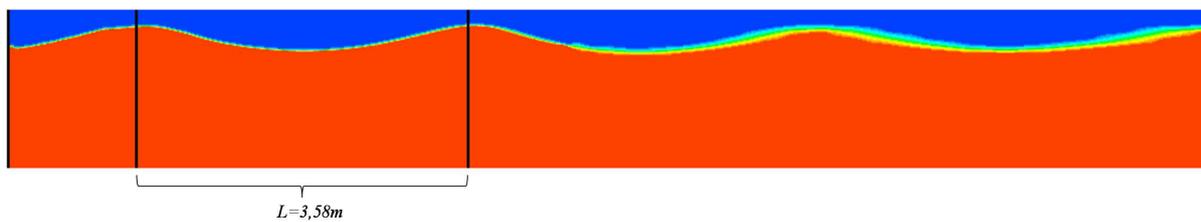


Abbildung 5.19.: Wellenausprägung im NWK des Modells T4 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 18$ s

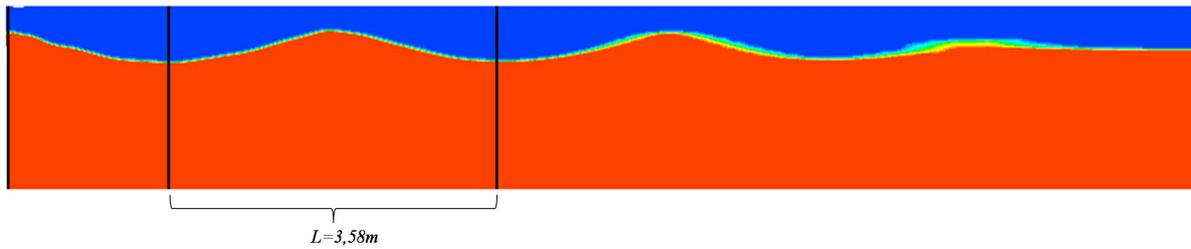


Abbildung 5.20.: Wellenausprägung im NWK des Modells T4 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 18$ s

Die trochoidale Wellenform ist bei dem Modell der bewegten Randbedingung deutlicher zu sehen, als bei dem Modell des Geschwindigkeitseinlasses. In den Abbildung 5.19 zeigt sich auch, dass die Dämpfung bei dem Modell des Geschwindigkeitseinlasses nicht die gewünschten Ergebnisse erzielt. Am Kanalende ist weiterhin eine deutliche Wellenausprägung zu erkennen. Bei dem Modell der bewegten Randbedingung zeigt sich dagegen eine vollständige Dämpfung der Welle am Kanalende. Die Wellenlänge entspricht bei beiden Modellen der theoretischen Vorgabe von $L = 3,57$ m. Die Methode des Geschwindigkeitseinlasses weist, neben der deutlichen Abweichung in der Wellenhöhe und der Nullwasserlinie, eine starke Phasenverschiebung auf. Im Anhang I sind die Geschwindigkeitsverläufe der Geschwindigkeitskomponenten dargestellt. Die Modelle der bewegten Randbedingungen geben den theoretischen Geschwindigkeitsverlauf annähernd wieder. Der Geschwindigkeitsverlauf der x-Komponente weist eine leichte Verschiebung des Nulldurchgangs auf. Die y-Komponente entspricht mit minimalen Abweichungen der Theorie. Der Geschwindigkeitsverlauf der Methode des Geschwindigkeitseinlasses weist die aus der Phasenverschiebung des Amplitudenverlaufes resultierenden Abweichungen auf.

Das Modell des Geschwindigkeitseinlasses eignet sich nicht zur Darstellung dieser Wellenkonfiguration. Die Abweichungen im Amplitudenverlauf fallen zwar schwächer aus als mit kleinerer Wellenlänge, sind jedoch immer noch deutlich erkennbar. Das Modell der bewegten Randbedingung eignet sich sehr gut zur Darstellung dieser Wellenparameter. Die Amplitudenverläufe geben den theoretischen Verlauf sehr genau wieder. Der rotatorische Antrieb bietet dabei ein exakteres Ergebnis als der translatorische Antrieb, da hier keine Abweichungen im Bereich der Wellenhöhe zu sehen sind. Eine Erhöhung der Wellenlänge führt bei allen Modellen zu einer Verhinderung der Wellenbrechung.

5.3. Bewegter Zylinder

Die Simulation des bewegten Zylinders in dem Wellengang weist einige Schwierigkeiten auf. Mit der Methode des Geschwindigkeitseinlasses wird keine konvergente Lösung erreicht. Hier bricht die Simulation, auch mit einer minimalen Schrittweite von $\Delta t = 0,5$ ms, bei dem 160. Zeitschritt ab. An dieser Stelle divergiert die Berechnung des Druckes und führt zum Abbruch der Berechnung. Die selben Ergebnisse werden mit der bewegten Randbedingung bei einem translatorischen Antrieb erreicht. Die Methode der bewegten Randbedingung mit rotatorischem Antrieb führt dagegen zu einer konvergenten Lösung des Problems. Dies ist überraschend, da allgemein nach [1] Netzbewegungen mit translatorischer Bewegung besser berechnet werden können. Dieses Modell führt auch schon mit einer Schrittweite von $\Delta t = 2$ ms zu einer konvergenten Lösung. Aufgrund der benötigten impliziten Anpassung des Netzes liegt die Berechnungszeit jedoch deutlich über der benötigten Berechnungszeit für die Wellenuntersuchung. Die Verwendung eines tetraedrischen Netzes liefert eine ungenaue Phasengrenzfläche. In Abbildung 5.21 ist der Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 1,85$ m kurz vor dem Zylinder dargestellt.

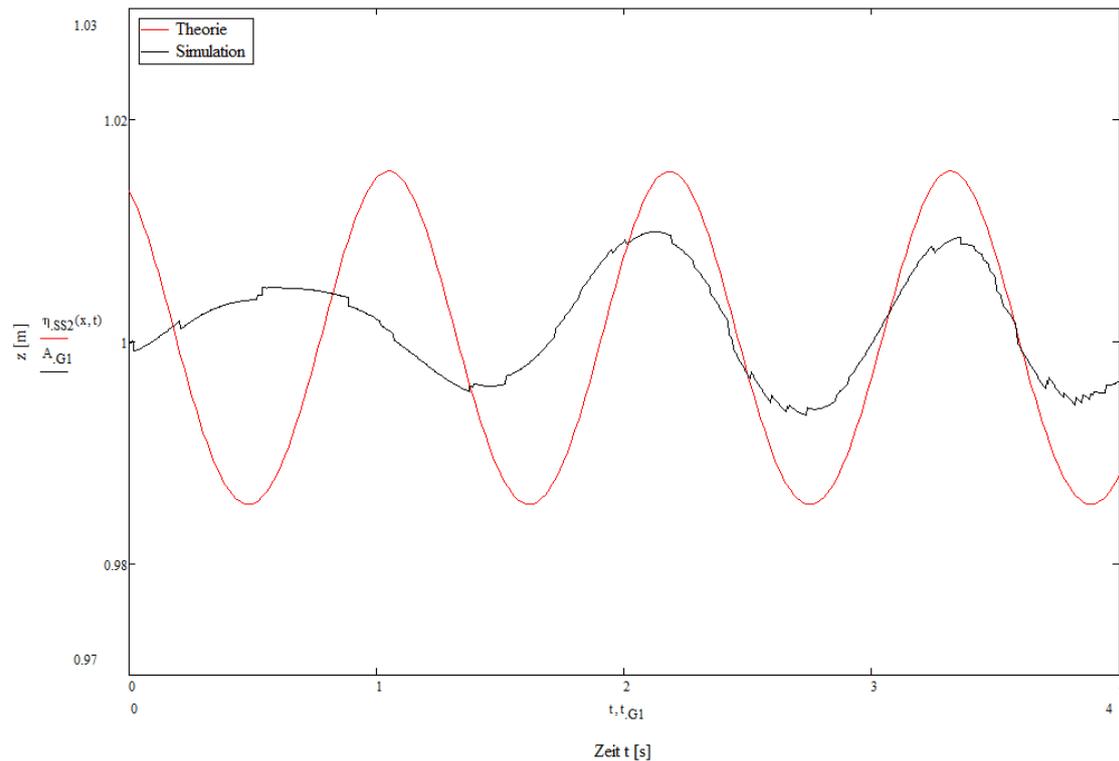


Abbildung 5.21.: Darstellung des Amplitudenverlaufes des Modells Z2 an der Stelle $x = 1,85$ m

Der unstetige Verlauf resultiert aus dem verwendeten Netz. Die Abweichungen der Wellenhöhe beruhen zum einen auf der Verwendung eines Netzes mit dreieckigen Elementen. Zum anderen ist die verwendete Elementgröße im Bereich der freien Oberfläche mit einer Elementgröße von 15 mm größer als bei den bisherigen Simulation, da ein einheitliches Netz über den gesamten Kanal verwendet wird. Dies ist nötig, um zunächst überhaupt eine konvergente Lösung zu erzielen. In Abbildung 5.22 ist die aus dem Wellengang resultierende Bewegung des Zylinders dargestellt. Der Verlauf entspricht dem Verlauf der simulierten Wellen. Die Abbildung zeigt also, dass die Implementierung eines Zylinders in den Wellengang möglich ist und die Bewegung dem Wellengang entspricht. Berechnet wird eine Simulationszeit von $t = 4$ s. Abbildung 5.22 zeigt, dass hierfür über 60.000 Iterationsschritte nötig sind. Daraus resultiert eine Berechnungszeit von mehreren Tagen. Da die Bewegung des Zylinders, nach Abbildung 5.22, nur wenige Millimeter beträgt wird eine weitere Simulation zur Verdeutlichung der Zylinderbewegung durchgeführt. Dabei wird eine Wellenhöhe von $H = 0,18$ m verwendet, um trotz der Dämpfung durch das Netz eine deutliche Bewegung ersichtlich zu machen. Hier werden 3000 Zeitschritte durchgeführt, um ein besseres Einlaufen der Wellen zu erreichen. In Abbildung 5.23 ist der theoretische und aus der Simulation resultierende Amplitudenverlauf an der Stelle $x = 1,85$ m kurz vor dem Zylinder, sowie die Bewegung des Zylinders selbst dargestellt.

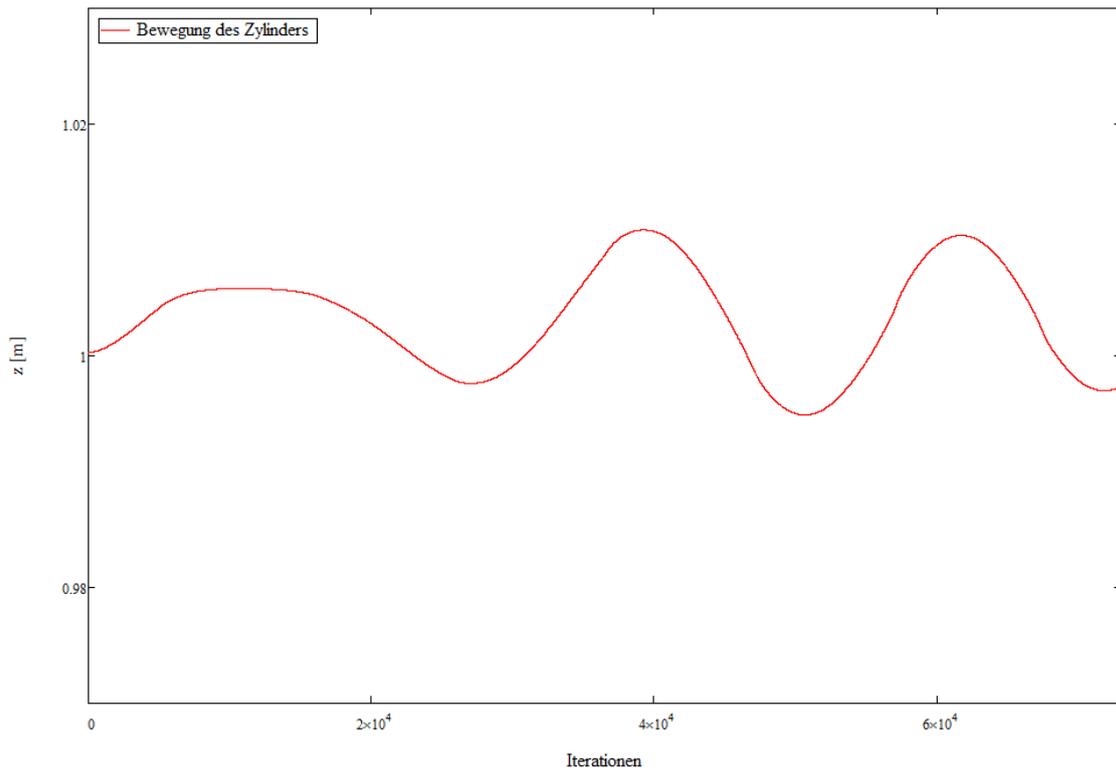
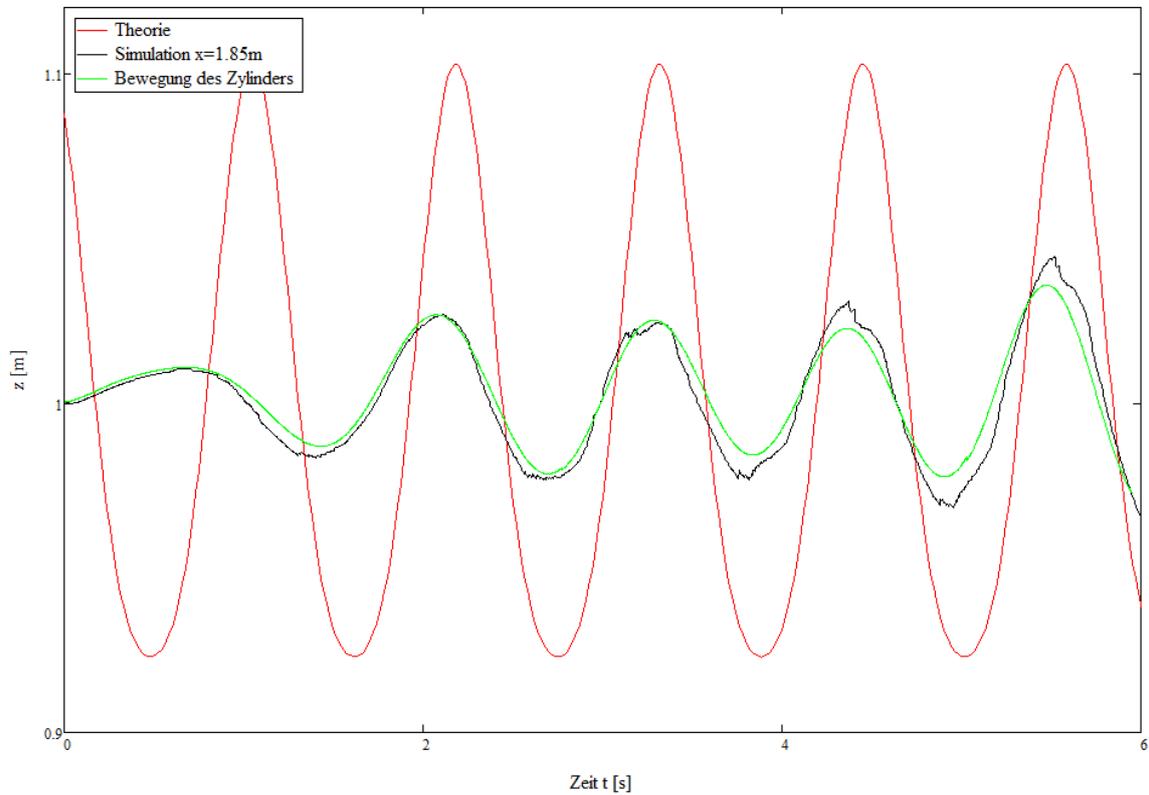


Abbildung 5.22.: Bewegung des Zylinders bei dem Modell Z2

Abbildung 5.23.: Darstellung des Amplitudenverlaufes des Modells Z3 an der Stelle $x = 1,85$ m und Darstellung der Bewegung des Zylinders

Bei diesem Modell zeigen sich die Abweichungen zwischen der Theorie und der Simulation noch deutlicher. Die Wellenhöhe liegt zwischen $H = 0,06\text{ m}$ und $H = 0,09\text{ m}$ und damit unter der geforderten Wellenhöhe von $H = 0,18\text{ m}$. Der Wellenverlauf zeigt zudem eine Phasenverschiebung auf. Die Abweichungen resultieren, wie bei dem vorherigen Modell, aus dem verwendeten Netz. Die Bewegung des Zylinders entspricht der simulierten Wellenbewegung. Im Anhang J ist die Wellenausprägung und die Position des Zylinders bei einer Simulationszeit von $t = 0\text{ s}, 1\text{ s}, 2\text{ s}, 3\text{ s}, 4\text{ s}, 5\text{ s}, 6\text{ s}$ dargestellt. Hier zeigt sich deutlich die Positionsänderung des Zylinders durch den Wellengang. Zudem ist die Dämpfung der Wellen durch das Netz ersichtlich. Die Simulation zeigt jedoch, dass die Implementierung eines Körpers in den Wellengang prinzipiell möglich ist. Für eine genauere Untersuchung sollte das in Kapitel 5.3 beschriebene Berechnungsgitter Modell Z1 verwendet werden. Ein strukturiertes Netz im Bereich der freien Oberfläche ist nötig, um den theoretischen Wellenverlauf wiederzugeben. Zudem sollten längere Laufzeiten simuliert werden, um ein längeres Einlaufen der Wellen zu ermöglichen. Es wird empfohlen diese Berechnungen auf einem geeigneten Cluster durchzuführen, da die Berechnungszeit bei feinerer Netzauflösung und längerer Laufzeit exponentiell ansteigen wird.

6. Fazit und Ausblick

6.1. Fazit

In dieser Bachelor Arbeit wird der Einfluss der Wellenerzeugung auf den Wellenverlauf untersucht. Die Anwendung der linearen Wellentheorie erweist sich als ungeeignet, da für die Erfüllung des Gültigkeitsbereiches sehr kleine Wellenhöhen gewählt werden müssen. Dies führt zu numerischen Fehlern, die das Ergebnis verfälschen. Die Anwendung der nichtlinearen Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung zeigt hier ein deutlich besseres Ergebnis, da alle untersuchten Wellenkonfigurationen im Gültigkeitsbereich der Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung oder höherer Ordnungen liegen. Die Simulationen sollten mindestens mit einem Diskretisierungsverfahren 2. Ordnung durchgeführt werden. Die erzielten Ergebnisse mit dieser Methode zeigen im Vergleich zu [20] deutlich bessere Verläufe der Wellen. Die Berechnung der Phasengrenzfläche mit den VOF-Modellen erweist sich als geeignet, die Grenzflächen zwischen den Fluiden darzustellen. Im Zusammenhang mit dem Diskretisierungsmodell "Geometrisches Rekonstruktionsverfahren" liefern die Ergebnisse eine gute Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf. Das Modell mit der Randbedingung des Geschwindigkeitseinlasses zur Wellenerzeugung zeigt eine begrenzte Anwendbarkeit. Wellen mit kleiner Wellenamplitude im Bereich von Stokes-Wellen 2. Ordnung, wie in dem Referenzmodell verwendet, werden gut wiedergegeben. Hier entsprechen Amplituden- und Geschwindigkeitsverlauf den theoretischen Ergebnissen. Beim Übergang in die trochoidale Wellenform zeigen sich die Grenzen dieses Modells. Die trochoidale Wellenform kann zwar noch dargestellt werden, Amplitude und Phasengang weichen jedoch erheblich von dem theoretischen Verlauf ab. Des Weiteren zeigt sich ein schnelleres Eintreten der Wellenbrechung, dies wird besonders bei dem Modell T2 in Kapitel 5.2.3 deutlich. Der Vorteil dieser Methode liegt in der kürzeren Berechnungszeit. Die Modelle der bewegten Wand als Randbedingung zur Erzeugung der Wellen zeigen eine bessere Anwendung bei unterschiedlichen Wellenkonfigurationen. Die Ergebnisse aus den Simulationen entsprechen der Theorie. Starke Abweichungen sind bei der Anwendung von kleinen Wellenlängen, aufgrund des nicht berücksichtigten Einflusses der Oberflächenspannungen, zu sehen. Die trochoidale Wellenform kann mit dieser Methode gut dargestellt werden und auch größere Wellenhöhen lassen sich gut implementieren. Hierbei sollte jedoch beachtet werden, dass die Theorie der Wellenerzeuger auf dem linearen Ansatz beruht. Dies kann zu Abweichungen führen, die sich zum Beispiel bei dem Modell T2 in einem Brechen der Wellen äußern. Die Untersuchung des Geschwindigkeitsverlaufes zeigt, dass die Theorie gut wiedergegeben wird. Auch der Einfluss der stehenden Wellen auf den Geschwindigkeitsverlauf wird durch die Simulation genau wiedergegeben. Diese Methode weist ein deutlich breiteres Anwendungsspektrum als die Methode des Geschwindigkeitseinlasses auf. Der Nachteil dieser Methode liegt in den erhöhten Rechenzeit aufgrund der geringeren Zeitschrittweite, die für die Netzadaption nötig ist. Da es jedoch langfristig das Ziel sein sollte, Körper bzw. komplette Kraftwerke in die Simulation zu implementieren ist eine kleine Zeitschrittweite unabdingbar. Zudem zeigt sich, dass zumindest in den hier behandelten Modellen eine Implementierung eines durch die Wellenbewegung mitbewegten Körpers bei der Methode des Geschwindigkeitseinlasses zu keiner konvergenten Lösung führt. Es ist davon auszugehen, dass eine Vorgabe der Geschwindigkeiten zu einem Abbruch durch die Konvergenzkriterien führt. Die Methode der bewegten Wand mit einem rotatorischen Antrieb führt dagegen zu einer konvergenten Lösung. Es wird empfohlen, für weitere Untersuchungen der Implementierung eines Körpers in den Wellengang, diese Methode zu verwenden. Die Modelle zeigen, dass eine Implementierung eines Körpers in die Simulation möglich ist und die Bewegung der Wellendynamik entspricht.

6.2. Ausblick

Diese Arbeit ist als Grundlagenuntersuchung zur Erzeugung von Wellen in numerischen Wellenkanälen zu verstehen. Aufbauend auf dieser Arbeit sollte des Weiteren die Dämpfung der Wellen untersucht werden. Dies sollte durch Implementierung eines Wellenabsorbers geschehen, um Einflüsse durch rücklaufende Wellen zu verhindern und längere Simulationszeiten zu ermöglichen. Bei kleinen Wellen sollte der Einfluss der Oberflächenspannungen in den Simulationen berücksichtigt werden, um eine Aussage über die Anwendbarkeit der Simulation bei diesen Wellen treffen zu können. Des Weiteren sollte die Methode des Geschwindigkeitseinlasses mit Wellentheorien nach Stokes 3. Ordnung oder höherer Ordnung untersucht werden. Dies könnte, die in dieser Arbeit aufgezeigten Schwierigkeiten, bei dieser Methode verringern und den Vorteil von geringeren Rechenzeiten liefern. Die Hauptaufgabe weiterer Simulationen sollte jedoch in der Implementierung von Körpern in den Wellengang liegen. Die in dieser Arbeit realisierte Implementierung eines Zylinders in die Simulation soll lediglich die grundsätzliche Möglichkeit aufzeigen und erste Lösungsansätze liefern. Das Rechengitter sollte so geändert werden, dass eine genaue Auflösung der Phasengrenzschicht möglich ist. Hierfür ist ein strukturiertes Netz in diesem Bereich erforderlich. In dem Bereich des bewegten Körpers muss jedoch ein unstrukturiertes Netz verwendet werden. Dazu gibt es eine Vielzahl von Vernetzungsmöglichkeiten die auf ihre Anwendung hin untersucht werden sollten. Zudem sollten die unterschiedlichen Netzadaptionmethoden untersucht werden, um die Berechnungszeit zu verringern und genauere Ergebnisse zu erzielen. Im Hinblick auf die Reduzierung der Berechnungszeit sollte die Möglichkeit untersucht werden, die Netzadaption ohne implizite Anpassung durchzuführen. In dieser Arbeit wird nur eine Bewegung des Körpers in vertikaler Richtung zugelassen. Eine Untersuchung der Bewegung des Körpers in vertikaler und horizontaler Richtung ist ebenfalls von Interesse und sollte untersucht werden. In dieser Arbeit wird der Einfluss des implementierten Körpers auf die Strömung nicht berücksichtigt. Für eine vollständige Untersuchung sollte dieser Effekt jedoch in der Simulation berücksichtigt werden. Des Weiteren sollten langfristig 3D-Simulationen durchgeführt werden, um die Wellenentwicklung realitätsnah darzustellen und untersuchen zu können. Die 3D-Simulation ist ebenfalls nötig um Strömungseffekte an dem Wellenerzeuger und dem mitbewegtem Körper zu untersuchen, die in der 2D-Simulation nicht abgedeckt werden. Weiterhin werden Simulationen mit Berücksichtigung der Fluid-Struktur-Interaktion benötigt, um den Einfluss der Strömung auf Konstruktionen zu untersuchen. Für alle weiteren Simulationen wird die Verwendung eines Clusters zur Berechnung empfohlen, da die Rechenzeit schon bei einer einfachen Simulation mit einem implementierten Körper mehrere Tage in Anspruch nimmt. Weiterhin könnten weitere Typen an Wellengeneratoren implementiert werden. Hier ist besonders eine Implementierung eines unregelmäßigen Wellengangs von Interesse, da dies der Wirklichkeit deutlich näher kommt. Des Weiteren sollten die Simulationen mittels Versuchen am Wellenkanal verifiziert werden.

A. Modellübersicht

Untersuchungsparameter	Netzmodell	Modellbezeichnung	NBT (L_D/R_D)	Wellenparameter	Beschreibung
Dämpfung	M1	M1	ohne	Referenzmodell	minimale numerische Dämpfung
		M1-D1	NBT (2/10)	Referenzmodell	Einfluss NBT
		M1-D2	NBT (3/20)	Referenzmodell	
		M1-D3	NBT (2/30)	Referenzmodell	
		M1-D4	NBT (2/40)	Referenzmodell	
	M2	M2	ohne	Referenzmodell	numerische Dämpfung
		M2-D1	NBT (3/10)	Referenzmodell	Einfluss NBT
		M2-D2	NBT (2/10)	Referenzmodell	
		M2-D3	NBT (2/20)	Referenzmodell	
		M2-D4	NBT (2/40)	Referenzmodell	
	M3	M3	ohne	Referenzmodell	stärkere numerische Dämpfung
	S-M1	Strand-M1	ohne	Referenzmodell	Dämpfung durch Steigung
	S-M2	Strand-M2	ohne	Referenzmodell	
Netzstudie	M2	M2-N1	ohne	Referenzmodell	Einfluss der Zellgrößen im Bereich der freien Oberfläche
		M2-N2	ohne	Referenzmodell	
		M2-N3	ohne	Referenzmodell	
VOF-Modelle	M2	V1	ohne	Referenzmodell	CICSAM
		V2	ohne	Referenzmodell	Geo-Reconstruct
		V3	ohne	Referenzmodell	Compressive
		V4	ohne	Referenzmodell	HRIC
		V5	ohne	Referenzmodell	QUICK
		V6	ohne	Referenzmodell	Level-Set
		V7	ohne	Referenzmodell	Upwind 2. Ordnung

Tabelle A.1.: Modellübersicht Geschwindigkeitseinlass

Untersuchungsparameter	Netzmodell	Modellbezeichnung	NBT (L_D/R_D)	Wellenparameter	Beschreibung
Translatorisch	M1	T-M1	ohne	Referenzmodell	Netzeinfluss
	M2	T-M2	ohne	Referenzmodell	
Rotatorisch	M1	R-M1	ohne	Referenzmodell	Netzeinfluss und Einfluss des NBT
	M1	R-M1-NBT	NBT	Referenzmodell	
	M2	R-M2	ohne	Referenzmodell	
	M2	R-M2-NBT	NBT	Referenzmodell	

Tabelle A.2.: Modellübersicht Dynamisches Netz

Untersuchungsparameter	Netzmodell	Modellbezeichnung	NBT (L_D/R_D)	Wellenparameter	Beschreibung
Modell T1 Einfluss Wellenhöhe	M2	G-T1	ohne	T1	Geschwindigkeitseinlass
	M1	T-T1	ohne	T1	Translatorisch
		R-T1	ohne	T1	Rotatorisch
Modell T2 Trochoide Wellenform	M2	G-T2	ohne	T2	Geschwindigkeitseinlass
	M1	T-T2	ohne	T2	Translatorisch
		R-T2	ohne	T2	Rotatorisch
Modell T3 Minimale Wellenlänge	M2	G-T3	ohne	T3	Geschwindigkeitseinlass
	M1	T-T3	ohne	T3	Translatorisch
		R-T3	ohne	T3	Rotatorisch
Modell T4 Übergangsbereich	M2	G-T4	ohne	T4	Geschwindigkeitseinlass
	M1	T-T4	ohne	T4	Translatorisch
		R-T4	ohne	T4	Rotatorisch

Tabelle A.3.: Modellübersicht Wellenstudie

Untersuchungsparameter	Netzmodell	Modellbezeichnung	NBT (L_D/R_D)	Wellenparameter	Beschreibung
Bewegter Zylinder	Z1	Z1	ohne	Referenzmodell	keine Konvergenz
	Z2	Z2	ohne	Referenzmodell	Minimale Bewegung
		Z3	ohne	größere Wellenhöhe	Bessere Darstellung der Welle

Tabelle A.4.: Modellübersicht Bewegter Zylinder

B. UDF Geschwindigkeitseinlass

```

#include "udf.h"
#define pi 3.14159265
#define g 9.81 //Schwerkraft
#define a 0.03 //Wellenamplitude
#define H 0.06 //Wellenhöhe
#define h 1 //Wassertiefe
#define L 2 //Wellenlänge

DEFINE_PROFILE(velocity_inlet_x, thread, position)
{
real x[ND_ND];
real y,t,T,hh,w,k;
face_t f;
T=sqrt(2*pi*L/g);
w=2*pi/T;
k=2*pi/L;

begin_f_loop(f, thread)
{
t=CURRENT_TIME;

F_CENTROID(x,f,thread);
y=x[1];

hh=h+((H/2)*(cos(-w*t)))+((H*H*k/16)*((cosh(k*h))/(pow(sinh(k*h),3.0)))
*(2+cosh(2*k*h))*(cos(2*(-w*t))));

if(y<=hh)
F_PROFILE(f,thread,position)=H/2*g*k/w*((cosh(k*((y-h)+h)))/(cosh(k*h)))*cos(-w*t)
+(((3*H*H*w*k/16)*((cosh(2*k*((y-h)+h)))/(sinh(k*h))
*sinh(k*h)*sinh(k*h)*sinh(k*h)))*cos(2*(-w*t))));

else
F_PROFILE(f,thread,position)=0;
}
end_f_loop(f, thread)
}

DEFINE_PROFILE(velocity_inlet_y, thread, position)
{
real x[ND_ND];
real y,t,T,hh,w,k;
face_t f;

```

```

T=sqrt(2*pi*L/g);
w=2*pi/T;
k=2*pi/L;

begin_f_loop(f, thread)
{
t=CURRENT_TIME;
F_CENTROID(x,f,thread);
y=x[1];

hh=h+((H/2)*(cos(-w*t)))+((H*H*k/16)*((cosh(k*h))/(pow(sinh(k*h),3.0)))
*(2+cosh(2*k*h))*(cos(2*(-w*t))));

if(y<=hh)
F_PROFILE(f,thread,position)=H/2*g*k/w*((cosh(k*((y-h)+h)))/(cosh(k*h)))*sin(-w*t)
+(((3*H*H*w*k/16)*((cosh(2*k*((y-h)+h)))/(sinh(k*h))
*sinh(k*h)*sinh(k*h)*sinh(k*h)))*sin(2*(-w*t)));

else
F_PROFILE(f,thread,position)=0;
}
end_f_loop(f, thread)
}

DEFINE_PROFILE(volume_fraction, thread, position)
{
real x[ND_ND];
real y,t,T,hh,w,k;
face_t f;
T=sqrt(2*pi*L/g);
w=2*pi/T;
k=2*pi/L;

begin_f_loop(f, thread)
{
t=CURRENT_TIME;
F_CENTROID(x,f,thread);
y=x[1];

hh=h+((H/2)*(cos(-w*t)))+((H*H*k/16)*((cosh(k*h))/(pow(sinh(k*h),3.0)))
*(2+cosh(2*k*h))*(cos(2*(-w*t))));

if(y<=hh)
F_PROFILE(f,thread,position)=1;
else
F_PROFILE(f,thread,position)=0;
}
end_f_loop(f, thread)
}

```

C. UDF Dynamisches Netz

Rotatorische Bewegung

```
#include "udf.h"
#define pi 3.14159265
#define g 9.81 //Schwerkraft
#define a 0.05 //Wellenamplitude
#define h 1 //Wassertiefe
#define L 2 //Wellenlänge

DEFINE_CG_MOTION(wave, dt, vel, omega, time, dtime)
{

omega[2]=-0.02176*5.54*cos(5.54*time);

}
```

Translatorische Bewegung

```
#include "udf.h"
#define pi 3.14159265
#define g 9.81 //Schwerkraft
#define a 0.03 //Wellenamplitude
#define h 1 //Wassertiefe
#define L 2 //Wellenlänge

DEFINE_CG_MOTION(wave, dt, vel, omega, time, dtime)
{

vel[0]=0.01541*5.54*cos(5.54*time);

}
```

D. UDF 6DOF

```
#include "udf.h"

DEFINE_SDOF_PROPERTIES(stage, prop, dt, time, dtime)
{
    prop[SDOF_MASS]=15.0;
    prop[SDOF_IXX]=1.2875;
    prop[SDOF_IYY]=1.2875;
    prop[SDOF_IZZ]=0.03;

    prop[SDOF_ZERO_TRANS_X]=TRUE;
    prop[SDOF_ZERO_TRANS_Z]=TRUE;
    prop[SDOF_ZERO_ROT_X]=TRUE;
    prop[SDOF_ZERO_ROT_Y]=TRUE;
    prop[SDOF_ZERO_ROT_Z]=TRUE;
}
```

E. Netz und Wellenausprägung des Modells mit Strand

Netzmodell Strand-M1:

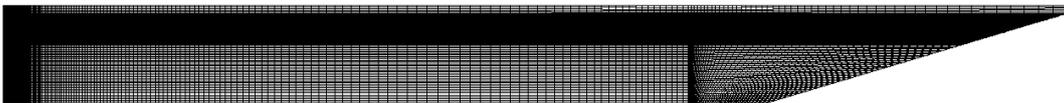


Abbildung E.1.: Darstellung des Netzes des Modells Strand-M1

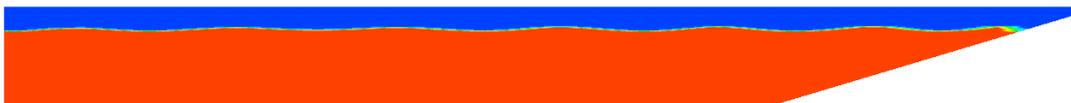


Abbildung E.2.: Wellenausprägung im NWK des Modells Strand-M1 bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

Netzmodell Strand-M2:



Abbildung E.3.: Darstellung des Netzes des Modells Strand-M2

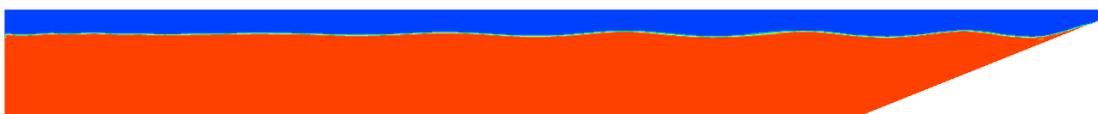


Abbildung E.4.: Wellenausprägung im NWK des Modells Strand-M2 bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

F. Darstellung der Wellenausprägung bei dem Referenzmodell

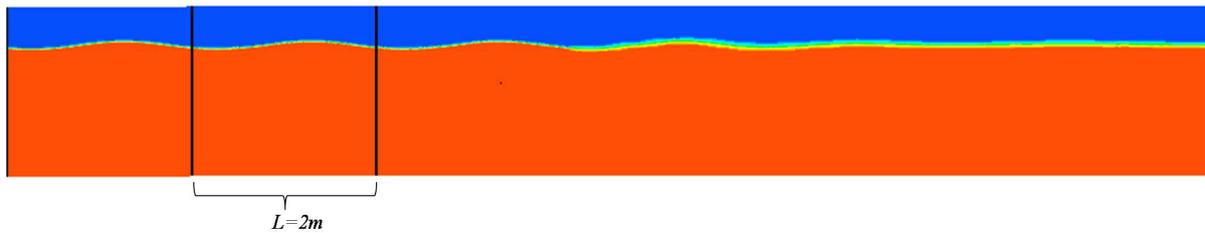


Abbildung F.1.: Wellenausprägung im NWK des Referenzmodells mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

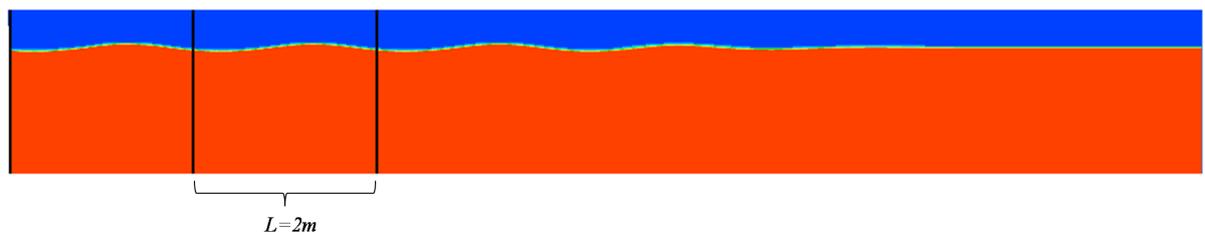


Abbildung F.2.: Wellenausprägung im NWK des Referenzmodells mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

G. Geschwindigkeitsverläufe nach der Wellenerzeugertheorie

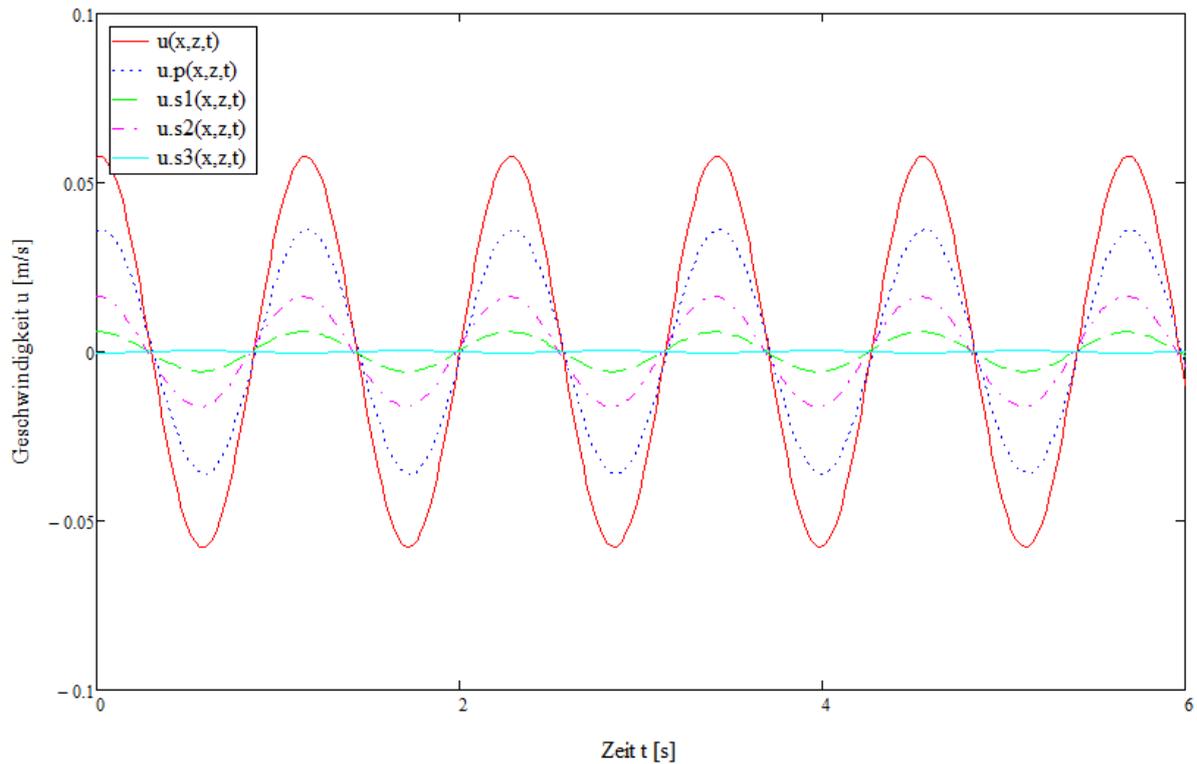


Abbildung G.1.: Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes nach der Wellenerzeugertheorie an der Stelle $x = 0,05$ m und $z = -0,5$ m

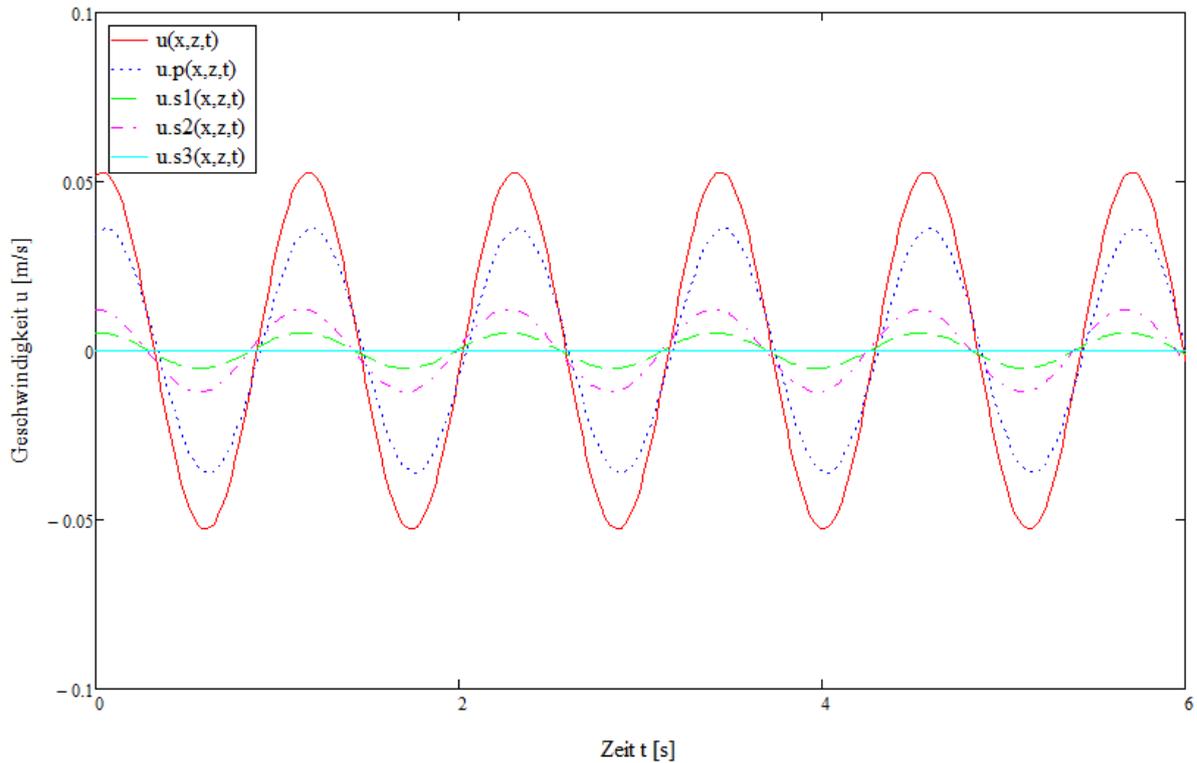


Abbildung G.2.: Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes nach der Wellenerzeugertheorie an der Stelle $x = 0,1$ m und $z = -0,5$ m

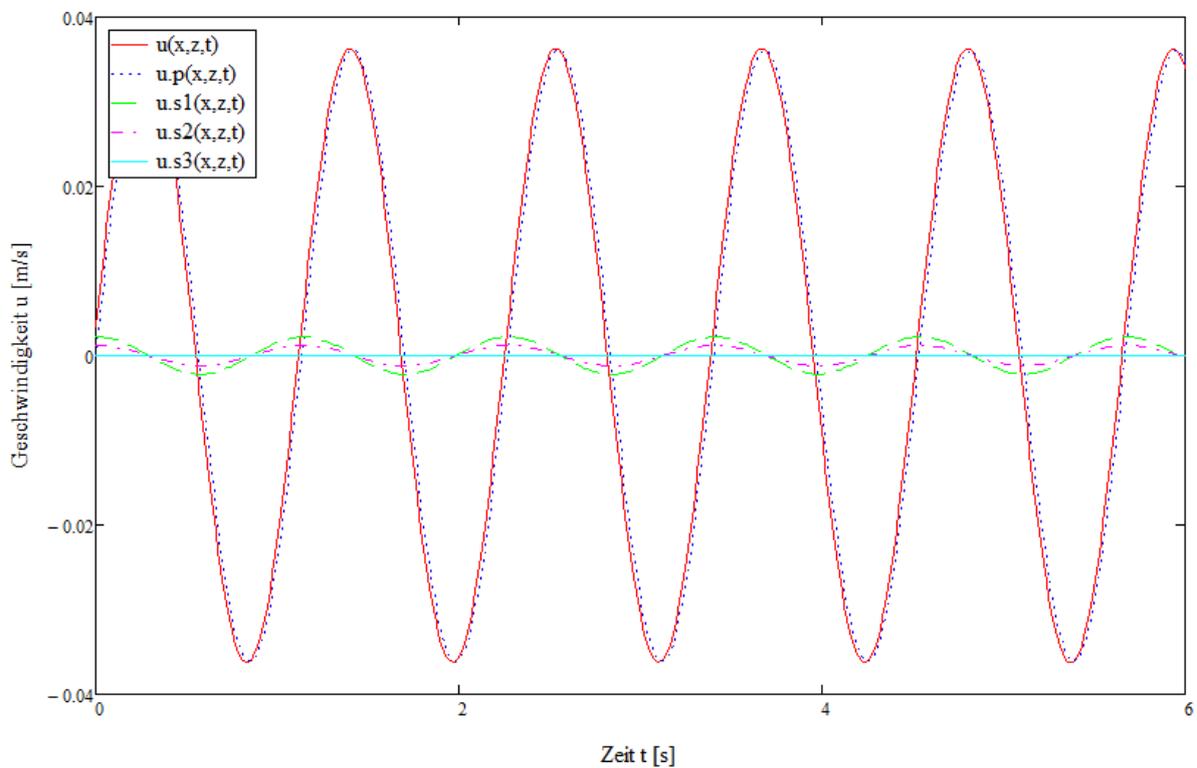


Abbildung G.3.: Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes nach der Wellenerzeugertheorie an der Stelle $x = 0,5$ m und $z = -0,5$ m

H. Darstellung der Wellenausprägung bei dem Modell T1

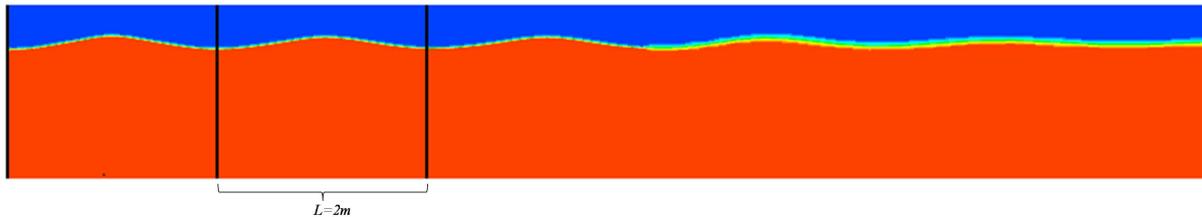


Abbildung H.1.: Wellenausprägung im NWK des Modells T1 mit Geschwindigkeitseinlass bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

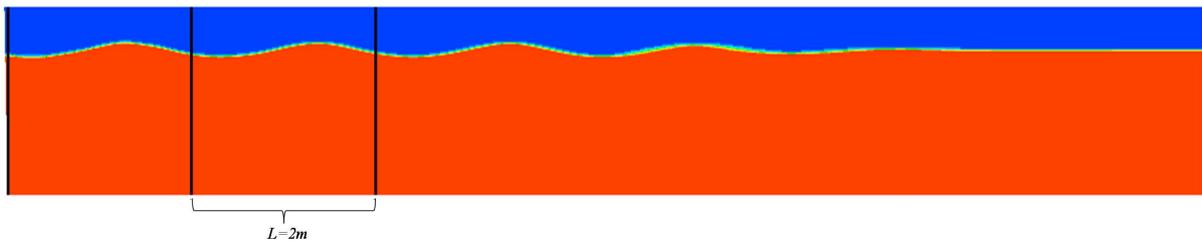


Abbildung H.2.: Wellenausprägung im NWK des Modells T1 mit rotatorischem Antrieb bei einer Simulationszeit von $t = 20$ s

I. Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe bei dem Modell T4

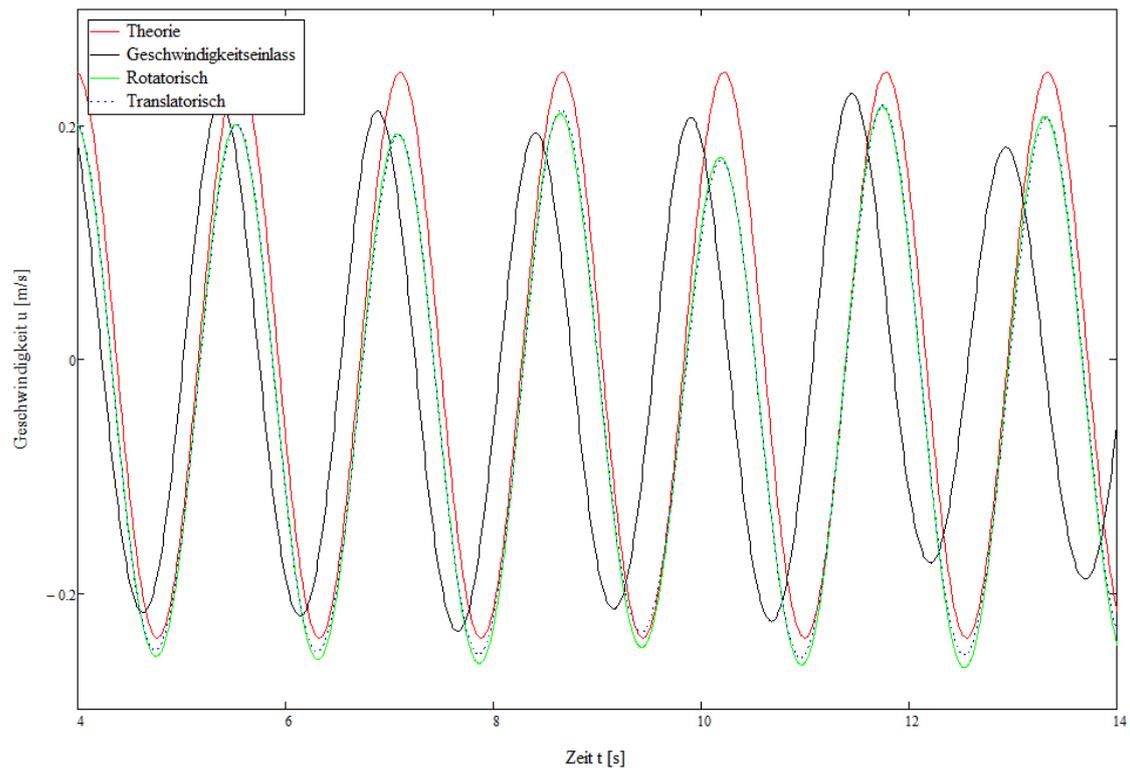


Abbildung I.1.: Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der x-Komponente bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2\text{m}$ und $z = -0,5\text{m}$

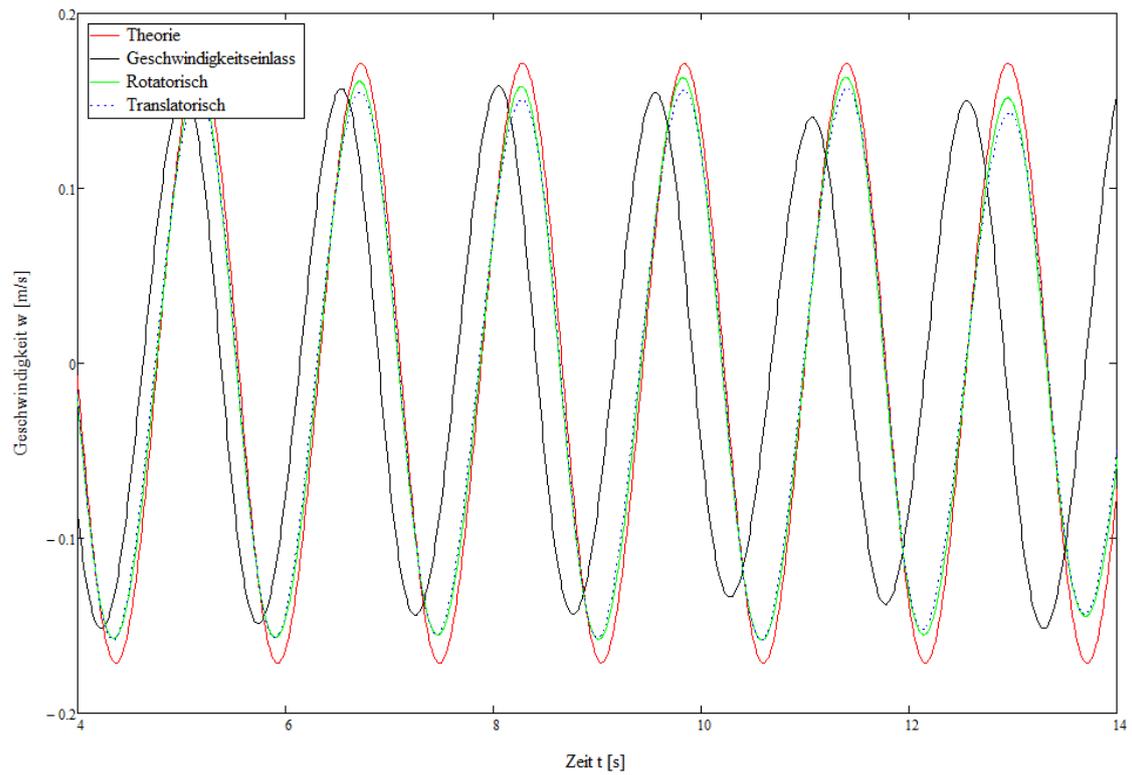


Abbildung I.2.: Darstellung der Geschwindigkeitsverläufe der y-Komponente bei den Modellen T4 an der Stelle $x = 2\text{m}$ und $z = -0,5\text{m}$

J. Darstellung der Wellenausprägung mit bewegtem Zylinder

ANSYS

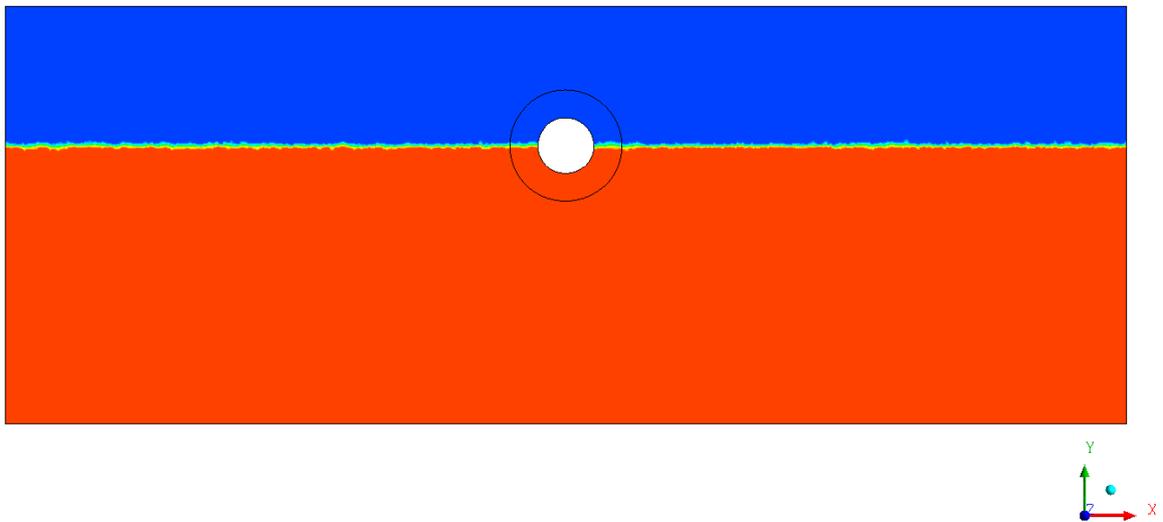


Abbildung J.1.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 0$ s

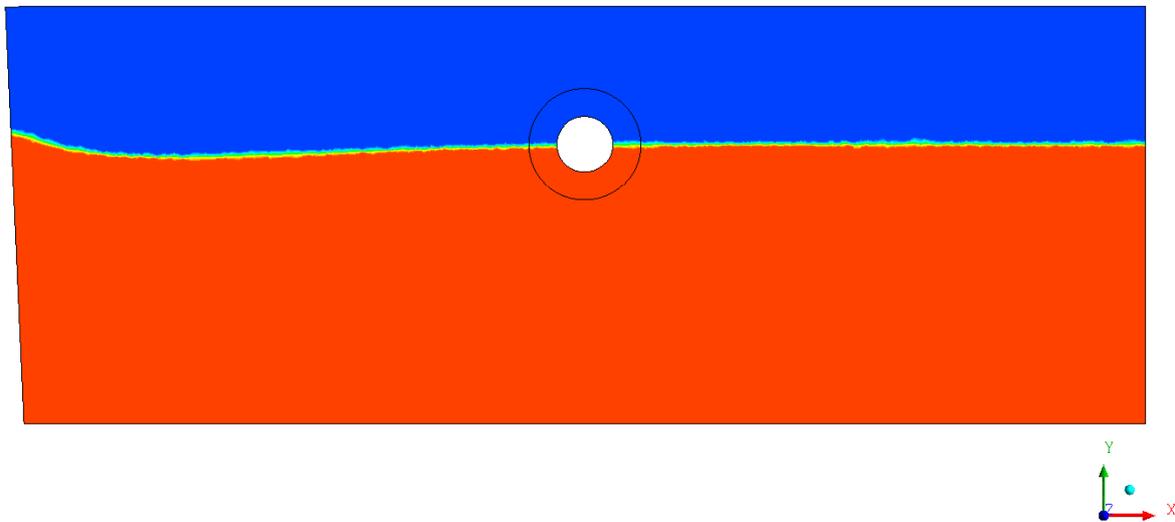


Abbildung J.2.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 1$ s

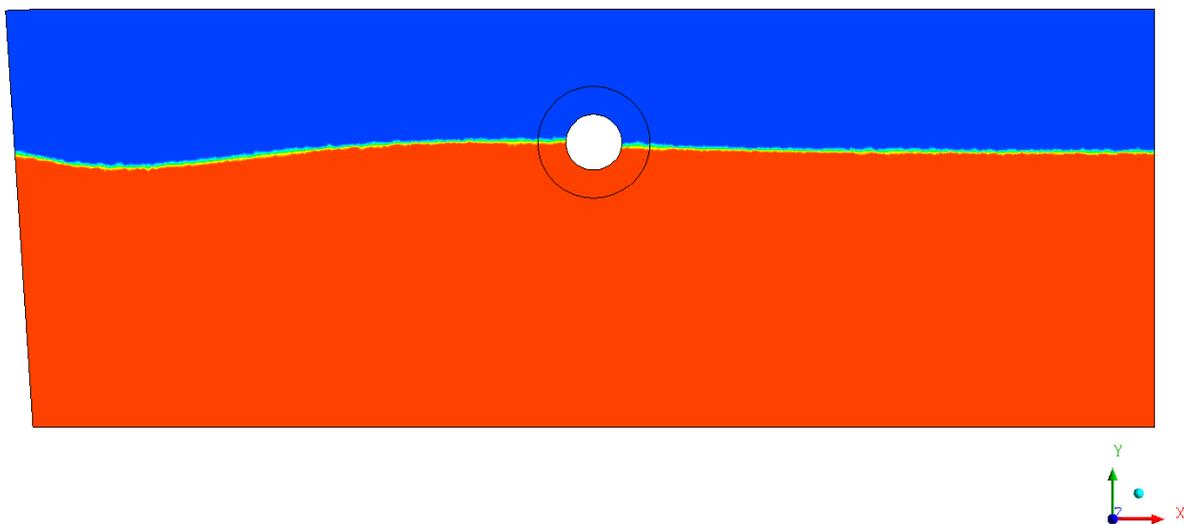


Abbildung J.3.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 2$ s

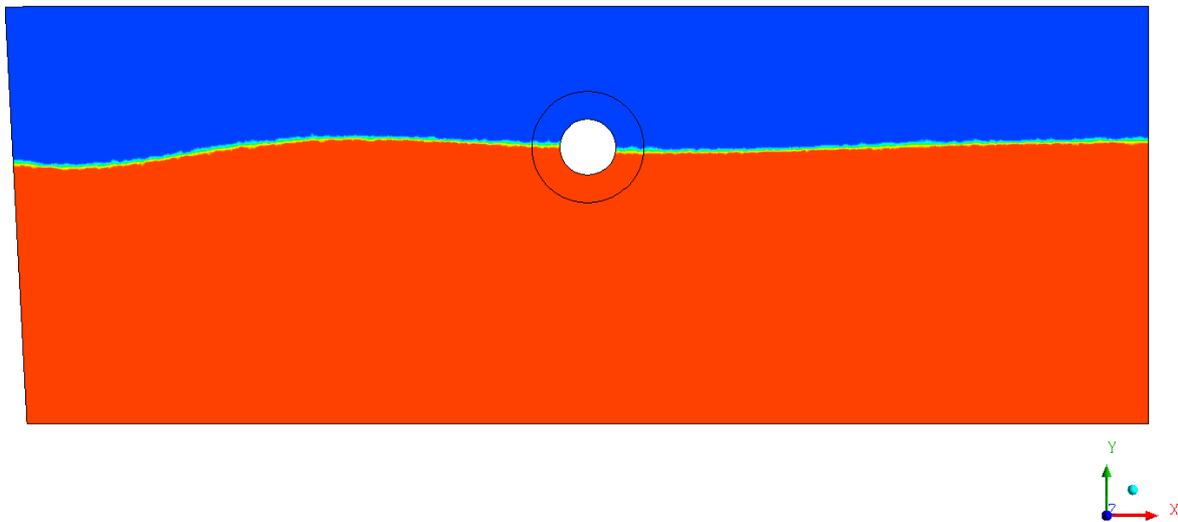


Abbildung J.4.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 3$ s

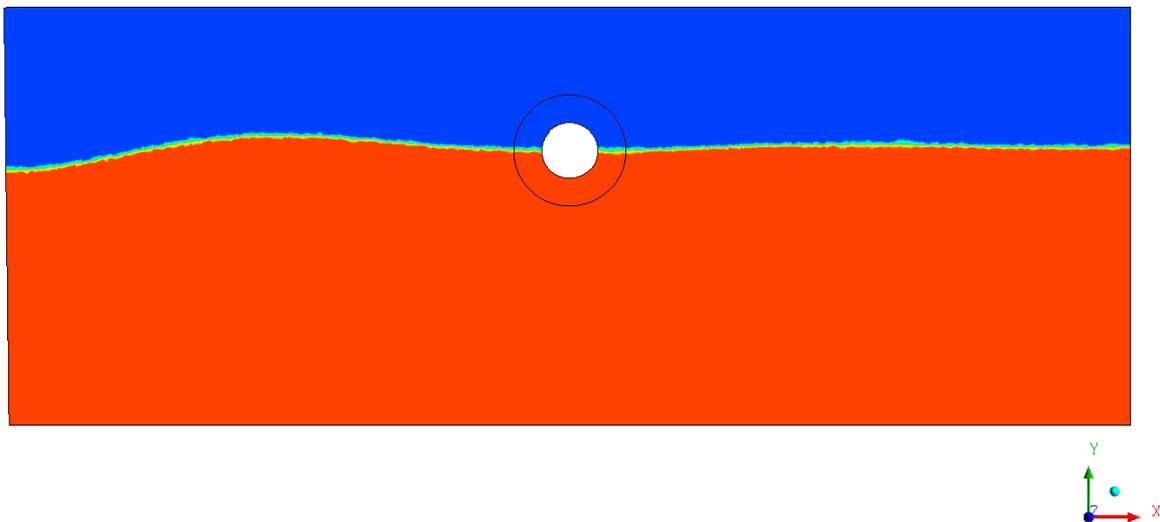


Abbildung J.5.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 4$ s

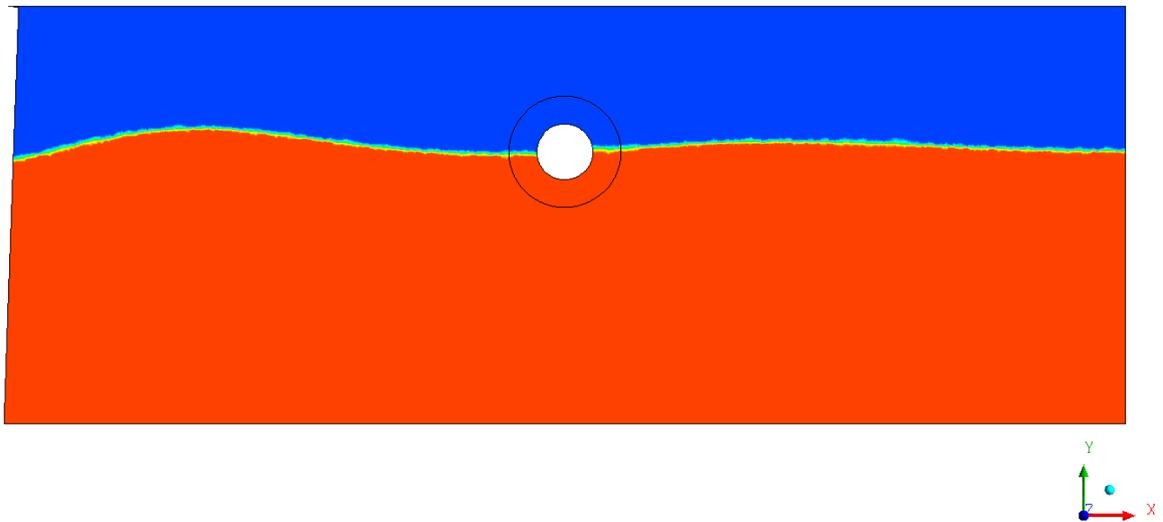


Abbildung J.6.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 5$ s

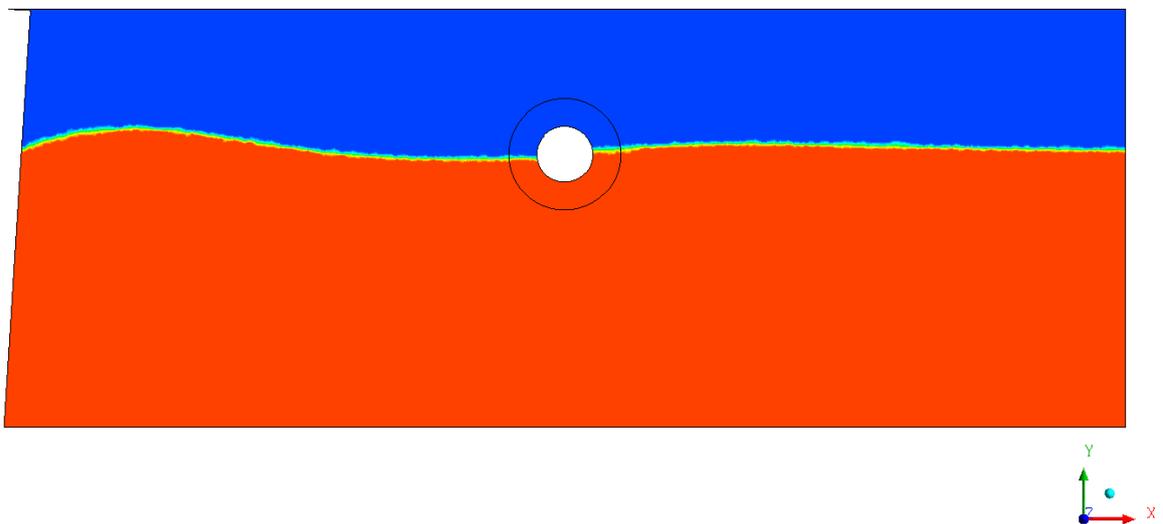


Abbildung J.7.: Wellenausprägung im NWK des Modells Z2 bei einer Simulationszeit von $t = 6$ s

K. Die verwendete Software

Für die Bearbeitung dieser Arbeit wurden folgende Programme verwendet:

Textsatz mit LATEX

TEXMAKER 2.1

MiKTeX 2.9

Symbolische Mathematik, Auswertung

MATHCAD 14.0

Numerische Berechnung

ANSYS FLUENT 13.0

Im- /Export und Formatierung von Daten

Notepad 5.8.8

Code Blocks 10.05

L. Inhalt der DVD

1. Animationen

- Bewegter Zylinder
- Dynamisches Netz

2. ANSYS-Files

- Bewegter Zylinder
- Dynamisches Netz
- Geschwindigkeitseinlass
- Wellenstudie

3. Dokumentation

4. Programmcodes

- Amplitudenermittlung
- Theorieberechnung
- UDF

M. Aufgabenstellung



Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf
Department Maschinenbau und Produktion

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Oktober 2011

Bachelorthesis (B.Eng.)

Modellierung und Simulation eines Wellenerzeugers für eine maritime Versuchsanlage mit CFD-Methoden

Wellen und Meeresströmungen bieten ein erhebliches und bisher wenig beachtetes Energiepotential und können in Zukunft einen nennenswerten Beitrag zur nachhaltigen Energieerzeugung liefern. Die technologische Reife heutiger Wellenkraftwerke ist jedoch noch wenig ausgeprägt und mit der der Windkraftanlagen in den 1970er/80er Jahren vergleichbar. Für den Standort Hamburg mit seinen maritimen Kompetenzen können sich durch die Entstehung dieser neuen Technologien interessante wirtschaftliche und wissenschaftliche Perspektiven ergeben. An diesem Prozess möchte sich die HAW Hamburg aktiv beteiligen. Daher soll im Zentrum für Energietechnik der HAW Hamburg ein Wellenkanal für Lehr- und Forschungszwecke in Betrieb genommen werden. Der Wellenkanal besteht aus einem 10m langen, 1m breiten und 1,5m hohen Wassertank mit transparenten Wänden und mit einer maximalen Füllhöhe von 1m.

Zur Wellenerzeugung soll eine Klappe eingesetzt werden, die entweder Drehschwingungen um eine Achse am Wellentankboden (für Tiefwasserwellen) oder eine Art Kolbenbewegung bei senkrechter Klappenausrichtung (für Flachwasserwellen) ausführen kann. Dazu wurde bereits ein konstruktives Konzept entwickelt [1].

Im Rahmen dieser Arbeit sollen CFD-Modellierungen und -Simulationen zu der sich in Abhängigkeit von der Betriebsart des Wellenerzeugers einstellenden Wellendynamik durchgeführt werden. Die Wellenströmung ist dazu als zweidimensionale instationäre Zweiphasenströmung (Luft, Wasser) zu modellieren. Dazu sollen ein VOF-Modell genutzt und passende Randbedingungen eingesetzt werden. Um die in [2] aufgezeigten Schwierigkeiten der Wellensimulation zu überwinden, sind zunächst weitere VOF-Modelle und Diskretisierungen auf ihre Eignung zu prüfen. Im Anschluss sind die Betriebsarten bzw. die Bewegungen des Wellenerzeugers zu programmieren und mit einem dynamischen Netz im CFD-Modell abzubilden.

Die Ergebnisse sind zu analysieren und mit Erkenntnissen aus der linearen Wellentheorie bzw. der linearen Theorie der Wellenerzeuger [3] grafisch und quantitativ zu vergleichen (Strömungen im Bereich der Platte, Wellenformen, Wellenlängen, Wellenbrechung, ...). Abweichungen sind zu diskutieren. Darüber hinaus sind auch nichtlineare Wellenbewegungen zu simulieren und die für gewünschte Betriebszustände notwendigen Auslenkungen des Wellenerzeugers zu ermitteln.

Optional ist aufzuzeigen, wie die dynamische Bewegung eines im Wellengang bewegten einfachen Körpers (z.B. eines Zylinders) in das CFD-Modell integriert werden kann.

Die Vorgehensweise und die Erkenntnisse sind unter Beachtung der formalen Anforderungen an das wissenschaftliche Schreiben in der Bachelorthesis strukturiert darzustellen. Der Arbeit ist ein Datenträger (CD oder DVD) mit der Thesis selbst (im PDF-Format) sowie allen relevanten CFD-Dateien beizulegen.

[1] L. Dahl, S. Heinze, T. Krull, M. Peix: Entwurf und Konstruktion eines Wellengenerators. Bachelorprojekt, HAW Hamburg, 2011.

[2] P. Mössinger: Modellierung und Simulation der Wellendynamik in einem Wellenkanal mit CFD-Methoden. Masterprojekt, HAW Hamburg, 2011.

[3] R.G. Dean, R. A. Dalrymple: Water Wave Mechanics for Engineers & Scientists. Vol. 2, World Scientific Publishing, Singapore, 1991.

Literaturverzeichnis

- [1] ANSYS Inc. *ANSYS 13 Theoriehandbuch*. ANSYS Inc., 2010.
- [2] ANSYS Inc. *ANSYS 13 Benutzerhandbuch*. ANSYS Inc., 2010.
- [3] J. Bard *Vortragsreihe Naturwissenschaften: Das Energieproblem - Meeresenergie*. <http://epub.ub.uni-muenchen.de/1387/1/senior-stud-2007-03-01.pdf>. Aufgerufen im Januar 2012.
- [4] F. Büsching *Küsteningenieurswesen*. FH Bielefeld.
- [5] <http://www.cfd-online.com>. *CFD-Online*. Aufgerufen im Januar 2012.
- [6] G. Clauss, E. Lehmann, C. Östergaard. *Meerestechnische Konstruktionen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1988.
- [7] R. Dean, R. Dalrymple. *Water waves mechanics for engineers and scientists*. World Scientific, 1991.
- [8] R. Dean, R. Dalrymple. *Water waves mechanics for engineers and scientists - Java Anwendungen*. <http://www.coastal.udel.edu/faculty/rad/>.
- [9] A. Dede, C. Krüger. *Sudienarbeit: CFD-Simulation zum Flugverhalten zylindrischer Fasern*. Hochschule für angewandte Wissenschaften Hamburg, 2009.
- [10] J.H. Ferziger, M. Peric. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [11] FLUENT Inc.. *FLUENT Tutorial - Simulation of Wave Generation in a Tank*. FLUENT Inc., 2005.
- [12] FLUENT Inc.. *FLUENT Tutorial - Solving a 2D-Box falling into water*. FLUENT Inc., 2006.
- [13] J. Gieseke, E. Mosonyi. *Wasserkraftanlagen - Planung, Bau, Betrieb*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [14] K. Graw. *Nutzung der Wellenergie-Stand und Perspektiven*. Meeresenergieforum, 2006.
- [15] F. Harlow, J. Welch. *Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*. The Physics of Fluids 8 (1965), Nr. 12, S. 2182-2189.
- [16] Robert T. Hudspeth. *Waves and wave forces on coastal and ocean structures*. World Scientific, 2006.
- [17] S. Lecheler. *Numerische Strömungsberechnung*. Vieweg+Teuber, 2009.
- [18] A. Malcherek. *Gezeiten und Wellen - Die Hydromechanik der Küstengewässer*. Vieweg+Teuber, 2010.
- [19] P. Milbradt. *Zur mathematischen Modellierung großräumiger Wellen- und Strömungsvorgänge*. Universität Hannover, 1994.

-
- [20] P. Mössinger. *Masterprojekt-Simulation*. Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 2011.
- [21] Pelamis - wave power *Wave Energy-The Resource*. <http://www.pelamiswave.com/wave-energy/the-resource>. Aufgerufen im Januar 2012.
- [22] Samuel R. Ransau. *Solution Methods for Incompressible Viscous Free Surface Flows: A Litteratur Review*. Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet, No.3/2002.
- [23] SeaGen - Sea Generation Ltd <http://www.seageneration.co.uk/>. Aufgerufen im Januar 2012.
- [24] R. Stück. *Numerische Simulation transientser Wellengruppen mittels einer hybriden Finite-Elemente-Finite-Volumen Methode*. Technische Universität Berlin, 2008.
- [25] Voith Hydro *Pressemitteilung 08.07.2011 - Erstes Wellenkraftwerk der Welt kommerziell angeschlossen*. <http://www.voith.com/press/562183.html>. Aufgerufen im Januar 2012.
- [26] World Energy Council *2010 Source of Energy Resource - Wave Energy*. <http://www.worldenergy.org/documents/ser-2010-report-1.pdf>. Aufgerufen im Januar 2012.
- [27] P. Wulf. *Skriptum zur Vorlesung Berechnung und Konstruktion von Wind - und Wellenenergieanlagen, Teil Wellen- und Meeresströmungsanlagen*. Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 2011.
- [28] P. Wulf. *Skriptum zur Vorlesung Computational Fluid Dynamics (Master)*. Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 2011.



Formblatt **Erklärung zur selbständigen Bearbeitung einer ausgeführten Bachelorthesis**

Zur Erläuterung des Zwecks dieses Blattes:

§ 16 Abs. 5 der APSO-TI-BM lautet:

„Zusammen mit der Thesis ist eine schriftliche Erklärung abzugeben, aus der hervorgeht, dass die Arbeit – bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit (§18 Absatz 1) – ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Dieses Blatt mit der folgenden Erklärung ist nach Fertigstellung der Arbeit durch jede/n Kandidat/en/in auszufüllen und jeweils mit **Originalunterschrift** (keine Ablichtungen !) **als letztes Blatt des als Prüfungsexemplar der Bachelorthesis gekennzeichneten Exemplars einzubinden.**

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann - auch nachträglich - zur Ungültigkeit des Bachelor-Abschlusses führen.

Erklärung

Hiermit versichere ich,

Name: Pieper Vorname: Dorothee

daß ich die vorliegende Bachelorthesis mit dem Thema

Modellierung und Simulation eines Wellenerzeugers für eine maritime

Versuchsanlage mit CFD-Methoden

ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

_____ Ort

_____ Datum

_____ Unterschrift im Original