Numerische Simulation von irregulärem Seegang

Masterthesis

Verfasser:Daniel UhlmannMatrikel-Nr.:2055432Studiengang:Berechnung und Simulation im Maschinenbau

Erstprüfer: Zweitprüfer: Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf Dipl.-Ing. Christian Thieme

Hochschule: HAW Hamburg Fakultät: Technik und Informatik Department: Maschinenbau und Produktion



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg Hamburg University of Applied Sciences Angefertigt bei: Blohm + Voss Naval GmbH Hermann-Blohm-Straße 3 20457 Hamburg

Blohm + Voss Naval



Hamburg, den 17. August 2012

Masterthesis						
Elektronische Version						
Name: Vorname:						
Uhlmann	Daniel					
Studiengang: vorgelegt am:						
Berechnung und Simulation im	l					
Maschinenbau						
Erstprüfer:	Zweitprüfer:					
Prof. DrIng. Peter Wulf DiplIng. Christian Thieme						
Thema:						
Numerische Simulation von irregulärem Seegang						

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist die 3-dimensionale Simulation eines Schwimmkörpers bei kurzkämmigem irregulärem Seegang. Sämtliche Berechnungen werden hierbei mit der Strömungssoftware ANSYS CFX durchgeführt. Im Gegensatz zu herkömmlichen, potentialtheoretischen Strömungsberechnungen basieren somit alle Simulationen auf den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen.

Zu Beginn der Arbeit wird auf die verschiedenen Wellentheorien und drei verschiedene Seegangsspektren eingegangen. Es wird erläutert, wie durch die Überlagerung von Richtungsfunktionen irregulärer Seegang simuliert werden kann.

Vor den eigentlichen Seegangssimulationen werden verschiedene Voruntersuchungen durchgeführt. Zunächst werden mehrere Vernetzungsvarianten im Hinblick auf die Dissipation der Wellenhöhe und die Phasenverzerrung von Wellen getestet. Das beste Ergebnis wird mit 80 Zellen über die Wellenlänge und 60 Zellen über die Wellenhöhe erreicht. Des Weiteren werden verschiedene Zeitschrittweiten simuliert. Eine Zeitschrittweite von 100 Schritten pro Wellenperiode ist hierbei ausreichend. In weiteren Untersuchungen wird auf die Art der Wellengenerierung, den Effekt der Wellenreflexion am Auslass und den Einfluss von verschiedenen Turbulenzmodellen eingegangen.

Nach Abschluss der Voruntersuchungen werden die Ergebnisse von drei 2-dimensionalen Seegangssimulationen vorgestellt. Bei den simulierten Seegangsspektren handelt es sich um das JONSWAP, Bretschneider und Ochi-Hubble bi-modal Spektrum. Der langkämmige Seegang wird mithilfe der in ANSYS CFX enthaltenen CFX Command Language erzeugt. In einem weiteren Schritt wird irregulärer Seegang simuliert. Hierzu wird das Berechnungsmodell auf eine 3-dimensionale Domain erweitert. Neben der Überlagerung von Einzelwellen, zur Erzeugung des Seegangsspektrums, werden hier auch die Richtungsfunktionen überlagert. In einer letzten Simulation wird in das Berechnungsgebiet ein Ponton eingesetzt. Zunächst wird die Umströmung des Pontons bei einer Fahrt von zehn Knoten dargestellt. In einer weiteren Simulation werden zusätzlich zu dieser Fahrt Wellen zugeschaltet, und die Pontonbewegung in kurzkämmigem Seegang simuliert.

Mit dieser Arbeit wird eine Möglichkeit vorgestellt, um mithilfe der Software ANSYS CFX einen Schwimmköper bei kurzkämmigem irregulärem Seegang zu simulieren.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	V
Inhaltsverzeichnis	VII
Abbildungsverzeichnis	IX
Tabellenverzeichnis	XI
Nomenklatur	XII
Formelzeichen	XV
Abkürzungen	XV
1 Einleitung	1
1.1 Hintergrund	1
1.2 Aufgaben und Ziele	1
1.3 Stand der Technik/Forschung	2
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Grundlagen Wellen	3
2.1.1 Potentialtheorie	3
2.1.2 Lineare und nichtlineare Wellentheorie	6
2.1.3 Brechungskriterium	11
2.1.4 Seegangsspektren	13
2.1.5 Gerichtetes Seegangsspektrum	20
2.2 Grundlagen Strömungssimulationen	22
2.2.1 Inhomogene und homogene Mehrphasenströmungsmodell	23
2.2.2 Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANSE)	25
2.2.3 Turbulenzmodelle	25
2.3 Starrkörperbewegung	27
3 Voruntersuchungen und Vorüberlegungen	31
3.1 Netzanalyse	31
3.2 Analyse zur Zeitschrittweite	41
3.3 Untersuchung der Wellengenerierung	42
3.4 Wellenreflexion am Auslass	45
3.5 Turbulenzanalyse	47
4 Simulationen von irregulärem Seegang	52
4.1 Simulationen von langkämmigem Seegang	52
4.1.1 Vernetzung und Berechnungsmodell	52
4.1.2 Ergebnisauswertung JONSWAP Seegangsspektrum	54
4.1.3 Ergebnisauswertung Bretschneider Seegangsspektrum	58
4.1.4 Ergebnisauswertung Ochi-Hubble bi-modal Spektrum	60
4.1.5 Fazit der langkämmigen Seegangssimulationen	62
4.2 Simulation von kurzkämmigem Seegang	62
4.2.1 3D-Geometrie und Vernetzung	62

	4.2.2	3D-Berechnungsmodell und Randbedingungen	.63
	4.2.3	Ergebnisauswertung der kurzkämmigen Seegangssimulation	.67
	4.2.4	Fazit der kurzkämmigen Seegangssimulation	.71
5	Simu	Ilation eines Pontons in kurzkämmigem Seegang	.72
5	.1	Geometrie und Vernetzung	.72
5	.2	Berechnungsmodell und Randbedingungen	.75
5	.3	Ergebnisauswertung der Seegangssimulation mit Ponton	.79
5	.4	Fazit der Seegangssimulation mit Ponton	.86
6	Zusa	mmenfassung und Ausblick	.87
Lite	ratur	verzeichnis	.89

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1: Wellenbild mit Wellenhöhe H, Wellenlänge L und Wellenamplitude ζ_A	5
Abbildung 2-2: Lineare Wellentheorie (Airy/Laplace) [28]	7
Abbildung 2-3: Stokes Wellentheorie [28]	9
Abbildung 2-4: Cnoidalwellentheorie nach Korteweg und de Vries [28]	10
Abbildung 2-5: Einzelwellentheorie nach Boussinesq [28]	10
Abbildung 2-6: Orbitalgeschwindigkeit ω und Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c	11
Abbildung 2-7: Wellentheorie und Brechgrenze [11]	12
Abbildung 2-8: Langkämmiger regulärer Seegang	13
Abbildung 2-9: Langkämmiger irregulärer Seegang	13
Abbildung 2-10: Überlagerung von Sinuswellen	13
Abbildung 2-11: Kurzkämmiger irregulärer Seegang	13
Abbildung 2-12: Bretschneider Spektren bei verschiedenen Windstärken	15
Abbildung 2-13: JONSWAP Spektren bei verschiedenen Windstärken	16
Abbildung 2-14: Ochi-Hubble bi-modal Spektren bei verschiedenen Windstärken	18
Abbildung 2-15: Freiheitsgrade eines Schiffes	27
Abbildung 3-1: 2D-Berechnungsgebiet	32
Abbildung 3-2: Verdichtung der Elemente hin zum Nullniveau	32
Abbildung 3-3: Analytische Wellenauslenkung für 3 m Wellenamplitude und 70 m Wellenlänge [7]	35
Abbildung 3-4: Wasserspiegelauslenkung nach 46,8 s Sekunden aller 16 Netzvarianten	36
Abbildung 3-5: Wellental nach 46,8 s	37
Abbildung 3-6: Wellenberg nach 46,8 s	38
Abbildung 3-7: Nulldurchgang der "ersten" Welle nach 46,8 s	39
Abbildung 3-8: Wasserspiegelauslenkung der Variante 12 und 17 nach 46,8 s	40
Abbildung 3-9: Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Zeitschrittweite	41
Abbildung 3-10: Analytische Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Einlassrandbedingung	42
Abbildung 3-11: Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Einlassrandbedingung	43
Abbildung 3-12: Wellenberg - Einlass	44
Abbildung 3-13: Wellental - Einlass	44
Abbildung 3-14: Wasserspiegelauslenkung am Einlassrand und nach 2 m über die Zeit	45
Abbildung 3-15: Verteilung der Permeabilität über Teilgebiet vor Auslass	47
Abbildung 3-16: Wasserspiegelauslenkung ohne Turbulenzmodell	48
Abbildung 3-17: Wasserspiegelauslenkung bei k-ε-Turbulenzmodell	48
Abbildung 3-18: Wasserspiegelauslenkung bei RNG-k- e-Turbulenzmodell	49
Abbildung 3-19: Wasserspiegelauslenkung bei k- ω -Turbulenzmodell	49
Abbildung 3-20: Wasserspiegelauslenkung bei Shear Stress Turbulenzmodell	50
Abbildung 3-21: Wasserspiegelauslenkung bei SAS SST Turbulenzmodell	50
Abbildung 4-1: Anzahl an horizontalen und vertikalen Elementen	52
Abbildung 4-2: Wasserspiegel nach JONSWAP 10	55
Abbildung 4-3: Seegangsspektrum nach JONSWAP 10	55

Abbildung 4-4: Wasserspiegel nach JONSWAP 20	56
Abbildung 4-5: Seegangsspektrum nach JONSWAP 20	57
Abbildung 4-6: Wasserspiegel nach JONSWAP 30	57
Abbildung 4-7: Seegangsspektrum nach JONSWAP 30	58
Abbildung 4-8: Wasserspiegel nach BRETSCHNEIDER	59
Abbildung 4-9: Seegangsspektrum nach BRETSCHNEIDER	60
Abbildung 4-10: Wasserspiegel nach OCHI-HUBBLE BI-MODAL	61
Abbildung 4-11: Seegangsspektrum nach OCHI-HUBBLE BI-MODAL	61
Abbildung 4-12: Blick auf Vernetzung von oben	63
Abbildung 4-13: Seitliche Vernetzung	63
Abbildung 4-14: Randbedingungen	64
Abbildung 4-15: Bereiche des numerischen Strandes	64
Abbildung 4-16: Verteilung der Permeabilität über die Diagonale des Beach 3	65
Abbildung 4-17: Hauptseegangsrichtung	65
Abbildung 4-18: Wellenauslenkung nach 115,5 s bei einer Windstärke von 6 Bft	67
Abbildung 4-19: Wellenspiegelauslenkung an 2 Positionen	70
Abbildung 5-1: Ponton - Seitenansicht und Unteransicht	72
Abbildung 5-2: Modellansicht von oben	73
Abbildung 5-3: Modellansicht in globaler x-z Ebene	73
Abbildung 5-4: Vernetzung von oben	74
Abbildung 5-5: Vernetzung Ponton Bug	74
Abbildung 5-6: Vernetzung Ponton Heck	74
Abbildung 5-7: Gelb gekennzeichneter Bereich mit konstanter Vernetzung	77
Abbildung 5-8: Wassergeschwindigkeit bei ~10 kn Fahrt (5,24 m/s)	79
Abbildung 5-9: Wellenauslenkung bei ~10 kn Fahrt	79
Abbildung 5-10: Eulerwinkel [°] des Pontons	80
Abbildung 5-11: Wellenspiegelauslenkung nach 5 s	81
Abbildung 5-12: Wellenspiegelauslenkung nach 10 s	81
Abbildung 5-13: Wellenspiegelauslenkung nach 15 s	82
Abbildung 5-14: Wellenspiegelauslenkung nach 20 s	82
Abbildung 5-15: Wellenspiegelauslenkung nach 25 s	83
Abbildung 5-16: Wellenspiegelauslenkung nach 30 s	83
Abbildung 5-17: Wellenspiegelauslenkung nach 35 s	84
Abbildung 5-18: Wellenspiegelauslenkung nach 40 s	84
Abbildung 5-19: Wellenspiegelauslenkung nach 45 s	85
Abbildung 5-20: Wellenspiegelauslenkung nach 50 s	85

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Charakteristische Wellenhöhe und Wellenperiode in Abhängigkeit der Windstärke [24].	14
Tabelle 3-1: Anzahl der Netzvarianten	32
Tabelle 3-2: Überblick der wichtigsten Einstellungen	34
Tabelle 3-3: Netzvariante 17 für die Voruntersuchungen	40
Tabelle 4-1: Überblick der wichtigsten Einstellungen für irreguläre Seegangssimulationen	53
Tabelle 4-2: Wellenbilder der Vorsimulationen	.66
Tabelle 4-3: Konturplots der Wellenauslenkung über die Zeit gesehen	68
Tabelle 5-1: Überblick der wichtigsten Einstellungen für die Seegangssimulation mit Ponton	.78

Nomenklatur

Zeichen	Einheit	Bezeichnung		
U	m/s	Geschwindigkeit		
Φ	m²/s	Geschwindigkeitspotential		
t	S	Zeit		
р	N/m²	Druck		
p_0	N/m²	Atmosphärendruck		
ρ	kg/m³	Dichte		
8	m/s²	Erdbeschleunigung		
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	m	Positionsvariablen		
Н	m	Wellenhöhe		
d	m	Wassertiefe		
ζ	m	Wellenamplitude / Wellenspiegelauslenkung		
ζΑ	m	Maximale Wellenamplitude		
L	m	Wellenlänge		
k	-	Wellenzahl		
ω	rad/s	Wellenfrequenz		
ω_n	rad/s	Wellenbegegnungsfrequenz		
и, v, w	m/s	Geschwindigkeitskomponenten in x, y, z		
θ	rad	Wellenphase		
C_p	m/s	Phasengeschwindigkeit		
С	m/s	Fortschrittsgeschwindigkeit		
Т	S	Wellenperiode		
$S_{(f)}$, $S_{(\omega)}$	m²s	Spektrale Energiedichte		
f	1/s	Frequenz		
H _s	m	Charakteristische (kennzeichnende) Wellenhöhe		
ω_p	rad/s	Peak-Kreisfrequenz		
T_p	S	Peak-Periode, Charakteristische Wellenperiode		

Numerische Simulation von irregulärem Seegang

Э	rad	Phasenverschiebung		
$G_{(a,\omega)}$	-	Richtungsfunktion		
G_0	-	Normalisierung der Richtungsfunktion, sodass $G_{(\alpha,\omega)}$ zu 1 wird		
α	rad	Wellenrichtung im Bezug auf Hauptseegangsrichtung		
α_M	rad	Winkel der Hauptseegangsrichtung		
U_{Wind}	m/s	Windgeschwindigkeit		
$S_{(\omega, a)}$	m²s	Richtungswellenspektrum		
δ	m²	Permeabilität		
U_{Sch}	m/s	Schiff-/Schwimmkörpergeschwindigkeit		
Fr	-	Froude-Zahl		
m	kg	Masse		
L_{Wl}	m	Länge einer Schiff/Schwimmkörper-Wasserlinie		
K	rad	Begegnungswinkel		
λ	rad	Fahrtrichtung		
1A	NSYS CFX (CFD Nomenklatur (Kapitel 2.2 und 2.3)		
<i>U</i> , <i>u</i>	m/s	Geschwindigkeit		
r	%	Volumenanteil		
ρ	kg/m³	Dichte		
α, β	-	Phase		
N_p				
	-	Anzahl der Phasen		
Γ^{+}	-	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen		
Γ^+ $\Gamma_{lphaeta}$	- - kg/m³s	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen Massenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β		
Γ^+ $\Gamma_{lphaeta}$ S_{MSa}	- - kg/m³s kg/m³s	Anzahl der PhasenImpuls-Austauschkoeffizient zwischen PhasenMassenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β Massenquellen		
Γ^+ $\Gamma_{lphaeta}$ S_{MSa} η	- - kg/m ³ s kg/ms	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen Massenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β Massenquellen Dynamische Viskosität		
Γ^{+} $\Gamma_{\alpha\beta}$ S_{MSa} η τ	- kg/m ³ s kg/m ³ s kg/ms kg/ms ²	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen Massenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β Massenquellen Dynamische Viskosität Scherspannung		
$ \Gamma^{+} \\ \Gamma_{\alpha\beta} \\ S_{MSa} \\ \eta \\ \tau \\ \eta_{t} $	- kg/m ³ s kg/m ³ s kg/ms kg/ms ² kg/ms	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen Massenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β Massenquellen Dynamische Viskosität Scherspannung Turbulente Scheinviskosität / Wirbelviskosität		
Γ^{+} $\Gamma_{\alpha\beta}$ S_{MSa} η τ η_{t} I_{turb}	- kg/m ³ s kg/m ³ s kg/ms kg/ms ² kg/ms	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen Massenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β Massenquellen Dynamische Viskosität Scherspannung Turbulente Scheinviskosität / Wirbelviskosität Turbulenzintensität		
Γ^{+} $\Gamma_{\alpha\beta}$ S_{MSa} η τ η_{t} I_{turb} S_{Ma}	- kg/m ³ s kg/ms kg/ms ² kg/ms - kg/m ² s ²	Anzahl der Phasen Impuls-Austauschkoeffizient zwischen Phasen Massenstrom pro Volumen von Phase α zu Phase β Massenquellen Dynamische Viskosität Scherspannung Turbulente Scheinviskosität / Wirbelviskosität Turbulenzintensität Impulsquellen und Senken von Außen		

t	S	Zeit	
k	m²s²	Turbulente kinetische Energie	
Е	m²s³	Turbulente Dissipation	
$P_{kb}, P_{\varepsilon b}$	N	Auftriebskraft	
P_k	kg/ms³	Produktion der turbulenten kinetischen Energie	
L	Nms	Drehimpuls	
Р	Ns	Impuls	
М	Nm	Drehmoment	
т	kg	Masse	
F	N	Kraft	
g	m/s²	Erdbeschleunigung	
k _{linear}	N/m	Lineare Federkonstante	
Ι	kgm²	Massenträgheitsmoment	
θ	rad	Eulerwinkel	
φ	rad	Winkel im globalen Koordinatensystem	

Soweit nichts Weiteres im Text deklariert ist, ist diese Nomenklatur gültig.

Formelzeichen

Symbol	Bezeichnung
8	Dyadisches Produkt
×	Kreuzprodukt
т	Transponiert
	Vektorielle Größen

Abkürzungen

Abkürzung	Bezeichnung	
2D	2-dimensional	
3D	3-dimensional	
CFD	Computational Fluid Dynamics – Numerische Strömungssimulation	
DGL	Differentialgleichung	
RANSE	Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen	
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes	
JONSWAP	Joint North Sea Wave Project	

1 Einleitung

In diesem Kapitel wird der Hintergrund für diese Arbeit, die Ziele und der aktuelle Stand der Forschung im Bereich der numerischen Seegangssimulationen erläutert.

1.1 Hintergrund

Durch das heutzutage sehr hohe Schiffsaufkommen und durch den stetigen Ausbau von maritimen Anlagen zu Wasser, wie beispielsweise Offshore-Anlagen, kommt der Simulation von Meeresströmungen eine stetig stärker werdende Rolle zu. Für die Auslegung und Konstruktion von maritimen Systemen bedarf es einer genauen Kenntnis der Welleneinwirkung und der dadurch resultierenden Strukturbelastungen und -bewegungen. Herkömmliche potentialtheoretische Ansätze werden dabei zunehmend von RANS-Simulationen verdrängt. Diese haben den Vorteil, dass neben nichtbrechenden Wellen auch brechende Wellen simuliert werden können. Zudem kann Fluid-Struktur-Interaktion berücksichtigt werden. Der Nachteil einer RANS-Simulation gegenüber dem potentialtheoretischen Ansatz liegt wiederum in der extrem hohen Rechenzeit. Doch mit steigenden Rechenkapazitäten wird dieser Nachteil immer geringer.

1.2 Aufgaben und Ziele

Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Methode um Schwimmkörper in kurzkämmigem Seegang zu simulieren. Hierzu soll die kommerzielle Strömungssimulationssoftware ANSYS CFX zum Einsatz kommen. Da das zu entwickelnde Modell auch für weitere Berechnungen genutzt werden soll, ist es notwendig, eine möglichst stabile Konvergenz zu gewährleisten. Aus diesem Grund müssen zunächst 2D-Simulationen von regulären Einzelwellen, mit Hinblick auf die Vernetzung und die Zeitschrittweite, durchgeführt werden. In einem zweiten Schritt sollen dann 2D-Simulationen von lang-kämmigem Seegang erzeugt und mit bereits bekannten Seegangsspektren verglichen werden. Die Überlagerung diskreter Einzelwellen soll hierbei mithilfe der ANSYS CFX Command Language erfolgen. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird dann das Berechnungsgebiet auf eine 3D-Geometrie erweitert und basierend auf den vorangegangenen Ergebnissen kurzkämmiger Seegang simuliert. Als letzter Schritt soll mithilfe einer Rigid-Body-Funktion ein Schwimmkörper in das zuvor berechnete 3D-Seegangsmodell integriert werden. In der folgenden Auflistung sind die laut Aufgabenstellung durchzuführenden Schritte nochmals im Überblick dargestellt:

- Theorie Wasserwellen
- Zweiphasenströmung mit freier Flüssigkeitsoberfläche in ANSYS CFX
- 2D-Simulation regulärer Einzelwellen
- 2D-Simulation von langkämmigem Seegang
- 3D-Simulation von kurzkämmigem Seegang
- 3D-Simulation eines Schwimmkörpers in irregulärem Seegang

1.3 Stand der Technik/Forschung

Die Anfänge der Beschreibung von Wellen reichen bis ins 19. Jahrhundert zurück. Bereits 1802 leitete Franz Josef von Gerstner [17] eine nichtlineare Theorie für trochoide Meereswellen her. Diese stellt einen Sonderfall dar und ist für sehr große Wassertiefen gültig. 1841 war George Biddell Airy [2] der Erste, welcher eine korrekte Formulierung für Schwerewellen ableitete. Kurz darauf, im Jahre 1847, erweiterte Stokes [49] die lineare Wellentheorie von Airy für nichtlineare Wellenbewegungen. Es entstanden die Wellentheorien höherer Ordnung. Sonderfälle für Flachwasserwellen wurden 1871 von Boussinesq [8] eingeführt. Hierbei handelt es sich um wirbelbehaftete, nicht hydrostatische Meereswellen. Für die Beschreibung von Flachwasserwellen führten Korteweg und de Vries 1895 [27] die sogenannte Korteweg-de-Vries-Gleichung ein. Diese Theorie ist im Gegensatz zu Boussinesq für hydrostatische, wirbelfreie Strömungen gültig [31].

Im Vergleich zu damals hat sich im Bereich der Seegangssimulationen einiges getan. Während zu Beginn der Computersimulationen vor allem potentialtheoretische Ansätze (wirbelfreie Vektorfelder) zum Einsatz kamen, werden in letzter Vergangenheit vermehrt Meeressimulationen basierend auf den Navier-Stokes-Gleichungen durchgeführt. Zu diesen Simulationen zählen sowohl reine Seegangssimulationen sowie gekoppelte Simulationen in Kombination mit maritimen Anlagen. Untersuchungen zur Validierung von numerischen Sinuswellen wurden beispielsweise von Silva et al. [44] angestellt. Weitere Simulationen zu monochromatischen Wellen und deren Erzeugung wurden von Lal und Elangovan [30] untersucht. Irregulärer Seegang in einem 2D-Berechnungsgebiet wurden unter anderem bereits von Liang et al. [54] und M. Elangovan [15] gemacht. Park et al. [38] führten hingegen schon kurzkämmige Seegangssimulationen durch, bei denen neben der Überlagerung der Wellen auch eine Überlagerung der Wellenrichtungen hinzukam. Regulärer Seegang in Kombination mit einem Körper wurde bereits von mehreren Wissenschaftlern [16] [52] [13] simuliert. Als Beispiel soll hier die 2D-Simulation von Hadzic et al. [19] erwähnt werden, bei der ein Starrkörper von einer Einzelwelle erfasst wird. Alle Freiheitsgrade des Köpers waren dabei freigegeben.

Um Wellen in einer numerischen Simulation zu erzeugen gibt es verschiedene Möglichkeiten. Oftmals werden sogenannte "Piston" [54] [34] [1] oder "Flap Wave Maker" [44] [16] [15] verwendet. Bei "Piston Wave Maker" wird eine Wand des Berechnungsgebiets wie ein Kolben bewegt. Das im numerischen Wellentank befindliche Fluid bildet daraufhin eine Welle aus. Beim "Flap Wave Maker" hingegen ist die Bewegung der Wand ähnlich einer Flügeltür, welche Wellen an der Wasseroberfläche erzeugt. Eine andere Möglichkeit der Wellenerzeugung ist die Definition der Wellengeschwindigkeit und der Wellenspiegelauslenkung am Einlassrand [19] [38].

In dieser Arbeit soll kurzkämmiger irregulärer Seegang in Kombination mit einem Schwimmkörper simuliert werden. Die Erzeugung der Wellen wird hierbei über die Partikelgeschwindigkeit und die Wasserspiegelauslenkung am Einlassrand definiert. Dieses Thema ist unter anderem in der Schiffbauindustrie von Interesse, um die auf Schiffe wirkenden Kräfte unter "realen" Bedingungen zur ermitteln.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen von Wellen und numerischen Strömungssimulationen erläutert.

2.1 Grundlagen Wellen

In den folgenden Abschnitten wird auf die Theorie von Wellen eingegangen. Zunächst wird die Potentialtheorie erläutert, auf der die weiteren Wellentheorien aufbauen. Des Weiteren wird im Hinblick auf die numerischen Strömungssimulationen das Brechungskriterium für Wellen eingeführt. Da es für die Erzeugung von irregulärem Seegang von Bedeutung ist, werden in den letzten beiden Abschnitten dieses Unterkapitels verschiedene Seegangsspektren und das gerichtete Spektrum erläutert.

2.1.1 Potentialtheorie

Meereswellen werden hauptsächlich von Gravitation und Trägheit bestimmt. Andere Effekte, wie beispielsweise die Kompressibilität und die Oberflächenspannung des Wassers, spielen hierbei eine untergeordnete Rolle. Zur Herleitung der Bernoulli-Gleichung werden die Annahmen getroffen, dass es sich um eine reibungsfreie, wirbelfreie und inkompressible Strömung handelt. Des Weiteren wird in den folgenden Gleichungen lediglich eine 2D-Strömung betrachtet.

Für eine wirbelfreie Strömung gilt:

$$rot \ \vec{U} = 0 \tag{2-1}$$

wobei \vec{U} der Geschwindigkeitsvektor einer Strömung ist. Der Geschwindigkeitsvektor wird beschrieben durch den Gradienten des Potentials Φ :

$$\vec{U} = grad \ \Phi = \vec{\nabla}\Phi \tag{2-2}$$

Weiterhin gilt für eine inkompressible Strömung:

$$div \,\vec{U} = \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \tag{2-3}$$

Aus Gleichung (2-2) und Gleichung (2-3) folgt die Potentialfunktion in Form der Laplace-DGL:

$$\Delta \Phi = 0 \tag{2-4}$$

Die allgemeine Impulsgleichung für eine instationäre Strömung eines idealen Fluids lautet [53]:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla})\vec{U} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \vec{g}$$
(2-5)

wobei *t* die Zeit, ρ die Dichte, *p* der Druck und *g* die Erdbeschleunigung ist. Nach Einsetzen der folgenden Vektoridentität:

$$(\vec{U} \cdot \vec{\nabla})\vec{U} = \vec{\nabla}U^2 / 2 - \vec{U} \times (\vec{\nabla} \times \vec{U})$$
(2-6)

und Gleichung (2-1) in die allgemeine Impulsgleichung, folgt:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{1}{2}\vec{\nabla}U^2 = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \vec{g}$$
(2-7)

Durch Einführung des Schwerepotentials und durch Einsetzen der Gleichung (2-2) in Gleichung (2-7) ergibt sich:

$$\vec{\nabla} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0$$
(2-8)

Aus Gleichung (2-8) folgt dann in potentialschreibweise die instationäre Bernoulli-Gleichung:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + \frac{p}{\rho} + gz = const$$
(2-9)

Nachdem die Strömung durch **Gleichung (2-9)** nun beschrieben ist, müssen im Hinblick auf die numerischen Strömungssimulationen noch die Randbedingungen definiert werden.

Meeresbodenrandbedingung

Der Meeresboden (z = -d) kann numerisch wie eine gewöhnliche, sich nicht bewegende Randwandbedingung betrachtet werden. Es handelt sich somit um eine Neumann-Randbedingung, bei der die Geschwindigkeit in z-Richtung gleich Null wird.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \tag{2-10}$$

Randbedingungen an der Meeresoberfläche

An der Meeresoberfläche (z = 0) ist eine flexible Randbedingung notwendig, die sich in Abhängigkeit von der Zeit vertikal verformen kann.

Dynamische Randbedingung an der Meeresoberfläche

Für die dynamische Randbedingung wird der Druck an der Meeresoberfläche, sowie kurz unterhalb der Wasseroberfläche, mit dem Atmosphärendruck ($p = p_0$) gleichgesetzt. Dies hat zur Folge, dass in der Grenzfläche zwischen Wasser und Luft kein Druckgradient wirkt, was bedeutet, dass auf die Oberfläche von beiden Seiten her die gleichen Kräfte in entgegengesetzter Richtung wirken [50]:

$$\frac{\partial \Phi(x,z,t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi(x,z,t) \cdot \nabla \Phi(x,z,t) + g\zeta(x,t) = 0 \quad f \ddot{u} r \ z = \zeta(x,t)$$
(2-11)

 ζ gibt hierbei die Wellenspiegelauslenkung wieder.

Kinematische Randbedingung an der Meeresoberfläche

Die kinematische Randbedingung besagt, dass die vertikale Geschwindigkeit an der Meeresoberfläche gleich der substantiellen Ableitung des Wasserspiegels nach der Zeit ist. Es findet kein Massentransport über die freie Meeresoberfläche hinweg statt. Die vertikale Geschwindigkeitskomponente *w* lässt sich dann wie folgt schreiben [50]:

$$w = \frac{\partial \Phi(x, z, t)}{\partial z} = \frac{D\zeta(x, t)}{Dt} = \frac{\partial \zeta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \Phi(x, z, t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \zeta(x, t)}{\partial x} \quad f \ddot{u} r \ z = \zeta(x, t)$$
(2-12)



Abbildung 2-1: Wellenbild mit Wellenhöhe H, Wellenlänge L und Wellenamplitude ζ_A

2.1.2 Lineare und nichtlineare Wellentheorie

Wellentheorien lassen sich in lineare und nichtlineare Theorien einteilen. Nach linearer Wellentheorie sind lineare Wellen sowohl horizontal, wie auch vertikal symmetrisch (vgl. **Abbildung 2-2**). Dies bedeutet, dass ein Wellenberg im Vergleich zum Wellental dieselbe Amplitude besitzt. Bei der nichtlinearen Wellentheorie hingegen ist die Auslenkung des Wellenbergs größer als die des Wellentals. Beide Wellentheorien lassen sich von der Potentialtheorie ableiten.

Die **lineare Wellentheorie** beruht auf der Theorie von Airy [2]. Hierbei wird angenommen, dass die Wellenhöhe wesentlich geringer im Vergleich zur Wassertiefe ausfällt. Des Weiteren läuft die Welle nur in eine Richtung. Es gibt somit keine Strömung in Querrichtung. Bei der linearen Wellentheorie werden nur die linearen Anteile der dynamischen und kinematischen Randbedingung berücksichtigt.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta = 0 \quad f \ddot{u} r \ z = \zeta(x, t)$$
(2-13)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad f \ddot{u} r \ z = \zeta(x, t) \tag{2-14}$$

Durch die Annahme von sehr kleinen Wellenhöhen können $z = \zeta$ näherungsweise zu Null gesetzt werden. Nach Ableitung der linearisierten, dynamischen Randbedingung (**Gleichung (2-13)**) nach der Zeit und durch Einsetzen der kinematischen Randbedingung ergibt sich somit folgende Gleichung [50]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad f \ddot{u} r \ z = 0$$
(2-15)

Durch Anwendung des Separationsansatzes:

$$\Phi(x,z,t) = \Xi(x) \cdot Z(z) \cdot \Pi(t)$$
(2-16)

ergibt sich das Geschwindigkeitspotential wie folgt:

$$\Phi = -\frac{\zeta_A \omega}{k} \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) = -\frac{\zeta_A g}{\omega} \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t)$$
(2-17)

Hierbei entspricht *k* der Wellenzahl, ω der Kreisfrequenz, ζ_A der maximalen Wellenamplitude und *d* der Wassertiefe. Die Wellenzahl und Kreisfrequenz sind dabei wie folgt definiert:

$$k = \frac{2\pi}{L} \tag{2-18}$$

$$\omega = \sqrt{kg \tanh(kd)} \tag{2-19}$$

Im Falle der **Wellenzahlgleichung (2-18)** gibt *L* die Wellenlänge wieder. Für die lineare Wellentheorie lassen sich aus **Gleichung (2-17)** die Geschwindigkeitskomponenten in horizontaler und vertikaler Richtung ableiten [23]:

$$u(x, z, t) = \zeta_A \omega \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(\theta)$$
(2-20)

$$w(x, z, t) = \zeta_A \omega \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(\theta)$$
(2-21)

Diese Gleichungen gelten für mittlere Wassertiefen (0,05 < d/L < 0,5). θ ist hierbei die Wellenphase, welche folgendermaßen bestimmt wird:

$$\theta(x,t) = k \cdot x - \omega \cdot t \tag{2-22}$$

Die Wellenspiegelauslenkung berechnet sich wie folgt:

$$\zeta(x,t) = \zeta_A \cos(\theta)$$
(2-23)

Abbildung 2-2: Lineare Wellentheorie (Airy/Laplace) [28]

Nach Herleitung der Geschwindigkeitskomponenten und der Auslenkung nach linearer Wellentheorie wird nun im Folgenden die **nichtlineare Wellentheorie** nach Stokes [49] erläutert. Die Wellentheorie von Stokes beschränkt sich nicht, wie die lineare Wellentheorie, nur auf kleine Wellenhöhen im Verhältnis zur Wellenlänge, sondern beschreibt auch Wellen mit einer großen Wellensteilheit. Hierbei werden die dynamische und kinematische Randbedingung aus der Potentialtheorie nicht linearisiert, und die Oberfläche wird exakt wiedergegeben.

Aus der dynamischen Randbedingung (Gleichung (2-11)) ergibt sich die Wellenerhebung [23]:

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi(x, z, t) \cdot \nabla \Phi(x, z, t) \right] \quad mit \ z = \zeta(x, t)$$
(2-24)

Bei konstantem Druck an der Wasseroberfläche kann die exakte Oberflächenrandbedingung aus **Gleichung (2-12)** und mithilfe des totalen Differentials Dp/Dt wie folgt definiert werden:

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + w\frac{\partial}{\partial z}\right)p = 0$$
(2-25)

Aus der Bernoulli-Gleichung (2-8) folgt der Druck in Abhängigkeit von Zeit und Ort.

$$-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gz\rho = p - p_0$$
(2-26)

Nach Einsetzen der **Gleichung (2-26)** in **Gleichung (2-25)** und unter Annahme, dass der Atmosphärendruck $p_0 = 0$ ergibt, lässt sich die exakte Oberflächenrandbedingung wie folgt schreiben:

$$\frac{\partial^{2} \Phi}{\partial t^{2}} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^{2} \right]$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^{2} \right] = 0$$

$$f \ddot{u} r \ z = \zeta(x, t)$$

$$(2-27)$$

Durch folgende Potenzreihenentwicklungen des Potentials und der Wellenauslenkung:

$$\Phi(x,z,t) = \sum_{l=0}^{\infty} \Phi^{(l)}(x,z,t)$$
(2-28)

$$\zeta(x,t) = \sum_{l=0}^{\infty} \zeta^{(l)}(x,t)$$
(2-29)

können letztendlich die Wellenauslenkung und die Geschwindigkeitskomponenten nach Stokes 2. Ordnung hergeleitet werden. Hierbei ergeben die Reihenentwicklungen 0. Ordnung jeweils Null. Dies kommt einer glatten Wasseroberfläche gleich. Das Potential 1. Ordnung entspricht der linearen Wellentheorie. Beim Abbruch der Reihenentwicklung nach dem Potential 2. Ordnung entspricht dies der Stokes Wellentheorie 2. Ordnung. Im Anschluss werden die Reihenentwicklungen (Gleichungen (2-28), (2-29)), welche dann von 2. Ordnung genau sind, in die Gleichungen (2-24) und (2-27) eingesetzt. Somit ergeben sich die Bestimmungsgleichungen für das Potential und die

Wellenauslenkung. Nach Umstellen der Bestimmungsgleichungen lassen sich die Geschwindigkeitskomponenten 2. Ordnung wie folgt schreiben [23]:

$$u(x,z,t) = c_p(k\zeta_A) \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(\theta) + \frac{3}{4} c_p(k\zeta_A)^2 \frac{\cosh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \cos(2\theta)$$
(2-30)

$$w(x,z,t) = c_p(k\zeta_A) \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(\theta) + \frac{3}{4} c_p(k\zeta_A)^2 \frac{\sinh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \sin(2\theta)$$
(2-31)

wobei c_p die Phasengeschwindigkeit ist, welche sich für mittlere Wasserstiefen wie folgt bestimmen lässt:

$$c_p = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kd)}$$
(2-32)

Die Wellenauslenkung nach Stokes 2. Ordnung berechnet sich wie folgt:

$$\zeta(x,t) = \zeta_A \cos(\theta) + \frac{k}{4} \zeta_A^{\ 2} \frac{\cosh(kd)}{\sinh^3(kd)} (2 + \cosh(2kd)) \cos(2\theta)$$
(2-33)

In **Abbildung 2-3** ist eine Welle nach der Stokes Wellentheorie abgebildet. Es ist deutlich die Trochoide erkennbar, die sich durch einen hohen, spitzen Wellenberg und ein flaches Wellental auszeichnet. Dieses Modell eignet sich vor allem für die Beschreibung von steilen Wellen im Tiefwasser- und Übergangsbereich (vgl. **Abbildung 2-7**).



Abbildung 2-3: Stokes Wellentheorie [28]

Neben der linearen und nichtlinearen Wellentheorie existieren darüberhinaus die nichtlineare Cnoidalwellentheorie nach Korteweg und de Vries [27] und die Solitäre (Einzel-) Wellentheorie nach Boussinesq [8]. Bei letzterer handelt es sich um einen Sonderfall der Cnoidalwellentheorie. In **Abbildung 2-4** ist hierzu ein Wellenbild dargestellt. Im Vergleich zur Stokes Wellentheorie kommt der Unterschied von Wellenberg zu Wellental noch stärker zum Tragen. Diese Theorie eignet sich beispielsweise für die Simulation von Tsunamis in Flachwasserbereichen.



Abbildung 2-4: Cnoidalwellentheorie nach Korteweg und de Vries [28]

Abbildung 2-5 zeigt ein Wellenbild der Solitären-Wellentheorie nach Boussinesq [8]. Es besteht kein "richtiges" Wellental mehr, sondern vielmehr handelt es sich um eine "unendlich" lange Welle, welche lediglich einen Wellenberg besitzt. Dabei geschieht ein sehr großer Massentransport, da sich theoretisch der komplette Wellenberg über die Wasseroberfläche schiebt. Diese Wellentheorie eignet sich daher für die Beschreibung eines Tsunami in Tiefwasserbereichen.



Abbildung 2-5: Einzelwellentheorie nach Boussinesq [28]

Basierend auf dem potentialtheoretischen Ansatz gibt es je nach Anwendungsgebiet verschiedene Wellentheorien. Für RANS-Simulationen sind diese Wellentheorien vor allem für die Einlassrandbedingung von Relevanz. Bei einer vollständigen RANS-Rechnung werden die Meereswellen automatisch gemäß den physikalischen Erhaltungsgleichungen modelliert. Dies bedeutet zwar, dass die Rechnungen im Vergleich zu den oben genannten Theorien um einiges komplexer sind, jedoch können sämtliche physikalische Vorgänge korrekt abgebildet werden. Für die in dieser Arbeit durchgeführten numerischen RANS-Simulationen, spielen die in diesem Kapitel dargestellten Erkenntnisse für die Definition der Partikelgeschwindigkeit und Wellenauslenkung am Einlassrand eine wichtige Rolle.

2.1.3 Brechungskriterium

Im Gegensatz zu potentialtheoretischen Ansätzen ist es bei RANS-Simulationen auch möglich, das Brechen einer Welle zu simulieren. Dies kommt bei Seegang auf freiem Ozean zwar selten vor, trotzdem soll an dieser Stelle das Brechungskriterium der Vollständigkeit eingeführt werden.

Eine Welle kommt dann zum Brechen, wenn die Orbitalgeschwindigkeit der Wasserteilchen unmittelbar an der Wasseroberfläche größer ist als die Fortschrittsgeschwindigkeit der Welle.



Abbildung 2-6: Orbitalgeschwindigkeit ω und Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c

Die Orbitalgeschwindigkeit (vgl. **Abbildung 2-6**) an der Wasseroberfläche lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{\pi \cdot H}{T}$$
(2-34)

Hierbei entspricht H der Wellenhöhe und T der Wellenperiode. Mit **Gleichung (2-35)** lässt sich die Fortschrittsgeschwindigkeit c der Welle bestimmen. L ist dabei die Wellenlänge.

$$c = \frac{L}{T}$$
(2-35)

Nach Einsetzen von Gleichung (2-35) in Gleichung (2-34), ergibt sich somit:

$$\omega = \frac{\pi \cdot H \cdot c}{L} \Longrightarrow \frac{H}{L} = \frac{\omega}{\pi \cdot c}$$
(2-36)

Laut Clauss et al. [11] beginnt eine Welle im Tiefwassergebiet theoretisch ab einem Verhältnis von H/L = 1/7 zu brechen. Dieses Verhältnis wird praktisch jedoch kaum erreicht. Oftmals brechen Wellen bereits ab einer Steilheit von 1/10. Auf offener See hingegen herrschen Steilheiten von bis zu 1/50. Daher ist es hier relativ unwahrscheinlich, dass Wellen brechen. Im Übergangsbereich zwischen Tiefwasser und Flachwasser ändert sich das Verhältnis von 1/7, wie folgt:

$$\frac{H}{L} = \frac{1}{7} \cdot \tanh\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot d}{L}\right) = 0,142 \cdot \tanh(k \cdot d)$$
(2-37)

Abbildung 2-7 zeigt einen Überblick über die Bereiche in denen Wellen zu brechen beginnen. Des Weiteren sind die Gebietsgrenzen dargestellt, in welchen die einzelnen Wellentheorien aus Abschnitt 2.1.2 ihre Anwendung finden.



Abbildung 2-7: Wellentheorie und Brechgrenze [11]

2.1.4 Seegangsspektren

In diesem Abschnitt werden verschiedene Seegangsspektren erläutert. Zunächst sollen jedoch ein paar grundlegende Seegangsbegriffe erklärt werden. Generell wird zwischen regulärem und irregulärem Seegang unterschieden. Bei regulärem Seegang sind die Wellenhöhe sowie die Wellenperiode stets konstant (Abbildung 2-8). Dieser Fall ist jedoch in der Realität sehr unwahrscheinlich. Bei irregulärem Seegang hingegen findet eine Überlagerung von zueinander phasenverschobenen Einzelwellen statt. Werden diese Wellen nur überlagert, sind in der Wellenrichtung jedoch identisch, so entsteht langkämmiger Seegang (Abbildung 2-9). Um einen in der Natur vorkommenden Seegang zu erzeugen, muss die Laufrichtung der überlagerten Sinuswellen auch unterschiedlich sein (Abbildung 2-10). Nur dann entsteht ein sogenannter kurzkämmiger Seegang, welcher die Realität am besten wiedergibt (Abbildung 2-11).



Abbildung 2-8: Langkämmiger regulärer Seegang



Abbildung 2-10: Überlagerung von Sinuswellen



Abbildung 2-9: Langkämmiger irregulärer Seegang



Abbildung 2-11: Kurzkämmiger irregulärer Seegang

Um ein Wellenspektrum wie in **Abbildung 2-10** zu erhalten sind Feldmessungen notwendig. Zahlreiche Wissenschaftler (Phillips 1958 [40]; Bretschneider 1959 [9]; Pierson und Moskowitz 1964 [41]; Hasselmann et al. 1973 [20]) haben auf diesem Gebiet bereits Messdaten analysiert und ausgewertet. 1959 veröffentlichte Bretschneider [9] eine allgemeine Form der Spektrumsformulierung auf der viele nachfolgende Spektren beruhen.

$$S_{(f)} = \frac{A}{f^5} e^{-\frac{B}{f^4}}$$
(2-38)

hierbei ist *f* die Frequenz und die Faktoren *A* und *B* je nach Spektrum definierte Konstanten. Diese bestimmen sich in der Regel über die Wellenhöhe, die Wellenperiode oder die Windgeschwindigkeit. Für die Definition des Spektrums gibt es immer noch anhaltende Diskussionen, ob die spektrale Wellendichte proportional zum Faktor f^{-5} oder f^{-4} ist. Das vollständige Bretschneider Spektrum lautet wie folgt [48]:

$$S_{(\omega)} = \frac{5H_s^2}{16\omega_p} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^5 e^{-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4}$$
(2-39)

 H_s^1 entspricht der charakteristischen Wellenhöhe, ω_p der Kreisfrequenz an der Stelle des größten Peaks und ω der eigentlichen Kreisfrequenz. Die zugehörige Wellenhöhe und Wellenperiode² T_p kann, je nach Windstärke, **Tabelle 2-1** entnommen werden. Diese Daten stellen jedoch lediglich einen Anhaltspunkt für die Größe der Wellenhöhe in Relation zur Wellenperiode dar. Es gibt keine allgemeingültige Beziehung zwischen Wellenhöhe und -periode.

Wind- stärke [Bft]	Seegang Stärke	Nordatlantik (Bretschneider und Ochi-Hubble bi-modal)		Seegang Stärke	Nordsee (JONSWAP)	
		H_s [m]	<i>T_p</i> [s]		H_s [m]	T_p [s]
1	3	1,10	7,52	2	0,50	4,20
2	3	1,20	7,65	3	0,65	4,56
3	4	1,40	7,78	3	0,80	5,04
4	4	1,70	7,91	3	1,10	5,52
5	4	2,15	8,42	4	1,65	6,11
6	5	2,90	9,33	4	2,50	6,83
7	5	3,75	10,11	5	3,60	8,03
8	6	4,90	10,89	6	4,85	9,47
9	7	6,10	11,66	7	6,10	10,55
10	7	7,45	12,44	7	7,45	11,39
11	7	8,70	13,09	7	8,70	11,99
12	8	10,25	13,61	8	10,25	12,59

Tabelle 2-1: Charakteristische Wellenhöhe und Wellenperiode in Abhängigkeit der Windstärke [24]

¹ Mittelwert der 1/3 höchsten Wellen, auch als kennzeichnende Wellenhöhe definiert

² Periode des absoluten spektralen Energiemaximums

In Abhängigkeit der Windstärke, sind in **Abbildung 2-12** verschiedene Seegangsspektren nach **Gleichung (2-39)** dargestellt. Die Kurven zeigen, dass mit steigender Windgeschwindigkeit die spektrale Energiedichte des Seegangs zunimmt.



Abbildung 2-12: Bretschneider Spektren bei verschiedenen Windstärken

Eine weitere Formulierung für ein Seegangsspektrum entstand im Zuge des 1967 ins Leben gerufenen "Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)". Dies ist sogleich eines der bekanntesten Projekte zur Untersuchung von Meereswellen in der Nordsee. Mehrere Institutionen, aus vier verschiedenen Nationen (Deutschland, den Niederlanden, USA und Großbritannien), beteiligten sich an dem Vorhaben. 1973 veröffentlichten Hasselmann et al. [20] folgende Formulierung für das JONSWAP Spektrum:

$$S_{(\omega)} = \frac{\beta g^2}{\omega^5} e^{-\frac{5}{4} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4} \gamma^B$$
(2-40)

Das JONSWAP Spektrum basiert auf einer früheren Spektrumsformulierung von Pierson und Moskowitz [41]. Die ersten Terme auf der rechten Seite der Gleichung entsprechen der Basisformulierung nach Pierson-Moskowitz. Der letzte Term (γ^{B}) auf der rechten Seite ist eine Erweiterung des Peaks. Der Vergrößerungsfaktor γ , mit dem die Pierson-Moskowitz Peak-Energie multipliziert wird um die maximale Energie des JONSWAP Spektrums zu erhalten, beträgt defaultmäßig 3,3. Der Faktor β ist in der Formulierung nach Pierson und Moskowitz konstant 0,0081. Um den Messdaten Rechnung zu tragen, ist diese Konstante im JONSWAP Spektrum jedoch variabel und berechnet sich wie folgt [48]:

$$\beta = 0,3395 \left(\frac{H_s \omega_p^2}{g}\right)^{2,036} (1 - 0,298 \ln \gamma)$$
(2-41)

 ω_p ist in **Gleichung (2-41)** die Peak-Kreisfrequenz, welche sich wie folgt bestimmen lässt:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} \tag{2-42}$$

Der Exponent *B*, zur Basis γ , ist wie folgt formuliert:

$$B = e^{\frac{-(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2 \omega_p^2}}$$
(2-43)

In Abhängigkeit der Peak-Kreisfrequenz ω_p ist der Breitenfaktor σ des erweiterten Peaks folgendermaßen definiert:

$$\sigma = 0.07 \quad f \ddot{u} r \quad \omega \le \omega_p$$

$$\sigma = 0.09 \quad f \ddot{u} r \quad \omega > \omega_p$$
(2-44)

In **Abbildung 2-13** sind mehrere JONSWAP Seegangsspektren in Abhängigkeit der Windstärke und auf Grundlage von **Gleichung (2-40)** dargestellt.



Abbildung 2-13: JONSWAP Spektren bei verschiedenen Windstärken

Die bereits vorgestellten Seegangsspektren nach Bretschneider und JONSWAP berücksichtigen lediglich Windseebedingungen. Durch Messungen zwischen 1981 und 1990 von Guedes Soares und Henriques [46] wurde jedoch festgestellt, dass 20% aller Seegänge auch Dünungskomponenten³ enthalten. Aus diesem Grund soll noch ein weiteres Seegangsspektrum eingeführt werden, welches neben Windsee auch Dünung berücksichtigt. Die Dünung bewirkt die Ausbildung eines zweiten Peaks innerhalb der Seegangsspektren. Basierend auf über 800 Messungen im Nordatlantik führte Ochi und Hubble [36] das sogenannte Ochi-Hubble bi-modal Spektrum ein. Die Formulierung lautet wie folgt:

$$S_{(\omega)} = \frac{1}{4} \sum_{j=1,2}^{\infty} \frac{\left(\frac{4\lambda_j + 1}{4}\omega_{p_j}^4\right)^{\lambda_j}}{\Gamma(\lambda_j)} \frac{H_{s_j}^2}{\omega^{4\lambda_j + 1}} e^{-\frac{4\lambda_j + 1}{4}\left(\frac{\omega_{p_j}}{\omega}\right)^4}$$
(2-45)

 Γ ist hierbei die Gammafunktion. Das Spektrum hat insgesamt elf Formen. Für die Berechnung der am wahrscheinlichsten vorkommenden Form wird im Folgenden die Berechnung der Parameter H_{s1} , H_{s2} , ω_{p1} , ω_{p2} , λ_1 und λ_2 dargestellt [51]:

$$H_{\rm s1} = 0.84 \cdot H_{\rm s}$$
 (2-46)

$$H_{s2} = 0.54 \cdot H_s \tag{2-47}$$

$$\omega_{p1} = 0.7e^{-0.046 \cdot H_s} \tag{2-48}$$

$$\omega_{p2} = 1.15e^{-0.039 \cdot H_s} \tag{2-49}$$

$$\lambda_1 = 3,00$$
 (2-50)

$$\lambda_2 = 1.54 e^{-0.062 \cdot H_s} \tag{2-51}$$

³ Dünung: Wellen die nicht aus aktuellen Ereignissen, wie von Wind, resultieren. Zum Beispiel durch auslaufenden Seegang von weit entfernten Meeresregionen.

In **Abbildung 2-14** sind mehrere Seegangsspektren in Abhängigkeit der Windstärke und auf Grundlage der **Gleichung (2-45)** abgebildet. Es ist lediglich die am wahrscheinlichsten auftretende Form dargestellt. Der aus Dünung resultierende zweite Peak ist andeutungsweise bei $\omega \approx 0.85$ Hz zu sehen.



Abbildung 2-14: Ochi-Hubble bi-modal Spektren bei verschiedenen Windstärken

Es muss angemerkt werden, dass alle hier dargestellten Seegangsspektren lediglich eine Idealisierung des real auf See gemessenen Zustandes darstellen.

Nach Vorstellung verschiedener Seegangsspektren wird nun auf die Implementierung dieser Spektren in ein numerisches Modell eingegangen. Eigentlich müssen für die Modellierung eines "realen" Seegangs unendlich viele diskrete Werte dem Spektrumsbereich entnommen werden. Aus diesen Werten lassen sich dann die für die Überlagerung wichtigen Einzelwellen definieren. Dies ist aber in einer Simulation gar nicht möglich und auch nicht zweckmäßig. Für eine Simulation sollte die Anzahl gerade so groß gewählt werden, dass das Wellenbild je nach Anwendungsfall den eigenen Ansprüchen genügt. Für Computersimulationen wird laut Söding [47] die Anzahl der diskreten Werte meist zwischen 30 und 100 gewählt. Jedoch wird nicht beschrieben, ob es sich dabei um Simulationen nach potentialtheoretischem Ansatz oder RANSE-Ansatz handelt. Eine Einschränkung kann auch von Softwareseite her existieren, wenn beispielsweise nur eine bestimmt Anzahl von Sinuswellen überlagert werden kann.

Für die Bestimmung der Sinuswellen werden mehrere diskrete Werte zu gleichmäßigen Abständen dem Spektrumsbereich entnommen. Die obere und untere Grenze des Bereichs muss dabei je nach Anwendungsfall definiert werden. Mit Bezug auf die Schiffseigenfrequenz kann im Schiffbau die obere Grenze der Kreisfrequenz ω anhand der Schiffslänge definiert werden. Es macht keinen Sinn, Wellenlängen von 10 m zu simulieren, wenn das Schiff eine Länge von über 100 m besitzt. Die Einflüsse auf die Schiffsbewegung wären verschwindend gering. Für das Verhältnis von Wellenlänge zu Kreisfrequenz gilt in Tiefwassergebieten folgende Gleichung:

$$L = \frac{2g\pi}{\omega^2}$$
(2-52)

L entspricht der Wellenlänge. Für die Bestimmung der kleinsten Wellenlänge würde bei einem 100 m Schiff beispielsweise eine minimale Länge von 50 m angesetzt werden. Dies würde einer Kreisfrequenz von $\omega = 1,11$ Hz entsprechen und wäre somit die obere Bereichsgrenze. Es gibt aber auch Fälle, in denen die obere Grenze erhöht werden sollte. Eine Ausnahme besteht zum Beispiel dann, wenn Seegang bei kleinen Windstärken simuliert wird. Hier muss der Spektrumsbereich, in Übereinstimmung mit der Peak-Kreisfrequenz, nach rechts verschoben werden. Nach unten ist der Bereich in der Regel unbegrenzt. Jedoch ist es sinnvoll, die untere Spektrumsgrenze je nach Kurve (vgl. **Abbildung 2-14**) im Bereich zwischen 0,3 Hz $\leq \omega \leq 0,5$ Hz zu wählen. Darunter wird die spektrale Energiedichte meistens zu Null. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Spektrumsbereich in Abhängigkeit der Lage der größten spektralen Energiedichte gewählt werden muss.

Nach Festlegung der diskreten Spektrumswerte müssen diese nun in die Formulierung der Wellenspiegelauslenkung und der Geschwindigkeitskomponenten der Wellen einfließen. Hierzu sind zunächst die Amplituden jeder einzelnen Sinuswelle zu bestimmen. **Gleichung (2-53)** gibt die Berechnung der Amplitude einer Sinuswelle in Abhängigkeit der spektralen Energiedichte wieder. $\Delta \omega$ ist der Abstand zwischen den diskret gewählten Spektrumswerten.

$$\zeta_A = \sqrt{2 \cdot S_{(\omega)} \cdot \Delta \omega} \tag{2-53}$$

Um die vollständige Wasserspiegelauslenkung zu bestimmen, müssen alle Sinuswellen aufsummiert werden [47]:

$$\zeta(x,t) = \sum_{j=1}^{J} \sqrt{2 \cdot S_{(\omega_j)} \cdot \Delta \omega_j} \cdot \cos(k_j \cdot x - \omega_j \cdot t + \varepsilon_j)$$
(2-54)

Zuletzt werden für den 2D-Fall noch die Geschwindigkeiten in horizontaler und vertikaler Richtung angegeben. Diese berechnen sich wie folgt [14]:

$$u(x,z,t) = \sum_{j=1}^{J} \zeta_{A_j} \omega_j \frac{\cosh(k_j(z+d))}{\sinh(k_j d)} \cos(k_j \cdot x - \omega_j \cdot t + \varepsilon_j)$$
(2-55)

$$w(x, z, t) = \sum_{j=1}^{J} \zeta_{A_j} \omega_j \frac{\sinh(k_j(z+d))}{\sinh(k_j d)} \sin(k_j \cdot x - \omega_j \cdot t + \varepsilon_j)$$
(2-56)

hierbei entspricht J der Anzahl an gewählten Spektren für die Überlagerung der Einzelwellen.

2.1.5 Gerichtetes Seegangsspektrum

Um einen irregulären Seegang darzustellen, reicht es nicht aus, nur verschiedene Einzelwellen zu überlagern. Dies führt lediglich zu einem langkämmigen Seegang. Um jedoch einen kurzkämmigen Seegang zu simulieren, bedarf es auch einer Überlagerung der Wellenrichtungen. Hierzu gibt es verschiedene Ansätze um aus Messdaten ein sogenanntes Richtungsspektrum zu definieren. Zwei bedeutende Methoden sind die "Fourier Expansion Method" (Longuet-Higgins et al. [32]) und die "Extended Maximum Likelihood Method" (Isobe et al. [22]). Zusätzlich zu diesen Beiden gibt es weitere Methoden, wie beispielsweise die "Iterative Maximum Likelihood Method" (Pawka [39]), die "Normalized Maximum Likelihood Method" (Brissette und Tsanis [10]) und die "Maximum Entropy Method" (Lygre und Krogstad [33]).

Die wohl am weitest verbreitete Methode ist die Fourier Entwicklung nach Longuet-Higgins et al. [32]. Es handelt sich dabei um eine relativ allgemein gehaltene Formulierung, die somit in vielen Fällen angewendet werden kann. Auf diese Methode beziehen sich auch die Formulierungen von Mitsuyasu et al. [35] und Hasselmann et al. [21]. Die Richtungsfunktion nach Longuet-Higgins et al. [32] lautet wie folgt:

$$G_{(\alpha,\omega)} = \frac{2^{2s-1}}{\pi} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \cos^{2s} \left(\frac{\alpha - \alpha_M}{2}\right), \quad -\pi \le \alpha \le \pi$$
(2-57)

 α entspricht den Richtungswinkeln und α_M der Hauptseegangsrichtung. Die ersten beiden Terme (**Gleichung (2-58)**) dienen der Normalisierung der Richtungsfunktion, wobei Γ die Gammafunktion ist.

$$G_0 = \frac{2^{2s-1}}{\pi} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)}$$
(2-58)

Um den Parameter *s* zu bestimmen, welcher sein Maximum bei der Peak-Kreisfrequenz erreicht und mit fallender oder steigender Frequenz abfällt, gibt es mehrere Ansätze. Laut Mitsuyasu et al. [35] lässt sich der Parameter *s* wie folgt bestimmen:

$$s = \begin{cases} s_{\max} (\omega/\omega_p)^{-2.5} & f \ddot{u} r \quad \omega \ge \omega_p \\ s_{\max} (\omega/\omega_p)^{-5} & f \ddot{u} r \quad \omega < \omega_p \end{cases}$$
(2-59)

Die Verteilungsfunktion s_{max} wird hierbei aus dem Verhältnis von Windgeschwindigkeit U_{wind} , mal Peak-Kreisfrequenz, zur Erdbeschleunigung gebildet.

$$s_{\max} = 11.5 \left(\frac{\omega_p U_{wind}}{g}\right)^{-2.5}$$
(2-60)
Dieser Ansatz ist jedoch von Seiten der Modellierung und für praktische Ingenieursprobleme nicht immer anwendbar. Grund hierfür ist die Wellengenerierung, welche oftmals ohne Einfluss der Windgeschwindigkeit und nur über die Wellenhöhe und Wellenperiode definiert ist. Für eine praxistaugliche Anwendbarkeit führte Goda [18] daher folgende Formulierung für s_{max} ein:

$$s_{\max} = \begin{cases} 10, Windsee \\ 25, D \ddot{u}nung mit kurzen Laufstrecken, große Wellensteilheit \\ 75, D \ddot{u}nung mit langen Laufstrecken, geringe Wellensteilheit \end{cases}$$
 (2-61)

Dieser Ansatz unterscheidet zwischen Seewind und Dünung und gilt für Wellen bei großen Wassertiefen. Eine weitere Formulierung für den Parameter *s* lieferten Hasselmann et al. [21] im Zuge von JONSWAP:

$$s = s_p \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{\mu}$$
(2-62)

Vereinfacht lassen sich hierbei die Parameter s_p und μ wie folgt bestimmen:

$$s_{p} = \begin{cases} 9,77 & f \ddot{u} r \quad \omega \ge \omega_{p} \\ 6,97 & f \ddot{u} r \quad \omega < \omega_{p} \end{cases}$$
(2-63)

$$\mu = \begin{cases} -(2,33) - 1,45((U_{wind} / c_p) - 1,17) & f \ddot{u} r \quad \omega \ge \omega_p \\ 4,06 & f \ddot{u} r \quad \omega < \omega_p \end{cases}$$
(2-64)

Für eine praxistaugliche Anwendung wird in **Kapitel 4.2** der Parameter *s* anhand der Formulierung nach Mitsuyasu et al. [35] und mit dem Parameter $s_{max} = 10$ bestimmt.

Nach der Definition des Richtungsspektrums muss auch hier der Spektrumsbereich bestimmt werden. Für eine realitätsnahe Abbildung von Wellen müssen, wie bereits bei der spektralen Dichte, unendlich viele Werte zwischen -180° und +180° genommen werden. Dies ist jedoch in einer Computersimulation nicht möglich. Aus diesem Grund muss je nach Anwendungsfall eine diskrete Anzahl an Werten bestimmt werden. Laut Goda [18] befinden sich beispielsweise ca. 85% der Wellenenergie innerhalb eines Winkelspektrums von ±30°.

Wie bereits zu Beginn dieses Kapitels erwähnt, muss für die vollständige Beschreibung eines kurzkämmigen irregulären Seegangs eine Überlagerung der spektralen Dichte mit der Richtungsfunktion erfolgen. Die Formulierung für das vollständige gerichtete Seegangsspektrum lautet wie folgt:

$$S_{(\omega;\alpha)} = S_{(\omega)} \cdot G_{(\alpha,\omega)}$$
(2-65)

Die für die Geschwindigkeitskomponenten relevanten Wellenamplituden lassen sich folgendermaßen berechnen [14]:

$$\zeta_{A_{ji}} = \sqrt{2 \cdot S_{(\omega_j;\alpha_i)} \cdot \Delta \omega_j \cdot \Delta \alpha_i}$$
(2-66)

hierbei entspricht $\Delta \alpha$ dem Abstand zwischen den diskret gewählten Winkeln α . Die für die Geschwindigkeitskomponente zugehörige Wellenphase des vollständigen 3D-Modells lautet wie folgt:

$$\theta(x, y, t)_{ji} = k_j (x \cos(\alpha_i) + y \sin(\alpha_i)) - \omega_j t - \varepsilon_{ji}$$
(2-67)

Die Wellenspiegelauslenkung und die drei Geschwindigkeitskomponenten setzten sich aus einer diskreten Anzahl an überlagerten, phasenverschobenen Einzelwellen und Winkelspektren zusammen und sind wie folgt definiert [47] [38]:

$$\zeta(x, y, t) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} \zeta_{A_{ji}} \cos(\theta(x, y, t)_{ji})$$
(2-68)

$$u(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} \zeta_{A_{ji}} \omega_j \frac{\cosh(k_j(z+d))}{\sinh(k_j d)} \cos(\alpha_i) \cos(\theta(x, y, t)_{ji})$$
(2-69)

$$v(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} \zeta_{A_{ji}} \omega_j \frac{\cosh(k_j(z+d))}{\sinh(k_j d)} \sin(\alpha_i) \cos(\theta(x, y, t)_{ji})$$
(2-70)

$$w(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} \zeta_{A_{ji}} \omega_j \frac{\sinh(k_j(z+d))}{\sinh(k_j d)} \sin(\theta(x, y, t)_{ji})$$
(2-71)

I ist die Anzahl an gewählten Spektren für die Überlagerung der Wellenrichtungen.

2.2 Grundlagen Strömungssimulationen

In den folgenden Unterkapiteln wird auf die numerischen Grundlagen der Strömungssimulation eingegangen. Zunächst werden die inhomogene und homogene Mehrphasenströmung behandelt. Des Weiteren wird kurz erläutert, wie aus den Navier-Stokes-Gleichungen die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen entstehen. Im darauffolgenden Abschnitt wird das in den späteren Simulationen verwendete Turbulenzmodell vorgestellt. Da in **Kapitel 5** eine Simulation eines Schwimmkörpers in kurzkämmigem Seegang durchgeführt wird, werden im letzten Unterkapitel noch die Starrkörperbewegungen behandelt.

2.2.1 Inhomogene und homogene Mehrphasenströmungsmodell

ANSYS CFX bietet, basierend auf dem Euler-Euler Ansatz⁴, zwei verschiedene Mehrphasenströmungsmodelle an. Es handelt sich hierbei zum einen um das inhomogene, zum anderen um das homogene Mehrphasenströmungsmodell. Das inhomogene Mehrphasenmodell wiederum unterscheidet zwischen einem Partikelmodell, einem Mixturemodell und einem Strömungsmodell mit freier Oberfläche. Bei Meeresströmungen handelt es sich um letzteren Fall. Um die Meeresoberfläche wiederzugeben, ist es notwendig die Phasengrenzflächen zwischen den Fluiden aufzulösen [4].

Zunächst soll das **inhomogene Mehrphasenmodell** für Oberflächenströmungen vorgestellt werden. Bei diesem Modell besitzt jede Phase ihr eigenes Geschwindigkeitsfeld. Die unterschiedlichen Geschwindigkeitsfelder führen dazu, dass Reibung in der Phasengrenzfläche berücksichtigt wird. Für das inhomogene Mehrphasenmodell lautet die Impulsgleichung einer Phase wie folgt [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{U}_{\alpha}) + \nabla \cdot (r_{\alpha} (\rho_{\alpha} \vec{U}_{\alpha} \otimes \vec{U}_{\alpha})) =
- r_{\alpha} \nabla p_{\alpha} + \nabla \cdot (r_{\alpha} \eta_{\alpha} (\nabla \vec{U}_{\alpha} + (\nabla \vec{U}_{\alpha})^{T})) + \sum_{\beta=1}^{N_{p}} (\Gamma_{\alpha\beta}^{+} \vec{U}_{\beta} - \Gamma_{\beta\alpha}^{+} \vec{U}_{\alpha}) + \vec{S}_{M\alpha} + \vec{M}_{\alpha}$$
(2-72)

Die Indizes α und β stehen hierbei für die beiden Phasen. *r* entspricht dem Volumenanteil, ρ der Dichte, \vec{U} dem Geschwindigkeitsvektor, N_p der Anzahl an Phasen und Γ^+ dem Impuls-Austauschkoeffizient. Des Weiteren sind \vec{S}_{Ma} und \vec{M}_a Impulsquellen und Senken bzw. Kräfte die zwischen den Phasen wirken. Der folgende Term entspricht dem Impulstransfer, welcher vom Massentransfer zwischen den Phasen her resultiert.

$$(\Gamma^+_{\alpha\beta}\vec{U}_{\beta} - \Gamma^+_{\beta\alpha}\vec{U}_{\alpha}) \tag{2-73}$$

Die Konti-Gleichung für eine Phase lautet [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_{\alpha}\rho_{\alpha}) + \nabla \cdot (r_{\alpha}\rho_{\alpha}\vec{U}_{\alpha}) = \vec{S}_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_{p}}\Gamma_{\alpha\beta}$$
(2-74)

wobei $\Gamma_{\alpha\beta}$ dem Massenstrom pro Volumen von Phase α zur Phase β entspricht, und \vec{S}_{MSa} Massenquellen wiedergibt. Zusätzlich zur Impuls- und Massenerhaltungsgleichung muss gewährleistet sein, dass die Summe aller Volumenanteile *r* gleich eins ergibt. Die Volumenerhaltungsgleichung lautet somit:

$$\sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} = 1 \tag{2-75}$$

Daniel Uhlmann

⁴ Beim Euler-Euler Ansatz werden alle Phasen wie ein Kontinuum betrachtet.

Das inhomogene Mehrphasenmodell eignet sich aufgrund der unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten vor allem dann, wenn brechende Meereswellen simuliert werden sollen. Dies ist jedoch bei Meereswellen auf offener See in der Regel nicht der Fall (vgl. **Kapitel 2.1.3**). Aus diesem Grund soll nun das homogene Mehrphasenmodell vorgestellt werden, welches im Vergleich zum inhomogenen Modell ein Geschwindigkeitsfeld, ein Druckfeld, ein Temperaturfeld und ein Turbulenzfeld für alle Phasen annimmt. Dieses Modell ist somit eine Vereinfachung des inhomogenen Mehrphasenmodells. Aufgrund des einheitlichen Geschwindigkeitsfelds entsteht an den Phasengrenzflächen keine Reibung. Dieses Modell eignet sich vor allem dann, wenn die Phasengrenzflächen an jeder Stelle eindeutig definiert sind.

Es wird angenommen, dass jede Phase denselben Geschwindigkeitsvektor besitzt:

$$\vec{U}_{\alpha} = \vec{U}, \quad 1 \le \alpha \le N_p \tag{2-76}$$

Die Impulsgleichung für das homogene Mehrphasenmodell lautet dann [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{U}) + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U} - \eta (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T)) = \vec{S}_M - \nabla p$$
(2-77)

mit der Dichte ρ und der dynamischen Viskosität η :

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} \rho_{\alpha}$$
(2-78)

$$\eta = \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha \eta_\alpha \tag{2-79}$$

Im Vergleich zur inhomogenen **Impulsgleichung (2-72)** ist der Term für den Transport zwischen den Phasen gestrichen worden. Die Konti-Gleichung ist ähnlich **Gleichung (2-74)** mit dem Unterschied, dass der Geschwindigkeitsvektor \vec{U} in diesem Fall für alle Phasen konstant ist.

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_{\alpha}\rho_{\alpha}) + \nabla \cdot (r_{\alpha}\rho_{\alpha}\vec{U}) = \vec{S}_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_{p}}\Gamma_{\alpha\beta}$$
(2-80)

Die Volumenerhaltungsgleichung ist identisch zum inhomogenen Fall (vgl. Gleichung (2-75)).

2.2.2 Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANSE)

Bei der Umströmung von Schwimmköpern kommen Turbulenzeffekte zum Tragen. Daher werden in den Simulationen in dieser Arbeit Turbulenzmodelle eingesetzt. Um Turbulenz zu berücksichtigen, sind Turbulenzansätze basierend auf den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen notwendig. Diese sind vom numerischen Aufwand betrachtet die einfachste Methode. Zugleich liefern diese Ansätze noch eine hinreichend genaue Lösung. Für die Bestimmung der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen werden die Konti- und Impulsgleichung über den Reynoldschen Mittelungsansatz umgewandelt. Dabei werden der momentane Druck und die momentane Geschwindigkeit über die Zeit gemittelt. Dies führt zu weiteren Termen, den sogenannten Reynolds-Spannungen. Nach Anwendung des Wirbelviskositätsansatzes (nach Boussinesq) auf diese Terme lassen sich diese Spannungen auch als Schergradient τ darstellen. In diesem wiederum taucht zusätzlich eine sogenannte turbulente Scheinviskosität η_r auf. Um diese turbulente Wirbelviskosität zu bestimmen und somit die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen zu lösen, werden Turbulenzmodelle eingeführt. Diese basieren in der Regel auf empirischen Werten und liefern je nach Anwendungsfall mehr oder weniger exakte Simulationsergebnisse.

2.2.3 Turbulenzmodelle

Um die im vorigen Abschnitt (2.2.2) angesprochenen Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen zu lösen, kommen Turbulenzmodelle zum Einsatz. Bei den verwendeten Turbulenzmodellen zur Bestimmung der Wirbelviskosität η_i werden oftmals Zweigleichungsmodelle eingesetzt, da diese im Vergleich zu anderen Methoden (Nullgleichungsmodelle, Eingleichungsmodelle, Reynolds-Spannungsmodelle, usw.) eine vergleichsweise genaue Lösung bei moderatem Rechenaufwand liefern. Im Folgenden soll ansatzweise erläutert werden, wie solch ein Turbulenzmodell aufgebaut ist. Bei dem hier vorgestellten Turbulenzmodell handelt es sich um das RNG-k-ε-Modell. Dieses wird basierend auf den in Kapitel 3.5 erzielten Ergebnissen ausgewählt. Es stellt sich heraus, dass dieses Modell als Einziges ein über die Zeit betrachtet gutes Ergebnis im Bezug auf das Wellenbild liefert. Das RNG-k-ɛ-Modell wurde von Yakhot et al. [55] nach der "Re-Normalization-Group-Methode" entwickelt. Es ist eine Erweiterung des weit verbreiteten k-ε-Modells. Während beim Standardmodell die turbulente Längenskala $(l = C_n k^{3/2})/\epsilon$ nur ein einziges Mal bestimmt wird, werden im RNG-Ansatz mehrere turbulente Skalen miteinbezogen. Dadurch werden auch kleinere Turbulenzskalen berücksichtigt. Die RNG-Methode ist ein mathematischer Ansatz, welcher sich auf den Produktionsterm der turbulenten Dissipation auswirkt. Zunächst einmal soll jedoch das Standard-k-E-Modell vorgestellt werden. Die turbulente Scheinviskosität η_t kann über folgende Gleichung bestimmt werden [4].

$$\eta_t = C_\eta \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$$
(2-81)

hierbei ist C_{η} eine Konstante, *k* entspricht der turbulenten kinetischen Energie und ε der turbulenten Dissipation. *k* und ε lassen sich im Falle des Standard-k- ε -Modells durch die folgenden beiden Gleichungen bestimmen [4]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\rho U_{j} k\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\eta + \frac{\eta_{t}}{\sigma_{k}}\right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + P_{k} - \rho \varepsilon + P_{kb}$$
(2-82)

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\rho U_{j}\varepsilon\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\eta + \frac{\eta_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_{j}} \right] + \frac{\varepsilon}{k} \left(C_{\varepsilon 1}P_{k} - C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon + C_{\varepsilon 1}P_{\varepsilon b}\right)$$
(2-83)

wobei $C_{\varepsilon l}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k und σ_{ε} Konstanten sind. P_{kb} und $P_{\varepsilon b}$ sind Auftriebskräfte, und P_k entspricht der turbulenten Produktion. Nach Bestimmung der turbulenten kinetischen Energie und der turbulenten Dissipation werden die beiden Parameter in **Gleichung (2-81)** eingesetzt, woraus sich dann die turbulente Scheinviskosität berechnen lässt. Nach Bestimmung der turbulenten Scheinviskosität und durch Addition der dynamischen Viskosität des Fluids wird der Summand dieser Summe auch effektive Viskosität genannt. Diese effektive Viskosität wird dann wiederum in die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen eingesetzt.

Beim RNG-k- ε -Modell sind die Transportgleichungen zur Bestimmung der turbulenten kinetischen Energie (**Gleichung (2-82)**) und der turbulenten Dissipation (**Gleichung (2-83)**) identisch. Der einzige Unterschied besteht darin, dass beim RNG-k- ε -Modell die Konstanten unterschiedlich sind. Die Konstante $C_{\varepsilon IRNG}$. ersetzt. Dies führt dann auf folgende Transportgleichung zur Bestimmung der turbulenten Dissipation [4]:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\rho U_{j}\varepsilon\right) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\eta + \frac{\eta_{t}}{\sigma_{\varepsilon RNG}}\right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_{j}} \right] + \frac{\varepsilon}{k} \left(C_{\varepsilon 1RNG} P_{k} - C_{\varepsilon 2RNG} \rho\varepsilon + C_{\varepsilon 1RNG} P_{\varepsilon b}\right)$$
(2-84)

Der Parameter C_{EIRNG} lässt sich über folgende Gleichungen bestimmen [4]:

$$C_{\varepsilon 1 R N G} = 1,42 - f_{\eta}$$
 (2-85)

$$f_{\eta} = \frac{\eta \left(1 - \frac{\eta}{4,38}\right)}{\left(1 + \beta_{RNG} \eta^3\right)} \tag{2-86}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{P_k}{\rho C_{\eta RNG^{\varepsilon}}}}$$
(2-87)

2.3 Starrkörperbewegung

In **Kapitel 5** soll die Bewegung eines Schwimmkörpers in kurzkämmigem Seegang simuliert werden. Hierzu müssen die Bewegungsfreiheitsgrade mit in das numerische Modell integriert werden. Ein Schwimmkörper besitzt in der Regel sechs Freiheitsgrade. Diese gliedern sich in drei Rotationsfreiheitsgrade und drei Translationsfreiheitsgrade. In **Abbildung 2-15** sind beispielhaft die Bewegungsfreiheitsgrade eines Schiffes dargestellt.



Abbildung 2-15: Freiheitsgrade eines Schiffes

Um die Bewegung eines Schwimmkörpers im numerischen Modell zu berücksichtigen, stellt ANSYS CFX eine sogenannte Rigid-Body-Funktion zur Verfügung. Hierbei handelt es sich um eine Funktion zur Bewegungssimulation eines Starrkörpers. Dieser ist nicht verformbar und somit stehen alle Körperkoordinaten in einer festen (starren) Beziehung zueinander. Die Bewegungsgleichungen eines Starrkörpers lassen sich unterteilen in Translation und Rotation. Die Translation entsteht durch eine auf den Körper wirkende Kraft, welche der ersten Ableitung des Impulses nach der Zeit entspricht (Impulssatz) [4]:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$
(2-88)

Der Impuls \vec{P} lässt sich aus der Masse des Körpers mal seiner Geschwindigkeit bestimmen.

Die Rotation entsteht durch ein auf den Körper wirkendes Drehmoment \vec{M} . Dieses lässt sich aus der ersten Ableitung des Drehimpulses \vec{L} nach der Zeit bestimmen (Drehimpulssatz) [4]:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \tag{2-89}$$

Die **Bewegungsgleichung (2-88)** kann für eine konstante Masse *m* in das zweite Newtonsche Axiom überführt werden [4]:

$$\vec{F} = m\ddot{x} \tag{2-90}$$

 \vec{F} entspricht dabei der Summe aller am Körper angreifenden Kräfte. Hierzu zählen aero- und hydrodynamische Kräfte, sowie die Gewichtskraft, als auch Federkräfte und weitere am Körper angreifende Kräfte. Nach Einsetzen dieser Kräfte entsteht folgende Gleichung:

$$\vec{F} = m\vec{x} = \vec{F}_{Aero} + \vec{F}_{Hydro} + m\vec{g} + k_{Feder}(\vec{x} - \vec{x}_0) + \vec{F}_{Extern}$$
(2-91)

Um diese im Zeitbereich zu lösen, gibt es mehrere Verfahren. ANSYS CFX verwendet hierbei das Newmark-Verfahren. Bei diesem Verfahren wird zur Bestimmung des Zeitschrittes t_{n+1} lediglich der vorangegangene Zeitschritt benötigt. Das Newmark-Verfahren verwendet zwei Parameter. Diese bestimmen die Genauigkeit (γ) und Stabilität (β) [4].

$$h_{n+1} = h_n + \dot{h}_n \Delta t + \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{h}_n + \beta \ddot{h}_{n+1} \right) \Delta t^2$$
(2-92)

$$\dot{h}_{n+1} = \dot{h}_n + \left((1-\gamma)\ddot{h}_n + \gamma\ddot{h}_{n+1}\right)\Delta t$$
(2-93)

h entspricht dabei der Rotations- oder Translationsposition. Für eine konstante auf den Körper wirkende Kraft, löst ein linearer Solver folgende Schritte:

Zunächst wird aus Gleichung (2-91) folgende Formel aufgestellt:

$$m\ddot{\vec{x}}_{n+1} = \vec{F} = \vec{F}_{Aero} + \vec{F}_{Hydro} + m\vec{g} + k_{Linear}(\vec{x}_{n+1} - \vec{x}_0) + \vec{F}_{Extern}$$
(2-94)

Im Anschluss wird **Gleichung (2-94)** nach \ddot{x}_{n+1} umgestellt, *h* wird in **Gleichung (2-92)** mit *x* ersetzt und beide Gleichungen ineinander eingesetzt [4].

$$x_{n+1} = \frac{\frac{m}{\beta\Delta t^2}\vec{x}_n + \frac{m}{\beta\Delta t}\dot{\vec{x}}_n + m\left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\vec{x}_n + \vec{F}_{Aero} + \vec{F}_{Hydro} + m\vec{g} + k_{Linear}\vec{x}_0 + \vec{F}_{Extern}}{\frac{m}{\beta\Delta t^2} + k_{Linear}}$$
(2-95)

 x_{n+1} entspricht der Position des Körpers zurzeit t_{n+1} . Im nächsten Schritt werden die translatorische Beschleunigung und Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_{n+1} bestimmt. Hierzu werden bei den **Gleichungen (2-92)** und **(2-93)** erneut *h* mit *x* ersetzt und diese jeweils nach \ddot{x}_{n+1} bzw. \dot{x}_{n+1} umgestellt [4].

$$\ddot{\vec{x}}_{n+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\vec{x}_{n+1} - \vec{x}_n) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\vec{x}}_n - 1 \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{\vec{x}}_n$$
(2-96)

$$\dot{\vec{x}}_{n+1} = \dot{\vec{x}}_n + \Delta t \left((1 - \gamma) \ddot{\vec{x}}_n + \gamma \ddot{\vec{x}}_{n+1} \right)$$
(2-97)

Diese Schritte werden kontinuierlich, in Abhängigkeit der auf den Körper wirkenden Kraft, durchgeführt.

Für die Rotationsbewegung um die Drehachsen werden folgende Schritte gemacht: Im Falle eines konstanten Trägheitsmomentes *I* lässt sich das Drehmoment aus **Gleichung (2-89)** in einem körperfestem Koordinatensystem wie folgt schreiben [4]:

$$\dot{\vec{\theta}} \times \dot{\vec{\theta}} + \vec{I} \, \dot{\vec{\theta}} = \vec{M} \tag{2-98}$$

hierbei entspricht \vec{l} dem Massenträgheitsmoment des Körpers, $\vec{\theta}$ den Eulerwinkeln und \vec{M} dem absoluten Moment, welches alle externen Momente beinhaltet:

$$\vec{M} = \vec{M}_{Aero} + \vec{M}_{Hydro} - k_{Rotat} \left(\vec{\theta} - \vec{\theta}_{SO}\right) + \vec{M}_{Extern}$$
(2-99)

 \vec{M}_{Aero} und \vec{M}_{Hydro} ist das aerodynamische bzw. hydrodynamische Drehmoment. k_{Rotat} ist die Federdrehkonstante und \vec{M}_{Extern} entspricht weiteren externen, am Körper angreifenden, Drehmomenten. Zur Lösung der **Gleichung (2-98)** gibt es nun verschiedene Verfahren. In ANSYS CFX gibt es zwei Algorithmen zur Auswahl. Das eine ist ein Euler Rückwärts-Verfahren 1. Ordnung und das zweite ist ein Verfahren 2. Ordnung nach Simo Wong [45]. Bei letzterem handelt es sich um ein modifiziertes Newmark-Verfahren. Beim Verfahren 1. Ordnung wird **Gleichung (2-98)** wie folgt umgeschrieben:

$$\ddot{\vec{\theta}}_{n+1} = \vec{I}^{-1} \left(\vec{M}_{n+1} - \dot{\vec{\theta}}_n \times \vec{I} \, \dot{\vec{\theta}}_n \right)$$
(2-100)

Durch Anwenden des Euler Verfahrens ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit nach t_{n+1} wie folgt:

$$\dot{\vec{\theta}}_{n+1} = \ddot{\vec{\theta}}_{n+1} \Delta t + \dot{\vec{\theta}}_n$$
(2-101)

wobei $\vec{\theta}_{n+1}$ aus **Gleichung (2-100)** bestimmt wird. Mithilfe der Transformationsmatrix $\vec{\Gamma}$ kann das lokale System (in Eulerwinkeln) in ein globales System umgewandelt werden. Das globale Koordinatensystem lautet dann wie folgt:

$$\dot{\vec{\phi}}_{n+1} = \vec{\Gamma}^{-1} \dot{\vec{\theta}}_{n+1}$$
 (2-102)

 $\vec{\phi}$ entspricht den Winkeln im globalen Koordinatensystem. Die Transformationsmatrix hierzu lautet wie folgt [4]:

$$\vec{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix}$$
(2-103)

Die Integration in globalen Koordinaten lautet dann:

$$\vec{\phi}_{n+1} = \Delta t \, \dot{\vec{\phi}}_{n+1} + \vec{\phi}_n \tag{2-104}$$

Nachteil des Euler Rückwärts-Verfahrens 1. Ordnung ist, dass keine Erhaltung des absoluten Winkelimpulses besteht. Dieses Problem kann mit dem Simo Wong Verfahren 2. Ordnung beseitigt werden. Hierbei werden die Energie und der Impuls korrekt widergegeben.

3 Voruntersuchungen und Vorüberlegungen

In diesem Kapitel werden die Voruntersuchungen und Vorüberlegungen vorgestellt, um die Fehler im folgenden Verlauf der Arbeit zu minimieren und eine gute Stabilität der Simulation zu gewährleisten. Um die Diskretisierungsfehler möglichst gering zu halten bzw. den Einfluss der Netzelementgröße zu bestimmen werden zunächst Netzanalysen durchgeführt. Die Zeitschrittweite ist ein weiterer Faktor, der das Ergebnis von instationären Simulationen beeinflusst. Aus diesem Grund wird in einer Analyse die Auswirkung verschiedener Zeitschrittweiten untersucht. Da es, wie in **Kapitel 2.1.2** erwähnt, mehrere Modelle gibt um Wellen zu beschreiben bzw. Wellen zu generieren, wird in einem Vergleich der Unterschied von linearer Wellentheorie zur Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung aufgezeigt. Einen weiteren Effekt auf das Wellenbild hat die Wellenreflexion am Auslass. Hierzu soll eine Möglichkeit vorgestellt werden, wie diese vermindert werden kann. Im Verlauf der Arbeit stellt sich auch heraus, dass es von extremer Wichtigkeit ist, welches Turbulenzmodell angewandt wird. Dies hat einen sehr großen Einfluss auf die Absenkung der Wellenspiegelauslenkung über die Zeit. Sämtliche Simulationen in dieser Arbeit werden auf einer HP Z800 Workstation, mit 3,33 GHz und 24 GB RAM durchgeführt.

3.1 Netzanalyse

In der ersten Untersuchung wird der Einfluss des Netzes auf die Wellenhöhe und Phasenverzerrung der Welle vorgestellt. Zu diesem Thema wurden bereits etliche Untersuchungen von Wissenschaftlern [16] [44] vorgenommen. Maguire und Ingram [34] führten zu Beginn ihrer Arbeit umfangreiche Simulationen im Hinblick auf die Vernetzung und die Zeitschrittweite durch. Später verglichen sie das Ergebnis eines numerischen Wellentanks mit der analytischen Lösung. Sie kamen zu dem Resultat, dass es durchaus möglich ist, mit der passenden Vernetzung und Zeitschrittweite das Strömungsfeld und die freie Wasseroberfläche in der Nähe eines Schwimmkörpers akkurat zu simulieren. Jedoch kann die Abnahme der Wellenhöhe über das Berechnungsgebiet ein Problem darstellen. Daher ist es von großer Wichtigkeit zu wissen, wo im Berechnungsgebiet der Schwimmkörper letztendlich platziert werden soll, um die gewünschte Wellenhöhe an der besagten Position zu erhalten.

Für die Netzanalysen werden in der ANSYS Workbench verschiedene 2D-Netze erstellt. In **Abbildung 3-1** ist beispielhaft ein Netz dargestellt. Die Wellenerzeugung findet in allen Simulationen dieser Arbeit über die Definition der Partikelgeschwindigkeit und der Wellenspiegelauslenkung am Einlassrand statt. Der Welleneintrittsrand befindet sich auf der rechten Seite. Die Wellenfortschrittsrichtung ist von rechts nach links. Die Wassertiefe beträgt 106 m, und der Abstand vom Wasserspiegel bis zur oberen Randbedingung ist 26 m. Die ersten 300 m des Berechnungsgebiets sind in horizontaler Richtung gleichmäßig vernetzt. Die letzten 150 m wird das Netz zum Auslass hin gröber. Dies bewirkt eine numerische Dämpfung, sodass die Reflexion der Wellen am Auslass verringert wird. In **Kapitel 3.4** wird auf diesen Effekt noch genauer eingegangen.



Abbildung 3-1: 2D-Berechnungsgebiet

In **Abbildung 3-2** ist zu sehen, dass das gesamte Netz zum Wasserspiegel hin feiner vernetzt ist. Hingegen nimmt mit zunehmender Entfernung vom Wasserspiegel die Netzelementgröße zu. Da allerdings in großer Wassertiefe die Strömungsgeschwindigkeit gegen Null geht, ist eine grobe Vernetzung in diesem Gebiet ausreichend.



Abbildung 3-2: Verdichtung der Elemente hin zum Nullniveau

Im Hinblick auf die Wellenhöhe und Wellenlänge werden 16 verschiedene Netzvarianten (vgl. **Tabelle 3-1**) erstellt. Die Anzahl an Elementen pro Wellenlänge variiert zwischen 20, 40, 80 und 160 Zellen und pro Wellenhöhe zwischen 15, 30, 45 und 60 Zellen.

Variante (Gesamtelementanzahl)		Horizontale Elemente pro Wellenlänge				
		20	40	80	160	
	15	1 (6.882)	5 (12.214)	9 (22.816)	13 (44.082)	
Vertikale Elemente pro Wellenhöhe	30	2 (9.879)	6 (17.533)	10 (32.752)	14 (63.279)	
	45	3 (12.765)	7 (22.655)	11 (42.320)	15 (81.756)	
	60	4 (15.651)	8 (27.777)	12 (51.888)	16 (100.251)	

Tabelle	3-1:	Anzahl	der	Netzvarianten
Tubelle	• • •	/ \linzulli	aor	1 totz vananton

Die Simulationen werden mit ANSYS CFX durchgeführt. Hierzu wird eine instationäre Berechnung aufgesetzt, in der die Zeitschrittweite mit 100 Zeitschritten pro Wellenperiode festgelegt ist (vgl. **Kapi-tel 3.2**). Die Wellenhöhe wird mit 6 m und die Wellenlänge mit 70 m angegeben. Da es sich bei Meereswellen fernab von Küsten um nichtbrechende Wellen handelt, wird das homogene Zweiphasenmodell verwendet. Zusätzlich zu diesem wird das RNG-k-ε-Modell eingeschaltet.

An der Einlassrandbedingung wird die Geschwindigkeit nach der linearen Wellentheorie definiert (siehe **Gleichung (2-20)** und **(2-21)**). Die Wasserspiegelauslenkung am Einlass wird über **Gleichung (2-23)** festgelegt. Für die Turbulenz am Anfang wird die Intensität auf 5% und das Viskositätsverhältnis auf 10 ($\eta_i/\eta = 10$) gesetzt. Die turbulente kinetische Energie *k* und die turbulente Dissipation ε berechnen sich am Einlass dann wie folgt:

$$k_{Einlass} = \frac{3}{2} 0.05^2 U^2 \tag{3-1}$$

$$\varepsilon_{Einlass} = \rho C_{\eta} \frac{k}{\eta_{t}}$$
(3-2)

Da es in Folge der Wellen an der Wasseroberfläche zu einer Orbitalbewegung des Wassers kommt, muss am Auslass eine Strömung in beide Richtungen gewährleistet sein. Dies kann in ANSYS CFX mit einer sogenannten "Opening" Randbedingung verwirklicht werden. Am Auslassrand muss neben einer konstanten Wasseroberfläche noch der hydrostatische Druck über den gesamten Rand definiert werden. An der oberen Randbedingung wird ebenfalls eine "Opening" gesetzt. Das Berechnungsgebiet wird mit einer reibungsbehafteten Wandrandbedingung am unteren Rand abgeschlossen. Für die Initialisierung wird die Wassergeschwindigkeit in der Domain mit 0 m/s festgelegt.

ANSYS CFX stellt zwei Solver zur Auswahl bereit. Für die Zeitintegration wird ein implizites Euler-Verfahren 2. Ordnung verwendet. Zudem werden die Turbulenzgleichungen mit einem Verfahren, welches 1. Ordnung genau ist, gelöst. Die maximale Anzahl an Iteration pro Zeitschritt wird auf vier festgelegt. In der nachfolgenden **Tabelle 3-2** sind die wichtigsten Daten nochmals im Überblick aufgelistet. Tabelle 3-2: Überblick der wichtigsten Einstellungen

Oben Image: Comparison of the second sec					
	Physikalisc	hes Modell			
Zweiphasenströmung	Homogen	Turbulenzmodell	RNG-k-ɛ-Modell		
	Fluideigen	ischaften			
Wasserdichte	e 988,3 kg/m ³ Luftdichte 1,185 kg/m ³				
Welleneigenschaften					
Wellenlänge	70 m	Wellenhöhe/Amplitu	ude 6 m / 3 m		
Randbedingungen					
Finlass	Geschwindigkeitseinlass und Volumenanteil nach linearer Wellentheorie				
	Turbulenz: I_{turb} = 5% und Viskositätsverhältnis = 10				
Auclass	"Opening" Randbedingung mit hydrostatischer Druckverteilung				
Ausiass	Volumenanteile konstant (z ≤ 0: 100% Wasser)				
Boden	Reibungsbehaftete Wandrandbedingung				
Ohon	"Opening" Randbedingung mit konstantem Atmosphärendruck				
Oben	Volumenanteile konstant (100% Luft und 0% Wasser)				
Initialisierung					
Geschwindigkeitskompo	onenten $u = v = w = 0$ m/s	Hydrostatische Druckverteilung			
Turbulenz: $I_{turb} = 5\%$ und $\eta_t/\eta = 10$ Volumenanteile konstant ($z \le 0$: 100% Wa			stant (<i>z</i> ≤ 0: 100% Wasser)		
Solver					
Analysetyp	Instationär	Zeitschrittweite	100 Schritte pro Wellen- periode		
Zeitintegration	Implizites Euler- Verfahren 2. Ordnung	Zeitintegration Turbulenzmodell	Euler-Verfahren 1. Ordnung		
Anzahl Iterationen pro Zeitschritt	1-4	Konvergenzkrite- rium (RMS)	10 ⁻⁴		

Die Simulationsergebnisse sollen im Folgenden mit den theoretischen Ergebnissen verglichen werden. Laut dem Schaubild von Clauss et al. (vgl. **Abbildung 2-7**) wird eine Welle mit 70 m Wellenlänge und 6 m Wellenhöhe durch die Wellentheorie nach Stokes 3. bzw. 4. Ordnung beschrieben. Beim Vergleich der analytischen Wellenbergauslenkung fällt jedoch auf, dass der Unterschied zwischen Stokes 2. Ordnung und Stokes 5. Ordnung bei lediglich 0,04 m liegt. Die maximale Wellenbergauslenkung nach Stokes Wellentheorie 2. Ordnung beträgt 3,40 m und nach Stokes Wellentheorie 5. Ordnung 3,44 m. Somit macht es keinen großen Unterschied, mit welcher höheren Wellentheorie die Ergebnisse nun verglichen werden. Beispielhaft wird die analytische Lösung nach Stokes 5. Ordnung herangezogen. In **Abbildung 3-3** ist das theoretische Wellenbild nach Stokes 5. Ordnung für eine Wellenlänge von 70 m und 3 m Wellenamplitude dargestellt. Die maximale z-Auslenkung am Wellental beträgt 2,56 m. Die Wasserspiegelauslenkung z = 0 m wird zu den Zeitpunkten 15,86 s, 45,14 s und 85,86 s erreicht.



Abbildung 3-3: Analytische Wellenauslenkung für 3 m Wellenamplitude und 70 m Wellenlänge [7]

Zur Auswertung der Simulationsdaten werden die Wasserspiegel nach 46,8 s geplottet. 46,8 s entsprechen sieben vollen Wellenperioden. Es werden lediglich die ersten Wellenperioden verglichen. In **Abbildung 3-4** sind alle 16 Varianten dargestellt. Zunächst ist einmal festzuhalten, dass alle Wellen eine Trochoide bilden. Dies geschieht, obwohl am Einlassrand die Partikelgeschwindigkeit über die lineare Wellentheorie definiert ist. Auf diesen Effekt wird in **Kapitel 3.3** noch genauer eingegangen. Auf den ersten Blick zeigen alle Netzvarianten eine annähernd ähnliche Wellenspiegelauslenkung im ersten Wellental. Hingegen ist die Streuung am ersten Wellenberg erheblich größer.



Abbildung 3-4: Wasserspiegelauslenkung nach 46,8 s Sekunden aller 16 Netzvarianten

In **Abbildung 3-5** ist das Wellental genauer dargestellt. Die Streuung des Wasserspiegelniveaus liegt bei ca. 0,18 m. Im Allgemeinen erreichen die Varianten 6, 9, 10, 11, 12 und 14 die größte Auslenkung. Die Varianten 9, 10, 11, und 12 besitzen alle 80 Zellen über die Wellenlänge. Zusätzlich haben die Varianten 6, 10 und 14 jeweils 30 Elemente über die Wellenhöhe. Die Phasenverzerrung aller Varianten untereinander geht nahezu gegen Null. Jedoch beträgt die Phasenverzerrung des ersten Wellentals, im Vergleich zur analytischen Lösung, ca. 19%. Von Variante 12 zur theoretischen Auslenkung (Abbildung 3-3) besteht eine Abweichung der Wellentalauslenkung von ~13%.



Abbildung 3-5: Wellental nach 46,8 s

In **Abbildung 3-6** ist der erste Wellenberg dargestellt. Im Vergleich zum Wellental ist hier die Streuung in z-Richtung sowie die Phasenverzerrung wesentlich größer. Die Phasenverzerrung zwischen Variante 11 und Variante 8 liegt beispielsweise bei bis zu 4 m. Der maximale Unterschied in der Wellenauslenkung liegt bei über 0,5 m. Grundsätzlich liefern die Varianten 10, 11, 12 und 14 die größte positive Wellenauslenkung. Dies deckt sich mit den Erkenntnissen aus **Abbildung 3-5**. Beim Vergleich der maximalen Wellenbergauslenkung von Variante 12 zum analytischen Ergebnis besteht eine Abweichung von ungefähr 1%.



Abbildung 3-6: Wellenberg nach 46,8 s

In **Abbildung 3-7** ist der Nulldurchgang nach einer Periode dargestellt. Der analytische Nulldurchgang liegt zu diesem Zeitpunkt bei ca. x = -71 m. Hierbei zeigen alle Varianten eine deutliche Phasenverzerrung. Das beste Ergebnis liefern die Varianten 8, 12 und 16. Diese besitzen eine Abweichung von +3 m. Am schlechtesten schneiden die Varianten 1, 5 und 9 ab. Diese haben eine maximale Phasenverzerrung von +6,5 m. Die Varianten mit 60 Elementen über die Wellenhöhe liefern im Bezug auf die Phasenverzerrung das beste Resultat.



Abbildung 3-7: Nulldurchgang der "ersten" Welle nach 46,8 s

Als Zwischenfazit kann gesagt werden, dass Variante 12, mit 80 Zellen über die Wellenlänge und 60 Elementen über die Wellenhöhe, das beste Ergebnis liefert. Dennoch liegt die maximale Wellenhöhe bei nur 5,65 m und ist somit 6% geringer im Vergleich zu der am Eingang definierten Höhe von 6 m. Es fällt auch auf, dass die Abweichung des Wellenbergs mit 1% sehr gering ist. Hingegen weicht beim Wellental das Simulationsergebnis um 13% von der analytischen Lösung ab. Die Phasenverzerrung zwischen Simulation und Formulierung nach Stokes 5. Ordnung beträgt 4%. Des Weiteren zeigt sich, dass die Anzahl an Elementen in horizontaler Richtung hauptsächlich einen Einfluss auf die Wellenhöhe hat, und die Elementzahl in vertikaler Richtung maßgeblich die Phasenverzerrung beeinflusst.

Nach Auswertung der Daten wird eine weitere Netzvariante 17, mit 40 Zellen über die Wellenlänge und 20 Zellen über die Wellenhöhe, erstellt. Dies bedeutet für das Berechnungsgebiet eine Anzahl von 172 Elementen im Bereich von -300 m $\le x \le 0$ m und 36 Elementen im Bereich von -6 m $\le z \le 6$ m. Der Grund für die Erstellung einer Netzvariante 17 liegt an den kurzkämmigen Seegangssimulationen. Hierzu muss eine 3D-Strömungsdomain erstellt werden. Dies würde bei einer strukturierten Vernetzung, basierend auf Variante 12, zu über 19 Mio. Zellen führen. Daher wird auf Basis der hier vorliegenden Simulationen eine 17. Netzvariante erstellt. Diese neue Variante liefert für eine 3D-Domain ca. 2,9 Mio. Zellen. In **Abbildung 3-8** wird die Wasserspiegelauslenkung dieser extra Variante mit Variante 12 verglichen. Variante 17 hat eine absolute Wellenhöhe von 5,4 m. Der Unterschied zu Variante 12 beträgt somit ~4% und zur exakten Lösung 10%. Des Weiteren besteht eine Phasenverzerrung zu Variante 12 von ~3% und zur exakten Lösung von ca. 7%.



Abbildung 3-8: Wasserspiegelauslenkung der Variante 12 und 17 nach 46,8 s

Als Fazit kann gesagt werden, dass das beste Ergebnis mit 80 Zellen über die Wellenlänge und 60 Zellen über die Wellenhöhe erreicht wird. Trotz feinerer Vernetzung wird kein besseres Resultat erbracht. Dies kann unter Umständen auch mit der Zeitschrittweite zusammenhängen. Praktisch ist eine solch feine Vernetzung oftmals auch nicht möglich. Wenn das Berechnungsgebiet beispielsweise auf eine 3D-Domain erweitert wird, würde dies die Anzahl an Elementen extrem ansteigen lassen. Dies wiederum führt zu einer sehr großen Rechenzeit. Grundsätzlich muss je nach Anwendungsfall und verfügbarer Rechenkapazität entschieden werden, welches Netz für ein vorliegendes Problem das numerisch beste und schnellste Ergebnis liefert. Für die nachfolgenden Voruntersuchungen und im Hinblick auf die 3D-Simulationen wird daher Netzvariante 17, mit 40 Zellen über die Wellenlänge und 20 Zellen über die Wellenhöhe, verwendet.

Tabelle 3-3: Netzvariant	e 17 für die	Voruntersuchungen
--------------------------	--------------	-------------------

Variante 17 Anzahl Elemente 2D: 13.987	Horizontale Elemente pro Wellenlänge	40
	Vertikale Elemente pro Wellenhöhe	20

3.2 Analyse zur Zeitschrittweite

Die Genauigkeit und Stabilität einer instationären Rechnung hängt nicht nur von der Vernetzung sondern auch von der Zeitschrittweite ab. Aus diesem Grund wird im Anschluss an die Netzanalyse eine Untersuchung zur Zeitschrittweite durchgeführt. Ähnlich wie bei den Netzanalysen gibt es auch hier einige Wissenschaftler [16] [44] [34], die den Einfluss der Zeitschrittweite auf die Wellenhöhe und die Phasenverzerrung bereits untersuchten.

Für diese Analyse wird Netzvariante 17, mit 40 Elementen über die Wellenlänge und 20 Elementen über die Wellenhöhe, verwendet. Die Modellparameter werden entsprechend Tabelle 3-2 beibehalten. Insgesamt werden drei Zeitschrittweiten ausgewählt: 50, 100 und 200 Zeitschritte pro Wellenperiode. Dies entspricht 0,134 s, 0,067 s und 0,0335 s.

In Abbildung 3-9 sind die Wasserspiegelauslenkungen über das gesamte Berechnungsgebiet geplottet. Es ist deutlich zu sehen, dass eine Zeitschrittweite von 50 Schritten pro Periode zu einer deutlich schnelleren und größeren Abnahme der Wellenhöhe führt. Bereits in der ersten Periode nimmt die Wellenhöhe bei einer Zeitschrittweite von 0,134 s, gegenüber einer Schrittweite von 0,067 s bzw. 0,0335 s, um ca. 10% ab. Beim Vergleich zwischen 100 und 200 Zeitschritten pro Periode ist so gut wie keine Unterschied in der Phasenverschiebung und Wellenhöhe auszumachen. Allerdings ist festzustellen, dass die Phasenverzerrung in der ersten Periode, von grüner Kurve zur exakten Lösung, bei lediglich ~1% liegt. Bei den anderen beiden Zeitschrittweiten liegt die Phasenverzerrung bei ~7%.



Zeitschrittweitenanalyse

Abbildung 3-9: Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Zeitschrittweite

Für die nachfolgenden Simulationen wird trotz größerer Phasenverzerrung eine Zeitschrittweite von 100 Schritten pro Wellenperiode verwendet. Das Argument der höheren Wellenhöhe überwiegt in diesem Fall.

3.3 Untersuchung der Wellengenerierung

Da die Wellengenerierung in dieser Arbeit über die analytische Beschreibung der Partikelgeschwindigkeit am Einlassrand erfolgt, soll in diesem Kapitel ein Vergleich zwischen linearer Wellentheorie und Wellentheorie nach Stokes 2. Ordnung gemacht werden.

In **Abbildung 3-10** ist die analytische Wasserspiegelauslenkung nach linearer Wellentheorie und Stokes Wellentheorie 2. Ordnung geplottet. Der steilere Wellenberg und das flachere Wellental sind in der roten Kurve deutlich zu erkennen. Würde eine Wellentheorie noch höherer Ordnung angewendet werden, so würde dieser Effekt noch größer ausfallen. Die Wellenhöhe ist in beiden Fällen jedoch gleich und beträgt 6 m.



Abbildung 3-10: Analytische Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Einlassrandbedingung

Die Kurven in **Abbildung 3-10** stellen zugleich jeweils das Eingangssignal der Wasserhöhe beider Simulationen dar. Hierzu werden zwei Modelle aufgebaut. Wie bereits in den vorigen Kapiteln sind alle wichtigen Parameter **Tabelle 3-2** entnommen. Die Vernetzung der Domain wird mit Netzvariante 17 durchgeführt. Für den Einlassrand werden die Geschwindigkeitskomponenten und die Wasserspiegelauslenkung einmal nach linearer Wellentheorie (**Gleichungen**: **(2-20)**, **(2-21)**, **(2-23)**) und einmal nach Stokes Wellentheorie 2. Ordnung definiert (**Gleichungen**: **(2-30)**, **(2-31)**, **(2-33)**).

Abbildung 3-11 zeigt die Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Einlassrandbedingung. Es ist zu erkennen, dass sich im Berechnungsgebiet näherungsweise dieselbe Wasserspiegelauslenkung ausbildet. Die Phasenverschiebung beider Kurven zueinander geht gegen Null. Währenddessen fällt im Vergleich zur blauen Kurve die Wellenhöhe der roten Kurve um ca. 4% größer aus.



Abbildung 3-11: Wasserspiegelauslenkung in Abhängigkeit der Einlassrandbedingung

Ein weiterer Effekt der deutlich sichtbar wird tritt auf, wenn sich ein Wellenberg oder ein Wellental am Einlassrand befinden. In **Abbildung 3-12** ist der Übergang eines Wellenbergs vom Einlassrand in die Domain dargestellt. Sowohl bei einem Einlassrand nach linearer Wellentheorie, als auch nach Stokes Wellentheorie 2. Ordnung, erfolgt nach Eintritt in die Domain ein Sprung. Dieser kommt dadurch zustande, da die Wellen unmittelbar nach Eintritt in die Domain umschlagen und gemäß den RANS-Gleichungen simuliert werden. Es ist zu sehen, dass im Falle der höheren Wellentheorie dieser Sprung geringer ausfällt. Würde am Einlassrand beispielsweise die Partikelgeschwindigkeit und Wasserspiegelauslenkung nach noch höherer Ordnung modelliert werden, so würde dieser Effekt noch geringer ausfallen bzw. ganz verschwinden. Dasselbe gilt beim Eintritt eines Wellentheorie höherer Ordnung besser abgebildet.



Der hier beschriebene Effekt tritt in dieser Ausprägung jedoch nur bei einer reinen Einzelwelle auf. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle schon auf eine irreguläre Simulation vorgegriffen werden. Bei der Überlagerung mehrerer Sinuswellen hebt sich dieser Sprung so gut wie auf. In **Abbildung 3-14** ist die Wasserspiegelauslenkung am Einlassrand bzw. mit einem Abstand von 2 m vom Einlassrand entfernt über die Zeit geplottet. In diesem Modell werden 10 Sinuswellen überlagert. Am Einlass werden die Partikelgeschwindigkeit und die Wasserspiegelauslenkung über die lineare Wellentheorie definiert. Es wird deutlich sichtbar, dass außer einer Phasenverschiebung, welche zwangsläufig der Fall ist, die Wasserspiegelauslenkung relativ identisch ausfällt. Würde es wie in **Abbildung 3-12** einen Sprung geben, so müssten beide Kurven in den Minima und Maxima eine vertikale Abweichung von bis zu ±0,3 m aufweisen. Die maximale vertikale Abweichung beider Kurven beträgt jedoch lediglich 0,05 m. Somit ist es für die späteren Simulationen mit irregulärem Seegang nahezu irrelevant, ob die Partikelgeschwindigkeit und Auslenkung nach linearer Wellentheorie oder nach Stokes höherer Ordnung definiert werden. Aufgrund der einfacheren Formulierung werden die Einlassrandbedingungen im Folgenden nach linearer Wellentheorie definiert.



Abbildung 3-14: Wasserspiegelauslenkung am Einlassrand und nach 2 m über die Zeit

3.4 Wellenreflexion am Auslass

Die Wellenausbreitung im Ozean wird nur durch Küsten begrenzt. Bei der Erforschung von Wellen in Wellentanks oder bei der Simulation eines numerischen Wellentanks ist dieser jedoch immer durch Ränder begrenzt und die Wellen können sich nicht in den "unendlichen" Raum ausbreiten. Somit kommt es bei Wellentanks zur Reflexion der Wellen an diesen Rändern. Dies ist ein allgemein, bekanntes Problem. Bei realen Wellentanks wird die Reflexion der Wellen beispielsweise durch schwammähnlichen Oberflächen oder sich bewegende Wände unterdrückt. Bei numerischen Wellentanks kommen ähnliche Verfahren zum Einsatz. Werden zum Beispiel reine Einzelwellen in einem abgeschlossenen Wellentank mit einem "Flap- oder Piston Wavemaker" erzeugt, so besteht die Möglichkeit eine Wand in der richtigen Frequenz, im Bezug zu den Wellen, zu bewegen und somit diese auszulöschen. Bei irregulärem Seegang ist dies jedoch nur sehr schwer umzusetzen. Bei langkämmigem Seegang könnte evtl. die Wellenhöhe kurz vor der Wand gemessen werden, sodass diese zur Wellenauslöschung entsprechend bewegt werden kann. Bei kurzkämmigem Seegang ist jedoch nur sehr schwer festzustellen, zu welchem Zeitpunkt und an welchem Ort die Wellen mit welcher Wellenlänge, Geschwindigkeit oder Wellenhöhe auf die Wand auftreffen. Ein weiteres Problem wäre dann eine 2D-Wand entsprechend variabel zu bewegen, um die Wellen auszulöschen. Somit wird es bei kurzkämmigem Seegang nahezu unmöglich, eine sich bewegende Wand zur Absorption der Wellen einzusetzen. Daher werden zur Unterdrückung der Wellenreflexion bei numerischen Wellentanks häufig numerische Strände verwendet. Diese sind in der Regel nichts anderes als poröse Gebiete in der Berechnungsdomain. Hierzu wird in den Navier-Stokes-Gleichungen ein weiterer Term hinzugefügt, welcher sich als viskoser Verlust oder Trägheitsverlust auswirkt. Die beschriebene Methode wurde beispielsweise von Park et al. [37], Philip et al. [57] und Zhan et al. [56] angewandt. Eine andere Möglichkeit der Wellenabsorption stellt der direkte Zugriff auf die dynamische und kinematische Randbedingung der Wasseroberfläche dar. Hierbei werden bei beiden Randbedingungen Dämpfungsterme hinzugefügt. Diese Methode ist sehr weit verbreitet und wurde zum erstem Mal von Baker et al. [5] verwendet. Weitere Nutzer dieser Methode sind unter anderem Clément [12], Senturk [43], Koo et al. [26] und Kim et al. [25]. Diese Variante ist jedoch in ANSYS CFX nicht durchführbar, da keine Möglichkeit besteht auf die beiden Randbedingungen zuzugreifen bzw. diese zu verändern. Einen sehr umfangreichen Vergleich bereits bestehender absorbierender Randbedingungen führte Romate [42] durch.

In dieser Arbeit wird die Wellendämpfung am Auslassrand nach der Methode von Zhan et al. [56] durchgeführt. Hierzu wird eine isotrope Impulsquelle bzw. -senke in einem Teilgebiet vor der Wand definiert. Diese Senke wirkt wie ein poröses Gebiet bzw. ein numerischer Schwamm. Das Teilgebiet vor der Wand hat eine Länge von 150 m (vgl. **Abbildung 3-1**). Der Quellterm, welcher sich auf die Navier-Stokes-Gleichungen auswirkt, wird durch die homogene Darcy-Forchheimer Gleichung beschrieben [4]:

$$S_{i} = -\left(\eta D + \frac{1}{2}\rho \left| u_{jj} \right| F\right) u_{i}$$
(3-3)

hierbei entspricht *D* dem Kehrwert der Permeabilität, *F* einem Verlustkoeffizienten und *u* der Strömungsgeschwindigkeit. Die Gleichung verursacht je nach Beeinflussung von *D* oder *F* einen Druckverlust proportional zur Geschwindigkeit oder zur Geschwindigkeit im Quadrat. Ersteres sind sogenannte viskose Verluste, während der zweite Term Trägheitsverluste widerspiegelt. Die Permeabilität δ für das Teilgebiet wird laut Zhan et al. [56] wie folgt angegeben:

$$\frac{1}{D} = \frac{\delta}{[m^2]} = \frac{1}{1000000} \cdot \frac{endbeach - beginnbeach}{x - beginnbeach}$$
(3-4)

Gemäß dem Berechnungsgebiet ist *endbeach* = -450 m und *beginnbeach* = -300 m. Somit sinkt die Permeabilität mit abnehmender Entfernung zur Wand, und die Wellen werden abgedämpft. In **Abbildung 3-15** ist die Permeabilität im Teilgebiet dargestellt. Diese nimmt von rechts nach links ab. In den ersten Metern sinkt sie extrem stark ab. Danach wird die Absenkung der Permeabilität geringer.



Permeabilität über Teilgebiet

Abbildung 3-15: Verteilung der Permeabilität über Teilgebiet vor Auslass

Zusätzlich zu diesem viskosen Verlust werden die Netzelemente im Teilgebiet vor dem Auslassrand, mit abnehmender Entfernung zum Auslass, horizontal verlängert (vgl. **Abbildung 3-1**). Dies hat einen weiteren Dämpfungseffekt auf die Wellen, und hilft somit Reflexionen an der Auslassrandbedingung zu verringern.

3.5 Turbulenzanalyse

Umströmungen von Schwimmkörpern werden in der Regel von Turbulenz begleitet. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel der Einfluss verschiedener Turbulenzmodelle auf die Wellen untersucht. Hierzu werden nach **Tabelle 3-2** mehrere Simulationen mit jeweils verschiedenen Turbulenzmodellen aufgebaut. Es werden insgesamt fünf Zweigleichungsmodelle verwendet. Bei den Zweigleichungsturbulenzmodellen handelt es sich um das k- ϵ -Modell, das RNG-k- ϵ -Modell, das k- ω -Modell, das Shear Stress Modell (SST) und das Scale-Adaptive-Simulation(SAS)-SST-Modell, welches eine Erweiterung des normalen SST-Modells darstellt. An dieser Stelle soll nicht weiter auf die einzelnen Turbulenzmodelle eingegangen werden, sondern deren Einfluss auf die Wellen gezeigt werden. Als Vergleichsmodell dient eine Simulation ohne Turbulenzmodell. Es wird jeweils die Wasserspiegelauslenkung an der Stelle x = -150 m über einen Zeitraum von 300 s geplottet. Das Nullniveau des Wasserspiegels liegt bei 106 m.

In **Abbildung 3-16** ist die Wasserspiegelauslenkung einer Simulation ohne Turbulenzmodell abgebildet. Nach dem Einschwingvorgang zeigt der Wasserspiegelverlauf nahezu konstante Wellenberge und -täler. Die Wellenberge haben eine Höhe von ca. 2,6 m und die Täler eine Tiefe von ca. 1,6 m. Der Verlauf nach dem Einschwingen ist relativ konstant.



Abbildung 3-16: Wasserspiegelauslenkung ohne Turbulenzmodell

Abbildung 3-17 zeigt den Verlauf mit dem k-ε-Turbulenzmodell. Im Vergleich zu **Abbildung 3-16** ist das Wellenbild relativ identisch. Die gesamte Wellenhöhe beträgt in etwa 4,1 m und ist somit um 10 cm geringer als in der laminaren Simulation.





In **Abbildung 3-18** ist die Wasserspiegelauslenkung unter Verwendung des RGN-k-ε-Modells gezeigt. Im Vergleich zur Simulation ohne Turbulenzmodell ist absolut kein Unterschied festzustellen. Die Wellenhöhe beträgt nach dem Einschwingen konstant 4,2 m.



Abbildung 3-18: Wasserspiegelauslenkung bei RNG-k-E-Turbulenzmodell

Abbildung 3-19 zeigt den Wasserspiegel bei Anwendung des k-ω-Turbulenzmodells. Im Vergleich zu den vorigen Simulationen ist eine deutlich geringere Wellenhöhe erkennbar. Der Verlauf ist nach dem Einschwingvorgang zwar konstant, jedoch beträgt die Wellenhöhe nur noch 3,8 m. Dies hängt damit zusammen, dass an der Wasseroberfläche die Wirbelviskosität extrem ansteigt. Dies wiederum führt dazu, dass die Wellen gedämpft werden und somit sich die Wasserspiegelauslenkung verringert.



Abbildung 3-19: Wasserspiegelauslenkung bei k-ω-Turbulenzmodell

In **Abbildung 3-20** ist die Wasserspiegelauslenkung bei der Simulation mit dem Shear Stress Turbulenzmodell abgebildet. Es ist derselbe Effekt wie in **Abbildung 3-19** festzustellen. In diesem Fall fällt die Wirbelviskosität jedoch noch sehr viel größer aus, was die konstante Wellenhöhe auf ca. 2,4 m absinken lässt.



Abbildung 3-20: Wasserspiegelauslenkung bei Shear Stress Turbulenzmodell

Zuletzt zeigt **Abbildung 3-21** noch die Wasserhöhe unter Einfluss des SAS-SST-Turbulenzmodells. Es ist eine leichte Absenkung der Wellenhöhe über die Zeit feststellbar. Die Absenkung der Wellenhöhe scheint jedoch noch nicht beendet zu sein.





Die hier dargestellten Simulationsergebnisse zeigen, dass die Wahl des Turbulenzmodells einen erheblichen Einfluss auf die Wellenhöhe hat. Vor allem das k-ω-Turbulenzmodell und die beiden SST-Modelle führen zu einem Anstieg der Wirbelviskosität an der Wasseroberfläche und somit zu einer eindeutigen Absenkung der Wellenhöhe über die Zeit. Dieser Effekt ist auch noch deutlich zu erkennen, wenn die Zeitintegration des Turbulenzmodells mit einem Verfahren 2. Ordnung durchgeführt wird. Vor allem im Falle des k-ɛ-Modells kommt die Absenkung der Wasserspiegelauslenkung beim Verfahren 2. Ordnung noch deutlicher zum Vorschein. Es ist daher für Wellensimulationen, in denen Turbulenzeffekte von Interesse sind, von extremer Wichtigkeit, das passende Turbulenzmodell auszuwählen. Aufgrund dieser Ergebnisse wird für die Simulationen in dieser Arbeit das RNG-k-E-Turbulenzmodell verwendet. Dieses zeigt keine wesentlichen Unterschiede des Wellenbilds im Vergleich zur Simulation ohne Turbulenzmodell. Es stellt sich noch die Frage, ob dieses Turbulenzmodell für die Umströmung von Schwimmkörpern geeignet ist. Hierauf lässt sich jedoch nicht so schnell eine Antwort geben. Je nach Anwendungsfall können verschiedene Turbulenzmodelle bessere oder schlechtere Ergebnisse liefern. Demzufolge wird in dieser Arbeit mit dem RNG-k-E-Turbulenzmodell gerechnet. Gleichwohl keine Gewissheit besteht, dass dieses Modell die besten Umströmungsresultate liefert.

4 Simulationen von irregulärem Seegang

Nach Abschluss der Voruntersuchungen werden in diesem Kapitel die irregulären Seegangssimulationen vorgestellt. Zunächst wird langkämmiger Seegang simuliert. Dieser zeichnet sich im Vergleich zu kurzkämmigem Seegang dadurch aus, dass die Laufrichtung der Wellen stets konstant ist. Es findet lediglich eine Überlagerung mehrerer Einzelwellen statt. Entsprechend der in **Kapitel 2.1.4** diskutierten Seegangsspektren werden insgesamt drei Seegangsmodelle vorgestellt. Dabei handelt es sich um eine Überlagerung nach dem JONSWAP Spektrum, dem Bretschneider Spektrum und dem Ochi-Hubble bi-modal Spektrum. Im Anschluss an die langkämmigen Seegangssimulationen wird kurzkämmiger Seegang simuliert. Hierzu wird das Berechnungsgebiet auf eine 3D-Domain erweitert, und es findet eine Überlagerung der Wellenlaufrichtungen statt.

4.1 Simulationen von langkämmigem Seegang

In den folgenden Abschnitten werden die drei langkämmigen Seegangssimulationen nach dem JONSWAP, dem Bretschneider und dem Ochi-Hubble bi-modal Spektrum dargestellt.

4.1.1 Vernetzung und Berechnungsmodell

Für die Simulationen wird die Geometrie aus den Voruntersuchungen verwendet (vgl. **Abbildung 4-1**). Da im Folgenden die Wellenlänge und Wellenhöhe nicht mehr konstant 70 m bzw. 6 m beträgt, ist eine bestimmte Anzahl an Elementen über die Wellenhöhe und Wellenlänge nicht mehr gewährleistet. Da aber ein feineres Netz im Hinblick auf eine 3D-Domain zu extrem vielen Zellen führt, wird auf eine Anpassung des Netzes verzichtet.



Abbildung 4-1: Anzahl an horizontalen und vertikalen Elementen

Für alle Simulationen wird eine Windstärke von 8 Bft festgelegt. Die hieraus resultierenden charakteristischen Wellenhöhen H_s und Wellenperioden T_p werden **Tabelle 2-1** entnommen. Um nicht das ganze Seegangsspektrum und somit jede Wellenlänge zu simulieren, muss ein Bereich aus dem Spektrum festgelegt werden. Die obere Spektrumsgrenze wird auf eine minimale Wellenlänge von 50 m ausgelegt. Somit beträgt die Kreisfrequenz $\omega = 1,11$ Hz. Die untere Spektrumsgrenze wird in Abhängigkeit des zu simulierenden Seegangsspektrums bestimmt. Die am Eingang zu definierende Wellenspiegelauslenkung lässt sich mithilfe der **Gleichung (2-54)** beschreiben. Zur Bestimmung der Partikelgeschwindigkeit werden die **Gleichungen (2-55)** und **(2-56)** von Seite 19 herangezogen. In **Tabelle 4-1** sind die wichtigsten Modellparameter nochmals im Überblick dargestellt.

Physikalisches Modell					
Zweiphasenströmung	Homogen	Turbulenzmodell		RNG-k-ε-Modell	
Fluideigenschaften					
Wasserdichte	988,3 kg/m³	Luftdichte		1,185 kg/m³	
Welleneigenschaften					
	JONSWAP	Spektrumsgrenzen nach Spektrum für Windstärke 8 Bft		0,40 Hz ≤ ω ≤ 1,11 Hz	
Seegangsspektren	Bretschneider			0,35 Hz ≤ ω ≤ 1,11 Hz	
	Ochi-Hubble bi-modal			0,40 Hz ≤ ω ≤ 1,11 Hz	
Seegang	Wasserspiegelausle	nkung Geschwind		digkeitskomponenten	
langkämmiger	Gleichung (2-54	4) Gleich		nung (2-55), (2-56)	
kurzkämmiger	Gleichung (2-68) Gleichung		ng (2-69), (2-70), (2-71)		
Randbedingungen					
F inlage	Geschwindigkeitseinlass und Volumenanteil nach linearer Wellentheorie				
Einiass	Turbulenz: I_{turb} = 5% und Viskositätsverhältnis = 10				
Augless	"Opening" Randbedingung mit hydrostatischer Druckverteilung				
Auslass	Volumenanteile konstant ($z \le 0$: 100% Wasser)				
Boden	Reibungsbehaftete Wandrandbedingung				
Ohon	"Opening" Randbedingung mit konstantem Atmosphärendruck				
Oben	Volumenanteile konstant (100% Luft und 0% Wasser)				
Initialisierung					
Geschwindigkeitskompo	Hydrostatische Druckverteilung				
Turbulenz: <i>I</i> _{turb} =	Volumenanteile konstant ($z \le 0$: 100% Wasser)				
Solver					
Analysetyp	Instationär	Zeitsch	rittweite	100 Schritte pro kleinster Wellenperiode	
Zeitintegration	Implizites Euler- Verfahren 2. Ordnung	Zeitinte Turbuler	gration	Euler-Verfahren 1. Ordnung	
Anzahl Iterationen pro Zeitschritt	1-4	1-4 Konvergenzkrite- rium (RMS) 10 ⁻⁴			

Tabelle 4-1: Überblick der wichtigsten Einstellungen für irreguläre Seegangssimulationen

4.1.2 Ergebnisauswertung JONSWAP Seegangsspektrum

In diesem Unterkapitel soll der Einfluss der Anzahl an Einzelwellen auf das Wellenbild untersucht werden. Dies wird anhand des JONSWAP Spektrums gemacht. Als untere Spektrumsgrenze wird eine Kreisfrequenz von $\omega = 0,4$ Hz gewählt. Darunter wird die Energiedichte zu Null. 0,4 Hz entsprechen einer maximalen Wellenlänge von 385 m. Insgesamt werden drei Simulationen durchgeführt, jeweils eine Simulation mit 10, 20 und 30 diskreten Spektrumsparametern. Aus dem Spektrumsbereich (0,4 Hz $\leq \omega \leq 1,11$ Hz) werden hierzu 10, 20, bzw. 30 diskrete Werte mit konstantem Abstand gewählt. Die Wellenspiegelauslenkung und Partikelgeschwindigkeit sind durch die **Gleichungen (2-54), (2-55)** und **(2-56)** definiert. Die Aufsummierung der Einzelwellen erfolgt anhand der in ANSYS CFX vorhandenen CFX Command Language. Dabei ist es nicht möglich Laufvariablen zu definieren. Die einzelnen Terme müssen "per Hand" aufsummiert werden. Da die maximale Anzahl an unabhängigen Variablen in einer CFX Expression⁵ softwarebedingt auf 600 limitiert ist, müssen mehrere Variable oftmals zu einer Variablen zusammengefasst werden. Allerdings ist hierbei von Seiten der Software die maximale Anzahl an Zeichen pro Variable auf ca. 11.000 festgesetzt.

Zunächst wird die Simulation in der 10 Einzelwellen überlagert sind vorgestellt. In **Abbildung 4-2** ist der Wasserspiegel am Einlassrand und an der Stelle x = -100 m über die Zeit geplottet. Die rote Kurve entspricht der nach **Gleichung (2-54)** definierten Wasserspiegelauslenkung und die blaue Kurve der Auslenkung an der Position x = -100 m. Beide Kurven sind zueinander phasenverschoben. Die Größe der Phasenverschiebung kann anhand der maximalen Wasserspiegelauslenkungen bestimmt werden. Sie beträgt in etwa 17 s. Die maximale Wellenhöhe am Einlassrand, welche sich zum ersten Mal nach ca. 48 s einstellt, beträgt in etwa 5,4 m. Währenddessen liegt an der Position x = -100 m, im Bereich von 65 s, nur noch eine maximale Wasserspiegelauslenkung von ~4,7 m vor. Bei Betrachtung der Wasserspiegelauslenkung am Einlassrand lässt sich erkennen, dass diese sich nach ca. 100 s zyklisch wiederholt. Dies ist zwar nicht zu 100% korrekt, jedoch kann diese Aussage näherungsweise getroffen werden.

⁵ Datei, welche in der ANSYS CFX Command Language geschrieben ist.



Abbildung 4-2: Wasserspiegel nach JONSWAP 10

Um beide Kurven besser vergleichen zu können, werden in **Abbildung 4-3** jeweils die spektralen Energiedichten über die Frequenz dargestellt. Es ist festzustellen, dass nahezu alle zehn Spektrumswerte einzeln erkennbar sind. Auf den ersten Blick fällt die Übereinstimmung der Kurven relativ gut aus. Jedoch ist die maximale Abweichung an der Stelle f = 0,12 Hz mit ~40% relativ groß.



Abbildung 4-3: Seegangsspektrum nach JONSWAP 10

In einer zweiten Simulation werden 20 Einzelwellen aus dem Spektrumsbereich überlagert. **Abbildung 4-4** zeigt den Wasserspiegel am Einlassrand und an der Stelle x = -100 m. Die Phasenverschiebung beträgt in etwa 17 s. Auch hier unterscheiden sich beide Kurven im Bezug auf die maximale Wellenhöhe. Dieser Unterschied beträgt im Bereich von 87 s bzw. 104 s in etwa 7%. Des Weiteren ist festzustellen, dass sich das Wellenbild näherungsweise nach ~190 s wiederholt.



Abbildung 4-4: Wasserspiegel nach JONSWAP 20

Auch hier ist die spektrale Energiedichte an beiden Positionen geplottet (**Abbildung 4-5**). Die zwei Kurven haben wieder einen ähnlichen Verlauf. Im Vergleich zu **Abbildung 4-3** sind hier wesentlich mehr Peaks zu erkennen. Die Energiedichten aller 20 Einzelwellen sind nahezu einzeln auszumachen. Die maximale spektrale Energiedichte liegt bei einer Frequenz von ~0,108 Hz. Der maximale Unterschied der spektralen Energiedichte des Einlassrandes zur Position nach 100 m liegt bei ca. 26%.


Abbildung 4-5: Seegangsspektrum nach JONSWAP 20

Zuletzt sind die Wasserspiegel bei einer Überlagerung von 30 Sinuswellen geplottet. In **Abbildung 4-6** ist die Auslenkung über die Zeit dargestellt. Die Phasenverschiebung der beiden Kurven zueinander beträgt wieder in etwa 17 s. Auch in dieser Simulation fällt die Wellenauslenkung am Einlassrand tendenziell größer aus. Das Wellenspektrum wiederholt sich in etwa alle 260 s.





In **Abbildung 4-7** ist die spektrale Energiedichte aus einer Überlagerung von 30 Sinuswellen des JONSWAP Spektrums dargestellt. Wie bereits in den vorigen Simulationen liegt auch hier die maximale spektrale Energiedichte bei einer Frequenz von ~0,108 Hz. Bei der Umrechnung dieser Peak-Kreisfrequenz in die Peak-Periode ergibt sich T_p zu 9,3 s. Dies entspricht in etwa der Peak-Periode bei einer Windstärke von 8 Bft aus **Tabelle 2-1**. Im Frequenzbereich zwischen 0,14 Hz und 0,17 Hz sind kleine Auslenkungen zu sehen. Diese Auslenkungen bzw. Einzelwellen werden jedoch bei x = -100 m nicht mehr aufgelöst. Die spektrale Energiedichte nach 100 m ist zum Großteil ähnlich der am Einlassrand definierten. An wenigen Stellen beträgt die maximale Abweichung der Energiedichte bis zu 30%.



Abbildung 4-7: Seegangsspektrum nach JONSWAP 30

4.1.3 Ergebnisauswertung Bretschneider Seegangsspektrum

In diesem Abschnitt werden die Simulationsergebnisse des Bretschneider Spektrums vorgestellt. Ausgehend von einer Windstärke von 8 Bft wird die untere Spektrumsgrenze mit $\omega = 0,35$ Hz festgelegt. Dies entspricht einer Wellenlänge von ca. 500 m. Im Vergleich zum JONSWAP Spektrum fällt die Länge somit um 115 m größer aus. Grund hierfür ist, dass die Bretschneider Formulierung auf Messdaten aus dem Atlantik beruht. Währenddessen wird das JONSWAP Spektrum bei Simulationen für Nordseewellen verwendet. Die obere Spektrumsgrenze bleibt mit $\omega = 1,11$ Hz erhalten. Insgesamt werden in dieser Simulation 30 Einzelwellen überlagert.

In **Abbildung 4-8** sind die Wasserspiegel bei x = 0 m und x = -100 m dargestellt. Die Phasenverschiebung beider Kurven zueinander beträgt auch hier ~17 s. Die Abweichung der maximalen Wellenhöhe im Bereich von 220 s ist in etwa 40 cm. Das Wellenbild wiederholt sich, wie bereits in der JONS-WAP 30 Simulation, näherungsweise alle 260 s.



Abbildung 4-8: Wasserspiegel nach BRETSCHNEIDER

Um die Ergebnisse an beiden Stellen besser vergleichen zu können, wird die spektrale Energiedichte in **Abbildung 4-9** dargestellt. Insgesamt ist die Übereinstimmung beider Kurven sehr groß. Die maximale Abweichung besteht an Stelle der Peak-Kreisfrequenz und beträgt in etwa 12%. Die Peak-Kreisfrequenz liegt bei f = 0,088 Hz. Dies entspricht einer Peak-Periode von $T_p = 11,36$ s. Beim Vergleich zur definierten Peak-Periode aus **Tabelle 2-1** liegt eine prozentuale Abweichung von 4,3% vor. Diese kommt auch dadurch zustande, da keine unendlich vielen Einzelwellen simuliert werden und somit nicht zwingend die theoretische Peak-Periode getroffen wird. Die maximale spektrale Energiedichte beträgt in etwa 0,16 m²/Hz und liegt somit um ca. 0,06 m²/Hz unter der maximalen Energiedichte der JONSWAP 30 Simulation. Auch beim Vergleich der theoretischen Energiedichten (vgl. **Abbildung 2-12** und **Abbildung 2-13**) wird dieser Unterschied deutlich. Hierbei liegt ebenso die maximale Energiedichte im Falle des JONSWAP Spektrums über der des Bretschneider Spektrums.



Abbildung 4-9: Seegangsspektrum nach BRETSCHNEIDER

4.1.4 Ergebnisauswertung Ochi-Hubble bi-modal Spektrum

Im Folgenden wird eine Simulation nach dem Ochi-Hubble bi-modal Spektrum vorgestellt. Für dieses Spektrum werden die Spektrumsgrenzen gleich dem JONSWAP Spektrum (0,4 Hz $\leq \omega \leq$ 1,11 Hz) gewählt. Außerhalb der Spektrumsgrenzen würde die spektrale Energiedichte zu Null werden bzw. die Wellenlänge würde 50 m unterschreiten. Für die Simulation werden 30 Einzelwellen überlagert.

Abbildung 4-10 zeigt die Wasserspiegelauslenkung am Einlassrand und nach 100 m. Die Phasenverschiebung beträgt in etwa 17 s. Es ist deutlich zu erkennen, wie sich das Wellenbild nach ca. 260s wiederholt. Im Vergleich fallen die Wellenhöhen am Einlassrand geringfügig größer aus als in der blauen Kurve.



Abbildung 4-10: Wasserspiegel nach OCHI-HUBBLE BI-MODAL

Bei Betrachtung der spektralen Energiedichte in **Abbildung 4-11** ist zum Großteil eine gute Übereinstimmung festzustellen. Im Bereich von 0,9 Hz kommt es zu einer maximalen Abweichung von ~18%. Im Vergleich zur JONSWAP 30 Simulation gibt es auch hier im Bereich zwischen 0,14 Hz und 0,17 Hz kleine Schwankungen am Einlassrand. Diese kleinen Auslenkungen oder auch Wellen werden nach 100 m jedoch nicht mehr aufgelöst.



Abbildung 4-11: Seegangsspektrum nach OCHI-HUBBLE BI-MODAL

4.1.5 Fazit der langkämmigen Seegangssimulationen

Letztendlich ist für die Anzahl an überlagerten Einzelwellen zu sagen, dass eine größere Menge an Sinuswellen zu einem realistischeren Wellenbild führt. Grund hierfür ist, dass sich dasselbe Wellenbild bei einer steigenden Anzahl an Einzelwellen weniger schnell wiederholt. Mit einer Überlagerung von 30 Einzelwellen kehrt das Wellenbild näherungsweise nach 260 s wieder, mit 20 Wellen nach 190 s und mit 10 Einzelwellen nach 100 s. Dieser Effekt kann auch durch eine Änderung der Phasenverschiebungen der Einzelwellen zueinander beeinflusst werden. Erlauben es die Softwareeinstellungen, so sollte stets eine relativ große Menge von Einzelwellen überlagert werden. Beim Vergleich der verschiedenen Seegangsspektren zeigt sich, dass die maximalen spektralen Energiedichten beim Bretschneider und Ochi-Hubble bi-modal Spektrum geringer ausfallen als beim JONSWAP 30 Spektrum. Dieser Effekt wird auch bei der theoretischen Beschreibungen der Spektren sichtbar (vgl. Abbildung 2-12, Abbildung 2-13, Abbildung 2-14).

Schlussendlich ist zu sagen, dass die Wellenauslenkungen nach 100 m vergleichsweise gut ausfallen. Gleichwohl keine 20 Elemente über die Wellenhöhe vorhanden sind. Dies zeigen auch die spektralen Energiedichten. Sollte der Unterschied für bestimmte Anwendungen dennoch zu groß sein, besteht die Möglichkeit, einen Überhöhungsfaktor für die Wellenhöhe am Eintrittsrand zu definieren. Somit kann der Wellenhöhenverlust ausgeglichen und an einer bestimmten Position das gewünschte Wellenbild erzeugt werden. Dies ist allerdings nur eine Abhilfe. Um wirklich alle Wellen aufzulösen, sollte das Netz im Bereich der Wellenspiegelauslenkung so fein wie möglich sein.

4.2 Simulation von kurzkämmigem Seegang

Nach drei langkämmigen Seegangssimulationen wird in diesem Kapitel kurzkämmiger Seegang simuliert. Wie in **Kapitel 2.1.5** erwähnt, muss neben der Überlagerung an Sinuswellen auch eine Überlagerung der Wellenrichtungen stattfinden. Hierzu wird zunächst ein 3D-Berechnungsgebiet modelliert. Im Anschluss daran werden das Berechnungsmodell und die Randbedingungen vorgestellt. Zuletzt folgt die Ergebnisauswertung der Simulation.

4.2.1 3D-Geometrie und Vernetzung

Das Berechnungsgebiet wird auf eine 3D-Geometrie erweitert. Aus den langkämmigen 2D-Simulationen bleiben alle Vernetzungsparameter erhalten und werden lediglich auf ein 3D-Feld modelliert. In **Abbildung 4-12** und **Abbildung 4-13** ist die 3D-Vernetzung des Berechnungsgebiets abgebildet. Dieses hat dieselben Abmessungen wie die 2D-Simulationen. Das bedeutet in x und y-Richtung eine Länge von jeweils 450 m und eine Gesamthöhe von 132 m. Die ersten 300 m in x und y-Richtung sind feiner vernetzt. Zwischen 300 m und 450 m wird das Netz gröber.



Abbildung 4-12: Blick auf Vernetzung von oben

Die seitliche Vernetzung aus **Abbildung 4-13** entspricht exakt derselben Vernetzung wie in **Abbildung 4-1**. Die gesamte Anzahl an Elementen beläuft sich auf 2.755.439 mit 2.822.688 Knoten.



Abbildung 4-13: Seitliche Vernetzung

4.2.2 3D-Berechnungsmodell und Randbedingungen

Im Folgenden werden die wichtigsten Modellparameter vorgestellt. Zunächst werden das Berechnungsgebiet und seine Randbedingungen näher erläutert. Im Anschluss daran wird auf die Überlagerung der Wellenrichtungen näher eingegangen.

In **Abbildung 4-14** sind sämtliche Randbedingungen dargestellt. Hierbei wird der gelbe Rand als Einlass definiert. Gegenüber, blau dargestellt, der Auslass, welcher eine "Opening" Randbedingung ist. Die Unterseite, hier grün gefärbt, wird als Boden bzw. reibungsbehaftete Wand festgelegt. Mit roten Pfeilen ist die Oberseite deutlich gemacht, welche als "Opening" definiert wird.



Abbildung 4-14: Randbedingungen

Abbildung 4-15 zeigt die einzelnen Bereiche der Domain. Vor dem Auslass wird, wie bereits in den 2D-Simulationen, ein numerischer Strand implementiert. Der Strand unterteilt sich in drei Teilgebiete: Beach 1, 2 und 3. Grund hierfür ist die Definition der Permeabilität in diesen Bereichen.



Abbildung 4-15: Bereiche des numerischen Strandes

Die Permeabilität δ von Beach 1 und 2 wird nach **Gleichung (3-4)** bestimmt:

$$\frac{\delta}{[m^2]} = \frac{1}{1000000} \cdot \frac{450m - 300m}{x, y - 300m}$$
(4-1)

 δ für Beach 3 hingegen wird wie folgt definiert:

$$\frac{\delta}{[m^2]} = \frac{1}{1000000} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot (450m)^2} - \sqrt{2 \cdot (300m)^2}}{\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{2 \cdot (300m)^2}}$$
(4-2)

In Abbildung 4-16 ist die Permeabilität über die Diagonale von Beach 3 aufgetragen.



Permeabilität über Beach 3

Abbildung 4-16: Verteilung der Permeabilität über die Diagonale des Beach 3

Nach Festlegung der Rand- und Gebietsbedingungen wird nun auf die Parameter für die Überlagerungsfunktion eingegangen. Neben der Einzelwellenüberlagerung muss auch eine Überlagerung der Wellenrichtungen stattfinden. Für die Überlagerung dieser gibt es mehrere Methoden. In dieser Simulation wird die Fourier Entwicklung nach Longuet-Higgins et al. [32] angewandt. Die Richtungsfunktion lautet gemäß **Gleichung (2-57)** auf Seite 20. Der darin vorkommende Parameter *s* wird über die Definition (**Gleichung (2-59)**) von Mitsuyasu et al. [35] bestimmt. *s_{max}* wiederum wird entsprechend Goda [18] mit *s_{max}* = 10 m festgelegt. Das Winkelspektrum wird im Bezug auf die Hauptseegangsrichtung auf einen Bereich von ±45° beschränkt (vgl. **Abbildung 4-17**). Insgesamt werden aus dem Spektrumsbereich sieben Richtungen definiert. Neben der Hauptseegangsrichtung, welche im hier vorliegende Berechnungsgebiet (**Abbildung 4-14**) 45° ist, werden noch sechs weitere Seegangsrichtungen mit 0°, 15°, 30°, 60°, 75° und 90° festgelegt.



Abbildung 4-17: Hauptseegangsrichtung

Als Seegang wird das JONSWAP Spektrum mit einer Windstärke von 6 Bft gewählt. Es werden insgesamt 20 Sinuswellen aus einem Bereich von 0,6 Hz $\leq \omega \leq$ 1,2 Hz überlagert. Die Anzahl muss aufgrund der Limitierung an unabhängigen Variablen in einer CFX Expression auf 20 begrenzt werden. Nach Bestimmung der Überlagerung der Sinuswellen und der Wellenrichtungen mithilfe von **Gleichung (2-65)** kann die Wellenamplitude nach **Gleichung (2-66)** berechnet werden. Hieraus lassen sich nun die Wellenspiegelauslenkung und die drei Geschwindigkeitskomponenten bestimmen. Diese sind mit den **Gleichungen (2-68)**, **(2-69)**, **(2-70)** und **(2-71)** auf Seite 22 beschrieben. Alle weiteren Einstellungen des Simulationsmodells entsprechen den in **Tabelle 4-1** angegebenen Parametern für kurzkämmigen Seegang.

Bevor die kurzkämmige Seegangsimulation durchgeführt wird, werden noch Vorsimulationen zum Nachweis der korrekten Wellenrichtungsformulierung getätigt. Hierzu werden nur einzelne Winkel für den Wellengang definiert. Bei der Überlagerung von Wellen aus den Richtungen ±45° müssen sich beispielsweise symmetrische Muster ergeben. In **Tabelle 4-2** sind beispielhaft Wellenbilder von vier Vorsimulationen dargestellt. In Abhängigkeit der definierten Wellenrichtungen am Einlassrand zeigen alle Bilder das zu erwartende Muster.





30° Wellenrichtung



-45° und +45° Wellenrichtung



-30° und +30° Wellenrichtung





Nachdem nun der Beweis für die Richtigkeit der Definition der Wellenrichtungen erbracht ist, werden im nächsten Unterkapitel die Ergebnisse der kurzkämmigen Seegangssimulation, bei welcher sieben Wellenrichtungen überlagert sind, vorgestellt.

4.2.3 Ergebnisauswertung der kurzkämmigen Seegangssimulation

Im Folgenden werden die Ergebnisse der kurzkämmigen Seegangssimulation dargestellt. Für eine Wellensimulation von 200 s beträgt die Berechnungszeit auf einer HP Z800 Workstation mit 3,33 GHz und 24 GB RAM 7 Tage und 3,5 Stunden. In **Abbildung 4-18** ist die Wellenauslenkung nach 115,5 s zu sehen. Die Wellenausbreitung findet von rechts oben nach links unten statt. Die maximale Wellenhöhe zu diesem Zeitpunkt beträgt 1,9 m. Das Wellenbild zeigt einen typischen kurzkämmigen Seegang. Richtung Auslass, im Bereich der numerischen Strände, geht die Wellenhöhe gegen Null.



Abbildung 4-18: Wellenauslenkung nach 115,5 s bei einer Windstärke von 6 Bft

In **Tabelle 4-3** sind Konturplots in ~10 s Schritten dargestellt. Es zeigt sich, wie die Wellen langsam vom Einlassrand in das Gebiet einströmen. Nach ca. 90 s hat sich in der Berechnungsdomain ein vollständig entwickeltes Seegangsgebiet eingestellt. Im letzten Bild, nach ca. 200 s, ist andeutungsweise zu sehen, wie sich die Wellenhöhe mit steigender Entfernung vom Einlassrand absenkt.









In **Abbildung 4-19** sind die Wellenspiegelauslenkungen im Abstand von 1 m (x = y = 0,707 m) und 100 m (x = y = 70,7 m) vom Ursprung dargestellt. Es ist zu sehen, wie sich Wellenpakete von kleinen und großen Wellenhöhen abwechseln.



Abbildung 4-19: Wellenspiegelauslenkung an 2 Positionen

4.2.4 Fazit der kurzkämmigen Seegangssimulation

Letztendlich wird in diesem Kapitel gezeigt, wie kurzkämmiger irregulärer Seegang mithilfe von AN-SYS CFX simuliert werden kann. Um eine bessere Auflösung der Wellen zu erreichen, müsste die Anzahl an Elementen über die Wellenhöhe und Wellenlänge an die tatsächlich hier vorliegende Wellenhöhe angepasst werden. Dies würde bedeuten, dass unmittelbar an der Wasseroberfläche die Elementdicke sehr gering werden würde. Dadurch würde das Seitenverhältnis eines Netzelementes extrem stark ansteigen, was zu einer instabilen Rechnung und zu einer "verschwommenen" Wasseroberfläche führt. Um dies zu verhindern, müsste dementsprechend die Anzahl an Elementen über die Wellenlänge vergrößert werden. Da ANSYS CFX aber keine hängenden Knoten (engl. *Hanging Nodes*) akzeptiert, führt dies zu einer sehr großen Gesamtanzahl an Zellelementen, was die Berechnungszeit extrem verlängert. Mit genug Rechenleistung sollte es jedoch möglich sein, in einer angemessenen Zeit eine noch bessere Auflösung der Wasseroberfläche zu erhalten.

5 Simulation eines Pontons in kurzkämmigem Seegang

In diesem Kapitel wird die Bewegung eines fahrenden Schwimmkörpers in kurzkämmigem Seegang simuliert. Die Simulation wird in zwei Schritte aufgeteilt. Im ersten Schritt wird eine Initialisierung durchgeführt, in welcher die reine Fahrt eines Schwimmkörpers simuliert wird. Anschließend daran wird in einer zweiten Simulation neben Fahrt auch Seegang am Einlassrand definiert.

5.1 Geometrie und Vernetzung

Das Berechnungsgebiet wird in den Grundzügen **Kapitel 4.2** entnommen. In die Domain selber wird zusätzlich noch ein Schwimmkörper integriert. Bei dem Schwimmkörper handelt es sich um einen Ponton. Dieser hat die in **Abbildung 5-1** angegebenen Abmaße. Das hier dargestellte Koordinatensystem ist zugleich das globale Koordinatensystem des gesamten Modells. Entgegen der im ANSYS CFX-Pre User's Guide [3] beschriebenen Vorgehensweise sollte das globale Koordinatensystem und kein lokales Koordinatensystem im Verdrängungsschwerpunkt des Schwimmkörpers liegen. Ansonsten werden nicht alle Eulerwinkel korrekt berechnet, und die Massenträgheitsmomente werden falsch festgelegt.



Abbildung 5-1: Ponton - Seitenansicht und Unteransicht

Der Ponton aus **Abbildung 5-1** wird zur Hälfte (3 m) eingetaucht. Somit beträgt das verdrängte Volumen 1970 m³. Die Masse des Körpers berechnet sich dann aus verdrängtem Volumen und Wasserdichte, und beträgt 1.947.049 kg. Der Schwerpunkt des verdrängten Volumens liegt 1,48 m unter der Wasseroberfläche. Um die Massenträgheitsmomente des Verdrängungsvolumens zu bestimmen, werden vereinfacht die Außenabmaße (70 m, 10 m, 3 m) verwendet. Die Massenträgheitsmomente lassen sich dann, bezogen auf das globale Koordinatensystem, wie folgt berechnen:

$$I_{xx} = \frac{m}{12} ((10 \ m)^2 + (3 \ m)^2) = 18.851.822 \ kgm^2$$

$$I_{yy} = \frac{m}{12} ((3 \ m)^2 + (70 \ m)^2) = 849.023.822 \ kgm^2$$

$$I_{zz} = \frac{m}{12} ((70 \ m)^2 + (10 \ m)^2) = 864.762.500 \ kgm^2$$
(5-1)

In **Abbildung 5-2** ist die Lage des Pontons im Berechnungsgebiet zu sehen. Der Abstand zwischen globalem Koordinatensystem und dem lokalen Koordinatensystem der Einlassrandbedingung beträgt $x_{(Glob)} = 153$ m. Somit ist der Pontonbug ca. 120 m vom Ursprung des lokalen Koordinatensystems entfernt. Das gesamte Berechnungsgebiet muss im Vergleich zu **Kapitel 4.2** auf 440 m gekürzt werden. Grund hierfür ist, dass die Software ANSYS Workbench, vom globalen Ursprung aus gesehen, lediglich eine maximale Modellierung in alle drei Achsenrichtungen von ±500 m zulässt.



Abbildung 5-2: Modellansicht von oben

In **Abbildung 5-3** ist die seitliche Lage des Pontons in der Geometrie zu sehen.



Abbildung 5-3: Modellansicht in globaler x-z Ebene

Die Vernetzung des Modells ist in **Abbildung 5-4** dargestellt. Es ist zu sehen, dass mit Ausnahme des Pontonbereichs die gesamte Domain wie in **Abbildung 4-12** vernetzt ist. Aufgrund der 45° Lage des Pontons zum Berechnungsgebiet ist in der Umgebung keine strukturierte Vernetzung möglich. Hingegen ist der eigentliche Pontonbereich wieder strukturiert vernetzt.



Abbildung 5-4: Vernetzung von oben

In **Abbildung 5-5** und **Abbildung 5-6** ist die Vernetzung des Bugs und Hecks zu sehen. Zur Wand hin wird die Zellschichtdicke geringer. Unmittelbar an der Pontonwand besitzen die Elemente eine Dicke von 8-11 cm. Dies ist für eine genaue Simulation der Turbulenz eigentlich noch zu dick. Da es sich hier allerdings nur um eine Beispielsimulation handelt, ist die Vernetzung völlig ausreichend. Die gesamte Anzahl an Elementen beläuft sich auf 3.663.860 mit 3.747.935 Knoten.



Abbildung 5-5: Vernetzung Ponton Bug

Abbildung 5-6: Vernetzung Ponton Heck

5.2 Berechnungsmodell und Randbedingungen

Im Anschluss an die Vernetzung wird das Berechnungsmodell in ANSYS CFX aufgebaut. Wie bereits zu Beginn angedeutet, wird diese Simulation in zwei Teile aufgeteilt. Zunächst wird die Fahrt des Pontons bei ca. 10 kn simuliert. In einer zweiten Simulation wird zusätzlicher Seegang am Einlassrand definiert und die Fahrt als Initialisierung verwendet.

Die Zeitschrittweite wird aus Zeitgründen in beiden Simulationen mit 0,05 s festgelegt. Eine instationäre Seegangssimulation mit 100 Schritten, bezogen auf die kleinste Wellenperiode, würde auf eine Zeitschrittweite von 0,026 s führen. Um 100 s Seegang zu simulieren, würde die Berechnung somit in etwa 22 Tagen dauern. Aus diesem Grund wird die Zeitschrittweite auf 0,05 s verdoppelt.

Für die Einlassrandbedingung wird zunächst nur eine reine Fahrt definiert. Die Geschwindigkeit des Pontons U_{Sch} wird basierend auf einer Froude-Zahl von 0,2 und einer Länge der Ponton-Wasserlinie von L_{WL} = 70 m wie folgt definiert:

$$U_{sch} = Fr\sqrt{g \cdot L_{Wl}} \tag{5-2}$$

Somit errechnet sich eine Fahrgeschwindigkeit von U_{Sch} = 5,24 m/s. Dies entspricht in etwa einer Geschwindigkeit von 10 kn. Diese 10 kn werden für die Initialisierung am Einlassrand auf das lokale Koordinatensystem umgerechnet:

$$u_{Fahrt} = v_{Fahrt} = \frac{U_{Sch}}{\sqrt{2}}$$
(5-3)

Für die darauffolgende Simulation des fahrenden Pontons bei Seegang werden die Geschwindigkeitskomponenten aus dem Seegang hinzuaddiert (**Gleichung (5-4)**). Testsimulationen zeigen, dass bei einem Seegang der Windstärke 6 Bft die Wellen sehr groß werden und teilweise die Eigenfrequenz des Pontons treffen. Dies führt schließlich dazu, dass die Eulerwinkel extrem groß werden und es somit zu numerischen Problemen bei der Netzdeformation kommt. Aus diesem Grund wird die Windstärke um eine Kategorie auf 5 Bft herabgesetzt (vgl. **Tabelle 2-1**).

$$u = u_{Seegang} + u_{Fahrt}$$

$$v = v_{Seegang} + v_{Fahrt}$$

$$w = w_{Seegang}$$
(5-4)

Die aus Seegang resultierenden Geschwindigkeitskomponenten lassen sich nach den **Gleichungen** (2-69), (2-70) und (2-71) bestimmen. Im Falle des integrierten Seegangs wird am Einlass die Wasserspiegelauslenkung mithilfe der **Gleichung (2-68)** festgelegt. Hierbei muss jedoch in der **Wellenphasengleichung (2-67)** die Wellenfrequenz ω modifiziert werden bzw. durch die Wellenbegegnungsfrequenz ω_n ersetzt werden.

Diese lässt sich wie folgt bestimmen [6]:

$$\omega_n = \omega - U_{sch} \cdot k \cdot \cos(\kappa) \tag{5-5}$$

wobei *k* die Wellenzahl und κ der Begegnungswinkel ist. Dieser wiederum lässt sich über die Beziehung aus Hauptseegangsrichtung α_M und Fahrtrichtung des Schwimmkörpers λ definieren:

$$\kappa = \alpha_M - \lambda \tag{5-6}$$

Sind Hauptseegangsrichtung und Fahrtrichtung identisch, so wird κ zu 0°. Ist die Fahrtrichtung des Schwimmkörpers, wie in dieser Simulation der Fall, genau entgegen der Hauptseegangsrichtung, so ist $\kappa = 180^{\circ}$.

Bei reiner Fahrt wird die Wasserspiegelauslenkung am Einlass identisch, konstant der Auslenkung am Auslass definiert. Zusätzlich wird am Auslass der Druck über die hydrostatische Druckverteilung angegeben. Um etwaigen numerischen Instabilitäten am Boden, resultierend aus der Fahrtgeschwindigkeit, zu entgehen, wird dieser als reibungsfreie Wand festgelegt. Die obere Randbedingung ist eine "Opening" Randbedingung. Die Wand des Pontonkörpers wird als reibungsbehaftete Wandrandbedingung definiert.

Des Weiteren wird neben den Randbedingungen eine Starrkörper (engl. Rigid Body) Funktion implementiert. Hierbei werden die bereits in Gleichung (5-1) berechneten Massenträgheitsmomente auf das globale Koordinatensystem angewandt. Für die Starrkörperbewegung werden alle rotatorischen Freiheitsgrade und der translatorische Freiheitsgrad in z-Richtung freigegeben. Bei der hier verwendeten Pontongeometrie ist damit zu rechnen, dass diese zu Gieren (vgl. Abbildung 2-15) beginnt und nicht in ihre Ursprungslage zurückkehrt. Im Gegensatz zum Rollen oder Stampfen gibt es beim Gieren kein rückdrehendes Moment. Dieses Rückstellmoment entsteht bei den beiden erstgenannten Rotationsbewegungen dadurch, dass der Körper durch eine Änderung des Verdrängungsvolumens ein Moment erfährt, was selben wieder in seine ursprüngliche Lage zurückdreht. Bei vorhandenem Seegang rotiert dieser gierinstabile Ponton somit immer weiter aus seiner Ursprungslage. Dies hat zur Folge, dass die Netzverformungen irgendwann sehr groß werden und somit negative Zellvolumen entstehen, die einen Abbruch der Berechnung bedeuten. Die angesprochene Netzverformung ist ein weiterer Aspekt, welcher bei einer Starrkörperbewegung berücksichtigt werden muss. Hierzu wird mit Ausnahme des unmittelbaren Pontonbereichs im gesamten Berechnungsgebiet eine Netzsteifigkeit von 1 m⁵/s pro Zellvolumen definiert. Da die Elemente unmittelbar in der Umgebung des Pontons sehr klein sind, kann es im Zuge der Netzverformung zu negativen Volumen kommen, was wiederum einem Abbruch der Berechnung bedeutet. Um dies zu vermeiden wird die Netzverformung unmittelbar um den Ponton (siehe gelber Bereich in Abbildung 5-7) herum deaktiviert.



Abbildung 5-7: Gelb gekennzeichneter Bereich mit konstanter Vernetzung

Wie bereits in **Kapitel 4.2** wird ein numerischer Strand implementiert. Dieser ist nun aber, da das gesamte Fluid in der Domain strömt, nicht mehr isotrop. Es wird lediglich eine konstante Permeabilität in z-Richtung von 10⁻⁶ m² eingeführt. Im Falle einer isotropen Permeabilität würde es zu einem Aufstauen des Wassers vor dem Strand kommen.

Im Vergleich zur Simulation mit kurzkämmigem Seegang bleiben die Solvereinstellungen zum Großteil erhalten. Hinzu kommen die Einstellungen für die Starrkörperbewegung und Netzverformung. Pro Zeitschritt werden für die Netzverformung 2-4 Konvergenzschleifen durchgeführt. Für die Bestimmung des Winkelimpulses wird der Simo Wong Algorithmus (vgl. **Kapitel 2.3**) verwendet. Das Konvergenzkriterium wird bei maximal 30 Iterationen auf 10⁻⁴ gesetzt.

Diese Berechnung wird ebenfalls auf einer HP Z800 Workstation mit 8 Kernen durchgeführt. Bei der Partitionierung des Modells ist darauf zu achten, dass diese in die globale x-Richtung geht. Ansonsten kann es zu Instabilitäten der Konvergenz kommen. In **Tabelle 5-1** sind nochmals die wichtigsten Parameter im Überblick dargestellt.

Physikalisches Modell										
Zweiphasenströmung	Homogen	Turbulenzmodell			RNG-k-ɛ-Modell					
Fluideigenschaften										
Wasserdichte	988,3 kg/m ³ Luftdie)	1,185 kg/m³					
Welleneigenschaften										
Seegangsspektrum	JONSWAP Spektrumsgrenzen 5 Bft $0,65 \text{ Hz} \le \omega \le 1$,									
Seegang	Wasserspiegelauslenkung G			schwindigkeitskomponenten						
kurzkämmiger	Gleichung (2-68	Gleichung (2-69), (2-70), (2-71)								
Starrkörper										
Masse	1.947.049 kg	Massenträg- heitsmoment (Glob Koord.)		I_x	I _{xx} = 18.851.822 kgm ²					
Freiheitgrade	Translatorisch: z			I_{yy}	<i>I</i> _{yy} = 849.023.822 kgm ²					
(Glob. Koord.)	Rotatorisch: x, y, z			I_{zz}	Izz =864.762.500 kgm ²					
Randbedingungen										
Finlage	Geschwindigkeitseinlass und Volumenanteil nach linearer Wellentheorie									
Liniass Turbulenz: I _{turb} = 5% und Viskositätsverhältnis = 10										
	"Opening" Randbedingung mit hydrostatischer Druckverteilung									
Auslass	Volumenanteile konstant (z ≤ 0: 100% Wasser)									
Boden	Reibungsfreie Wandrandbedingung									
Oben	"Opening" Randbedingung mit konstantem Atmosphärendruck									
	Volumenanteile konstant (100% Luft und 0% Wasser)									
Ponton Wand	Reibungsbehaftete Wandrandbedingung									
Initialisierung										
Geschwindigkeit	Hydrostatische Druckverteilung									
Turbulenz: <i>I</i> _{turb} =	Volumenanteile konstant ($z \le 0$: 100% Wasser)									
Solver										
Analysetyp	Instationär	Zeitschrittwei		te ¹	100 Schritte pro kleinster Wellenperiode					
Zeitintegration	Implizites Euler-	Zeitintegrat		n	Euler-Verfahren					
	verranren 2. Ordnung	Turbuler	nzmod	en	1. Ordnung					
Anzahl Iterationen pro Zeitschritt	1-4	Konvergenzki rium (RMS		te-	10 ⁻⁴					
Netzverformung	Art: Netzsteifigkeit				Simo Wong Verfahren					
	1 m ⁵ s ⁻¹ / Zellvolumen	Winkel	impul	s	Konvergenzkrit.10 ⁻⁴					
	2-4 Konv.Schleifen				Max. 30 Iterationen					

Tabelle 5-1: Überblic	k der wich	tiasten Eins	tellungen für	r die See	gangssimulatio	n mit Ponton
		igoton Enio	condingent fui		gangoonnalallo	

5.3 Ergebnisauswertung der Seegangssimulation mit Ponton

In diesem Unterkapitel werden die Ergebnisse aus der kurzkämmigen Seegangssimulation mit Ponton vorgestellt. Zunächst wird auf die Initialisierungssimulation eingegangen, bei welcher lediglich die Fahrt des Pontons simuliert wird. In **Abbildung 5-8** ist die Wassergeschwindigkeit um den Pontonrumpf dargestellt. Der Stampfwinkel (y-Achse) nach 10 s Initialisierung beträgt 0,17°, der Rollwinkel (x-Ache) -0,11° und der Gierwinkel (z-Achse) -0,005°. Unmittelbar am Bug, auf Höhe der Wasseroberfläche, gibt es einen Staupunkt. Im Anschluss strömt das Wasser um die Unterwasserkante am Bug, wobei es seine höchste Geschwindigkeit von 7,3m/s erreicht. Am Heck des Pontons entsteht eine turbulente Nachströmung.



Abbildung 5-8: Wassergeschwindigkeit bei ~10 kn Fahrt (5,24 m/s)

In **Abbildung 5-9** sind die durch Umströmung des Pontonrumpfes erzeugten Wellen dargestellt. Es ist zu sehen, wie am Pontonbug die Wellenerhebung nicht absolut symmetrisch verläuft. Der Grund hierfür sind die kleinen Stampf-, Roll- und Gierbewegungen des Pontons.



Abbildung 5-9: Wellenauslenkung bei ~10 kn Fahrt

Nach Darstellung der Initialisierungsergebnisse werden nun im Folgenden die Ergebnisse bei Seegang diskutiert. Die Berechnung dieser Simulation, mit den in **Tabelle 5-1** aufgeführten Parametern, dauert für eine Simulationszeit von 50 s, 11 Tage und 5,8 Stunden. Hierzu muss gesagt werden, dass ab dem Zeitpunkt wenn Wellen auf den Ponton treffen, sich die Konvergenz verschlechtert. Daher wird nach 25 s Simulationszeit die maximale Anzahl an Iterationen pro Zeitschritt auf 10 erhöht. Dies hat zur Folge, dass sich allgemein die Konvergenz für Druck, Geschwindigkeit und Turbulenz, aber auch für die Starrkörpergleichungen um den Faktor 10⁻² verbessert. Jedoch bewirkt dies zugleich auch eine enorme Verlängerung der Berechnungszeit.

In **Abbildung 5-10** sind die Eulerwinkel des Pontons über die Zeit abgetragen. Es ist zu sehen, wie der Gierwinkel bis 20 s relativ konstant bleibt und dann nahezu linear ansteigt. Dieser Effekt wird jedoch aufgrund des fehlenden Rückstellmoments erwartet. Der Rollwinkel um *x* schaukelt sich bis ca. 25 s langsam auf und nimmt dann wieder ab. Ebenso der Stampfwinkel um die y-Achse.



Eulerwinkel

Abbildung 5-10: Eulerwinkel [°] des Pontons

Im Folgenden werden nun einige Konturplots, mit Bezug auf die in **Abbildung 5-10** gezeigten Eulerwinkel, dargestellt. Bis 5 s geht die Bewegung des Pontons gegen Null. In **Abbildung 5-11** ist zu sehen, dass zu diesem Zeitpunkt sich gerade die ersten Wellen am Einlassrand bilden.



Abbildung 5-11: Wellenspiegelauslenkung nach 5 s

In Abbildung 5-12 ist dargestellt, wie langsam das erste Wellental auf den Bug des Pontons trifft.



Abbildung 5-12: Wellenspiegelauslenkung nach 10 s

Abbildung 5-13 zeigt, wie sich dieses Wellental unter dem Ponton befindet. Ab diesem Zeitpunkt beginnt auch der Stampfwinkel auf 1-2° anzusteigen (vgl. **Abbildung 5-10**).



Abbildung 5-13: Wellenspiegelauslenkung nach 15 s

Nach 20 s hat sich das Wellental unter dem Ponton durchgeschoben und dieser beginnt zu stampfen. Dies hat zur Folge, dass sich eine Bugwelle bildet (vgl. **Abbildung 5-14**).



Abbildung 5-14: Wellenspiegelauslenkung nach 20 s

Zum Zeitpunkt 25 s ist soeben ein Wellenberg auf den Ponton getroffen. Dies lässt den Stampfwinkel auf -5° ansteigen. Des Weiteren ist nach 25 s der Rollwinkel mit 15° am größten.



Abbildung 5-15: Wellenspiegelauslenkung nach 25 s

Beim Vergleich von **Abbildung 5-11** mit **Abbildung 5-16** ist andeutungsweise zu sehen, wie der Ponton beginnt sich um seine z-Achse zu drehen.





Nach 35 s wird der Ponton erneut von einer schräg auftreffenden Welle am Bug getroffen. Beim Blick auf **Abbildung 5-10** scheint diese Welle jedoch keinen großen Einfluss auf den Roll- und Stampfwinkel zu haben. Hingegen steigt der Gierwinkel weiter an.



Abbildung 5-17: Wellenspiegelauslenkung nach 35 s



In Abbildung 5-18 ist die Welle aus Abbildung 5-17 beinahe am Pontonheck angekommen.

Abbildung 5-18: Wellenspiegelauslenkung nach 40 s

In Abbildung 5-19 ist zu sehen, wie sich das Seegebiet vor dem Ponton langsam beruhigt.



Abbildung 5-19: Wellenspiegelauslenkung nach 45 s

Erst nach 50 s sind in **Abbildung 5-20**, am linken Eintrittsrand, wieder größere Wellen zu sehen.



Abbildung 5-20: Wellenspiegelauslenkung nach 50 s

Da sich der Ponton immer weiter um seine z-Achse dreht, wird die Simulation nach 50 s abgebrochen. Die Netzdeformationen sind zwar noch in einem angemessenen Rahmen, jedoch trifft die aus Fahrt resultierende Strömung nun unter 25° auf den Pontonbug. Dies hat zur Folge, dass die Fahrtkomponente des Pontons nun zunehmend unrealistisch wird.

5.4 Fazit der Seegangssimulation mit Ponton

Mit dieser Berechnung wird gezeigt, dass es mit ANSYS CFX möglich ist einen Schwimmkörper in kurzkämmigen Seegang zu simulieren. Es ist darauf zu achten, ein passendes Netz zu erzeugen, welches den Wasserspiegel ausreichend genau auflöst. Da in dieser Simulation das Netz aufgrund der bereits großen Anzahl an Gesamtzellen relativ grob ist, sollte in Folgesimulationen die Vernetzung noch besser der jeweiligen Wellenhöhe angepasst werden. Des Weiteren muss beachtet werden, dass die Grenzschicht des Schwimmköpers möglichst fein aufgelöst wird. Bei der Definition der Netzsteifheit macht es Sinn, den Bereich unmittelbar in der Umgebung des Schwimmkörpers als festes Netz zu definieren. Ansonsten können kleine Elemente schnell zu negativen Volumen führen, was einen Abbruch der Berechnung zur Folge hat. Ein weiteres Kriterium für eine stabile Rechnung ist die Zeitschrittweite und die Anzahl an Iterationen pro Zeitschritt. Vor allem bei letzterem sollte nicht gespart werden, da das Modell ansonsten nicht richtig konvergiert und dadurch die Ergebnisse falsch werden. Ein weiterer Aspekt der nicht vernachlässigt werden darf, ist das Turbulenzmodell und dessen Zeitintegration. Wenn möglich sollte die Zeitintegration der Turbulenz auf 2. Ordnung erhöht werden. Für das Turbulenzmodell muss des Weiteren untersucht werden, inwieweit die Simulationsergebnisse die Realität wiedergeben.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird eine Methode vorgestellt, um kurzkämmigen irregulären Seegang mithilfe der Simulationssoftware ANSYS CFX zu simulieren. Im Gegensatz zu potentialtheoretischen Verfahren basieren die hier vorliegenden Simulationen vollständig auf den RANS-Gleichungen. Die Überlagerung der Einzelwellen und Wellenrichtung am Einlassrand wird mit einer CFX Expression durchgeführt. Hierzu werden mithilfe der CFX Command Language drei verschiedene Seegangsspektren programmiert, bei denen unter Berücksichtigung der Windstärke die Wellenhöhe und -periode frei gewählt werden kann.

Zunächst werden 2D-Voruntersuchungen unternommen. Hierzu zählen Simulationen zur Bestimmung des Einflusses des Netzes und der Zeitschrittweite auf das Simulationsergebnis. Diese Simulationen zeigen, dass mindestens 80 Netzelemente über die Wellenlänge und 60 Elemente über die Wellenhöhe zu modellieren sind. Die Zeitschrittweite sollte ca. 100 Schritte pro Wellenperiode betragen. Des Weiteren werden Untersuchungen mit verschiedenen Turbulenzmodellen gemacht. Diese haben einen erheblichen Einfluss auf die Wellenhöhe. Hierbei zeigt das RNG-k-ε-Modell den geringsten Wellenhöhenverlust über die Zeit.

Im Anschluss werden langkämmige irreguläre 2D-Seegangssimulationen mit drei verschiedenen Seegangsspektren durchgeführt. Es wird insgesamt festgestellt, dass die spektrale Energiedichte über die ersten 100 m relativ konstant bleibt. Dennoch ist zu sagen, dass mit einer größeren Anzahl an überlagerten Einzelwellen das Wellenbild realistischer wirkt und sich weniger schnell wiederholt. Für die kurzkämmige Seegangssimulation wird das Berechnungsgebiet auf eine 3D-Domain erweitert. Basierend auf dem JONSWAP Seegangsspektrum wird kurzkämmiger Seegang simuliert. Hierzu werden jeweils 20 Einzelwellen in sieben Wellenrichtungen überlagert. In der letzten Berechnung wird ein Ponton in das Modell implementiert. Dieser wird in der Simulation als Starrkörper mit vier Freiheitsgraden dargestellt. Es wird simuliert, wie sich dieser Ponton während normaler Fahrt und Fahrt mit entgegenkommenden Wellen verhält.

Auf Basis dieser Arbeit können in Zukunft Schiffe und andere maritime Anlagen unter realem Seegang und Fahrt simuliert werden. Zur Verbesserung dieses Modells sollte das Netz, bei entsprechender Rechenleistung, im Bereich der Wellenspiegelauslenkung und um den Schwimmkörper noch weiter verfeinert werden. Um die Realität noch genauer abbilden zu können, sollte es mit FORTRAN-Routinen möglich sein, die Anzahl an überlagerten Einzelwellen und Wellenrichtungen noch weiter zu vergrößern. Weitere Untersuchungen müssen im Hinblick auf die Turbulenzmodellierung durchgeführt werden. Es sollte untersucht werden, inwiefern sich das RNG-k-ε-Modell für die Umströmung von Schwimmkörpern bzw. Schiffen eignet.

Literaturverzeichnis

- [1] Emmanuel B. Agamloh, Alan K. Wallace, and Annette von Jouanne, "Application of fluid-structure interaction simulation of an ocean wave energy extraction device," *Renewable Energy*, no. 33, pp. 748–757, 2008.
- [2] G.B. Airy, "Tides and waves," Encyclopaedia Metropolitana (1817–1845). Mixed Scienes 3, editor Rose et al., 1841.
- [3] ANSYS Inc., ANSYS CFX-Pre User's Guide. Canonsburg, USA: Release 13.0, 2010.
- [4] ANSYS Inc., ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Canonsburg, USA: Release 13.0, 2010.
- [5] G. R. Baker, D. I. Meiron, and S. A. Orzag, "Generalized Vortex Methods for Free Surface Flow Problems," *Journal of Fluid Mechanics*, no. 123, pp. 477-501, Oct. 1982.
- [6] Glenn Bannister, "Ermittlung kombinierter Wellen- und Strömungskräfte auf Offshorebauwerken," TU Hamburg-Harburg, Hamburg, Dissertation - Schriftenreihe Schiffbau 538, 1993.
- [7] William Bateman. (2012, Aug) Engineering > Fluid Mechanics > Waves > Analytic > Stokes.[Online]. http://www.codecogs.com/code/engineering/fluid_mechanics/waves/analytic/stokes.php
- [8] J.V. Boussinesq, "Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire.," *Comptes Rendus de l'Academie de Sciences. Paris*, vol. 72, pp. 755–759, 1871.
- [9] Charles L. Bretschneider, "Wave Variability and Wave Spectra for Wind-generated Waves," USACE BEB Tech. Memo., no. 118, p. 192ff., 1959.
- [10] F.P. Brisette and I.K. Tsanis, "Maximum likelihood method techniques for directional analysis of heave-pitch-roll data," in 3rd International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting, Montreal, 1992, pp. 1-11.
- [11] G. Clauss, E. Lehmann, and C. Östergaard, *Meerestechnische Konstruktionen*. Berlin: Springer, 1988.
- [12] A. Clément, "Coupling of Two Absorbing Boundary Conditions for 2D Time-Domain Simulations of Free Surface Gravity Waves," *Journal of Computational Physics*, no. 126, pp. 139–151, 1996.
- [13] Giorgio Contento, "Numerical wave tank computations of nonlinear motions of two-dimensional arbitrarily shaped free floating bodies," *Ocean Engineering*, no. 27, pp. 531–556, 2000.
- [14] Robert G. Dean and Robert A. Dalrymple, Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. Singapur: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1991.
- [15] Muniyandy Elangovan, "Simulation of Irregular Waves by CFD," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, no. 79, 2011.
- [16] William Finnegan and Jamie Goggins, "Numerical simulation of linear water waves and wave– structure interaction," *Ocean Engineering*, no. 43, pp. 23-31, 2012.
- [17] Franz Josef von Gerstner, "Theorie der Wellen," *Abhand. Königliche böhmische Gesellschaft der Wissenschaften*, 1802.

- [18] Yoshimi Goda, *Random Seas and Design of Maritime Structures Advanced series on ocean engineering*, 15th ed., World Scientific, Ed. Yokohama, Japan, 2000.
- [19] I. Hadzic, J. Hennig, M. Peric, and Y. Xing-Kaeding, "Computation of flow-induced motion of floating bodies," *Applied Mathematical Modelling*, no. 29, pp. 1196–1210, 2005.
- [20] K. Hasselmann et al., "Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)," *Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift*, vol. 12, no. 8, 1973.
- [21] D.E. Hasselmann, M. Dunckel, and J. A. Ewing, "Directional Wave Spectra Observed during JONSWAP 1973," *Journal of Physical Oceanography*, no. 10, pp. 1264–1280, 1980.
- [51] International Towing Tank Conference, "The Specialist Committee on Waves Final Report and Recommendations to the 23rd ITTC," in *Proceedings of the 23rd ITTC - Volume II*, Venedig, Italien, 2002, p. 47.
- [22] M. Isobe, K. Kondo, and K. Korikawa, "Extension of the MLM for estimating directional wave spectrum," in *Symposium on Description and Modelling of Directional Seas*, vol. A-6, TU Denmark, 1984, pp. 1-15.
- [23] Seong-Jae Jeong, "Ein Beitrag zur Erzeugung nichtlinearer Entwurfsseegaenge im numerischen Wellenkanal," Fakultaet V: Verkehrs- und Maschinensysteme: TU Berlin, Berlin, Dissertation 2003.
- [24] J.M.J. Journée and L.J.M. Adegeest, "Theoretical Manual of "SEAWAY for Windows"," TU Delft, Delft, Niederlande, Theoretical Manual Bd. 1370, Rev: 14-12-2003 2003.
- [25] M.H. Kim, M.S. Celebi, and D.J. Kim, "Fully nonlinear interactions of waves with a threedimensional body in uniform currents," *Applied Ocean Research*, no. 20, pp. 309–321, 1998.
- [26] W.C. Koo and M.H. Kim, "Fully nonlinear wave-body interactions with surface-piercing bodies," Ocean Engineering, no. 34, pp. 1000–1012, 2007.
- [27] D.J. Korteweg and G. de Vries, "On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves.," *Philosophical Magazine*, vol. 5, no. 36, pp. 422–443, 1895.
- [28] Steffen Koß, "Kuenstliche Riffe zum Schutz vor Tsunamiwellen," TU Braunschweig, Braunschweig, Studienarbeit 2009.
- [29] Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen, Empfehlungen für die Ausführung von Küstenschutzwerken EAK 2002 - Die Küste, 65th ed., Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen, Ed. Deutschland: Boyens Medien, 2002.
- [30] Anant Lal and M. Elangovan, "CFD Simulation and Validation of Flap Type Wave-Maker," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, no. 46, 2008.
- [31] Bernard LeMehaute, *Introduction to Hydrodynamics and Water Waves*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1976.
- [32] MS Longuet-Higgins, DE Cartwright, and ND Smith, "Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy," *Ocean wave spectra, Prentice-Hall*, pp. 111–

136, 1961.

- [33] A. Lygre and H.E. Krogstad, "Maximum Entropy Estimation of the Directional distribution in ocean wave spectra," *Journal of Physical Oceanography*, no. 16, pp. 2052-2060, 1986.
- [34] A.E. Maguire and D.M. Ingram, "Wavemaking in a commericial CFD code," in *Coastlab 2010 -Proceedings on the Third International Conference on the Application of Physical Modelling to Port and Coastal*, Barcelona, 2010.
- [35] H. Mitsuyasu et al., "Observations of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy," *Journal of Physical Oceanography*, no. 5, pp. 750–760, 1975.
- [36] M.K. Ochi and E.N. Hubble, "Six parameter wave spectra," in *Proceedings of the 15th Coastal Engineering Conference*, Honolulu, HI, USA, 1976, pp. 301-328.
- [37] Jong-Chun Park, Moo-Hyun Kim, and Hideaki Miyata, "Fully non-linear free-surface Simulations by 3D viscous Numerical Wave Tank," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, no. 29, pp. 685 – 703, 1999.
- [38] J.C. Park, Y. Uno, T. Sato, H. Miyata, and H.H. Chun, "Numerical reproduction of fully nonlinear multi-directional waves by a viscous 3D numerical wave tank," *Ocean Engineering*, no. 4, pp. 1549–1565, 2004.
- [39] S.S. Pawka, "Island shadows in wave directional spectra," *Journal Geophysical Research*, vol. 88, no. C4, pp. 2579-2591, 1983.
- [40] O. M. Phillips, "The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves," *Journal of Fluid Mechanics*, no. 4, pp. 426-434, 1958.
- [41] W.J. Pierson and L. Moskowitz, "A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii," *Journal of Geophysical Research*, no. 69, pp. 5181-5203, 1964.
- [42] J. E. Romate, "Absorbing Boundary Conditions for Free Surface Waves," Journal of Computational Physics, no. 99, pp. 135-145, 1992.
- [43] Utku Senturk, "Modeling nonlinear waves in a numerical wave tank with localized meshless RBF method," *Computers & Fluids*, no. 44, pp. 221–228, 2011.
- [44] M.C. Silva, M. Vitola, W.T. Pinto, and C.A. Levi, "Numerical Simulation of monochromatic wave generated in laboratory: Validation of a CFD code," in 23^o Congresso Nacional de Transporte Aquaviário, Construção Naval e Offshore, Rio de Janeiro, 2010.
- [45] J.C. Simo and K.K. Wong, "Unconditionally Stable Algorithms for Rigid Body Dynamics that exactly Preserves Energy and Momentum," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, no. 31, pp. 19-52, 1991.
- [46] Guedes Soares and A. C. Henriques, "Fitting a double-peak spectral model to measure wave spectra," in *Proceedings of the 17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE 98-1491)*, Lissabon, 1998.
- [47] Heinrich Söding and Volker Bertram, "Schiffe im Seegang," Hamburg, 1992.
- [48] STG Schiffbautechnische Gesellschaft, Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft Band 98.

Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2004.

- [49] G.G. Stokes, "On the theory of oscillatory waves," *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 8, no. 4, p. 15, 1847.
- [50] Robert Stück, "Numerische Simulation transienter Wellengruppen mittels einer hybriden Finite-Elemente - Finite-Volumen Methode," Fakultaet V: Verkehrs- und Maschinensysteme: TU Berlin, Berlin, Dissertation 2008.
- [52] Koo Weoncheol and Kim Moo-Hyun, "Freely floating-body simulation by a 2D fully nonlinear numerical wave tank," *Ocean Engineering*, no. 31, pp. 2011–2046, 2004.
- [53] Peter Wulf. (2012, Febr.) BKWWA Teil Wellen- und Meeresströmungsanlagen. [Online]. http://www.mp.haw-hamburg.de/pers/Wulf/lehre/BKWWA.html
- [54] LIANG Xiu-feng, YANG Jian-min, LI Jun, XIAO Long-fei, and LI Xin, "Numerical simulation of irregular wave-simulating irregular wave train," *Journals of Hydrodynamics*, vol. 22, no. 4, pp. 537-545, 2010.
- [55] V. Yakhot, S.A. Orszag, S. Thangam, T.B. Gatski, and C.G. Speziale, "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique," *Physics of Fluids*, vol. 4, no. 7, pp. 1510-1520, 1992.
- [56] Jie-min Zhan, Zhi Dong, Ji Han, and Wei Jiang, "Numerical simulation of wave transformation incorporating porous media wave absorber," in *9th International Conference on Hydrodynamics*, Shanghai, China, 2010.
- [57] Philip J Zwart, Philippe G. Godin, Justin Penrose, and Shin Hyung Rhee, "Simulation of unsteady free-surface flow around a ship hull using a fully coupled multi-phase flow method," *Journal of Marine Science and Technology.*, no. 13, pp. 346–355, 2008.