



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Masterarbeit

Studiendepartment Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau

**Ermittlung des Maßes der Nichtlinearität einer Platte mittels
experimenteller Untersuchungen linearer und nichtlinearer
Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen**

Natalie Rauter

24. Oktober 2012

ERMITTLUNG DES MASSES DER NICHTLINEARITÄT EINER
PLATTE MITTELS EXPERIMENTELLER UNTERSUCHUNGEN
LINEARER UND NICHTLINEARER
AUSBREITUNGSEIGENSCHAFTEN VON LAMB-WELLEN

Masterarbeit
vorgelegt von Natalie Rauter, BEng.

24. Oktober 2012

Prüfer:
Prof. Dr.-Ing. Ralf Ahrens
Prof. Dr.-Ing. Rolf Lammering

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau

Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg
Fakultät für Maschinenbau
Professur für Mechanik

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik + Flugzeugbau
Berliner Tor 9
20099 Hamburg

in Zusammenarbeit mit:

Helmut Schmidt Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg
Fakultät für Maschinenbau
Professur für Mechanik
Holstenhofweg 85
22043 Hamburg

Verfasser: Natalie Rauter, BEng.
Abgabedatum: 24.10.2012

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Ralf Ahrens
2. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Rolf Lammering

Betreuung: Dipl.-Ing. Bianca Hennings, MEng.



Aufgabenstellung für die Masterarbeit

von Frau **Natalie Rauter**

Ermittlung des Maßes der Nichtlinearität einer Platte mittels experimenteller Untersuchungen linearer und nichtlinearer Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen

Aufgabenstellung

Im Rahmen der Masterarbeit sollen die Auswirkungen von mikrostrukturellen Schäden in Faser-verbund-Werkstoffen auf die Ausbreitung von LAMB-Wellen untersucht werden. Für die Durchführung der Arbeit bedeutet das im Einzelnen:

1. Theoretische Grundlagen

- Allgemeine Einführung zum Thema LAMB-Wellen
- Bestimmung des Dispersionsdiagramms von LAMB-Wellen für eine UD-Schicht und für eine isotrope Platte
- Analyse der Dispersionsdiagramme auf geeignete Frequenzen zur Anregung höherharmonischer Moden

2. Experimentelle Untersuchungen

- Untersuchung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen an einer unbelasteten Vergleichsprobe in Abhängigkeit von der Ausbreitungsstrecke zunächst für isotropes Material und anschließend für eine UD-Schicht.
- Untersuchung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen an Proben nach unterschiedlichen Belastungen zunächst für isotropes Material und anschließend für eine UD-Schicht.

3. Auswertung

- Wahl eines geeigneten mathematischen Verfahrens zur Auswertung der Messergebnisse und Anwendung des Verfahrens auf die Messwerte.
- Vergleich der Messergebnisse für eine UD-Schicht mit den Messergebnissen für ein isotropes Material.

Die Bearbeitung der Masterarbeit erfolgt an der Fakultät für Maschinenbau der Helmut-Schmidt-Universität Hamburg. Betreuer und Zweitgutachter ist dort Herr Prof. Dr.-Ing. R. Lammering.

Hamburg, den 24.4.2012

Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quelle kenntlich gemacht.

Hamburg, 24. Oktober 2012

Kurzreferat

Wegen der enormen Steigerung der Betriebskosten in der Luftfahrt hat in den letzten Jahrzehnten eine sukzessive Weiterentwicklung im Bereich der verwendeten Materialien stattgefunden. Dabei wird immer mehr auf faserverstärkte Kunststoffe zurückgegriffen. Diese weisen im Gegensatz zu den bisher verwendeten Aluminiumlegierungen eine deutlich bessere spezifische Steifigkeit und Festigkeit auf. Somit kann das Strukturgewicht bei gleichzeitiger Anpassung der Konstruktion deutlich gesenkt werden. Im Gegensatz zu den bis dahin weit verbreiteten Aluminiumlegierungen lassen sich Schädigungen der Struktur nicht mehr so leicht nachweisen. Um diesen neuartigen Werkstoffen Genüge zu tragen, müssen somit auch die Inspektionsmethoden angepasst werden.

In der jüngsten Vergangenheit hat sich gezeigt, dass LAMB-Wellen eine geeignete Möglichkeit darstellen, Strukturen auf den aktuellen Grad der Nichtlinearität bzw. Materialdegradation hin zu analysieren. LAMB-Wellen sind dafür besonders gut geeignet, da sich diese über große Flächen ausbreiten und dabei die gesamte Bauteildicke durchdringen.

In dieser Arbeit werden dazu sowohl lineare als auch nichtlineare Ausbreitungseigenschaften auf ihre Sensibilität gegenüber Schädigungen in Aluminium und CFK untersucht. Dazu wird zunächst eine Methode zur Bestimmung von Dispersionsdiagrammen für unidirektionale Faserverbunde entwickelt, die Dispersionsdiagramme für Aluminium und unidirektionales CFK erstellt und geeignete Anregungsfrequenzen zur Untersuchung höherharmonischer Moden bestimmt. Aus der Analyse der höherharmonischen Moden wird der relative akustische Nichtlinearitätsparameter β' als Vertreter der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften ermittelt und die Veränderung mit der Entwicklung der Gruppengeschwindigkeit verglichen. Dazu werden die Messungen an Proben mit unterschiedlichen eingebrachten Schädigungen durchgeführt. Es kann gezeigt werden, dass der relative akustische Nichtlinearitätsparameter β' von LAMB-Wellen geeignet ist, Schädigungen in Aluminium und CFK zu detektieren. Im Gegensatz dazu scheint die Gruppengeschwindigkeit nur bedingt geeignet. Die bisher nur für Aluminium erzielten Ergebnisse, dass die nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften deutlich sensibler auf Schädigungen reagieren, kann somit auch für CFK nachgewiesen werden.

Vorwort

Die vorliegende Masterarbeit entstand im Rahmen meines Studiums als Prüfungsleistung an der Hochschule für angewandte Wissenschaften Hamburg und wurde in Zusammenarbeit mit der Professur für Mechanik der Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg erstellt.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen beiden Prüfern Herrn Prof. Dr.-Ing. Ralf Ahrens und Herrn Prof. Dr.-Ing. Rolf Lammering, die mich in meiner Arbeit stets unterstützt haben und durch deren Hilfe diese Arbeit in dieser Form überhaupt erst möglich wurde.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Frau Dipl.-Ing. Bianca Hennings, MEng. für die Betreuung und Hilfestellungen während der Bearbeitung meiner Masterarbeit, sowie den fachlichen Gespräche und Ideen in Bezug auf die theoretischen Grundlagen. Besonderer Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. Mirko Neumann für die Unterstützung und die Hilfestellungen während meiner experimentellen Untersuchungen.

Inhaltsverzeichnis

Erklärung	i
Kurzreferat	ii
Vorwort	iii
Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	vi
Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xi
1. Einleitung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Aufgabenstellung	3
1.3. Gliederung der Arbeit	4
2. Theoretische Grundlagen	5
2.1. Einführung LAMB-Wellen	5
2.2. Dispersionsdiagramm	8
2.2.1. Theoretische Herleitung von Dispersionsdiagrammen für UD-Schichten bei Wellenausbreitung entlang der Faser	8
2.2.2. Bestimmung der Dispersionsdiagramme für eine Aluminium- und CFK-UD-Platte	17
2.3. Nichtlineare Wellenausbreitung	27
2.4. Kumulative, höherharmonische Moden	29
3. Experimentelle Untersuchungen	32
3.1. Versuchsaufbau	32
3.2. Einbringung von Schädigungen in die Proben	35
3.3. Messung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen	37
4. Auswertung der Messergebnisse	39
4.1. Grundlagen und Methoden der Signalverarbeitung	39
4.1.1. Grundlagen zur Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	39
4.1.2. Methoden der Fourier-Analyse	40
4.1.3. Wavelet-Transformation	48
4.1.4. Digitale Filter	50
4.2. Auswertung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften	51
4.2.1. Allgemeines Vorgehen bei der Verarbeitung der Messergebnisse	51
4.2.2. Auswertung der Aluminiumproben	55
4.2.3. Auswertung der CFK-UD-Proben	57

4.3. Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften	58
4.4. Gegenüberstellung der Messwerte	60
4.4.1. Vergleich der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften	60
4.4.2. Vergleich der Aluminium- und CFK-UD-Proben	62
5. Diskussion der Ergebnisse	63
6. Zusammenfassung und Ausblick	70
6.1. Zusammenfassung	70
6.2. Ausblick	71
Literatur	72
A. Steifigkeitsmatrix und Gleichungssystemumformung	76
A.1. Steifigkeitsmatrix	76
A.2. Gleichungssystemumformung	79
B. Frequenzbestimmung kumulativer, höherharmonischer Wellen	81
C. Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen	83
D. Messergebnisse	84
D.1. Messergebnisse nichtlineare Ausbreitungseigenschaften	84
D.2. Messergebnisse lineare Ausbreitungseigenschaften	87

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Lateinisch

A_1	Amplitude der fundamental angeregten Mode
A_2	Amplitude der zweiten harmonischen Mode
A, B, C	Amplituden der Ansätze $U(z)$, $V(z)$ und $W(z)$
A	Fläche
a	Skalierungsfaktor Wavelet
b	Verschiebungsfaktor Wavelet
b	Breite der Probe
C_{ij}	Elemente der globalen Steifigkeitsmatrix
C'_{ij}	Elemente der lokalen Steifigkeitsmatrix
C	Kapazität
c_g	Gruppengeschwindigkeit
c_L	Geschwindigkeit der Longitudinalwelle
c_p	Phasengeschwindigkeit
c_T	Geschwindigkeit der Transversalwelle
D	Verschiebeflussdichte
d	Abstand der Platten
E	Elastizitätsmodul
E	Eingebrachte Energie
E_{ges}	Eingebrachte Gesamtenergie
E'	Auf die Fläche bezogene eingebrachte Energie
F	Kraft
f	Frequenz
f_0	Abtastfrequenz
f_1	Frequenz der fundamental angeregten Mode
f_2	Frequenz der zweiten harmonischen Mode
f_a	Anregungsfrequenz
f_n	Auf die Dicke normierte Frequenz
G	Schubmodul
g	Gravitationskonstante
H_{ij}	Elemente der Koeffizientenmatrix für die Spannungsrandbedingungen
h	Dicke der Platte
h	Fensterfunktion
h_{Fall}	Fallhöhe
I_i	Filterkoeffizienten des Inputs
k	Wellenzahl
k_p	Piezoelektrische Konstante
k_x, k_y, k_z	Komponenten der Wellenzahl in x,y,z - Richtung
l	Länge der Probe
m_{Fall}	Masse des Fallgewichts
N	Anzahl der diskreten Stützstellen bzw. Fensterlänge

p	Verhältnis der Wellenzahlkomponente in z-Richtung zur x-Richtung
p	Eingeführte Abkürzung zur Beschreibung der Wellengleichung
O_i	Filterkoeffizienten des Output
q	Eingeführte Abkürzung zur Beschreibung der Wellengleichung
Q	Ladung
S	Das Verhältnis der beiden Amplituden C und A
S_{ij}	Elemente der globalen Nachgiebigkeitsmatrix
S'_{ij}	Elemente der lokalen Nachgiebigkeitsmatrix
T	Periodendauer
T_{ij}	Elemente der Transformationsmatrix
t	Zeit
u,v,w	Verschiebungen in x,y,z - Richtung
U	Spannung
U_i	Komponenten der Amplituden des allgemeinen Verschiebungsansatzes
u_i	Verschiebungskomponenten
$U(z), V(z), W(z)$	Amplituden und Anteil der Wellenausbreitung in z-Richtung der Auslenkungen u,v,w
U', V', W'	Ableitungen der Größen $U(z), V(z), W(z)$ nach z
$U(z)$	Übertragungsfunktion
$U_N(z)$	Nennerpolynom der Übertragungsfunktion
$U_Z(z)$	Zählerpolynom der Übertragungsfunktion
W_x	Wavelettransformierte
X	Ausbreitungsstrecke
X_n	Komplexe Fourierkoeffizient
$X(k)$	Spektralkoeffizienten
X_ω	Spektralfunktion bzw. Fouriertransformierte
x_i	Koordinatenrichtungen
$x(n)$	Zeitdiskretes Signal
$x(t)$	Zeitkontinuierliches Signal
x,y,z	Achsen des kartesischen Koordinatensystems

Römisch

β	Absoluter akustische Nichtlinearitätsparameter
β'	Relativer akustische Nichtlinearitätsparameter
ϵ_0	Elektrische Feldkonstante
ϵ_r	Dielektrizitätskonstante
ϵ_{ij}	Dehnungenkomponeten des Verzerrungstensors bzw. -vektors
Φ	Skalares Potential
φ	Winkel der Ausbreitungsrichtung zur x-Achse
φ_n	Phasenversatz
γ_{ij}	Gleitungenkomponeten des Verzerrungstensors bzw. -vektors
Γ_{ij}	Elemente der Christoffelgleichung
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Dichte
Θ	Winkel der Fasern zur x-Achse
$\Delta\vartheta$	Fortsetzungsintervall
σ_{ij}	Normalspannungskomponeten des Spannungstensors bzw. -vektors
τ_{ij}	Schubspannungskomponeten des Spannungstensors bzw. -vektors
ω	Kreisfrequenz
ω_0	Grundfrequenz
$\Delta\omega$	Abstand der Spektrallinien
Ψ	Vektorpotential
$\Psi(t)$	Wavelet

Indizierung

$\tilde{\square}$	Tensor 1. Stufe
$\tilde{\tilde{\square}}$	Tensor 2. Stufe
\square	Vektor
$\underline{\square}$	Matrix
\square^T	Transponierter Vektor
\square_{pp}	Amplitude „peak-to-peak“

Abkürzungen

CFK	Kohlefaserverstärkter Kunststoff
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
DTFT	Discret-time Fourier-transform
FFT	Fast Fourier-transform
FVK	Faserverstärkte Kunststoffe
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
NDT	„non-destructive testing“ Zerstörungsfreie Prüfung
SHM	Structural-Health-Monitoring
STFT	Short-time Fourier-transform
UD	Unidirektional

Abbildungsverzeichnis

1.	Matrixrisse in einer CFK-Probe	3
2.	Reflektion der Transversal- (T) und Longitudinalwellen (L) an den Körper- rändern (vgl. [1])	5
3.	Symmetrische und Antisymmetrische Wellenmode [2] [3]	6
4.	Dispersiondiagramm für die beiden fundamentalen Moden in einer Alu- miniumplatte mit zusätzlich eingezeichneter Axial-, Biege- und Rayleigh- Welle als Näherung im nieder- bzw. hochfrequenten Bereich	7
5.	Normiertes Dispersiondiagramm für eine Aluminiumplatte	8
6.	Schicht- und globales Koordinatensystem	9
7.	Geometrische Betrachtung mittels des Strahlensatzes zur Bestimmung des Zusammenhanges zwischen $k_x \hat{=} k$ und k_z	13
8.	Auswertung der Parameterstudie für Aluminium	19
9.	Versuchsaufbau Zugversuch Aluminium	20
10.	Dispersiondiagramm der Aluminiumplatte für die Phasengeschwindigkeit	21
11.	Dispersiondiagramm der Aluminiumplatte für die Gruppengeschwin- digkeit	21
12.	Parameterstudie für die CFK-UD-Platte	25
13.	Dispersiondiagramm der CFK-UD-Platte für die Phasengeschwindigkeit	26
14.	Dispersiondiagramm der CFK-UD-Platte für die Gruppengeschwindigkeit	26
15.	Wellenausbreitung in linearem und nichtlinearem Medium (vgl. [1]) . .	27
16.	Beispielhafter Frequenzverlauf der fundamental angeregten Mode und einer zusätzlich entstandenen höherharmonischen Mode	29
17.	Frequenzpaar für die die Synchronitätsbedingung erfüllt ist (CFK-UD- Platte)	31
18.	Versuchsaufbau	32
19.	Schematische Darstellung des piezoelektrischen Effekts	33
20.	Aluminiumprobe mit Piezo-Aktor und -Sensor, sowie den Markierungen zum Einbringen der Schädigungen	35
21.	Messsignal CFK-UD-Probe, gemittelt über 1000 Einzelmessungen . . .	38
22.	Aliasing-Effekt bei der Abtastung eines reinen Sinussignals mit einer zu geringen Frequenz	40
23.	Linienpektrum als Ergebnis einer Fourier-Reihe und kontinuierliches Spektrum als Ergebnis einer Fourier-Transformation	42
24.	Verschiedene Fensterfunktionen zur Bewertung eines Signals	45
25.	Multiplikation eines Signals mit einer Fensterfunktion für die abschnitts- weise Analyse des instationären Signals mit der Frequenz-Zeit-Analyse .	46
26.	Betragspekrogramm einer Kurzzeit-DFT	48
27.	Gegenüberstellung der Rasterauflösung der Kurzzeit-Fourier-Transformation und der Wavelet-Transformation [4]	49
28.	Filterarten	50
29.	Spannungsdurchschlag am Sensor direkt nach der Anregung	52

30.	Original aufgezeichnetes Signal mit Spannungsdurchschlag und bereinigtes Signal	53
31.	Gruppengeschwindigkeiten der einzelnen angeregten Moden für Aluminium	54
32.	Frequenzverlauf der S1- und kumulativen S2-Mode als Ergebnis der Kurzzeit-DFT für die unbelastete Aluminium-Probe	55
33.	Ergebnisse der Messung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium	56
34.	Frequenzverlauf der S1- und kumulativen S2-Mode als Ergebnis der Kurzzeit DFT für die unbelastete CFK-UD-Probe	57
35.	Ergebnisse der Messung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für CFK	58
36.	Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium . .	59
37.	Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften für CFK	59
38.	Vergleich der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium	61
39.	Vergleich der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für CFK-UD	61
40.	Vergleich der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von Aluminium und CFK	62
41.	In eine Aluminium- und eine CFK-UD-Probe eingebrachte Schädigung	63
42.	Schliffbild des Querschnitts des Impactschadens der beschädigten CFK-UD-Probe	64
43.	Amplitudenverläufe der S1- und S2-Mode der einzelnen Proben aus Aluminium	65
44.	Amplitudenverläufe der S1- und S2-Mode der einzelnen Proben aus CFK	66
45.	Frequenzverlauf der S1-Mode für die unbelastete Aluminium-Probe und unbelastete CFK-UD-Probe	67
46.	Aufzeichnung des Anregungssignals vom Verstärker gemittelt über 1000 Anregungen für Aluminium und CFK	68
47.	Vernähung der Fasern in einer UD-Schicht	69
48.	Koordinatentransformation von einem globalen Koordinatensystem in das lokale Schichtkoordinatensystem	78
49.	Frequenzenpaar zur Erfüllung der Synchronitätsbedingung für die CFK-UD-Platte	81
50.	Frequenzenpaar zur Erfüllung der Synchronitätsbedingung für die Aluminiumplatte	81
51.	Frequenzenpaar zur Erfüllung der Gleichheit der Gruppengeschwindigkeit für die CFK-UD-Platte	82
52.	Frequenzenpaar zur Erfüllung der Gleichheit der Gruppengeschwindigkeit für die Aluminiumplatte	82

Tabellenverzeichnis

1.	Mechanischen Eigenschaften, Werkstoffkennwerte und geometrischen Größen der Parameterstudie für Aluminium	18
2.	Variation der Parameter für Aluminium	18
3.	Messergebnisse Zugversuch Aluminium	19
4.	Parameter zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für eine Aluminiumplatte	20
5.	Mechanische Eigenschaften, Werkstoffkennwerte und geometrischen Größen zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für die CFK-UD-Platte	23
6.	Aus den Zugversuchen ermittelte Elastizitätsmodule E_{0° , E_{90° und E_{45° der CFK-UD-Platte	23
7.	Werte für die Querkontraktionszahlen der CFK-UD-Platte	24
8.	Variation der Parameter für die CFK-UD-Platte	24
9.	Parameter zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für die CFK-UD-Platte	25
10.	Iterationsschritte und Toleranzen zur Berechnung des Dispersionsdiagramms der Phasengeschwindigkeit für die CFK-UD-Platte	25
11.	Frequenzen der fundamental angeregten und zweiten harmonischen Welle, sowie Phasen- bzw. Gruppengeschwindigkeiten für die CFK-UD-Platte und die Aluminiumplatte	31
12.	Geometrien der Piezo-Aktoren und -Sensoren	34
13.	Abmaße der Proben	35
14.	Konfigurationsmöglichkeiten der Fallhöhe und der Oberflächengeometrie	36
15.	In die Proben eingebrachte Gesamtschädigung E_{ges}	36
16.	Versuchseinstellungen	37
17.	Übersicht der Methoden zur Fourier-Analyse von stationären und instationären, periodischen und aperiodischer, sowie zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Signalen	41
18.	Eigenschaften Tiefpassfilter	51
19.	Verwendete Fensterfunktion, Fenster- und Überlappungslänge für die Kurzzeit-DFT	53
20.	Gruppengeschwindigkeit und die benötigte Zeit der S1-Mode vom Aktor bis zum Sensor für Aluminium und CFK	54
21.	Bestimmter relativer akustischer Nichtlinearitätsparameter aus den Messungen zur Bestimmung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium	56
22.	Bestimmter relativer akustischer Nichtlinearitätsparameter aus den Messungen zur Bestimmung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für CFK	57
23.	Ergebnisse der Messung der linearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium	58
24.	Ergebnisse der Messung der linearen Ausbreitungseigenschaften für CFK	59

25.	Ergebnisse der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften bezogen auf die unbelastete Vergleichsprobe für Aluminium	60
26.	Ergebnisse der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften bezogen auf die unbelastete Vergleichsprobe für CFK . . .	60
27.	Bereich der Anregungsfrequenz in einem Beobachtungsfenster von 1000 Messung sowie die theoretisch bestimmte und vom Funktionsgenerator erzeugte Anregungsfrequenz für Aluminium und CFK	68
28.	Eigenschaften der Materialparameter für transversal-isotropes Material	77
29.	Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen in die Aluminiumproben	83
30.	Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen in die CFK-UD-Proben	83
31.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 1)	84
32.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 2)	84
33.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 3)	85
34.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 1)	85
35.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 2)	85
36.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 3)	86
37.	Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 4)	86
38.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 1)	87
39.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 2)	87
40.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 3)	88
41.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 1)	88
42.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 2)	88
43.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 3)	89
44.	Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 4)	89

1. Einleitung

1.1. Motivation

Wegen der enormen Steigerung der Betriebskosten in der Luftfahrt hat in den letzten Jahrzehnten eine sukzessive Weiterentwicklung im Bereich der verwendeten Materialien stattgefunden. Dabei wird immer mehr auf faserverstärkte Kunststoffe (FVK) zurückgegriffen. Diese weisen im Gegensatz zu den bisher verwendeten Aluminiumlegierungen eine deutlich bessere spezifische Steifigkeit und Festigkeit auf. Somit kann das Strukturgewicht bei gleichzeitiger Anpassung der Konstruktion deutlich gesenkt werden. Im Gegensatz zu den bis dahin weit verbreiteten Aluminiumlegierungen lassen sich Schädigungen der Struktur nicht mehr so leicht nachweisen. Um diesen neuartigen Werkstoffen Genüge zu tragen, müssen somit auch die Inspektionsmethoden angepasst werden. Dies führte zur massiven Weiterentwicklung auf den Gebieten des Structural-Health-Monitoring (SHM) und der zerstörungsfreien Prüfverfahren („non-destructive testing“ NDT). NDT bedeutet, dass Bauteile, vorzugsweise aus FVK, auf Schädigungen, Risse oder Delaminationen untersucht werden, ohne diese zu zerstören. Gängige Verfahren sind Röntgen- und Ultraschalluntersuchungen.

SHM kann zunächst in zwei Bereiche unterteilt werden, dem passiven SHM und dem aktiven SHM. Eine Einführung zu diesem Thema ist auch in [5] gegeben.

- Passives SHM

Passives SHM bedeutet, dass verschiedene operative Parameter gemessen werden. Aus diesen wird dann ein Rückschluss auf den Zustand der Struktur gezogen. Mittels dieses Verfahrens kann nicht direkt untersucht werden, ob die Struktur beschädigt wurde. Eine Veränderung der Parameter kann aber ein Indiz dafür sein.

- Aktives SHM

Aktives SHM versucht eine Aussage über den aktuellen Zustand der Struktur zu machen. Es soll festgestellt werden, ob die Struktur beschädigt ist und welches Ausmaß diese Beschädigung hat. Die Struktur wird dauerhaft während des Betriebes überwacht.

Aktives SHM beinhaltet somit das NDT und geht noch einen Schritt weiter. Es wird versucht, mittels in der Struktur applizierter Sensoren, den aktuellen Zustand der Struktur zu überwachen und somit permanent eine Aussage über die Restlebensdauer der Struktur machen zu können. Ausgehend von diesem Ansatz, ist es möglich, ein geeignetes NDT-Verfahren zu einem aktiven SHM-Verfahren weiterzuentwickeln.

In der jüngsten Vergangenheit hat sich gezeigt, dass LAMB-Wellen eine geeignete Möglichkeit darstellen, Strukturen auf den aktuellen Grad der Nichtlinearität, Materialdegradation, hin zu analysieren. LAMB-Wellen sind dafür besonders gut geeignet, da sich diese über große Flächen ausbreiten und dabei die gesamte Bauteildicke durchdringen

[6], [7]. Generell sind Ultraschallverfahren für NDT eine sehr geeignete Methode um Materialdegradation zu untersuchen, weil die Eigenschaften der Wellenausbreitung direkt mit den Materialeigenschaften verbunden sind [8]. LAMB-Wellenuntersuchungen wurden dabei zunächst auf Grundlage der linearen Theorie durchgeführt. Hierbei ist die zu untersuchende Frequenz identisch zu der Frequenz der Anregung. In- und Outputfrequenz sind also gleich [8]. Techniken zum NDT, basierend auf der linearen Theorie, sind unter anderem [8]:

- Untersuchung des Dämpfungsverhaltens
- Messung der Schallgeschwindigkeit
- Untersuchung des Transmissionsparameters
- Untersuchung des Reflexionsparameters

Die einzige für die Entstehung von Mikrorissen in Metallen bedeutende mikrostrukturelle Veränderung ist die Steigerung der Dichte an Fehlstellen wie Gleitlinien und Gleitbänder. Diese sammeln sich an Korngrenzen und verursachen so eine Spannungskonzentration. Vor einer Rissentstehung ist dies die einzige signifikante Änderung in der Struktur. Diese mikrostrukturellen Veränderungen haben nur einen ganz geringen Einfluss auf makroskopische Eigenschaften wie den Elastizitätsmodul, die Schallgeschwindigkeit oder die Dämpfung [9]. Die zuvor aufgeführten Verfahren besitzen demnach eine Schwäche, Mikrorisse und andere mikroskopische Schädigungen können damit nicht erfasst werden, da diese auf den makroskopischen Eigenschaften beruhen.

Da diese aber von großer Bedeutung für Lebensdaueraussagen sind, wurde die Methode zur Untersuchung von Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen weiterentwickelt. Als Grundlage diente nicht mehr die lineare, sondern die nichtlineare Theorie. Es konnte bereits für Metallstrukturen gezeigt werden, dass LAMB-Wellenuntersuchungen, basierend auf der nichtlinearen Theorie, viel sensibler auf Materialdegradation reagieren, als Messungen, basierend auf der linearen Theorie [6], [10], [11]. Der Unterschied zur linearen Theorie liegt darin, dass davon ausgegangen wird, dass die Frequenz des In- und Outputsignals nicht mehr identisch sind. Vielmehr führt der nichtlineare Term im Elastizitätsgesetz zur Entstehung höherharmonischer Wellen [1], [12].

Mit der Messung auf Grundlage der nichtlinearen Theorie, ist es möglich selbst kleinste Mikrorisse, welche später den Widerstand des Materials gegen Risswachstum durch das Zusammenwachsen der einzelnen Mikrorisse deutlich reduzieren, zu detektieren. Diese mikroskopischen Risse, die meist kleiner sind als die Teilchenverschiebung und als Ausgangspunkt des Risswachstums und damit des Ermüdungsprozesses angesehen werden können, führen zu einem signifikanten Anstieg der akustischen Nichtlinearität des Materials. Der Unterschied der akustischen Nichtlinearität zwischen dem beschädigten und dem intakten Material kann dabei mehrere Größenordnungen betragen [13]. Abbildung 1 zeigt die Rissbildung in einer FVK-Struktur.

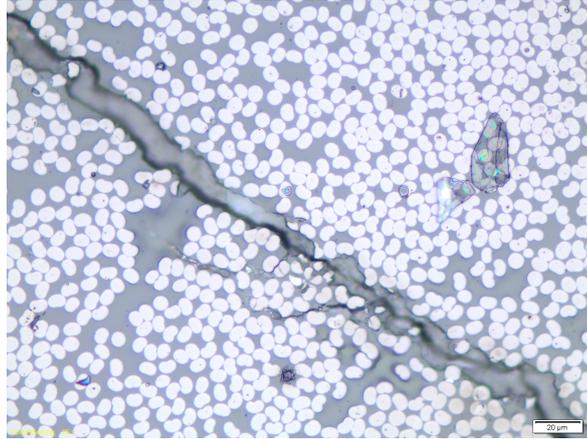


Abbildung 1: Matrixrisse in einer CFK-Probe

Im Rahmen der nichtlinearen NDT-Verfahren werden unter anderem die folgenden Techniken angewandt und untersucht [14]:

- Entstehung höherharmonischer Frequenzen
- Verschiebung der Resonanzfrequenz
- Betrachtung des nichtlinearen Anteil der Dämpfung
- Phasenmodulationen

1.2. Aufgabenstellung

In der vorliegenden Arbeit sollen die Auswirkungen von Schäden in FVK auf die Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen untersucht werden. Dabei soll vor allem auf die Unterschiede der Ergebnisse von Messungen, basierend auf der linearen und nichtlinearen Theorie, eingegangen werden. Als lineare Ausbreitungseigenschaften wird die Veränderung der Gruppengeschwindigkeit untersucht. Für die Untersuchung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften sollen kumulative, höherharmonische Moden betrachtet werden. Diese Untersuchungen werden sowohl, wie bereits häufig publiziert, an einer isotropen Probe aus Aluminium als auch an einer unidirektionalen Platte aus Carbon-faserverstärktem Kunststoff (CFK-UD-Platte) durchgeführt. Es soll untersucht werden, ob die bereits bekannten signifikanten Unterschiede bei Aluminium ebenfalls bei der Untersuchung von FVK aufzeigbar sind. Alle Ergebnisse werden dabei auf Messungen einer unversehrten Vergleichsprobe bezogen. Dazu werden folgende Arbeitsschritte vorgenommen:

1. Theoretische Grundlagen
 - Allgemeine Einführung zum Thema LAMB-Wellen.

- Bestimmung der Dispersionsdiagramme von LAMB-Wellen für eine CFK-UD-Schicht und für eine Aluminiumplatte.
- Analyse der Dispersionsdiagramme auf geeignete Frequenzen zur Anregung höherharmonischer Moden.

2. Experimentelle Untersuchungen

- Untersuchung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen an einer unbelasteten Vergleichsprobe zunächst für eine Aluminiumplatte und anschließend für eine CFK-UD-Platte.
- Untersuchung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen an Proben nach unterschiedlichen Belastungen zunächst für eine Aluminiumplatte und anschließend für eine CFK-UD-Platte.

3. Auswertung

- Darstellung und Wahl eines geeigneten mathematischen Verfahrens zur Auswertung der Messergebnisse und Anwendung des Verfahrens auf die Messwerte.
- Vergleich der Messergebnisse für eine CFK-UD-Platte mit den Messergebnissen für eine Aluminiumplatte.

1.3. Gliederung der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich entsprechend der Aufgabenstellung in sechs Kapitel. In Kapitel 1 wird eine kurze Einführung in das Themengebiet des SHM, vor allem im Hinblick auf neue Prüfverfahren mittels LAMB-Wellen für FVK-Bauteile, gegeben. Außerdem wird die Zielstellung der Arbeit dargelegt. Es folgt eine Darstellung der, für die späteren Untersuchung wichtigen, theoretischen Grundlagen in Kapitel 2. Dazu wird eine Einführung zum Thema LAMB-Wellen gegeben, Dispersionsdiagramme werden bestimmt und analysiert und ein Überblick über nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen wird gegeben. Der generelle Versuchsablauf wird in Kapitel 3 erläutert. In Kapitel 4 folgt zunächst die Wahl eines geeigneten Verfahrens zur Auswertung der Messergebnisse. Anschließend wird das Verfahren zur Anwendung gebracht und die Messergebnisse dargestellt. Abschließend folgt in Kapitel 5 die Diskussion der Ergebnisse und in Kapitel 6 die Zusammenfassung der wichtigsten Untersuchungsergebnisse der Masterarbeit, sowie ein Ausblick auf weitere Fragestellungen, die sich aus den gewonnenen Erkenntnissen ergeben.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen für die im Rahmen dieser Arbeit gemachten Untersuchungen zu linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften dargestellt werden. Dazu wird zunächst in Abschnitt 2.1 eine kurze Einführung zum Thema LAMB-Wellen gegeben. Diese beinhaltet eine Darstellung der Rayleigh-Lamb Gleichungen, so wie wichtiger Größen und Eigenschaften zur Beschreibung der Ausbreitung von LAMB-Wellen. Es folgt in Abschnitt 2.2 eine Herleitung für Dispersionsdiagramme von UD-Schichten mit Wellenausbreitung in Faserrichtung. Dieses Verfahren wird zur Anwendung gebracht und neben den Dispersionsdiagrammen für die Aluminiumplatte, werden die Dispersionsdiagramme für die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit für die CFK-UD-Platte bestimmt. Abgeschlossen wird das Kapitel mit der Erarbeitung von nichtlinearen Wellenausbreitungseigenschaften in Abschnitt 2.3, sowie die für experimentellen Untersuchungen existenziellen kumulativen, höherharmonischen Moden in Abschnitt 2.4.

2.1. Einführung LAMB-Wellen

Bei LAMB-Wellen handelt es sich um geführte Wellen zwischen zwei parallelen, freien Rändern [5]. Sie entstehen durch die Überlagerung der Reflektionen von Longitudinal- und Transversalwellen an den Rändern (Abbildung 2). Dabei entwickeln sich zwei unterschiedliche Moden, die symmetrische und die antisymmetrische Mode.

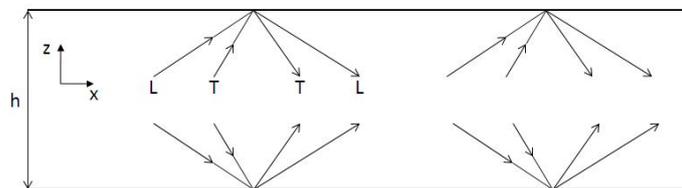


Abbildung 2: Reflexion der Transversal- (T) und Longitudinalwellen (L) an den Körperändern (vgl. [1])

Theoretisch wurde das Phänomen zuerst von Horace Lamb 1917 [15] beschrieben. Ausgehend von einer komplexen Potentialbeschreibung durch

$$\rho = \Phi(z)e^{i(kx-\omega t)} \quad (1)$$

und

$$\psi = \Psi(z)e^{i(kx-\omega t)} \quad (2)$$

mit den Annahmen einer Wellenausbreitung in x-Richtung und spannungsfreien Rändern für $z = \pm h/2$ können die Rayleigh-Lamb Gleichungen zur Beschreibung von LAMB-Wellen aus den Potentialbeschreibungen abgeleitet werden

$$\frac{\tan(qh/2)}{\tan(ph/2)} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2} \quad (3)$$

$$\frac{\tan(qh/2)}{\tan(ph/2)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq} \quad (4)$$

mit

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2, \quad k = \frac{\omega}{c_p}. \quad (5)$$

Dabei ist h die Dicke der Platte, k die Wellenzahl, ω die Kreisfrequenz, c_L die Geschwindigkeit der Longitudinalwelle, c_T die Geschwindigkeit der Transversalwelle und c_p die Phasengeschwindigkeit. Die Herleitungen können unter anderem [5], [16] und [17] entnommen werden. Gleichung (3) beschreibt dabei die symmetrische Mode und Gleichung (4) die antisymmetrische Mode der LAMB-Wellen (Abbildung 3).

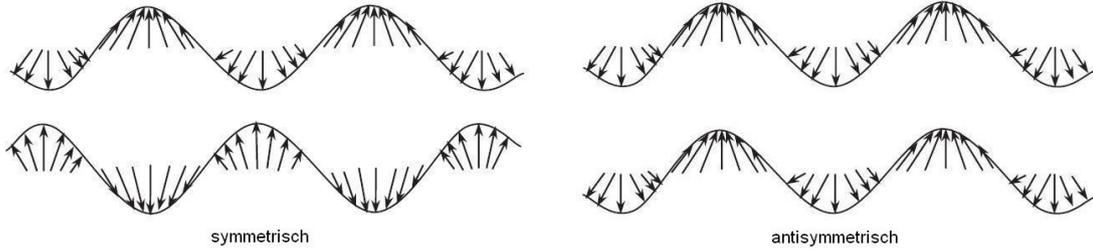


Abbildung 3: Symmetrische und Antisymmetrische Wellenmode [2] [3]

Aus den analytisch nicht lösaren Rayleigh-Lamb Gleichungen wird ersichtlich, dass die Phasengeschwindigkeit unter anderem von der Frequenz abhängt. Bei LAMB-Wellen handelt es sich somit um dispersive Wellen. Obwohl die Rayleigh-Lamb Gleichungen nicht analytisch lösbar sind, gibt es für den niederfrequenten Bereich und den hochfrequenten Bereich sehr gute Näherungen. Die fundamentale symmetrische Mode (S0-Mode) kann für niedrige Frequenzen gut durch Axialwellen abgebildet werden. Die fundamentale antisymmetrische Mode (A0-Mode) kann im niederfrequenten Bereich hingegen sehr gut durch BiegeWellen angenähert werden. Für hohe Frequenzen strebt die Phasengeschwindigkeit der beiden Moden A0 und S0 gegen die Phasengeschwindigkeit der Rayleigh-Welle [5].

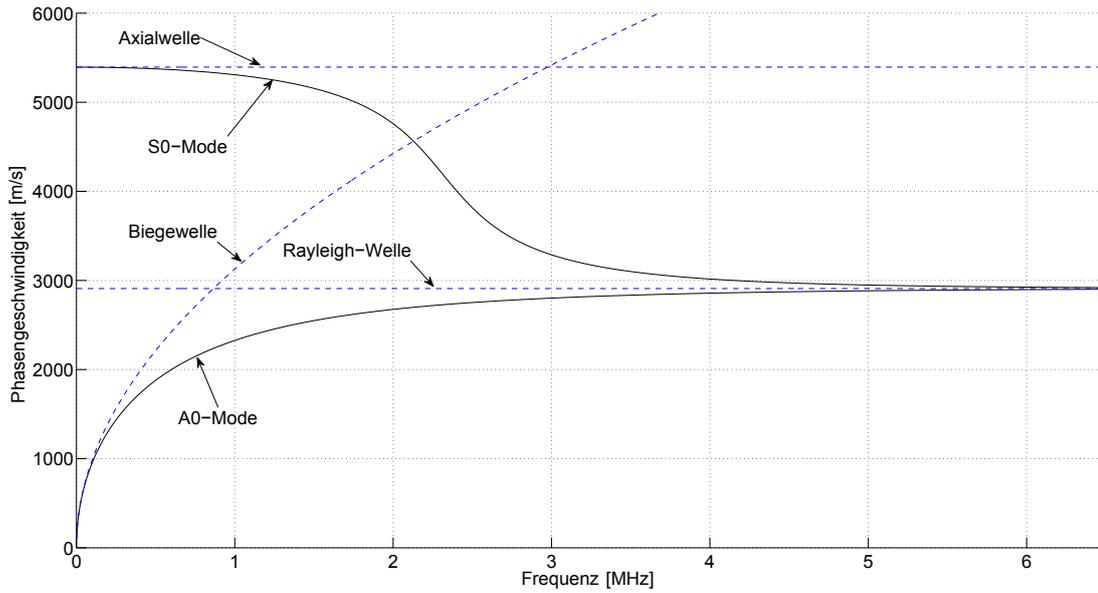


Abbildung 4: Dispersiondiagramm für die beiden fundamentalen Moden in einer Aluminiumplatte mit zusätzlich eingezeichneter Axial-, Biege- und Rayleigh-Welle als Näherung im nieder- bzw. hochfrequenten Bereich

Löst man die Rayleigh-Lamb Gleichungen (3) und (4) numerisch für ein gegebenes Frequenz-Dicken Paar, erhält man die dazugehörige Wellen- bzw. Phasengeschwindigkeit und Wellenmode. Führt man diese Informationen in einem Diagramm zusammen, erhält man ein Dispersionsdiagramm. Abbildung 4 zeigt ein Dispersionsdiagramm für Aluminium, welche die beiden fundamentalen Moden A0 und S0 enthält. Des Weiteren sind die Dispersionskurven der Axial-, Biege- und Rayleigh-Welle eingezeichnet. Die zuvor beschriebenen Näherungen für den nieder- und hochfrequenten Bereich sind deutlich zu erkennen. In Abschnitt 2.2 werden die Dispersionsdiagramme noch einmal detailliert behandelt.

Neben der Phasengeschwindigkeit gibt es noch eine weitere wichtige Größe zur Beschreibung von Wellenausbreitungen, die Gruppengeschwindigkeit c_g . Die Gruppengeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, mit der eine Gruppe von Wellen fortschreitet. Im Kontrast dazu ist die Wellen- bzw. Phasengeschwindigkeit die Geschwindigkeit eines Punktes mit konstanter Phase einer einzelnen Welle. Eine häufig verwendete, allgemeine Definition ist unter anderem in [3] zu finden

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}. \quad (6)$$

Nach [5] kann dies umgeformt werden zu

$$c_g = c_p^2 \left(c_p - ft \frac{\partial c_p}{\partial (ft)} \right)^{-1}, \quad (7)$$

wobei die Ableitung näherungsweise mittels des Differenzenquotienten

$$\frac{\partial c_p}{\partial(ft)} \cong \frac{\Delta c_p}{\Delta(ft)} \quad (8)$$

bestimmt werden kann. Für nicht-dispersive Wellenausbreitung sind die Phasengeschwindigkeit c_p und die Gruppengeschwindigkeit c_g identisch.

2.2. Dispersionsdiagramm

2.2.1. Theoretische Herleitung von Dispersionsdiagrammen für UD-Schichten bei Wellenausbreitung entlang der Faser

Bei LAMB-Wellen handelt es sich, wie bereits erwähnt, um dispersive Wellen. Das heißt, die Wellengeschwindigkeit ist von der Frequenz abhängig. Diese Abhängigkeit lässt sich in so genannten Dispersionsdiagrammen, wie in Abbildung 5 gezeigt, darstellen. Dabei stehen die durchgezogenen Linien für die symmetrische Ausbreitungsform und die gestrichelte Linie für die antisymmetrische Ausbreitungsform.

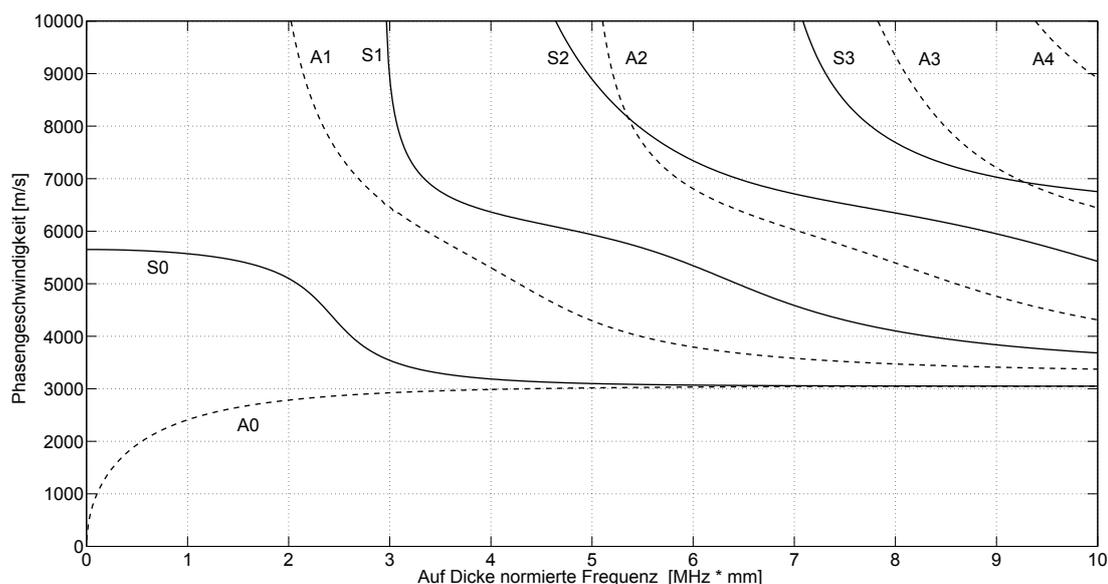


Abbildung 5: Normiertes Dispersionsdiagramm für eine Aluminiumplatte

Dem Diagramm kann entnommen werden, welche Moden sich bei einer beliebigen Frequenz ausbilden. Eine Frequenz bei der eine neue Mode entsteht, wird als Grenzfrequenz bezeichnet. Nach der Reihenfolge ihrer Entstehung werden die symmetrischen und antisymmetrischen Moden jeweils durchnummeriert und somit mit A0, A1, A2, etc.

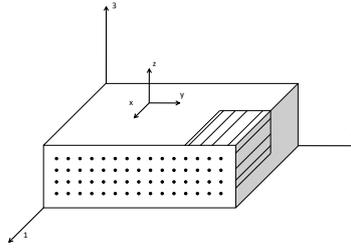


Abbildung 6: Schicht- und globales Koordinatensystem

(antisymmetrische Moden) bzw. mit S0, S1, S2, etc. (symmetrischen Moden) bezeichnet. Die beiden Fundamentalmoden A0 und S0 sind dabei für jede Frequenz vorhanden, vgl. [18].

Dispersionsdiagramme lassen sich für verschiedenste Materialien erstellen. In [3] und [5] sind Verfahren beschrieben, mit deren Hilfe Dispersionskurven von LAMB-Wellen für isotrope Materialien berechnet werden können. Für orthotrope und transversal-isotrope Materialien sind Berechnungsvorschriften unter anderem in [3], [19], [20] und [21] gegeben. Diese Berechnungsverfahren sind allerdings nicht für Wellenausbreitungen anwendbar, bei denen für die betrachtete Ausbreitungsrichtung die Elemente $C_{16}, C_{26}, C_{36}, C_{45}$ der Steifigkeitsmatrix \underline{C} zu Null werden, was $\varphi = 0^\circ, \varphi = 90^\circ, \varphi = 180^\circ$, etc. entspricht. Für diesen Fall sind die Gleichungen nicht lösbar. In dieser Arbeit soll aber eine Untersuchung von transversal-isotropen Material entlang der Faser, also unter einem Winkel von $\varphi = 0^\circ$, durchgeführt werden. Deshalb wird im Folgenden ein Berechnungsverfahren für die Wellenausbreitung entlang der Faser entwickelt. Dies geschieht in Anlehnung an die Vorgehensweise von [3] und [19] für transversal-isotropes bzw. orthotropes Material.

Als Grundlage dienen das Stoffgesetz, die Kinematik und die Bewegungsgleichungen. Für die transversal-isotrope Schicht wird zunächst ein lokales 1,2,3 - Koordinatensystem definiert. Dabei zeigt die 1-Achse in Richtung der Fasern, die 2- Achse steht senkrecht zur 1-Achse in der Schichtebene und die 3-Achse vervollständigt das Koordinatensystem zu einem Rechtssystem (Abbildung 6).

Das Stoffgesetz für anisotropes Material

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\underline{C}} \tilde{\epsilon} \quad (9)$$

mit dem Spannungstensor $\tilde{\sigma}$, dem Steifigkeitstensor $\tilde{\underline{C}}$ und dem Verzerrungstensor $\tilde{\epsilon}$, bzw. in Vektor-Matrix-Schreibweise

$$\sigma = \underline{C} \epsilon \quad (10)$$

mit dem Spannungsvektor $\underline{\sigma}$, der Steifigkeitsmatrix \underline{C} und dem Verzerrungsvektor $\underline{\epsilon}$, lässt sich für eine UD-Schicht im lokalen Schicht-Koordinatensystem wie folgt aufschreiben

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C'_{22} - C'_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Durch Transformation kann dieser Zusammenhang in das globale x,y,z - Koordinatensystem transformiert werden. Da in diesem Fall eine UD-Schicht unter einem Winkel von $\varphi = 0^\circ$ betrachtet werden soll, entsprechen die x-, y- und z-Achsen den 1-, 2- und 3-Achsen aus Abbildung 6.

Somit gilt im globalen Koordinatensystem der Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

wobei die Komponenten der globalen Steifigkeitsmatrix C_{ij} den Komponenten aus der lokalen Steifigkeitsmatrix C'_{ij} entsprechen. Wie die einzelnen Elemente berechnet werden und wie sie von einem gegebenen globalen Koordinatensystem in das lokale Schichtkoordinatensystem transformiert werden können, ist in Anhang A.1 zusammengefasst. Die Verzerrungskomponenten lassen sich aus den Verschiebungen bestimmen. Aus der allgemeinen differentiellen Beziehung

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

mit

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \gamma_{ij}, \quad i \neq j \quad (14)$$

ergeben sich aus den einzelnen Verschiebungen $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$ in Richtung der Achsen $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ die Dehnungen zu

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{sowie} \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (15)$$

und die Gleitungen zu

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{sowie} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (16)$$

Des Weiteren sind die Bewegungsgleichungen gegeben durch

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (19)$$

Für die Ausbreitung von LAMB-Wellen in Platten gelten als Randbedingungen spannungsfreie Oberflächen und somit für $z = \pm \frac{h}{2}$

$$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0. \quad (20)$$

Als allgemeiner Lösungsansatz wird

$$u_j = U_j e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \quad (21)$$

gewählt. Da in diesem Fall nur die Ausbreitung der Welle in der x-z-Ebene betrachtet werden sollen, lassen sich die Verschiebungen durch den Lösungsansatz

$$u = U(z) e^{i(kx - \omega t)}, \quad v = V(z) e^{i(kx - \omega t)}, \quad w = W(z) e^{i(kx - \omega t)} \quad (22)$$

beschreiben. Dabei ist k die Wellenzahl in x-Richtung (k_x aus Gleichung (21)) und ω die Kreisfrequenz. Die beiden Größen sind über die Phasengeschwindigkeit c_p durch den Zusammenhang $\omega = c_p k$ miteinander verbunden. Der z-Anteil wird separat betrachtet und zunächst mit der Amplitude zusammengefasst. Durch Einsetzen der Verschiebungsansätze (22) über die Kinematik ((15) und (16)) in das Stoffgesetz (12) ergeben sich die Spannungen zu

$$\sigma_{xx} = (C_{11}kU - iC_{13}W')ie^{i(kx-\omega t)}, \quad (23)$$

$$\sigma_{yy} = (C_{12}kU - iC_{23}W')ie^{i(kx-\omega t)}, \quad (24)$$

$$\sigma_{zz} = (C_{13}kU - iC_{22}W')ie^{i(kx-\omega t)}, \quad (25)$$

$$\tau_{yz} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})V'e^{i(kx-\omega t)}, \quad (26)$$

$$\tau_{xz} = C_{66}(U' + ikW)e^{i(kx-\omega t)}, \quad (27)$$

$$\tau_{xy} = C_{66}kVie^{i(kx-\omega t)}. \quad (28)$$

U' , V' und W' sind dabei die Ableitungen der Größen U , V bzw. W nach z . Durch Einsetzen in die Bewegungsgleichungen (17), (18) und (19) folgt

$$-k^2C_{11}U(z) + ikC_{13}\frac{\partial W(z)}{\partial z} + C_{66}\left(\frac{\partial^2 U(z)}{\partial z^2} + ik\frac{\partial W(z)}{\partial z}\right) = i^2\rho\omega^2U(z), \quad (29)$$

$$(ik)^2C_{66}V(z) + \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})\frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} = i^2\rho\omega^2V(z), \quad (30)$$

$$ikC_{66}\frac{\partial U(z)}{\partial z} + (ik)^2C_{66}W(z) + ikC_{13}\frac{\partial U(z)}{\partial z} + C_{22}\frac{\partial^2 W(z)}{\partial z^2} = i^2\rho\omega^2W(z). \quad (31)$$

Als Lösungsansatz für die Amplituden mit den z -Anteilen $U(z)$, $V(z)$, $W(z)$ aus Gleichung (22) in den Bewegungsgleichungen (29), (30) und (31) werden die komplexen e-Funktionen

$$U(z) = Ae^{ikpz}, \quad V(z) = Be^{ikpz}, \quad W(z) = Ce^{ikpz} \quad (32)$$

gewählt. Das Produkt kp steht für den Anteil der Wellenzahl in z -Richtung (k_z aus Gleichung (21)). Er kann aus einer geometrischen Betrachtung mittels des Strahlensatzes gewonnen werden. Die geometrische Betrachtung ist in Abbildung 7 dargestellt.

Durch Einsetzen der Lösungsansätze in die Bewegungsgleichungen (29), (30) und (31) und unter Verwendung der bereits eingeführten Beziehung $\omega = c_p k$ entsteht eine Matrixgleichung der Form:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho c_p^2 & 0 & \Gamma_{13} \\ 0 & \Gamma_{22} - \rho c_p^2 & 0 \\ \Gamma_{13} & 0 & \Gamma_{33} - \rho c_p^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix} = \underline{0} \quad (33)$$

mit

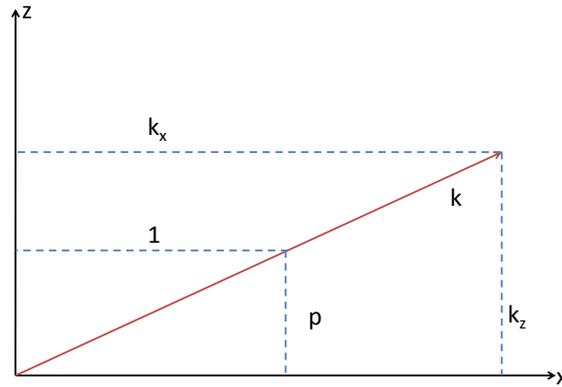


Abbildung 7: Geometrische Betrachtung mittels des Strahlensatzes zur Bestimmung des Zusammenhanges zwischen $k_x \hat{=} k$ und k_z

$$\Gamma_{11} = C_{11} + C_{66}p^2, \quad (34)$$

$$\Gamma_{13} = (C_{13} + C_{66})p, \quad (35)$$

$$\Gamma_{22} = C_{66} + \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})p^2, \quad (36)$$

$$\Gamma_{33} = C_{66} + C_{22}p^2. \quad (37)$$

Durch Änderung der Anordnung der Zeilen zu

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{22} - \rho c_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{11} - \rho c_p^2 & \Gamma_{13} \\ 0 & \Gamma_{13} & \Gamma_{33} - \rho c_p^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} B \\ A \\ C \end{Bmatrix} = \underline{0} \quad (38)$$

wird deutlich, dass diese Gleichung in zwei, von einander unabhängige, Gleichungen aufgeteilt werden kann. Dabei ist B unabhängig von A und C. B ist die Amplitude der Verschiebung v und beeinflusst somit nur die Verschiebung in y-Richtung. Die Verschiebung in y-Richtung hat demnach keinen Einfluss auf die Verschiebung in x- und z-Richtung. Da für diesen Fall aber gerade diese Verschiebungen von Interesse sind, kann die Komponente in y-Richtung im Folgenden vernachlässigt werden. Aus Gleichung (38) wird so

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho c_p^2 & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{33} - \rho c_p^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} A \\ C \end{Bmatrix} = \underline{0}. \quad (39)$$

Die Abhängigkeit zwischen A und C kann genutzt werden, um eine der beiden Variablen durch die andere auszudrücken.

$$C = -\frac{\Gamma_{11} - \rho c_p^2}{\Gamma_{13}} A := SA. \quad (40)$$

Um nun nichttriviale Lösungen zu erhalten, muss die Determinante aus Gleichung (39) zu Null werden

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} - \rho c_p^2 & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{33} - \rho c_p^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (41)$$

Aus dieser Bedingung folgen für p zwei Wertepaare, für die gilt

$$p_{j+1} = -p_j, \quad j = 1, 3. \quad (42)$$

Mit Hilfe der Bedingung für nichttriviale Lösungen aus Gleichung (41), sowie unter Verwendung des Zusammenhangs zwischen A und C aus Gleichung (40), ergeben sich für die allgemeinen Lösungsansätze $U(z)$ und $W(z)$ aus Gleichung (32)

$$U(z) = \sum_{j=1}^6 A_j e^{ikp_j z} \quad \text{und} \quad W(z) = \sum_{j=1}^6 S_j A_j e^{ikp_j z}. \quad (43)$$

Zusätzlich hat die in Gleichung (38) gefundene Entkopplung einen Einfluss auf die Spannungsrandbedingungen. Die Unabhängigkeit der Verschiebung in y -Richtung auf die Ausbreitung der Welle in der x - z -Ebene führt dazu, dass die Bedingung

$$\tau_{yz} = \frac{1}{2} (C_{22} - C_{23}) V' e^{i(kx - \omega t)} \quad (44)$$

immer erfüllt ist, da diese nur von der Verschiebung in y -Richtung abhängt. Für die Spannungsrandbedingungen gilt somit in vereinfachter Form

$$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = 0. \quad (45)$$

Durch Einsetzen der Ansätze $U(z)$ und $W(z)$ aus Gleichung (43) in die Ansätze der Verschiebungen u und w aus Gleichung (22) und anschließend in die Spannungsrandbedingungen aus Gleichung (45) an den Stellen $z = \pm h/2$ lassen sich die Spannungen σ_{zz} und τ_{xz} allgemein darstellen als

$$(\sigma_{zz}, \tau_{xz}) \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}} = ike^{i(kx - \omega t)} \left[\sum_{j=1}^4 (H_{1j}, H_{2j}) A_j e^{\pm ikp_j \frac{h}{2}} \right] = 0. \quad (46)$$

Gleichung (46) kann ausgeschrieben werden in eine Matrixgleichung. Für

$$\left\{ \sigma_{zz, \frac{h}{2}} \quad \tau_{xz, \frac{h}{2}} \quad \sigma_{zz, -\frac{h}{2}} \quad \tau_{xz, -\frac{h}{2}} \right\}^T = 0 \quad (47)$$

ergibt sich zunächst

$$\underline{H} \cdot \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = 0 \quad (48)$$

mit

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} H_{11}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{12}e^{ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{14}e^{ikp_4 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{22}e^{ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{24}e^{ikp_4 \frac{h}{2}} \\ H_{11}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{12}e^{-ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{14}e^{-ikp_4 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{22}e^{-ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{24}e^{-ikp_4 \frac{h}{2}} \end{bmatrix}. \quad (49)$$

Gleichung (48) stellt somit ein Produkt dar, bestehend aus einer 4x4 Matrix mit einem Vektor der Länge 4. Die Koeffizienten, die sich durch das Einsetzen in die Spannungsrandbedingung ergeben, lauten für $j = 1, 2, 3, 4$

$$H_{1j} = C_{13} + C_{22} \cdot p_j \cdot S_j \quad (50)$$

$$H_{2j} = C_{66} \cdot (p_j + S_j). \quad (51)$$

Damit wird aus Gleichung (48)

$$\begin{bmatrix} H_{11}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{12}e^{ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{14}e^{ikp_4 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{22}e^{ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{24}e^{ikp_4 \frac{h}{2}} \\ H_{11}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{12}e^{-ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{14}e^{-ikp_4 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{22}e^{-ikp_2 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{24}e^{-ikp_4 \frac{h}{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = 0. \quad (52)$$

Nun sind die Werte für p bekannt, für die nichttriviale Lösungen existieren. Das Ziel der Berechnung der Dispersionsdiagramme ist es, die Wellenzahlen k bzw. die Phasengeschwindigkeiten c_p der einzelnen Moden zu bestimmen. Um diese zu erhalten, müssen die nichttrivialen Lösungen der Gleichung (52) gefunden werden. Dazu muss die Determinante der Matrix \underline{H} zu Null werden

$$\det \underline{H} = 0. \quad (53)$$

Zunächst lassen sich die Eigenschaften der Wertepaare p aus Gleichung (42) nutzen. Für den eingeführten Parameter S_j muss so gelten

$$S_{j+1} = -S_j, j = 1, 3 \quad (54)$$

und damit für die Koeffizienten H_{1j} und H_{2j}

$$H_{1j+1} = H_{1j}, H_{3j+1} = -H_{3j}, j = 1, 3; \quad (55)$$

Die Matrix \underline{H} aus den Gleichungen (52) ergibt sich somit zu

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} H_{11}e^{ikp_1\frac{h}{2}} & H_{11}e^{-ikp_1\frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3\frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3\frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{ikp_1\frac{h}{2}} & -H_{21}e^{-ikp_1\frac{h}{2}} & H_{23}e^{ikp_3\frac{h}{2}} & -H_{23}e^{-ikp_3\frac{h}{2}} \\ H_{11}e^{-ikp_1\frac{h}{2}} & H_{11}e^{ikp_1\frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3\frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3\frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{-ikp_1\frac{h}{2}} & -H_{21}e^{ikp_1\frac{h}{2}} & H_{23}e^{-ikp_3\frac{h}{2}} & -H_{23}e^{ikp_3\frac{h}{2}} \end{bmatrix}, \quad (56)$$

Durch geschicktes Addieren und Subtrahieren der Spalten und anschließend der Zeilen, sowie unter Verwendung der Beziehungen

$$\sin(x) = \frac{1}{2i} (e^{ix} - e^{-ix}), \quad (57)$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2} (e^{ix} + e^{-ix}) \quad (58)$$

ergibt sich nach abschließendem Umsortieren der Zeilen und Spalten aus der Matrix (56)

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 4iH_{11} \sin\left(kp_1\frac{h}{2}\right) & 4iH_{13} \sin\left(kp_3\frac{h}{2}\right) & 0 & 0 \\ 4H_{21} \cos\left(kp_1\frac{h}{2}\right) & 4H_{23} \cos\left(kp_3\frac{h}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4H_{11} \cos\left(kp_1\frac{h}{2}\right) & 4H_{13} \cos\left(kp_3\frac{h}{2}\right) \\ 0 & 0 & 4iH_{21} \sin\left(kp_1\frac{h}{2}\right) & 4iH_{23} \sin\left(kp_3\frac{h}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (59)$$

Die einzelnen Schritte der Umformung können in Anhang A.2 nachvollzogen werden. Die Matrix aus Gleichung (59) kann umgeschrieben werden als

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_a & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{H}_s \end{bmatrix} \quad (60)$$

mit

$$\underline{\underline{H}}_a = \begin{bmatrix} 4iH_{11} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4iH_{13} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 4H_{21} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4H_{23} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (61)$$

und

$$\underline{\underline{H}}_s = \begin{bmatrix} 4H_{11} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4H_{13} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 4iH_{31} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4iH_{33} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (62)$$

Bildet man nun die Determinante unter der Berücksichtigung nichttrivialer Lösungen, ergeben sich zwei Bedingungen, eine für die symmetrischen Moden aus Gleichung (62) und eine für die antisymmetrischen Moden aus Gleichung (61). Unter der Forderung der nichttrivialen Lösung muss für die antisymmetrische Mode

$$H_{11} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) H_{23} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) - H_{13} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) H_{21} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) = 0 \quad (63)$$

und für die symmetrische Mode

$$H_{11} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) H_{23} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) - H_{13} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) H_{21} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) = 0 \quad (64)$$

erfüllt sein.

Die Bedingungen aus den Gleichungen (63) und (64) stehen in Abhängigkeit der Wellenzahl k . Führt man die Rechnung für eine vorgegebene Frequenz f durch, ergeben sich die zugehörigen Wellenzahlen k aus den oben genannten Bedingungen. Für die Wellenzahlen können dann die entsprechenden Phasengeschwindigkeiten c_p berechnet werden. Diese Wertepaare, bestehend aus einer Frequenz f und den entsprechenden Phasengeschwindigkeiten c_p , stellen Punkte des gesuchten Dispersionsdiagramms dar. Durch Variation der Frequenz f über den zu betrachtenden Bereich, können die Verläufe der einzelnen Kurven bestimmt werden.

2.2.2. Bestimmung der Dispersionsdiagramme für eine Aluminium- und CFK-UD-Platte

Für die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Untersuchungen wird jeweils ein Dispersionsdiagramm für die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit für eine CFK-UD- und eine Aluminiumplatte benötigt. In den beiden nachfolgenden Abschnitten wird die Bestimmung der Dispersionsdiagramme, welche mit Matlab durchgeführt wird, für die beiden Werkstoffe im Einzelnen dargelegt.

Aluminiumplatte Die Bestimmung der Dispersionskurven für Aluminium erfolgt auf der Basis eines bereits existierenden Matlab-Skriptes.¹ Dies wird zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für die Gruppengeschwindigkeit noch erweitert. Da für Aluminium gängige Werte für die mechanischen Eigenschaften (Elastizitätsmodul und Querkontraktionszahl) und Werkstoffparameter (Dichte) in der Literatur zu finden sind, wird zunächst eine Parameterstudie durchgeführt, um zu verifizieren, wie stark sich eine Veränderung der Parameter auf die später verwendete Frequenz auswirkt.² Diese Parameterstudie umfasst den Einfluss der in Tabelle 1 aufgeführten Größen.

Parameterart	Parameter
Mechanische Eigenschaften	E
	ν
Werkstoffkennwerte	ρ
Geometrische Größen	h

Tabelle 1: Mechanischen Eigenschaften, Werkstoffkennwerte und geometrischen Größen der Parameterstudie für Aluminium

Auf der Grundlage der Literaturwerte werden die einzelnen Parameter aus Tabelle 1, wie in Tabelle 2 dargestellt, variiert.

Parameter	Minimalwert	Literaturwert	Maximalwert	Iterationsschritte
E	65 GPA	70 GPA	75 GPA	1 GPA
ν	0.31	0.33	0.35	0.01
ρ	2.50 g m^{-3}	2.75 g m^{-3}	2.85 g m^{-3}	0.05 g m^{-3}
h	0.9 mm	1 mm	1.1 mm	0.01 mm

Tabelle 2: Variation der Parameter für Aluminium

Die Ergebnisse der Parameterstudie für Aluminium sind in Abbildung 8 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass vor allem die Dicke der Platte und der E-Modul von Bedeutung sind. Der Einfluss der Querkontraktionszahl und der Dichte sind vergleichsweise gering. Aus diesem Grund wird für die Querkontraktionszahl der Literaturwert von 0.33 als Grundlage für die Berechnung der Dispersionsdiagramme gewählt. Der Einfluss der Dicke wird dadurch ausgeglichen, als dass die Dispersionskurven über dem Produkt aus Frequenz und Dicke der Platte ($f \cdot h$) aufgetragen werden. Die Diagramme sind somit universell für den gewählten Werkstoff einsetzbar. Die beiden anderen Einflussgrößen werden experimentell bestimmt. Der Elastizitätsmodul wird mit Hilfe

¹Das Matlab-Skript wurden von Herrn Mirko Neumann, wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur für Mechanik der Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr zur Verfügung gestellt.

²Die Bestimmung der verwendeten Frequenz wird in Kapitel 2.4 erläutert.

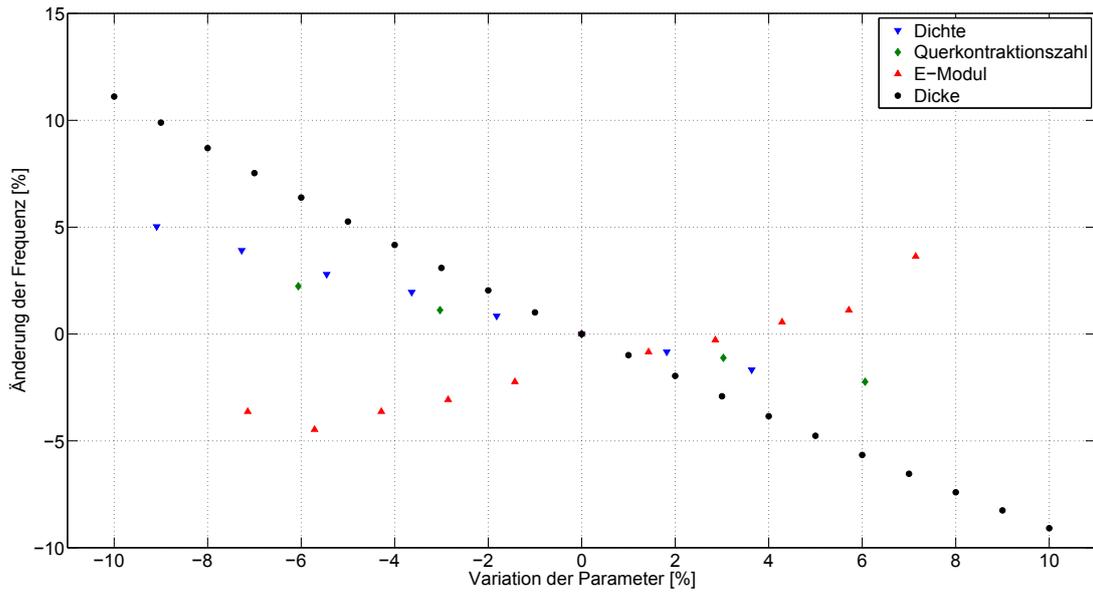


Abbildung 8: Auswertung der Parameterstudie für Aluminium

eines Zugversuchs ermittelt. Dazu werden vier identische Proben der Größe 250 mm x 40 mm x 0.97 mm untersucht. Zunächst wird mittels einer zusätzlichen Probe der selben Größe die Grenze des elastischen Materialverhalten bestimmt, anschließend werden für jede der vier Proben drei Versuche im rein elastischen Bereich durchgeführt und der Elastizitätsmodul bestimmt. Der Mittelwert aller Versuchsergebnisse dient dann als Wert für den Elastizitätsmodul zur Bestimmung der Dispersionsdiagramme. Abbildung 9 zeigt exemplarisch für eine Probe den Versuchsaufbau in der Zugprüfmaschine TIRA Test 2810. Die Probe ist in zwei Spannbacken eingespannt. Die Dehnungsmessung erfolgt über einen aufgesetzten Dehnungsmesser. So dass der Elastizitätsmodul aus der Beziehung

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} \quad (65)$$

berechnet werden kann. Die Messergebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt.

Probe	Messung 1	Messung 2	Messung 3
1	72.86 GPa	72.76 GPa	72.53 GPa
2	73.08 GPa	72.79 GPa	72.46 GPa
3	73.64 GPa	73.51 GPa	73.61 GPa
4	73.53 GPa	72.39 GPa	72.22 GPa
Mittelwert	72.87 GPa		

Tabelle 3: Messergebnisse Zugversuch Aluminium

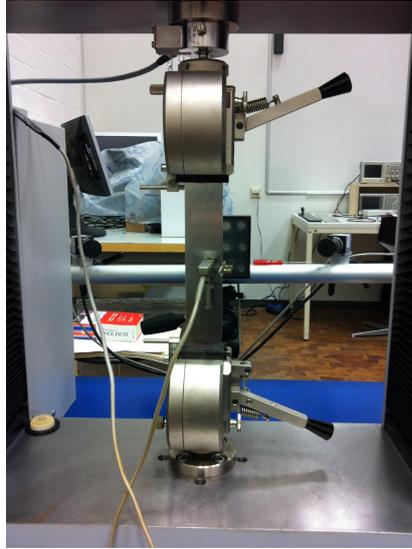


Abbildung 9: Versuchsaufbau Zugversuch Aluminium

Die Messung der Dichte wird mittels einer Präzisionswaage durchgeführt. Es ergibt sich der Wert

$$\rho_{\text{Aluminium}} = 2.56 \text{ g m}^{-3}. \quad (66)$$

Somit werden als Parameter für die Berechnung der Dispersionsdiagramme der Aluminiumplatte die in Tabelle 4 aufgeführten Werte zu Grunde gelegt.

Parameterart	Parameter	Wert
Mechanische Eigenschaften	E	72.8 GPa
	ν	0.33
Werkstoffkennwerte	ρ	2.56 g m^{-3}

Tabelle 4: Parameter zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für eine Aluminiumplatte

Mit Hilfe dieser Werte ergeben sich die in Abbildung 10 und Abbildung 11 dargestellten Dispersionsdiagramme für die Phasen- bzw. Gruppengeschwindigkeit. Die Kurven der symmetrischen Mode sind mit durchgezogenen Linien dargestellt, die Kurven der antisymmetrischen Mode mit gestrichelten.

2. Theoretische Grundlagen

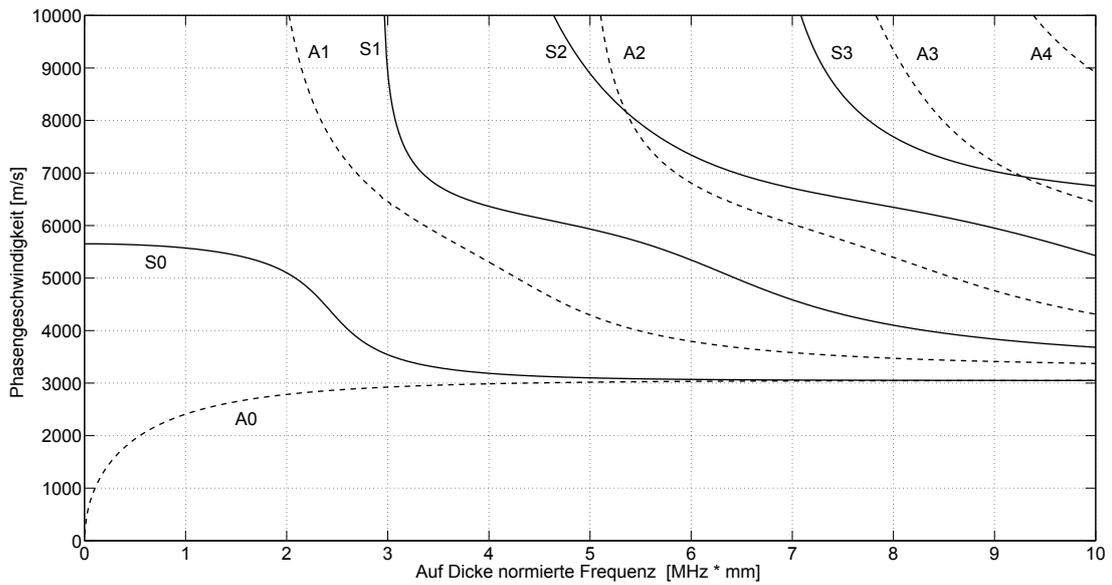


Abbildung 10: Dispersionsdiagramm der Aluminiumplatte für die Phasengeschwindigkeit

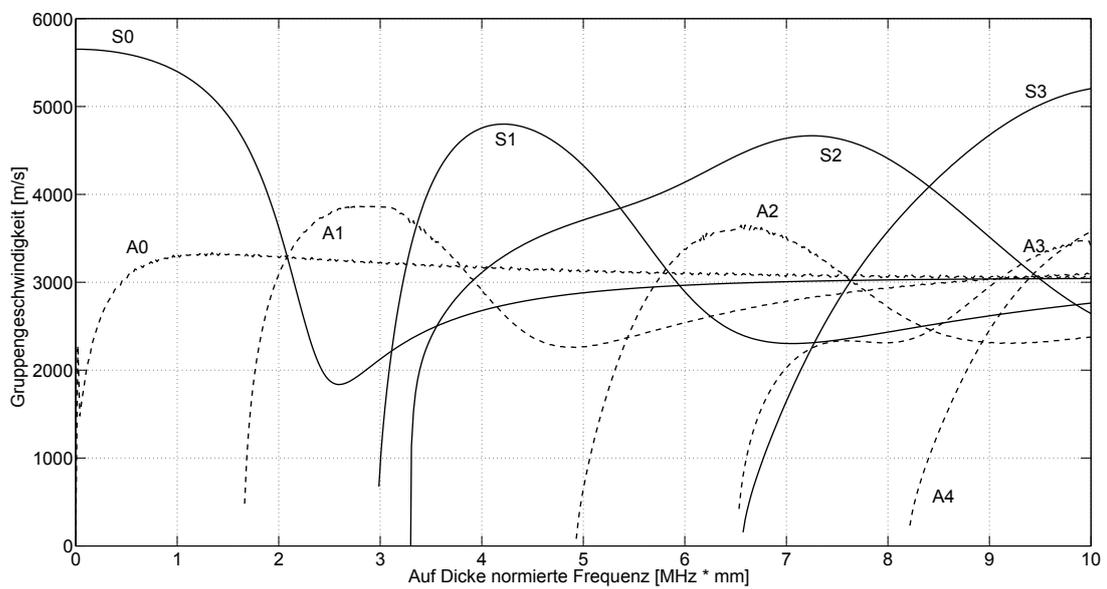


Abbildung 11: Dispersionsdiagramm der Aluminiumplatte für die Gruppengeschwindigkeit

CFK-UD-Platte Für die in den nachfolgenden Untersuchungen verwendete CFK-UD-Platte können ebenfalls mit Hilfe eines Matlab-Skriptes die Dispersionsdiagramme bestimmt werden. Die Implementierung des Codes weißt dabei einige Schwierigkeiten auf. Bei den beiden Bedingungen für die antisymmetrische (63) und symmetrische Mode (64) aus Kapitel 2.2.1 handelt es sich um Funktionen, deren Nullstellen nicht analytisch bestimmt werden können. Zudem sind die Funktionen komplex. Die Bestimmung der Nullstellen wird deshalb mit Hilfe der folgenden Schritte realisiert.

Zunächst wird ein festes Produkt $f \cdot h$ gewählt. Für dieses Produkt wird über die Phasengeschwindigkeit c_p iteriert und die Gleichungen (63) und (64) ausgewertet. Von dem Ergebnis der Auswertung wird sowohl der Real- als auch der Imaginärteil auf einen Vorzeichenwechsel hin untersucht. Ein Vorzeichenwechsel beider Teile ist ein Indikator für eine Nullstelle. Eine echte Nullstelle ist allerdings nur dann vorhanden, wenn Real- und Imaginärteil gleichzeitig zu Null werden. Auf Grund dessen wird mit Hilfe des Bisektionsverfahrens³ die jeweilige Nullstelle des Real- und Imaginärteils genauer bestimmt. Fallen diese zusammen, stellt diese Geschwindigkeit für das untersuchte Produkt $f \cdot h$ eine nichttriviale Lösung der Gleichung (63) bzw. (64) dar. Anschließend wird das Vorgehen für weitere Produkte $f \cdot h$ wiederholt, um so den Verlauf der Dispersionskurven der einzelnen Moden zu bestimmen.

Für die Materialkennwerte einer UD-Schicht gibt es Erfahrungswert, diese hängen aber sehr stark von der Gestaltung, Ausgangsmaterialien und Fertigung des Verbundes ab. In den nachfolgenden Untersuchungen der Wellenausbreitung wird eine UD-Platte aus CFK verwendet. Diese CFK-UD-Platte besteht aus vier CFK-UD-Schichten und besitzt eine Dicke von 2.35 mm. Das Flächengewicht der Fasern beträgt 600 g m^{-2} . Als Matrixmaterial wird ein Epoxidharz verwendet. Um die Dispersionsdiagramme bestimmen zu können, müssen zunächst einige Elemente der lokalen Steifigkeitsmatrix \underline{C} aus Gleichung (12) bestimmt werden. Diese lassen sich aus den mechanischen Eigenschaften der CFK-UD-Platte berechnen (siehe Anhang A.1). Für die Dispersionsdiagramme werden darüber hinaus noch weitere Größen benötigt. Alle benötigten Parameter sind in Tabelle 5 zusammengefasst.

Die beiden Elastizitätsmodule E_1 und E_2 lassen sich mittels Zugversuchen in Faserichtung (E_1) und quer zur Faser (E_2) bestimmen. Die Querkontraktionszahl ν_{12} kann ebenfalls über einen Zugversuch ermittelt werden. Hierfür muss neben der Längs- auch die Querdehnung untersucht werden (siehe Anhang A.1). Der Schubmodul G_{12} kann aus der Beziehung

³Bei dem Bisektionsverfahren handelt es sich um ein numerisches Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen. Dabei wird für zwei vorgegebene Intervallgrenzen und dem zugehörigen Mittelwert das Vorzeichen der Funktionswerte untersucht. Im nächsten Iterationsschritt dienen die beiden Werte (1,2 bzw. 2,3, je nachdem zwischen welchem der beiden Werte ein Vorzeichenwechsel vorliegt) als Intervallgrenzen. Eine Toleranzgrenze oder eine vorgegebene maximale Anzahl an Iterationsschritten dient als Abbruchkriterium.

Parameterart	Parameter
Mechanische Eigenschaften	E_1
	E_2
	G_{12}
	ν_{12}
Werkstoffkennwerte	ρ
Geometrische Größen	h

Tabelle 5: Mechanische Eigenschaften, Werkstoffkennwerte und geometrischen Größen zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für die CFK-UD-Platte

$$G_{12} = \frac{E_{45^\circ}}{2(1 - \nu_{45^\circ})} \quad (67)$$

berechnet werden. E_{45° und ν_{45° sind dabei der Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl bestimmt aus einem Zugversuch, der unter einem Winkel von 45° zur Faser durchgeführt wird. Für die verwendete CFK-UD-Platte werden die Elastizitätsmodule $E_1 = E_{0^\circ}$, $E_2 = E_{90^\circ}$ und E_{45° experimentell ermittelt. Dazu wird zunächst für die drei Faserrichtungen 0° , 90° und 45° jeweils eine Probe bis zum Bruch bzw. bis zur maximal möglichen Kraft (10 kN) belastet. Danach wird für jede Faserrichtung mittels drei Proben, an denen je drei Messungen durchgeführt werden, der Elastizitätsmodul bestimmt. Der Mittelwert dient dann als Größe zur Berechnung der Dispersionsdiagramme. Die Proben besitzen die Abmaße 200 mm x 30 mm x 2.35 mm und sind an beiden Enden mit Polyesteroltschichten verstärkt. Diese dienen zur Unterstützung während der Versuche, damit die CFK-Proben nicht aus den Spannbacken gezogen werden. Die Ergebnisse der Bestimmung der Elastizitätsmodule E_{0° , E_{90° und E_{45° sind in Tabelle 6 aufgeführt.

Winkelorientierung	Parameter	Wert
0°	$E_{0^\circ} = E_1$	110.1 GPa
45°	E_{45°	9.183 GPa
90°	$E_{90^\circ} = E_2$	8.325 GPa

Tabelle 6: Aus den Zugversuchen ermittelte Elastizitätsmodule E_{0° , E_{90° und E_{45° der CFK-UD-Platte

Die ermittelten Werte aus Tabelle 6 stimmen gut mit einer bereits existierenden Messung⁴ des selben Werkstoffs überein. Aus diesem Grund werden die Werte der Querkontraktionszahlen ν_{12} und ν_{45° aus der Messung übernommen. Die Werte sind in Tabelle 7 aufgeführt. Für den Schubmodul G_{12} folgt so aus Gleichung (67)

⁴durchgeführt von von Herrn Mirko Neumann, wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur für Mechanik der Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr

$$G_{12} = 3.351 \text{ GPa.} \quad (68)$$

Um sicherzustellen, in wie fern eine mögliche Abweichung der Werte für die Querkontraktion bzw. dem daraus bestimmten Schubmodul Einfluss auf die später verwendete Frequenz hat, wird für die mechanischen Kennwerte ν_{12} und G_{12} eine Parameterstudie durchgeführt. In Tabelle 8 ist aufgeführt, welche Bereiche in welchen Iterationsschritten analysiert werden.

Winkelorientierung	Parameter	Wert
0°	$\nu_{0^\circ} = \nu_{12}$	0.66
45°	ν_{45°	0.37
90°	$\nu_{90^\circ} = \nu_{21}$	0.03

Tabelle 7: Werte für die Querkontraktionszahlen der CFK-UD-Platte

Parameter	Minimalwert	Maximalwert	Iterationsschrittgröße	Wert aus Versuch
ν_{12}	0.2	0.7	0.1	0.66
G_{12}	3.2 GPa	3.5 GPa	0.05 GPa	3.351 GPa

Tabelle 8: Variation der Parameter für die CFK-UD-Platte

Das Ergebnis der Parameterstudie ist in Abbildung 12 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass eine Variation der beiden Parameter nur einen geringen Einfluss auf die später verwendete Frequenz hat.

Abschließend wird die Dichte mit einer Präzisionswaage gemessen. Es ergibt sich der Wert

$$\rho_{CFK} = 1.477 \text{ g m}^{-3}. \quad (69)$$

Für die Berechnung der Dispersionsdiagramme der CFK-UD-Platte werden somit die in Tabelle 9 aufgeführten Werte für die Parameter verwendet.

Die Bestimmung der Dispersionskurven basiert, wie bereits beschrieben, auf einem Iterationsverfahren. Zur Bestimmung des Dispersionsdiagramms der Phasengeschwindigkeit für die CFK-UD-Platte werden die in Tabelle 10 zusammengefassten Iterationsschritte und Toleranzen verwendet.

Mit Hilfe dieser Werte und der Gleichung (7) ergeben sich die in in Abbildung 13 und Abbildung 14 dargestellten Dispersionsdiagramme für die Phasengeschwindigkeit bzw. Gruppengeschwindigkeit.

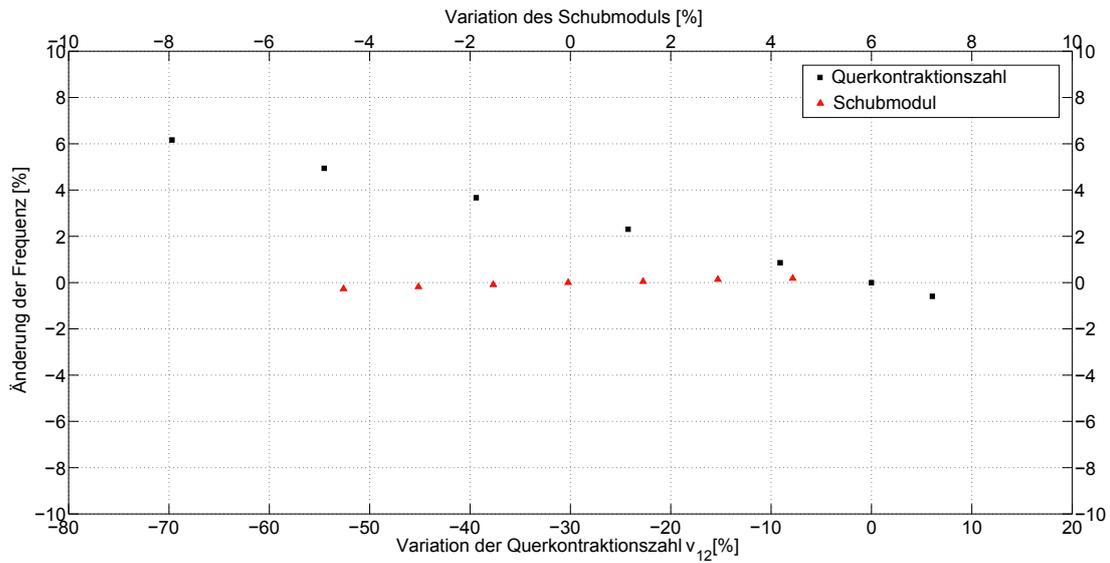


Abbildung 12: Parameterstudie für die CFK-UD-Platte

Parameterart	Parameter	Wert
Mechanische Eigenschaften	E_1	110.1 GPa
	E_2	8.325 GPa
	G_{12}	3.351 GPa
	ν_{12}	0.66
Werkstoffkennwerte	ρ	1.477 g m ⁻³

Tabelle 9: Parameter zur Berechnung der Dispersionsdiagramme für die CFK-UD-Platte

Parameter	Wert
Iterationsschrittgröße für das Produkt $f \cdot h$	50 Schritte pro 1 MHz
Iterationsschrittgröße für die Phasengeschwindigkeit c_p	5 m s ⁻¹
Maximale Anzahl an Iterationsschritten Bisektionsverfahren	1000
Toleranz Bisektionsverfahren	1e - 10

Tabelle 10: Iterationsschritte und Toleranzen zur Berechnung des Dispersionsdiagramms der Phasengeschwindigkeit für die CFK-UD-Platte

2. Theoretische Grundlagen

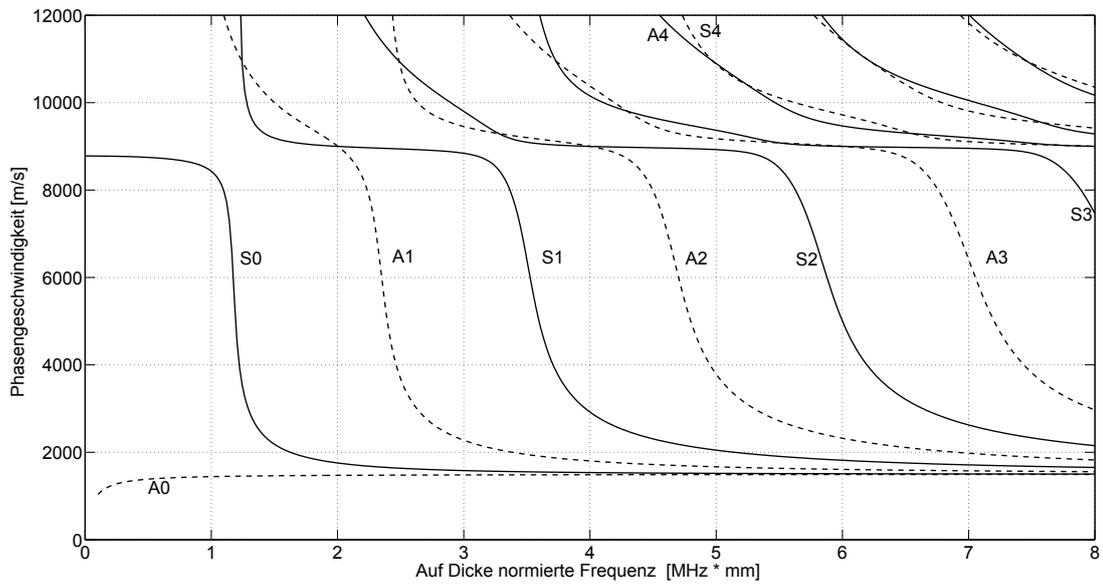


Abbildung 13: Dispersionsdiagramm der CFK-UD-Platte für die Phasengeschwindigkeit

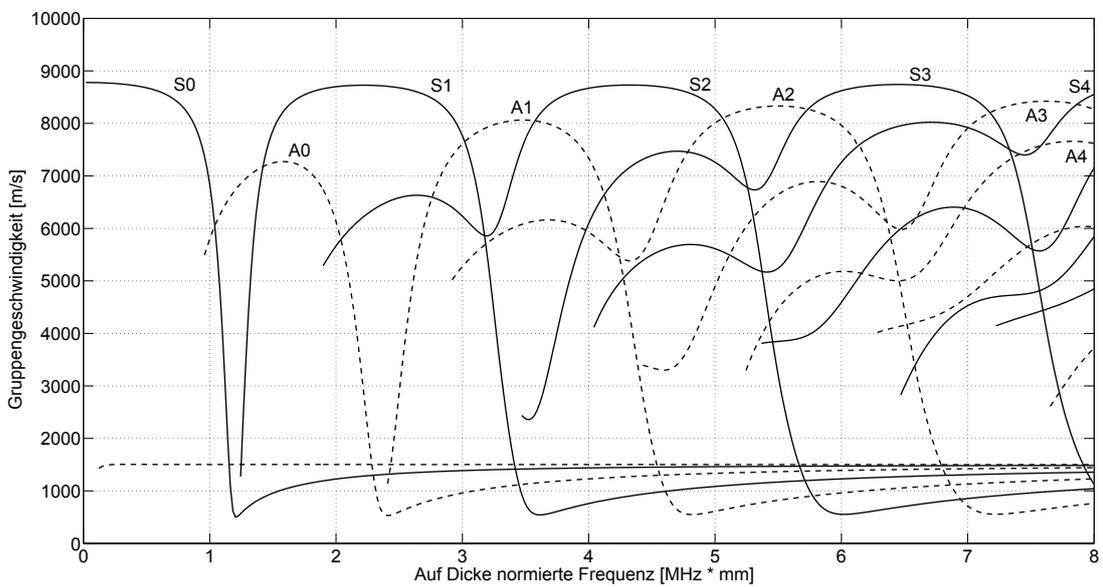


Abbildung 14: Dispersionsdiagramm der CFK-UD-Platte für die Gruppengeschwindigkeit

2.3. Nichtlineare Wellenausbreitung

Bei der Ausbreitung von Wellen in einem linearen Medium weist die fortschreitende Welle die fundamental angeregte Frequenz auf. Bei der Ausbreitung in nichtlinearem Medium hingegen kommt es zur Entstehung zusätzlicher Frequenzen, die s.g. höherharmonischen Frequenzen [12], [22]. Sie besitzen ein ganzzahliges Vielfaches der fundamentalen Frequenz als Frequenz. Dieses ist schematisch in Abbildung 15 gezeigt.

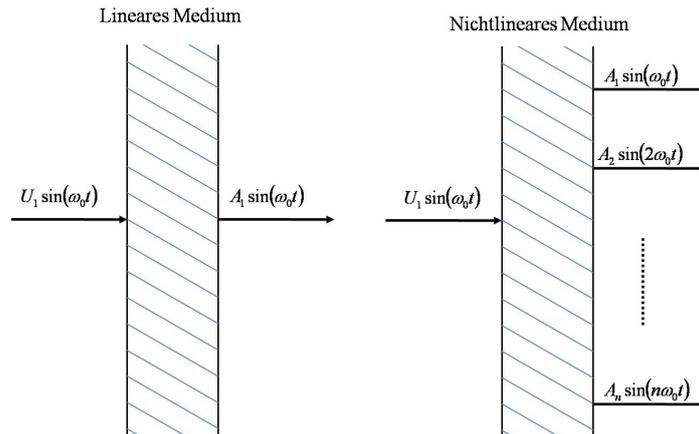


Abbildung 15: Wellenausbreitung in linearem und nichtlinearem Medium (vgl. [1])

Diese nichtlinearen Medien können sich zum einen durch Materialnichtlinearitäten auszeichnen, zum anderen besitzen sie meist auch ein nichtlineares elastisch - plastisches Materialverhalten [8]. Die Nichtlinearitäten aus dem Material sind zum einen Gitterfehler, wie Fehlstellen, Versetzungen oder Ausscheidungen, zum anderen durch die Belastung induzierte Nichtlinearitäten bzw. Materialdegradation, resultierend aus Mikrorissen und Delaminationen. Gerade für die Lebensdauerbestimmung sind die Rissbildung und das Risswachstum von großer Bedeutung.

Die Nichtlinearität eines Werkstoffs kann durch den akustischen Nichtlinearitätsparameter β ausgedrückt werden [12]. Es konnte bereits sowohl theoretisch [12] als auch experimentell [6], [13], [23], [9] gezeigt werden, dass ein funktionaler Zusammenhang zwischen dem akustischen Nichtlinearitätsparameter β und der plastischen Verformung besteht. Mit steigender plastischer Verformung wird auch β größer. Dabei ist zu beachten, dass die Definition von β ausschließlich für Longitudinalwellen [23] und Rayleigh-Wellen [9] gilt. Des Weiteren basieren die bisher gewonnenen Erkenntnisse alle auf Untersuchungen in Metallen. Erste Untersuchungen für Faserverbundstrukturen mit LAMB-Wellen liefert unter anderem [10].

Für die experimentellen Untersuchungen kann der absolute Nichtlinearitätsfaktor β in Abhängigkeit der Amplituden der fundamental angeregten Mode und der zweiten harmonischen Mode formuliert werden. In [1] ist für β der Zusammenhang für Longitudinalwellen dargestellt als

$$\beta = \frac{8}{k^2 X} \frac{A_2}{A_1^2}. \quad (70)$$

k ist die Wellenzahl, X die Ausbreitungslänge, A_1 die Amplitude der fundamental angeregten und A_2 die Amplitude der zweiten harmonischen Frequenz. Eine einfache Betrachtung, die zu diesem Zusammenhang führt, ist in [8] gegeben und soll hier kurz vorgestellt werden. Ausgangspunkt ist dabei das unter Belastung nichtlineare Materialverhalten, das durch das nichtlineare Hooke'sche Gesetz für den eindimensionalen Fall mit

$$\sigma = E\epsilon(1 + \beta\epsilon + \dots) \quad (71)$$

beschrieben werden kann. E ist der Elastizitätsmodul, ϵ die Dehnung und β der zuvor beschriebene akustische Nichtlinearitätsparameter. Für die weitere Herleitung wird in [8] die Wellenausbreitung einer einzelnen Longitudinalwelle betrachtet, die an einem Ende eines dünnen Stabes mit kreisförmigem Querschnitt und Schädigungen angeregt und am anderen Ende detektiert wird. Unter Vernachlässigung der Dämpfung kann die Bewegungsgleichung für Longitudinal- und ebene Wellen aufgestellt werden als

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}. \quad (72)$$

Ausgehend von einem quadratisch nichtlinearen System und dem Ansatz $u = u_0 + u'$ mit $u_0 = A_1 \cos(kx - \omega t)$ für die Verschiebung u in x -Richtung ergibt sich zunächst neben dem Fundamentalanteil noch ein Anteil der Verschiebung, der die zweite Harmonische widerspiegelt. Es kann gezeigt werden, dass die Amplitude der zweiten harmonischen Frequenz von dem akustischen Nichtlinearitätsparameter β abhängt. Umstellen des Zusammenhangs führt zu der in Gleichung (70) gegebenen Beziehung für den akustischen Nichtlinearitätsparameter β . Dieser kann somit durch die Messung der Amplituden der fundamental angeregten und zweiten harmonischen Frequenz bestimmt werden. Eine weitere Herleitung des akustischen Nichtlinearitätsparameters β für Longitudinalwellen ist in [1] zu finden.

Ausgehend von dieser Definition für den akustischen Nichtlinearitätsparameter β für Longitudinalwellen ist erkennbar, dass die Nichtlinearität des Werkstücks proportional zu dem Verhältnis aus der Amplitude der zweiten harmonischen Frequenz A_2 und dem Quadrat der Amplitude der fundamental angeregten Frequenz A_1^2 ist. Dieser Zusammenhang wird genutzt, um für die Untersuchungen mit LAMB-Wellen einen relativen Nichtlinearitätsparameter β' einzuführen, der definiert ist als

$$\beta' = \frac{A_2}{A_1^2}. \quad (73)$$

Dieser ist somit proportional zu dem bereits bekannten akustischen Nichtlinearitätsparameter β , lässt aber keine absolute Aussage über die Nichtlinearität bzw. die vorhandene Materialdegradation des Werkstücks zu, es kann aber eine Aussage über die Entwicklung in Bezug auf einen unbelasteten Vergleichswert gemacht werden.

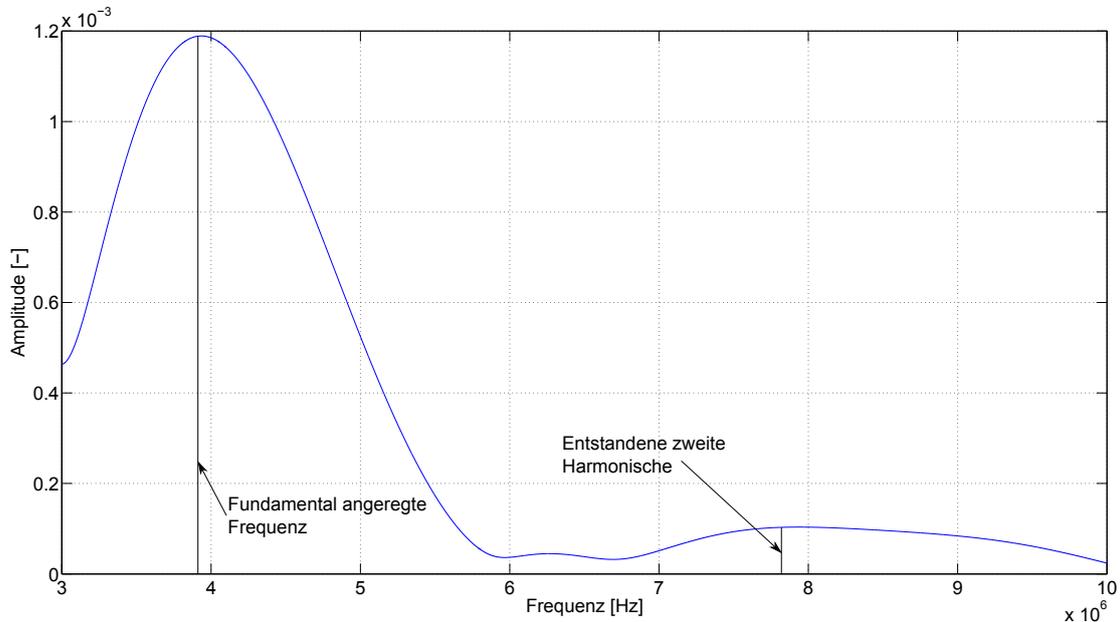


Abbildung 16: Beispielhafter Frequenzverlauf der fundamental angeregten Mode und einer zusätzlich entstandenen höherharmonischen Mode

Abbildung zeigt einen Frequenzverlauf in dem beispielhaft zu sehen ist, das neben der fundamental angeregten Frequenz noch eine Frequenz entsteht, die genau dem doppelten der Anregungsfrequenz entspricht. Dies ist die zweite Harmonische.

2.4. Kumulative, höherharmonische Moden

Wie in Kapitel 2.3 gezeigt wurde, kann die Nichtlinearität eines Werkstücks mittels des akustischen Nichtlinearitätsparameter β bzw. des relativen akustischen Nichtlinearitätsparameter β' bestimmt werden. Dazu ist es notwendig, die zweite harmonische Frequenz zu messen. Auf Grund der multimodalen und dispersiven Eigenschaften von LAMB-Wellen sollten zur Messung der höherharmonischen Frequenzen bestimmte Bedingungen erfüllt sein. Auf diese Weise lassen sich kumulative höherharmonische LAMB-Wellen erzeugen, deren Amplituden mit wachsender Ausbreitungsstrecke größer werden. Dadurch wird es einfacher, die tatsächlichen Signale von dem Hintergrundrauschen zu unterscheiden.

Folgende Bedingungen gelten für die Erzeugung kumulativer, zweiter harmonischer Wellen. Diese sind unter anderem in [1], [6], [23], [24], [25], [26], [27] dargestellt.

- Gleichheit der Phasengeschwindigkeit
Die Gleichheit der Phasengeschwindigkeit der fundamental angeregten und der zweiten harmonischen Welle ermöglicht es, dass die Energie von der fundamental angeregten Welle auf die zweite harmonische übertragen wird. Durch den Zuwachs der Energie der Welle kann diese weiter durch das Medium fortschreiten [8]. Diese Geschwindigkeit wird auch Synchronitätsgeschwindigkeit ('synchronous velocity') und die Bedingung somit als Synchronitätsbedingung ('synchronism') bezeichnet [6].
- „non-zero power flux“
Der „Kraftfluss“ kann verstanden werden, als die Kraft, die von der fundamental angeregten Wellen auf Grund der materiellen Nichtlinearitäten auf die zweite harmonische Welle übertragen wird und diese vorantreibt [6]. In [24] konnte gezeigt werden, dass dieser Kraftfluss nur von einer Welle zur anderen Welle möglich ist, wenn diese die selbe Wellenart (symmetrisch-symmetrisch bzw. antisymmetrisch-antisymmetrisch) aufweisen. Diese Bedingung ist grundsätzlich nicht für die beiden Fundamentalmoden A0 und S0 erfüllt [10], [25].
- Gleichheit der Gruppengeschwindigkeit
Die Gleichheit der Gruppengeschwindigkeit ist vor allem bei kurzen Impulsen und damit eines kleinen erzeugten Wellenpakets zu beachten. Bei unterschiedlicher Gruppengeschwindigkeit des fundamental angeregten Wellenpakets und des entstandenen zweiten harmonischen Wellenpakets, können sich die beiden Pakete separieren. Ein Energiefluss ist dann nicht mehr möglich und die zweiten harmonischen Wellen wachsen nicht weiter an, sie sind nicht mehr kumulativ [6].

Im Allgemeinen kann das Feld der zweiten harmonischen LAMB-Wellen als Superposition einer Reihe von doppelt-frequenten LAMB-Wellen angesehen werden. Allerdings kann davon ausgegangen werden, dass die Komponenten, die nicht die gleiche Phasengeschwindigkeit wie die fundamental angeregte Welle besitzen, auf Grund der Materialdämpfung und der destruktiven Interferenz relativ schnell verschwinden [10], [24], [25], [26], [28]. Des Weiteren ist sowohl theoretisch [25], [26], [29], [30] als auch experimentell [27], [28], [31], [32] gezeigt worden, dass das Feld der zweiten harmonischen LAMB-Wellen ausschließlich aus symmetrischen Moden besteht. Um trotzdem den Kraftfluss zu gewährleisten, sollten nur symmetrische Moden zur Erzeugen höherharmonischer, kumulativer Moden verwendet werden. Da die „non-zero power flux“-Bedingung für die S0 Mode nicht erfüllt ist, wird für die Versuche das Modenpaar S1-S2 verwendet. Dieses wurde u.a. auch in [1], [6], [10], [23], [27], [31] analysiert.

Aus den in Kapitel 2.2 bestimmten Dispersionsdiagrammen der Phasen- bzw. Gruppengeschwindigkeit für die Aluminium- und CFK-UD-Platte können geeignete Anregungsfrequenzen bestimmt werden, für die die Bedingungen zur Entstehung von kumulativen, zweiten harmonischen Wellen erfüllt sind. In Abbildung 17 ist beispielhaft

die Analyse des Dispersionsdiagramms der Phasengeschwindigkeit der CFK-UD-Platte dargestellt. Ein passendes Frequenzpaar wurde eingezeichnet. Alle Diagramme, aus denen die Informationen gewonnen werden können, sind in Anhang B dargestellt. Die für die späteren Untersuchungen ausgewählten Frequenzpaare mit den dazugehörigen Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten für die Aluminium- und CFK-UD-Platte sind in Tabelle 11 zusammenfasst.

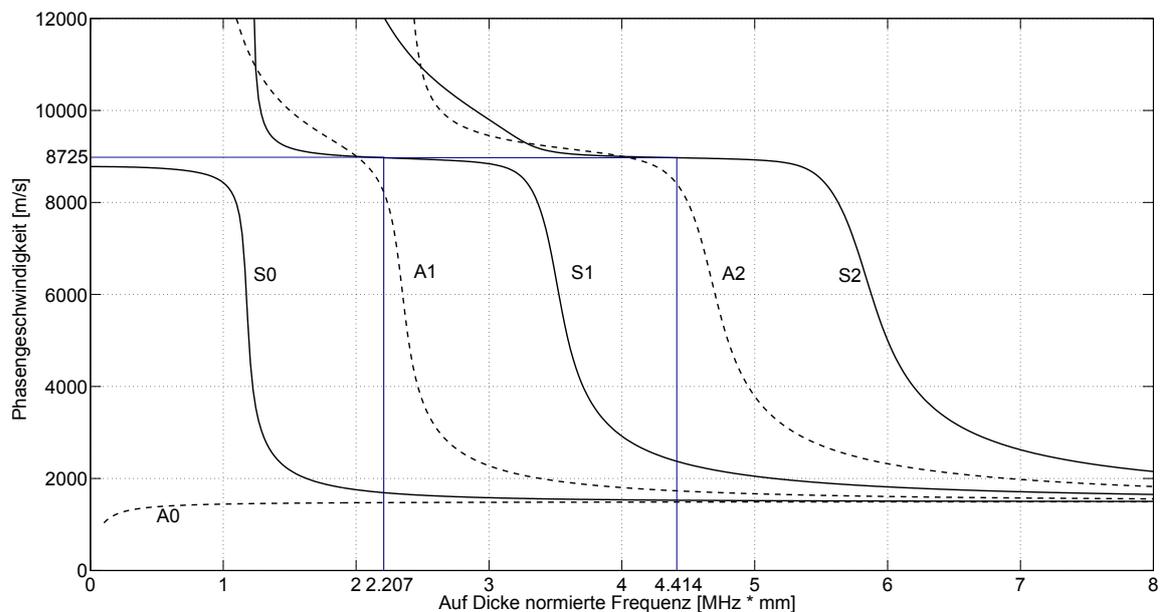


Abbildung 17: Frequenzpaar für die die Synchronitätsbedingung erfüllt ist (CFK-UD-Platte)

Material	CFK-UD-Platte	Aluminium
Fundamental angeregte Frequenz f_1 (S1-Mode)	2.207 MHz	3.786 MHz
Zweite harmonische Frequenz f_2 (S2-Mode)	4.414 MHz	7.572 MHz
Phasengeschwindigkeit c_p	8990 m s^{-1}	6495 m s^{-1}
Gruppengeschwindigkeit c_g	8725 m s^{-1}	4620 m s^{-1}

Tabelle 11: Frequenzen der fundamental angeregten und zweiten harmonischen Welle, sowie Phasen- bzw. Gruppengeschwindigkeiten für die CFK-UD-Platte und die Aluminiumplatte

3. Experimentelle Untersuchungen

Mit experimentellen Untersuchungen sollen die linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen in Aluminium und CFK an ungeschädigten und geschädigten Proben untersucht werden. Dazu wird in Abschnitt 3.1 der Versuchsaufbau vorgestellt. Abschnitt 3.2 befasst sich mit der Einbringung der Schädigungen in die Proben. In Abschnitt 3.3 wird der Versuchsablauf dargestellt.

3.1. Versuchsaufbau

Abbildung 18a) zeigt schematisch den Versuchsaufbau für die Messung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften. Da es auf Grund von elektromagnetischen Wechselwirkungen zu starken Beeinflussungen der Messergebnisse kommen kann, wird der gezeigte Versuchsaufbau zusätzlich von einem Faraday'schen Käfig umgeben (siehe Abbildung 18b).

Für den Versuch wird die Platte angeregt, um LAMB-Wellen zu erzeugen. Dies geschieht mittels eines Piezo-Aktors. Dieser wird durch einen Funktionsgenerator über einen Verstärker angesteuert. Ein Piezo-Sensor konvertiert die Auslenkungen der Platte auf Grund der LAMB-Wellen wieder in Spannungen, die mit einer Messkarte aufgezeichnet werden. Um die Spannungsrandbedingungen zu erfüllen (siehe Kapitel 2), liegt die Probe auf einer Noppenschäumstoffplatte (Abbildung 18a).

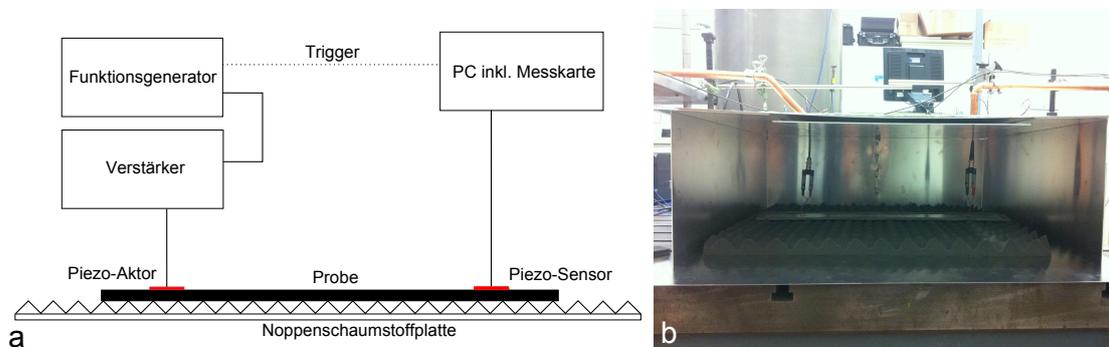


Abbildung 18: a) Schematischer Versuchsaufbau ohne Faraday'schen Käfig; b) Versuchsaufbau mit Faraday'schen Käfig

Im Folgenden sollen Besonderheiten wichtiger Komponenten und deren Grundlagen kurz dargestellt werden.

Piezo-Aktor und Piezo-Sensor Die verwendeten Aktoren und Sensoren sind Piezokeramiken. Ihre Funktionsweise beruht auf dem piezoelektrischen Effekt. Unter dem piezoelektrischen Effekt, 1880 von den Brüdern Curie entdeckt, versteht man, dass wenn

auf einen piezoelektrischen Körper eine Kraft wirkt, auf Grund von dielektrischen Verschiebungen Oberflächenladungen und somit ein elektrisches Feld entsteht. Dieses elektrische Feld kann als Spannung abgegriffen werden. Der umgekehrte Effekt, also die Deformation eines piezoelektrischen Körpers unter Einwirkung eines elektrischen Feldes, wird als reziproker piezoelektrischer Effekt (vgl. [33]) bezeichnet. Dies ist schematisch in Abbildung 19 dargestellt. Piezokeramiken gehören somit zu den aktiven Sensoren, da nichtelektrische physikalische Größe in eine elektrische Größe umgewandelt werden, ohne dass eine Hilfsenergie benötigt wird [34].

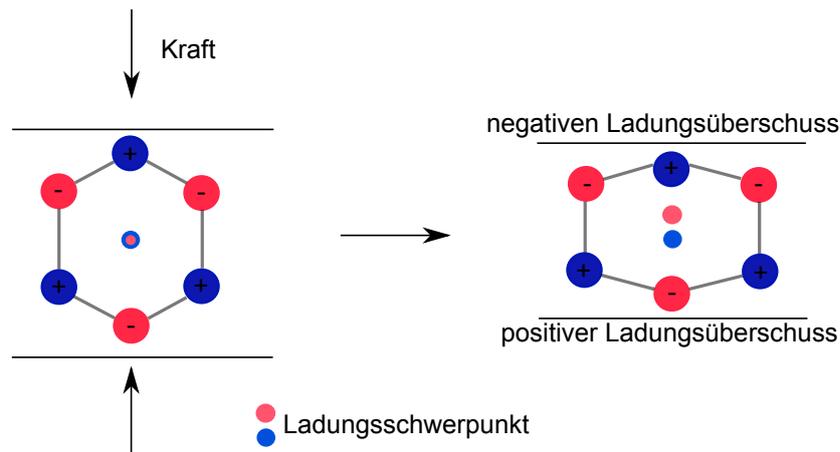


Abbildung 19: Schematische Darstellung des piezoelektrischen Effekts

Im Folgenden sollen kurz die physikalischen Grundlagen des Zusammenhangs zwischen der Oberflächenladung und der Verschiebung dargestellt werden (vgl. [34]).

Die Verschiebung der Oberflächenladungen wird in der Regel angegeben durch die Verschiebeflussdichte D , die definiert ist als

$$D = \frac{Q}{A}. \quad (74)$$

Dabei ist Q die Oberflächenladung und A die Fläche. Des Weiteren sind die Oberflächenladung und die am Piezo abzugreifende Spannung U über die Kapazität C miteinander verknüpft. Es gilt

$$Q = C \cdot U. \quad (75)$$

Die Ladung Q kann über die piezoelektrische Konstante k_p , auch Piezomodul, aus der wirkenden Kraft F berechnet werden. Es kann der Zusammenhang

$$Q = k_p \cdot F \quad (76)$$

aufgestellt werden. Dabei ist k_p ausschließlich vom Material der Piezokeramik abhängig. Setzt man Gleichung (76) in Gleichung (75) ein und stellt nach der abzugreifenden Spannung um, erhält man

$$U = \frac{k_p F}{C}. \quad (77)$$

Wenn davon ausgegangen wird, dass die wirkende Kraft konstant ist, ist die abzugreifende Spannung U ausschließlich abhängig von der piezoelektrischen Konstante k_p und der Kapazität C .

	Geometrie	Abmaße	Dicke
Aktor	quadratisch	10 mm x 10 mm	0.1 mm
Sensor	rund	d = 16 mm	0.3 mm

Tabelle 12: Geometrien der Piezo-Aktoren und -Sensoren

Die für die Versuche verwendeten Aktoren und Sensoren besitzen die in Tabelle 12 aufgeführten Geometrien. Als Sensoren werden Piezokeramiken mit einer sehr geringen Dicke verwendet. Die Verwendung sehr dünner Piezokeramiken als Sensoren hat zwei Gründe. Zum einen soll die Verformung der Platte so wenig wie möglich verändert werden. Stellt man sich einen ideal starren Körper vor, der an der Oberfläche angebracht wird, wird dieser keine Verformung an der Oberfläche zulassen. Je geringer demnach die Steifigkeit des verwendeten Sensors ist, desto weniger wird die tatsächliche Auslenkung an der Stelle beeinflusst. Diese geringe Steifigkeit beinhaltet auch den zweiten Grund der Verwendung sehr dünner Sensoren. Durch die geringe Steifigkeit kann der Piezo eine größere Verformung durchführen. Diese Verformung führt dazu, dass die Ladungsverschiebung größer wird. Der Abstand beeinflusst die Kapazität des Piezos. Aus Gleichung (75) kann die allgemeine Definition der Kapazität als

$$C = \frac{Q}{U} \quad (78)$$

abgeleitet werden. Für das Prinzip der Ladungsverschiebung kann modellhaft ein Plattenkondensator angenommen werden. Für ihn gilt der Zusammenhang

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} \quad (79)$$

mit

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r. \quad (80)$$

Dabei ist ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, ϵ_r die Dielektrizitätskonstante, A die Fläche der Platten und d der Abstand der Platten. Der größere Abstand der Ladungen (bzw. der Platten) führt somit zu einer kleineren Kapazität. Setzt man dieses Wissen in Gleichung (77) ein, kann gezeigt werden, dass auf Grund der kleineren Kapazität die abzugreifende Spannung größer wird. Die abzugreifende Spannung ist somit proportional zum Abstand der Ladungen

$$U \sim \Delta d. \quad (81)$$

Das Signal kann so besser aufgezeichnet und die zum Teil sehr geringen Amplituden der S1- und S2-Mode besser bestimmt werden.

Proben Der Aufbau der Proben für die Untersuchungen ist für Aluminium und CFK sind bis auf die Dicke identisch. Die Abmaße der Proben sind in Tabelle 13 aufgeführt.

Material	Breite b	Länge l	Dicke h
Aluminium	80 mm	600 mm	0.97 mm
CFK	80 mm	600 mm	2.35 mm

Tabelle 13: Abmaße der Proben

Abbildung 20 zeigt die Platzierung des Piezo-Sensors und -Aktors sowie die Markierungen zur Einbringung der Schädigungen. Die Mittelpunkte des Aktors und Sensors haben einen Abstand von 40 cm. Die einzelnen Markierungen befinden sich in einer Entfernung von 5 cm, 10 cm, 20 cm bzw. 30 cm vom Aktor. Die Ränder der Proben sind mit Knete ummantelt, um die Reflektion der LAMB-Wellen an den Probenrändern stark zu minimieren.

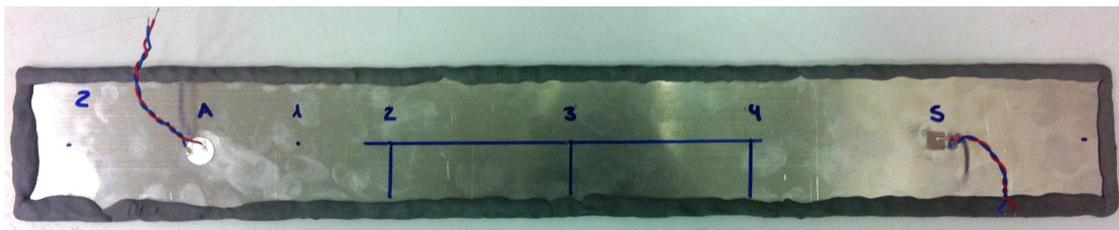


Abbildung 20: Aluminiumprobe mit Piezo-Aktor und -Sensor, sowie den Markierungen zum Einbringen der Schädigungen

3.2. Einbringung von Schädigungen in die Proben

Zur Untersuchung geschädigter Strukturen, sollen Impactschäden in die Proben eingebracht werden. Dies wird mittels eines Fallgewichts realisiert, das durch ein Rohr auf

die Probe fällt. Durch eine Sicherung ist es möglich, das Gewicht aus drei unterschiedlichen Höhen in die Struktur einschlagen zu lassen. Des Weiteren kann die Geometrie der Durchmesser der kreisförmigen Einschlagoberfläche variiert werden. In Tabelle 14 sind die einzelnen Konfigurationen der Fallhöhe und der Oberflächengeometrie aufgeführt.

Konfiguration	1	2	3
Fallhöhe h_{Fall}	887 mm	447 mm	227 mm
Oberflächengeometrie	Ø8.04 mm	Ø5.68 mm	Ø4.03 mm

Tabelle 14: Konfigurationsmöglichkeiten der Fallhöhe und der Oberflächengeometrie

Die Masse des Fallgewichts beträgt

$$m_{Fall} = 1.16 \text{ kg.} \quad (82)$$

Die durch den Impact eingebrachte Energie kann so sehr leicht durch folgenden Zusammenhang bestimmt werden

$$E = m_{Fall} \cdot g \cdot h_{Fall}. \quad (83)$$

Dabei ist g die Gravitationskonstante. Um die eingebrachte Energie noch genauer wiederzugeben, kann diese auf die Impact-Fläche bezogen werden. Es gilt dann

$$E' = \frac{m_{Fall} \cdot g \cdot h_{Fall}}{A} = \frac{m_{Fall} \cdot g \cdot h_{Fall}}{\pi \cdot r^2}. \quad (84)$$

Mit Hilfe dieser Optionen ist es möglich unterschiedliche Impactschädigungen in die Proben einzubringen. Für die Experimente werden drei Aluminium- und vier CFK-Proben vorbereitet, wobei in jede eine andere Schädigung eingebracht wird. Eine der Proben dient dabei jeweils als ungeschädigte Referenzprobe. Tabelle 15 zeigt die in die Proben eingebrachte Gesamtschädigung E_{ges} .

Material	Probe 1	Probe 2	Probe 3	Probe 4
Aluminium	0 J	25.35 J	30.28 J	-
CFK	0 J	15.26 J	35.68 J	47.54 J

Tabelle 15: In die Proben eingebrachte Gesamtschädigung E_{ges}

Die genaue Auflistung der eingebrachten Einzelschädigungen und der dazugehörigen Konfigurationen sind in Anhang C aufgeführt.

3.3. Messung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen

Zur Messung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen wird die Probe über den Piezo-Aktor angeregt. Die Anregung erfolgt dabei mit einem Burst bestehend aus 5 Sinuskurven (vgl. [35]). Das Sinussignal besitzt die in Kapitel 2.4 hergeleitete Frequenz, so dass kumulative, höherharmonische Frequenzen entstehen. Der Piezo-Sensor gibt die Auslenkung als Spannungssignal weiter, welches von der PC-Messkarte aufgezeichnet wird.

Das aufgezeichnete Spannungssignal enthält sowohl die Informationen über die nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften durch die entstandenen höherharmonischen Frequenzen, als auch die Informationen über lineare Ausbreitungseigenschaften durch die Gruppengeschwindigkeit der S1-Mode.

Die für die Versuche vorgenommenen Einstellungen sind in Tabelle 16 aufgeführt. Die Anregungsfrequenzen werden aus den in Tabelle 11 bestimmten Frequenzen unter Berücksichtigung der tatsächlichen Dicken der Proben aus Tabelle 13 über den Zusammenhang

$$f_a = \frac{f_n}{h} \quad (85)$$

berechnet. Dabei ist f_a die Anregungsfrequenz und f_n die normierte Frequenz aus Tabelle 13.

Einstellung	Aluminium	CFK-UD
Anregungsfrequenz	3.903 MHz	0.939 MHz
Anregungsspannung	1 V _{pp}	1 V _{pp}
Triggerintervall	2.5 ms	2.5 ms
Spannungsverstärkung	20x	20x
Abtastfrequenz	64 MHz	16 MHz
Abtastlänge	2.048 ms	2.048 ms

Tabelle 16: Versuchseinstellungen

Abbildung 21 zeigt ein von der Messkarte aufgenommenes Signal. Das Signal wird dazu über 1000 Einzelmessungen gemittelt. Die aus 1000 Einzelmessungen bestehende Aufnahme wird für jede Probe zehnmal wiederholt. So soll sichergestellt werden, dass alle äußeren Einflüsse abgefangen werden.

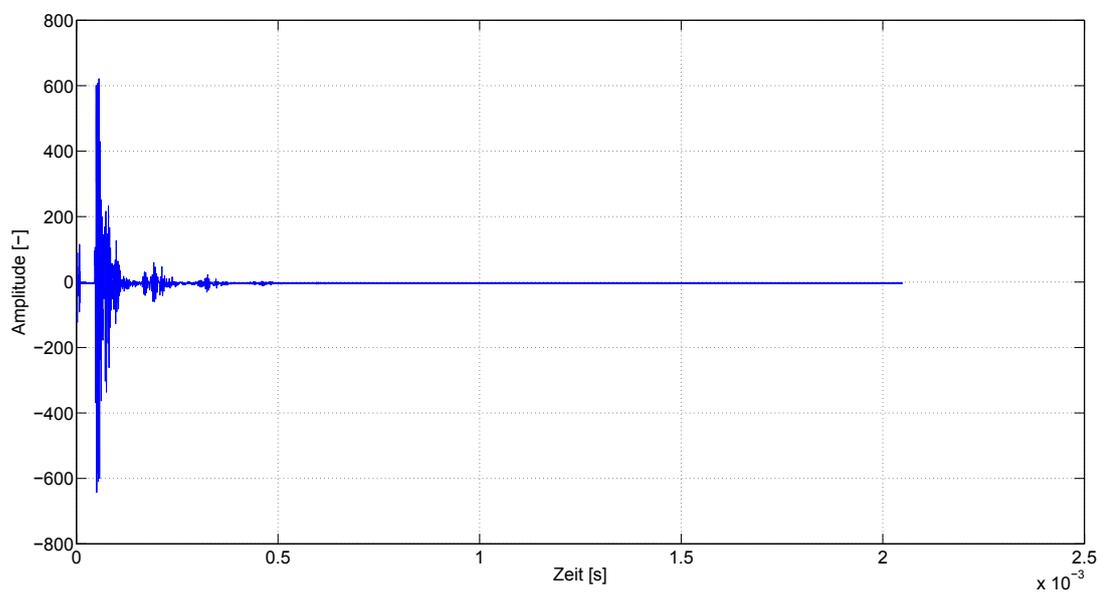


Abbildung 21: Messsignal CFK-UD-Probe, gemittelt über 1000 Einzelmessungen

4. Auswertung der Messergebnisse

In diesem Abschnitt wird auf die Auswertung der Messergebnisse zur Untersuchung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen eingegangen. Dazu werden in Abschnitt 4.1 zunächst die Grundlagen und Methoden der Signalverarbeitung dargestellt. Dies beinhaltet die Grundlagen zur Abtastung zeitkontinuierlicher Signale, die Methoden der Fourier-Analyse und eine kurze Darstellung von digitalen Filtern. Für die spätere Analyse der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften wird die Kurzzeit DFT verwendet.

In Abschnitt 4.2 erfolgt die Auswertung der Messergebnisse der nichtlinearen und in Abschnitt 4.3 für lineare Ausbreitungseigenschaften. Abschließend werden in Abschnitt 4.4 die einzelnen Ergebnisse gegenübergestellt.

4.1. Grundlagen und Methoden der Signalverarbeitung

4.1.1. Grundlagen zur Abtastung zeitkontinuierlicher Signale

Die folgenden Darstellungen zur Abtastung zeitkontinuierlicher Signale beruhen auf den Ausführungen in [34].

Für die Abtastung zeitkontinuierlicher Signale gibt es das Abtasttheorem nach Shannon. Dieses besagt, dass ein zeitkontinuierliches Signal $x(t)$, wenn es mindestens mit der doppelten der maximal zu erwartenden Frequenz abgetastet wird, eindeutig rekonstruierbar ist. Es muss für die Abtastfrequenz f_0 gelten

$$f_0 = 2f_{max}. \quad (86)$$

Diese Frequenz wird auch als Nyquist-Frequenz bezeichnet. Wird davon ausgegangen, dass das Signal an n äquidistanten Stellen mit dem Abtastintervall Δt abgetastet wird, ergibt sich für die Signallänge

$$t = n \cdot \Delta t. \quad (87)$$

Dabei gilt zwischen Δt und f der Zusammenhang

$$\Delta t = \frac{1}{f} \quad (88)$$

Eine Unterabtastung liegt vor, wenn das Abtasttheorem nicht eingehalten wird. In diesem Fall kommt es zum so genannten „Aliasing-Effekt“. Frequenzen die größer sind als die Nyquist-Frequenz sind im Frequenzbereich als geringere Frequenzen zu sehen. Sie verfälschen somit das Ergebnis der Frequenzanalyse eines Signals. Um dies zu verhindern, kann das Signal mit einem Tiefpassfilter (auch Anti-Aliasing-Filter) gefiltert

werden. Die Frequenzanteile des Signals oberhalb einer vorgegebenen Grenzfrequenz werden so unterdrückt.

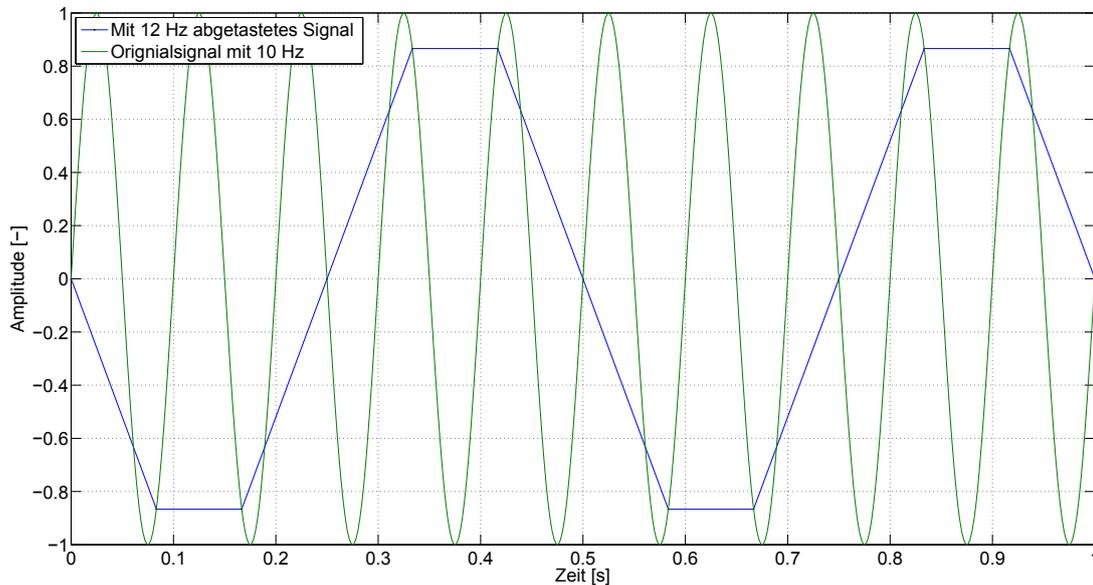


Abbildung 22: Aliasing-Effekt bei der Abtastung eines reinen Sinussignals mit einer zu geringen Frequenz

Abbildung 22 zeigt beispielhaft den Aliasing-Effekt. Das ursprüngliche Sinussignal mit der Frequenz von 10 Hz wird mit einer Frequenz von 12 Hz abgetastet. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Signal nicht korrekt rekonstruiert werden kann. Das abgetastete Signal scheint die Frequenz 2 Hz zu besitzen, statt der tatsächlichen 10 Hz.

4.1.2. Methoden der Fourier-Analyse

Die Methoden der Fourier-Analyse dienen dazu, ein Signal aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich zu transformieren. Auf diesem Weg können die in dem Signal enthaltenen Frequenzanteile und die dazugehörigen Amplituden sichtbar gemacht werden. Generell unterscheidet man dazu zwischen stationären und instationären, periodischen und aperiodischen sowie zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Signalen. In Tabelle 17 sind die einzelnen Methoden der Fourier-Analyse den jeweiligen Signalarten zugeordnet.

Im Folgenden sollen kurz die Grundzüge der Methoden der Fourier-Analyse für stationäre Signale und anschließend die Übertragung der einzelnen Methoden auf instationäre Signale vorgestellt werden. Die Grundlagen basieren auf den Ausführungen in [4],[34], [36], [37], [38] und [39].

		zeitkontinuierlich		zeitdiskret	
		stationär	instationär	stationär	instationär
periodisch	Fourier-Reihe		Kurzzeit Fourier-Reihe	DFT (FFT)	Kurzzeit DFT (FFT)
aperiodisch	Fourier-Transformation		STFT	DTFT	Kurzzeit DTFT

Tabelle 17: Übersicht der Methoden zur Fourier-Analyse von stationären und instationären, periodischen und aperiodischer, sowie zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Signalen

Fourier-Reihe Mit Hilfe der Fourier-Reihe kann ein periodisches, zeitkontinuierliches Signal durch eine Summe verschiedener Sinus- und Kosinusfunktionen dargestellt werden. Mit der Euler-Gleichung

$$e^{in\omega_0 t} = \cos n\omega_0 t + i \sin n\omega_0 t \quad (89)$$

kann die Fourier-Reihe für ein Signal mit der Periodendauer T in komplexer Form geschrieben werden als

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{in\omega_0 t}. \quad (90)$$

Dabei ist $x(t)$ ein periodisches, zeitkontinuierliches Signal, X_n der komplexe Fourier-Koeffizient und ω_0 die Grundfrequenz. Die Grundfrequenz ist definiert als

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (91)$$

Durch Umformung kann der komplexe Fourier-Koeffizient bestimmt werden als

$$X_n = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-in\omega_0 t} dt. \quad (92)$$

Der komplexe Fourier-Koeffizient X_n enthält die Frequenzinformationen des Signals zu der Frequenz $n\omega_0$. Theoretisch folgt aus dieser Betrachtung, dass der komplexe Fourier-Koeffizient Informationen auch zu negativen Frequenzen $n\omega_0$ für $n < 0$ enthält. Der Zusammenhang zwischen dem, hier nicht vorgestellten, reellen und komplexen Fourier-Koeffizienten zeigt aber, dass vielmehr die beiden komplexen Fourier-Koeffizienten X_n und X_{-n} jeweils einen Anteil zur Information für die Frequenz $n\omega_0$ beitragen. Weiterhin kann gezeigt werden, dass X_n und X_{-n} konjugiert komplexe Zahlen sind. Für eine graphische Darstellung des Ergebnisses der Fourier-Reihe kann der Fourierkoeffizienten X_n beschrieben werden durch

$$X_n = |X_n| \cdot e^{i\varphi_n}. \quad (93)$$

Das Ergebnis enthält zwei Informationen, zum einen den Betrag der Amplitude $|X_n|$ und zum anderen die dazugehörige Phase φ_n . Diese können als Linienspektren, die als Betrags- bzw. Phasenspektrum bezeichnet werden, dargestellt werden. Der Abstand der einzelnen Spektrallinien zueinander entspricht der Grundfrequenz ω_0 des zu analysierenden Signals. In Abbildung 23a) ist beispielhaft ein Betragsspektrum und in Abbildung 23b) das dazugehörige Phasenspektrum skizziert.

Eine detaillierte Ausführung der Grundlagen der Fourier-Reihe ist unter anderem in [36] zu finden.

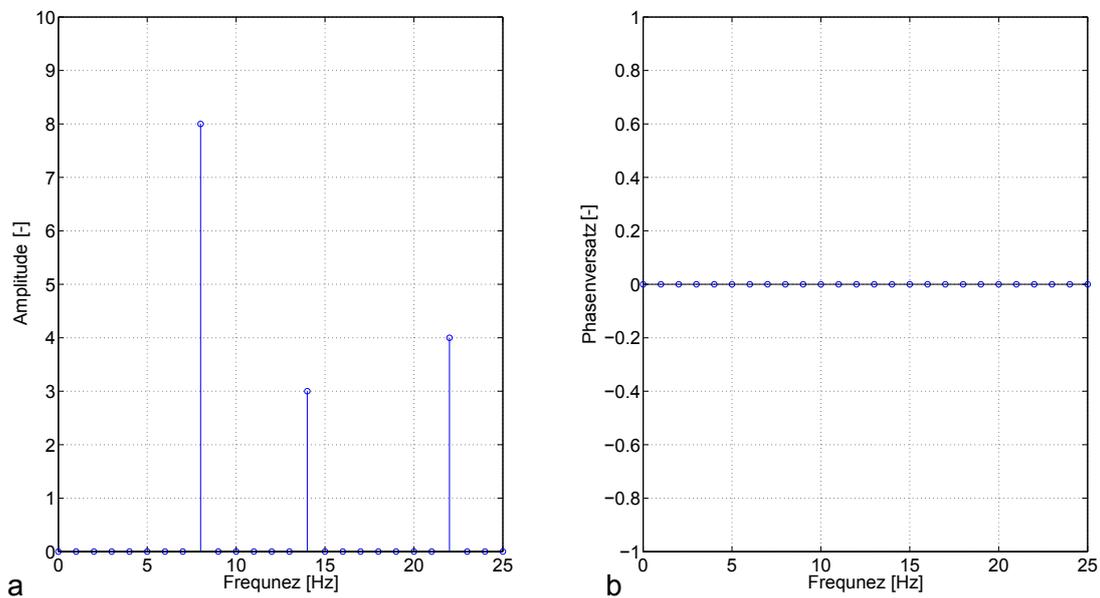


Abbildung 23: a) Linienspektrum als Ergebnis einer Fourier-Reihe; b) Kontinuierliches Spektrum als Ergebnis einer Fourier-Transformation

Fourier-Transformation Für nicht mehr periodische, aber zeitkontinuierliche Signale gelingt die Entwicklung der Fourier-Reihe nicht. Deshalb wird die Fourier-Reihenentwicklung unter der Annahme $T \rightarrow \infty$ weiterentwickelt. Aus der komplexen Fourier-Reihe aus Gleichung (90) wird so

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \right] \cdot e^{i\omega t} d\omega. \quad (94)$$

Das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt = X(\omega) \quad (95)$$

wird als Spektralfunktion bzw. Fourier-Transformierte bezeichnet und stellt eine Funktion der Kreisfrequenz ω dar. $X(\omega)$ enthält, wie zuvor der komplexe Fourier-Koeffizient X_n , das Betrags- und Phasenspektrum des Signals. Im Gegensatz zur Fourier-Reihe, bei der sich ein Linienspektrum ergibt, folgt hier ein kontinuierliches Spektrum. Dies kann sehr einfach veranschaulicht werden. Der Abstand der Spektrallinien einer Fourier-Reihe ergeben sich aus dem Zusammenhang

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (91)$$

Da für die Fourier-Transformation gedanklich die Periodendauer immer weiter vergrößert wurde, so dass gilt $T \rightarrow \infty$, kann im Gegenzug geschlossen werden, dass $\omega_0 \rightarrow 0$ gelten muss. Das Spektrum hat somit einen kontinuierlichen Verlauf.

Ausführlich wird das Thema in [4] behandelt.

Zeitdiskrete Fourier-Transformation Bei der Fourier-Reihe und der Fourier-Transformation wird davon ausgegangen, dass das Signal zeitkontinuierlich ist, also als Funktion vorliegt. Für Messdaten ist dies meist nicht der Fall. Der Zeitverlauf wird an äquidistanten Stützstellen gemessen. Das Signal liegt somit in zeit- und wertdiskreter Form vor und ist in der Regel aperiodisch. Für diese Signalart wurde die zeitdiskrete Fourier-Transformation (discret-time Fourier-transform - DTFT) für die Transformation in den Bildbereich entwickelt. Für die Gesamtsequenz ist sie definiert als

$$X(e^{i\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-i\omega n}. \quad (96)$$

Aus dieser Gleichung ist zu erkennen, dass $X(e^{i\omega})$ periodisch zu 2π sein muss, da die komplexe e-Funktion $e^{-i\omega n}$ periodisch zu 2π ist. Als Ergebnis liefert sie ein kontinuierliches, periodisches Spektrum. Unter gewissen Umständen ist dies sogar abschnittsweise als geschlossener, mathematischer Ausdruck angebar. Ein Vergleich mit der Fourier-Transformierten aus Gleichung (95) zeigt, dass die DTFT die diskrete Version der Fourier-Transformierten ist. Des Weiteren bildet sie einen Spezialfall der Z-Transformation, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll. Sie wird unter anderem in [36] und [37] behandelt.

Diskrete Fourier-Transformation Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) basiert auf einem zeitdiskreten, periodischen Signal in einem endlichen Messintervall. Dabei wird das endliche Signal $x(n)$ in $X(k)$ Spektralkoeffizienten übertragen. Für n und k gilt zunächst

$$k = n = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (97)$$

N ist dabei die Anzahl der diskreten Stützstellen. Die DFT ist dann definiert als

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{i2\pi kn}{N}}. \quad (98)$$

Sie stellt eine Artverwandte der bereits vorgestellten DTFT dar. Ihr Ergebnis ist allerdings ein Linienspektrum. Des Weiteren sind die Ausgangspunkte bezüglich der Signaleigenschaften nicht identisch.

Obwohl die DFT auf der Grundlage eines periodischen Signals arbeitet, kann sie auch auf aperiodische Signale angewendet werden. Im Gegensatz dazu ist die Bedeutung der DTFT als Transformation von aperiodischen Signalen in der Praxis sehr gering.

Wird die DFT auf ein aperiodisches Signal angewendet, treten im Frequenzbereich so genannte Nebenbänder auf, die im ursprünglichen Signal nicht vorhanden sind. Nebenbänder entstehen grundsätzlich wenn Transformationsvorschriften für periodische Signale auf aperiodische Signale angewendet werden. Die Nebenbänder bei aperiodischen Signalen können durch die Verwendung von Fensterfunktionen verringert werden. Durch die Multiplikation des Signals mit einer Fensterfunktion wird eine Gewichtung der einzelnen Werte vorgenommen. So kann eine Art Periodizität erzwungen werden. Dazu gibt es verschiedene Fensterfunktionen. Sie besitzen in der Regel in der Mitte den Wert 1 und fallen an den Rändern bis zum Wert 0 ab. Abbildung 24 zeigt einige Fensterfunktionen für eine Fensterlänge von 1024 Stützstellen.

Die wichtigsten Eigenschaften der DFT sind ebenfalls in [4] dargestellt.

Schnelle Fourier-Transformation Da der Rechenaufwand der DFT quadratisch mit der Länge des DFT-Fensters steigt [4], wurde ein Algorithmus entwickelt, der den Rechenaufwand deutlich reduziert. Dieser Algorithmus wird als schnelle Fourier-Transformation (fast Fourier-transform - FFT) bezeichnet. Es handelt sich dabei nicht um eine neue Transformation. Sie nutzt in der Regel lediglich auftretende Regelmäßigkeiten bei der Verwendung von 2^n Stützstellen. Auch für den Fall, dass die Anzahl der Stützstellen keine Zweierpotenz darstellt, gibt es eine Vielzahl von FFT-Algorithmen.

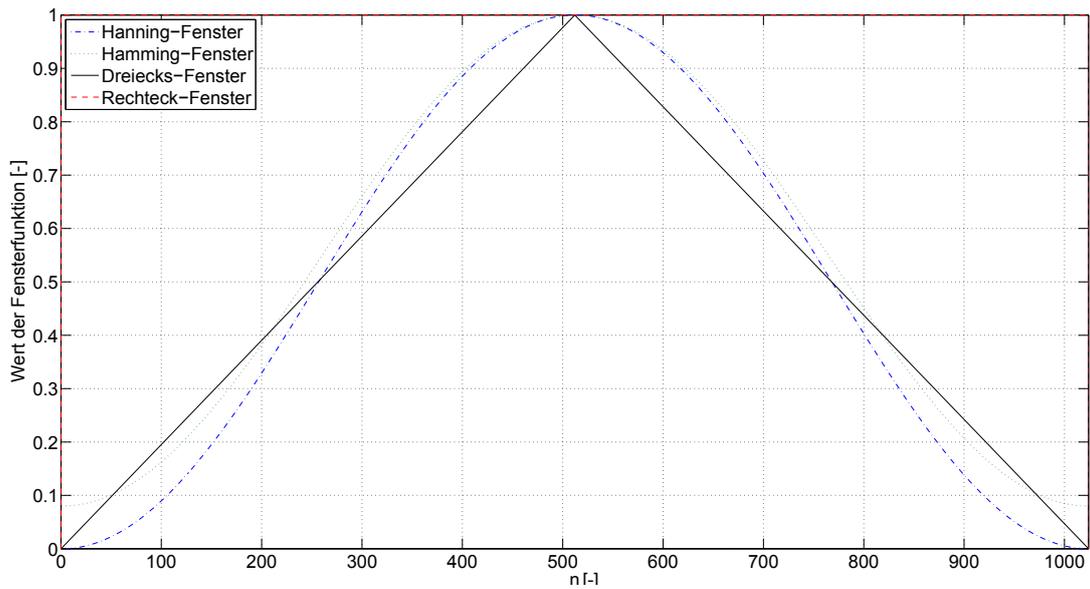


Abbildung 24: Verschiedene Fensterfunktionen zur Bewertung eines Signals

Kurzzeit-Spektralanalyse Bei den bisher vorgestellten Fourier-Analyse Methoden wird davon ausgegangen, dass es sich um ein stationäres Signal handelt. Für instationäre Signale muss eine Zeit-Frequenz-Analyse durchgeführt werden. Das Vorgehen dabei ist auf der Grundlage der vorgestellten Methoden der Fourier-Analysen für stationäre Signale für die unterschiedlichen Signalarten identisch und soll hier kurz vorgestellt werden. Die Grundidee bei der Analyse von instationären Signalen ist es, das Signal in kleine Abschnitte zu unterteilen, die dann als quasistationär angesehen werden können. Dazu wird das Signal für jeden Abschnitt mit einer entsprechenden Fensterfunktion h multipliziert (siehe Abbildung 25). Dies mindert den bereits zuvor beschriebenen Effekt der Entstehung von Nebenbändern, wie es der Fall wäre, wenn der Abschnitt einfach nur ausgeschnitten bzw. mit einem Rechteckfenster multipliziert werden würde.

Die Wahl der Fensterfunktion h , sowie der Fensterlänge N ist dabei problemspezifisch vorzunehmen. Mit der Auswertung der einzelnen Abschnitte wird der Zeitabhängigkeit des Signals Genüge geleistet. Betrachtet man ein zeitkontinuierliches Signal, erfolgt die Auswertung der einzelnen Abschnitte des Signals mit der Fourier-Transformation. Das Verfahren wird deshalb als Kurzzeit-Fourier-Transformation (short-time Fouriertransform - STFT) bezeichnet. Die einzelnen Abschnitte mittels der Multiplikation einer Fensterfunktion h ergeben sich danach aus dem Zusammenhang

$$x_h(\tau, t) = x(\tau) \cdot h(t - \tau). \quad (99)$$

Durch Einsetzen des gefensternten Abschnitts x_h aus Gleichung (99) in die Fourier-Transformation aus Gleichung (95), ergibt sich für STFT

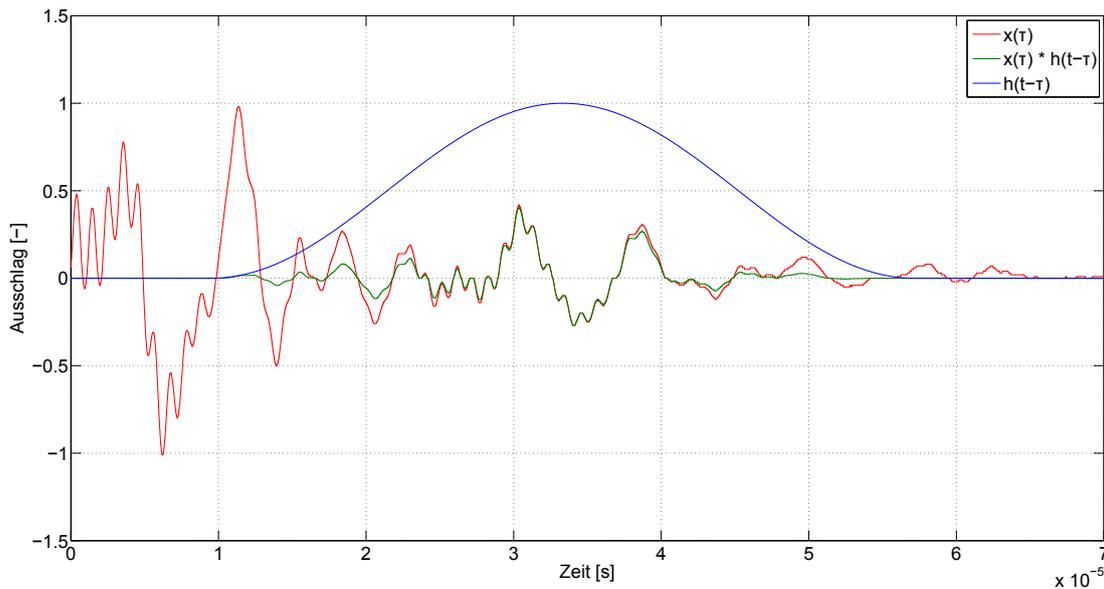


Abbildung 25: Multiplikation eines Signals mit einer Fensterfunktion für die abschnittsweise Analyse des instationären Signals mit der Frequenz-Zeit-Analyse

$$X(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (100)$$

Das Ergebnis der STFT ist nun ein Spektrum in Abhängigkeit zweier Variablen, zum einen von der Kreisfrequenz ω und zum anderen von der Position τ des Zeitfensters. Des Weiteren handelt es sich bei der gewählten Darstellung um die komplexe Form, so dass in dem Ergebnis, wie bereits bei der Fourier-Reihe vorgestellt, zwei Informationen enthalten sind, zum einen der Betrag und zum anderen die Phase. Das Ergebnis der STFT kann somit in zwei dreidimensionalen Diagrammen dargestellt werden. Diese werden auch als Spektrogramm bezeichnet.

Das Vorgehen der Frequenz-Zeit-Analyse kann analog auch auf die DFT übertragen werden. Somit können instationäre, zeitdiskrete Signale analysiert werden. Das Verfahren wird als Kurzzeit-DFT bezeichnet. Für die Auswertung diskreter Messwerte mittels der Kurzzeit-DFT ist dabei die zeitliche und frequenzielle Auflösung des Spektrums existenziell. Das erforderliche minimale Abtastintervall Δt kann aus dem in Abschnitt 4.1 eingeführte Abtasttheorem nach Shannon bestimmt werden. Es gilt

$$\Delta t = \frac{\pi}{\omega_{max}}. \quad (101)$$

Mit Hilfe dieses Abtastintervalls Δt und der gewählten Fensterlänge N lassen sich dann die Abstände der Spektrallinien in Frequenzrichtung bestimmen als

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta t}. \quad (102)$$

Unter der zeitlichen Rasterung der Spektralanalyse versteht man den maximalen zeitlichen Abstand zwischen zwei durchgeführten Analysen. Dieser zeitliche Abstand wird auch als Fortsetzungsintervall $\Delta\vartheta$ bezeichnet. Der Kehrwert ist die Fortsetzungsrate. Für das Fortsetzungsintervall $\Delta\vartheta$ gilt der Zusammenhang

$$\Delta\vartheta = \frac{\pi}{\omega_B} \quad (103)$$

Die Frequenz ω_B (vgl. [37]) ist definiert als

$$\omega_B = C \cdot \frac{2\pi}{T}, \quad (104)$$

wobei der Wert C abhängig von der verwendeten Fensterfunktion ist. Für das Rechteckfenster gilt $C = 1$, für das Hamming- und Hanning-Fenster $C = 2$. Setzt man die beiden Gleichungen (103) und (104) ineinander ein und verwendet den Zusammenhang $T = N\Delta t$, ergibt sich schlussendlich für das Fortsetzungsintervall

$$\Delta\vartheta = \frac{N}{2C} \cdot \Delta t. \quad (105)$$

Das Problem der Spektralanalyse mittels Kurzzeit-DFT ist, dass die beiden eingeführten Rasterungsgrößen $\Delta\omega$ und $\Delta\vartheta$ nicht unabhängig von einander sind. Sie sind über das Abtastintervall Δt miteinander verbunden. Setzt man die beiden Rasterungsgrößen ineinander ein, ergeben sich die Beziehungen

$$\Delta\omega \cdot \Delta\vartheta = \frac{\pi}{C} \quad (106)$$

bzw.

$$\Delta f \cdot \Delta\vartheta = \frac{1}{2C}. \quad (107)$$

Dieser Zusammenhang hat zur Folge, dass sich bei einer Verfeinerung des Rasters in eine Richtung das Raster in die andere Richtung gröber wird. Dieses Phänomen wird auch als Unschärferelation bezeichnet. Die einzige Größe mit der demnach wirklich Einfluss auf die Auswertung mittels der Kurzzeit-DFT genommen werden kann, ist die Abtastfrequenz.

Abbildung 26 zeigt beispielhaft das Betragsspektrum einer Kurzzeit-DFT.

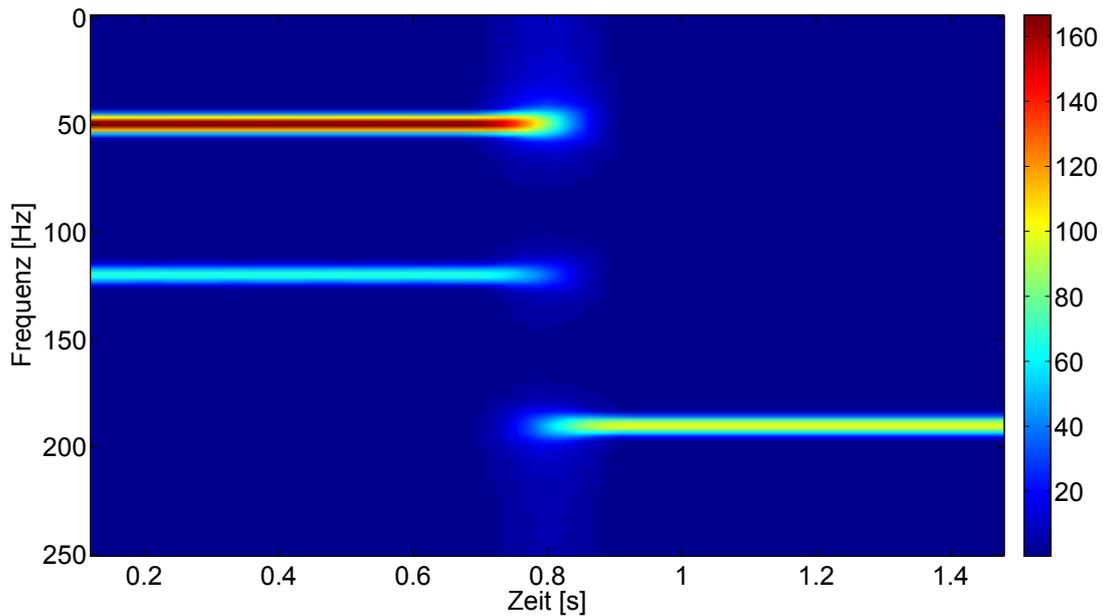


Abbildung 26: Betragsspektrogramm einer Kurzzeit-DFT

4.1.3. Wavelet-Transformation

Eine weitere Möglichkeit zur Analyse instationärer Signale ist die Wavelet-Transformation. Diese soll hier nur kurz als ein geeignetes Verfahren (vgl. [40]) zur Auswertung von Messdaten vorgestellt werden. Eine detaillierte Darstellung der Grundlagen und Anwendungen der Wavelet-Transformation ist unter anderem in [41] und [42] zu finden. Die folgenden Ausführungen basieren auf den Darstellungen in [4] und [37].

Die Wavelet-Transformation teilt sich ganz allgemein in zwei Gebiete, zum einen die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation und zum anderen die diskrete Wavelet-Transformation. Für die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformierte $W_x(b, a)$ gilt der Zusammenhang

$$W_x(b, a) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt. \quad (108)$$

Im Gegensatz zu den in Abschnitt 4.1.2 vorgestellten Fourier-Methoden zur Analyse instationärer Signale wird das Fenster nicht verschoben und modelliert, sondern mit einer Funktion $\psi(t)$ multipliziert, die verschoben und skaliert werden kann. Die Funktion $\psi(t)$ wird als Wavelet bezeichnet. Die Skalierung des Wavelets erfolgt über den Parameter a , die zeitliche Verschiebung durch den Parameter b . Die Wahl der Funktion ψ muss zwei Bedingungen erfüllen. Zunächst muss für ihre Fourier-Transformierte gelten

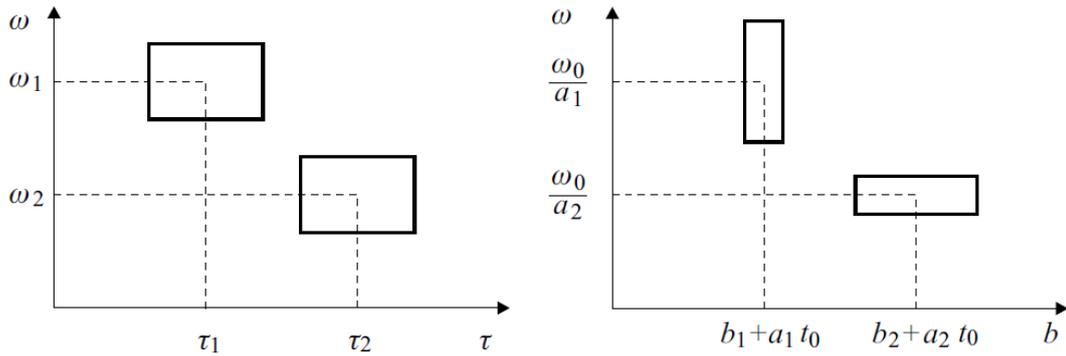


Abbildung 27: Gegenüberstellung der Rasterauflösung der Kurzzeit-Fourier-Transformation (rechts) und der Wavelet-Transformation (links) [4]

$$X_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi|^2}{|\omega|} d\omega < \infty. \quad (109)$$

Dies stellt eine hinreichende Bedingung dar. Mit

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tau) d\tau = 0 \quad (110)$$

kann die notwendige Bedingung formuliert werden. Diese Bedingung hat zur Folge, dass die Funktion ψ mindestens eine Oszillation um die Zeitachse haben muss.

Das Ergebnis der Wavelet-Transformation ist, wie bei der Kurzzeit-Spektralanalyse, von zwei Parametern abhängig. Dies ist zum einen b bzw. t , was wie zuvor bei der Kurzzeit-Spektralanalyse die aktuelle Position des Wavelets bzw. Fensters angibt. Zum anderen ist es der Skalierungsparameter a . Dies hat zur Folge, dass im Gegensatz zur Kurzzeit-Spektralanalyse das Raster der Spektrumsauflösung nicht konstant ist. Für kleine Frequenzen wird der Frequenzbereich deutlich schmaler mit schlechterer zeitlicher Auflösung. Für große Frequenzen wird die zeitliche Auflösung deutlich besser (siehe [4] und [37]). In Abbildung 27 ist die Auflösung des Rasters einer Kurzzeit-Fourier-Transformation und einer Wavelet-Transformation einmal gegenübergestellt.

Die Schwierigkeit bei der Wavelet-Transformation liegt vor allem darin, eine geeignete Wavelet-Funktion zu finden.

4.1.4. Digitale Filter

In diesem Abschnitt soll eine kurze Einführung zum Thema digitale Filter vorgenommen werden.

Generell unterscheidet man zwei Arten von Filter. Zum einen die analogen Filter, welche mittels elektronischer Bauteile realisiert werden können, und zum anderen digitale Filter, die als Programme oder Logikbausteine implementiert werden. Digitale Filter verarbeiten grundsätzlich nur wert- und zeitdiskrete Signale. Sie können als Hochpass, Tiefpass, Bandpass oder auch Bandsperre eingesetzt werden (siehe Abbildung 28).

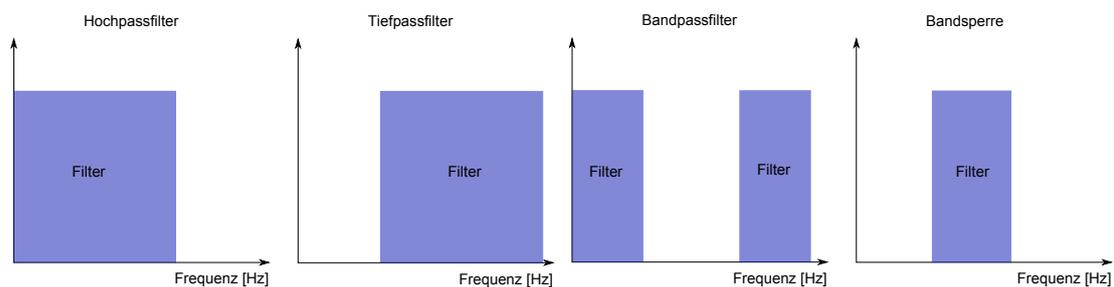


Abbildung 28: Filterarten

Digitale Filter werden durch eine Übertragungsfunktion dargestellt. Eine Übertragungsfunktion ist definiert als der Quotient aus dem Ausgangssignal zum Eingangssignal jeweils im Frequenzbereich (bzw. Bildbereich).

$$U(z) = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} = \frac{O(z)}{I(z)} \quad (111)$$

Zähler und Nenner der Übertragungsfunktion sind in der Regel Polynome. Die Koeffizienten dieser beiden Polynome werden als Filterkoeffizienten bezeichnet. Die Ordnung eines Filters wird durch den Grad der Polynome bestimmt.

$$U(z) = \frac{O_0 + O_1z^{-1} + O_2z^{-2} + O_3z^{-3}}{I_0 + I_1z^{-1} + I_2z^{-2} + I_3z^{-3}} \quad (112)$$

Die in Gleichung (112) dargestellte Übertragungsfunktion zeigt beispielhaft einen digitalen Filter 3. Ordnung mit den Filterkoeffizienten O_i und I_i . Folglich kann eine Übertragungsfunktion als ein Produkt aus dem Nenner- und Zählerpolynom aufgefasst werden. Mittels der daraus resultierenden Schreibweise

$$U(z) = U_Z(z) \cdot U_N(z) \quad (113)$$

kann eine Unterteilung der digitalen Filter anschaulich vorgenommen werden. Digitale Filter deren Übertragungsfunktion kein Nennerpolynom besitzen, werden als Filter mit endlicher Impulsantwort (finite impulse response filter - FIR-Filter) bezeichnet. Dies bedeutet, dass der i -te Wert des Ausgangssignals allein durch die 0 bis i -ten Werte des Eingangssignals bestimmt werden. FIR-Filter besitzen somit keine Rückkopplung. Daraus kann eine Haupteigenschaft von FIR-Filtern abgeleitet werden. Auf Grund der fehlenden Rückkopplung kann ein FIR-Filter keine Schwingung vollziehen und ist somit immer stabil.

Enthält die Übertragungsfunktion des digitalen Filters ein Nennerpolynom, spricht man von einem Filter mit unendlicher Impulsantwort (infinite impulse response filter - IIR-Filter). Der i -te Wert des Ausgangssignals ist in diesem Fall zusätzlich noch von den 0 bis $i - 1$ -ten Werten des Ausgangssignals abhängig. Es besteht eine Rückkopplung. Bei IIR-Filtern besteht somit die Gefahr des Schwingens. Im Gegensatz zu FIR-Filter weisen sie allerdings eine bessere Filterwirkung mit steileren Flanken auf.

4.2. Auswertung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften

4.2.1. Allgemeines Vorgehen bei der Verarbeitung der Messergebnisse

Die mit der Messkarte aufgezeichneten und über 1000 Messungen gemittelte Messsignale werden zunächst mit einem Tiefpass gefiltert. Dies wird mit einem FIR-Filter in der Software SBench6 realisiert. Der Tiefpassfilter besitzt dabei die in Tabelle 18 aufgeführten Eigenschaften.

	Aluminium	CFK-UD
Filterordnung	63	63
Fenster	Hanning	Hanning
Grenzfrequenz	16 MHz	4 MHz

Tabelle 18: Eigenschaften Tiefpassfilter

Das gefilterte Signal wird anschließend durch eine Kurzzeit-DFT in den Frequenzbereich überführt. Die Berechnung erfolgt mittels Matlab. Bei dem Export des aufgenommenen Signals gehen die in Volt gemessenen Amplituden verloren. Exportiert wird nur der interne Zähler von SBench. Durch Multiplikation der exportierten Werte mit dem Faktor

$$\frac{\text{Verwendeter Messbereich}}{\text{Auflösung} + 1} \quad (114)$$

kann das ursprüngliche Signal in Volt wieder hergestellt werden. Darauf wird hier allerdings verzichtet, so dass die angegebenen Amplituden keine Einheit besitzen.

Wie bereits erwähnt, ist in Abbildung 21 ein ungefiltertes Messsignal aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass unmittelbar nach der Anregung schon ein Signal von dem Sensor aufgezeichnet wird. Hierbei kann es sich um keine ankommenden LAMB-Wellen handeln, da die Gruppengeschwindigkeit der schnellsten Mode dafür nicht ausreicht. Vielmehr scheint es sich um einen Spannungsdurchschlag zu handeln. Bei genauerer Betrachtung der ersten Auslenkung ist deutlich das Anregungssignal mit Nachschwingverhalten zu erkennen (Abbildung 29).

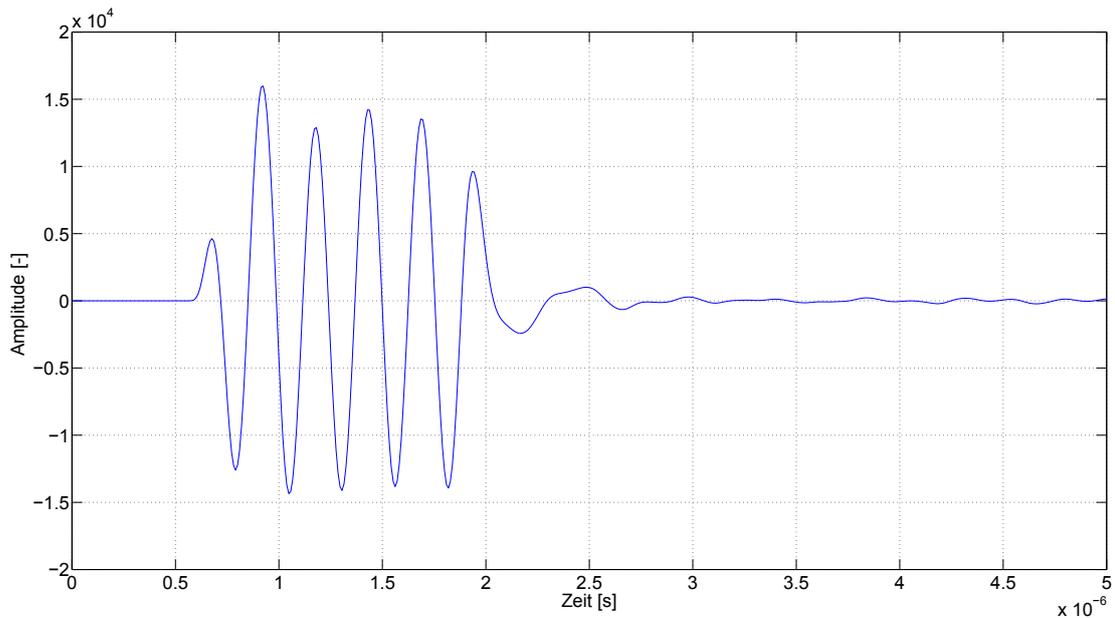


Abbildung 29: Spannungsdurchschlag am Sensor direkt nach der Anregung

Der Ausschlag hat somit keine Bedeutung für die Versuchsergebnisse und wird deshalb für die anschließende Transformation zu Null gesetzt. Abbildung 30 zeigt exemplarisch ein gefiltertes Signal mit Spannungsdurchschlag (a) und ein bereinigtes Signal ohne Spannungsdurchschlag (b).

Die Kurzzeit-DFT erfolgt auf Grundlage des bereinigten Signals. Wie unter anderem in [6] und [23] wird die Kurzzeit-DFT mit einem relativ kleinen Fenster und sehr geringer Überlappungslänge durchgeführt. In [43] konnte gezeigt werden, dass dies für die Auswertung höherharmonischer Moden bei LAMB-Wellen ein geeignetes Vorgehen darstellt. Die genauen Daten der verwendeten Fenster- und Überlappungslänge sind in Tabelle 19 aufgeführt.

Wie bereits gezeigt, ist das Ergebnis der Kurzzeit-DFT ein Linienspektrum. Für die Auswertung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften sind aber zwei spezielle Frequenzen von Bedeutung. Deshalb wird das Ergebnis für die Frequenzen der S1- und kumulativen S2-Mode linear aus den beiden Nachbarstützstellen interpoliert. Es kann so der zeitliche Verlauf der beiden zugehörigen Frequenzen aufgezeichnet werden. Bei dem Frequenzverlauf der kumulativen S2-Mode kann davon ausgegangen werden, dass

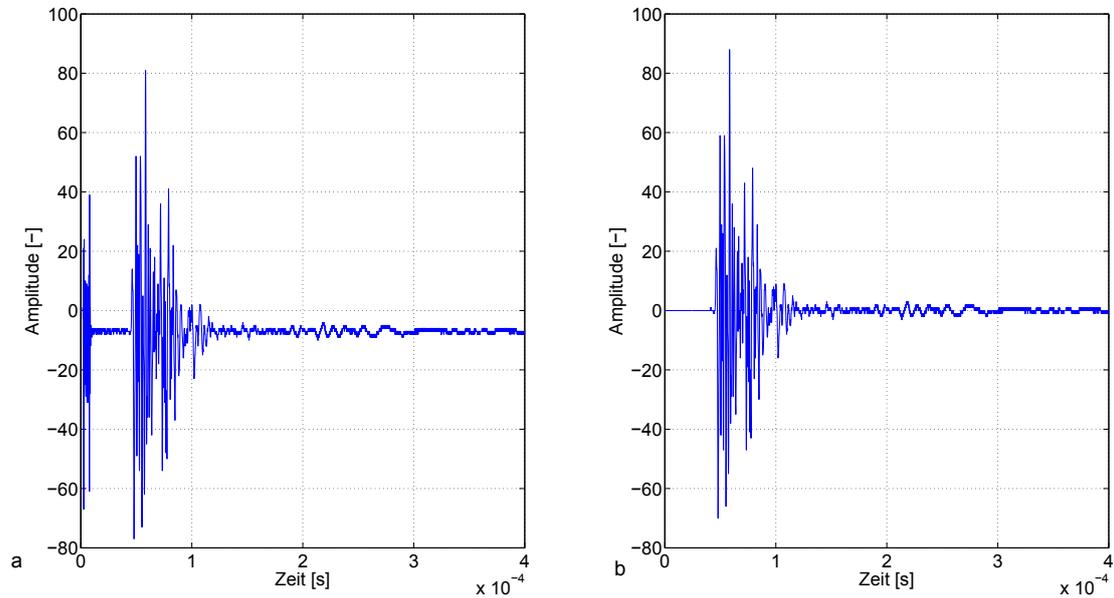


Abbildung 30: a) Original aufgezeichnetes Signal mit Spannungsdurchschlag; b) Bereinigtes Signal

	Aluminium	CFK-UD
Fenster	Hanning	Hanning
Fensterlänge	64	64
Überlappungslänge	15	15

Tabelle 19: Verwendete Fensterfunktion, Fenster- und Überlappungslänge für die Kurzzeit-DFT

diese ausschließlich Informationen dieser Mode enthält, da sie als einzige Mode in dem gesamten Wellenpaket die doppelte Anregungsfrequenz besitzt. Für den Frequenzverlauf der Anregungsfrequenz ist dies nicht der Fall. Es werden neben der S1-Mode noch weitere Moden angeregt. Diese lassen sich aus dem Dispersionsdiagramm bestimmen. so wird für Aluminium zum Beispiel neben der S1-Mode noch die S0-, S1-, A0- und A1-Mode angeregt. Alle besitzen dabei die Anregungsfrequenz, weisen allerdings eine deutlich geringere Gruppengeschwindigkeit auf. Abbildung 31 zeigt beispielhaft die unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten der einzelnen Moden für Aluminium.

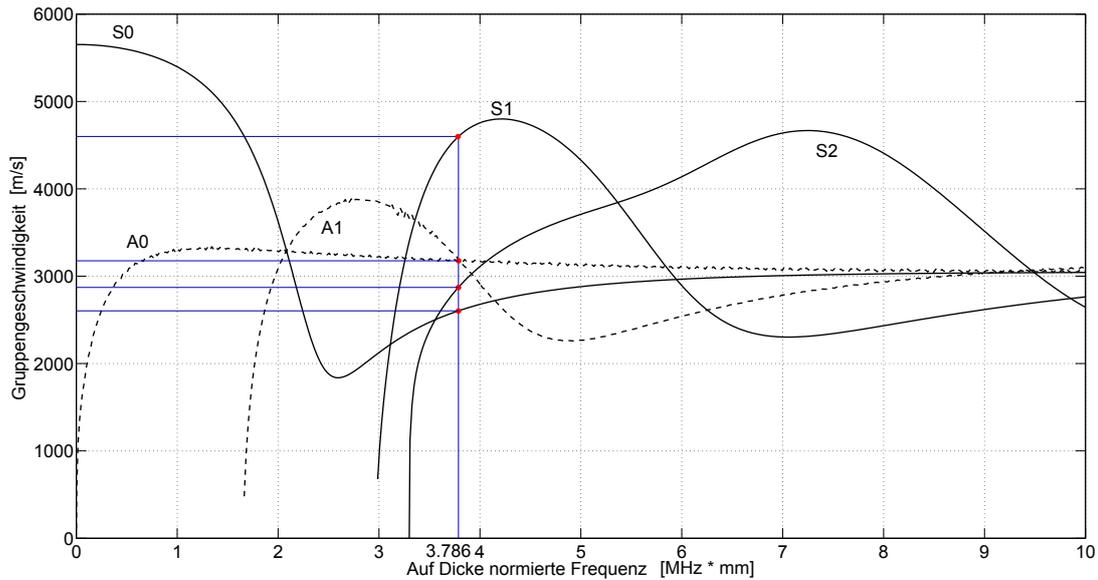


Abbildung 31: Gruppengeschwindigkeiten der einzelnen angeregten Moden für Aluminium

Auf Grund der unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten kommen die einzelnen Moden zu unterschiedlichen Zeitpunkten an dem Sensor an. Die einzelnen Wellenpakete separieren sich somit. Als erstes erreicht die S1-Mode den Sensor. Mit Hilfe der Gruppengeschwindigkeit kann dann der Ausschlag im Frequenzverlauf der Anregungsfrequenz der jeweiligen Mode zugeordnet werden. Wobei hier nur die S1-Mode von Bedeutung ist. Tabelle 20 zeigt für Aluminium und CFK die Gruppengeschwindigkeit der S1-Mode und die zugehörige Zeit, die die Mode benötigt um den Sensor zu erreichen.

Einstellung	Aluminium	CFK-UD
c_g der S1-Mode	4620 m s^{-1}	8725 m s^{-1}
Zeit bis Sensor	$73 \mu\text{s}$	$43 \mu\text{s}$

Tabelle 20: Gruppengeschwindigkeit und die benötigte Zeit der S1-Mode vom Aktor bis zum Sensor für Aluminium und CFK

Dieser zeitliche Bereich wird für die Auswertung der Amplituden zu Grunde gelegt.

Da die kumulative S2-Mode die selbe Gruppengeschwindigkeit besitzt, sollte sie dieselbe Zeit bis zum Sensor benötigen und ist somit im Frequenzverlauf der doppelten Anregungsfrequenz im selben zeitlichen Bereich zu finden.

4.2.2. Auswertung der Aluminiumproben

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Messung an den Aluminium-Proben für die nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften dargestellt. Zunächst ist in Abbildung 32 beispielhaft für die unbelastete Vergleichsprobe von einer Messung ein Zeitschnitt aus dem Betragsspektrum dargestellt. Der Zeitschnitt liegt im Zeitbereich der ankommenden S1- und kumulativen S2-Mode. Die Frequenzen der beiden Moden mit Nebenbändern sind deutlich zu erkennen. Obwohl das Ergebnis eigentlich ein Linienspektrum darstellt, ist hier eine Art kontinuierliches Spektrum aufgetragen. Dazu wurde die einzelnen Punkte linear miteinander verbunden.

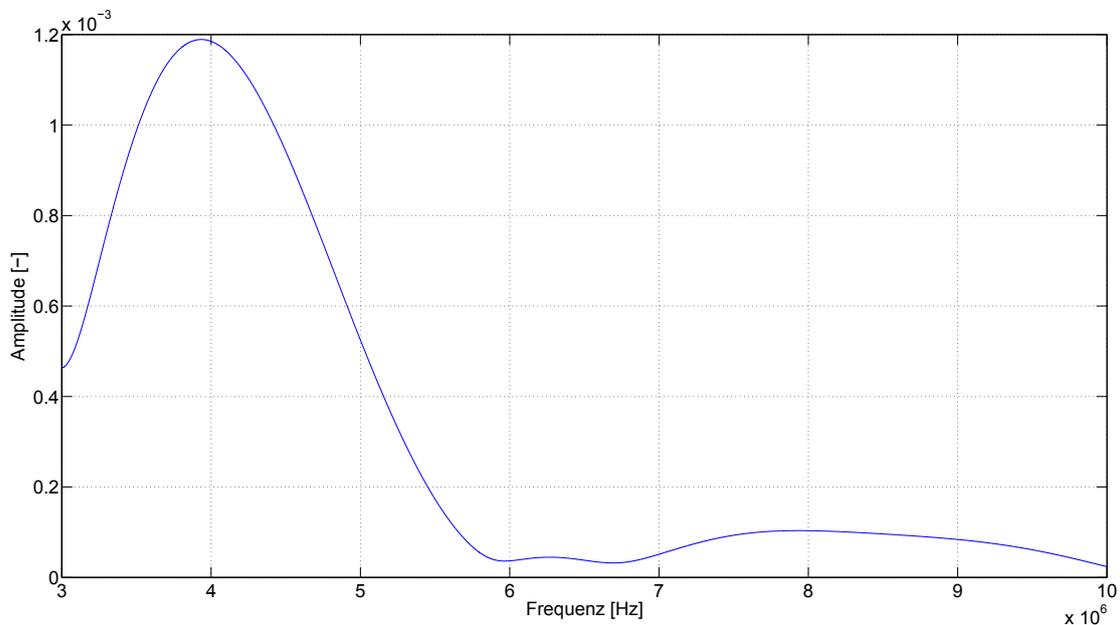


Abbildung 32: Frequenzverlauf der S1- und kumulativen S2-Mode als Ergebnis der Kurzzeit-DFT für die unbelastete Aluminium-Probe

In Tabelle 21 sind die einzelnen Ergebnisse des relativen akustischen Nichtlinearitätsparameters β' und die zu den jeweiligen Messreihen gehörigen Standardabweichungen zusammengefasst. Als relativer akustischer Nichtlinearitätsparameter β' ist der Mittelwert aus den zehn Messungen pro Probe angegeben. Die Standardabweichung spiegelt die Streuung der einzelnen Messungen je Probe wider und ist zusätzlich in Prozent angegeben. In Abbildung 33 sind die Ergebnisse noch einmal graphisch dargestellt.

Messung	Eingebrachte Schädigung	β'	Standardabweichung	
1	0 J	2.189	0.087	3.974 %
2	25.35 J	15.73	1.928	12.26 %
3	30.28 J	60.85	5.762	9.469 %

Tabelle 21: Bestimmter relativer akustischer Nichtlinearitätsparameter aus den Messungen zur Bestimmung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium

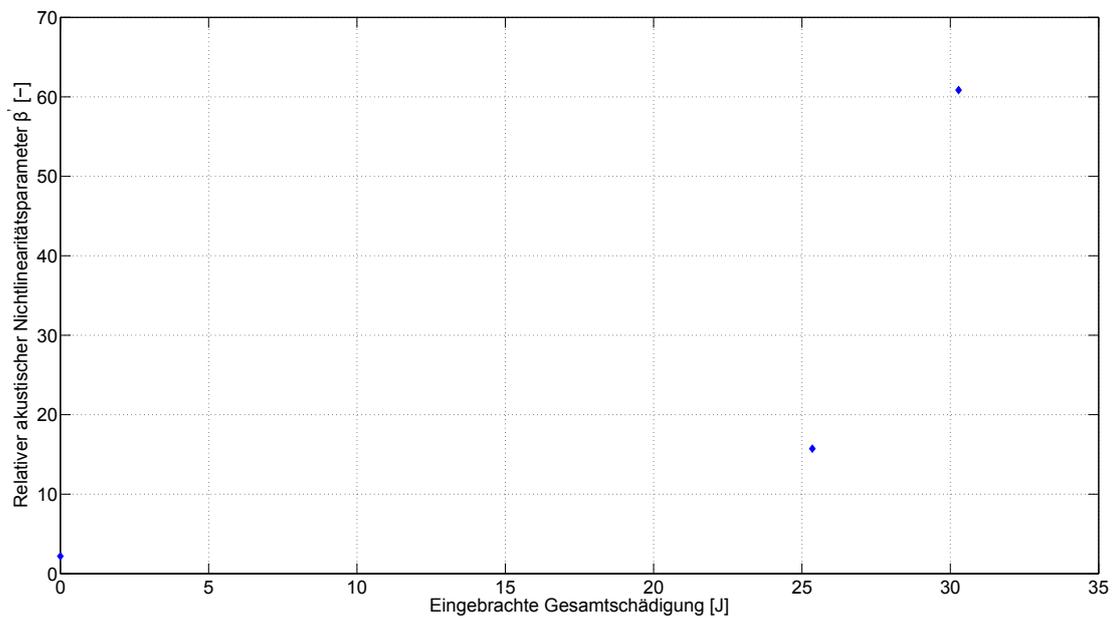


Abbildung 33: Ergebnisse der Messung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium

4.2.3. Auswertung der CFK-UD-Proben

Die Darstellung der Ergebnisse der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für die CFK-UD-Proben erfolgt analog zu der Darstellung für Aluminium in Abschnitt 4.2.2. Zunächst ist auch hier beispielhaft der Frequenzverlauf in Abbildung 34 dargestellt. In Tabelle 22 sind die bestimmten relativen akustischen Nichtlinearitätsparameter β' der einzelnen Messungen zusammen mit der eingebrachten Gesamtschädigung und der Standardabweichung aufgeführt. Graphisch ist das Ganze dann in Abbildung 35 aufgezeichnet.

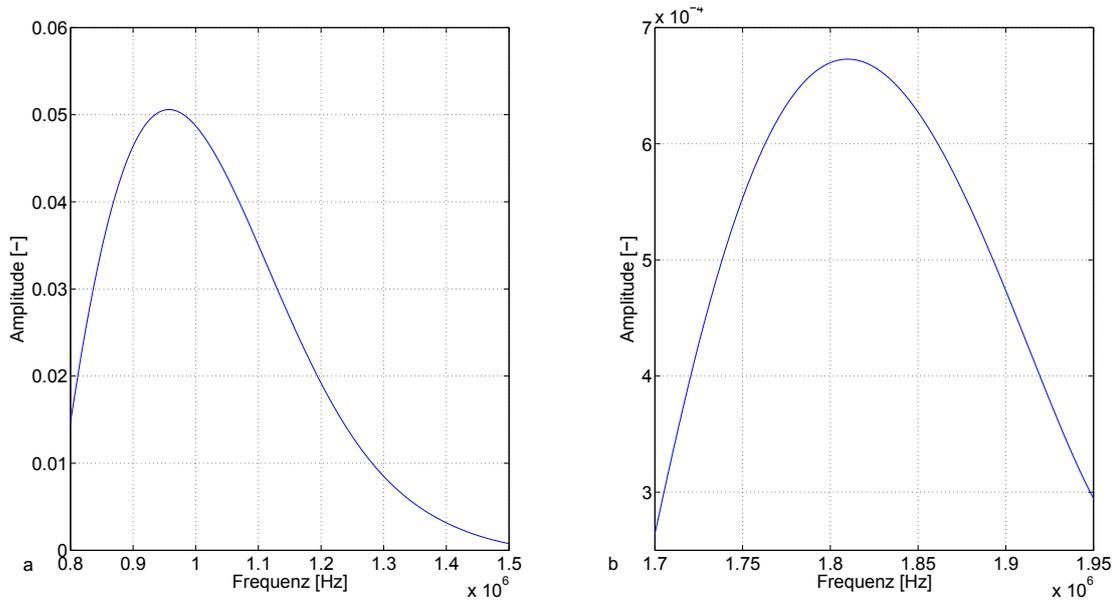


Abbildung 34: a) Frequenzverlauf als Ergebnis der Kurzzeit-DFT im Bereich der S1-Mode; b) Frequenzverlauf aus der Kurzzeit-DFT für die kumulative S2-Mode für die unbelastete CFK-UD-Probe

Messung	Eingebrachte Schädigung	β'	Standardabweichung	
1	0 J	0.034	0.001	2.941%
2	30.28 J	0.249	0.031	12.45%
3	35.37 J	0.431	0.019	4.408%
4	45.46 J	0.789	0.075	9.506%

Tabelle 22: Bestimmter relativer akustischer Nichtlinearitätsparameter aus den Messungen zur Bestimmung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für CFK

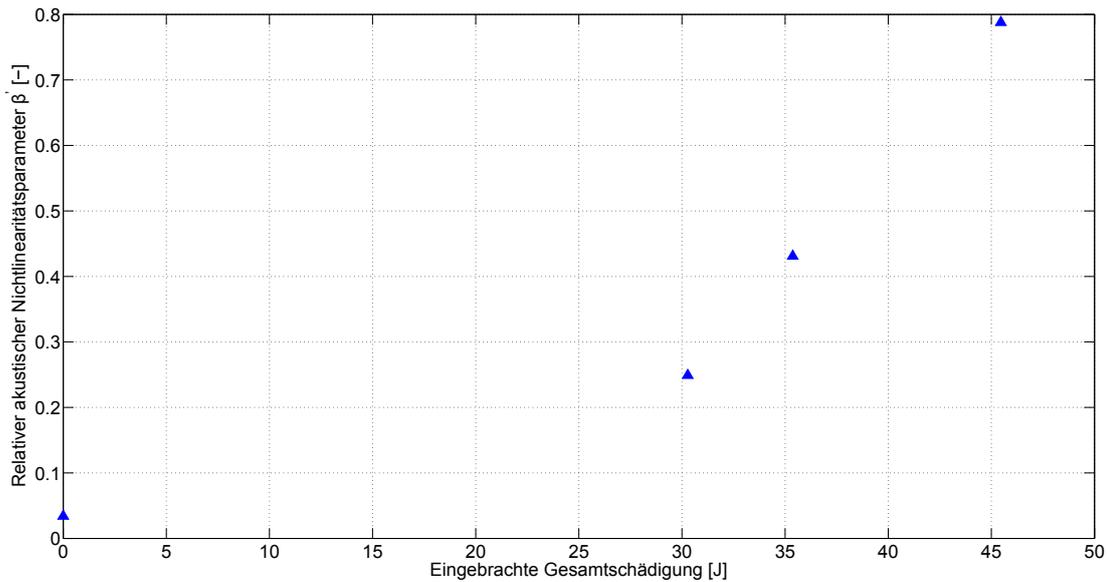


Abbildung 35: Ergebnisse der Messung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für CFK

4.3. Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften

Für die Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften wird die Gruppengeschwindigkeit der S1-Mode gemessen. Da die S1-Mode den Sensor, wie bereits gezeigt, als erstes erreicht, wird der Zeitpunkt des ersten Ausschlags gemessen und daraus die jeweilige tatsächliche Gruppengeschwindigkeit bestimmt. Der Spannungsdurchschlag wird nicht beachtet. Für die Auswertung werden die 1000-fach gemittelten und gefilterten Aufzeichnungen verwendet, die auch schon zur Auswertung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften benutzt wurden. In Tabelle 23 sind die, aus den zehn Einzelmessungen gemittelten, Gruppengeschwindigkeiten, sowie die Standardabweichung in m s^{-1} und Prozent für Aluminium zusammengefasst. Graphisch sind die Ergebnisse noch einmal in Abbildung 36 dargestellt. Für CFK sind die Ergebnisse in Tabelle 24 und Abbildung 37 zu finden.

Messung	Eingebrachte Schädigung	c_g	Standardabweichung	
1	0 J	5410 m s^{-1}	5.057 m s^{-1}	0.093%
2	25.35 J	5422 m s^{-1}	5.900 m s^{-1}	0.110%
3	30.28 J	5431 m s^{-1}	8.077 m s^{-1}	0.149%

Tabelle 23: Ergebnisse der Messung der linearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium

4. Auswertung der Messergebnisse

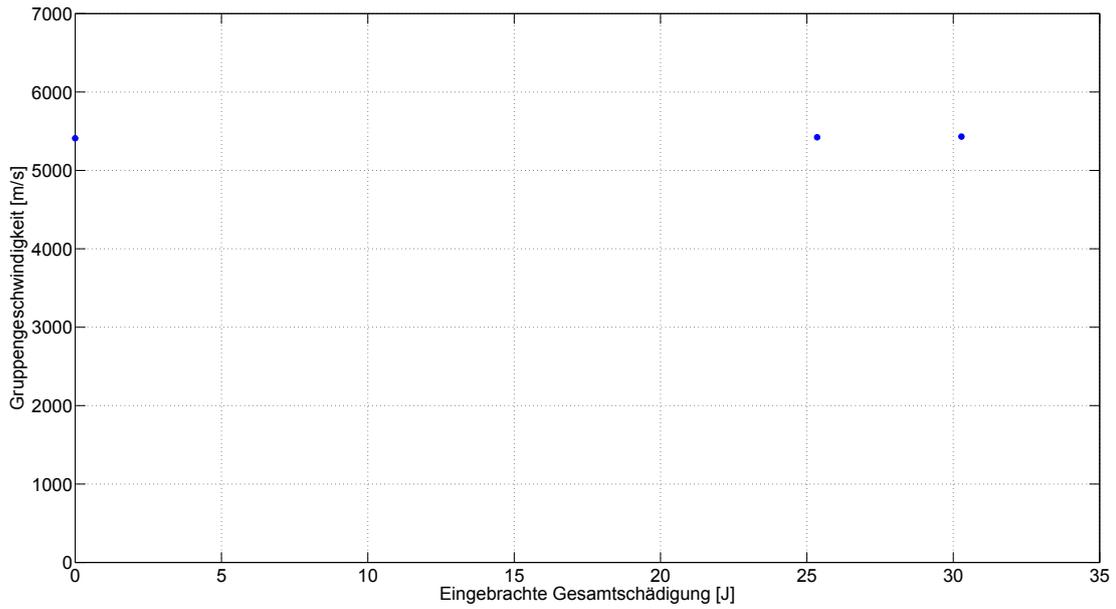


Abbildung 36: Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium

Messung	Eingebrachte Schädigung	c_g	Standardabweichung
1	0 J	8715 m s^{-1}	13.50 m s^{-1} 0.155%
2	30.28 J	8637 m s^{-1}	16.08 m s^{-1} 0.186%
3	35.37 J	8635 m s^{-1}	11.44 m s^{-1} 0.133%
4	45.46 J	8628 m s^{-1}	9.891 m s^{-1} 0.115%

Tabelle 24: Ergebnisse der Messung der linearen Ausbreitungseigenschaften für CFK

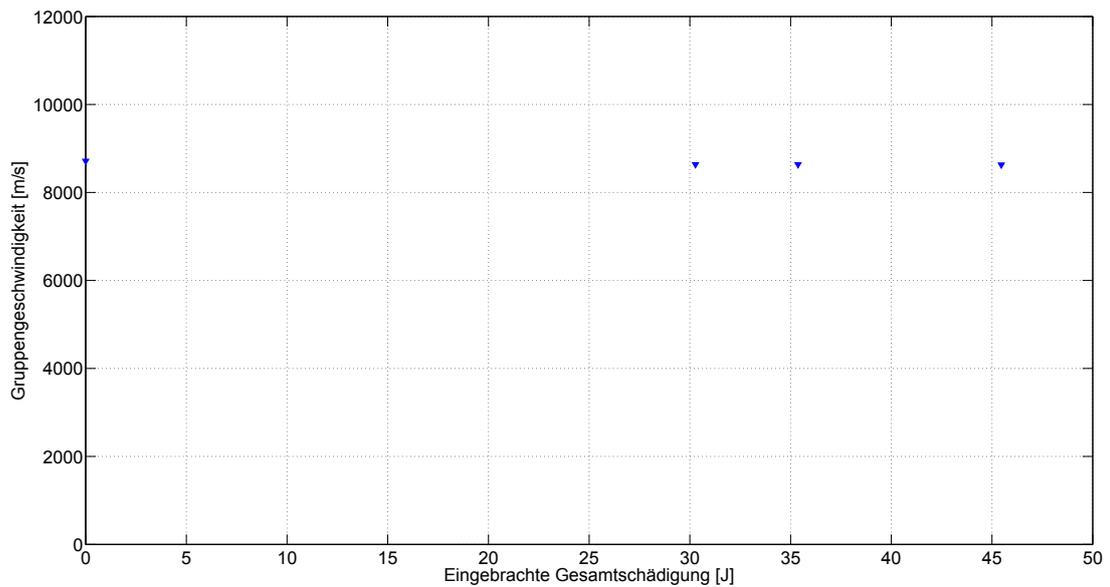


Abbildung 37: Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften für CFK

4.4. Gegenüberstellung der Messwerte

In den beiden folgenden Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 sollen die einzelnen Ergebnisse gegenübergestellt werden.

4.4.1. Vergleich der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften

In diesem Abschnitt werden für Aluminium und CFK die Ergebnisse der linearen und nichtlinearen Auswertung der Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen miteinander verglichen. Dazu werden die bestimmten Größen, der relative akustische Nichtlinearitätsparameter und die Gruppengeschwindigkeit, jeweils auf den Wert der unbelasteten Vergleichsprobe bezogen. So soll deren Entwicklung mit zunehmender Schädigung der Probe beurteilt und verglichen werden. Tabelle 25 beinhaltet die Auswertung für Aluminium. In Abbildung 38 sind die Auswertungen noch einmal graphisch dargestellt. Für CFK sind die Ergebnisse in Tabelle 26 bzw. Abbildung 39 zu finden. β'_0 und $c_{g,0}$ sind die aus den unbelasteten Proben ermittelten Ausbreitungseigenschaften.

Messung	Eingebrachte Schädigung	Nichtlineare Auswertung		lineare Auswertung	
		β'	β'/β'_0	c_g	$c_g/c_{g,0}$
1	0 J	2.189	1.000	5410 m s ⁻¹	1.000
2	25.35 J	15.73	7.186	5422 m s ⁻¹	1.002
3	30.28 J	60.85	27.80	5431 m s ⁻¹	1.004

Tabelle 25: Ergebnisse der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften bezogen auf die unbelastete Vergleichsprobe für Aluminium

Messung	Eingebrachte Schädigung	Nichtlineare Auswertung		lineare Auswertung	
		β'	β'/β'_0	c_g	$c_g/c_{g,0}$
1	0 J	0.034	1.000	8715 m s ⁻¹	1.000
2	30.28 J	0.249	7.328	8637 m s ⁻¹	0.991
3	35.37 J	0.431	12.70	8635 m s ⁻¹	0.991
4	45.46 J	0.789	23.20	8628 m s ⁻¹	0.990

Tabelle 26: Ergebnisse der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften bezogen auf die unbelastete Vergleichsprobe für CFK

Es ist zu erkennen, dass die Auswirkungen der Schädigungen auf die Gruppengeschwindigkeit als lineare Ausbreitungseigenschaft sehr gering ist.

4. Auswertung der Messergebnisse

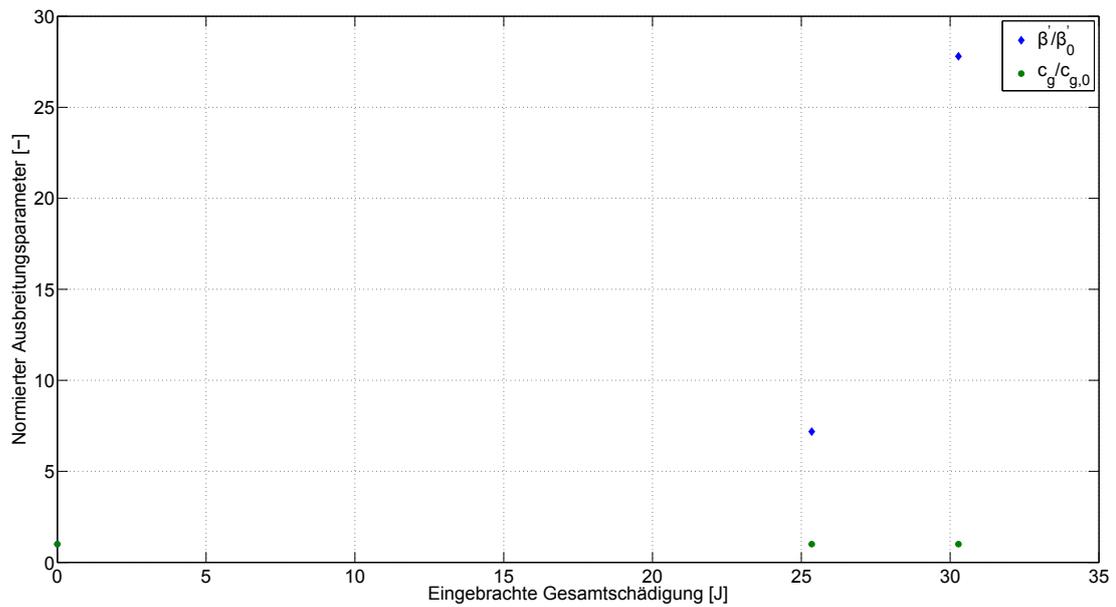


Abbildung 38: Vergleich der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für Aluminium

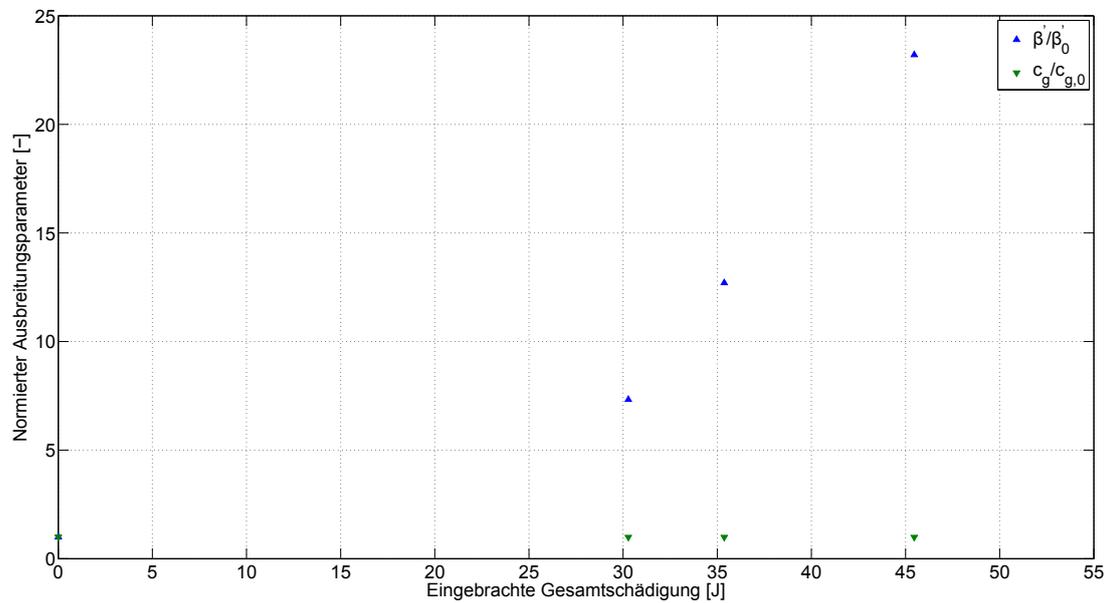


Abbildung 39: Vergleich der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften für CFK-UD

4.4.2. Vergleich der Aluminium- und CFK-UD-Proben

Abschließend befasst sich dieser Abschnitt mit der Gegenüberstellung der Entwicklungen der Parameter für die beiden unterschiedlichen Werkstoffe. Dazu sind in Abbildung 40 die auf die Ausgangsgrößen bezogenen linearen und nichtlinearen Auswertung sowohl von Aluminium als auch von CFK dargestellt.

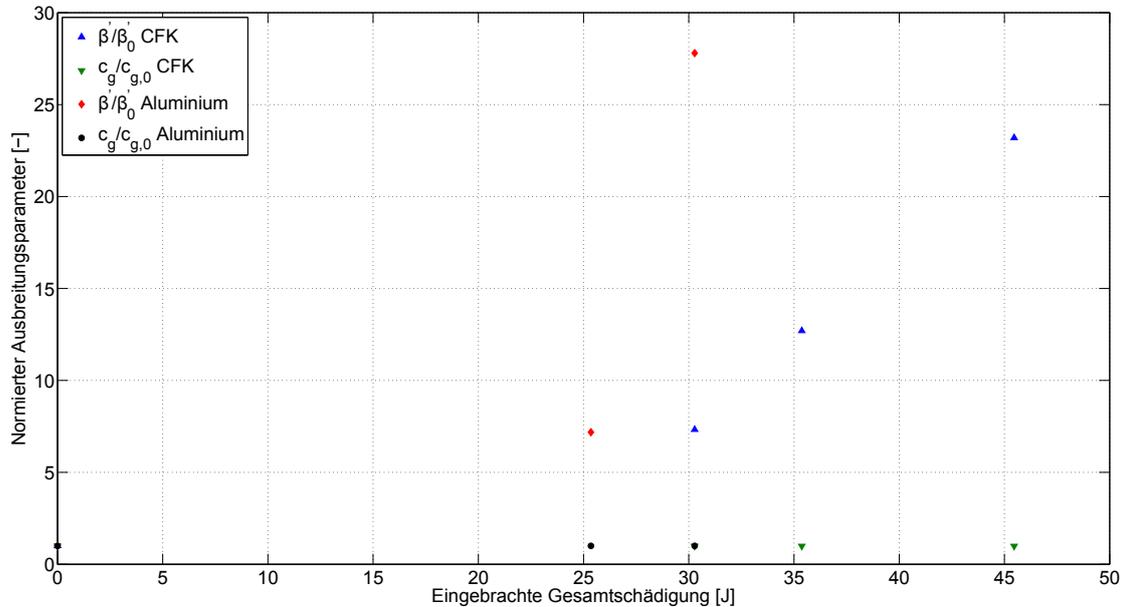


Abbildung 40: Vergleich der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von Aluminium und CFK

Sowohl für Aluminium als auch für CFK sind deutliche Unterschiede bei der Auswertung der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften zu erkennen.

5. Diskussion der Ergebnisse

Die Auswertung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften zeigt für beide Materialien signifikante Anstiege des relativen akustischen Nichtlinearitätsparameter β' mit zunehmender Schädigung der Struktur (vgl. Abbildung 33 und 35). Dieser Anstieg kann nicht allein durch Messfehler erklärt werden, da die Standardabweichung jeweils deutlich geringer ist als der Zuwachs von β' . Er kann somit auf die in die Proben eingebrachte Schädigung zurückgeführt werden (vgl. Tabelle 21 und 22). In den Abbildungen 41a) und b) sind die in die Proben eingebrachten Schädigungen für Aluminium bzw. CFK mit bloßem Auge deutlich zu erkennen. Die Mikroskopaufnahmen in Abbildung 42 zeigt ferner die mikrostrukturellen Schäden in der CFK-UD-Probe.

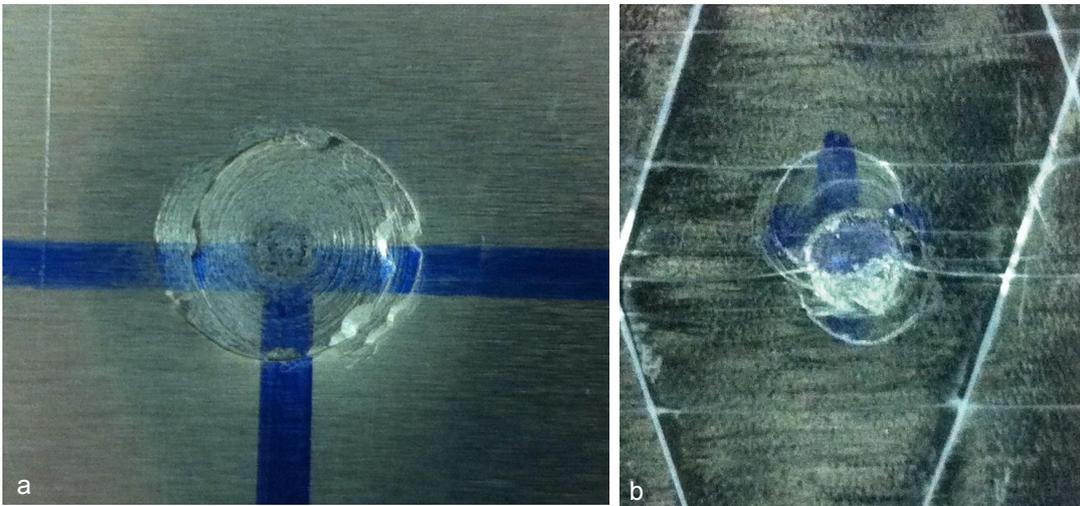


Abbildung 41: a) Schädigung in der Aluminium-Probe; b) Schädigung in der CFK-UD-Probe

Es kann festgestellt werden, dass die Werte der Aluminium- und CFK-UD-Proben einer größeren Schwankung unterliegen. Betrachtet man hierzu die Abbildungen 43 und 44 ist deutlich zu erkennen, dass vor allem die Amplituden der S2-Mode für die Aluminium- und CFK-UD-Proben zum Teil sehr gering und vom Rauschen nur schwer zu unterscheiden sind. Mögliche äußere Störfaktoren können so einen großen Einfluss auf die Messung haben. Diese Störfaktoren sind dabei entweder mechanischer oder elektrischer Natur. Zu den möglichen mechanischen Störfaktoren gehören thermische und hydrostatische Einflüsse, sowie zusätzliche mechanische Anregungen der Proben. Thermische und hydrostatische Einflüsse können ausgeschlossen werden. Während der Versuchszeit haben sich weder die Raumtemperatur noch die Luftfeuchtigkeit signifikant geändert. Zudem ist der Versuchsaufbau durch den Faraday'schen Käfig vor diesen Einflüssen geschützt. Eine zusätzliche mechanische Anregung müsste im Bereich der gemessenen Frequenzen liegen, um einen Einfluss auf die Messung zu haben. Dies kann ebenfalls ausgeschlossen werden. Zunächst befindet sich der gesamte Versuchsaufbau auf einer im Boden eingelassenen Versuchsebene. Es müsste demnach das

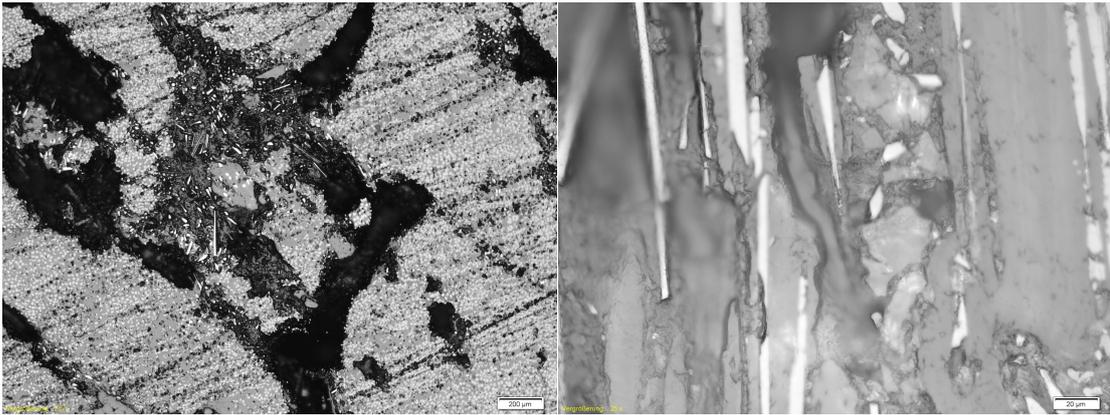


Abbildung 42: Schliffbild des Querschnitts des Impactschadens der beschädigten CFK-UD-Probe

gesamte Podest in eine Schwingung versetzt werden. Des Weiteren liegt die Probe, zur Erfüllung der Spannungsrandbedingungen, auf einer Noppenschaumstoffplatte, die eine mögliche Anregung deutlich dämpfen würde. Zu den elektrischen Störgrößen gehören ebenfalls thermische Einflüsse sowie Strom- und Spannungsschwankungen des Versorgungsnetzes. Thermische Einflüsse können auch hier ausgeschlossen werden. Durch Messungen konnte beobachtet werden, dass sich der Aktor während der Versuchszeit nicht erwärmt. Als wahrscheinlich kann allerdings angesehen werden, dass es deutliche Strom- und Spannungsschwankungen des Versorgungsnetzes während der Versuchsdurchführung gibt. An das Versorgungsnetz sind unter anderem auch Schweißgeräte, CNC-Fräsen und Lastaufzüge angeschlossen, die nur zeitweise in Betrieb sind. Da diese sehr viel Energie während des Betriebs benötigen, kann es zu deutlichen Strom- und Spannungsschwankungen des Versorgungsnetzes kommen, je nachdem welche Geräte gerade in Betrieb sind oder nicht.

Bei der Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften ist für Aluminium nur ein sehr geringer Anstieg der Gruppengeschwindigkeit c_g zu erkennen, der nicht ausschließlich durch einen Messfehler erklärt werden kann (vgl. Abbildung 36). Die Standardabweichung ist mit einem Wert um 0.1% sehr gering und deckt einen Großteil des Anstieges ab (vgl. Tabelle 23). Allerdings ist ein deutlicher Unterschied zu der aus dem Dispersionsdiagramm bestimmten Gruppengeschwindigkeit c_g zu erkennen. Die gemessene Geschwindigkeit liegt knapp 800 ms^{-1} über der theoretischen Geschwindigkeit. Dies kann verschiedenen Ursachen haben. Betrachtet man dazu Abbildung 45a) ist zunächst ein leichter Drift der Frequenz der S1-Mode für Aluminium zu erkennen. Es scheint demnach nicht genau die geforderte Frequenz angeregt zu werden, obwohl ein entsprechendes Signal verwendet wird. Dies kann mehrere Ursachen haben. Die Anregung erfolgt mit einem Signal bestehend aus fünf Sinuswellen der geforderten Frequenz mit einem Triggerintervall von 2.5 ms. Durch diese Art der Anregung entstehen grundsätzlich Nebenbänder, die das Ergebnis etwas verfälschen können. Zusätzlich wird das

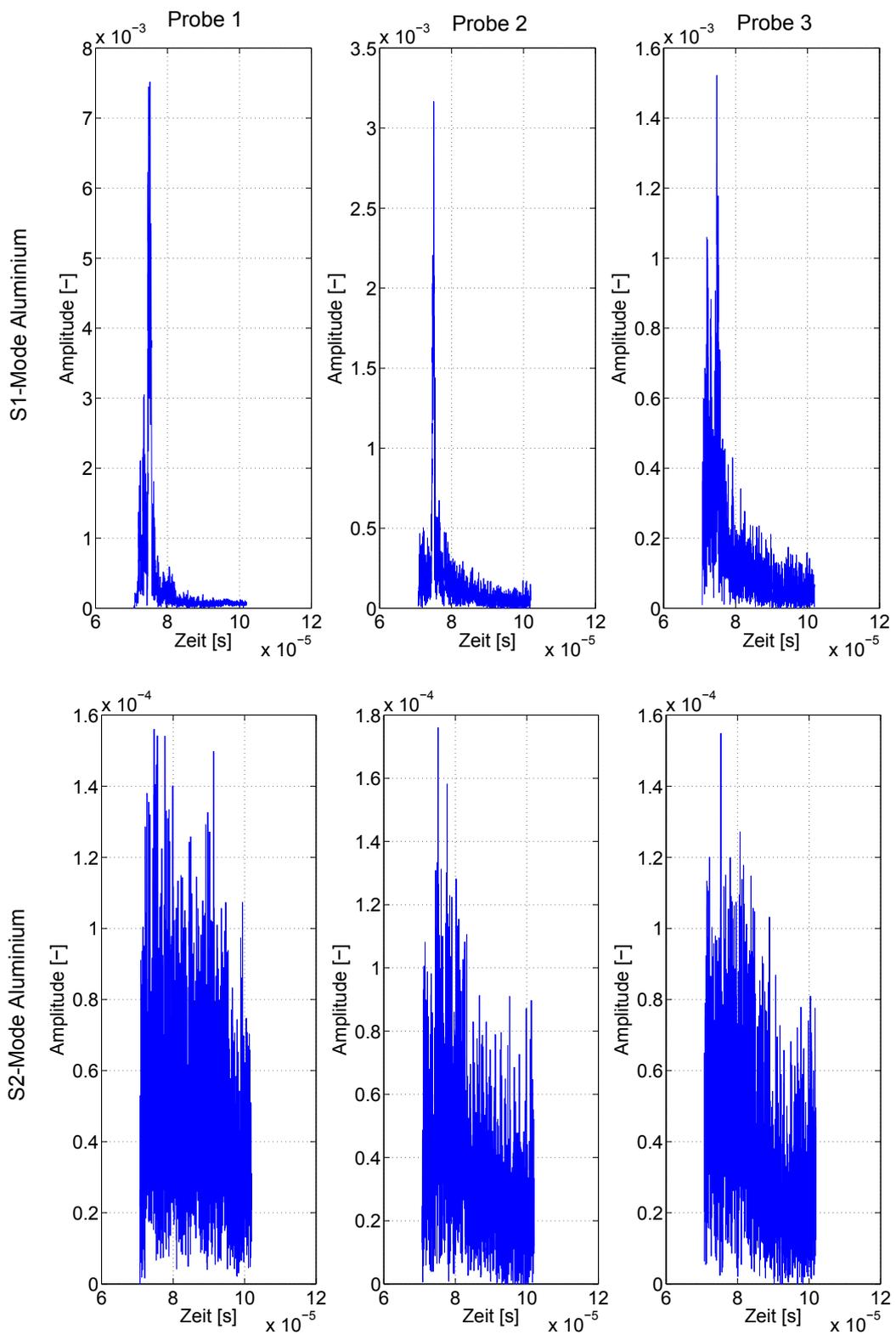


Abbildung 43: Amplitudenverläufe der S1- und S2-Mode der einzelnen Proben aus Aluminium

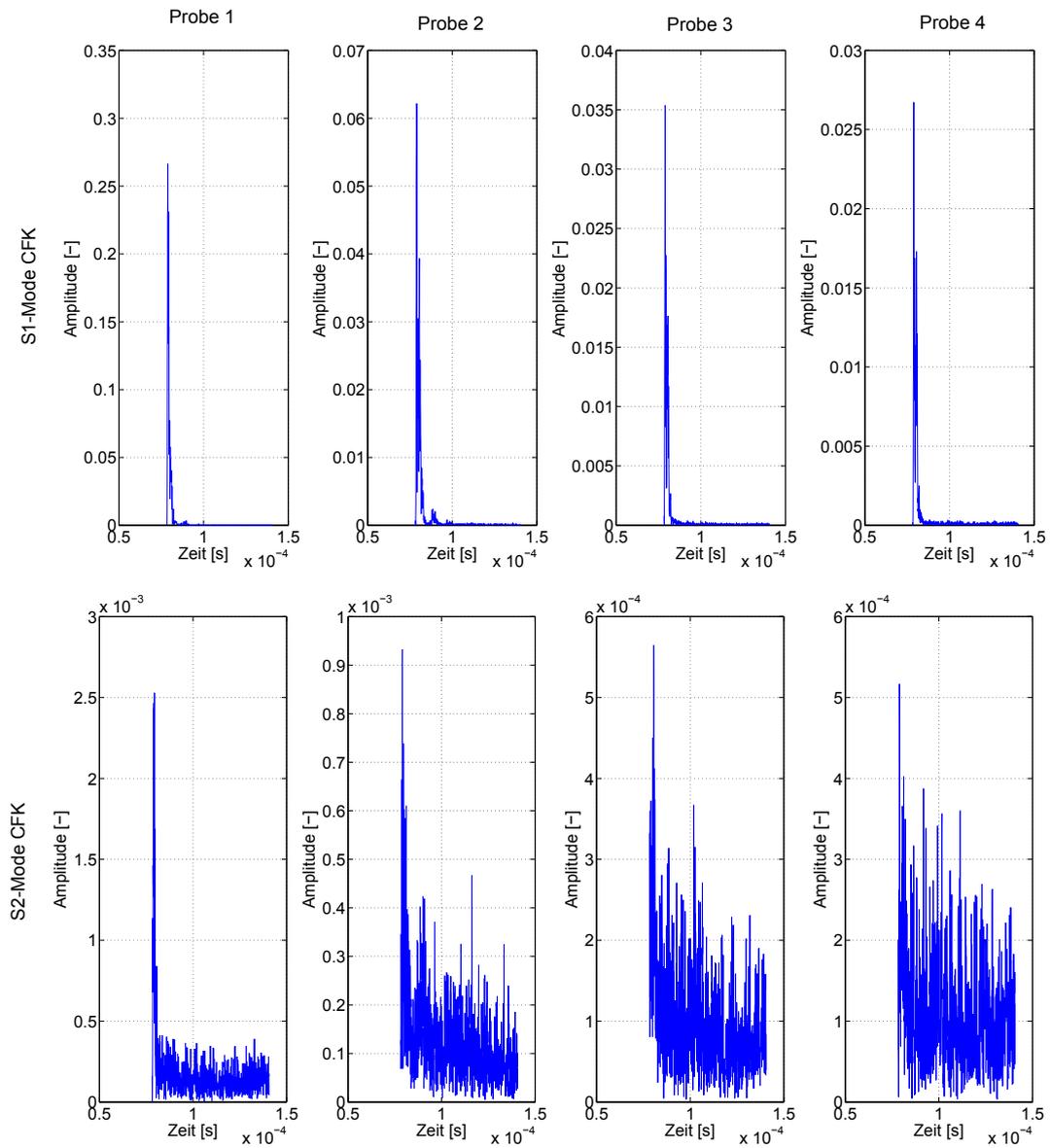


Abbildung 44: Amplitudenverläufe der S1- und S2-Mode der einzelnen Proben aus CFK

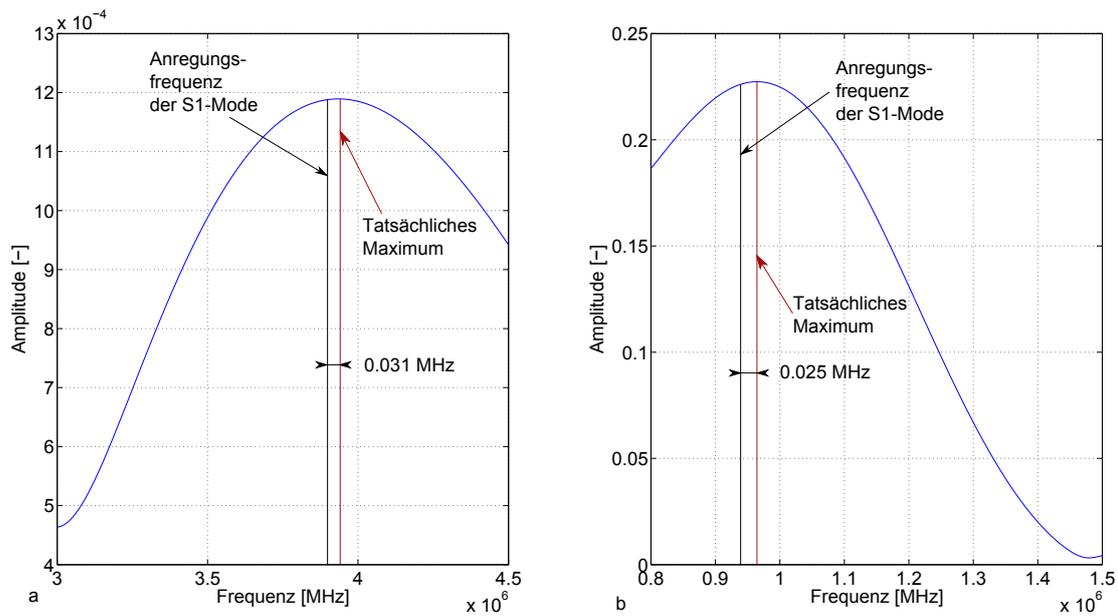


Abbildung 45: Frequenzverlauf der S1-Mode für a) die unbelastete Aluminium-Probe und b) für die unbelastete CFK-UD-Probe

Signal über einen Verstärker an den Piezo weitergeben. Dieser kann ebenfalls zu Veränderungen des Anregungssignals führen. Dies ist in Abbildung 46a) deutlich zu erkennen. Das Signal weist eine deutlich geringere Amplitude auf, als die zu erwartenden 10 V. Des Weiteren kann Tabelle 27 entnommen werden, dass die Anregung in einem Beobachtungszeitraum vom 1000 Messungen deutlichen Schwankungen unterliegt und die im Mittel erreichte Frequenz von 3.706 MHz rund 0.2 MHz unter der theoretisch bestimmten und von dem Funktionsgenerator erzeugten Frequenz von 3.903 MHz liegt. Der Grund dafür ist, dass die Anregungsfrequenz für Aluminium weit über dem eigentlichen Einsatzbereich des Verstärkers von bis zu 1 MHz liegt. Dies sollte die Hauptursache der sehr großen Abweichung der gemessenen Gruppengeschwindigkeit sein. Des Weiteren wurde in der theoretischen Herleitung Dämpfung nicht mit berücksichtigt. Diese dürften aber ebenfalls, wenn auch nur einen sehr geringen, Einfluss auf die Gruppengeschwindigkeit haben.

Bei CFK ist ein Unterschied der Gruppengeschwindigkeit nur zwischen der unbeschädigten Vergleichsprobe und allen anderen Probe festzustellen. Die einzelnen geschädigten Proben unterscheiden sich kaum von einander. Des Weiteren kann dieser Unterschied zwischen den Proben zwei bis vier durch die Standardabweichung abgedeckt werden, so dass ein Zusammenhang mit der Schädigung nicht mit Sicherheit festgestellt werden kann. Allein der Rückgang von der unbelasteten Probe zu den geschädigten Proben scheint auf die Schädigung zurückführbar zu sein. Des Weiteren stimmen die für die unbelastete Vergleichsprobe gemessene und die theoretisch bestimmte Gruppengeschwindigkeit gut überein. Im Gegensatz zu Aluminium liegt die Anregungsfrequenz

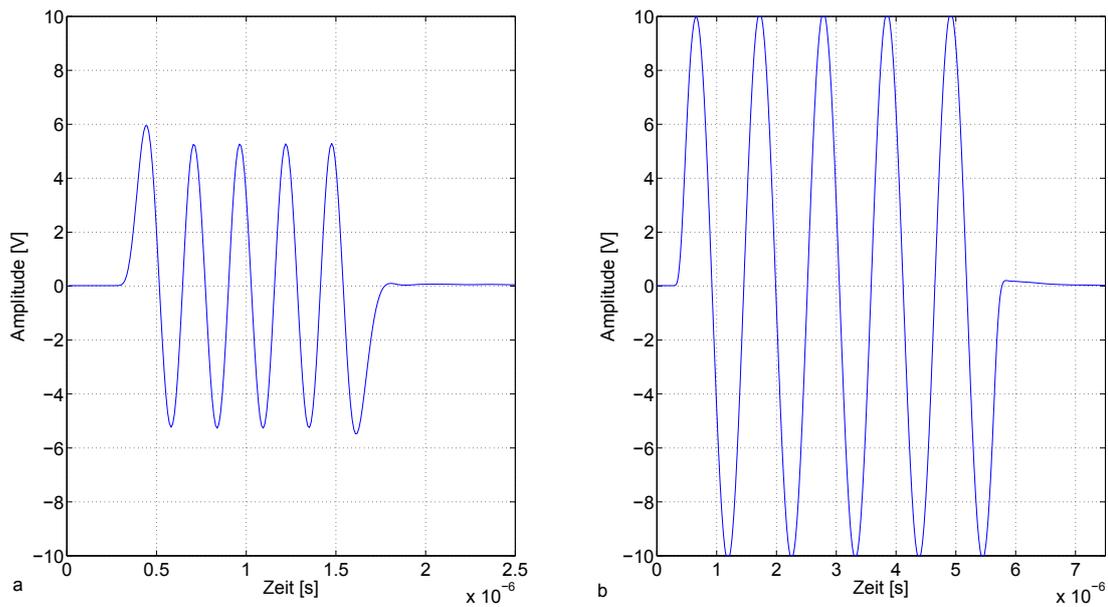


Abbildung 46: Aufzeichnung des Anregungssignals vom Verstärker gemittelt über 1000 Anregungen a) für Aluminium und b) für CFK

	Aluminium	CFK
Mittlere Frequenz	3.706 MHz	938.5 kHz
Maximale Frequenz	3.905 MHz	939.0 kHz
Minimale Frequenz	3.110 MHz	937.4 kHz
Theoretische Frequenz	3.903 MHz	939.0 kHz

Tabelle 27: Bereich der Anregungsfrequenz in einem Beobachtungsfenster von 1000 Messung sowie die theoretisch bestimmte und vom Funktionsgenerator erzeugte Anregungsfrequenz für Aluminium und CFK

im Bereich des Auslegungsgebietes des Verstärkers. Die Unterschiede zu Aluminium sind deutlich in Abbildung 46b) zu erkennen.

Die kleinen Unterschiede zwischen der Gruppengeschwindigkeit der unbelasteten Vergleichsprobe und dem theoretisch ermittelten Wert kann zunächst durch die Standardabweichung erklärt werden. Allerdings gibt es auch noch verschiedene Einflussfaktoren, die die tatsächliche Gruppengeschwindigkeit beeinflussen können. Zunächst kann auch hier eine leichte Verschiebung der Frequenz in Abbildung 45b) erkannt werden. Die im Mittel erzeugte Frequenz weist ebenfalls eine Abweichung von dem theoretischen Wert auf. Diese ist aber im Vergleich zu Aluminium deutlich geringer. Statt der aus dem Dispersionsdiagramm bestimmten Frequenz von 939.0 kHz wird in einem Beobachtungszeitraum von 1000 Messungen im Mittel eine Frequenz von 938.5 kHz erreicht. Die Amplitude erreicht die erwarteten 10 V. Darüber hinaus weist CFK ein deutlich stärkeres Dämpfungsverhalten als Aluminium auf, so dass dieser Effekt nicht zuletzt

wegen der dickeren Proben eine deutlich stärkere Auswirkung haben dürfte als bei Aluminium. Neben diesen, ebenfalls für Aluminium gültigen Ursachen, gibt es noch weitere mögliche Fehlerquellen. Für die Berechnung der Dispersionsdiagramme wurde eine Faserorientierung von 0° zu Grunde gelegt. Dies ist zwar eine gute Näherung, aber schon die Fäden, die zur Sicherung der Fasern dienen, führen dazu, dass die Faserorientierung nicht exakt 0° entspricht (siehe Abbildung 47). Auch fertigungsbedingte Abweichungen der Faserorientierung haben dies zur Folge. Es kann demnach davon ausgegangen werden, dass nur näherungsweise von einer 0° -Faserorientierung ausgegangen werden kann. Des Weiteren sind die zu Grunde gelegten Materialparameter experimentell bestimmt und somit fehlerbehaftet.

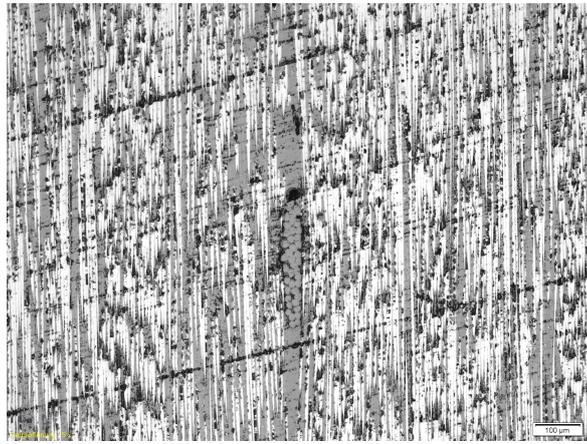


Abbildung 47: Vernähung der Fasern in einer UD-Schicht

Der Vergleich der linearen und nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften zeigt für Aluminium und CFK qualitativ dieselben Ergebnisse. Für beide Materialien sind die Auswirkungen der Schädigungen auf die Gruppengeschwindigkeit sehr gering. Für Aluminium kann nicht eindeutig nachgewiesen werden, ob die Veränderung der Gruppengeschwindigkeit tatsächlich auf die Schädigung der Proben zurückzuführen ist. Die Schädigung sollte eigentlich eine Verringerung der Gruppengeschwindigkeit zur Folge haben. Hier kommt es zu einem sehr geringen Anstieg der Gruppengeschwindigkeit. Dies ist ein weiteres Indiz für eine mögliche andere Ursache der Differenzen. Die nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften sind hingegen für beide Materialien empfindlich gegenüber der eingebrachten Schädigung. Bei beiden Materialien kommt es zu einem signifikanten Anstieg des relativen akustischen Nichtlinearitätsparameters (vgl. Abbildung 38 bis 40 bzw. Tabelle 25 und 26).

6. Zusammenfassung und Ausblick

6.1. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden lineare und nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen an Proben aus unterschiedlichen Materialien und mit verschiedenen eingebrachten Schädigungen untersucht. Als lineare Ausbreitungseigenschaft wird die Gruppengeschwindigkeit der S1-Mode gemessen, für die Untersuchungen der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften der relative akustische Nichtlinearitätsparameter analysiert. Dazu werden drei Aluminium- und vier CFK-UD-Proben untersucht. Jeweils eine der Proben dient als unbelastete Vergleichsprobe. In die anderen Proben werden mittels eines Fallgewichts unterschiedliche Impactschädigungen eingebracht. Als Ausgangspunkt der Anregung dient eine für die jeweiligen Werkstoffe zuvor bestimmte Frequenz. Diese Frequenz erfüllt gewisse Kriterien, so dass kumulative höherharmonische Moden entstehen können. Dazu müssen die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der fundamental angeregten Mode und der entstehenden höherharmonischen Mode identisch sein. Außerdem muss sichergestellt werden, dass ein Kraftfluss zwischen den beiden Moden existiert. Diese Bedingungen werden für das S1-S2-Modenpaar erfüllt. Für die Untersuchungen werden die S1-Mode über einen Piezo-Aktor angeregt, über einen Piezo-Sensor wird das Signal in einem Abstand von 40 cm vom Aktor wieder aufgenommen und mittels einer Messkarte aufgezeichnet. Für eine Messung wird das Signal über 1000 Anregungen gemittelt und anschließend mit einem Tiefpass gefiltert. Für jede Probe wird der Versuch zehnmal wiederholt.

Für die Auswertung der linearen Ausbreitungseigenschaften ist keine Transformation in den Frequenzbereich notwendig, da allein der Zeitpunkt der Ankunft der S1-Mode am Sensor von Bedeutung ist. Für die Auswertung der nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften müssen die Amplituden der S1- und kumulativen S2-Mode bestimmt werden. Für die Transformation in den Frequenzbereich wird die Kurzzeit-DFT mit einer vergleichsweise kleinen Fenster- und Überlappungslänge verwendet und die Amplitude der gesuchten Frequenz aus den beiden benachbarten Stützstellen linear interpoliert.

Es kann gezeigt werden, dass es einen signifikanten Zusammenhang zwischen deutlich sichtbaren Schädigungen des Materials und dem relativen akustischen Nichtlinearitätsparameters β' bei Aluminium und unidirektionalem CFK gibt. Im Gegensatz dazu weist die Gruppengeschwindigkeit als lineare Ausbreitungseigenschaft von LAMB-Wellen nur eine sehr geringfügige Änderung auf. Für Aluminium kann nicht eindeutig gezeigt werden, ob diese Veränderung durch die Schädigung der Struktur zustande kommt, oder ob diese auf Messfehler zurückzuführen ist.

Generell lässt sich sagen, dass die Analyse von höherharmonischen Moden bei LAMB-Wellen geeignet ist, Schädigungen in Materialien zu detektieren. Die Untersuchung der Gruppengeschwindigkeit scheint zumindest begrenzt für CFK eine Möglichkeit der Schadensdetektion darzustellen. Für Aluminium hingegen ist eine Schadensdetektion auf diese Weise kaum möglich. Damit können die bisher unter anderem in [23] gezeigten Ergebnisse der deutlich höheren Sensitivität von nichtlinearen Ausbreitungseigenschaften von LAMB-Wellen auf Schädigungen gegenüber linearen Ausbreitungseigenschaften

ten, auch für unidirektionales CFK bestätigt werden.

6.2. Ausblick

Auf der Grundlage der vorliegenden Arbeit ergeben sich eine Vielzahl weiterer Fragestellungen.

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, dass der relative akustische Nichtlinearitätsparameter im Gegensatz zu der Gruppengeschwindigkeit sensibler auf deutliche Schädigungen reagiert. Die Anwendung dieser Methode ist aber vor allem für äußerlich nicht bzw. kaum sichtbare Schädigungen, wie Faser- bzw. Matrixrisse und Delaminationen, von Faserverbundstrukturen von Interesse. Somit sollte zunächst untersucht werden, ob die vorgestellte Methode auch dafür geeignet ist, mikrostrukturelle Schädigungen zu erfassen. Dies beinhaltet auch die Quantifizierung des Effekts.

Ein nächster Schritt wäre die Untersuchung verschiedener Materialien und Aufbauten von FVK. Die bisherigen Untersuchungen in dieser Arbeit beschränken sich auf unidirektionales CFK. Interessant ist, ob dieselben Ergebnisse auch mit glasfaserverstärkten Kunststoffen (GFK) erzielt werden können und welchen Einfluss die Faserorientierung bzw. der Laminataufbau auf den relativen akustischen Nichtlinearitätsparameter hat. Untersuchungen an Sandwichstrukturen wären ebenfalls denkbar.

Im Folgenden könnte angestrebt werden, nicht nur ebene Proben sondern auch gekrümmte Strukturen zu untersuchen. Dies ist vor allem für eine spätere kommerzielle Nutzung des Verfahrens als SHM-Methode von Bedeutung, da reale Strukturen in der Regel eine Krümmung aufweisen.

Eine weitere Möglichkeit ist die Berücksichtigung der Dämpfung. In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass diese scheinbar einen Einfluss auf die linearen Ausbreitungseigenschaften hat. Es ist deshalb nicht auszuschließen, dass auch ein Einfluss auf den relativen akustischen Nichtlinearitätsparameter vorhanden ist.

Schlussendlich kann ein Vergleich mit weiteren Verfahren angestrebt werden, welche ebenfalls auf der nichtlinearen Wellenausbreitung beruhen. Zu diesen Verfahren gehören, neben der Untersuchung höherharmonischer Moden, die Untersuchung der Verschiebung der Resonanzfrequenz, die Analyse des nichtlinearen Anteils der Dämpfung und der Phasenmodulationen. Es ist zu klären, welche dieser genannten Methoden die besten Ergebnisse zur frühen Erkennung mikrostruktureller Schädigungen liefert.

Literatur

- [1] Christian Bermes. Generation and detection of nonlinear lamb waves for the characterization of material nonlinearities. Master's thesis, School of Civil and Environmental Engineering Georgia Institute of Technology, Dezember 2006.
- [2] Zhongqing Su; Lin Ye; Ye Lu. Guided lamb waves for identification of damage in composite structures: A review. Journal of Sound and Vibration, 295:753–780, 2006.
- [3] Joseph L. Rose. Ultrasonic waves in solid media. Cambridge University Press, 1999.
- [4] Alfred Mertins. Signaltheorie. Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, 2010.
- [5] Victor Giurgiutiu. Structural Health Monitoring with Piezoelectric Wafer Active Sensing. Academic Press, Elsevier, 2007.
- [6] Christoph Pruell; Jin-Yeon Kim; Jianmin Qu; Laurence J Jacobs. Evaluation of fatigue damage using nonlinear guided waves. Smart Materials and Structures, 18:035003–7, 2009.
- [7] Michael D. Seale; Barry T. Smith; W. H. Prosser. Lamb wave assessment of fatigue and thermal damage in composites. Journal of the Acoustical Society of America, 103:2416 – 2424, 1998.
- [8] Kyung-Young Jhang. Nonlinear ultrasonic techniques for non-destructive assessment of micro damage in material: A review. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 10:123–135, 2009.
- [9] J. Herrmann; Jin-Yeon Kim; Laurence J. Jacobs; Jianmin Qu; J. W. Littles; M. F. Savage. Assessment of material damage in a nickel-base superalloy using nonlinear rayleigh surface waves. Journal of Applied Physics, 99:124913, 2006.
- [10] Weibin Li; Younho Cho; Jan D. Achenbach. Detection of thermal fatigue in composites by second-harmonic lamb waves. Smart Material and Structures.
- [11] Mingxi Deng; Junfeng Pei. Assessment of accumulated fatigue damage in solid plates using nonlinear lamb wave approach. Applied Physics Letters, 90:121902, 2007.
- [12] Jin-Yeon Kim; Jianmin Qu; Laurence J. Jacobs; J. W. Littles; M. F. Savage. Acoustic nonlinearity parameter due to microplasticity. Journal of Nondestructive Evaluation, 25:26 – 37, 2006.
- [13] Peter B. Nagy. Fatigue damage assessment by nonlinear ultrasonic materials characterization. Ultrasonics, 38:375 – 381, 1998.

- [14] K. van Den Abeele; P. Y. Le Bas; B. Van Damme; Tomasz Katkowski. Quantification of material nonlinearity in relation to microdamage density using nonlinear reverberation spectroscopy: Experimental and theoretical study. Journal of the Acoustical Society of America, 126:963 – 972, 2009.
- [15] Horace Lamb. On waves in elastic plates. Proceedings of the Royal Society A, 93:114–128, 1917.
- [16] J. D. Achenbach. Wave Propagation in Elastic Solids. North-Holland, 1975.
- [17] Karl F. Graff. Wave Motion in Elastic Solids. Dover Publications, 1991.
- [18] Sven von Ende. Transient angeregte LAMB-Wellen in elastischen und viskoelastischen Platten - Berechnung und experimentelle Verifikation -. PhD thesis, Helmut Schmidt Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg, Dezember 2008.
- [19] Lei Wang. Elastic wave propagation in composites and least-squares damage localization technique. Master's thesis, North Carolina State University, 2004.
- [20] Lei Wang; F. G. Yuan. Group velocity and characteristic wave curves of lamb waves in composites: Modeling and experiments. Composites Science and Technology, 67:1370 – 1384, 2007.
- [21] J. Vishnuvardhan; C. V. Krishnamurthy; Krishnan Balasubramaniam. Genetic algorithm based reconstruction of elastic moduli of orthotropic plates using ultrasonic guided wave single-transmitter-multiple-receiver shm array. Smart Materials and Structures, 16:1639 – 1650, 2006.
- [22] R. Truell; C. Elbaum; B. B. Chick. Ultrasonic Methodes in Solid State Physics. Academic Perss, 1969.
- [23] Christoph Pruell; Jin-Yeon Kim; Jianmim Qu; Laurence J. Jacobs. Evaluation of plasticity driven material damage using lamb waves. Applied Physics Letters, 91:231911, 2007.
- [24] W. J. N. de Lima; M. F. Hamilton. Finite-amplitude waves in isotropic elastic plates. Journal of Sound and Vibration, 265:819 – 839, 2003.
- [25] Mingxi Deng. Cumulative second-harmonic generation of lamb-mode propagation in a solid plate. Journal of Applied Physics, 85:3051 – 3058, 1999.
- [26] Mingxi Deng. Analysis of second-harmonic generation of lamb modes using a modal analysis approach. Journal of Applied Physics, 94:4152, 2003.
- [27] C. Bermes; J.-Y. Kim; J. Qu; L. J. Jacobs. Experimental characterization of material nonlinearity using lamb waves. Applied Physics Letters, 90:021901, 2007.
- [28] Mingxi Deng; Ping Wang; Xiafu Lv. Experimental verification of cumulative growth effect of second harmonics of lamb wave propagation in an elastic plate. Applied Physics Letters, 85:124104, 2005.

- [29] Martin F. Müller; Jin-Yeon Kim; Jianmim Qu; Laurence J. Jacobs. Characteristics of second harmonic generation of lamb waves in nonlinear elastic plates. Acoustical Society of America, 127:2141–2152, 2010.
- [30] Ankit Srivastava; Francesco Lanza di Scalea. On the existence of antisymmetric or symmetric lamb waves at nonlinear higherharmonics. Journal of Sound and Vibration, 323:932–943, 2009.
- [31] Mingxi Deng; Ping Wang; Xiafu Lv. Experimental observation of cumulative second-harmonic generation of lamb-wave propagation in an elastic plate. Journal of Physics D: Applied Physics, 38:344 – 353, 2005.
- [32] Martin F. Müller; Jin-Yeon Kim; Jianmim Qu; Laurence J. Jacobs. Experimental investigation of symmetry properties of second harmonic lamb waves. Journal of Applied Physics, 111:053511 1–6, 2012.
- [33] Professor Dr. Dieter Meschede. Gerthens Physik. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [34] Rainer Parthier. Messtechnik - Grundlagen und Anwendungen der elektrischen Messtechnik für alle technischen Fachrichtungen und Wirtschaftsingenieure. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag | GWV Fachverlage GmbH, 2008.
- [35] Zhongqing Su; Lin Ye. Identification of Damage Using Lamb Waves - From Fundamentals to Applications. Springer-Verlag GmbH, 2009.
- [36] Hubert Weber; Helmut Ulrich. Laplace-, Fourier und z-Transformation - Grundlagen und Anwendungen für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2012.
- [37] Rüdiger Hoffmann. Signalanalyse und -erkennung : eine Einführung für Informationstechniker. Springer Verlag New York, Inc., 1998.
- [38] Rüdiger Hoffmann. Grundlagen der Frequenzanalyse : eine Einführung für Ingenieure und Informatiker. expert verlag GmbH, 2001.
- [39] Uwe Kiencke; Michael Schwarz; Thomas Weickert. Signalverarbeitung - Zeit-Frequenz-Analyse und Schätzverfahren. Oldenbourg Verlag, 2008.
- [40] Andy Ungethüm. Migrationsbasierte Lokalisierung von Schadensereignissen und Schäden in flächigen anisotropen Strukturen. PhD thesis, Helmut-Schmidt-Universität / Universität der Bundeswehr Hamburg, 2011.
- [41] Robert X Gao; Ruqiang Yan. Wavelets - Theory and Applications for Manufacturing. Springer Verlag New York, Inc., 2011.
- [42] Jöran Bergh; Fredrik Ekstedt; Martin Lindberg. Wavelets mit Anwendungen in Signal- und Bildbearbeitung. Springer Berlin Heidelberg New York, 2007.

- [43] Marc Niethammer; Laurence J. Jacobs; Jianmin Qu; Jacek Jarzynski. Time-frequency representation of lamb waves. Journal of the Acoustical Society of America, 109:1841 – 1848, 2001.
- [44] Jean-Marie Berthelot. Composite Materials - Mechanical Behavior and Structural Analysis. Springer Verlag New York, Inc., 1999.
- [45] Holm Altenbach; Johannes Altenbach; Rolands Rikards. Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Stuttgart, 1996.

A. Steifigkeitsmatrix und Gleichungssystemumformung

A.1. Steifigkeitsmatrix

Der Steifigkeitstensor $\tilde{\tilde{C}}$ aus Gleichung (9) enthält 81 unabhängige Elemente. Auf Grund der Symmetrie des Spannungs- und Verzerrungstensors lässt sich die Anzahl der unabhängigen Konstanten auf 36 reduzieren. Eine weitere Reduktion ist auf Grund der Potentialeigenschaften und der Betrachtung von linearisiertem Materialverhalten möglich. Es ergeben sich dann nur noch 21 unabhängige Elemente, da gezeigt werden kann, dass der Steifigkeitstensor $\tilde{\tilde{C}}$ bzw. in Vektor-Matrix-Schreibweise die Steifigkeitsmatrix \underline{C} (siehe Gleichung (10)) symmetrisch ist. Mit Hilfe dieser 21 unabhängigen Elemente wird das Materialverhalten anisotroper, homogener, linear-elastischer Werkstoffe beschrieben. Es bestehen keine Materialsymmetrien. Betrachtet man Faserverbundwerkstoffe lassen sich Materialsymmetrien erkennen. Allgemein weisen diese orthotropes Materialverhalten auf. Dies bedeutet, dass das Material drei senkrecht zueinander stehende Symmetrieebenen besitzt. Die unabhängigen Elemente reduzieren sich damit weiter auf neun. Die für die Untersuchungen von Wellenausbreitungseigenschaften verwendete CFK-UD-Platten weist transversal-isotropes Materialverhalten auf. Durch diese erweiterte Symmetrie im Vergleich zu orthotropen Material, verringert sich die Anzahl der unabhängigen Elemente auf fünf.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C'_{22} - C'_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Ausgangspunkt der Berechnung von Dispersionskurven für transversal-isotropes Material ist das in Kapitel 2.2 dargestellte, vereinfachte Stoffgesetz aus Gleichung (11). Es beschreibt den Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen im lokalen 1,2,3- Schichtkoordinatensystem. Die Steifigkeitsmatrix \underline{C} ist die Inverse der Nachgiebigkeitsmatrix \underline{S} , deren Elemente sich sehr leicht aus den Materialkennwerten E_i, ν_{ij} und G_{ij} berechnen lassen. Die Nachgiebigkeitsmatrix ist analog zur Steifigkeitsmatrix \underline{C} aufgebaut und stellt den Zusammenhang zwischen Dehnungen und Spannungen dar.

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S'_{12} & S'_{22} & S'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S'_{13} & S'_{23} & S'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S'_{22} - S'_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S'_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Nach [44] lassen sich die Elemente der lokalen Nachgiebigkeitsmatrix \underline{S}' wie folgt berechnen

$$S'_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad (115)$$

$$S'_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad (116)$$

$$S'_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad (117)$$

$$S'_{23} = -\frac{\nu_{23}}{E_2}, \quad (118)$$

$$S'_{66} = G_{12}. \quad (119)$$

Für die Materialparameter E_i, ν_{ij} und G_{ij} gelten die in Tabelle 28 aufgeführten Zusammenhänge.

Parameterart	unabhängige Materialparameter	abhängige Materialparameter
Elastizitätsmodul	E_1 E_2	$E_3 = E_1$
Schubmodul	G_{12} G_{23}	$G_{13} = G_{12}$
Querkontraktionszahl	ν_{12}	$\nu_{21} = (E_2/E_1) \cdot \nu_{12}$ $\nu_{23} = 0.5 \cdot E_2/G_{23} - 1$ $\nu_{31} = \nu_{21}$ $\nu_{13} = \nu_{12}$ $\nu_{32} = \nu_{23}$

Tabelle 28: Eigenschaften der Materialparameter für transversal-isotropes Material

Dabei stehen die Indizes 1, 2 und 3 für die Koordinatenrichtungen im lokalen Koordinatensystem. Die 1-Achse liegt in Faserrichtung, die 2-Achse steht senkrecht zur 1-Achse in der Schichtebene und die 3-Achse vervollständigt das Koordinatensystem in Dickenrichtung zu einem Rechtssystem (siehe Abbildung 48). E_1, E_2 und E_3 sind

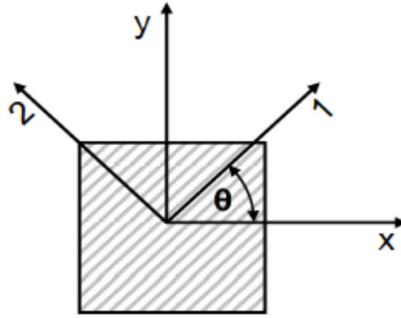


Abbildung 48: Koordinatentransformation von einem globalen Koordinatensystem in das lokale Schichtkoordinatensystem

die Elastizitätsmodule in die jeweilige Koordinatenrichtung. ν_{ij} ist die Querkontraktionszahl. Bei Belastung einer Belastung in i -Richtung ist die Querkontraktionszahl wie folgt definiert

$$(-\epsilon_j/\epsilon_i). \quad (120)$$

G_{12}, G_{23}, G_{13} sind die Schubmodule in der 1-2, 2-3 und 1-3-Ebene. Zudem kann gezeigt werden, dass zwischen dem Elastizitätsmodul und der Querkontraktionszahl folgender Zusammenhang besteht

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (121)$$

Ist die Steifigkeitsmatrix nur in einem gegebenen globalen Koordinatensystem bekannt, das nicht dem lokalen Schichtkoordinatensystem entspricht, kann die Matrix durch Koordinatentransformation in das lokale Schichtkoordinatensystem überführt werden. Dabei wird das Koordinatensystem, wie in Abbildung 48 gezeigt, um den Winkel Θ im Uhrzeigersinn gedreht.

Bei der Transformation wird zunächst davon ausgegangen, dass der vorliegende Spannungszustand $\underline{\sigma} = \{\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{xy}\}^T$ im globalen Koordinatensystem bekannt ist und in das lokale Schichtkoordinatensystem zu $\underline{\sigma}' = \{\sigma'_{xx} \quad \sigma'_{yy} \quad \sigma'_{zz} \quad \tau'_{yz} \quad \tau'_{xz} \quad \tau'_{xy}\}^T$ transformiert werden soll. Nach [45] erfolgt die Transformation mittels

$$\underline{\sigma}' = \underline{T}(\Theta) \underline{\sigma}, \quad (122)$$

wobei

$$\underline{T}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos^2 \Theta & \sin^2 \Theta & 0 & 0 & 0 & 2 \cos \Theta \sin \Theta \\ \sin^2 \Theta & \cos^2 \Theta & 0 & 0 & 0 & -2 \cos \Theta \sin \Theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ -\cos \Theta \sin \Theta & \cos \Theta \sin \Theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta \end{bmatrix}. \quad (123)$$

Die Steifigkeitsmatrixtransformation lässt sich dann mittels der Vorschrift

$$\underline{C}' = \underline{T}(\Theta) \underline{C} \underline{T}^T(\Theta) \quad (124)$$

durchführen.

A.2. Gleichungssystemumformung

Ausgangspunkt der Umformungen ist die in Kapitel 2.2 gebildete Matrix in den Gleichungen (56)

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} H_{11}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{11}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & -H_{21}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & -H_{23}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \\ H_{11}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{11}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & -H_{21}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & -H_{23}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \end{bmatrix}, \quad (56)$$

Zunächst werden die zweite und dritte Zeile in Matrix (56) vertauscht

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} H_{11}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{11}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \\ H_{11}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{11}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & H_{13}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & -H_{21}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} & -H_{23}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \\ H_{21}e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} & -H_{21}e^{ikp_1 \frac{h}{2}} & H_{23}e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} & -H_{23}e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \end{bmatrix}. \quad (125)$$

Addiert man zuerst die j -ten Spalte zur $j + 1$ -te Spalte und subtrahiert anschließend die ursprüngliche $j + 1$ -te Spalte von der j -ten Spalte ($j = 1, 3$), erhält man

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} H_{11} \left(e^{ikp_1 \frac{h}{2}} - e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{11} \left(e^{ikp_1 \frac{h}{2}} + e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{13} \left(e^{ikp_3 \frac{h}{2}} - e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \right) & H_{13} \left(e^{ikp_3 \frac{h}{2}} + e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \right) \\ H_{11} \left(e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} - e^{ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{11} \left(e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} + e^{ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{13} \left(e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} - e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \right) & H_{13} \left(e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} + e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \right) \\ H_{21} \left(e^{ikp_1 \frac{h}{2}} + e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{21} \left(e^{ikp_1 \frac{h}{2}} - e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{23} \left(e^{ikp_3 \frac{h}{2}} + e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \right) & H_{23} \left(e^{ikp_3 \frac{h}{2}} - e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} \right) \\ H_{21} \left(e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} + e^{ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{21} \left(e^{-ikp_1 \frac{h}{2}} - e^{ikp_1 \frac{h}{2}} \right) & H_{23} \left(e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} + e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \right) & H_{23} \left(e^{-ikp_3 \frac{h}{2}} - e^{ikp_3 \frac{h}{2}} \right) \end{bmatrix} \quad (126)$$

Unter Verwendung der ebenfalls schon in Kapitel 2.2 gegebenen Zusammenhänge

$$\sin(x) = \frac{1}{2i} (e^{ix} - e^{-ix}) \text{ und} \quad (57)$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2} (e^{ix} + e^{-ix}) \quad (58)$$

ergibt sich Matrix (126) zu

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 2iH_{11} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 2H_{11} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 2iH_{13} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 2H_{13} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ -2iH_{11} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 2H_{11} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & -2iH_{13} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 2H_{13} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 2H_{21} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 2iH_{21} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 2H_{23} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 2iH_{23} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 2H_{21} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & -2iH_{21} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 2H_{23} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & -2iH_{23} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (127)$$

Addiert man nun zunächst in Gleichung (127) die j -ten Zeile zur $j + 1$ -ten Zeile und subtrahiert anschließend die ursprüngliche $j + 1$ -te Zeile von der j -ten Zeile ($j = 1, 3$), ergibt sich

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 4iH_{11} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 0 & 4iH_{13} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 0 \\ 0 & 4H_{11} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 0 & 4H_{13} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 0 & 4iH_{21} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 0 & 4iH_{23} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 4H_{21} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 0 & 4H_{23} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 0 \end{bmatrix}. \quad (128)$$

Vertauscht man abschließend die dritte mit der vierten Zeilen der Matrix (128), gefolgt von der neuen dritten mit der zweiten Zeile und die zweite mit der dritten Spalte, ergibt sich schlussendlich die in Kapitel 2.2 dargestellte Matrix

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 4iH_{11} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4iH_{13} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 0 & 0 \\ 4H_{21} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4H_{23} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4H_{11} \cos\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4H_{13} \cos\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \\ 0 & 0 & 4iH_{21} \sin\left(kp_1 \frac{h}{2}\right) & 4iH_{23} \sin\left(kp_3 \frac{h}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (59)$$

B. Frequenzbestimmung kumulativer, höherharmonischer Wellen

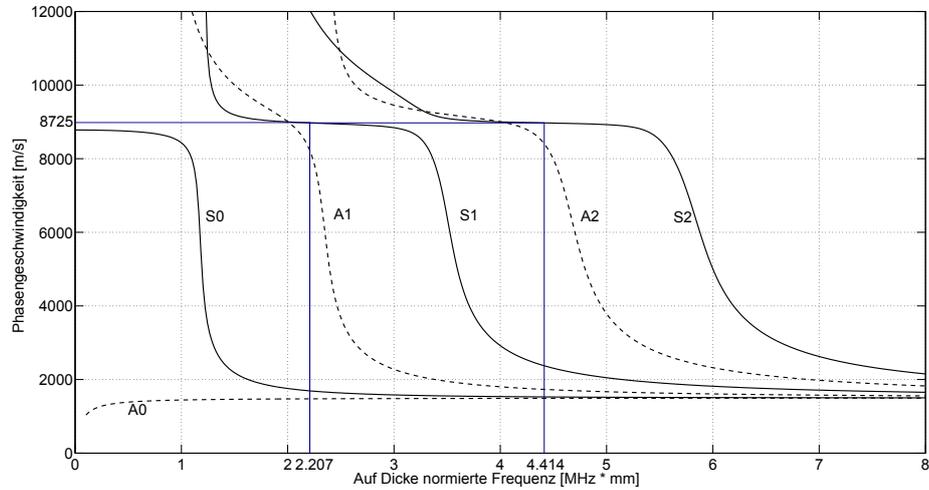


Abbildung 49: Frequenzpaar zur Erfüllung der Synchronitätsbedingung für die CFK-UD-Platte

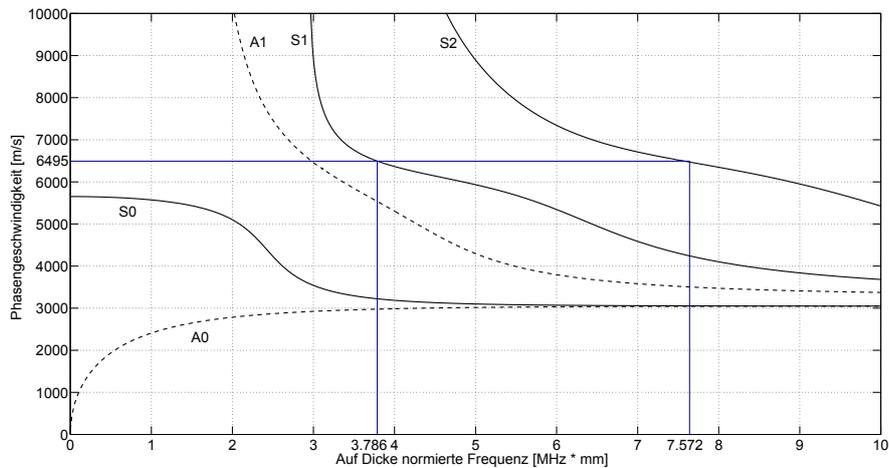


Abbildung 50: Frequenzpaar zur Erfüllung der Synchronitätsbedingung für die Aluminiumplatte

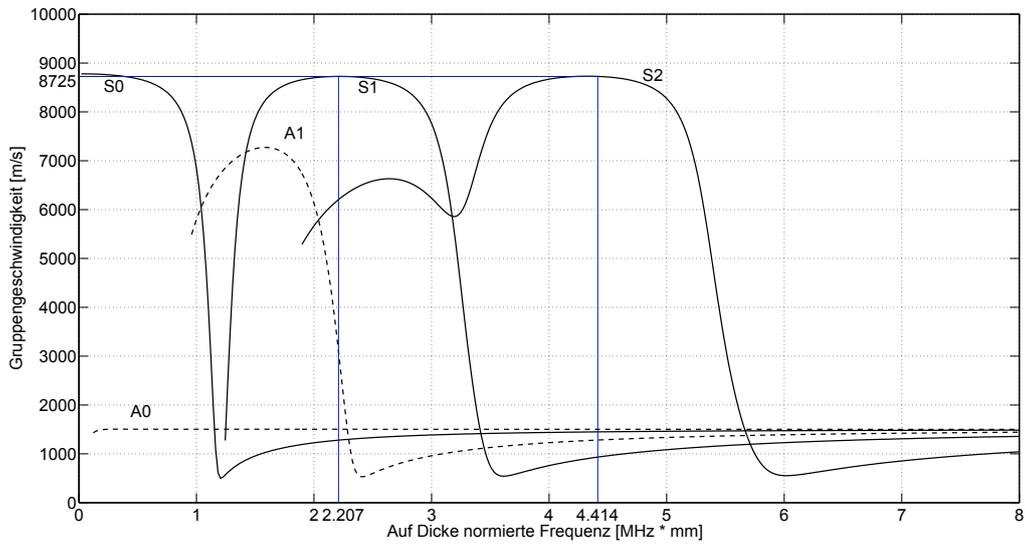


Abbildung 51: Frequenzenpaar zur Erfüllung der Gleichheit der Gruppengeschwindigkeit für die CFK-UD-Platte

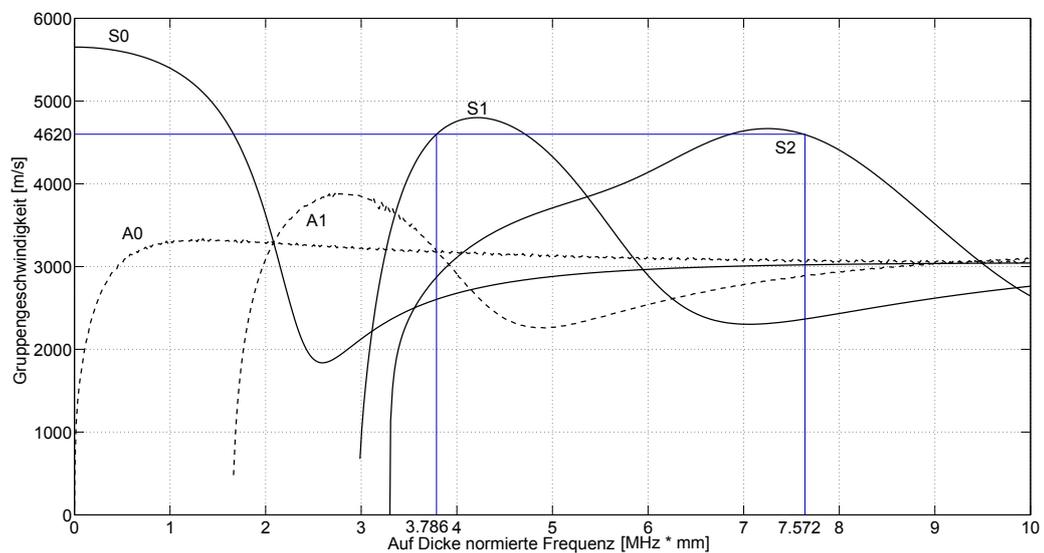


Abbildung 52: Frequenzenpaar zur Erfüllung der Gleichheit der Gruppengeschwindigkeit für die Aluminiumplatte

C. Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen

Tabelle 29 zeigt die Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen in die Aluminiumproben, Tabelle 30 für die CFK-UD-Proben.

Probe	Anzahl	Entfernung vom Aktor	Fallhöhe	Durchmesser Querschnitt
1	-	-	-	-
2	2	20 mm	227 mm	8.04 mm
	1	10 mm	887 mm	8.04 mm
	1	30 mm	887 mm	8.04 mm
3	1	10 mm	887 mm	8.04 mm
	1	20 mm	887 mm	8.04 mm
	1	30 mm	887 mm	8.04 mm

Tabelle 29: Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen in die Aluminiumproben

Probe	Anzahl	Entfernung vom Aktor	Fallhöhe	Durchmesser Querschnitt
1	-	-	-	-
2	1	10 mm	887 mm	8.04 mm
	1	20 mm	887 mm	8.04 mm
	1	30 mm	887 mm	8.04 mm
3	1	10 mm	447 mm	8.04 mm
	1	10 mm	887 mm	8.04 mm
	2	20 mm	887 mm	5.68 mm
4	1	10 mm	447 mm	8.04 mm
	1	10 mm	887 mm	8.04 mm
	2	20 mm	887 mm	5.68 mm
	1	20 mm	887 mm	4.03 mm

Tabelle 30: Übersicht der eingebrachten Einzelschädigungen in die CFK-UD-Proben

D. Messergebnisse

D.1. Messergebnisse nichtlineare Ausbreitungseigenschaften

In den 31 bis 33 sind die einzelnen Ergebnisse der Amplituden und des daraus bestimmten relativen akustischen Nichtlinearitätsparameter β' für die Aluminium Proben 1 bis 3 und in den Tabellen 34 bis 37 für die CFK-UD Proben 1 bis 4 zusammengefasst. Alle Größen sind dimensionslos.

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.007554	0.007513	0.007555	0.007515	0.007473
Amplitude S2-Mode	0.0001291	0.0001273	0.0001185	0.0001154	0.0001173
β'	2.262	2.255	2.076	2.043	2.100
Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.007517	0.007470	0.007511	0.007490	0.007476
Amplitude S2-Mode	0.0001259	0.0001242	0.0001232	0.0001243	0.0001285
β'	2.228	2.226	2.184	2.216	2.299

Tabelle 31: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 1)

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.003061	0.003102	0.003165	0.002988	0.003007
Amplitude S2-Mode	0.0001262	0.0001425	0.0001761	0.0001486	0.0001770
β'	13.47	14.81	17.58	16.64	19.58
Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.002967	0.002971	0.003190	0.002982	0.003043
Amplitude S2-Mode	0.0001136	0.0001340	0.0001631	0.0001393	0.0001433
β'	12.91	15.81	16.03	15.67	15.48

Tabelle 32: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 2)

D. Messergebnisse

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.001489	0.001597	0.001522	0.001543	0.001612
Amplitude S2-Mode	0.0001307	0.0001290	0.0001549	0.0001473	0.0001489
β'	58.85	50.58	66.87	61.87	57.30

Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.001582	0.001491	0.001407	0.001409	0.001578
Amplitude S2-Mode	0.0001474	0.0001498	0.0001350	0.0001258	0.0001372
β'	58.90	67.38	68.19	63.37	55.10

Tabelle 33: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 3)

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.2662	0.2679	0.2697	0.2726	0.2694
Amplitude S2-Mode	0.002529	0.00245	0.002412	0.00567	0.002466
β'	0.03569	0.03414	0.03316	0.03454	0.03398

Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.2768	0.2733	0.2748	0.2769	0.2752
Amplitude S2-Mode	0.002513	0.002486	0.002657	0.002546	0.002547
β'	0.03280	0.03328	0.03519	0.03321	0.03363

Tabelle 34: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 1)

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.06079	0.06047	0.06171	0.06096	0.06115
Amplitude S2-Mode	0.001171	0.000867	0.0009474	0.001003	0.001030
β'	0.3169	0.2370	0.2488	0.2699	0.2755

Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.06124	0.2733	0.2748	0.2769	0.2752
Amplitude S2-Mode	0.0008636	0.0008307	0.0008881	0.000814	0.0009314
β'	0.2303	0.2227	0.2343	0.2118	0.2410

Tabelle 35: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 2)

D. Messergebnisse

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.03537	0.03572	0.03572	0.03587	0.03603
Amplitude S2-Mode	0.0005645	0.0005209	0.0005541	0.000531	0.0005599
β'	0.4512	0.4058	0.4343	0.4127	0.4313
Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.03629	0.03558	0.03569	0.03612	0.03572
Amplitude S2-Mode	0.0005684	0.0005947	0.0005393	0.0005427	0.0005552
β'	0.4316	0.4698	0.4234	0.4160	0.4351

Tabelle 36: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 3)

Messung	1	2	3	4	5
Amplitude S1-Mode	0.02675	0.02697	0.02663	0.02666	0.02670
Amplitude S2-Mode	0.0006523	0.0005401	0.0006187	0.0005556	0.0005033
β'	0.9116	0.7425	0.8724	0.7817	0.7106
Messung	6	7	8	9	10
Amplitude S1-Mode	0.02617	0.02660	0.02673	0.02620	0.02675
Amplitude S2-Mode	0.0005033	0.0005670	0.0006221	0.0004723	0.0005465
β'	0.7349	0.8013	0.8707	0.6880	0.7637

Tabelle 37: Messergebnisse der nichtlineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 4)

D.2. Messergebnisse lineare Ausbreitungseigenschaften

In den 38 bis 40 sind die einzelnen Ergebnisse der linearen Ausbreitungseigenschaften anhand der Gruppengeschwindigkeit für die Aluminium Proben 1 bis 3 und in den Tabellen 41 bis 44 für die CFK-UD Proben 1 bis 4 dargestellt.

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	7.198e-05	7.206e-05	7.205e-05	7.216e-05	7.216e-05
$c_g[m/s]$	5418	5412	5412	5405	5405
Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	7.211e-05	7.205e-05	7.216e-05	7.213e-05	7.200e-05
$c_g[m/s]$	5408	5413	5405	5407	5417

Tabelle 38: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 1)

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	7.195e-05	7.189e-05	7.180e-05	7.188e-05	7.184e-05
$c_g[m/s]$	5420	5425	5432	5426	5429
Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	7.197e-05	7.189e-05	7.203e-05	7.203e-05	7.198e-05
$c_g[m/s]$	5419	5425	5414	5414	5418

Tabelle 39: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 2)

D. Messergebnisse

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	7.170e-05	7.166e-05	7.180e-05	7.167e-05	7.188e-05
$c_g[m/s]$	5440	5442	5432	5442	5426

Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	7.184e-05	7.192e-05	7.188e-05	7.181e-05	7.197e-05
$c_g[m/s]$	5429	5423	5428	5431	5419

Tabelle 40: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von Aluminium (Probe 3)

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	4.475e-05	4.481e-05	4.481e-05	4.481e-05	4.481e-05
$c_g[m/s]$	8715	8703	8703	8703	8703

Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	4.463e-05	4.469e-05	4.469e-05	4.469e-05	4.481e-05
$c_g[m/s]$	8739	8727	8727	8727	8703

Tabelle 41: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 1)

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	4.519e-05	4.519e-05	4.494e-05	4.519e-05	4.519e-05
$c_g[m/s]$	8630	8630	8678	8630	8630

Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	4.513e-05	4.513e-05	4.519e-05	4.513e-05	4.525e-05
$c_g[m/s]$	8642	8642	8630	8642	8619

Tabelle 42: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 2)

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	4.513e-05	4.525e-05	4.513e-05	4.519e-05	4.525e-05
$c_g[m/s]$	8642	8619	8642	8630	8619
Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	4.513e-05	4.506e-05	4.519e-05	4.513e-05	4.519e-05
$c_g[m/s]$	8642	8655	8630	8642	8630

Tabelle 43: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 3)

Messung	1	2	3	4	5
$t[s]$	4.519e-05	4.519e-05	4.519e-05	4.525e-05	4.525e-05
$c_g[m/s]$	8630	8630	8630	8619	8619
Messung	6	7	8	9	10
$t[s]$	4.525e-05	4.525e-05	4.513e-05	4.511e-05	4.519e-05
$c_g[m/s]$	8619	8619	8642	8646	8630

Tabelle 44: Messergebnisse der lineare Ausbreitungseigenschaften von CFK-UD (Probe 4)