



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Masterarbeit

Studiendepartment Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau

**Analyse der Tellerfeder auf Eignung
zum Stützelement für ein
Vakuumlärmschutzschild**

Torsten Fedkenheuer

21. Januar 2013

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik + Flugzeugbau
Berliner Tor 9
20099 Hamburg

Verfasser: Torsten Fedkenheuer
Abgabedatum: 21.01.2013

1. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gleine
2. Prüfer: Dr.-Ing. Jutta Abulawi

Betreuung: Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gleine

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form noch nicht als Prüfungsarbeit eingereicht worden.

Hamburg, den 21.01.2013

Unterschrift des Studierenden

Kurzreferat

Gegenstand dieser Masterarbeit ist die Analyse der Tellerfeder auf Eignung zum Stützelement für ein Vakuumlärmschutzschild.

Die Charakteristik der Tellerfederkennlinien und eine Methode zur genauen Einstellung derselben wird vorgestellt.

Als erster Bestandteil der Arbeit ist die Entwicklung dieser Methode anzusehen. Ein weiterer wesentlicher Bestandteil ist die Validation der entwickelten Methodik mithilfe von empirischen Versuchen.

Ganz besonderes Augenmerk wird bei der Untersuchung auf die Kennlineneigenschaften der Tellerfeder gelegt. Auch wird überprüft, ob sich Kunststoffwerkstoffe für die gewünschte Anwendung der Tellerfeder eignen.

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird die Tellerfeder als Stützelement in das Gesamtsystem eines Vakuumpanels integriert und in einem Transmissionsprüfstand auf ihre akustischen Eigenschaften getestet.

Die Analyse der dynamischen (akustischen) Eigenschaften bezüglich der Transmission über eine Einzeltellerfeder schließt daran an.

In Form einer abschließenden Zusammenfassung wird aus den gewonnenen Erkenntnissen die Eignung der Tellerfeder als Stützelement mit verminderter Körperschalleinleitung für ein Vakuumlärmschutzschild abgeleitet.

Inhalt

	Eidesstattliche Erklärung	3
	Kurzreferat	4
	Tabellenverzeichnis	8
	Abbildungsverzeichnis	9
	Symbolverzeichnis	12
	Vorwort.....	20
1	Einleitung	21
	1.1 Zielsetzung	21
	1.2 Vorgehensweise	22
2	Theoretische Grundlagen	23
	2.1 Grundlagen der Technischen Akustik.....	23
	2.1.1 Was ist Schall?	24
	2.1.2 Schalldämmmaß und Massegesetz	24
	2.1.3 Durchführung einer Transmissionsmessung zur Bestimmung des Schalldämmmaßes.....	26
	2.1.4 Schalldämmmaß von Einfach- und Mehrschichtplatten sowie Doppelwänden	29
3	Die Grundlagen der Tellerfeder.....	29
	3.1 Einteilung der Tellerfeder nach DIN 2093	29
	3.2 Zulässige Toleranzen für Tellerfedern	33
	3.2.1 Grenzabweichungen der geometrischen Abmaße	33
	3.2.2 Grenzabweichungen der Federkraft.....	34
	3.3 Eigenschaften.....	34
	3.4 Berechnungsverfahren nach DIN 2092	35
	3.4.1 Berechnung der Federkraft.....	36
	3.4.2 Berechnung der Federrate.....	37
	3.4.3 Berechnung der Federarbeit.....	38

3.4.4	Berechnung der Federspannungen	38
3.4.5	Tragfähigkeitsnachweis bei statischer Beanspruchung.....	39
3.4.6	Tragfähigkeitsnachweis bei wechselnder Beanspruchung	40
3.4.7	Konstruktive Kombinationsmöglichkeiten von Einzeltellerfedern.....	43
3.4.8	Berücksichtigung von Reibungseinflüssen.....	45
3.5	Kennliniencharakteristik	48
3.5.1	Kennliniengestaltung über die Geometrie der Einzeltellerfeder.....	49
3.5.2	Einschränkungen bei der Tellerfederauslegung nach DIN 2092	50
3.5.3	Kennliniengestaltung durch Kombination von Einzeltellerfedern	52
3.6	Spezielle Bauformen	53
3.6.1	Die geschlitzte Tellerfeder	53
3.6.2	Tellerfedern mit Trapezquerschnitt	54
4	Erstellung eines Parameterraumes	56
4.1	Voraussetzungen für die Gestaltung einer optimalen Federkennlinie ...	56
4.2	Einflussparameter auf den Elastizitätsmodul.....	57
4.2.1	Bestimmung der Geometriegrößen aus den Stellparametern	60
4.2.2	Bestimmung der statischen Last, des Elastizitätsmoduls und der Tragfähigkeit aus den Stellparametern	63
4.2.3	Grafische Darstellung und Analyse der Einflussparameter	64
4.3	Gestaltung der optimal angepassten Federkennlinie	77
4.3.1	Ausgewählte Tellerfeder für die empirische Untersuchung	78
5	Kennlinienaufnahme der Tellerfeder	81
5.1	Auswertungskriterien.....	82
5.2	Auswertungsmethodik	83
5.2.1	Bestimmung der Streuung bei einer Einfederung $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$	83
5.2.2	Vergleich der Berechnungsformeln nach DIN 2092 mit den aufgenommenen Tellerfederkennlinien.....	84
5.2.3	Bestimmung der Hysterese	87
5.2.4	Kennliniencharakteristik unter Berücksichtigung des Versuchsaufbaus für die Transmissionsmessung	87

5.3 Auswertung der Ergebnisse	88
5.3.1 Ergebnisse der Streuung bei einer Einfederung von $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$	88
5.3.2 Vergleich der Berechnungsformeln nach DIN 2092 mit den aufgenommenen Tellerfederkennlinien	94
5.3.3 Ergebnisse zur Bestimmung der Hysterese	97
5.3.4 Ergebnisse zur Kennliniencharakteristik unter Berücksichtigung des Transmissionsaufbaus	99
6 Transmissionsmessung am Vakuumpanel	102
6.1 Aufbau des Vakuumpanels	102
6.2 Versuchsaufbau und Durchführung	105
6.2.1 Vorversuch an den Deckplatten	105
6.2.2 Hauptversuch am Vakuumpanel	106
6.3 Auswertung der Messergebnisse	107
6.3.1 Bestimmung des Koinzidenzeinbruchs der Deckplatten	108
6.3.2 Auswertung des Hauptversuchs am Vakuumpanel	109
6.4 Beurteilung der Transmissionsmessung	111
7 Versuch zur Bestimmung des Transmissionsverlustes an einer Einzeltellerfeder in Abhängigkeit der statischen Vorlast	113
7.1 Versuchsentwicklung	113
7.2 Versuchs- und Messaufbau	115
7.3 Versuchsdurchführung	120
7.4 Auswertung	122
7.5 Modifizierter Messaufbau	130
8 Zusammenfassung der Erkenntnisse	134
9 Quellenverzeichnis	136

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: Gruppeneinteilung der Tellerfeder nach Tellerdicke.....	32
Tabelle 3.2: Abmessungen für die geometrische Steifigkeit.....	32
Tabelle 3.3: Durchmesser-toleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29).....	33
Tabelle 3.4: Dickentoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29).....	34
Tabelle 3.5: Bauhöhentoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29).....	34
Tabelle 3.6: Federkrafttoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29).....	34
Tabelle 3.7: Passungsspiel für geführte Tellerfedern nach DIN 2093 ([Roloff2007] Kap. 10 S.315).....	45
Tabelle 3.8: Reibbeiwerte für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Roloff2007-T] Tab. 10-7 S.116) ..	47
Tabelle 3.9: Prozentualer Aufschlag auf die reibungsfrei berechnete Federkraft durch Reibungseinfluss	47
Tabelle 5.1: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der Tellerfeder für die Transmissionsmessung	87
Tabelle 5.2: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der zweiten Stahlfeder....	88
Tabelle 5.3: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der Kunststofftellerfeder J-TEM.....	89
Tabelle 5.4: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der Kunststofftellerfeder A500-TEM	90
Tabelle 5.5: Relative Federkraftabweichungen der empirischen Messkurve bei $s_0, 75$...91	
Tabelle 5.6: Durchschnittliche Steigungsabweichung $\bar{\alpha}$ zwischen empirischer Messkurve und der nach DIN 2092 berechneten Kennlinie.....	94
Tabelle 5.7: Relative Hysterese-werte der aufgenommenen Kennlinien.....	95
Tabelle 5.8: Auswirkungen des Zusammenbaus auf den relativen Hysterese-mittelwert	97
Tabelle 7.1: Beschleunigungsabweichungen der direkt ermittelten Messwerte.....	120
Tabelle 7.2: Beschleunigungsabweichungen zwischen den Amplitudenkoeffizienten der angepassten Funktionskurven	125
Tabelle 7.3: Beschleunigungsabweichungen zwischen den Amplitudenkoeffizienten der angepassten Funktionskurven (2. Messreihe).....	128

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1: Transmissionsprüfstand ([Gleine2011] Kap. 1).....	25
Abbildung 2.2: Prinzipieller Verlauf des Schalldämmmaßes einer homogenen ebenen Einfachplatte unter diffusem Schalleinfall.....	27
Abbildung 2.3: Prinzipieller Verlauf des Schalldämmmaßes einer Mehrschichtplatte.....	27
Abbildung 2.4: Prinzipieller Verlauf des Schalldämmmaßes einer Doppelwand.....	28
Abbildung 3.1: Geometrische Parameter am Tellerfederquerschnitt.....	29
Abbildung 3.2: Verschiedene Querschnittsformen der Tellerfeder.....	30
Abbildung 3.3: Geschlitzte Tellerfeder.....	30
Abbildung 3.4: Fertigungsablauf bei der Herstellung für Tellerfedern verschiedener Gruppen.....	31
Abbildung 3.5: Diagramm: Vergleich von Federrate und Kraftverhältnis über dem Wegverhältnis.....	37
Abbildung 3.6: Bezugspunkte für die Berechnung der Federspannungen.....	38
Abbildung 3.7: Relaxationsverhalten von Tellerfedern bezüglich ihrer geometrischen Steifigkeit ([Schnorr2004] S. 25).....	40
Abbildung 3.8a: Dauer- und Zeitfestigkeitsdiagramm für Gruppe 1 ([Roloff2007-T] Tab. 10-9 S.117).....	41
Abbildung 3.9: Kennlinienmanipulation durch Kombination von Tellerfedern.....	44
Abbildung 3.10: Kontaktstellen für Reibung ([Schnorr2004] S. 33).....	45
Abbildung 3.11: linke Seite eines Tellerfederquerschnitts mit Reibungskräften.....	47
Abbildung 3.12: Qualitative Darstellung der Hysterese in Abhängigkeit gleichsinniger Schichtung n ([Schnorr2004] S. 34).....	48
Abbildung 3.13: Kennliniengestaltung durch den Kurvenparameter.....	49
Abbildung 3.14: Auswirkung der Hebelarmverkürzung auf den gemessenen Kurvenverlauf ([Bauer2006-1] S.10).....	51
Abbildung 3.15: Gestaltung progressiver Tellerfederkennlinien.....	52
Abbildung 3.16: Geometrieparameter der geschlitzten Tellerfeder ([Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.509).....	53
Abbildung 3.17: Sonderformen der Tellerfeder ([Bauer2006-1] S.5).....	54
Abbildung 3.18: Tellerfeder mit Trapezquerschnitt.....	55
Abbildung 4.1: Lage des Arbeitspunktes für eine Tellerfeder im Vakuumlärmschutzschild	57
Abbildung 4.2: Aufstellwinkel der Tellerfeder.....	58
Abbildung 4.3: Prinzipskizze einer Tellerfeder im Vakuumlärmschutzschild.....	59
Abbildung 4.4: Definitionsskizze zum Mindestabstand in einer quadratischen Anordnung	60
Abbildung 4.5: Anordnung der Tellerfedern im Vakuumlärmschutzschild.....	60
Abbildung 4.6: $E(D_e)$ bei festgelegten Stellparametern.....	65
Abbildung 4.7: $\sigma(D_e)$ bei festgelegten Stellparametern.....	66

Abbildung 4.8: $E(\delta)$ bei festgelegten Stellparametern.....	67
Abbildung 4.9: $\sigma(\delta)$ bei festgelegten Stellparametern.....	68
Abbildung 4.10: $E(\phi)$ bei festgelegten Stellparametern.....	69
Abbildung 4.11: $\sigma(\phi)$ bei festgelegten Stellparametern.....	70
Abbildung 4.12: $E(b)$ bei festgelegten Stellparametern.....	71
Abbildung 4.13: $\sigma(b)$ bei festgelegten Stellparametern.....	72
Abbildung 4.14: $E(x)$ bei festgelegten Stellparametern.....	73
Abbildung 4.15: $\sigma(x)$ bei festgelegten Stellparametern.....	74
Abbildung 4.16: Erstellung einer Kennlinie unter Berücksichtigung der optimalen Parameter.....	75
Abbildung 4.17: Kennlinie vom Hersteller.....	76
Abbildung 5.1: Zug/Druck-Prüfmaschine EZ 20 von EasyTest.....	78
Abbildung 5.2: Bestimmung der Steigungsabweichung α_{Abw} zwischen DIN 2092 und Messwerten	82
Abbildung 5.3: Bildliche Festlegung des Winkels $\alpha = 45^\circ$ für die Federrate $D_{\alpha=45^\circ} = \frac{F_{max}}{s_{letzter\ Wert}}$	83
Abbildung 5.4: Montageaufbau des Vakuumpanel (ohne Klebestreifen dargestellt).....	85
Abbildung 5.5: Kennlinien der Tellerfeder für die Transmissionsmessung.....	86
Abbildung 5.6: Kennlinien der zweiten Stahlfeder.....	88
Abbildung 5.7: Kennlinien der Kunststofftellerfeder J-TEM.....	89
Abbildung 5.8: Kennlinien der Kunststofftellerfeder A500-TEM.....	90
Abbildung 5.9: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die Tellerfeder der Transmissionsmessung	92
Abbildung 5.10: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die zweite Stahlfeder.....	92
Abbildung 5.11: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die Kunststofftellerfeder J-TEM.....	93
Abbildung 5.12: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die Kunststofftellerfeder A500-TEM	93
Abbildung 5.13: Darstellung kurzer Hystereseyklen.....	96
Abbildung 5.14: Auswirkungen des Zusammenbaus auf Kennlinie und Hysterese.....	97
Abbildung 6.1: Ideales Aufbaukonzept für ein Vakuumpanel.....	100
Abbildung 6.2: Wahl des Arbeitspunktes der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau.....	101
Abbildung 6.3: Vakuumpanel im Transmissionsprüfstand.....	102
Abbildung 6.4: Sandwich-Deckplatte mit Abstandsleiste im Transmissionsfenster.....	103
Abbildung 6.5: Fensterrahmen des Transmissionsprüfstands.....	104
Abbildung 6.6: Schalldämmmaß der Sandwichplatten im Vergleich zum Massegesetz	105
Abbildung 6.7: Schalldämmmaß bei variierendem Restdruck im Vakuumpanel.....	106
Abbildung 6.8: Vergleich Vakuumpanel zu Doppelwand.....	107

Abbildung 7.1: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus	111
Abbildung 7.2: Mechanischer Versuchsaufbau.....	112
Abbildung 7.3: Versuchsaufbau in der Zug/Druck-Prüfmaschine mit Shaker.....	113
Abbildung 7.4: Mechanischer Versuchsaufbau mit Beschleunigungsaufnehmern.....	114
Abbildung 7.5: Ausrichtung und Zentrierung der Einzelteile und Beschleunigungsaufnehmer.....	114
Abbildung 7.6: Detailansicht der Einzelteile für den mechanischen Versuchsaufbau....	115
Abbildung 7.7: Blockdefinitionsdiagramm des Messaufbaus mit Darstellung des Messequipments und Signalfluss.....	116
Abbildung 7.8: Schaltverhalten der Tellerfeder.....	117
Abbildung 7.9: Messpunkte für die dynamischen Messungen.....	118
Abbildung 7.10: Ausschnitt mit den Messpunkten beim Maximum.....	119
Abbildung 7.11: Beschleunigungssignale der unteren Kreisscheibe.....	121
Abbildung 7.12: Beschleunigungssignale der oberen Kreisscheibe.....	121
Abbildung 7.13: Vergleich der gemittelten Beschleunigungssignale der Kreisscheiben.....	122
Abbildung 7.14: Frequenzspektrum der eingangsseitigen Beschleunigungen.....	123
Abbildung 7.15: Messwerte mit angepasster Sinusfunktion für die gemittelte Beschleunigung a_{INges}	124
Abbildung 7.16: Vergleich der gemittelten Verschiebungsfunktionen der Kreisscheiben	126
Abbildung 7.17: Modifizierter mechanischer Versuchsaufbau ohne obere Schallpfadisolierung.....	127
Abbildung 7.18: Detailansicht des Tellerfederquerschnitts zwischen den Kreisscheiben bei unterschiedlicher Vorlast.....	129

Symbolverzeichnis

Variablen und Größen mit lateinischen Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
$a(T)$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	an die Messwerte der Beschleunigungssignale angepasste Sinusfunktion der Form $a(T) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot T + \varphi)$
A	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	Amplitudenkoeffizient der angepassten Sinusfunktion $a(T)$
a_{IN_c}	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	Beschleunigungssignal des Impedanzkopfes der unteren Kreisscheibe
\hat{a}_{IN_c}	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	maximale Amplitude des Beschleunigungssignals a_{IN_c} der unteren Kreisscheibe
a_{IN_i}	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	Beschleunigungssignal des i -ten Beschleunigungssensors der unteren Kreisscheibe (eingangsseitig)
a_{OUT_i}	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	Beschleunigungssignal des i -ten Beschleunigungssensors der oberen Kreisscheibe (ausgangsseitig)
$a_{\text{IN}_{\text{ges}}}$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	aus den a_{IN_i} gemittelttes Beschleunigungssignal der unteren Kreisscheibe (eingangsseitig)
$\hat{a}_{\text{IN}_{\text{ges}}}$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	maximale Amplitude des gemittelten Beschleunigungssignals $a_{\text{IN}_{\text{ges}}}$ der unteren Kreisscheibe
$a_{\text{OUT}_{\text{ges}}}$	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	aus den a_{OUT_i} gemittelttes Beschleunigungssignal der oberen Kreisscheibe (ausgangsseitig)
A_{Schild}	$[\text{m}^2]$	Fläche des Vakuumlärmschutzschildes
A_{T}	$[\text{m}^2]$	Teilfläche, die durch eine einzelne Tellerfeder im Panel abstützt wird
b	$[-]$	Position des Maximums in der Federkennlinie bezogen auf die maximale Einfederung
b_{iso}	$\left[\frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}}\right]$	Dämpfung der elastischen Isolierung
b_{TF}	$\left[\frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}}\right]$	Dämpfung der Tellerfeder
c	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	Schallgeschwindigkeit der Luft
c_1	$[-]$	Kennzahl zur Berechnung der Kennzahl K_4
c_2	$[-]$	Kennzahl zur Berechnung der Kennzahl K_4

d	[m]	Abstand zwischen den Teilwänden der Doppelwand
D	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Federrate bzw. Federsteifigkeit einer Tellerfeder
$D(s)$	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Federrate bzw. Federsteifigkeit einer Tellerfeder
d_1	[m]	Abstand zwischen den Deckplatten des Vakuumpannels bei Belastung der Tellerfedern im Arbeitspunkt
$D_{\alpha=45^\circ}$	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Federsteifigkeit bzw. Federrate einer Tangente bei $\alpha = 45^\circ$, die dem Reziproken aus Kraftmaximum und letztem Federwegswert entspricht
D_e	[mm]	Außendurchmesser einer Tellerfeder
D_i	[mm]	Innendurchmesser einer Tellerfeder
D_s	[mm]	Schlitzdurchmesser einer geschlitzten Tellerfeder
E	[MPa]	Elastizitätsmodul
f	[Hz]	Frequenz
F	[N]	Federkraft einer Tellerfeder ohne Reibung
F^*	[–]	Auf F_{max} normierte Federkraft einer Tellerfeder
$F(s)$	[N]	Federkraft einer Tellerfeder ohne Reibung
$F_{0,75}$	[N]	Federkraft bei 75%iger Einfederung einer Tellerfeder
$\overline{F_{0,75}}$	[N]	Mittelwert der Federkraft über alle Wegzyklen einer Kennlinie bei 75%iger Einfederung einer Tellerfeder
$\overline{\overline{F_{0,75}}}$	[N]	Mittelwert der Federkraftmittelwerte über alle Federn eines Tellerfedertyps
F_B	[N]	Federkraft einer Tellerfeder in Belastungsrichtung
$\overline{F_B(s)}$	[N]	gemittelter Kraftwert der Belastungskurve über alle Wegzyklen einer Tellerfeder
f_{B_n}	[Hz]	Eigenfrequenzen einer homogenen ebenen Einfachplatte
F_c	[N]	Federkraft einer Tellerfeder bei maximaler Einfederung
F_E	[N]	Federkraft einer Tellerfeder in Entlastungsrichtung
$\overline{F_E(s)}$	[N]	gemittelter Kraftwert der Entlastungskurve über alle Wegzyklen einer Tellerfeder
F_{ges}	[N]	Gesamtkraft bei Kombination mehrerer Tellerfedern
F_{gesR}	[N]	Gesamtkraft bei Tellerfederkombination mit Reibung

F_{INc}	[N]	Kraftsignal des Impedanzkopfes der unteren Kreisscheibe
F_{max}	[N]	Federkraftmaximum
f_r	[Hz]	Doppelwandresonanzfrequenz einer Doppelwand
F_{stat}	[N]	statische Vorlast für den Transmissionsversuch an einer Einzeltellerfeder (siehe auch $F_{Vorlast}$)
F_T	[N]	Federkraft, die eine Tellerfeder im Vakuumpanel tragen muss, um die Fläche A_T abzustützen
F_{TAP}	[N]	Federkraft, die eine im Arbeitspunkt betriebene Tellerfeder im Vakuumpanel tragen muss, um die Fläche A_T abzustützen
F_{TF1}	[N]	Federkraft der ersten in dem Transmissionsversuch für eine Einzeltellerfeder verwendeten Tellerfeder
F_{TF2}	[N]	Federkraft der zweiten in dem Transmissionsversuch für eine Einzeltellerfeder verwendeten Tellerfeder
$F_{Vorlast}$	[N]	statische Vorlast für den Transmissionsversuch an einer Einzeltellerfeder (siehe auch F_{stat})
h	[MPa]	vorhandene Hubspannung bei Wechselbelastung
H	[MPa]	Dauerhubfestigkeit
\bar{H}	[%]	durchschnittliche relative Hysteresebreite über alle Messwerte und Federn eines Tellerfedertyps
$H(s)$	[%]	relative Hysteresebreite beim Federweg s über alle Wegzyklen einer Tellerfeder
$H_{abs}(s)$	[N]	absolute Hysteresebreite beim Federweg s über alle Wegzyklen einer Tellerfeder
h_0	[mm]	Maximaler Einfederungsweg einer Tellerfeder
$\overline{H_{0,75}}$	[%]	durchschnittliche Hysteresebreite bei 75%iger Einfederung einer Tellerfeder über alle Federn eines Tellerfedertyps
i	[-]	Anzahl wechselsinnig geschichteter Federn oder Säulen
i	[-]	Zählindex
I	$[W \cdot m^2]$	Schallintensität $I = \frac{P}{s_W}$
I_0	$[W \cdot m^2]$	Schallintensität der Hörschwelle $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} W \cdot m^2$
I_e	$[W \cdot m^2]$	einfallende Schallintensität
I_t	$[W \cdot m^2]$	transmittierte Schallintensität

j	[–]	Zählindex
k	[–]	Anzahl der Kennlinien eines Tellerfedertyps
K_1	[–]	Kennzahl zur Berechnung der Tellerfederkraft
K_2	[–]	Kennzahl zur Berechnung der Tellerfederspannungen
K_3	[–]	Kennzahl zur Berechnung der Tellerfederspannungen
K_4	[–]	Kennzahl zur Berechnung der Tellerfederkraft
k_{iso}	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Federsteifigkeit der elastischen Isolierung
k_{TF}	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Federsteifigkeit der Tellerfeder
l_0	[mm]	Bauhöhe einer Tellerfeder
L_0	[mm]	Gesamtbauhöhe bei Kombination mehrerer Tellerfedern
L_I	[dB]	Schallintensitätspegel
L_{I_e}	[dB]	einfallender Schallintensitätspegel
L_{I_t}	[dB]	transmittierter Schallintensitätspegel
L_p	[dB]	Schalldruckpegel
L_s	[dB]	Schalldruckpegel der Sendeschallquelle
m	[–]	Zählindex
m	[kg]	Gesamtmasse der Doppelwand
m''	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\right]$	Flächenmasse der Trennwand
m_1	[kg]	Masse einer Teilwand der Doppelwand
m_2	[kg]	Masse einer Teilwand der Doppelwand
m_{ges}	[kg]	Gesamtmasse des Vakuumpanels
n	[–]	Anzahl gleichsinnig geschichteter Federn oder Federpakete
n	[–]	Anzahl der Wegzyklen einer Federkennlinie oder der Kennlinien eines Tellerfedertyps
N	[–]	Lastwechsel
n_{T}	[–]	Anzahl der Tellerfedern im Vakuumpanel
$n_{\text{T}_{\text{gew}}}$	[–]	gewählte Anzahl der Tellerfedern im Vakuumpanel bei quadratischer Anordnung

p	[Pa]	Schalldruck
P	[W]	Schalleistung
p_0	[Pa]	atmosphärischer Umgebungsdruck
p_{diff}	[Pa]	Differenzdruck
P_e	[W]	einfallende Schalleistung
p_{rest}	[Pa]	Restdruck
p_s	[Pa]	Schalldruck der Sendeschallquelle
p_{Schw}	[Pa]	Schalldruck der Hörschwelle $p_{\text{Schw}} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa
P_t	[W]	transmittierte Schalleistung
R	[dB]	Schalldämmmaß
R_a	[μm]	Rauhtiefe bzw. Rauigkeit
R_{eh}	[MPa]	Streckgrenze
s	[mm]	momentaner zurückgelegter Federweg einer Tellerfeder
s^*	[–]	Auf $s_{\text{letzter Wert}}$ normierter Federweg einer Tellerfeder
$s_{0,75}$	[mm]	Federweg bei 75%iger Einfederung einer Tellerfeder
s_1	[mm]	Vorspannfederweg einer Tellerfeder
s_2	[mm]	Federweg bei σ_2 einer Tellerfeder
s_{ges}	[mm]	gesamter Federweg bei Kombination mehrerer Tellerfedern
s_{ges}	[N]	Standardabweichung der Gesamtstreuung aller Federn eines Tellerfedertyps
s_{in}	[N]	Standardabweichung der inneren Streuung aller Wegzyklen einer Tellerfederkennlinie
$s_{\text{letzter Wert}}$	[mm]	letzter Federwegswert der Messkurve
s_{max}	[mm]	Federweg am Federkraftmaximum einer Tellerfeder
SNR	[–]	Signal-Rausch-Verhältnis (engl.: signal to noise ratio); Maß für die technische Qualität eines Nutzsignals
S_t	[m ²]	Hüllwandfläche der transmittierten Intensität
S_W	[m ²]	Trennwandfläche
t	[mm]	Tellerdicke einer Tellerfeder
T	[s]	Zeit

t'	[mm]	reduzierte Tellerdicke einer Tellerfeder
t_1	[mm]	Dicke der dünnen Deckplatte in Sandwichbauweise
t_2	[mm]	Dicke der dicken Deckplatte in Sandwichbauweise
t_n	[–]	Parameter für die statistische Sicherheit für n unabhängige Messwerte
t_T	[mm]	Tellerdicke der Tellerfeder für die Transmissionsmessung
$TF1_{####N}$	[–]	Messpunkt der ersten in dem Transmissionsversuch für eine Einzeltellerfeder verwendeten Tellerfeder bei #### N
$TF2_{####N}$	[–]	Messpunkt der zweiten in dem Transmissionsversuch für eine Einzeltellerfeder verwendeten Tellerfeder bei #### N
$u(T)$	[m]	zweifach integrierte Sinusfunktion $a(T)$; Verschiebung
u_{IN_i}	[m]	Verschiebung des i -ten Beschleunigungssensors der unteren Kreisscheibe (eingangsseitig)
u_{OUT_i}	[m]	Verschiebung des i -ten Beschleunigungssensors der oberen Kreisscheibe (ausgangsseitig)
$u_{IN_{ges}}$	[m]	aus den u_{IN_i} gemittelte Verschiebung der unteren Kreisscheibe (eingangsseitig)
$u_{OUT_{ges}}$	[m]	aus den u_{OUT_i} gemittelte Verschiebung der oberen Kreisscheibe (ausgangsseitig)
W	[N · m]	Federarbeit einer Tellerfeder
w_M	[–]	Reibbeiwert für die Reibung zwischen den Mantelflächen gleichsinnig geschichteter Tellerfedern
w_R	[–]	Reibbeiwert für die Reibung an den Endanlagen von Tellerfedern
x	[mm]	Abstand zwischen den Außenringen zweier benachbarter Tellerfedern im Vakuumpanel
x_α	$\left[\frac{m}{N}\right]$	Umrechnungsfaktor zur Berechnung von Sekanten und Tangenten an den Federwegpunkten einer Federkennlinie
x_{min}	[mm]	Mindestabstand zwischen den Außenringen zweier benachbarter Tellerfedern im Vakuumpanel
y	[mm]	Restfederweg vom Federweg beim Kraftmaximum bis zur maximalen Einfederung

Variablen und Größen mit griechischen Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
α	[°]	Steigungswinkel von Sekanten und Tangenten an den Federwegpunkten einer Federkennlinie
$\bar{\alpha}$	[°]	Durchschnittlicher Steigungsabweichungswinkel zwischen berechneter und gemessener Federkennlinie
γ	[%]	Vertrauensniveau bzw. statistische Sicherheit
δ	[–]	Durchmesserverhältnis einer Tellerfeder
$\Delta F_{0,75}$	[N]	Messunsicherheit für $\overline{F_{0,75}}$
$\Delta \overline{F_{0,75}}$	[N]	Messunsicherheit für $\overline{\overline{F_{0,75}}}$
ΔF_{dyn}	[N]	Federkraftamplitude einer dynamischen Schallbelastung
ΔR	[dB]	Schalldämmmaßzuwachs durch Erhöhung der Masse
Δs_{dyn}	[mm]	Federwegamplitude einer dynamischen Schallbelastung
μ	[–]	Haftreibungskoeffizient
ν	[–]	Querkontraktionszahl
π	[–]	Kreiszahl
ρ_0	$\left[\frac{\text{kg}^3}{\text{m}} \right]$	Dichte der beidseitig an die Trennwand grenzenden Luft
σ_I	[MPa]	Spannung an der Oberkante Innenring einer Tellerfeder
σ_{IC}	[MPa]	Blockspannung an der Oberkante Innenring einer Tellerfeder
σ_{II}	[MPa]	Spannung an der Unterkante Innenring einer Tellerfeder
σ_{III}	[MPa]	Spannung an der Unterkante Außenring einer Tellerfeder
σ_{IV}	[MPa]	Spannung an der Oberkante Außenring einer Tellerfeder
σ_1	[MPa]	Vorspannung
σ_2	[MPa]	Oberspannung bei Wechselbelastung
σ_o	[MPa]	Oberspannung bei Wechselbelastung
σ_0	[MPa]	Oberspannung bei Dauerwechselbelastung
σ_{OM}	[MPa]	Spannung an der oberen Mantelfläche einer Tellerfeder
σ_u	[MPa]	Unterspannung bei Wechselbelastung
σ_U	[MPa]	Unterspannung bei Dauerwechselbelastung

τ	[–]	Transmissionsgrad
φ	[rad]	Phasenverschiebungskoeffizient der angepassten Sinusfunktion $a(T)$ bzw. $u(T)$
ϕ	[°]	Aufstellwinkel
ω	[Hz]	Kreisfrequenz

Vorwort

Im Sinne dieses Vorworts möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gleine dafür bedanken, dass ich Teil des COCLEA-Projekts sein durfte. Er hatte immer ein offenes Ohr für mich und bot mir Unterstützung, wo immer ich sie brauchte. Auch möchte ich mich bei den Professoren Thomas Kletschkowski, Ralf Ahrens und Jutta Abulawi, sowie dem angehenden Doktoranden Felix Langfeldt bedanken, welche sich gerne zu einzelnen Themen mit mir auseinandergesetzt haben.

Torsten Fedkenheuer

Hamburg, im Januar 2013

1 Einleitung

In Zeiten zunehmender Konkurrenz auf dem Weltmarkt steigt der Druck bei steigendem Komfort, immer kostengünstiger operieren und fliegen zu können, um wettbewerbsfähig zu bleiben. Steigende Ölpreise sind ein weiterer Faktor, der Druck auf die Wirtschaft ausübt. Im Zuge dessen müssen Wege gefunden werden, wie sich Kosten einsparen lassen. Ein wesentlicher Faktor bei den Operationskosten ist der Treibstoff.

In der Luftfahrt werden zur Treibstoffreduzierung verschiedene Konzepte untersucht. Ein erfolgversprechendes Konzept ist eine Flugzeugkonfiguration mit einem sogenannten gegenläufigen Propeller-Antrieb (Contra rotating), der z. B. am Heck des Flugzeugs angebracht ist. Dieser erzeugt im Vergleich zu den konventionellen Turbofan-Triebwerken jedoch einen sehr großen Lärm, der über den Luftweg in die Rumpfstruktur gekoppelt wird und via Körperschall in die Kabine gelangt. Der Schalldruckpegel des Luftschalls an der Rumpfoberfläche wird mit 150 dB bei einer Blattfolgefrequenz von 100Hz angenommen. Damit die Akustikrichtlinien für den Lärmpegel innerhalb der Kabine eingehalten werden können, sind verschiedene innovative Konzepte zur Lärmreduzierung notwendig. Ein Doppelwandpanel mit einem Vakuum in der Zwischenschicht verspricht als Lärmschutzschild im Treibwerksbereich positioniert im Idealfall eine Minimierung der Übertragung von auftreffenden Luftschall in den Rumpf. Aufgrund der hohen Druckdifferenzen müssen die Außenwände des Schildes aber gegeneinander abgestützt werden. Damit der Körperschall bei gleichzeitiger Stützung der Wände nicht übertragen werden kann, müssen Stützelemente verwendet werden, die die dynamische körperschallbedingte Kraftübertragung von der aus der Druckdifferenz zwischen Vakuum und Umgebungsdruck resultierenden statischen Kraftübertragung entkoppelt. Als ein mögliches Maschinenelement, das diese Anforderungen erfüllen könnte, gilt die Tellerfeder.

1.1 Zielsetzung

Sinn und Zweck dieser Abschlussarbeit ist es die Eignung der Tellerfeder als Stützelement für das Vakuumlärmschutzschild zu analysieren und sie im Hinblick auf ihre akustischen Eigenschaften zu optimieren.

Dabei wird insbesondere darauf Wert gelegt,

- dass die der Tellerfeder zugrunde gelegte Theorie zur Berechnung von Tellerfederkennlinien analysiert und die Charakteristik der Kennlinie optimal eingestellt wird,
- dass die Tellerfeder in Einbeziehung der sich aus der Flugzeugkonfiguration ergebenden Randbedingungen dimensioniert und ein entsprechender Parameterraum definiert wird,
- dass Messungen an einem ersten Funktionsmuster zur empirischen Darstellung der technisch-physikalischen Zusammenhänge durchgeführt werden und
- dass die Ergebnisse zusammengefasst, diskutiert und bewertet werden.

1.2 Vorgehensweise

Zur Analyse des Tellerfederpotentials für die Anwendung als Stützelement in einem Vakuumlärmschutzschild wird einerseits eine hohe theoretische Kenntnis über die Herstellung, Eigenschaften und Dimensionierung der Tellerfedern und andererseits ein hoher empirischer Aufwand zur Untersuchung des akustischen Verhaltens der Tellerfeder benötigt.

In den folgenden Kapiteln wird die Tellerfeder dazu eingehend bezüglich ihrer Herstellung, Eigenschaften und Berechnungsverfahren sowie der Kennliniencharakteristik beschrieben. Danach wird zur eigentlichen Problemlösung übergegangen. Die zuvor erläuterten Berechnungsverfahren werden dazu verwendet, einen Parameterraum für die geometrischen und materiellen Vorgabegrößen der Tellerfeder zu entwerfen und eine speziell für den optimalen Anwendungsfall ausgelegte Tellerfeder zu dimensionieren.

Im Anschluss daran wird eine bereits lieferbare Tellerfeder für eine empirische Transmissionsmessung an einem ersten Funktionsmuster für das Vakuumlärmschutzschild anhand der zuvor erlangten Kenntnisse ausgesucht.

Vor der ersten Messung sind die jedoch noch Eigenschaften und die Kennliniencharakteristik der ausgewählten Tellerfedern zu bestimmen. Damit soll überprüft werden, wie gut die Kennlinien der Tellerfedern mit der DIN 2092 wiedergegeben werden können und wie reproduzierbar die Eigenschaften der verschiedenen Tellerfedertypen sind. Dazu werden unter anderem auch Kunststofftellerfedern getestet. Ein weiterer Grund zur genauen Bestimmung der Eigenschaften ist die Festlegung des detaillierten Aufbaus von dem ersten Funktionsmuster.

Das erste Funktionsmuster beinhaltet den Aufbau eines Vakuumpanels mit dem ausgewählten Tellerfedertypus. Anhand einer Transmissionsmessung des Vakuumpanels bei verschiedenen Differenzdruckbelastungen sollen die akustischen Eigenschaften der Tellerfedern auf das Schalldämmmaß untersucht werden.

Im letzten Abschnitt vor der Zusammenfassung der erlangten Erkenntnisse werden die Ergebnisse eines speziellen Messaufbaus diskutiert, in dem der Transmissionsverlust einer einzelnen Tellerfeder in Abhängigkeit der statischen Vorlast untersucht wurde.

2 Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel dient dem besseren Verständnis der physikalischen Vorgänge, welche in dieser Studienarbeit auftreten. Dazu werden hier kurz die theoretischen Grundlagen, auf denen die Studienarbeit aufbaut, erläutert bzw. auf weiterführende Literatur verwiesen.

2.1 Grundlagen der Technischen Akustik

An dieser Stelle wird nur auf die für diese Studienarbeit relevanten Themen zur technischen Akustik eingegangen. Unter anderem wird die Berechnung des Schalldruckpegels, des Schalldämmmaßes und des Massegesetzes angesprochen. Weitere relevante Themen sind die Bestimmung des Schalldämmmaßes nach Durchführung einer Transmissionsmessung und das charakteristische Aussehen des Schalldämmmaßes von Einfach- und Mehrschichtplatten sowie Doppelwänden.

2.1.1 Was ist Schall?

Bei der Schallausbreitung in einem Fluid (Gas oder Flüssigkeit) versetzt eine Schallquelle das sie umgebende Fluid schlagartig in kleine Schwingungen, welche zeitabhängige Änderungen der Dichte und des Druckes bewirken. Das jeweilig in Schwingung versetzte Molekül stößt seine benachbarten Moleküle an und versetzt diese ebenso in Schwingung, so dass sich eine Schallwelle sphärisch ausgehend von ihrer Quelle ausbreitet. Innerhalb eines Fluids treten nur Longitudinalwellen auf (siehe [Möser2009] Kap. 1). Während die Ausbreitung von Schall in Festkörpern noch komplexer ist, weil hier auch Transversalwellen und BiegeWellen auftreten (siehe [Möser2009] Kap. 4.1).

Den sich in einem Schallfeld ändernden Wechseldruck bezeichnet man als Schalldruck p . Er ist dem atmosphärischen Ruhedruck p_0 überlagert und die wichtigste akustische Feldgröße, die wegen des Wellencharakters von Schall orts- und zeitabhängig ist (siehe [Möser2009] Kap. 1).

Das an einem Ort beobachtete Schallereignis besitzt im Wesentlichen zwei Merkmale: Es zeichnet sich durch Klangfarbe (Frequenz) und durch Lautstärke aus. Die Lautstärke steigt mit dem Schalldruck, die Klangfarbe ändert sich mit der Frequenz, mit der sich die Schallwellen ausbreiten. Der Hörbereich des menschlichen Ohres reicht etwa von 16 bis 16000 Hz. Die Hörempfindung ist dabei nach dem Weber-Fechner-Gesetz nahezu logarithmisch. Daher liegt es nahe für die Schalldruckgröße ein logarithmiertes Maß zu verwenden. National und international wird der Schalldruckpegel L_p

$$L_p = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{p}{p_{\text{Schw}}} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{p}{p_{\text{Schw}}} \right)^2 \quad (2.1)$$

mit $p_{\text{Schw}} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa als gut handhabbares, aussagekräftiges Maß verwendet. Die Bezugsgröße p_0 entspricht dabei etwa der Hörschwelle (für eine Frequenz von 1000 Hz), so dass 0 dB den gerade noch bzw. gerade nicht mehr hörbaren Schall bezeichnet (siehe [Möser2009] Kap. 1).

2.1.2 Schalldämmmaß und Massegesetz

Unter einem Schalldämmmaß R versteht man den Schallpegel, um den sich die Lautstärke einer Schallquelle verringert, wenn der Schall eine Wand durchqueren muss. Vereinfacht handelt es sich um die Differenz zwischen einfallendem Schallintensitätspegel L_{I_e} und transmittiertem Schallintensitätspegel L_{I_t} :

$$R = L_{I_e} - L_{I_t} \quad (2.2)$$

$$\text{mit } L_I = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad \text{und} \quad I = \frac{P}{S_W}.$$

Die Schallintensität I steht hierbei für die Leistung P , die durch eine Fläche S_W dringt. Die Schallintensität der Hörschwelle wird als $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ definiert.

Eng verbunden mit dem Begriff des Schalldämmmaßes ist auch der Transmissionsgrad, welcher das Verhältnis von einfallender zu transmittierter Intensität, also bei gleichgroßer Eintritts- und Austrittsfläche S_W , das Verhältnis der Leistungen beschreibt.

$$\tau = \frac{I_e}{I_t} = \frac{P_e \cdot S_W}{P_t \cdot S_W} = \frac{P_e}{P_t} \quad (2.3)$$

Daraus folgt für das Schalldämmmaß:

$$R = L_{I_e} - L_{I_t} = 10 \cdot \lg \left(\frac{I_e}{I_t} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{1}{\tau} \right) \quad (2.4)$$

In einfachen Fällen lässt sich das Schalldämmmaß theoretisch in Abhängigkeit von der Frequenz nach dem Massegesetz berechnen. Für diffusen Schalleinfall an einer infiniten, ebenen, homogenen, schlaffen Einfachwand endlicher Dicke ergibt sich damit nach [Möser2009] Kap. 8.2 a) das Schalldämmmaß zu

$$R \cong 20 \cdot \lg \left(\frac{\omega \cdot m''}{2 \cdot \rho_0 \cdot c} \right) - 3 \text{ dB} \quad (2.5)$$

In Gleichung 2.4 bezeichnen ω die Kreisfrequenz, m'' die Flächenmasse der Wand, ρ die Dichte und c die Schallgeschwindigkeit der beidseitig angrenzenden Luft.

Da in der Praxis die Wände nicht unendlich ausgedehnt sind, stimmen die Messungen erfahrungsgemäß (siehe [Gleine2011] Kapitel 8) besser überein, wenn 5 dB für das diffuse Schallfeld abgezogen werden:

$$R \cong 20 \cdot \lg \left(\frac{\omega \cdot m''}{2 \cdot \rho_0 \cdot c} \right) - 5 \text{ dB} \quad (2.6)$$

2.1.3 Durchführung einer Transmissionsmessung zur Bestimmung des Schalldämmmaßes

Es gibt verschiedene Methoden eine Transmissionsmessung durchzuführen. An dieser Stelle wird jedoch nur die Methode kurz erläutert, die in dieser Arbeit Anwendung findet

(für allgemein gängige Transmissionsmessmethoden sei auf [Möser2009] Kap. 8.1 verwiesen).

Bei dieser Methode wird die Trennwand, für die das Schalldämmmaß bestimmt werden soll, zwischen zwei Räume in einem Fenster eingespannt (siehe Abb.2.1). In dem Senderaum, hier ein Hallraum, wird eine Schallquelle installiert, die einen konstanten Leistungspegel aussendet. Der Empfangsraum ist ein semi-absorbierender Raum; so genannt, weil alle Raumbegrenzungen abgesehen vom Boden absorbierend ausgestattet sind. Im Empfangsraum ist die Trennwand nun von fünf gedachten Hüllflächen eingeschlossen, welche mit einer Schallintensitätspegelmesssonde abgetastet werden.

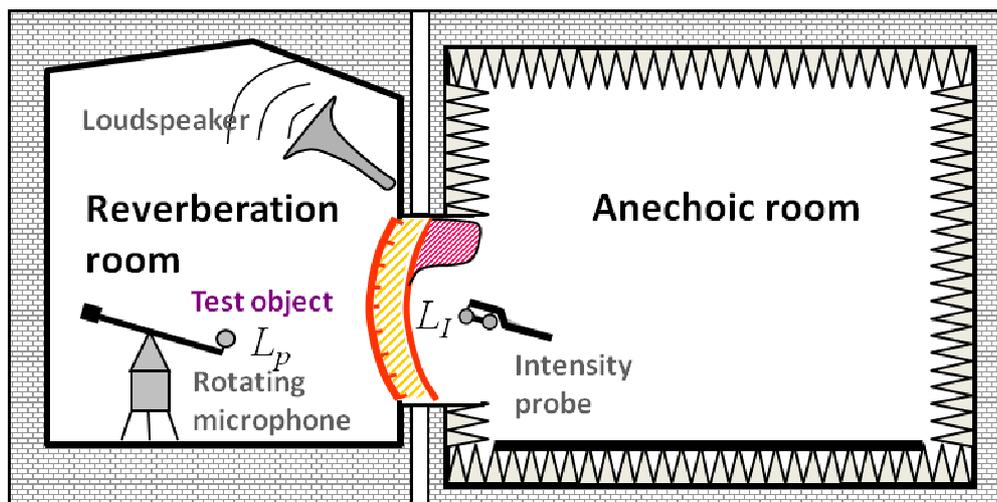


Abbildung 2.1: Transmissionsprüfstand ([Gleine2011] Kap. 1)

Zur Berechnung des Schalldämmmaßes R stehen im Senderaum der konstante Schalldruckpegel L_s und im Empfangsraum die Schallintensitätspegel der fünf Hüllflächen L_{I_i} mit $i = 1 \dots 5$ zur Verfügung. Weil der Schallintensitätspegel im Senderaum nur einseitig auf die Trennwand trifft und es sich um ein diffuses Schallfeld handelt (siehe [Gleine2011] Kap. 8), gilt für die auf die Trennwand einfallende Schallintensität:

$$I_e = \frac{p_s^2}{4 \cdot \rho_0 \cdot c} \quad (2.7)$$

Für den eingangsseitigen Schallintensitätspegel folgt:

$$L_{I_e} = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_e}{I_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{p_s^2}{p_{\text{Schw}}^2}\right) - 10 \cdot \lg 4 = L_s - 6 \text{ dB} \quad (2.8)$$

mit

$$I_0 = \frac{p_{\text{Schw}}^2}{\rho_0 \cdot c} \quad (2.9)$$

Für die Berechnung des Schalldämmmaßes R nach Gleichung 2.3 wird nun noch der transmittierte Schallintensitätspegel L_{I_t} benötigt. Die Berechnung des transmittierten Intensitätspegels auf der Empfangsseite L_{I_t} erfolgt über die Gewichtung mittels der durchdrungenen Hüllflächengrößen:

$$L_{I_t} = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_t}{I_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_t}{I_0 \cdot S_t}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{I_{t_i} \cdot S_{t_i}}{S_t}\right)}{I_0}\right) =$$

$$10 \cdot \lg\left(\frac{\sum_{i=1}^5 \left(10^{\frac{L_{I_{t_i}}}{10}} \cdot S_{t_i}\right)}{I_0 \cdot S_t}\right) \quad (2.10)$$

mit

$$P_t = I_t \cdot S_t \quad (2.11)$$

Das Schalldämmmaß R lässt sich dann nach Gleichung 2.3 berechnen.

2.1.4 Schalldämmmaß von Einfach- und Mehrschichtplatten sowie Doppelwänden

In diesem Kapitel werden die akustischen Eigenschaften von Einfach-, Mehrschicht-, und Sandwichplatten bezüglich des Schalldämmmaßes grob beschrieben. Das Augenmerk liegt vor allem auf den qualitativen Schalldämmmaßverläufen von solchen Platten. Detaillierte Informationen können [Möser2009] Kap. 8.1 bis 8.3; [Schirmer2006] Kap. 5.1 bis 5.3 und 5.4.2 sowie [Lerch2009] Kap. 9.1 bis 9.3 entnommen werden.

In Abbildung 2.2 ist der prinzipielle Verlauf des Schalldämmmaßes einer homogenen ebenen Einfachplatte unter diffusem Schalleinfall dargestellt. Folgende Merkmale sind zu betrachten ([Schirmer2006] Kap. 5.3.3):

1. Die Schalldämmung ist bei den Eigenfrequenzen f_{B_n} , besonders bei der Grundeigenfrequenz, am geringsten.
2. In dem Frequenzbereich zwischen den Eigenfrequenzen und der Grenzfrequenz steigt die Schalldämmung bei großen Platten mit ansteigender Frequenz um 6 dB pro Oktave (Frequenzverdopplung) infolge der Massenträgheitswirkung (siehe Gleichung 2.5).
3. Bei der Grenzfrequenz erfolgt ein Einbruch in der Schalldämmmaßkurve. Die Ursache dieses Einbruches liegt an den BiegeWellen auf der Platte, die durch den schrägeinfallenden Schall angeregt werden. Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der die Frequenz des einfallenden Schalles gerade mit der Frequenz der angeregten BiegeWellen übereinstimmt, also in Koizidenz ist (sie wird deshalb auch Koizidenzgrenzfrequenz genannt). Dann ist die Spurgeschwindigkeit der einfallenden Wellen gleich der BiegeWellengeschwindigkeit. Bei diffusem Schalleinfall ist der Koizidenzeinbruch breitbandig, weil die BiegeWellenfrequenz winkelabhängig ist (siehe auch ([Schirmer2006] Kap. 5.2.3.2).
4. Oberhalb der Grenzfrequenz wächst die Schalldämmung mit 9 dB je Oktave an.

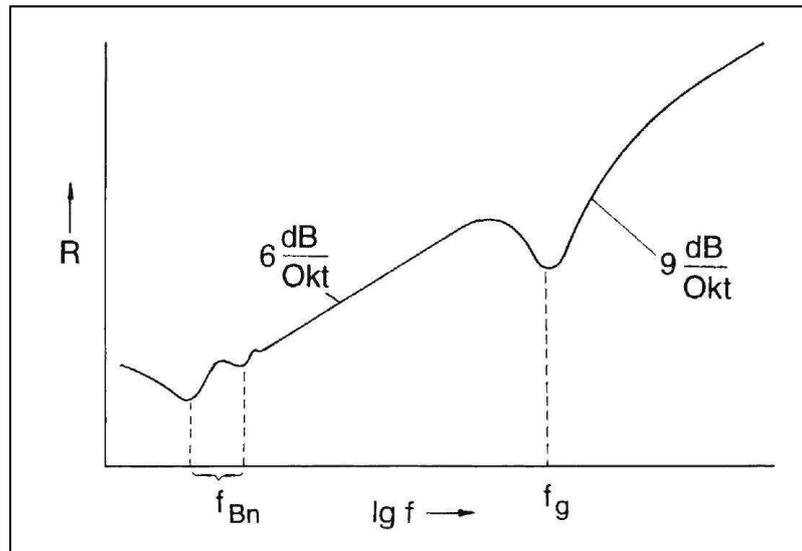


Abbildung 2.2: Prinzipieller Verlauf des Schalldämmmaßes einer homogenen ebenen Einfachplatte unter diffusem Schalleinfall

Gegenüber der homogenen Einfachplatte haben Mehrschichtplatten erhebliche Unterschiede in den akustischen Eigenschaften. Durch ihre hohe Biegesteifigkeit im Vergleich zu gleichschweren homogenen Platten ist die Grenzfrequenz sehr niedrig, weil die Biegewellen schon bei sehr niedrigen Frequenzen die Spurgeschwindigkeit des einfallenden Schalls erreichen (siehe [Gleine2011] Kap 8).

Eine typische Schalldämmmaßkurve von einer Mehrschichtplatte in Sandwichbauweise zeigt Abb. 2.3.

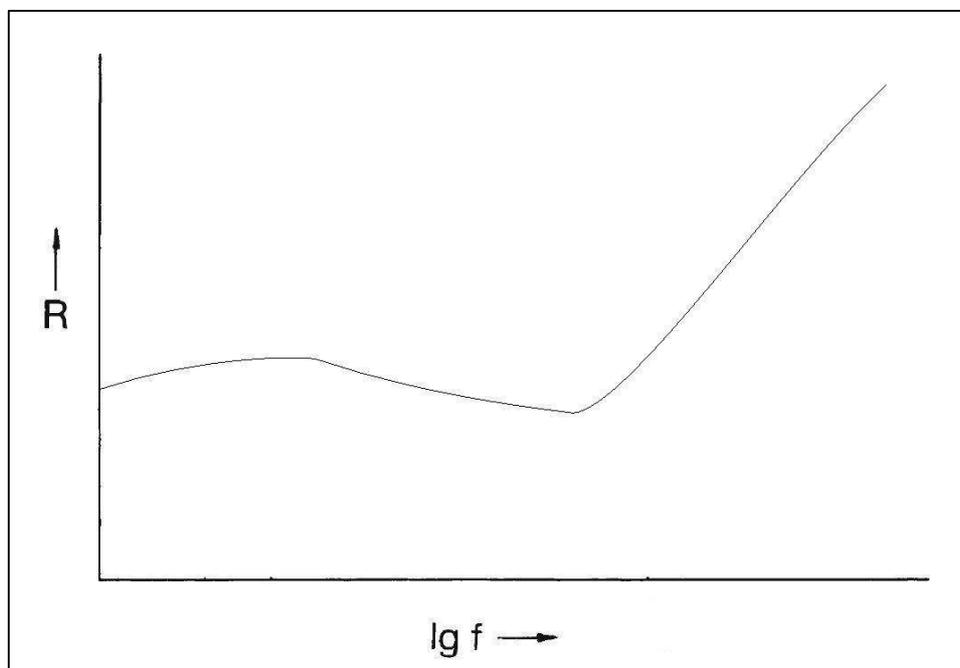


Abbildung 2.3: Prinzipieller Verlauf des Schalldämmmaßes einer Mehrschichtplatte

Zur Erzielung einer guten Schalldämmung können schwere Wände vermieden werden, wenn die Wände doppelschalig aufgebaut werden ([Schirmer2006] Kap. 5.4.2). Bei gleicher Masse von Einfach- und Doppelwand wird eine Verbesserung des Schalldämmmaßes nur durch eine Verringerung des durch Biegewellenanregung bedingten Schalldurchlasses bewirkt ([Lerch2009] Kap. 9.3).

Abbildung 2.4 zeigt den prinzipiellen Verlauf des Schalldämmmaßes einer Doppelwand. Charakteristische Merkmale sind:

1. Unterhalb der Doppelwandresonanzfrequenz f_r gleicht die Schalldämmung der einer Einfachwand mit der Masse $m = m_1 + m_2$, nimmt also mit 6 dB pro Oktave zu (gleichphasige Schwingung der Wände) ([Lerch2009] Kap. 9.3).
2. Bei Erreichen der Doppelwandresonanzfrequenz bricht das Schalldämmmaß ein, weil hier eine gegenphasige Schwingung der Wandteile vorliegt ([Lerch2009] Kap. 9.3). Die Doppelwandresonanzfrequenz f_r für senkrechten Schalleinfall kann nach folgender Formel abgeschätzt werden ([Schirmer2006] Kap. 5.4.2.1):

$$f_r[\text{Hz}] = 60 \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2 \cdot d}} \quad (2.12)$$

Für m_1 und m_2 ist jeweils die Masse der Teilwände in [kg] und für d der Abstand zwischen den Teilwänden in [m] einzusetzen.

3. Über der Doppelwandresonanzfrequenz steigt die Schalldämmung mit 18 dB pro Oktave. Jedoch reduziert sich die der Anstieg des Schalldämmmaßes im Mittel auf 12 dB pro Oktave bei sehr hohen Frequenzen, wenn dort die Wellenlänge oder ein ganzzahliges Vielfaches davon der Spaltbreite d entspricht. Dieser Effekt wird Dickenresonanz genannt ([Lerch2009] Kap. 9.3).

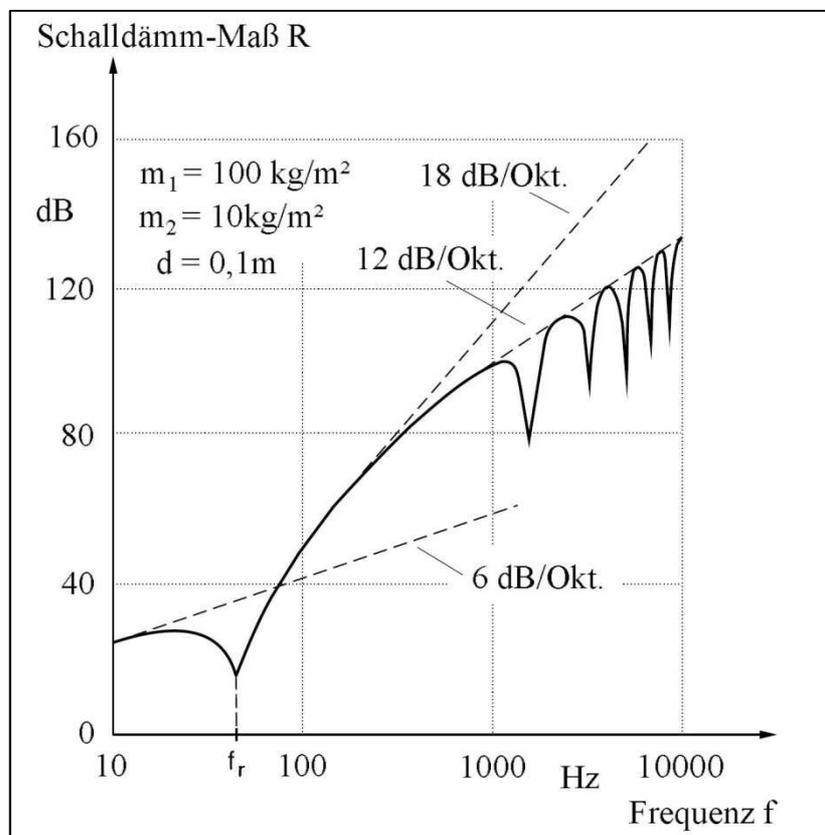


Abbildung 2.4: Prinzipieller Verlauf des Schalldämmmaßes einer Doppelwand

3 Die Grundlagen der Tellerfeder

Tellerfedern gehören zu der Gruppe der Federn und sind häufig eingesetzte Maschinenelemente. Die meist verwendete Bauart ist die ungeschlitzte Tellerfeder, eine kegelförmige Ringscheibe, die als Einzelfeder oder in der Mehrzahl kombiniert zu Federpaketen und Federsäulen sowohl ruhend als auch schwingend belastet wird. Tellerfedern werden mit und ohne Auflageflächen hergestellt und bei gleichmäßig verteilter Belastung mit Krafftein- bzw. -ableitung über den oberen Innen- bzw. den unteren Außenrand vorwiegend auf Biegung beansprucht.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass es zum Thema Tellerfedern eine ganze Reihe wissenschaftlicher Arbeiten gibt (siehe [Almen1936] [Hertzer1959] [Lutz1960] [Schremmer1965] [Lutz1967] [Bühl1971] [Schremmer1972] [Bühl1974] [Bühl1977] [Curti1979] [Bühl1980] [Curti1980] [Niepage1983]) und hier deshalb der Übersichtlichkeit wegen nur auf die für diese Arbeit wesentlichen Grundlagen der Tellerfeder eingegangen werden kann.

Im Verlauf dieses Kapitels wird ausführlich auf die Eigenschaften, Berechnungsverfahren und Kennliniencharakteristik von Tellerfedern eingegangen. Nebenbei werden auch die Einteilung der Tellerfedern und die zulässigen Toleranzen für Tellerfedern angesprochen. Der Blick in diese Themen ermöglicht es, das Potential der Tellerfeder für die Anwendung als Stützelement des Vakuumlärmschutzschildes zu erkennen und die Wissensgrundlage für die Erstellung eines Parameterraumes mit dem Ziel einer Tellerfederdimensionierung entsprechend dem gewünschten Anwendungsfall zu legen.

3.1 Einteilung der Tellerfeder nach DIN 2093

Ungeschlitzte Tellerfedern mit Rechteckquerschnitt sind genormt. Eine Übersicht über die geometrischen Parameter zeigt Abbildung 3.1. Der Außendurchmesser ist hier mit D_e , der Innendurchmesser mit D_i bezeichnet. Der maximale Federweg h_0 ergibt sich, indem die Tellerdicke t von der Bauhöhe l_0 subtrahiert wird. Der momentane Weg, den die Tellerfeder unter Belastung zurücklegt, wird als Federweg s bezeichnet.

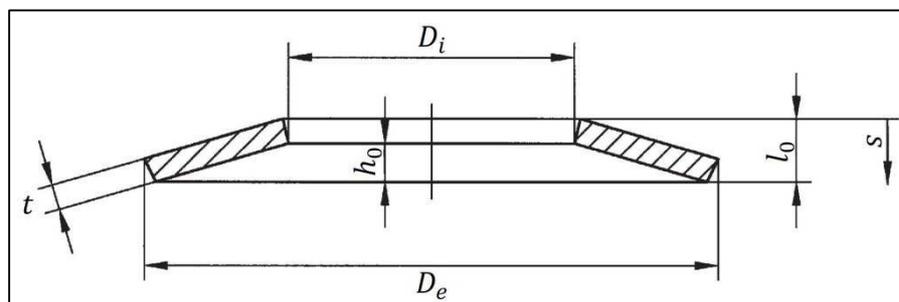


Abbildung 3.1: Geometrische Parameter am Tellerfederquerschnitt

Eine Auswahl der Tellerfedern (Außendurchmesser gestuft von $D_e = 8 \text{ mm}$ bis $D_e = 250 \text{ mm}$) ist nach DIN 2093 oder für weitere Abmessungsvarianten aus Firmenkatalogen (z.B. [Bauer2006-2], [Bauer2006-3] oder [Schnorr2004]) möglich.

Neben der ungeschlitzten Grundform mit rechteckigem Querschnitt (Gruppe 1 und 2 nach DIN 2093, s. Abb. 3.2a) werden auch Formen mit Auflageflächen (Gruppe 3 nach DIN 2093, s. Abb. 3.2b) eingesetzt (siehe [Meissner2007] Kap.4.2.4.1 S.115).

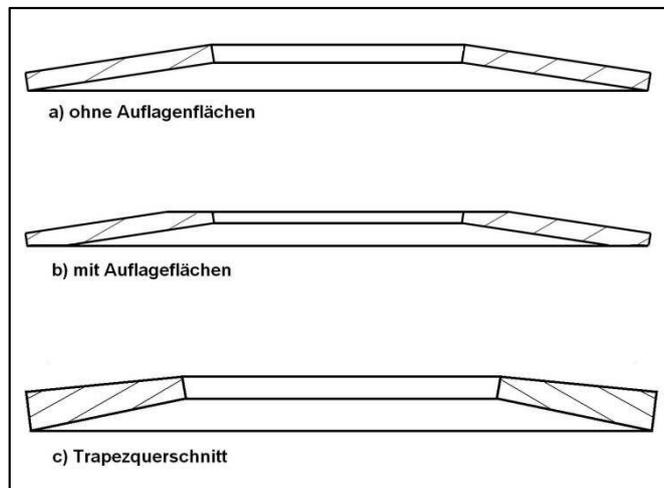


Abbildung 3.2: Verschiedene Querschnittsformen der Tellerfeder

Tellerfedern mit Trapezquerschnitt (s. Abb. 3.2c) und geschlitzte Formen (s. Abb. 3.3) sind nicht genormt. Dennoch werden sie unter gesonderter Rücksprache mit den Herstellern angeboten. Für detailliertere Informationen siehe Kap. 3.6.

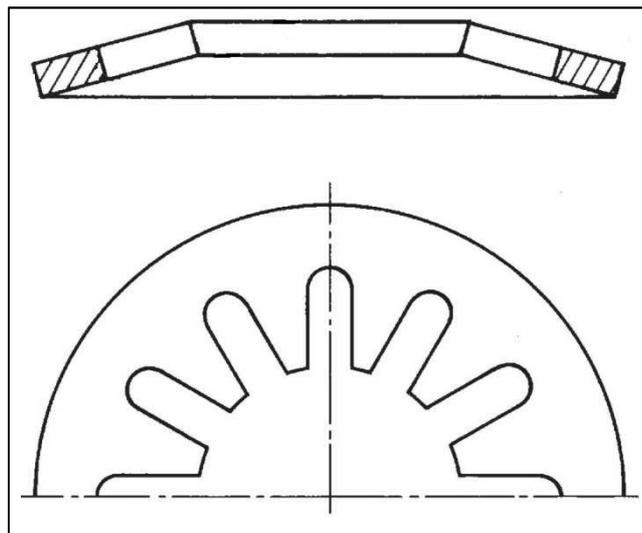


Abbildung 3.3: Geschlitzte Tellerfeder

Die Grundform der Tellerfeder wird nach DIN 2093 in 3 Gruppen gemäß der Tellerdicke t eingeteilt (siehe [Roloff2007] Kap.5 S.312):

- *Gruppe 1* mit $t < 1,25$ mm, kaltgeformt ohne abgerundete Kanten; $R_a < 12,5$ μm ;
- *Gruppe 2* mit $t \geq 1,25$ mm bis einschließlich $t = 6$ mm, kaltgeformt, Innen- (D_i) und Außendurchmesser (D_e) gedreht mit abgerundeten Kanten und einer Rauigkeit von $R_a < 6,3$ μm bzw. feingeschnitten mit $R_a < 3,2$ μm ;
- *Gruppe 3* mit $t > 6$ mm bis einschließlich $t = 14$ mm, kalt- oder warmgeformt, allseits gedreht mit einer Rauigkeit von $R_a < 12,5$ μm ; mit Auflageflächen (spanabhebend bearbeitet) von ca. $\frac{D_e}{150}$ am oberen Innenring und unteren

Außenring (siehe Abb. 3.2b) sowie einer reduzierten Tellerdicke $t' = 0,94 \cdot t$ der Reihen A und B bzw. $t' = 0,96 \cdot t$ der Reihe C.

Abbildung 3.4 zeigt den Fertigungsablauf bei der Herstellung von Tellerfedern entsprechend der Gruppeneinteilung.

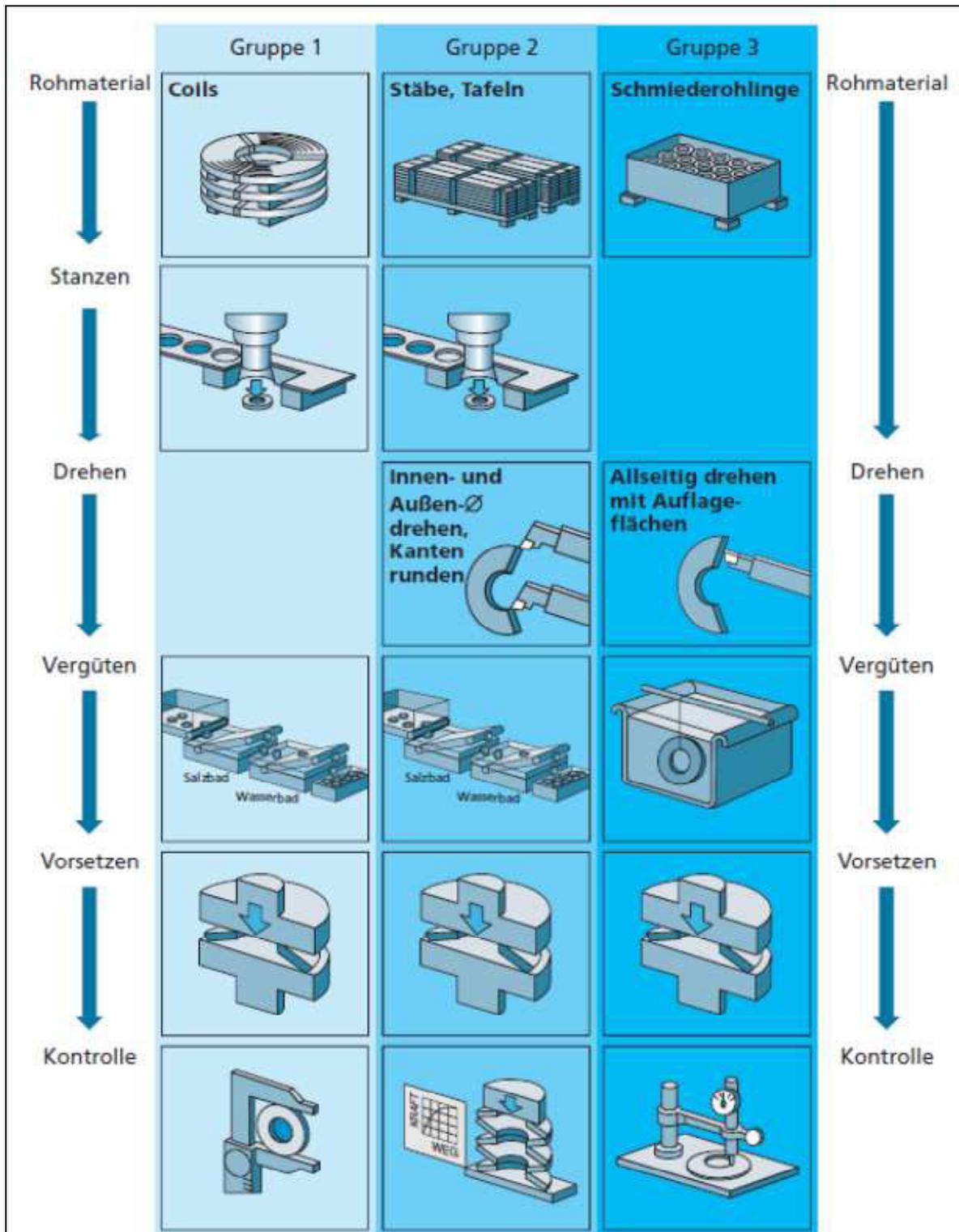


Abbildung 3.4: Fertigungsablauf bei der Herstellung für Tellerfedern verschiedener Gruppen ([Schnorr2004] S. 26)

Der Vorsetzvorgang bei der Herstellung von Tellerfedern ist nur ein kurzzeitiger Vorgang. Die Tellerfeder wird nach der Wärmebehandlung mit der doppelten Kraft $2 \cdot F (s = 0,75 \cdot h_0)$, die die Tellerfeder bei 75 %-iger Einfederung $s = 0,75 \cdot h_0$ aufnehmen kann, plattgedrückt. An der Oberseite entstehen Zugeigenspannungen, die den bei folgenden Belastungen auftretenden Lastspannungen entgegenwirken und somit Spannungsspitzen abbauen. Dies soll verhindern, dass sich die Feder bei nachfolgenden Belastungen dauerhaft plastisch verformt. Nach DIN 2093 muss jede Tellerfeder so vorgesetzt sein, dass die Grenzabweichungen der Federkraft (siehe Kap. 3.2.2) eingehalten werden ([Schnorr2004] S. 25). Bei längerer Belastungsdauer kann aber trotzdem ein zusätzliches Nachsetzen auftreten (siehe Kap. 3.4.5 bzw. [Schnorr2004] S. 30).

Die wichtigsten Einteilungsmerkmale nach DIN 2093 sind in der unten stehenden Tabelle 3.1 zur besseren Übersichtlichkeit kurz zusammengefasst.

Gruppe	Reihe	Tellerdicke t [mm]	Reduzierte Tellerdicke durch Auflageflächen	Rauigkeit R_a [μm]
1	A,B,C	$t < 1,25$	keine	$R_a < 12,5$
2	A,B,C	$1,25 \leq t \leq 6$	keine	$R_a < 6,3$ bzw. $R_a < 3,2$
3	A,B	$6 < t \leq 14$	$t' \approx 0,94 \cdot t$	$R_a < 12,5$
3	C	$6 < t \leq 14$	$t' \approx 0,96 \cdot t$	$R_a < 12,5$

Tabelle 3.1: Gruppeneinteilung der Tellerfeder nach Tellerdicke

Unabhängig von den Gruppen werden die Tellerfedern außerdem in die Reihen A, B und C nach ihrem elastischen Verformungsverhalten unterschieden. Dabei nimmt die Steifigkeit der Tellerfedern von Reihe A (steif) über Reihe B (mittel) bis hin zu Reihe C (weich) ab. Die Steifigkeit wird nicht über das Material (Elastizitätsmodul), sondern über die Geometrieparameter eingestellt (siehe [Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.504).

Bezüglich der Reihen gelten folgende Hauptabmessungen (siehe Tab. 3.2) mit einem Durchmesser Verhältnis von $\delta = \frac{D_e}{D_i} = 1,9 \dots 2,05$:

Reihe	Elastisches Verformungsverhalten	$\frac{D_e}{t}$	$\frac{h_0}{t}$
A	steif	18	0,4
B	mittel	28	0,75
C	weich	40	1,3

Tabelle 3.2: Abmessungen für die geometrische Steifigkeit

(siehe [Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.504)

Der Kurvenparameter $\frac{h_0}{t}$ ist zusammen mit dem Verhältnis $\frac{D_e}{t}$ ein Maß für die Belastbarkeit der Tellerfeder. Die maximale Einfederung h_0 muss um so kleiner sein, je größer die Tellerdicke t ist, damit selbst bei flachgedrückter Feder die zulässige Werkstoffbeanspruchung und ein zulässiges Nachsetzen (siehe Kap. 3.4.5) nicht überschritten werden ([Roloff2007] Kap. 10 S.315).

Im Allgemeinen gelten bei kleineren Werten für δ jeweils auch die kleineren Werte von $\frac{D_e}{t}$ und $\frac{h_0}{t}$ und umgekehrt ([Roloff2007] Kap. 10 S.315).

3.2 Zulässige Toleranzen für Tellerfedern

Wie bei allen Maschinenelementen gibt es auch bei der Fertigung von Tellerfedern einzuhaltende Toleranzen. Überdies werden auch die zulässigen Grenzabweichungen der Federkraft vorgegeben. Das liegt vor allem an dem Umstand, dass die Tellerfedern bei der Herstellung in der Regel vorgesetzt werden, so dass sich Eigenspannungen innerhalb der Tellerfedern bilden, die das Kennlinienverhalten beeinflussen (siehe [Schnorr2004] S. 25).

Sämtliche nachfolgend aufgeführte Toleranzen gelten entsprechend der DIN 2093. Tellerfedern, die nicht den Abmessungen der DIN 2093 entsprechen, werden jedoch auch nach diesen Toleranzen gefertigt. Ausnahme bilden hier Federn mit stark abweichender Geometrie, wie die in Kap. 3.6 beschriebenen geschlitzten Federn oder solche mit trapezförmigem Querschnitt, sowie Kugellagertellerfedern mit hohem Kurvenparameter $\frac{h_0}{t}$ (siehe [Schnorr2004] S. 29).

3.2.1 Grenzabweichungen der geometrischen Abmaße

Durchmessertoleranzen: Für den Außendurchmesser D_e gilt das Toleranzfeld h12, für den Innendurchmesser D_i das Toleranzfeld H12. Die Koaxialität ist in zwei Bereiche unterteilt. Für den Außendurchmesser $D_e \leq 50$ mm gilt $2 \cdot IT11$; für $D_e > 50$ mm gilt $2 \cdot IT12$. In Tabelle 3.3 sind die Toleranzen detailliert aufgelistet (siehe [Schnorr2004] S. 29).

D_e bzw. D_i [mm]	Zulässige Abweichung in mm		
	D_e	D_i	Koaxialität
über 3 bis 6	0 / -0,12	+0,12 / 0	0,15
über 6 bis 10	0 / -0,15	+0,15 / 0	0,18
über 10 bis 18	0 / -0,18	+0,18 / 0	0,22
über 18 bis 30	0 / -0,21	+0,21 / 0	0,26
über 30 bis 50	0 / -0,25	+0,25 / 0	0,32
über 50 bis 80	0 / -0,30	+0,30 / 0	0,60
über 80 bis 120	0 / -0,35	+0,35 / 0	0,70
über 120 bis 180	0 / -0,40	+0,40 / 0	0,80
über 180 bis 250	0 / -0,46	+0,46 / 0	0,92
über 250 bis 315	0 / -0,52	+0,52 / 0	1,04
über 315 bis 400	0 / -0,57	+0,57 / 0	1,14
über 400 bis 500	0 / -0,63	+0,63 / 0	1,26

Tabelle 3.3: Durchmessertoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29)

Dickentoleranzen: Für Tabelle 3.4 gelten bei Federn der Gruppe 3 die Grenzabmaße für die reduzierte Tellerdicke t' . Mindestens ein Herstellungsunternehmen nutzt die Tellerdicke jedoch als Fertigungsausgleich und weicht deshalb in manchen Fällen von nachfolgenden Werten ab (siehe [Schnorr2004] S. 29).

Gruppe	t bzw. t' [mm]	Grenzabmaße für t [mm]
Gruppe 1	0,20 bis 0,6	+0,02/−0,06
	> 0,60 bis <1,25	+0,03/−0,09
Gruppe 2	1,25 bis 3,8	+0,04/−0,12
	> 3,80 bis 6,0	+0,05/−0,15
Gruppe 3	> 6,00 bis 16,0	+0,10/−0,10

Tabelle 3.4: Dickentoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29)

Bauhöhentoleranzen: Die Bauhöhentoleranzen nach DIN 2093 sind in Tabelle 3.5 abzulesen.

Gruppe	t [mm]	Grenzabmaße für l_0 [mm]
Gruppe 1	< 1,25	+0,10/−0,05
Gruppe 2	1,25 bis 2,0	+0,15/−0,08
	> 2,0 bis 3,0	+0,20/−0,10
	> 3,0 bis 6,0	+0,30/−0,15
Gruppe 3	> 6,0 bis 16,0	+0,30/−0,30

Tabelle 3.5: Bauhöhentoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29)

3.2.2 Grenzabweichungen der Federkraft

Die Toleranz für Federkraft ist entsprechend den Dicken der Tellerfedern in die Gruppen 1 bis 3 nach Tabelle 3.6 unterteilt. Dabei ist die bei einem Prüffederweg von $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$ gemessene Kraft maßgeblich zum Vergleich.

Bei Tellerfedern mit Auflageflächen ist mit der Nenndicke t zu rechnen und nicht mit der reduzierten Dicke t' . Die Messung ist in der Belastungsrichtung durchzuführen. Die auf die Feder wirkenden Druckplatten müssen gehärtet, geschliffen und poliert sein. Ferner ist ein geeigneter Schmierstoff zu verwenden (siehe [Bauer2006-1] S. 26).

Gruppe	Dicke t [mm]	Toleranz bei $s_{0,75}$ [%]
1	< 1,25	+25 / −7,5
2	1,25 bis 3	+15 / −7,5
2	3 bis 6	+10 / −5
3	> 6	±5

Tabelle 3.6: Federkrafttoleranzen für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Schnorr2004] S. 29)

3.3 Eigenschaften

Die Tellerfeder hat im Vergleich zu anderen Federarten eine Reihe von vorteilhaften Eigenschaften, von denen die folgenden hervorgehoben seien (siehe [Schnorr2004] S.6):

1. Sie kann bei kleinem Einbauraum (kleiner Federweg) sehr große Kräfte aufnehmen.
2. Ihre Federkennlinie kann durch Variation der Geometrieparameter linear oder degressiv gestaltet werden (siehe Kap. 3.5.1). Einen progressiven Kennlinienverlauf erhält man durch wechselseitig aneinander gereichte Einzelteller verschiedener Dicke oder durch wechselseitige Anordnung von Federpaketen mit verschiedener Anzahl von Tellern gleicher Dicke (siehe Kap. 3.5.3).

3. Durch die fast beliebigen Kombinationsmöglichkeiten von Einzeltellerfedern kann die Kennlinie bzw. die Säulenlänge innerhalb weiter Grenzen variiert werden.
4. Es lässt sich eine hohe Lebensdauer bei dynamischer Belastung einstellen, wenn die Feder richtig dimensioniert ist.
5. Es tritt keine unzulässige Relaxation (Kriechneigung unter statischer Dauerlast) auf, wenn die zulässigen Spannungen nicht überschritten werden (siehe auch Kap. 3.4.5).
6. Bei geeigneter Anordnung in gleichsinnigen Federpaketen kann über eine hohe Reibungsarbeit eine große Dämpfung erreicht werden.
7. Durch die rotationssymmetrische Form erfolgt die Kraftübertragung absolut konzentrisch.

Aufgrund dieser besonderen Eigenschaften erfreut sich die Tellerfeder eines großen Anwendungsgebiets und hat in den letzten Jahrzehnten in fast alle Gebiete der Technik Einzug gehalten (siehe [Schnorr2004] S.6 und [Haberhauer2007] Kap. 2.8 S.229).

Natürlich hat auch die Tellerfeder ein paar Nachteile, die hier zur Vollständigkeit aufgelistet werden sollen (siehe [Moeller2009]):

1. Die Herstellungskosten der Tellerfeder sind sehr hoch, weil die industrielle Produktion mit einem hohen Material- und Arbeitsaufwand verbunden ist. Die Außen- und Innendurchmesser sowie die Kanten müssen spanabhebend bearbeitet und gerundet werden. Das Einsatzgewicht des Vormaterials beträgt oft über das Doppelte des Nettogewichts, weil die Tellerfedern aus Band- oder Blechwerkstoff herausgearbeitet werden müssen.
2. Werden große Federwege gebraucht, ist eine hohe Anzahl geschichteter Tellerfedern notwendig, was einen hohen Montageaufwand erfordert. Außerdem ist zur Führung der Tellerfedersäule stets ein Dorn oder eine Hülse notwendig.
3. Die ungünstige Kornstruktur des Werkstoffes (Band- oder Blechwerkstoff) begünstigt das Auftreten von Brüchen der Feder unter Belastung. Um dem Vorzubeugen sind kostenintensive Maßnahmen, wie Wärmebehandlung, Vorsetzen und gegebenenfalls Kugelstrahlen notwendig. (siehe für detailliertere Informationen auch [Schnorr2004] S.25)

3.4 Berechnungsverfahren nach DIN 2092

Durch die axiale Kraffteinleitung entsteht zum einen eine Zug- bzw. Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung und zum anderen eine Biegebeanspruchung in radialer Richtung. Eine ziemlich genaue Berechnung von Tellerfedern ist sehr kompliziert und nur durch Berücksichtigung des Herstellungsverfahrens möglich ([Sauer2008] Kap. 5.3.3.1 S.236). Für eine näherungsweise Berechnung von Einzeltellerfedern ohne Auflageflächen sind die

Näherungsgleichungen von Almen und László, die auch der DIN 2092 zugrunde gelegt sind, hinreichend genau¹. Sie gelten für Einzeltellerfedern einfacher Bauart mit rechteckigem Ringquerschnitt aus metallischem Werkstoff (siehe Abb. 3.1). In diesen Gleichungen steht ν für die Querkontraktionszahl und E für den Elastizitätsmodul ([Haberhauer2007] Kap. 2.8 S.229-230).

3.4.1 Berechnung der Federkraft

Die Federkraft F wird nach DIN 2092 ermittelt und ist eine Funktion über dem Federweg s :

$$F = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s \cdot K_4^2 \cdot \left[K_4^2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{t} \right) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + 1 \right] \quad (3.1)$$

Reibungseinflüsse sind in Gleichung 3.1 nicht berücksichtigt (siehe Kap. 3.4.8). K_1 ist eine Kennzahl, die aus dem Durchmesser Verhältnis δ bestimmt wird.

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\delta-1}{\delta} \right)^2}{\frac{\delta+1}{\delta-1} - \frac{2}{\ln \delta}} \quad (3.2)$$

$$\text{mit } \delta = \frac{D_e}{D_i} \quad (3.3)$$

Der maximale Federweg bis zur Planlage der Tellerfeder wird bei $s = h_0$ erreicht. Die Federkraft bei Planlage errechnet sich daher folgendermaßen:

$$F_c = F(s = h_0) = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3 \cdot h_0}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot K_4^2 \quad (3.4)$$

$$\text{mit } h_0 = l_0 - t \quad (3.5)$$

Für Tellerfedern der Gruppen 1 und 2 ohne Auflagenflächen ist die Kennzahl $K_4 = 1$ zu setzen. Hingegen ist für Tellerfedern der Gruppe 3 die Kennzahl K_4 nach folgendem Rechenverfahren zu ermitteln ([Roloff2007] Kap. 10 S.316):

$$K_4 = \sqrt{-0,5 \cdot c_1 + \sqrt{0,25 \cdot c_1^2 + c_2}} \quad (3.6)$$

$$\text{mit } c_1 = \frac{\frac{t'}{t}}{\left(0,25 \cdot \frac{l_0}{t} - \frac{t'}{t} + 0,75 \right) \cdot \left(0,625 \cdot \frac{l_0}{t} - \frac{t'}{t} + 0,375 \right)} \quad (3.7)$$

¹ Es gibt vielfältige und sehr komplizierte aber auch genauere Berechnungsverfahren ([Curti1979],[Curti1980],[Niepage1983]), die je nach Herstellungsverfahren und Bearbeitung der Tellerfeder für einen speziellen Anwendungsfall, z.B. Puffer- und Stoßdämpferfedern, für Auswerfvorrichtungen der Stanz-, Schnitt- und Ziehtechnik ([Haberhauer2007] Kap. 2.8 S.229), besser geeignet sind. Diese gelten meist aber nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen ([Meissner2007] Kap. 4.2.4.1 S.117, [Schnorr2004] Kap.1.1 S.10; [Sauer2008] Kap. 5.3.3.1).

$$\text{und } c_2 = \left[0,156 \cdot \left(\frac{l_0}{t} - 1 \right)^2 + 1 \right] \cdot \frac{c_1}{\left(\frac{t'}{t} \right)^3} \quad (3.8)$$

Außerdem ist für Tellerfedern der Gruppe 3 sowohl in den vorangegangenen Gleichungen 3.1, 3.4 und 3.5 als auch in den nachfolgenden Gleichungen 3.9 bis 3.15, 3.24 und 3.25 die Tellerdicke t durch die reduzierte Tellerdicke t' (siehe Kap. 3.1, Tab. 3.1) zu ersetzen.

3.4.2 Berechnung der Federrate

Die Kennlinie der Tellerfeder ist nicht linear, sondern degressiv. Dies wird aus der in Gleichung 3.1 gegebenen Kraft-Weg-Beziehung ersichtlich und ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Degressivität der Federkennlinie wird durch das Verhältnis $\frac{h_0}{t}$ bestimmt.

Die Federrate $D = \frac{\partial F}{\partial s}$ (s. Abb. 3.5) ist eine Funktion des Federweges und nimmt mit zunehmender Einfederung ab. Unter der Voraussetzung einer ungehinderten Verformung kann für den Federweg s die Federrate D ermittelt werden aus ([Roloff2007] Kap. 10 S.316 und [Sauer2008] Kap. 5.3.3.1 S.236) oder durch Ableitung von Gleichung 3.1:

$$D = \frac{\partial F}{\partial s} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot K_4^2 \cdot \left[K_4^2 \cdot \left\{ \left(\frac{h_0}{t} \right)^2 - 3 \cdot \frac{h_0}{t} \cdot \frac{s}{t} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{s}{t} \right)^2 \right\} + 1 \right] \quad (3.9)$$

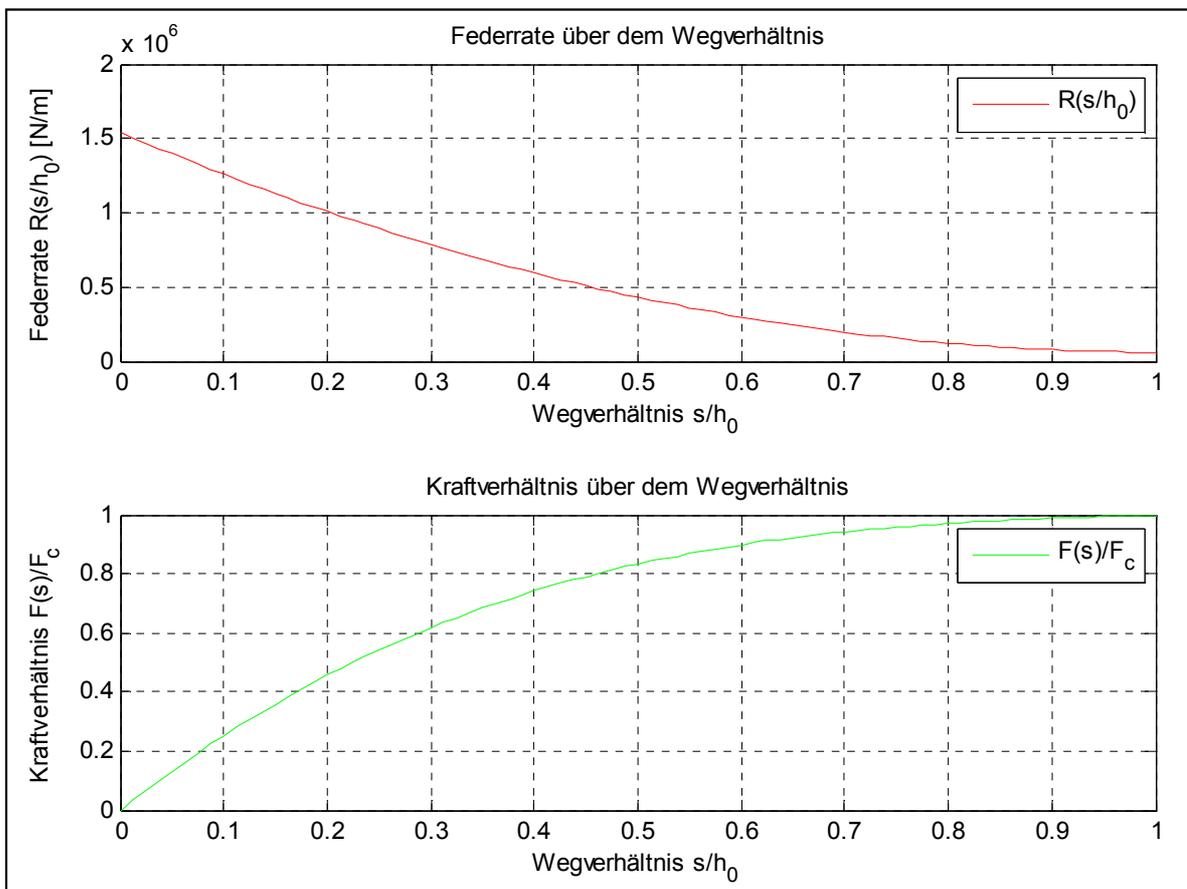


Abbildung 3.5: Diagramm: Vergleich von Federrate und Kraftverhältnis über dem Wegverhältnis

3.4.3 Berechnung der Federarbeit

Die Federarbeit einer Einzeltellerfeder, die aus der Ruhelage heraus beansprucht wird, wird aufgrund der Nichtlinearität der Federkraftkennlinie bestimmt, indem man die Kraft über den Weg integriert. Sie ist abhängig vom jeweiligen Einfederungsgrad und lässt sich für die ungehinderte (reibungsfreie) Einfederung s gemäß folgender Gleichung berechnen ([Roloff2007] Kap. 10 S.316 und [Sauer2008] Kap. 5.3.3.1 S.236).

$$W = \int_0^s F(s) \cdot ds = \frac{2E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s^2 \cdot K_4^2 \cdot \left[K_4^2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right)^2 + 1 \right] \quad (3.10)$$

3.4.4 Berechnung der Federspannungen

Der Tragfähigkeitsnachweis einer Tellerfeder erfolgt über die rechnerischen Lastspannungen an den Kanten I bis IV σ_I , σ_{II} , σ_{III} , σ_{IV} und an der oberen Mantelfläche σ_{OM} . An den Positionen I und IV (siehe Abb. 3.6) treten Druckspannungen und an II und III Zugspannungen auf.

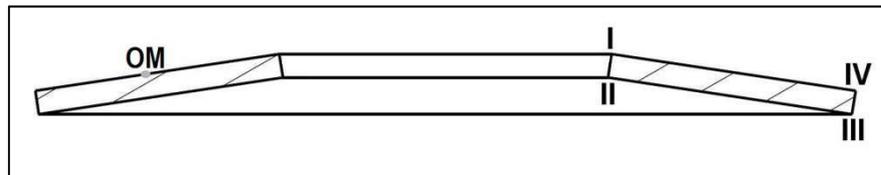


Abbildung 3.6: Bezugspunkte für die Berechnung der Federspannungen

Die größte Beanspruchung tritt am oberen Innenrand des Tellers als Druckspannung σ_I auf. Für statisch oder selten dynamisch beanspruchte Federn ist sie maßgebend ([Künne2007] Kap. 8.2 S.361).

Dynamisch beanspruchten Federn wird die Berechnung der Zugspannungen σ_{II} und σ_{III} an den unteren Innen- und Außenrändern zugrunde gelegt, weil Zugspannungen bezüglich der Rissinitiierungs- und Rissfortschrittsprozesse für die Lebensdauerberechnung kritischer sind als die Druckspannungen. Die entsprechenden Spannungsgleichungen lauten nach [Künne2007] Kap. 8.2 S.361 und [Roloff2007] Kap. 10 S.317:

$$\sigma_{OM} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s \cdot K_4 \cdot \frac{3}{\pi} \quad (3.11)$$

$$\sigma_I = -\frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s \cdot K_4 \cdot \left[K_4 \cdot K_2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right] \quad (3.12)$$

$$\sigma_{II} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s \cdot K_4 \cdot \left[K_4 \cdot K_2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right] \quad (3.13)$$

$$\sigma_{III} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s \cdot K_4 \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \left[K_4 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right] \quad (3.14)$$

$$\text{und } \sigma_{IV} = -\frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot s \cdot K_4 \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \left[K_4 \cdot (K_2 - 2 \cdot K_3) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right] \quad (3.15)$$

Die Kennzahlen K_2 und K_3 sind entsprechend den folgenden Gleichungen 3.16 und 3.17 aus dem Durchmesser Verhältnis δ zu bilden und in die oben stehenden Spannungsgleichungen einzusetzen.

$$K_2 = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{\frac{\delta-1}{\ln \delta} - 1}{\ln \delta} \quad (3.16)$$

$$\text{und} \quad K_3 = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\delta - 1}{\ln \delta} \quad (3.17)$$

Die errechneten Lastspannungen in Tellerumfangsrichtung sind nur Orientierungswerte, d. h. Nominalspannungen, die wegen der Vernachlässigung der durch die Herstellung bedingten Eigenspannungen und Fertigungstoleranzen nur bedingt mit den wirklichen Spannungen übereinstimmen ([Roloff2007] Kap. 10 S.317).

3.4.5 Tragfähigkeitsnachweis bei statischer Beanspruchung

Bei statischer Beanspruchung mit weniger als 10^4 Lastspielen ist ein Festigkeitsnachweis nicht erforderlich, wenn die maximale Kraft $F_{0,75}$ bei $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$ nicht überschritten wird (siehe Tabelle 3.6) und die Tellerfeder nur bis zu einem Federweg von $s_{0,75}$ genutzt wird ([Haberhauer2007] Kap. 2.8 S.230). Dies gilt nur für nach DIN 2093 genormte Tellerfedern. Möchte man die Feder darüber hinaus ($s > s_{0,75}$) belasten wird wie mit nicht genormten Tellerfedern verfahren, weil die Berechnungsverfahren nach DIN 2092 bei einer Belastung der Tellerfedern über einem Federweg $s > s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$ von der Realität abweichen (siehe [Niemann2005] Kap. 12.4.2.4 S.507). Dann darf die obere Mantelspannung $\sigma_{OM}(s = h_0)$ der Tellerfeder die Streckgrenze des verwendeten Materials R_{eh} nicht überschreiten. Wird $|\sigma_{OM}(s = h_0)| \leq R_{eh}$ nicht eingehalten, kann ein Nachsetzen der Feder auftreten ([Haberhauer2007] Kap. 2.8 S.230).

Unabhängig davon darf die maximal zulässige Blockspannung für die Stelle I σ_{IC} der Tellerfeder bei Planlage nicht überschritten werden ($|\sigma_I| \leq |\sigma_{IC}|$). Bezüglich der häufig verwendeten Tellerfeder- Werkstoffe nach DIN EN 10089 und DIN EN 10132-4 (Qualitäts- und Edelstähle) gilt für die Blockspannung ([Roloff2007] Kap. 10 S.318):

$$\sigma_{IC} = -2600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{für} \quad \delta = 1,5$$

$$\sigma_{IC} = -3400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{für} \quad \delta = 2$$

$$\sigma_{IC} = -3600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{für} \quad \delta = 2,5$$

Ein weiteres Problem bei längerer Dauerbelastung stellen die Relaxation (siehe Abb. 3.7) und das Kriechen dar. Als Relaxation bezeichnet man die Abnahme der Federkraft bei konstanten Einspannbedingungen. Mit dem Kriechen wird die Reduzierung der Bauhöhe l_0 bei konstanter Belastung gemeint; hierbei verformt sich die Tellerfeder bleibend (siehe [Schnorr2004] S. 30). Beide Effekte, Kriechen und Relaxation, bewirken zusammen also ein Nachsetzen der Tellerfeder. Dies soll durch den Vorsetzvorgang bei der Herstellung

der Tellerfeder (siehe Kap. 3.1 bzw. [Schnorr2004] S. 25)) verhindert werden, lässt sich aber, wie Abbildung 3.7 zeigt, nicht gänzlich vermeiden.

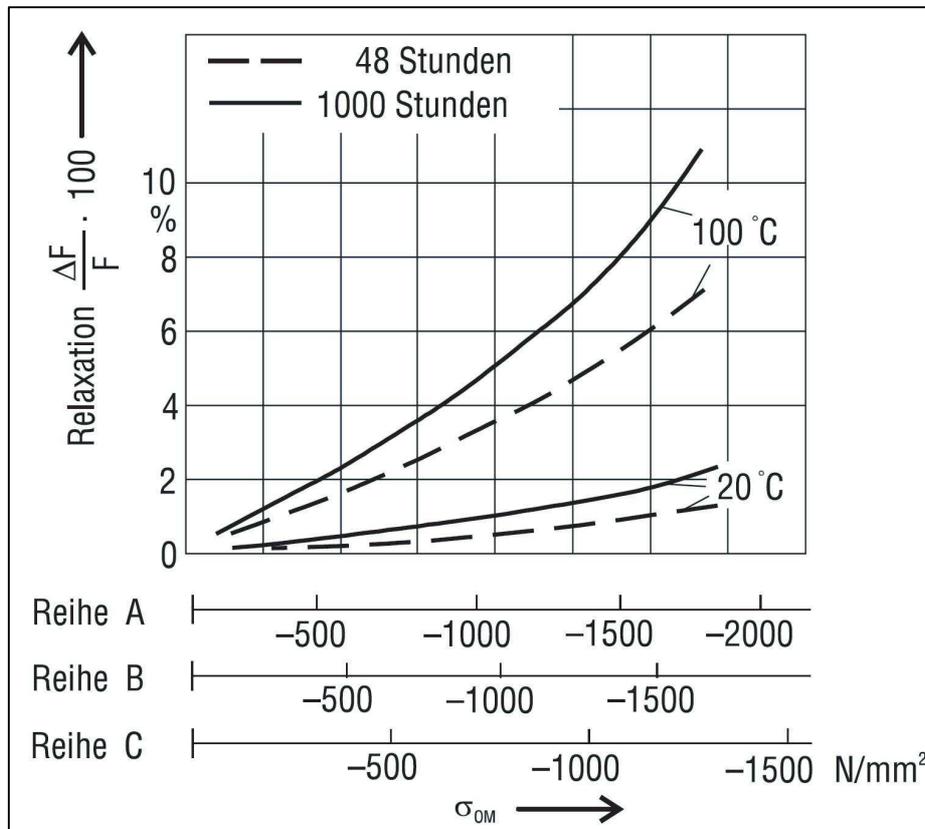


Abbildung 3.7: Relaxationsverhalten von Tellerfedern bezüglich ihrer geometrischen Steifigkeit ([Schnorr2004] S. 25)

3.4.6 Tragfähigkeitsnachweis bei wechselnder Beanspruchung

Für dynamische Beanspruchung unbegrenzter Lebensdauer ($> 2 \cdot 10^6$ Lastspiele) ist ein separater Nachweis zu führen. Dynamische Beanspruchung liegt vor, wenn die Einfederung dauernd zwischen einem Vorspannweg s_1 und einem Federweg s_2 wechselt. Wie zuvor bereits erwähnt, erfolgt der Dauerfestigkeitsnachweis über die zu berechnenden Zugspannungen σ_{II} und σ_{III} an der Tellerunterseite, weil Risse stets an den Stellen II oder III entstehen können. Aber auch an der Querschnittsstelle I können infolge von Zugeigenspannungen aus dem Setzvorgang Anrisse auftreten. Um dem vorzubeugen, sind die Tellerfedern mit ausreichend hoher Vorspannung einzubauen. Hierzu sollte eine Vorspannung von $\sigma_1 \equiv \sigma_1 \approx -600 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ bzw. ein Vorspannfederweg von mindestens $s_1 \approx (0,15 \dots 0,2) \cdot h_0$ eingehalten werden ([Roloff2007] Kap. 10 S.318).

Für die eigentliche Überprüfung der Dauerfestigkeit einer Tellerfeder muss die vorhandene Hubspannung h mit der Dauerhubfestigkeit H verglichen werden. Die Tellerfeder gilt als dauerfest, wenn die folgende Gleichung für die Stellen II und III erfüllt ist ([Haberhauer2007] Kap. 2.8 S.230):

$$h = \sigma_o - \sigma_u < H = \sigma_o - \sigma_U \quad (3.18)$$

Die jeweilige Oberspannung $\sigma_o = \sigma_2$ wird mit dem Federweg s_2 und der Gleichung 3.13 für Stelle II bzw. 3.14 für Stelle III berechnet. Analog wird die jeweilige Unterspannung $\sigma_u = \sigma_1$ mit dem Federweg s_1 ermittelt. Die Unterspannungen der Dauerfestigkeit σ_U sind identisch mit ihren jeweiligen Unterspannungen σ_u ($\sigma_U \equiv \sigma_u$). Wird nun σ_U in das Dauerfestigkeitsschaubild nach Goodman (siehe Abb. 3.8a-c) übertragen, kann entsprechend der Tellerdicke t die Oberspannung (Grenzspannung) σ_O für die jeweilige Lastwechselfspielzahl abgelesen werden. Dabei ist jedoch auf die Tellerdicke zu achten. Die Abbildung 3.8 ist entsprechend der Gruppen 1, 2 und 3 in drei Diagramme unterteilt ([Roloff2007] Kap. 10 S.318).

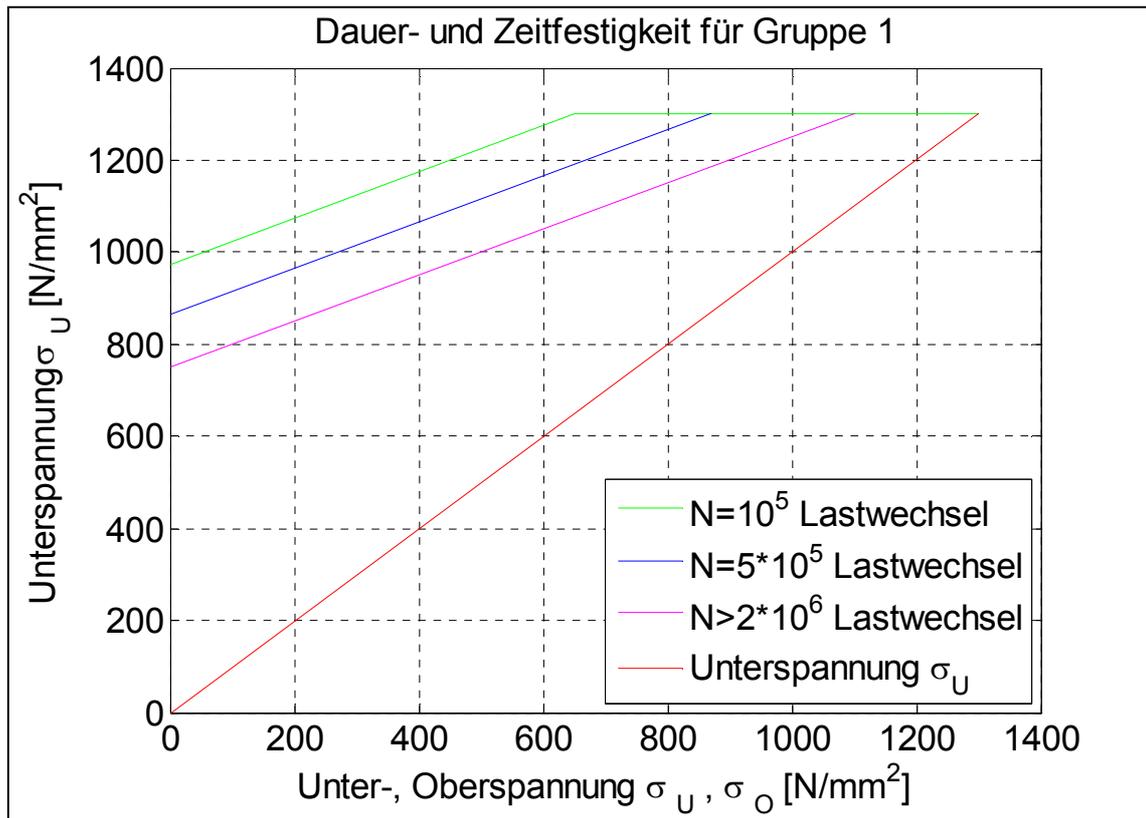


Abbildung 3.8a: Dauer- und Zeitfestigkeitsdiagramm für Gruppe 1 ([Roloff2007-T] Tab. 10-9 S.117)

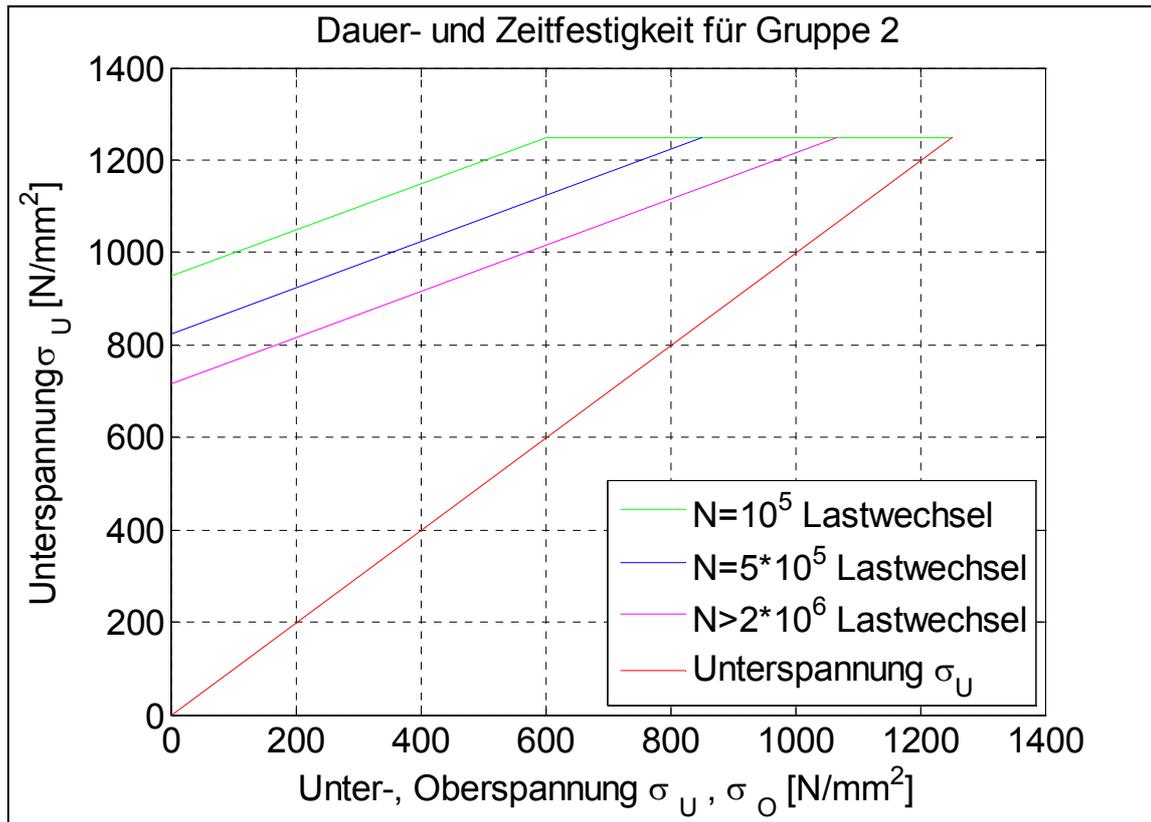


Abbildung 3.8b: Dauer- und Zeitfestigkeitsdiagramm für Gruppe 2 ([Roloff2007-T] Tab. 10-9 S.117)

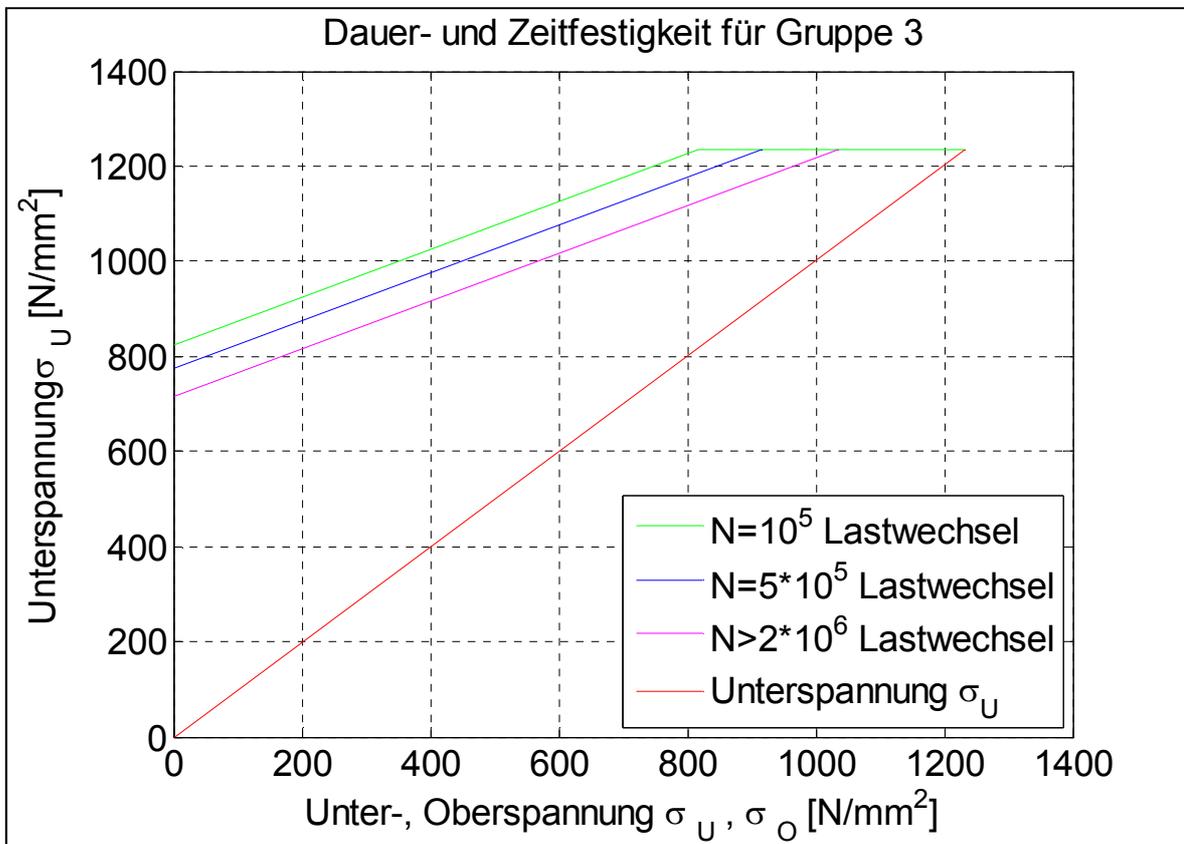


Abbildung 3.8c: Dauer- und Zeitfestigkeitsdiagramm für Gruppe 3 ([Roloff2007-T] Tab. 10-9 S.117)

3.4.7 Konstruktive Kombinationsmöglichkeiten von Einzeltellerfedern

Wenn einzelne Federelemente nicht ausreichen, um die an Federweg und Federkraft gestellten Anforderungen zu erfüllen, werden Tellerfedern zu Federpaketen oder zu Federsäulen zusammengesetzt. Die Form der Tellerfeder als kegelförmige Ringschale erlaubt verschiedene Kombinationsmöglichkeiten, um die Kennlinie einer Federanordnung den Erfordernissen anzupassen. Die Berechnung der jeweiligen Federanordnung stützt sich auf die bereits erläuterten Berechnungsformeln für Einzeltellerfedern (siehe Kap. 3.4.1). Abbildung 3.9 zeigt eine qualitative Darstellung der Kennlinien verschiedener Kombinationen der gleichen Einzeltellerfeder. Es gibt drei Kombinationsmöglichkeiten die folgendermaßen berechnet werden:

1. Wechselsinnige Schichtung zu Federsäulen (Reihenschaltung): An jeder Feder liegt die gleiche Kraft an. Der Federweg s_{ges} und die Gesamtbauhöhe L_0 werden von der Anzahl i wechselsinnig geschichteter Federn (Abb. 3.9, unten rechts) bestimmt ([Roloff2007] Kap. 10 S.315):

$$s_{\text{ges}} = i \cdot s \quad (3.19)$$

$$F_{\text{ges}} = F \quad (3.20)$$

$$L_0 = i \cdot l_0 \quad (3.21)$$

2. Gleichsinnige Schichtung zu Federpaketen (Parallelschaltung): Jede Feder legt den gleichen Federweg zurück. Die Federkraft F_{ges} und die Bauhöhe L_0 berechnen sich mit der Anzahl n gleichsinnig geschichteter Federn (Abb. 3.9, oben) nach ([Roloff2007] Kap. 10 S.315):

$$s_{\text{ges}} = s \quad (3.22)$$

$$F_{\text{ges}} = n \cdot F \quad (3.23)$$

$$L_0 = l_0 + (n - 1) \cdot t \quad (3.24)$$

3. Wechselsinnige Schichtung von Federpaketen zu Federsäulen: Diese Kombination von Reihen- und Parallelschaltung wird hauptsächlich zum Erzeugen einer progressiven Tellerfederkennlinie benutzt (siehe Kap.3.5.3), indem die Säule aus Federpaketen mit unterschiedlicher Schichtungsanzahl n zusammengesetzt wird. Bei der wechselsinnigen Schichtung von gleichen Federpaketen zu Federsäulen ergeben sich Federkraft F_{ges} , Federweg s_{ges} und die Bauhöhe L_0 zu (Abb. 3.9, unten links) ([Roloff2007] Kap. 10 S.315):

$$s_{\text{ges}} = i \cdot s \quad (3.19)$$

$$F_{\text{ges}} = n \cdot F \quad (3.23)$$

$$L_0 = i \cdot [l_0 + (n - 1) \cdot t] \quad (3.25)$$

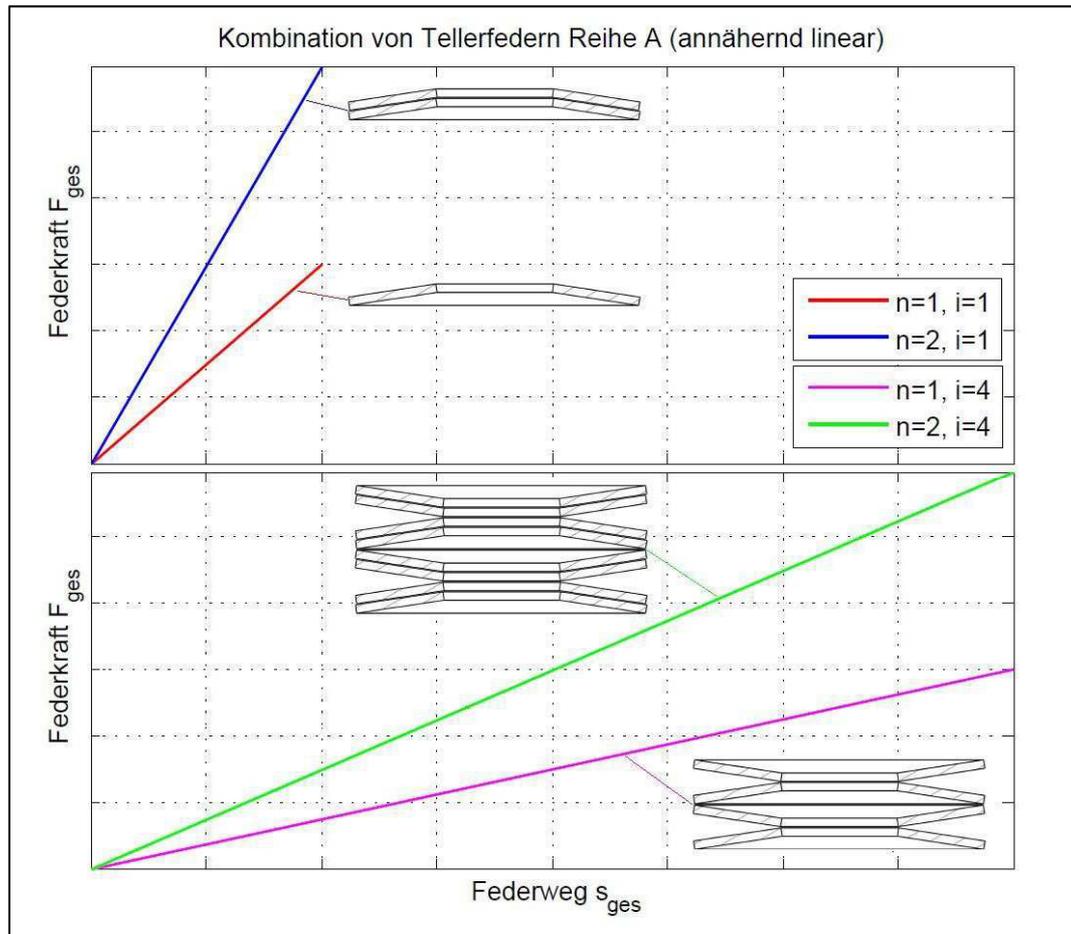


Abbildung 3.9: Kennlinienmanipulation durch Kombination von Tellerfedern

Je größer die Bauhöhe einer Federsäule ist, desto größer wird mit zunehmender Lastwechselzahl die Neigung zum seitlichen Verschieben von Einzeltellern, wodurch erhebliche Reibung entsteht und nicht mit analytischen Methoden kalkulierbare Beanspruchungen auftreten. Daher sollte die Anzahl der Federn gering gehalten und stattdessen ein größtmöglicher Außendurchmesser D_e gewählt werden. Üblicherweise bestehen deshalb Federpakete aus $n = 2 \dots 3$ gleichsinnig geschichteten Einzeltellern und Federsäulen aus $i < 30$ wechselsinnig aneinander gereihten Einzeltellern oder $i < 20$ Federpaketen ([Roloff2007] Kap. 10 S.313).

Unter Berücksichtigung eines stabilen Standes und aufgrund günstiger Kräfteinleitung bei gerader Anzahl i wechselsinnig geschichteter Federn sollten außerdem vorzugsweise die erste und die letzte Feder der Säule mit dem Außendurchmesser D_e an den Endplatten anliegen ([Roloff2007] Kap. 10 S.313).

Zu Säulen angeordnete Einzeltellerfedern müssen zudem geführt und vorgespannt eingebaut werden, um ein seitliches Verrutschen der Teller unter Krafteinwirkung zu verhindern ([Meissner2007] Kap. 4.2.4.1 S.120). Die Führung kann mittels eines Führungsbolzens im Innendurchmesser D_i oder einer Außenhülse am Außendurchmesser D_e realisiert werden ([Roloff2007] Kap. 10 S.313).

Zur Gewährleistung einer einwandfreien Führung ist auf ein ausreichendes Spiel zwischen dem Bolzen und dem Innendurchmesser bzw. zwischen der Hülse und dem

Außendurchmesser zu achten ([Roloff2007] Kap. 10 S.315). In Tabelle 3.7 sind die nach DIN 2093 empfohlenen Werte zusammengetragen:

D_i bzw. D_e	Spiel	D_i bzw. D_e	Spiel
≤ 16 mm	$\approx 0,2$ mm	$> 31,5 \dots 50$ mm	$\approx 0,6$ mm
$> 16 \dots 20$ mm	$\approx 0,3$ mm	$> 50 \dots 80$ mm	$\approx 0,8$ mm
$> 20 \dots 26$ mm	$\approx 0,4$ mm	$> 80 \dots 140$ mm	$\approx 1,0$ mm
$> 26 \dots 31,5$ mm	$\approx 0,5$ mm	$> 140 \dots 250$ mm	$\approx 1,6$ mm

Tabelle 3.7: Passungsspiel für geführte Tellerfedern nach DIN 2093 ([Roloff2007] Kap. 10 S.315)

3.4.8 Berücksichtigung von Reibungseinflüssen

Wie bei allen irreversiblen Prozessen, bei denen mechanische Arbeit im Spiel ist, läuft auch die Belastung der Tellerfeder nicht ohne Reibung ab. In Gleichung 3.1 ist der aus der Reibung entstehende Kraftanteil nicht berücksichtigt. Dabei hat selbst eine einzelne Tellerfeder bereits Kontaktstellen mit ihren Deckplatten, an denen am realen Bauteil Reibungseffekte auftreten.

Werden die durch die Schichtung erzeugten Wirkflächenpaare bei Federpaketen wie Fläche (4) in Abb. 3.10 betrachtet, so ist bei den gleichsinnig angeordneten Tellerfedern sogar mit einem deutlich größeren Reibungseinfluss zu rechnen ([Sauer2008] Kap. 5.3.3.2 S.239).

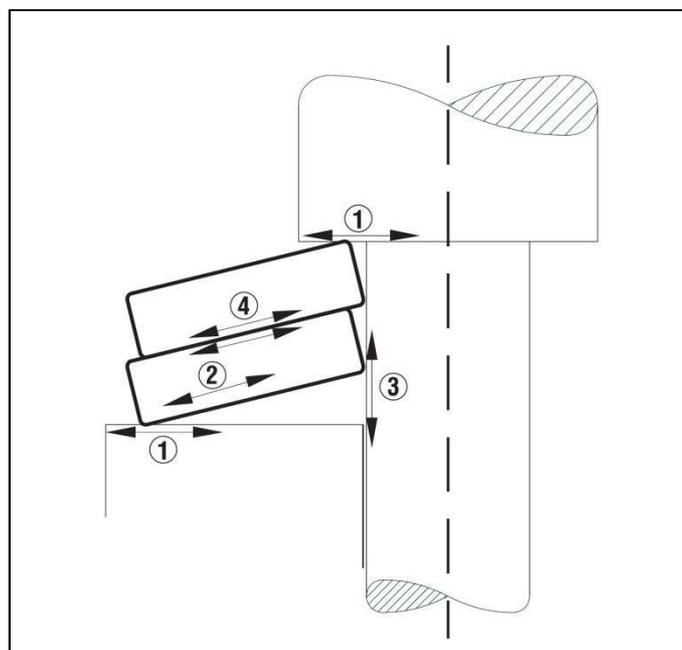


Abbildung 3.10: Kontaktstellen für Reibung ([Schnorr2004] S. 33)

Wie Abbildung 3.10 entnommen werden kann, setzt sich die Reibung bei Tellerfedern aus 4 verschiedenen Anteilen zusammen ([Schnorr2004] S. 33):

1. Reibung an den Endanlagen durch die radiale Bewegung zwischen Tellerfeder und Anlagefläche. Sie tritt nur zwischen den letzten Federn einer Säule und den anliegenden Teilen (Deckplatten) auf. Die innerhalb einer Säule liegenden Federn führen die gleiche Radialbewegung aus, so dass fast keine Reibung entsteht.

2. Innere Reibung durch elastische Verformung des Werkstoffes. Sie entsteht bei jeder elastischen Verformung eines Stoffes und kann nur durch Materialbeeinflussung geändert werden.
3. Reibung an den Führungselementen durch Entlanggleiten der Tellerfedern während der Einfederung.
4. Reibung zwischen zwei Federn bei gleichsinniger Schichtung.

Die ersten drei Reibungsarten treten nicht nur bei einfach geschichteten Tellerfedersäulen, sondern auch bei einzelnen geführten Tellerfedern auf ([Schnorr2004] S. 33).

Die Größe der Reibung bei Ein- und Ausfederung einer Tellerfedersäule hängt von der Anzahl der Federn pro Paket n bzw. Federpakete pro Säule i , von der Oberflächenbeschaffenheit an den Kontaktstellen der Federn und von der Schmierung ab und ist rechnerisch nur in grober Annäherung erfassbar. Die DIN 2092 bietet zur Abschätzung der Reibung das folgende Rechenverfahren an, welches allerdings die innere Reibung und die Reibung an den Führungselementen außer Acht lässt. Berücksichtigt wird nur die Coulombsche Reibung an den Kontaktstellen (1) und (4) aus Abbildung 3.10. Nach diesem Verfahren ergibt sich die Federkraft mit berücksichtigter Reibung zu ([Roloff2007] Kap. 10 S.318-319):

$$F_{\text{gesR}} = F \cdot \frac{n}{1 \mp w_M \cdot (n - 1) \mp w_R} \quad (3.26)$$

Hierbei ist w_M der Reibbeiwert für die Reibung der Mantelflächen gleichsinnig geschichteter Tellerfedern und w_R der Reibbeiwert für die Reibung an den Endanlagen durch die radiale Bewegung zwischen Tellerfeder und Anlagefläche. Für die Berechnung der reibungsbehafteten Einzeltellerfeder bei $n = 1$ entfällt der Reibbeiwert w_M automatisch. F ist für die Einzeltellerfeder entsprechend Gleichung 3.1 bzw. für Federsäulen nach Gleichung 3.20 einzusetzen. Die Vorzeichen vor den Reibbeiwerten gelten für die Federkraft in Belastungs- (–) bzw. Entlastungsrichtung (+) ([Roloff2007] Kap. 10 S. 319).

In Abbildung 3.11 ist die linke Seite des Querschnitts einer Tellerfeder, welche unter Last bis zu der Federwegposition $h_0 - s$ zusammengedrückt wurde, dargestellt. An diesem Querschnitt sind die wirkenden Kräfte in Be- und Entlastungsrichtung sowie die Reibungskräfte eingezeichnet. Der Haftreibungskoeffizient μ gilt für die Kontaktstellen (1) aus Abbildung 3.10. Das Reibungsmoment durch die Reibkraft $\mu \cdot F_B$ wirkt bei der Einfederung dem Belastungsmoment entgegen und erhöht damit die erforderliche Einfederungskraft. Bei der Ausfederung ist dies umgekehrt. Die Folge ist bei Belastung eine Vergrößerung und bei Entlastung eine Verringerung der nach Gleichung 3.1 ohne Berücksichtigung der Reibung errechneten Federkräfte ([Roloff2007] Kap. 10 S. 319).

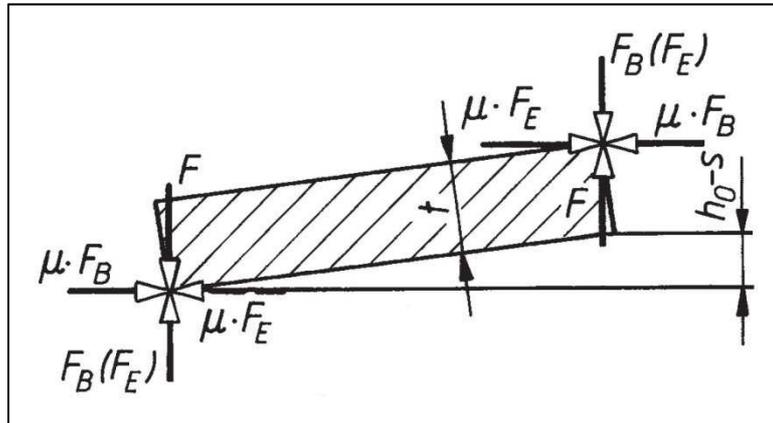


Abbildung 3.11: linke Seite eines Tellerfederquerschnitts mit Reibungskräften ([Roloff2007] Kap. 10 S. 319)

Die Reibbeiwerte für Tellerfedern nach DIN 2093 sind Tabelle 3.8 zu entnehmen:

Reibbeiwert	$w_M(w_R)$ in $1 \cdot 10^{-3}$		
	Öl	Fett	Molykote + Öl (1:1)
Reihe A	15 (27) ... 32 (40)	12 (24) ... 27 (37)	5 (27) ... 22 (33)
Reihe B	10 (17) ... 22 (26)	8 (16) ... 19 (24)	3 (17) ... 15 (21)
Reihe C	8 (12) ... 17 (18)	7 (11) ... 15 (17)	3 (12) ... 12 (15)

Tabelle 3.8: Reibbeiwerte für Tellerfedern nach DIN 2093 ([Roloff2007-T] Tab. 10-7 S.116)

Um ein Gefühl für die Größe des Reibungseinflusses zu bekommen, werden in der nachfolgenden Tabelle 3.9 die Ergebnisse aus Gleichung 3.26 als prozentualer Aufschlag auf die reibungsfrei berechnete Federkraft nach Gleichung 3.1 oder 3.20 dargestellt. Zur Berechnung wurden jeweils die kleinsten und größten Reibbeiwerte w_M und w_R der jeweiligen Reihe aus Tabelle 3.8 verwendet:

Reihe	Belastungsrichtung	Prozentualer Aufschlag der Federkraft für Federpakete mit n gleichsinnig geschichteten Tellerfedern		
		$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
A	Belastung	+2,46 ... + 4,17%	+2,99 ... + 7,76%	+3,52 ... + 11,61%
	Entlastung	-2,34 ... - 3,85%	-2,82 ... - 6,72%	-3,29 ... - 9,42%
B	Belastung	+1,63 ... + 2,68%	+1,94 ... + 5,04%	+2,25 ... + 7,53%
	Entlastung	-1,57 ... - 2,53%	-1,86 ... - 4,58%	-2,15 ... - 6,54%
C	Belastung	+1,11 ... + 1,83%	+1,42 ... + 3,63%	+1,73 ... + 5,49%
	Entlastung	-1,09 ... - 1,77%	-1,38 ... - 3,38%	-1,67 ... - 4,94%

Tabelle 3.9: Prozentualer Aufschlag auf die reibungsfrei berechnete Federkraft durch Reibungseinfluss

Aus Tabelle 3.9 lässt sich erkennen, dass weiche Tellerfedern geringere Reibungseffekte aufweisen als steife.

Reibungsarbeit und Dämpfung: Um die ideale reibungsfreie Kurve entsteht durch die Reibung eine Hystereseschleife, deren Flächeninhalt im Kraft/Federweg-Diagramm die Reibungsarbeit darstellt (siehe Abb. 3.12). Diese Reibungsarbeit wird vollständig in Wärme umgesetzt und kann bei dynamischer Belastung mit hoher Frequenz zu einer ganz erheblichen Erwärmung führen. In solchen Fällen sind Federsäulen aus Einzeltellern ($n = 1$) Federpaketen ($n > 1$) unbedingt vorzuziehen und auf gute Schmierung, d. h. Minimierung der Reibbeiwerte ist besonders zu achten ([Schnorr2004] S. 35).

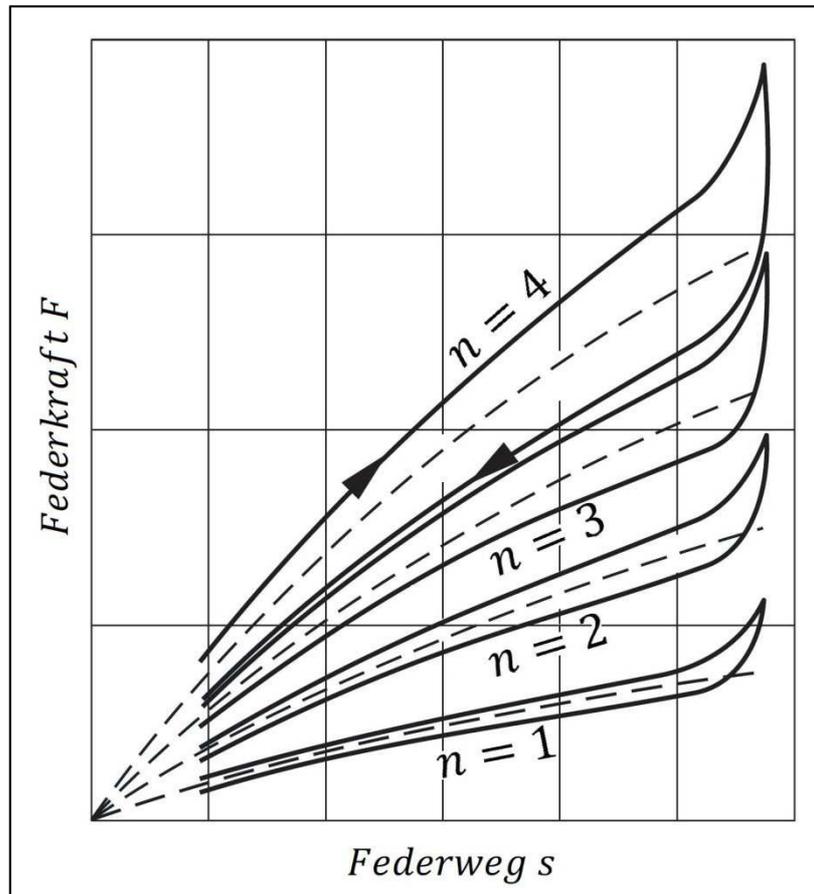


Abbildung 3.12: Qualitative Darstellung der Hysterese in Abhängigkeit gleichsinniger Schichtung n ([Schnorr2004] S. 34)

Bei bestimmten Anordnungen ist die Reibung aber auch erwünscht; z. B. wenn eine möglichst hohe Dämpfung erzielt werden soll. Dies ist zum Beispiel bei Pufferfedern der Fall ([Schnorr2004] S. 35).

3.5 Kennliniencharakteristik

Um zu verstehen, wie eine Tellerfeder gestaltet werden muss, damit sie die gewünschten Eigenschaften erhält, ist es sehr wichtig, die Charakteristik der Federkennlinie zu kennen. Dieses Kapitel befasst sich mit der Kennliniengestaltung einer Tellerfeder durch Veränderung der Parameter. Mit diesem Wissen ist es dann möglich einen entsprechenden Parameterraum (siehe Kap. 4) zu erstellen.

Die Federkennlinie kann als Funktionsgraph der Federkraft $F(s)$ über dem Federweg s oder dimensionslos normiert mit dem Kraftverhältnis der wegabhängigen Federkraft zur Federkraft in Planlage $\frac{F(s)}{F_c}$ über dem Wegverhältnis von Federweg zu maximaler Einfederung $\frac{s}{h_0}$ dargestellt werden. Während bei der dimensionsbehafteten Variante nach Gleichung 3.1 die Größe von Federkraft und –weg auf einen Blick erfassbar sind, dient die dimensionslose Federkennlinie der Darstellung der Kennliniencharakteristik von bestimmten Tellerfedertypen. So lässt sich z. B. die Steifigkeit über bestimmte Parameter einstellen, was zu der Einteilung von Tellerfedern in die Reihen A, B und C nach DIN 2093 geführt hat (siehe Tabelle 3.1).

Eine Formel zur Berechnung der dimensionslosen Federkennlinie erhält man, indem man Gleichung 3.1 durch Gleichung 3.4 dividiert und umformt:

$$\frac{F}{F_C} \left(\frac{s}{h_0} \right) = \frac{s}{h_0} \cdot \left[K_4^2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{s}{h_0} \right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot h_0} \right) + 1 \right] \quad (3.27)$$

3.5.1 Kennliniengestaltung über die Geometrie der Einzeltellerfeder

Die Manipulation von dimensionslosen Kennlinien lässt sich ausschließlich durch den Geometrieparameter $\frac{h_0}{t}$ realisieren. Materialparameter wie der Elastizitätsmodul E oder die Querkontraktionszahl ν verändern nur die Größe der Kraft, nicht aber die Kennliniengestalt oder den Federweg. Betrachtet man Gleichung 3.27, so scheint die Kennzahl K_4 ebenso eine Rolle bei der Kennliniengestaltung zu spielen. Dies ist jedoch nicht der Fall, weil die Kennzahl K_4 nur ein Vorfaktor ist, um die Auflageflächen der Tellerfedern nach Gruppe 3 zu berücksichtigen. Für Tellerfedern mit der Tellerdicke $t < 6$ mm gilt $K_4 = 1$ und selbst für eine Tellerfeder der Gruppe 3 aus der Reihe A oder B gilt maximal $K_4 = 1,0315$, was eine vernachlässigbar kleine Veränderung bezüglich der Degressivität der Kennlinie darstellt.

Der Geometrieparameter $\frac{h_0}{t}$ wird auch Kurvenparameter genannt. Wie der Name schon andeutet, kann man mit dem Kurvenparameter die Ausprägung der Degressivität einer Federkennlinie einstellen (siehe Abb. 3.13).

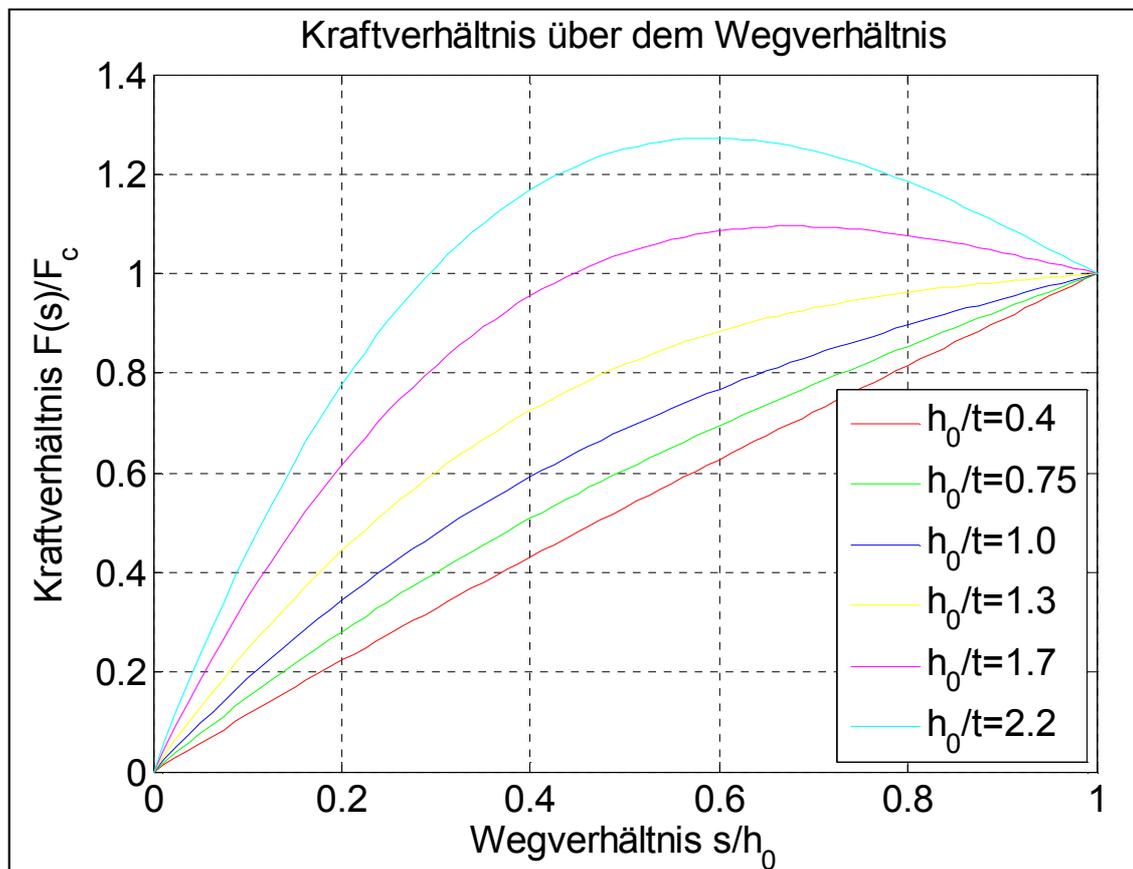


Abbildung 3.13: Kennliniengestaltung durch den Kurvenparameter

Bis zu Werten von $\frac{h_0}{t} = 0,4$ kann der von Natur aus degressive Verlauf einer Kennlinie noch als nahezu linear angesehen werden (entspricht den Federn der Reihe A nach DIN 2093). Mit zunehmendem Verhältnis $\frac{h_0}{t}$ nimmt die Degressivität der Kennlinie zu; man macht sie weicher. Federn der Reihe B haben einen $\frac{h_0}{t} = 0,75$, für Federn der Reihe C gilt ein $\frac{h_0}{t} = 1,3$. Erst ab $\frac{h_0}{t} = \sqrt{2}$ lässt sich in der Federkennlinie an der Stelle $\frac{s}{h_0} = 1$ eine waagerechte Tangente anlegen. Erhöht man den Kurvenparameter weiter, so stellt sich noch vor $\frac{s}{h_0} = 1$ ein Kraftmaximum ein, hinter dem sogar ein Kennlinienabschnitt mit negativer Federrate entsteht. Die Tellerfeder ist die einzige Feder, mit der Kennlinienverläufe realisiert werden können, bei denen die Kraft trotz zunehmender Einfederung nur wenig ansteigt ([Sauer2008] Kap. 5.3.3.1 S.236).

Für längere Federsäulen sind Federn mit $\frac{h_0}{t} > 1,3$ jedoch nicht geeignet, weil einzelne Federn innerhalb der Säule ungleichmäßig einfedern können und dadurch überlastet werden. Solche Federn sollten deshalb nur als Einzelfedern zur Anwendung kommen ([Bauer2006-1] S.12).

3.5.2 Einschränkungen bei der Tellerfederauslegung nach DIN 2092

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Einschränkungen, die bei der Dimensionierung der Tellerfeder mit den Berechnungsverfahren nach DIN 2092 zu beachten sind:

1. Bezüglich der Gestaltung von Kennlinien ergeben sich Grenzen durch die starke Hebelarmverkürzung der Tellerfeder bei zunehmender Einfederung im Kennlinienbereich von $\frac{s}{h_0} > 0,75$. Hier rollt die Tellerfeder auf ihrer Unterlage ab, d.h. der Hebelarm wird kürzer und die tatsächliche Kennlinie steigt stark progressiv an (siehe [Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.507). Der zur Verfügung stehende Federweg sollte deshalb nur bis etwa 75 % ausgenutzt werden, weil mit der Krafterhöhung auch eine Vergrößerung der Spannungen verbunden ist und die Berechnungsformeln nach DIN 2092 die Hebelarmverkürzung nicht berücksichtigen, was zu einer Abweichung der realen von der theoretischen Kennlinie im Kennlinienbereich von $\frac{s}{h_0} > 0,75$ führt (siehe [Meissner2007] Kap.4.2.4.1 S.116-117). Abbildung 3.14 zeigt den Kennlinienverlauf einer Tellerfeder der Reihe B im Vergleich zur berechneten Kennlinie.

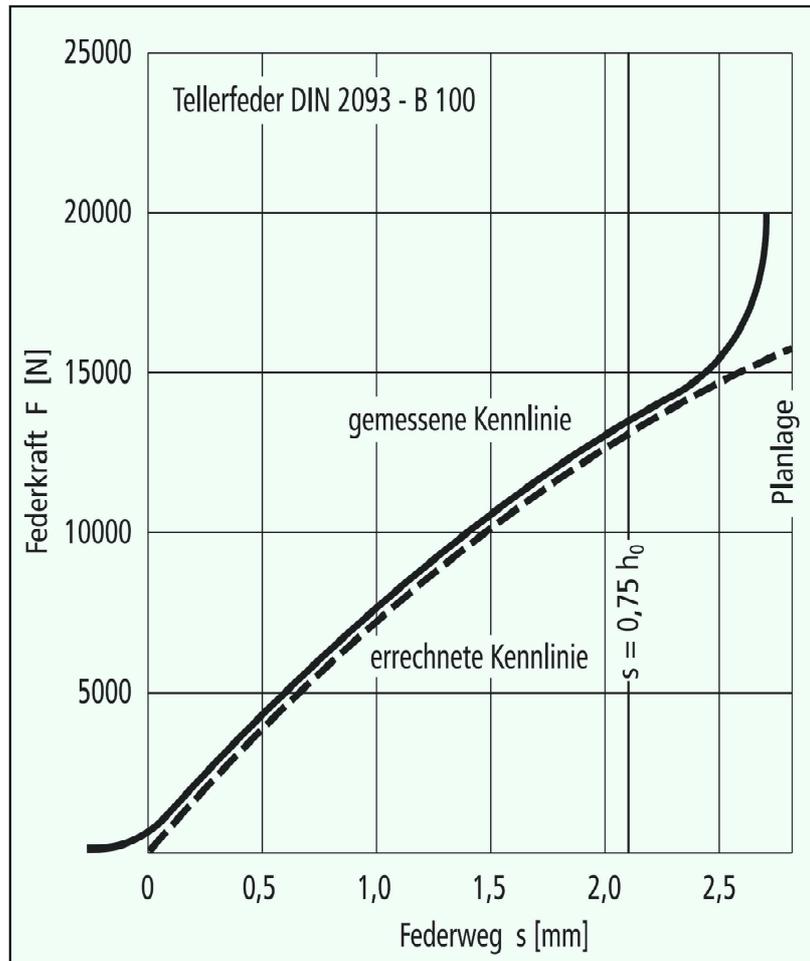


Abbildung 3.14: Auswirkung der Hebelarmverkürzung auf den gemessenen Kurvenverlauf ([Bauer2006-1] S.10)

2. Bei der Dimensionierung von Tellerfedern sollte außerdem das Durchmesserverhältnis δ im Bereich von $\delta = 1,7 \dots 2,5$ eingehalten werden, um günstige Federungseigenschaften bei guter Werkstoffausnutzung erreichen zu können (siehe [Meissner2007] Kap.4.2.4.1 S.116-117). Wird δ zu hoch gewählt, werden die zulässigen Spannungen in der Tellerfeder überschritten; wird δ dagegen zu niedrig gewählt, verwendet man zu viel Material, um die gleichen Federungseigenschaften zu erzielen. Außerdem werden durch die Berechnungsverfahren nach DIN 2092 bei $\delta < 1,7$ gegenüber der Realität zu niedrige Federkräfte berechnet ([Schnorr2004] S.43).
3. Bei Federn mit $\frac{D_e}{t} > 50$ werden zu große Kräfte berechnet ([Schnorr2004] S.43).
4. Zuletzt sei darauf hingewiesen, dass die Berechnungsverfahren nach DIN 2092 auch bei Werkstoffen mit einer Querkontraktionszahl $\nu \neq 0,3$ bessere Übereinstimmung mit der Realität aufweisen, wenn $\nu = 0,3$ für die Berechnung beibehalten wird ([Bauer2006-1] S.8).

3.5.3 Kennliniengestaltung durch Kombination von Einzeltellerfedern

Eine weitere Möglichkeit Kennlinien zu gestalten, liegt in der Kombination von Einzeltellern oder Federpaketen zu Federsäulen. Durch wechselsinniges Aneinanderreihen von Tellerfedern gleicher Dicke zu Federpaketen mit zunehmender Zahl von Einzeltellern bzw. gleicher Zahl von Einzeltellern unterschiedlicher Tellerdicke kann man theoretisch eine progressiv geknickte Kennlinie erreichen (Abb. 3.15). Allerdings müssen konstruktive Maßnahmen, wie z. B. Hubbegrenzung durch Zwischenringe oder Anschläge, ergriffen werden, damit die weniger belastbaren Federn nicht in die Planlage gedrückt und überlastet werden ([Roloff2007] Kap. 10 S. 313). Außerdem dürfen Tellerfedern mit einem $\frac{h_0}{t} > 1,3$ nicht in Federsäulen verarbeitet werden, weil sie bei Belastung unterschiedlich einfedern können ([Bauer2006-1] S.12).

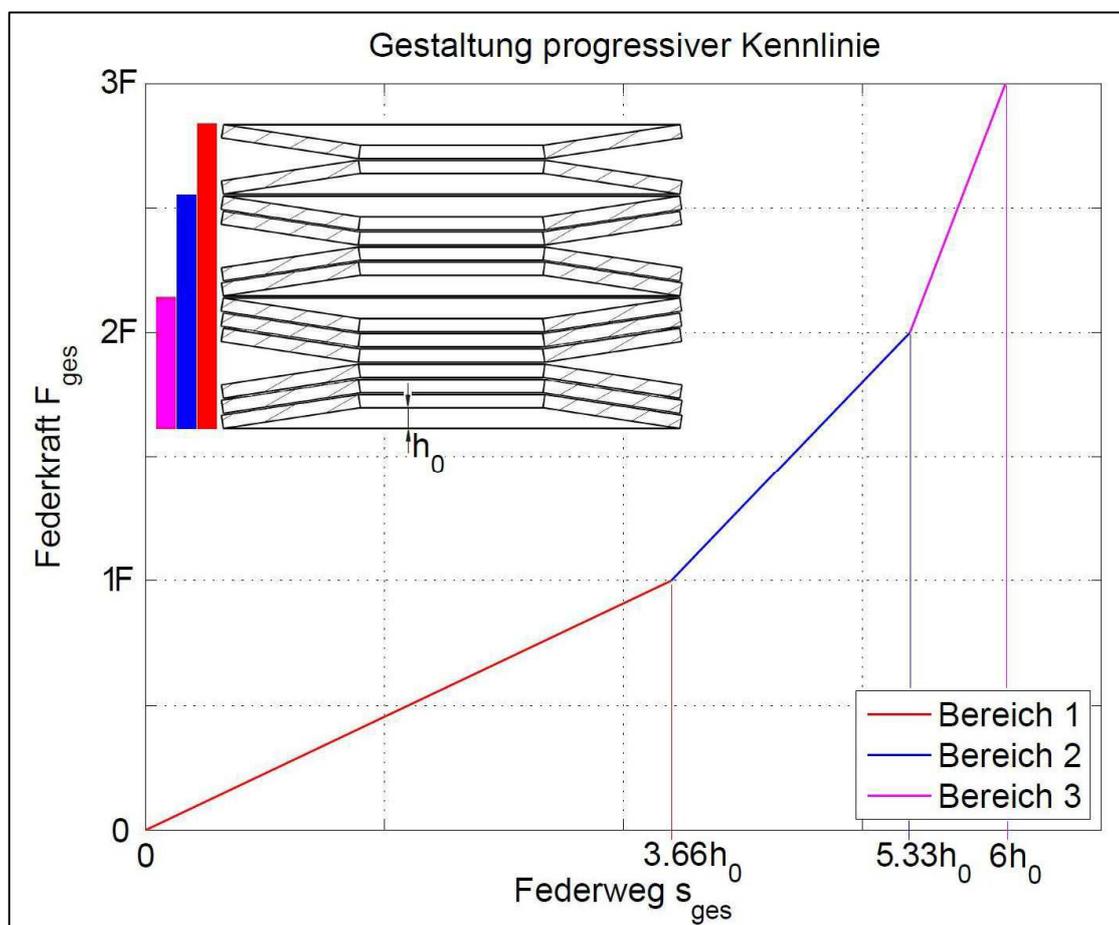


Abbildung 3.15: Gestaltung progressiver Tellerfederkennlinien

Bei einer durch wechselsinniges Aneinanderreihen von gleichdicken Tellerfedern gestalteten Tellerfedersäule wie in Abbildung 3.15 sind alle Tellerfedern bis zum Erreichen der Federkraft $1F$ an der Kraftaufnahme beteiligt (Bereich 1). Im Übergang zum Bereich 2 scheiden die Einzelteller ($n = 1$) für die weitere Kraftaufnahme und Einfederung aus, weil sie sich bereits in Planlage befinden bzw. an einen Anschlag stoßen. Analoges erfahren die Federpakete mit einer gleichsinnigen Schichtung von $n = 2$ beim Übergang von Bereich 2 zu Bereich 3 bei Erreichen der Kraft $2F$, sodass zuletzt nur noch die stärksten Federpakete mit $n = 3$ im Bereich 3 belastet werden. Diese federn bei Erreichen der Kraft $3F$ gänzlich ein und geraten in die Planlage, wenn sie nicht vorher durch einen Anschlag gestoppt werden ([Bauer2006-1] S. 13-14).

3.6 Spezielle Bauformen

Neben der konventionellen Tellerfederbauform mit rechteckigem Querschnitt werden auch andere Bauformen verwendet, um die Eigenschaften der Tellerfeder gezielt den gewünschten Anforderungen anzupassen. Zwei Bauformen, die geschlitzte Tellerfeder mit Außen- und oder Innenschlitzung und die Tellerfederbauform mit trapezförmigem Querschnitt werden in diesem Kapitel kurz vorgestellt. Dies soll einen Einblick auf ein mögliches konstruktives Potential bei der Tellerfederauslegung geben.

3.6.1 Die geschlitzte Tellerfeder

Durch Anbringen von Schlitzern am Innen- oder Außendurchmesser einer Tellerfeder (siehe Abb. 3.16) entstehen Zungen, die als Hebel am nicht geschlitzten Teil des Querschnitts angreifen und dessen Federkraft bei konstant bleibendem Hebelmoment (gegenüber der normalen Bauform) verringern. Gleichzeitig wird der Federweg vergrößert. Im Verhältnis zum Außendurchmesser entstehen relativ „weiche“ Federn mit großem Federweg und kleiner Federkraft. D. h. geschlitzte Tellerfedern weisen eine sehr flache Federkennlinie auf, die vor allem wegen des besonderen Verformungsverhaltens im Fahrzeugbau als Kupplungsfedern Anwendung finden (siehe [Meissner2007] Kap.4.2.4.1 S.121 oder [Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.508).

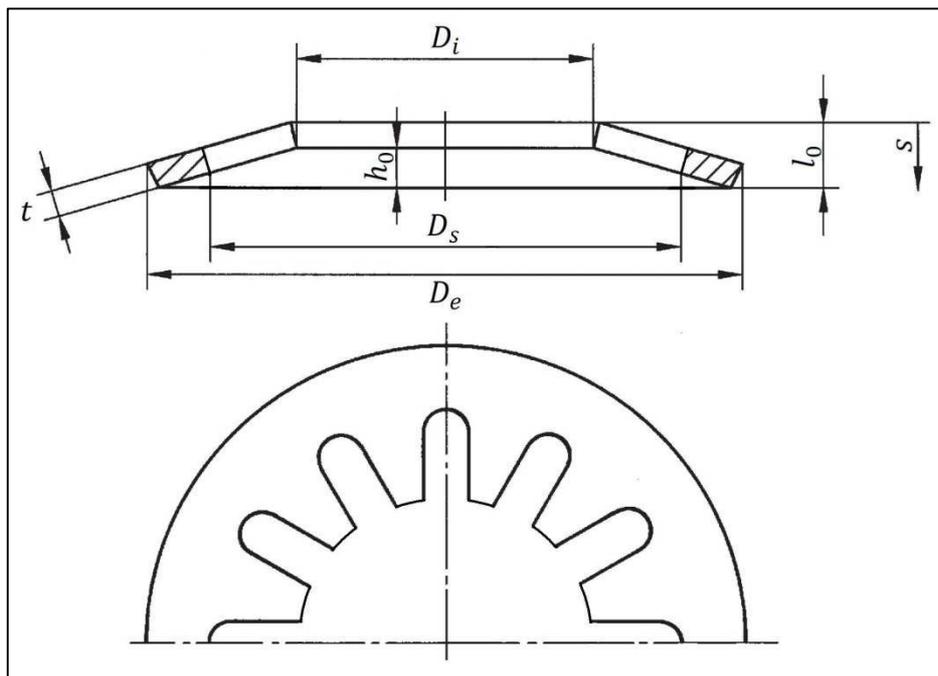


Abbildung 3.16: Geometrieparameter der geschlitzten Tellerfeder ([Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.509)

Aufgrund der komplexen Geometrie sind jedoch einige Gestaltungsregeln einzuhalten und vor allem die zulässigen Beanspruchungen zu beachten. Gerade der geschlossene Ringteil ist sehr kritisch bezüglich der zulässigen Spannungen, weshalb ein entsprechend großer Außendurchmesser zur Verfügung stehen sollte ([Schnorr2004] S.43)

Eine geschlitzte Tellerfeder kann in erster Näherung als eine konventionelle Tellerfeder (äußerer ringförmiger Rand) betrachtet werden. Deshalb werden zur Berechnung dieser Tellerfederform die Gleichungen 3.1 und 3.4 verwendet. Für den Beiwert K_4 jedoch gilt

entsprechend der Länge der Innenschlitzung nach Abbildung 3.16 (siehe [Bauer2006-1] S.25):

$$K_4 = \frac{D_e - D_s}{D_e - D_i} \quad (3.28)$$

Voraussetzung dieser Berechnung nach Gleichung 3.28 sind relativ schmale Zungen, so dass der Spannungsverlauf im äußeren ringförmigen Teil der Feder nicht wesentlich verändert wird. Desweiteren wird davon ausgegangen, dass die Durchbiegung der Zungen vernachlässigt werden kann, weil sie nur einen kleinen Prozentsatz des Gesamtfederweges ausmacht ([Bauer2006-1] S.25).

Es finden auch Tellerfedern Anwendung, die am Außendurchmesser geschlitzt sind und sogar solche, die Außen- und Innenschlitzung aufweisen (siehe Abb. 3.17b). Aus statischen Gründen wird jedoch üblicherweise Innenschlitzung bevorzugt. Für ganz spezielle Anwendungen gibt es heutzutage auch noch viele andere denkbare Ansätze zur Tellerfederauslegung beim Hersteller (siehe Abb.3.17a) (siehe [Bauer2006-1] S.25).

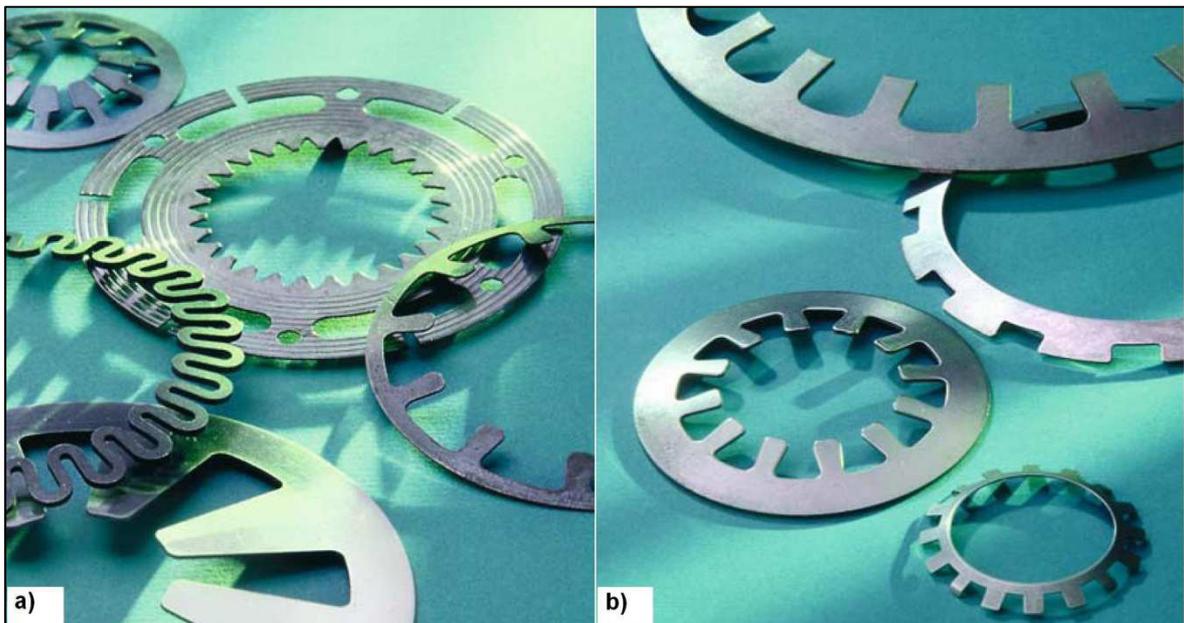


Abbildung 3.17: Sonderformen der Tellerfeder ([Bauer2006-1] S.5)

3.6.2 Tellerfedern mit Trapezquerschnitt

Bei Tellerfedern mit Trapezquerschnitt nimmt die Tellerdicke von innen nach außen zu (siehe Abb. 3.18). Dadurch lässt sich gegenüber konventionellen Tellerfedern nach DIN 2093 eine gleichmäßigere Spannungsverteilung einstellen ([Meissner2007] Kap.4.2.4.1 S.121). Die günstigeren Zugspannungen an der Unterseite ergeben eine höhere Lebensdauer. Diese lässt sich aber bei konventionellen Federn auch durch geeignete Wahl von Durchmesser Verhältnis $\delta = \frac{D_e}{D_i}$ und Kurvenparameter $\frac{h_0}{t}$ erzielen; also bietet der Trapezquerschnitt in dieser Hinsicht keinen Vorteil ([Schnorr2004] S.43).

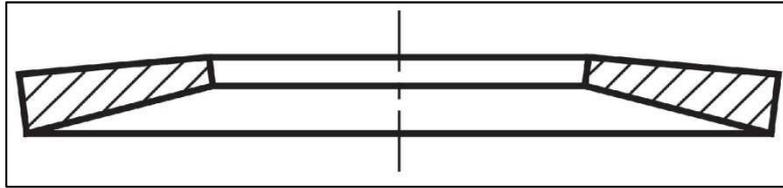


Abbildung 3.18: Tellerfeder mit Trapezquerschnitt

Obendrein ist die Stützwirkung der weniger beanspruchten Querschnittszonen geringer. Dies führt zu einer höheren Setzneigung als bei üblichen Tellerfedern. Diese Tellerfedern sind damit zur Verwendung unter statischer Dauerbelastung sehr ungeeignet ([Niemann2005] Kap.12.4.2.4 S.508). Ein weiterer großer Nachteil ist, dass diese Bauform nur eine wechselsinnige und keine gleichsinnige Schichtung zu Federsäulen zulässt.

Der große Vorteil der Tellerfedern mit Trapezquerschnitt ist, dass die Federkennlinie auch bei $\frac{s}{h_0} > 0,75$ annähernd linear bleibt, d.h. die Federrate D auch bis zur Planlage hin konstant ist. Der progressive Kraftanstieg bei Federwegen $\frac{s}{h_0} > 0,75$ wird vermieden, aber leider auch mit einem geringeren Federweg bei gleichem Aufstellwinkel gegenüber der üblichen Tellerfederbauweise erkauft ([Meissner2007] Kap.4.2.4.1 S.121).

Betrachtet man eingehend die Vor- und Nachteile der Tellerfeder mit trapezförmigem Querschnitt im Vergleich zur konventionellen, so lassen sich bei gleichem Einbauraum und unter Beachtung der zulässigen Spannungen keine günstigeren Federdaten, wie mehr Federkraft oder mehr Federweg, mit dem trapezförmigen Querschnitt erreichen. Der Entwurf und die Fertigung solcher Federn sind jedoch sehr aufwändig und kostspielig, weshalb trapezförmige Tellerfedern heute praktisch keine Bedeutung mehr haben([Schnorr2004] S.43).

4 Erstellung eines Parameterraumes

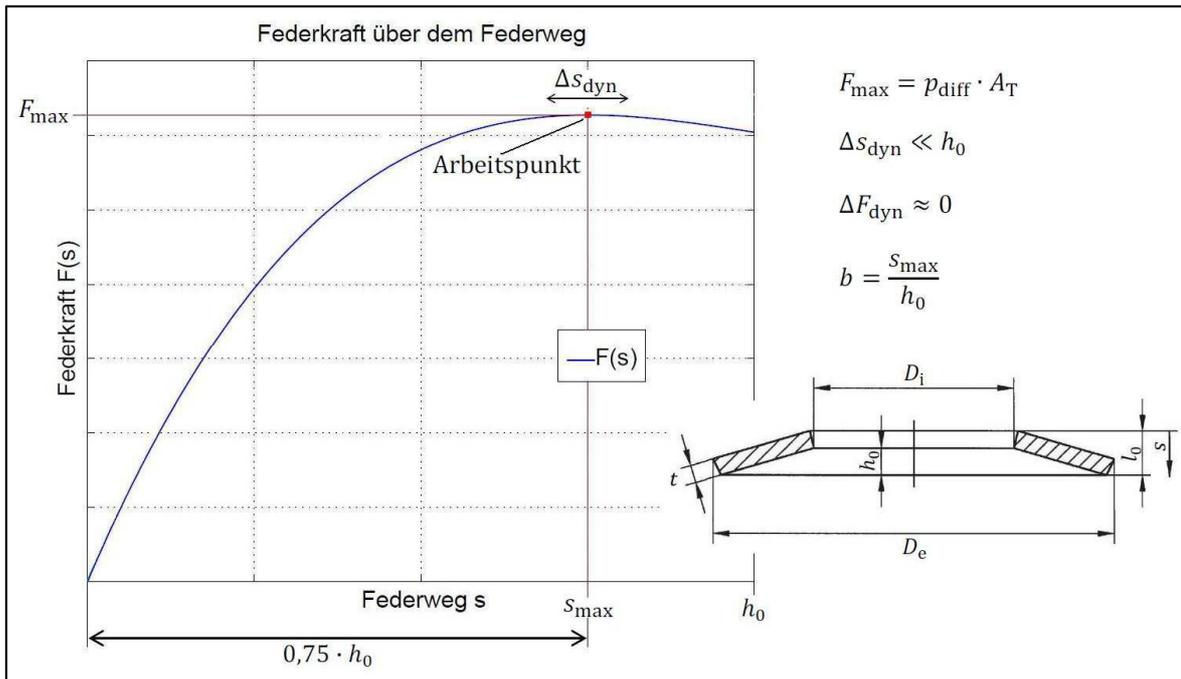
Das Ziel bei der Erstellung eines Parameterraumes ist eine optimale Kennliniengestaltung nach Wunsch durch eine gezielte Variation der einzelnen Parameter zu verwirklichen. Hierbei ist vor allem die Darstellung des Verhaltens einzelner Parameter bei gleichzeitiger Fixierung der anderen erforderlich. Nur so ist es möglich bestimmte Vorgabegrößen zu definieren und sich daraus die notwendigen Zielgrößen bei gleichzeitiger Generierung einer optimal angepassten Kennlinie zu bestimmen.

In diesem Kapitel werden erst die Anforderungen an eine Tellerfeder, deren Kennlinie optimal an eine Funktion als Stützelement in einem Vakuumlärmschutzschild angepasst werden soll, definiert und daraus ein Parameterraum hergeleitet. Danach werden die einzelnen Einflussparameter auf die Kennlinie grafisch dargestellt und analysiert. Zuletzt wird für die Messungen an einem ersten Funktionsmuster für eine Vakuumpanel eine Tellerfeder vom Hersteller ausgewählt, die den Anforderungen aus Kapitel 4.1 entspricht.

4.1 Voraussetzungen für die Gestaltung einer optimalen Federkennlinie

Wie bereits erwähnt, besteht das Hauptziel bei der Gestaltung einer optimalen Federkennlinie in der Körperschallentkopplung bei gleichzeitiger statischer Abstützung der Deckplatten des Vakuumlärmschutzschildes. Damit die Tellerfedern, in der Funktion der Stützelemente, gleichzeitig in der Lage sind neben der statischen Last, bedingt aus der Druckdifferenz zwischen Atmosphärendruck und Vakuum, auch die dynamische Schallbelastung aufzunehmen, ohne den Körperschall zu übertragen, muss die Federkennlinie im Arbeitspunkt eine Federrate von $D \approx 0$ aufweisen. Wenn darüber hinaus ein möglichst geringes Gewicht bei der Auslegung des Vakuumlärmschutzschildes erzielt werden soll, hat dies folgende Konsequenzen für die Gestaltung der Kennlinie:

1. Der Arbeitspunkt liegt im Maximum der Federkennlinie, weil die Federrate hier $D \approx 0$ ist (siehe Abb. 4.1).



2. Das Maximum der Kennlinie liegt im zulässigen Beanspruchungsbereich der Tellerfeder ($s_{\max} \leq 0,75 \cdot h_0$), um Abweichungen zwischen theoretischer Berechnung und dem progressiven Anstieg nahe der Planlage der tatsächlichen Kennlinie vorzubeugen.
3. Die Kraft im Maximum F_{\max} entspricht der notwendigen Kraft um die statische Last tragen zu können (Die dynamische Schallbelastung entspricht einer vergleichsweise sehr geringen Federwegwechselamplitude um den Arbeitspunkt).
4. Das Leichtbaukriterium führt im Allgemeinen zu niedrigeren Elastizitätsmodulen bei gleicher Baugröße der Tellerfeder. Das liegt daran, dass sich für einen niedrigen Elastizitätsmodul eher Werkstoffe mit einer vergleichsweise geringeren Dichte finden lassen, als für einen hohen Elastizitätsmodul. Die Grenze des Leichtbaukriteriums liegt folglich bei dem mindestens notwendigen E-Modul zur Aufnahme der statischen Last.

Aus den oben genannten Anforderungen an die Federkennlinie folgt eine Optimierung der Tellerfeder hinsichtlich des Elastizitätsmoduls bei gleichzeitig sehr weicher geometrischer Dimensionierung. Es ist zu überprüfen, wie die Geometriegrößen verändert werden müssen, um bei gleicher Lastvorgabe einen möglichst geringen Elastizitätsmodul zu benötigen und außerdem die Tragfähigkeit zu gewährleisten. Gleichzeitig sind die aus Kapitel 3.5.2 bekannten Grenzen einzuhalten.

4.2 Einflussparameter auf den Elastizitätsmodul

Um den Einfluss der verschiedenen Geometriegrößen auf den Elastizitätsmodul feststellen zu können, muss man alle bis auf diejenige, die gerade betrachtet wird, fixieren, um das Ergebnis nicht zu verfälschen. Die Schwierigkeit hierbei ist die

Abhängigkeit der Größen untereinander, so dass auf den ersten Blick schwer zu erkennen ist, welche Geometriegrößen nun tatsächlich Stellparameter sind und welche sich in Abhängigkeit der Stellparameter mit verändern. Letztlich lassen sich nur fünf Stellparameter feststellen, wobei bei dieser Betrachtung die Querkontraktionszahl unverändert auf $\nu = 0,3$ (siehe Kapitel 3.5.2) belassen wird:

1. Außendurchmesser D_e : Der Außendurchmesser bestimmt die Baugröße und eignet sich daher sehr gut als Stellparameter. Allgemein gilt: je größer die Tellerfeder, desto größer die Belastungsfähigkeit. Für eine vorgegebene Last sinkt folgerichtig der notwendige Elastizitätsmodul mit Erhöhung des Außendurchmessers.
2. Durchmesserverhältnis δ : Erfahrungsgemäß verlieren die hier zugrunde gelegten Berechnungsverfahren nach DIN 2092 ihre Gültigkeit außerhalb eines Bereichs von $\delta = 1,7 \dots 2,5$. Das bedeutet, dass für Werte außerhalb dieses Bereichs die Genauigkeit der Berechnungsverfahren nachlässt und die Zuverlässigkeit einer deckungsgleichen Darstellung der realen Verhältnisse durch die Theorie nicht mehr gegeben ist. Diese Eingrenzung der Größe δ klassifiziert sie zur Nutzung als Stellparameter.
3. Stülpwinkel bzw. Aufstellwinkel ϕ : Der Aufstellwinkel lässt sich durch folgenden formalen Zusammenhang in Gleichung 4.1 beschreiben (siehe Abb. 4.2):

$$\phi = \arctan\left(\frac{2 \cdot (l_0 - t)}{D_e - D_i}\right) \quad (4.1)$$

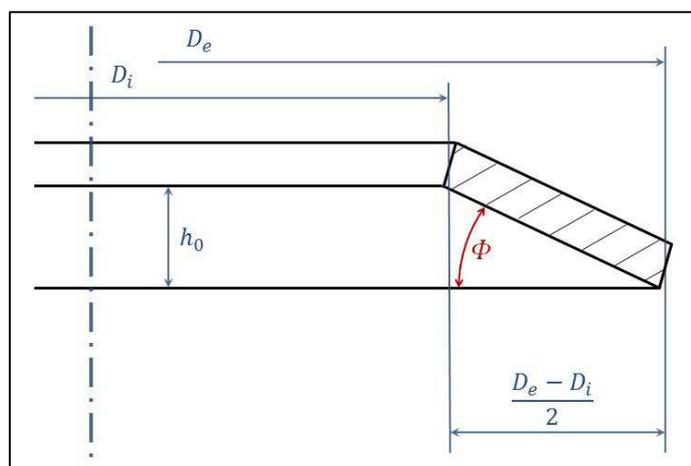


Abbildung 4.2: Aufstellwinkel der Tellerfeder

Der Aufstellwinkel verbindet die Geometriegrößen Durchmesser, Bauhöhe und Tellerdicke miteinander. Er eignet sich besser für die Funktion des Stellparameters als die Bauhöhe l_0 , weil für diese Größe pauschale Grenzwerte ausgeschlossen sind. Je größer der Außendurchmesser D_e wird, desto größer kann auch die Bauhöhe l_0 werden. Hier sind also noch Abhängigkeiten vorhanden. Der Aufstellwinkel hingegen ist durchaus beschränkt: Nimmt man das Sortiment mehrerer Tellerfederhersteller zusammen, so ergibt sich ein genutzter gängiger Aufstellwinkelbereich für nach DIN 2092 genormte Tellerfedern von $\phi = 3,5^\circ \dots 8,7^\circ$. Es ist nicht ausgeschlossen, dass auch jenseits dieses Bereichs

gut arbeitende Tellerfedern herzustellen sind. Jedoch ist nicht gewährleistet, dass die Berechnungsverfahren nach DIN 2092 außerhalb dieses Bereichs ihre Gültigkeit behalten.

- Position des Maximums in der Federkennlinie b (siehe Abb. 4.1): Entsprechend der Anforderung den Arbeitspunkt gezielt in einem zulässigen Nutzungsbereich der Federkennlinie setzen zu können, muss die Lage des Maximums, welche, wie bereits erwähnt, auch den Arbeitspunkt festlegt, vorgegeben werden. Definiert man die Position des Maximums zugleich als Stellparameter, hat dies den Nebeneffekt, dass sich der verbleibende Federweg y (siehe Abb. 4.3) zwischen dem zurückgelegten Federweg im Arbeitspunkt s_{\max} und maximaler Einfederung der Tellerfeder in Planlage gezielt beeinflussen lässt. Der Kurvenparameter $\frac{h_0}{t}$ dagegen lässt keine gezielte Positionierung des Arbeitspunktes im zulässigen Nutzungsbereich der Federkennlinie zu.

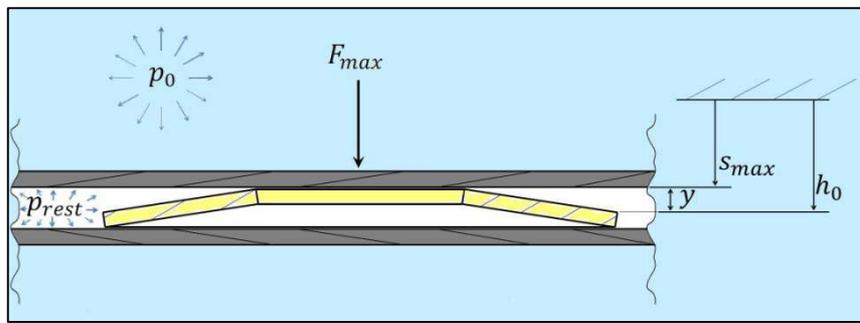


Abbildung 4.3: Prinzipskizze einer Tellerfeder im Vakuumlärmschutzschild

- Abstand zwischen den Tellerfederaußenringen zweier benachbarter Tellerfedern x (siehe Abb.4.4): Beim Vakuumlärmschutzschild, handelt es sich um zwei Platten, die durch die Tellerfedern voneinander abgestützt werden (siehe Abb. 4.5a). Die Druckdifferenz resultierend aus dem Vakuum zwischen diesen beiden Deckplatten und dem umgebenden Atmosphärendruck, verursacht die statische Belastung in Form einer Flächenlast, welche auf die Tellerfedern verteilt wird. Diese müssen dazu gleichmäßig zwischen den Platten angeordnet werden. In der gewählten, quadratischen Anordnung (siehe Abb. 4.5b) lässt sich über den Abstand zwischen den Tellerfedern die Belastung der einzelnen Feder einstellen. Der Abstand x ist anschaulich als Parameter für die Tellerfederdichte pro Fläche zu verstehen. Wird der Abstand x erhöht, so müssen sich weniger Federn die gleiche Flächenlast teilen und es steigt folglich die Belastung auf die einzelne Tellerfeder. Verringert man die Belastung durch Reduzierung des Abstands x auf einen Mindestabstand x_{\min} , kann infolge geringerer Belastung der Einzelfeder auch der Elastizitätsmodul reduziert werden. Der Mindestabstand $x_{\min} = 0$ ist jedoch nicht anzustreben, weil die Tellerfedern Platz benötigen, um sich bei Belastung radial ausdehnen zu können.

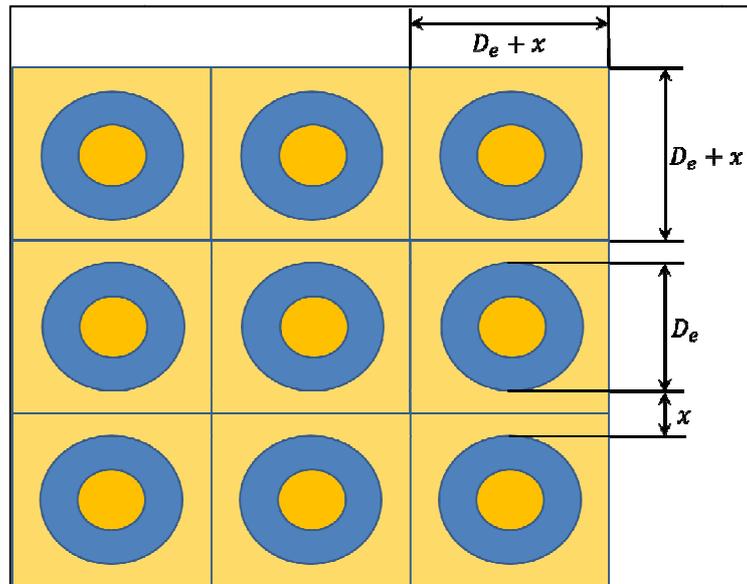


Abbildung 4.4: Definitionsskizze zum Mindestabstand in einer quadratischen Anordnung

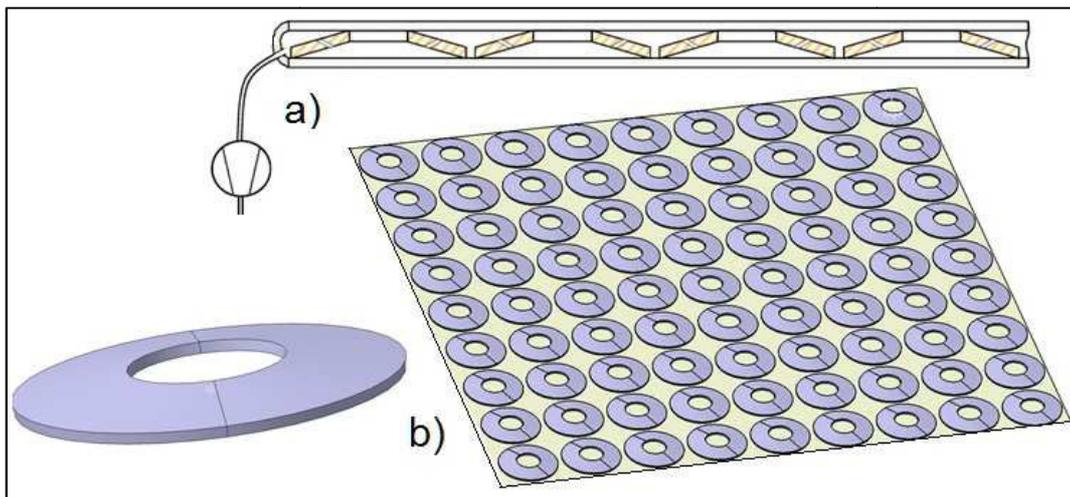


Abbildung 4.5: Anordnung der Tellerfedern im Vakuumlärmschutzschild

Mit Hilfe der oben definierten Parameter lassen sich alle anderen Geometriegrößen eindeutig bestimmen.

Im nächsten Kapitel steht die mathematische Herleitung der Geometriegrößen unter ausschließlicher Nutzung der Stellparameter im Vordergrund.

4.2.1 Bestimmung der Geometriegrößen aus den Stellparametern

Zur Bestimmung und Darstellung von Abhängigkeiten ist es unbedingt notwendig alle Geometriegrößen eindeutig durch die Stellparameter ausdrücken zu können. Nur so lassen sich Gültigkeitsbereiche für die Stellparameter aufstellen. Im folgenden Abschnitt wird sich daher mit der mathematischen Herleitung entsprechender Berechnungsformeln für die Geometriegrößen beschäftigt.

Der Stellparameter für die Position des Maximums in der Federkennlinie b taucht in keiner der bisher dargestellten Gleichungen auf. Das Maximum einer Funktionskurve erhält man

mathematisch durch die Ableitung der Funktion selbst. Dabei gelten die folgenden Bedingungen:

$$D = \frac{\partial F}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot K_4^2 \cdot \left[K_4^2 \cdot \left\{ \left(\frac{h_0}{t} \right)^2 - 3 \cdot \frac{h_0}{t} \cdot \frac{s}{t} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{s}{t} \right)^2 \right\} + 1 \right] = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{und } \frac{\partial^2 F}{(\partial s)^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{12E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{K_1 \cdot D_e^2} \cdot K_4^4 \cdot (s - h_0) < 0 \Leftrightarrow s < h_0 \quad (4.3)$$

Die linke Seite von Gleichung 4.2 ist die bereits in Kapitel 3.4.2 beschriebene Federrate, welche nun zu Null gesetzt werden soll. Für den Fall, dass es sich um Tellerfedern der Gruppen 1 und 2 handelt, also keine Auflageflächen vorgesehen sind, kann $K_4 = 1$ gesetzt werden. Daraus folgt:

$$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{s}{t} \right)^2 - 3 \cdot \frac{h_0}{t} \cdot \frac{s}{t} + \left(\frac{h_0}{t} \right)^2 + 1 = 0 \quad (4.4)$$

Umgeformt nach s ergibt sich Gleichung 4.5:

$$s = h_0 \pm \sqrt{\frac{h_0^2}{3} - \frac{2}{3} \cdot t^2} \quad (4.5)$$

Die einzige sinnvolle Lösung ist die mit dem Minuszeichen, weil die Tellerfeder per Definition nur bis in die Planlage belastet werden kann und damit keine Federwege $s > h_0$ auftreten können. Das Ergebnis aus Gleichung 4.5 muss nun in Gleichung 4.3 eingesetzt werden:

$$h_0 - \sqrt{\frac{h_0^2}{3} - \frac{2}{3} \cdot t^2} < h_0 \Leftrightarrow \frac{h_0}{t} > \sqrt{2} \quad (4.6)$$

In Verbindung mit dem Ergebnis aus Gleichung 4.5 kann Gleichung 4.6 dahingehend interpretiert werden, dass der Kurvenparameter $\frac{h_0}{t} > \sqrt{2}$ sein muss, damit überhaupt ein Maximum innerhalb des Kennlinienbereichs auftaucht. Für $\frac{h_0}{t} = \sqrt{2}$ erreicht die Federrate $D(s = h_0)$ am Punkt der maximalen Einfederung nach Gleichung 3.9 gerade den Wert Null. Es sei hier darauf hingewiesen, dass Gleichung 4.6 ein Ausschlusskriterium für die Anordnung von Tellerfedern in Säulen bezüglich der definierten Anforderungen darstellt (siehe Kapitel 3.5).

Zur Festlegung der Position des Maximums in der Federkennlinie b formuliert man die gewünschte Vorgabe, dass das Maximum an einem bestimmten Wegverhältnis fixiert werden soll, mathematisch und führt eine weitere Bedingung in Form der folgenden Gleichung ein:

$$b = \frac{s_{\max}}{h_0} \quad (4.7)$$

Der Federweg s_{\max} beschreibt die Federwegposition, an der sich das Kraftmaximum befindet.

Werden die Gleichungen 3.5, 4.5 und 4.7 ineinander eingesetzt, lässt sich t durch l_0 ausdrücken:

$$t = \frac{l_0}{3b^2 - 6b + 4} \cdot \left(3b^2 - 6b + 2 \pm \sqrt{-6b^2 + 12b - 4} \right) \quad (4.8)$$

Damit Gleichung 4.8 gültig und physikalisch sinnvoll ist, muss die gesamte rechte Seite größer null und der Term unter der Wurzel positiv sein. Außerdem gilt $t < l_0$, damit es sich überhaupt um eine Tellerfeder und nicht um eine Unterlegscheibe handelt. Daraus lassen sich folgende Bedingungen ableiten:

$$\frac{3b^2 - 6b + 2 \pm \sqrt{-6b^2 + 12b - 4}}{3b^2 - 6b + 4} > 0 \quad (4.9)$$

$$-6b^2 + 12b - 4 \geq 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{3b^2 - 6b + 2 \pm \sqrt{-6b^2 + 12b - 4}}{3b^2 - 6b + 4} < 1 \quad (4.11)$$

Gleichung 4.9, 4.10 und 4.11 führen gemeinsam zu:

$$b \geq 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4.12)$$

Nur $b \geq 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ liegt in dem definierten Kennlinienbereich wegen $0 \leq s \leq h_0$, so dass grundsätzlich folgende Aussagen für b , t und l_0 gelten:

$$0,42265 \approx 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \leq b \leq 1 \quad (4.13)$$

$$\text{und } 0 < t \leq (\sqrt{2} - 1) \cdot l_0 = 0,41421 \cdot l_0 \quad (4.14)$$

Gleichung 4.13 und 4.14 sind sehr informativ und gerade Gleichung 4.13 ist eine wichtige Vorgabe zur Eingrenzung des Stellparameters b . Dennoch ist das eigentliche Ziel alle Geometriegrößen durch die Stellparameter auszudrücken. Dazu werden die Gleichungen 3.3 und 4.8 in Gleichung 4.1 eingesetzt:

$$\tan \phi = \frac{2 \cdot l_0 \cdot \left(1 - \frac{3b^2 - 6b + 2 + \sqrt{-6b^2 + 12b - 4}}{3b^2 - 6b + 4} \right)}{D_e \left(1 - \frac{1}{\delta} \right)} \quad (4.15)$$

Nach Umformung von Gleichung 4.15 ergibt sich die Bauhöhe l_0 zu:

$$l_0 = \frac{D_e \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta} \right) \cdot \tan \phi \cdot (3b^2 - 6b + 4)}{2 \cdot (2 - \sqrt{-6b^2 + 12b - 4})} \quad (4.16)$$

Die Tellerdicke t erhält man durch Einsetzen von Gleichung 4.16 in Gleichung 4.8:

$$t = \frac{D_e \cdot \left(1 - \frac{1}{\delta} \right) \cdot \tan \phi \cdot (3b^2 - 6b + 2 + \sqrt{-6b^2 + 12b - 4})}{2 \cdot (2 - \sqrt{-6b^2 + 12b - 4})} \quad (4.17)$$

Die Geometriegrößen sind nun über die Gleichungen 3.3, 4.16 und 4.17 eindeutig bestimmt. Für die Berechnung des Elastizitätsmoduls fehlt aber noch die Kenntnis von der statischen Last, also der Federkraft, die auf die Einzeltellerfeder wirkt.

4.2.2 Bestimmung der statischen Last, des Elastizitätsmoduls und der Tragfähigkeit aus den Stellparametern

Um den Elastizitätsmodul für den Werkstoff der einzelnen Tellerfeder bestimmen zu können, müssen Informationen wie der Umgebungsdruck, der Restdruck im Vakuumlärmschutzschild und der Abstand der Tellerfedern zueinander vorgegeben werden.

Aus dem Umgebungsdruck p_0 und dem Restdruck im Vakuumlärmschutzschild p_{rest} lässt sich der Differenzdruck p_{diff} bestimmen (siehe Abb. 4.3):

$$p_{\text{diff}} = p_0 - p_{\text{rest}} \quad (4.18)$$

Zur Bestimmung der resultierenden Kraft auf eine Tellerfeder wird ein druckbeaufschlagter Flächenausschnitt definiert, der die einzelne Tellerfeder belastet (siehe Abb. 4.4). Die Größe des Flächenausschnitts A_T wird über den Außendurchmesser D_e und den Abstand zwischen den Tellerfedern x festgelegt:

$$A_T = (D_e + x)^2 \quad (4.19)$$

Die Federkraft im Arbeitspunkt bzw. im Maximum der Federkennlinie der Einzeltellerfeder lässt sich dann leicht bestimmen:

$$F_{\text{max}} = p_{\text{diff}} \cdot A_T \quad (4.20)$$

Wird nun Gleichung 4.7 in Gleichung 3.1 eingesetzt und nach dem Elastizitätsmodul E umgeformt, folgt:

$$E = \frac{F_{\text{max}} \cdot D_e^2 \cdot K_1 \cdot (1 - \nu^2)}{4 \cdot b \cdot h_0 \cdot t^3 \cdot K_4^2 \cdot \left[K_4^2 \cdot \frac{h_0^2}{t^2} \cdot (1 - b) \cdot \left(1 - \frac{b}{2}\right) + 1 \right]} \quad (4.21)$$

Auch hier kann unter der Annahme, dass es sich um Tellerfedern der Gruppen 1 und 2 handelt, die Kennzahl $K_4 = 1$ gesetzt werden. Außerdem könnte man durch Einsetzen der Gleichungen 3.2, 3.5, 4.16, 4.17, 4.19 und 4.20 in Gleichung 4.21 eine Gleichung für den Elastizitätsmodul schaffen, die nur noch von den Stellparametern abhängt. Der Vorteil einer solchen Gleichung bestünde darin, den Einfluss der Parameter auf das Verhalten des Elastizitätsmoduls unmittelbar ablesen zu können. Leider ist diese Gleichung aber so groß und unübersichtlich, dass sie nicht mehr in einem Textdokument darstellbar ist.

Deshalb muss man erst t , K_1 , h_0 und F_{max} aus den Stellparametern berechnen und danach in die folgende Gleichung einsetzen:

$$E = \frac{F_{\text{max}} \cdot D_e^2 \cdot K_1 \cdot (1 - \nu^2)}{4 \cdot b \cdot h_0 \cdot t^3 \cdot \left[\frac{h_0^2}{t^2} \cdot (1 - b) \cdot \left(1 - \frac{b}{2}\right) + 1 \right]} \quad (4.22)$$

Ist der Elastizitätsmodul E bekannt, müssen zur Bestimmung der Tragfähigkeit der Einzeltellerfeder die Spannungen nach den Gleichungen 3.11 bis 3.17 berechnet werden. Dabei sind die zuvor durch die Stellparameter ermittelten Geometriegrößen und der nach Gleichung 4.22 berechnete Elastizitätsmodul einzusetzen.

Damit ist eine grafische Darstellung des Einflusses der Stellparameter auf den Elastizitätsmodul und die Tragfähigkeit der zu optimierenden Einzeltellerfeder möglich.

4.2.3 Grafische Darstellung und Analyse der Einflussparameter

Zur Visualisierung des Einflusses der Stellparameter auf den Elastizitätsmodul eignen sich grafische Darstellungen in Form von Diagrammen ganz besonders. Auf einen Blick lassen sich so Tendenzen und Größenverhältnisse darstellen. Folgende Prämissen werden vorgegeben, damit die Darstellung nicht verfälscht wird:

1. Es wird nur derjenige Stellparameter verändert, aufgetragen auf der Abszisse, dessen Einfluss auf den Elastizitätsmodul gerade betrachtet werden soll. Alle anderen Parameter werden fixiert.
2. Die statische Belastung, vorgegeben durch den Differenzdruck ist für alle Diagramme als konstant anzunehmen ($p_{\text{diff}} = \text{konstant}$). Daraus folgt für die Tragfähigkeit, dass sie sich in Abhängigkeit des aus den Stellparametern berechneten E-Moduls verändern muss und hier auch so dargestellt wird.

Für die folgenden Diagramme sind die Referenzwerte der Stellparameter dann wie folgt festgelegt worden:

$$D_e = 43,7 \text{ mm}$$

$$b = 0,75$$

$$\delta = 2,5$$

$$x = 10 \text{ mm}$$

$$\phi = 8,7^\circ$$

Außerdem vorgegeben sind:

$$\nu = 0,3$$

und

$$p_{\text{diff}} = 22632 \text{ Pa}$$

Der Differenzdruck $p_{\text{diff}} = 22632 \text{ Pa}$ entspricht dem atmosphärischen Umgebungsdruck p_0 in Reiseflughöhe bei 11 km unter der Annahme, dass der Restdruck p_{rest} im Vakuumlärmschutzschild vernachlässigbar klein ist, also ein vollständiges Vakuum erzielt werden konnte.

Desweiteren sollen auch die vorhandenen Spannungen in Abhängigkeit der Stellparameter dargestellt werden. Weil sich die vorhandenen Spannungswerte der Tellerfeder mit dem Federweg ändern, muss der Federweg für die folgenden Diagramme festgelegt werden. Die hier dargestellten Spannungen repräsentieren die vorhandenen Spannungswerte bei einer Belastung der Tellerfeder im Arbeitspunkt, also im Kraftmaximum bei einem Federweg s_{max} (siehe Abb. 4.1). Für die Auswahl eines geeigneten Tellerfederwerkstoffes muss neben dem E-Modul auch berücksichtigt werden,

dass die vorhandenen Spannungen die zulässigen Spannungen des Werkstoffes nicht überschreiten.

Im Folgenden wird eine kurze Beschreibung zu dem Funktionsverlauf der Graphen in den Diagrammen für die einzelnen Stellparameter abgegeben:

Außendurchmesser D_e : Die Funktionskurve des Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit vom Außendurchmesser $E(D_e)$ (siehe Abb. 4.6) weist das charakteristische Aussehen einer $y = \frac{1}{x^2}$ -Funktion auf. Für kleine Außendurchmesser-Werte, hier beginnend bei $D_e = 43,7$ mm, fällt der E-Modul sehr stark ab, während er für große D_e -Werte, endend bei $D_e = 600$ mm, asymptotisch gegen einen festen E-Modul-Wert strebt. Hier strebt die Funktion gegen den Wert $\lim_{D_e \rightarrow \infty}(E(D_e)) = 3,3$ GPa. Für andere Ausgangsbedingungen strebt die Funktion auch gegen andere E-Modul-Werte.

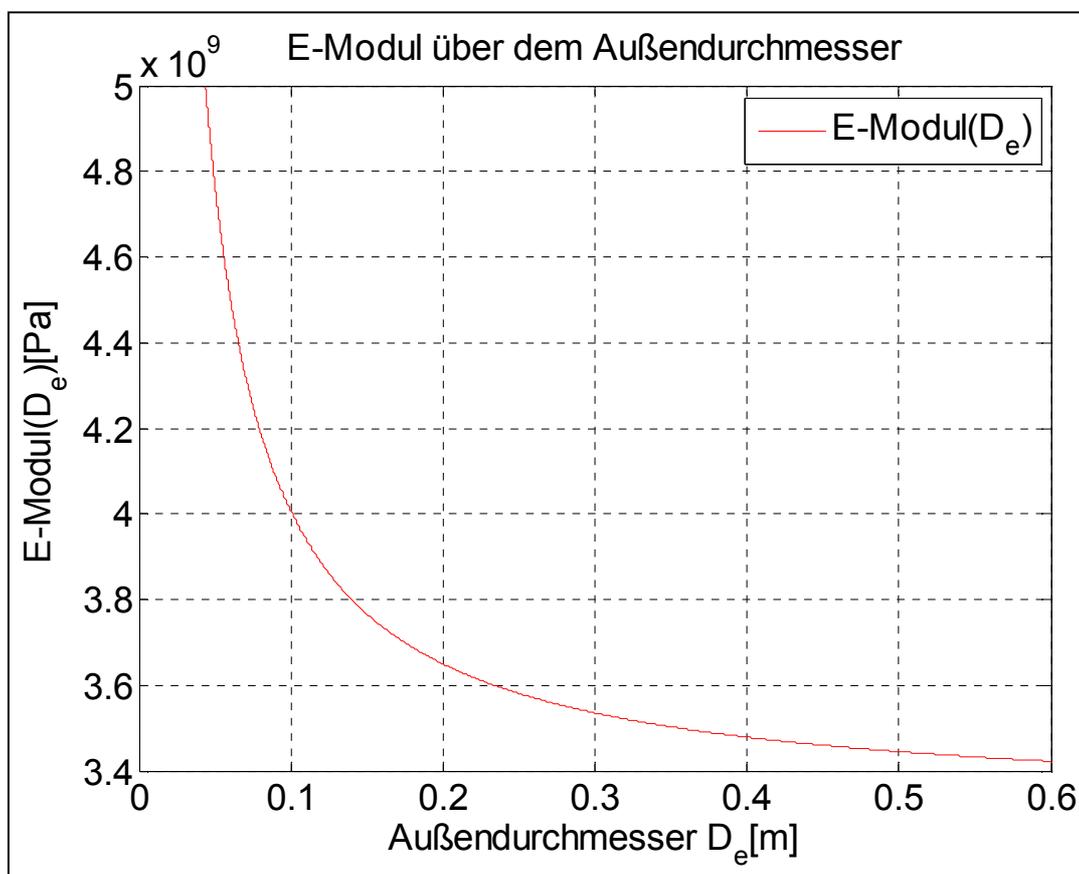
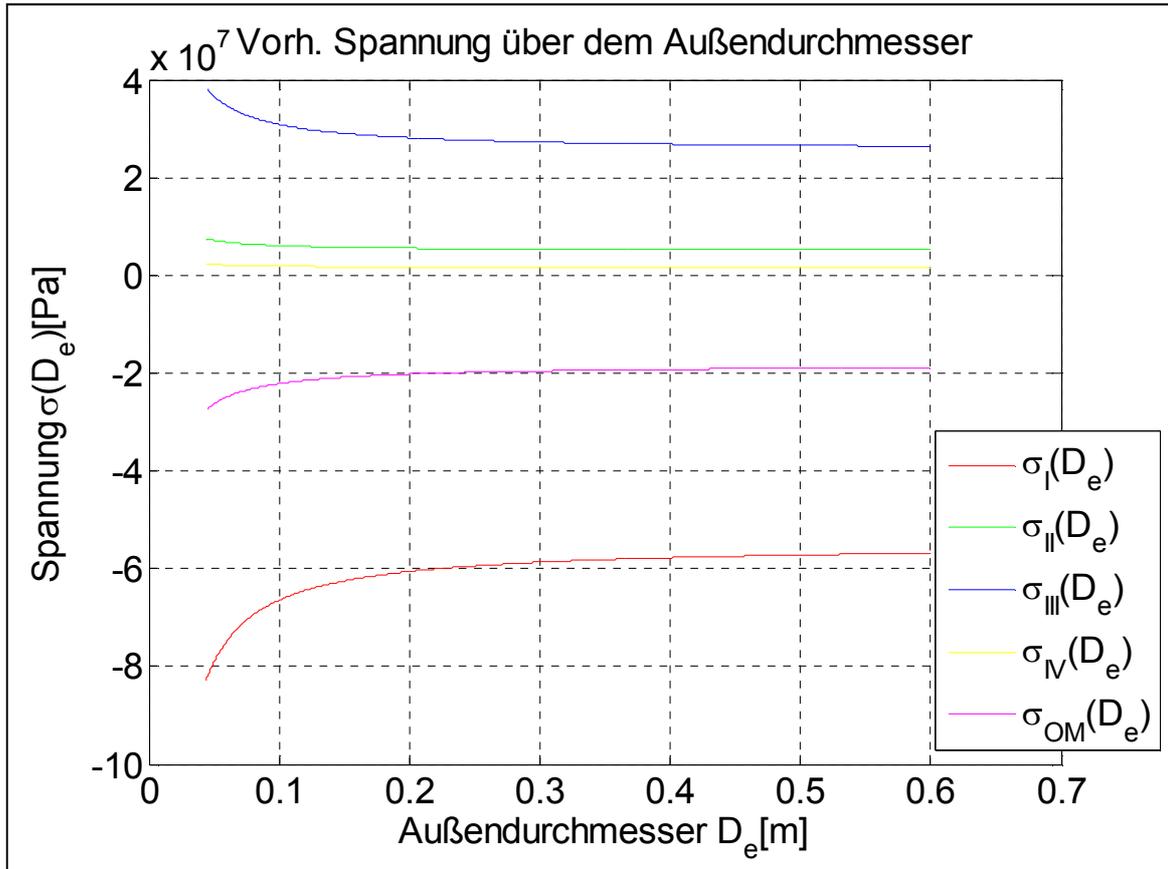
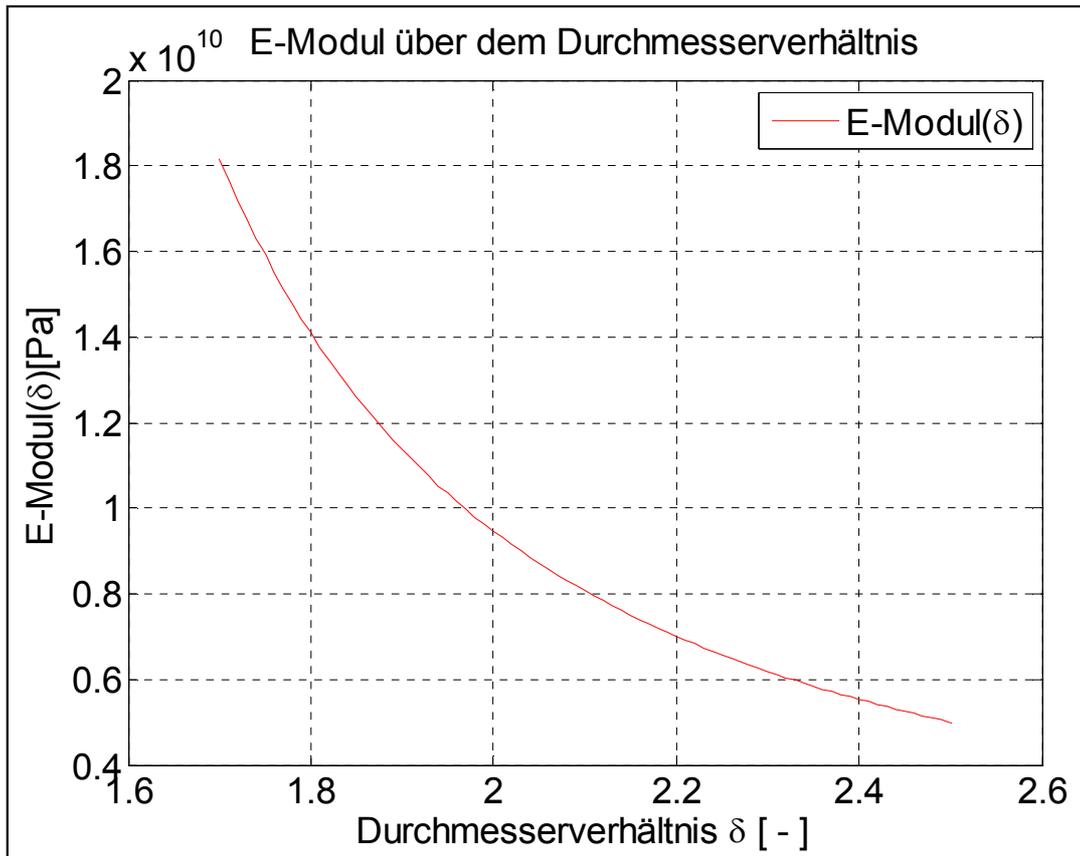


Abbildung 4.6: $E(D_e)$ bei festgelegten Stellparametern

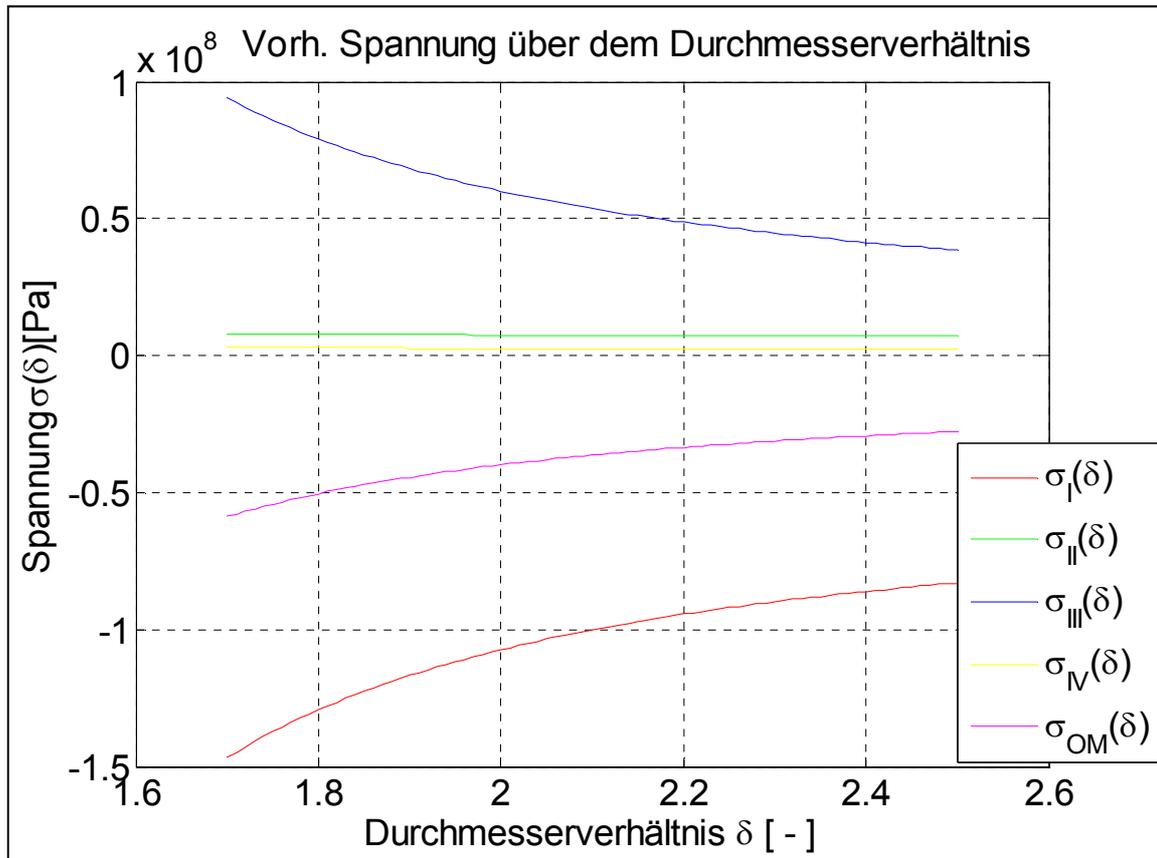
Entsprechend dem E-Modul-Funktionsgraphen verhalten sich auch die Funktionsgraphen der vorhandenen Spannungen an den Stellen I bis IV und OM (siehe Abb. 4.7). Die vorhandene Spannung fällt von betragsmäßig höheren Werten und nähert sich dann einem festen Spannungswert an. Besonders hervorstechend ist dabei die für den statischen Tragfähigkeitsnachweis relevante Spannung σ_I . Diese fällt betragsmäßig von $\sigma_I(D_e = 43,7 \text{ mm}) = -83,0$ MPa auf $\sigma_I(D_e = 600 \text{ mm}) = -56,8$ MPa. Die obere Mantelspannung, welche maßgeblich für die Bestimmung der Streckgrenze ($|\sigma_{OM}| \leq R_{eh}$) des gesuchten Werkstoffes ist (siehe Kap. 3.4.5), fällt betragsmäßig von $\sigma_{OM}(D_e = 43,7 \text{ mm}) = -27,7$ MPa auf $\sigma_{OM}(D_e = 600 \text{ mm}) = -18,9$ MPa.



Durchmesserverhältnis δ : Das Durchmesserverhältnis wird innerhalb der Grenzen $\delta = 1,7 \dots 2,5$ variiert (siehe Abb. 4.8). Der Funktionsgraph fällt nichtlinear mit steigendem δ von $E(\delta = 1,7) = 18,2$ GPa auf $E(\delta = 2,5) = 5,0$ GPa.

Abbildung 4.8: $E(\delta)$ bei festgelegten Stellparametern

Die vorhandenen Spannungen an den Stellen I bis IV und 0M (siehe Abb. 4.9) verhalten sich wie die Spannungen in Abb. 4.7. Sie nehmen mit zunehmendem Parameterwert, hier δ , betragsmäßig ab. Hervorstechend ist der betragsmäßig höchste Spannungsverlauf an der Stelle I von $\sigma_I(\delta = 1,7) = -147 \text{ MPa}$ auf $\sigma_I(\delta = 2,5) = -83,0 \text{ MPa}$. Die obere Mantelspannung fällt betragsmäßig von $\sigma_{0M}(\delta = 1,7) = -58,7 \text{ MPa}$ auf $\sigma_{0M}(\delta = 2,5) = -27,7 \text{ MPa}$.



Stülpwinkel bzw. Aufstellwinkel ϕ : Der Aufstellwinkel wird von $\phi = 3,5^\circ \dots 8,7^\circ$ variiert (siehe Abb. 4.10). Ähnlich wie beim Durchmesser Verhältnis fällt auch hier der Funktionsgraph der E-Modul-Funktion nichtlinear ab. Die E-Modul-Werte liegen zwischen $E(\phi = 3,5^\circ) = 194 \text{ GPa}$ und $E(\phi = 8,7^\circ) = 5,0 \text{ GPa}$.

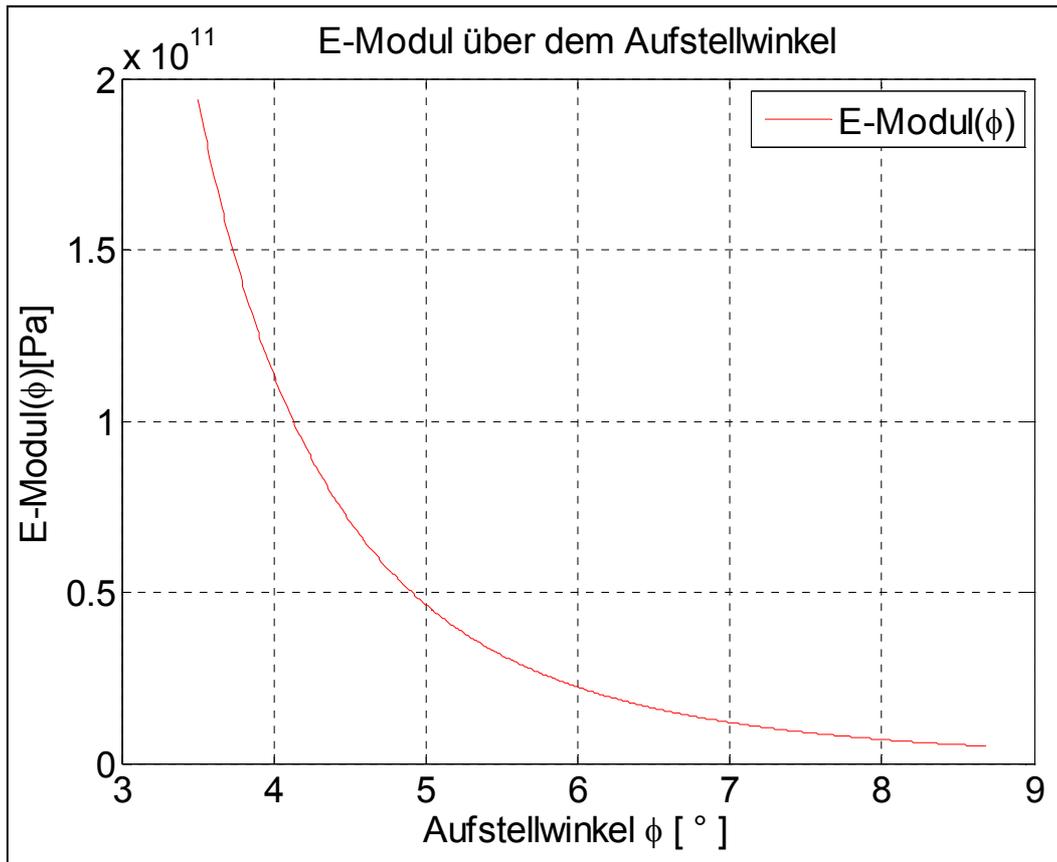
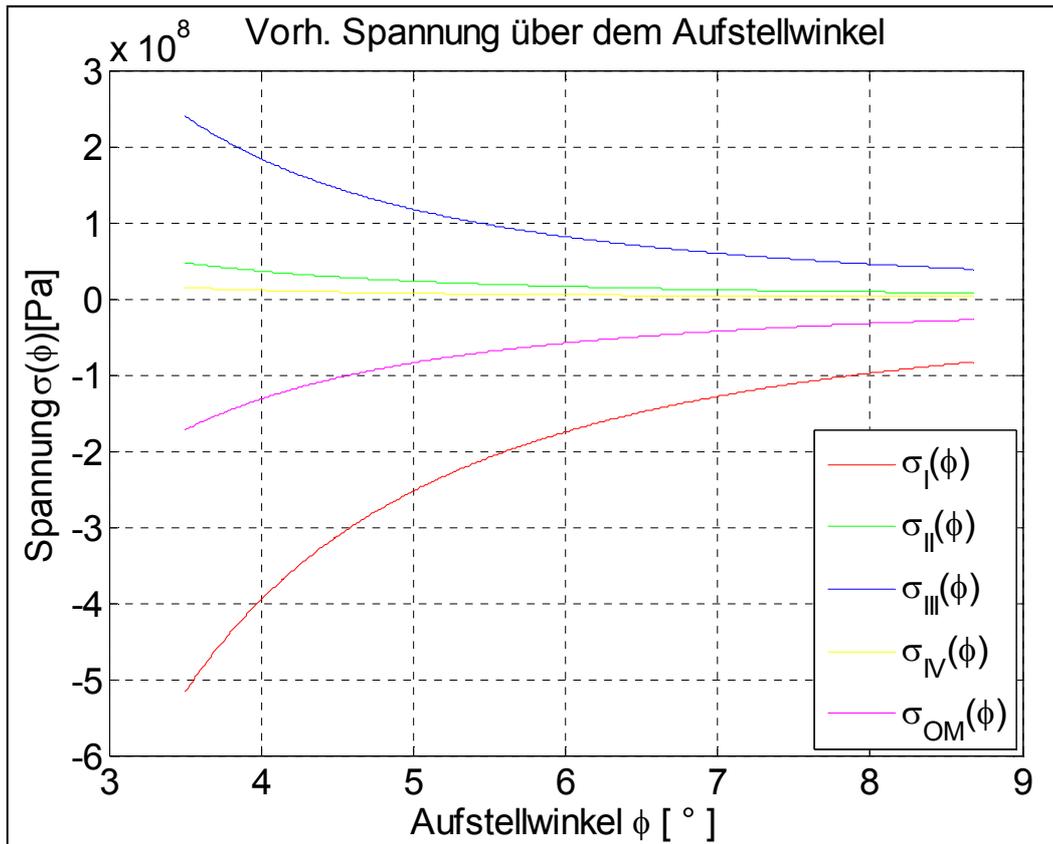
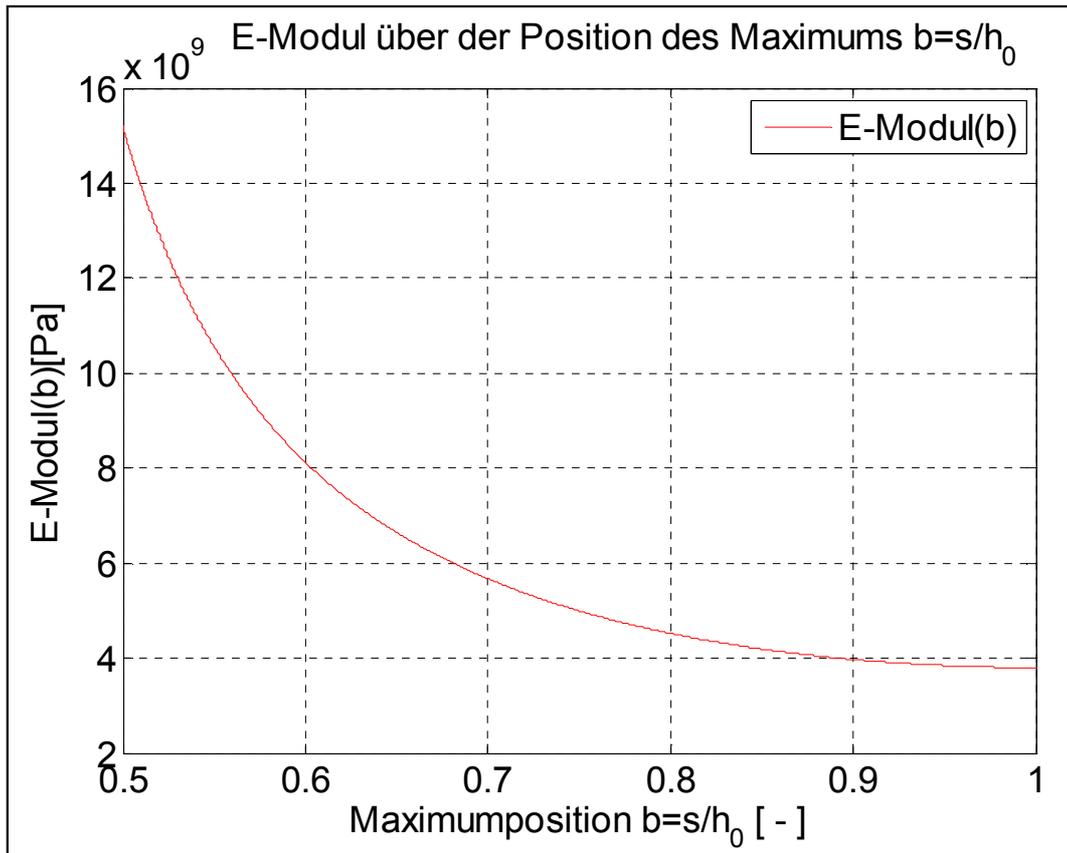
Abbildung 4.10: $E(\phi)$ bei festgelegten Stellparametern

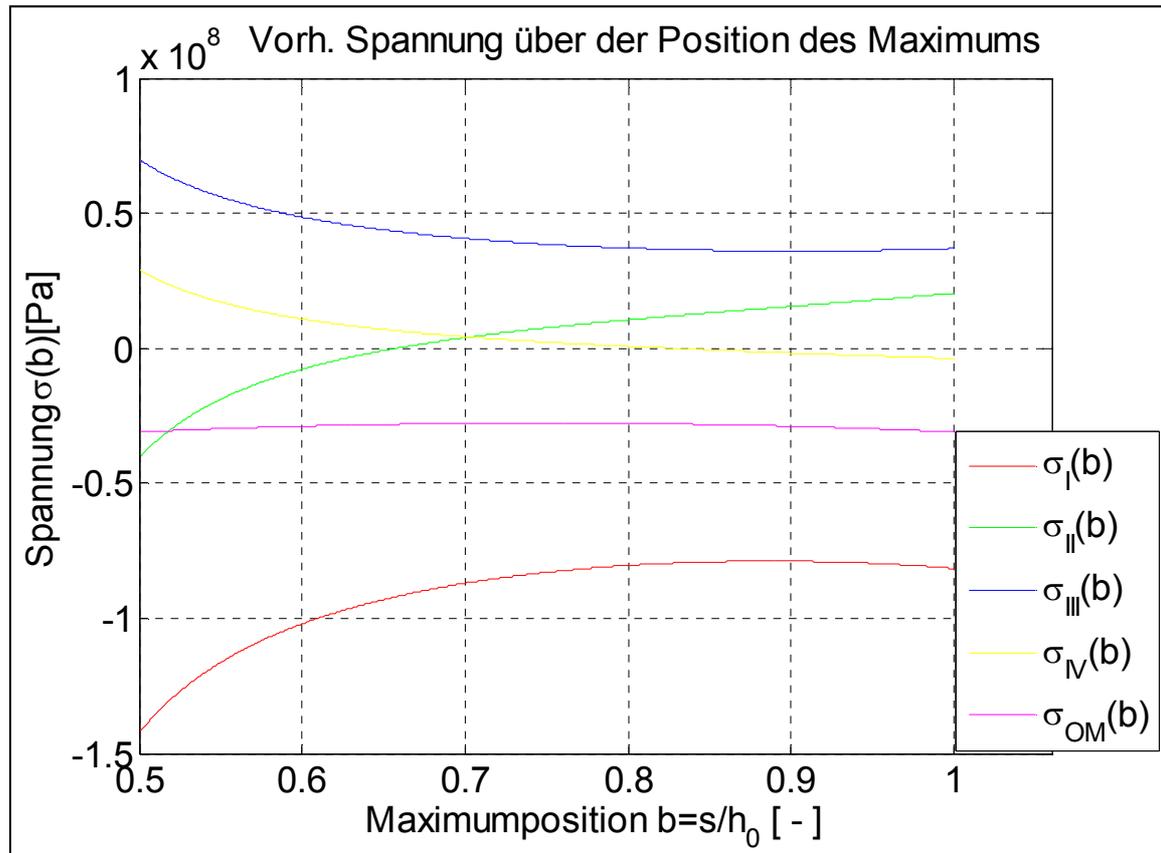
Abbildung 4.11 zeigt die vorhandenen Spannungen an den Stellen I bis IV und OM. Diese nehmen wie in den vorigen Diagrammen betragsmäßig ab, wenn der Parameterwert steigt. Der betragsmäßig höchste, aber fallende Spannungsverlauf ist wieder an der Stelle I von $\sigma_I(\phi = 3,5^\circ) = -517$ MPa auf $\sigma_I(\phi = 8,7^\circ) = -83,0$ MPa. Die obere Mantelspannung fällt betragsmäßig von $\sigma_{OM}(\phi = 3,5^\circ) = -172,32 \cdot 10^6$ Pa auf $\sigma_{OM}(\phi = 8,7^\circ) = -27,7$ MPa.



Position des Maximums in der Federkennlinie b : Wie in Kap. 4.2.1 beschrieben, ist die Position des Maximums b in einem Bereich von $0,42 \approx 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \leq b \leq 1$ gültig. Der Elastizitätsmodul fällt erst sehr stark von $E\left(b = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \infty$ und nähert sich dann dem Wert $E(b = 1) = 3,8 \text{ GPa}$ (siehe Abb. 4.12).

Abbildung 4.12: $E(b)$ bei festgelegten Stellparametern

Die vorhandenen Spannungen an den Stellen I bis IV nehmen betragsmäßig ab, wohingegen die Spannung an der Stelle OM nahezu konstant über dem gesamten Gültigkeitsbereich von b bleibt (siehe Abb. 4.13). Die Spannung an der Stelle I ist für $\sigma_I(b = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) = -\infty$, steigt dann bis zu einem Maximum von $\sigma_I(b = 0,8876) = -78,8$ MPa an und fällt danach wieder auf $\sigma_I(b = 1) = -81,5$ MPa. Auch die Spannung an der Stelle OM besitzt ein schwach ausgeprägtes Maximum. Es liegt bei $\sigma_{OM}(b = 0,75) = -27,7$ MPa und weicht nur leicht mit weniger als 4 MPa von den umgebenden Spannungswerten ab.

Abbildung 4.13: $\sigma(b)$ bei festgelegten Stellparametern

Mindestabstand zwischen den Außenrändern der Federn x : Wie nicht anders zu erwarten war, wenn man Abb. 4.4 berücksichtigt, steigt der Elastizitätsmodul mit zunehmendem Abstand x progressiv (quadratisch) an (siehe Abb. 4.14). Mit der Erhöhung des Abstands x verringert sich die Anzahl der Tellerfedern auf einer bestimmten Fläche. Diese müssen dann entsprechend mehr Kraft aufnehmen, was bei der Festlegung der Stellparameter nur durch einen höheren E-Modul kompensiert werden kann. Der geringste Wert liegt beim kleinsten gewählten Abstandswert mit $E(x = 1 \text{ mm}) = 3,5 \text{ GPa}$.

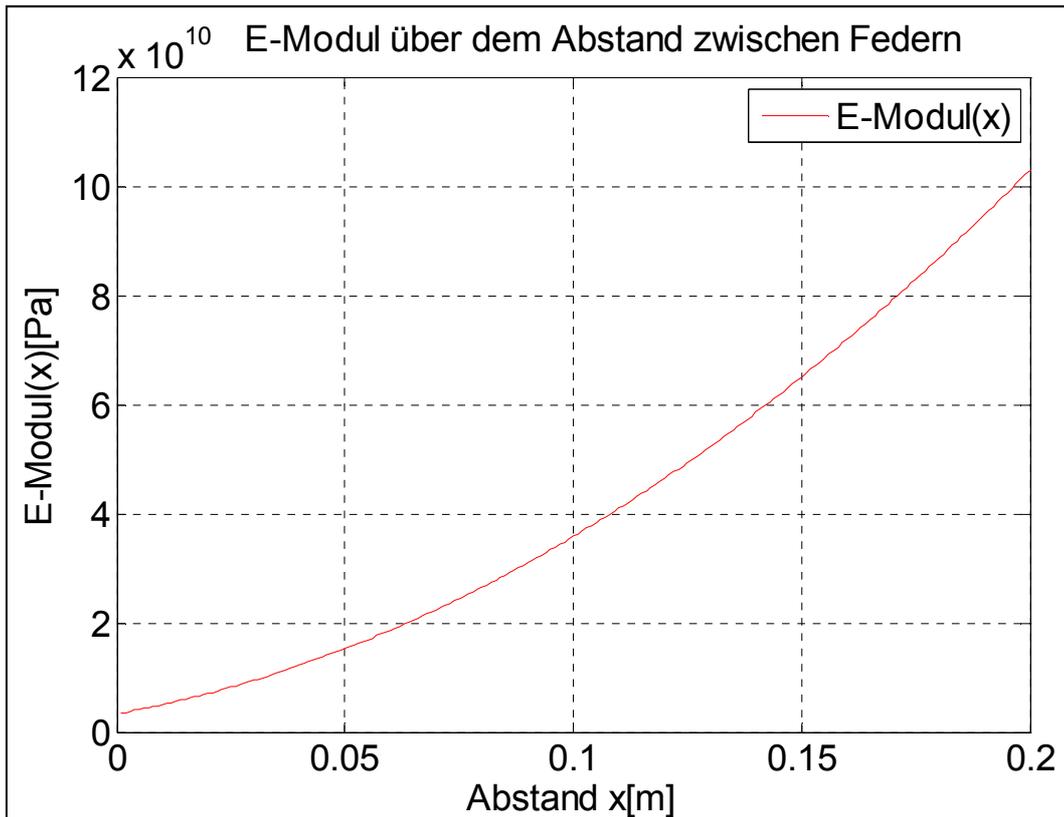
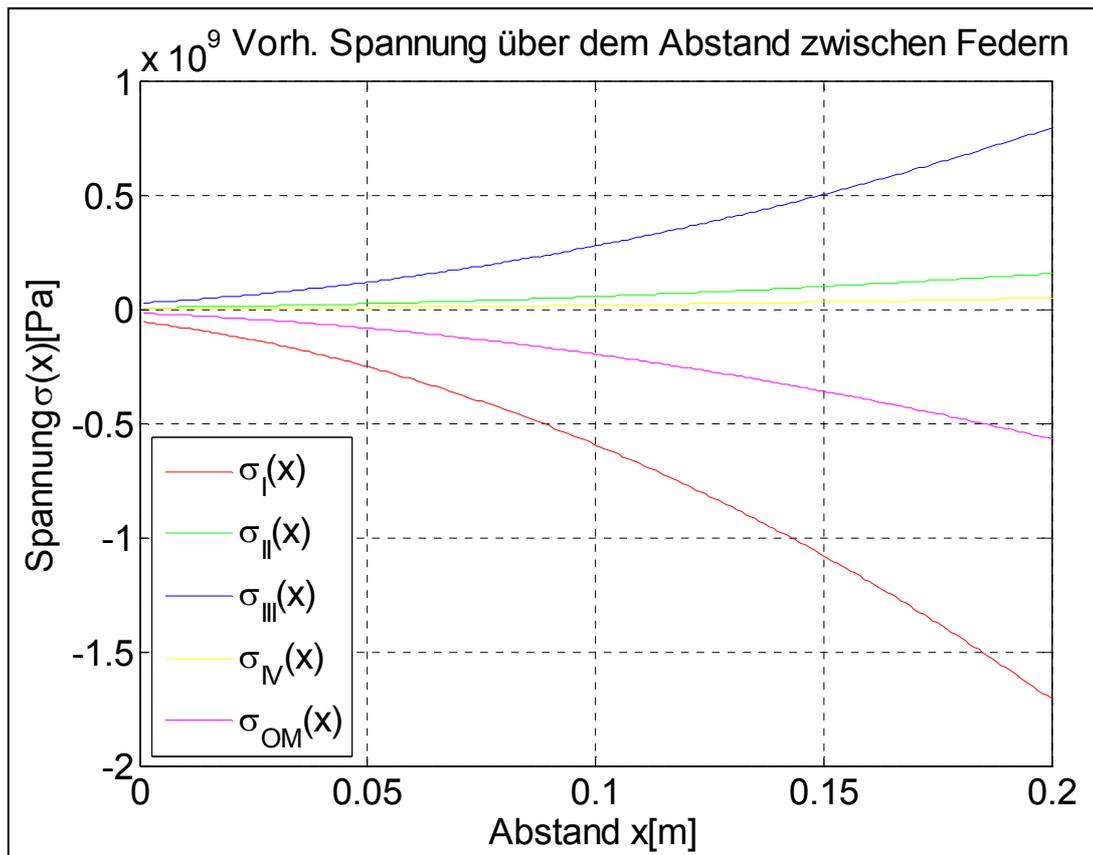


Abbildung 4.14: $E(x)$ bei festgelegten Stellparametern

Auch die Spannungen steigen betragsmäßig progressiv mit steigendem Abstand x an (siehe Abb. 4.15). Die höchsten Spannungswerte treten wieder an der Stelle I auf. Die geringsten Spannungswerte an den Stellen I und OM bilden $\sigma_I(x = 1 \text{ mm}) = -57,5 \text{ MPa}$ und $\sigma_{OM}(x = 1 \text{ mm}) = -19,2 \text{ MPa}$.



4.3 Gestaltung der optimal angepassten Federkennlinie

Mithilfe der zuvor ermittelten Einflussparameter lässt sich nun eine Kennlinie an die jeweilige Anforderung anpassen. Möchte man, wie in unserem Beispiel, ein Vakuumpanel in Reiseflughöhe (11 km) auslegen, so muss der Arbeitspunkt der verwendeten Stützelemente bei einer Druckdifferenz zwischen Vakuum und Atmosphärendruck von $p_{\text{diff}} = 22632 \text{ Pa}$ liegen, um eine Federrate von $D = 0$ zu erzielen. Zur Bestimmung eines optimalen Verhältnisses von Elastizitätsmodul zu Außendurchmesser muss nun noch der Mindestabstand zwischen den Außenrändern der Federn x_{min} vorgegeben werden.

In der daraus errechneten Darstellung (Abb. 4.6) kann man den Außendurchmesser D_e und den dazugehörigen Elastizitätsmodul E auswählen.

Entsprechend der gewählten geometrischen und materiellen Vorgaben wird jetzt unter Berücksichtigung der optimalen Parameter eine Federkennlinie erstellt (siehe Abb. 4.16). Die Reibung wird mit einem Reibbeiwert von $w_R = 0,04$ nach Gleichung 3.26 angenähert. Die grüne Kurve zeigt die reibungsbehaftete Kraft F_B in Belastungsrichtung, die blaue Kurve die reibungsbehaftete Kraft F_E in Entlastungsrichtung.

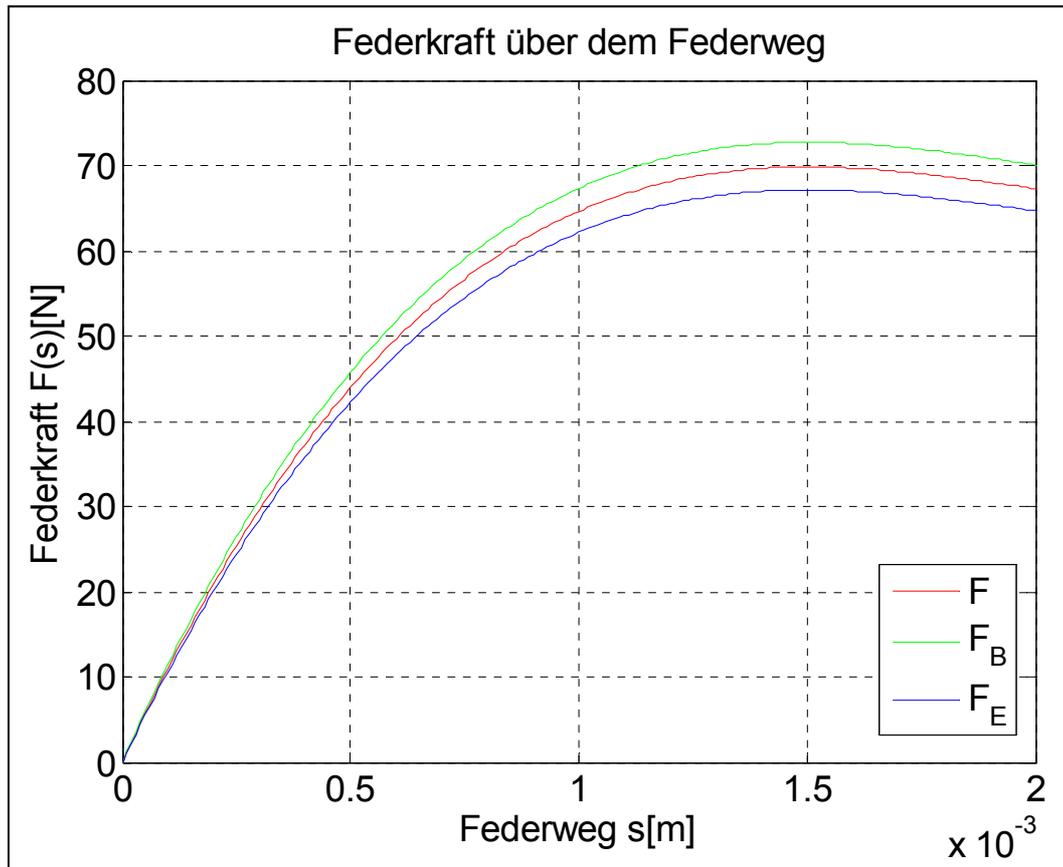


Abbildung 4.16: Erstellung einer Kennlinie unter Berücksichtigung der optimalen Parameter

Die Tellerfeder des gewählten Beispiels hat folgende Kenndaten: $D_e = 43,7$ mm; $D_i = 17,5$ mm; $t = 1,3$ mm; $l_0 = 3,3$ mm.

Wird die Größe des Vakuumlärmschutzschildes auf $A_{\text{Schild}} = 1 \text{ m}^2$ und der Mindestabstand zwischen den Außenringen der Federn auf $x_{\text{min}} = 10$ mm festgelegt, dann ergibt sich bei gleichmäßiger quadratischer Anordnung von 324 Tellerfedern ein Abstand zwischen den Außenringen der Federn $x = 11,9$ mm und ein Elastizitätsmodul $E = 5351,2$ MPa, um bei dem Differenzdruck $p_{\text{diff}} = 22632$ Pa die Tellerfedern im Arbeitspunkt zu belasten. Bei einem E-Modul dieser Größe ließen sich leichte Kunststoffe finden, die verwendet werden könnten. Jedoch sind die Umgebungsbedingungen, wie z. B. extreme Temperaturwechsel bei der Auswahl zu berücksichtigen.

4.3.1 Ausgewählte Tellerfeder für die empirische Untersuchung

Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Erstellung eines Parameterraums für die Gestaltung einer optimalen Federkennlinie. Es wird nach einer optimal dimensionierten Tellerfeder für den Anwendungsfall in einem Vakuumlärmschutzschild in Reiseflughöhe gesucht. Dieser Abschnitt befasst sich dagegen mit der Auswahl einer Tellerfeder für die Überprüfung der in Kap. 4.1 beschriebenen Voraussetzungen, dass die Tellerfeder sich als Stützelement für ein Vakuumlärmschutzschild eignet. Diese Überprüfung kann jedoch nur am Boden mittels empirischer Versuche erfolgen. Die Tellerfeder für die empirische Untersuchung muss folgende Anforderungen erfüllen:

1. Die Kennlinie muss einen stark degressiven Verlauf haben, deren Maximum bei einem Federweg $s_{\max} \leq 0,75 \cdot h_0$ erreicht wird.
2. Es können keine in Säulen oder Federpaketen angeordnete Einzeltellerfedern verwendet werden, weil diese vorgespannt und geführt werden müssen. Deshalb sind sie für die Anwendung im Vakuumschutzschild ungeeignet, weil die Führung die ausschließliche Verbindung der Deckplatten des Vakuumschutzschildes überbrücken und zu einem direkten Kontakt führen würde, der den Körperschall unvermindert übertragen würde. Außerdem wäre der Montageaufwand immens.
3. Die Federkraft im Maximum der Kennlinie F_{\max} muss so groß sein, dass die Tellerfedern die statische Belastung resultierend aus dem Differenzdruck eines komplett vakuumisierten Lärmschutzschildes auf Höhe des Meeresspiegels tragen können. Um den Montageaufwand eines Vakuumpanels für die Transmissionsmessung gering zu halten und dennoch eine gleichmäßige Kraftverteilung zu gewährleisten, wird für die Tellerfederanzahl $n_T \leq 121$ festgelegt. Daher folgt für F_{\max} :

$$F_{\max} \geq \frac{A_{\text{Schild}} \cdot p_{\text{diff}}}{n_T} = \frac{1 \text{ m}^2 \cdot 101325 \text{ Pa}}{121} = 837,40 \text{ N} \quad (4.23)$$

Die folgende Tellerfeder vom Hersteller Christian Bauer GmbH & Co. KG erfüllt die gestellten Anforderungen mit den Kenndaten: $D_e = 61,5 \text{ mm}$; $D_i = 48,6 \text{ mm}$; $t = 0,9 \text{ mm}$; $l_0 = 2,5 \text{ mm}$; $E = 206000 \text{ MPa}$

Die mitgelieferte Kennlinie, bei der die Tellerfeder bis zur Zerstörung gefahren worden ist, zeigt Abbildung 4.17.

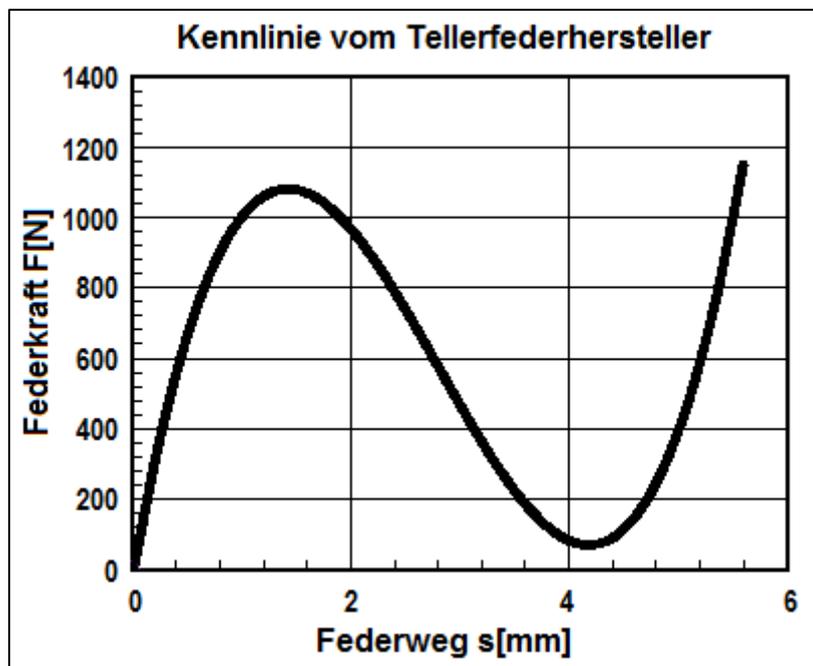


Abbildung 4.17: Kennlinie vom Hersteller

Bevor die gewählte Tellerfeder zur Transmissionsmessung im Vakuumpanel verbaut werden kann, ist die Kennliniencharakteristik zur Verifikation des aufgestellten

Parameterraumes und zur Berechnung der tatsächlichen Tellerfederanzahl n_T zu bestimmen.

5 Kennlinienaufnahme der Tellerfeder

Zur weitergehenden Verwendung der Tellerfedern für die Transmissionsmessung und zur Genauigkeitsbestimmung der Berechnungsverfahren nach DIN 2092 müssen die Kennlinien der ausgewählten Tellerfedern mit einer Zugprüfmaschine bestimmt werden. Außerdem ist es notwendig, die Auswirkungen des Hystereseeffektes auf die Kennlinie zu quantifizieren. Für die nachfolgende Kennlinienaufnahme wird die Zug/Druck-Prüfmaschine EZ 20 von EasyTest (Abbildung 5.1) benutzt.



Abbildung 5.1: Zug/Druck-Prüfmaschine EZ 20 von EasyTest

Innerhalb dieses Kapitels werden erst die Kriterien, unter deren Berücksichtigung die Kennlinien ausgewertet werden sollen, aufgestellt und danach die methodische Vorgehensweise erläutert. Im letzten Abschnitt werden die Ergebnisse ausgewertet und dargestellt.

5.1 Auswertungskriterien

Die empirische Aufnahme der Kennlinien wird unter Berücksichtigung folgender Anforderungen vorgenommen:

1. Die Streuung der Kennlinien des gleichen Tellerfedertyps ist im Arbeitspunkt an der Stelle der Maxima der Tellerfederkennlinien zu bestimmen. Untersucht wird die Streuung der Kraftwerte für die Zyklen der jeweiligen Tellerfeder (innere Streuung) und die Streuung der Kraftwerte mehrerer Tellerfedern eines Typs (Gesamtstreuung).
2. Die mit der Zugprüfmaschine aufgenommenen Kennlinien sind zum Vergleich mit den Berechnungsverfahren nach DIN 2092 heranzuziehen.
3. Die Hysterese der Tellerfederkennlinien ist zu bestimmen. Außerdem ist die Auswirkung kurzer Wegzyklen auf die Hysterese zu betrachten.
4. Die Kennlinie ist zusätzlich für die entsprechend dem Aufbau für die Transmissionsmessung gewählte Tellerfeder zu bestimmen. Besonderes Augenmerk gilt hier dem Kurvenverlauf und der Hysterese. Beides verändert sich entsprechend mit dem Aufbau des Vakuumpansels.

Zur Verwirklichung der Auswertungskriterien werden die Kennlinien von vier verschiedenen Tellerfedertypen empirisch aufgenommen. Zwei dieser Tellerfedertypen bestehen aus typischem Federstahl C 75S nach DIN EN 10132-4 mit verschiedener Geometrie und zwei bestehen aus verschiedenen Kunststoffwerkstoffen, besitzen aber die gleichen geometrischen Daten. Die Kenndaten der Tellerfedertypen sind nachfolgend aufgelistet:

1. Tellerfeder für den Transmissionsaufbau:
 $D_e = 61,5 \text{ mm}; D_i = 48,6 \text{ mm}; t = 0,9 \text{ mm}; l_0 = 2,5 \text{ mm}; E = 206000 \text{ MPa}$
2. Zweite Stahlfeder:
 $D_e = 27,7 \text{ mm}; D_i = 17,3 \text{ mm}; t = 0,4 \text{ mm}; l_0 = 1,0 \text{ mm}; E = 206000 \text{ MPa}$
3. Kunststofffeder J-TEM:
 $D_e = 40,0 \text{ mm}; D_i = 20,4 \text{ mm}; t = 2,3 \text{ mm}; l_0 = 3,2 \text{ mm}; E = 2400 \text{ MPa}$
4. Kunststofffeder A500-TEM:
 $D_e = 40,0 \text{ mm}; D_i = 20,4 \text{ mm}; t = 2,3 \text{ mm}; l_0 = 3,2 \text{ mm}; E = 3600 \text{ MPa}$

Bei jeder Tellerfeder werden fünf Wegzyklen aufgenommen. Außerdem werden je Tellerfedertyp zehn Tellerfedern getestet, mit Ausnahme der Kunststofffedern, von denen nur jeweils zwei vorhanden sind.

5.2 Auswertungsmethodik

Um bei der Auswertung der Ergebnisse lange Erklärungen zur Erzielung der Ergebnisse zu vermeiden, wird vorab in diesem Unterkapitel die Vorgehensweise bei der Auswertung beschrieben.

5.2.1 Bestimmung der Streuung bei einer Einfederung $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$

Die innere Streuung der Kraftwerte für die Zyklen der jeweiligen Tellerfeder wird nur an der Stelle bei einem Federweg $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$ gebildet. Genauso wird für die Gesamtstreuung der Kraftwerte mehrerer Tellerfedern eines Typs verfahren. Damit ein Vakuumpanel bei der Körperschallentkopplung gleichmäßig abgestützt wird, müssen die Stützelemente sich in ihrem Arbeitspunkt in gleicher Einfederungshöhe befinden; d. h. die Krafthöhe darf nicht stark variieren. Für den Tellerfedertyp, der für die Transmissionsmessung gewählt wurde, sowie für die zweite Stahlfeder ist die Federrate D an dieser Stelle nahe null. Die Kunststoffellerfedertypen haben keinen degressiven Verlauf; ihre Federrate verändert sich deshalb über den Kennlinienverlauf kaum.

Als Verfahren zur Berechnung der Streuung wird die Standardabweichung verwendet. Es handelt sich hierbei um eine normalverteilte Messreihe mit n unabhängigen Werten gleicher Genauigkeit (gleiche Messmethode, Messinstrument und Beobachter). Für die Standardabweichung der inneren Streuung s_{in} gilt dann für die Anzahl der Messwerte aufgrund der fünf Wegzyklen für eine Tellerfeder $n = 5$. Für die über alle zehn Tellerfedern gebildete Standardabweichung der Gesamtstreuung s_{ges} gilt hingegen $n = 10$. Die Standardabweichung der Einzelmessung (hier Wegzyklus) für die innere Streuung ist dann nach [Papula2009-F] Kap. XI.2 S.300-303:

$$s_{\text{in}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_{0,75_i} - \overline{F_{0,75}})^2}{n-1}} \quad (5.1)$$

Der arithmetische Mittelwert $\overline{F_{0,75}}$ wird folgendermaßen berechnet:

$$\overline{F_{0,75}} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{0,75_i}}{n} \quad (5.2)$$

Für die Gesamtstreuung ist entsprechend nach [Papula2009-F] Kap. XI.2 S.300-303:

$$s_{\text{ges}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\overline{F_{0,75_i}} - \overline{\overline{F_{0,75}}})^2}{n-1}} \quad (5.3)$$

mit

$$\overline{\overline{F_{0,75}}} = \frac{\sum_{i=1}^n \overline{F_{0,75_i}}}{n} \quad (5.4)$$

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Zuverlässigkeit und Genauigkeit der Einzelmessung. Außerdem ist sie der beste Schätzwert für die unbekannte Standardabweichung σ der normalverteilten Grundgesamtheit (näheres dazu siehe

[Papula2009-3] Kap. III.3.3.2.3). Es ist damit zu erwarten, dass z. B. von 100 weiteren Einzelmessungen (hier $F_{0,75_i}$ der Wegzyklen bzw. $\overline{F_{0,75_i}}$ der Tellerfedern) rund 68 Messwerte in das Intervall mit den Grenzen $\overline{F_{0,75}} - s_{\text{in}}$ und $\overline{F_{0,75}} + s_{\text{in}}$ bzw. $\overline{F_{0,75}} - s_{\text{ges}}$ und $\overline{F_{0,75}} + s_{\text{ges}}$ fallen ([Papula2009-3] Kap. IV.3.1 S.664).

Der arithmetische Mittelwert $\overline{F_{0,75}}$ bzw. $\overline{\overline{F_{0,75}}}$ ist das Ergebnis einer Zufallsstichprobe und damit nur ein Näherungswert für den unbekanntem wahren Mittelwert der normalverteilten Messreihe. Zur Beurteilung, in welchem Bereich sich der wahre Wert der Messung befindet, muss nun noch der Vertrauensbereich und die Messunsicherheit $\Delta F_{0,75}$ bzw. $\Delta \overline{F_{0,75}}$ ermittelt werden ([Papula2009-3] Kap. IV.3.2 S.670). Der Vertrauensbereich ist ein Intervall um den arithmetischen Mittelwert $\overline{F_{0,75}}$ von $\overline{F_{0,75}} - \Delta F_{0,75}$ bis $\overline{F_{0,75}} + \Delta F_{0,75}$ für die innere Streuung bzw. $\overline{\overline{F_{0,75}}}$ von $\overline{\overline{F_{0,75}}} - \Delta \overline{F_{0,75}}$ bis $\overline{\overline{F_{0,75}}} + \Delta \overline{F_{0,75}}$ für die Gesamtstreuung. Die Messunsicherheit wird mit Hilfe des Vertrauensniveaus γ der statistischen Sicherheit berechnet. In der Technik gilt für das Vertrauensniveau $\gamma = 95\%$. Damit vertraut man mit einer 95%igen Wahrscheinlichkeit darauf, dass der wahre Wert der Messung in dem Vertrauensbereich liegt. Die Messunsicherheit ist außerdem von der Anzahl n der Einzelwerte der Messreihe abhängig. Für die Messunsicherheit $\Delta F_{0,75}$ bzw. $\Delta \overline{F_{0,75}}$ gilt dann ([Papula2009-F] Kap. XI.2 S.302):

$$\Delta F_{0,75} = t_n \cdot \frac{s_{\text{in}}}{\sqrt{n}} ; n = 5 \quad (5.5)$$

bzw.

$$\Delta \overline{F_{0,75}} = t_n \cdot \frac{s_{\text{ges}}}{\sqrt{n}} ; n = 10 \quad (5.6)$$

Die Parameter $t_5 = 2,78$ und $t_{10} = 2,26$ lassen sich dann aus einer allgemein gültigen statistischen Tabelle (siehe [Papula2009-F] Kap. XI.2 S.302) für das Vertrauensniveau $\gamma = 95\%$ und die Anzahl der Messwerte $n = 5$ bzw. $n = 10$ ablesen.

5.2.2 Vergleich der Berechnungsformeln nach DIN 2092 mit den aufgenommenen Tellerfederkennlinien

Zum Vergleich werden die Kennlinien, die nach DIN 2092 berechnet worden sind, in einem Diagramm grafisch über die durch die Prüfmaschine aufgenommenen statischen Kennlinienverläufe gelegt. Visuell lässt sich so bereits qualitativ feststellen, ob eine Übereinstimmung im Kurvenverlauf zutreffend ist oder nicht. Außerdem wird zum quantitativen Vergleich die durchschnittliche Abweichung der Kurvenverläufe über die Steigung bewertet und überprüft, ob die Höhe der Kraftwerte bei einem Federweg von $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$ entsprechend Kapitel 3.2.2 prozentual in den Grenzabweichungen liegen.

Um die Steigung der Kurvenverläufe von der berechneten und der empirisch aufgenommenen Kennlinie zu vergleichen, werden, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, die Sekanten zwischen zwei benachbarten Messwerten gebildet und die Tangenten der Federwegwerte nach DIN 2092 berechnet, die im Mittelpunkt zwischen den jeweilig

benachbarten Messwerten liegen. Beim Steigungsvergleich werden jedoch nur die Messwerte der Belastungskurve herangezogen.

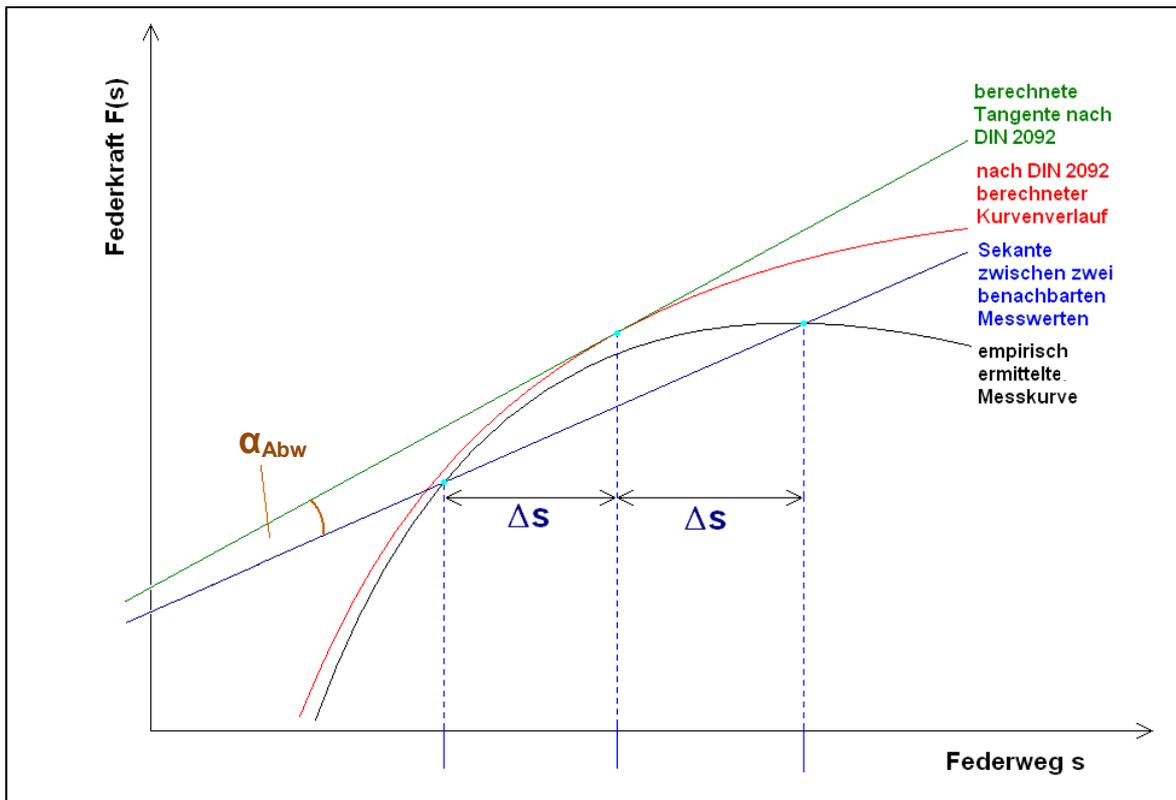


Abbildung 5.2: Bestimmung der Steigungsabweichung α_{Abw} zwischen DIN 2092 und Messwerten

Bildet man die absoluten Steigungsdifferenzen zwischen der berechneten und der empirisch ermittelten Kennlinie, kann man anhand der so gewonnenen Werte nicht erkennen, ob die Kennlinien gut übereinstimmen. Versucht man dagegen einen relativen Vergleich der Steigungen, scheitert man daran, dass die Steigungswerte im Bereich eines Maximums sehr viel empfindlicher sind als an anderen Stellen der Kurve, weil sie sich der null annähern. Um diesen Effekt zu vermeiden, muss die Steigungsabweichung über den Steigungswinkel der Sekanten bzw. Tangenten berechnet werden. Weil der Steigungswinkel aber davon abhängig ist, wie man die Kennlinie skaliert, geht dies nur, wenn man zuvor definiert, bei welchem Steigungswert eine Tangente bzw. Sekante einen Winkel von 45° zur Horizontalen haben soll. Man schafft so einen bildlichen Vergleich der Steigungen, in dem die Abweichung der empirischen Steigungen zu den nach DIN 2092 berechneten Steigungswerten im Winkelmaß angegeben wird. In Abbildung 5.3 ist das Prinzip für den Vergleich der Steigungen im Winkelmaß dargestellt. In der Trigonometrie gilt allgemein Gleichung 5.7:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \quad (5.7)$$

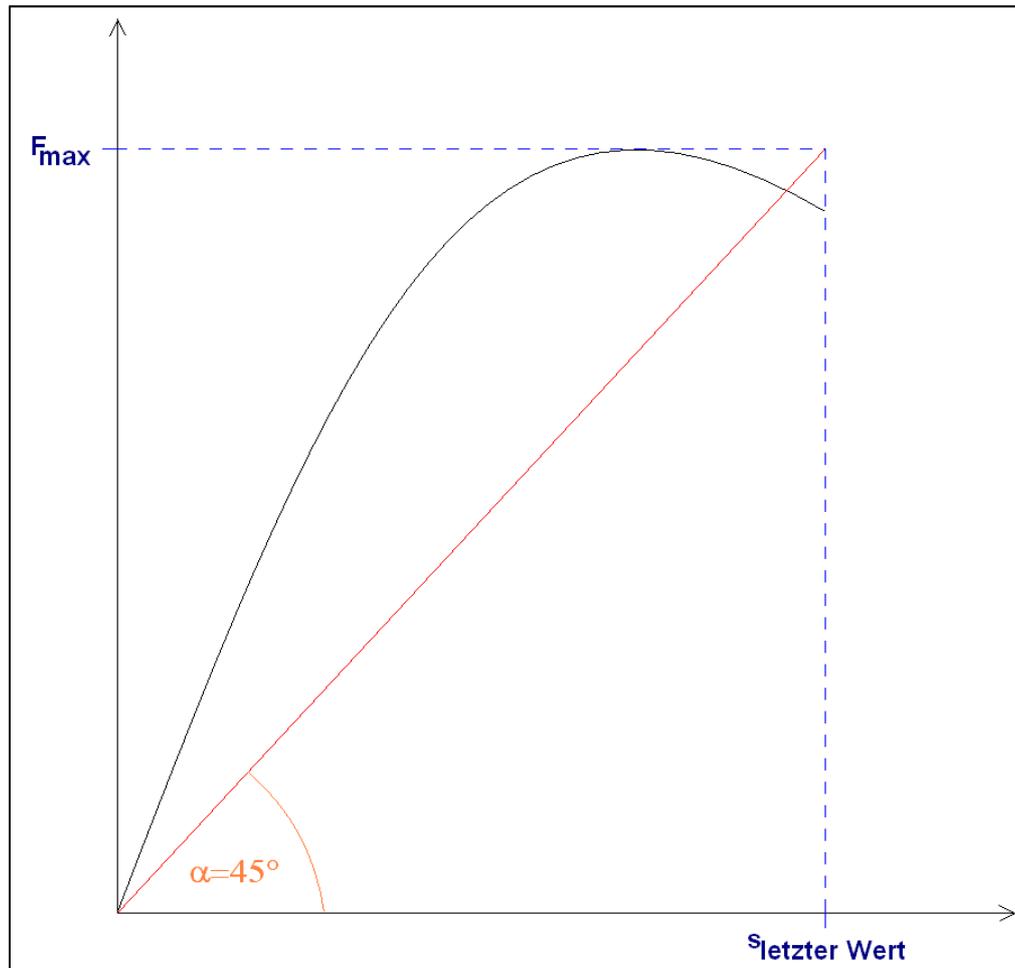


Abbildung 5.3: Bildliche Festlegung des Winkels $\alpha = 45^\circ$ für die Federrate $D_{\alpha=45^\circ} \equiv \frac{F_{\max}}{s_{\text{letzter Wert}}}$

Für einen bildlichen Steigungsvergleich wie in Abbildung 5.3 müssen die Federkraft $F(s)$ mit F_{\max} und der Federweg s mit dem höchsten Federwegswert $s_{\text{letzter Wert}}$ normiert werden, so dass folgende Definition gilt:

$$\alpha(s) = \arctan\left(\frac{\partial F^*}{\partial s^*}\right) \quad (5.8)$$

mit $F^* = \frac{F(s)}{F_{\max}}$ und $s^* = \frac{s}{s_{\text{letzter Wert}}}$.

Formt man Gleichung 5.8 um und führt den Skalierungsfaktor x_α ein, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\alpha(s) = \arctan\left(\frac{\partial F^*}{\partial s^*}\right) = \arctan\left(\frac{s_{\text{letzter Wert}}}{F_{\max}} \cdot \frac{\partial F}{\partial s}\right) = \arctan(x_\alpha \cdot D(s)) \quad (5.9)$$

mit $x_\alpha = \frac{s_{\text{letzter Wert}}}{F_{\max}}$.

Weil für $\tan 45^\circ = 1$ gilt, wird der Tangente bzw. Sekante, deren Federrate dem Reziproken aus Kraftmaximum und letztem Federwegswert einer Federkennlinie entspricht, das Winkelmaß $\alpha = 45^\circ$ wie in Abbildung 5.3 zugeordnet:

$$D_{\alpha=45^\circ} = \frac{F_{\max}}{s_{\text{letzter Wert}}} \quad (5.10)$$

5.2.3 Bestimmung der Hysterese

Die Hysterese wird bestimmt, indem an jedem Federwegmesspunkt s der Kennlinie einer Tellerfeder der über die n Wegzyklen gemittelte Kraftwert der Belastungskurve $\overline{F_B(s)}$ vom Mittelwert der Entlastungskurve $\overline{F_E(s)}$ abgezogen wird. So erhält man zu jedem Federwegmesspunkt s einen absoluten Hysteresewert $H_{\text{abs}}(s)$. Formal gilt zur Berechnung des relativen Hysteresewertes:

$$H(s) = \frac{\overline{F_B(s)} - \overline{F_E(s)}}{\frac{\overline{F_B(s)} + \overline{F_E(s)}}{2}} \cdot 100\% \quad (5.11)$$

mit $\overline{F_B(s)} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{B_i}(s)}{n}$ und $\overline{F_E(s)} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{E_i}(s)}{n}$.

Zuletzt wird der durchschnittliche Mittelwert über alle m Hysteresewerte des gesamten Federwegs einer Kennlinie und über alle k Mittelwerte der Kennlinien eines Tellerfedertyps gebildet:

$$\overline{H} = \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\sum_{j=1}^m H_j}{m} \right)_i}{k} \quad (5.12)$$

Neben der jeweiligen quantitativen Ermittlung des durchschnittlichen Hystereseemittelwertes \overline{H} wird für den jeweiligen Tellerfedertyp der durchschnittliche Hysteresewert $\overline{H_{0,75}}$ an der Stelle $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$ gebildet. Zuletzt wird anhand der Tellerfeder für die Transmissionsmessung qualitativ betrachtet, wie sich verkürzte Wegzyklen im Bereich des Arbeitspunktes auf die Hysterese auswirken. Dazu werden zwei Kennlinien mit kurzen und langen Wegzyklen grafisch in einem Diagramm übereinandergelegt.

5.2.4 Kennliniencharakteristik unter Berücksichtigung des Versuchsaufbaus für die Transmissionsmessung

Bei der Montage des Vakuumpannels werden verschiedene Maßnahmen benötigt, um für einen ausreichenden Abstand zwischen den Platten und die Fixierung der Tellerfedern in dem Panel zu sorgen. Deshalb werden doppelseitiges Klebeband und Distanzstücke verwendet. Der Aufbau selbst wird in Kapitel 6.1 beschrieben.

Zur Verdeutlichung des Einflusses vom Zusammenbau des Vakuumpannels auf die eigentliche Tellerfederkennlinie wurden verschiedene Montagekonstellationen mit der für die Transmissionsmessung gewählten Tellerfeder ausprobiert, die nachfolgend kurz beschrieben werden:

1. Lagerung der Tellerfeder ohne Fixierung zwischen Stahlplatten

2. Lagerung der Tellerfeder ohne Fixierung zwischen zwei verschieden dicken Sandwichplatten ($t_1 = 14,5$ mm bzw. $t_2 = 27,5$ mm): Die Tellerfeder liegt mit dem Außenring auf der dünnen Sandwichplatte auf.
3. Lagerung der Tellerfeder ohne Fixierung zwischen zwei verschieden dicken Sandwichplatten ($t_1 = 14,5$ mm bzw. $t_2 = 27,5$ mm): Die Tellerfeder liegt mit dem Außenring auf der dicken Sandwichplatte auf.
4. Lagerung der Tellerfeder und eines Distanzstücks mit Fixierung durch doppelseitiges Klebeband zwischen zwei verschieden dicken Sandwichplatten ($t_1 = 14,5$ mm bzw. $t_2 = 27,5$ mm) nach Abbildung 5.4 (hier ohne Klebestreifen und ohne die dicke Sandwichplatte dargestellt): Die Tellerfeder wird mit dem Außenring auf der dünnen Sandwichplatte fixiert. Das Distanzstück wird mit dem Klebeband zwischen dem Innenring der Tellerfeder und der dicken Platte geklebt.

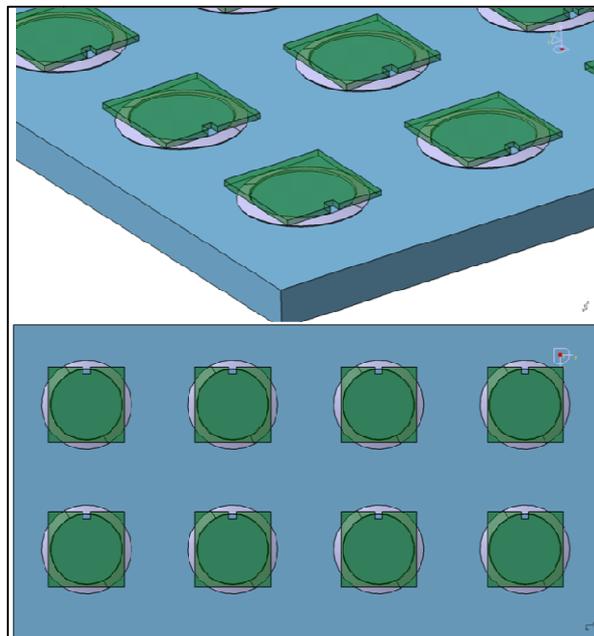


Abbildung 5.4: Montageaufbau des Vakuumpanels (ohne Klebestreifen dargestellt)

5.3 Auswertung der Ergebnisse

Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit werden in diesem Unterkapitel nur die Ergebnisse der Kennlinienaufnahme dargestellt. Die Methodik zum Erzielen dieser Ergebnisse ist in Kapitel 5.2 beschrieben.

5.3.1 Ergebnisse der Streuung bei einer Einfederung von $s_{0,75} = 0,75 \cdot h_0$

Die entsprechend Kapitel 5.2.1 ermittelten Ergebnisse für die Streuung werden in Tabellenform nacheinander für jeden Tellerfedertyp dargestellt. Die Reihenfolge der Tellerfedertypen wird aus Kapitel 5.1 übernommen.

Abbildung 5.5 zeigt die Kennlinien der für die Transmissionsmessung gewählten Tellerfeder. Deutlich lässt sich erkennen, dass die Kennlinien gut übereinander liegen und auch innerhalb ihrer Zyklen wenig streuen.

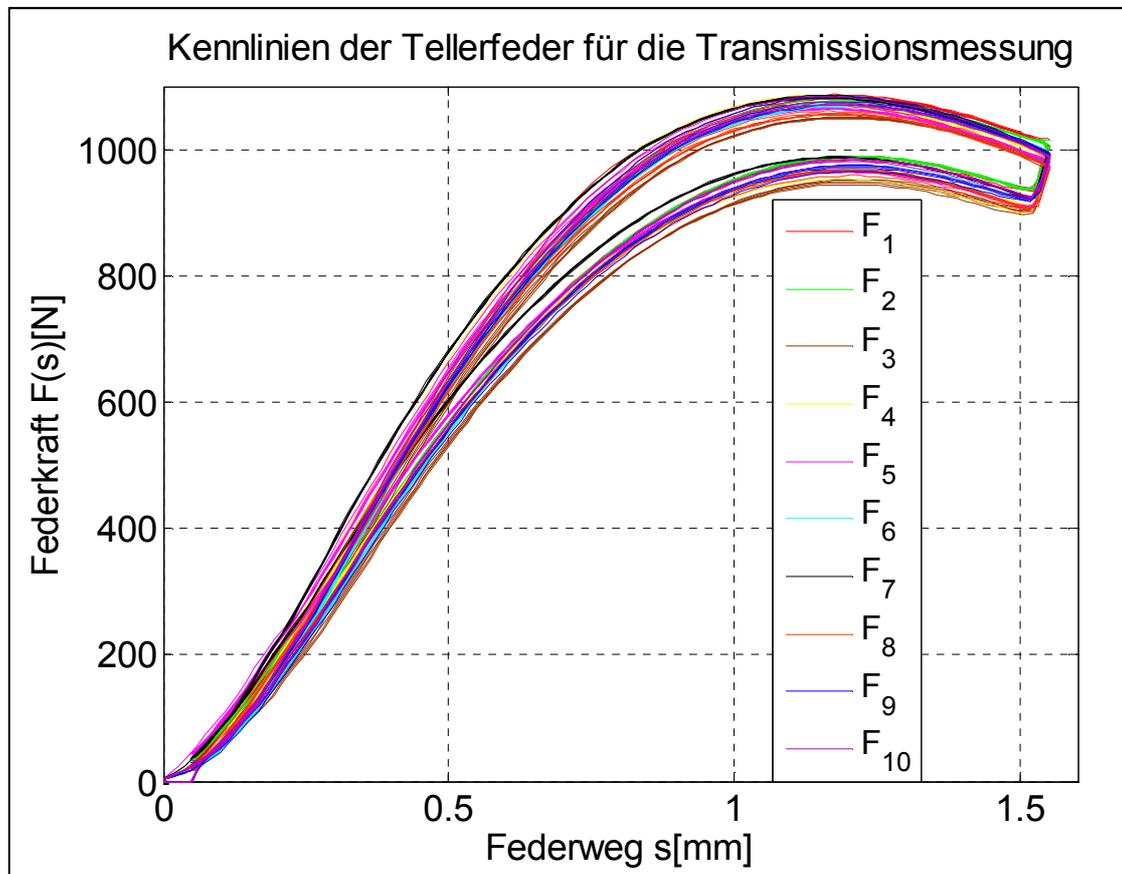


Abbildung 5.5: Kennlinien der Tellerfeder für die Transmissionsmessung

Die Ergebnisse für die Standardabweichung der Streuung im Arbeitspunkt dieses Tellerfedertyps sind in Tabelle 5.1 dargestellt.

Lfd. Tellerfedernr.	Mittelwert bei $s_{0,75}$	Standardabweichung innerer Streuung		Messunsicher- heit innerer Streuung
		$\overline{F_{0,75_i}}$ [N]	s_{in_i} [N]	
i				$\Delta F_{0,75_i}$ [N]
1	1082,06	1,26	0,116	1,56
2	1075,94	0,688	0,0639	0,855
3	1050,56	1,12	0,106	1,39
4	1068,88	2,08	0,195	2,59
5	1063,46	1,00	0,0942	1,25
6	1069,22	0,983	0,0920	1,22
7	1082,12	1,61	0,149	2,01
8	1056,76	1,98	0,187	2,46
9	1074,42	5,31	0,494	6,60
10	1073,74	5,23	0,486	6,50
Mittelwert des Federtyps über die Mittelwerte bei $s_{0,75}$	Standardabweichung der Gesamtstreuung		Messunsicherheit der Gesamtstreuung	
	s_{ges} [N]	s_{ges} [%]		
$\overline{F_{0,75}} = 1069,72$ N	6,33	0,591	$\Delta \overline{F_{0,75}} = 4,52$ N	

Tabelle 5.1: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der Tellerfeder für die Transmissionsmessung

Für die erste aufgenommene Kennlinie ergibt sich eine Standardabweichung innerer Streuung $s_{in_1} = 1,26$ N (0,116% bezogen auf $\overline{F_{0,75_1}}$) und ein Mittelwert $\overline{F_{0,75_1}} = 1082,06$ N. D. h. ungefähr 63% aller Wegzyklenmesswerte an der Stelle $s_{0,75}$ der ersten getesteten Tellerfeder befinden sich innerhalb der Grenzen von $\overline{F_{0,75_1}} \pm s_{in_1}$. Der wahre Mittelwert ist innerhalb des Vertrauensbereichs $\overline{F_{0,75_1}} \pm \Delta F_{0,75_1}$. Die Ergebnisse der anderen neun Tellerfedern sind analog dazu zu betrachten.

Die Gesamtstreuung $s_{ges} = 0,591$ % zusammen mit der Messunsicherheit $\Delta \overline{F_{0,75}} = 4,52$ N zeigt, dass die Tellerfedern ungefähr gleich sind.

Abbildung 5.6 zeigt die Kennlinien der zweiten Stahlfeder. Auch hier liegen die Kennlinien deutlich übereinander.

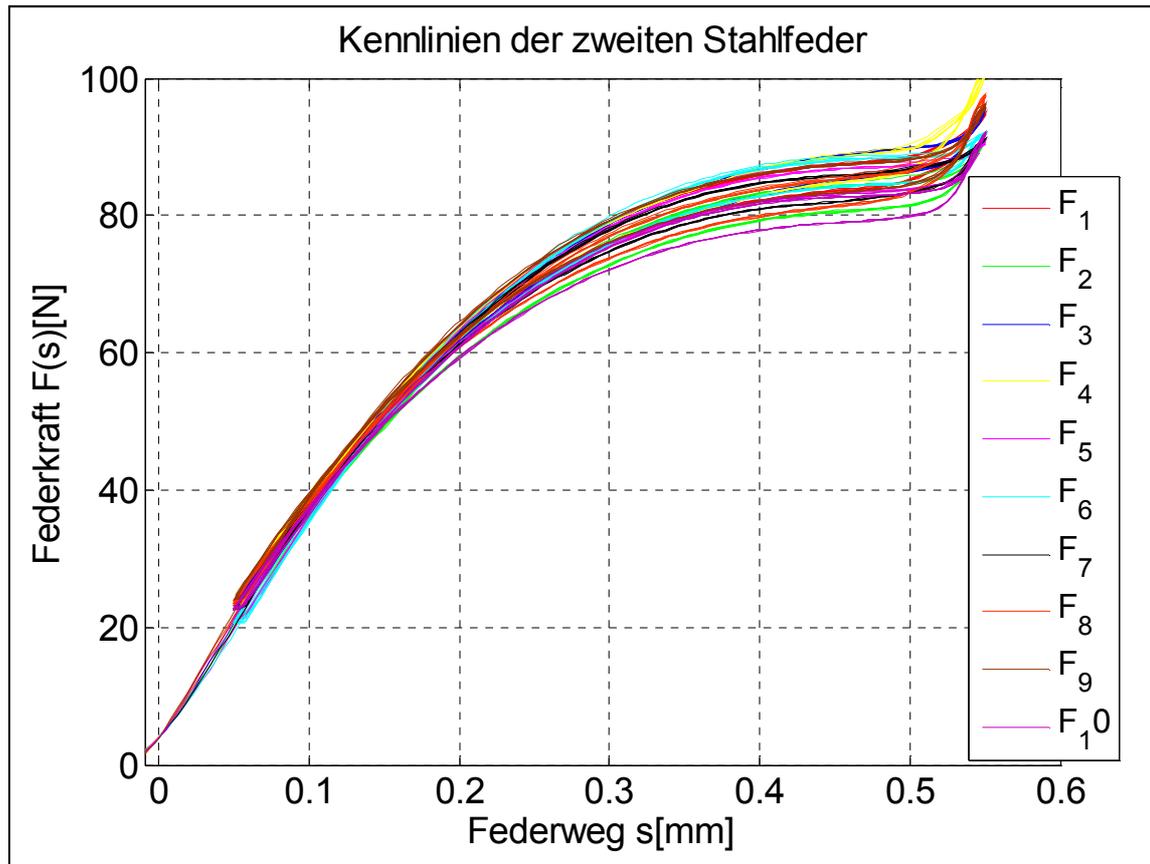


Abbildung 5.6: Kennlinien der zweiten Stahlfeder

Die Ergebnisse für die Standardabweichung der Streuung bei $s_{0,75}$ dieses Tellerfedertyps sind in Tabelle 5.2 aufgelistet.

Lfd. Tellerfedernr.	Mittelwert bei $s_{0,75}$	Standardabweichung innerer Streuung		Messunsicherheit innerer Streuung
i	$\overline{F_{0,75_i}}$ [N]	s_{in_i} [N]	s_{in_i} [%]	$\Delta F_{0,75_i}$ [N]
1	87,39	0,112	0,129	0,140
2	84,23	0,0895	0,106	0,1112
3	88,70	0,0563	0,0635	0,0700
4	88,43	0,0781	0,0883	0,0971
5	86,74	0,0865	0,0997	0,1075
6	88,05	0,122	0,139	0,152
7	85,70	0,0790	0,0922	0,0982
8	85,26	0,0330	0,0387	0,0410
9	87,25	0,0665	0,0762	0,0826
10	82,63	0,0263	0,0318	0,0327
Mittelwert des Federtyps über die Mittelwerte bei $s_{0,75}$	$\overline{\overline{F_{0,75}}} = 86,44$ N	Standardabweichung der Gesamtstreuung		Messunsicherheit der Gesamtstreuung
		s_{ges} [N]	s_{ges} [%]	
		1,48	1,71	$\Delta \overline{\overline{F_{0,75}}} = 1,06$ N

Tabelle 5.2: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der zweiten Stahlfeder

Die Interpretation der Ergebnisse aus Tabelle 5.2 erfolgt analog zu den Ergebnissen aus Tabelle 5.1. Die Gesamtstreuung $s_{ges} = 1,71\%$ zusammen mit der Messunsicherheit $\Delta \overline{F_{0,75}} = 1,06\text{ N}$ zeigt, dass auch diese Tellerfedern ungefähr gleich sind.

Tabelle 5.3 zeigt die Ergebnisse der Kunststofffeder J-TEM. Eine Darstellung der Standardabweichung für die Gesamtstreuung ist hier nicht zweckmäßig, weil nur zwei Tellerfedern dieses Typs zur Kennlinienaufnahme zur Verfügung standen. Dies gilt auch für die Kunststofffeder A500-TEM.

Lfd. Tellerfedernr.	Mittelwert bei $s_{0,75}$	Standardabweichung innerer Streuung		Messunsicherheit innerer Streuung
i	$\overline{F_{0,75_i}}$ [N]	s_{in_i} [N]	s_{in_i} [%]	$\Delta F_{0,75_i}$ [N]
1	82,50	1,14	1,38	1,41
2	74,19	1,39	1,87	1,73

Tabelle 5.3: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der Kunststofftellerfeder J-TEM

In Abbildung 5.7 zeigt sich, dass die Federkraft von einem Zyklus zum nächsten beständig abnimmt. Dies weist auf ein irreversibles Verhalten dieses Tellerfedertyps hin. Deshalb macht eine Mittelung der Messwerte bei $s_{0,75}$ keinen Sinn. Den Ergebnissen aus Tabelle 5.3 kann keine Beachtung geschenkt werden.

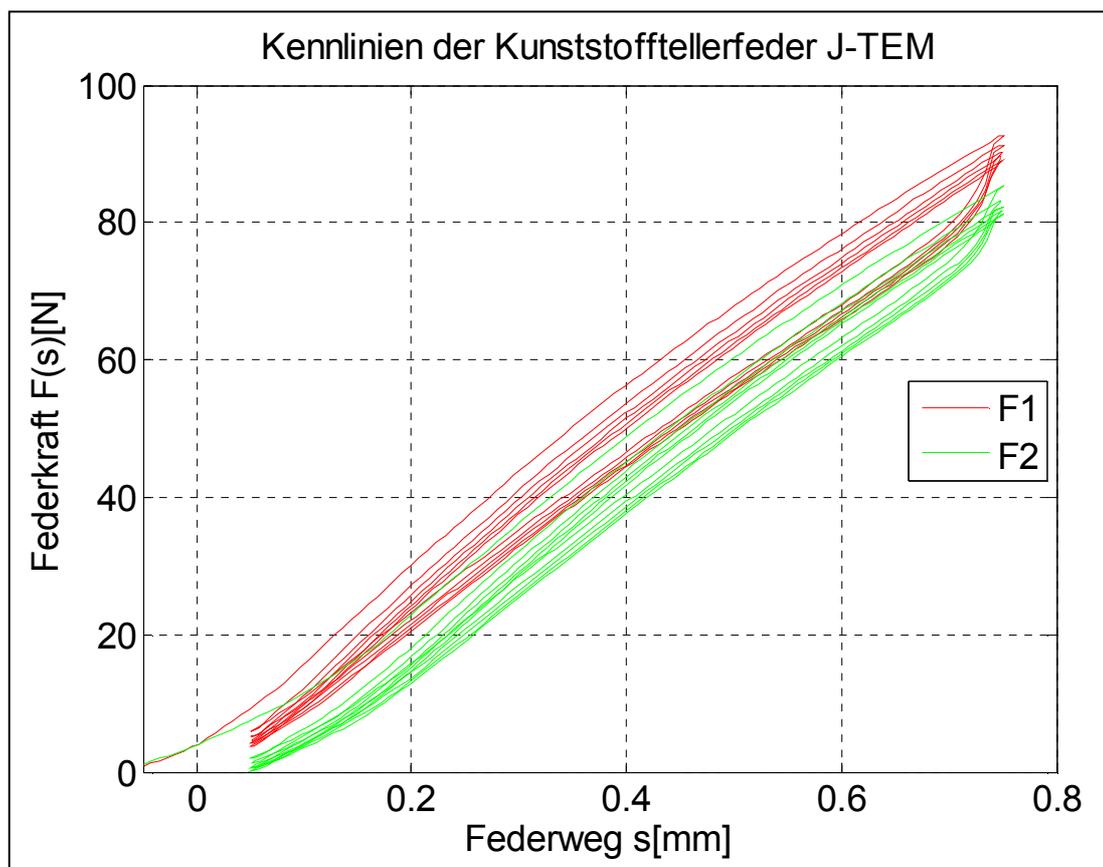


Abbildung 5.7: Kennlinien der Kunststofftellerfeder J-TEM

Die Kennlinien der Kunststofftellerfeder A500-TEM sind in Abbildung 5.8 dargestellt. Die Wegzyklen der einzelnen Federn liegen im Gegensatz zur J-TEM-Feder sehr gut übereinander. Daraus lässt sich schließen, dass die Verwendung von Kunststoffen als

Tellerfederwerkstoff für eine Anwendung mit reproduzierbaren Kraftwerten grundsätzlich möglich ist.

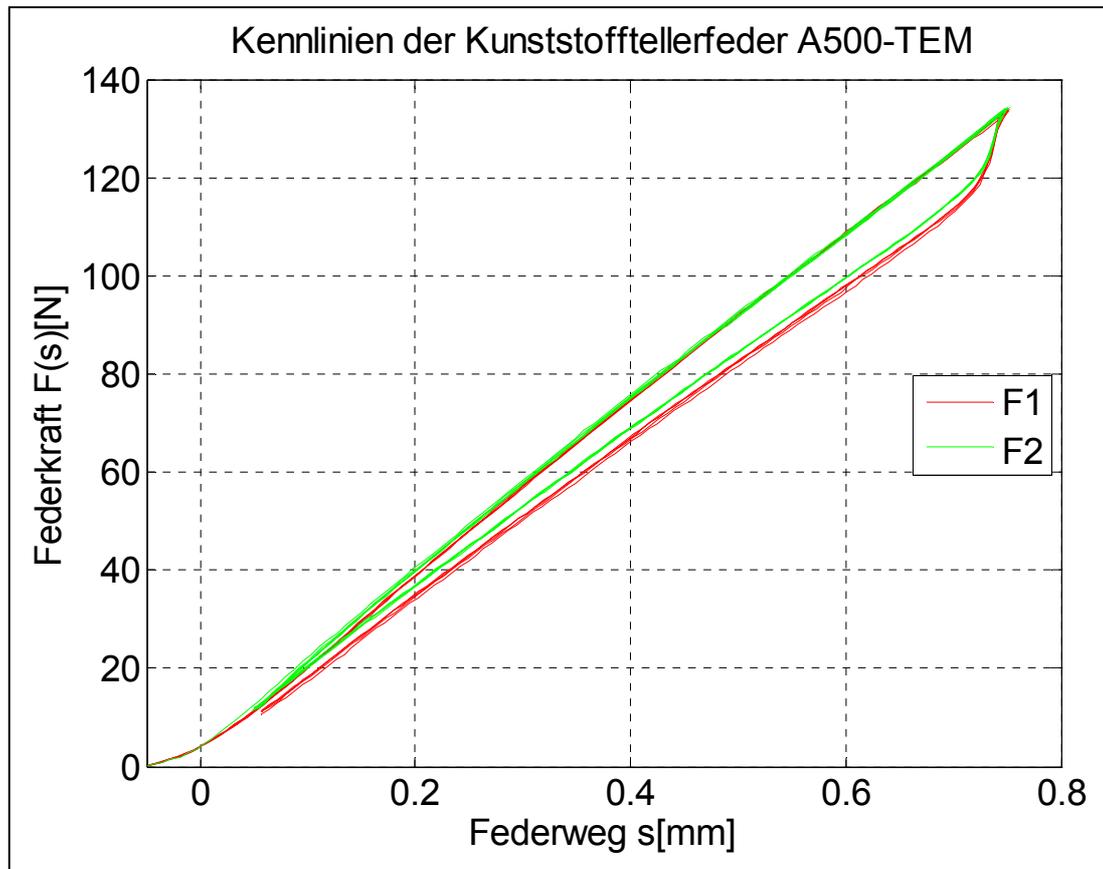


Abbildung 5.8: Kennlinien der Kunststofftellerfeder A500-TEM

In Tabelle 5.4 sind die Ergebnisse der Standardabweichung für die innere Streuung der A500-TEM-Federn dargestellt. Der Mittelwert der Mittelwerte beträgt $\overline{\overline{F_{0,75}}} = 120,98$ N.

Lfd. Tellerfedernr.	Mittelwert bei $s_{0,75}$	Standardabweichung innerer Streuung		Messunsicherheit innerer Streuung
i	$\overline{F_{0,75_i}}$ [N]	s_{in_i} [N]	s_{in_i} [%]	$\Delta F_{0,75_i}$ [N]
1	121,04	0,65	0,538	0,81
2	120,92	0,50	0,415	0,62

Tabelle 5.4: Standardabweichungen und Messunsicherheiten der Kunststofftellerfeder A500-TEM

Betrachtet man die Standardabweichungen für die inneren Streuungen s_{in_i} der verschiedenen Tellerfedertypen und vergleicht diese miteinander, wird deutlich, dass die Stahlfedern grundsätzlich eine geringere Streuung aufweisen als die Kunststofffedern. Dabei überrascht es nicht, dass die Kunststofffeder J-TEM durchschnittlich sogar eine um den Faktor 11 größere Streuung aufweist. In Abbildung 5.7 zeigt sich dies durch die bereits angesprochene Abnahme der Federkraft mit zunehmenden Wegzyklen. Die Streuung der Kunststofffeder A500-TEM ist durchschnittlich noch dreimal größer als die der Stahlfedern. Ob die Ursache für die größere Streuung in den geometrischen oder materiellen Eigenschaften zu finden ist, kann hier nicht ausreichend untersucht werden, weil nur jeweils zwei Exemplare der Kunststofffedern verfügbar sind. Jedoch liegt die

Vermutung nahe, dass das weichere Material der J-TEM-Feder die Streuung negativ gegenüber der A500TEM-Feder beeinflusst.

Die Standardabweichungen für die inneren Streuungen der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau sind durchschnittlich zweimal größer als die der zweiten Stahlfeder. Die Ursache ist in der Geometrie zu suchen. Es kann entweder an der höheren Degressivität der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau ($\frac{h_0}{t} = 1,78$) gegenüber der zweiten Stahlfeder ($\frac{h_0}{t} = 1,50$) liegen oder an dem generellen Größenunterschied (die Außendurchmesser unterscheiden sich um den Faktor 2).

5.3.2 Vergleich der Berechnungsformeln nach DIN 2092 mit den aufgenommenen Tellerfederkennlinien

Tabelle 5.5 enthält die relative Kraftabweichung der empirischen Messkurve bei $s_{0,75}$ für alle Tellerfedertypen bezogen auf die jeweils nach DIN 2092 berechnete Prüfkraft $F_{0,75}$. Demnach liegt beispielsweise die Messkurve der ersten Transmissionstellerfeder bei $s_{0,75}$ 15,11 % über der berechneten Prüfkraft $F_{0,75} = 940,03$ N.

Lfd. TF-Nr.	Relative Kraftabweichung der empirischen Messkurve bei $s_{0,75}$ in [%] für den Tellerfedertyp			
	Transmissions-TF	Zweite Stahlfeder	J-TEM	A500-TEM
	bezogen auf die nach DIN 2092 berechnete Prüfkraft $F_{0,75}$ [N] =			
	940,03	80,02	75,73	113,60
1	15,11	9,20	8,94	6,55
2	14,46	5,26	-2,04	6,45
3	11,76	10,85		
4	13,71	10,51		
5	13,13	8,39		
6	13,74	10,03		
7	15,12	7,09		
8	12,42	6,54		
9	14,30	9,02		
10	14,22	3,26		

Tabelle 5.5: Relative Federkraftabweichungen der empirischen Messkurve bei $s_{0,75}$

Entsprechend den Grenzabweichungen aus Kapitel 3.2.2 dürfen die Kraftwerte der Tellerfedern bei $s_{0,75}$ bis zu einer Tellerdicke $t \leq 1,25$ mm um bis 25 % über der nach DIN 2092 berechneten Prüfkraft $F_{0,75}$ liegen. Beide Stahlfedern erfüllen diese Bedingung.

Die Kunststofffedern, deren Tellerdicke im Intervall von $1,25 \text{ mm} \leq t \leq 3$ mm liegt, dürfen entweder um bis zu 7,5% unter oder um bis zu 15 % über der nach DIN 2092 berechneten Prüfkraft $F_{0,75}$ liegen. Auch diese Federn bleiben wie die Stahlfedern deutlich in den Grenzabweichungen der Federkraft.

In den folgenden Abbildungen 5.9 bis 5.12 sind die nach DIN 2092 berechneten Kennlinienverläufe und die empirisch ermittelten Messkurven in Diagrammen aufgetragen.

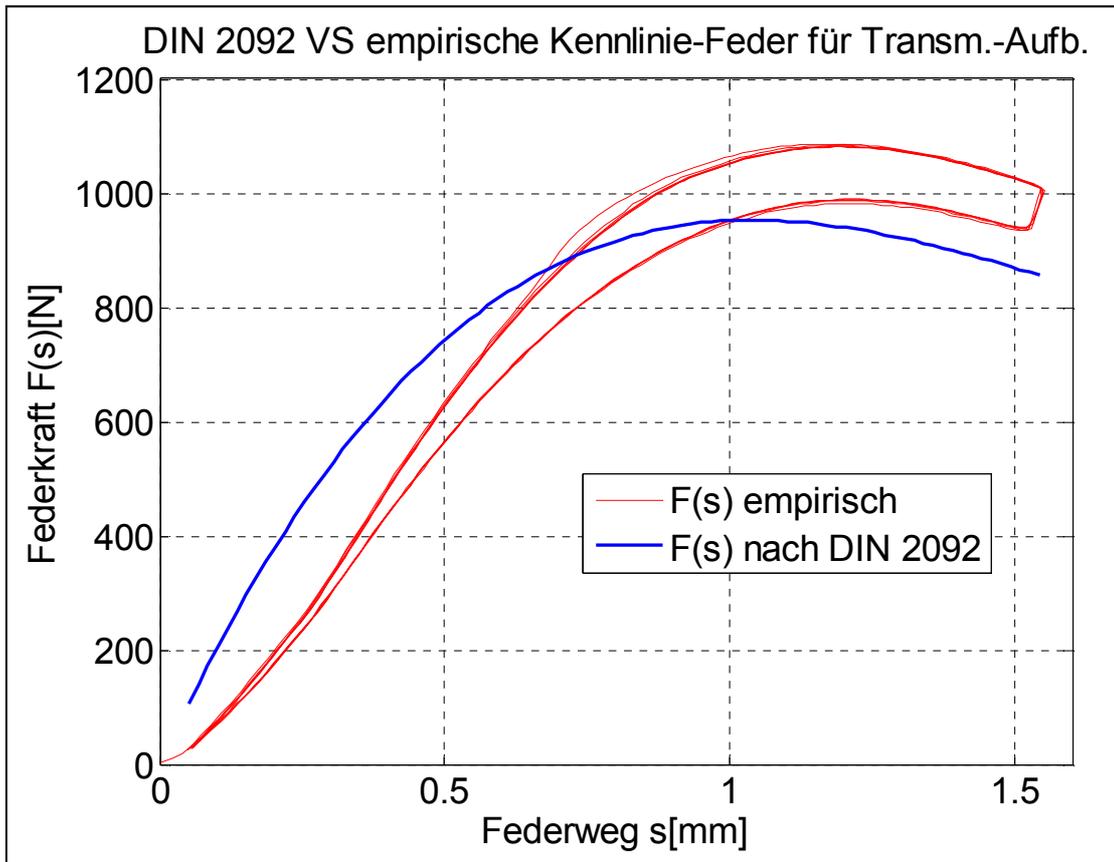


Abbildung 5.9: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die Tellerfeder der Transmissionsmessung

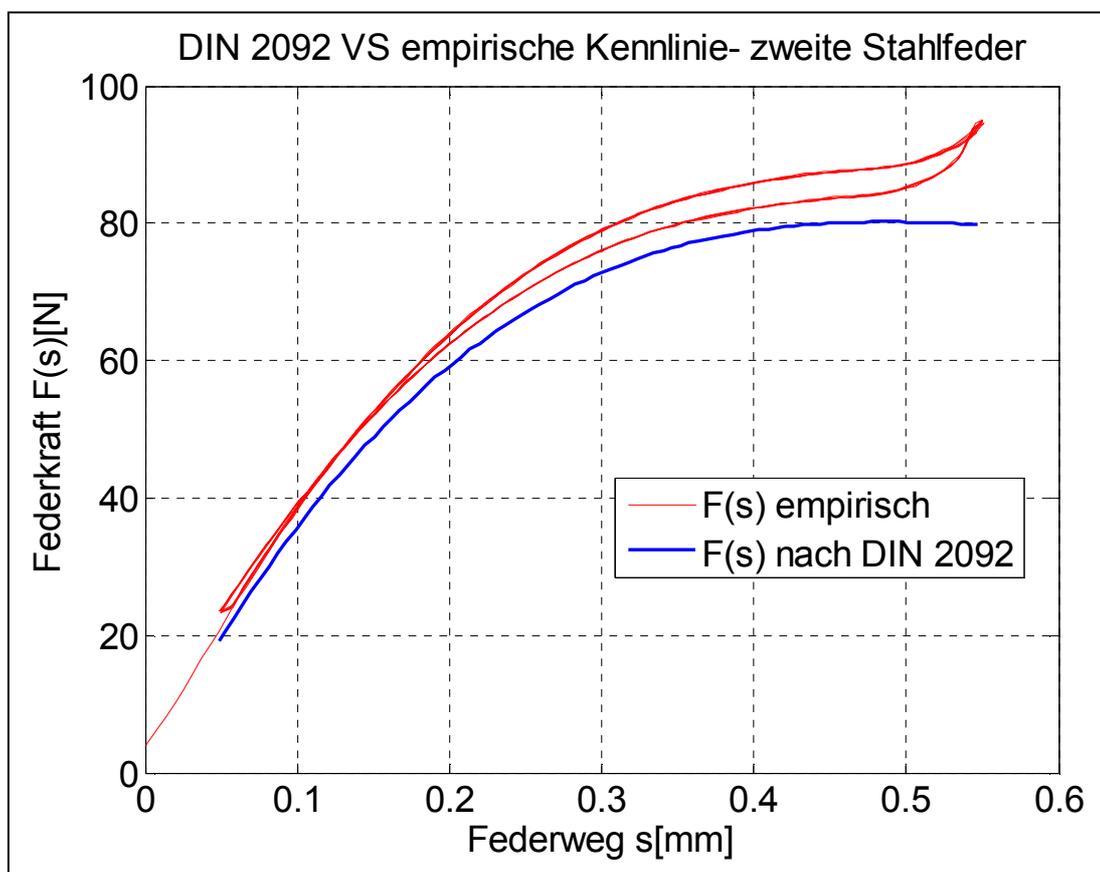


Abbildung 5.10: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die zweite Stahlfeder

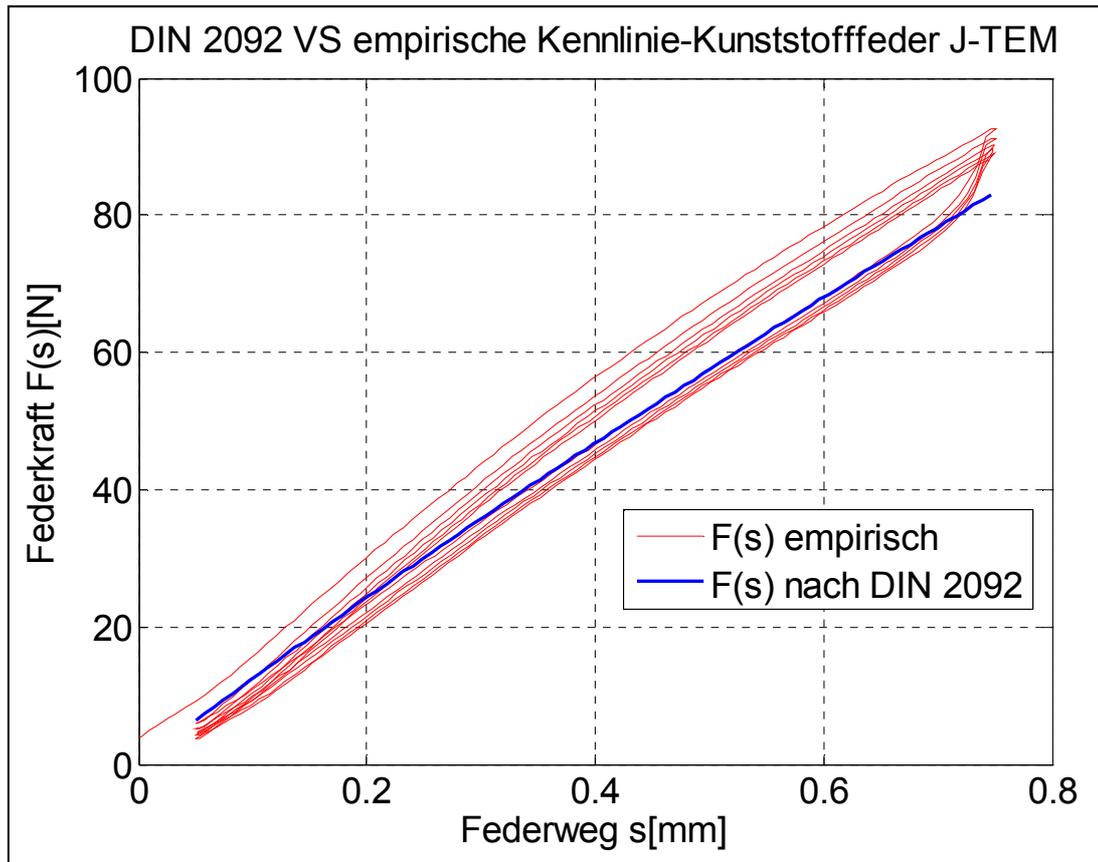


Abbildung 5.11: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die Kunststofftellerfeder J-TEM

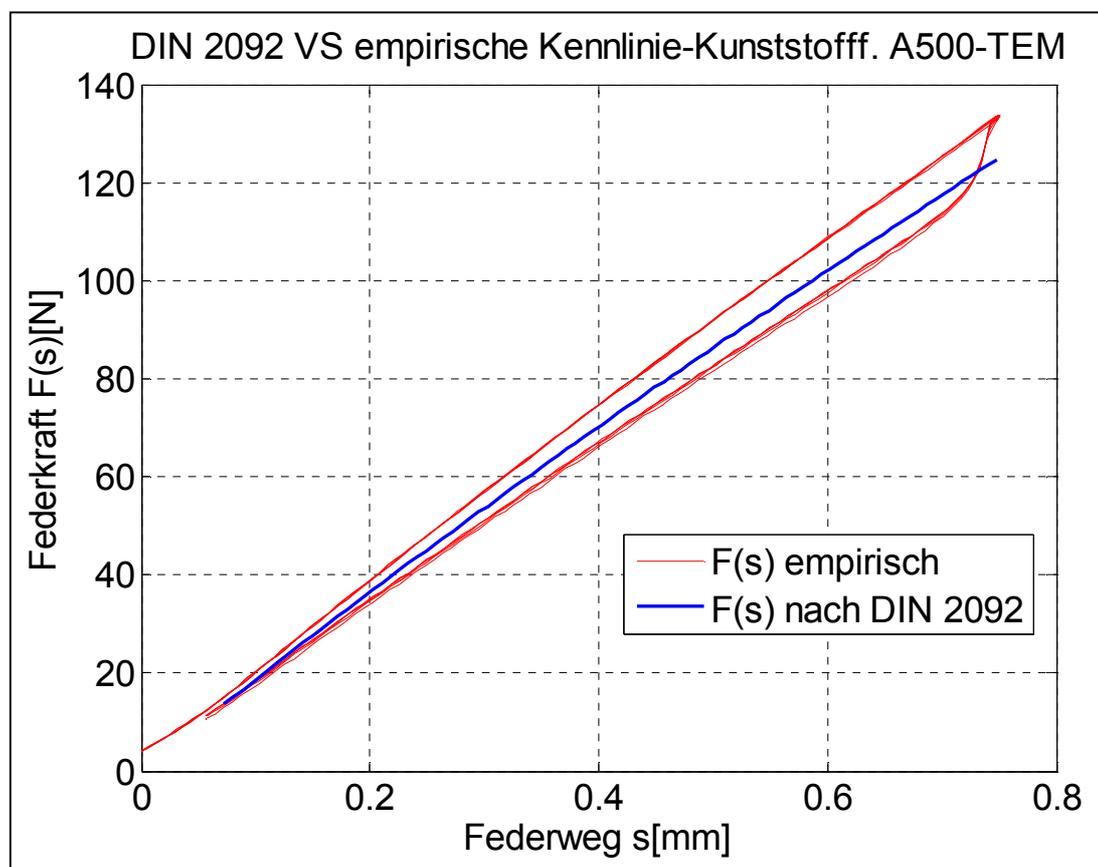


Abbildung 5.12: Vergleich Messkurve mit DIN 2092 für die Kunststofftellerfeder A500-TEM

Bei der Betrachtung der oberen vier Diagramme fällt auf, dass die jeweiligen Kurvenverläufe der Tellerfedertypen, ausgenommen der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau, qualitativ gut übereinstimmen. Gleiches beweist auch die Bewertung der durchschnittlichen Steigungsabweichungen $\bar{\alpha}$ aus Tabelle 5.6. Demnach ist die Abweichung der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau um das 4,5-fache größer als die der anderen Tellerfedertypen.

Lfd. TF-Nr.	Durchschnittliche Steigungsabweichung $\bar{\alpha}$ zwischen empirischer Messkurve und der nach DIN 2092 berechneten Kennlinie in [°] für den Tellerfedertyp			
	Transmissions-TF	Zweite Stahlfeder	J-TEM	A500-TEM
	mit dem Umrechnungsfaktor $x_{\alpha} \left[10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{N}} \right] =$			
	1,44	5,86	8,68	5,60
1	13,27	2,41	3,03	1,84
2	12,89	2,04	3,13	1,47
3	13,57	4,14		
4	12,48	3,60		
5	10,78	2,66		
6	13,14	3,47		
7	10,72	2,33		
8	12,50	2,19		
9	12,81	1,81		
10	12,34	1,07		

Tabelle 5.6: Durchschnittliche Steigungsabweichung $\bar{\alpha}$ zwischen empirischer Messkurve und der nach DIN 2092 berechneten Kennlinie

Forscht man nach der Ursache für die großen Unterschiede zwischen den berechneten und gemessenen Kurvenverläufen der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau, so stößt man auf die erheblichen Geometrieparameterabweichungen zur DIN 2093. Diese Tellerfeder ist mit $\frac{D_e}{t} = 68,3$, $\frac{h_0}{t} = 1,78$ und $\delta = 1,27$ außerhalb der Grenzen für die Berechnungsverfahren nach DIN 2092. Selbst geometrisch weiche Tellerfedern der Reihe C nach DIN 2093 erreichen bloß Parameterwerte $\frac{D_e}{t} \approx 40$ und $\frac{h_0}{t} \approx 1,3$ (siehe Tabelle 3.2) und werden so gebaut, dass ihr Durchmesserverhältnis δ zwischen 1,7 und 2,5 liegt (siehe Kapitel 3.5.2). Außerdem werden durch die Berechnungsverfahren nach DIN 2092 bei $\delta < 1,7$ gegenüber der Realität zu niedrige Federkräfte berechnet, während für Federn mit $\frac{D_e}{t} > 50$ zu große Kräfte berechnet werden ([Schnorr2004] S.43). Es kann nicht davon ausgegangen werden, dass sich diese gegenläufigen Effekte ausgleichen.

5.3.3 Ergebnisse zur Bestimmung der Hysterese

Wie in Kapitel 5.2.3 beschrieben, wird für die Bestimmung der Hysterese ein Mittelwert \bar{H} über den gesamten Federweg einer Kennlinie und über alle Kennlinien eines Tellerfedertyps gebildet. Nochmals sei darauf hingewiesen, dass bei den Kunststoffedern gegenüber den Stahlfedern nur zwei Kennlinien für die Mittelung zur Verfügung stehen. Dennoch ist der Mittelwert der Hysterese \bar{H} auch für die Kunststoffedern aussagekräftig,

weil die Hysteresebreite über alle Tellerfedern des jeweiligen Typs sehr konstant ist, weshalb an dieser Stelle auch auf die Darstellung der Hysterese Mittelwerte der jeweiligen Kennlinie einer Tellerfeder verzichtet wird.

In Tabelle 5.7 werden die relativen Hysterese Mittelwerte \bar{H} über den gesamten Federweg und alle Kennlinien sowie für die Stelle $s_{0,75}$ die relative Hysterese $\overline{H_{0,75}}$ über alle Kennlinien des jeweiligen Tellerfedertyps bezogen auf den Kraftmittelwert $\overline{F_{0,75}}$ dargestellt.

	Kraftmittelwert bei $s_{0,75}$	Relative Hysterese bei $s_{0,75}$	Relativer Hysterese Mittelwert
	$\overline{F_{0,75}}$ [N]	$\overline{H_{0,75}}$ [%]	\bar{H} [%]
Transmissions-TF	1069,72	8,95	9,13
Zweite Stahlfeder	86,44	4,31	3,35
J-TEM	78,34	8,23	11,45
A500-TEM	120,98	6,90	5,51

Tabelle 5.7: Relative Hysterese werte der aufgenommenen Kennlinien

Die Ergebnisse aus Tabelle 5.7 führen zu folgenden Überlegungen:

1. Je weicher die Geometrie einer Tellerfeder ausgelegt wird, desto größer wird die Hysterese. Dies kann man aus dem Unterschied der Hysterese Mittelwerte zwischen den beiden Stahlfedern deuten.
2. Die hier verwendeten Kunststoffe führen zu einer höheren Hysterese gegenüber Stahl. Trotz steifer geometrischer Auslegung der Kunststoffedern ist eine größere Hysterese im Verhältnis zur weich ausgelegten, zweiten Stahlfeder festzustellen.

Bezogen auf die generelle Analyse des Potentials der Tellerfeder für den Körperschallentkoppelnden Einsatz als Stützelement für ein Vakuumlärm schutzschild, wirft die Hysterese Zweifel an der Eignung der Tellerfeder für eine solche Anwendung auf. Wenn die schwingende akustische Belastung einen permanenten Wechsel zwischen Belastungskurve und Entlastungskurve der Tellerfeder verursacht, wäre statt der unendlich kleinen Federsteifigkeit $D \approx 0$ im Arbeitspunkt der Tellerfeder eine hohe Federsteifigkeit zu erwarten.

Wie sich geringere Wegzyklen auf die Hysterese einer Kennlinie auswirken, zeigt Abbildung 5.13.

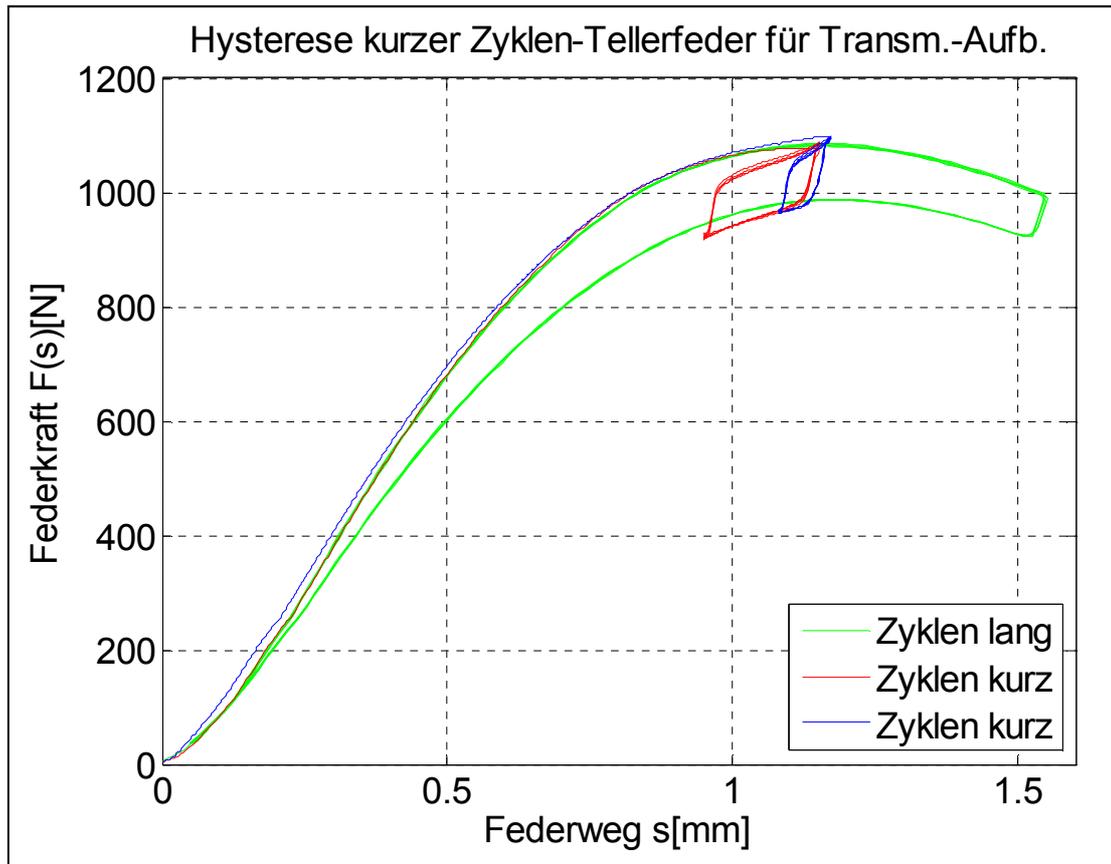


Abbildung 5.13: Darstellung kurzer Hysteresesyklen

Aus der obigen Abbildung ist ersichtlich, dass kurze Wegzyklen bei der statischen Kennlinienaufnahme die Hysteresebreite nicht verändern. Außerdem zeigt sich, dass der Wechsel von Belastungskurve zur Entlastungskurve auch einer gewissen Steigung folgt und es keinen direkten Sprung zwischen Belastungskurve und Entlastungskurve bei Veränderung der Beanspruchungsrichtung gibt. Jedoch ist die Steigung dabei deutlich höher als im Arbeitspunkt der statischen Kennlinie.

5.3.4 Ergebnisse zur Kennliniencharakteristik unter Berücksichtigung des Transmissionsaufbaus

Um den Effekt von verschiedenen Montagekonstellationen auf die Kennliniencharakteristik zu verstehen, wurden in Kapitel 5.2.4 vier verschiedene Zusammenbaumöglichkeiten definiert. Abbildung 5.14 zeigt diese Montagekonstellationen mit der Hystereseseitenkurve. Für alle Kennlinien wurde dieselbe Tellerfeder verwendet. Der Tellerfedertyp ist die Tellerfeder für den Transmissionsaufbau. Der Messbereich ist jedoch auf 1100 N begrenzt, weil der Kraftsensor keine größeren Kräfte aufnehmen konnte.

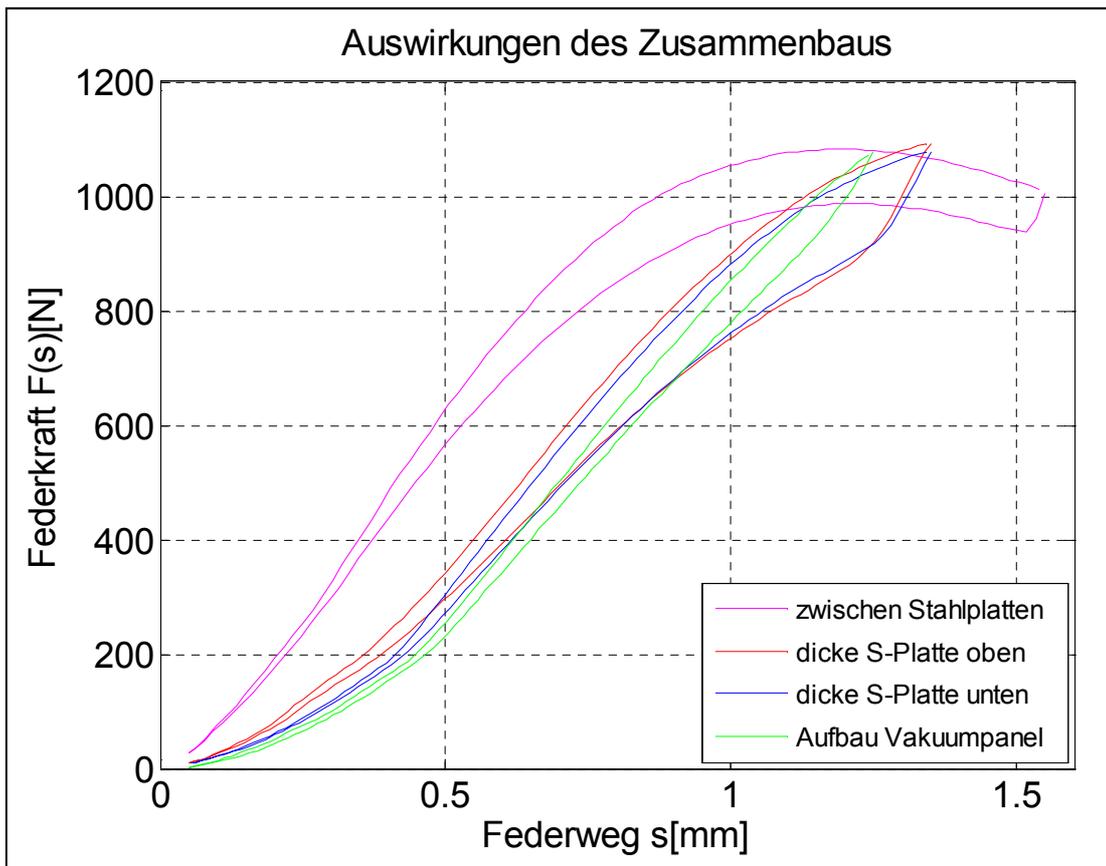


Abbildung 5.14: Auswirkungen des Zusammenbaus auf Kennlinie und Hysterese

In Abbildung 5.14 zeigen sich eine deutliche Verschiebung der Kennlinie entlang des Federwegs und große Unterschiede in der Hysterese in Abhängigkeit der Montagekonstellationen. Auch die maximale Federkraft variiert. Die relativen Hysterese-mittelwerte, berechnet wie in Kapitel 5.2.3, werden in Tabelle 5.8 dargestellt. Die Werte konnten jedoch nur über den Bereich gemittelt werden, der auch in Abbildung 5.14 dargestellt ist. Da hier bei drei Messkurven nicht vollständig belastet werden konnte, fehlt ein Teil der Kennlinie und verfälscht das Ergebnis. Dennoch ist Tabelle 5.8 als Trend aussagekräftig.

	Zwischen Stahlplatten	Innenring auf Sandwichplatte ($t_2 = 27,5 \text{ mm}$)	Innenring auf Sandwichplatte ($t_1 = 14,5 \text{ mm}$)	Aufbau Vakuumpanel
Rel. Hysterese-mittelwert \bar{H} [%]	9,77	13,93	11,77	4,88

Tabelle 5.8: Auswirkungen des Zusammenbaus auf den relativen Hysterese-mittelwert

Die Verschiebung des Federwegs hängt mit den Sandwichplatten zusammen. Während sich die Stahlplatten im Vergleich zur Tellerfeder kaum komprimieren lassen, zeichnet die Zugprüfmaschine die deutliche Nachgiebigkeit der Sandwichplatten in Dickenrichtung genauso wie die Einfederung der Tellerfeder auf. Deshalb können auch die relativen Hysterese-werte $\bar{H}_{0,75}$ nicht in Tabelle 5.8 dargestellt werden.

Die Verformung der Sandwichplatten an dem Innen- bzw. Außenring der Tellerfeder verhindert überdies die radiale Ausdehnung von Innen- bzw. Außenring und verursacht so eine vergrößerte Hysterese und höhere Kraftwerte. Da der Innenring eine größere

Linienlast überträgt als der Außenring verwundert es nicht, dass bei der Montagekonstellation 2, bei der der Innenring auf der noch nachgiebigeren, dicken Sandwichplatte aufliegt, eine höhere Hysterese zu erkennen ist als bei der Montagekonstellation 3, bei der die höhere Linienlast des Innenringes in die dünne, weniger nachgiebige Sandwichplatte eingeleitet wird.

Bei der Montagekonstellation 4 wird die Hysterese wieder sehr viel kleiner. Scheinbar sorgt der Klebestreifen dafür, dass die Tellerfeder schwimmend gelagert wird und sich Innen- bzw. Außenring ungehinderter ausdehnen können. Es ist also von Vorteil doppelseitiges Klebeband bei der Montage des Vakuumpanels zu verwenden.

6 Transmissionsmessung am Vakuumpanel

Wie in Kap. 4.1 beschrieben, hat die Tellerfeder aufgrund der Möglichkeit, die Federkennlinie gezielt degressiv zu gestalten, ein hohes Potential zur Anwendung als Stützelement für das Vakuumlärmschutzschild.

Gleichzeitig wirft gerade die stark ausgeprägte Hysterese bei geometrisch weichen Tellerfedern mit degressiver Kennlinie die Frage auf, ob sich eine Körperschallentkopplung verwirklichen lässt. Nicht zuletzt erweckt die Hysterese in der experimentell ermittelten Kennlinie (siehe Kap. 5.3.2) Zweifel daran, dass die Tellerfeder im Arbeitspunkt bei dynamischer Belastung tatsächlich die Federrate $D = 0$ erreicht. Um diese Fragen und Zweifel zu klären, ist ein erstes experimentelles Funktionsmuster notwendig, welches eine praktische Überprüfung der Idee Vakuumlärmschutzschild mit Tellerfedern als Stützelementen möglich macht.

Um das Verhalten der Tellerfedern hinsichtlich der Körperschallentkopplung zu überprüfen, wurde ein Vakuumpanel mit Tellerfedern aufgebaut und einer Transmissionsmessung unterzogen. In diesem Kapitel wird erst der Aufbau dieses Vakuumpanels beschrieben. Danach wird auf den Versuchsaufbau und die Durchführung der Transmissionsmessung eingegangen. Um den Einfluss der Sandwichplatten auf die Schalldämmmasskurve des Vakuumpanels quantifizieren zu können, werden auch die Transmissionseigenschaften der Sandwichplatten gemessen. Zuletzt werden die Ergebnisse ausgewertet und bewertet.

6.1 Aufbau des Vakuumpanels

Beim Aufbau des Vakuumpanels gibt es mehrere Möglichkeiten, bei der letztendlich nur eine verwirklicht werden kann. Es ist vor allem darauf zu achten, dass die wichtigsten Schwierigkeiten beseitigt werden können. Eine dieser Schwierigkeiten ist die Lage des Arbeitspunktes auf der Federkennlinie. Das Federkraftmaximum mit einer Federrate $D = 0$ liegt sehr weit im hinteren Bereich der Kennlinie, so dass die Tellerfeder bereits nahe ihrer Planlage belastet wird. Mit $h_0 = 1,6 \text{ mm}$ und $s_{\max} = 1,15 \text{ mm}$ bleibt nur ein Restabstand $y = 1,6 \text{ mm} - 1,15 \text{ mm} = 0,45 \text{ mm}$ übrig bis die Feder plattgedrückt und der Körperschall direkt übertragen wird. Hinzu kommt, dass bei einem Versuch auf Höhe des Meeresspiegels ca. 100000 N Last auf einem Quadratmeter Fläche wirken. Diese Belastung kann zum flächigen Beulen der Deckplatten an den nicht gestützten Bereichen führen und den ebenfalls geringen Abstand zwischen den Deckplatten von $d_1 = y + t_T = 0,45 \text{ mm} + 0,9 \text{ mm} = 1,35 \text{ mm}$ überbrücken. Zur Vermeidung des zuvor genannten Körperschallkurzschlusses müssen die Platten sehr steif ausgelegt sein. Außerdem ist ein zusätzlicher Abstand mit Hilfe von z. B. Distanzstücken unter den Tellerfedern zu verwirklichen. Ein weiteres Problem stellt die Eigenschaft der Tellerfeder dar, bei einer Kraftbelastung über das Maximum der Tellerfeder hinaus sofort in die Planlage zu schnappen. Um diesen Schalteffekt zu vermeiden und gleichzeitig die Vorteile einer niedrigen Federrate nutzen zu können, muss der Arbeitspunkt zwar in der Nähe des Maximums der Kennlinie liegen, aber dennoch in einem ausreichendem Abstand davor gewählt werden. Die Position des Arbeitspunktes entlang der Kennlinie kann anhand der Tellerfederanzahl festgelegt werden.

Die zuvor angestellten Überlegungen münden in dem Aufbaukonzept, welches in Abb. 6.1 dargestellt ist.

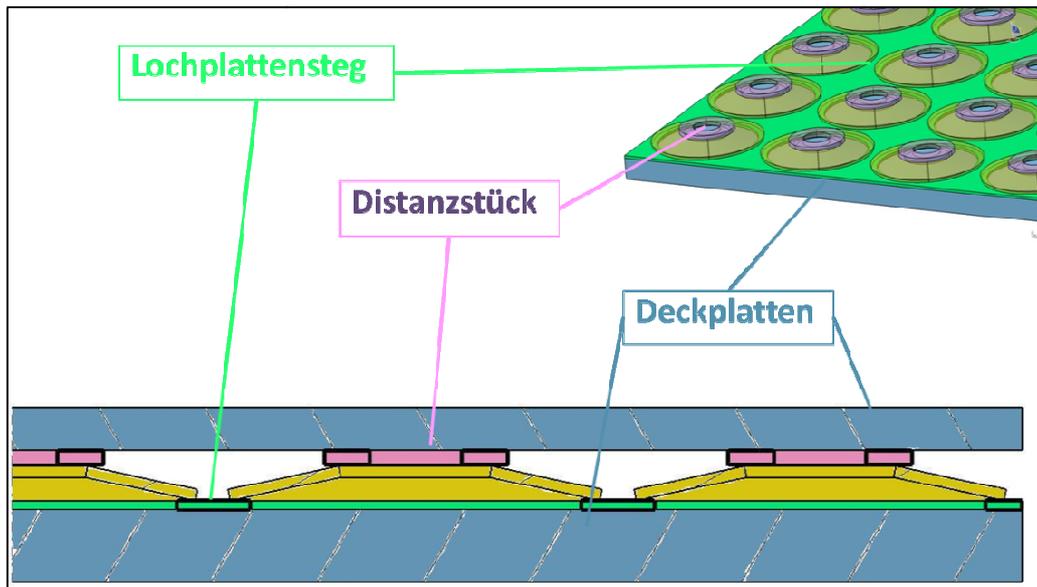


Abbildung 6.1: Ideales Aufbaukonzept für ein Vakuumpanel

Die Deckplatten bilden zwei unterschiedlich dicke Sandwichplatten ($t_1 = 14,5$ mm bzw. $t_2 = 27,5$ mm), welche aufgrund ihrer Bauweise eine erhöhte Biegesteifigkeit besitzen und erheblich weniger zum Beulen neigen, als Platten mit geringerer Dicke und vergleichbarem Gewicht. Die unterschiedliche Wandstärke sorgt zudem dafür, dass der Koinzidenzeinbruch der Einzelplatten bei unterschiedlichen Frequenzen auftritt. Die Masse der Platten ist $m_1 = 3,082$ kg und $m_2 = 6,027$ kg bei einer Fläche von 1 m^2 .

Die Distanzstücke dienen der Abstandserhöhung zwischen den Platten und können in die Lochplatte einfedern, ohne dass ein Körperschallkurzschluss über die Deckplatten zu befürchten ist. Damit ist gewährleistet, dass die Tellerfeder sogar über die Planlage hinaus belastet werden kann. Ein weiterer Vorteil von Distanzstücken ist die verbesserte Kraftverteilung bei der Kräfteinleitung des kleinen Tellerfederinnenrings in die Deckplatten.

Der wirkliche Aufbau ist in Abb. 5.4 zu sehen. Der Grund für die Abweichung von dem Konzept aus Abb. 6.1 liegt an Kosten und Aufwand der Herstellung. Eine speziell angefertigte Lochplatte sowie ebene runde Distanzstücke sind nicht so einfach herzustellen, wenn die Teile sehr präzise gefertigt sein sollen.

In der Abbildung 5.4 wurden die runden Distanzstücke durch quadratische ersetzt. Die Nut an den Distanzstücken dient dazu, abgeschlossene Hohlräume zu verhindern, die den Vakuumisierungsprozess stören würden. Die Lochplatte wurde ganz weggelassen. Eine Einfederung ist nun nicht mehr möglich, so dass in der Transmissionsmessung Belastungen über den gewählten Arbeitspunkt hinaus zu vermeiden sind.

Orientiert man sich an der statisch aufgezeichneten Federkennlinie, ist die Tellerfederanzahl so zu wählen, dass in keinem Fall eine Überschreitung der Planlage erfolgt. Bei einem Umgebungsdruck $p_0 = 1013,25$ hPa ergibt sich die Tellerfederanzahl n_T durch die Kraft $F_T = 1150$ N, die der Arbeitspunkt in der Kennlinie der Einzeltellerfeder hier nicht überschreiten soll, und die Flächengröße des Vakuumpanels $A_{\text{Schild}} = 1 \text{ m}^2$.

Damit gilt für die Tellerfederanzahl n_T , wenn der Restdruck $p_{\text{rest}} = 0$ und damit nach Gleichung 4.18 $p_{\text{diff}} = p_0$ ist:

$$n_T \geq \frac{A_{\text{Schild}} \cdot p_{\text{diff}}}{F_T} = \frac{1 \text{ m}^2 \cdot 101325 \text{ Pa}}{1150 \text{ N}} = 88,11$$

Aufgrund der quadratischen Anordnung der Tellerfedern auf dem Panel ist die nächstliegende Tellerfederanzahl entweder $n_{T_{\text{gew}}} = 81$ oder $n_{T_{\text{gew}}} = 100$. Für $n_{T_{\text{gew}}} = 81$ liegt der Arbeitspunkt mit $F_{T_{\text{AP}}} = 1251 \text{ N}$ über dem zu erwartenden Kraftmaximum. Deshalb muss die nächstliegende gewählte Tellerfederanzahl $n_{T_{\text{gew}}} = 100$ sein. Der Arbeitspunkt liegt dann bei $F_{T_{\text{AP}}} = 1013,25 \text{ N}$ (siehe Abb.6.2). Zuletzt ist zu überprüfen, ob 100 Tellerfedern auf das Vakuumpanel passen würden. In Abb. 4.4 ist die Anordnung von Tellerfedern auf dem Panel dargestellt. Berechnet man den Abstand x mit Hilfe von Gleichung 4.19, ergibt sich bei einer Teilfläche $A_T = \frac{A_{\text{Schild}}}{n_{T_{\text{gew}}}} = 0,01 \text{ m}^2$:

$$x = \sqrt{A_T} - D_e = \sqrt{0,01 \text{ m}^2} - 0,0615 \text{ m} = 0,0385 \text{ m}.$$

Die gewählte Anzahl an Tellerfedern lässt sich also problemlos auf dem Vakuumpanel verteilen.

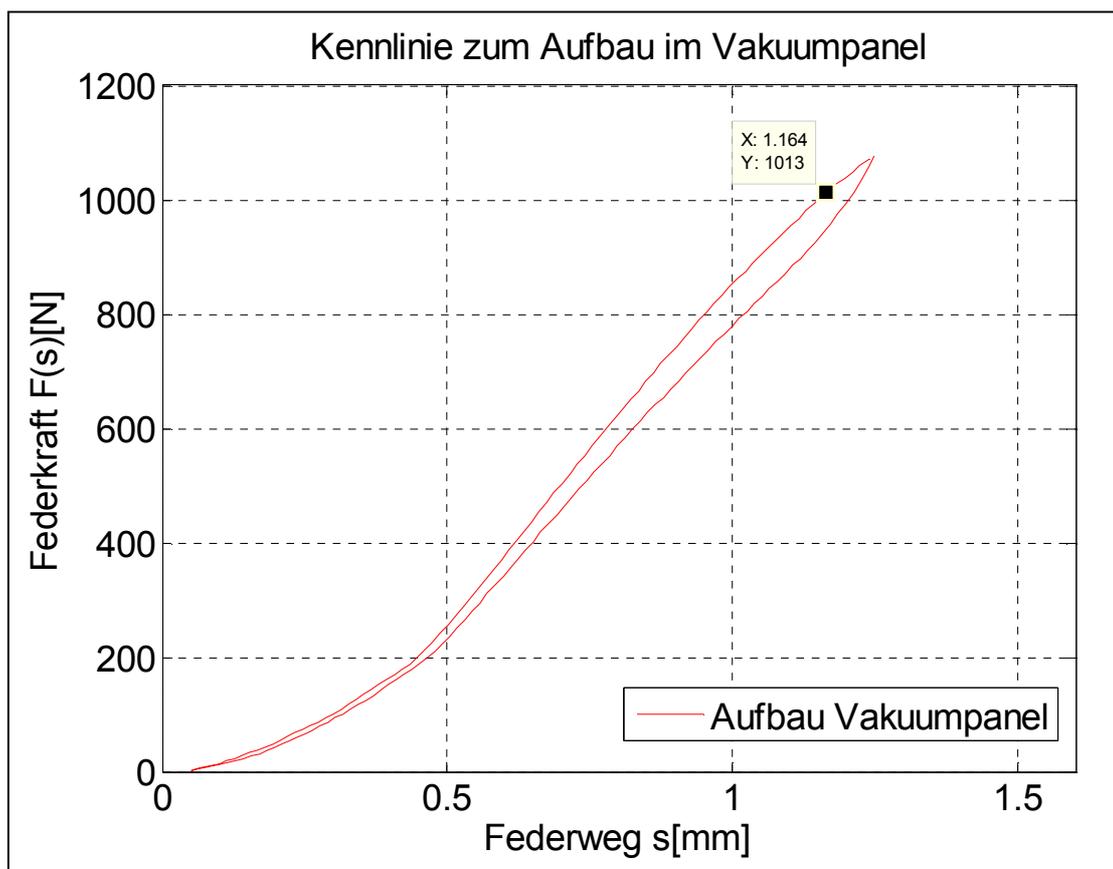


Abbildung 6.2: Wahl des Arbeitspunktes der Tellerfeder für den Transmissionsaufbau

6.2 Versuchsaufbau und Durchführung

Bevor mit der eigentlichen Messung am Vakuumpanel begonnen werden kann, muss der Koinzidenzeinbruch der einzelnen Deckplatten empirisch ermittelt werden. Dazu muss wiederum eine Transmissionsmessung an den Platten ohne Tellerfedern durchgeführt werden.

Beim Vor- und Hauptversuch wird als Beschallung im Hallraum ein diffuses Schallfeld gewählt (weißes Rauschen). Der Sendebereich ist in Terzen von 25 Hz bis 10000 Hz unterteilt. Die Messungen werden in einem Transmissionsprüfstand, wie in Abbildung 2.1 beschrieben, auf dem Werksgelände von Airbus Finkenwerder durchgeführt.

6.2.1 Vorversuch an den Deckplatten

Zur Bestimmung des Koinzidenzeinbruches der Deckplatten, wird jede einzelne Platte in den Fensterrahmen zwischen dem eingangsseitigen Hallraum und dem ausgangsseitigen reflexionsarmen Raum eingespannt (siehe Abb. 6.3). Der Rahmenaufsatz wird fest angezogen und die Übergänge von der Panelfläche zum Fensterrahmen wurden eingangsseitig zur Leckschallverminderung mit Klebeband abgeklebt.

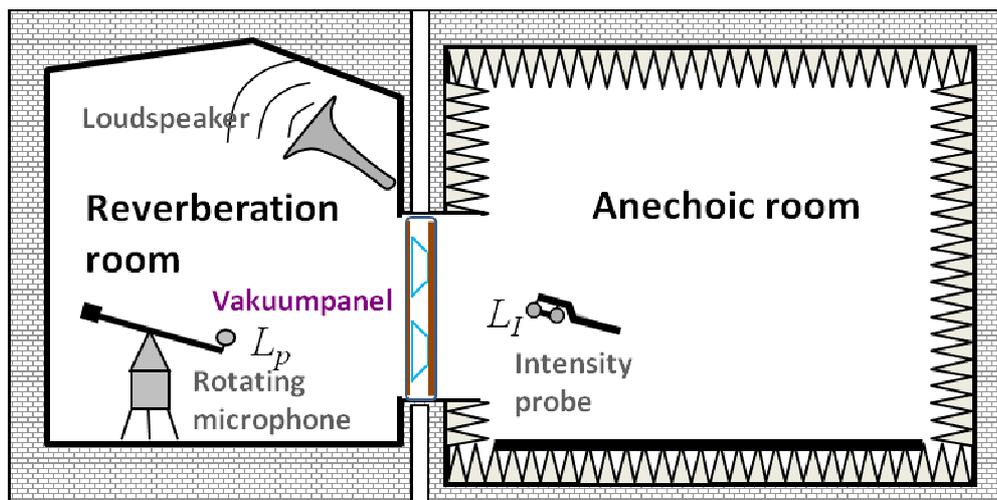


Abbildung 6.3: Vakuumpanel im Transmissionsprüfstand

Insgesamt wurden vier Messungen durchgeführt: Je eine für jede Deckplatte und zwei Messungen mit beiden Deckplatten (Konfiguration 1 und Konfiguration 2), bei der die Position der Platten einmal vertauscht wurde. Bei Konfiguration 1 war die dicke Deckplatte mit $t_2 = 27,5$ mm zum Hallraum gewandt und die dünne Deckplatte mit $t_1 = 14,5$ mm wurde zum reflexionsarmen Raum hin eingebaut. Dementsprechend zeigt bei Konfiguration 2 die dünne Deckplatte zum Hallraum. Ein konstanter Abstand zwischen den Deckplatten wird durch eine schmale Leiste mit einer Dicke von $d = 2$ mm gewährleistet, die einmal um den kompletten Rand der Deckplatten verläuft (siehe Abb. 6.4).



Abbildung 6.4: Sandwich-Deckplatte mit Abstandsleiste im Transmissionsfenster

In Abbildung 6.4 ist ein Teil der Sandwichplatte mit der darauf geklebten Leiste in dem Vliespolster des Fensterrahmens zu erkennen, bevor die zweite Sandwichplatte installiert worden ist.

6.2.2 Hauptversuch am Vakuumpanel

Vor der Durchführung des Versuchs am Vakuumpanel muss das Panel entsprechend Abb. 5.4 bestückt werden. Zur Fixierung der Einzelteile wird bei der Montage doppelseitiges Klebeband verwendet, um die untere Deckplatte mit der Feder sowie die Feder mit dem Distanzstück als auch das Distanzstück mit der oberen Deckplatte zu verbinden. Nach der Montage beträgt die Gesamtmasse des Vakuumpanels $m_{\text{ges}} = 12,078 \text{ kg}$. Vor der Messung wird das fertig montierte Panel in einem Vakuumsack luftdicht verpackt. Der Vakuumsack wird über einen Schlauch ausgangsseitig mit einer Vakuumpumpe verbunden, welche außerhalb des reflexionsarmen Raumes deponiert wird. So kann die eigentliche Transmissionsmessung nicht durch Störgeräusche der Pumpe verfälscht und das diffuse Schallfeld eingangsseitig beim Auftreffen auf das Panel nicht gestört werden.

Abbildung 6.5 zeigt den Fensterrahmen, in dem das Panel später installiert wurde. Die Drehschrauben am Rahmenaufsatz wurden nur leicht angezogen, um keine Kräfte auf das Panel zu übertragen und dennoch den Rand akustisch abzudichten. Hierzu wurden auch eingangsseitig die Übergänge von der Panelfläche zum Fensterrahmen mit Klebeband abgeklebt.



Abbildung 6.5: Fensterrahmen des Transmissionsprüfstands

Nachdem das Panel fertig installiert worden ist, konnte die eigentliche Transmissionsmessung begonnen werden. Hierzu wurde der Druck im Panel stufenweise reduziert, um dann bei dem jeweiligen Differenzdruck die transmittierte Schallintensität mit einer Pegelmesssonde zu messen. Insgesamt wurden 7 Messungen bei folgenden Differenzdrücken p_{diff} durchgeführt: 0 hPa; 150 hPa; 350 hPa; 550 hPa; 650 hPa; 750 hPa und 950 hPa.

Mit dem Umgebungsdruck $p_0 = 1018$ hPa lässt sich der Differenzdruck p_{diff} nach Umformung der Gleichung 4.18 in den Restdruck p_{rest} umrechnen:

$$p_{\text{rest}} = p_0 - p_{\text{diff}} \quad (6.2)$$

Damit ergeben sich die Restdrücke p_{rest} : 1018 hPa; 868 hPa; 668 hPa; 468 hPa; 368 hPa; 268 hPa und 68 hPa.

6.3 Auswertung der Messergebnisse

Die Auswertung der Messergebnisse erfolgt wie in Kap. 2.1.3 beschrieben. Auch werden die Erkenntnisse der charakteristischen Eigenschaften von Mehrschichtplatten und Doppelwänden aus Kap. 2.1.4 zur Auswertung herangezogen.

6.3.1 Bestimmung des Koinzidenzeinbruchs der Deckplatten

In Abb. 6.6 ist das aus den Messungen ermittelte Schalldämmmaß R der vier in Kap. 6.2.1 beschriebenen Konfigurationen und die nach dem Massegesetz berechneten Graphen über der logarithmisch aufgetragenen Terzmittenfrequenz f abgebildet. Auf den ersten Blick wird deutlich, dass sich die Messungen, in denen beide Platten eingebaut waren, sich nicht sonderlich unterscheiden. Dies ist ein zu erwartendes Ergebnis, da die Einbaurichtung für das Schalldämmmaß unerheblich ist.

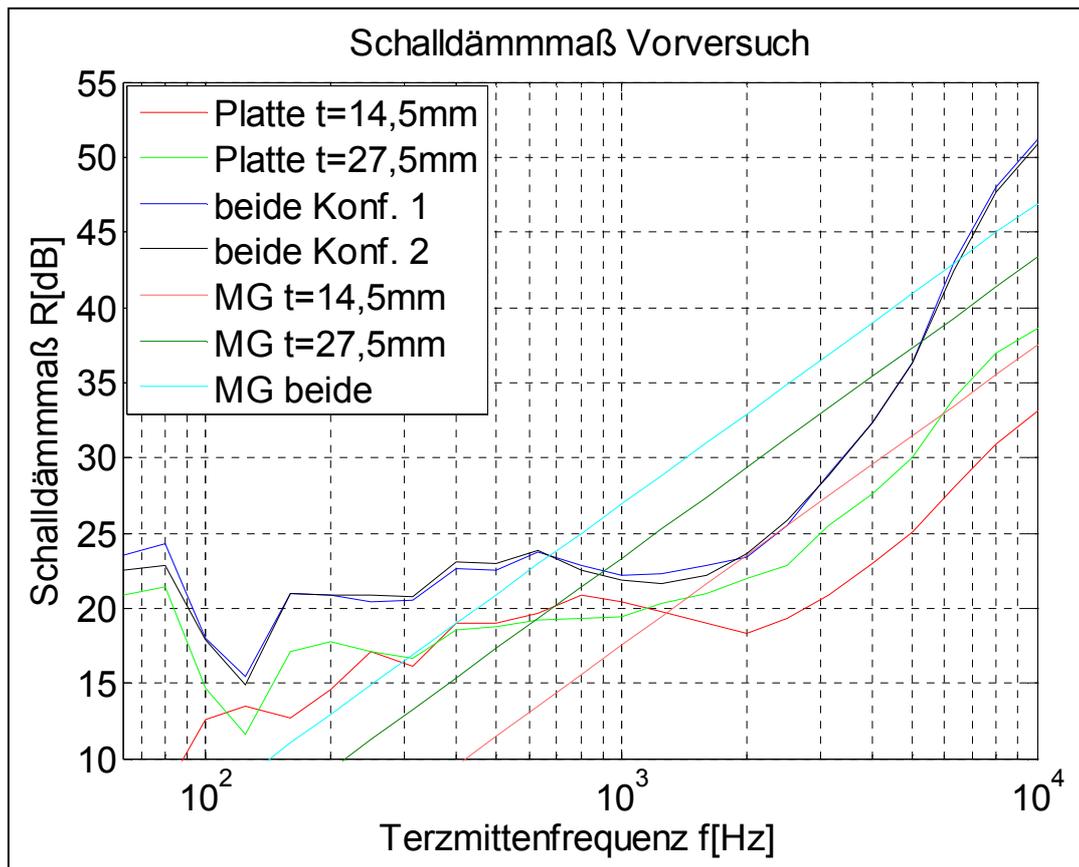


Abbildung 6.6: Schalldämmmaß der Sandwichplatten im Vergleich zum Massegesetz

Die Koinzidenzeinbrüche der einzelnen Deckplatten sind aus dem obigen Diagramm schwer abzulesen. Der Verlauf beider Kurven weist einen typischen flachen Verlauf von 400 Hz bis 2 kHz auf. Es ist zu vermuten, dass sich der Koinzidenzeinbruch beider Kurven in diesem Bereich befindet, weil oberhalb von 2 kHz das Schalldämmmaß beider Kurven mit dem Massegesetz um ca. 6 dB pro Oktave ansteigt. Die Schwankungen im Frequenzbereich unterhalb von 200 Hz könnten auf die Resonanzfrequenzen zurückzuführen sein.

Die Kurven der Konfigurationen 1 und 2 verhalten sich im Frequenzbereich unterhalb von 600 Hz ähnlich wie die Kurven der einzelnen Mehrschichtplatten. Dies ist nicht verwunderlich, weil die Teilwände der Konfigurationen 1 und 2 wiederum aus diesen Mehrschichtplatten bestehen. Einbrüche im Schalldämmmaß sind von den Koinzidenzgrenzfrequenzen der Einzelplatten abhängig. Folglich gibt es auch hier einen flachen Bereich.

Es sei hier nur am Rande erwähnt, dass sich die abgeschätzte Doppelwandresonanzfrequenz f_r nach Gleichung 2.12 ungefähr in Abb. 6.6 wiederfinden lässt. Der Einbruch in Abb. 6.6 ist zwischen 800 Hz und 1200 Hz zu finden. Die Doppelwandresonanzfrequenz f_r nach Gleichung 2.12 ist:

$$f_r[\text{Hz}] = 60 \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2 \cdot d}} = 60 \cdot \sqrt{\frac{3,082 + 6,027}{3,082 \cdot 6,027 \cdot 0,002}} = 940 \text{ Hz}$$

Desweiteren erhöht sich die Steigung nach dem Einbruch bei f_r und das Schalldämmmaß steigt von 2 kHz bis 8 kHz mit ca. 12 dB pro Oktave an, welches den Ausführungen in Kap. 2.1.4 entspricht (näheres dazu siehe [Lerch2009] Kap. 9.3).

6.3.2 Auswertung des Hauptversuchs am Vakuumpanel

In Abb. 6.7 sind die Schalldämmmaßkurven des Vakuumpanels für die in Kap. 6.2.2 beschriebenen Restdrücke p_{rest} sowie das Massegesetz nach Gleichung 2.6 abgebildet.

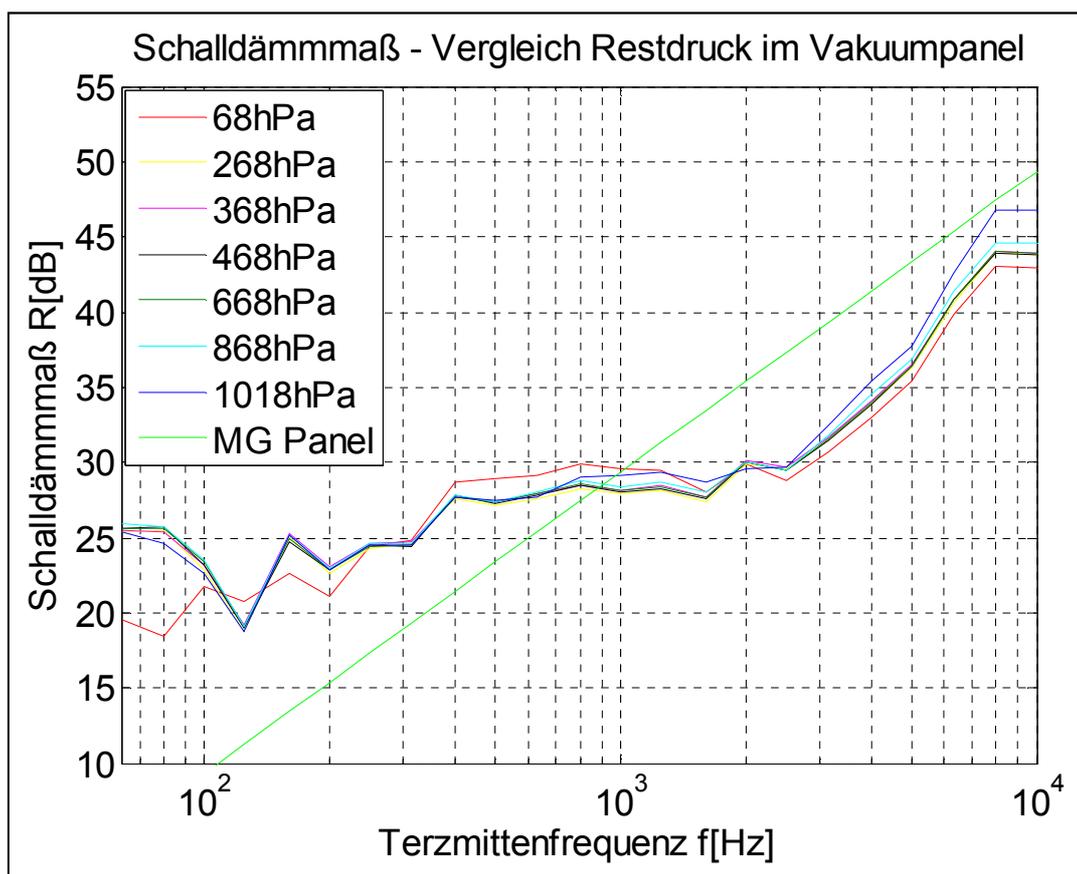


Abbildung 6.7: Schalldämmmaß bei variierendem Restdruck im Vakuumpanel

Deutlich erkennbar ist, dass sich die Kurven unabhängig von ihrem Restdruck ziemlich gleich verlaufen. Eine Verbesserung des Schalldämmmaßes durch die Vakuumisierung ist hier nicht zu erkennen. Der Verlauf der Kurven entspricht dem von einer einfachen Mehrschichtplatte (siehe Abb. 2.3). Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Platten durch die Tellerfedern wie über eine feste Struktur miteinander verbunden sind. Das heißt, es gibt nur geringe Doppelwandresonanzeffekte. Betrachtet man die Kurven jedoch

genauer, so stellt man fest, dass die Steigung pro Oktave oberhalb von 2 kHz um so stärker zunimmt, je größer der im Vakuumpanel verbliebene Restdruck ist. Das Verhalten des Panels im oberen Frequenzbereich ähnelt mit zunehmendem Restdruck dem einer Doppelwand. Es ist also im Frequenzbereich ab 2 kHz sogar eine Verschlechterung des Schalldämmmaßes durch Vakuumisierung zu erkennen.

Zum Vergleich des Schalldämmmaßes von Konfiguration 1 und dem fertiggestelltem Vakuumpanel sowie zur Verbesserung der Übersichtlichkeit gegenüber Abb. 6.7 dient Abb. 6.8. In diesem Diagramm sind nur vier Kurven dargestellt, die Kurven des Vakuumpanels mit dem geringsten und dem höchsten Restdruck sowie das Schalldämmmaß von Konfiguration 1 und das Massegesetz für das Vakuumpanel nach Gleichung 2.5.

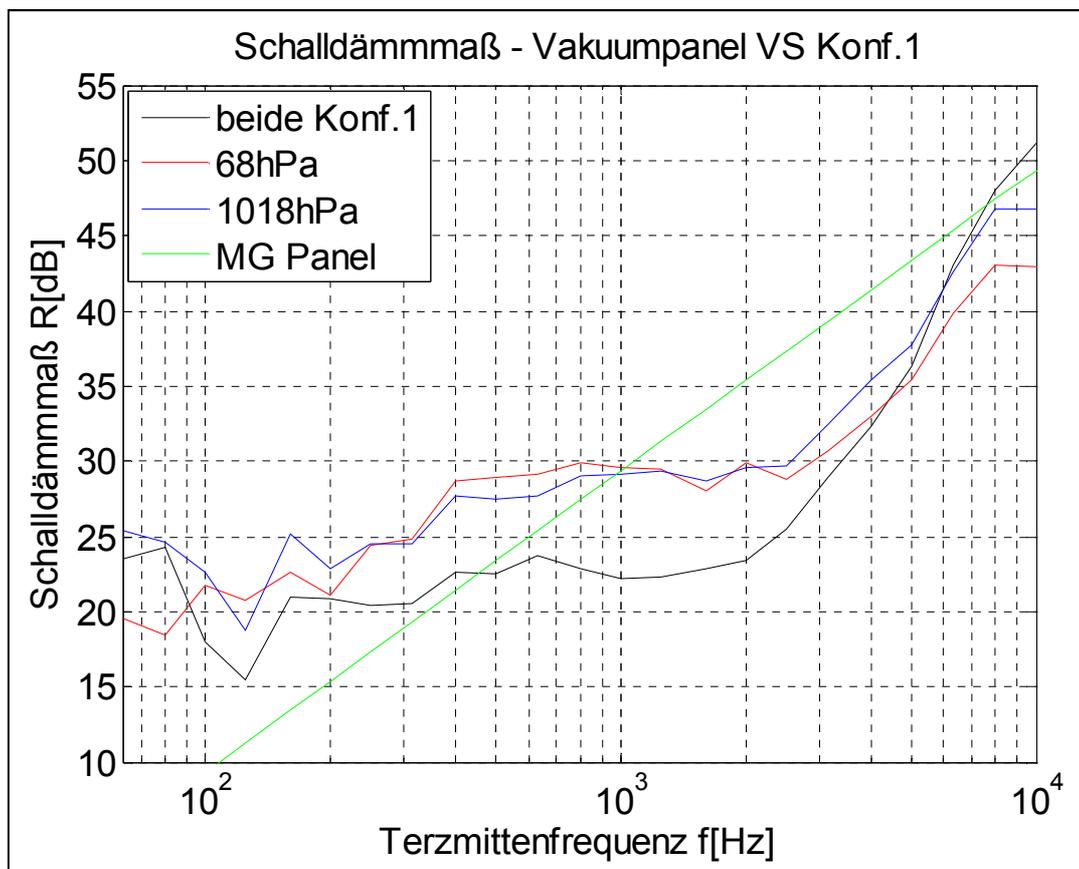


Abbildung 6.8: Vergleich Vakuumpanel zu Doppelwand

Eine deutliche Verbesserung des Schalldämmmaßes der Restdruckkurven gegenüber der Konfiguration 1 tritt vor allem in dem Frequenzbereich von 400 Hz bis 2 kHz auf. Hier liegt das Schalldämmmaß des Vakuumpanels durchschnittlich ca. 6 dB über der Kurve von Konfiguration 1. Zum Teil ist dies durch die zusätzliche Masse der Tellerfedern und Distanzstücke zu erklären, aber eine Erhöhung des Schalldämmmaßes um 6 dB würde eine Verdopplung der Masse bedeuten. Die Masse erhöht sich aber nur von $m_1 + m_2 = 9,109 \text{ kg}$ auf $m_{\text{ges}} = 12,078 \text{ kg}$. Das entspräche nach dem Massegesetz einem Schalldämmmaßzuwachs von $\Delta R = 2,45 \text{ dB}$. Über den restlichen Zuwachs von 3,55 dB kann man nur Mutmaßungen anstellen. Die Vakuumfolie hat sicher keinen nennenswerten Effekt auf das Schalldämmmaß. Ebenso wenig werden sich die drei Lagen Klebestreifen, die pro Tellerfeder verbaut worden sind, so stark auf den Aufbau auswirken, dass sie einen so hohen Zuwachs des Schalldämmmaßes rechtfertigen. Der Zuwachs könnte

tatsächlich etwas mit dem Federeffekt der verbauten Tellerfedern zu tun haben, sofern sich die Federrate D nicht nennenswert mit der Vakuumisierung verändert hat. Schließlich ist der Zuwachs scheinbar unabhängig davon vorhanden, wie groß der Restdruck ist, bzw. an welcher Stelle der Tellerfederkennlinie sich der jeweilige Arbeitspunkt gerade befindet.

Im hinteren Teil des Diagramms Abb.6.8 zeigt sich gerade im Vergleich nochmals deutlich der oben erwähnte Effekt von Doppelwänden gegenüber dem Vakuumpanel, das sich im Großen und Ganzen wie eine einfache Mehrschichtplatte verhält. Die Kurve der Konfiguration 1 steigt ab 2 kHz wesentlich stärker an, als die Kurven des Vakuumpanels.

6.4 Beurteilung der Transmissionsmessung

In diesem Abschnitt steht die Beurteilung der Messergebnisse bzw. die Suche nach möglichen Fehlerquellen, die auf das Ergebnis der Transmissionsmessung Einfluss genommen haben könnten, im Vordergrund:

1. **Fehlerhafte Wahl der Tellerfederanzahl:** Bereits in Kap. 6.3.2 wurde eine mögliche Fehlerquelle angesprochen, nämlich dass sich die Federrate nicht merklich mit der Vakuumisierung verändert hat und folglich eine Erhöhung des Schalldämmmaßes mit abnehmendem Restdruck ausgeblieben ist. Dies könnte an der Wahl des Arbeitspunktes beim Aufbau des Vakuumpanels liegen. Hier wurde sehr viel Wert darauf gelegt, den Arbeitspunkt so zu legen, dass die Federn nicht in Planlage gelangen können (siehe Abb.6.2). Die Tatsache nicht mit eingerechnet, dass auch bei höchster Leistung der Vakuumpumpe ein Restdruck von $p_{\text{rest}} = 68 \text{ hPa}$ nicht unterschritten werden konnte, liegt der gewählte Arbeitspunkt zu niedrig. Diese Falschwahl liegt nicht zuletzt auch an dem Musskriterium einer quadratischen Anordnung der Federn auf dem Panel zur gleichmäßigen Kraftverteilung. Dadurch muss die gewählte Tellerfederanzahl $n_{\text{T}_{\text{gew}}}$ immer ein quadratisches Vielfaches einer natürlichen Zahl sein und macht große Sprünge. Bei Berücksichtigung des tatsächlichen Unterdrucks, den die Pumpe zu leisten vermag, ergibt sich eine andere Tellerfederanzahl n_{T} :

$$n_{\text{T}} \geq \frac{A_{\text{Schild}} \cdot p_{\text{diff}}}{F_{\text{T}}} = \frac{1 \text{ m}^2 \cdot 95000 \text{ Pa}}{1150 \text{ N}} = 82,61$$

Die gewählte Tellerfederanzahl sollte $n_{\text{T}_{\text{gew}}} = 81$ sein. So würde der neue Arbeitspunkt bei $F_{\text{T}_{\text{AP}}} = 1172,84 \text{ N}$ liegen.

2. **Vakuumeinfluss auf das Schalldämmmaß:** Wenn der Einfluss des Vakuums auf das Schalldämmmaß bekannt wäre, könnte sogar darüber nachgedacht werden, den Arbeitspunkt so zu legen, dass die Tellerfedern bereits bei einem bestimmten Restdruck in Planlage schalten. Dies wäre jedoch nur unter der Voraussetzung möglich, dass bei diesem bestimmten Restdruck deutliche Verbesserungen des Luftschalldämmmaßes bekannt und empirisch bestätigt wären. Andernfalls könnte man keine Verbesserungen durch die Vakuumisierung messen.
3. **Bauteiltoleranzen in der Ebenheit der Deckplatten:** Bei der Montage des Vakuumpanels ließen sich die Deckplatten nicht eben aufeinanderlegen, ohne

dass sich auf der einen Seite ein stärkerer Spalt ausgebildet hatte als auf der anderen Seite. Die Platten sind also nicht ganz eben gewesen. Damit werden Eigenspannungen in das Panel mit eingebracht, die eine gleichmäßige Belastung der Tellerfedern verhindern. Es ist also möglich, dass bereits einige Federn in die Planlage geraten sind, weil sie die Last durch die Eigenspannungen zusätzlich mit aufnehmen mussten.

4. **Übermäßige Einspannung im Randbereich bei der Installation des Panels im Fensterrahmen:** Wenn die Einspannung im Randbereich bei der Messung zu stark gewesen ist, dann könnte das ebenfalls eine Fehlbelastung einzelner Federn verursacht haben. Jedoch sollte sich die Vorlast durch die Einspannung mit zunehmender Vakuumisierung verringert haben, da das Panel durch die Belastung auf die Tellerfedern bei der Vakuumisierung etwas zusammengedrückt wird.
5. **Nichtaxiale Belastung der Federn durch Biegewellen auf der Platte:** Während die plattentypischen Biegewellen über die Platte laufen, verformt sich die Platte etwas. Dies könnte dazu führen, dass die Tellerfedern nicht mehr gänzlich axial belastet werden. Wie sich dies auf den Arbeitspunkt in der Federkennlinie auswirken würde ist hoch spekulativ. Eine Verformung der Kennlinie und damit auch der Federrate sowie eine Schwankung des Arbeitspunktes wären möglich.
6. **Hystereseeffekt der Tellerfedern:** Bereits in Kap. 5.3.3 wurde ausführlich auf die Hysterese von Tellerfedern eingegangen. Diese wurde bei einer statischen Messung der Tellerfeder aufgenommen. Bei der Beschallung handelt es sich jedoch um eine dynamische Belastung, also einen stetigen Wechsel zwischen Be- und Entlastung. Unklar ist wie die Federrate im jeweiligen Arbeitspunkt bei dynamischer nun wirklich aussieht. Auch ist nicht sicher, ob die Hysterese die Federrate verschlechtert, so dass die Tellerfeder für die Anwendung als Stützelement ungeeignet sein könnte.

Anhand der Transmissionsmessung lässt sich nicht feststellen, welche der in diesem Kapitel genannten möglichen Fehlerquellen das Versagen des ersten Funktionsmusters verschuldet hat. Deshalb ist es sinnvoll, den Aufbau im Detail zu analysieren und die einzelnen Fehlerursachen zu isolieren. Um das hinsichtlich der Hysterese verwirklichen zu können, ist die Durchführung eines weiteren Versuchs notwendig.

7 Versuch zur Bestimmung des Transmissionsverlustes an einer Einzeltellerfeder in Abhängigkeit der statischen Vorlast

Wie bereits in Kapitel 6.4 geschildert wurde, ist ein weiterer Versuch notwendig, um sich Klarheit über die Eignung der Tellerfeder als Stützelement für ein Vakuumlärmschutzschild zu verschaffen. Bei der Transmissionsmessung sind verschiedene Fehlerfaktoren (siehe auch Kapitel 6.4) aufgetaucht, die den Ausgang der Messung negativ beeinflusst haben könnten.

Dieses Kapitel beschreibt die Entwicklung, den Aufbau und die Durchführung eines Versuchs, der die Fragestellung, ob die Tellerfeder das Potential hat, für die Körperschallentkopplung in einem Vakuumlärmschutzschild eingesetzt zu werden, beantworten soll.

Das Ziel dieses Versuches ist es, die folgenden Fragen zu klären:

1. Wie verändert sich das dynamische Übertragungsverhalten der Tellerfeder bei variierender Vorlast, also an verschiedenen Punkten der Tellerfederkennlinie.
2. Wie ändert sich das dynamische Übertragungsverhalten der Tellerfeder, wenn verschiedene Lagerungen, wie Schmieren der Feder und Auflageflächen oder Verwendung von Klebestreifen zur schwimmenden Lagerung, verwendet werden.

7.1 Versuchsentwicklung

Um das Verhalten einer Tellerfeder mit degressiver Kennlinie im Arbeitspunkt bei einer dynamischen Kraftbeanspruchung ohne viele der in Kapitel 6.4 angesprochenen Fehlerfaktoren, wie nichtaxiale Krafteinleitung in die Feder durch Biegewellen auf einer Platte und Schwierigkeiten bei der Einstellung des Arbeitspunktes, analysieren zu können, ist es sinnvoll, den Versuchsaufbau auf eine einzelne Tellerfeder herunter zu skalieren, um die Eigenschaften der Tellerfeder ganz gezielt ansprechen zu können.

Enthält der Versuchsaufbau nur eine einzelne Tellerfeder, kann der Arbeitspunkt gezielt bis kurz vor das Maximum der Kennlinie bei einer statischen Federsteifigkeit $D \approx 0$ gesetzt werden. Außerdem ist es so möglich die zentrische Krafteinleitung zu garantieren.

Jedoch stellt die Entwicklung eines solchen Versuchsaufbaus auch eine Herausforderung dar. Um eine Analyse bezüglich der körperschallentkoppelnden Eigenschaften der Tellerfeder durchzuführen, muss ein gezieltes dynamisches Signal in die Tellerfeder eingekoppelt und die Übertragung bzw. der Übertragungsverlust aufgenommen werden. Gleichzeitig muss die Tellerfeder unter Vorlast sein, weil die Messung im Arbeitspunkt betrieben werden muss. Die Einstellung dieser Vorlast darf nun keinen zweiten Schallpfad ebnen, der die Messung des Übertragungsverlustes der Tellerfeder stört.

Abbildung 7.1 zeigt eine Prinzipskizze des später umgesetzten Versuchsaufbaus.

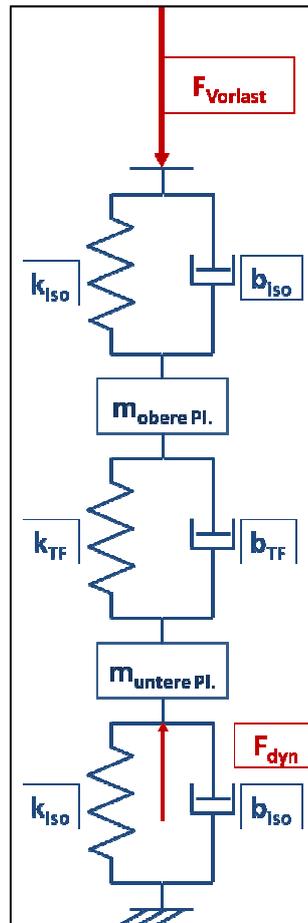


Abbildung 7.1: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus

Die elastische Isolierung unterhalb und oberhalb der Platten muss eine kleine Federsteifigkeit k_{iso} aufweisen, damit das Zwei-Massenschwinger-System aus den Platten und der Tellerfeder gegen einen zweiten Schallpfad isoliert ist. Jedoch muss die Federsteifigkeit der Tellerfeder dann auch sehr gering sein, damit sich die Tellerfeder nicht wie ein Starrkörper verhält.

Es gibt zwei Möglichkeiten um die statische Vorlast $F_{Vorlast}$ in einen prinzipiellen Versuchsaufbau, wie er in der obigen Abbildung skizziert ist, einzuleiten. Entweder man nutzt die Schwerkraft und beschwert den Versuchsaufbau oder man spannt den Versuchsaufbau ein. Der Vorteil bei der Ausnutzung der Schwerkraft ist der Ausschluss eines zweiten Schallpfades. Sehr große Nachteile wären ein vermutlich sehr hoch liegender Schwerpunkt (instabil), welcher eine zentrische Kraffteinleitung sehr erschwert, und die genaue Einstellung der Vorlast erfordert. Nutzt man die Schwerkraft zur Einstellung der Vorlast, können dazu nur Gewichte verwendet werden, was die Genauigkeit erschwert.

Deshalb ist eine Einspannung viel zweckmäßiger als die Ausnutzung der Schwerkraft. Eine sehr gute Einspannmöglichkeit bietet die Zug/Druck-Prüfmaschine EZ 20 von EasyTest, die bereits zur Kennlinienaufnahme (siehe Kapitel 5) genutzt worden ist. Die Vorlast lässt sich sehr langsam erhöhen und wird durchgehend mit einem Kraftaufnehmer gemessen und von der Prüfmaschine angezeigt bzw. auf einem angeschlossenen PC mit der Software Nexygen 4.0 angezeigt. Der schwingende Tellerfederaufbau, mit der unteren und oberen Platte sowie der Tellerfeder, muss über Feder/Dämpfer-Systeme so isoliert

werden, dass kein zweiter Schallpfad die Messung beeinflusst. Dabei soll möglichst wenig Energie durch Dämpfung umgewandelt werden. Am besten für eine derartige Isolierung ist ein Luftkissen geeignet, weil Luft ein kompressibles Fluid ist. Außerdem kommt eine Isolierung mit Luftkissen den physikalischen Begebenheiten eines Vakuumlärmschutzschildes am nächsten. Das Vakuumlärmschutzschild wird durch das Vakuum vorgespannt. Vor und hinter dem Schild befindet sich Luft.

7.2 Versuchs- und Messaufbau

Die prinzipielle Anordnung der Einzelteile für den mechanischen Versuchsaufbau ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Die Tellerfeder wird zentrisch zwischen zwei kreisförmigen Scheiben eingespannt, welche gegenüber ihrer Umgebung oben und unten mit zwei Butylschläuchen dynamisch vom Rest des Aufbaus entkoppelt werden. Das dynamische Eingangssignal wird von einem Shaker, der in dieser Abbildung nicht dargestellt ist, über einen Stinger und einen Impedanzkopf, der Kraft und Beschleunigung messen kann, direkt in die Mitte der unteren Kreisscheibe geleitet. Dazu ist im Zentrum der Tischplatte, auf der sich der untere mit Luft gefüllte Butylschlauch abstützt, eine Aussparung vorgesehen, durch die der Stinger und die Kabel des Impedanzkopfes gelangen können. Der obere luftgefüllte Butylschlauch wird durch eine weitere Platte abgedeckt, die der gleichmäßigen Kraftübertragung der Vorlast F_{Vorlast} auf den Schlauch dient. Die Vorlast selbst wird durch die Zug/Druck-Prüfmaschine EZ 20 von EasyTest auf die abdeckende Platte übertragen. Der Stempel dieser Prüfmaschine ist in Abbildung 7.2 angedeutet.

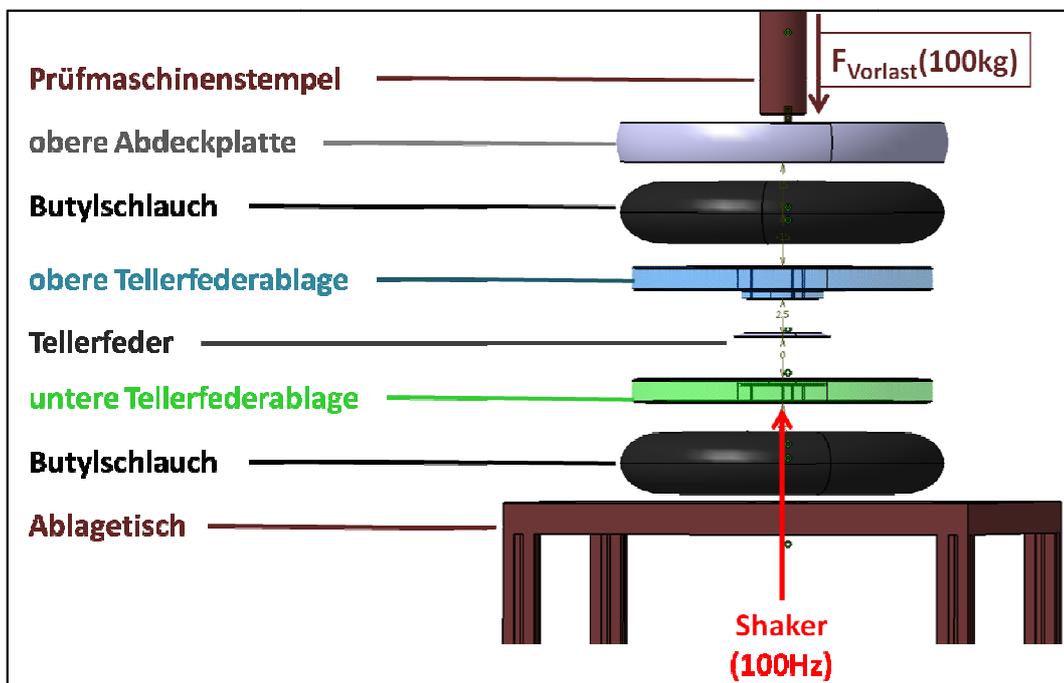


Abbildung 7.2: Mechanischer Versuchsaufbau

An den mechanischen Versuchsaufbau muss nun noch der gesamte Messaufbau angeschlossen werden. Abbildung 7.3 zeigt den mechanischen Versuchsaufbau in der realen Umsetzung. Der Shaker ist samt Stinger und Kabel für den Impedanzkopf unter dem Ablagetisch zu erkennen, genauso wie sechs weitere Kabel, die an die jeweils drei Beschleunigungsaufnehmer pro Kreisscheibe vom Typ 4507 B angeschlossen sind.

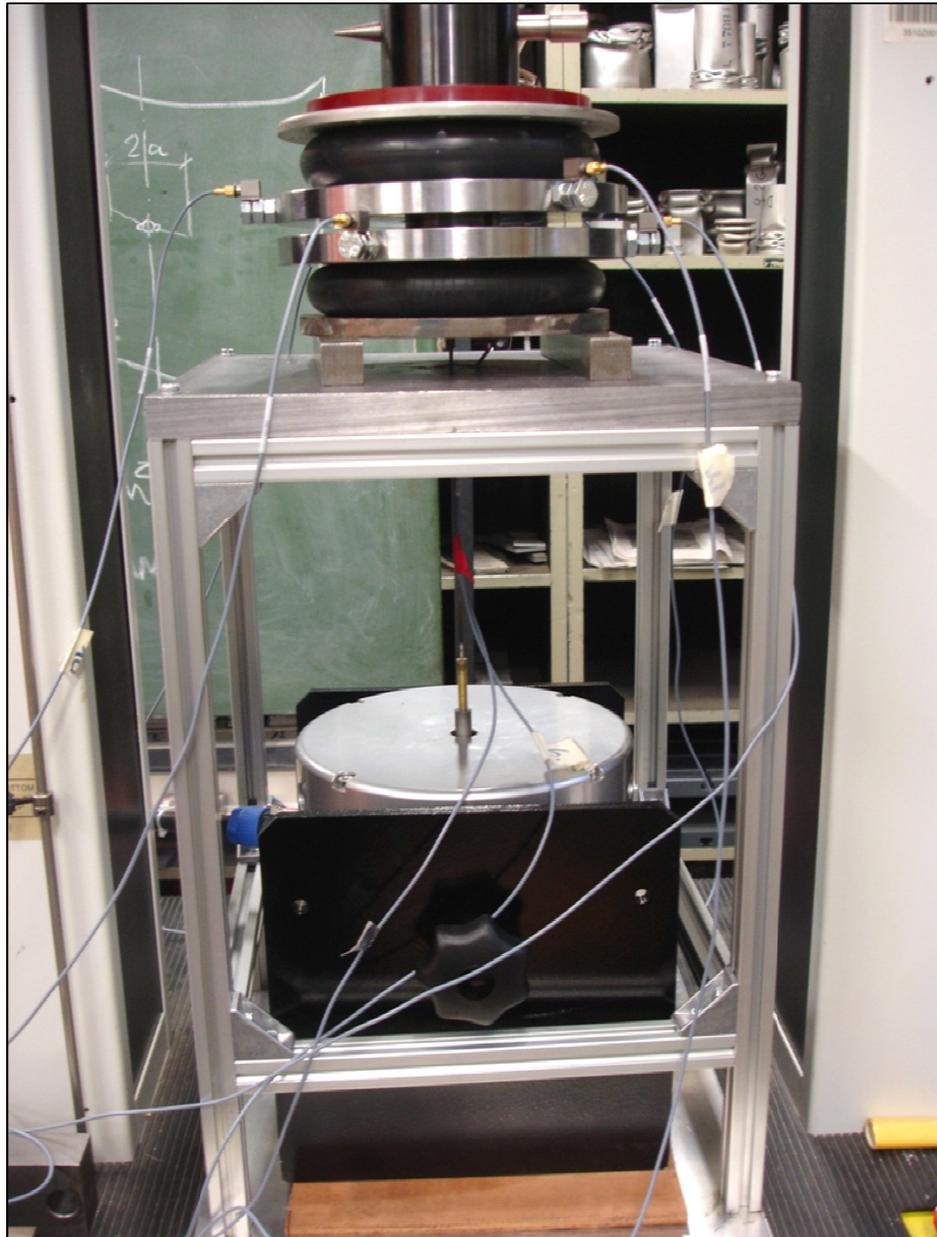


Abbildung 7.3: Versuchsaufbau in der Zug/Druck-Prüfmaschine mit Shaker

Eine detailliertere Ansicht der Beschleunigungsaufnehmer vom Typ 4507 B und ihrer Anordnung ist der Abbildung 7.4 zu entnehmen. Die je drei Beschleunigungsaufnehmer sind auf einer Kreisscheibe in 120° versetzt zueinander auf dafür vorgesehenen Fortsätzen angebracht. Die Kreisscheiben werden wiederum um 60° versetzt zueinander angeordnet, so dass sich die Beschleunigungsaufnehmer von unterer und oberer Kreisscheibe alle 60° abwechseln.

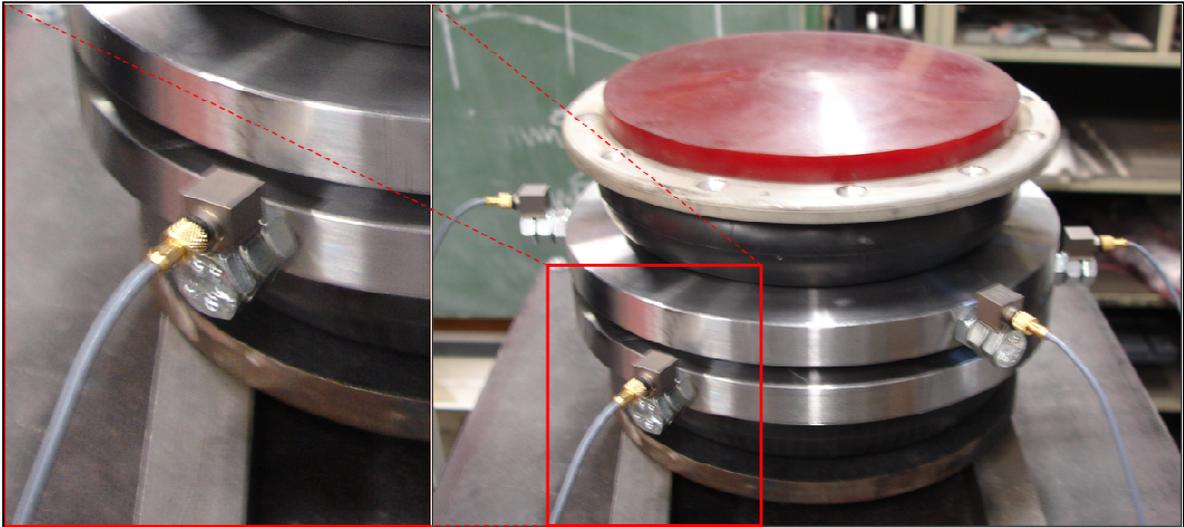


Abbildung 7.4: Mechanischer Versuchsaufbau mit Beschleunigungsaufnehmern

Um die Kreisscheiben zentrisch ausrichten zu können und gleichzeitig zu gewährleisten, dass die Beschleunigungsaufnehmer immer die gleiche Position zueinander beibehalten, werden die Einzelteile mittels drei Zentrierstiften, die durch die Tischplatte des Ablagetisches und beide Kreisscheiben gesteckt werden können, ausgerichtet. Der Ausrichtungsvorgang ist in Abbildung 7.5 abgebildet.



Abbildung 7.5: Ausrichtung und Zentrierung der Einzelteile und Beschleunigungsaufnehmer

In Abbildung 7.6a bis d sind die obere und untere Kreisscheibe dargestellt. In Abbildung 7.6a und b ist die obere Kreisscheibe mit der Nut zur Aufnahme der Tellerfeder abgebildet. Die untere Kreisscheibe mit Vertiefung zum berührungslosen Einfedern und die Unterseite der unteren Kreisscheibe mit dem Impedanzkopf zeigen die Abbildungen 7.6c und d.



Abbildung 7.6: Detailansicht der Einzelteile für den mechanischen Versuchsaufbau

Die Erzeugung des dynamischen Eingangssignals und die Aufnahme der Ausgangsdaten der Beschleunigungssensoren bzw. des Kraftsensors benötigen einen eigenen Messaufbau. Dieser ist in dem Blockdefinitionsdiagramm in Abbildung 7.7 dargestellt.

Der Frequenzgenerator erzeugt ein konstantes sinusförmiges Wechselsignal mit einer Frequenz $f = 100$ Hz. Dieses wird durch den Verstärker verstärkt und an den Shaker weitergegeben, der das Signal in ein mechanisches Kraftsignal an der unteren Kreisscheibe umsetzt. Die Signale vom Impedanzkopf am Punkt der Krafteinleitung sowie die Signale der anderen sechs Beschleunigungsaufnehmer von der unteren und oberen Kreisscheibe werden über Signalkabel an zwei 6ch. Input Module übertragen. Diese geben die Signale über ein Netzwerk (Switch) an das Laptop mit der Datenverarbeitungssoftware Pulse Labshop Version 14.1.1 weiter.

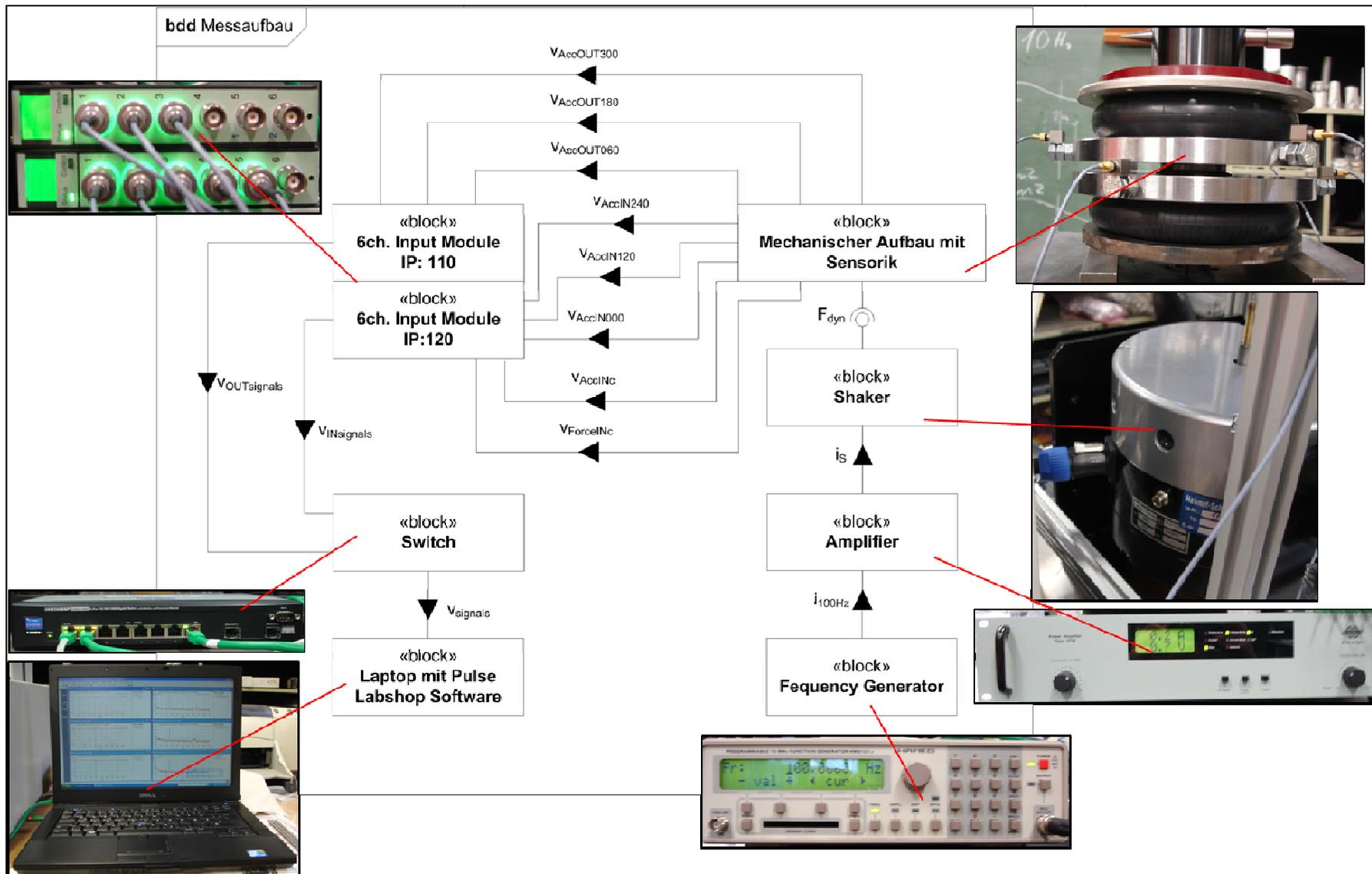


Abbildung 7.7: Blockdefinitionsdiagramm des Messaufbaus mit Darstellung des Messequipments und Signalfluss

7.3 Versuchsdurchführung

Bevor die eigentliche Messung stattfinden konnte, musste die statische Kennlinie der Tellerfeder in dem zuvor beschriebenen Versuchsaufbau aufgenommen werden. So kann das Kraftmaximum ermittelt werden, vor dem der Arbeitspunkt für die dynamische Messung liegen muss. Für die Messung im Arbeitspunkt wurde die Vorlast langsam in 5 N-Schritten erhöht und bei jedem Schritt gemessen, bis das Kraftmaximum erreicht wurde. Erreicht man das Kraftmaximum schaltet die Tellerfeder und schlägt um, d. h. sie wird durchgedrückt. Dies ist nur deshalb möglich, weil der mechanische Versuchsaufbau so gestaltet ist, dass die Tellerfeder über die Planlage hinaus einfedern kann. Das Schalten der Tellerfeder ist ein Vorgang, bei dem sich die Feder vom Kraftmaximum der Federkennlinie schlagartig über die Planlage hinaus bis zu einem Federweg verformt, bei dem sie eine vergleichbare Kraft aufnehmen kann (siehe Abbildung 7.8).

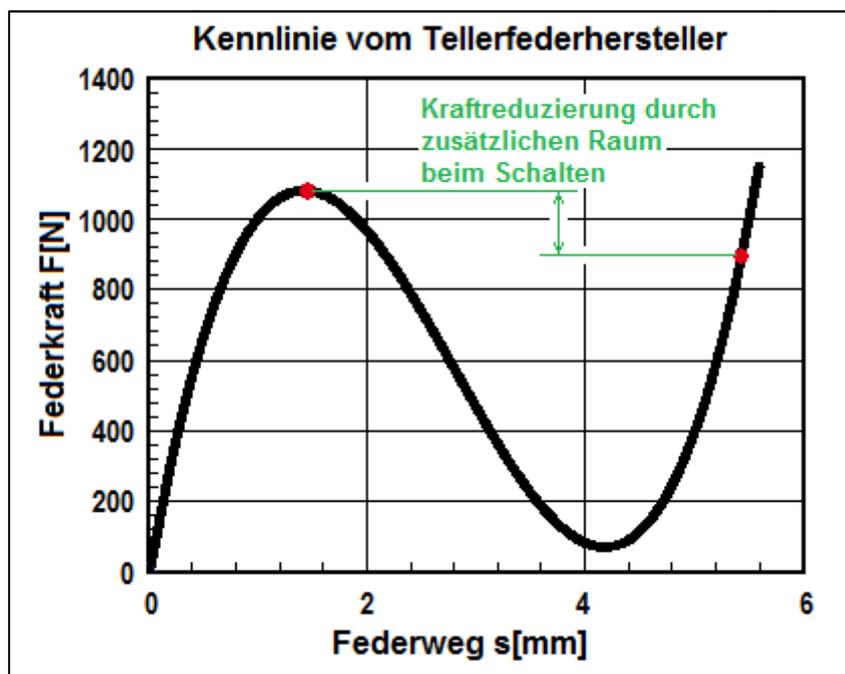


Abbildung 7.8: Schaltverhalten der Tellerfeder

Bei einer rein weggesteuerten Messung gibt es kein Schalten der Feder, weil sich die Tellerfeder dem Verformungsraum anpasst, den die Prüfmaschine vorgibt. Bei dem in Kapitel 7.2 beschriebenen mechanischen Versuchsaufbau bleibt die Prüfmaschine zwar weggesteuert, die Tellerfeder wird jedoch aufgrund der in Reihe liegenden Butylschläuche kraftgesteuert angesprochen. Je weiter die Prüfmaschine den Aufbau zusammendrückt, desto stärker werden die Butylschläuche belastet und geben ihrerseits die Reaktionskräfte auf die sie umgebenden Scheiben weiter, so dass die Kraft auf die Tellerfeder nach dem Schalten nur um so viel abnimmt, wie die Reaktionskraft der Butylschläuche aufgrund des durch das Schalten der Feder geschaffenen zusätzlichen Raumes reduziert wird.

Bei der Versuchsdurchführung wurden entsprechend der zu klärenden Fragestellungen dynamische Messungen bei 200 N, 400 N, 600 N, 800 N, und 1045 N vorgenommen. Außerdem wurde eine Messung kurz vor dem Kraftmaximum bei 1045 N vorgenommen, bei der dieselbe Tellerfeder mit Schmieröl eingefettet wird. Auch wurde eine Messung vorgenommen, bei der selbige Tellerfeder schwimmend auf Klebestreifen zwischen den Kreisscheiben installiert wurde. Weil sich das Kraftmaximum auf der Federkennlinie durch

das Hinzufügen der Klebestreifen erhöht, musste die Messung bei einer Vorlast $F_{\text{Vorlast}} = 1117 \text{ N}$ durchgeführt werden.

Zuletzt wurde für die Überprüfung der Reproduzierbarkeit der Messungen die statische Kennlinie einer zweiten Tellerfeder aufgenommen und das dynamische Übertragungsverhalten vor ihrem Kraftmaximum bei 1020 N gemessen.

In Abbildung 7.9 sind die statischen Tellerfederkennlinien und die Punkte auf den Kennlinien, bei denen eine dynamische Messung vorgenommen wurde, dargestellt. Die Kennlinien wirken aufgrund der großen Verschiebung sehr steil. Die Prüfmaschine hat eine weitaus größere Verschiebung von bis zu 35 mm zu bewerkstelligen, bevor die Tellerfedern ihr Kraftmaximum erreichen, weil die in Reihe geschalteten Butylschläuche sich bei entsprechender Kraffteinwirkung viel stärker komprimieren als es die Tellerfedern tun. Wird jedoch, wie in Abbildung 7.10, an das Kraftmaximum der Feder TF1 herangezoomt, wird deutlich, dass sich die Federrate der Tellerfeder an der Stelle nicht verändert hat.

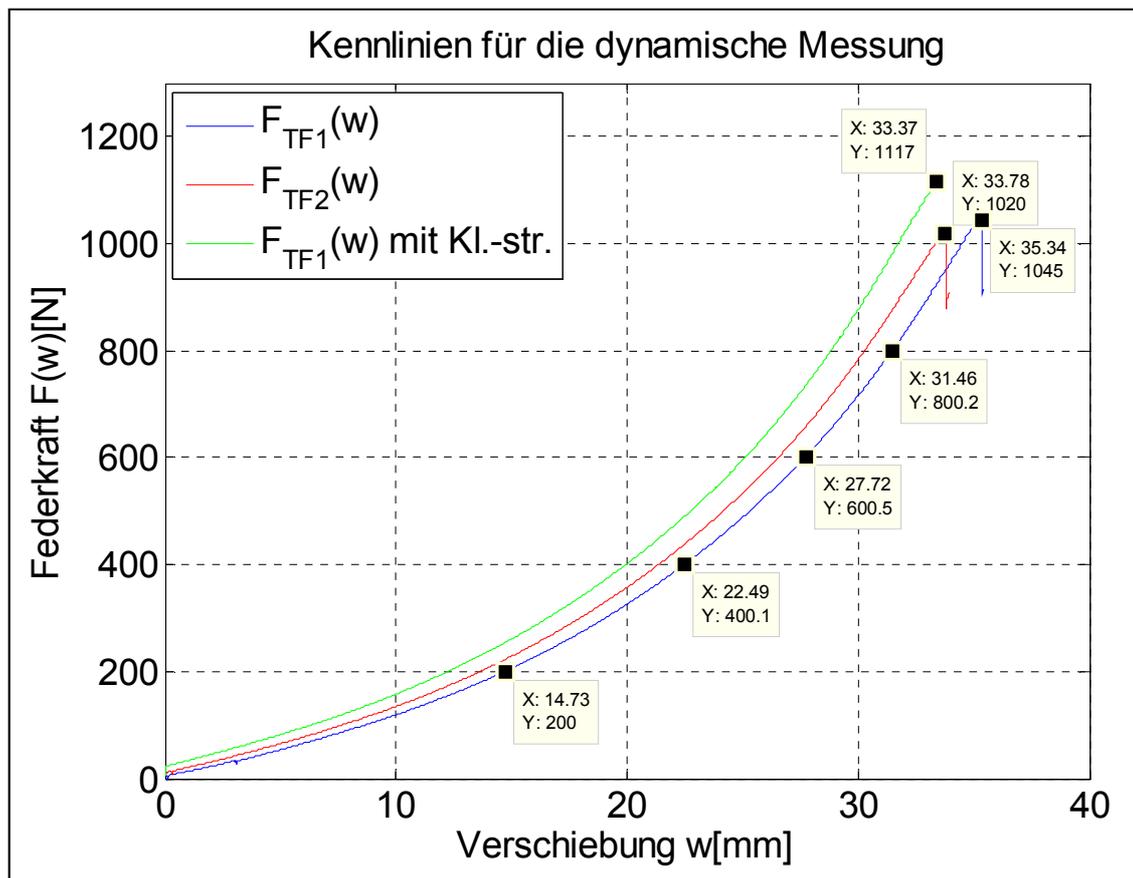


Abbildung 7.9: Messpunkte für die dynamischen Messungen

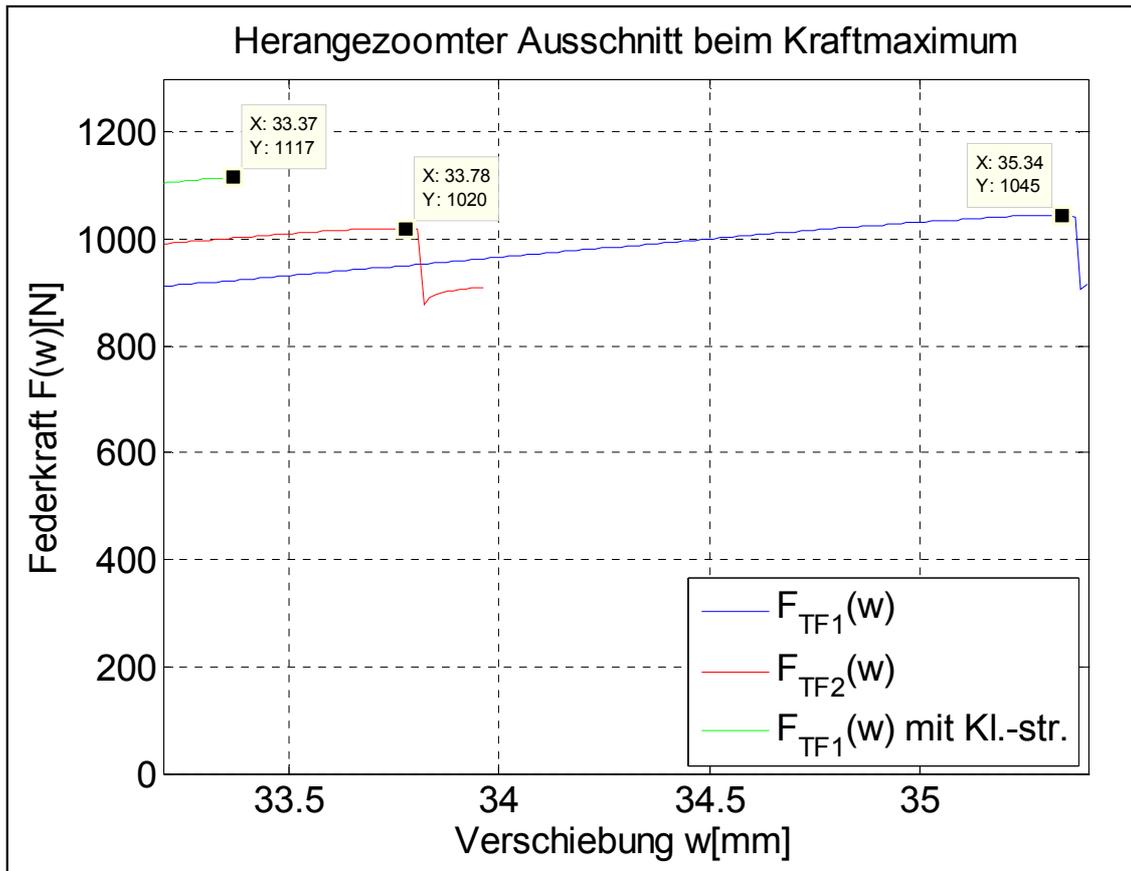


Abbildung 7.10: Ausschnitt mit den Messpunkten beim Maximum

7.4 Auswertung

Im Sinne einer aussagekräftigen Auswertung ist zuvorderst zu prüfen, ob den Auswertungsergebnissen vertraut werden kann. Dazu werden die eingekoppelte Beschleunigung a_{IN_c} , die am Impedanzkopf gemessen wird, mit den drei Beschleunigungen $a_{IN_{000}}$, $a_{IN_{120}}$ und $a_{IN_{240}}$ und diese drei untereinander verglichen. Auch sind $a_{OUT_{060}}$, $a_{OUT_{180}}$ und $a_{OUT_{300}}$ untereinander zu vergleichen. Es soll damit überprüft werden, ob es große Abweichungen über die Ebene der unteren bzw. der oberen Kreisscheibe gegeben hat, die auf eine nicht zentrische Einkopplung oder ein Verkippen zurückgeführt werden können.

Berechnet man die relative Abweichung, die zwischen der Beschleunigungsamplitude \hat{a}_{IN_c} und der arithmetisch gemittelten Beschleunigungsamplitude $\hat{a}_{IN_{ges}}$ liegt, zeigt sich, dass der Impedanzkopf nicht vertrauenswürdig ist. Beispielhaft wurde diese Berechnung für den Messpunkt mit der geölten Tellerfeder bei 1045 N durchgeführt:

$$\frac{\hat{a}_{IN_{ges}}}{\hat{a}_{IN_c}} - 1 = \frac{0,9389 \frac{m}{s^2}}{0,0287 \frac{m}{s^2}} - 1 = 31,7$$

Der Impedanzkopf war für die Messung nicht vernünftig kalibriert. Die drei Beschleunigungssensoren mit den drei Beschleunigungen $a_{IN_{000}}$, $a_{IN_{120}}$ und $a_{IN_{240}}$ der unteren Kreisscheibe weisen hingegen untereinander keine derartige Abweichung auf.

Dasselbe gilt für die Beschleunigungen der oberen Kreisscheibe $a_{OUT_{060}}$, $a_{OUT_{180}}$ und $a_{OUT_{300}}$. Diese Sensoren funktionieren einheitlich, so dass man den gemessenen Werten trauen kann.

Die Beschleunigungsabweichungen sind absolut und relativ bezüglich der Amplitudenhöhe in Tabelle 7.1 enthalten. Die Ergebnisse beziehen sich auf einen direkten Vergleich der Messwerte miteinander.

Messpunkt	Durchschnittliche Abweichung von a_{IN_i} zum Mittelwert $a_{IN_{ges}}$		Durchschnittliche Abweichung von a_{OUT_i} zum Mittelwert $a_{OUT_{ges}}$		Durchschnittliche Abweichung zwischen $a_{IN_{ges}}$ und $a_{OUT_{ges}}$	
	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{IN_{ges}}$ in [%]	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{OUT_{ges}}$ in [%]	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{IN_{ges}}$ in [%]
<i>TF1</i> _{200N} ohne Öl	0,0310	3,85	0,0393	4,85	0,0229	2,84
<i>TF1</i> _{400N} ohne Öl	0,0307	3,91	0,0315	3,92	0,0104	1,32
<i>TF1</i> _{600N} ohne Öl	0,0191	2,36	0,0185	2,24	0,00977	1,21
<i>TF1</i> _{800N} ohne Öl	0,0196	2,31	0,0171	1,98	0,0103	1,21
<i>TF1</i> _{1045N} ohne Öl	0,0221	2,46	0,0198	2,16	0,0123	1,37
<i>TF1</i> _{1045N} mit Öl	0,0182	1,94	0,0200	2,07	0,0141	1,50
<i>TF1</i> _{1117N} mit Kl.-Str.	0,0310	3,27	0,0299	3,04	0,0235	2,47
<i>TF2</i> _{1020N} ohne Öl	0,0186	2,03	0,0194	2,07	0,0139	1,52

Tabelle 7.1: Beschleunigungsabweichungen der direkt ermittelten Messwerte

Die Beschleunigungsabweichungen der jeweils drei Sensoren pro Kreisscheibe sind bei allen Messungen sehr klein. Auch die durchschnittliche Abweichung zwischen $a_{IN_{ges}}$ und $a_{OUT_{ges}}$ ist sehr gering. Ersteres bedeutet, dass den Messergebnissen vertraut werden kann. Letzteres bedeutet, dass erstens keine dynamische Entkopplung festzustellen ist und dass sich zweitens dieser Sachverhalt mit der Lage des Messpunktes und den Umgebungsbedingungen nicht verändert. Bei einer dynamischen Entkopplung müsste die Beschleunigungsamplitude der oberen Kreisscheibe deutlich kleinere Werte aufweisen, als die untere Kreisscheibe. Dass dies nicht der Fall ist, ist auch beispielhaft für den Messpunkt *TF1*_{1045N} mit Öl in den Abbildungen 7.11, 7.12 und 7.13 zu erkennen. In Abb. 7.11 werden die Beschleunigungen a_{IN_i} , in Abb. 7.12 die Beschleunigungen a_{OUT_i} und in Abb. 7.13 die Beschleunigungen $a_{IN_{ges}}$ und $a_{OUT_{ges}}$ in einem Diagramm zusammen aufgetragen.

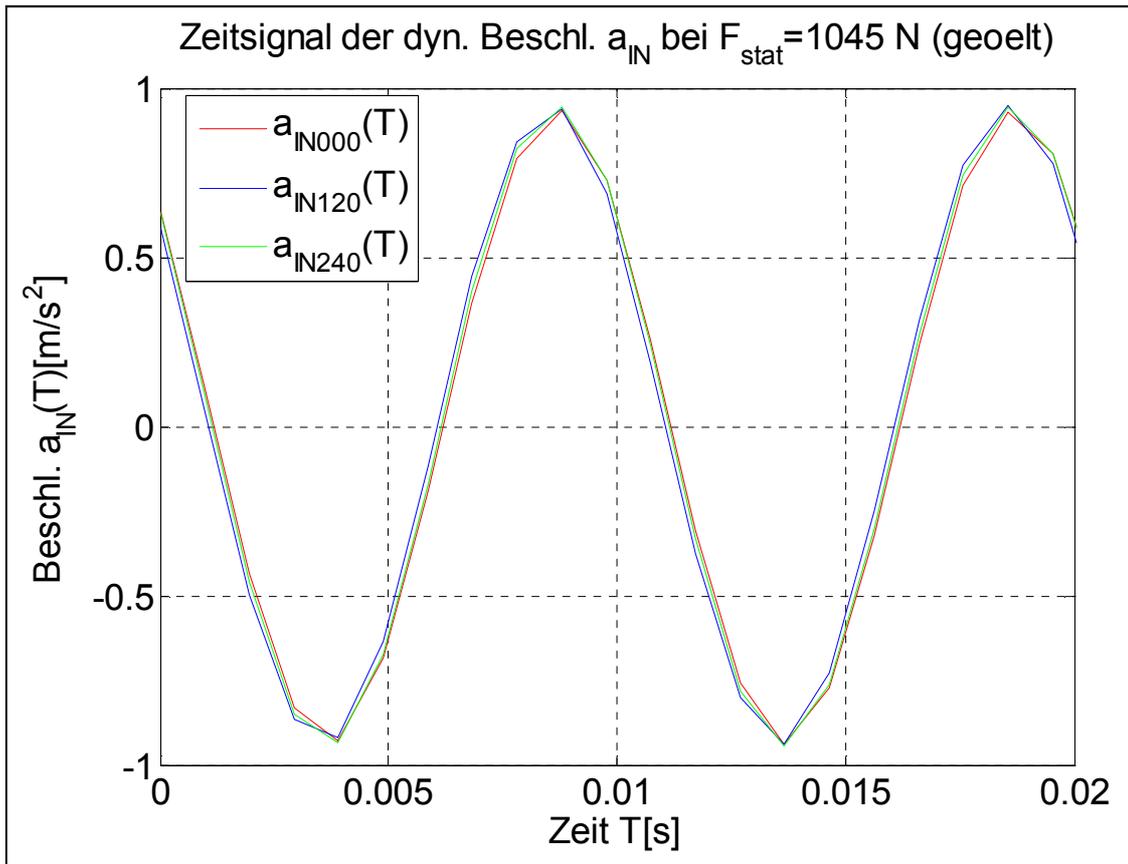


Abbildung 7.11: Beschleunigungssignale der unteren Kreisscheibe

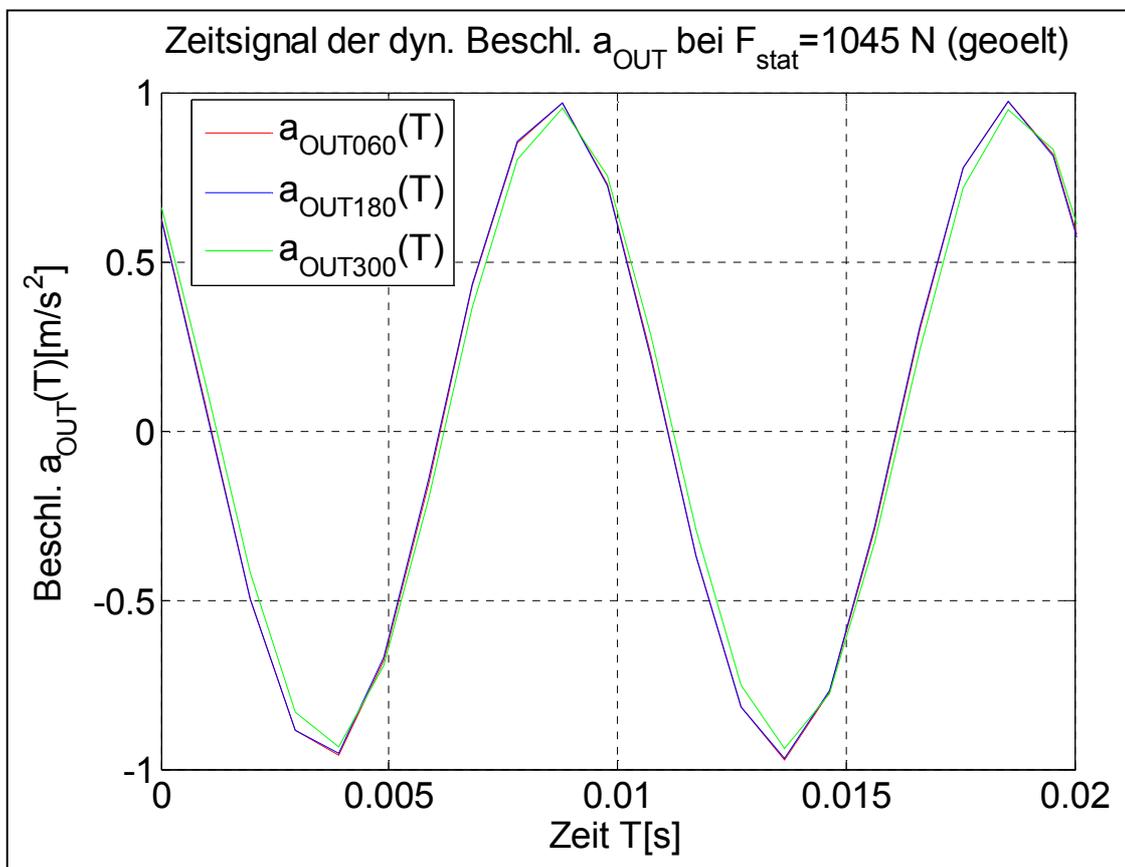


Abbildung 7.12: Beschleunigungssignale der oberen Kreisscheibe

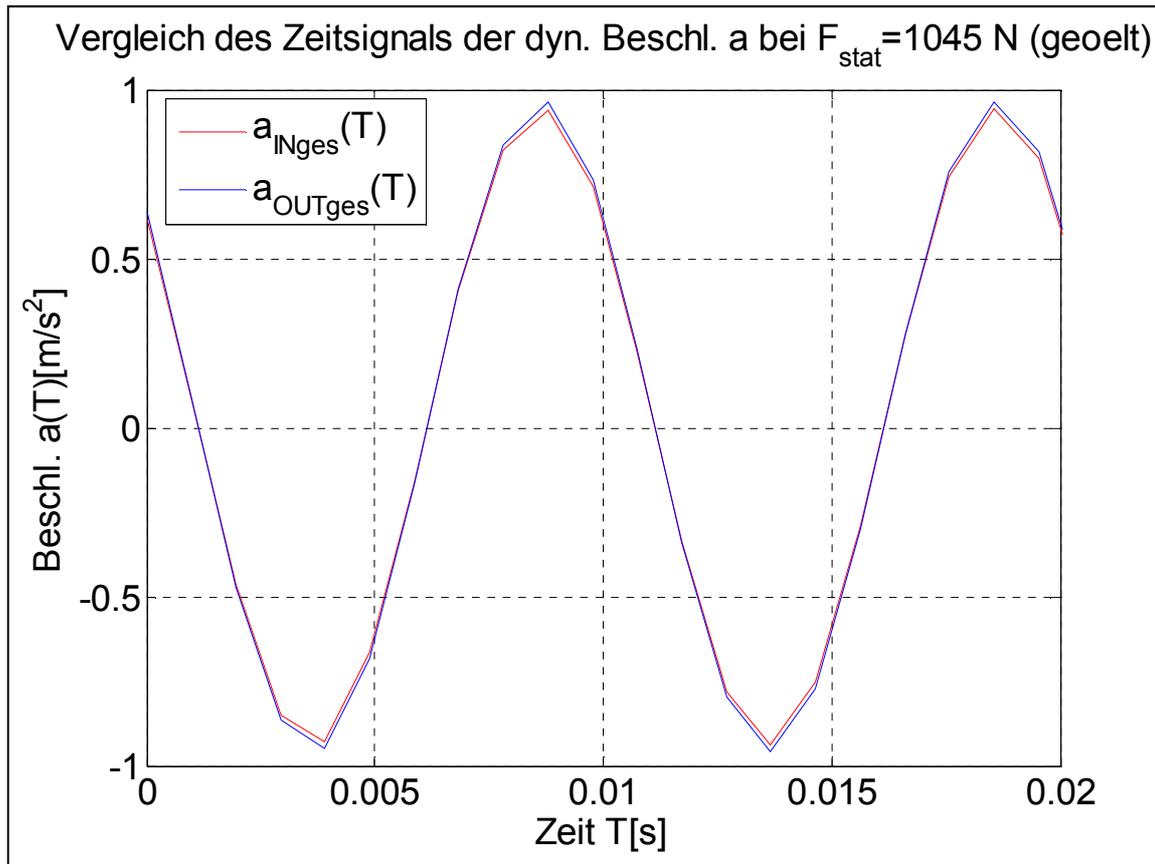


Abbildung 7.13: Vergleich der gemittelten Beschleunigungssignale der Kreisscheiben

Die obigen drei Abbildungen bekräftigen, dass die Tellerfeder die Schwingungen direkt und ohne Transmissionsverlust überträgt. In Abbildung 7.13 sieht man sehr deutlich, dass sich die Amplitude auf der Ausgangsseite nicht verringert. Das ändert sich auch nicht, wenn die Tellerfeder geölt wird oder Klebestreifen verwendet werden, um eine schwimmende Lagerung zu ermöglichen.

Zur Überprüfung, dass die Kreisscheiben sich nicht gegeneinander verschieben oder verkippen, sollte das Beschleunigungssignal zweifach integriert werden, um die Verschiebung der Beschleunigungssensoren zu ermitteln. Aufgrund der fehlenden Anfangsbedingungen für Geschwindigkeit und Weg, mit denen die Integrationskonstanten bestimmt werden könnten, lässt sich eine numerische Integration, wie z. B. die Sehnentrapezregel, jedoch nicht durchführen. Die dynamischen Messungen werden gestartet, während sich der Versuchsaufbau in Schwingung befindet. Die Anfangsgeschwindigkeit bei einer solchen Messung ist nicht bekannt.

Um dennoch herausfinden zu können, ob die Kreisscheiben sich gegeneinander verschieben, ist die Erzeugung einer den Beschleunigungswerten angepassten Funktion notwendig. Die dynamischen Messungen sind mit einer sinusförmigen Anregung bei $f = 100 \text{ Hz}$ durchgeführt worden. Deshalb ist es sinnvoll, die Anpassung der Funktion an die Messwerte mit einer allgemeinen Sinusfunktion in der folgenden Form durchzuführen:

$$a(T) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot T + \varphi) \quad (7.1)$$

Bei einer solchen Anpassung, wie in Gleichung 7.1, wird das Signalrauschen vernachlässigt. Das in Abbildung 7.14 beispielhaft für die dynamische Messung der

geölten Tellerfeder dargestellte Frequenzspektrum für die drei Beschleunigungen $a_{IN_{000}}(f)$, $a_{IN_{120}}(f)$ und $a_{IN_{240}}(f)$ zeigt jedoch, dass eine solche Vernachlässigung plausibel ist, weil das Signal-Rausch-Verhältnis, kurz SNR (signal to noise ratio), welches ein Maß für die technische Qualität eines Nutzsignals ist, mit $SNR = 51,25$ dB ausgesprochen gut ist ([Werner2006] Kap. 3.12.1).

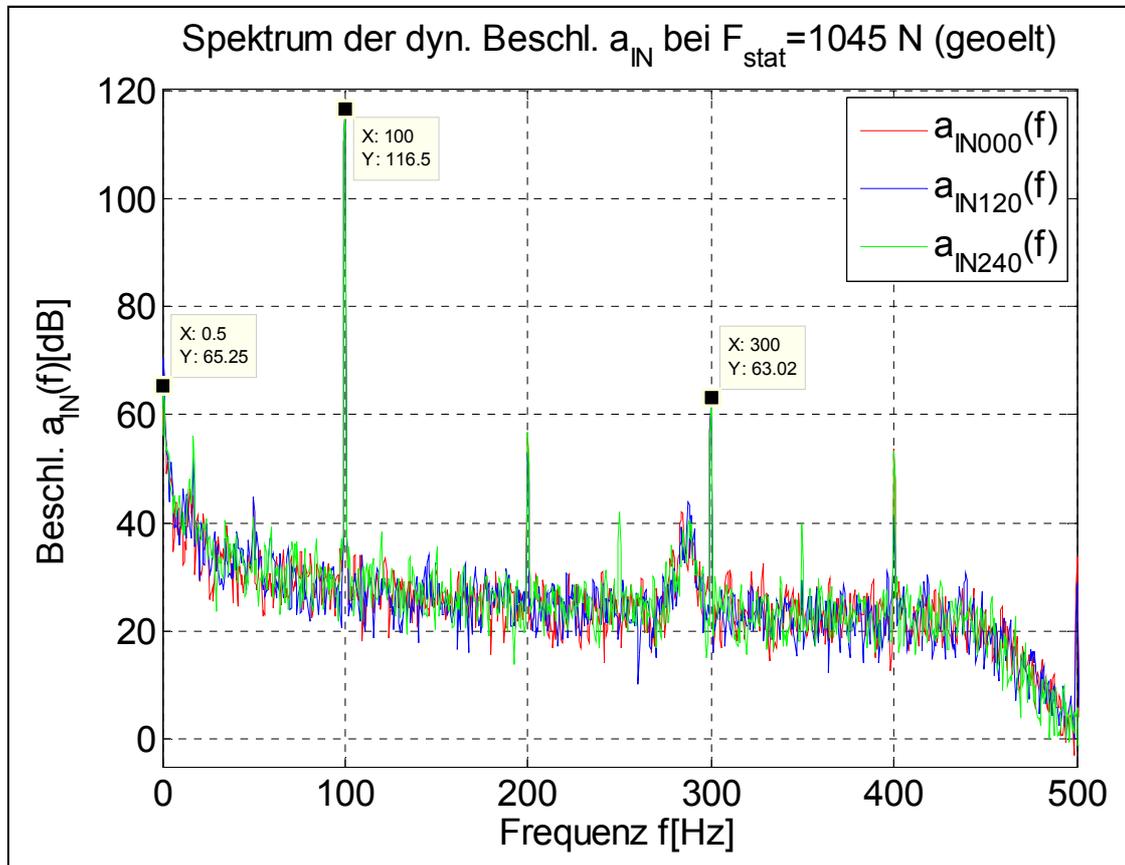


Abbildung 7.14: Frequenzspektrum der eingangsseitigen Beschleunigungen

Abbildung 7.14 zeigt, dass das Rauschen vernachlässigt werden kann. Die Wahl einer allgemeinen Sinusfunktion zur Anpassung birgt den Vorteil, dass eine solche Funktion unabhängig von den Anfangsbedingungen integriert werden kann und sich problemlos analytisch integrieren lässt. In Abbildung 7.15 ist beispielhaft die angepasste Funktion über den Beschleunigungsmesswerten $a_{IN_{ges}}$ für die dynamische Messung der geölten Tellerfeder am Messpunkt TF_{1045N} abgebildet.

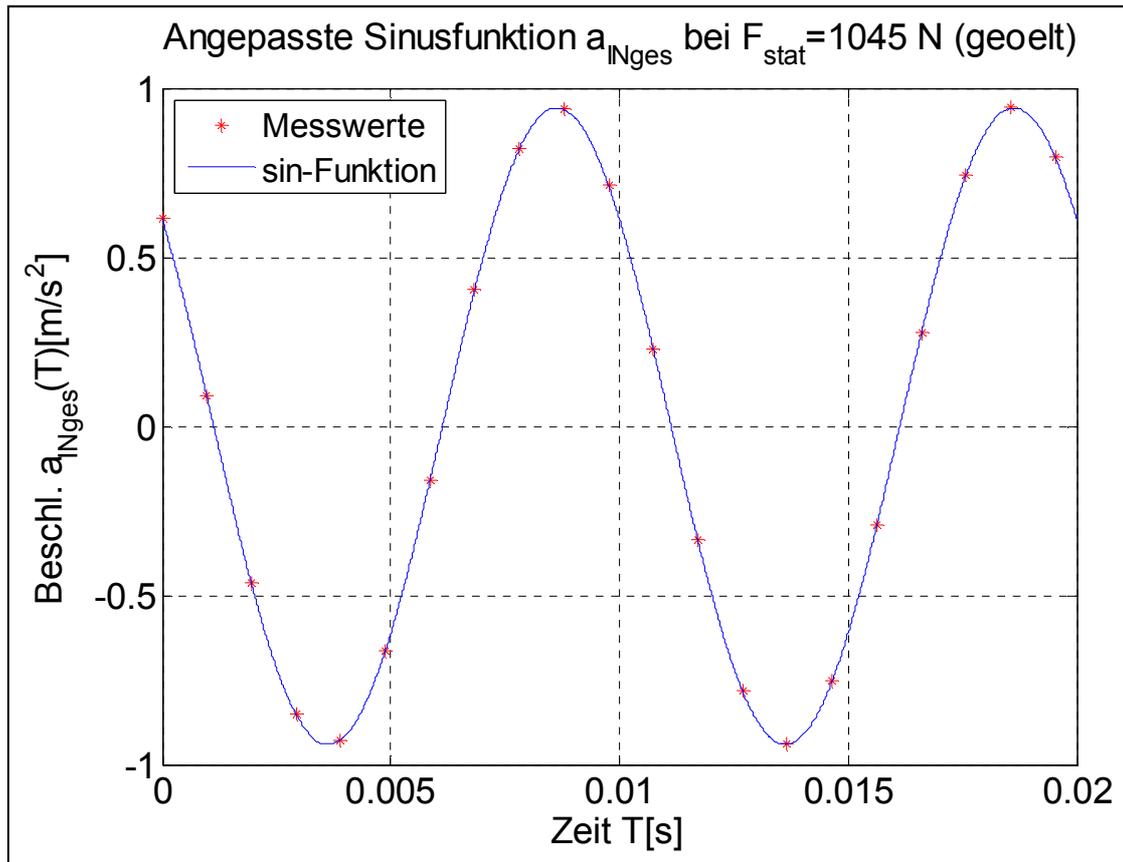


Abbildung 7.15: Messwerte mit angepasster Sinusfunktion für die gemittelte Beschleunigung a_{1Nges}

In Tabelle 7.2 auf der folgenden Seite sind nochmals die Abweichungen der Beschleunigungssignale abgebildet. Diesmal handelt es sich jedoch um die Abweichungen der angepassten Beschleunigungsfunktionen $a(T)$. Aufgrund ihrer analytischen Gestalt können die Amplitudenkoeffizienten jetzt direkt miteinander verglichen werden.

Messpunkt	Maximale Abweichung zwischen den Koeffizienten der $a_{IN_i}(T)$ und $a_{IN_{ges}}(T)$		Maximale Abweichung zwischen den Koeffizienten der $a_{OUT_i}(T)$ und $a_{OUT_{ges}}(T)$		Abweichung zwischen den Koeffizienten von $a_{IN_{ges}}(T)$ und $a_{OUT_{ges}}(T)$	
	der Amplitude in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{IN_{ges}}(T)$ in [%]	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{OUT_{ges}}(T)$ in [%]	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{IN_{ges}}(T)$ in [%]
$TF1_{200N}$ ohne Öl	0,0126	1,60	0,0306	3,74	0,0288	3,64
$TF1_{400N}$ ohne Öl	0,0214	2,73	0,0178	2,23	0,0158	2,02
$TF1_{600N}$ ohne Öl	0,0174	2,16	0,0189	2,31	0,0150	1,87
$TF1_{800N}$ ohne Öl	0,0135	1,59	0,0162	1,88	0,0158	1,86
$TF1_{1045N}$ ohne Öl	0,00564	0,63	0,0160	1,75	0,0191	2,14
$TF1_{1045N}$ mit Öl	0,00195	0,21	0,0174	1,81	0,0219	2,32
$TF1_{1117N}$ mit Kl.-Str.	0,0151	1,60	0,0299	3,05	0,0365	3,86
$TF2_{1020N}$ ohne Öl	0,0155	1,70	0,0258	2,77	0,0217	2,39

Tabelle 7.2: Beschleunigungsabweichungen zwischen den Amplitudenkoeffizienten der angepassten Funktionskurven

Die zweifache Integration aller Beschleunigungsfunktionen $a(T)$ führt zu den Verschiebungsfunktionen $u(T)$. Sollten sich die Verschiebungsfunktionen $u(T)$ der Beschleunigungssensoren auf einer Kreisscheibe unterscheiden, weist dies auf eine Verkipfung hin. Unterscheiden sich die gemittelten Verschiebungsfunktionen $u_{IN_{ges}}(T)$ und $u_{OUT_{ges}}(T)$ der beiden Kreisscheiben voneinander, kann man auf eine Verschiebung der Kreisscheiben gegeneinander schließen. Jedoch sind die relativen Amplitudenabweichungen und auch die Phasen von Beschleunigungen und Verschiebungen identisch. Man betrachte hierzu die Funktion $u(T)$:

$$u(T) = -\frac{A}{(2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz})^2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot T + \varphi) \quad (7.2)$$

Durch die zweifache Integration unterscheiden sich die Funktionen $a(T)$ und $u(T)$ lediglich durch einen Vorfaktor von $-\frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz})^2}$. Bei der angepassten Funktion handelt es sich schließlich um eine Sinusfunktion, deren zweifache Integration wiederum eine Sinusfunktion ergibt. Über die Verschiebungen der Kreisscheiben können nun folgende Aussagen getroffen werden. Es findet weder ein Verkippen der einzelnen Kreisscheiben noch eine Verschiebung der Kreisscheiben gegeneinander statt. Der gesamte Aufbau zwischen den Butylschläuchen schwingt gleichförmig und in Phase miteinander. D. h. die Tellerfeder wird nicht dynamisch verformt und überträgt die Schwingungen von der unteren zur oberen Kreisscheibe ohne Transmissionsverlust.

In Abbildung 7.16 sind die angepassten und zweifach integrierten Funktionskurven der gemittelten Verschiebungen von unterer und oberer Kreisscheibe zusammen in einem Diagramm beispielhaft für den Messpunkt TF_{1045N} mit Öl aufgetragen. Die Darstellung ist repräsentativ für alle Messpunkte. In ihr wird die Schlussfolgerung aus Tabelle 7.2 bekräftigt, dass der gesamte Aufbau zwischen den Butylschläuchen gleichförmig und in Phase schwingt. Die Messgenauigkeit der Beschleunigungssensoren beträgt für die Amplitude $\pm 10\%$ und für die Phase $\pm 5^\circ$. Die Abweichungen in Tabelle 7.2 sind also innerhalb der Messtoleranzen.

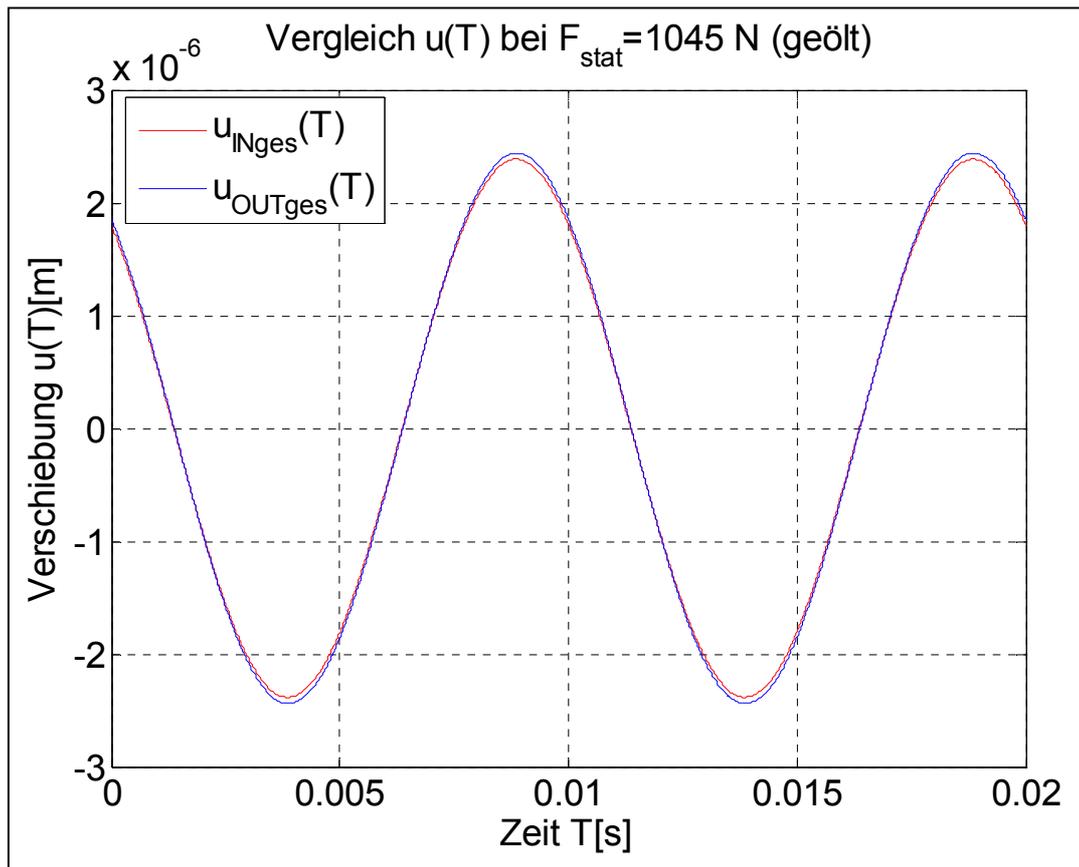


Abbildung 7.16: Vergleich der gemittelten Verschiebungsfunktionen der Kreisscheiben

Dass keine nennenswerte Verschiebungsdifferenz zwischen den beiden Kreisscheiben stattgefunden hat, kann daran liegen, dass die Federsteifigkeit der Butylschläuche bei den Messungen geringer war, als die Federsteifigkeit der Tellerfeder. Es sei hier zur Erinnerung nochmals der Sinn des Versuchsaufbaus dargelegt: Es soll die dynamische Federsteifigkeit der Tellerfeder in Abhängigkeit der Messpunkte auf der statischen Federkennlinie betrachtet werden. Wenn man die Hysterese der Tellerfeder unberücksichtigt lässt, ergibt sich theoretisch mit zunehmender Annäherung an das statische Federkraftmaximum eine sinkende Federrate bis hin zu $D \approx 0$. Die Federsteifigkeit der Tellerfeder sollte also kleiner als die Federsteifigkeit der Butylschläuche werden, so dass sich Verschiebungen zwischen den Kreisscheiben ergeben. Wenn die Hysterese diesen Effekt verhindert und die Butylschlauchfedersteifigkeit dadurch geringer ausfällt, als die Tellerfedersteifigkeit, dann würde die Tellerfeder wie ein Starrkörper wirken und der gesamte Aufbau müsste gleichförmig zwischen den beiden Butylschläuchen schwingen. Zur Versinnbildlichung betrachte man hierzu Abbildung 7.1 unter der Voraussetzung $k_{TF} \gg k_{iso}$.

Um Fragen und Zweifel darüber zu klären, wie sich die Federsteifigkeit der Tellerfeder unter dynamischer Beanspruchung verhält, wird eine weitere Messreihe gestartet, mit deren Ausgang sich Kap. 7.5 befasst.

7.5 Modifizierter Messaufbau

In diesem Kapitel wird der von Abbildung 7.2 bekannte mechanische Aufbau so verändert, dass sich die obere Kreisscheibe nicht mehr verschieben kann. Dazu wird der obere Butylschlauch entfernt und die obere Kreisscheibe wird direkt durch den Stempel der Zug/Druck-Prüfmaschine mit der Vorlast F_{Vorlast} belastet (siehe Abb. 7.17).

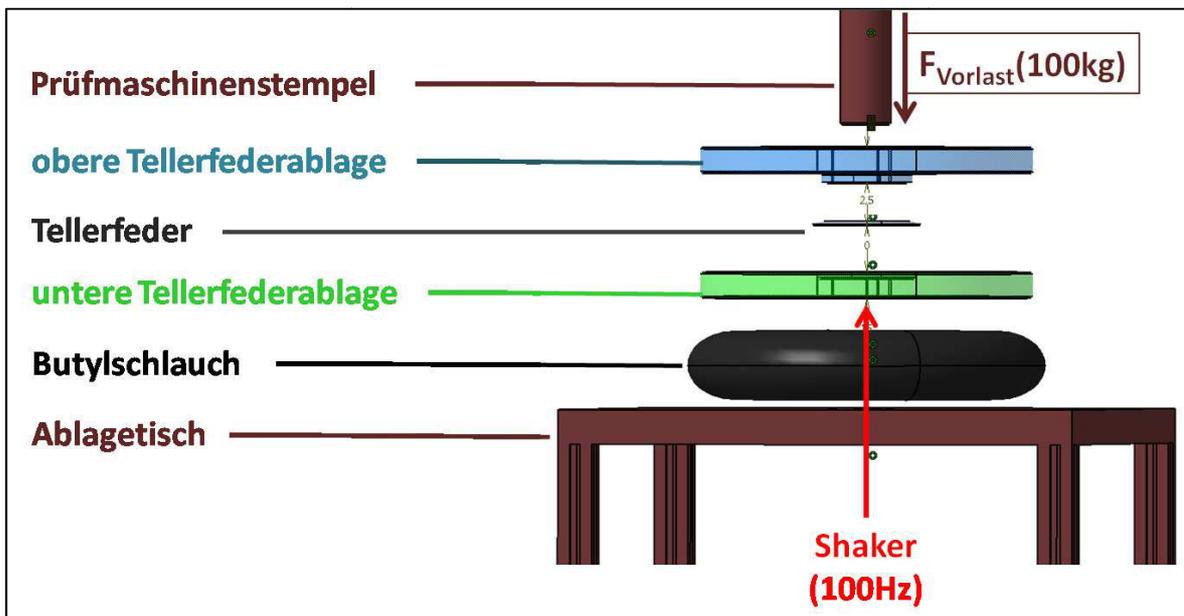


Abbildung 7.17: Modifizierter mechanischer Versuchsaufbau ohne obere Schallpfadisolierung

Bei einem derart modifizierten Aufbau kann sich die Tellerfeder nicht mehr wie ein Starrkörper verhalten, es sei denn die Federsteifigkeit des Kraftaufnehmers der Zug/Druck-Prüfmaschine ist geringer als die Federsteifigkeit der Tellerfeder. In diesem Fall wäre die Federrate der Tellerfeder jedoch deutlich größer null und die Tellerfeder könnte die beiden Kreisscheiben nicht dynamisch entkoppeln.

In Tabelle 7.3 sind die Abweichungen der Beschleunigungssignale der angepassten Beschleunigungsfunktionen $a(T)$ abgebildet. Diesmal wurden mehr Messpunkte entlang der statischen Kennlinie gewählt.

Messpunkt	Maximale Abweichung zwischen den Koeffizienten der $a_{IN_i}(T)$ und $a_{IN_{ges}}(T)$		Maximale Abweichung zwischen den Koeffizienten der $a_{OUT_i}(T)$ und $a_{OUT_{ges}}(T)$		Abweichung zwischen den Koeffizienten von $a_{IN_{ges}}(T)$ und $a_{OUT_{ges}}(T)$	
	der Amplitude in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{IN_{ges}}(T)$ in [%]	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{OUT_{ges}}(T)$ in [%]	in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	bzgl. der Amplitude von $a_{IN_{ges}}(T)$ in [%]
$TF1_{415N}$ ohne Öl	0,0247	14,15	0,0167	9,52	0,000951	0,54
$TF1_{510N}$ ohne Öl	0,0169	10,72	0,0199	11,75	0,0124	7,88
$TF1_{620N}$ ohne Öl	0,0171	11,12	0,0171	10,19	0,0142	9,24
$TF1_{720N}$ ohne Öl	0,0159	10,40	0,0168	10,05	0,0144	9,43
$TF1_{820N}$ ohne Öl	0,0154	10,35	0,0158	9,59	0,0150	10,05
$TF1_{915N}$ ohne Öl	0,0112	7,53	0,0165	9,95	0,0174	11,74
$TF1_{1000N}$ ohne Öl	0,00681	4,84	0,0146	8,95	0,0223	15,85
$TF1_{1010N}$ ohne Öl	0,00447	3,40	0,0144	9,43	0,0215	16,32
$TF1_{1020N}$ ohne Öl	0,00457	3,47	0,0140	9,15	0,0217	16,49
$TF1_{1030N}$ ohne Öl	0,00428	3,09	0,0143	8,85	0,0224	16,18
$TF1_{1035N}$ ohne Öl	0,00144	1,05	0,0141	8,77	0,0239	17,49
$TF1_{1040N}$ ohne Öl	0,000499	0,39	0,0116	7,61	0,0256	20,23
$TF1_{1045N}$ ohne Öl	0,00115	0,87	0,0123	7,61	0,0304	23,08

Tabelle 7.3: Beschleunigungsabweichungen zwischen den Amplitudenkoeffizienten der angepassten Funktionskurven (2. Messreihe)

Die Berechnung der Werte aus Tabelle 7.3 unterscheidet sich nicht von der Berechnung der Werte aus Tabelle 7.2 mit der Ausnahme, dass die Beschleunigungswerte $a_{IN_{000}}$ nicht berücksichtigt wurden, weil der entsprechende Beschleunigungssensor bei allen Messungen dreimal so hohe Beschleunigungen verzeichnet hat, wie die anderen beiden Sensoren auf der unteren Kreisscheibe. Die Ursache für diesen Messfehler war nicht ersichtlich.

Bei der Betrachtung der Ergebnisse aus Tabelle 7.3 lässt sich erkennen, dass die Abweichungen der Beschleunigungsamplituden der Sensoren bezüglich einer Kreisscheibe mit zunehmender Vorlast leicht abnehmen. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass die leicht ungleichmäßige Form des Butylschlauches mit zunehmender Vorlast weniger ins Gewicht fällt. Im Gegensatz dazu steigen die Amplitudenabweichungen zwischen oberer und unterer Kreisscheibe mit zunehmender Vorlast an. Jedoch sind bei

allen Messpunkten die Amplitudenkoeffizienten von $a_{OUT_{ges}}(T)$ größer als die Amplitudenkoeffizienten von $a_{IN_{ges}}(T)$. Dies ist unerwartet und deutet darauf hin, dass die Tellerfeder statt zu entkoppeln sogar das Signal verstärkt hat. Natürlich ist dies möglich, wenn die Erregerfrequenz von $f = 100 \text{ Hz}$ in der Nähe der Resonanzfrequenz des Systems, welches letztlich ein Zweimassenschwinger ist, befindet. Mit zunehmender Vorlast steigt auch die Federsteifigkeit des Butylschlauches. Damit verändert man das ganze System, sodass sich auch die Resonanzfrequenz verschiebt. In diesem Fall verschiebt sich die Resonanzfrequenz so, dass der Verstärkungsfaktor mit zunehmender Vorlast steigt. Die Verstärkung der Amplituden bedeutet jedoch auch, dass die Tellerfeder eine höhere Steifigkeit haben muss als der Kraftaufnehmer. Wäre es nicht so, würde sich der Kraftaufnehmer nicht verformen und sich stattdessen wie ein Starrkörper verhalten.

Andererseits ist es äußerst unwahrscheinlich, dass die Tellerfeder nur aufgrund der Hysterese eine derartig hohe dynamische Federsteifigkeit entwickelt. Eine andere Ursache hierfür findet sich in Abbildung 7.18.

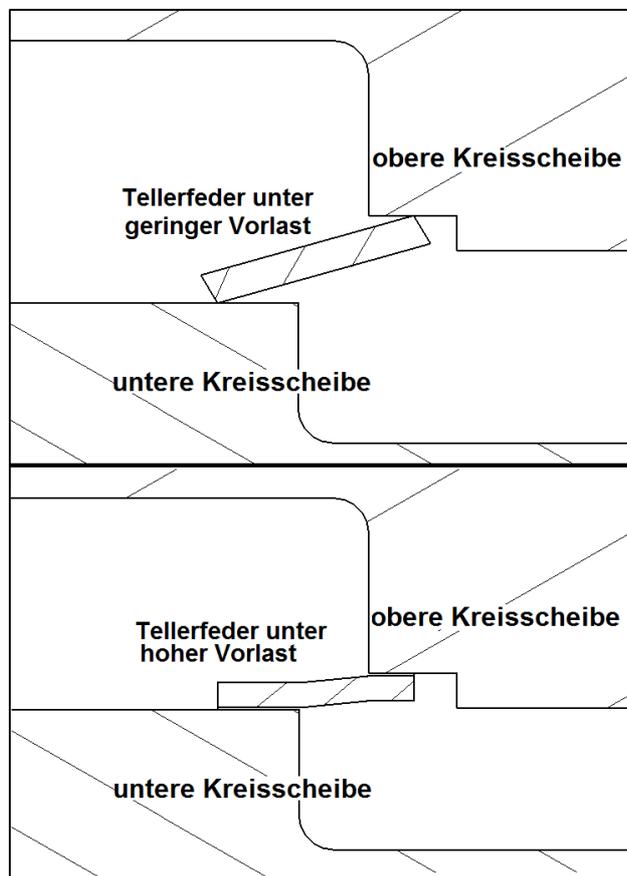


Abbildung 7.18: Detailansicht des Tellerfederquerschnitts zwischen den Kreisscheiben bei unterschiedlicher Vorlast

In Abbildung 7.18 ist ein Detailbild des Tellerfederquerschnitts im Versuchsaufbau zwischen der unteren und oberen Kreisscheibe abgebildet. Im oberen Teil ist die Tellerfeder unter geringer Vorlast dargestellt; der untere Teil zeigt die Tellerfeder unter einer Vorlast die nahe des Federkraftmaximums der Federkennlinie liegt. Bei geringer Vorlast sind die Übertragungspunkte zwischen oberer und unterer Kreisscheibe noch linienförmig und der Hebelarm ist sehr groß. Je weiter sich die Tellerfeder jedoch ihrem Federkraftmaximum nähert, desto mehr rollen sich die Flanken der Tellerfeder auf den Kreisscheiben ab, so dass eine größer werdende flächige Verbindung entsteht und der

Hebelarm immer kürzer wird. Letztlich bleibt nur noch ein kleines Stück Tellerfeder übrig, das die Schwingungen starr wie ein eingespannter Biegebalken überträgt. Diese Verbindung ist augenscheinlich sogar steifer als der Kraftaufnehmer, weshalb die obere Kreisscheibe schwingfähig ist.

Es kann nun folgender Schluss aus der zweiten Messreihe gezogen werden: Um eine einwandfreie Messung des dynamischen Übertragungsverhaltens der Tellerfeder zu gewährleisten, hätte noch mehr konstruktiver Aufwand betrieben werden müssen, um so das Abrollen der Tellerfeder auf ihren Auflageflächen zu verhindern. Ob sich dann bessere Ergebnisse bezüglich des dynamischen Übertragungsverhaltens erzielen ließen, ist fragwürdig, aber nicht auszuschließen. Sicher ist jedoch, dass bereits jetzt ein erheblicher Aufwand getrieben worden ist, um den dynamischen Eigenschaften der Tellerfeder auf den Grund zu gehen und dass ein erheblicher konstruktiver Aufwand notwendig wäre, um die gewünschten dynamischen Eigenschaften, wenn sie denn vorhanden sein sollten, an einem Vakuumlärmschutzschild umzusetzen.

8 Zusammenfassung der Erkenntnisse

In diesem letzten Abschnitt erfolgt ein kurzes Resümee für die gesammelten Erkenntnisse aus dieser Arbeit:

1. **Streuung der Federkraft:** Die Ergebnisse aus Kapitel 5.3.1 zeigen, dass die Tellerfedern eine geringe Streuung bezüglich der Federkraft bei 75 %iger Einfederung aufweisen. Jedoch ist selbst eine geringe Streuung zu groß, wenn alle in einem Vakuumlärmschutzschild verbauten Tellerfedern gleichzeitig und exakt in ihrem Arbeitspunkt belastet werden sollen, sobald das Lärmschutzschild vakuumisiert wird. Entkoppeln nur einige Federn, während die anderen weiter übertragen, gäbe es keine nennenswerte Lärminderung.
2. **Mögliche Fehlerursachen bei der Transmissionsmessung am Vakuumpanel:** Es war im Verlaufe dieser Arbeit nicht möglich, die vielen möglichen Fehlerursachen, die in Kapitel 6.4 beschrieben worden sind, zu entkräften. Jede einzelne dieser Fehlerursachen könnte ein Versagen des Gesamtkonzeptes verschulden. So wäre es zum Beispiel nicht möglich, unabhängig davon wie präzise die Federn gefertigt würden, alle 100 verbauten Tellerfedern gleichzeitig im Arbeitspunkt zu beanspruchen, wenn die Deckplatten des Lärmschutzschildes nicht absolut eben sind.
3. **Die Hysterese der Tellerfeder:** Die Hysterese, die bei der statischen Bestimmung der Tellerfederkennlinien aufgezeichnet worden ist, bleibt weiterhin ein unbekannter Einflussfaktor bei der Ergründung der dynamischen Entkopplungseigenschaften der Tellerfeder. Es kann aufgrund der konstruktiven Schwierigkeiten bei der Transmissionsmessung der Einzeltellerfeder aus Kapitel 7.5 nicht ausgeschlossen werden, dass man die Hysterese so beeinflussen kann, dass eine dynamische Entkopplung möglich ist. Es ist jedoch zu bedenken, dass die Hysterese durch verschiedene Reibungsmechanismen (siehe Kap. 3.4.8), wie z. B. innerer Reibung, zustande kommt und dadurch eine Reduzierung der Hysterese ihre Grenzen hat.
4. **Grenzen der Berechnungsverfahren nach DIN 2092:** Die Berechnungsverfahren nach DIN 2092 sind für eine grobe Einschätzung und Vordimensionierung von Tellerfedern geeignet, stoßen jedoch auf ihre Grenzen, wenn es darum geht, Tellerfedern geometrisch sehr weich zu gestalten. Insbesondere für eine Anwendung der Tellerfeder als Stützelement für ein Vakuumlärmschutzschild ist es aber notwendig eine Tellerfeder geometrisch weich zu gestalten. Es wäre zu prüfen, ob mit Hilfe der Finite Elemente Methode die statischen Kennlinien der Tellerfedern auch für geometrisch weiche Federn simuliert werden können. Mit den aus Kapitel 7.5 gewonnenen Erkenntnissen bezüglich der Hebelarmverkürzung von Tellerfedern bei Belastungen nahe der Planlage, ließe sich vielleicht sogar das dynamische Verhalten der Tellerfedern simulieren.
5. **Misserfolg der Transmissionsmessung am Vakuumpanel:** Berücksichtigt man die konstruktiven Schwierigkeiten, die sich für die Analyse der dynamischen Eigenschaften einer einzelnen Tellerfeder in Kapitel 7 ergeben haben, ist es

wenig verwunderlich, dass bei der Transmissionsmessung an einem Vakuumpanel mit 100 Tellerfedern keine Entkopplung festgestellt werden konnte. Selbst wenn man voraussetzt, dass die Tellerfeder positive Eigenschaften für die dynamische Entkopplung aufweist, so sind diese Eigenschaften bestenfalls nur mit erheblichem, konstruktiven Aufwand umzusetzen. Schlimmstenfalls besitzt die Tellerfeder keine positiven Eigenschaften bezüglich einer dynamischen Entkopplung. Festzuhalten ist, dass die Suche nach einer alternativen Lösung zur Tellerfeder aufgrund des konstruktiven Aufwands, den eine Tellerfeder benötigte, vielleicht der einfachere Weg ist.

Eine endgültige Aussage über das Potenzial einer Tellerfeder kann an dieser Stelle nicht gemacht werden. Sicherlich lohnt es sich die Eigenschaften der Tellerfeder weiter zu untersuchen. Dazu müsste jedoch ein sehr hoher Aufwand getrieben werden. Eine Möglichkeit, wenn auch wahrscheinlich eine nicht wenig kostenintensive, wäre es, sich direkt von einem Tellerfederhersteller eine Tellerfeder maßschneidern zu lassen, die die Eigenschaften aufweist, die für die Anwendung als Stützelement eines Vakuumlärmschutzschildes benötigt würden. In diesen Firmen steckt sehr viel Wissen und Erfahrung, die an dieser Stelle hilfreich wären.

9 Quellenverzeichnis

- J. O. Almen, A.Laszlo* [**Almen1936**]: The Uniform-Section Disk Spring
Trans. ASME 58 (1936), S.305-314; erschienen 1936
- Christian Bauer GmbH + Co. KG* [**Bauer2006-1**]: Theorie und Praxis
für CB-Tellerfedern; herausgegeben im Jan. 2006
von der Christian Bauer GmbH + Co. KG
- Christian Bauer GmbH + Co. KG* [**Bauer2006-2**]: Kennlinien und Kennwerte
für CB-Tellerfedern; herausgegeben im Jan. 2006
von der Christian Bauer GmbH + Co. KG
- Christian Bauer GmbH + Co. KG* [**Bauer2006-3**]: Technische Daten
für CB-Tellerfedern; herausgegeben im Jan. 2006
von der Christian Bauer GmbH + Co. KG
- P. Bühl* [**Bühl1971**]: Zur Spannungsberechnung von Tellerfedern
DRAHT 22 (1971) 11, S. 760–763; erschienen 1971
- P. Bühl* [**Bühl1974**]: Maximale Höhen bei Tellerfedern aus Sonderwerkstoffen
DRAHT 25 (1974) 2, S. 63-65; erschienen 1974
- P. Bühl* [**Bühl1977**]: Mechanische Schwingungen bei Tellerfedersäulen
DRAHT 28 (1977) 2, S. 48-53; erschienen 1977
- P. Bühl* [**Bühl1980**]: Tellerfedern– gedreht oder feingeschnitten
DRAHT 31 (1980) 5, S. 295–299; erschienen 1980
- G. Curti, M. Orlando* [**Curti1979**]: Ein neues Berechnungsverfahren für Tellerfedern
DRAHT 30 (1979) 1, S. 17–22; erschienen 1979
- G. Curti, M. Orlando, G. Podda* [**Curti1980**]: Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung von
Tellerfedern; DRAHT 31 (1980) 11, S. 789–792; erschienen 1980
- W. Gleine* [**Gleine2011**]: Einführung in die Akustik (Grundlagen)
Vorlesungsskript; Stand 2011
- Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstern* [**Haberhauer2007**]: Maschinenelemente
Gestaltung, Berechnung, Anwendung
14., bearbeitete Auflage; erschienen 2007 im Springer Verlag
- K. H. Hertzner* [**Hertzner1959**]: Über die Dauerfestigkeit und das Setzen von Tellerfedern,
Dissertation TH Braunschweig; erschienen 1959

- Bernd Künne* [**Künne2007**]: Köhler/RögnitzMaschinenteile 1
10., überarbeitete und aktualisierte Auflage; erschienen Apr 2007 im Teubner Verlag[Werner2006]
- R. Lerch, G. M. Sessler, D. Wolf*, [**Lerch2009**]: Technische Akustik
Grundlagen und Anwendungen; erschienen 2009 im Springer Verlag
- O. Lutz* [**Lutz1960**]: Zur Berechnung der Tellerfeder
Konstruktion 12 (1960) 2, S. 57-59
- O. Lutz, W. Wernitz* [**Lutz1967**]: Stülpen einer konischen Ringscheibe (Tellerfeder) unter Berücksichtigung der Mantellinienkrümmung
Forschung im Ingenieurwesen A, Vol.33, Ausgabe 3, S. 77-84; erschienen 1967
- Manfred Meissner, Hans-Jürgen Schorcht* [**Meissner2008**]: Metallfedern
Grundlagen, Werkstoffe, Berechnung, Gestaltung und Rechnereinsatz;
2., ergänzte Auflage; erschienen 2007 im Springer Verlag
- Fachverlag-Moeller* [**Moeller2009**]: Der Stahlformenbauer 2/2009 S. 94-95
Spezialteil der Fachzeitschrift; erschienen 2009 im *Fachverlag-Moeller*
- M. Möser* [**Möser2009**]: Technische Akustik
8., aktualisierte Auflage; erschienen 2009 im Springer Verlag
- G.Niemann, H.Winter, B.-R.Hohn*[**Niemann2005**]: MaschinenelementeBand 1:
Konstruktion und Berechnungvon Verbindungen, Lagern, Wellen
4., bearbeitete Auflage; erschienen 2005 im Springer Verlag
- P. Niepage* [**Niepage1983**]: Vergleich verschiedener Verfahren zur Berechnung von Tellerfedern
DRAHT 34 (1983) 3, S. 105–108 und 5, S. 251–255; erschienen 1983
- L. Papula* [**Papula2009**]: Mathematische Formelsammlung
für Ingenieure und Naturwissenschaftler
10., überarbeitete und erweiterte Auflage; erschienen 2009 im Vieweg + Teubner Verlag
- L. Papula* [**Papula2011**]: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3
Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik,
Fehler- und Ausgleichsrechnung
6., überarbeitete und erweiterte Auflage; erschienen 2009 im Vieweg + Teubner Verlag
- D. Muhs, H. Wittel, D. Jannasch, J. Voßiek* [**Roloff2007**]:Roloff /Matek
Maschinenelemente – Normung, Berechnung, Gestaltung
18., vollständig überarbeitete Auflage; erschienen 2007 im Vieweg Verlag

- D. Muhs, H. Wittel, D. Jannasch, J. Voßiek* [**Roloff2007-T**]: Roloff /Matek
Maschinenelemente – Tabellen
18., vollständig überarbeitete Auflage; erschienen 2007 im Vieweg Verlag
- Waldemar Steinhilper, Bernd Sauer* [**Sauer2008**]: Konstruktionselemente
des Maschinenbaus 1 - Grundlagen der Berechnung und Gestaltung
von Maschinenelementen; 7. Auflage; erschienen 2008 im Springer Verlag
- W. Schirmer* [**Schirmer2006**]: Technischer Lärmschutz
Grundlagen und praktische Maßnahmen zum Schutz vor Lärm und Schwingungen
von Maschinen;
2., bearbeitete und erweiterte Auflage; erschienen 2006 im Springer Verlag
- Adolf Schnorr GmbH + Co. KG* [**Schnorr2004**]: Die Tellerfeder im Griff
herausgegeben im Sep. 2004 von der Hela Werbung GmbH, Heilbronn
- G. Schremmer* [**Schremmer1965**]: Über die dynamische Festigkeit von Tellerfedern
Dissertation TH Braunschweig; erschienen 1965
- G. Schremmer* [**Schremmer1972**]: Die geschlitzte Tellerfeder
Konstruktion 24 (1972) 6, S. 226–229; erschienen 1972
- Martin Werner* [**Werner2006**]: Nachrichten-Übertragungstechnik
Analoge und digitale Verfahren mit modernen Anwendungen
1. Auflage; erschienen 2006 im Vieweg Verlag