



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelorthesis

Michael Bergmann

**Berücksichtigung von Reibung und Verschleiß bei
der FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen**

*Fakultät Technik und Informatik
Studiendepartment Maschinenbau und Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Engineering and Manufacture*

Michael Bergmann
Matrikelnummer: 1984599

Berücksichtigung von Reibung und Verschleiß bei der FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen

Bachelorthesis eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Bachelor of Engineering - Maschinenbau
Entwicklung und Konstruktion
am Department Maschinenbau und Produktion
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit

Vibracoustic GmbH & Co. KG
TrelleborgVibracoustic
Hörstener Straße 45
21079 Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch
Zweitgutachter: Dr.-Ing. Michael Meß

Eingereicht am: 1. März 2013

Michael Bergmann, Matr.-Nr.: 1984599

Thema der Arbeit

Berücksichtigung von Reibung und Verschleiß bei der FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen

Stichworte

Reibung, Verschleiß, Elastomere, Gummi, Finite-Elemente-Methode

Kurzzusammenfassung

In dieser Bachelorthesis wird die Eignung der Reibungs- und Verschleißmodelle des FEM-Programms MSC.Marc/Mentat zur Simulation des Reibungs- und Verschleißverhaltens von Elastomerbauteilen im Kontakt mit Stahl überprüft. Für die praktische Untersuchung steht eine von der Vibracoustic GmbH & Co. KG entwickelte Prüfvorrichtung samt Probekörper zur Verfügung, an der die Reibungs- und Verschleißphänomene unter Variation bestimmter Parameter untersucht werden.

Title of the paper

Consideration of friction and wear at the FEM-calculation of rubber components

Keywords

friction, wear, rubber, finite-element-method

Abstract

In this bachelor thesis the suitability of the friction and wear models of the FEM-Software MSC.Marc/Mentat, which is used for the simulation of the friction and wear behaviour of elastomer components in contact with steel, is researched. A test device developed by the Vibracoustic GmbH & Co. KG is available for the practical examination. The friction and wear phenomena will be examined with this test device under variation of certain parameters.

Bachelorthesis

Prüfungsexemplar

Name:	Vorname:
Bergmann	Michael
Studiengang:	vorgelegt am:
Maschinenbau E&K	01.03.2013
Erstprüfer:	Zweitprüfer:
Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch	Dr.-Ing. Michael Meß
Thema: Berücksichtigung von Reibung und Verschleiß bei der FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen	



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

*Hamburg University of Applied Sciences
Department Maschinenbau und Produktion*

Aufgabenstellung

für die Bachelorthesis

von Herrn Michael Bergman

Matrikel-Nummer:1984599

Thema:

Berücksichtigung von Reibung und Verschleiß bei der FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen

Vorbemerkungen:

Der Einsatz der Finite-Elemente-Methode (FEM) zur Auslegung von Elastomerbauteilen ist Stand der Technik. Um den Aufwand der Prototypenfertigung und Erprobung gering zu halten, ist das Bestreben, möglichst viele Bauteileigenschaften durch die Berechnung vorhersagen zu können. Die FEM-Berechnung liefert in den meisten Fällen Kraft-Weg-Kennlinien des Bauteils, Beanspruchungszustände des Materials und die zu erwartende Verformung unter Maximallasten.

Bei Elastomerbauteilen kommt es durch die oft großen Deformationen zu Selbstkontakt oder zum Kontakt von Elastomeranschlügen zu metallischen Anbauteilen. Torsionale Beanspruchungen können zu einem Durchrutschen des Elastomeranschlages führen, welches die Bauteilkennlinien deutlich beeinflusst. Zur Bewertung der Bauteileigenschaften ist es darum notwendig, das Reibverhalten beschreiben zu können. Außerdem kann es beim dauerhaften Kontakt zu Verschleiß (Abrieb) der Elastomeranschlüge durch Gleitreibungsprozesse kommen. Unter Umständen führt dieser Materialverlust im Laufe der Lebensdauer zu einer Veränderung der Bauteileigenschaften bis hin zum Verlust bestimmter Bauteilfunktionen.

Es besteht deshalb die Notwendigkeit, Reibung und Verschleiß in der Berechnung abzubilden und so Vorhersagen über Reibungseinflüsse treffen zu können.

Aufgabenstellung:

Die Aufgabe innerhalb dieser Bachelorarbeit besteht in der Untersuchung der Reibungs- und Verschleißmodellierung von Elastomerbauteilen in der FEM Software MSC.Marc/Mentat. Für einen Abgleich steht ein spezieller Probekörper mit zugehöriger Prüfvorrichtung zur Verfügung, um die Effekte von Haft- und Gleitreibung gezielt zu untersuchen.

Die Bachelorarbeit gliedert sich in die folgenden Schritte:

1. Modellbildung des bestehenden Probekörpers im geometrisch nichtlinearen FEM-System MSC.Marc/Mentat. Hierbei wird ein für Elastomerbauteile spezielles Materialmodell verwendet. Durchführung von Voruntersuchungen der in der FEM Software verfügbaren Funktionen für Kontakt, Reibung und Verschleiß.
2. Definition geeigneter Parameter für die Durchführung von Versuchen mit dem bestehenden Probekörper. Rechnerische Vorhersage von Reib-/Rutschmomenten und Volumenänderung durch Verschleiß.
3. Begleitung der Versuche und Vergleich der Versuchsergebnisse mit den rechnerischen Vorhersagen.
4. Bewertung der Eignung von den in MSC.Marc/Mentat verfügbaren Reibungs- und Verschleißmodellen für Elastomerbauteile.

Die Aufgabe wird in Zusammenarbeit mit der Vibracoustic GmbH & Co. KG, Hamburg durchgeführt.

Vorwort

Die vorliegende Bachelorthesis entstand in enger Zusammenarbeit mit der Vibracoustic GmbH & Co. KG im Zeitraum vom Dezember 2012 bis zum Februar 2013.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch danke ich für die Betreuung dieser Arbeit und für das kritische, aber stets konstruktive Feedback. Weiterhin möchte ich mich an dieser Stelle besonders für die Vorlesung FEM und das Bachelorprojekt „Numerische Simulation“ von Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch bedanken, die mein Interesse für das Gebiet der Finiten-Elemente-Methode sowie für den Masterstudiengang Berechnung und Simulation an der HAW Hamburg geweckt haben.

Ich bedanke mich bei Herrn Dr.-Ing. Michael Meß, der die Arbeit betreute, mich stetig unterstützte und immer ein offenes Ohr für mich hatte.

Mein Dank gilt ebenso allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Berechnungs- und Konstruktionsabteilung der Vibracoustic GmbH & Co. KG. Insbesondere danke ich Herrn Ulrich Fuhrmanns, Herrn Christoph Herzke und Frau Simone Frost, die mich täglich bei der Arbeit mit dem Programm MSC.Marc/Mentat unterstützt und mir bei der Lösung offener Problemstellungen geholfen haben. Darüber hinaus bedanke ich mich bei den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Musterfertigung und des Prüfwesens, die durch das freundliche und kooperative Arbeitsklima zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit beigetragen haben.

Ich möchte ebenfalls meinem Bruder, Herrn Thomas Bergmann und meinem Vater, Herrn Frank Bergmann für die Unterstützung und die Motivation während dieser Bachelorthesis und des gesamten Studiums danken.

Ein besonderer Dank gilt meiner Freundin, Frau Sara Müller, die durch moralische Unterstützung, wertvolle Anregungen, ständige Motivation und unzählige Korrekturlesungen ihren Beitrag zu dieser Arbeit geleistet hat.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Hintergrund	2
1.2. Zielsetzung	3
1.3. Vorgehensweise	4
2. Grundlagen	5
2.1. Elastomere und die viskoelastischen Eigenschaften	5
2.1.1. Relaxation	6
2.1.2. Komplexer, frequenzabhängiger Schubmodul	7
2.1.3. Temperaturabhängigkeit	8
2.2. Reibung von Elastomeren	10
2.2.1. Haft- und Gleitreibung	10
2.2.2. Adhäsions- und Hystereseanteil	12
2.2.3. Berechnungsmodelle des Reibungskoeffizienten für Elastomere	14
2.2.4. Einflüsse der verschiedenen Parameter	15
2.3. Verschleiß von Elastomeren	20
2.3.1. Hauptverschleißmechanismen	20
2.3.2. Berechnungsmodelle	22
3. Finite-Elemente-Methode	26
3.1. Grundlagen der linearen Finiten-Elemente-Methode	26
3.1.1. Prinzip der virtuellen Verrückung	26
3.1.2. Finite-Elemente-Ansatz	27
3.2. Nichtlineare Finite-Elemente-Methode	30
3.2.1. Geometrische Nichtlinearitäten	30
3.2.2. Physikalische Nichtlinearitäten	34
3.2.3. Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	36
3.3. FEM-Software - MSC.Marc/Mentat	38
3.3.1. Verfügbare Reibungsmodelle	38
3.3.2. Verfügbare Verschleißmodelle	44
4. Experimentelle Untersuchungen	45
4.1. Ziel der Reibungs- und Verschleißuntersuchungen	45
4.2. Prüfaufbau	45

4.3. Durchführung	49
4.3.1. Reibung	49
4.3.2. Verschleiß	50
4.4. Auswertung	52
4.4.1. Reibung	52
4.4.2. Verschleiß	62
5. Berechnungen mit der FEM-Software MSC.Marc/Mentat	66
5.1. Aufbau des Modells	66
5.2. Voruntersuchungen	68
5.2.1. Konvergenz	68
5.2.2. Reibung	69
5.2.3. Verschleiß	72
6. Berechnungsergebnisse im Vergleich mit den Messwerten	76
6.1. Reibung	76
6.1.1. Reibungsmodelle	77
6.1.2. Parameterstudie der Reibungsmodelle	78
6.1.3. Normalkraftabhängigkeit	80
6.2. Verschleiß	84
7. Fazit und Ausblick	88
Anhang	92
A. Technische Zeichnungen	92
B. Messwerte	95
B.1. Matlab-Skript zur Auswertung der Messergebnisse	95
B.2. Diagramme der Messergebnisse	103
C. Bilder der Verschleißuntersuchungen	106
C.1. Probekörper 525V-04	106
C.2. Probekörper 525V-05	108
C.3. Probekörper 544V-01	110

Abbildungsverzeichnis

1.1. CAD-Modell der Blattfederbuchse 7250683S3	2
1.2. Abrieb an der Oberfläche eines Axialanschlags	3
2.1. Schubdeformation eines Gummiblocks	6
2.2. Messung der Spannungsrelaxation bei verschiedenen Temperaturen	8
2.3. Erstellung der Masterkurve	9
2.4. Körper auf einer horizontalen Fläche	10
2.5. Reibung von Elastomeren	12
2.6. Schematische Ansicht der wahren Kontaktfläche	13
2.7. Reibungskoeffizient für verschiedene Oberflächenprofile	15
2.8. Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Normalkraft	16
2.9. Masterkurve für die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Reibung	17
2.10. Masterkurven für verschiedene Oberflächenrauheiten	18
2.11. Reibung als Funktion der Kontaktzeit	19
2.12. Schematische Ansicht sich berührender Oberflächenrauheiten	21
2.13. Abrasiver Verschleiß durch kegelförmige Rauheitsspitzen	21
3.1. Folgen der Bildung des Gleichgewichts am verformten System	30
3.2. Gleichgewicht am verformten Stabelement	31
3.3. Green'sche Dehnungen	33
3.4. Definition der Hauptdehnungen	35
3.5. Grafische Darstellung des Newton-Raphson Verfahren	37
3.6. Coulombsche Reibung nach MSC.Marc/Mentat	39
3.7. Approximationen der Coulombschen Reibung	39
3.8. Arctangent Model of Coulomb Friction	40
3.9. Stick-Slip Model of Coulomb Friction	41
3.10. Bilinear Model of Coulomb Friction	42
4.1. Prüfvorrichtung	46
4.2. Probekörper in der Prüfvorrichtung	46
4.3. Halbschnitt des CAD-Modells der Prüfvorrichtung	47
4.4. Probekörper S810078	48
4.5. Kontaktnormalspannung in Abhängigkeit von der Vorlast	49
4.6. Zusammenhang des Ausfahrweges zum Verdrehwinkel	52
4.7. Resultierende Kraft zur Berechnung des Torsionsmoment	53

4.8. Winkelgeschwindigkeit über den Verdrehwinkel	54
4.9. Reibung der Lager	54
4.10. Reibungskurve 525R-01	55
4.11. Reibungskurven der Reproduzierbarkeitsuntersuchung	56
4.12. Abhängigkeit der Mischung 0962-525 von der Normalkraft	58
4.13. Reibungskraft=f(Normalkraft) der Mischung 0962-525	58
4.14. Abhängigkeit der Mischung 0962-544 von der Normalkraft	59
4.15. Reibungskraft=f(Normalkraft) der Mischung 0962-544	60
4.16. Abhängigkeit von der Kontaktzeit	61
4.17. Reproduzierbarkeit der Verschleißentwicklung	62
4.18. Verschleißverhalten beider Mischungstypen im Vergleich	63
4.19. Abhängigkeit des Abriebs von der Normalkraft	64
4.20. Reibungskurven in Abhängigkeit vom Volumenverlust	65
5.1. Vernetzter Probekörper in 2D	66
5.2. Ausschnitt des vernetzten Volumenmodells	67
5.3. Konvergenz der FE-Netze	68
5.4. Querschnitt des FE-Modells im Ausgangszustand	69
5.5. Querschnitt des FE-Modells nach dem Schrumpfvorgang	69
5.6. Querschnitt des FE-Modells nach dem Aufbringen der Vorlast	69
5.7. Visualisierung des Übergangs vom Haften zum Gleiten	70
5.8. Beispiel einer Reibungskurve	71
5.9. Abhängigkeit der Reibungskurven von den Inkrementen	72
5.10. Zeitpunkt des Abbruchs der Verschleißsimulation	72
5.11. Einfluss der Konvergenztoleranz auf die Verschleißsimulation	74
5.12. Lineare Verschleißentwicklung	75
5.13. Einfluss der Anzahl der Inkremente auf den Verschleiß	75
6.1. Abgleich der Approximationen der Coulomb Friction	77
6.2. Parameterstudie - Arctangent Approximation	78
6.3. Parameterstudie - Stick-Slip Approximation	79
6.4. Parameterstudie - Bilinear Approximation	80
6.5. Vergleich der Reibungskurven der Mischung 0962-525	81
6.6. Vergleich der Reibungskurven der Mischung 0962-544	82
6.7. Trendlinie des Reibungskoeffizienten	83
6.8. Reibungskurven unter Verwendung eines Tables	84
6.9. Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-525 bei 20kN Vorlast	85
6.10. Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-525 bei 15kN Vorlast	86
6.11. Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-525 bei 10kN Vorlast	86
6.12. Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-544 bei 20kN Vorlast	87
A.1. technische Zeichnung der Prüfvorrichtung	93

A.2. technische Zeichnung des Probekörpers	94
B.1. Matlab-Skript zur Auswertung der Reibungskurven	96
B.2. Matlab-Skript zur Berechnung der Koeffizienten	100
B.3. Reproduzierbarkeitsuntersuchung an drei Probekörpern	103
B.4. Untersuchung der Normalkraftabhängigkeit der Mischung 0962-525 .	104
B.5. Untersuchung der Normalkraftabhängigkeit der Mischung 0962-544 .	105
C.1. 525V-04 nach 0 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	106
C.2. 525V-04 nach 1000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	106
C.3. 525V-04 nach 2000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	106
C.4. 525V-04 nach 3000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	106
C.5. 525V-04 nach 4000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	107
C.6. 525V-04 nach 5000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	107
C.7. 525V-04 nach 6000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	107
C.8. 525V-04 nach 7000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	107
C.9. 525V-05 nach 1000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	108
C.10. 525V-05 nach 2000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	108
C.11. 525V-05 nach 3000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	108
C.12. 525V-05 nach 4000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	108
C.13. 525V-05 nach 5000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	109
C.14. 525V-05 nach 6000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	109
C.15. 525V-05 nach 7000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast	109
C.16. 544V-01 nach 0 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	110
C.17. 544V-01 nach 1000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	110
C.18. 544V-01 nach 2000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	110
C.19. 544V-01 nach 3000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	110
C.20. 544V-01 nach 4000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	111
C.21. 544V-01 nach 5000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	111
C.22. 544V-01 nach 6000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	111
C.23. 544V-01 nach 7000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast	111

Tabellenverzeichnis

2.1. Verschleißkoeffizienten für Nichtmetalle [1]	23
4.1. Versuchsreihen der Reibungsuntersuchung	50
4.2. Versuchsreihen der Verschleißuntersuchung	51
6.1. Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Normalkraft	76

1. Einleitung

In der Automobilindustrie gewinnt ein komfortables Fahrgefühl zunehmend an Bedeutung. Störeinflüsse, wie Bodenwellen und Vibrationen des Motors, sollten im Idealfall nicht im Innenraum zu spüren sein. Dazu werden immer komplexere Fahrwerkskonzepte entwickelt, um den steigenden Komfort- und auch Sicherheitsansprüchen gerecht zu werden. Einen großen Beitrag zur Federung des Innenraums leisten Elastomerbauteile, wie zum Beispiel Fahrwerks- und Motorlager. Sie sind die Verbindungsstücke zwischen Achse und Karosserie. Die Eigenschaften dieser Bauteile sind optimal auf das Fahrverhalten des Automobils abgestimmt.

Bei Belastungen deformieren sich die Elastomerbauteile mitunter stark und es treten Dehnungen von über 500% im Gummi auf. Durch diese großen Deformationen kommt es zum Selbstkontakt oder zum Kontakt von Elastomeranschlügen zu den metallischen Anbauteilen. Infolge dessen können zusätzliche torsionale Beanspruchungen zu einem Durchrutschen des Elastomeranschlages führen, welches die Bauteilkennlinien und damit die Fahreigenschaften beeinflusst. Außerdem tritt beim dauerhaften Kontakt Verschleiß (Abrieb) der Elastomeranschlüge durch Gleitreibungsprozesse auf. Dieser Materialverlust verändert die Eigenschaften der Bauteile (Steifigkeit etc.) und hebt diese im Extremfall komplett auf, was nicht nur das Fahrgefühl, sondern unter Umständen auch die Sicherheit gefährdet.

Zur Auslegung der Elastomerbauteile ist der Einsatz der Finiten-Elemente-Methode Stand der Technik. Es ist das Bestreben der Industrie, den Aufwand der Prototypenfertigung und Erprobung so gering wie möglich zu halten und viele Bauteileigenschaften schon im Vorfeld durch die Berechnung vorhersagen zu können. Die FEM-Berechnung der Elastomerbauteile liefert Kraft-Weg-Kennlinien, Beanspruchungszustände des Materials und die zu erwartende Verformung unter Maximallasten.

Da Reibungs- und Verschleißeffekte diese Bauteileigenschaften über die Lebensdauer teilweise stark verändern, besteht die Notwendigkeit bereits in der Berechnung Reibung und Verschleiß abzubilden, um eine Vorhersage über diese Einflüsse treffen zu können.

In dieser Arbeit sollen die Verschleiß- und Reibungsvorgänge beim Metall-Gummi-Kontakt an einem Probekörper praktisch untersucht und die Ergebnisse in einer geeigneten Simulation mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode nachgestellt werden. Abschließend soll die Eignung der verfügbaren Reibungs- und Verschleißmodelle in MSC.Marc/Mentat für Elastomerbauteile bewertet werden.

1.1. Hintergrund

Die Bachelorthesis entstand in Zusammenarbeit mit der Firma Vibracoustic GmbH & Co. KG der TrelleborgVibracoustic Group, einem weltweit aufgestellten Entwickler und Produzent von Schwingungstechnik. In dem Werk in Hamburg werden neben Luftfedern, Top Mounts und Hydrobuchsen hauptsächlich Fahrwerkslager, sogenannte Gummibuchsen, entwickelt und produziert. Wie in der Einleitung beschrieben, erzeugen bestimmte Belastungsfälle großen Materialverlust der Elastomerbauteile. Um den Verschleiß einzudämmen, ist Vibracoustic bemüht, diesen schon in der Konstruktionsphase berechnen und gegebenenfalls konstruktive Änderungen vornehmen zu können.

Ein Beispiel für einen besonders beanspruchten Elastomeranschlag ist der Axialanschlag der Buchse 7250683S3 (siehe Abb. 1.1). Die Buchse wurde für die Hinterachse des Ford Transit V36X entwickelt.

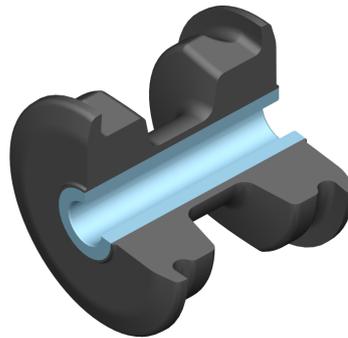


Abbildung 1.1.: CAD-Modell der Blattfederbuchse 7250683S3

Im eingebauten Zustand wird ein Gehäuse über die Gummikontur gepresst. An der linken und rechten äußeren Seite fungiert das Gummi zusätzlich als Axialanschlag zu metallischen Anbauteilen.

Da es nicht an den metallischen Außenteilen gehaftet ist, kommt es bei großen Torsionsmomenten zu einem Durchrutschen des Elastomerbauteils. Unter sich wiederholenden torsionalen Belastungen entsteht Abrieb an der Oberfläche des Anschlags der Blattfederbuchse (siehe Abb. 1.2). Dieser Materialverlust führt zu einem Abfall der axialen und radialen Kennung aufgrund geringerer axialer Verpressung.



Abbildung 1.2.: Abrieb an der Oberfläche eines Axialanschlags

1.2. Zielsetzung

Das Ziel dieser Bachelorthesis ist die systematische Untersuchung der Reibungs- und Verschleißmodellierung in der Finiten-Elemente-Software MSC.Marc/Mentat und der Abgleich dieser mit den experimentell an einem Elastomer-Probekörper ermittelten Ergebnissen. Abschließend ist eine Aussage über die grundsätzliche Eignung der Modelle zur Simulation von Verschleiß- und Reibungsvorgängen eines Elastomers zu treffen.

Zum jetzigen Zeitpunkt werden die Auslegungen der Elastomerbauteile in der Konstruktionsabteilung des Leadcenters Fahrwerk der Vibracoustic GmbH & Co. KG mit einem konstanten Reibungskoeffizienten von $\mu = 0,25$ und ohne Berücksichtigung von Verschleißeinflüssen vorgenommen. Die praktischen Untersuchungen sollen einen differenzierten Blick auf die Reibung eines Elastomerbauteils geben. Insbesondere die Abhängigkeit der Reibungskraft von festzulegenden Parametern ist zu untersuchen. Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, die Koeffizienten der Reibungsmodelle zu modifizieren, um somit das Reibungsverhalten des Elastomerbauteils in der FE-Simulation realitätsnäher abbilden zu können.

Da keine Referenzuntersuchungen zum Verschleißverhalten eines Elastomers in der Vibracoustic GmbH & Co. KG existieren, ist das Ziel der Versuche, einen groben Überblick über die Verschleißentwicklung von Elastomerbauteilen zu geben.

1.3. Vorgehensweise

Im ersten Teil der Thesis soll ein Modell des bestehenden Probekörpers in der nichtlinearen Finiten-Elemente-Software MSC.Marc/Mentat aufgebaut werden. An diesem Modell sind Voruntersuchungen der in dem FEM-System integrierten Funktionen für Reibung und Verschleiß vorzunehmen.

Im Anschluss werden die Reibungs- und Verschleißvorgänge an dem Probekörper praktisch untersucht. Diese Versuche werden anhand im Vorfeld definierter Parameter durchgeführt.

Die im Vorwege berechneten Reibungsmomente und die Volumenänderung durch Verschleiß sind nun mit den Ergebnissen der Versuche zu vergleichen. Gegebenenfalls werden die Koeffizienten der FEM-Berechnung anhand der praktischen Resultate modifiziert.

2. Grundlagen

In diesem Kapitel werden zunächst Elastomere als Werkstoff erläutert und die wichtigsten relevanten Eigenschaften für die Reibungs- und Verschleißvorgänge erklärt. Anschließend folgt ein Überblick über die Reibungs- und Verschleißprozesse von Elastomeren.

2.1. Elastomere und die viskoelastischen Eigenschaften

Elastomere sind vernetzte Polymere mit weich-elastischen Eigenschaften bei Gebrauchstemperatur. Sie sind in der Lage irreversible große Verformungen von bis zu 500% ihrer Ausgangslänge zu absorbieren. Diese Eigenschaft macht sie in der Schwingungstechnik (z.B. Reifen und Buchsen) zu einem unverzichtbaren Werkstoff. Unter einer bestimmten Temperatur verlieren Elastomere ihre „gummiartigen“ Eigenschaften und werden hart, fest und unbeweglich (Verglasung). Jedoch liegt die Verglasungstemperatur für die meisten Elastomere weit unter 0°C [2].

Die Ursache für das elastische Verhalten liegt in der Struktur der Elastomere. Zwischen den beweglichen Kettenmolekülen befinden sich weitmaschige dreidimensionale chemische Verbindungen. Im Gleichgewicht sind diese bevorzugt in einem verknäulten Zustand. Wird eine mechanische Belastung angelegt, entfalten sich die Kettenmoleküle. Nimmt man die Belastung weg, ziehen sich die Elastomere wieder in den verknäulten Ausgangszustand zurück. Dieses Phänomen nennt man Relaxation. Um ein komplettes Auseinanderziehen der Polymerketten bei Belastung zu verhindern, wird der Ausgangsstoff Kautschuk mit Vernetzungsmitteln, wie Schwefel und anderen Zusatzstoffen (Ruß) vermischt und unter Wärme vernetzt. Dieses Vorgehen wird als Vulkanisation bezeichnet. Die Zusätze der Mischung und die Mengenverhältnisse beeinflussen die Materialeigenschaften des Elastomers enorm, insbesondere die Festigkeit und die Härte.

Die Härte eines Elastomers wird üblicherweise als Shore-Härte angegeben. Die Prüfung wird nach DIN EN ISO 868 durch Eindringen eines Kegelstumpfes (Shore A) oder eines Kegels mit abgerundeter Spitze (Shore D) durchgeführt. Shore A wird im Allgemeinen für weichere und Shore D für härtere Elastomere verwendet [2].

Im Hinblick auf das Reibungsverhalten unterscheiden sich Elastomere erheblich von anderen Werkstoffen. Bei den meisten Festkörpern ist das Reibungsverhalten

an ihre Oberflächeneigenschaften geknüpft. Diese sind für Elastomere komplett zu vernachlässigen. Das Reibungsverhalten ist im Wesentlichen auf ihre Volumeneigenschaften zurückzuführen [3].

Anzumerken ist, dass vernetzte Kautschuke im Deutschen auch als Gummi bezeichnet werden. In dieser Arbeit werden die Ausdrücke „Elastomer“ und „Gummi“ synonym verwendet, wobei Elastomer eher das Materialverhalten und Gummi den Werkstoff beschreibt.

2.1.1. Relaxation

Als Gedankenbeispiel stellen wir uns einen Gummiblock vor, welcher auf Schub beansprucht wird (siehe Abb. 2.1).

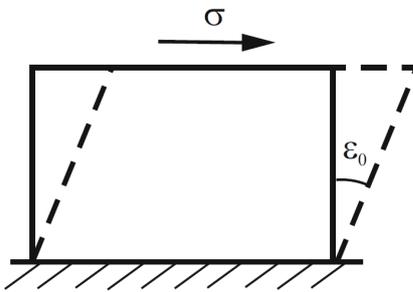


Abbildung 2.1.: Schubdeformation eines Gummiblocks [3]

Wird die Deformation schnell durchgeführt, steigt die Spannung auf ein hohes Niveau σ_0 an. Der Gummiblock reagiert wie ein normaler Festkörper, weil die Polymerketten noch keine Zeit zum Entflechten hatten. Der Schubmodul G_0 berechnet sich nach:

$$G_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}, \quad (2.1)$$

wobei σ_0 die Anfangsspannung und ε_0 die Anfangsdehnung des Gummiblocks ist. G_0 hat dieselbe Größenordnung wie der Schubmodul von Glas und wird deshalb auch Glasmodul genannt. Allmählich entflechten sich die Polymerketten und die Spannung innerhalb des Gummis sinkt. Nach langer Wartezeit stellt sich ein Gleichgewichtszustand mit dem statischen Schubmodul nach

$$G(\infty) = \frac{\sigma_\infty}{\varepsilon_0} \quad (2.2)$$

ein. σ_∞ ist die Spannung im Gummi nach längerer Wartezeit. Die Zeit, die der Elastomer braucht, um in den Gleichgewichtszustand zurückzukehren, nennt man Relaxationszeit τ .

2.1.2. Komplexer, frequenzabhängiger Schubmodul

Üblicherweise wird zur Beschreibung des Materialverhaltens eines viskoelastischen Körpers eine sinusförmige Deformation vorgegeben. Der Schubmodul und so auch die Scherspannung setzen sich aus einem viskosen und einem elastischen Teil zusammen [3].

Bei der Schubdeformation ε_0 mit einer bestimmten Frequenz ω (siehe Abb. 2.1) nach

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t), \quad (2.3)$$

ist die Scherspannung des elastischen Teils $\sigma_e(t)$ nach dem Hookeschen Gesetz ($\sigma = G\varepsilon$) gleich

$$\sigma_e(t) = G'(\omega)\varepsilon_0 \sin(\omega t). \quad (2.4)$$

Der Speichermodul G' ist ein Maß für die während der Verformung gespeicherte elastische Energie. Diese Energie steht nach der Deformation zur Verfügung, um das System in Ausgangslage zu bringen [4].

Der viskose Part verhält sich wie bei einer linear viskosen Flüssigkeit ($\sigma = \eta \frac{dv}{dt} = \eta \dot{\varepsilon}$) nach

$$\dot{\varepsilon} = \omega \varepsilon_0 \cos(\omega t). \quad (2.5)$$

η bezeichnet hier die dynamische Viskosität des Gummis.

Für die Scherspannung des viskosen Anteils $\sigma_v(t)$ gilt dementsprechend:

$$\sigma_v(t) = \eta \omega \varepsilon_0 \cos(\omega t) = G''(\omega)\varepsilon_0 \cos(\omega t) \quad (2.6)$$

G'' ist der Verlustmodul, welcher ein Maß für die während der Verformung verlorene Energie ist. Diese wird in thermische Energie (Wärme) dissipiert [4].

Zusammengesetzt ergibt sich die Scherspannung $\sigma(t)$ für einen viskoelastischen Werkstoff der Formel 2.5 und 2.6 nach

$$\sigma(t) = \varepsilon_0(G'(\omega) \sin(\omega t) + G''(\omega) \cos(\omega t)). \quad (2.7)$$

Dies kann man auch wie folgt schreiben:

$$\sigma(t) = G^* \sin(\omega t + \delta). \quad (2.8)$$

G^* ist hierbei der komplexe Schubmodul und setzt sich aus $G^* = G' + iG''$ zusammen. δ ist die Phasenverschiebung der Antwort des viskoelastischen Materials zur Anregung. Bei einem ideal elastischen Verhalten würde das Elastomer zeitgleich zur Anregung reagieren und die Phasenverschiebung wäre $\delta = 0^\circ$. Geht man von einem ideal viskosen Verhalten aus, ist die Antwort um 90° verschoben. Die Phasenverschiebung

2. Grundlagen

eines viskoelastischen Materials muss dementsprechend zwischen $0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$ liegen [3]. Der Dämpfungsfaktor $\tan \delta$ eines Elastomers berechnet sich nach:

$$\tan \delta = \frac{G''}{G'}. \quad (2.9)$$

Dies kann analog für einen anderen Verformungszustand übernommen werden. Da Elastomere als nahezu inkompressibel gelten, kann man $\nu = 0.5$ definieren. Daraus ergibt sich näherungsweise [4]:

$$E^* = 2G^*(1 + \nu) \approx 3G^*. \quad (2.10)$$

2.1.3. Temperaturabhängigkeit

Das dynamische Verhalten des Elastomers lässt sich durch die Relaxation, dem Auseinanderwickeln der Polymerketten, erklären. Bei einer Belastung des Gummis nimmt die Spannung und somit auch der Schubmodul bis zu einem Gleichgewichtszustand mit der Zeit ab. In Experimenten zur Bestimmung der Schubmodul-Zeit-Beziehung können keine sehr kurzen oder sehr langen Zeiträume realisiert werden.

Um das Verhalten für diese Zeiträume trotzdem zu ermitteln, macht man sich die Temperaturabhängigkeit des Elastomers zunutze. Man misst den Schubmodul über realisierbare Zeiten bei verschiedenen Temperaturen (siehe Abb. 2.2) [3].

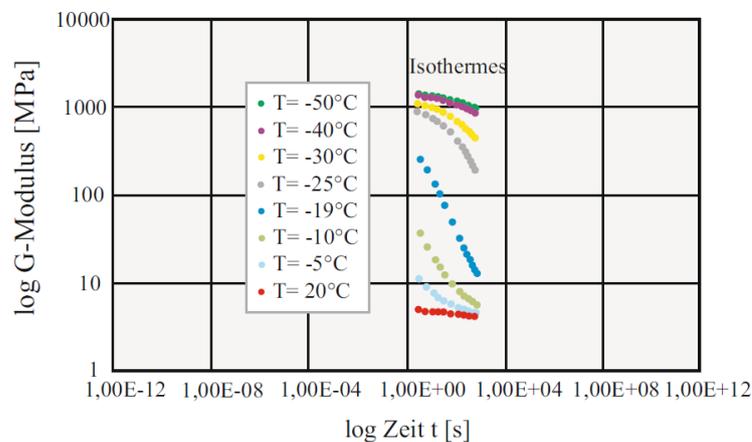


Abbildung 2.2.: Messung der Spannungsrelaxation bei verschiedenen Temperaturen [3]

Mit einem Faktor a_T multipliziert, verschieben sich die einzelnen Kurven auf der Abszissenachse und ergeben die sogenannte Masterkurve (siehe Abb. 2.3).

2. Grundlagen

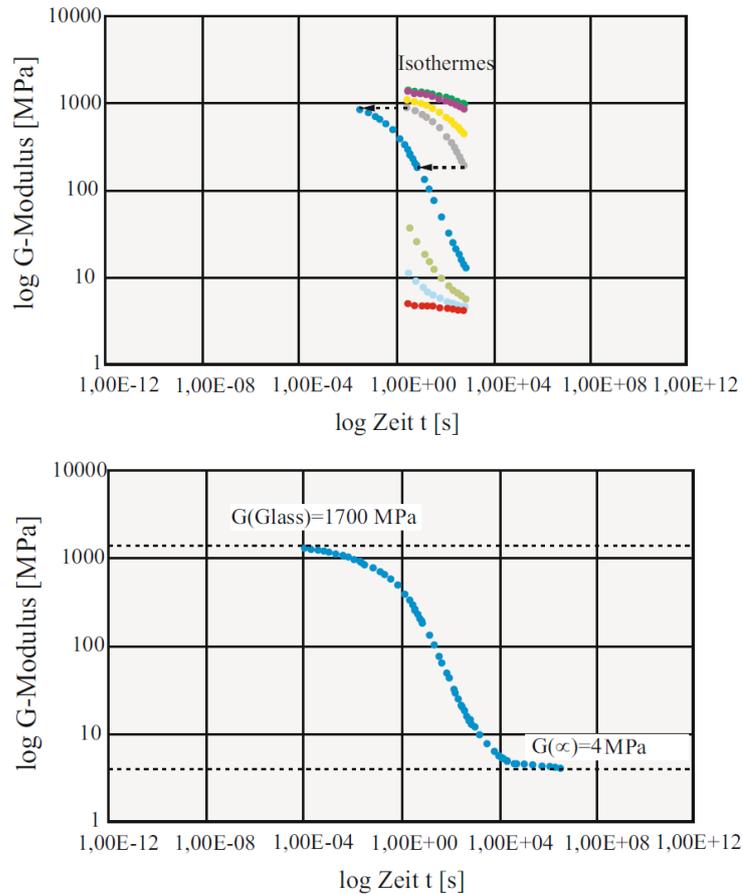


Abbildung 2.3.: Die Schubmodul-Zeit-Kurven bei verschiedenen Temperaturen werden mittels des Faktors a_T auf der Abszissenachse verschoben, um eine einheitliche Masterkurve zu erhalten [3].

Der Faktor a_T lässt sich durch die WLF-Gleichung bestimmen [4]:

$$\log(a_T) = \frac{-c_1(T - T_{ref})}{c_2 + (T - T_{ref})}. \quad (2.11)$$

c_1 und c_2 sind Konstanten, die für jede Gummisorte experimentell bestimmt werden müssen. T ist die aktuell vorherrschende Temperatur. Als Referenztemperatur T_{ref} wird häufig die Glastemperatur T_0 gewählt [5].

Dieses Verfahren ist sehr hilfreich und führt zu einer Relaxationskurve in Zeit- bzw. Frequenzbereichen, die für experimentelle Untersuchungen unzugänglich sind. Außerdem wird diese Methode auch zur Untersuchung der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Reibungskoeffizienten von Gummi genutzt.

2.2. Reibung von Elastomeren

Allgemein versteht man unter Reibung, den Widerstand gegen die tangentielle Relativbewegung zweier sich berührender Körper. Dieser Widerstand verursacht den Verlust von mechanischer Energie, die größtenteils in thermische Energie umgewandelt wird. In der Industrie und in den meisten technischen Anwendungen ist es das Ziel, Energieverluste so klein wie möglich zu halten und somit die Reibung zu minimieren. Der Vorgang der Reibung ist allerdings so komplex, dass er bis heute nicht komplett erforscht und verstanden wurde. Schätzungen gehen davon aus, dass dieses Wissensdefizit wirtschaftliche Verluste in der Größenordnung von etwa 0,5% des Bruttonationalprodukts (BNE) der führenden Industrienationen zur Folge hat [1]. Jedoch darf nicht übersehen werden, dass viele Dinge aus unserem täglichen Leben ohne Reibung ihre Effektivität verlieren würden. Das Laufen zu Fuß oder das Fahren eines Autos (Anfahren und Bremsen) sind kaum möglich, wenn die Reibung zu gering ist. Schrauben und Nägel könnte man ohne diesen Widerstand einfach wieder herausziehen.

Reibung wird grundsätzlich in die folgenden zwei Bereiche eingeteilt: Haft- bzw. Gleitreibung und Rollreibung. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird ausschließlich die Haft- bzw. Gleitreibung berücksichtigt. Die Rollreibung hat für das Thema der Bachelorthesis keine Bedeutung.

2.2.1. Haft- und Gleitreibung

Grundsätzlich ist Reibung eine Kraft, welche durch die entgegengesetzte tangentielle Verschiebung zweier sich berührender Körper hervorgerufen wird. Stellen wir uns beispielsweise vor, dass ein Körper mit der Masse m auf einer horizontalen Fläche liegt (siehe Abb. 2.4).

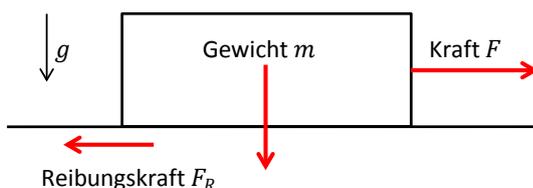


Abbildung 2.4.: Körper auf einer horizontalen Fläche

Reicht die Kraft F nicht aus, um den Körper in Bewegung zu setzen, bezeichnet man den Vorgang als *Haftreibung* und die Kraft als *Haftreibungskraft*. Die Reibung bei Bewegung des Körpers wird dementsprechend als *Gleitreibung* und *Gleitreibungskraft* benannt. Im Folgenden werden Gleit- und Haftreibung unter dem Oberbegriff Gleitreibung zusammengefasst, da für die beiden Vorgänge ähnliche Gesetze gelten.

2. Grundlagen

Zur quantitativen Bestimmung der Reibungskräfte wurden bereits um 1500 erste Gesetze von Leonardo da Vinci formuliert [3].

- Die Reibungskraft F_R ist proportional zur Normalkraft F_N .
- Die Reibungskraft ist unabhängig von der Kontaktfläche.
- Die Reibungskraft ist unabhängig von der Gleitgeschwindigkeit.

Charles Augustin de Coulomb erkannte in seinen empirischen Untersuchungen als erster, dass die Haftreibung größer als die Gleitreibung ist und bestätigte die theoretischen Reibungsgesetze von da Vinci mit experimentellen Daten. Zu seinen Ehren wird heutzutage die Gleitreibung auch als Coulombsche Reibung bezeichnet.

Der Reibungskoeffizient wurde von dem Mathematiker Leonhard Euler eingeführt:

$$\mu = \frac{F_R}{F_N}, \quad (2.12)$$

mit μ Reibungskoeffizient
 F_R Reibungskraft
 F_N Normalkraft.

Durch diese Definition des Reibungskoeffizienten entsteht ein Zusammenhang zwischen der parallel zur Kontaktfläche wirkenden Reibungskraft und der Normalkraft [5]. Die genannten Gesetze geben einen groben Überblick über die Eigenschaften der Reibung. Für viele ingenieurtechnische Anwendungen mit reiner Festkörperreibung sind diese ausreichend. Für den Kontakt mit viskoelastischen Materialien verlieren die klassischen Reibungsgesetze allerdings ihre Gültigkeit. So zeigt beispielsweise der Reibungskoeffizient eine deutliche, oft nichtlineare Abhängigkeit zur Normalkraft, Gleitgeschwindigkeit und der wahren Kontaktfläche [4]. Deswegen lohnt sich im Hinblick auf die Untersuchung der Gummireibung eine detailliertere Betrachtung der Reibungsursachen und -phänome.

2.2.2. Adhäsions- und Hystereseeanteil

Die Reibung von viskoelastischen Materialien ist im Unterschied zur Festkörperreibung, bei der hauptsächlich die Oberfläche eine Rolle spielt, eine Volumeneigenschaft. Durch die Arbeiten von Grosch (1962) wurde verdeutlicht, dass die äußere Reibung sehr stark mit der inneren Reibung im Gummi zusammenhängt. So hat beispielsweise der Reibungskoeffizient die gleiche Temperaturabhängigkeit wie der komplexe Elastizitätsmodul $E(\omega)$ des Elastomers [5].

Nehmen wir an, dass der Körper in Abbildung 2.4 aus Gummi wäre. Er wird mit einer konstanten Geschwindigkeit über eine harte Oberfläche gezogen. Die Reibungskraft kann auf Adhäsionsvorgänge, die zwischen dem Reibkörper und der Reibungsoberfläche wirken und auf Hysteresevorgänge, die durch die Deformation des Elastomers entstehen, bezogen werden [4].

Die Reibungskraft setzt sich insofern zusammen aus:

$$F_R = F_{Adh} + F_{Hyst}. \quad (2.13)$$

In Abbildung 2.5 werden die beiden Anteile schematisch dargestellt.

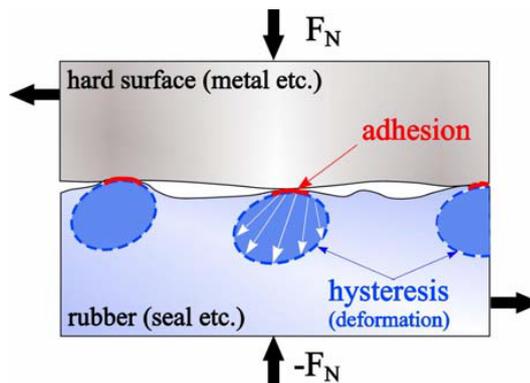


Abbildung 2.5.: Schematische Ansicht des Adhäsions- und des Hystereseeanteils bei der Reibung eines Elastomers gegen eine harte Oberfläche [5]

Der Adhäsionsanteil entsteht aus der Bildung von atomaren Verbindungen (Van-der-Waals-Kräfte) zwischen dem Elastomer und der harten Oberfläche. Bei der Relativbewegung brechen die Verbindungen durch die erhöhte Spannung wieder auf. Für die Stärke der Adhäsionsreibung ist die wahre Kontaktfläche entscheidend (siehe Abb. 2.6)

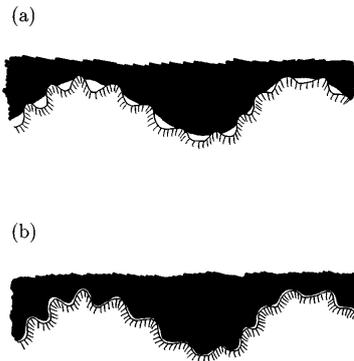


Abbildung 2.6.: Schematische Ansicht der wahren Kontaktfläche eines auf einer harten, rauhen Oberfläche gleitenden Elastomers (schwarz). In (b) ist die wahre Kontaktfläche größer als in (a), deswegen ist der Adhäsionsanteil bei (b) höher. Bei glatten Oberflächen erreicht man bei gleicher Belastung eine größere wahre Kontaktflächen und dadurch auch eine größere Adhäsion als bei rauhen Oberflächen. [6].

Laut B.N.J. Persson, einem der führenden Wissenschaftler auf dem Gebiet der Gummireibung, ist der adhäsive Anteil nur für saubere, sehr glatte Oberflächen, wie zum Beispiel Glas, wichtig und beeinflusst dagegen die Reibung auf rauhen Oberflächen vergleichsweise wenig (vgl. [7], [8]).

Der Hystereseanteil resultiert aus der inneren Reibung des Elastomers. Die Rauheitsspitzen der harten Oberfläche verursachen oszillierende Kräfte auf der Gummioberfläche. Dadurch entstehen periodisch auftretende Deformationen, die aufgrund der inneren Dämpfung des Elastomers zu Energiedissipation (Energieverlusten) führen. Die Wellen, die durch die periodischen Deformationen entstehen, nennt man Schallamach-Wellen. In einer bestimmten Anregungsfrequenz können die Schallamach-Wellen sogar zu Reibungsinstabilitäten (Reiberregte Schwingungen) führen [3]. An diesen Zusammenhängen lässt sich verdeutlichen, warum Gummireibung eine Volumeneigenschaft ist und wesentlich von den mechanischen Modulen abhängig ist [7].

2.2.3. Berechnungsmodelle des Reibungskoeffizienten für Elastomere

Zur Berechnung der Reibungskraft ist es notwendig, den Reibungskoeffizienten zu kennen. In dieser Arbeit soll die experimentelle Ermittlung in Vordergrund stehen. Nichtsdestotrotz werden zwei theoretische Ansätze zur Berechnung des Reibungskoeffizienten vorgestellt. Dies soll eine Idee vermitteln, aus welchen Parametern er sich zusammensetzt.

In den Arbeiten von Valentin L. Popov wird der Reibungskoeffizient als Funktion der mittleren Steigung der Oberflächenrauheiten ∇z und des Verhältnisses der frequenzabhängigen, komplexen Schubmodule angegeben [3].

$$\mu = \nabla z \frac{G''(\omega)}{|G^*(\omega)|} \quad (2.14)$$

Da die Frequenz das Verhältnis aus der Gleitgeschwindigkeit und dem charakteristischen Durchmesser der Mikrorauigkeiten $\omega = \frac{v}{r}$ ist, ergibt sich damit die für Gummireibung typische Abhängigkeit von der Geschwindigkeit.

Ein weiteres Berechnungsmodell wurde von B.N.J. Persson für den Reibungskoeffizienten von Gummi entwickelt. Bewusst wird nur auf die Grundideen eingegangen und die Herleitung des Modells ausgelassen, da diese den Umfang der Arbeit überschreiten würde.

Für das Gleiten eines Elastomers auf einer rauen Oberfläche mit der Wellenlänge λ und der Geschwindigkeit v , stellt sich ein maximaler Reibungswert genau dann ein, wenn die Anregungszeit $t = \frac{\lambda}{v}$ gleich der Relaxationszeit τ des Elastomers ist. Im Übrigen ist genau bei der Frequenz $\frac{1}{\tau}$ der Verlustmodul G'' maximal [4].

Damit schließt sich der Kreis zu dem Berechnungsmodell von Valentin L. Popov, bei dem der Reibungswert ebenfalls für ein großen Verlustmodul $G''(\omega)$ maximal wird (siehe Gleichung 2.14).

Weiterhin stellt Persson heraus, dass die Hysteresereibung nur von dem Verhältnis der Wellenlänge λ und der Amplitude h abhängt (siehe Abb. 2.7).

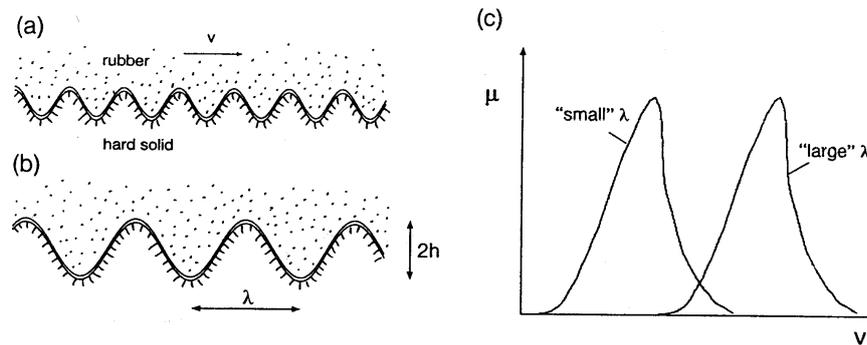


Abbildung 2.7.: Ein Elastomer (gepunkteter Bereich) gleitet auf einer harten, gewellten Oberfläche. Die Größe der Reibungskraft, welche von der internen Dämpfung im Gummi stammt, ist in (a) und (b) gleich, weil das Verhältnis der Wellenlänge λ und der Amplitude h gleich ist. (c) zeigt schematisch die $\mu(v)$ Kurven für die Rauheitsprofile (a) und (b) [8].

Persson behauptet, dass verschiedene Oberflächenrauheiten den gleichen Reibungskoeffizienten haben, wenn das Verhältnis $\frac{\lambda}{h}$ gleich ist und die Normalkraft ausreicht um den Elastomer komplett in die Oberflächenrauheiten zu drücken. Die Kurven $\mu(v)$ sind allerdings längs der Geschwindigkeitsachse verschoben [7]. Insgesamt fasst er diese Überlegungen als

$$\mu = f\left(\frac{vt}{\lambda}; \frac{h}{\lambda}\right) \quad (2.15)$$

zusammen.

2.2.4. Einflüsse der verschiedenen Parameter

Um die Reibung eines Elastomers beschreiben zu können, ist es hilfreich den Einfluss eines Parameters auf den Reibungskoeffizienten bzw. allgemein auf die Reibung zu kennen.

Normalkraft

Die Verknüpfung der Normalkraft mit der Reibungskraft erfolgt bei Festkörperreibung über das Coulombsche Gesetz nach Gleichung 2.12. Bei der Reibung von einem Elastomer auf einer rauen Oberfläche wurden jedoch Abweichungen von diesem Gesetz festgestellt. Wenn die wahre Kontaktfläche vergleichbar mit der scheinbaren Kontaktfläche ist, verliert das Gesetz seine Gültigkeit. Es ist vorstellbar, dass dieser Punkt bei Festkörperreibung (Stahl auf Stahl) nur bei einer sehr hohen Normalkraft erreicht wird. Bei elastischen Materialien tritt dieser Effekt schon bei niedrigen

2. Grundlagen

Kräften auf. Der Zusammenhang von Normalkraft und Reibungskraft lässt sich demnach wie folgt ausdrücken:

$$F_R = \mu F_N^\beta, \quad (2.16)$$

wobei β von der Elastizität der Kontaktpaarung abhängt.

Bei reinen Festkörperkontakt geht man von einem Wert von $\beta = 1$ aus. Für einen maximal elastischen Reibungspartner ergaben Experimente einen Wert von $\beta = \frac{2}{3}$. β nimmt folglich maximal Werte in dem Intervall von $(\frac{2}{3} \leq \beta \leq 1)$ an. Für Elastomere gilt in jedem Fall $\beta < 1$ [6].

Um dies zu belegen, ist in Abbildung 2.8 die Reibungskraft zwischen Stahl und Teflon als Funktion der Normalkraft abgebildet. Teflon ist ein Polymer, welches sich zwar weniger elastisch als ein Elastomer verhält, aber im Vergleich zu Metallen als weicher Stoff gilt.

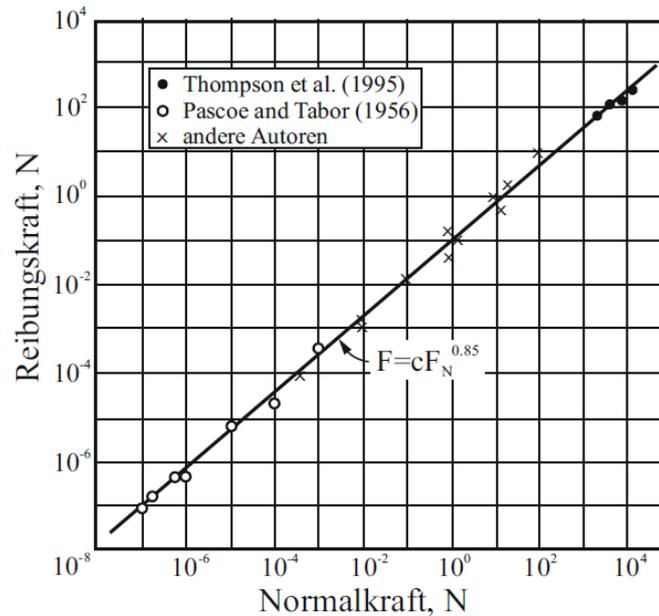


Abbildung 2.8.: Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten zwischen Stahl und Teflon (Polymer) von der Normalkraft [3]

Für den Stahl-Teflon-Kontakt lässt sich β in guter Näherung als 0,85 annehmen [3].

Temperatur

Da die Reibung von Elastomeren eine Volumeneigenschaft ist und die Module (Schub- und Elastizitätsmodul) stark von der Temperatur beeinflusst werden (siehe Kap. 2.1.3), hängt die Reibung auch von der Temperatur ab. Überschlägig kann man

2. Grundlagen

feststellen, dass bei steigender Temperatur sich der Reibungskoeffizient verringert. Jedoch ist die einseitige Betrachtung nicht korrekt, da die Effekte der Temperatur und der Gleitgeschwindigkeit stark zusammenhängen [5].

Gleitgeschwindigkeit

Im Gegensatz zur Festkörperreibung, die über weite Geschwindigkeitsbereiche einen konstanten Reibungskoeffizienten hat, besitzen Elastomere in jedem Bereich eine hohe Abhängigkeit zur Gleitgeschwindigkeit.

Diese ergibt sich aus der Frequenzabhängigkeit des komplexen Moduls der Elastomere. Bei dem Gleitvorgang regen die Rauheitsspitzen der harten Oberfläche Deformationen in bestimmten Frequenzen an. Je höher die Gleitgeschwindigkeit ist, desto höher ist die Frequenz.

Um die Geschwindigkeitsabhängigkeit zu messen, wird das Masterkurvenverfahren angewendet (siehe Kap. 2.1.3). Hierzu wird der Reibungskoeffizient bei verschiedenen Temperaturen über ein Geschwindigkeitsintervall gemessen. Durch die Verschiebung auf der Abszissenachse mithilfe der WLF-Gleichung 2.11 erhält man die Masterkurve des Reibungskoeffizienten für einen großen Geschwindigkeitsbereich (siehe Abb. 2.9) [5].

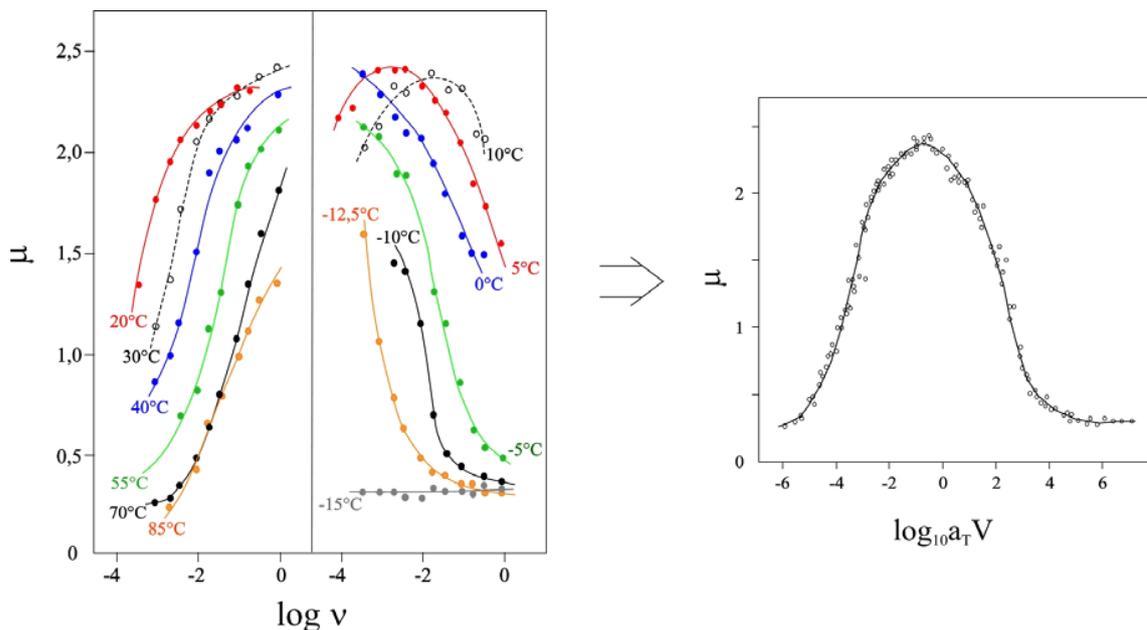


Abbildung 2.9.: Erstellen einer Masterkurve für die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Reibungskoeffizienten beim Gleitvorgang von NBR (Nitrilkautschuk) auf Glas [5].

Oberflächenrauheit

Obwohl die Oberflächenrauheit des harten Kontaktpartners nur einen geringen Einfluss auf die absolute Höhe des Reibungskoeffizienten hat, beeinflusst sie den Verlauf entscheidend. Nach den Erkenntnissen aus Kap. 2.2.2 folgt, dass die Reibungskoeffizienten verschiedener Oberflächen gleich sind, wenn das Verhältnis der Höhe zur Anzahl der Oberflächenrauheiten identisch ist. So haben beispielsweise die Masterkurven einer NBR-Mischung für die Reibung auf Korund und Glas ein ähnliches Maximum (siehe Abb. 2.10).

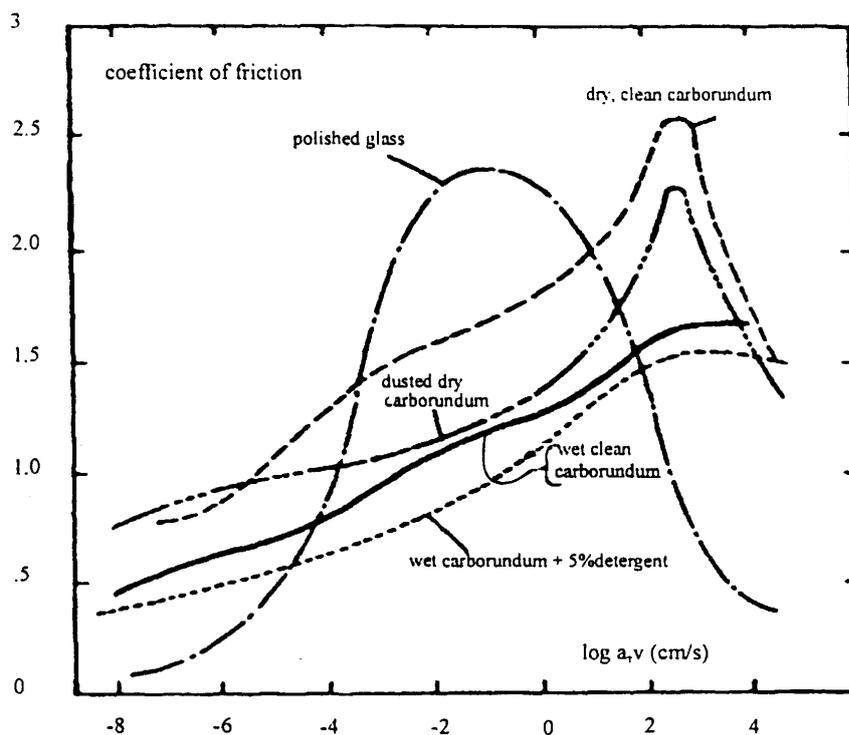


Abbildung 2.10.: Masterkurven einer NBR-Mischung auf einer Korund-Oberfläche mit unterschiedlichen Schmierstoffen und auf Glas [4]

Im Gegensatz dazu ist die Stelle des Maximums unterschiedlich. Dies wird dadurch bedingt, dass das Elastomer auf sehr glatten Oberflächen (z.B. poliertem Glas) eine große, ebene wahre Kontaktfläche hat und die Reibung somit hauptsächlich auf Adhäsionskräfte zurückgeht. Für raue Oberflächen ist der Hystereseanteil entscheidend und das Maximum stellt sich erst bei höherer Gleitgeschwindigkeit ein. Man kann festhalten, dass je rauer die Oberfläche ist, desto höher sind die Geschwindigkeiten, bei denen sich das Maximum einstellt [4].

Zur Vervollständigung sei noch erwähnt, dass die Oberflächenrauheit des Elastomers keinen Einfluss auf die Reibung hat. Wie bekannt ist, entsteht die Reibung eines Elas-

tomers durch Energiedissipation. Wird nun ein rauher Elastomer über eine ideal glatte Oberfläche gezogen, geht keine Energie verloren und der Vorgang ist reibungsfrei [3].

Kontaktzeit

Es wird oftmals von dem einen statischen Reibungskoeffizienten für bestimmte Materialpaarungen gesprochen. Doch der statische Reibungskoeffizient wird auch von der Dauer des Kontaktes beeinflusst. Der Verlauf des Reibungskoeffizienten als Funktion der Kontaktzeit wird in Abbildung 2.11 dargestellt.

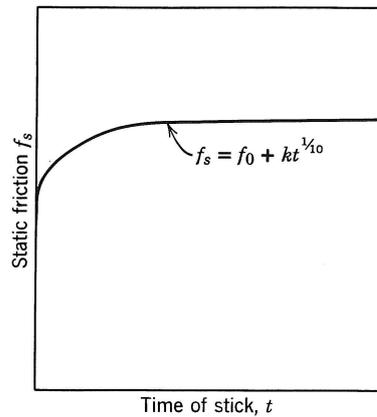


Abbildung 2.11.: Statischer Reibungskoeffizient (Static friction f_s) als Funktion der Kontaktzeit (Time of stick t) [1]

Der Grund für die zeitliche Abhängigkeit ist die Vergrößerung der Kontaktfläche. Während bei Festkörperpaarungen Kriechprozesse für dieses Phänomen verantwortlich sind, ist der Anstieg der wahren Kontaktfläche bei Elastomeren auf die Viskoelastizität zurückzuführen. Außerdem tragen Kapillarkräfte zur Reibungskraft bei und führen zur logarithmischen zeitlichen Abhängigkeit [3], [1].

2.3. Verschleiß von Elastomeren

Verschleiß bezeichnet den fortschreitenden Materialverlust der Oberfläche eines Körpers. Dieser Prozess wird durch mechanische Ursachen, d.h. Kontakt- und Relativbewegung eines festen, flüssigen oder gasförmigen Gegenkörpers, hervorgerufen [10]. Verschleiß, auch Abrieb genannt, ist neben Brüchen, Korrosion und Veralterung eine der Hauptursachen dafür, dass Gebrauchsgegenstände nicht mehr genutzt werden können. Durch das sehr langsame Voranschreiten des Materialverlustes, ist der Verschleiß eines Bauteils oft schwer zu erkennen. So sieht man beispielsweise sofort, ob Bauteile eines Autos gebrochen oder veraltet sind. Um Korrosionsschäden und insbesondere Abrieb zu entdecken, braucht es einer gründlicheren Inspektion [1]. Obwohl Verschleiß in komplexen Systemen der dominante Mechanismus ist, wird ihm wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Lediglich eine der in den USA erschienenen Enzyklopädien enthielt Information über Verschleiß. Selbst Handbücher für Ingenieure enthalten oft nur wenig nützliche Daten. Dabei wird der Schaden, den Verschleiß anrichtet, auf 6% des Bruttonationalprodukts der USA beziffert. Dementgegen fließen nur 0,02% der Forschungsgelder der Vereinigten Staaten in die Untersuchung von Verschleißphänomenen [1].

Doch Verschleiß richtet nicht nur Schaden an und führt zum Versagen eines Bauteils, sondern ist für einige Anwendungen sogar nützlich bis notwendig. Spanende Fertigungsverfahren, wie zum Beispiel Schleifen, würden ohne einen Materialabrieb des Werkstücks nicht funktionieren. Einige Messer schärfen sich aufgrund des Abriebs der Klinge selber nach. Nichtsdestotrotz wird Verschleiß als ein negatives Phänomen angesehen, welches es zu minimieren gilt.

2.3.1. Hauptverschleißmechanismen

Moderne Analysen zeigen, dass es vier Hauptmechanismen von Verschleiß gibt:

- Adhäsiver Verschleiß
- Abrasiver Verschleiß
- Korrosiver Verschleiß
- Oberflächenermüdung

Jede Verschleißart unterliegt ihren eigenen Gesetzen und das Auftreten der einen, beeinflusst jede andere. Diese Faktoren machen die Vorhersage und Bestimmung des Abriebs sehr komplex. Im Folgenden werden die Verschleißmechanismen erläutert und ein Überblick über die theoretischen Berechnungsmodelle des Abriebs gegeben.

Adhäsiver Verschleiß

Durch hohe Normalkräfte entstehen adhäsive Verbindungen (Van-der-Waals-Kräfte, Kaltverschweißungen) zwischen den Oberflächen(-rauheiten) der Kontaktpartner. Beim Gleitvorgang müssen diese Verbindungen getrennt werden. Dabei besteht die Chance, dass sich die Verbindung nicht glatt zwischen den Oberflächen trennt, sondern ein Teil des Materials (meistens des weicheren Materials) herausgerissen wird. Den von der Oberfläche abgetrennten Teil nennt man Verschleißpartikel [1]. In Abbildung 2.12 sind schematisch zwei sich berührende Oberflächenrauheiten zu sehen.

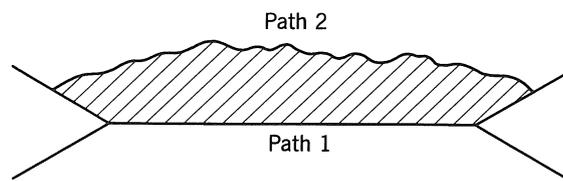


Abbildung 2.12.: Schematische Ansicht einer Verbindungsstelle von sich berührenden Oberflächenrauheiten. Das Verschleißpartikel bildet sich entlang Path 2 [1].

Abrasiver Verschleiß

Beim abrasiven Verschleiß drücken sich die Rauheitsspitzen der härteren Oberfläche in die weichere Oberfläche und verursachen Furchungen und Kerben. Das abgetragene Material bildet die Verschleißpartikel. In Abbildung 2.13 ist das Eindringen kegelförmiger Rauheitsspitzen schematisch dargestellt [1].

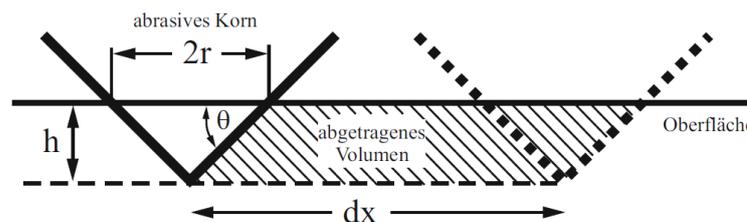


Abbildung 2.13.: Schematisches Modell des abrasiven Abriebs durch kegelförmige Rauheitsspitzen [3].

Korrosiver Verschleiß

In einer Sauerstoffumgebung sind die Oberflächen der meisten metallischen Werkstoffe mit einer dünnen Oxidschicht bedeckt. Beim Gleitvorgang wird diese Oxidschicht abgerieben und die metallische Oberfläche zum Vorschein gebracht. Dieser Prozess

wird als korrosiver Verschleiß bezeichnet. Die blanken Metallschichten reagieren bei Sauerstoffkontakt erneut [11].

Dieser Mechanismus tritt nicht beim Elastomerverschleiß auf.

Oberflächenermüdung

Zyklische Belastungen führen in den Oberflächenschichten des Elastomers beim Gleiten über harte Oberflächenrauheiten zum Materialversagen. Die ermüdeten Materialbereiche lösen sich bei einer charakteristischen Anzahl überfahrender Asperiten ab und führen zum Materialabtrag [12].

2.3.2. Berechnungsmodelle

Analog zur Reibung ist auch der Verschleiß von Elastomeren weitaus komplexer als beim reinen Festkörperkontakt. So hielt Valentin L. Popov zu Beginn des Kapitels Verschleiß fest, dass der Verschleiß von Elastomeren ein sehr komplizierter Prozess sei, der bis heute noch nicht hinreichend verstanden wurde [3].

Es gibt für die Bestimmung des Volumenverlustes beim Gleitvorgang von Elastomeren kein allgemeines, umfassendes Verschleißgesetz. In den letzten Jahren sind durchaus einige Arbeiten zu dem Thema entstanden, die auf der Basis bestimmter experimenteller Ergebnisse empirische Verschleißgesetze entwickelt haben [12]. Die so ermittelten Verschleißgesetze erklären meistens nur die Phänomene in ihrem Anwendungsbereich und geben keine umfassende Beschreibung des Abriebs. Im Folgenden werde ich einige ausgewählte Modelle zur Berechnung des Verschleißvolumens vorstellen.

Holm-Archard-Gleichung

In den 1950er Jahren entwickelte John F. Archard ein mathematisches Modell zur Beschreibung des Abriebs von Festkörpern auf der Grundlage einer bestehenden Theorie von Ragnar Holm, die den Verschleiß auf das Herauslösen einzelner Atome zurückführt [12]. Aus Experimenten konnte er drei *Verschleißgesetze* herausarbeiten:

1. Der Verschleiß ist proportional zu der Normalkraft F_N .
2. Der Verschleiß ist proportional zum Gleitweg x .
3. Der Verschleiß ist umgekehrt proportional zu der Vickers-Härte H der Verschleißoberfläche.

Demnach ist laut Archard die Formel für das Verschleißvolumen:

$$V = \frac{kF_N x}{H}, \quad (2.17)$$

2. Grundlagen

wobei der Verschleißkoeffizient k eine dimensionslose Konstante ist, die von den Kontaktwerkstoffen und der Sauberkeit abhängt [1].

Im Bereich des Festkörperabriebs wird diese Formel als allgemeines Verschleißgesetz betrachtet und zeigt in vielen Experimenten gute Übereinstimmungen. Einzig die Ermittlung des Verschleißkoeffizienten gestaltet sich schwierig, da es theoretisch für jede Kombination einen neuen Koeffizienten geben müsste. In Tabelle 2.1 sind einige Verschleißkoeffizienten von Nichtmetallen angegeben.

	Nichtmetall und identisches Nichtmetall	Nichtmetall und ähnliches Nichtmetall	Nichtmetall und ungleiches Material
ungeschmiert	$6e^{-6}$	$3e^{-6}$	$1,5e^{-6}$
schlecht geschmiert	$2e^{-6}$	$1e^{-6}$	$5e^{-6}$
gut geschmiert	$1e^{-6}$	$4e^{-7}$	$2e^{-7}$
exzellent geschmiert	$5e^{-7}$	$2e^{-7}$	$1e^{-7}$

Tabelle 2.1.: Verschleißkoeffizienten für Nichtmetalle [1]

Obwohl die Holm-Archard-Gleichung für Festkörperverschleiß entwickelt wurde, greifen viele Modellierungsansätze für Elastomerabrieb mit leicht veränderten Parametern auf dieses Verschleißgesetz zurück. Insbesondere Finite-Elemente-Programme verwenden häufig die Holm-Archard-Gleichung zur Bestimmung des verschlissenen Volumens [12].

Bei der Verwendung der Gleichung für den Elastomerabrieb tritt ein Problem bei der Angabe der Vickers-Härte auf. Standardmäßig wird die Härte von Gummi als Shore-Härte angegeben, denn Härteprüfverfahren nach Vickers oder Brinell sind nicht für Gummi geeignet. Es kämen zwei Lösungsansätze in Frage.

Zum einen gibt es Umrechnungstabellen zwischen der Härte nach Shore und Vickers von verschiedenen Firmen. Die Korrektheit dieser Tabellen sind jedoch zu hinterfragen.

Eine zweite Variante das Problem der Vickers-Härte zu umgehen, gibt Valentin L. Popov an [3]. Er ersetzt dabei die Härte durch die mittlere Spannung in den Mikrokontakten mit $H = 2\nabla z|G(\omega)|$. $G(\omega)$ ist dabei der frequenzabhängige Schubmodul des Elastomers und ∇z die mittlere Steigung der Oberflächenrauheiten, welche man näherungsweise gleich dem Reibungskoeffizienten $\nabla z \approx \mu$ setzen kann. Es ergibt

sich also für die Formel des Volumenverlustes durch Elastomerverschleiß folgender Zusammenhang:

$$V = k \frac{F_N x}{2\mu |G(\omega)|}. \quad (2.18)$$

Geht man von langsamen Gleitgeschwindigkeiten aus, ist die Anregungsfrequenz ω sehr gering und man kann näherungsweise den statischen Schubmodul G_S verwenden.

Schallmach-Gleichung

Ein anderes Modell zur Beschreibung des Elastomerabriebs entwickelt Adolf Schallmach auf der Grundlage eines Verschleißgesetzes von *Kragelskii* und *Nepomnyashcii* sowie eines Ermüdungsgesetzes von *Reznikowskii* und *Lazareva*. Um die Materialermüdung zu beschreiben, greift er auf den Wöhler-Versuch zurück [12]. Die Anzahl der Lastwechsel bis zum Versagen des Materials ist demnach

$$N = \left(\frac{R_m}{\sigma_a} \right)^a, \quad (2.19)$$

wobei R_m die Zugfestigkeit, σ_a die Ausschlagsspannung und a der Wöhler-Exponent ist.

Beim Gleiten über einen Asperiten wird ein bestimmtes Elastomervolumen deformiert, welches über die Hertzsche Kontakttheorie berechnet werden kann. Nach N Zyklen des Gleitens über Rauheitsspitzen löst sich dieses Volumen ab. Daraus leitet Schallmach folgendes Verschleißgesetz ab [12]:

$$V = k_1 x F_N \left(\frac{\mu E}{R_m} \right)^a \left(\frac{F_N}{A_0 E} \right)^{1+ak_2}. \quad (2.20)$$

Der Koeffizient k_1 ist wieder der Verschleißkoeffizient. Der Koeffizient k_2 beschreibt global die Rauheit der Reibungsoberfläche und E ist das Elastizitätsmodul des Elastomers [12].

Rhee-Gleichung

Einen weiteren interessanten Ansatz entwickelte S.K. Rhee bei der experimentellen Untersuchung der Kontaktpaarung Polymer-Stahl. Das aus den Versuchsergebnissen resultierende Verschleißgesetz lautet

$$V = k_1 F_N^{k_2} v^{k_3} t_{reib}^{k_4}, \quad (2.21)$$

wobei k_1 der Verschleißkoeffizient, v die Geschwindigkeit und t_{reib} die Reibungszeit ist. Die Koeffizienten $k_2 - k_4$ sollen laut Rhee durch Versuchsreihen, in denen jeweils

2. Grundlagen

ein Parameter verändert wird und die anderen konstant gehalten werden, bestimmt werden [12].

Die vorgestellten Verschleißgesetze sollen nur einen kleinen Überblick geben. Es existieren noch viele weitere, die alle für ihren Bereich ihre Daseinsberechtigung besitzen. Dies ist auch das große Problem an der Verschleißberechnung. Es zeigt sich schon an den vielen verschiedenen Parameter und Koeffizienten, dass das Anwendungsspektrum einzelner Verschleißgesetze sehr begrenzt ist. Durch die Komplexität des Verschleißes ist man bis heute nicht in der Lage den gesamten Prozess zu erfassen, sondern muss für jeden Teilbereich auf andere Verschleißgesetze zurückgreifen [12], [3]. Eine Addition von verschiedenen Verschleißmodellen ist ebenfalls nicht zielführend, da zwischen den einzelnen Verschleißmechanismen nicht superponierbare Wechselwirkungen bestehen [12].

3. Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode, kurz FEM genannt, ist ein numerisches Lösungsverfahren partieller, zeit- und ortsabhängiger Differentialgleichungen mit entsprechenden Anfangs- und Randbedingungen [13]. Neben vielen weiteren Einsatzgebieten im Ingenieurwesen und in den Naturwissenschaften wird die FEM auch zur Auslegung von Elastomerbauteilen verwendet.

Man unterscheidet im Allgemeinen zwischen der linearen und der nichtlinearen FEM. In der Mechanik gilt die lineare Methode nur für Systeme mit kleinen Verformungen und linearen Materialgesetzen, wie dem Hookeschen Gesetz. Für die Berechnung von großen Deformationen mit nichtlinearen Materialeigenschaften, wie der Viskoelastizität, muss man auf die nichtlineare FEM zurückgreifen. Dies ist bei Elastomerbauteilen der Fall.

Bevor in diesem Kapitel die theoretischen Hintergründe der nichtlinearen Berechnung erläutert werden, folgt die Beschreibung der Grundlagen der Finiten-Elemente-Methode. Den Abschluss des Kapitels bildet die Vorstellung des verwendeten FE-Programms MSC.Marc/Mentat und der integrierten Reibungs- und Verschleißmodelle.

3.1. Grundlagen der linearen Finiten-Elemente-Methode

Ein strukturmechanisches Problem kann mit einer Differentialgleichung und zugehörigen Anfangs- und Randbedingungen beschrieben werden. Zur numerischen Lösung mittels Finiten-Elemente-Methode muss die starke Differentialgleichung in eine schwache Form, der Integralgleichung, umgewandelt werden. Diese Umwandlung erfolgt mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückung.

3.1.1. Prinzip der virtuellen Verrückung

Das Prinzip der virtuellen Verrückung besagt:

Wenn sich ein Körper im Gleichgewicht befindet, ist für beliebige, kompatible, kleine, virtuelle, auf den Körper einwirkende Verschiebungen, die die wesentlichen Randbedingungen befriedigen, die gesamte innere virtuelle Arbeit gleich der gesamten äußeren virtuellen Arbeit [14].

Es beschreibt das Gleichgewicht eines Körpers mit dem mathematischen Ansatz nach:

$$\delta W_{int} = \delta W_{ext}. \quad (3.1)$$

Die Arbeit W kann man wie folgt umschreiben:

$$W = F \cdot \Delta l = \sigma \cdot A \cdot \Delta l = \sigma \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot l \cdot A = \sigma \cdot \varepsilon V \quad (3.2)$$

$$W_{ext} = F_{Volumenlasten} \cdot \Delta l + F_{Flächenlasten} \cdot \Delta l \quad (3.3)$$

Umgewandelt für ein Kontinuum und eingesetzt in die Gleichung 3.1, ergibt sich die nachfolgende Formel:

$$\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV + \int_S \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} dS. \quad (3.4)$$

$\boldsymbol{\sigma}$ ist der Spannungstensor, $\boldsymbol{\varepsilon}$ der Verzerrungstensor, \mathbf{u} der Verschiebungstensor, \mathbf{p} die Volumenlasten und \mathbf{t} die Flächenlasten.

$\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ und $\delta \mathbf{u}$ beschreiben in diesem Fall die virtuellen Verzerrungen und die virtuellen Verrückungen [15].

3.1.2. Finite-Elemente-Ansatz

Zur Lösung der schwachen Differentialgleichung 3.4 teilt man ein kontinuierliches Objekt in viele gleich große, endliche (finite) Elemente. Ein jedes Volumenelement (Tetraeder, Hexaeder oder Pentaeder) besitzt mehrere Knotenpunkte, die die Verbindungsstellen zu anderen Elementen sind. Die Verschiebungen \mathbf{u} eines Elements in x, y, z - Koordinaten werden durch die Knotenverschiebungen \mathbf{U} ausgedrückt [14]:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{H}(x, y, z) \cdot \mathbf{U}. \quad (3.5)$$

\mathbf{H} ist die Verschiebungsinterpolationsmatrix, in der die einzelnen Ansatzfunktionen stehen. Diese sind gleich der virtuellen Verrückungen $\delta \mathbf{u}$ aus Gleichung 3.4.

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{H}(x, y, z) \quad (3.6)$$

Kinematische Beziehungen

In der *linearen* FEM gilt zwischen den Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und den Verschiebungen \mathbf{u} folgender Zusammenhang:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{d} \mathbf{u}. \quad (3.8)$$

Somit kann man die virtuelle Verzerrung auch in der Form ausdrücken:

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{d} \delta \mathbf{u} = \mathbf{d} \mathbf{H} = \mathbf{B}. \quad (3.9)$$

\mathbf{B} wird als Verzerrungs-Verschiebungsmatrix bezeichnet [15].

Materialeigenschaften

Die Spannungen eines finiten Elements können in der linearen FEM durch die Verzerrungen beschrieben werden:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (3.10)$$

\mathbf{C} wird als Materialmatrix bezeichnet. Für einen linear elastischen Werkstoff ist diese Matrix konstant. Die Spannungen des Prinzips der virtuellen Verrückung (siehe Gleichung 3.4) lassen sich ebenfalls durch die Verschiebung der Knoten \mathbf{U} ausdrücken:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C} \mathbf{d} \mathbf{u} = \mathbf{C} \mathbf{d} \mathbf{H} \mathbf{U} = \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{U}. \quad (3.11)$$

Somit kann das Prinzip der virtuellen Verrückung (3.4) in Kontinuumsschreibweise wie folgt formuliert werden:

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV \mathbf{U} = \int_V \mathbf{H} \mathbf{p} dV + \int_S \mathbf{H} \mathbf{t} dS. \quad (3.12)$$

Das Integral der inneren Arbeit wird allgemein als Element-Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV \quad (3.13)$$

bezeichnet. Fasst man die äußeren Kräfte als Lasttensor \mathbf{F} zusammen, ergibt sich für das auf die Knotenverschiebungen bezogene Gleichgewicht:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}. \quad (3.14)$$

Durch Zusammensetzen der Element-Steifigkeitsmatrizen in eine Gesamtsteifigkeitsmatrix des Kontinuums und Kombinieren der einzelnen Knotenverschiebung \mathbf{U} und Lastvektoren \mathbf{F} erhält man das zu lösende Gleichungssystem für ein kontinuierliches Objekt. Die unbekanntenen Knotenverschiebungen kann man in der linearen Finiten-Elemente-Methode durch ein direktes Lösungsverfahren, beispielsweise dem Gauß'schen Eliminationsverfahren, ermitteln. Die Spannungen, die Verzerrungen und weitere Größen können in der Nachlaufrechnung aus den dargestellten Zusammenhängen bestimmt werden [15].

3.2. Nichtlineare Finite-Elemente-Methode

Zur Auslegung von Gummibauteilen ist man durch die großen Verformungen und das viskoelastische Materialverhalten auf eine nichtlineare Berechnung angewiesen. Es wird zwischen verschiedenen Arten von Nichtlinearitäten unterschieden.

- Geometrische Nichtlinearität aufgrund von nichtlinearer Kinematik und Kinetik (große Verformung, große Rotationen, Gleichgewicht am verformten System)
- Physikalische Nichtlinearität aufgrund des Materialverhaltens (viskoelastisch, elasto-plastisch)
- Nichtlineare Randbedingungen aufgrund des Kontaktes zweier Körper oder Wärmeabstrahlung

In diesem Kapitel wird speziell auf die geometrischen und die physikalischen Nichtlinearitäten eingegangen und ein Lösungsverfahren für nichtlineare Gleichungssysteme erläutert. Für eine vollständige und detaillierte Betrachtung der Finiten-Elemente-Methode wird auf die Quellen [13], [16] und [17] verwiesen, da die komplette Behandlung der FEM über den Umfang dieser Arbeit hinausgeht.

3.2.1. Geometrische Nichtlinearitäten

Bei geometrischen Nichtlinearitäten sind zwei Aspekte zu beleuchten. Einerseits verändert sich die Kinematik und andererseits die Kinetik im Vergleich zum linearen Ansatz.

Kinetik

Im Gegensatz zur linearen Finite-Elemente-Methode wird bei einer nichtlinearen Berechnung das Gleichgewicht im *deformierten* Zustand betrachtet. Die daraus resultierenden Änderungen kann man am besten an einem einfachen Beispiel deutlich machen (siehe Abb. 3.1) [13].

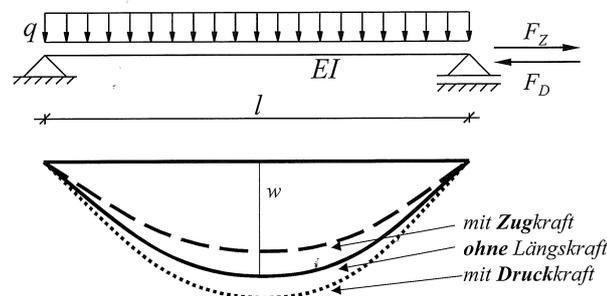


Abbildung 3.1.: Folgen der Bildung des Gleichgewichts am verformten System [16]

3. Finite-Elemente-Methode

Der Balken wird aufgrund der Streckenlast q um den Weg w verformt. Betrachtet man das System nach linearer Theorie, hat die Druck- bzw. Zugkraft keinen Einfluss auf die Verformung w . Ermittelt man das Gleichgewicht am verformten System, so ergibt sich durch die Kraft ein zusätzliches Moment mit dem Hebelarm w [16]. Für eine Zug- oder Druckkraft ist das Moment gleich

$$M = F_Z \cdot w = -F_D \cdot w. \quad (3.15)$$

Dadurch biegt sich der Balken mehr (für Druckkraft) oder weniger (für Zugkraft) durch [16]. Für ein Stabelement ohne Biegesteifigkeit kann dieser Effekt wie folgt hergeleitet werden (siehe Abb. 3.2).

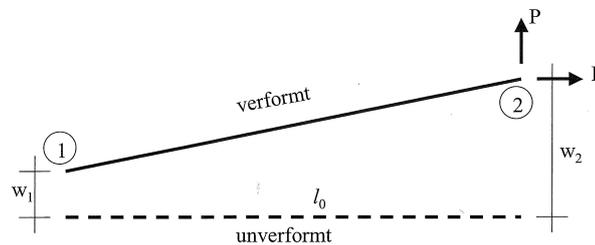


Abbildung 3.2.: Bildung des Gleichgewichts an einem verformten Stabelement [16]

Die Summe der Momente um (1) ist:

$$F(w_2 - w_1) = Pl_0. \quad (3.16)$$

Aufgelöst nach P und die Längskraft F durch Spannung σ mal Fläche A ausgedrückt, ergibt die Formel:

$$\frac{\sigma A}{l_0}(w_2 - w_1) = P. \quad (3.17)$$

In Matrixschreibweise lautet die Gleichung wie folgt:

$$\frac{\sigma A}{l_0} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = P. \quad (3.18)$$

Unter Einbeziehung der Längsverschiebung u und der Summe der Momente um den Punkt (2) ergibt sich [16]:

$$\frac{\sigma A}{l_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_1 \\ 0 \\ P_2 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Dieser Term verknüpft die Verschiebungen mit den Kräften und wird deshalb Steifigkeit genannt. Doch anders als die uns bekannte Element-Steifigkeitsmatrix ist diese nicht von den Materialparametern, sondern von der Spannung abhängig. Deshalb wird sie als Spannungsversteifungsmatrix \mathbf{K}_σ bezeichnet. Sie wirkt als Ergänzung zur Element-Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} nach linearer Theorie [16]. Die Gesamtsteifigkeit eines Systems ergibt sich aus:

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma. \quad (3.20)$$

Für den ebenen Fachwerkstab folgt demnach [16]:

$$\left(\frac{EA}{l_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\sigma A}{l_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ P_1 \\ F_2 \\ P_2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Kinematik

Nichtlineare Kinematik ist die Folge einer nichtlinearen Beziehung zwischen Verschiebungen und Verzerrungen. In der linearen Theorie werden diese Beziehungen vernachlässigt. Zur Erinnerung ist die Komponente des linearen Verzerrungstensors in x-Richtung gleich (vgl. Gleichung 3.8)

$$\varepsilon_{xx}^{linear} = \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (3.22)$$

Zur Erfassung der Nichtlinearitäten wurde der Green-Lagrangesche Verzerrungstensor definiert. Geometrisch kann man ihn auf der Grundlage der Green'schen Dehnungen herleiten. Stellen wir uns beispielhaft eine Verschiebung im zweidimensionalen Raum nach Abbildung 3.3 vor.

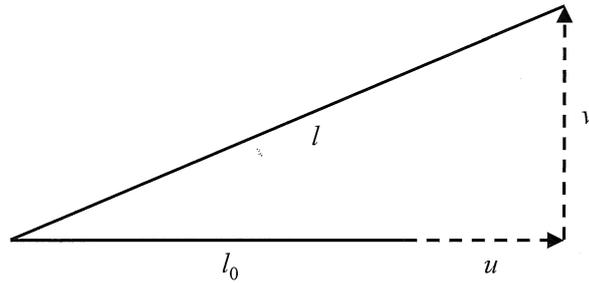


Abbildung 3.3.: Veranschaulichung der Green'schen Dehnungen [16]

Die Green'schen Dehnungen sind definiert nach [16]

$$\begin{aligned} 2\varepsilon^{Gr} &= \frac{l^2 - l_0^2}{l_0^2} = \frac{(l_0 + u)^2 + v^2 - l_0^2}{l_0^2} = \frac{l_0^2 + 2l_0u + u^2 + v^2 - l_0^2}{l_0^2} \\ &= 2\frac{u}{l_0} + \left(\frac{u}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{v}{l_0}\right)^2. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Bezogen auf infinitesimal kleine Elemente folgt [16]

$$\frac{u}{l_0} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{und analog} \quad \frac{v}{l_0} \rightarrow \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (3.24)$$

Daraus ergibt sich die x-Komponente des Green-Lagrangeschen-Verzerrungstensors:

$$\varepsilon_{xx}^{GL} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2. \quad (3.25)$$

Für den dreidimensionalen Raum erweitert sich die Gleichung um einen zusätzlichen Term. Den Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor kann man umschreiben in

$$\varepsilon_{xx}^{GL} = \varepsilon_{xx}^{linear} + \varepsilon_{xx}^{nichtlinear}. \quad (3.26)$$

Somit wird dem linearen Verzerrungstensor ein nichtlinearer Anteil hinzugefügt. In Kontinuumschreibweise lässt sich der Green-Lagrangesche-Verzerrungstensor \mathbf{E} mit dem Deformationsgradienten \mathbf{F} und dem Einheitsvektor \mathbf{I} ausdrücken [17]

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{I}). \quad (3.27)$$

\mathbf{C} ist der rechte Cauchy-Green-Tensor und definiert nach $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$.

Der Deformationsgradient \mathbf{F} ist der kinetische Zusammenhang zwischen dem verformten und dem unverformten System und enthält die Ableitungen der Koordinaten

des deformierten Systems x nach den Ausgangskordinaten x_0 [16]. Für den zweidimensionalen Raum gilt beispielsweise:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial x}{\partial y_0} \\ \frac{\partial y}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Zusammen mit dem Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor wird häufig der 2. Piola-Kirchhoff'sche Spannungstensor \mathbf{S} verwendet. Dieser gibt die Spannung als Kraft pro Fläche des unverformten Systems an. Im Gegensatz dazu bezieht der Cauchy-Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ die Spannung auf die Fläche des verformten Systems [18]. Der Zusammenhang der beiden Tensoren entsteht mit dem Deformationsgradienten \mathbf{F} nach

$$\boldsymbol{\sigma} = \det(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T. \quad (3.29)$$

Für kleine Verformungen ist der Cauchy-Spannungstensor identisch mit dem linearen Spannungstensor aus Gleichung 3.10. Er ist häufig mit den Hencky- bzw. Logarithmischen Verzerrungstensor verknüpft [18]. Dieser wird definiert als

$$\mathbf{E}^{Hencky} = \ln \left[(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (3.30)$$

Typischerweise werden der Cauchy-Spannungstensor und der Hencky-Verzerrungstensor mit der Updated-Lagrange-Formulierung (Beschreibung des Systems aus einer Referenzkonfiguration, beispielsweise dem letzten Gleichgewichtszustand) benutzt. Den 2. Piola-Kirchhoff'schen Spannungstensor und den Green-Lagrange'schen Verzerrungstensor verwendet man zusammen mit der Total-Lagrange-Formulierung (Beschreibung des Systems aus der Ausgangskonfiguration) [16].

3.2.2. Physikalische Nichtlinearitäten

Als physikalische Nichtlinearität bezeichnet man eine nichtlineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung. Diese tritt beispielsweise beim Überschreiten der Elastizitätsgrenze und daraus resultierendem plastischen Materialverhalten oder auch bei viskoelastischen Materialien auf.

In der linearen Theorie ist die Spannung über die Materialmatrix \mathbf{C} mit den Verzerrungen verknüpft. Dies ist bei einem nichtlinearen Materialverhalten nicht möglich. Im Falle eines hyperelastischen Materials, wie Gummi, kann man den 2. Piola-Kirchhoff'schen Spannungstensor \mathbf{S} aus einem Potential Ψ herleiten. Das Potential Ψ beschreibt die im Körper gespeicherte Verzerrungsenergie und wird deshalb Ver-

zerrungsenergiefunktion genannt. Durch die Ableitung nach dem rechten Cauchy-Green-Tensor \mathbf{C} ergibt sich [17]

$$\mathbf{S} = 2\rho_0 \frac{\partial \Psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}}. \quad (3.31)$$

ρ_0 ist die Dichte in der Ausgangskonfiguration. Die Verzerrungsenergiefunktion ist von den Invarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors abhängig mit $\Psi(\mathbf{C}) = \Psi(I_C, II_C, III_C)$. Invarianten sind die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms eines Tensors. Für den rechten Cauchy-Green-Tensor \mathbf{C} lauten diese [17]

$$I_C = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (3.32)$$

$$II_C = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3.33)$$

$$III_C = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (3.34)$$

Die Hauptdehnungen λ sind wie folgt definiert [19]:

$$\lambda = \frac{L_i + \Delta L_i}{L_i} = 1 + \varepsilon_i. \quad (3.35)$$

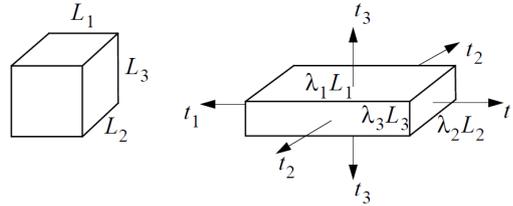


Abbildung 3.4.: Definition der Hauptdehnungen [19]

Die Materialgesetze der Form 3.31 sind komplex und können zu vielen Parametern führen, deren experimentelle Bestimmung sehr aufwendig ist. Es ist daher das Ziel, die Materialgesetze mit möglichst wenigen Parametern zu beschreiben. Mooney und Rivlin entwickelten für Gummi so eine Materialfunktion mit nur zwei zu bestimmenden Konstanten [17]:

$$W = C_{10}(I_C - 3) + C_{01}(II_C - 3). \quad (3.36)$$

Die spezifische Formänderungsenergie $\rho_0 \Psi$ wurde als W zusammengefasst. Da Gummi ein inkompressibles Material ist und damit $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$ gilt, kann die dritte Invariante III_C vernachlässigt werden.

Die Konstanten C_{01} und C_{10} sind von der Shore-Härte des Elastomers abhängig.

3.2.3. Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme

Zur Lösung von nichtlinearen Gleichungssystemen werden häufig iterative Verfahren angewendet. Das bekannteste Verfahren ist das Newton bzw. Newton-Raphson Verfahren. Es wird in vielen nichtlinearen FE-Programmen, wie zum Beispiel ABAQUS, ANSYS oder auch Marc/Mentat, benutzt. Im Folgenden wird die Vorgehensweise beim Newton-Raphson-Verfahren erläutert.

Das Ziel des Newton-Raphson Verfahren in der Strukturmechanik ist die unbekanntes Knotenverschiebungen unter der Bedingung

$$\mathbf{G}(\mathbf{U}_i) = \mathbf{F}^{int} - \mathbf{F}^{ext} = \mathbf{0} \quad (3.37)$$

zu ermitteln. Das Residuum (engl. residual) \mathbf{G} ist die Differenz zwischen den inneren Knotenschnittkräften \mathbf{F}^{int} und den äußeren Lasten \mathbf{F}^{ext} . Zum Anfang des Newton-Raphson Verfahren braucht man einen Initialwert \mathbf{U}_0 . Der nächste Iterationsschritt folgt dann nach

$$\mathbf{U}_{i+1} = \mathbf{U}_i - \left[\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} \Big|_{\mathbf{U}=\mathbf{U}_i} \right]^{-1} \mathbf{G}_{\mathbf{U}_i}. \quad (3.38)$$

Dies lässt sich umschreiben als

$$\mathbf{U}_{i+1} = \mathbf{U}_i - \mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{G}_{\mathbf{U}_i}. \quad (3.39)$$

\mathbf{K}_T wird Tangentenmatrix oder im mechanischen Zusammenhang Tangentensteifigkeitsmatrix genannt [16]. Die Änderung der Knotenverschiebungen ergibt sich aus

$$\Delta \mathbf{U}_{i+1} = \mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i = -\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{G}_{\mathbf{U}_i}. \quad (3.40)$$

Da das Rechnen mit der Inversen der Tangensteifigkeitsmatrix nicht üblich ist, wird die Gleichung 3.40 wie folgt umgeformt:

$$\mathbf{K}_T \Delta \mathbf{U}_{i+1} = -\mathbf{G}(\mathbf{U}_i). \quad (3.41)$$

Das Gleichungssystem wurde nun in eine lineare Form $\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}$ gebracht. Man spricht in diesem Fall von der Linearisierung des nichtlinearen Problems. Die Gleichung muss für jeden Iterationsschritt neu gelöst werden, da sich \mathbf{K} und \mathbf{G} nach jedem Schritt ändern. Das Newton-Raphson Verfahren endet, wenn eine bestimmte Konvergenz erreicht ist. Diese kann für das Residuum, für die Verschiebung oder auch für beide Parameter definiert werden. In Abbildung 3.2.3 sieht man die Vorgehensweise beim Newton-Raphson Verfahren grafisch dargestellt.

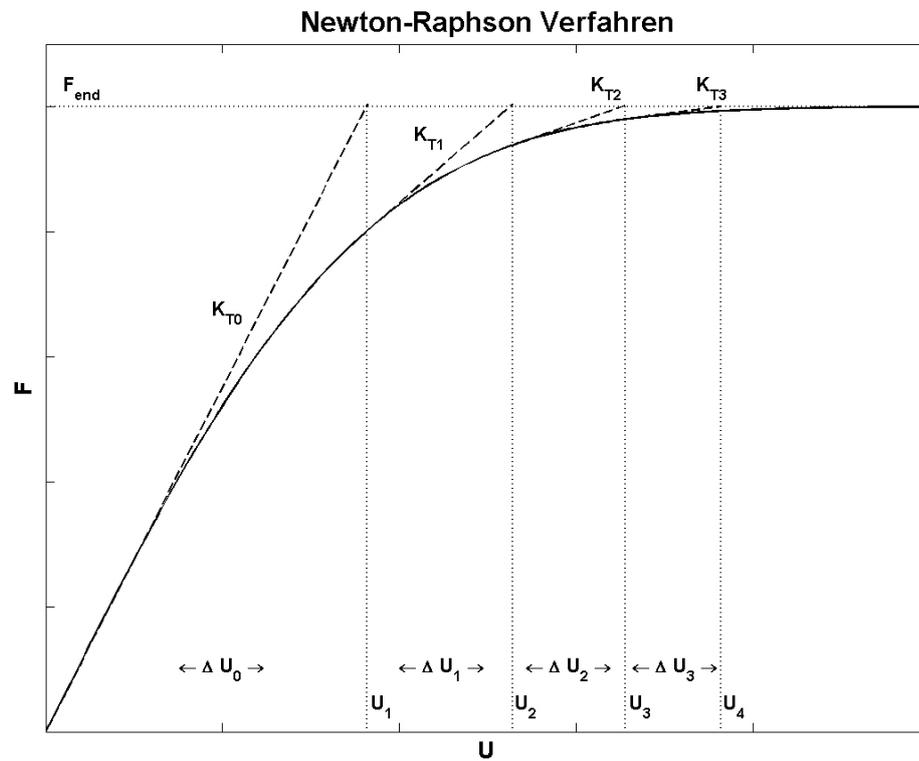


Abbildung 3.5.: Grafische Darstellung des Newton-Raphson Verfahren mit Matlab

Üblicherweise wird die Last nicht auf einmal, sondern in mehreren Schritten (Inkrementen) aufgebracht. Dadurch verhält sich das Newton-Raphson Verfahren stabiler.

3.3. FEM-Software - MSC.Marc/Mentat

Für die FEM-Berechnung steht das Softwarepaket Marc/Mentat von der Firma MSC.Software Corporation zur Verfügung. Marc ist der Solver, der in der Lage ist komplexe lineare und geometrisch nichtlineare Simulationen mit Kontakt von mehreren Körpern zu berechnen. Mentat ist der Pre- und Postprozessor für Marc, mit dem man die Bauteile modellieren, vernetzen und Randbedingung setzen kann. Diese Daten werden von Marc für die Berechnung verwendet. Die Ergebnisse können mithilfe von Mentat dargestellt und ausgewertet werden.

3.3.1. Verfügbare Reibungsmodelle

Die Reibung von Elastomeren basiert, wie in Kapitel 2.2 beschrieben, auf vielen verschiedenen Parametern. Vorwegnehmend kann man sagen, dass man mit der Finiten-Elemente-Methode keine Eigenschaften im mikroskopischen Bereich, wie beispielsweise die Oberflächenrauheit, simulieren kann [3]. Eine hundertprozentig genaue Berechnung der Reibungskraft mithilfe der FEM ist demnach nicht möglich. Für eine Abschätzung der Reibung bietet das FE-Programm MSC.Marc/Mentat folgende Modelle an:

- Coulomb Friction
 - Arctangent Model
 - Stick-Slip Model
 - Bilinear Model
- Shear Friction
 - Arctangent Model
 - Bilinear Model

Coulomb Friction

Die Coulombsche Reibung (vgl. Gleichung 2.12) lässt sich wie folgt charakterisieren [20]:

$$\text{Haftreibung - haften (stick): } \|F_T\| < \mu F_N \quad (3.42)$$

$$\text{Gleitreibung - rutschen (slip): } F_T = -\mu F_N \cdot \mathbf{t} \quad (3.43)$$

mit F_T tangentielle Reibungskraft
 F_N Normalkraft
 μ Reibungskoeffizient
 \mathbf{t} tangentialer Vektor in Richtung der relativen Geschwindigkeit v_r
 nach $\mathbf{t} = \frac{v_r}{\|v_r\|}$

Analog dazu kann die Coulombsche Reibung, wie beispielsweise im Arctangent Model, durch die Spannung σ ausgedrückt werden [20]:

$$||\sigma_T|| < \mu\sigma_N \quad \text{und} \quad \sigma_T = -\mu\sigma_N \cdot \mathbf{t}. \quad (3.44)$$

Aus der Scherspannung σ_T werden die einzelnen Knotenkräfte errechnet. Die Coulombsche Reibung kann als eine Step-Funktion basierend auf der relativen Gleitgeschwindigkeit v_r oder der relativen tangentialen Verschiebung innerhalb eines Inkrements Δu_T dargestellt werden (siehe Abb. 3.6).

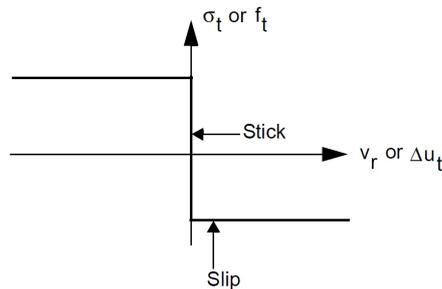


Abbildung 3.6.: Coulombsche Reibung nach MSC.Marc/Mentat [20]

Da eine Step-Funktion numerisch viele Probleme bereitet, wurden folgende drei Approximationen implementiert:

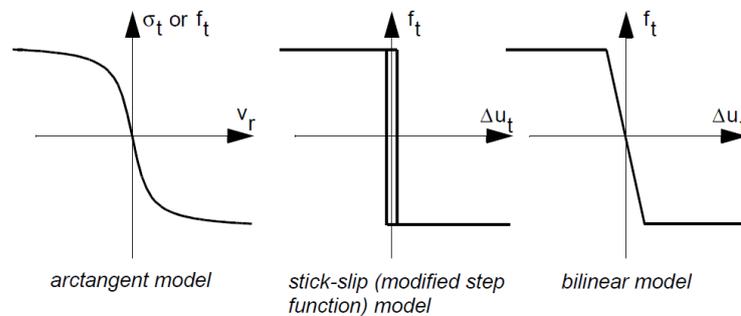


Abbildung 3.7.: Approximationen der Coulombschen Reibung [20]

Arctangent Model

Die erste Approximation basiert auf der relativen Gleitgeschwindigkeit v_r . Für die Reibungsspannung lautet die Gleichung [20]:

$$\sigma_T = -\mu\sigma_N \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{||v_r||}{RVCNST} \right) \cdot \mathbf{t} \quad (3.45)$$

und für die Reibungskraft:

$$F_T = -\mu F_N \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{\|v_r\|}{RVCNST} \right) \cdot \mathbf{t} \quad (3.46)$$

Physikalisch kann der Parameter $RVCNST$ als die relative Geschwindigkeit angesehen werden, unter der Haftreibung vorherrscht. Je kleiner $RVCNST$ ist, desto ähnlicher ist die Approximation der originalen Step-Funktion (siehe Abb. 3.8). Als Defaulteinstellung ist $RVCNST = 1$.

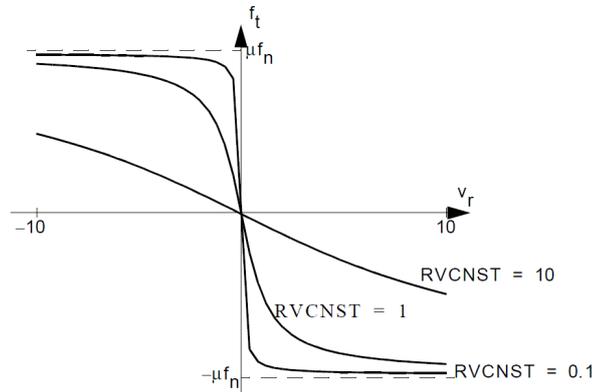


Abbildung 3.8.: Arctangent Model of Coulomb Friction [20]

Neben dem Kraftvektor beeinflusst die Reibung auch die globale Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_G (vgl. Gleichung 3.20). Die Änderung der Versteifung durch die Reibungssteifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{Fr} erfolgt nach [20]:

$$\mathbf{K}_{Fr} = -\frac{\partial \mathbf{F}_T}{\partial \mathbf{v}_r} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_r}{\partial \Delta \mathbf{u}_T}. \quad (3.47)$$

Stick-Slip Model

Die zweite Approximation ist eine leicht modifizierte Step-Funktion. Sie wird genutzt um ein wahres „stick-slip“ Verhalten zu simulieren. Im Ablauf der Approximation bekommt jeder Knoten einen Reibungsstatus, entweder *stick* oder *slip*, der nach jedem Iterationsschritt neu überprüft und gegebenenfalls geändert wird.

Einstellbare Parameter sind der Reibungskoeffizientmultiplikator α , die Haft-Gleit-Übergangsregion β und der Reduktionsfaktor ε .

Der Reibungskoeffizientmultiplikator α symbolisiert den Unterschied zwischen statischer und dynamischer Reibung.

Die Haft-Gleit-Übergangsregion β kann als eine Toleranz bei der Reibungsberechnung angesehen werden. Falls sich ein Knoten im *slip*-Modus in die Richtung der Reibungskraft bewegt, welches physikalisch nicht möglich ist, die Verschiebung allerdings im Bereich der Haft-Gleit-Übergangsregion liegt, wird das Inkrement nicht neu gestartet.

Das Produkt aus dem Reduktionfaktor ε und β gibt an, ob ein Knoten sich zum Start der Rechnung im *stick* oder *slip*-Modus befindet. Das Aussehen der Approximation und der Einfluss der Parameter sind in Abbildung 3.9 dargestellt.

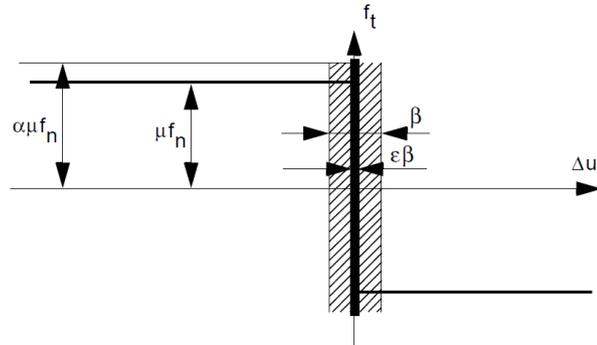


Abbildung 3.9.: Stick-Slip Model of Coulomb Friction [20]

Die Reibungssteifigkeitsmatrix für das Stick-Slip Model ergibt sich aus:

$$\mathbf{K}_{Fr} = -\frac{\partial \mathbf{F}_T}{\partial \Delta \mathbf{u}_T}. \quad (3.48)$$

Bilinear Model

Diese Approximation basiert, wie auch das Stick-Slip Model, auf der tangentialen Verschiebung. Das Modell besagt, dass das Haft- und Gleitverhalten mit den reversiblen (elastischen) und irreversiblen (plastischen) relativen Verschiebungen korrespondiert. Das Coulombsche Reibungsmodell wird durch eine sogenannte Gleitfläche Φ ausgedrückt [20]:

$$\Phi = ||F_T|| - \mu F_N. \quad (3.49)$$

Für $\Phi < 0$ tritt dementsprechend ein Haftverhalten auf.

Der tangentialen Verschiebungsvektor splittet sich in einen elastischen (*stick*) und einen plastischen (*slip*) Anteil auf [20].

$$\dot{\mathbf{u}}_T = \dot{\mathbf{u}}_T^e + \dot{\mathbf{u}}_T^p \quad (3.50)$$

Für die Ableitung des Reibungskraftvektor gilt:

$$\dot{\mathbf{F}}_T = \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}}_T^e, \quad (3.51)$$

mit der Matrix \mathbf{D} nach

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\mu F_N}{\delta} & 0 \\ 0 & \frac{\mu F_N}{\delta} \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

δ ist die relative Gleitverschiebung unter der in der Simulation ein Haftverhalten angenommen wird (siehe Abb. 3.10).

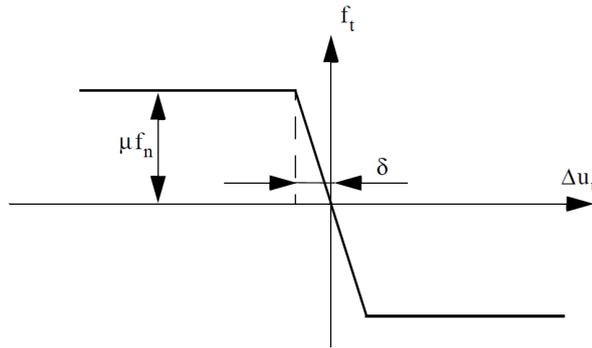


Abbildung 3.10.: Bilinear Model of Coulomb Friction [20]

Die Richtung der irreversiblen Gleitverschiebung kann man über die Normale des sogenannten Gleitströmungspotentials $\Psi = ||F_T||$ angeben. Die Größe der Gleitverschiebung wird $\dot{\lambda}$ genannt [20].

$$\dot{\mathbf{u}}_T^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Psi}{\partial F_T} \quad (3.53)$$

Da ein 'Kraftpunkt' niemals außerhalb der Gleitfläche Φ sein darf, muss folgender Zusammenhang gelten [20].

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial F_T} \right)^T \dot{\mathbf{F}}_T = 0 \\ &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial F_T} \right)^T \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}}_T^e = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial F_T} \right)^T \mathbf{D} (\dot{\mathbf{u}}_T - \dot{\mathbf{u}}_T^p) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Mit Gleichung 3.53 wird daraus:

$$0 = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial F_T} \right)^T \mathbf{D} \left(\dot{\mathbf{u}}_T - \dot{\lambda} \frac{\partial \Psi}{\partial F_T} \right). \quad (3.55)$$

Umgestellt nach $\dot{\lambda}$:

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial F_T}\right)^T \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}}_T}{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial F_T}\right)^T \mathbf{D} \frac{\partial\Psi}{\partial F_T}}. \quad (3.56)$$

Der Zusammenhang der Ableitung der Kraft und der Verschiebung ergibt sich aus [20]:

$$\dot{\mathbf{F}}_T = \left(\mathbf{D} - \frac{\mathbf{D} \frac{\partial\Psi}{\partial F_T} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial F_T}\right)^T \mathbf{D}}{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial F_T}\right)^T \mathbf{D} \frac{\partial\Psi}{\partial F_T}} \right) \dot{\mathbf{u}}_T = (\mathbf{D} - \mathbf{D}^*) \dot{\mathbf{u}}_T. \quad (3.57)$$

Aus den Matrizen \mathbf{D} und \mathbf{D}^* geht wiederum eine Änderung der globalen Steifigkeitsmatrix hervor [20].

Shear Friction

Das Modell der Shear Friction wurde zur Ermittlung der Reibung bei Massivumformungen entwickelt. Zur Simulation der Reibung von Elastomeren ist dieses Modell nicht geeignet. Folglich werden ausschließlich die Grundlagen des Modells erläutert. Die Shear Friction sagt aus, dass die Reibungsspannung ein Teil der Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ ist [20].

$$|\sigma_T| < m \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \quad (\text{stick}) \quad \text{und} \quad \sigma_T = -m \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \cdot \mathbf{t} \quad (\text{slip}) \quad (3.58)$$

Hierbei ist m der Reibungsfaktor [20].

Für das Arctangent Model gilt:

$$\sigma_t = -m \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{v_r}{RVCNST}\right) \cdot \mathbf{t} \quad (3.59)$$

und für das Bilinear Model:

$$\sigma_t = \min\left(m\sigma_N, m \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}}\right). \quad (3.60)$$

3.3.2. Verfügbare Verschleißmodelle

In MSC.Marc/Mentat sind drei verschiedene Verschleißmodelle integriert, die alle auf dem Holm-Archard-Modell basieren (siehe Kapitel 2.3.2). Die Grundgleichung zur Berechnung des Verschleißvolumens nach Holm-Archard ist (vgl. Gleichung 2.17)

$$V = \frac{kF_N x}{H}.$$

Für die FE-Berechnung wird die Gleichung in eine inkrementelle Form gebracht. Außerdem verwendet MSC.Marc zur Berechnung des Verschleißvolumens die Normalspannung σ_N statt der Normalkraft F_N . Diese Änderungen führen zu folgenden drei Verschleißmodellen [20]:

$$\dot{V} = \frac{k}{H} \cdot \sigma_N \cdot v_{ref} \quad \text{Simple Archard} \quad (3.61)$$

$$\dot{V} = \frac{k}{H} \cdot \sigma_N^m \cdot v_{ref}^n \quad \text{Bayer exponential form} \quad (3.62)$$

$$\dot{V} = \frac{k}{H} \cdot \sigma_N^m \cdot v_{ref}^n \cdot \exp\left(-\frac{T_0}{T}\right) \quad \text{Bayer exponential form with thermal activation} \quad (3.63)$$

mit \dot{V}	Rate der Änderung des Verschleißes
σ_N	Normalspannung
v_{rel}	relative Gleitgeschwindigkeit
k	Verschleißkoeffizient
H	Vickers-Härte
T_0	Aktivierungstemperatur
T	aktuelle Temperatur

Der inkrementelle Verschleiß wird für jeden Knoten als $\dot{V} \Delta t$ berechnet. Daraus ergibt sich das verschlissene Volumen nach:

$$V_{n+1} = V_n + \dot{V} \Delta t. \quad (3.64)$$

Für ein Kontinuumelement wird die Verschiebung der Knoten aufgrund der Abriebs nach folgendem Zusammenhang bestimmt:

$$x_{n+1} = x_n + f \dot{V} \Delta t \cdot n, \quad (3.65)$$

wobei n die Normale zur Oberfläche und f ein Skalenfaktor ist.

Aus der Dokumentation von MSC.Marc/Mentat geht hervor, dass die Konvergenztoleranz für die Kraft sowie für die Verschiebung mindestens 0,01 betragen soll. Für höhere Werte ist die Verschleißberechnung nicht korrekt [20].

4. Experimentelle Untersuchungen

In diesem Kapitel werden die Ziele und der Prüfaufbau erklärt, die Durchführung der Untersuchungen beschrieben und im Abschluss die Ergebnisse präsentiert.

4.1. Ziel der Reibungs- und Verschleißuntersuchungen

Ziel der experimentellen Untersuchungen ist es, grundlegende Aussagen über das Reibungs- und Verschleißverhalten von Elastomeren in Kontakt mit Stahl zu treffen.

In der Reibungsuntersuchung sollen sogenannte Reibungskurven ermittelt werden. In denen wird der Verlauf des Torsionsmoments (Reibungsmoment) über den Verdrehwinkel gemessen und ausgegeben. Diese Kurven sollen im Anschluss in einer Parameterstudie für verschiedene Konfigurationen gemessen werden.

Zur Untersuchung des Verschleißes ist anfangs die Fragestellung zu klären, in welcher Form man den Materialverlust am besten bestimmen kann. Darauffolgend soll der Verschleiß als Funktion der Lastwechsel protokolliert werden. Auch bei der Untersuchung des Abriebs ist es wünschenswert eine Art Parameterstudie durchzuführen. Aufgrund der Geschwindigkeit des Materialverlustes bei Verschleißvorgängen und der begrenzten Zeit zur Bearbeitung der Bachelorthesis könnte dies nur eingeschränkt realisierbar sein.

4.2. Prüfaufbau

Für die Untersuchungen der Reibungs- und Verschleißphänomene steht eine von der Vibracoustic GmbH & Co. KG entwickelte Prüfvorrichtung zur Verfügung (siehe Abb. 4.1). Die technische Zeichnung der Vorrichtung befindet sich im Anhang A.1.

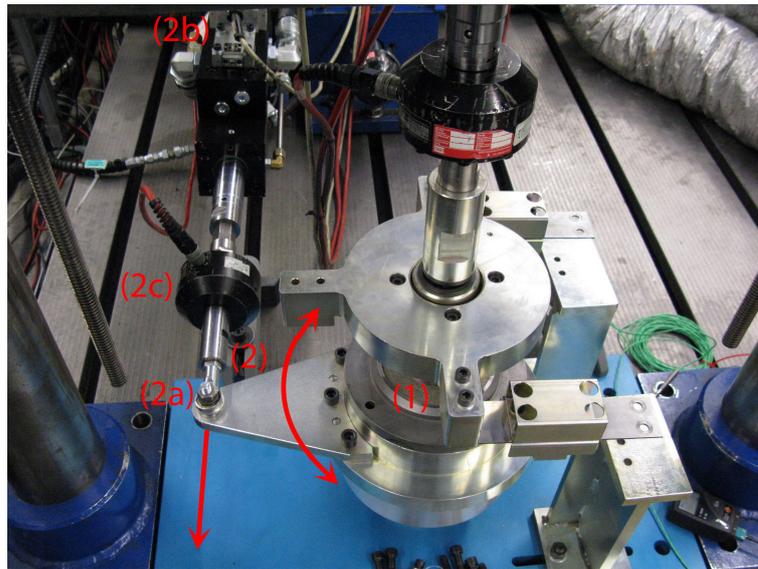


Abbildung 4.1.: Prüfvorrichtung zur Verschleiß- und Reibungsuntersuchung

Ein spezieller Probekörper aus Gummi wird auf eine sehr raue Stahloberfläche (4.1-1) gelegt und mit einer Halterung befestigt, sodass er nicht verrutschen kann (siehe Abb. 4.2). Das Design des Probekörpers wird im nachfolgenden Kapitel vorgestellt und erläutert.

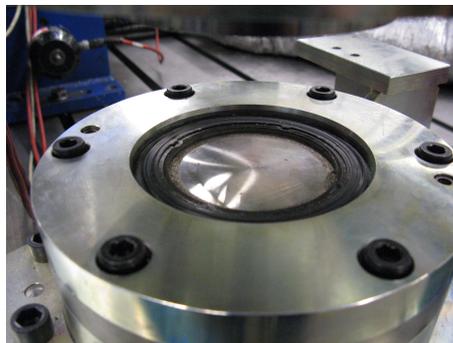


Abbildung 4.2.: Probekörper in der Prüfvorrichtung und mit der Halterung befestigt

Ein Stahlzylinder wird mit einer bestimmten Vorlast auf den Probekörper gedrückt. An diesem Zylinder ist ein spezieller Prüfring aus 16MnCr5, einem Einsatzstahl für besondere Verschleißbeanspruchungen, angebracht. Die Oberfläche des Prüfrings ist mit dem „Kathodischen Tauchlackierung“ Verfahren, kurz KTL, beschichtet worden und hat eine Oberflächenrauheit von $Rz = 6,3$. Somit erhält man eine definierte Oberfläche, die gegen den Probekörper drückt.

Der Aufbau im Inneren wird am Halbschnitt des CAD-Modells deutlich (siehe Abb. 4.3). Der Probekörper (4.3-3) befindet sich auf einer rauhen Unterlage (4.3-1)

4. Experimentelle Untersuchungen

und wird mit der Halterung (4.3-4) fixiert. Die Vorlast wird über den Stempel (4.3-5) eingeleitet. Die runden Positionierungshilfen (4.3-6 und 4.3-7) sorgen für die Zentrierung des Stempels und somit für eine gleichmäßige Krafteinleitung. Über den Prüfring (4.3-8) wird die Vorlast direkt auf das Gummi des Probekörpers (4.3-3) übertragen.

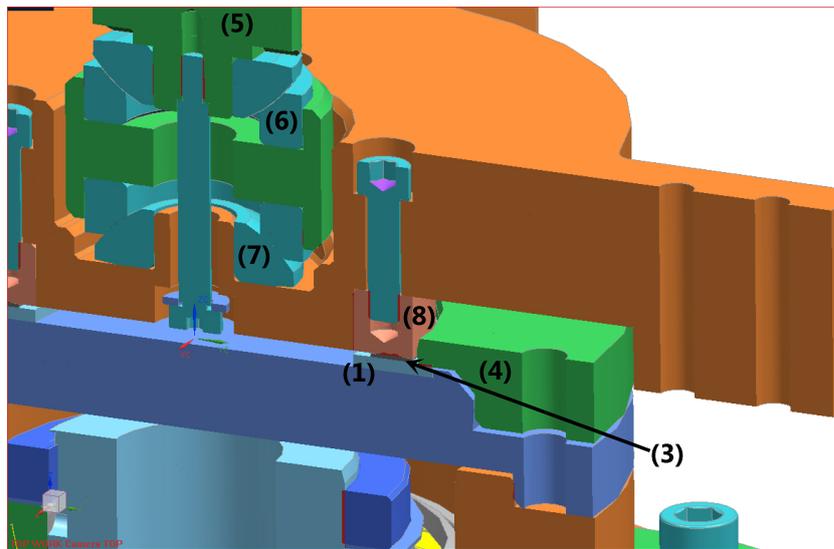


Abbildung 4.3.: Halbschnitt des CAD-Modells der Prüfvorrichtung samt Probekörper

Unter Halten der Vorlast wird nun der untere Teil samt Probekörper torsional verdreht. Diese Verdrehung erfolgt über den Zylinder (4.1-2). Dieser kann maximal um einen Weg von $\pm 70\text{mm}$ ausgefahren werden. Das entspricht mit einem Hebelarm von $r = 250\text{mm}$ etwa einen Drehwinkel von $16,2^\circ$. Der Zylinder (4.1-2) ist beidseitig mit Kugellagern (4.1-2a und 4.1-2b) befestigt und somit drehbar gelagert. Dadurch ist es ihm möglich, die zur Verdrehung nötige Kreisbahn zu fahren.

Eine Messdose am Zylinder (4.1-2c) nimmt den ausgefahrenen Weg und die dazu benötigte Kraft auf und gibt die Daten in einer Ergebnisdatei aus. Die Kraft und der Weg werden im Anschluss für die Reibungskurven in Moment und Verdrehwinkel umgerechnet.

Für die Verschleißuntersuchung wird die torsionale Verdrehung mehrere Male wiederholt. Durch Reibungsvorgänge steigt die Temperatur während der Untersuchung im Inneren der Vorrichtung an. Um diesen Anstieg zu messen, wurde eine Bohrung in den oberen Teil der Vorrichtung gebohrt. Auf diese Weise kann man auf die Temperatur des Probekörpers schließen.

Probekörper S810078

Der Probekörper besteht aus einer Gummikontur, die auf einen Stahlring vulkanisiert wurde. Vor der Vulkanisation wurde der Stahlring an den Kontaktstellen mit einem Haftvermittler präpariert. Nur an diesen präparierten Stellen haftet das Gummi am Stahlring.

Für den Probekörper wurden zwei unterschiedliche Mischungstypen verwendet, zum einen die gängige Mischung 0962-525 und zum anderen die reibungsarme Mischung 0962-544. Ursache der besseren Reibungseigenschaften der Mischung 0962-544 ist der höhere Wachsanteil. Bei Belastungen diffundiert das Wachs aus der Mischung und schmiert die Oberflächen. Beide Mischungen haben eine Shore A - Härte von 60.

Die besondere Kontur der Gummispur kann man gut im Schnitt Z der technischen Zeichnung im Anhang A.2 und in der Abbildung 4.4 erkennen.



Abbildung 4.4.: Draufsicht und seitliche Ansicht des Probekörpers S810078 im unverschlissenen Zustand

Der Grund für die Entwicklung dieser Kontur war die Realisierung einer gleichmäßigen Kontaktspannung über den Radius bei einer bestimmten Vorlast. Das aktuelle Design zeigte von den herstellbaren Optionen die besten Ergebnisse. In Abbildung 4.5 ist die Kontaktnormalspannung an der Oberfläche des Probekörpers bei veränderlicher Vorlast aufgezeigt. Die Analysen wurden mithilfe der Finiten-Elemente-Methode angefertigt.

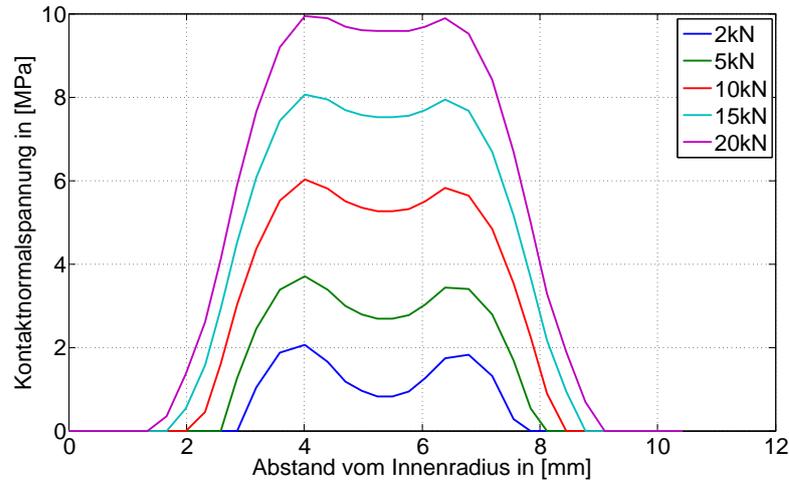


Abbildung 4.5.: Kontaktnormalspannung in Abhängigkeit von der Vorlast

4.3. Durchführung

Einflüsse der Temperatur und der Geschwindigkeit auf die Reibung oder den Verschleiß sollen in der Bachelorthesis bewusst nicht betrachtet werden. Das hat den Grund, dass die FE-Berechnungen der Vibracoustic GmbH & Co. KG in der Regel im statischen (quasistatischen) Bereich und ohne Einbeziehung von Wärmeleitung erfolgen.

In den nachfolgenden Versuchen gilt es daher, die Parameter Temperatur und Geschwindigkeit so konstant wie möglich zu halten. Weiterhin können Reibungsprozesse bei hohen Geschwindigkeiten zu einer starken Erwärmung des Gummis führen. Durch eine niedrige Verdrehfrequenz und damit kleinen Geschwindigkeiten bewegt sich die Erwärmung in annehmbaren Grenzen.

Die Prozeduren zur Steuerung der Zylinder wurden in der Software FlexTest GT der Firma MTS Systems Corporation programmiert.

4.3.1. Reibung

Die Reibungskurven sollen für einen Verdrehwinkel von 0° bis 10° ausgewertet werden. Dies entspricht einen Zylinderausfahrweg von 0mm bis 43.68mm . Damit der Zylinder nicht direkt bei 10° stoppt und damit die Geschwindigkeit sowie die Reibungskraft null ist, wird er bis zu einem Winkel von 13.85° (60mm) ausgefahren. Um eine statische Berechnung zu rechtfertigen, wurde eine langsame Verdrehfrequenz von $0,1\text{Hz}$ für alle Reibungsversuchsreihen festgelegt.

Die Reibungseigenschaften sind an folgenden Versuchsreihen zu untersuchen:

Versuchsreihe	Parameter	Erläuterung
Reproduzierbarkeit	gleichbleibende Vorlast von $2kN$	Aussage über die Abweichung der Reibungskurven unter gleichen Bedingungen
Mischungstypen	0962-525 und 0962-544	Unterschied zwischen Standardmischung und reibungsarmer Mischung
Normalkraft (Vorlast)	$2kN$, $5kN$, $10kN$, $15kN$ und $20kN$	Abhängigkeit nach $F_R = \mu F_N^\beta$ und Bestimmung von μ und β
Kontaktzeit	$0min$, $0,5min$, $1min$, $2min$, $5min$ und $10min$	Abhängigkeit der Reibungskurven von der Zeit, bei der der Probekörper ruhend mit einer Normalkraft von $2kN$ belastet wurde

Tabelle 4.1.: Versuchsreihen der Reibungsuntersuchung

4.3.2. Verschleiß

Für die Untersuchung des Verschleißverhaltens wird der Reibungszyklus mehrere Male wiederholt. Nach einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln ist der Materialverlust des Probekörpers zu überprüfen. Ein Lastwechsel entspricht einem Sinuszyklus ($0^\circ > 10^\circ > 0^\circ > -10^\circ > 0^\circ$).

Vorerst ist zu klären, wie der Materialverlust während der Versuche bestimmt werden kann. Es stehen drei Optionen zur Auswahl.

Die erste Möglichkeit wäre die Messung mittels 3D-Messmaschine. Diese scheidet aus, weil man durch den Abrieb unregelmäßige Konturen erhält und diese über den Umfang mitteln muss. Das Vorgehen ist zu aufwendig.

Die zweite Option wäre die Messung der Verschiebung bei einer bestimmten Vorlast. In der Praxis führte dies ebenfalls zu keinen verwendbaren Ergebnissen, da sich bei gleicher Prüfvorlast unterschiedliche Verschiebungen einstellten. Dies könnte zum einen an Relaxationsvorgängen und einer Art Setzung im Gummi liegen oder an Schwingungen und Stößen, angeregt durch Versuche, welche parallel auf derselben Prüfebene liefen.

Die dritte Variante stellte sich als die optimale heraus. Der Materialverlust wird durch die Gewichtsänderung des Probekörpers bestimmt. Hierzu wird nach einer bestimmten Anzahl an Lastwechseln der Probekörper ausgebaut und auf einer Laborwaage mit

4. Experimentelle Untersuchungen

einer Teilung von $0,001g$ gewogen. Der Gewichtsverlust konnte über die Dichte des Gummis von $1,1 \cdot 10^{-3} \frac{g}{mm^3}$ in einen Volumenverlust umgerechnet werden. Durch diese Methode war es möglich, auch geringe Materialverluste mit einer relativ guten Genauigkeit festzustellen.

Für die Verschleißversuche wurde eine Frequenz von $0,3333Hz$ ausgewählt. Diese stellt das Optimum aus Laufzeit der Versuche und niedriger Gleitgeschwindigkeit dar. Für höhere Frequenzen erwärmt sich der Probekörper auf über $60^\circ C$. Diese hohen Temperaturen führen erstens zu einer Veränderung der Reibungseigenschaften und zweitens zu Zersetzungsprozessen des Gummis. Mit einer Frequenz von $0,3333Hz$ bleibt die Temperatur bei konstant $\sim 30^\circ C$. Bei einer zu niedrigen Frequenz dauert die Verschleißuntersuchung mehrere Tage. Mit Blick auf die begrenzte Bearbeitungszeit einer Bachelorthesis ist das nicht zielführend.

Die Verschleißigenschaften des Elastomer-Probekörpers wurden an folgenden Versuchsreihen untersucht:

Versuchsreihe	Parameter	Erläuterung
Reproduzierbarkeit	gleichbleibende Vorlast von $20kN$	Aussage über die Entwicklung des Abriebs unter gleichbleibenden Bedingungen
Mischungstypen	0962-525 und 0962-544	Unterschied zwischen Standardmischung und reibungsarmer Mischung
Normalkraft (Vorlast)	$10kN$, $15kN$ und $20kN$	Unterschied des Abriebverlaufes bei verschiedenen Vorlasten

Tabelle 4.2.: Versuchsreihen der Verschleißuntersuchung

4.4. Auswertung

Die Auswertung der Messergebnisse wird in die Punkte Reibung und Verschleiß separiert.

4.4.1. Reibung

Zur Darstellung der Reibungskurven gilt es zunächst den Ausfahrweg in den Verdrehwinkel und die Kraft in das Torsionsmoment umzurechnen. Aufgrund der Kugelgelenke an beiden Enden des Torsionszylinders ergibt sich eine Abhängigkeit des Verdrehwinkels vom Ausfahrweg nach folgender Abbildung:

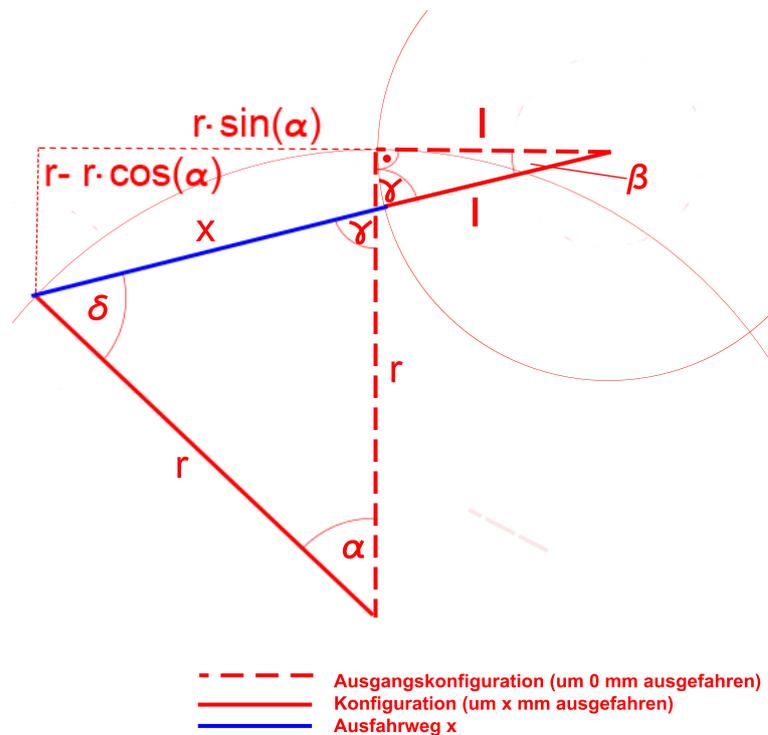


Abbildung 4.6.: Zusammenhang des Ausfahrweges zum Verdrehwinkel

Der Ausfahrweg x berechnet sich nach $x = \sqrt{(r - r \cdot \cos \alpha)^2 + (l + r \cdot \sin \alpha)^2} - l$. Diese Formel wurde mit der solve-Funktion der Symbolic Math Toolbox von Matlab nach α umgestellt. Damit resultiert der Verdrehwinkel mit $p = x + l$ wie folgt:

$$\alpha = \Re\left\{i \log\left[-\frac{(l \cdot ir) \cdot (i\sqrt{p^4 - 2p^2l^2 - 4p^2r^2 + l^4 - ip^2 + il^2 + 2ir^2})}{2r \cdot (l^2 + r^2)}\right]\right\}. \quad (4.1)$$

4. Experimentelle Untersuchungen

Dieser Code wurde in dem Matlab-Skript zur Auswertung der Messwerte verwendet. Eine anschaulichere Umstellung konnte durch das Programm Wolfram|Alpha erzielt werden.

$$\alpha = -\arccos\left(\frac{-p^2r^2 + \sqrt{p^4l^2r^2 + 2p^2l^4r^2 + 4p^2l^2r^4 + l^6r^2 + l^2r^2 + 2r^4}}{2(l^2r^2 + r^4)}\right) \quad (4.2)$$

Das Torsionsmoment ergibt sich aus der Kraft des Zylinders F_t (siehe Abb. 4.7).

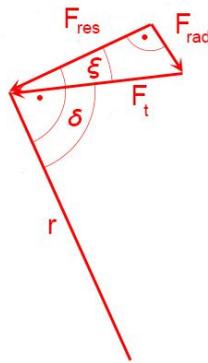


Abbildung 4.7.: Resultierende Kraft zur Berechnung des Torsionsmoment

Bezugnehmend auf die Abbildungen 4.6 und 4.7 berechnet sich das Torsionsmoment M nach:

$$M = r \cdot F_{res} \quad (4.3)$$

$$F_{res} = \cos \xi \cdot F_t \quad (4.4)$$

$$\xi = 90^\circ - \delta = 90^\circ - (180^\circ - \gamma - \alpha) \quad (4.5)$$

$$= 90^\circ - (180^\circ - (90^\circ - \beta) - \alpha) = \alpha - \beta$$

$$\xi(\alpha, p) = \alpha - \arccos \frac{l + r \cdot \sin \alpha}{p} \quad (4.6)$$

Reibung der Lager

Vor der ersten Testreihe wurde die Reibungskurve ohne Belastung ermittelt. Unter Auswertung der Zeit und des Winkels konnte der Verlauf der Winkelgeschwindigkeit berechnet werden (siehe Abb. 4.8).

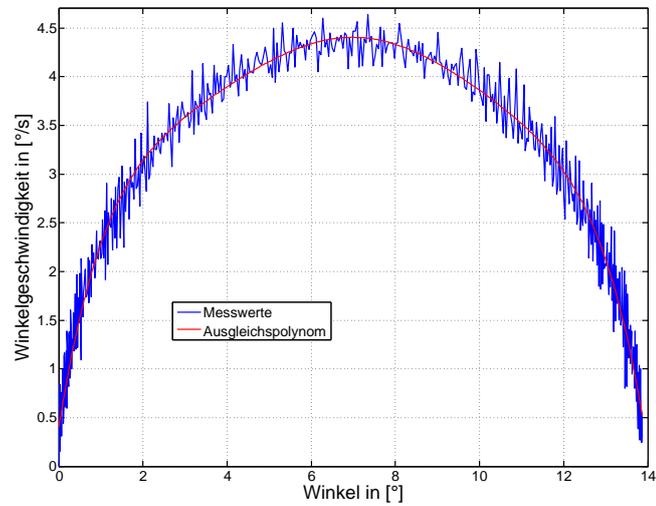


Abbildung 4.8.: Winkelgeschwindigkeit über den Verdrehwinkel

Der Verlauf ist für alle Reibungs- und Verschleißversuche identisch. Als Fazit ist festzuhalten, dass es mit der Vorrichtung nicht möglich ist, die Gleitgeschwindigkeit konstant zu halten und ihren Einfluss wie geplant zu vernachlässigen. Die durchschnittliche Winkelgeschwindigkeit liegt bei $2,89 \frac{\circ}{s}$.

Weiterhin konnte durch diese Messreihe der Anteil der Reibung bestimmt werden, der von den Kugellagern und den Kegelrollenlagern in der Vorrichtung ausgeht. Bezogen auf den Durchmesser des Probekörpers ergab sich folgende Kurve.

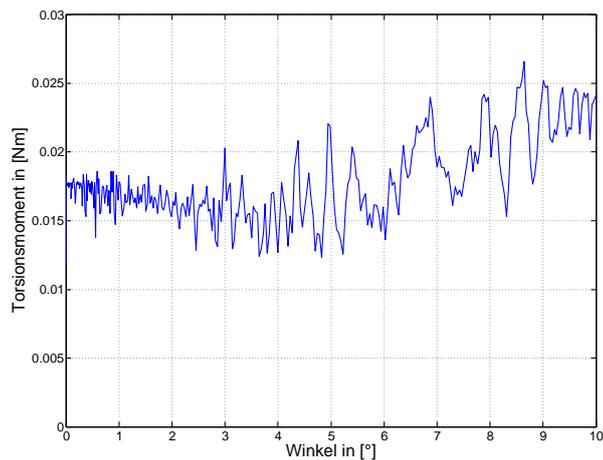


Abbildung 4.9.: Reibung der Lager

Es zeigt sich deutlich die für Festkörperreibung geltende Unabhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit (vgl. Kapitel 2.2.1). Diese Reibungswerte werden in den folgenden Versuchen stets von den gemessenen Kurven subtrahiert.

Reproduzierbarkeit

In der ersten Testreihe wird die Reproduzierbarkeit der Reibungskurven untersucht. Hierzu sind drei Probekörper in zwei Messreihen à vier Durchläufen zu überprüfen. Beispielhaft ist in Abbildung 4.10 die Reibungskurve des 1. Durchlaufs der 1. Messreihe des Probekörpers 525R-01 zusammen mit der Winkelgeschwindigkeit dargestellt.

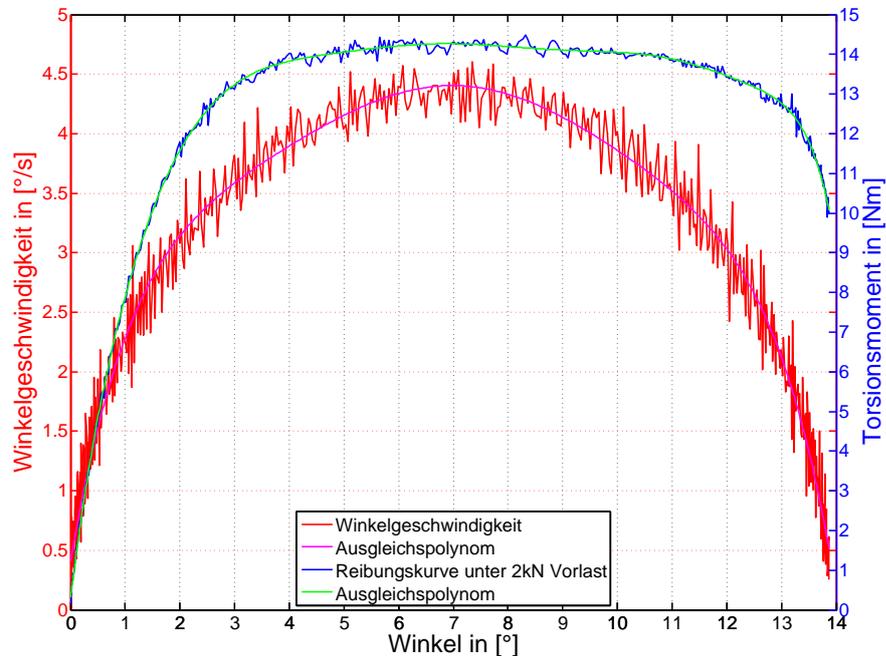


Abbildung 4.10.: Reibungskurve des Probekörpers 525R-01 in Abhängigkeit zur Winkelgeschwindigkeit

An den Ergebnissen kann man sehr deutlich erkennen, wie die Elastomerreibung von der Gleitgeschwindigkeit abhängt. Zum Anfang steigt die Geschwindigkeit und somit auch das Reibungsmoment an. Zum Ende der Messreihe fallen beide ab. Die Maxima sind ebenfalls bei einem annähernd gleichen Winkel von $\sim 7^\circ$. Um wenigstens das Abfallen der Geschwindigkeit zu eliminieren, werden die Reibungskurven in Zukunft bis 10° ausgewertet.

Jedoch wäre auch ohne Geschwindigkeitsänderung eine Steigung der Reibungskurve vorhanden. Die Steigung kann dadurch erklärt werden, dass das Gummi anfäng-

4. Experimentelle Untersuchungen

lich an der Oberfläche des Kontaktkörpers haftet und verzerrt wird. Je größer der Winkel wird, desto größer wird das nötige Torsionsmoment, um diesen zu erreichen. Der Vorgang hält solange an, bis das Moment eine Grenze überschreitet, bei der sich einzelne Bereiche der Gummioberfläche vom Kontaktkörper lösen und in den Gleitvorgang (Rutschen) übergehen. In Kürze befinden sich die restlichen Bereiche ebenfalls im Gleitvorgang und der Kontaktkörper rutscht bei einem in der Theorie konstanten Moment über den Probekörper hinweg [3]. Dass das Rutschmoment in den praktischen Untersuchungen nicht konstant ist, liegt neben weiteren Faktoren an der Geschwindigkeitsänderung.

Die Abweichung der vier Durchläufe jeder Messreihe ist vernachlässigbar klein. Somit kann man die Reibungskurven der einzelnen Messreihen zu Durchschnittsreibungskurven zusammenfassen (siehe Abb. 4.11).

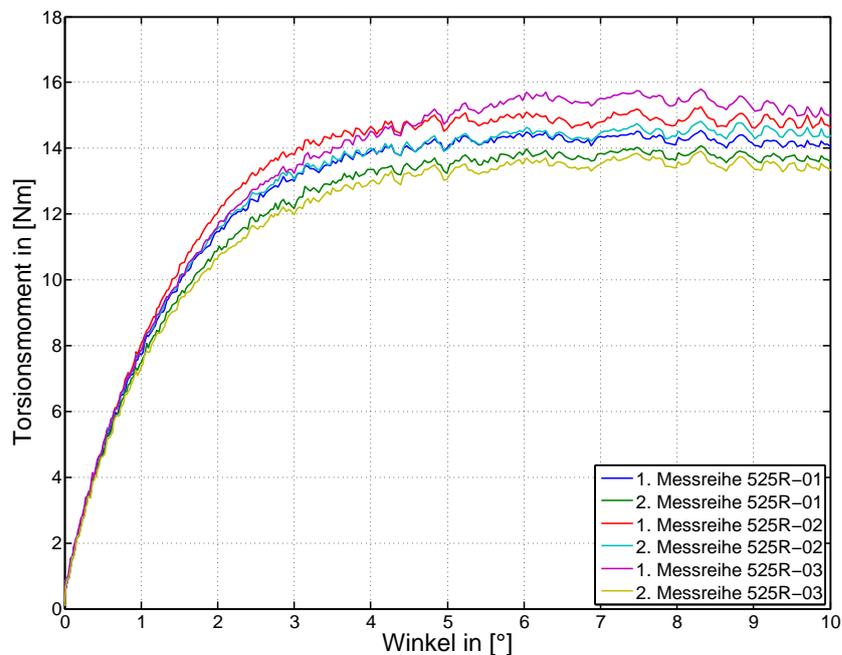


Abbildung 4.11.: Durchschnittswerte der Reibungskurven jeder Messreihe der Reproduzierbarkeitsuntersuchung

Man sieht einen deutlichen Unterschied zwischen den einzelnen Messreihen. Weiterhin ist festzustellen, dass jeweils die Reibungskurve der 2. Messreihe, die nach einer kurzen Entlastungszeit durchgeführt wurde, kleiner als die 1. Messreihe ist. Dies könnte an dem ausdiffundierten Wachs liegen, welches sich nun an der Oberfläche befindet und den Prüfling schmiert. Zukünftige Untersuchungen sollten ein besonderes Augenmerk auf diesen Umstand legen.

Die Standardabweichung der Grundgesamtheit ergibt sich für die Reproduzierbarkeitsuntersuchung nach folgender Formel:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = 0,1837Nm \quad (4.7)$$

mit n Anzahl der Messwerte
 X_i Rutschmoment
 \bar{X} arithmetisches Mittel der Rutschmomente = $14,37Nm$.

Die Rutschmomente wurden aus dem Durchschnitt der Torsionsmomente im Bereich von 5° bis 10° berechnet. Aufgrund der kontinuierlichen Geschwindigkeitsänderung ist das ein vertretbares Vorgehen.

Abhängigkeit von der Normalkraft und Unterschied zwischen den Mischungstypen

Im ersten Teil der Versuchsreihe wurde die Normalkraftabhängigkeit der Mischung 0962-525 untersucht. Hierzu wurden drei Probekörper getestet, die nacheinander mit den verschiedenen Vorlasten belastet und im Anschluss verdreht wurden. Durch die Ergebnisse der Reproduzierbarkeitsuntersuchung ist dieses Verfahren zulässig, da es kaum Unterschiede zwischen den aufeinander folgenden Durchläufen einer Messreihe gab. In Abbildung 4.12 sind die Durchschnittskurven der drei Probekörper dargestellt.

Mit diesen Messergebnissen ist die These bestätigt worden, dass die Elastomerreibungskraft nicht linear von der Normalkraft abhängt. Vermutlich folgt sie dem Gesetz $F_R = \mu F_N^\beta$. Im Anschluss gilt es nun aus den Messergebnissen Werte für β und μ herauszufinden.

Das Rutschmoment wurde nach gleicher Vorgehensweise, wie bei der Reproduzierbarkeitsuntersuchung, ermittelt. Aus den Momenten wird nach Gleichung 4.4 unter Verwendung des Hebelarms die Reibungskraft berechnet. Der Zusammenhang zwischen Normalkraft und Reibungskraft ist in der Abbildung 4.13 aufgezeigt.

Weiterhin wurde eine Trendlinie der Form $F_R = \mu F_N^\beta$ hinzugefügt. Eine Möglichkeit die Koeffizienten zu berechnen, war die Nutzung der polyfit-Funktion von Matlab. Dazu muss die Trendlinie wie folgt in ein Polynom umgewandelt werden.

$$F_R = \mu F_N^\beta \quad \equiv \quad \log F_R = \log \mu + \beta \log F_N \quad (4.8)$$

Wie man in Abbildung 4.13 sieht, ist der Reibungskoeffizient für diese Mischung $\mu = 0,223$ und der Exponent $\beta = 0.502$.

4. Experimentelle Untersuchungen

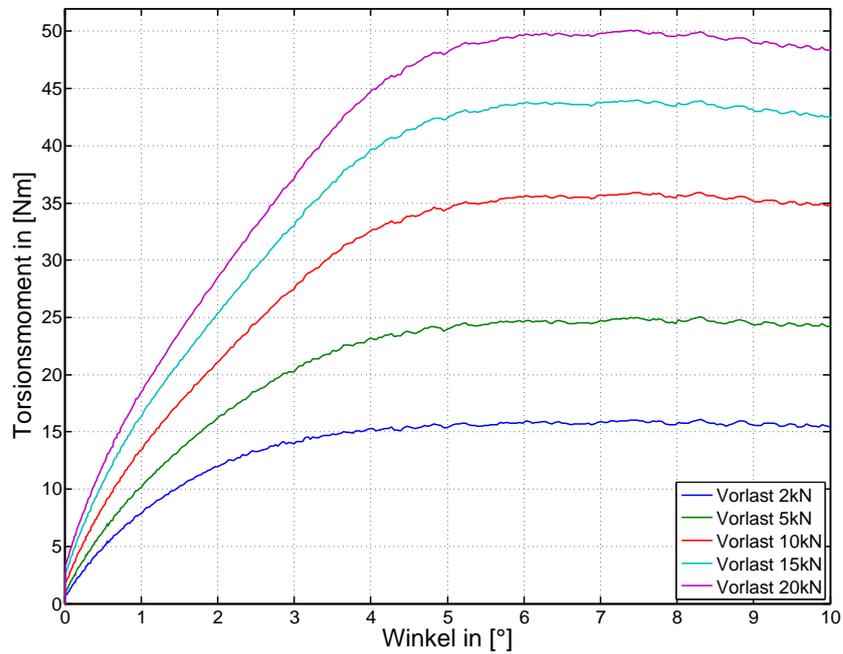


Abbildung 4.12.: Abhängigkeit der Mischung 0962-525 von der Normalkraft

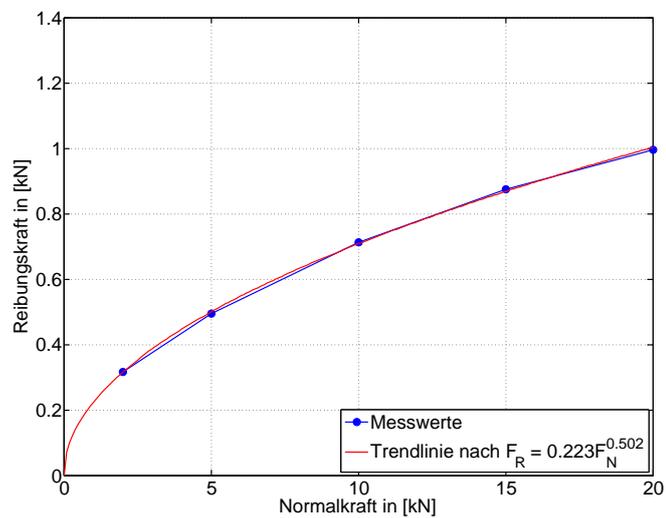


Abbildung 4.13.: Zusammenhang zwischen Reibungskraft und Normalkraft der Mischung 0962-525

4. Experimentelle Untersuchungen

In der Abbildung 4.12 kann man ein weiteres Merkmal beobachten. So scheint es, dass die Normalkraft ebenfalls einen Einfluss auf den Grad der Geschwindigkeitsabhängigkeit von der Elastomerreibung hat. Dies zeigt sich, da eine höhere Normalkraft auch die Steigung der Reibungskurve erhöht. Außerdem fällt beispielsweise die $20kN$ -Kurve früher als die $2kN$ -Kurve.

Der zweite Teil dieser Versuchsreihe drehte sich um die Mischung 0962-544. Die Vorgehensweise ist analog zu der Mischung 0962-525. Die Verläufe der Reibungskurven sind in Abbildung 4.14 dargestellt. Es stellt sich heraus, dass der Unterschied der Reibungsmomente zwischen den beiden Mischungstypen beträchtlich ist. Das Rutschmoment der Mischung 0962-544 ist etwa 20% des Momentes der Mischung 0962-525.

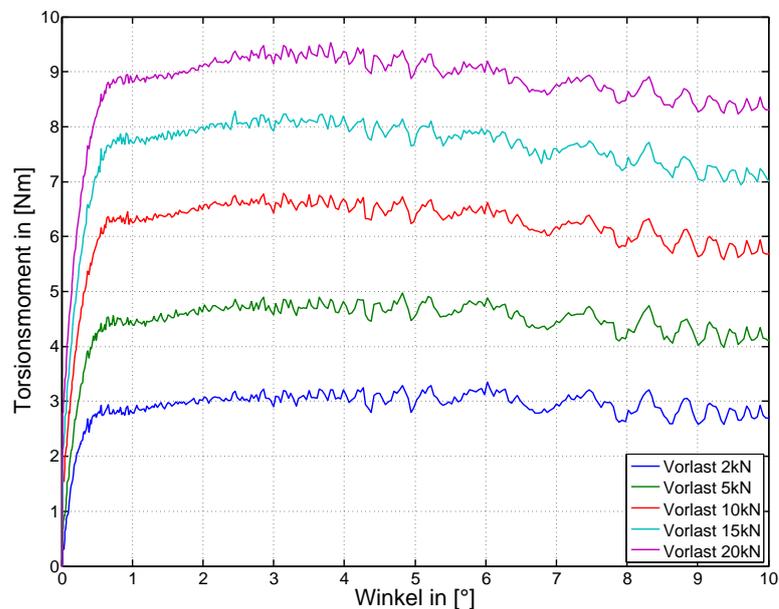


Abbildung 4.14.: Abhängigkeit der Mischung 0962-544 von der Normalkraft

Zwischen der Normalkraft und der Reibungskraft besteht ebenfalls ein Zusammenhang nach $F_R = \mu F_N^\beta$ (siehe Abb. 4.15).

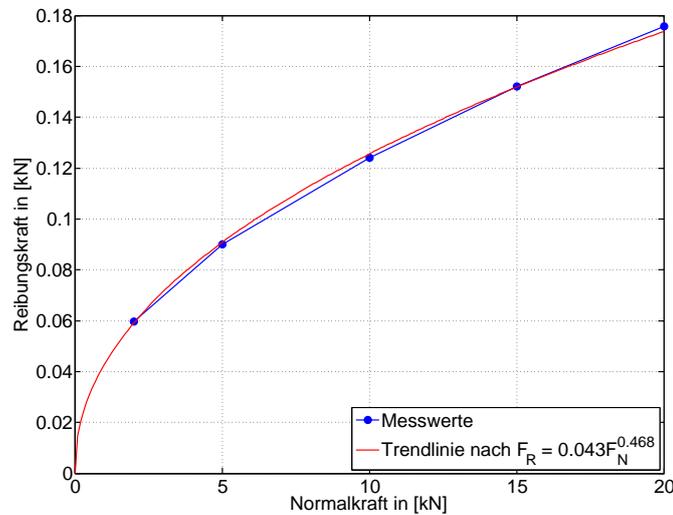


Abbildung 4.15.: Zusammenhang zwischen Reibungskraft und Normalkraft der Mischung 0962-544

Der Reibungskoeffizient der Mischung 0962-544 ist $\mu = 0,043$ und der Exponent hat den Wert $\beta = 0,468$.

Aus den Rechercheergebnissen wurde in Kapitel 2.2.4 festgestellt, dass sich β im Bereich von $\frac{2}{3}$ bis maximal 1 bewegen muss. Nun stellt sich die Frage, warum die Messergebnisse niedrigere Werte für β ergeben. Vermutlich ist die Reibung der Lager der Grund dafür. Diese vergrößert sich ebenfalls mit steigender Normalkraft. Dadurch vergrößern sich die Kräfte, die man von den Reibungskurven abziehen muss. Folglich wird die Reibungskraft-Normalkraft-Kurve des Probekörpers gestaucht und das Niveau insgesamt gesenkt. Ergo senkt sich der Reibungskoeffizient μ und der Exponent β erhöht sich.

Um diese Vermutung in späteren Untersuchungen nachzuweisen, benötigt man eine Kontaktpaarung, von der man die wirklichen Verläufe der Reibungskurven kennt. Diese sollten in Folge dessen auf der Prüfvorrichtung reproduziert werden. Durch den Vergleich der Kurven könnte man die wirkliche Reibung der Lager herausfinden. In der Bachelorthesis war dies aufgrund der begrenzten Zeit nicht möglich.

Abhängigkeit von der Kontaktzeit

In der dritten Versuchsreihe wurde die Abhängigkeit von der Kontaktzeit an dem Mischungstyp 0962-525 bei einer Vorlast von $2kN$ untersucht (siehe Abb. 4.16).

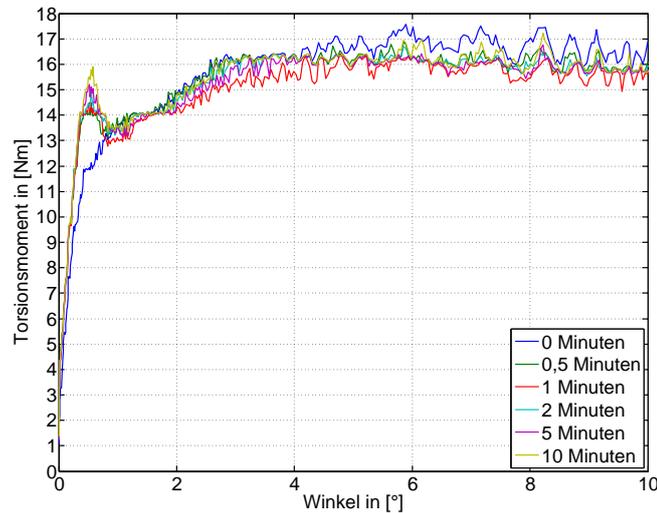


Abbildung 4.16.: Abhängigkeit der Reibungskurven der Mischung 0962-525 von der Kontaktzeit

Die Unterschiede zwischen den absoluten Rutschmomenten sind annähernd zu vernachlässigen. Auffallend ist der Peak zum Beginn des Reibungsvorgangs. Schlussfolgernd scheint das Gummi bei längerer Kontaktzeit an dem Probekörper zu haften. Diese Haftkraft muss im Laufe der Verdrehung erst überwunden werden. Je länger der Kontakt andauert, desto größer ist die Haftkraft. Dies wiederum bestätigt die Vermutung aus Kapitel 2.2.4, dass der statische Haftreibungskoeffizient mit der Kontaktdauer ansteigt.

4.4.2. Verschleiß

In den drei Testreihen waren die Reproduzierbarkeit, der Unterschied zwischen den Mischungstypen und der Einfluss der Normalkraft auf den Verschleiß Gegenstand der Untersuchung.

Reproduzierbarkeit

In dieser Testreihe wurde die Reproduzierbarkeit an zwei Probekörpern bei einer Vorlast von $20kN$ geprüft (siehe Abb. 4.17).

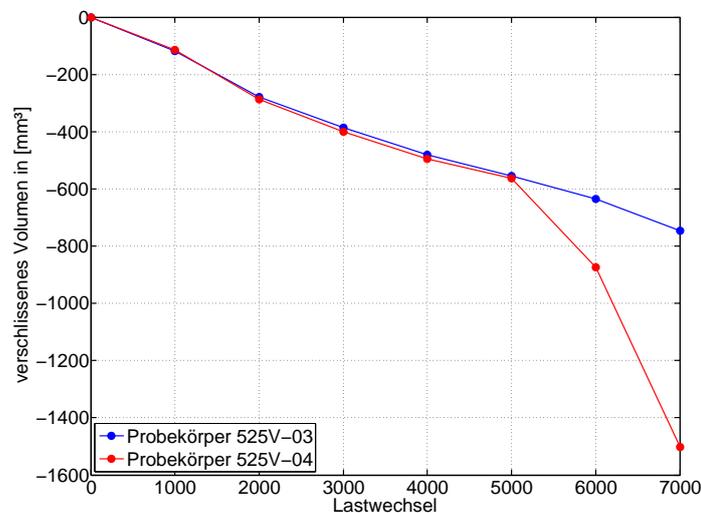


Abbildung 4.17.: Reproduzierbarkeit der Verschleißentwicklung

Bis zu 5000 Lastwechsel entwickelt sich das verschlissene Volumen für beide Probekörper annähernd linear. Danach steigt der Volumenverlust des Probekörpers 525V-04 rapide an. In zukünftigen Versuchsreihen ist zu untersuchen, ob der Verschleiß bei jedem Bauteil ab einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln enorm zunimmt. Der Grund für die Zunahme könnten sicherlich Produktionsfehler bei der Vulkanisation sein. Dadurch bilden sich Schwachstellen, die im Laufe der Verdrehungen früher und stärker als andere Stellen „aufreißen“.

Unterschied zwischen den Mischungstypen

Auch im Verschleißverhalten zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen der Standardmischung und der reibungsarmen Mischung. Die Versuche wurden ebenfalls mit einer Vorlast von $20kN$ gefahren.

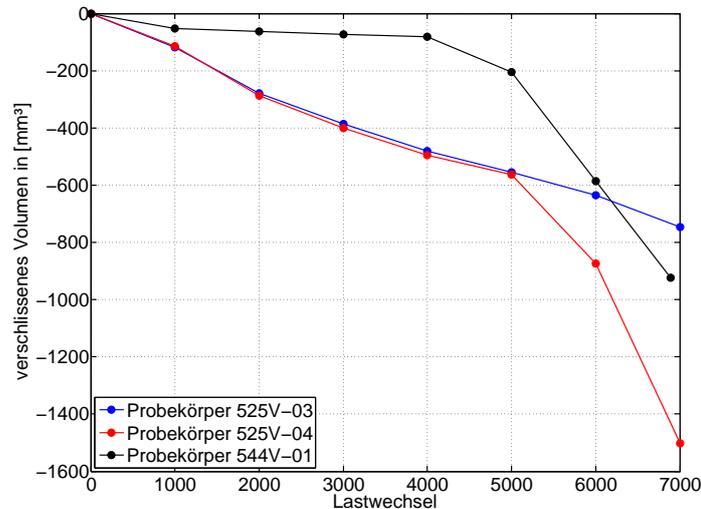


Abbildung 4.18.: Verschleißverhalten beider Mischungstypen im Vergleich

Der Abrieb des Probekörpers 544V-01 nimmt ebenfalls ab einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln rapide zu. Vor diesem Zeitpunkt verhält er sich annähernd linear.

Abhängigkeit von der Normalkraft

Die Normalkraftabhängigkeit des Verschleißes wurde an der Standardmischung 0962-525 überprüft (siehe Abb. 4.19). Auch hier tritt bei allen Vorlasten bis mindestens zu 4000 Lastwechseln ein relativ linearer Volumenverlust auf.

Weiterhin stellt sich heraus, dass der Verschleiß nicht linear von der Normalkraft abhängig ist. Für die Berechnung könnte dies zwei mögliche Folgen haben. Zum einen wird der Verschleißkoeffizient der Holm-Archard-Gleichung von der Vorlast beeinflusst ($V = \frac{k(F_N)}{H} \cdot F_N \cdot x$). Zum anderen könnte man darauf schließen, dass bei gleichbleibendem Verschleißkoeffizienten der Abrieb den folgenden Zusammenhang zur Normalkraft hat: $V = \frac{k}{H} \cdot F_N^\alpha \cdot x$.

Aufgrund der Ähnlichkeit zur Gleichung der Reibung eines Elastomers erscheint die zweite Möglichkeit plausibel. Zur Bestimmung der Koeffizienten ist der durchschnittliche Volumenverlust pro Lastwechsel aus den Messwerten für die ersten 4000 Lastwechsel jedes Probekörpers zu berechnen. Durch die polyfit-Funktion und dem Ansatz aus der Reibungsuntersuchung kann für den Verschleißkoeffizienten $k = \frac{k}{H} = 8.153e^{-6}$ und für den Exponenten $\alpha = 3.296$ ermittelt werden.

Aufgrund der geringen Anzahl an Versuchen stellen diese Werte nur eine erste Näherung da. In zukünftigen Untersuchungen müssten empirische Messreihen durchgeführt werden, um die Parameter zu verifizieren.

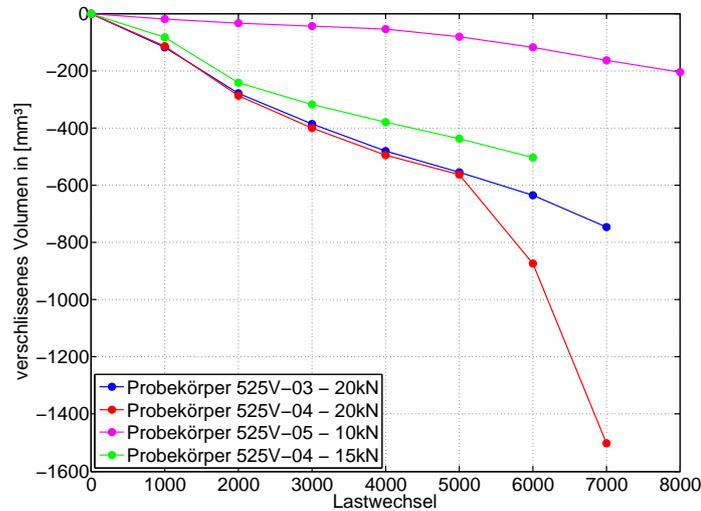


Abbildung 4.19.: Abhängigkeit des Abriebs von der Normalkraft

Reibungskurven in Abhängigkeit vom Verschleiß

Zusätzlich wurden während der Messreihen der Probekörper 525V-04 und 544V-01 nach jedem 1000. Lastwechsel eine Reibungsuntersuchung durchgeführt (siehe Abb. 4.20).

Es ist deutlich zu sehen, dass der Verschleiß einen Einfluss auf die Reibung des Elastomers hat. Der Grund dafür ist die veränderte Oberfläche des Probekörpers durch den teilweise erheblichen Materialverlust. Aufgrund der wenigen Messergebnisse ist eine präzise Aussage über den Einfluss nicht zu treffen. Es lässt sich lediglich herausstellen, dass der Anstieg der Reibungskurven mit zunehmendem Verschleiß größer wird. Weiterhin scheint der Abrieb unterschiedliche Wirkung auf das Rutschmoment beider Mischungstypen zu haben. So verringert sich bei Zunahme des Volumenverlustes das Moment der Standardmischung bis zu einem bestimmten Zeitpunkt (5000 Lastwechsel). Gegenätzlich sieht es bei der reibungsarmen Mischung aus. Hier steigt das Rutschmoment mit Zunahme des Volumenverlustes an.

4. Experimentelle Untersuchungen

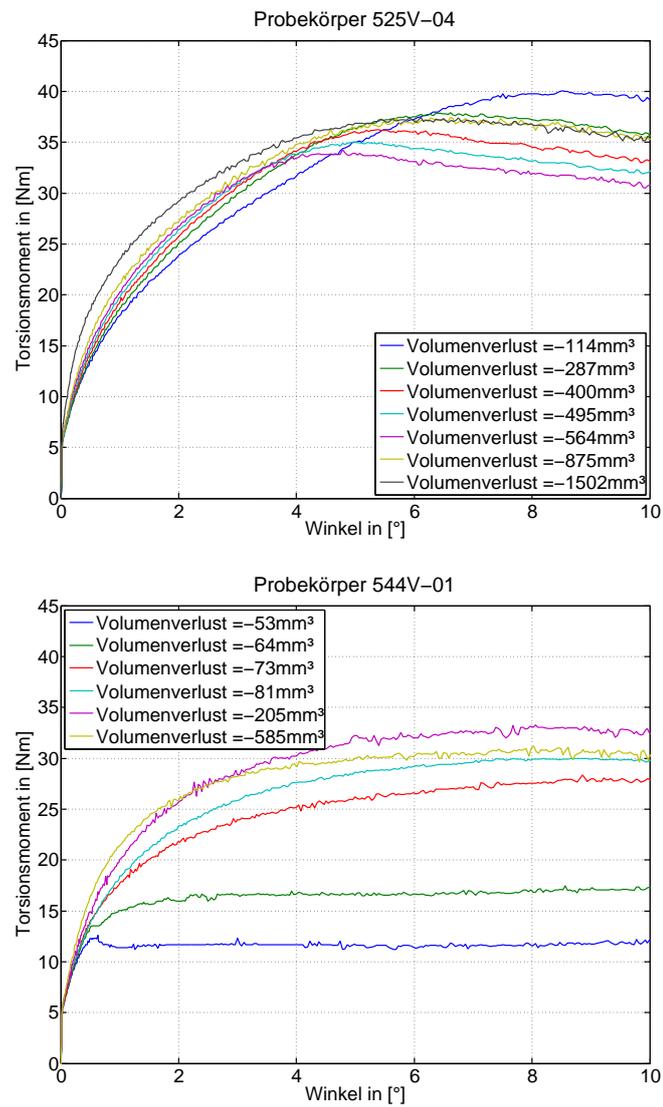


Abbildung 4.20.: Reibungskurven in Abhängigkeit vom Volumenverlust

5. Berechnungen mit der FEM-Software MSC.Marc/Mentat

In diesem Kapitel soll auf den allgemeinen Aufbau des FE-Modells eingegangen und im Anschluss die Ergebnisse aus den Voruntersuchungen vorgestellt werden.

5.1. Aufbau des Modells

Zur Erstellung des FE-Modells wurden die Gummikonturen aus der CAD-Datei des Probekörpers als IGES-File exportiert und in MSC.Marc/Mentat importiert.

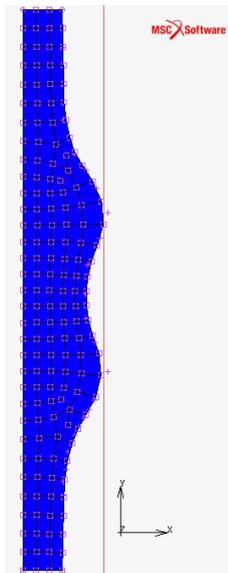


Abbildung 5.1.: Vernetzter Probekörper in 2D

Die Vernetzung der Kontur erfolgt im zweidimensionalen durch QUAD4 Elemente (siehe Abb. 5.1). QUAD4 sind Flächenelemente, die vier Knoten an den vier Eckpunkten besitzen und insgesamt 8 Freiheitsgrade haben.

Die Übertragung des zweidimensionalen Netzes ins Dreidimensionale erfolgt mithilfe der Expand-Funktion. Durch diese ist es möglich, das Netz um einen Punkt rotieren zu lassen. Über die Festlegung des Rotationswinkels und der Wiederholungen entsteht ein definiertes rotationssymmetrisches Volumennetz aus HEXA8 Elementen (siehe Abb. 5.2). HEXA8 ist ein Volumenelement, welches analog zu QUAD4 acht Knoten besitzt. Daraus ergeben sich 24 Freiheitsgrade. Durch die Verwendung eines für Gummi (inkompressibel) üblichen Elementtyps, der *Hermann Formulation*, wird ein 25. Freiheitsgrad für den hydrostatischen Druck ergänzt [20].

Der Prüfring wird im FE-Modell als ein Rigid-Body simuliert, der in den Abbildungen 5.1 und 5.2 als rote Linie bzw. rot-schraffierte Fläche zu sehen ist. Ein Rigid-Body ist im Unterschied zu einem Solid-Body ein undeformierbarer Körper. Für das Modell ist diese Annahme legitim, da Stahl im Vergleich zu Gummi um ein vielfaches härter ist.

Der Stahlring, an dem das Gummi mit dem Haftvermittler präpariert wurde, wird in dem Modell durch ein Festsetzen der unteren Knoten simuliert. Festsetzen bedeutet, dass die Knoten sich weder in x-, y- oder z-Richtung bewegen können.

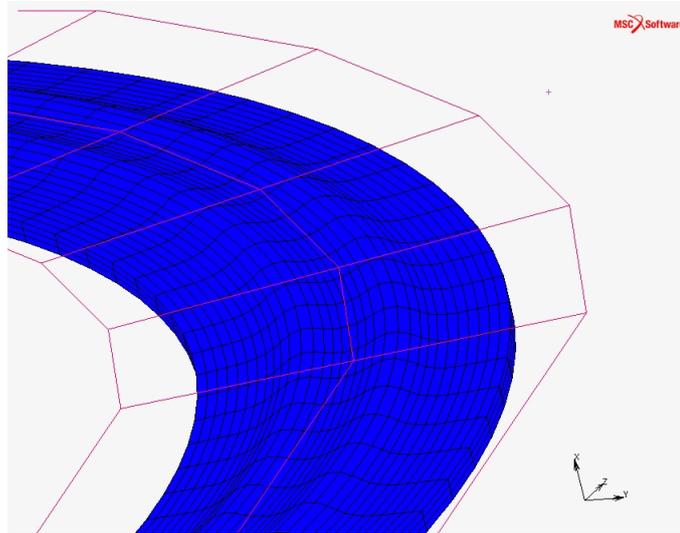


Abbildung 5.2.: Ausschnitt des vernetzten Volumenmodells

Als Materialmodell ist das Rivlin-Mooney-Modell verwendet worden. Dieses wurde speziell für den Werkstoff Elastomer entwickelt (vgl. Kapitel 3.2.2). Die Koeffizienten C_{10} und C_{01} sowie den Ausdehnungskoeffizient α der Wärmeausdehnung konnten aus der Konstruktionsrichtlinie des LCFW der Vibracoustic GmbH & Co. KG entnommen werden. Für ein Elastomer mit der ShoreA-Härte 60 sind diese:

$$C_{10} = 0,405 \quad C_{01} = 0,101 \quad \alpha = 1,4e^{-4}$$

Insgesamt wurden für die Reibungs- und Verschleißsimulationen folgende drei Lastfälle definiert:

- **Schrumpfung:** Dieser Lastfall simuliert in zehn Inkrementen den Abkühlvorgang nach der Vulkanisation mit einem Temperaturunterschied von $170^{\circ}C$ auf $20^{\circ}C$.
- **Vorlast:** Die Vorlast wird in zehn Inkrementen auf einen Masterknoten aufgebracht. Der Masterknoten ist mit dem Rigid-Body verknüpft, so dass dieser mit der definierten Vorlast auf das Gummi drückt
- **Drehung:** Unter Halten der Vorlast wird der Rigid-Body bis zu einem Winkel von 10° verdreht. Die Verdrehung erfolgt ebenfalls über den Masterknoten.

Die Simulation wurde mit der Option *Large Strain* durchgeführt. Dies bedeutet, dass man ein nichtlineares Verhalten voraussetzt. Außerdem wurde die *Updated Lagrange*

Formulierung verwendet, welche die Rechenzeit gegenüber der *Total Lagrange Formulierung* deutlich reduziert. Für die Reibungs- bzw. Verschleißergebnisse besteht kein Unterschied zwischen beiden Formulierungen.

5.2. Voruntersuchungen

5.2.1. Konvergenz

Vor der Untersuchung der Reibungs- und Verschleißfunktionen ist die Konvergenz des FE-Netzes zu überprüfen. Hierzu wird der Rigid-Body nach dem Schrumpfvorgang um $0,5\text{mm}$ in negativer x-Richtung verschoben und somit auf den Probekörper gedrückt. Als Ergebnis wurde der Reaktionskraft-Verschiebungs-Verlauf ausgegeben. Zu prüfen sind folgende fünf Vernetzungen mit 6.600, 15.000, 26.000, 39.000 und 46.000 Elementen.

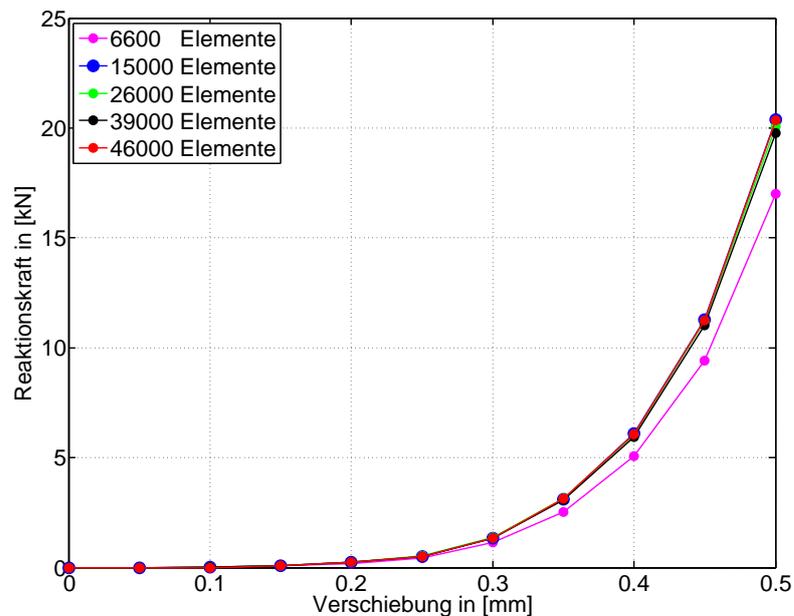


Abbildung 5.3.: Konvergenz der FE-Netze

Das Optimum aus guter Konvergenz und kurzer Rechenzeit stellt das Netz mit 15000 Elementen dar und wird aus diesem Grund auch für die weitere Berechnung verwendet.

5.2.2. Reibung

Einleitend werden die einzelnen Lastfälle der FEM-Simulation vorgestellt. Ausgangspunkt bildet hierbei der Probekörper wie in Abbildung 5.4 dargestellt.

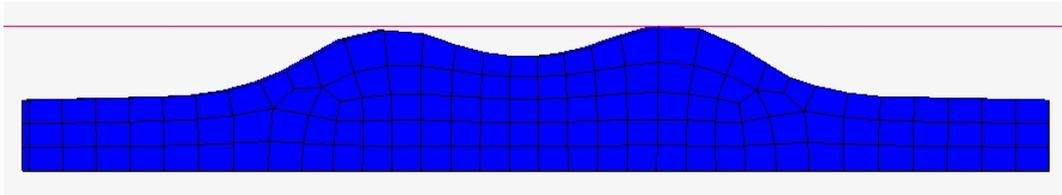


Abbildung 5.4.: Querschnitt des FE-Modells im Ausgangszustand

In Abbildung 5.5 ist der Probekörper nach dem Schrumpfen zusehen. Angezeigt werden hier die Hauptnormalspannungen.

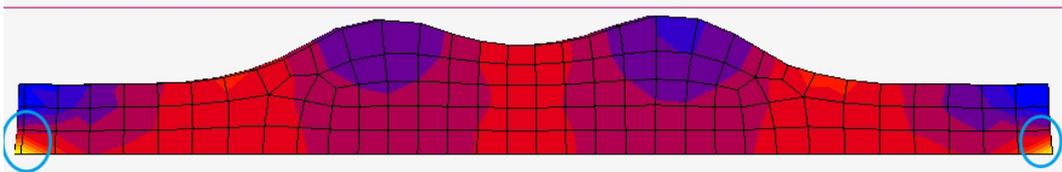


Abbildung 5.5.: Querschnitt des FE-Modells nach dem Schrumpfvorgang

Der Probekörper hat sich insgesamt durch die Abkühlung zusammengezogen. Die Spannungen sind an den Haftstellen am Stahlring maximal. Nach dem die Vorlast (in diesem Fall $2kN$) aufgebracht wurde, hat sich der Probekörper wie folgt verformt (siehe Abb. 5.6).



Abbildung 5.6.: Querschnitt des FE-Modells nach dem Aufbringen der Vorlast

Der Betrag der Hauptnormalspannungen ist unter der größeren Anhebung am höchsten, da diese stark von dem Rigid-Body deformiert wurde.

Die Verdrehung des Rigid-Body beginnt nach dem die Vorlast anliegt. Dieser Vorgang ist in Abbildung 5.7 visualisiert.

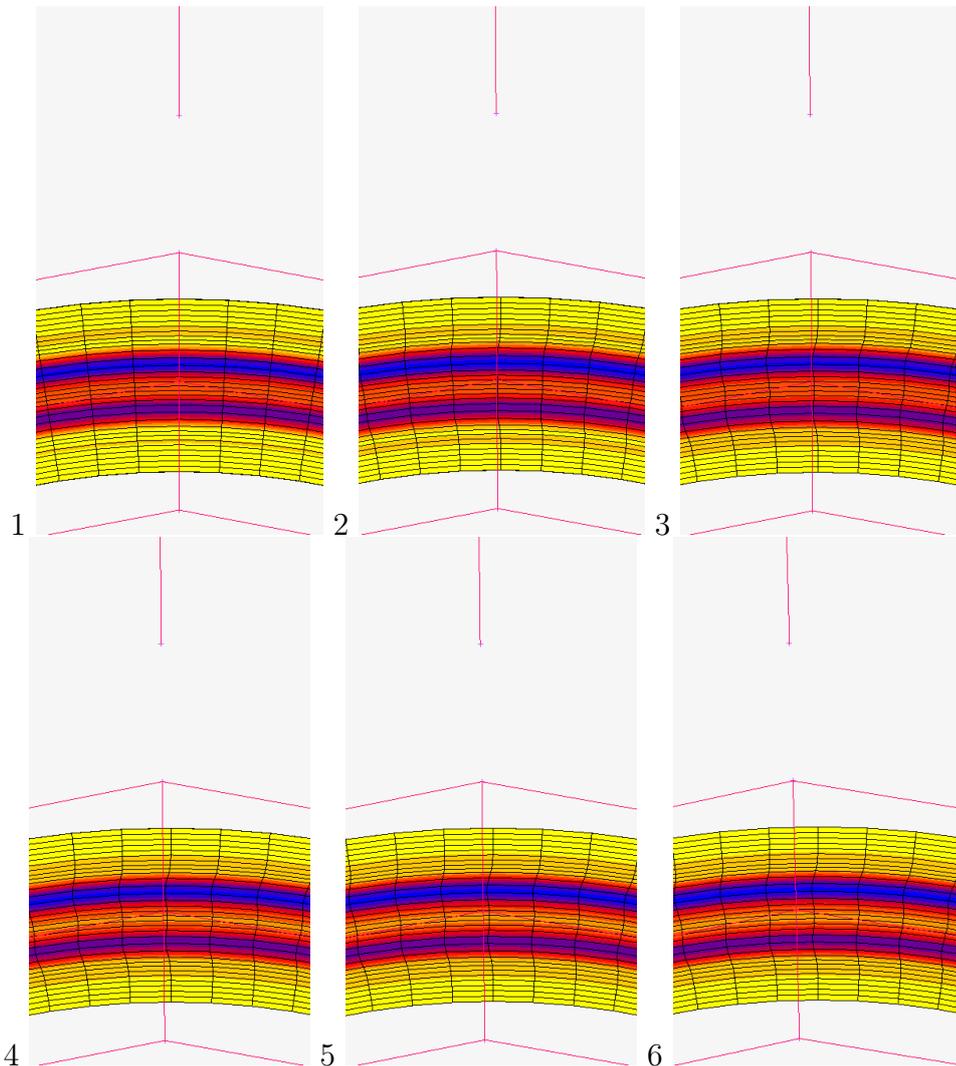


Abbildung 5.7.: Visualisierung des Übergangs vom Haften zum Gleiten

In Bild 1 der Abbildung 5.7 befindet sich der Probekörper in dem Zustand der Abbildung 5.6 nachdem die Vorlast aufgebracht wurde. Der Verdrehwinkel ist 0° . In Bild 2 und 3 erkennt man, wie die Oberfläche des Gummis an dem Rigid-Body haftet und verzerrt wird. Teilweise ist das Gleiten einiger Stellen, die nicht so stark an den Rigid-Body gedrückt wurden, zu erkennen. In Bild 4 und 5 übergeht die komplette Oberfläche graduell in den Gleitvorgang, bis in Bild 6 der Probekörper komplett an dem Rigid-Body gleitet. Die resultierende Reibungskurve ist in der Abbildung 5.8 dargestellt. Man erkennt die für Elastomerreibung typische Steigung zu Beginn der Verdrehung. Außerdem stellt sich ab einem bestimmten Verdrehwinkel ein konstantes Torsionsmoment (Rutschmoment) ein.

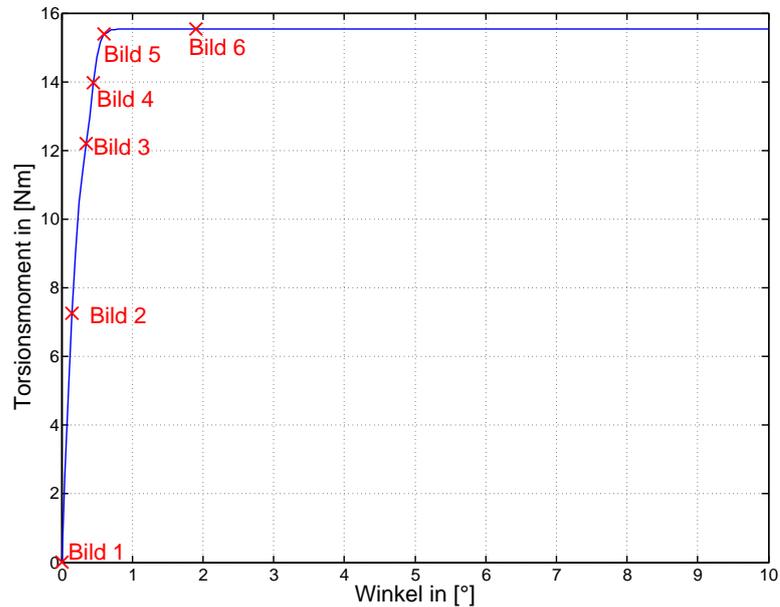


Abbildung 5.8.: Beispiel der Reibungskurve unter einer Vorlast von $2kN$ und Verwendung der Bilinear Coulomb Friction

Die Unterschiede der einzelnen Reibungsmodelle und der Einfluss der einstellbaren Parameter werden erst in Kapitel 6 thematisiert, da in den Untersuchungen bereits Messergebnisse einbezogen wurden.

Für die Reibung lässt sich eine weitere wichtige Erkenntnis aus den Voruntersuchungen herausstellen. Die Anzahl der Inkremente, in denen die Verdrehung berechnet wurde, hat einen Einfluss auf die Reibungskurven. So gleicht beispielsweise die bilineare Approximation der Coulomb Friction erst ab 200 Inkrementen pro Verdrehung von 0° auf 10° der in der Theorie hinterlegten Kurve (siehe Abb. 5.9).

Berechnet man die Verdrehung mit weniger Inkrementen, kann der Solver die Haft- bzw. Gleitbedingungen nicht korrekt simulieren. Dadurch entsteht eine Durchbiegung der Reibungskurve im Übergangsbereich vom Haften zum Gleiten.

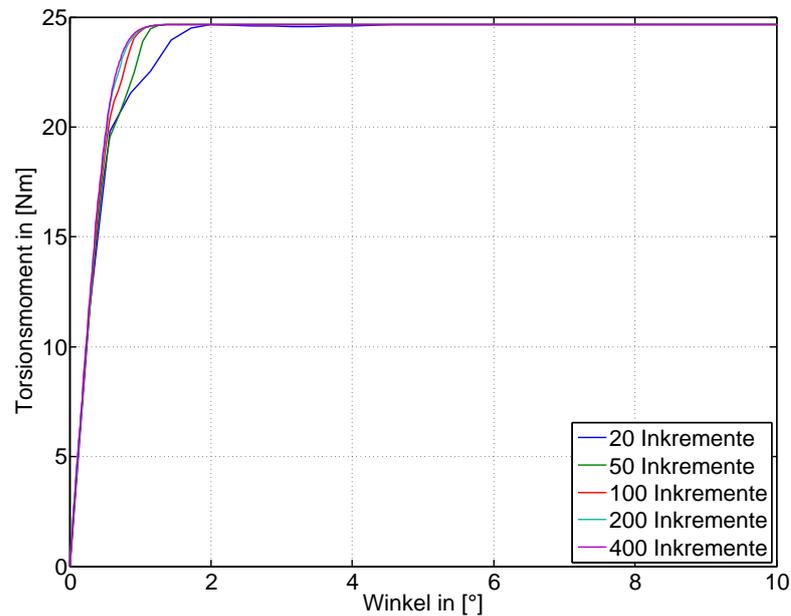


Abbildung 5.9.: Abhängigkeit der Reibungskurven von den Inkrementen

5.2.3. Verschleiß

Die Voruntersuchungen werden mit dem Simple Archard Model durchgeführt, da die Exponenten der anderen Modelle erst aus Experimenten bestimmt werden müssten. Die wichtigste Erkenntnis ist die Begrenzung der Verschleißsimulation. Diese bricht ab, wenn die oberste Elementschicht zu einem bestimmten Teil abgerieben ist. Das Abbruchkriterium hängt von dem Aussehen der Elemente ab. Würfelemente werden beispielsweise weitestgehend komplett abgerieben. Demgegenüber enden Simulationen von Elementen, die verzerrt sind oder abgerundete Kanten haben, früher. Aus logischer Konsequenz geht daraus hervor, dass für die Verschleißberechnung ein gröberes Netz bis zu einem bestimmten Maß sinnvoll ist. Für das FE-Modell des Probekörpers ergibt sich folgender Abrieb als Maximum (siehe Abb. 5.10).

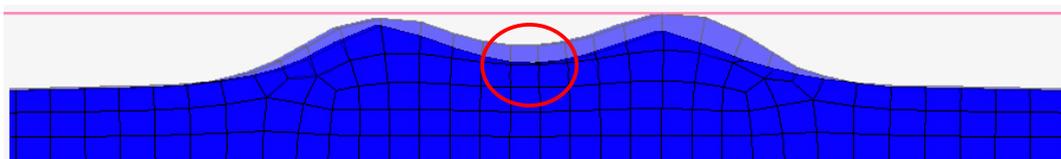


Abbildung 5.10.: Zeitpunkt des Abbruchs der Verschleißsimulation -
Im Hintergrund ist des FE-Modell im unverschlissenen Zustand zusehen

Zur Umgehung dieses Problems wurden in den Voruntersuchung einige Testläufe mit der Funktion des Remeshings durchgeführt. Remeshing bedeutet, dass das Netz bei Erreichen eines bestimmten Kriteriums (z.B. starke Verzerrung eines Elements) automatisch während der Rechnung neu generiert wird. Allerdings werden die Verschleißeinflüsse der alten Elemente nicht in die neuen übernommen und damit ist das Remeshing von MSC.Marc/Mentat nicht für die Verschleißsimulation geeignet. Ein weiterer Lösungsansatz wäre die automatische Deaktivierung abgeriebener Elemente, bevor die Simulation abbricht. Um dies zu bewerkstelligen, müssten weitreichende Programmierungsarbeiten in MSC.Marc/Mentat durchgeführt werden. In der Bachelorthesis wird die Idee aufgrund des zu hohen Aufwands und der zeitlichen Begrenzung nicht weiter verfolgt.

Aus der Dokumentation von MSC.Marc/Mentat über die Verschleißsimulation ging hervor, dass der Abrieb nur mit einer Konvergenztoleranz für Kraft und Verschiebung von 0,01 korrekt berechnet werden kann. Durch den kleinen Toleranzbereich erhöht sich die Fehleranfälligkeit des Modells, welche bei Kontakt von Körpern ohnehin hoch ist. Das wiederum führt zu langen Rechenzeiten.

Aus diesem Grund soll der Einfluss der Konvergenztoleranz überprüft werden. Hierzu wird der Verschleiß für folgende Optionen berechnet.

- **Option 1** Kraft 0,1
- **Option 2** Kraft 0,1 und Verschiebung 0,1
- **Option 3** Kraft 0,1 und Verschiebung 0,01
- **Option 4** Kraft 0,01 und Verschiebung 0,1
- **Option 5** Kraft 0,01 und Verschiebung 0,01
- **Option 6** Kraft 0,01 oder Verschiebung 0,01

Die Ergebnisse der Untersuchung sind in Abbildung 5.11 dargestellt.

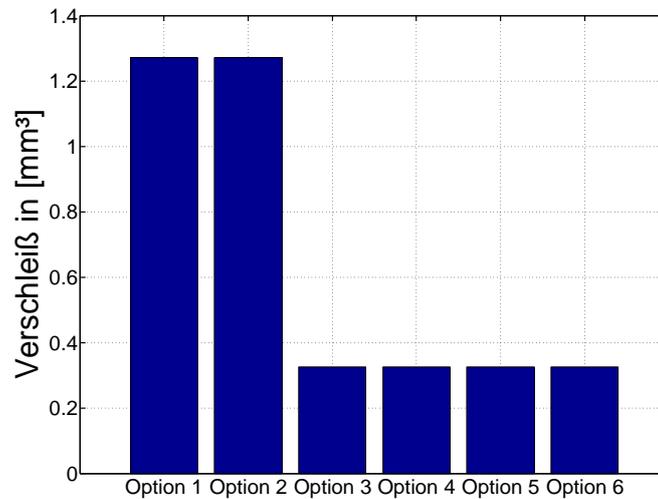


Abbildung 5.11.: Einfluss der Konvergenztoleranz auf die Verschleißsimulation

Unter der Annahme, dass der Abrieb mit der Option 5 laut MSC.Marc/Mentat in jedem Fall korrekt berechnet wurde, sind Option 3, 4, 5 und 6 als mögliche Varianten anzusehen. Die Simulationen wurden schlussendlich mit der Option 6 durchgeführt, da die Rechenzeit am kürzesten ist.

Als eine weitere wichtige Beobachtung lässt sich aus den Voruntersuchungen die lineare Entwicklung des Abriebs herausstellen. Das bedeutet, dass beispielsweise eine doppelte Anzahl an Lastwechsel in eine doppelte Menge an verschlissenenem Volumen resultiert. Zur Dokumentation dieser Beobachtung wurde der Verschleiß für ein, zwei, drei, vier und fünf Lastwechsel berechnet. Ein Lastwechsel entspricht, wie in den praktischen Versuchen, einer Drehung im Bereich von $0^\circ > 10^\circ > 0^\circ > -10^\circ > 0^\circ$. Die Verdrehungen der Lastwechsel wurden über das Bogenmaß in den zurückgelegten Weg umgerechnet (siehe Abb. 5.12).

Resultierend aus der Untersuchung kann man den Verschleiß für einen Lastwechsel simulieren und im Anschluss auf die gewünschte Anzahl an Lastwechsel hochrechnen.

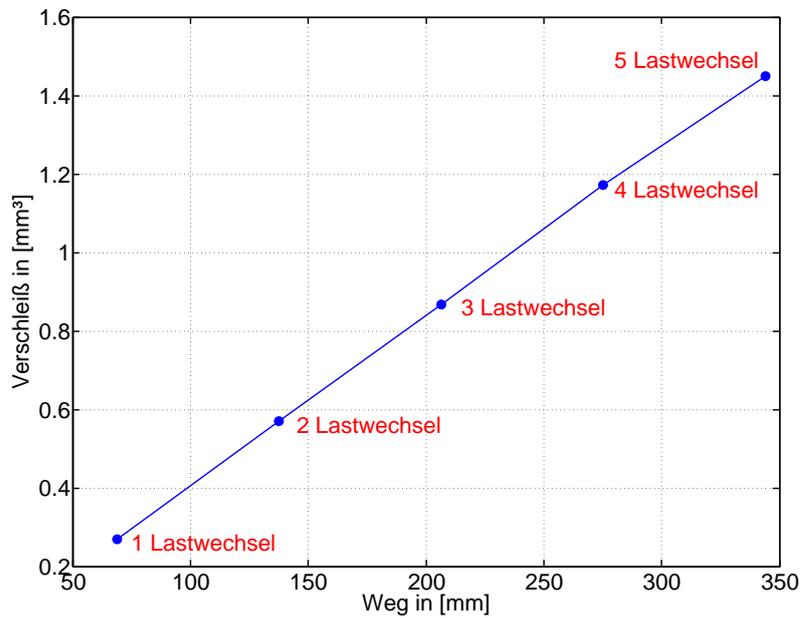


Abbildung 5.12.: Lineare Verschleißentwicklung

Die Voruntersuchungen haben außerdem gezeigt, dass die Anzahl der Inkremente im Gegensatz zur Reibung keinen Einfluss auf den Verschleiß hat.

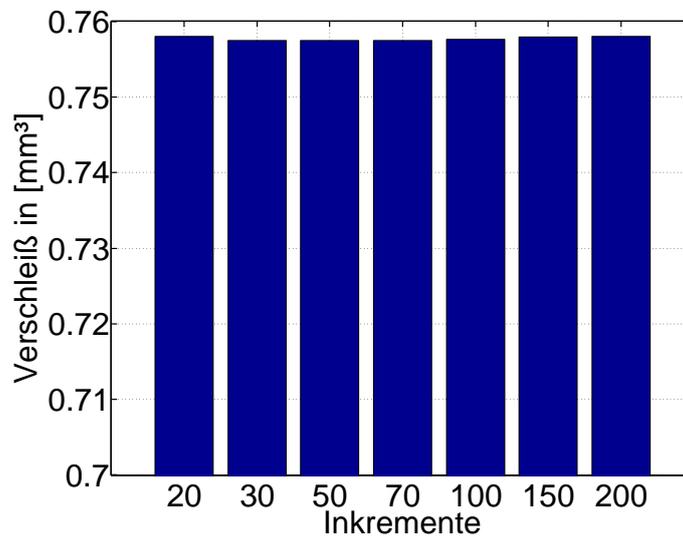


Abbildung 5.13.: Einfluss der Anzahl der Inkremente auf den Verschleiß

6. Berechnungsergebnisse im Vergleich mit den Messwerten

In diesem Kapitel sollen die Messergebnisse mit den Simulationen verglichen werden. Hierzu sollen auch Parameterstudien durchgeführt werden, um Möglichkeiten aufzuzeigen, wie berechnete Resultate an die Testergebnisse anzugleichen sind.

6.1. Reibung

In MSC.Marc/Mentat gibt es keine Möglichkeit das Coulombsche Reibungsgesetz nach $F_R = \mu F_N$ zu verändern. Somit ist die Implementierung des gemessenen Zusammenhangs $F_R = \mu F_N^\beta$ nicht möglich. Als Lösung dieses Problems bietet sich die Verwendung eines von der Normalkraft abhängigen Reibungskoeffizient $\mu = f(F_N)$ an. Der veränderliche Reibungskoeffizient μ_v müsste laut den Versuchsreihen folgenden Bezug zum konstanten Reibungskoeffizienten μ_k haben:

$$\begin{aligned} F_R = \mu_k \cdot F_N^\beta &<=> F_R = \mu_v \cdot F_N \\ \mu_k \cdot F_N^\beta &= \mu_v \cdot F_N \\ \mu_v &= \mu_k \cdot \frac{F_N^\beta}{F_N} = \mu_k \cdot F_N^{\beta-1} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Aus den Messergebnissen konnten somit nach Gleichung 2.12 folgende Reibungskoeffizienten ermittelt werden.

Normalkraft	Reibungskoeffizient Mischung 0962-525	Reibungskoeffizient Mischung 0962-544
<i>2kN</i>	0,1575	0,0291
<i>5kN</i>	0,0984	0,0177
<i>10kN</i>	0,0709	0,0121
<i>15kN</i>	0,0579	0,0099
<i>20kN</i>	0,0494	0,0087

Tabelle 6.1.: Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Normalkraft

Diese Reibungskoeffizienten werden nunmehr für den Abgleich der Messergebnisse mit den Berechnungen genutzt.

6.1.1. Reibungsmodelle

Der Unterschied der Reibungsmodelle soll anhand der Berechnungsergebnisse bei einer Vorlast von $2kN$ gezeigt werden. Die Approximationen der Shear Friction wurden aufgrund der Voruntersuchungen und der Dokumentation von MSC.Marc/Mentat im Vorfeld bereits ausgegrenzt.

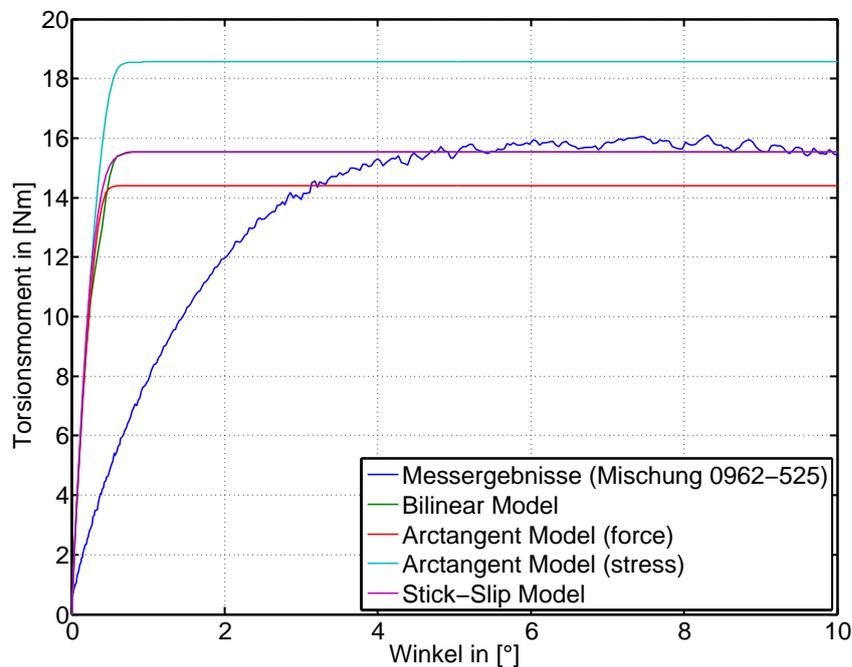


Abbildung 6.1.: Abgleich der Approximationen der Coulomb Friction

Den genauen Verlauf der Reibungskurve trifft keine Approximation. Dies ist nachvollziehbar, da man mit der Finiten-Elemente-Methode keine Oberflächenrauheiten simulieren und somit eine konsistente Nachstellung der Messergebnisse im Vorfeld schon ausgeschlossen werden kann. Betrachtet man zur groben Abschätzung ausschließlich das Rutschmoment, zeigen die Bilinear und die Stick-Slip Approximationen die größte Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Im Hinblick auf die Steigung der Mess-Reibungskurven ist herauszustellen, dass diese durch die Geschwindigkeitsänderung beeinflusst wird (vgl. Abschnitt 4.4.1). Da man den Geschwindigkeitseinfluss in der Berechnung bewusst ausklammert, ist es fraglich, wie sinnvoll die genaue Nachstellung der Steigung ist.

6.1.2. Parameterstudie der Reibungsmodelle

Arctangent Approximation

Die Untersuchung der Parameter wurde anhand der auf der Kraft basierenden Approximation durchgeführt. In der Studie wurde der Einfluss des Parameters $RVCNST$ überprüft. Dieser kann physikalisch als relative Gleitgeschwindigkeit, unter der Haftreibung vorliegt, angesehen werden. Die Ergebnisse der Studie sind in Abbildung 6.2 dargestellt.

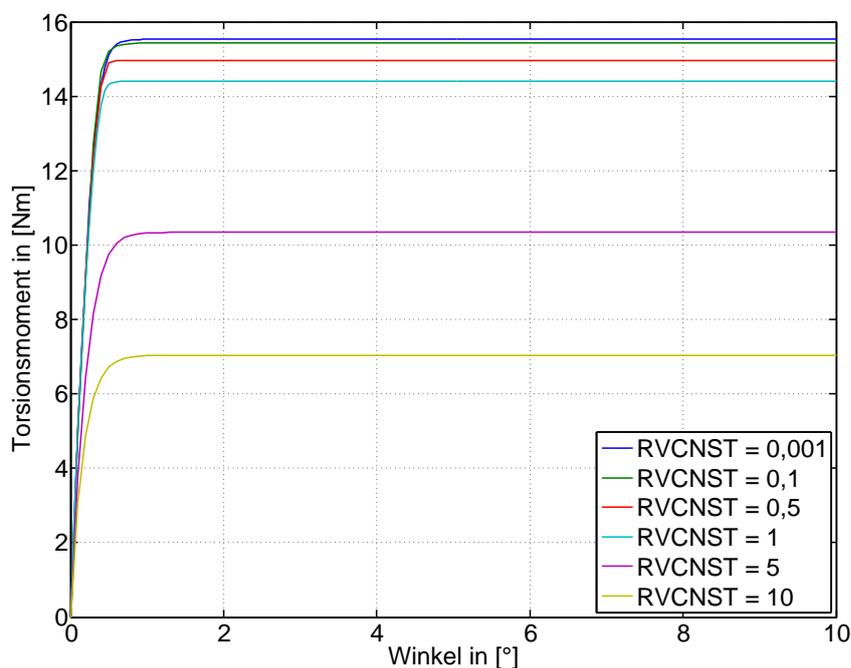


Abbildung 6.2.: Parameterstudie - Arctangent Approximation

Die Defaulteinstellung ist $RVCNST = 1$. Es zeigt sich, dass je kleiner $RVCNST$ ist, desto näher ist die berechnete Reibungskurve an den Messergebnissen. Aus den Untersuchungen ging hervor, dass maximal die Übereinstimmung der Bilinear und Stick-Slip Approximation zu erreichen ist.

Stick-Slip Approximation

Das Stick-Slip Model bietet zwei einstellbare Parameter. Diese sind zum einen der Reibungskoeffizientmultiplikator α und zum anderen die Haft-Gleit-Übergangsregion β . Die Auswirkungen der beiden Parameter sind in Abbildung 6.3 zu sehen.

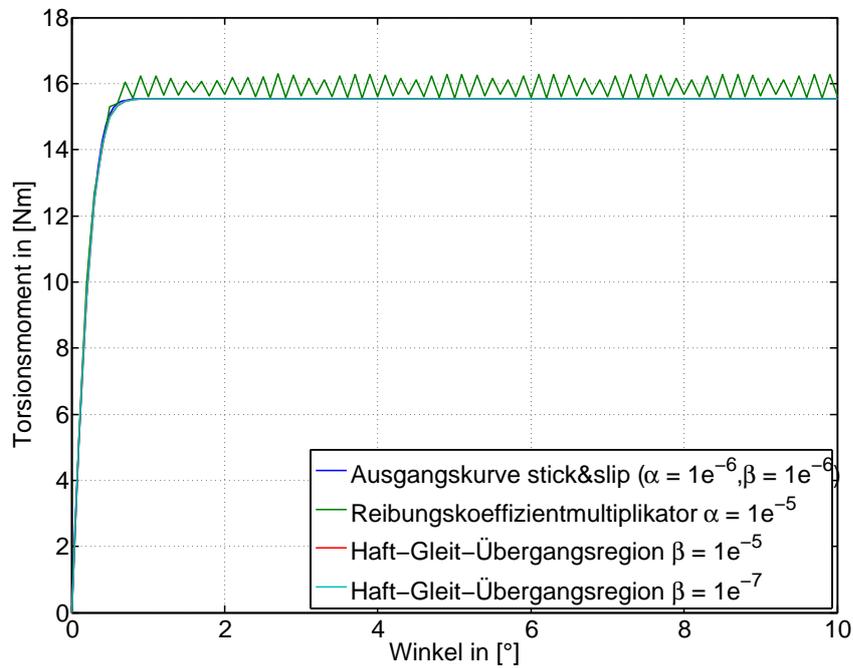


Abbildung 6.3.: Parameterstudie - Stick-Slip Approximation

Die Veränderung der Haft-Gleit-Übergangsregion hat keine Auswirkung auf das Aussehen der Reibungskurve. Die Erhöhung des Reibungskoeffizientmultiplikators verursacht einen größeren Unterschied zwischen Gleit- und Haftreibung. Wenn einzelne Knoten vom Haft- in den Gleitvorgang übergehen, entsteht ein größerer Unterschied zwischen den Torsionsmomenten. Dies spiegelt sich in der oszillierenden Reibungskurve wider.

Bilinear Approximation

In dieser Studie ist der Einfluss der relativen Gleitverschiebung δ auf den Verlauf der Reibungskurven zu testen (siehe Abb. 6.4).

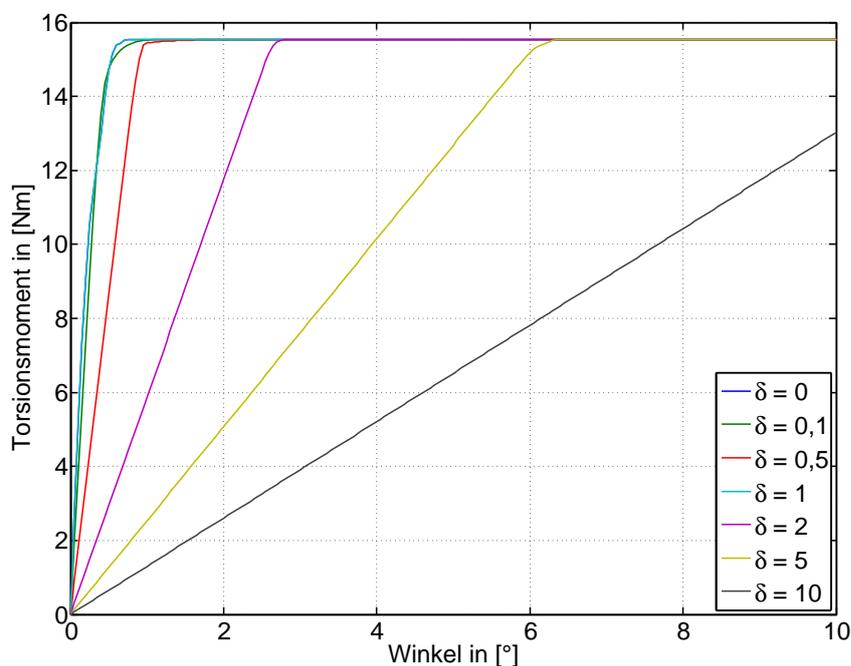


Abbildung 6.4.: Parameterstudie - Bilinear Approximation

Dieser Parameter beeinflusst die Steigung der Reibungskurve. Damit ist es möglich den Verlauf der aus den Messergebnissen ermittelten Kurven nachzustellen. Insofern bietet die Bilinear Approximation der Coulomb Friction, neben der besten Übereinstimmung der Rutschmomente und der kürzestes Rechenzeit, die Möglichkeit den Anstieg der Reibungskurven zu verändern. Angesichts dieser Tatsachen stellt sich das Bilinear Model als optimales Modell zur Simulation des Reibungsverhaltens eines Elastomers heraus und wird in den weiteren Untersuchungen verwendet.

6.1.3. Normalkraftabhängigkeit

In den Experimenten wurde ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Normalkraft und der Reibungskraft festgestellt. Nun gilt es mit den ermittelten Reibungskoeffizienten aus Tabelle 6.1 die Übereinstimmung der simulierten Reibungskurven mit den Messergebnissen bei höheren Vorlasten zu überprüfen. Die Ergebnisse der Standartmischung 0962-525 werden in Abbildung 6.5 vorgestellt.

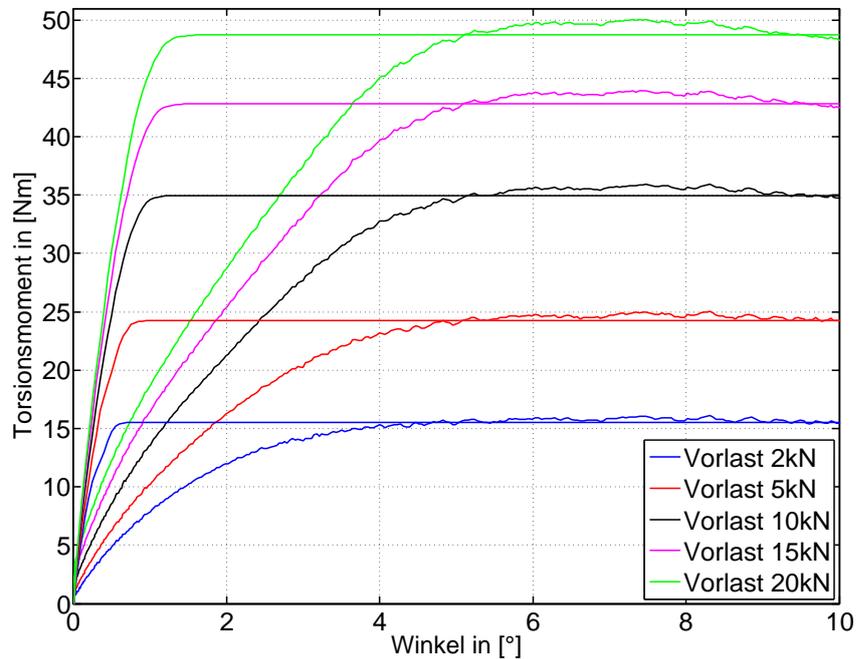


Abbildung 6.5.: Vergleich des Bilinear Model mit den Messergebnissen der Mischung 0962-525 bei verschiedenen Vorlasten

Für Vorlasten von $2kN$ und $5kN$ zeigt das Bilinear Model, abgesehen von der Steigung, eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Bei höheren Normalkräften liegt das maximale Torsionsmoment relativ weit über dem Rutschmoment der Simulation. Dies liegt an der Vorgehensweise zur Berechnung der Rutschmomente für die Reibungskoeffizienten. Aufgrund der Geschwindigkeitsänderung bei den Versuchen wurden die Rutschmomente über einen Bereich von 5° bis 10° gemittelt. Da die Reibungskurve in diesem Bereich eine große Streuung hat, ist die Abweichung der berechneten Kurven die logische Konsequenz.

Für die reibungsarme Mischung 0962-544 ist der Abgleich in Abbildung 6.6 dargestellt.

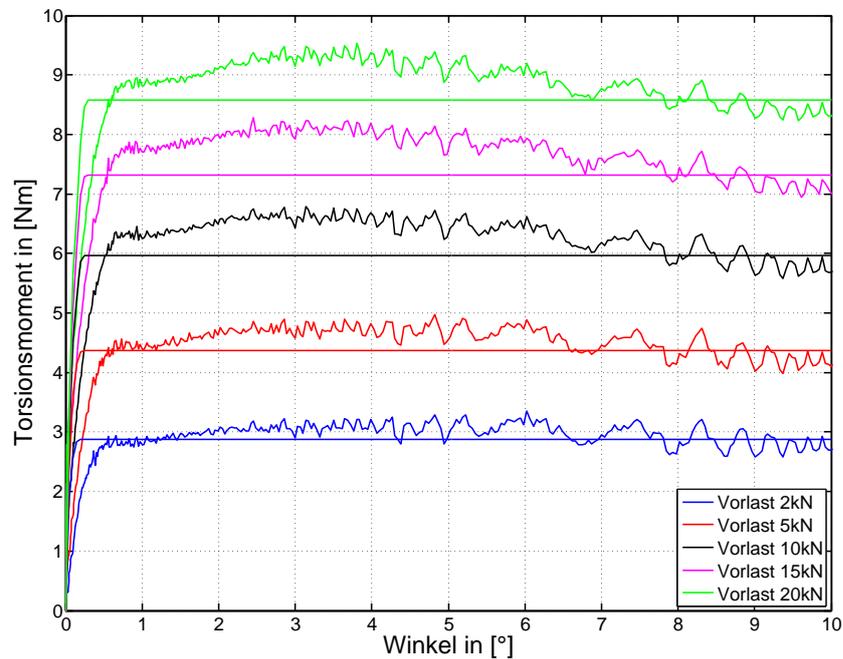


Abbildung 6.6.: Vergleich des Bilinear Model mit den Messergebnissen der Mischung 0962-544 bei verschiedenen Vorlasten

Auch hier steigt die Abweichung der Rutschmomente bei größer werdenden Normalkräften an. Dies ist ebenfalls mit der größeren Streuung im Auswertungsbereich zu begründen.

Ausblickend auf die alltägliche Berechnung der Elastomerbauteile ist es definitiv nicht zielführend für jede Normalkraft einen anderen Reibungskoeffizienten zu verwenden. Insbesondere da bei der Modellerstellung von Bauteilen mit komplexeren Strukturen die Normalkräfte im Vorfeld nicht bekannt sind. Hier wäre eine automatische Lösung, welche den passenden Reibungskoeffizient für die aktuelle Normalkraft verwendet, die optimale Variante.

In MSC.Marc/Mentat gibt es die Möglichkeit, sogenannte Tables für bestimmte Parameter anzulegen. Diese erlauben es, Abhängigkeiten zwischen zwei Parametern zu programmieren. Beispielsweise wird dies zur Generierung eines nichtlinearen Werkstoffverhaltens genutzt. Es werden Spannungs-Dehnungs-Kurven aus Zugversuchen in einem Table hinterlegt. Aus diesem Table wird dann bei den einzelnen Belastungsfällen das jeweilige Werkstoffverhalten entnommen. In ähnlicher Weise könnte man die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Normalkraft programmieren. Diesbezüglich wird der Zusammenhang aus Gleichung 6.1 mithilfe der polyfit-Funktion aus Matlab und den gemessenen Reibungskoeffizienten aus Tabelle 6.1 auf einen

größeren Normalkraftbereich ausgeweitet. Da in der Gleichung 6.1 ein negativer Exponent vorliegt, ist der Grenzwert für eine Normalkraft $F_N \rightarrow 0$ unendlich bzw. für $F_N = 0$ gilt $\mu = 0$. Da das FE-Programm diese extremen Unstetigkeiten nicht verarbeiten kann, muss die Kurve bei der Unterschreitung bestimmter Normalkräfte begrenzt werden (siehe Abb. 6.7).

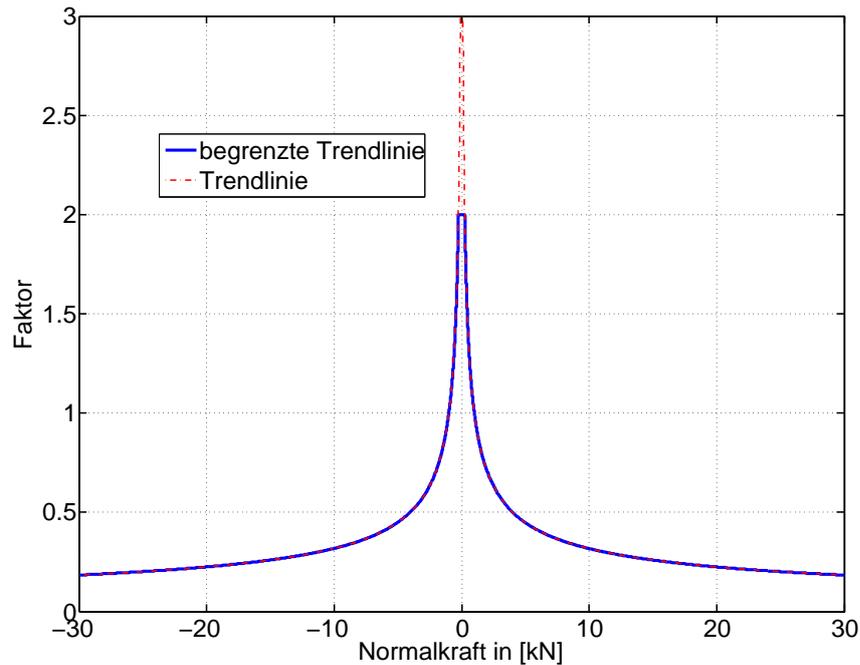


Abbildung 6.7.: Trendlinie des Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit zur Normalkraft für die Mischung 0962-525

Diese Kurve wurde als Table in das FE-Modell des Probekörpers hinterlegt. Der in den praktischen Untersuchungen ermittelte Reibungskoeffizient $\mu = 0.223$ wird anhand der vorliegenden Normalkraft mit dem Faktor aus Abbildung 6.7 multipliziert. Der Vergleich mit den Messwerten für die Normalkräfte $2kN$, $5kN$, $10kN$, $15kN$ und $20kN$ zeigt eine ähnliche Übereinstimmung wie die Berechnungen mittels konstanten Reibungskoeffizienten. Für Normalkräfte im Prüfbereich wäre diese automatische Bestimmung des Reibungskoeffizienten somit eine Option. In zukünftigen Untersuchungen muss bewiesen werden, wie sich der Reibungskoeffizient für kleinere Normalkräfte verhält.

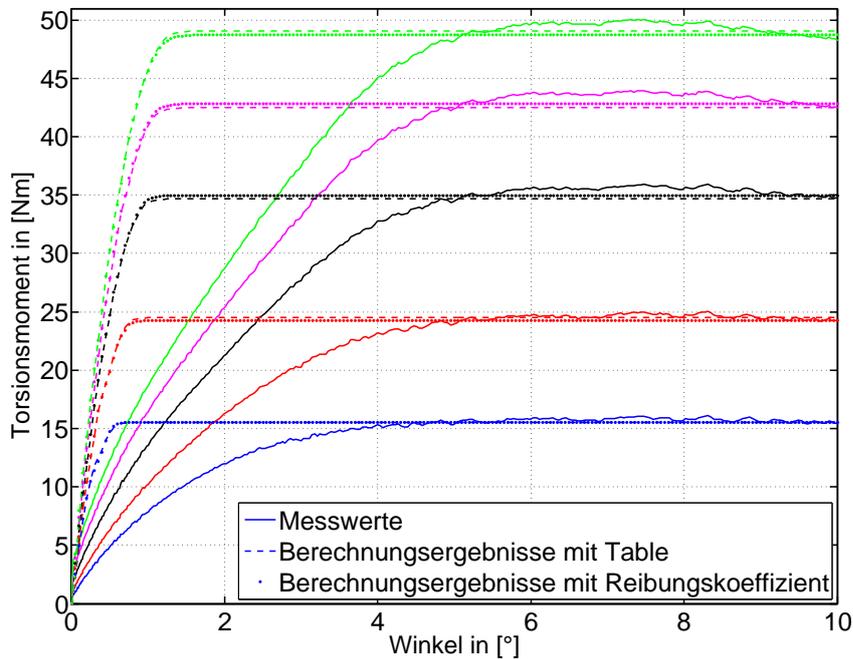


Abbildung 6.8.: Reibungskurven der Mischung 0962-525 unter Verwendung eines Tables zur Bestimmung des normalkraftabhängigen Reibungskoeffizienten

6.2. Verschleiß

Aus dem Kapitel 4.4.2 ging hervor, dass es prinzipiell zwei Möglichkeiten gibt die nicht-lineare Normalkraftabhängigkeit des Verschleißes in der FE-Simulation nachzustellen. Einerseits könnte man in dem *Simple Archard* Model einen Verschleißkoeffizienten verwenden, der abhängig von der Normalkraft ist ($V = k(F_N) \cdot F_N \cdot x$). Die zweite Option wäre die Benutzung der *Bayer exponential form* des *Archard* Model ($V = k \cdot F_N^\alpha \cdot x$). Die Härte H wird in den Berechnungen stets $H = 1$ gesetzt, da keine Referenzwerte vorliegen und sie somit jeden Wert annehmen könnte.

Obwohl die zweite Variante für die alltägliche Berechnung zu bevorzugen wäre, ist es aufgrund der geringen Anzahl an Messergebnissen schwierig, eine Trendlinie zu erstellen und somit Aussagen über den weiteren Verlauf zu treffen. Aus diesem Grund wird in der Thesis die erste Option verfolgt.

Zur Bestimmung des Verschleißkoeffizienten der verschiedenen Mischungstypen und Normalkräfte wird der Materialverlust der ersten 4000 Lastwechsel jeweils auf einen Lastwechsel heruntergerechnet. Im Vorfeld wurden Diagramme mithilfe der FE-Simulation erstellt, in denen das verschlissene Volumen für verschiedene Verschleißkoeffizienten berechnet und aufgetragen wurde. In diesen Diagrammen wird der aus

6. Berechnungsergebnisse im Vergleich mit den Messwerten

den Experimenten ermittelte Materialverlust pro Lastwechsel eingetragen, um den Verschleißkoeffizienten zu bestimmen.

Die Ergebnisse der Untersuchung sind in den Abbildungen 6.9 bis 6.12 dargestellt.

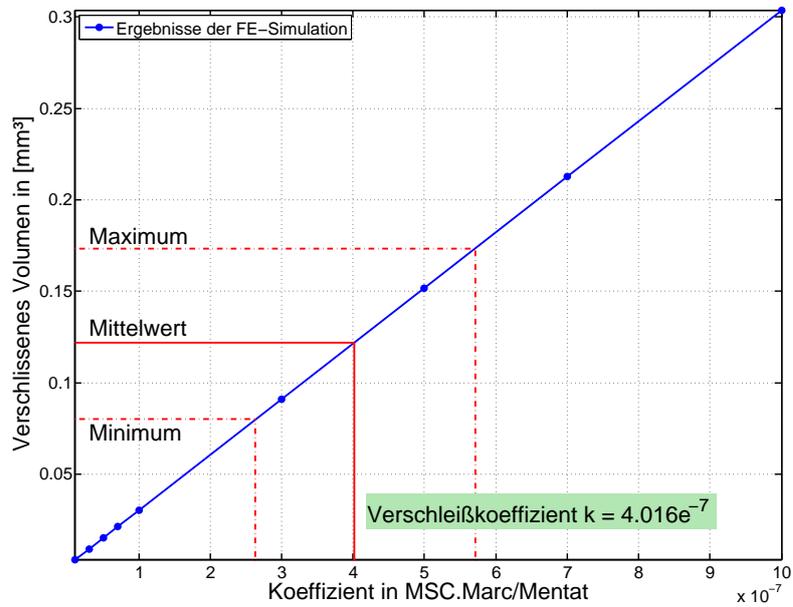


Abbildung 6.9.: Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-525 bei 20kN Vorlast

6. Berechnungsergebnisse im Vergleich mit den Messwerten

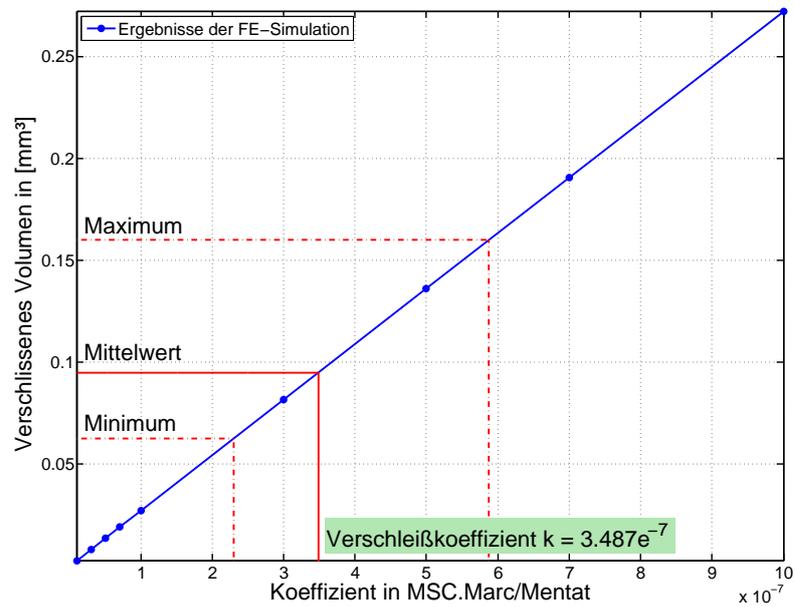


Abbildung 6.10.: Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-525 bei 15kN Vorlast

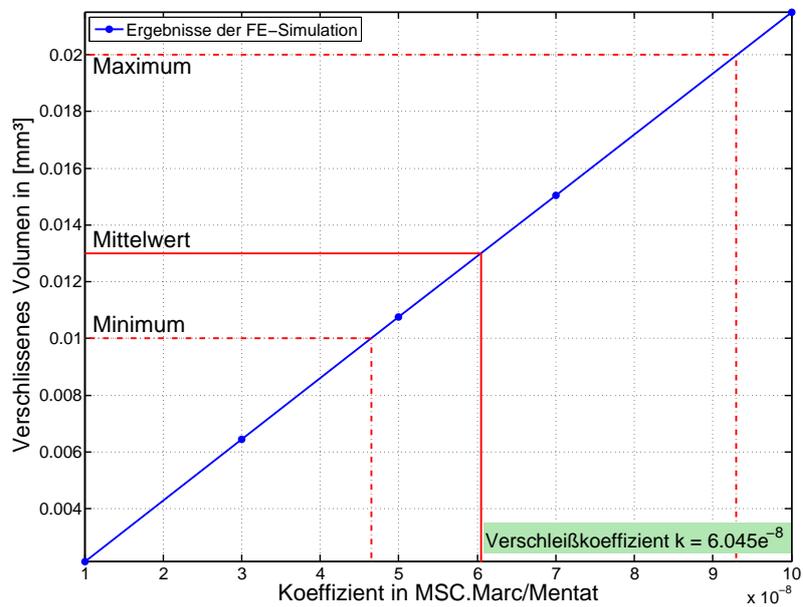


Abbildung 6.11.: Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-525 bei 10kN Vorlast

6. Berechnungsergebnisse im Vergleich mit den Messwerten

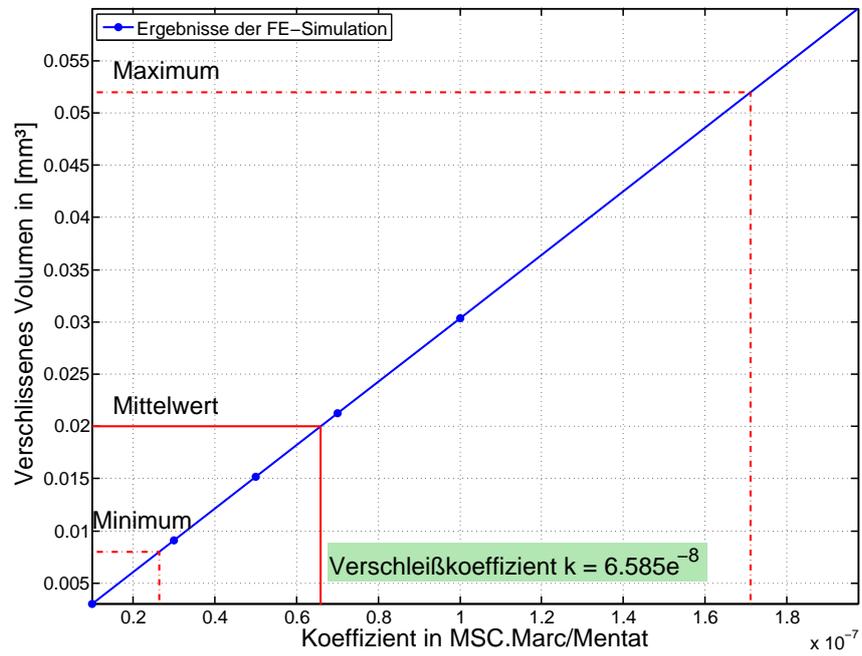


Abbildung 6.12.: Verschleißkoeffizient der Mischung 0962-544 bei 20kN Vorlast

7. Fazit und Ausblick

Zusammenfassend lässt sich herausstellen, dass die in MSC.Marc/Mentat integrierten Reibungs- und Verschleißmodelle für eine Abschätzung des Reibungs- und Verschleißverhaltens eines Elastomers grundsätzlich geeignet sind.

Die Rutschmomente der in den Experimenten ermittelten Reibungskurven konnten unter Verwendung der gemessenen Reibungskoeffizienten im FE-Programm in guter Übereinstimmung nachgestellt werden. Außerdem ist es möglich die Steigung der Reibungskurven durch die Änderung der Parameter des Bilinear Model der Coulomb Friction an die Messwerte anzupassen. Abschließend ist festzuhalten, dass die Bilinear Approximation am besten für die Reibungssimulation eines Elastomers im Kontakt mit Stahl geeignet ist. Gründe dafür sind die Übereinstimmung der Rutschmomente, die Geschwindigkeit der Rechnung und die Anpassungsmöglichkeiten der Reibungskurven (Anstieg). Durch die Table-Funktion in MSC.Marc/Mentat ist außerdem eine automatische Anpassung des Reibungskoeffizienten an die vorhandene Normalkraft realisierbar.

Aufgrund des linearen bzw. linearisierbaren Verlaufs des Verschleißes in den ersten 4000 Lastwechsel der Experimente kann man das Abriebverhalten eines Elastomers im Kontakt mit Stahl durch das FE-Programm MSC.Marc/Mentat in grober Näherung simulieren. Die Verschleißmodelle *Simple Archard* und die *Bayer exponential form* bieten Möglichkeiten, die nichtlineare Normalkraftabhängigkeit nachzustellen. Für eine vollständige Überprüfung des Verschleißverhaltens werden weitere Messreihen vonnöten sein. Im Rahmen dieser Bachelorthesis war es aus zeitlichen Gründen und aufgrund der hohen Auslastung des Prüfstands nicht möglich diese Messungen durchzuführen.

Weiterhin zeigt sich in den Untersuchungen, dass die reibungsarme Mischung mit extra hohem Wachsanteil eine deutlich geringere Reibung als die Standardmischung besitzt. Dies hat ebenso einen deutlich geringeren Verschleiß zur Folge. Schlussfolgernd ist die reibungsarme Mischung besonders gut für Bauteile geeignet, die stark vom Verschleiß beansprucht werden.

Ausblickend sind gerade im Bereich der praktischen Untersuchungen noch viele offene Fragen zu klären bzw. Sachverhalte zu beachten. So wäre es speziell für die Reibungsstudien wünschenswert, die Geschwindigkeit des Torsionszylinders nach

einem bestimmten Anfahrweg konstant zu halten. Dadurch würde sich die Geschwindigkeitsänderung, die in den Berechnungen bewusst ausgeklammert wurde, nur auf einen minimalen Anfahrweg auswirken. Außerdem sind weitere Messreihen mit geringeren Vorlasten durchzuführen, um das automatische Verfahren zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten abhängig von der Normalkraft zu erweitern und zu verifizieren. Darüber hinaus ist der korrekte Einfluss der Kegelrollenlager und der Kugellager in der Vorrichtung zu ermitteln. In der Thesis sind bisher nur Testläufe ohne Belastung durchgeführt worden. Es ist zu vermuten, dass die Reibung der Lager bei höherer Belastung zunimmt, welches sich wiederum auf die Reibungskurven des Elastomers auswirkt.

Die Ergebnisse der Verschleißuntersuchung gilt es in weiteren Testreihen zu bestätigen und um einen größeren Bereich der Parameter zu ergänzen. Insbesondere ist hierbei auf Reproduktion der Verschleißentwicklung und auf den Zeitpunkt, ab dem der massive Materialverlust beginnt, zu achten.

In zukünftigen Untersuchungen wäre es zudem interessant den Einfluss der Shore-Härte eines Mischungstypen auf das Reibungs- und Verschleißverhalten zu prüfen. Im Übrigen bietet sich die Variation des Kontaktpartners und dessen Rauheit als ein weiteres zu untersuchendes Kriterium an.

Angesichts unbekannter Eigenschaften der Werkstoffe (frequenzabhängiger Speicher- und Verlustmodul des Elastomers und Profilanstieg des Stahl-Prüfrings) war es nicht möglich, die recherchierten theoretischen Berechnungsmodelle des Reibungskoeffizienten und der Härte der Holm-Archard-Gleichung mit den Messergebnissen zu überprüfen. In den nachfolgenden Untersuchungen sollten im Vorfeld die Eigenschaften der Werkstoffe genauestens ermittelt werden, um eine theoretische Berechnung ableiten zu können.

Literaturverzeichnis

- [1] Ernest Rabinowicz. *Friction and Wear of Materials*. John Wiley & Sons, Inc., 2. Auflage, 1995.
- [2] Wolfgang Kaiser. *Kunststoffchemie für Ingenieure*. Von der Synthese bis zur Anwendung. Carl Hanser Verlag München, 2. Auflage, 2007.
- [3] Valentin L. Popov. *Kontaktmechanik und Reibung*. Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1. Auflage, 2009.
- [4] Ernst Joachim Schramm. *Reibung von Elastomeren auf rauen Oberflächen und Beschreibung von Nassbremseigenschaften von PKW-Reifen*. Dissertation, Fakultät Physik der Universität Regensburg, 2002.
- [5] Mohammend Sohail Khan. *Friction, wear and mechanical properties of electron beam modified PTFE-based rubber compounds*. Dissertation, Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität Dresden, 2008.
- [6] B.N.J. Persson. *Sliding Friction*. Physical Principles and Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2. Auflage, 2000.
- [7] B.N.J. Persson. Qualitative theory of rubber friction and wear. *Journal of chemical physics*, 112(4), 1999.
- [8] B.N.J. Persson. Theory of rubber friction and contact mechanics. *Journal of chemical physics*, 115(8), 2001.
- [9] B.N.J. Persson G. Carbone, B. Lorenz and A. Wohlers. Contact mechanics and rubber friction for randomly rough surfaces with anisotropic statistical properties. *the european physics journal E*, 29, 2009.
- [10] DIN 50320. *Verschleißbegriffe, Systemanalyse von Verschleißvorgängen und Gliederung des Verschleißgebietes*.
- [11] Karl-Heinz Zum Gahr. *Reibung und Verschleiß*. Mechanismen - Prüftechniken - Werkstoffeigenschaften. Deutsche Gesellschaft für Metallkunde e.V., 1. Auflage, 1983.

- [12] Patrick Moldenhauer. *Modellierung und Simulation der Dynamik und des Kontakts von Reifenprofilblöcken*. Dissertation, Fakultät Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg. 2010.
- [13] D.Kuhl und G.Meschke. *Finite Elemente Methoden I & II*. Vorlesungsmanuskript, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Statik und Dynamik. 4. Auflage, 2002.
- [14] Xin Wang. *Einführung in die Finite-Elemente-Methode*. Seminar, Universität Karlsruhe (TH) Fakultät für Informatik, Lehrstuhl Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann. 2004.
- [15] Thomas Grätsch. *Finite Elemente*. Vorlesungsskript, Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, Fakultät Technik und Informatik. 2011.
- [16] Wilhelm Rust. *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen*. Vieweg+Teubner Verlag, 2. Auflage, 2011.
- [17] Peter Wriggers. *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1. Auflage, 2001.
- [18] Horst Werkle. *Finite Elemente in der Baustatik*. Statik und Dynamik der Stab- und Flächentragwerke. Springer Vieweg Verlag, 3. Auflage, 2008.
- [19] MSC.Software Corporation. *MSC.Marc Advanced Course*, Schulungsunterlagen, 1999.
- [20] MSC.Software Corporation. *MSC.Marc User's Guide Volume A : Theory and User Information*, 2011.

A. Technische Zeichnungen

B. Messwerte

B.1. Matlab-Skript zur Auswertung der Messergebnisse

Das erste Matlab-Skript diente zur Auswertung der Messreihen, in denen die Normalkraftabhängigkeit der Reibung am Mischungstyp 0962-525 untersucht wurde. Das zweite Skript wurde zur Berechnung der Koeffizienten der Mischung 0962-525 mithilfe der polyfit-Funktion verwendet.

Da die Matlab-Codes der üblichen Auswertungen im Grunde einen ähnlichen Aufbau haben, stehen diese als stellvertretende Beispiele.

Table of Contents

Präambel	1
Einlesen	1
Daten	1
Auswertung bis zu 10°	1
Weg in Winkel	1
Kraft in Moment	2
Plot	3
Plot-Einstellungen	3

Präambel

```
clc;
clear all;
```

Einlesen

```
files=dir('*.txt');      %% Alle .txt Dateien aus dem Verzeichnis
%                          %% in den Workspace laden
names={files.name};     %% Namen Vektor
for k=1:1:length(names) %% Schleife, die die Daten jeder
%                          %% 2d Matrix in eine 3d Matrix schreibt
data(k, :, :)=load(names{k});
end
```

Daten

```
for hh=1:1:length(names) %% Schleife für alle Daten

b=data(hh, :, :);        %% Daten des hh-Datensatz in die b-Matrix
b=permute(b, [2, 3, 1]); %% b-Matrix ins 2d
for k=1:1:(length(b(:, 1))/1023)
%                          %% Schleife für unterschiedliche Messungen
%                          %% pro Datensatz (mehrere Normalkräfte)
c(:, :, k)=b(k*1023-1023+1:k*1023, :);
%                          %% 1023 Datenpunkte pro Messung
end
```

Auswertung bis zu 10°

```
Weg=b(:, 6);
n=43.68;                      %% Abschneiden bei 10°
umkehr=find(Weg>=n);          %% Wegvektor bis zu 10°
Weg=Weg(1:umkehr);
```

Weg in Winkel

```

l=113;                %% Länge des Torsionszylinders
r=250;                %% Länge des Hebelarms
p=l+Weg;              %% Torsionszylinder + Ausfahrweg
x=log(-((1 + r*i)*((p.^4 - 2*p.^2*l^2 - 4*p.^2*r^2 + l^4).^(1/2)*i ...
- p.^2*i + l^2*i + 2*r^2*i))/(2*r*(l^2 + r^2)))*i;
%                    %% Berechnung des Winkels in [rad]
xs=real(-x);          %% Realteil vom berechneten Winkel
alpha=xs*180/pi;      %% Umwandlung von [rad] in [°]

```

Kraft in Moment

```

load Kraftgelenk.dat %% Kräfte der Lager in den Workspace laden
z=1;                  %% mit Gelenkreibung
Kraftgelenk=Kraftgelenk(1:umkehr)*z;
%                    %% Kräfte nur bis zum Umkehrpunkt
for k=1:1:6           %% Schleife zur Berechnung der Momente
%                    %% jeder Messung
Kraft(:,k,hh)=c(1:umkehr,5,k)-Kraftgelenk;
%                    %% Begrenzung der bis zum Umkehrpunkt und Abziehen
%                    %% der Lagerkräfte
h1=real(acosd((sind(alpha)*r+l)./p));
h2=alpha-h1;
Winkel=cosd(h2);     %% Winkelbestimmung der senkrechten zum Hebenarm
Moment(:,k,hh)=Kraft(:,k,hh).*Winkel.*r;
%                    %% Moment = Kraft * veränderlicher Hebelarm
%                    %% (Vorrichtung)
Momentring(:,k,hh)=Kraft(:,k,hh).*Winkel.*r*(49.975/250);
%                    %% Kraft * veränderlicher Hebelarm
%                    %% -> BEZOGEN AUF DEN AUSSENDURCHMESSER DES RINGS
%                    %% (wie in der FEM-Simulation)

end

end                    %% Ende der großen hh-Schleife

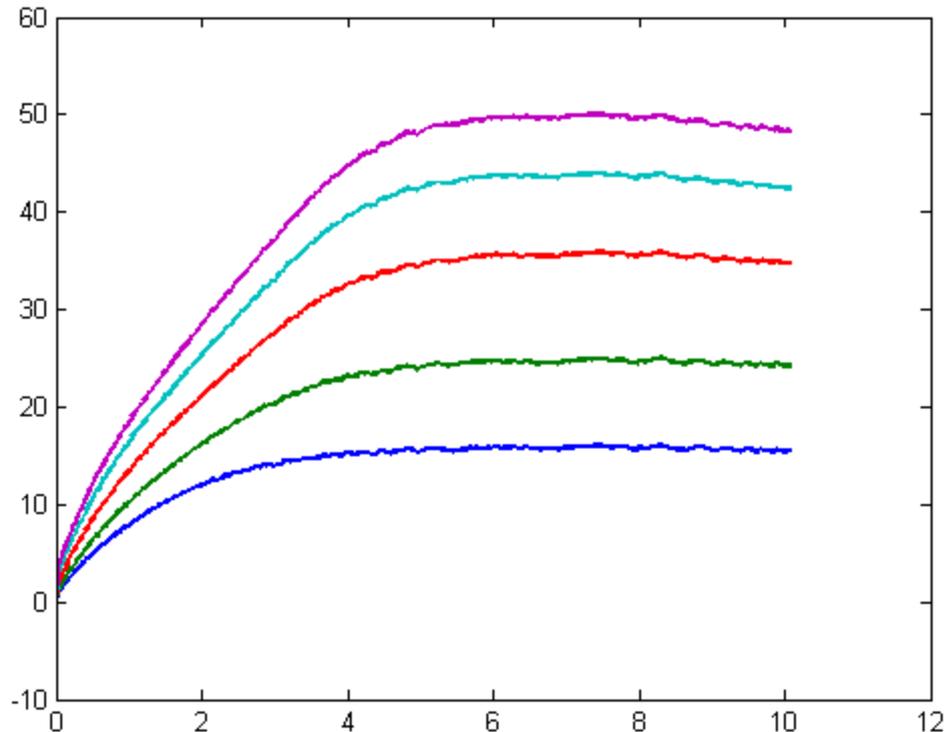
%                    %% An dieser Stelle hat man eine 3d-Matrix.
%                    %% Die 3. Dimension beinhaltet die verschiedenen
%                    %% Datensätze. Die 2. Dimension beinhaltet die
%                    %% Messung unter verschiedenen Normalkräften
%                    %% jedes Datensatzes. Die 1. Dimension enthält
%                    %% die Reibungskräfte sowie den Verdrehwinkel.

DurchMoment=zeros(length(Moment(:,1,1)),length(Moment(1,:,1)));
%                    %% Erzeugung der leeren Matrix des
%                    %% Durchschnittsmoment (Vorrichtung)
DurchMomentring=zeros(length(Moment(:,1,1)),length(Moment(1,:,1)));
%                    %% Erzeugung der leeren Matrix des
%                    %% Durchschnittsmoment (Prüfring)
for k=1:1:length(Moment(1,1,:))
%                    %% Schleife zur Bildung der Durchschnitte
DurchMoment=DurchMoment+Moment(:, :, k);
%                    %% Alle Datensätze(hh) zusammenfassen
%                    %% (Vorrichtung)
DurchMomentring=DurchMomentring+Momentring(:, :, k);
%                    %% (Prüfring)
end
DurchMoment=DurchMoment/length(Moment(1,1,:));
%                    %% Summe durch die Anzahl teilen (Vorrichtung)
DurchMomentring=DurchMomentring/length(Moment(1,1,:));
%                    %% Summe durch die Anzahl teilen (Prüfring)

```

Plot

```
p=figure(2);
plot(alpha,DurchMomentring(:,1:5), 'LineWidth',1.5);
%                               %% Erzeugung des Moment-Winkel-Kennlinie bezogen
%                               %% auf den Durchmesser des Prüfrings
```



Plot-Einstellungen

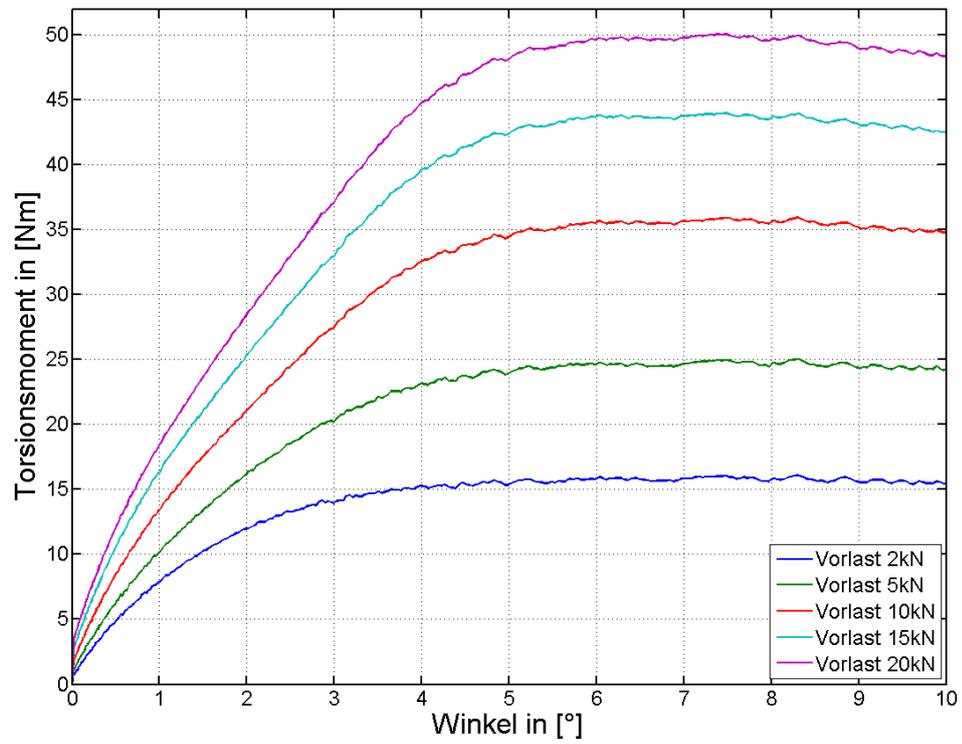
```
grid on
axis([0 10 0 52])

set(gca, 'FontSize',18, 'LineWidth',1.5)
xlabel('Winkel in [°]', 'FontSize',24)
ylabel('Torsionsmoment in [Nm]', 'FontSize',24)
legend('Vorlast 2kN', 'Vorlast 5kN', 'Vorlast 10kN', 'Vorlast 15kN', ...
       'Vorlast 20kN', 'Location', 'SouthEast')
scrsz=get(0, 'ScreenSize');
set(p, 'Position', scrsz);
set(p, 'Units', 'Inches');
pos=get(p, 'Position');
set(p, 'PaperPositionMode', 'Auto', 'PaperUnits', 'Inches', ...
     'PaperSize', [pos(3), pos(4)])
print(p, 'Normalkraft_525R.pdf', '-dpdf', '-r0')

Speicher=alpha;
```

```
Speicher(:,2:6)=DurchMomentring(:,1:5);  
save Durchschnittsdaten525.dat Speicher -ascii
```

Warning: Ignoring extra legend entries.



Published with MATLAB® 7.10

Table of Contents

Präambel	1
Einlesen der Daten	1
Ausgleichspolynom	1
Plot	1
Ploteigenschaften	2

Präambel

```
clc;clear all
```

Einlesen der Daten

```
FN=[2 5 10 15 20];           %% Normalkräfte  
load Rutschmomente_525.dat   %% Reibungskräfte und Winkel in den Workspace  
FR=Rutschmomente_525;
```

Ausgleichspolynom

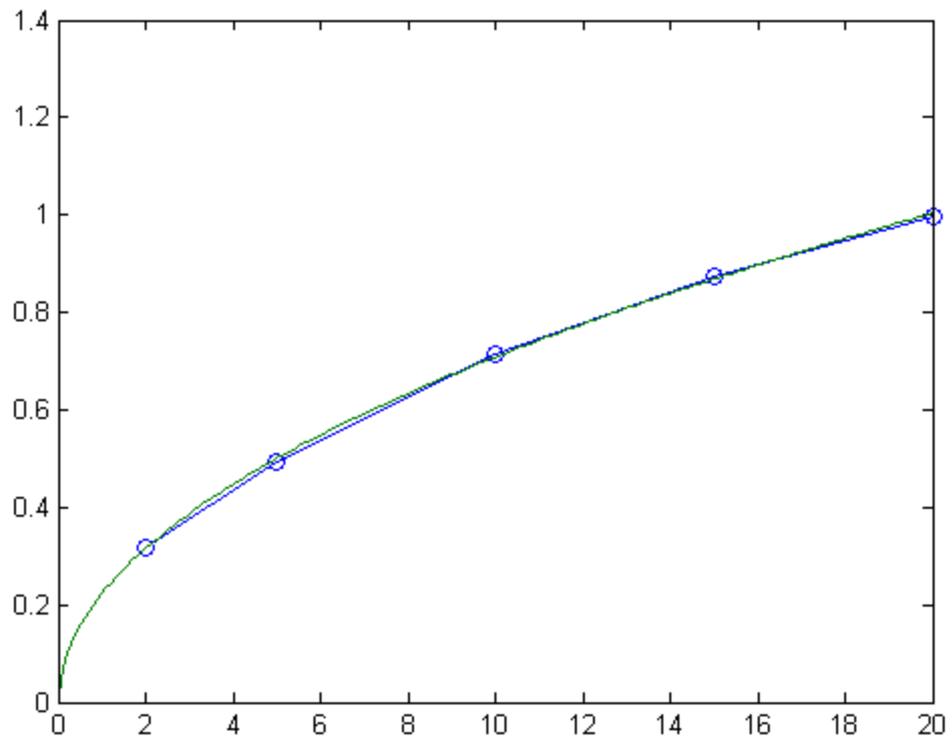
```
X=log(FN);                   %% Logarithmus der Normalkräfte  
Y=log(FR);                   %% und Reibungskräfte  
pp=polyfit(X,Y,1);          %% polyfit (y=a+b*x)  
a=exp(pp(2));               %% Logarithmus entfernen  
b=pp(1);                    %%  
aa=round(a*1000)/1000;     %% Runden der Ergebnisse  
bb=round(b*1000)/1000;
```

```
FN_A=[0:0.1:20];            %% Normalkraftvektor der Trendlinie  
FR_A=a*FN_A.^b;            %% Gleichung der Trendlinie  
disp('0962-525')  
disp(['a= ',sprintf('%.4f',a), '      b= ',sprintf('%.4f',b)])  
%                           %% Ausgabe der Ergebnisse
```

```
0962-525  
a= 0.2228      b= 0.5023
```

Plot

```
h=figure(1);  
p=plot(FN,FR, '-o', FN_A, FR_A);
```

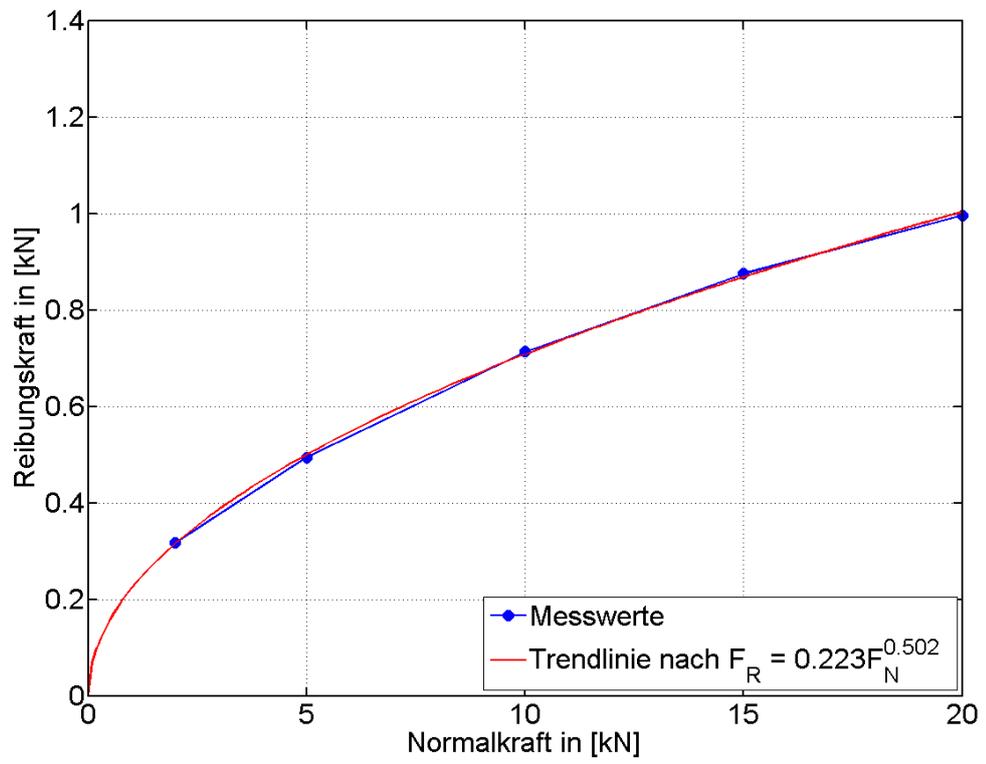


Ploteigenschaften

```

set(p(1), 'markerSize', 10, 'MarkerFaceColor', 'b', 'Color', 'b', 'Linewidth', 1.5)
set(p(2), 'Color', 'r', 'Linewidth', 1.5)
grid on
set(gca, 'LineWidth', 1.5, 'FontSize', 24)
legend('Messwerte', ...
    ['Trendlinie nach F_R = ' num2str(aa) ' F_N^{' num2str(bb) ' ...
    ' } ' ], 'Location', 'SouthEast')
ylabel('Reibungskraft in [kN]', 'FontSize', 24)
xlabel('Normalkraft in [kN]', 'FontSize', 24)
scrsz=get(0, 'ScreenSize');
set(h, 'Position', scrsz);
set(h, 'Units', 'Inches');
pos=get(h, 'Position');
set(h, 'PaperPositionMode', 'Auto', 'PaperUnits', 'Inches', ...
    'PaperSize', [pos(3), pos(4)])
print(h, '0962-525_beta_mu.pdf', '-dpdf', '-r0')

```



Published with MATLAB® 7.10

B.2. Diagramme der Messergebnisse

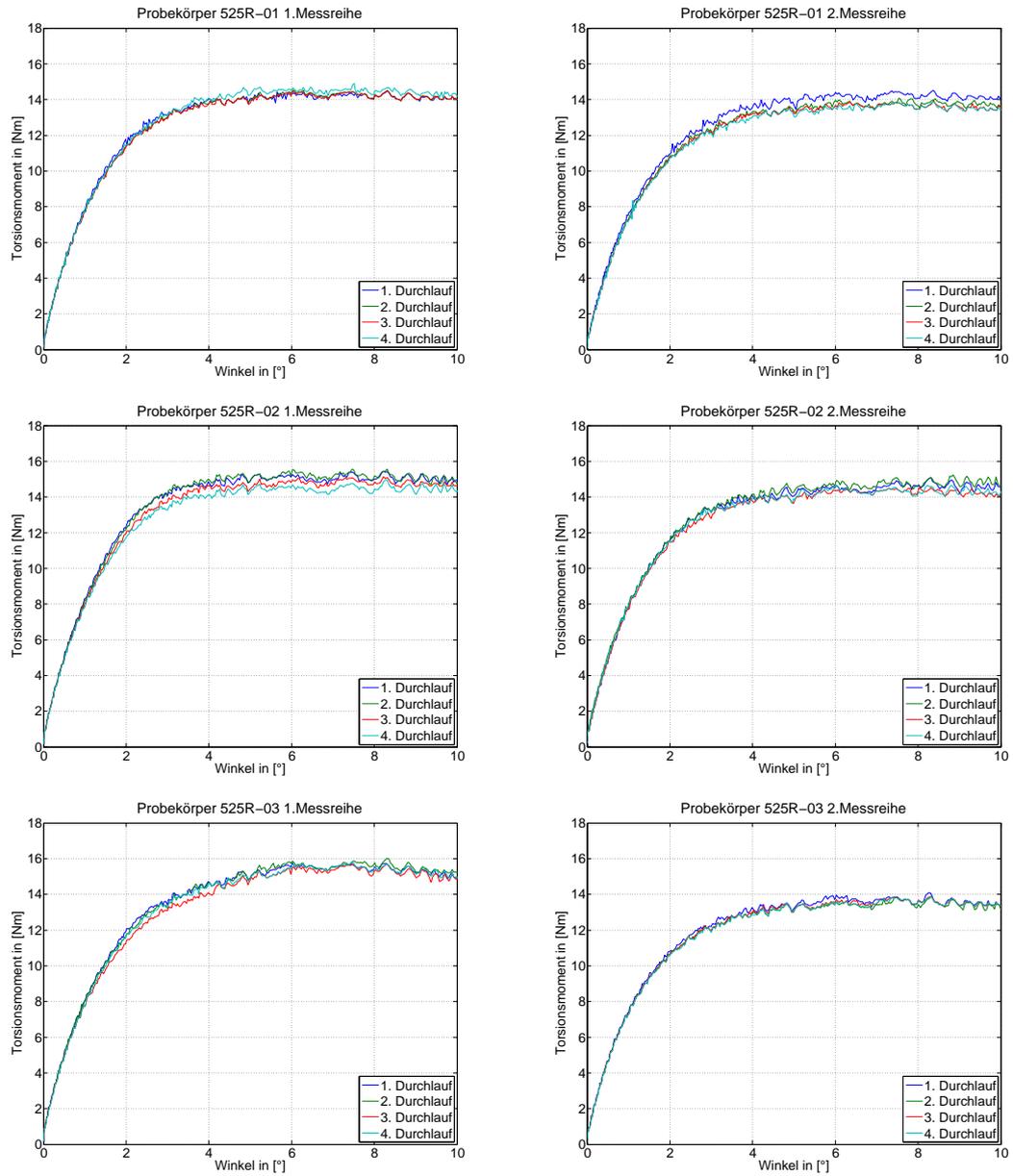


Abbildung B.3.: Reproduzierbarkeitsuntersuchung an drei Probekörpern

B. Messwerte

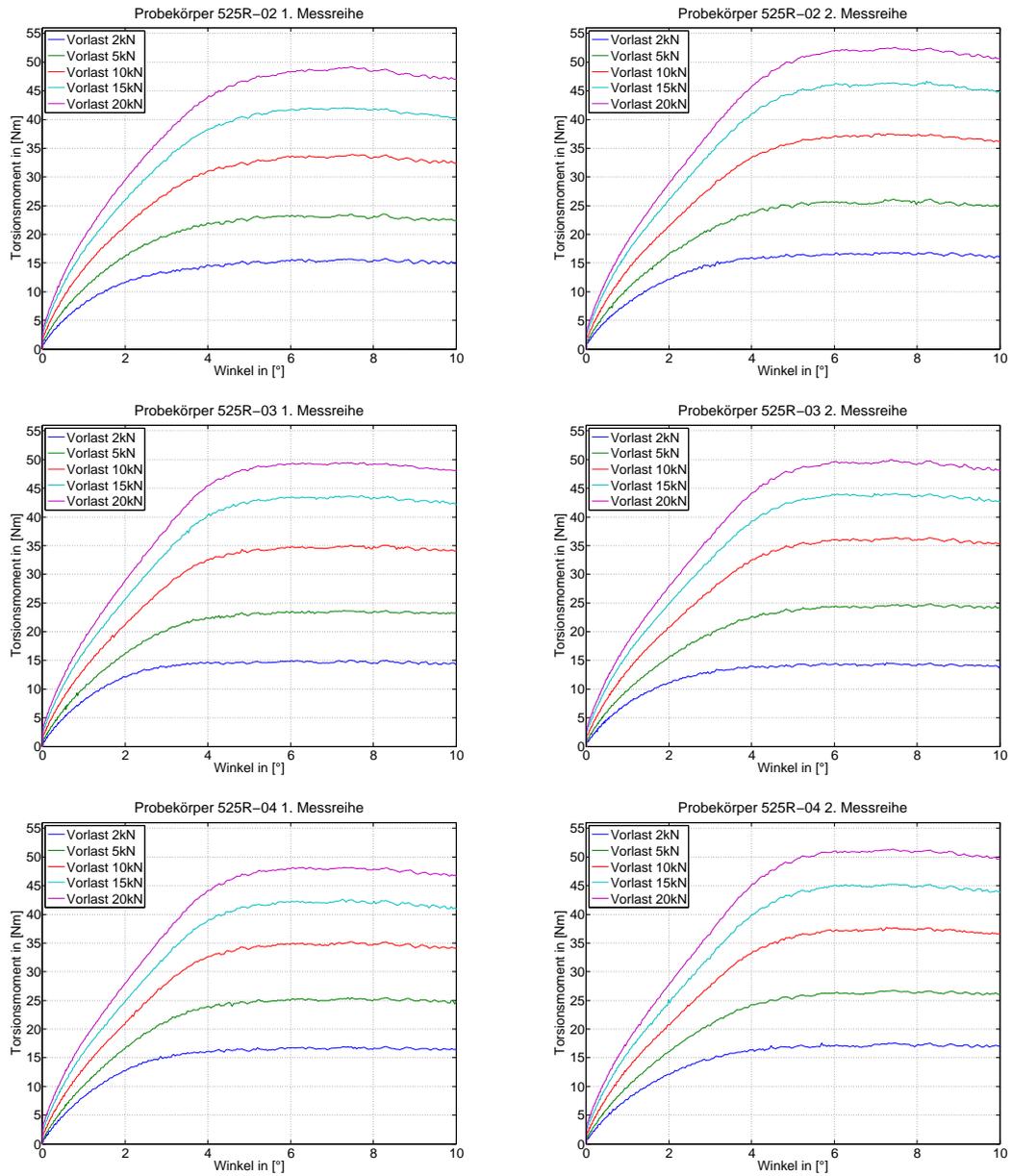


Abbildung B.4.: Untersuchung der Normalkraftabhängigkeit der Mischung 0962-525

B. Messwerte

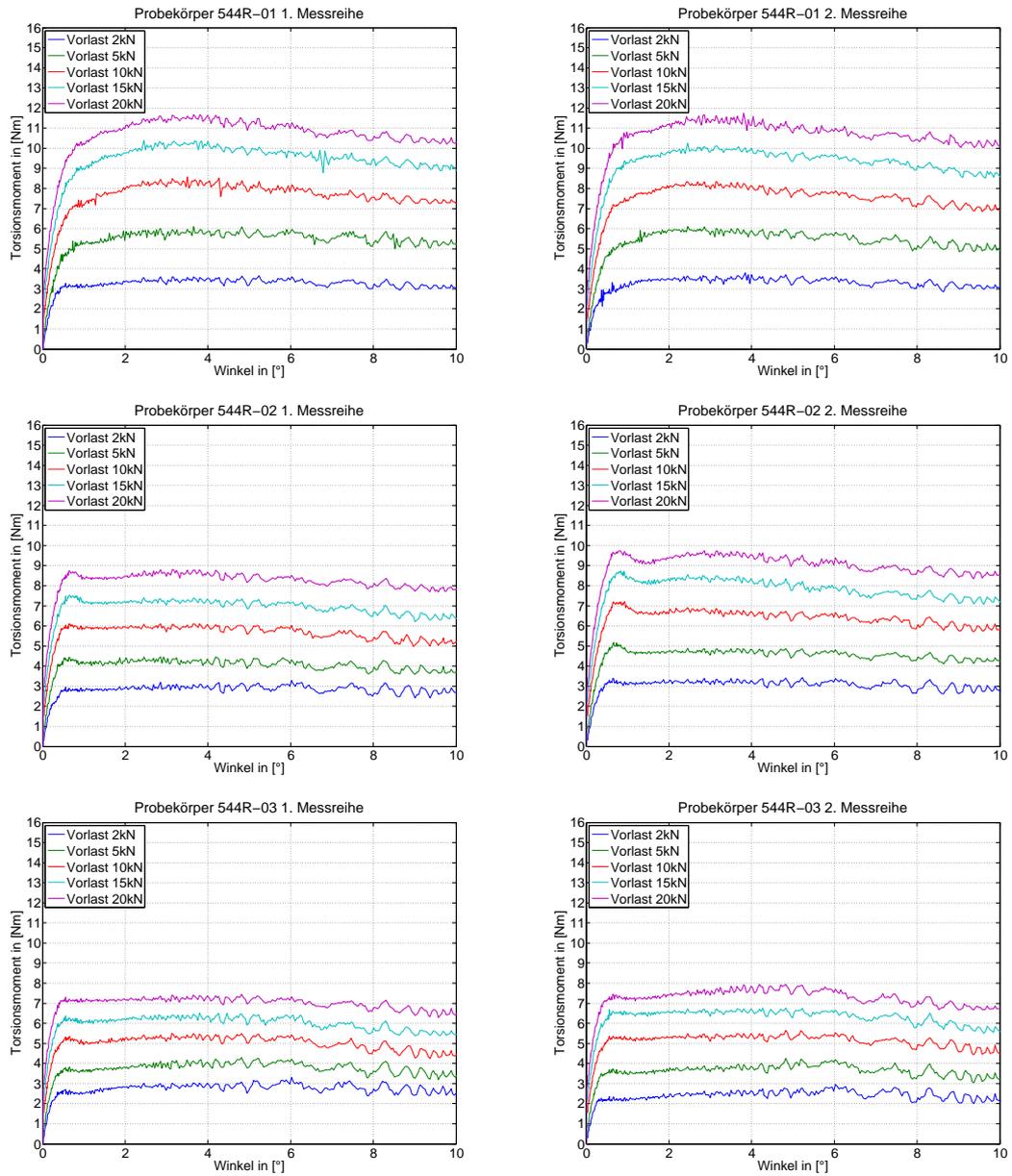


Abbildung B.5.: Untersuchung der Normalkraftabhängigkeit der Mischung 0962-544

C. Bilder der Verschleißuntersuchungen

C.1. Probekörper 525V-04



Abbildung C.1.: 525V-04 nach 0 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast



Abbildung C.2.: 525V-04 nach 1000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast



Abbildung C.3.: 525V-04 nach 2000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast



Abbildung C.4.: 525V-04 nach 3000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast

C. Bilder der Verschleißuntersuchungen



Abbildung C.5.: 525V-04 nach 4000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast



Abbildung C.6.: 525V-04 nach 5000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast



Abbildung C.7.: 525V-04 nach 6000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast



Abbildung C.8.: 525V-04 nach 7000 Lastwechsel bei $20kN$ Vorlast

C.2. Probekörper 525V-05



Abbildung C.9.: 525V-05 nach 1000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast



Abbildung C.10.: 525V-05 nach 2000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast



Abbildung C.11.: 525V-05 nach 3000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast



Abbildung C.12.: 525V-05 nach 4000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast

C. Bilder der Verschleißuntersuchungen



Abbildung C.13.: 525V-05 nach 5000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast



Abbildung C.14.: 525V-05 nach 6000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast



Abbildung C.15.: 525V-05 nach 7000 Lastwechsel bei 10kN Vorlast

C.3. Probekörper 544V-01



Abbildung C.16.: 544V-01 nach 0 Lastwechsel bei 20kN Vorlast



Abbildung C.17.: 544V-01 nach 1000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast



Abbildung C.18.: 544V-01 nach 2000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast



Abbildung C.19.: 544V-01 nach 3000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast

C. Bilder der Verschleißuntersuchungen



Abbildung C.20.: 544V-01 nach 4000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast



Abbildung C.21.: 544V-01 nach 5000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast

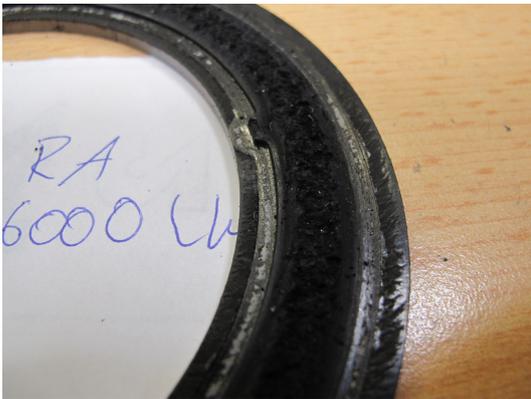


Abbildung C.22.: 544V-01 nach 6000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast



Abbildung C.23.: 544V-01 nach 7000 Lastwechsel bei 20kN Vorlast



Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: Bergmann

Vorname: Michael

dass ich die vorliegende Bachelorarbeit bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

Berücksichtigung von Reibung und Verschleiß bei der FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen

ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der -bitte auswählen- ist erfolgt durch:

Hamburg

Ort

01.03.2012

Datum

Unterschrift im Original