



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences



HELMUT SCHMIDT
UNIVERSITÄT

Universität der Bundeswehr Hamburg

Master-Thesis:

Numerische Simulation der Fluid-Struktur- Interaktion eines elastisch aufgehängten, starren Zylinders

Eingereicht von:

Sebastian Viets

Professur für Strömungsmechanik

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf

Prüfer: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Breuer

Betreuer: Dr.-Ing. Guillaume De Nayer

Eingereicht: Januar 2013

Fakultät Maschinenbau
Professur für Strömungsmechanik

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Breuer

Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg
Postfach 70 08 22
22008 Hamburg

Email: breuer@hsu-hh.de

Fakultät Technik und Information
Maschinenbau und Produktion

Prof. Dr.-Ing. Peter Wulf

HAW Hamburg
Berliner Tor 21
20099 Hamburg

Email: peter.wulf@haw-hamburg.de

Sebastian Viets
Zur Vilsenheide 11
21614 Buxtehude

Email: sviets@freenet.de

Email: sebastian.viets@haw-hamburg.de

Kurzfassung

Numerische Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion eines elastisch aufgehängten starren Zylinders

Der Inhalt dieser Arbeit ist die Implementierung und die Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) eines starren elastisch aufgehängten Körpers.

Der Struktur-Löser (CSD) ist für einen starren Körper mit sechs Freiheitsgraden konzipiert. Die Aufhängung des Körpers geschieht über ein Feder-Dämpfer-System für jeden einzelnen Freiheitsgrad. Es wird viskose Dämpfung und ein lineares Federgesetz angenommen. Die Zeitintegration geschieht mittels Newmark- und Generalized- α -Verfahren im CSD-Löser.

Die Strömungssimulation wird mit dem hauseigenen Finite-Volumen-Code FASTEST-3D durchgeführt, in den der neue CSD-Löser direkt implementiert wird. Die Zeitintegration wird im CFD-Löser mit einem expliziten Dreischritt Runge-Kutta-Verfahren realisiert. Zur räumlichen Diskretisierung werden die zentralen Differenzen verwendet. Die Druckkopplung beruht auf einem Prädiktor-Korrektor Verfahren. Die Berechnungen finden im laminaren und turbulenten Regime statt. Die Turbulenz wird mit dem Large-Eddy-Simulations-Modell (LES) nach Smagorinsky modelliert.

CFD- und CSD-Löser werden separat und gekoppelt getestet. Für die Rotationen werden Quaternionen im CSD-Löser verwendet, welche auch einzeln getestet werden. Zur Validierung der Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode des CFD-Lösers wird der Testfall des querangeströmten, festen und angetriebenen Zylinders verwendet. Der frei bewegliche Zylinder dient der Validierung, der gekoppelten Simulation mit CFD- und CSD-Löser.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	3
Inhaltsverzeichnis	i
Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	v
Nomenklatur	vi
1 Einleitung	1
2 Numerik der Strömungsmechanik	5
2.1 Räumliche Diskretisierung	5
2.2 Zeitliche Diskretisierung	7
2.3 Netzadaption	8
2.4 Turbulenzmodellierung	10
2.4.1 Large-Eddy-Simulation	11
3 Bewegungslöser	14
3.1 Bewegungsgleichung	15
3.2 Newmark-Verfahren	16
3.3 Generalized- α -Verfahren	17
3.4 Quaternion	19
3.5 Translation	20
3.6 Rotation	20
3.7 Koordinatentransformation	22
3.8 Residuum	22
3.9 Kräfteberechnung	24
4 Implementierung	26
4.1 Initialisierung	28
4.2 Verformungslöser	28
4.3 Lösungsalgorithmus	29

5	Validierung der ALE-Methode	32
5.1	Netz	32
5.2	Ergebnisse für den festen Zylinder	33
5.2.1	Gitterunabhängigkeitsstudie	34
5.2.2	Einfluss der Zeitschrittweite	35
5.2.3	Vergleich von expliziter und impliziter Zeitdiskretisierung	36
5.2.4	Vergleich von FASTEST-3D und OpenFOAM	36
5.2.5	Vergleich mit Literaturdaten	37
5.3	Angetriebener Zylinder	37
5.3.1	Ergebnisse für eine Anregung mit $f_e/f_0 = 1$	39
5.3.2	Ergebnisse für eine Anregung mit $f_e/f_0 = 1.1$	39
6	Validierung des Bewegungslösers	43
6.1	Validierung des ungekoppelten Bewegungslösers	43
6.1.1	Überprüfung der einzelnen Freiheitsgrade	44
6.1.2	Genauigkeit des Newmark-Verfahren	45
6.1.3	Verhalten des <i>Generalized-α</i> -Verfahren	48
6.1.4	Überprüfung der Rotationen	49
6.2	Frei beweglicher Zylinder	52
6.2.1	Laminare Strömung bei $Re = 200$	53
6.2.2	Ergebnisse für Massenverhältnis $M^* = 1$	54
6.2.3	Ergebnisse bei anderen Massenverhältnissen	63
6.2.3.1	Hochfrequenzdämpfung mit dem <i>Generalized-α</i> -Verfahren	67
6.2.3.2	Einfluss der FSI-Subiterationen und der Unterrelaxierung	68
6.2.3.3	Zusammenfassung für das laminare Regime	71
6.2.4	Turbulente Strömung mit LES	71
6.2.4.1	Fester Zylinder	73
6.2.4.2	Freibeweglicher Zylinder	75
	Zusammenfassung und Ausblick	79
	Literaturverzeichnis	82

Abbildungsverzeichnis

1.1	Verformung von Tragflügeln	2
1.2	Membrandächer	3
1.3	Anwendungen für Starrkörper-Simulationen	4
2.1	Lineare Interpolation	9
2.2	Transfinite Interpolation	9
2.3	Netzadaption	10
3.1	Körper mit sechs Freiheitsgraden	16
3.2	Koordinatentransformation	23
4.1	Gesamter Lösungsalgorithmus	30
5.1	O-Grid	33
5.2	Zylinderbewegung	34
5.3	Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes für den festen Zylinder	35
5.4	Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für grobes Gitter	36
5.5	Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über der Zeit für den angetriebenen Zylinder mit $f_e = 0.195$ Hz, $f_e/f_0 = 1$ und sofi	40
5.6	Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über der Zeit für den angetriebenen Zylinder mit $f_e = 0.215$ Hz, $f_e/f_0 = 1.1$ mit sofi und ruk3	41
5.7	Referenz [23] des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes über der Zeit für den angetriebenen Zylinder	41
6.1	Einmassenschwinger	44
6.2	Newmark-Verfahren: Verschiebung mit $k = 10000$ N/m und $m = 10$ kg	46
6.3	Newmark-Verfahren: Verdrehung mit $k = 10000$ N/rad und $J = 10$ kg · m ²	47
6.4	Einfluss von ρ_∞^s auf das Ergebnis	48
6.5	Rotation um alle drei Achsen	49
6.6	Testfall des freien symmetrischen Kreisels	50
6.7	Überprüfung der Winkel	51
6.8	Zylinder mit zwei Freiheitsgraden	52
6.9	Zylinderbewegung für Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 1$	56
6.10	Zylinderbewegung für Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.1$	57
6.11	Zylinderbewegung für Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.01$	58
6.12	Auftriebsbeiwert über Widerstandsbeiwert für Massenverhältnis $M^* = 1$	59
6.13	Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.01$	59

6.14	Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.1$	60
6.15	Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 1$	60
6.16	Kontourplot der Geschwindigkeit in x-Richtung mit Stromlinien für $M^* = 1$	62
6.17	Zylinderbewegung für $M^* = 10$ und Dämpfung $S_g = 1$	64
6.18	Zylinderbewegung für $M^* = 10$ und Dämpfung $S_g = 0.0031$	65
6.19	Auftriebsbeiwert über Widerstandsbeiwert für Massenverhältnis $M^* = 10$	65
6.20	Verlauf der Verschiebung in x- und y-Richtung für $M^* = 10$	66
6.21	Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für $M^* = 10$	66
6.22	Auftrieb- und Widerstandsbeiwert über die Zeit für Massenverhältnis $M^* = 0.1$ und Dämpfung $S_g = 1$ mit dem Newmark-Verfahren	67
6.23	Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über die Zeit für $M^* = 0.1$	68
6.24	Residuum der Kräfte über FSI-Subiterationen	69
6.25	Residuum der Verschiebung über FSI-Subiterationen	70
6.26	Relativer Verschiebungs-Fehler, zwischen Simulation mit FSI-Subiterationen und ohne FSI-Subiterationen, über die Zeit	70
6.27	Vergleich der Unterrelaxierung und Konvergenzverlauf bei $M^* = 0.1$	72
6.28	Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für festen Zylinder mit LES.	74
6.29	Kontourplot der Geschwindigkeit in x-Richtung mit Stromlinien	74
6.30	Kontourplots der gemittelten Geschwindigkeiten und Reynoldsspannungen für Reynoldszahl $Re = 3911$	76
6.31	Kontourplots der gemittelten Geschwindigkeiten und Reynoldsspannungen für Reynoldszahl $Re = 9538$	77

Tabellenverzeichnis

4.1	Inhalt der <code>csdvalues.dat</code> Datei	27
4.2	Beispiel einer <code>csdvalues.dat</code> Datei	27
5.1	Ergebnisse für festen Zylinder	38
5.2	Ergebnisse für angetriebenen Zylinder	42
6.1	Frequenz-Fehler nach 50 Perioden	45
6.2	Einstellungen und Eigenschaften für $Re = 200$ für Translationsfreiheitsgrade.	54
6.3	Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte für freibeweglichen Zylinder	61
6.4	Auslenkungen für freibeweglichen Zylinder	61
6.5	Minimale und maximale Auslenkungen für $M^* = 1$	63
6.6	Einstellungen und Eigenschaften für y -Freiheitsgrad bei verschiedenen Reynoldszahlen	78

Nomenklatur

Die Abkürzungen oder Notationen, die in diesem Bericht verwendet werden, sind im Folgenden erklärt. Sollten hier etwas nicht aufgeführt sein, so ist es im Bericht aus dem Kontext erklärt.

Abkürzungen

ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerian
CFD	Computational Fluid Dynamics
CSD	Computational Structure Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large-Eddy Simulation
FSI	Fluid-Struktur Interaktion
MPI	Message-Passing Interface
RANSE	Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations
KOS	Koordinatensystem
KV	Kontrollvolumen
z.B.	zum Beispiel
bzw.	beziehungsweise
Abb.	Abbildung
Tab.	Tabelle
Gl.	gleichung
SubIt.	FSI-Subiterationen
Est. Dist.	Vorausschätzung der Verformung

Notation

U^T	Transponierte von U
U^t	U im Zeitschritt t
\vec{U}	U ist ein Vektor
\vec{U}_L	U aus der Sicht des Lagrangeschen Betrachters
$\widehat{\vec{U}}$	Gefilterte Variable U
\vec{U}_∞	Geschwindigkeit im Unendlichen
$\vec{\tilde{F}}$	Effektiver Lastvektor
$\vec{\tilde{K}}$	Effektive Steifigkeitsmatrix
J_{xy}	Komponente einer Matrix in Reihe x und Spalte y
\underline{J}	J ist eine Matrix
\underline{I}	Einheitsmatrix
$\dot{\varphi}$	Erste Ableitung nach der Zeit
$\ddot{\varphi}$	Zweite Ableitung nach der Zeit
φ_x	Komponente in x-Richtung
\overline{Q}	Konjugiert
q_i	Komponente eines Quaternions (4D Vektor)
∇	Nabla-Operator
∇^2	Laplace-Operator

Verwendete Variablen

\vec{X}	Verschiebungsvektor	(m)
$\vec{\phi}$	Verdrehungsvektor	(rad)
$\dot{\vec{X}}$	Geschwindigkeitsvektor	$(m \cdot s^{-1})$
$\ddot{\vec{X}}$	Beschleunigungsvektor	$(m \cdot s^{-2})$
x	Verschiebung	(m)
\dot{x}	Geschwindigkeit	$(m \cdot s^{-1})$
\ddot{x}	Beschleunigung	$(m \cdot s^{-2})$
φ	Verdrehung	(rad)
$\dot{\varphi}$	Winkelgeschwindigkeit	$(rad \cdot s^{-1})$
$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigung	$(rad \cdot s^{-2})$
ω_0	Eigenkreisfrequenz	(s^{-1})
f_n	Eigenfrequenz im Vakuum	(s^{-1})
f_n^*	Eigenfrequenz für Fluid-Struktur-System	(s^{-1})
f_s	Wirbelablösefrequenz	(s^{-1})
f_e	Anregfrequenz	(s^{-1})
\vec{r}_{rot}	Koordinate nach Rotation im lokalen KOS	(m)
\vec{r}_{start}	Koordinate undeformiert im globalen KOS	(m)
\vec{r}_{KOS}	Koordinate auf undeformiertes lokales KOS	(m)
$\vec{\Delta}$	Differenzvektor zwischen deformierter und undeformierter Koordinate	(m)
τ^{sgs}	Subgrid-scale Term	
f_{err}	Frequenz-Fehler	
f_{num}	Numerische Lösung der Frequenz	
f_{anl}	Analytische Lösung der Frequenz	
X_0	Anfangsauslenkung	
m	Masse	(kg)
m_{Body}	Masse des Körpers	(kg)
m_{Fluid}	Masse des beschleunigten Fluids	(kg)
m_{eff}	Effektive Masse des Systems	(kg)
\underline{J}	Massenträgheitstensor	$(kg \cdot m^2)$
M^*	Massenverhältnis	$(-)$

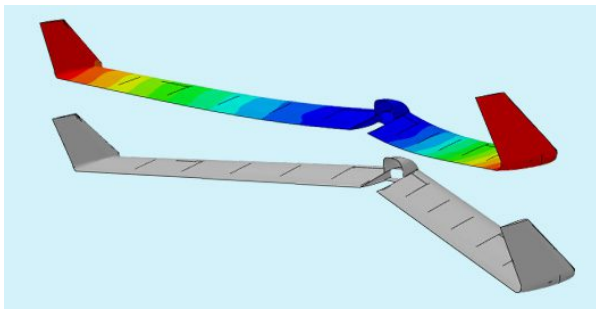
Verwendete Variablen

x_G, y_G, z_G	Abstand zwischen lokalem Koordinatenursprung und Schwerpunkt	(m)
\vec{F}	Kraftvektor	$(kg \cdot m \cdot s^{-2})$
\vec{M}	Momentenvektor	$(kg \cdot m^2 \cdot s^{-2})$
\underline{K}	Steifigkeitsmatrix	$(kg \cdot s^{-2})$
\underline{C}	Dämpfungsmatrix	$(kg \cdot s^{-1})$
\underline{M}	Massenmatrix	(kg)
k	Steifigkeit	$(kg \cdot s^{-2})$
d	Dämpfungsparameter	$(kg \cdot s^{-1})$
D_L	Lehrsches Dämpfungsmaß	(m^{-1})
δ	Abklingkoeffizient	$(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})$
S_g	Dimensionsloser Dämpfungsparameter	$(-)$
α, δ	Newmark-Parameter	
a_i	Newmark-Koeffizienten	
α_f^s, α_m^s	Generalized- α -Parameter	
b_i	Generalized- α -Koeffizienten	
\vec{g}	Gravitation	$(m \cdot s^{-2})$
Δt	Zeitschritt	(s)
(ξ_j, η_j)	Lokale Koordinaten	(m)
D	Zylinderdurchmesser	(m)
h	Zylinderhöhe	(m)
ρ	Dichte	$(kg \cdot m^{-3})$
Re	Reynoldszahl	
St	Strouhalzahl	
C_D, C_w	Widerstandsbeiwert	
C_L, C_a	Auftriebsbeiwert	
$\underline{\tau}$	Schubspannungstensor	$(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2})$
p	Druck	$(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2})$
\vec{U}	Strömungsgeschwindigkeitsvektor	$(m \cdot s^{-1})$
η	Dynamische Viskosität	$(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})$
ν	Kinematische Viskosität	$(m^2 \cdot s^{-1})$
ϵ_{FSI}	FSI-Residuum	

Kapitel 1

Einleitung

Die Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) gewinnt immer mehr an Bedeutung, da man auf Grund von immer weiter steigender Rechnerleistung in der Lage ist, diese komplexen Probleme, mit tolerierbarem Zeitaufwand, zu lösen. Es wird heute auch immer wichtiger kosteneffizient zu produzieren. Aus diesem Grund werden immer weniger Prototypen gebaut und Experimente durchgeführt, da diese sehr teuer sind. Um trotzdem die Funktion des Produktes sicherzustellen, werden immer mehr Simulationen durchgeführt. Die Berechnungen und Simulationen werden immer wichtiger für die Entwicklung, da sie auch erhebliche Zeitvorteile bringen. Es können viele Varianten gleichzeitig getestet werden bzw. überhaupt ausprobiert werden. Heute ist es noch Standard die Strömungsberechnung und die Strukturberechnung getrennt voneinander zu machen, wobei der Trend immer mehr hin zu gekoppelten Simulationen geht, denn die komplexe Wechselwirkung kann oft Ergebnisse liefern, die man so nicht erwarten würde. Die Strömung hat nicht nur Wirkung auf die Struktur, sondern auch umgekehrt. Die Strömung um einen starren Körper, kann sich stark von der Strömung um einen sich deformierenden bzw. bewegenden Körper, unterscheiden. Die Verformung kann Ursache für Wirbelablösungen sein und die Strömung umlenken. Dieses führt zu einer anderen Belastung auf die Struktur, die wiederum mit einer anderen Verformung antwortet. So existiert ein ständiger Kreislauf der Wechselwirkung. Anwendungsfelder und Beispiele der Fluid-Struktur-Interaktion sind in der Arbeit von Glück et al. [19, 20] beschrieben. Darunter sind Fälle zu finden, wie in den Abbildungen 1.1 und 1.2 gezeigt. Die Abbildung 1.1(a) zeigt eine sehr leichte und flexible Tragflügelkonstruktion, die sich unter der Belastung nach oben biegt. Die Rotorblätter eines Hubschraubers (siehe Abb. 1.1(b)) sehen unterschiedliche Belastungen. Auf Grund der Rotation und der Blattverstellung während einer Umdrehung ist die Strömung äußerst instationär. Auch bei großen Dachkonstruktionen, wie in Abbildung 1.2, spielt die FSI eine große Rolle, denn diese leichten Konstruktionen mit den großen Dachflächen bieten dem Wind eine sehr große Angriffsfläche. Die statische Belastung aus einer stationären Strömung wäre leicht zu bestimmen, aber atmosphärische Strömungen sind nicht stationär und ablösende Wirbel sorgen für zusätzliche Fluktuationen des Strömungsfeldes. Eine solch instationäre Strömung, kann das Bauwerk in Schwingungen versetzen, welches zu einem Ermüdungsschaden führen könnte. Mittels der FSI kann die Verformung des Bauwerks, die Frequenz der Anregung und die ermüdungskritischen Stellen ermittelt werden.



(a) Verformter Tragflügel



(b) Rotorblätter

Abbildung 1.1: Verformung von Tragflügeln

Die Fluid-Struktur-Interaktion bedient sich zweier Ansätze, um das Problem numerisch zu lösen: Zum einen der monolithische Ansatz und zum anderen der partitionierte Ansatz. Ein Vergleich dieser beiden Ansätze ist in der Arbeit von Turek et al. [36] nachzulesen. Beim monolithischen Ansatz wird das Gleichungssystem von Fluid- und Struktur-Region zusammen gelöst. Das bedeutet, dass das diskretisierte Gleichungssystem in einer Matrix gemeinsam aufgestellt und gelöst werden muss. Dies erfordert spezielle Algorithmen, die das gekoppelte System von Struktur und Strömung in einer Matrix aufstellen und noch eine effiziente Lösung des Gleichungssystem gewährleisten. Beim partitionierten Ansatz dagegen werden die beiden Systeme getrennt voneinander gelöst. Das bedeutet, dass die Daten zwischen den beiden Lösern ausgetauscht werden müssen, um eine Kopplung des Problems zu erreichen. Auf Grund dieses Datenaustausches kann das System nicht in einem Schritt gelöst werden. Es muss im Allgemeinen mehrere Iterationen zwischen den beiden Lösern geben, um zu einer konvergierten Lösung zu kommen. Dies wird durch sogenannte *FSI-Subiterationen* erreicht, die innerhalb eines Zeitschrittes durchgeführt werden. Die Veröffentlichung von Breuer *et al.* [3] behandelt die Kopplung zwischen FASTEST-3D und CARAT++ mit *FSI-Subiterationen* im Detail. Der Vorteil gegenüber dem monolithischen Ansatz ist aber, dass beide Gleichungssysteme in Routinen gelöst werden können, die für das jeweilige Gleichungssystem hin optimiert sind. Die Matrizen können dabei einfach gehalten werden. FASTEST-3D verwendet den partitionierten Ansatz, da FASTEST-3D für sich nur ein Fluid-Löser ist und erst in Kombination mit CoMA und Carat++ [16] zu einem FSI-Löser wird. CoMA ist dabei ein Programm zum Austausch der Daten zwischen den beiden Lösern. Das strukturmechanische Problem wird von dem FEM Programm Carat++ gelöst.

Ziel der *Professur für Strömungsmechanik* (PFS) von der Universität der Bundeswehr (HSU Hamburg) und Ihren Partnern ist es, einen leistungsfähigen FSI-Löser für dünne, membranartige Strukturen zu schaffen. Seit einigen Jahren werden immer mehr Bauwerke mit zeltplanenartigen Dachkonstruktionen ausgestattet, wie z.B. die Allianz-Arena in München oder die in Abbildung 1.2 zu sehenden Dachkonstruktionen. Zur Validierung der Simulationen werden an der PFS auch Experimente durchgeführt. Das Experiment besteht dabei aus einem Wassertunnel, einer PIV-Messeinrichtung sowie einem Lasermesssystem zur Verformungsmessung. Da die Simulationen mit deformierbaren Strukturen aufwendig sind, soll für steife freibewegliche Körper eine weitere Implementierung



(a) Formel 1 Ring Sepang



(b) Expo Shanghai

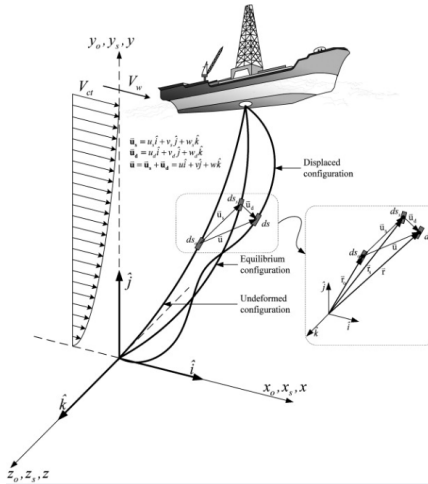
Abbildung 1.2: Membrandächer

in FASTEST-3D vorgenommen werden, die nur die Lösung der Bewegungsgleichung für einen starren elastisch aufgehängten Körper beinhaltet. Trotz dieser Vereinfachung ergeben sich komplexe Strömungsfelder und Körperbewegungen, und auch hier kann der Effekt der virtuellen Masse (*Added Mass Effect*) [15, 5] beobachtet werden.

Der Effekt der virtuellen Masse macht sich vor allem bei leichten Körpern mit großer Oberfläche bemerkbar. Im Allgemeinen gibt es aber immer eine virtuelle Masse, wenn sich ein Körper in einem Fluid bewegt, denn der Körper verdrängt dabei das eigene Körpervolumen an Fluid. Die verdrängte Fluidmasse ist aber nicht unbedingt gleich der virtuellen Masse, denn als virtuelle Masse ist diejenige Fluidmasse definiert, die beschleunigt werden muss. Bei einer Bewegung des Körpers muss das Fluid um den Körper herum strömen, und dafür muss es beschleunigt und wieder abgebremst werden. Möchte man nun ein schwingfähiges System an einem Feder-Dämpfer-System aufhängen, so muss man die virtuelle Masse bei der Auslegung des Feder-Dämpfer-System berücksichtigen. Hat man einen sehr schweren Körper, im Verhältnis zur beschleunigten virtuellen Masse, so ist der Fehler bei Vernachlässigung der virtuellen Masse gering, da die Eigenschaften des Systems von der Gesamtmasse bestimmt werden. Sind aber Körpermasse und beschleunigte Fluidmasse gleich groß oder sogar die Fluidmasse größer als die Körpermasse, so ist der Einfluss auf die Gesamtmasse erheblich und die Eigenschaften des Systems werden immer mehr von der virtuellen Masse bestimmt.

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit ist die Validierung der *Arbitrary Lagrangian Eulerian*-Methode (ALE) und die Implementierung eines Bewegungslösers für starre Körper in den Finite-Volumen-Code FASTEST-3D [10, 11]. Der Bewegungslöser soll ein sechs Freiheitsgradsystem für einen starren Körper lösen und die Verformung an den FVM-Code zurückgeben. Der FVM-Code adaptiert das Gitter an den verformten Körper und berechnet die Strömung um den Körper. Die Kräfte des Fluids auf den Körper sind die äußeren Lasten, die die Verformung verursachen. Diese Art der Fluid-Struktur-Interaktion mag auf den ersten Blick einfach aussehen, aber schon der simple Testfall des querangeströmten, frei beweglichen Zylinders generiert komplexe Bewegungsmuster. Dieser Testfall ist auch zum Studium des Einflusses der virtuellen Masse geeignet. Diese vereinfachte Fluid-Struktur-

Interaktion kann überall dort zum Einsatz kommen, wo ein in sich sehr steifes Bauteil elastisch aufgehängt ist, z.B. ein querangeströmtes Brücken-Segment (siehe Abb. 1.3(b)), ein Pylon, ein Hochhaus oder ein Bohrgestänge bzw. Riser (siehe Abb. 1.3(a)). Ein weiterer Grund für diese Art der Simulation ist die Überprüfung der Berechnungssoftware, da es für diese einfachen Fälle umfangreiche experimentelle Daten gibt.



(a) Riser bei der Öl- und Gasförderung [1]



(b) Brücke über den großen Belt [31]

Abbildung 1.3: Anwendungen für Starrkörper-Simulationen

Der Inhalt dieser Arbeit beginnt mit einem Kapitel zu den theoretischen und numerischen Grundlagen der Strömungsmechanik, gefolgt von einem Kapitel zu den Grundlagen des Bewegungslösers. Im vierten Kapitel wird die Implementierung erläutert sowie die Einstellungen des Bewegungslösers, um eine Simulation durchzuführen. Die Kapitel 5 und 6 beinhalten die Ergebnisse aller Simulationen. Im Kapitel 5 werden erst die Ergebnisse des festen und angetriebenen Zylinders dargestellt. Das Kapitel 6 zeigt dann die Validierung des Bewegungslösers. Zum Abschluss werden alle Ergebnisse zusammengefasst und es wird ein Ausblick gegeben.

Kapitel 2

Numerik der Strömungsmechanik

Für die Lösung des Strömungsproblems wird der Code FASTEST-3D [10, 11] verwendet. Dieser basiert auf der Finite-Volumen-Methode und erlaubt die Berechnung von laminaren und turbulenten, inkompressiblen Strömungen. FASTEST-3D ist grob in zwei Teile aufgeteilt: Zum einen die implizite Zeitdiskretisierung und zum anderen die explizite Zeitdiskretisierung. In den im Kapitel 5 aufgeführten Testfällen werden beide Zeitdiskretisierungsvarianten verwendet und miteinander verglichen, wobei der Bewegungsgleichungslöser aus dieser Arbeit nur auf der expliziten Seite implementiert ist.

Das hier verwendete Modell beruht auf den Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible, instationäre Strömungen mit konstanter Dichte und Viskosität (siehe Gl. (2.1)). Als zweite Erhaltungsgleichung dient die Massenerhaltung (siehe Gl. (2.2)). Bei einer reinen Strömungssimulation würde man diese Gleichung aus der Euler-Perspektive aufstellen. Dies ist hier aber nicht möglich, da sich das Gitter deformieren soll. Deshalb bedient man sich der Lagrangeschen Betrachtungsweise, welche sich mit dem Objekt mitbewegt und nicht ortsfest ist, wie es bei der Eulerschen Betrachtung der Fall wäre.

$$\frac{d(\rho \vec{U})}{dt} + \rho \nabla \cdot (\vec{U} \vec{U}) = \rho \vec{g} - \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{U} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (2.2)$$

2.1 Räumliche Diskretisierung

Für die räumliche Diskretisierung müssen die Gleichungen (2.1) und (2.2) über das Volumen integriert werden. Um aus den Volumenintegralen, Flächenintegrale zu machen, wird der Gaußsche Divergenzatz und die Leibnitz-Regel angewendet (siehe Gl. (2.3)). Der Gaußsche Divergenzatz wandelt den Gradienten eines Flusses über ein Volumen, in die über die Oberfläche ein- und austretenden Flüsse um.

$$\int_{V(t)} \nabla \vec{f} dV = \oint_{S(t)} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dS \quad (2.3)$$

In der räumlichen Diskretisierung wird die Deformation des Gitters bzw. die Deformationsgeschwindigkeit im konvektiven Term der beiden Erhaltungsgleichungen berücksichtigt. In

diesen Termen wird die Deformationsgeschwindigkeit \vec{U}_L von der Fluidgeschwindigkeit \vec{U} subtrahiert. Beide Geschwindigkeiten sind auf das ortsfeste KOS bezogen. Dieses Vorgehen nennt man *Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode* [29], wobei die Deformationsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit des Lagrangeschen Betrachters ist. Auf diese Weise wird dafür gesorgt, dass die Gitterdeformation keinen Einfluss, auf die Strömung durch zusätzliche Flüsse, nimmt. Nach der Integration über das Volumen sowie dem Einsetzen des Lagrangen Betrachters, erhält man die Gleichungen (2.4) und (2.5).

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \vec{U} dV + \int_{V(t)} \rho \nabla \cdot (\vec{U} - \vec{U}_L) \vec{U} dV = \int_{V(t)} \rho \vec{g} - \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{U} dV \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV + \int_{V(t)} \rho \nabla \cdot (\vec{U} - \vec{U}_L) dV = 0 \quad (2.5)$$

Für diese Berechnung wird der Term mit den Gravitationskräften vernachlässigt und aus Gleichung (2.4) gestrichen. Nach der Umwandlung mit dem Gaußschen Divergenzsatz erhalten wir die Gleichungen (2.6) und (2.7). Zur Bestimmung der Flächenintegrale wird die Summe über die Flächen der Zelle gebildet und mit der Mittelpunktsregel approximiert. Die Gradienten werden mit Werten aus den Nachbarzellen rekonstruiert. Die Lösung der Zeitableitung wird im Abschnitt (2.2) erläutert. Die Variablen sind im Zellmittelpunkt gespeichert. Die Approximation der Werte auf den Zellflächen erfolgt durch eine lineare Interpolation aus den Nachbarzellen, was im Finite-Differenzen-Konext der Zentralen-Differenzen-Methode entspricht, welche von zweiter Ordnung genau ist. Die Gradienten werden ebenfalls so ermittelt, aber im Zellmittelpunkt.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \vec{U} dV + \oint_{S(t)} \rho \vec{U} \left((\vec{U} - \vec{U}_L) \cdot \vec{n} \right) dS = - \oint_{S(t)} p \cdot \vec{n} dS + \eta \oint_{S(t)} \nabla \vec{U} \cdot \vec{n} dS \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV + \oint_{S(t)} \rho (\vec{U} - \vec{U}_L) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2.7)$$

Um \vec{U}_L bestimmen zu können und dabei nicht die Kontinuitätsgleichung zu verletzen, wird sich das *space conservation law* [9] zu nutze gemacht (siehe Gl. 2.8). Dieses besagt, dass die Volumenänderung gleich der Summe der Volumen ist, welche von den sich bewegenden Oberflächen überstrichen werden. In Gleichung (2.8) ist \vec{U}_g die Geschwindigkeit mit der sich das Gitter deformiert und somit ist $\vec{U}_g = \vec{U}_L$.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} dV - \oint_{S(t)} \vec{U}_g \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2.8)$$

Die Beziehung aus Gleichung (2.8) wird, unter der Annahme von konstanter Dichte in die Gleichung (2.7) eingesetzt. Diese lässt sich somit auf den Ausdruck:

$$\oint_{S(t)} \rho \vec{U} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2.9)$$

vereinfachen, ohne dabei die Kontinuitätsgleichung zu verletzen. Mit der Massenerhaltung aus Gleichung (2.9) kann der Konvektionsterm in Gleichung (2.6) vereinfacht werden.

Dieser Term ergibt sich zu:

$$\varrho \oint_{S(t)} \vec{U} \vec{U}_L \cdot \vec{n} dS = \varrho \sum_{k=e,w,n,s,t,b} \int_{S_k} \vec{U}_k \vec{U}_{L,k} \cdot \vec{n}_k dS. \quad (2.10)$$

Der Term $\int_{S_k} \vec{U}_{L,k} \cdot \vec{n}_k dS$ kann hier durch das *space conservation law* aus Gleichung (2.8) ersetzt werden und ergibt den Ausdruck:

$$\varrho \oint_{S(t)} \vec{U} \vec{U}_L \cdot \vec{n} dS = \varrho \sum_{k=e,w,n,s,t,b} \vec{U}_k \frac{d}{dt} \left(\int_{V(t)} dV \right)_k. \quad (2.11)$$

Das in Gleichung (2.11) eingesetzte Volumen nennt sich *swept volume* und ist das Volumen, das die jeweilige sich bewegende Zellwand von einem Zeitschritt zum nächsten überstreicht. Diese Volumen werden durch eine Methode von Kordulla und Vinokur [27] bestimmt, welche die vier Eckpunkte einer Zellwand nutzt. Das zu berechnende Volumen wird von den vier Eckpunkten zwischen den Zeitschritten t^n und t^{n+1} aufgespannt. Mit diesem Volumen für jede Zellwand sieht die Gleichung (2.11) wie folgt aus:

$$\varrho \oint_{S(t)} \vec{U} \vec{U}_L \cdot \vec{n} dS \approx \varrho \sum_{k=e,w,n,s,t,b} \vec{U}_k \frac{\delta V_k^{n+1}}{\Delta t}. \quad (2.12)$$

Der Diffusionsterm wird mit den Werten auf den Flächenmittelpunkten nach Gleichung (2.13) approximiert.

$$\sum_{k=e,w,n,s,t,b} \eta \int_{S_k} \nabla \vec{U}_k \cdot \vec{n}_k dS \approx \eta \sum_{k=e,w,n,s,t,b} \left(\nabla \vec{U}_k \right) \cdot \vec{n}_k S_k \quad (2.13)$$

Die Approximation der Gradienten auf den Zellflächen geschieht hier mit der Zentralen-Differenzen-Methode. Hierfür werden die Werte zweier Zellmittelpunkte genutzt. Dies wird in Gleichung (2.14) schematisch für die Westfläche der Zelle P gezeigt.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{\phi_W - \phi_P}{x_W - x_P} \quad (2.14)$$

Der letzte noch zu diskretisierende Term ist der instationäre Term, welcher im folgenden Abschnitt 2.2 näher erläutert wird.

2.2 Zeitliche Diskretisierung

Die Zeitdiskretisierung soll mittels einer Runge-Kutta-Methode erfolgen. Die verwendete Runge-Kutta-Methode ist ein explizites Dreischritt-Verfahren. Dabei werden zwei Zwischenschritte gemacht, um von t nach $t + \Delta t$ zu gelangen. Dieses Verfahren wurde ausgewählt, weil im weiteren Verlauf der Benchmark-Tests mit Large-Eddy-Simulationen gearbeitet werden soll und hier sehr kleine Zeitschritte nötig sind. Aus diesem Grund bietet sich ein explizites Verfahren an, da auch dieses kleine Zeitschrittweiten benötigt, um stabil zu sein. Diese weiterführende Entwicklung des Codes, ist auch Grund dafür

erst den Bewegungslöser auf der expliziten Zeitdiskretisierungsseite zu implementieren. In FASTEST-3D wird die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung und die Zeitintegration zusammen durchgeführt. Die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung wird mittels einer Projektionsmethode bestehend aus Prädiktor und Korrektor realisiert und das Runge-Kutta-Verfahren ist in den Prädiktor integriert. Die Druckkorrektur erfolgt nach einer Methode von Rhie und Chow [33], die Peric noch weiter verbessert hat. Der Ablauf und Aufbau dieses Verfahrens ist in den Gleichungen (2.15) dargestellt. In der Funktion F_ζ ist ein Schätzwert der Druckverteilung und die räumliche Diskretisierung enthalten.

$$\begin{aligned}\vec{U}^{*,1} &= \vec{U}^t + \frac{\Delta t}{3} F_{(t, \vec{U}^t, p^*)} \\ \vec{U}^{*,2} &= \vec{U}^t + \frac{\Delta t}{2} F_{(t, \vec{U}^{*,1}, p^*)} \\ \vec{U}^* &= \vec{U}^t + \Delta t F_{(t, \vec{U}^{*,2}, p^*)}\end{aligned}\tag{2.15}$$

Nach diesem Prädiktor-Schritt erfüllen die Geschwindigkeiten nicht die Massenerhaltung und es muss ein Korrektor-Schritt ausgeführt werden. Mit Hilfe der Poisson-Gleichung (2.16) wird ein Korrekturwert p' für den Druck ermittelt.

$$\nabla^2 p' = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{U}\tag{2.16}$$

Mit dieser Druckkorrektur kann eine korrigierte Geschwindigkeit (2.17) bestimmt werden, ebenso wie eine neue Druckverteilung (2.18).

$$\vec{U}^{t+1} = \vec{U}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p'\tag{2.17}$$

$$p^{t+1} = p^* + p'\tag{2.18}$$

Die Variablen \vec{U}^{t+1} und p^{t+1} erfüllen die Massenerhaltung besser als vorher, aber im Allgemeinen noch nicht ausreichend genau. Deshalb muss jetzt die Schleife durch den Korrektorschritt mehrmals durchlaufen werden (Gl. (2.16)-(2.18)), bis das Konvergenzkriterium erfüllt ist, wofür $\vec{U}^* = \vec{U}^{t+1}$ gesetzt wird und ein neuer Druckkorrekturwert p' bestimmt wird. Das Gleichungssystem für die Poisson-Gleichung wird mit dem SIP-Solver nach Stone [35] gelöst. Dieser Löser verwendet die ILU-Zerlegung.

2.3 Netzadaption

Bei der Fluid-Struktur-Interaktion ist es essentiell, dass sich das Gitter verformen muss. Nach der Übertragung der Lasten auf die Struktur antwortet diese mit einer Verformung ihrerseits. Diese Verformung muss nun das Fluid-Gitter mit machen. Dazu gibt es in FASTEST-3D zwei Netzadaptionen-Algorithmien, einmal die *lineare Interpolation* (siehe Abb. 2.1) und einmal die *transfinite Interpolation* (siehe Abb. 2.2). In der Arbeit von Glück et al. [18] sind die gesamten Algorithmen zur Netzadaptierung, wie sie in FASTEST-3D implementiert sind, zu finden. Dabei muss gesagt werden, dass die Schertransformation aus der *transfiniten Interpolation* identisch ist mit der *linearen Interpolation*. Die Schertransformation wird lediglich in 2D ausgeführt. Welche der beiden Methoden angewendet

wird, entscheidet FASTEST-3D eigenständig. Wenn sich nur eine Blockkante verformt, wird die *lineare Interpolation* aus Gleichung (2.19) angewandt. Die Funktionen $L_0(\xi)$ und $L_1(\xi)$ sind Lagrange-Polynome und die dimensionslosen Variablen ξ und η laufen jeweils von 0 bis 1 entlang einer Gitterlinie. Bei dieser Art der Verformung werden alle Knoten einer Gitterlinie linear zwischen dem Start- und Endknoten der Gitterlinie verschoben.

$$\Delta x(\xi) = L_0(\xi)\Delta x(0) + L_1(\xi)\Delta x(1) \quad \text{mit} \quad L_0(\xi) = 1 - \xi, \quad L_1(\xi) = \xi \quad (2.19)$$

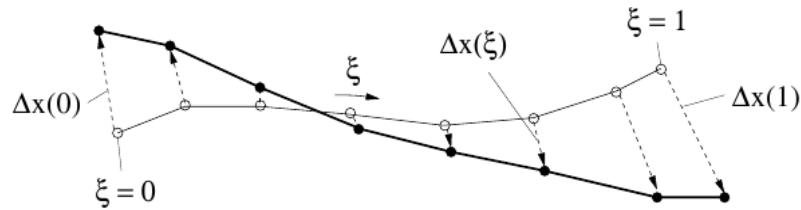


Abbildung 2.1: Lineare Interpolation

Die *transfinite Interpolation* setzt sich aus zwei Schertransformationen und einer Tensor-Produkt-Transformation zusammen (siehe Abb. 2.2). Bei der Schertransformation bleibt eine der beiden Laufkoordinaten, im 2D Fall konstant, was dazu führt, dass sich nur zwei der vier Seiten verformen. Die anderen beiden Kanten bleiben gerade. Die Schertransformation wird, wie in Gleichung (2.20) dargestellt, für die beiden Laufkoordinaten durchgeführt.

$$\begin{aligned} A(\xi, \eta) &= L_0(\xi)\Delta x(0, \eta) + L_1(\xi)\Delta x(1, \eta) \\ B(\xi, \eta) &= L_0(\eta)\Delta x(\xi, 0) + L_1(\eta)\Delta x(\xi, 1) \end{aligned} \quad (2.20)$$

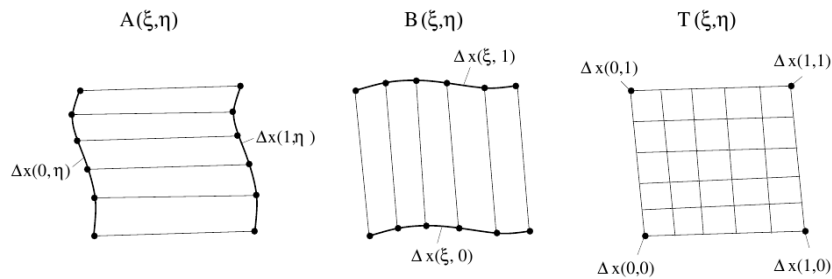


Abbildung 2.2: Transfinite Interpolation

Die Tensor-Produkt-Transformation entsteht, wenn man die Gleichungen (2.20) mit einander kombiniert. Diese Transformation interpoliert die Verschiebung in beiden Laufkoordinatenrichtungen gleichzeitig, was eine bilineare Transformation darstellt. Die Gleichung

(2.21) gibt die Tensor-Produkt-Transformation wieder.

$$\begin{aligned}
 T(\xi, \eta) &= B(A(\xi, \eta)) \\
 &= L_0(\eta)A(\xi, 0) + L_1(\eta)A(\xi, 1) \\
 &= L_0(\eta) [L_0(\xi)\Delta x(0, 0) + L_1(\xi)\Delta x(1, 0)] + \\
 &\quad L_1(\eta) [L_0(\xi)\Delta x(0, 1) + L_1(\xi)\Delta x(1, 1)] \\
 &= L_0(\xi)L_0(\eta)\Delta x(0, 0) + L_0(\xi)L_1(\eta)\Delta x(0, 1) + \\
 &\quad L_1(\xi)L_0(\eta)\Delta x(1, 0) + L_1(\xi)L_1(\eta)\Delta x(1, 1)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Aus den beiden Schertransformationen $A(\xi, \eta)$ und $B(\xi, \eta)$ sowie der Tensor-Produkt-Transformation $T(\xi, \eta)$ kann die *transfinite Interpolation* konstruiert werden. Die Deformation der Gitterknoten erfolgt nach der Gleichung (2.22) durch Addition der Schertransformationen und Subtraktion der Tensor-Produkt-Transformation.

$$\Delta x(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) + B(\xi, \eta) - T(\xi, \eta) \tag{2.22}$$

Die Abbildung 2.3 zeigt, am Beispiel des sich bewegenden Zylinders, wie sich die Blockgrenzen verschieben und sich das Gitter im Block verformt. Die Verformung, der Blockgrenzen zu den Nachbarblöcken, wurde mit der *lineare Interpolation* ausgeführt.

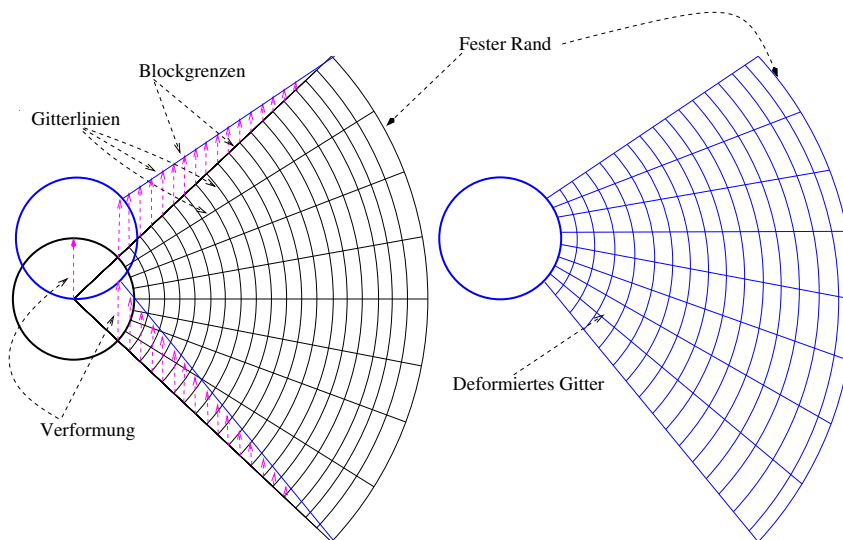


Abbildung 2.3: Netzadaption

2.4 Turbulenzmodellierung

Turbulenz, das am schwersten zu simulierende Phänomen in der Strömungsmechanik, ist noch immer Gegenstand der Forschung. In der Habilitation von Breuer [2] wird ein sehr umfangreicher Überblick über das Thema Turbulenzmodellierung gegeben. Die Turbulenz hat Eigenschaften, die, wenn man sie in ihrer Ganzheit zu simulieren versucht, einen sehr schnell an die Grenzen der Computer-Technik stoßen lässt. Die Turbulenz hat die

Eigenschaften dreidimensional, instationär, chaotisch, wirbelbehaftet und unregelmäßig zu sein und beinhaltet mehrere Skalen in der Größe der Strukturen und deren zeitlicher Existenz. Dieses Erstrecken über mehrere Größenordnungen lässt den numerischen Aufwand schnell anwachsen, da die Gitterauflösung sehr fein sein muss, um die kleinsten Wirbel noch auflösen zu können. Aus diesem Grund, sind die statistischen Turbulenzmodelle, wie z.B. die k - ϵ -Modelle entwickelt worden, um den Aufwand in Grenzen zu halten. Eine weitere Gruppe von Turbulenzmodellen bilden die *Large-Eddy-Simulations-Modelle* (LES). Bei ihnen ist der numerische Aufwand schon erheblich höher, da hier alle energiereichen Wirbel aufgelöst werden. Das dritte Turbulenzmodell ist eigentlich keins, denn bei der *Direkten-Numerischen-Simulation* (DNS) wird alles aufgelöst und mittels der Navier-Stokes-Gleichungen gelöst. Der Fluid-Löser FASTEST-3D hat verschiedene Turbulenzmodelle implementiert. Zur Auswahl stehen vier verschiedene k - ϵ -Modelle sowie drei *Large-Eddy-Simulations-Modelle* und die *Direkte-Numerische-Simulation*. In dieser Arbeit soll für die Simulation im turbulenten Regime die LES zum Einsatz kommen. Der nächste Abschnitt befasst sich daher mit den theoretischen Grundlagen der LES.

2.4.1 Large-Eddy-Simulation

Die *Large-Eddy-Simulation* (LES) gewinnt zur Zeit immer mehr an Bedeutung, da die Computertechnik aufwendigere Simulationen zulässt. Die LES hat den großen Vorteil gegenüber dem statistischen Ansatz der RANSE-Modelle, dass sie die statistisch schwer in einem allgemeinen Modell zusammenzufassenden Einflüsse großer, problemabhängiger Turbulenzstrukturen umgeht, in dem diese direkt berechnet werden. Nur die Turbulenzstrukturen, die so klein sind, dass eine Auflösung mit dem Gitter, nicht mehr möglich ist, werden von einem Modell approximiert. In diesem Bereich besteht große Ähnlichkeit zu den RANSE-Modellen, denn hier werden ebenfalls Schließungsansätze algebraischer Form oder Ein- bzw. Zweigleichungsmodelle verwendet. Die *Large-Eddy-Simulation* ist ein numerisch aufwendigeres Verfahren als die RANSE-Modelle. Die LES beruht auf dem Energiehaushalt der Wirbelstruktur. Die größeren Wirbel geben Energie an die nächst kleineren Wirbel ab, bis bei der kleinsten Länge die Energie dissipiert wird und in Wärme umgewandelt wird. Dies nennt man Energiekaskade. Es gibt auch den umgekehrten Effekt, dass die kleineren Wirbel Energie an die nächst größeren abgeben, genannt Backscatter-Effekt.

Beim LES-Ansatz wird das Strömungsfeld in zwei Bereiche unterteilt, die Grobstruktur und die Feinstruktur. Alle Wirbel, die in den Bereich der Grobstruktur fallen, werden direkt berechnet. Das Gitter muss hierfür jedoch fein genug sein. Bei wandnahen Strömungen muss zur Wand hin das Netz verdichtet werden, um die Grenzschicht auflösen zu können. Alle Wirbel, die so klein sind, dass sie in den Bereich der Feinstruktur fallen, werden nicht direkt berechnet, sondern modelliert. Die Trennung zwischen der Grob- und der Feinstruktur erfolgt mittels sogenannter Filterfunktionen oder nach dem Deardorff-Schumann-Ansatz. Bei den Feinstrukturmodellen gibt es wie bei den RANSE-Gleichungen ein Schließungsproblem. Als mögliche Lösungen gibt es halbempirische Ansätze die z.B. auf den Wirbelviskositätsansatz zurückgreifen. Die bekanntesten sind dabei die Nullgleichungsmodelle von Schumann und Smagorinsky für die Bestimmung des Spannungstensors.

Als Feinstrukturmodell steht in FASTEST-3D der Wirbelviskositätsansatz nach Smago-

rinsky [34] in zwei Varianten zur Verfügung: Zum einen die Originalversion mit fester Smagorinsky-Konstante und zum anderen das dynamische Modell von Germano et al. [17] in der Variante von Lilly [30]. Im zweiten Modell wird die Smagorinsky-Konstante dynamisch für jede Zelle und jeden Zeitschritt berechnet, was eine bessere Anpassung des Modells an die lokalen Bedingungen erlaubt. Da das Smagorinsky-Modell nur einen Parameter hat, gibt es Probleme bei der Modellierung strömungstechnischer Phänomene, wie z.B. den dämpfenden Einfluss einer Wand. Dies wird in diesem Fall durch eine van-Driest Dämpfungsfunktion kompensiert, welche die Feinstrukturlänge in Wandnähe anpasst (siehe Gl. (2.29)). Die Filterung in FASTEST-3D geschieht auf implizitem Wege durch die räumliche Diskretisierung, was dem Deardorff-Schumann-Ansatz entspricht. Die Werte in den Zellen werden schon als gemittelt angesehen. Die Filterweite steht somit immer mit der Gitterweite im Verhältnis. Die Gleichungen (2.23) bis (2.25) zeigen die Massenerhaltungssowie die Impulserhaltungsgleichungen mit den gefilterten Variablen, die durch ein $\widehat{}$ gekennzeichnet sind.

$$\frac{\partial \widehat{U}}{\partial \vec{x}} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \left(\rho \widehat{U} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho \widehat{U} \widehat{U} \right)}{\partial \vec{x}} = -\frac{\partial \widehat{p}}{\partial \vec{x}} + \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \left(\widehat{\tau} + \tau^{sgs} \right) + \rho \vec{g} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \left(\rho \widehat{\phi} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho \widehat{U} \widehat{\phi} \right)}{\partial \vec{x}} = \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \left(\rho D_T \frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial \vec{x}} + \vec{J}^{sgs} \right) \quad (2.25)$$

Die beiden *subgrid-scale*-Terme τ^{sgs} und \vec{J}^{sgs} werden mit den Gleichungen (2.26) und (2.27) nach dem Smagorinsky-Modell berechnet. Die einzige Variable, die hier modelliert wird, ist die Wirbelviskosität μ_T . Alle anderen Werte liegen schon in den Zellen vor. Die Wirbelviskosität μ_T wird aus der Filterweite Δ , der Smagorinsky-Konstante C_s und dem Deformationstensor S_{ij} nach Gleichung (2.28) bestimmt.

$$\tau_{ij}^{sgs} = -2\mu_T \widehat{S}_{ij} \quad \text{mit} \quad \widehat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.26)$$

$$\vec{J}^{sgs} = D_T \frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial \vec{x}} = \frac{\mu_T}{Pr_t} \frac{\partial \widehat{\phi}}{\partial \vec{x}} \quad (2.27)$$

$$\mu_T = C_s^2 \Delta^2 \left| \widehat{S}_{ij} \right| \quad \text{mit} \quad \Delta = \sqrt[3]{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z} \quad (2.28)$$

Hierbei stellt die Bestimmung der Feinstrukturlänge das eigentliche Problem bei der Lösung der Wirbelviskosität dar. Wie oben erwähnt, gibt es Phänomene, die in der allgemeinen Formulierung, nicht abgedeckt werden. Aus diesem Grund gibt es für den wandnahen Bereich Modifikationen, zur Bestimmung der Feinstrukturlänge (siehe Gl. (2.29)). Die dämpfenden Eigenschaften der Wand werden durch die van-Driest Dämpfungsfunktion abgebildet. Für den Fall des Übergangs von laminarer zu turbulenter Strömung wird eine

Skalierung vorgenommen, welche das Modell im laminaren Bereich fast ausschaltet.

$$\begin{aligned}
 l &= C_s \Delta && \text{Feinstrukturlänge} \\
 &= C_s \Delta \left[1 - \left(e^{-\frac{y^+}{A^+}} \right)^{\gamma^1} \right]^{\gamma^2} && \text{mit van-Driest Dämpfung} \\
 &= C_s \Delta \frac{H_{lam} - H}{H_{lam} - H_{turb}} && \text{mit Skalierung für Transition} \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit dem Bewegungslöser. In ihm werden die mathematischen Grundlagen vorgestellt sowie die Berechnung des Struktur-Residuums und die Berechnung der neuen Gitterkoordinaten beschrieben.

Kapitel 3

Bewegungslöser

In diesem Kapitel wird die Lösung des strukturdynamischen Systems beschrieben. Im ersten Abschnitt wird die Bewegungsgleichung für einen Körper mit sechs Freiheitsgraden behandelt. Der hier modellierte Körper soll als starr betrachtet werden. Diese Vereinfachung kann für steife und massive Körper getroffen werden. Die Änderung der Form des Körpers muss vernachlässigbar klein sein und darf keinen Einfluss auf die Strömung haben.

Um die Programmierung und die Lösung des Systems zu erleichtern, wird die Bewegungsgleichung aufgeteilt in Translation und Rotation. Der translatorische Teil ist vollkommen entkoppelt und kann sehr leicht invertiert werden. Beim rotatorischen Teil der Bewegungsgleichung muss eine 3×3 Matrix invertiert werden. Die Invertierung erfolgt algebraisch und somit muss kein Gleichungssystem während der Berechnung gelöst werden.

Im Abschnitt 3.2 wird die Zeitdiskretisierung mittels des Original-Newmark-Verfahrens [32] beschrieben. Das Newmark-Verfahren hat zwei Parameter. Sind diese zu $\delta = 0.5$ und $\alpha = 0.25$ gesetzt, so erfüllt das Newmark-Verfahren die Eigenschaft der unbedingten Stabilität. Andernfalls kann sich das System aufschaukeln oder es kommt zu numerischer Dämpfung. Bei dieser Implementierung des Newmark-Verfahrens muss kein Gleichungssystem gelöst werden, da der Kraftvektor durch die Strömung vorgegeben ist und die Matrix der linken Seite algebraisch invertiert werden kann. Desweiteren ist das Generalized- α -Verfahren implementiert worden (siehe Abschnitt 3.3), um eine Hochfrequenzdämpfung zu ermöglichen. Das Verfahren ähnelt sehr dem Newmark-Verfahren, hat aber drei zusätzliche Parameter. Werden die Parameter α_m^s und $\alpha_f^s = 1$ gesetzt, so erhält man wieder das Newmark-Verfahren.

Im Abschnitt 3.4 werden die Rechenregeln der Quaternionen beschrieben. Mit dieser Grundlage über die Quaternionen und der Berechnung der Verformung in den Abschnitten 3.5 und 3.6 wird im Abschnitt 3.7 die Koordinatentransformation beschrieben. Diese wird benötigt um den Differenzvektor zu bestimmen, mit dem FASTEST-3D die Deformation des Gitters vornimmt. Hier ist das Endresultat ein Vektor der Differenz zwischen der Position im Initialsystem und der aktuellen Position eines jeden Gitterpunktes auf der Oberfläche des Körpers. Dieser Differenzvektor setzt sich aus einem translatorischen und einem rotatorischen Teil zusammen und addiert zum Positionsvektor in Initialsystem ergibt das die neue Position eines Gitterpunktes.

In den weiteren Abschnitten werden die Berechnungsmethoden bzw. die Gleichungen zur Berechnung des Residuums für die FSI-Subiterationen sowie die Berechnung der Kräfte auf den Körper beschrieben.

3.1 Bewegungsgleichung

Die Grundlage der Bewegungsgleichung bilden das 2. Newtonschen Axiom (3.1) und der Momentensatz (3.2).

$$m \ddot{\vec{x}} = \vec{F} \tag{3.1}$$

$$\underline{J} \ddot{\vec{\varphi}} = \vec{M} \tag{3.2}$$

Die Kräfte und Momente aus Gleichung (3.1) und (3.2) können in interne und externe Belastungen aufgeteilt werden. Die internen Kräfte werden in zwei Terme aufgeteilt, in einen Dämpfungs- und einen Steifigkeitsterm. Die resultierende Gleichung (3.3) hat auf der rechten Seite die äußeren Belastungen stehen und auf der linken Seite die internen Belastungen. Die äußeren Belastungen kommen aus der CFD Simulation und werden somit für jeden Zeitschritt vorgegeben. Die Unbekannten dieser Gleichung sind die Beschleunigungen, die Geschwindigkeiten und die Verformungen. Diese zu bestimmen ist die Aufgabe dieses Löser. Die Abbildung 3.1 zeigt das System für den elastisch aufgehängten und gedämpften Körper, mit den möglichen sechs Freiheitsgraden.

$$\underline{M} \vec{X} + \underbrace{\underline{C} \vec{X} + \underline{K} \vec{X}}_{\text{interne Kräfte}} = \underbrace{\vec{F}_{ext}}_{\text{externe Kräfte}} \tag{3.3}$$

Die Freiheitsgrade aus Abbildung 3.1 teilen sich wie folgt auf: Drei Freiheitsgrade für die Translation in den drei Raumrichtungen und die anderen drei Freiheitsgrade für die Rotation um die Raumachsen. Die sechs Freiheitsgrade $(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$ werden so gewählt, dass sie die Längenänderung der Struktur ausgehend vom Ausgangszustand beschreiben. Für jeden Freiheitsgrad gibt es nur eine Steifigkeit, damit das System entkoppelt ist. Bei der Dämpfung ist auch nur ein Dämpfer pro Freiheitsgrad vorgesehen. Der einzige nicht entkoppelte Term, ist der, mit dem Trägheitsmoment, da dieses für den allgemeinen Körper definiert ist. Dieser Term kann nur entkoppelt werden, wenn das körperfeste KOS im Schwerpunkt, so ausgerichtet wird, dass es mit den Hauptachsen zusammenfällt. Dann bleiben nur noch Einträge auf der Hauptdiagonalen übrig. Die Gleichung (3.4) zeigt das komplette System.

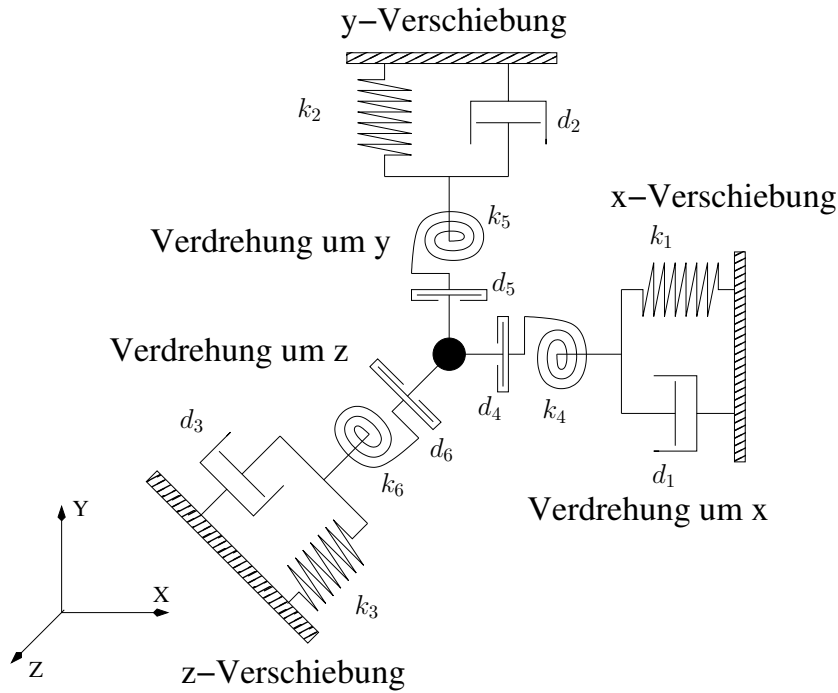


Abbildung 3.1: Körper mit sechs Freiheitsgraden

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} \end{pmatrix}}_{\underline{M}} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\varphi}_x \\ \ddot{\varphi}_y \\ \ddot{\varphi}_z \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix}^T}_{\underline{C}} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\varphi}_x \\ \dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_z \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \\ k_6 \end{pmatrix}^T}_{\underline{K}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}_{ext} \quad (3.4)$$

Die Bewegung der Struktur kann in zwei Teile zerlegt werden, die auch separat gelöst werden können: Zum einen in eine translatorische Bewegung (siehe Abschnitt 3.5) und zum anderen in eine rotatorische Bewegung (siehe Abschnitt 3.6). Zum Lösen dieser Bewegungen müssen die Beschleunigungen und Geschwindigkeiten jedoch integriert werden. Dies wird mit dem Newmark- oder dem Generalized- α -Verfahren bewerkstelligt (siehe Abschnitt 3.2 und 3.3).

3.2 Newmark-Verfahren

Das Newmark-Verfahren [32] ist ein implizites Zeitintegrationsverfahren. Dieses Verfahren hat die Eigenschaft unbedingt stabil zu sein, wenn die beiden Newmark-Parameter zu $\delta = 0.5$ und $\alpha = 0.25$ gewählt werden. Dieses Verfahren ist von zweiter Ordnung genau und gibt die Trapezregel wieder, wenn die Parameter wie zuvor genannt gewählt werden.

Die Gleichungen (3.5) bis (3.7) zeigen den Newmark-Ansatz für die Konstruktion der Verschiebung, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung für den nächsten Zeitschritt. Setzt man diese Gleichungen in einander und dann noch in die Bewegungsgleichung (3.4) ein, so erhält man ein Gleichungssystem (3.8), bei dem auf der linken Seite nur noch die unbekannte Verschiebung steht und auf der rechten Seite alles was aus dem alten Zeitschritt bekannt ist. Zur Lösung muss die linke Matrix invertiert und von links mit der rechten Seite multipliziert werden. Mit der neu berechneten Verschiebung $X^{t+\Delta t}$ kann dann mit den Gleichungen (3.6) und (3.7) die Geschwindigkeit und die Beschleunigung ermittelt werden. Da die Lösung in einen translatorischen und einen rotatorischen Teil aufgeteilt werden soll, ist das jeweilige Gleichungssystem in den folgenden beiden Kapiteln erläutert. Dort ist die Diskretisierung durch das Newmark-Verfahren dargestellt.

$$x^{t+\Delta t} = x^t + \dot{x}^t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{x}^t + \alpha \ddot{x}^{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (3.5)$$

$$\dot{x}^{t+\Delta t} = \underbrace{\frac{1}{\alpha \Delta t}}_{a_1} (x^{t+\Delta t} - x^t) - \underbrace{\left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right)}_{a_4} \dot{x}^t - \underbrace{\left(\frac{\delta \Delta t}{2\alpha} - \Delta t \right)}_{a_5} \ddot{x}^t \quad (3.6)$$

$$\ddot{x}^{t+\Delta t} = \underbrace{\frac{1}{\alpha \Delta t^2}}_{a_0} (x^{t+\Delta t} - x^t) - \underbrace{\frac{1}{\alpha \Delta t}}_{a_2} \dot{x}^t - \underbrace{\left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right)}_{a_3} \ddot{x}^t \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} [\underline{M} a_0 + \underline{C} a_1 + \underline{K}] \vec{X}^{t+\Delta t} &= \vec{F}^{\vec{X}^{t+\Delta t}} + \vec{X}^t (\underline{M} a_0 + \underline{C} a_1) \\ &+ \dot{\vec{X}}^t (\underline{M} a_2 + \underline{C} a_4) \\ &+ \ddot{\vec{X}}^t (\underline{M} a_3 + \underline{C} a_5) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1; \\ a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1; \quad a_5 = \frac{\delta \Delta t}{2\alpha} - \Delta t \end{aligned}$$

3.3 Generalized- α -Verfahren

Das *Generalized- α -Verfahren* ist eine Weiterentwicklung des Newmark-Verfahrens und wurde von Chung und Hulbert [6] in 1993 erstmals vorgestellt. Dieses Verfahren dissipiert hochfrequente Schwingungen, wobei die Dissipation von niedrigen Frequenzen minimiert ist gegenüber dem HHT-Verfahren von Hilber, Hughes und Taylor [25] sowie dem WBZ-Verfahren von Wood, Bossak und Zienkiewicz [37]. Die Dissipation der niedrigen Frequenzen kann aber mittels des Parameters ρ_∞^s eingestellt werden. Die Parameter α_f^s und α_m^s sind in Gleichung (3.9) durch den Parameter ρ_∞^s definiert. Die bekannten Koeffizienten

aus dem Newmark-Verfahren sind nun gemäß Gleichung (3.10) definiert.

$$\alpha_f^s = \frac{1}{1 + \rho_\infty^s}, \quad \alpha_m^s = \frac{2 - \rho_\infty^s}{1 + \rho_\infty^s}, \quad \rho_\infty^s \in [1, 0] \quad (3.9)$$

$$\delta = 0.5 + \alpha_m^s - \alpha_f^s, \quad \alpha = 0.25(1 + \alpha_m^s - \alpha_f^s)^2 \quad (3.10)$$

Remark: $\rho_\infty^s = 1 \rightarrow$ minimale Dämpfung.

Der Hauptunterschied zwischen dem Newmark-Verfahren und dem Generalized- α -Verfahren beruht auf Gleichung (3.11). Dort wird eine Unterrelaxierung vorgenommen. Die Gleichung (3.13) wird erhalten durch Einsetzen der Gleichungen (3.11) in Gleichung (3.12) und die Unbekannten werden wieder durch die Gleichungen (3.5) bis (3.7) diskretisiert.

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{X}}_{\alpha^s} &= (1 - \alpha_m^s) \ddot{\vec{X}}^t + \alpha_m^s \ddot{\vec{X}}^{t+\Delta t} \\ \dot{\vec{X}}_{\alpha^s} &= (1 - \alpha_f^s) \dot{\vec{X}}^t + \alpha_f^s \dot{\vec{X}}^{t+\Delta t} \\ \vec{X}_{\alpha^s} &= (1 - \alpha_f^s) \vec{X}^t + \alpha_f^s \vec{X}^{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\underline{M} \ddot{\vec{X}}_{\alpha^s} + \underline{C} \dot{\vec{X}}_{\alpha^s} + \underline{K} \vec{X}_{\alpha^s} = \vec{F}_{(\vec{X}_{\alpha^s})} \quad (3.12)$$

Werden die Parameter $\alpha_f^s = \alpha_m^s = 1$ gesetzt, so erhält man das Newmark-Verfahren. Mit $\rho_\infty^s = 1$ ist die Dämpfung der niedrigen Frequenzen auf ihrem Minimum, die Dämpfung ist aber größer als die des Newmark-Verfahrens. Das diskretisierte Gleichungssystem (siehe Gl. (3.13)) ähnelt sehr dem des Newmark-Verfahrens. Der Hauptunterschied sind die Koeffizienten, die sich geändert haben und das ein Term mit Steifigkeitsmatrix hinzu gekommen ist.

$$\begin{aligned} [\underline{M} b_0 + \underline{C} b_1 + \alpha_f^s \underline{K}] \vec{X}^{t+\Delta t} &= \vec{F}_{(\vec{X}_{\alpha^s})} + \vec{X}^t (\underline{M} b_0 + \underline{C} b_1 + \underline{K} (\alpha_f^s - 1)) \\ &+ \dot{\vec{X}}^t (\underline{M} b_2 + \underline{C} b_4) \\ &+ \ddot{\vec{X}}^t (\underline{M} b_3 + \underline{C} b_5) \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } b_0 &= \frac{\alpha_m^s}{\alpha \Delta t^2}; \quad b_1 = \frac{\delta \alpha_f^s}{\alpha \Delta t}; \quad b_2 = \frac{\alpha_m^s}{\alpha \Delta t}; \quad b_3 = \frac{\alpha_m^s}{2\alpha} - 1; \\ b_4 &= \frac{\delta \alpha_f^s}{\alpha} - 1; \quad b_5 = \Delta t \alpha_f^s \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \end{aligned}$$

Im *Generalized- α* -Verfahren sind das HHT-Verfahren, das WBZ-Verfahren und das Newmark-Verfahren durch Wahl der Koeffizienten α_f^s und α_m^s einstellbar. Für das HHT-Verfahren wird $\alpha_m^s = 0$ und $\alpha_f^s = \frac{1 - \rho_\infty^s}{-1 - \rho_\infty^s}$ mit $\rho_\infty^s \in [1, 0.5]$ gewählt. Das WBZ-Verfahren wird erhalten durch $\alpha_m^s = \frac{1 + \rho_\infty^s}{1 - \rho_\infty^s}$ und $\alpha_f^s = 0$ mit $\rho_\infty^s \in [1, 0]$. Das Newmark-Verfahren wird durch $\alpha_m^s = 1$ und $\alpha_f^s = 1$ eingestellt.

3.4 Quaternion

William Rowan Hamilton¹ beschrieb die Quaternionen erstmals 1843. Deshalb wird die Menge der Quaternionen mit einem \mathbb{H} bezeichnet, obwohl sie auch unter dem Namen Rodrigues-Parameter bekannt sind, denn Olinde Rodrigues² entdeckte sie bereits 1840. Ein Quaternion ist ein 4D Vektor mit einem real und 3 imaginären Teilen. Zudem spart ein Quaternion Speicherplatz und benötigt weniger Funktionsaufrufe, gegenüber einer Rotationsmatrix. Ein großes Anwendungsgebiet findet sich in der Computergrafik, wo sie verwendet werden, um Grafiken zu rotieren. Sie haben den Vorteil gegenüber den Eulerwinkeln, dass sie keine Singularitäten bei 3D-Rotationen aufweisen und dass sie Rechenzeit sparen, da bei den Quaternionen nur addiert und multipliziert wird und keine trigonometrischen Funktionen, wie Kosinus oder Sinus, aufgerufen werden müssen. Die hier verwendete Algebra [12] und die Untersuchungen bezüglich der Rechenzeit [13] stammen aus Veröffentlichungen von David Eberly. Die Quaternionen sollen in dieser Arbeit die Rotationsmatrix mit Eulerwinkeln ersetzen. Mit ihnen soll die Rotation des Positionsvektors, im lokalen KOS, vorgenommen werden (siehe Kapitel 3.6).

Die Gleichung (3.14) zeigt die Schreibweise der Quaternionen und dessen Konjugierte, mit den Imaginärteilen i , j und k . Die Gleichung (3.15) zeigt die Rechenregel für die Multiplikation von konjugierten Quaternionen. Mit Hilfe der Norm aus Gleichung (3.16) ist die Inverse Q^{-1} für $Q \neq 0$ mit Gleichung (3.17) zu finden. Die Gleichung (3.18) und die Matrix (3.19) zeigen die Multiplikationsregeln. Bei der Multiplikation muss jede Komponente mit jeder multipliziert werden. Nach dem Ausmultiplizieren werden die Produkte wieder nach den Komponenten sortiert, wie in Gleichung (3.20) dargestellt. Die Addition erfolgt, wie bei komplexen Zahlen, komponentenweise.

$$Q = q_1 + i q_2 + j q_3 + k q_4 \quad ; \quad \bar{Q} = q_1 - i q_2 - j q_3 - k q_4 \quad (3.14)$$

$$\overline{QP} = \bar{P} \bar{Q} \quad (3.15)$$

$$\|Q\| = \sqrt{Q\bar{Q}} \quad (3.16)$$

$$Q^{-1} = \frac{\bar{Q}}{\|Q\|^2} \quad (3.17)$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (3.18)$$

x	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

(3.19)

¹Irischer Mathematiker und Physiker, 1805-1865

²Französischer Mathematiker, Bankier und Sozialreformer, 1795-1851

$$\begin{aligned}
 PQ &= (p_1 + i p_2 + j p_3 + k p_4) (q_1 + i q_2 + j q_3 + k q_4) \\
 &= (p_1 q_1 - p_2 q_2 - p_3 q_3 - p_4 q_4) + i (p_1 q_2 + p_2 q_1 + p_3 q_4 - p_4 q_3) \\
 &\quad + j (p_1 q_3 + p_3 q_1 + p_4 q_2 - p_2 q_4) + k (p_1 q_4 + p_4 q_1 + p_2 q_3 - p_3 q_2)
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Die hintereinander Ausführung von Rotation kann durch die Multiplikation der Quaternionen erreicht werden, wobei die Reihenfolge aber eine große Rolle spielt. Multipliziert man die Quaternionen wie in Gleichung (3.21), so handelt es sich um eine Rotation um das Initialsystem. Gleichung (3.22) dagegen repräsentiert Rotationen um das aktuelle Koordinatensystem. Eine Richtungsumkehr wird durch Invertieren erreicht. Weitere Ausführungen sind im Anhang der Arbeit von De Nayer [8] zu finden.

$$Q_i = Q_3 Q_2 Q_1 \tag{3.21}$$

$$Q_c = Q_1 Q_2 Q_3 \tag{3.22}$$

3.5 Translation

In diesem Abschnitt soll die translatorische Bewegung behandelt werden. Ausgehend von Gleichung (3.4) werden nur die ersten drei Zeilen genommen und ergeben die Gleichungen (3.23). Das für jede Richtung entkoppelte Gleichungssystem kann mittels Gleichung (3.8) diskretisiert und leicht invertiert werden. In Gleichung (3.24) ist das nach der Verschiebung umgestellte Gleichungssystem zu sehen, welches für jeden Zeitschritt berechnet werden muss. Die hier berechnete Verschiebung wird auf jeden Positionsvektor des Initialsystems, addiert, um die neue Position des Körpers zu bestimmen.

$$\begin{aligned}
 m \ddot{x} + d_1 \dot{x} + k_1 x &= F_x \\
 m \ddot{y} + d_2 \dot{y} + k_2 y &= F_y \\
 m \ddot{z} + d_3 \dot{z} + k_3 z &= F_z
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{F}_i^{t+\Delta t} &= F_i^{t+\Delta t} + x_i^t (m_i a_0 + d_i a_1) + \dot{x}_i^t (m a_2 + d_i a_4) + \ddot{x}_i^t (m a_3 + d_i a_5) \\
 \tilde{K}_i &= m_i a_0 + d_i a_1 + k_i \\
 x_i^{t+\Delta t} &= \frac{\tilde{F}_i^{t+\Delta t}}{\tilde{K}_i} \quad \text{mit } i = 1, 2, 3
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

3.6 Rotation

Die Rotation des Körpers ist etwas aufwendiger, weil das System aus gekoppelten Gleichungen besteht. Das Gleichungssystem bilden die unteren drei Zeilen der Gleichung (3.4). Die Diskretisierung mit Gleichung (3.8) liefert hier auf der linken Seite $\tilde{\vec{K}}$ (siehe Gl. (3.26)), eine vollbesetzte 3×3 Matrix, die invertiert werden muss und auf der rechten Seite $\tilde{\vec{M}}^{t+\Delta t}$ (siehe Gl. (3.25)). $\tilde{\vec{M}}^{t+\Delta t}$ ändert sich in jedem Zeitschritt und muss daher immer wieder neu aufgestellt werden. Der Lösungsvektor $\vec{\phi}^{t+\Delta t}$ aus Gleichung (3.27) liefert die Winkel der Verdrehung um die jeweilige Achse. Um die Rotation auf die Positionsvektoren zu

übertragen, wird eine Rotationsmatrix benötigt. Die 3×3 Matrix muss für jeden Zeitschritt berechnet werden. Damit es nicht zu Problemen mit Singularitäten kommt, werden die Winkel in Quaternionen umgerechnet, welche dann die Rotationsmatrix ersetzen. Die Algebra der Quaternionen ist im Abschnitt 3.4 näher erklärt. Hier wird nur die Berechnung eines rotierten Vektors gezeigt.

$$\begin{aligned} \tilde{M}^{t+\Delta t} = & \begin{pmatrix} M_x^{t+\Delta t} \\ M_y^{t+\Delta t} \\ M_z^{t+\Delta t} \end{pmatrix} + \left[a_0 \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} \end{pmatrix} + a_1 \underline{I} \begin{pmatrix} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \varphi_x^t \\ \varphi_y^t \\ \varphi_z^t \end{pmatrix} \\ & + \left[a_2 \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} \end{pmatrix} + a_4 \underline{I} \begin{pmatrix} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_x^t \\ \dot{\varphi}_y^t \\ \dot{\varphi}_z^t \end{pmatrix} \\ & + \left[a_3 \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} \end{pmatrix} + a_5 \underline{I} \begin{pmatrix} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_x^t \\ \ddot{\varphi}_y^t \\ \ddot{\varphi}_z^t \end{pmatrix} \quad (3.25) \end{aligned}$$

$$\tilde{K} = a_0 \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{zz} \end{pmatrix} + a_1 \underline{I} \begin{pmatrix} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} + \underline{I} \begin{pmatrix} k_4 \\ k_5 \\ k_6 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

$$\vec{\phi}^{t+\Delta t} = \tilde{K}^{-1} \tilde{M}^{t+\Delta t} \quad (3.27)$$

Für die Berechnung der Quaternionen werden die drei Rotationen um die drei Raumachsen zu einer Rotation um eine Achse zusammengefasst. Die Gleichung (3.28) bestimmt den Betrag des Winkels um die momentane Drehachse. Die Gleichung (3.29) berechnet den Richtungsvektor der momentanen Rotationsachse. Hieraus können jetzt die Komponenten des Quaternion (siehe Gl. (3.30)) bestimmt werden. Die Gleichungen (3.31) erhält man durch schreiben der Rotationsmatrix mit den Komponenten der Quaternionen. Mit diesen Gleichungen ist es möglich, ausgehend vom Initialsystem die neuen Positionsvektoren zu bestimmen.

$$|\vec{\phi}| = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2} \quad (3.28)$$

$$\vec{v} = \frac{1}{|\vec{\phi}|} \vec{\phi} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} q_1 &= \cos\left(\frac{|\vec{\phi}|}{2}\right) \\ q_2 &= v_x \sin\left(\frac{|\vec{\phi}|}{2}\right) \\ q_3 &= v_y \sin\left(\frac{|\vec{\phi}|}{2}\right) \\ q_4 &= v_z \sin\left(\frac{|\vec{\phi}|}{2}\right) \quad (3.30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{x,rot} &= (r_{x,start} - r_{x,KOS}) (1 - 2q_3^2 - 2q_4^2) + (r_{y,start} - r_{y,KOS}) (2q_2q_3 - 2q_1q_4) \\
 &\quad + (r_{z,start} - r_{z,KOS}) (2q_2q_4 + 2q_1q_3) \\
 r_{y,rot} &= (r_{x,start} - r_{x,KOS}) (2q_2q_3 + 2q_1q_4) + (r_{y,start} - r_{y,KOS}) (1 - 2q_2^2 - 2q_4^2) \\
 &\quad + (r_{z,start} - r_{z,KOS}) (2q_3q_4 - 2q_1q_2) \\
 r_{z,rot} &= (r_{x,start} - r_{x,KOS}) (2q_2q_4 - 2q_1q_3) + (r_{y,start} - r_{y,KOS}) (2q_3q_4 + 2q_1q_2) \\
 &\quad + (r_{z,start} - r_{z,KOS}) (1 - 2q_2^2 - 2q_3^2)
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

mit $r_{j,start}$ $j = x, y, z$ Koordinate im nicht deformierten Zustand,
 $r_{j,KOS}$ $j = x, y, z$ Koordinate auf Ursprung des lokalen KOS, undeformiert,
 $r_{j,rot}$ $j = x, y, z$ Koordinate im rotierten Zustand.

3.7 Koordinatentransformation

Dieser Abschnitt beschreibt, wie die berechneten Verformungen aus den Abschnitten 3.5 und 3.6 auf das Berechnungsgitter übertragen werden. FASTEST-3D braucht für die Deformation des Gitters den Differenzvektor zwischen dem unverformten und dem verformten Gitterpunkt, denn in FASTEST-3D wird immer vom unverformten Zustand ausgegangen und die aktuelle Verformung addiert, um die aktuelle Position des Gitterpunktes zu bestimmen. Mit Hilfe von Abbildung 3.2 soll gezeigt werden, wie die Koordinatentransformation im CSD-Solver implementiert ist. Der grüne Kreis stellt den Körper im nicht verformten Zustand da und der rote Kreis im verformten Zustand. Für jeden Gitterpunkt auf der Oberfläche des Körpers muss dessen neue Position im globalen KOS bestimmt werden. Ziel ist es, den Differenzvektor mit dem Namen $\vec{\Delta}$ für jeden Gitterpunkt auf dem Körper zu bestimmen, da dieser addiert mit dem *Positionsvektor im Initialsystem* \vec{r}_{start} die neue Position des Gitterpunktes ergibt. Die Gleichung (3.32) zeigt wie der Differenzvektor ($\vec{\Delta}$) bestimmt wird. Der Vektor der Verschiebung \vec{X} wird nach den Gleichungen aus Abschnitt 3.5 ermittelt und entspricht dem *Transformationsvektor* aus Abbildung 3.2. Der rotierte Positionsvektor \vec{r}_{rot} im lokalen KOS wird mit Gleichung (3.31) berechnet. Der Vektor \vec{r}_{KOS} gibt die Position des lokalen KOS im Initialsystem wieder und \vec{r}_{start} ist der Positionsvektor eines Gitterpunktes im Initialsystem. Alle Gitterpunkte, die nicht auf der Oberfläche des Körpers liegen, werden mittels der Methoden aus Abschnitt 2.3 adaptiert.

$$\begin{aligned}
 \vec{\Delta} &= \vec{r}_{KOS} + \vec{X} + \vec{r}_{rot} - \vec{r}_{start} \\
 \text{mit } \vec{X} &:= \text{Verschiebungsvektor} = \text{Transformationsvektor}
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

3.8 Residuum

Für die Berechnung eines Residuums werden die Fluidkräfte auf die Struktur genutzt. Dieses Residuum soll als Abbruchkriterium für die FSI-Subiterationen dienen. In der Arbeit von Breuer et. al. [4] wurde diese Art von Residuum, wie in Gleichung (3.33),

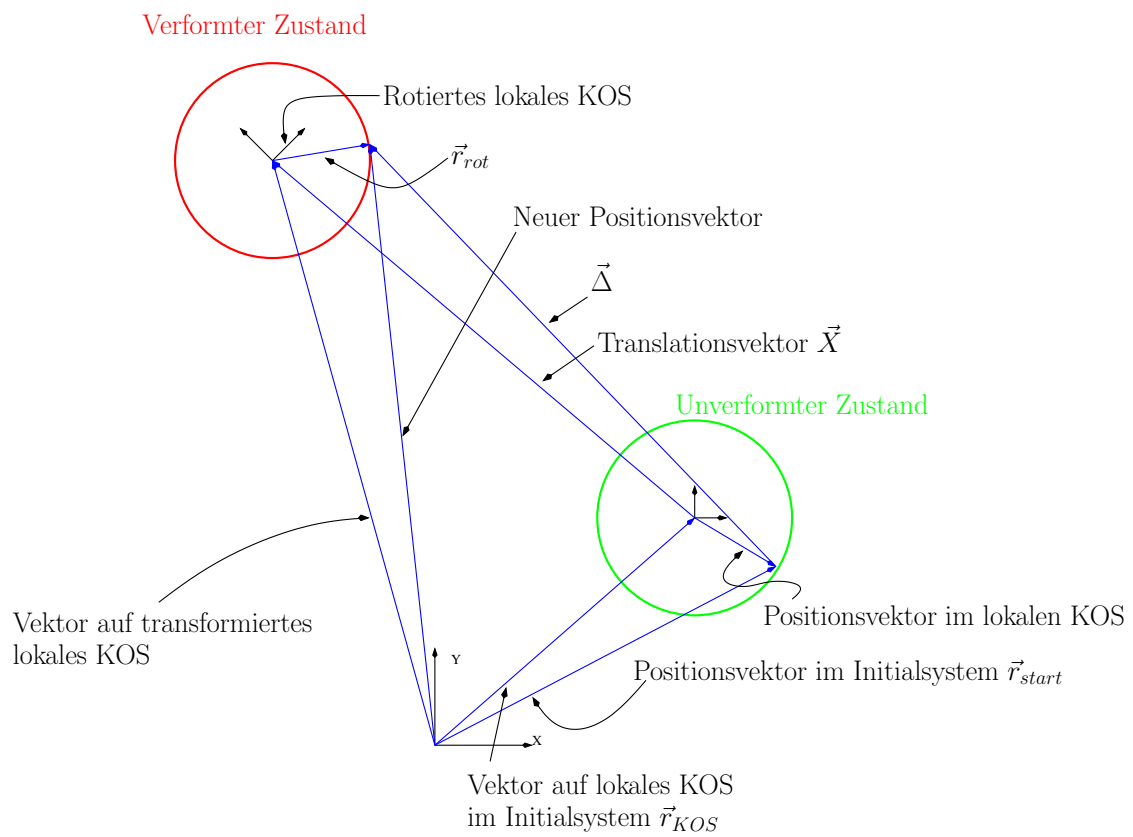


Abbildung 3.2: Koordinatentransformation

angewendet, um nicht alle FSI-Subiterationen ausführen zu müssen, wenn die Verformung und die Strömung bereits konvergiert sind. Bei diesem Residuum wird die Änderung in den FSI-Subiterationen ins Verhältnis gesetzt zur Änderung vom aktuellen FSI-Subiterationsschritt zum letzten Zeitschritt. Für den Zeitschritt steht hier das hochgestellte t und für den FSI-Subiterationsschritt das hochgestellte k . \vec{F} beinhaltet die Kräfte des Fluids auf die Struktur, die im Schwerpunkt des Körpers, in den drei Raumrichtungen, angreifen. Das Residuum der Verformung ist in Gleichung (3.34) definiert. Im Verformungsvektor \vec{X} sind sowohl Verschiebung und Verdrehung enthalten.

$$\epsilon_{FSI,force} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(F_i^{t,k} - F_i^{t,k-1} \right)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(F_i^{t,k} - F_i^{t-1} \right)^2}} \quad \text{mit} \quad F_i = \sum_j F_{ij} \quad \text{mit } j \text{ über alle Zellen} \quad (3.33)$$

$$\epsilon_{FSI,dist} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(X_i^{t,k} - X_i^{t,k-1} \right)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(X_i^{t,k} - X_i^{t-1} \right)^2}} \quad (3.34)$$

mit $\epsilon_{FSI,force} :=$ Residuum der Kräfte
 $\epsilon_{FSI,dist} :=$ Residuum der Verformung

3.9 Kräfteberechnung

Die Kräfte und Momente auf die Struktur werden in FASTEST-3D aus den Druckkräften und den Schubkräften auf der Oberfläche des Körpers ermittelt (siehe Gl. 3.35). Für die Ermittlung der Momente wird zusätzlich noch der Bezugspunkt des Momentes benötigt. Dieser Punkt muss vom Nutzer mit vorgegeben werden (siehe Tab. 4.1 KOS). Die Berechnung der Kräfte ist in den Gleichungen (3.37) bis (3.36) dargestellt. Es wird in den Gleichungen die Summe über alle Zellflächen j auf der Wand des Körpers gebildet, wobei i der Index für die Raumrichtung ist. In Gleichung (3.37) werden die Kräfte aus dem Druck auf die Wand berechnet, $n_i(j)$ ist dabei die Komponente i des Normalenvektor der Zellfläche j . Der Normalenvektor ist hierfür auf Eins normiert. Die Gleichung (3.38) bildet die Kräfte, die aus der Scherspannung resultieren. Die Komponente i der Scherspannung wird mit der Zellwandfläche multipliziert, um eine Kraft zu erhalten. Die Gesamtkraft der Zelle auf den Körper, ist die Summe der beiden Kräfte (siehe Gl. (3.36)).

$$F^g = - \int_A p n_i dA - \int_A \tau_{ik} \cdot n_k dA \quad (3.35)$$

$$\approx - \sum_{\text{Fläche } j} F_i^p(j) + F_i^T(j) \quad (3.36)$$

$$\text{mit} \quad F_i^p(j) = p(j) n_i(j) A(j) \quad (3.37)$$

$$F_i^T(j) = \tau_{ik}(j) n_k(j) A(j) \quad (3.38)$$

mit $A(j) :=$ Fläche der Zelle an der Wand,
 $n_i(j) :=$ i-te Komponente, der Flächennormale der j-ten Zellfläche,
 $p(j) :=$ Druck in der j-ten Zelle,
 $\tau_{jk} :=$ Komponente des Schubspannungstensor,
 $F_i^p(j) :=$ Kraft auf die Wand durch den Druck,
 $F_i^\tau(j) :=$ Kraft auf die Wand durch die Schubspannungen,
 $F_i^g(j) :=$ Gesamtkraft auf den Körper pro Zelle pro Richtung.

Die Summe der Momente um die jeweilige Achse wird aus den oben bestimmten Kräften und dem dazugehörigen Hebelarm berechnet (siehe Gl. (3.39)). Der Hebelarm ist die Distanz vom angegebenen Bezugspunkt bis zum Mittelpunkt der Zellfläche in der jeweiligen Raumrichtung.

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{F} \times \vec{r} \\ \text{mit } M_x &= \sum_j (F_z^g(j) l_y(j) - F_y^g(j) l_z(j)) \\ M_y &= \sum_j (F_x^g(j) l_z(j) - F_z^g(j) l_x(j)) \\ M_z &= \sum_j (F_y^g(j) l_x(j) - F_x^g(j) l_y(j)) \end{aligned} \tag{3.39}$$

mit $l_i(j) :=$ Hebelarm vom Bezugspunkt zur Zellfläche j in Richtung i
 $M_i :=$ Moment um Achse i

Kapitel 4

Implementierung

Dieses Kapitel beschreibt die Kopplung von Fluid- und Strukturlöser. Der Struktursolver ist direkt in FASTEST-3D implementiert und ist nicht wie CoMA und Carat++ [16] ein eigenständiges Programm. Der Strukturlöser ist aus programmtechnischen Gründen in zwei FSI-Subroutinen aufgeteilt. Die erste ist für die Initialisierung zuständig und die zweite ist für die Berechnung der Verformung während der Simulation verantwortlich. Die beiden folgenden Abschnitte (siehe Abschnitt 4.1 und 4.2) beschreiben den Inhalt und den Ablauf innerhalb dieser Routinen.

Das Einschalten dieses Löser erfolgt innerhalb der id-Datei von FASTEST-3D über das `lfsi`-Flag und den `ifsicoupling`-Integer. Das `lfsi`-Flag muss auf `true` gesetzt sein und der `ifsicoupling`-Integer hat den Wert 3. Die FSI-Subiterationen und die Vorausschätzung der Verformung kann wie bei den anderen implementierten FSI-Verfahren benutzt werden. Im Verzeichnis der Simulation muss eine Datei mit dem Namen `csdvalues.dat` angelegt werden, in der die Anfangsbedingungen und Eigenschaften des Systems definiert sind. Diese Datei dient auch als Restart-Datei und deren genauer Inhalt wird im Folgenden erklärt.

In der ersten Zeile stehen sechs Boolesche Einträge für die Freiheitsgrade. Die zweite bis vierte Zeile enthält die Anfangsbedingungen der sechs Freiheitsgrade, begonnen mit der Verschiebung bzw. Verdrehung und endet in der vierten Zeile mit den jeweiligen Beschleunigungen. In der Zeile fünf stehen die Massenträgheitsmomente. Die Steifigkeiten und die Lehrsche Dämpfung sind in den Zeilen sechs und sieben angegeben. Die achte Zeile enthält die Kräfte und Momente. Die Kräfte und Momente sind beim Beginn einer Simulation Null und werden für Restarts von Programm selbst gesetzt. In der vorletzten Zeile steht die Gesamtmasse des Körpers und in der letzten wird die Initialposition des körperfesten KOS, im unverdrehten Zustand, angegeben. Die Tabelle 4.1 zeigt den Inhalt einer solchen Datei und Tabelle 4.2 zeigt ein Beispiel. Wenn eine Simulation durchgeführt werden soll, bei der der Körper zu Beginn der Rechnung nicht im Ursprung des globalen CFD-KOS liegt, weil das Gitter schon verformt ist, so muss dieses bei den Anfangsbedingungen berücksichtigt werden. Die Anfangsbedingungen müssen die Verschiebung und die Verdrehung des körperfesten KOS wiedergeben. Der Massenträgheitstensor muss für den unverformten Zustand des lokalen KOS aufgestellt werden. Das lokale KOS hat im undeformierten Zustand dieselbe Ausrichtung, wie das CFD-KOS. Für den Fall, dass das

CFD-Gitter so angelegt ist, das schon im unverformten Zustand die beiden KOS nicht zusammenfallen, muss diese Differenz zwischen den beiden KOS angegeben werden, diese Differenz steht in der letzten Zeile `csdvalues.dat`-Datei.

Tabelle 4.1: Inhalt der `csdvalues.dat` Datei

DOF	T	F	F	F	F	F
Verformung	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Geschwin.	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Beschleu.	0.00E+03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Trägheit	0.12E+01	0.00E+00	0.00E+00	0.14E+01	0.00E+00	0.14E+01
Steifigkeit	0.26E+01	0.26E+01	0.26E+01	0.26E+01	0.26E+01	0.26E+01
Dämpfung	0.31E+00	0.31E+00	0.31E+00	0.31E+00	0.31E+00	0.31E+00
Kräfte	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Masse	10.0	-	-	-	-	-
KOS	0.0	0.0	0.0	-	-	-

Tabelle 4.2: Beispiel einer `csdvalues.dat` Datei

T	T	F	F	F	F
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
0.12500E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.14583E+00	0.00000E+00	0.14580E+00
0.26000E+01	0.26000E+01	0.26000E+01	0.26000E+01	0.26000E+01	0.26000E+01
0.31000E+00	0.31000E+00	0.31000E+00	0.31000E+00	0.31000E+00	0.31000E+00
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
1.000000000					
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00			

Die Datei `csdvalues.dat` wird synchron mit dem *Restart-File* aktualisiert, sodass die Daten zusammenpassen. Für einen Restart müssen somit keine weiteren Einstellungen vorgenommen werden. Diese Datei muss somit nur ganz zu Beginn einer Rechnung von Hand erstellt werden. Danach hält sie sich selbst aktuell. Der Dämpfungsparameter für das Gleichungssystem wird aus der Lehrschen Dämpfung, der Masse und der Steifigkeit aus Gleichung (4.1) berechnet.

$$d_i = 2D_{L,i} \sqrt{k_i m_i} \quad (4.1)$$

$D_L < 1$ schwache Dämpfung

$D_L = 1$ kritische Dämpfung

$D_L > 1$ starke Dämpfung

4.1 Initialisierung

Die Initialisierungsroutine, dargestellt in Algorithmus 1, bekommt als erstes alle Einstellungen des Nutzers übergeben. Dazu gehören die Einstellungen über die Freiheitsgrade, die Eigenschaften sowie die Anfangsbedingung. Die Freiheitsgrade werden über ein sechs Komponenten großes Logik-Array gesetzt. Zu den Eigenschaften des Systems gehören die Masse, das Massenträgheitsmoment, die Dämpfungs- und Steifigkeitsparameter. In den Anfangsbedingungen sind die Verformungen, Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen aller sechs Freiheitsgrade enthalten sowie die Kräfte und Momente auf die Struktur.

Mit Hilfe dieser Daten werden die Gleichungen aufgestellt, sodass sich während der weiteren Simulation nur noch die dynamischen Variablen ändern. Da hier schon die Invertierung der linken Seite vorgenommen wird, entfällt dies in den weiteren Rechenschritten und es muss kein Gleichungssystem mehr gelöst werden. Es werden hier auch die Parameter für das Newmark- und das Generalized- α -Verfahren berechnet. Eine minimale Dämpfung für niedrige Frequenzen wird mit $\rho_{\infty}^s = 1$ erreicht. Desweiteren werden alle Variablen gesetzt, die Daten aus älteren Zeitschritten enthalten. Diese werden alle auf die Anfangsbedingungen gesetzt. Bei den Freiheitsgraden, die nicht freigegeben sind, werden die Zeilen und Spalten der inversen Matrix auf null gesetzt. Im Algorithmus 1 ist der chronologische Ablauf, während der Initialisierung dargestellt.

Algorithmus 1 Initialisierungsroutine

1. Setzen aller Eigenschaften und Variablen
 2. Aufstellen der Einzelmatrizen
 3. Aufstellen der inversen Matrix der linken Seite
 4. Zeilen und Spalten der abgeschalteten DOF auf null setzen
 5. Setzen der Variablen für ältere Zeitschritte
-

4.2 Verformungslöser

Der Algorithmus 2 stellt den Ablauf innerhalb des eigentlichen Bewegungslösers dar. Im Verformungslöser findet zuerst die Berechnung der Kräfte und Momente statt. Danach werden die Kräfte und Momente unterrelaxiert, um ein Aufschaukeln des Systems zu verhindern. Die Unterrelaxationsfaktoren können über die id-Datei von FASTEST-3D eingestellt werden. Ein typischer Wert wäre 0.5 für die Unterrelaxierung. Nach der Berechnung der Kräfte wird die rechte Seite der Gleichung (3.8) aufgestellt, in welcher die aktuellen Kräfte und Momente enthalten sind sowie die Verformungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen aus dem vorherigen Zeitschritt. Im nächsten Schritt wird die neue Verformung durch Multiplizieren von links mit der Inversen der linken Seite berechnet. Aus der neuen Verformung kann jetzt mittels der Gleichungen (3.6) und (3.7) die Geschwindigkeit und die Beschleunigung berechnet werden und es wird die Unterrelaxierung der Verformung vorgenommen. Um die neue Verformung auf die Struktur zu übertragen, wird erst der Quaternion der Rotation berechnet. Mit diesem Quaternion werden alle Positionsvektoren, im lokalen KOS, von Strukturknoten auf ihre neue Position rotiert. Dabei wird immer von der nicht deformierten bzw. verschobenen Struktur ausgegangen

und nicht vom Zeitschritt zuvor. Nach der Rotation wird die Translation hinzuaddiert und der Positionsvektor der undeformierten Struktur wieder abgezogen, damit ein Änderungsvektor wieder zurückgegeben werden kann. Dies geschieht für jeden Positionsvektor der Strukturknoten. Im Weiteren wird ein Residuum (siehe Kap. 3.8) der Kräfte auf die Struktur und der Verformung berechnet. Das Residuum der Kräfte dient als Abbruchkriterium für die FSI-Subiterationen. Im letzten Schritt werden die aktuellen Daten auf die Variablen übergeben, die die Daten des vorherigen Zeitschrittes, beinhalten. Wenn FSI-Subiterationen durchgeführt werden, wird die Verschiebung und die Kräfte nur am Ende der FSI-Subiterationen an die Werte des alten Zeitschrittes übergeben und nicht bei jeder FSI-Subiteration. Die Unterrelaxation der Kräfte und der Verschiebung findet nur innerhalb der FSI-Subiteration statt. Im Algorithmus 2 ist der Ablauf innerhalb der Berechnungsroutine aufgezeigt.

Algorithmus 2 Berechnungsroutine

1. Berechnen der Kräfte und Momente auf die Struktur
 2. Unterrelaxieren der Kräfte und Momente
 3. Aufstellen der rechten Seite
 4. Lösen der linken Seite
 5. Unterrelaxieren der Verformungen
 6. Berechnen der Geschwindigkeiten und der Beschleunigungen
 7. Berechnen der rotierten Vektoren mittels Quaternionen
 8. Berechnen der Verformungsänderung in Bezug auf das nicht deformierte Gitter
 9. Berechnen des Residuums
 10. Setzen der Variablen für ältere Zeitschritte
-

4.3 Lösungsalgorithmus

Zu Beginn einer Simulation wird zuerst die Initialisierungsroutine aufgerufen, die die Systemeigenschaften setzt und alle Koeffizienten berechnet sowie die invertierten Matrizen aufstellt. Zu Beginn eines Zeitschrittes kann die Verformung vorausgeschätzt werden, sofern diese Option eingeschaltet wurde. Die Vorausschätzung wird linear oder quadratisch aus dem alten Zeitschritt heraus extrapoliert. Durch die Vorausschätzung der Verformung wird der Prädiktor-Schritt auf dem bereits verformten Gitter des neuen Zeitschrittes angewandt. Dadurch soll erreicht werden, dass nicht so viele Korrektor-Schritte notwendig sind. Nach der Vorausschätzung wird mittels des Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahrens der Prädiktor-Schritt ausgeführt sowie ein erster Korrektor-Schritt. Danach wird die Verformung durch den Bewegungslöser berechnet und das Gitter adaptiert. Es folgt ein weiterer Korrektor-Schritt. Im Falle, dass keine FSI-Subiterationen gemacht werden, ist der Zeitschritt hier zu Ende. Es wird für den neuen Zeitschritt wieder bei der Vorausschätzung begonnen. Für den Fall, dass noch FSI-Subiterationen durchgeführt werden sollen, werden noch weitere Iterationen ausgeführt, wobei das Zeitschrittinkrement nicht hochgezählt wird. Während dieser FSI-Subiterationen wird die Verformung immer wieder dem Strömungsfeld angepasst, ohne aber die Daten aus dem vorherigen Zeitschritt zu überschreiben. Innerhalb der FSI-Subiterationen wird nur der Korrektor-Schritt ausgeführt und kein

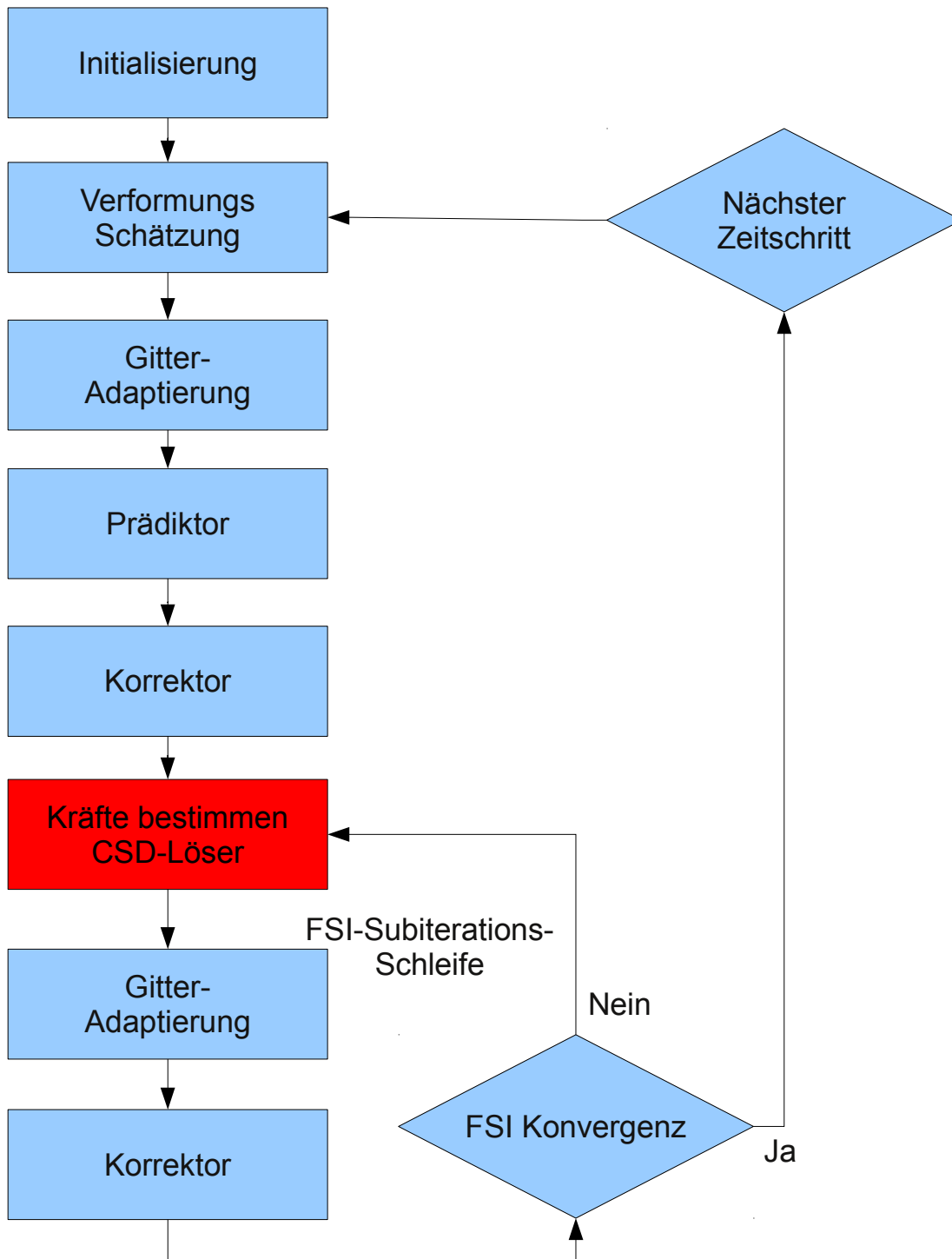


Abbildung 4.1: Gesamter Lösungsalgorithmus

neuer Prädiktor-Schritt. Sobald das Konvergenzkriterium für die FSI-Subiterationen erreicht ist bzw. die maximale Zahl an FSI-Subiterationen erreicht wurde, wird zum nächsten Zeitschritt übergegangen. Der Ablauf während der Simulation ist im Algorithmus 3 und in Abbildung 4.1 noch einmal dargestellt.

Algorithmus 3 Algorithmus der Bewegungslösung

1. Initialisierung
 - if** $it < iterend$ **then**
 2. Vorausschätzen der Verformung
 3. Lösen des Strömungsfeldes
 - if** $(iterout < fsiiterout)$ **or** $(\epsilon_{FSI} \geq 10^{-5})$ **then**
 4. Lösen der Verformung
 5. Lösen des Strömungsfeldes
 - end if**
 - end if**
-

Kapitel 5

Validierung der ALE-Methode

Um die *Arbitrary-Lagrangian-Eulerian*-Methode (ALE) [14] zu überprüfen, wurde der Testfall des querangeströmten Zylinders ausgewählt. Dieser Testfall ist sehr gut bekannt und es gibt viele numerische und experimentelle Ergebnisse [7, 26, 23, 38], die es ermöglichen, den Fluid-Löser zu validieren. Damit mögliche Fehlerquellen nacheinander ausgeschaltet werden können, wurde dieser Testfall sukzessiv erweitert. Begonnen wurde mit dem festen Zylinder, welcher laminar angeströmt wurde. Dies ist schon ein instationäres Problem, da sich eine so genannte Kàrmànsche¹ Wirbelstraße hinter dem Zylinder bildet. Dieses Phänomen wird 1911 von Kàrmàn erstmals nachgewiesen. Die Wirbelablösung hängt von der Reynoldszahl (Re) ab und die Ablösefrequenz bestimmt sich durch die Strouhalzahl (St). Nur bei sehr kleinen Reynoldszahlen gibt es eine symmetrische Ablösung hinter dem Zylinder. Ab Re 30-50 bilden sich periodisch ablösende Wirbel, die aber noch laminar sind. Bei höheren Reynoldszahlen gibt es einen Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung im Nachlauf. Dieser Umschlag wandert immer dichter an den Zylinder, bis er schließlich direkt am Körper in der Grenzschicht stattfindet. Ein Umschlag von laminar zu turbulent in der Grenzschicht führt dazu, dass der Widerstandsbeiwert drastisch abfällt, da auf der Rückseite des Zylinders der Druckabfall geringer ausfällt.

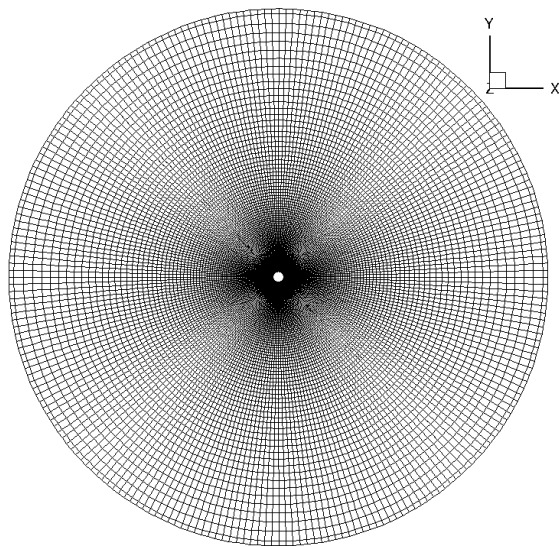
Dieser Testfall wurde dann auf einen angetriebenen, bewegten Zylinder erweitert, welcher mit einer Sinus-Schwingung quer zur Strömungsrichtung bewegt wurde. Hierbei treten schon sehr viel kompliziertere Wirbelablösefolgen auf. Die dritte Erweiterung war der Auftrag dieser Arbeit, einen freibeweglichen, elastisch aufgehängten Zylinder zu simulieren (siehe Kapitel 6). Alle Simulationen, des festen und angetriebenen Zylinders, wurden mit einer Reynoldszahl von $Re = 185$ durchgeführt.

5.1 Netz

Das hier verwendete CFD-Gitter ist ein 2D O-Grid. Der Zylinderdurchmesser beträgt 1 m und der Durchmesser des äußeren Randes des Berechnungsgebietes beträgt 51 m . Dieser Abstand der äußeren Umrandung wurde nach dem Testfall von Guilmineau et al. [23] gewählt, da durch diesen Abstand keine Randbedingungseinflüsse auf die Strömung um den Zylinder, sichergestellt werden. Zur Auflösung der Grenzschicht hat die erste Zelle an der

¹Theodore von Kàrmàn, 1881-1963, ungarisch-deutsch-amerikaner, Physiker u. Luftfahrttechniker

Wand eine Höhe von $0.001 \times D$ und die Wachstumsrate der geometrischen Reihe beträgt 1.05. Es sind vier Patches definiert: Einlass (INL), Auslass (OUT), Zylinderwand (SOL) und die Symmetrierandbedingung (MIR). Der Einlass geht über die Symmetrie hinweg (siehe Abbildung 5.2) und ist als Geschwindigkeitseinlass definiert. Der Auslass ist kleiner als der halbe Umfang und ist als Ausfluss mit einer konvektiven Randbedingung definiert. Die Zylinderwand ist als Haftbedingung definiert. Die Ober- und Unterseite (Spannweitenrichtung) sind als symmetrische Randbedingung gesetzt. Um die Netzunabhängigkeit zu untersuchen wurden, drei unterschiedlich feine Gitter erzeugt und getestet. Eine Darstellung des groben Gitters ist in Abbildung 5.1(a) dargestellt und die Daten der Netze sind in der Tabelle 5.1(b) niedergelegt. Das Netz besteht aus zwei Blöcken und ist blockstrukturiert. In Abbildung 5.2 ist die Blockaufteilung für vier Blöcke dargestellt, welche beim feinsten Gitter verwendet wird, damit eine optimale Lastverteilung gewährleistet ist. In der Zweiblockversion werden jeweils zwei Blöcke miteinander verbunden.



(a) Grobes Gitter 240x200

Gittergröße	Umfang	Radial	Spannweite
grob	240	200	1
mittel	480	400	1
fein	960	800	1

(b) Kontrollvolumen

Abbildung 5.1: O-Grid

5.2 Ergebnisse für den festen Zylinder

Der feste Zylinder dient nicht direkt der Überprüfung der ALE-Methode, sondern als dessen Vorbereitung. Mit ihm soll die Abhängigkeit von der Zeitschrittweite, der Zeitdiskretisierung und der Gittergröße untersucht werden. Die Zeitschrittweite hängt dabei hauptsächlich von dem Zeitdiskretisierungsverfahren ab, denn ein implizites Verfahren kann größere Zeitschrittweiten vertragen als ein explizites Verfahren. In diesem Fall hängt die Zeitschrittweite natürlich auch von der Auflösung der Wirbel ab und deren Frequenz. In diesem Testfall wird eine Wirbelablösefrequenz von ca. 0.2 Hz, gemäß einer Strouhalzahl von ca. 0.2 erwartet, welches eine größtmögliche Zeitschrittweite von 0.01 s erlaubt, damit zumindest 20 Abtastpunkte für das Auflösen einer Wirbelperiode zur Verfügung stehen. Diese Schrittweite ist nur mit einem impliziten Verfahren möglich. Für ein ex-

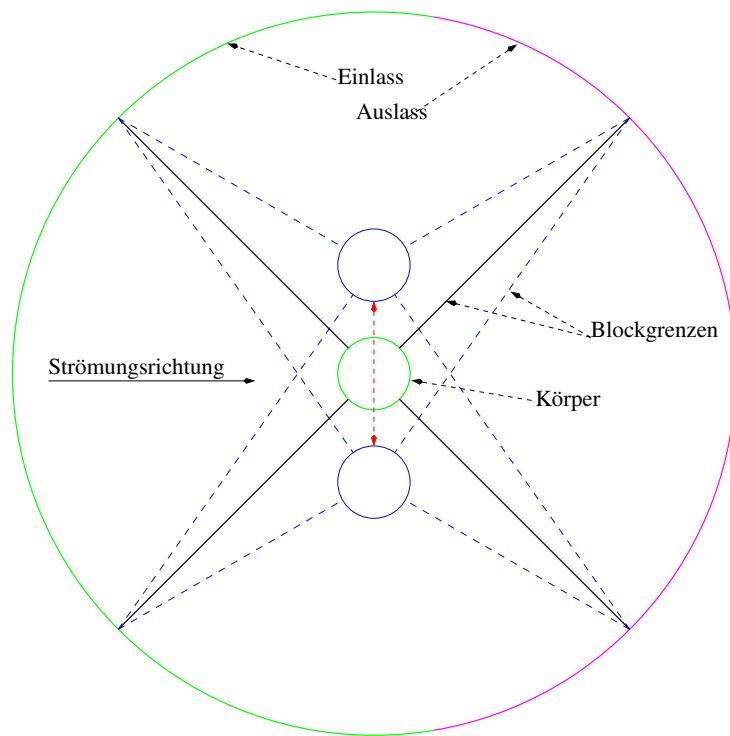


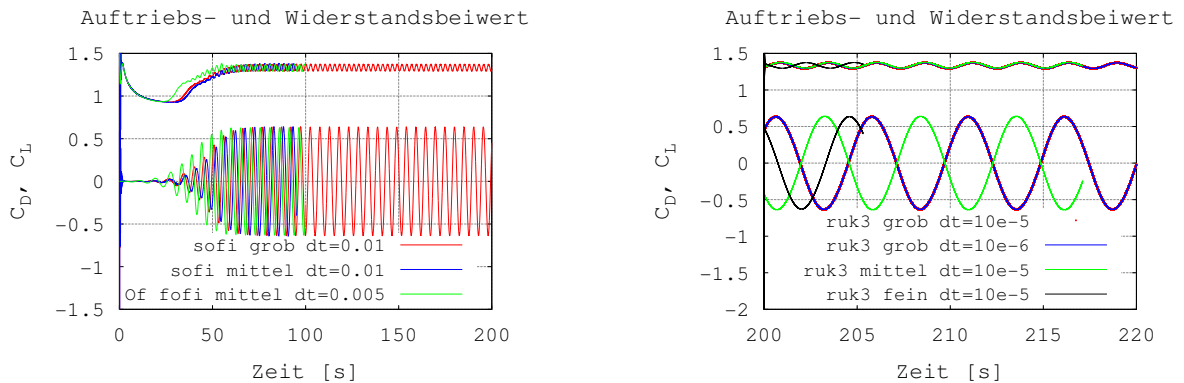
Abbildung 5.2: Zylinderbewegung

plizites Verfahren, in diesem Fall ein Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahren, ist hier eine Zeitschrittweite von unter 10^{-5} s notwendig, um eine stabile Rechnung zu gewährleisten. Die Gittergröße wird im Rahmen einer Gitterunabhängigkeitsstudie untersucht, um bei den späteren Simulationen einen möglichst geringen Rechenaufwand zu haben. Es wird das größte Netz gesucht, das keinen Einfluss auf die Wirbelablösung zeigt und nicht von der Zeitschrittweite abhängt. Eine Übersicht der Ergebnisse ist in Tabelle 5.1 dargestellt. Der Widerstandsbeiwert ist dort der Mittelwert im eingeschwungenen Zustand und der Auftriebsbeiwert gibt den Effektivwert (r.m.s = root mean square) der Schwingung im eingeschwungenen Zustand wieder.

5.2.1 Gitterunabhängigkeitsstudie

Die Gitterunabhängigkeitsstudie wird mit drei verschiedenen Gittern durchgeführt. Die Tabelle 5.1(b) zeigt die Spezifikationen der verwendeten Gitter. Für die Studie wurde das *second-order-fully-implicit*-Verfahren (sofi), als Zeitdiskretisierung verwendet. Die Zeitschrittweite beträgt 0.01 s. Bei diesen Simulationen hat sich bereits das größte Gitter als unabhängig gezeigt, denn schon in Abbildung 5.3(a) sind keine großen Unterschiede zwischen dem groben und dem mittleren Gitter zu erkennen. Das feinere Gitter benötigt etwas mehr Zeit bis es eingeschwungen ist, was mit der höheren Genauigkeit durch das feinere Gitter zu tun hat. Vergleicht man die Strouhalzahl des groben und des mittleren Gitters mit der des feinen Gitters, aus Tabelle 5.1, so sind die Differenzen minimal (Differenz = 0.5%). Auch der Widerstands- und Auftriebsbeiwert ändert sich nur sehr wenig. Die Simulationen mit dem Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahren (ruk3) und einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 10^{-5}$ s sind in Abbildung 5.3(b) für die drei Gitter dargestellt. Auch diese

Simulationen zeigen kaum Abweichungen zwischen den verschiedenen Gittern, was die Werte in Tabelle 5.1 belegen. Aus diesem Grund wird das größte Gitter für alle weiteren Rechnungen des angetriebenen und des freibeweglichen Zylinders verwendet.



(a) Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für grobes und mittleres Gitter mit sofi

(b) Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für grobes, mittleres und feines Gitter mit ruk3

Abbildung 5.3: Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes für den festen Zylinder

5.2.2 Einfluss der Zeitschrittweite

Die Untersuchung der Zeitschrittweitenabhängigkeit für das *second-order-fully-implicit*-Verfahren (sofi) wurde auf dem groben und dem mittleren Gitter durchgeführt. Auf beiden Gittern wurde eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 0.01$ s und $\Delta t = 0.001$ s getestet. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Tabelle 5.1 nachzulesen. Die Differenzen zwischen den unterschiedlichen Zeitschrittweiten ist minimal. In Abbildung 5.4 sind die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte für das grobe Gitter abgebildet. Ein Unterschied ist, dass die Simulation mit dem kleineren Zeitschritt (blaue Kurve) etwas länger braucht bis sie den eingeschwungenen Zustand erreicht hat. Dies ist mit der höheren Genauigkeit bei kleineren Zeitschritten zu erklären, die Strömung braucht länger bis sich die Störungen ausgebreitet haben und die Ablösungen beginnen.

Die Ergebnisse der Untersuchung der Zeitschrittweitenabhängigkeit für das Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahren (ruk3) sind in Abbildung 5.3(b) dargestellt. Die Simulationen wurden mit einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 10^{-5}$ s und $\Delta t = 10^{-6}$ s auf dem groben Gitter durchgeführt. Größere Zeitschritte konnten nicht gewählt werden, da sonst die Simulation divergierte. Zwischen der blauen und der roten Kurve in Abbildung 5.3(b) sind optisch keine Unterschiede zu erkennen. Nur in Tabelle 5.1 sind minimale Differenzen zu erkennen. Die Untersuchung der Zeitschrittweitenabhängigkeit hat für das implizite sofi-Verfahren eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 0.01$ s für ausreichend ergeben und das ruk3-Verfahren braucht eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 10^{-5}$ s.

5.2.3 Vergleich von expliziter und impliziter Zeitdiskretisierung

Vergleicht man die Ergebnisse der impliziten mit der expliziten Zeitdiskretisierung so fallen keine Unterschiede auf. Wie die Tabelle 5.1 zeigt sind die Differenzen von Auftriebs- und Widerstandsbeiwert zwischen den Zeitdiskretisierungen fast nicht vorhanden. Was aber ein sehr großer Unterschied ist, ist der Verbrauch von Rechenzeit. Das implizite Verfahren braucht sehr viel weniger Rechenzeit als das explizite Verfahren, was mit der unterschiedlichen Zeitschrittweite begründet werden kann, denn die Zeitschrittweite des impliziten Verfahrens ist 1000 mal größer. Vergleicht man aber die Dauer eines einzelnen Zeitschrittes so stellt man fest, dass das explizite Verfahren auf dem groben Gitter, um den Faktor 13 schneller ist.

5.2.4 Vergleich von FASTEST-3D und OpenFOAM

Zum Vergleich wurden Simulationen mit OpenFOAM durchgeführt. Verwendet wurden alle drei Gitter. Die Diskretisierung in OpenFOAM verwendet für alle Approximationen das Zentrale-Differenzen-Verfahren und die Interpolation wird linear zweiter Ordnung genau vorgenommen. Die beiden Zeitdiskretisierungen, die mit OpenFOAM verwendet wurden, entsprechen dem *first-order-fully-implicit-* (fofi) und dem *second-order-fully-implicit-* Verfahren in FASTEST-3D. Die Zeitschrittweiten in OpenFOAM mit $\Delta t = 10^{-3} s$ und $\Delta t = 5 \times 10^{-3} s$ konnten nicht identisch zu der Zeitschrittweite in FASTEST-3D mit $\Delta t = 0.01 s$ für das sofi-Verfahren gewählt werden, da die Simulationen sonst divergierten. Vergleicht man die Ergebnisse von OpenFOAM mit dem fofi-Verfahren, mit den Ergebnissen von FASTEST-3D und dem sofi-Verfahren in Tabelle 5.1, so stellt man fest, dass die OpenFOAM Ergebnisse unter denen von FASTEST-3D liegen. Erst die Ergebnisse auf dem feinen Gitter mit OpenFOAM erreichen die Werte der FASTEST-3D Berechnungen.

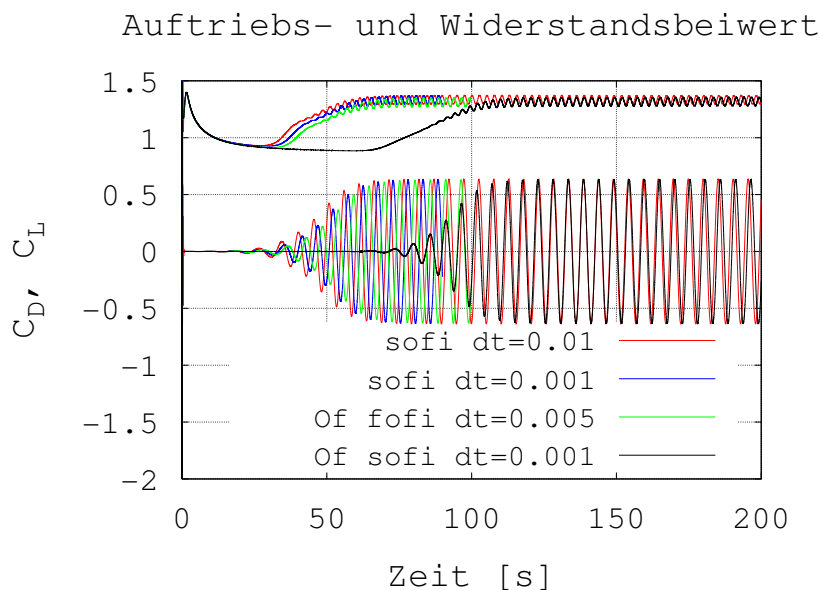


Abbildung 5.4: Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für grobes Gitter

Die Abbildung 5.4 und 5.3(a) zeigt mit der grünen Kurve den Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes mit dem fofi-Verfahren in OpenFOAM für das grobe und das mittlere Gitter. Hier kann auch wieder die Beobachtung gemacht werden, dass ungenauere Verfahren zu einem früheren Beginn des Ablösevorgangs neigen, da sich die Störungen schneller aufschaukeln. Das der Einschwingvorgang für das sofi-Verfahren von OpenFOAM in Abbildung 5.4 (schwarze Kurve) so viel länger dauert als beim fofi-Verfahren ist nur mit der kleineren Zeitschrittweite und dem genaueren Verfahren zu erklären. Im Vergleich zum sofi-Verfahren in FASTEST-3D ist allerdings der Unterschied in der Einlaufphase enorm, was darauf schließen lässt das dort noch andere Unterschiede im Code vorhanden sind.

5.2.5 Vergleich mit Literaturdaten

Die Tabelle 5.1 zeigt alle Ergebnisse der eingeschwungenen Lösung. Die Ergebnisse aus der Literatur von Guilmineau [23] und Lu & Dalton [7] sind am Fuß der Tabelle dargestellt. Die Strouhalzahl der numerischen Simulationen stimmt zwischen den Referenzen und den eigenen Berechnungen überein. Ebenso liegen die Auftriebsbeiwerte sehr dicht bei einander, nur die Widerstandsbeiwerte weichen etwas weiter von einander ab. Die Widerstandsbeiwerte der Referenz liegen tiefer als die Eigenen. Ursache für die Abweichungen kann die Verwendung unterschiedlicher Verfahren sein, denn die Referenzergebnisse von Guilmineau [23] wurden mit den Navier-Stokes-Gleichungen für 2D und einer Finite-Volumen-Methode berechnet, welche für die Interpolation ein CPI-Verfahren verwendet und nicht wie FASTEST-3D die Interpolations-Methode nach Rhie und Chow. Die Navier-Stokes-Gleichungen sind bei Guilmineau [22] in konvektiver Form diskretisiert, wogegen in FASTEST-3D die Navier-Stokes-Gleichungen mit der Zentralen-Differenzen-Methode diskretisiert sind. Für die Zeitdiskretisierung wurde bei den Referenzergebnissen von Guilmineau [23] ein Euler-Rückwärts-Verfahren benutzt, welches dem sofi-Verfahren in FASTEST-3D entspricht.

5.3 Angetriebener Zylinder

Der angetriebene Zylinder ist der erste Testfall für die ALE-Methode, wohingegen der feste Zylinder nur sicherstellen sollte, dass die Strömung richtig aufgelöst wird, und dass die Zeitschrittweitenabhängigkeit geklärt ist sowie die Netzunabhängigkeit vorhanden ist. Der Zylinder wird hier über eine Sinus-Funktion verschoben und die Strömung kann nur darauf reagieren. Der Einfluss der Strömung auf die Struktur wird hier vollkommen unterdrückt. Die Verschiebung erfolgt über die Gleichung (5.1), mit f_0 der Wirbelablösefrequenz des festen Zylinders bei $Re = 185$. In Abbildung 5.2 ist die Bewegung und die Verformung der Blöcke dargestellt.

$$y = A_e \sin(2\pi f_e t) \quad \text{mit} \quad \frac{A_e}{D} = 0.2, \quad \frac{f_e}{f_0} \in \{1, 1.1\} \quad (5.1)$$

Mit dem Testfall des festen Zylinders konnte Netzunabhängigkeit für das grobe Netz festgestellt werden, welches für alle Simulationen mit dem angetriebenen Zylinder verwendet wird. Die Zeitschrittweiten für das explizite Verfahren wurde die mit $\Delta t = 10^{-5}$ s gewählt.

Tabelle 5.1: Ergebnisse für festen Zylinder

	Δt [s]	Zeit Diskr.	Gitter [Zellen]	Widerstand $C_{D,m}$	Auftrieb $C_{L,r.m.s}$	Strouhalzahl des Auftriebs
Grob	10^{-2}	sofi	240x200	1.334	0.449	0.194
Grob	10^{-3}	sofi	240x200	1.331	0.448	0.194
Mittel	10^{-2}	sofi	480x400	1.339	0.453	0.194
Mittel	10^{-3}	sofi	480x400	1.339	0.452	0.195
Fein	10^{-2}	sofi	960x800	1.338	0.443	0.195
Grob	10^{-5}	ruk3	240x200	1.332	0.448	0.194
Grob	10^{-6}	ruk3	240x200	1.337	0.448	0.193
Mittel	10^{-5}	ruk3	480x400	1.339	0.453	0.194
Fein	10^{-5}	ruk3	960x800	1.336	0.450	0.194
OF-Grob	5×10^{-3}	fofi	240x200	1.311	0.445	0.189
OF-Grob	10^{-3}	sofi	240x200	1.316	0.448	0.190
OF-Mittel	5×10^{-3}	fofi	480x400	1.331	0.446	0.191
OF-Fein	10^{-3}	fofi	960x800	1.338	0.443	0.195
Num. Res. [23]	2×10^{-3}	sofi	120x100	1.287	0.443	0.195
Exp. Res. [23]	-	-	-	1.28	-	0.19
Num. Res. [7]	-	-	-	1.31	0.422	0.195

Beim impliziten Verfahren wurde $\Delta t = 0.001$ s gewählt, da die Deformation und die damit verbundene Auswirkung auf die Strömung aufgelöst werden muss. Größere Zeitschritte führten zur Divergenz der Rechnung. Eine gesamte Auflistung der Ergebnisse ist in Tabelle 5.2 zu finden. Dort ist der Widerstandsbeiwert als Mittel- und RMS-Wert (r.m.s. = root mean square) angegeben. Der Auftriebsbeiwert ist ebenfalls als RMS-Wert aufgelistet und die Strouhalzahl ist für den Auftriebsbeiwert berechnet.

5.3.1 Ergebnisse für eine Anregung mit $f_e/f_0 = 1$

Für die Anregung mit $f_e/f_0 = 1$ zeigt die Abbildung 5.5 den Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes. Der Verlauf zeigt hier eine reine Sinus-Schwingung, die zu Beginn von einer großen Amplitude auf ein niedrigeres Niveau absinkt, wo sie konstant über die Zeit verbleibt. Die beiden in FASTEST-3D implementierten Zeitdiskretisierungsverfahren zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Die größten Differenzen treten in der Einlaufphase auf, dort sind die Amplituden mit dem Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahren (ruk3) minimal größer als die des *second-order-fully-implicit*-Verfahren (sofi). Positiv zu bewerten ist, dass es keine Phasenverschiebung zwischen den beiden Verfahren gibt. Die höheren Amplituden des ruk3-Verfahrens sind auch im Mittelwert des Widerstandsbeiwertes und im Auftriebsbeiwert in Tabelle 5.2 wiederzufinden.

Vergleicht man die Ergebnisse von FASTEST-3D mit den Ergebnissen von Guilmineau [23] so kann eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Die Abbildung 5.7(a) von Guilmineau [23] zeigt den selben Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes wie die Abbildung 5.5. Die Referenzwerte in Tabelle 5.2 liegen auch dicht bei den eigenen Ergebnissen.

Eine Simulation mit OpenFOAM (OF) und dessen sofi- und fofi-Verfahren hat nur in der Strouhalzahl übereinstimmende Ergebnisse geliefert (siehe Tab. 5.2). Die Beiwerte liegen zu hoch, vorallem der Auftriebsbeiwert. Bei den Simulationen mit OpenFOAM und dem angetriebenen Zylinders wurden starke Störungen an den äußeren Rändern bemerkt. Diese Störungen nahmen mit den feineren Gittern weiter zu und verursachten das Divergieren der Simulationen mit dem mittleren und dem feinen Gitter.

5.3.2 Ergebnisse für eine Anregung mit $f_e/f_0 = 1.1$

Der Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes (siehe Abb. 5.6) ist mit einer Anregung von $f_e/f_0 = 1.1$ nicht mehr eine reine Sinus-Schwingung. Im Auftriebsbeiwert ist dies am deutlichsten zu erkennen, hier überlagern sich zwei Schwingungen und führen zu schwankenden Amplituden über die Zeit. Der Verlauf des Widerstandsbeiwertes zeigt ein noch komplizierteres Verhalten als der Auftriebsbeiwert. Die Schwingungen im Widerstandsbeiwert zeigen ein unsymmetrischeres Verhalten im ansteigen und abklingen der Amplituden über die Zeit im Vergleich zum Auftriebsbeiwert.

Vergleicht man die Ergebnisse zwischen dem Dreischritt-Runge-Kutta (ruk3) und dem *second-order-fully-implicit*-Verfahren (sofi) so stellt man auch für eine Anregung mit $f_e/f_0 = 1.1$ eine Differenz, zwischen den beiden Verfahren, in den Amplituden fest.

Allerdings sind die Unterschiede hier deutlicher, als bei der Anregung mit $f_e/f_0 = 1$. Das ruk3-Verfahren zeigt ein trägeres Verhalten, als das sofi-Verfahren. Dies ist an dem langsameren Abklingen der Amplitude im Widerstandsbeiwert zu erkennen und auch der Anstieg in der Amplitude geschieht verzögert. Am Maximum und am Minimum werden die Amplituden im Vergleich zum sofi-Verfahren überschritten, was auch auf ein trägeres Verhalten schließen lässt.

Die Referenz Ergebnisse von Guilmineau [23] sind in Tabelle 5.2 angegeben und der Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes ist in Abbildung 5.7(b) dargestellt. Vergleicht man diese Ergebnisse mit den Eigenen so sind die Differenzen nicht groß und der zeitliche Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes ist gleich zu den Simulationen mit dem ruk3- und dem sofi-Verfahren (siehe Abb. 5.6 und 5.7(b)). Die Strouhalzahl der Referenz ist niedriger und dichter bei der Anregungsfrequenz, als die Strouhalzahlen der eigenen Simulationen. Die Auftriebsbeiwerte sind niedriger mit dem sofi-Verfahren und dem ruk3-Verfahren, als die der Referenzdaten. Der Mittelwert des Widerstandsbeiwert und der RMS-Wert sind ebenfalls kleiner, als bei den Referenzdaten aus Tabelle 5.2.

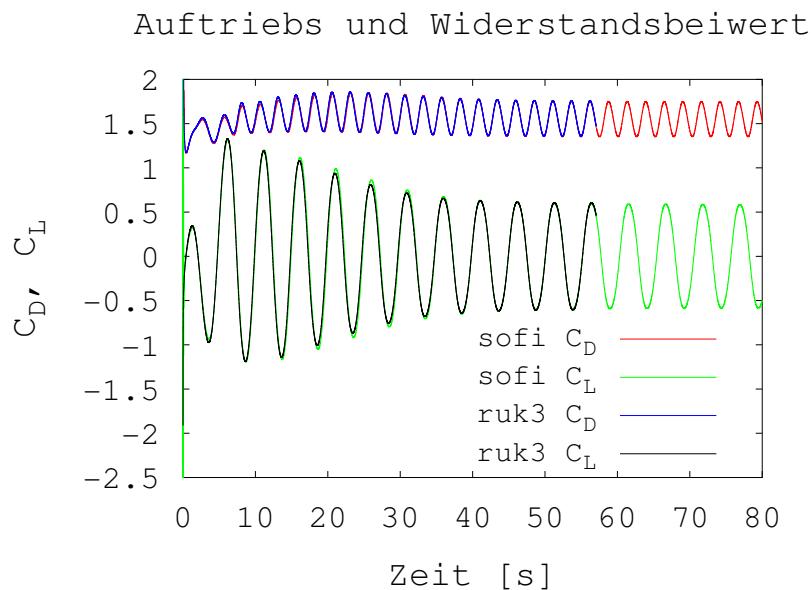


Abbildung 5.5: Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über der Zeit für den angetriebenen Zylinder mit $f_e = 0.195$ Hz, $f_e/f_0 = 1$ und sofi

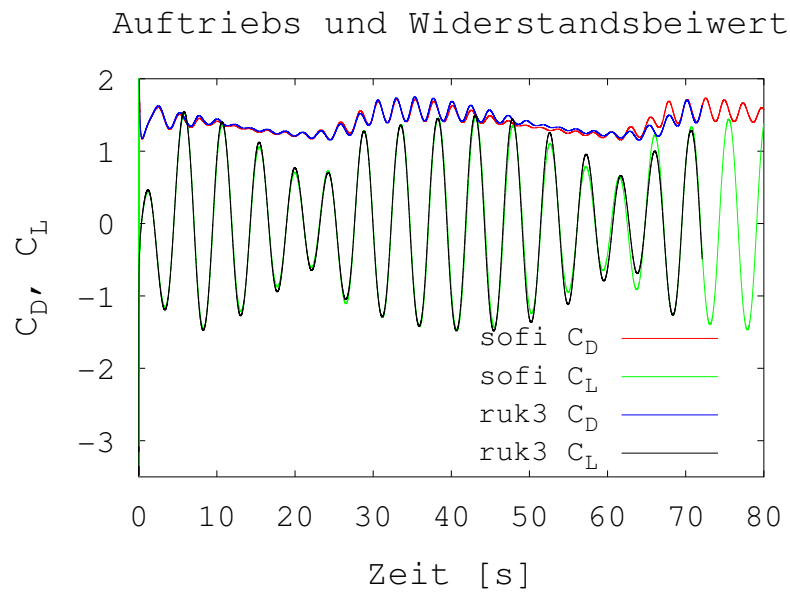
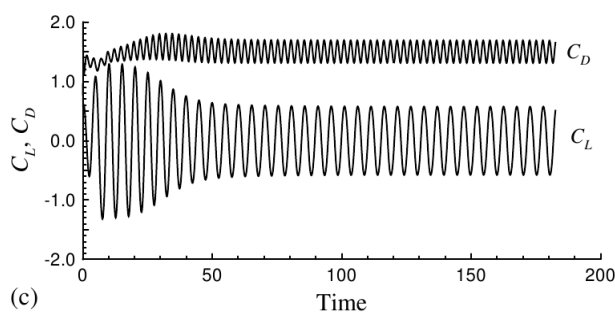
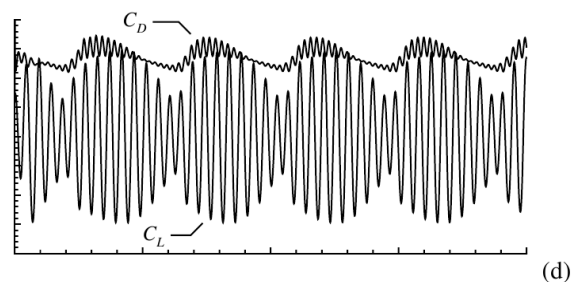


Abbildung 5.6: Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über der Zeit für den angetriebenen Zylinder mit $f_e = 0.215$ Hz, $f_e/f_0 = 1.1$ mit sofi und ruk3



(a) $f_e = 0.195$ Hz, $f_e/f_0 = 1$



(b) $f_e = 0.215$ Hz, $f_e/f_0 = 1.1$

Abbildung 5.7: Referenz [23] des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes über der Zeit für den angetriebenen Zylinder

Tabelle 5.2: Ergebnisse für angetriebenen Zylinder

	f_e/f_0	Zeit	Gitter [Zellen]	Widerstand		Auftrieb	Strouhalzahl des Auftriebs
				$C_{D,m}$	$C_{D,r.m.s}$	$C_{L,r.m.s}$	
Grob	1	sofi	240x200	1.548	0.141	0.420	0.195
Grob	1	ruk3	240x200	1.56	0.141	0.427	0.196
OF-Grob	1	sofi	240x200	1.706	0.169	1.158	0.192
OF-Grob	1	fofi	240x200	1.692	0.161	1.137	0.194
Ref. [23]	1	-	240x200	1.5	0.15	0.424	0.195
Grob	1.1	sofi	240x200	1.394	0.144	0.853	0.219
Grob	1.1	ruk3	240x200	1.380	0.141	0.848	0.222
Ref. [23]	1.1	-	240x200	1.42	0.149	0.897	0.214

Kapitel 6

Validierung des Bewegungslösers

Dieses Kapitel erläutert verschiedene Testfälle, um die korrekte Funktion des neuen Bewegungslösers zu überprüfen. Im ersten Abschnitt wird der CSD-Löser für sich alleine getestet. Dabei werden die einzelnen Freiheitsgrade, überprüft und mit der analytischen Lösung eines Einmassenschwingers verglichen. Nach der Einzelüberprüfung werden die Freiheitsgrade gemeinsam getestet. Ebenso wird auch die korrekte Ausführung der Rotationen getestet. Das Newmark-Verfahren und das Generalized- α -Verfahren werden ebenfalls auf ihre Genauigkeit und ihr Verhalten hin überprüft und miteinander verglichen.

Mit den Simulationen aus dem vorherigen Kapitel sind die Einstellungen des Strömungslösers überprüft worden. Die Gitterauflösung mit $240 \times 200 \times 1$ Kontrollvolumen (KV) wird in den weiteren Simulationen verwendet, da sie schon eine Gitterunabhängigkeit bei den Simulationen mit dem festen Zylinder gezeigt hat. Für das Runge-Kutta-Verfahren wird eine Zeitschrittweite von 1×10^{-5} Sekunden gewählt, da dies die größtmögliche Zeitschrittweite für den angetriebenen Zylinder war, die nicht divergierte und gute Ergebnisse lieferte.

Nach der Überprüfung des Strömungslösers und des Strukturlösers in separaten Testfällen wird im Abschnitt 6.2 eine gekoppelte Simulation durchgeführt. Die Simulationen werden mit verschiedenen Dämpfungsparametern und Massenverhältnissen durchgeführt. Desweiteren werden Untersuchungen angestellt bezüglich der Effektivität und des Nutzens von FSI-Subiterationen und der Vorausschätzung der Verformung. Mit den verschiedenen Massenverhältnissen zwischen Körpermasse und beschleunigter Fluidmasse soll der Einfluss der virtuellen Massen auf das dynamische Verhalten des Fluid-Struktur-Systems untersucht werden. Das Phänomen der virtuellen Masse tritt nur bei dynamischen Systemen auf, die in einem Fluid schwingen. Um so kleiner das Massenverhältnis m_{Body}/m_{Fluid} ist, desto größer ist der Einfluss auf das Schwingverhalten.

6.1 Validierung des ungekoppelten Bewegungslösers

Dieser Abschnitt zeigt die Ergebnisse von Testrechnungen, die nur mit dem Bewegungslöser gerechnet worden sind. Mit diesen Berechnungen soll der Code auf Fehler überprüft und validiert werden, ohne gekoppelte Simulationen durchführen zu müssen..

6.1.1 Überprüfung der einzelnen Freiheitsgrade

Die Abbildungen 6.2(a) und 6.2(b) zeigen die Reaktion eines Einmassenschwingers (siehe Abb. 6.1) nach einer Belastung mit $F = 1000 \text{ N}$. Die Systemeigenschaften sind mit einer Steifigkeit von $k = 10000 \text{ N/m}$ und einer Masse von $m = 10 \text{ kg}$ gewählt.

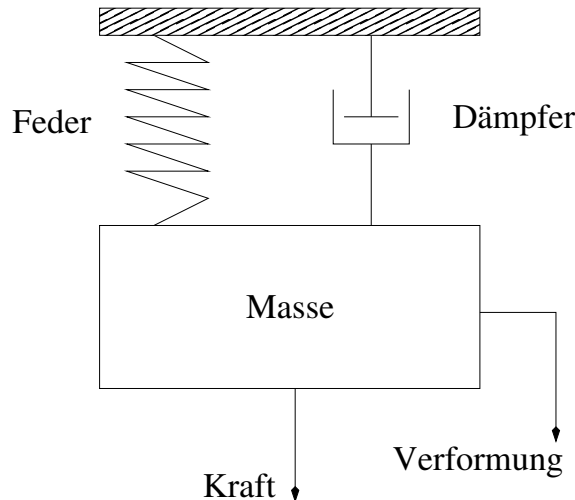


Abbildung 6.1: Einmassenschwinger

Die analytischen Lösungen für den gedämpften und den ungedämpften Fall sind mit den Gleichungen (6.2) und dem Abklingkoeffizienten nach Gleichung (6.1) berechnet worden. Der Term F/k gibt die statische Verschiebung der Masse wieder. Um diese statische Verschiebung schwingt das System.

$$\delta = \omega_0 D_L = D_L \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{mit} \quad \omega_0 = \text{Eigenkreisfrequenz} \quad (6.1)$$

$$\text{ungedämpft: } X = X_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \pi\right) + \frac{F}{k}$$

$$\text{gedämpft: } X = e^{-\delta t} \left[X_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \pi\right) + \frac{\delta X_0}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \pi\right) \right] + \frac{F}{k} \quad (6.2)$$

mit $F :=$ Äußere Kraft

$X_0 :=$ Anfangsauslenkung

$\delta :=$ Abklingkoeffizient

Der erste Plot (siehe Abb. 6.2(a)) zeigt die Schwingungsantwort, des ungedämpften Systems für den reinen CSD-Löser mit dem Newmark-Verfahren. Bei dem zweiten Plot (siehe 6.2(b)) wird das System mit einer Lehrschen Dämpfung von $D_L = 0.25$ gedämpft. Das System schwingt um die statische Lösung von 0.1 m herum und nähert sich für das gedämpfte System der statischen Lösung im Unendlichen an. Alle drei Freiheitsgrade haben

dieselben Eigenschaften und sind ungekoppelt. Sie liefern eine übereinstimmende Lösung für die drei Raumrichtungen. Der Vergleich der analytischen mit der numerischen Lösung zeigt, dass die Differenz für das ungedämpfte System sehr klein ist (siehe Abb. 6.2(a)). Im gedämpften Fall kann deutlicher eine Abweichung von der analytischen Lösung beobachtet werden. Die Amplituden sind etwas kleiner und es liegt eine Phasenverschiebung vor (siehe Abb. 6.2(b)). Die Abbildungen 6.3(a) und 6.3(b) zeigen die selben Tests für die Winkel. Die Belastung ist hier ebenfalls $F = 1000\text{ N}$ und die Systemeigenschaften sind mit einer Steifigkeit von $k = 10000\text{ N/rad}$ und einem Massenträgheitsmoment von $J = 10\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ gewählt. Das gedämpfte System in Abbildung 6.3(b) ist mit einer Lehrschen Dämpfung von $D_L = 0.25$ gedämpft. Die Resultate für den gedämpften und den ungedämpften Fall sind die gleichen, wie für die Verschiebungsfreiheitsgrade.

6.1.2 Genauigkeit des Newmark-Verfahren

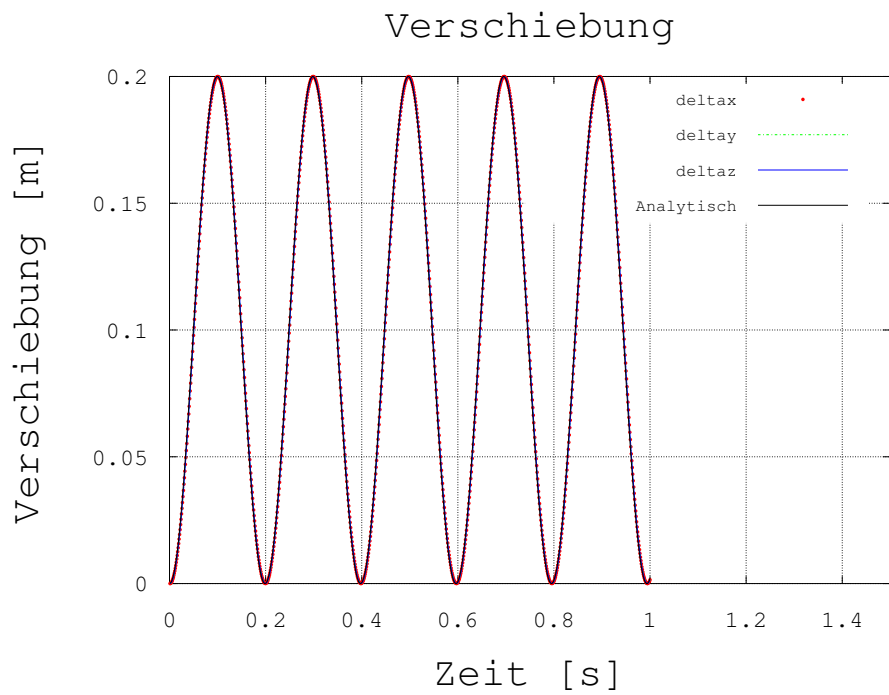
Um die Genauigkeit des Newmark-Verfahrens zu überprüfen wurde der ungedämpfte Fall für die Translationsfreiheitsgrade, der oben beschrieben wurde, verwendet. Dazu wurde die analytische Lösung mit der Lösung des Newmark-Verfahren verglichen.

Das Verhalten der Lösung in Abhängigkeit von der Zeitschrittweite soll näher betrachtet werden, dazu wurden verschiedene Rechnungen mit unterschiedlichen Zeitschrittweiten durchgeführt. Dabei konnte festgestellt werden, dass zu große Zeitschrittweiten eine zu große Amplitude und eine zu kleine Frequenz liefern. Dagegen liefern sehr kleine Zeitschritte eine höhere Frequenz bei korrekter Amplitude. Die Tabelle 6.1 zeigt den relativen Frequenz-Fehler (siehe Gl. (6.3)) für verschiedene Verhältnisse von Steifigkeit k zu Masse m bei unterschiedlichen Zeitschrittweiten und ohne Dämpfung. Der Frequenz-Fehler wurde immer nach 50 Perioden bestimmt. Es ist zu erkennen, dass bei steigendem Verhältnis k/m , immer kleinere Zeitschritte benötigt werden, um den Fehler klein zu halten, was damit zusammenhängt, dass das System immer steifer wird und somit in einer immer höheren Frequenz schwingt. Dieses erfordert wiederum geringere Zeitschrittweiten, um die Schwingung abzutasten, da sonst bei einer unzureichenden Abtastfrequenz, Fehler entstehen.

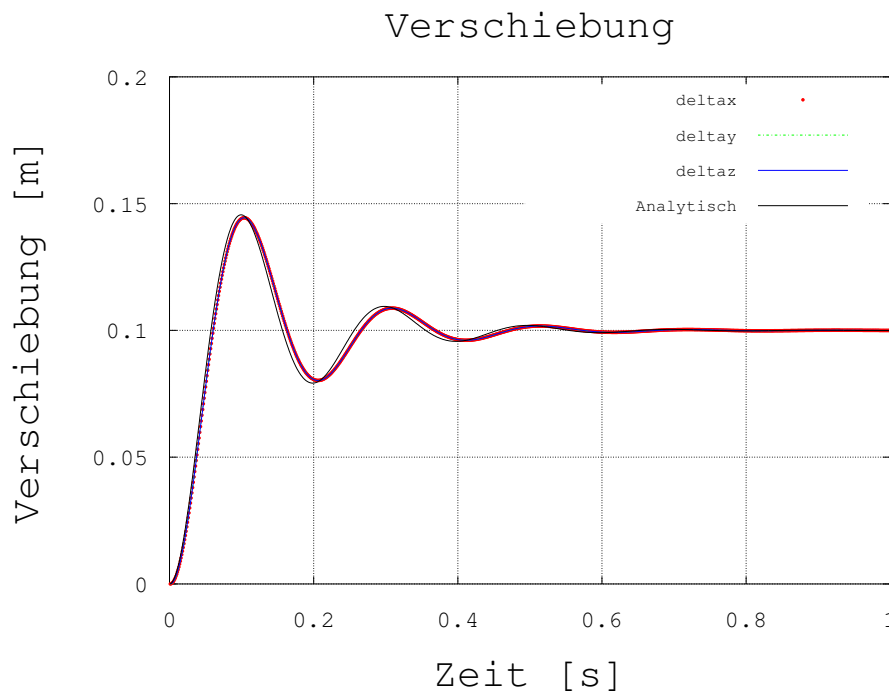
$$f_{err} = \frac{f_{num} - f_{anl}}{f_{anl}} 100\% \quad (6.3)$$

Tabelle 6.1: Frequenz-Fehler nach 50 Perioden

Zeitschrittweite: $\frac{k}{m} [m/s^2]:$	$\Delta t = 10^{-2}\text{ s}$	$\Delta t = 10^{-3}\text{ s}$	$\Delta t = 10^{-4}\text{ s}$	$\Delta t = 10^{-5}\text{ s}$
100	0.23249 %	0.059064 %	0.0062834%	-
1000	0.58813 %	0.063582 %	0.0019869 %	0.000184 %
10000	divergiert	7.5275 %	0.55294 %	0.0062834

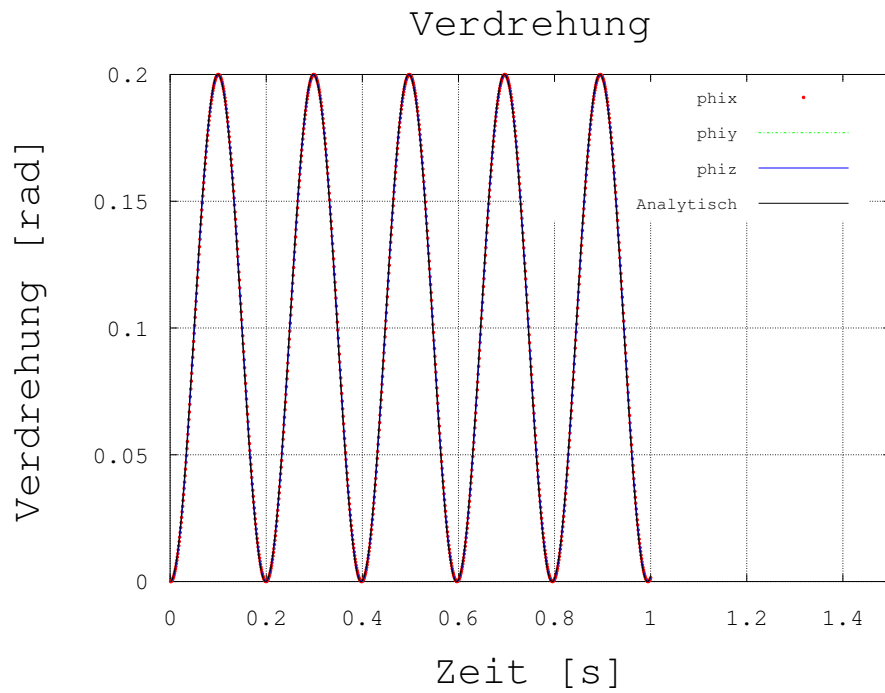


(a) Dämpfung $D_L = 0$

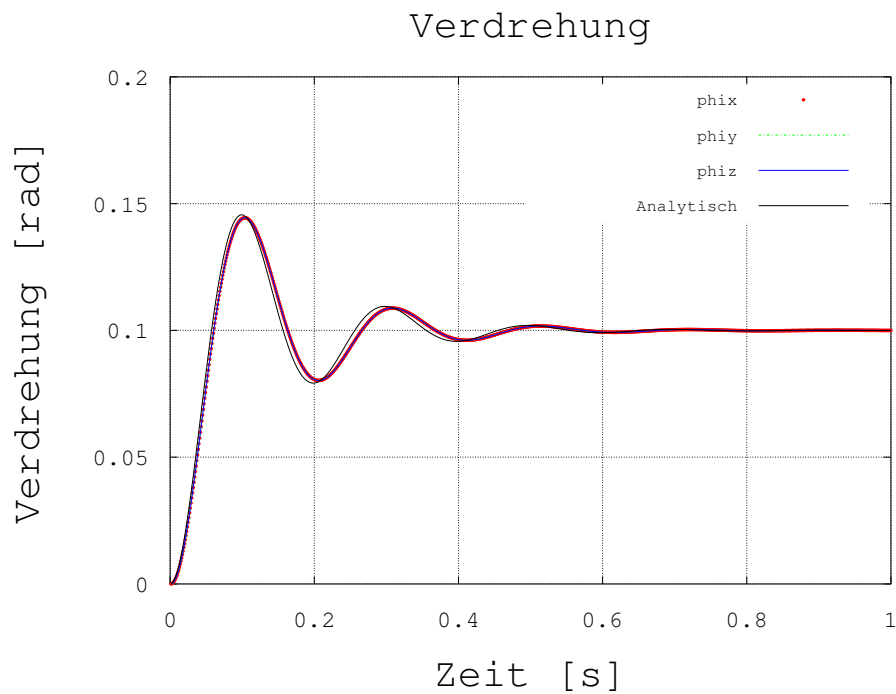


(b) Dämpfung $D_L = 0.25$

Abbildung 6.2: Newmark-Verfahren: Verschiebung mit $k = 10000 \text{ N/m}$ und $m = 10 \text{ kg}$



(a) Dämpfung $D_L = 0$



(b) Dämpfung $D_L = 0.25$

Abbildung 6.3: Newmark-Verfahren: Verdrehung mit $k = 10000 \text{ N/rad}$ und $J = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

6.1.3 Verhalten des *Generalized- α* -Verfahren

Das *Generalized- α* -Verfahren wurde mit dem selben Einmassenschwinger getestet wie das Newmark-Verfahren. Der Parameter ρ_∞^s beeinflusst die numerische Dämpfung der hohen und niedrigen Frequenzen. Über ihn werden alle anderen Parameter gesetzt. Die Zusammenhänge sind in Abschnitt 3.3 erklärt. Die Ergebnisse sind für $\rho_\infty^s = 1$ identisch zu denen des Newmark-Verfahrens aus Abbildung 6.2 und 6.3. Mit $\rho_\infty^s = 1$ werden die hohen sowie die niedrigen Frequenzen sehr wenig gedämpft. Die Dämpfung ist jedoch höher als beim Newmark-Verfahren. Mit $\rho_\infty^s < 1$ werden hauptsächlich die hohen Frequenzen gedämpft, da durch die Beziehungen aus den Gleichungen (3.9) die Dämpfung der niedrigen Frequenzen minimiert ist. Hohe Frequenzen sind die, welche dicht an der Abtastfrequenz liegen und gerade noch aufgelöst werden können. Je kleiner ρ_∞^s wird, umso größer wird die Phasenverschiebung und die Amplitude nimmt mit der Zeit ab. Die Lösung wird immer mehr gedämpft und strebt der statischen Lösung zu. Wie groß der Einfluss von ρ_∞^s ist, hängt davon ab, wie dicht Abtastfrequenz und Antwortfrequenz beieinander liegen. Je dichter sie zusammen liegen, desto stärker ist der Dämpfungseffekt. In Abbildung 6.4 ist das Verhalten für verschiedene ρ_∞^s dargestellt. Der Einfluss ist hier nicht sehr groß, da die Auflösung fein genug ist. Das *Generalized- α* -Verfahren verhält sich in Sachen Frequenz-Fehler und

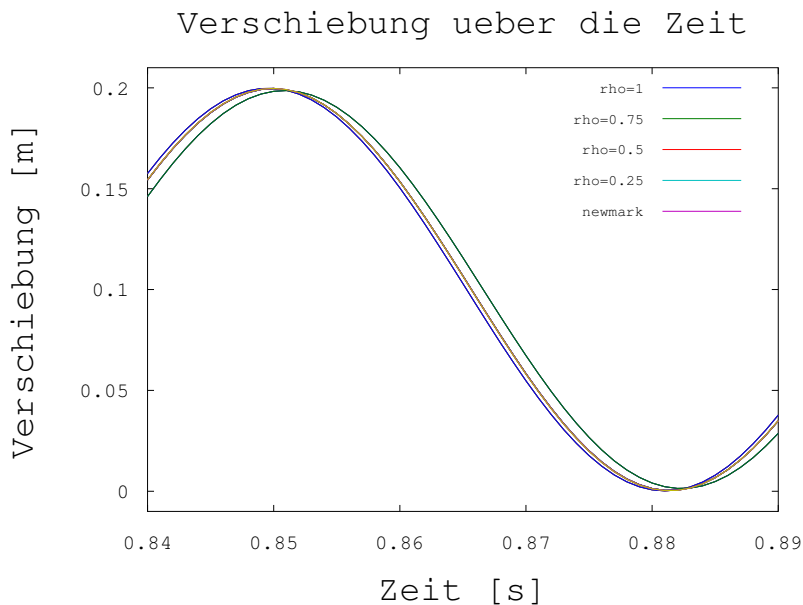


Abbildung 6.4: Einfluss von ρ_∞^s auf das Ergebnis

Amplitude in Abhängigkeit von der Zeitschrittweite, wie das Newmark-Verfahren. Der Fehler ist etwas größer auf Grund der stärkeren numerischen Dämpfung des Verfahrens. Dadurch das hohe Frequenzen dissipiert werden soll der FSI-Simulation Stabilität gegeben werden, vorallem bei leichten Strukturen, welche stark auf die Belastungen durch die Strömung reagieren und somit starke Schwankungen in den Kräften verursachen.

6.1.4 Überprüfung der Rotationen

Um zu überprüfen, ob die Rotationen richtig ausgeführt werden, wurde erst jeder Freiheitsgrad einzeln überprüft und danach in Kombination. Die Abbildung 6.5 zeigt die Rotation um alle drei Achsen. Das Trägheitsmoment und die Belastungen sind dabei für alle Achsen gleich. Wie erwartet drehen sich nur die Koordinatenachsen, aber nicht der resultierende Vektor der Koordinatenachsen.

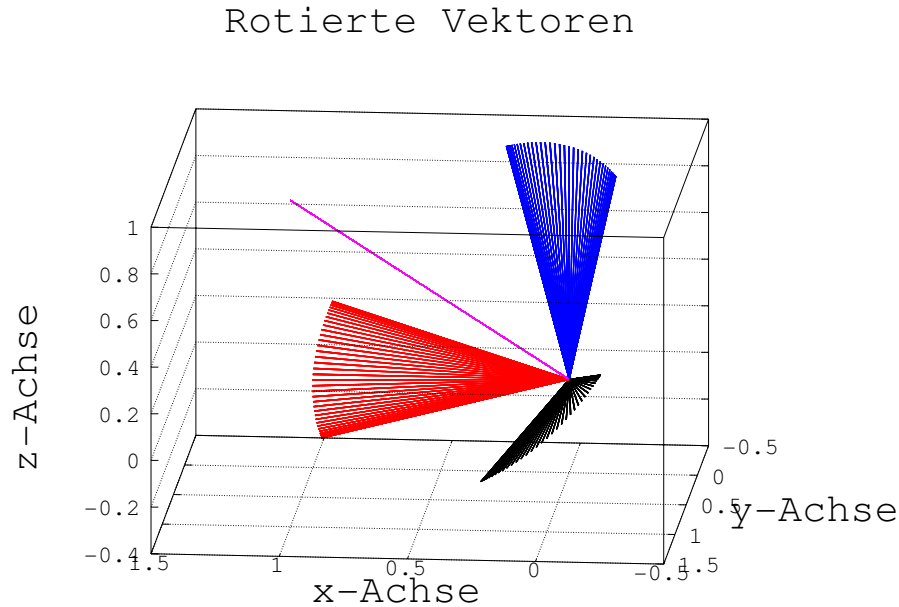


Abbildung 6.5: Rotation um alle drei Achsen

Zur weiteren Überprüfung wurde ein freier symmetrischer Kreisel berechnet. Dieser Testfall wird auch in der Arbeit von Leroyer et al. [28] benutzt, um die Quaternionen zu überprüfen. Als Randbedingung wurde ein fester Rotationsgeschwindigkeitsvektor (siehe Gl. (6.4)) vorgegeben, wovon zwei Komponenten ungleich null sind. Der Rotationsgeschwindigkeitsvektor fällt nicht mit einer der Hauptachsen zusammen. In diesem Fall ist der Rotationsgeschwindigkeitsvektor eine lineare Kombination aus einer Rotation um die x- und die z-Achse. In der Abbildung 6.6(a) ist der Ausgangszustand dargestellt. Der Drehimpulsvektor besteht aus den Komponenten $\dot{\varphi}_x J_{xx}$ und $\dot{\varphi}_z J_{zz}$. Der Zylinder taumelt um den Drehimpulsvektor, während er sich noch um seine lokale z-Achse dreht. Für den Kreisel wurde ein Trägheitsmoment eines Zylinders verwendet ($J_{xx} = J_{yy} = 2$; $J_{zz} = 1$). Die Abbildung 6.6(b) zeigt das Resultat. Der magentafarbene Vektor repräsentiert den Drehimpulsvektor. Dieser ist über die Zeit konstant. Der Kreisel taumelt um den Drehimpulsvektor (blauer Kegel). Der blaue Kegel zeigt die z-Achse des Körpers während einer Umdrehung um den Drehimpulsvektor. Die schwarze Ebene repräsentiert die y-Achse während einer Umrundung. Der blaue Kegel der lokalen z-Achse wird auch Nutationskegel genannt. Die Ebene aus der y-Achse wird auch als invariable Ebene bezeichnet. Dass

die invariable Ebene mit der rotierten y-Achse zusammenfällt, liegt an der Konstruktion des Rotationsgeschwindigkeitsvektor, da dieser aus einer linear Kombination von z- und x-Achse erstellt wurde. Um die Rotation besser überprüfen zu können, wurde dieselbe Rotation, mit einer Rotationsmatrix in der Euler-Darstellung durchgeführt. Das Ergebnis daraus sind die Punkte (grün, rot) in Abbildung 6.6(b), an den Enden der Vektoren, die durch die Rotation mit den Quaternionen erzeugt wurden. Es ist gut zu erkennen, dass beide Rotationen identisch sind. Der Verlauf der Komponenten des Quaternion, die zu der Rotation des freien symmetrischen Kreisels gehören, sind in Abbildung 6.7(a) dargestellt. Die Summe der Quadrate der Komponenten ergibt immer eins ($q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1$). Die Gleichungen (6.5) geben die analytische Lösung, für die Winkel des freien symmetrischen Kreisels, wieder. Anhand dieser Gleichungen wurde die numerische mit der analytischen Lösung verglichen. Die Abbildung 6.7(b) zeigt den Verlauf der Winkel über die Zeit. Die analytische Lösung stimmt mit der numerischen überein und der Winkel φ_y bleibt 0, da auch die Rotationsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_y = 0$ ist.

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_x &= \frac{l}{J_{xx}} \\ \dot{\varphi}_z &= l \left(\frac{1}{J_{zz}} - \frac{1}{J_{xx}} \right) \end{aligned} \tag{6.4}$$

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \frac{l}{J_{xx}} t \\ \varphi_z &= l t \left(\frac{1}{J_{zz}} - \frac{1}{J_{xx}} \right) \end{aligned} \tag{6.5}$$

mit $l = \sqrt{J_{xx}^2 + J_{zz}^2}$

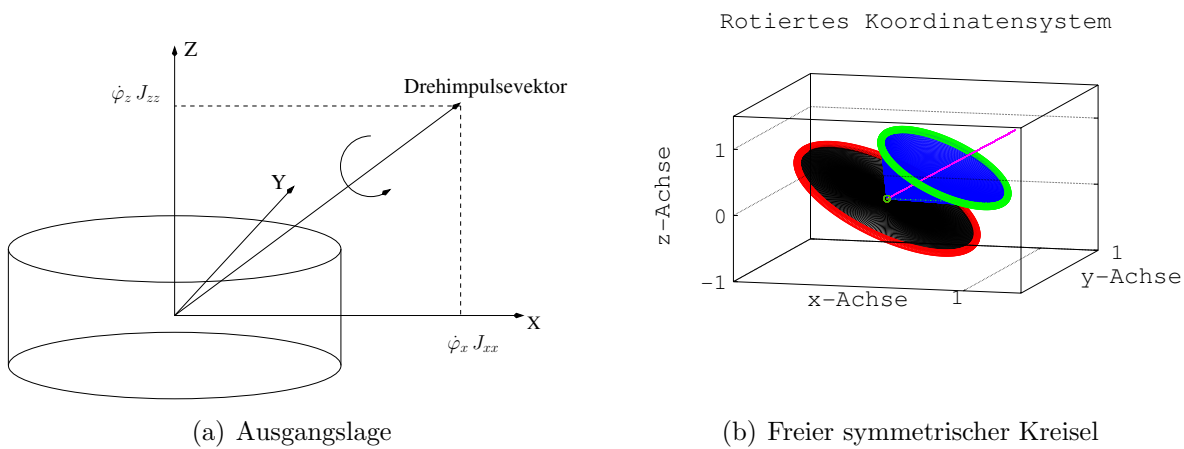
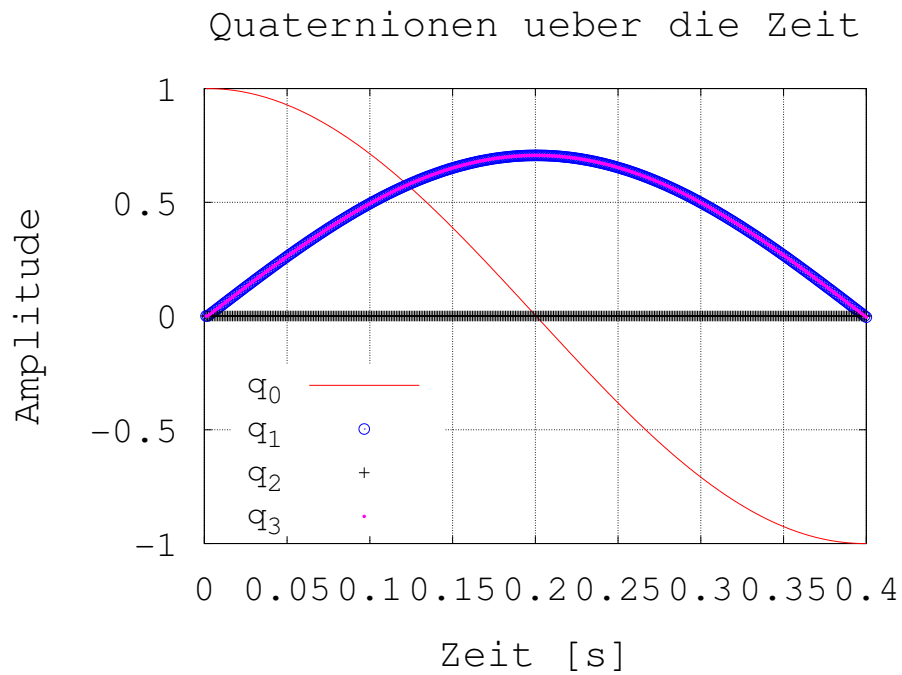
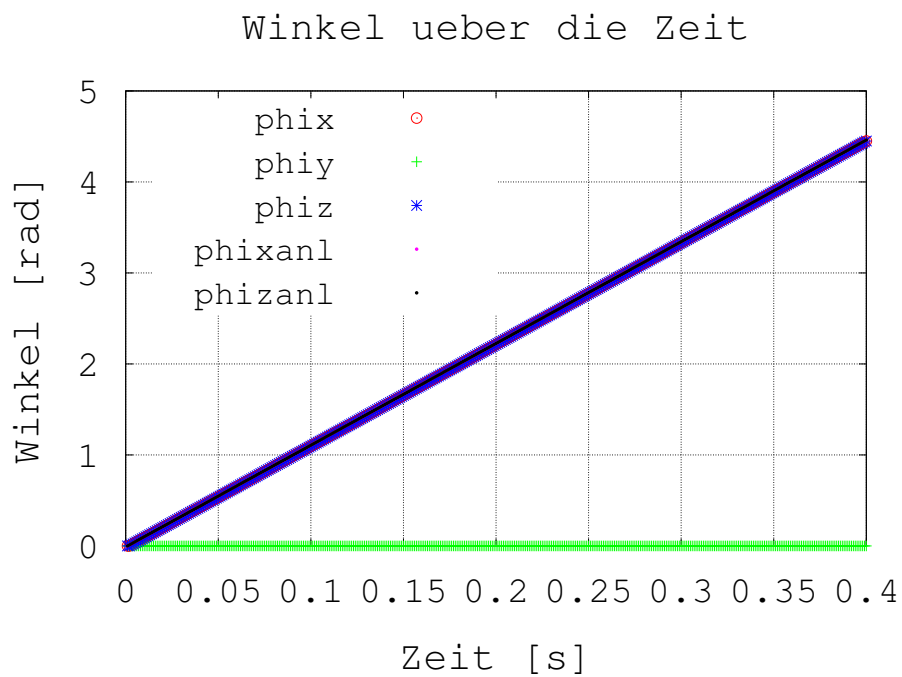


Abbildung 6.6: Testfall des freien symmetrischen Kreisels



(a) Komponenten eines Quaternion



(b) Vergleich der Winkel

Abbildung 6.7: Überprüfung der Winkel

6.2 Frei beweglicher Zylinder

In diesem Abschnitt wird die gekoppelte Simulation überprüft und mit Ergebnissen aus der Literatur [38, 24] verglichen. Dafür wird das Gitter aus dem Testfall des festen Zylinders genommen. Die Simulation wird mit einem voll ausgebildeten Strömungsfeld des festen Zylinders begonnen. Auf Grund des Gitters, der Deformation und der Randbedingungen können nur die translatorischen Freiheitsgrade in x- und y-Richtung simuliert werden. Die Abbildung 6.8 zeigt schematisch wie die Freiheitsgrade am Körper angreifen. Im weiteren gibt es mehrere Unterabschnitte für die jeweilige Art der Simulation. Es wird eine laminare Simulation bei $Re = 200$ durchgeführt und eine turbulente Simulation mit einem LES-Modell. Die turbulenten Berechnungen finden zwischen $Re = 975$ und $Re = 15000$ statt.

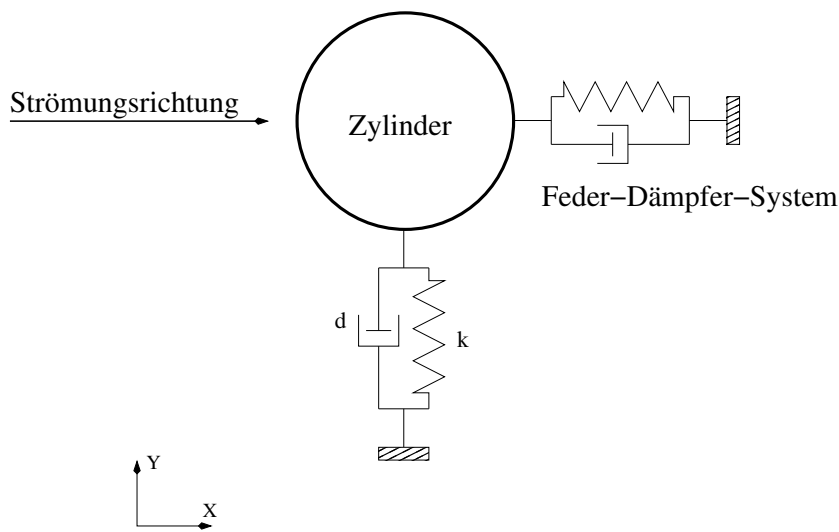


Abbildung 6.8: Zylinder mit zwei Freiheitsgraden

Bei der Simulation von beweglichen Körpern in Fluiden tritt ein Phänomen auf, welches als zusätzliche Masse im System interpretiert werden kann. Da der Körper sein Volumen an Fluid verdrängt, muss auch diese Masse des verdrängten Fluids be- bzw. entschleunigt werden. Diese virtuelle Masse wirkt wie eine zusätzliche Massenträgheit und sorgt somit bei gleicher Anregung für eine trägere Reaktion des Systems, die Periodendauer wird länger und die Amplitude kleiner. Charakterisieren lässt sich dieser Effekt der virtuellen Masse über das Verhältnis von Körpermasse zu beschleunigter Fluid-Masse:

$$\frac{m_{Body}}{m_{Fluid}} \quad \text{mit} \quad m_{Body} := \text{Masse des Körpers und} \\ m_{Fluid} := \text{beschleunigte Fluid-Masse.} \quad (6.6)$$

Dieses Verhältnis beschreibt, ob der Effekt der virtuellen Masse vernachlässigt werden kann oder nicht. Ist das Verhältnis groß, weil der Körper viel schwerer ist als die Masse des beschleunigten Fluids, so kann dieser Effekt vernachlässigt werden. Geht das Verhältnis aber gegen $\frac{m_{Body}}{m_{Fluid}} = 1$ oder sogar darunter, wie es z.B. bei einem dünnwandigen Stahlrohr in Wasser der Fall sein könnte, so spielt dieser Effekt eine große Rolle. Das dynamische Verhalten wird dann maßgebend von der beschleunigten Masse bestimmt und

nicht mehr von der Masse des Bauteils.

Am Beispiel des hier verwendeten frei beweglichen Zylinders soll nun der Einfluss der virtuellen Masse demonstriert werden. Die Federsteifigkeit wird so gewählt werden, dass die Eigenfrequenz des Fluid-Struktur-Systems $f_n^* = f_s$ durch die periodische Wirbelablösung am Zylinder angeregt wird. Auch bei kleinen Dämpfungen wird sich dieses System nicht aufschaukeln und unendliche Amplituden erreichen, denn bereits Griffin [21] hat schon 1992 gezeigt, dass die wirbelinduzierte Schwingung ein sich selbst limitierender Prozess ist. Je größer aber das Massenverhältnis ist, desto weniger limitiert sich das System selbst. Für ein System im Vakuum ist die Eigenfrequenz nach Gleichung (6.7) definiert. Für ein System in einem Fluid ergibt sich Gleichung (6.8). Setzt man diese nun ins Verhältnis (siehe Gl. (6.9)) so zeigt sich, dass der Unterschied nur von den beteiligten Massen abhängt.

$$f_n = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_{Body}}}}{2\pi} \quad \text{Eigenfrequenz im Vakuum} \quad (6.7)$$

$$f_n^* = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_{eff}}}}{2\pi} \quad \text{Eigenfrequenz für Fluid-Struktur-System} \quad (6.8)$$

$$\frac{f_n}{f_n^*} = \sqrt{\frac{m_{eff}}{m_{Body}}} \quad \text{mit } m_{eff} = m_{Body} + m_{Fluid} \quad (6.9)$$

mit $m_{eff} :=$ effektive Masse.

Durch Gleichung (6.10) wird aus der Eigenfrequenz und der effektiven Masse die Federsteifigkeit für einen Einmassenschwinger im Resonanzfall bestimmt. Anhand dieser Gleichung ist leicht zu erkennen, dass es ein Minimum für k gibt und zwar für den Fall, dass die Masse des Körpers m_{Body} gegen 0 strebt. In diesem Fall bestimmt nur noch die Masse des beschleunigten Fluids die Steifigkeit. Das bedeutet für Bauwerke z.B. im Wasser, wo das Massenverhältnis deutlich unter 1 liegen kann, dass die Steifigkeit der Aufhängung primär vom beschleunigten Wasservolumen abhängt. Würde man die Steifigkeit nur über die Masse des Körpers bestimmen, so hätte dies zu große Verformungen zur Folge und könnte die Aufhängung zerstören. Aber auch im Fall einer zu weichen Aufhängung dürfte das System nach Griffin [21] nur mit einer beschränkten Amplitude schwingen.

$$k = (2\pi f_n^*)^2 m_{eff} = (2\pi f_s)^2 m_{eff} \quad (6.10)$$

mit $f_s :=$ Wirbelablösefrequenz für festen Zylinder

6.2.1 Laminare Strömung bei $Re = 200$

Der erste Fall baut auf dem Test des festen Zylinders auf, nur mit einer leicht erhöhten Reynoldszahl. Auch hier wird laminar und zweidimensional gerechnet. Die Zeitdiskretisierung auf der Fluidseite geschieht mittels des Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahren und auf der Strukturseite wird das Newmark-Verfahren verwendet. Das Gitter ist in zwei Blöcke aufgeteilt, wird aber nur auf einem Prozessor gerechnet. Die Einstellungen und Eigenschaften der Simulationen sind in der Tabelle 6.2 dargestellt. Für alle Simulationen gilt $U_\infty = 1 \text{ m/s}$, $\eta = 0.005 \text{ Pa s}$ und $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$.

Tabelle 6.2: Einstellungen und Eigenschaften für $Re = 200$ für Translationsfreiheitsgrade.

DOF	S_g	M^*	k [N/m]	SubIt.	Est. Dist.	Δt [s]
x, y	1	1	2.6687	1	f	10^{-5}
x, y	0.1	1	2.6687	1	f	10^{-5}
x, y	0.01	1	2.6687	1	f	10^{-5}
x, y	1	10	17.031	1	f	10^{-5}
x, y	0.0031	10	26.687	1	f	10^{-5}
x, y	1	0.1	1.3982	20	t	10^{-5}

In der Literatur wird als dimensionsloser Dämpfungsparameter oft S_g verwendet. Die Definition ist in Gleichung (6.11) nachzulesen. Der dimensionslose Dämpfungsparameter hängt von der Strouhalzahl (St), dem Massenverhältnis (M^*) und der Dämpfung (D_L) ab. Im Massenverhältnis steckt der Einfluss des *Added-Mass*-Effekts, in der Strouhalzahl wird der Einfluss der Wirbelablösefrequenz des festen Zylinders, berücksichtigt. Durch Umstellen von Gleichung (6.11) nach D_L kann die Lehrsche Dämpfung bestimmt werden (siehe Gl. (6.12)). Die Simulationen im laminaren Regime sollen mit $S_g = 1, 0.1$ und 0.01 für $M^* = 1$ durchgeführt werden, um sie mit den Ergebnissen von Zhou et al. [38] und Münsch et al. [4] vergleichen zu können. In der Veröffentlichung von Zhou et al. [38] wurden Analysen über die Schwingungsamplitude durchgeführt, in dem die Eigenfrequenz der Federaufhängung zwischen $0.5 f_s$ und $4.5 f_s$ variiert wurde. Dabei stellte sich heraus, dass die maximale Amplitude bei $f_n \approx 1.3 f_s$ für ein Massenverhältnis von $M^* = 1$ liegt. Dieser Faktor von ca. 1.3 kommt aus der Gleichung (6.9), welche den Einfluss des *Added-Mass*-Effekts auf die Eigenfrequenz des Fluid-Struktur-Systems beschreibt. Bei größeren Massenverhältnissen rücken die Eigenfrequenzen des Struktursystems und des Fluid-Struktur-Systems immer näher zueinander, da die Gleichung (6.9) gegen 1 strebt. Die Federsteifigkeiten für die laminaren Berechnungen sind so gewählt, dass die Eigenfrequenz des Gesamtsystems angeregt wird ($f_n = 1.3 f_s$ bzw. $f_n^* = f_s$). Für den Zylinder kann die beschleunigte Fluidmasse direkt über $m_{Fluid} = \rho\pi D^2 h/4$ bestimmt werden.

$$S_g = 8\pi^2 St^2 D_L M^* \quad \text{mit} \quad M^* = \frac{m_{Body}}{\rho D^2 h} \quad \text{und} \quad D_L = \frac{d}{2\sqrt{k m}} \quad (6.11)$$

$$\Rightarrow D_L = \frac{S_g h}{8\pi^2 St^2 M^*} \quad (6.12)$$

6.2.2 Ergebnisse für Massenverhältnis $M^* = 1$

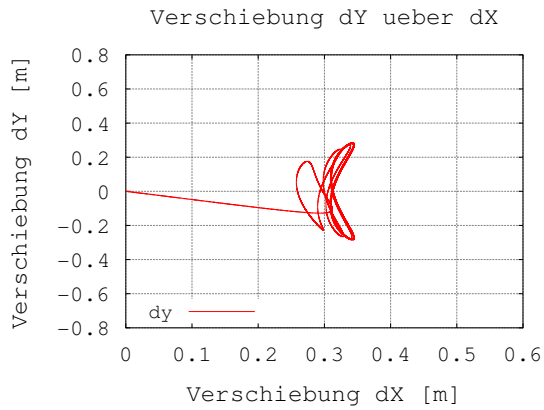
Die Simulationen mit dem Massenverhältnis $M^* = 1$ wurden ohne FSI-Subiteration und ohne Vorausschätzung der Verformung mit dem Newmark-Verfahren durchgeführt. Die Lösung der Bewegungsgleichung geschieht im Korrektor-Schritt. Für das Massenverhältnis $M^* = 1$ haben Untersuchungen gezeigt, dass die Verwendung der Vorausschätzung der Verformung keinen Einfluss auf das Ergebnis hat. Die Abbildungen 6.9 bis 6.11 zeigen die Bewegung des Zylinders mit den Freiheitsgraden in x- und y-Richtung und die Referenz-

bewegungen von Zhou et al. [38] und Münsch et al. [4]. Das Massenverhältnis ist bei allen Berechnungen $M^* = 1$, aber die dimensionslose Dämpfung S_g variiert. Desto geringer die Dämpfung, um so stärker wird die Form einer Acht, verzerrt. Vergleicht man die Abbildungen 6.11(a) und 6.10(a) miteinander, so stellt man fest, dass der Zuwachs in der Amplitude nur sehr gering ist, im Verhältnis zum Amplitudenunterschied zwischen den Bildern 6.9(a) und 6.10(a). Dieses Verhalten zeigt den selbst limitierenden Charakter von wirbelinduzierten Schwingungen. Jeweils rechts neben dem gesamten Verlauf der Bewegung ist die letzte Schleife der Bewegung dargestellt (siehe Abb. 6.9(b), 6.10(b) und 6.11(b)). Betrachtet man den zeitlichen Verlauf der Bewegung so stellt man fest, dass sich die Acht der Bewegung mit der Zeit verschiebt und das für eine Dämpfung von $S_g = 0.1$ am stärksten. Bei einer Dämpfung von $S_g = 1$ ist die Verschiebung der Laufbahn am kleinsten und für $S_g = 0.01$ ist die Verschiebung der Laufbahn geringer, als bei $S_g = 0.1$. Diese Abhängigkeit kann bei den Ergebnissen von Zhou et al. [38] (siehe Abb. 6.9(c), 6.10(c) und 6.11(c)) und Münsch et al. [4] (siehe Abb. 6.9(d) und 6.11(d)) ebenfalls wiedergefunden werden. Dieses Phänomen des Wanderns der Laufbahn tritt bei den Simulationen von Zhou et al. [38] stärker auf, als bei Münsch et al. [4] und den Simulationen dieser Arbeit.

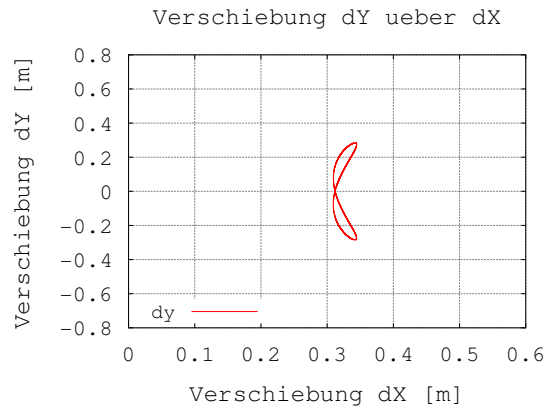
Zum Vergleich des Zusammenhangs von Belastung und daraus folgender Bewegung des Zylinders dienen die Abbildungen 6.12. In den Abbildungen 6.12(a) bis 6.12(c) sind die Verläufe des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert für die unterschiedlichen Dämpfungen dargestellt. Vergleicht man den Verlauf der Bewegung aus Abbildung 6.9(a) mit dem Verlauf des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert aus Abbildung 6.12(c), so sind diese Deckungsgleich für eine starke Dämpfung von $S_g = 1$. Bei den weniger gedämpften Testfällen ist beim Verlauf des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert nur eine kleine Differenz zwischen den unterschiedlichen Dämpfungen $S_g = 0.01$ (siehe Abb. 6.12(a)) und $S_g = 0.1$ (siehe Abb. 6.12(b)) zu erkennen, wie es beim Verlauf der Bewegung auch schon der Fall war. Was aber auffällt im Vergleich zu der Dämpfung mit $S_g = 1$ ist, dass die Bahn keine Form einer Acht mehr hat, sondern sich ein zweites mal im oberen Verlauf kreuzt. Desweiteren sind die Richtungsänderungen im Verlauf schärfer und es gibt fast gerade Abschnitte im Verlauf des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert. Beim Vergleich von Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert (siehe Abb. 6.12(a) und 6.12(b)) und dem Bewegungsverlauf (siehe Abb. 6.11(a) und 6.10(a)) für die Dämpfungen $S_g = 0.01$ und $S_g = 0.1$ stellt man fest, dass die Verläufe nicht mehr Deckungsgleich sind und die Bewegung des Zylinders nicht mehr direkt dem Verlauf der Belastung folgt.

Vergleicht man den Verlauf der Verschiebung in x- und y-Richtung als Funktion der Zeit in den Abbildungen 6.13(a) bis 6.15(a) miteinander, so fällt auf, dass der Verlauf der y-Verschiebung in allen drei Fällen einem Sinus gleicht. Der Verlauf der x-Verschiebung unterscheidet sich jedoch stark. Die beiden weniger gedämpften Simulationen (siehe Abb. 6.13(a) und 6.14(a)) zeigen eine Überlagerung von zwei Schwingungen in der x-Verschiebung. Die Strouhalzahlen dieser beiden Schwingungen sind in Tabelle 6.4 als St_1 und St_2 angegeben. St_1 entspricht etwa der Strouhalzahl des Widerstandsbeiwertes des festen Zylinders und St_2 spiegelt die Strouhalzahl des Auftriebsbeiwertes des festen Zylinders wieder. In der Tabelle 6.4 sind der Mittelwert der x-Verschiebung sowie die RMS-Werte der x- und y-Verschiebung angegeben.

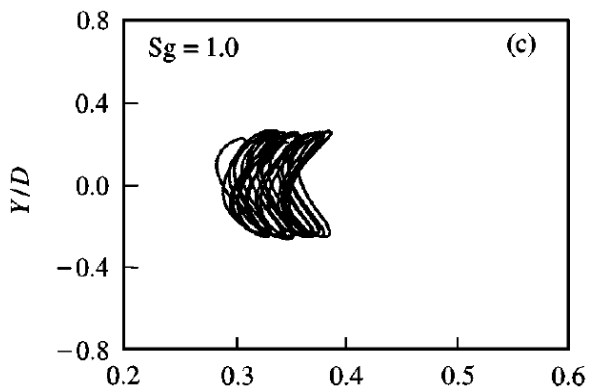
Für die weniger gedämpften Berechnungen mit einer Dämpfung von $S_g = 0.1$ und $S_g =$



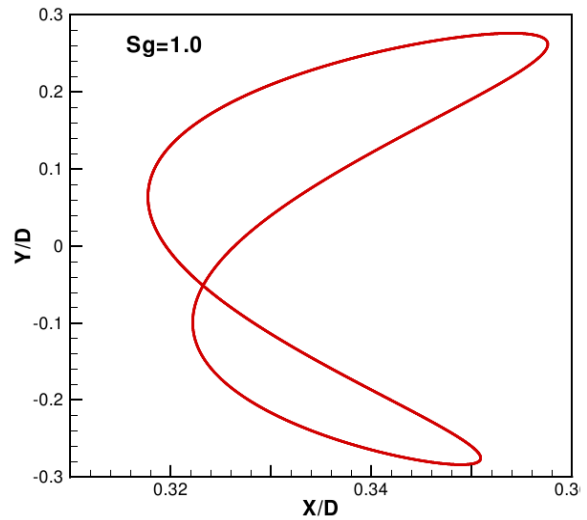
(a) Gesamter Verlauf



(b) Letzte Schleife

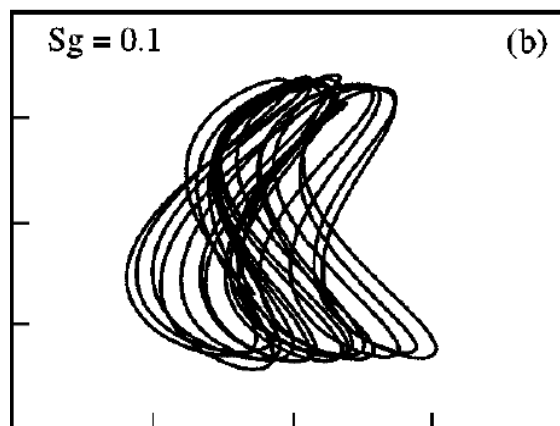
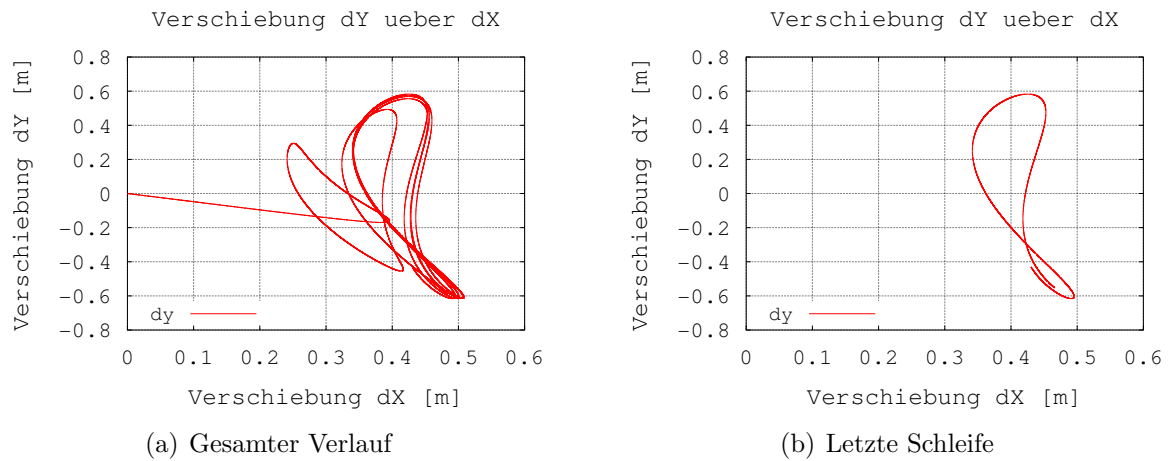


(c) Referenz von Zhou



(d) Referenz von Münsch et al.

Abbildung 6.9: Zylinderbewegung für Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 1$.



(c) Referenz von Zhou

Abbildung 6.10: Zylinderbewegung für Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.1$.

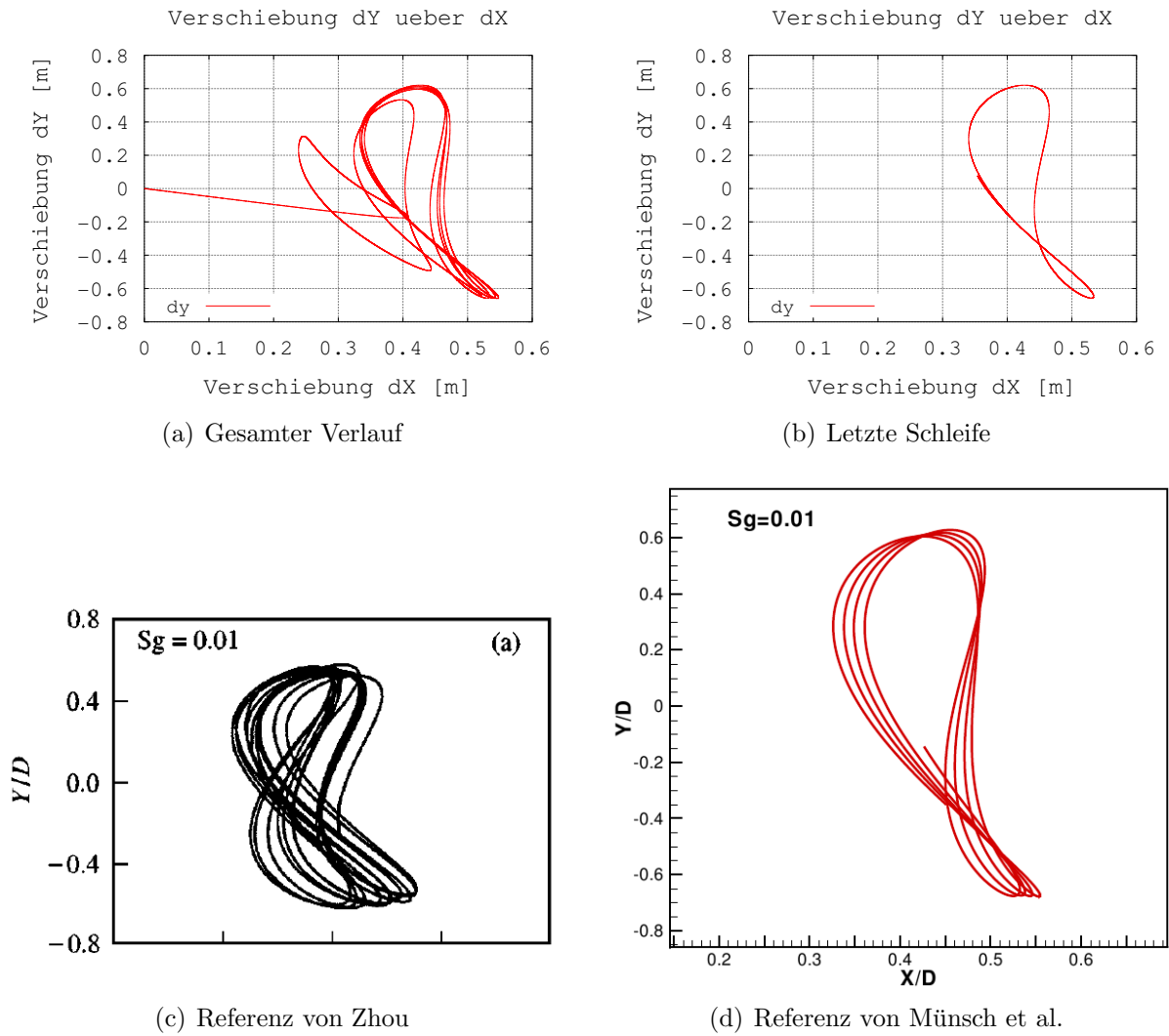


Abbildung 6.11: Zylinderbewegung für Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.01$.

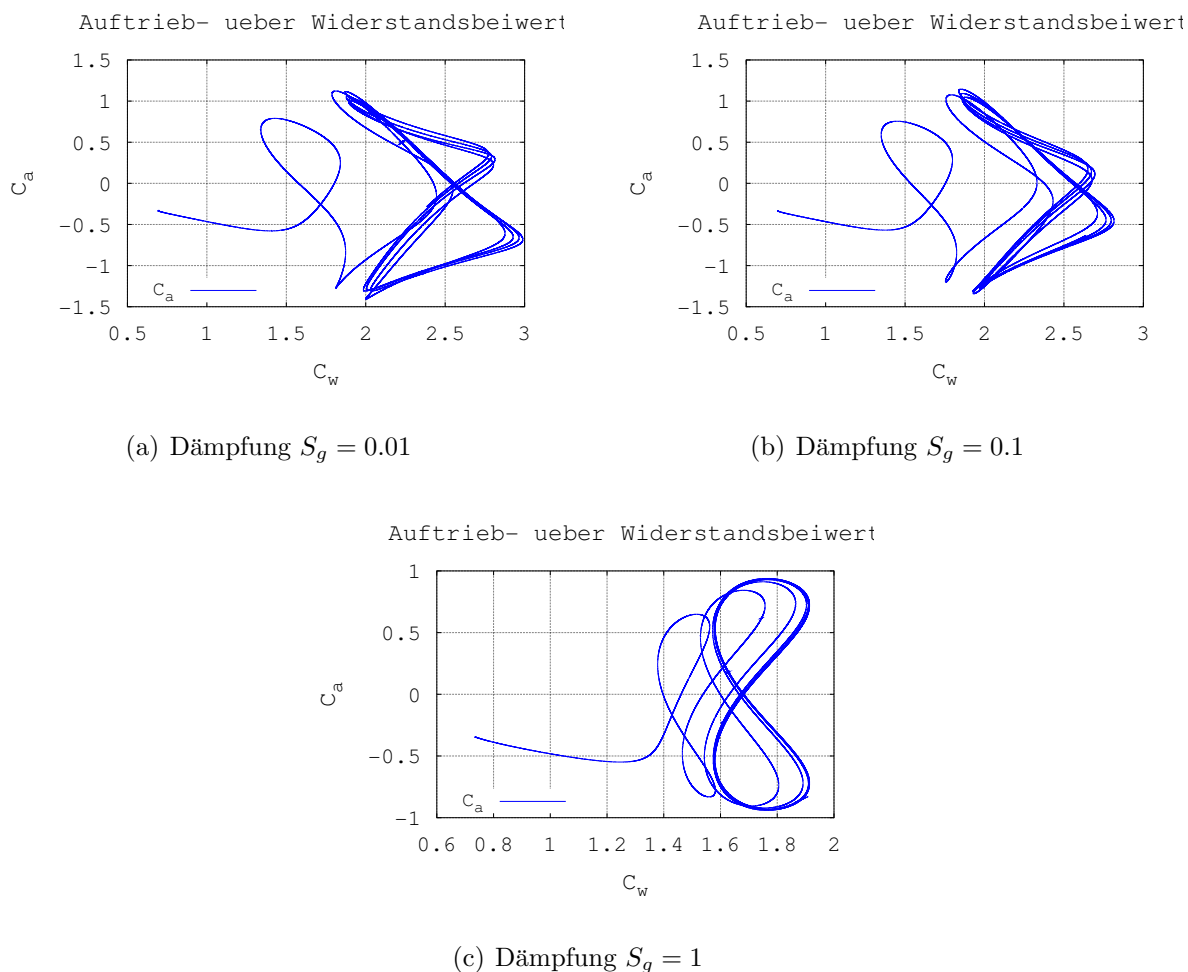


Abbildung 6.12: Auftriebsbeiwert über Widerstandsbeiwert für Massenverhältnis $M^* = 1$

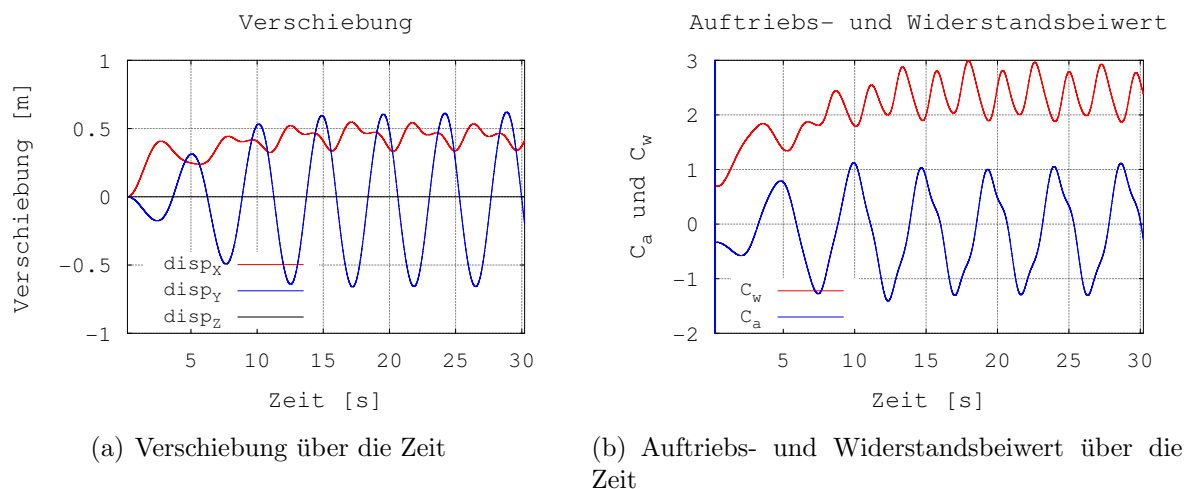
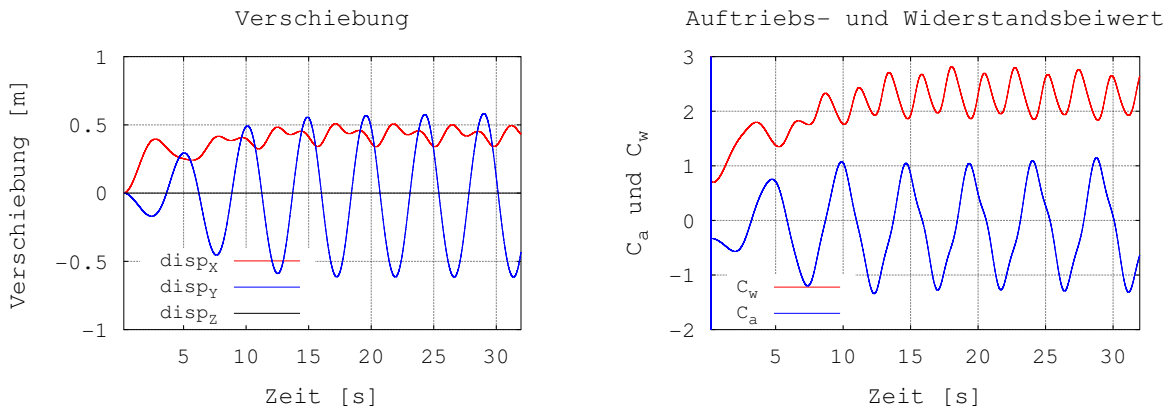


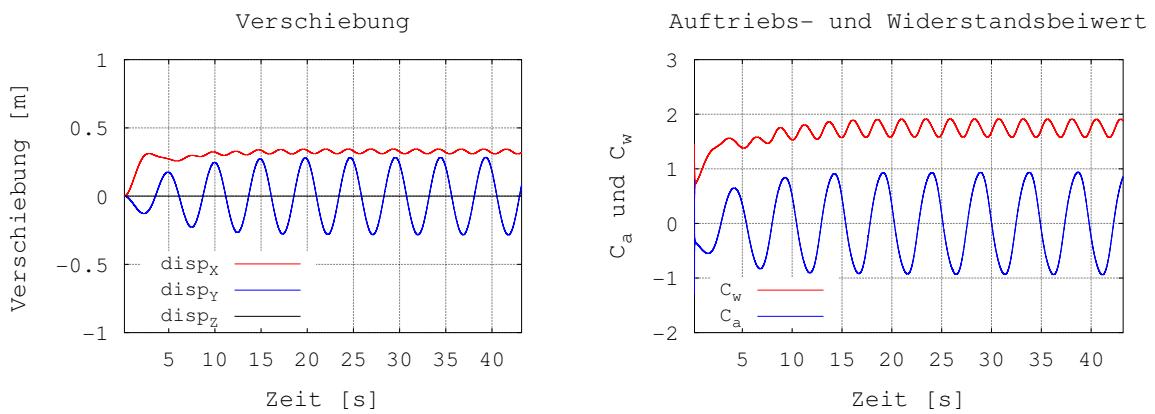
Abbildung 6.13: Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.01$



(a) Verschiebung über die Zeit

(b) Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über die Zeit

Abbildung 6.14: Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 0.1$



(a) Verschiebung über die Zeit

(b) Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über die Zeit

Abbildung 6.15: Massenverhältnis $M^* = 1$ und Dämpfung $S_g = 1$

0.01 ist im Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes in den Abbildungen 6.13(b) und 6.14(b) die Überlagerung einer zweiten Schwingung ebenfalls zu erkennen. In der Tabelle 6.3 sind die Strouhalzahlen, die Mittelwerte des Widerstandsbeiwertes und die RMS-Werte des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes angegeben. Für eine Dämpfung mit $S_g = 1$ (siehe Abb. 6.15(b)) ist der Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes ein reiner Sinus.

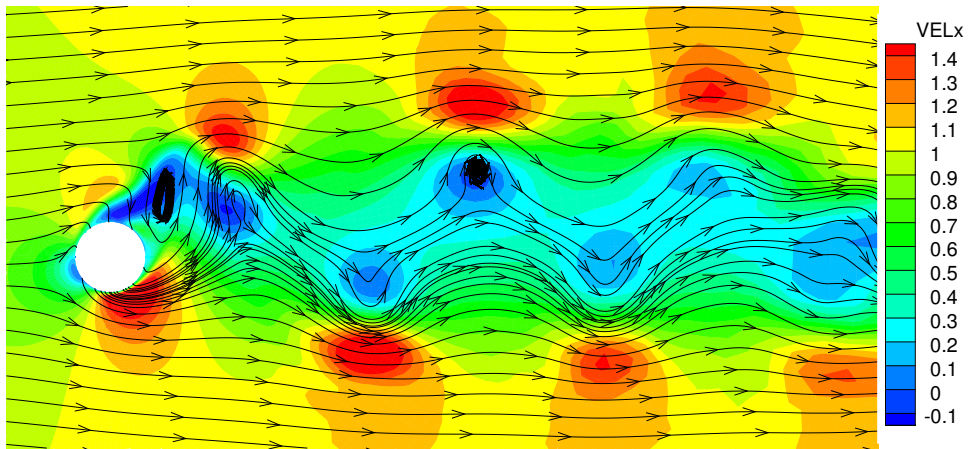
Tabelle 6.3: Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte für freibeweglichen Zylinder

S_g	M^*	$C_{w,m}$	$C_{w,r.m.s}$	$C_{a,r.m.s}$	St_w	St_a
1	1	1.747	0.118	0.665	0.421	0.210
0.1	1	2.281	0.289	0.798	0.441	0.196
0.01	1	2.355	0.328	0.778	0.416	0.231
0.0031	10	1.355	0.036	0.553	0.393	0.197
1	10	1.728	0.202	0.564	0.396	0.198

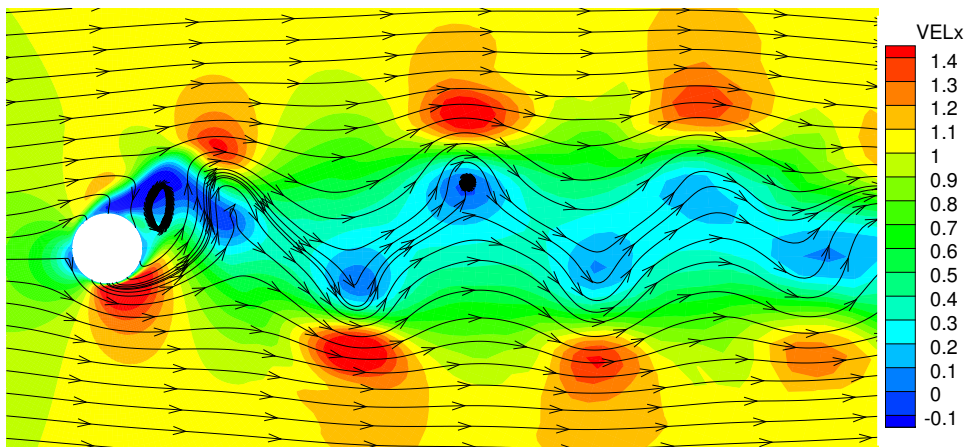
Tabelle 6.4: Auslenkungen für freibeweglichen Zylinder

S_g	M^*	$disp_{x,m}$ [m]	$disp_{x,r.m.s}$ [m]	$disp_{y,r.m.s}$ [m]	St_{disp_x}		St_{disp_y}
					St_1	St_2	
1	1	0.327	0.012	0.199	0.401	-	0.223
0.1	1	0.432	0.046	0.428	0.440	0.200	0.200
0.01	1	0.437	0.060	0.435	0.416	0.231	0.231
0.0031	10	0.0250	0.00059	0.031	0.396	-	0.198
1	10	0.050	0.00266	0.185	0.423	-	0.212

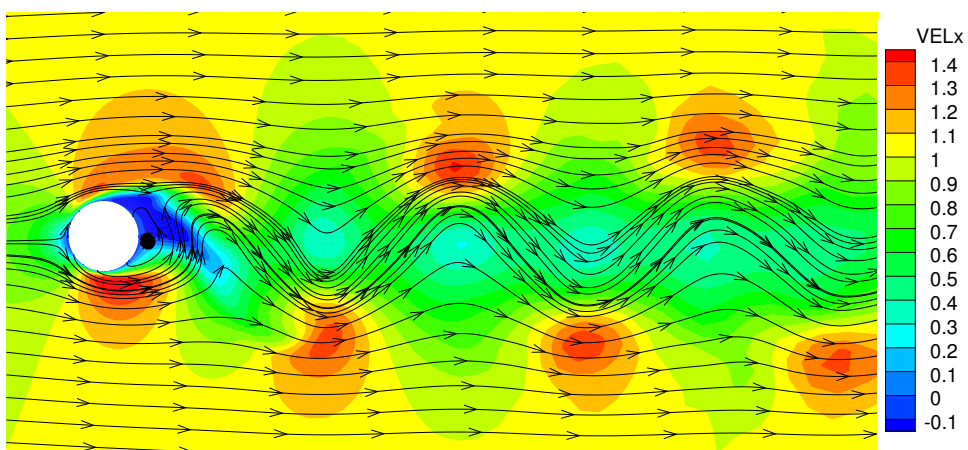
Die Tabelle 6.5 zeigt die minimalen und maximalen Auslenkungen des Zylinders für den eingeschwungenen Zustand. Die unteren Zeilen geben jeweils die Referenzwerte von Breuer und Münsch [4] und Zhou et al. [38] wieder. Es ist leicht zu erkennen, dass die Werte dieser Arbeit dichter bei der von Breuer und Münsch [4] liegen. Dieses ist leicht nachzuvollziehen, da die Basis beider Rechnungen der gleiche FVM-Code ist. Es wurde aber bei Münsch ein anderes Zeitintegrationsverfahren für den Strukturlöser benutzt. Die Abbildung 6.16 zeigt die Kontourplots, der x-Komponente der Geschwindigkeit, für den freibeweglichen Zylinder, mit einem Massenverhältnis von $M^* = 1$. Der Unterschied zwischen Abbildung 6.16(a) und 6.16(b) ist nur minimal. Die Differenz in der Dämpfung hat, wie schon zuvor erwähnt, hier keinen großen Einfluss auf die Strömung. Die Wirbel sind bei der geringeren Dämpfung etwas größer. Ein besonderes Merkmal der Abbildungen 6.16(a) und 6.16(b) ist, dass eine Art von doppelter Wirbelstraße ausgebildet wird. Dagegen zeigt die Abbildung 6.16(c) nur eine einfache Wirbelstraße hinter dem Zylinder und die negativen Geschwindigkeiten in der Wirbelstraße sind nicht so stark ausgeprägt.



(a) Dämpfung $S_g = 0.01$



(b) Dämpfung $S_g = 0.1$



(c) Dämpfung $S_g = 1$

Abbildung 6.16: Kontourplot der Geschwindigkeit in x-Richtung mit Stromlinien für $M^* = 1$.

6.2.3 Ergebnisse bei anderen Massenverhältnissen

Die Simulationen mit Massenverhältnis $M^* = 10$ wurden ebenfalls mit dem Newmark-Verfahren durchgeführt und es wurden auch hier keine FSI-Subiterationen und keine Vorausschätzung der Verformung verwendet. Mit dem Massenverhältnis $M^* = 10$ wurden zwei Berechnungen durchgeführt. Eine bei Anregung mit der Eigenfrequenz des Struktur-Systems ($f_n = 1.03 f_s$) (siehe Gl. 6.7) und der Dämpfung $S_g = 1$. Als zweite Simulation wurde ein Struktur-System mit der Eigenfrequenz ($f_n = 1.3 f_s$) außerhalb der Anregungsfrequenz berechnet. Die Eigenschaften und Einstellungen der Simulationen sind in Tabelle 6.2 nachzulesen.

Bei einem Massenverhältnis von $M^* = 10$ hängt das Schwingungsverhalten hauptsächlich von der Masse des Körpers ab und nicht mehr so stark von der Masse der beschleunigten Fluidmasse, wie es noch bei $M^* = 1$ der Fall war. Dies kann über das Verhältnis aus Gleichung (6.9) begründet werden, da die Eigenfrequenz des Struktur-Systems und des Fluid-Struktur-Systems sehr dicht bei einander liegen. Für die erste Simulation wurde die Steifigkeit und die Dämpfung nach den Gleichungen (6.10) und (6.12) berechnet. Daraus ergibt sich die Eigenfrequenz des Struktursystems zu $f_n = 1.03 f_s$. Bei der zweiten Simulation ist die Steifigkeit mit $f_n = 1.3 f_s$ gewählt, da dort nach Zhou et al. [38] keine Resonanz mehr auftritt.

Die Abbildungen 6.17 und 6.18 zeigen den Bewegungsverlauf für die erste und die zweite Simulation mit $M^* = 10$. Die Bewegung im Resonanzfall (siehe Abb. 6.17(a)) beginnt mit einer runden Bahn und kleiner Amplitude, die aber sehr schnell anwächst, während die Bahn sehr schmal wird. Anders bei einer Anregung außerhalb der Resonanz, da bleibt die Bewegung unregelmäßig (siehe Abb. 6.18(a)) und wird nicht so schmal, auch wenn hier die Amplitude in der x-Verschiebung (siehe Abb. 6.20(b)) abklingt. Die Abbildung 6.17(b)

Tabelle 6.5: Minimale und maximale Auslenkungen für $M^* = 1$

$M^* = 1$		$S_g = 1$	$S_g = 0.1$	$S_g = 0.01$
$(\frac{x}{D})_{min}$	Akt. Arbeit	0.309	0.340	0.335
	Breuer u. Münsch [4]	0.319	-	0.325
	Zhou et al. [38]	0.283	0.282	0.309
$(\frac{x}{D})_{max}$	Akt. Arbeit	0.345	0.508	0.548
	Breuer u. Münsch [4]	0.342	-	0.550
	Zhou et al. [38]	0.386	0.500	0.470
$(\frac{y}{D})_{min}$	Akt. Arbeit	-0.284	-0.618	-0.662
	Breuer u. Münsch [4]	-0.290	-	-0.640
	Zhou et al. [38]	-0.270	-0.541	-0.620
$(\frac{y}{D})_{max}$	Akt. Arbeit	0.284	0.584	0.623
	Breuer u. Münsch [4]	0.280	-	0.610
	Zhou et al. [38]	0.270	0.560	0.560

zeigt die letzte Schleife der Bewegung, für den Fall der Resonanzanregung. In Abbildung 6.18(b) werden genau so viele Zeitschritte für die zweite Simulation dargestellt, wie in Abbildung 6.17(b) für die erste Simulation und die Abbildung 6.18(c) zeigt eine Vergrößerung der Bewegungsbahn für die zweite Simulation. Der Vergleich zwischen diesen beiden Anregungen zeigt für das steifere, aber weniger gedämpfte System einen chaotischeren Verlauf der Bewegung. Die Frequenz der Bewegung ist auch etwa doppelt so hoch, was gut zu erkennen ist wenn man die Verläufe der Verschiebung in den Abbildungen 6.20(a) und 6.20(b) vergleicht. Der Verlauf der Verschiebung (siehe Abb. 6.20(a)) zeigt für den Fall der Resonanzanregung einen Anstieg der Amplitude für die y-Verschiebung. Dass die y-Verschiebung noch nicht konvergiert ist zeigt, dass der selbstlimitierende Effekt der Wirbelinduziertenschwingung mit steigendem Massenverhältnis abnimmt wie es schon Griffin [21] beschrieb.

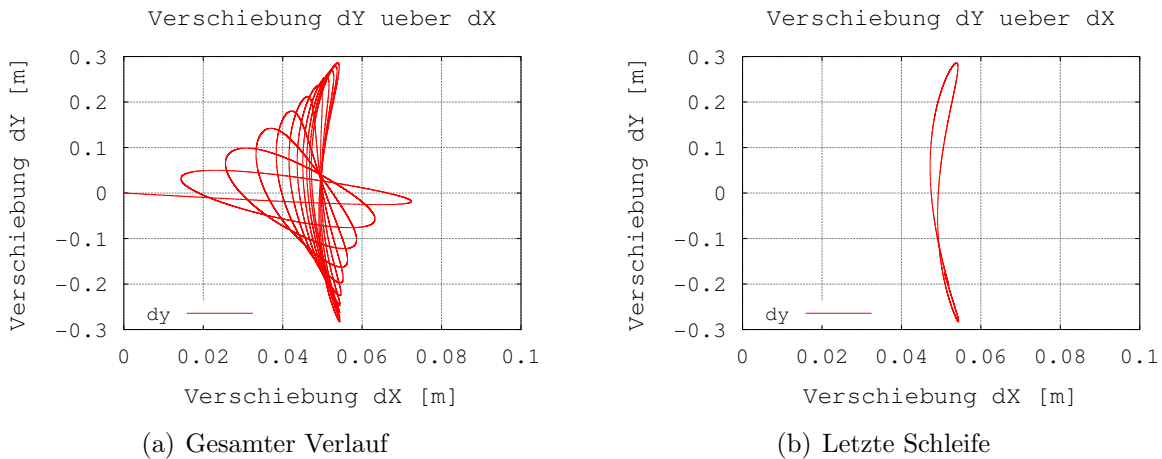


Abbildung 6.17: Zylinderbewegung für $M^* = 10$ und Dämpfung $S_g = 1$.

Die Abbildungen 6.19 zeigen den Verlauf des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert. In Abbildung 6.19(a) ist der Verlauf für eine Dämpfung von $S_g = 1$ dargestellt. Vergleicht man diesen Verlauf mit dem Verlauf der Bewegung aus Abbildung 6.17(a) so stellt man fest, dass nicht der Auftriebsbeiwert steigt sondern der Widerstandsbeiwert. Der Auftriebsbeiwert bleibt in der Amplitude fast konstant, was auch in Abbildung 6.21(a) zu erkennen ist. Für eine Dämpfung von $S_g = 0.0031$ zeigt die Abbildung 6.19(b) den Verlauf des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert. Vergleich man diesen Verlauf mit dem Bewegungsverlauf aus Abbildung 6.18(a) so kann eine größere Regelmäßigkeit in dem Verlauf des Auftriebsbeiwertes über den Widerstandsbeiwert festgestellt werden, als es beim Bewegungsverlauf der Fall ist.

Der Verlauf der Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte in den Abbildungen 6.21(b) und 6.21(a) zeigt kein Abklingen des Widerstandsbeiwertes, wie es die Verformung in x-Richtung in den Abbildungen 6.20(a) und 6.20(b) zeigt. Die Amplitude des Auftriebsbeiwertes in Abbildung 6.21(a) ist über die Zeit konstant im Gegensatz zur Verformung in x-Richtung aus Abbildung 6.17, dagegen steigt aber der Widerstandsbeiwert weiter an. Für eine Dämpfung von $S_g = 0.0031$ (siehe Abb. 6.21(b)) ist kein abklingen oder ansteigen der maximalen und minimalen Werte des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes zu beobachten.

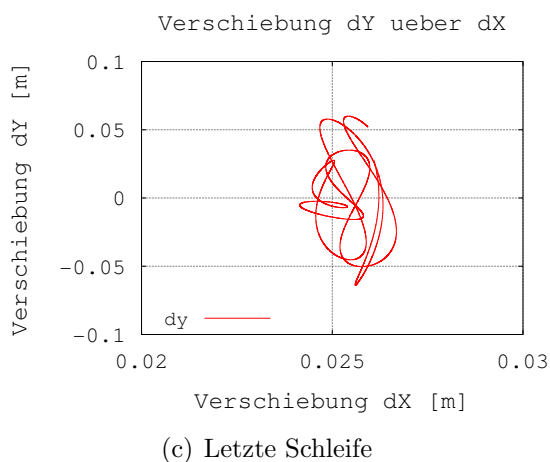
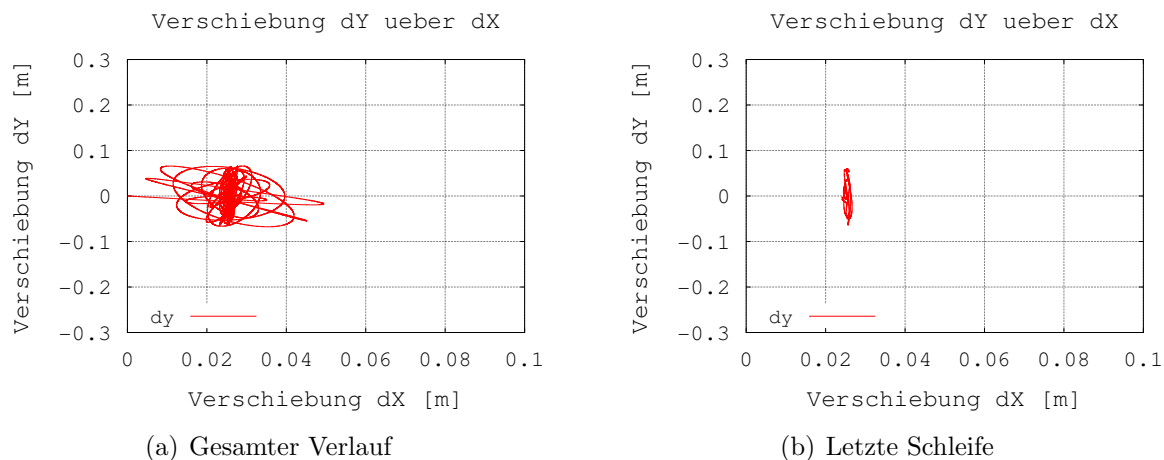


Abbildung 6.18: Zylinderbewegung für $M^* = 10$ und Dämpfung $S_g = 0.0031$.

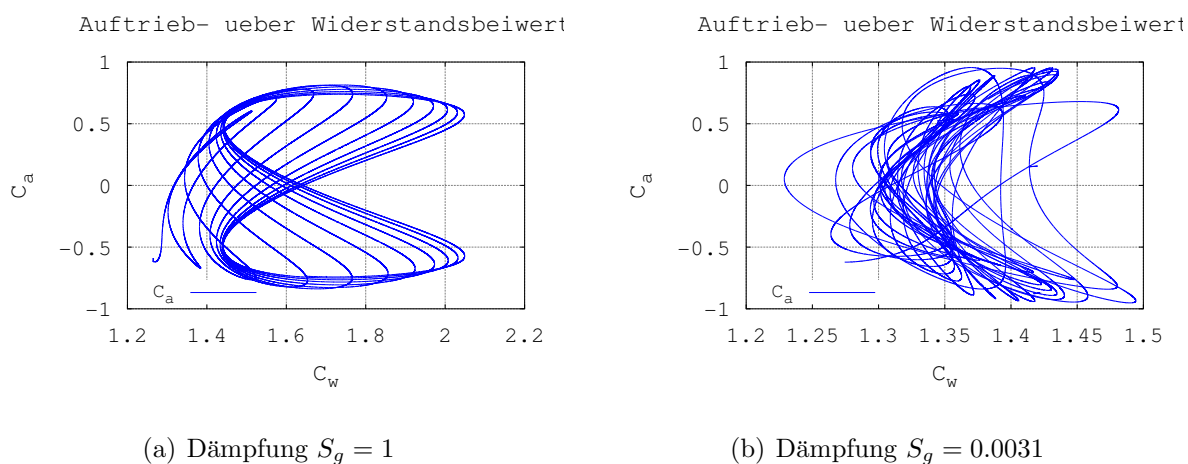
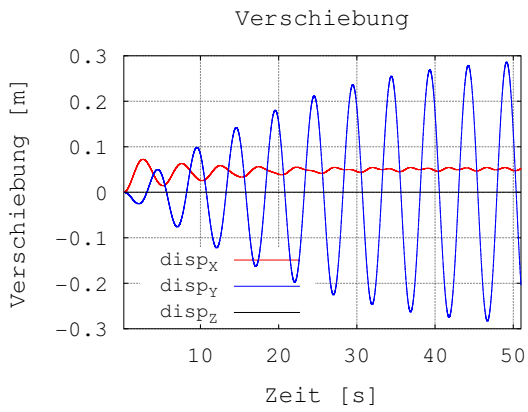
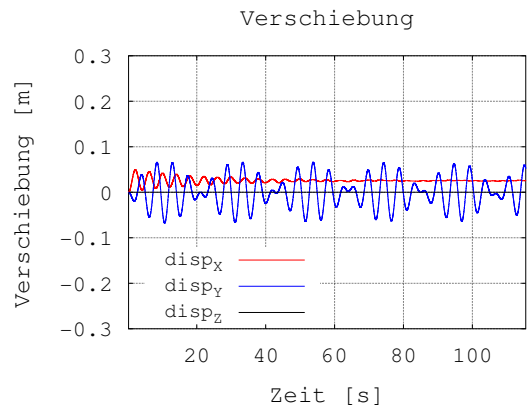


Abbildung 6.19: Auftriebsbeiwert über Widerstandsbeiwert für Massenverhältnis $M^* = 10$

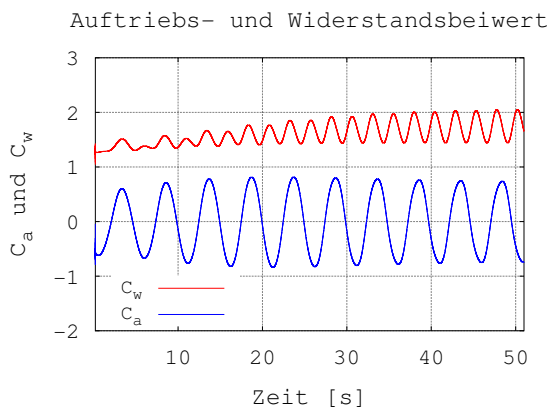


(a) Dämpfung $S_g = 1$

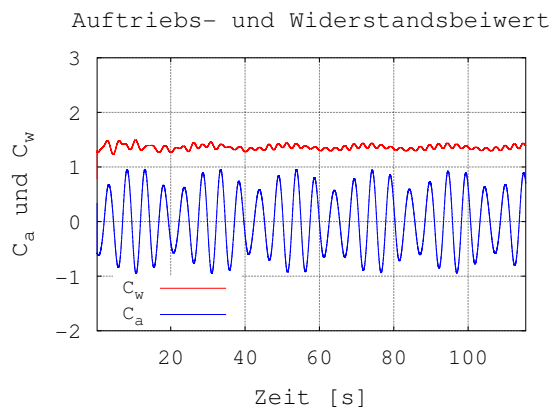


(b) Dämpfung $S_g = 0.0031$

Abbildung 6.20: Verlauf der Verschiebung in x- und y-Richtung für $M^* = 10$.



(a) Dämpfung $S_g = 1$



(b) Dämpfung $S_g = 0.0031$

Abbildung 6.21: Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für $M^* = 10$.

Für die Simulationen mit Massenverhältnis $M^* = 0.1$ konnten keine eingeschwingenen Zustände erreicht werden. Mit diesem niedrigen Massenverhältnis divergierten die Simulation, wenn keine FSI-Subiterationen verwendet wurden. Mit FSI-Subiterationen stieg die Rechenzeit stark an und die Kräfte auf den Körper sprangen von Zeitschritt zu Zeitschritt sehr stark. Der Verlauf der Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte (siehe Abb. 6.22) ist nicht stetig und die Werte des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes sind viel zu groß und unrealistisch. Die Simulationen mit Massenverhältnis $M^* = 0.1$ liefern keine sinnvollen Ergebnisse, da das System viel zu schnell auf die Belastung reagiert. Um dieses Problem in den Griff zu bekommen wurde das Generalized- α -Verfahren implementiert. Ergebnisse der Untersuchungen mit dem Generalized- α -Verfahren sind in Abschnitt 6.2.3.1 dargestellt.

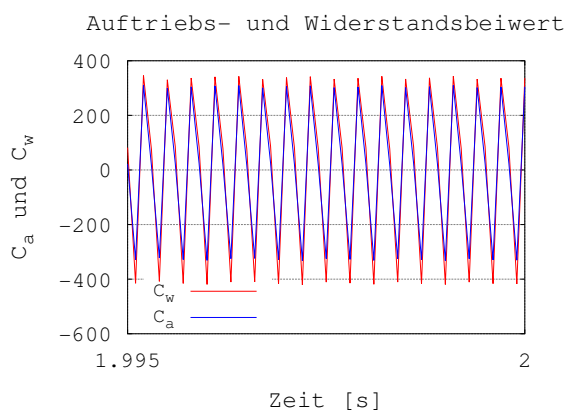


Abbildung 6.22: Auftrieb- und Widerstandsbeiwert über die Zeit für Massenverhältnis $M^* = 0.1$ und Dämpfung $S_g = 1$ mit dem Newmark-Verfahren

6.2.3.1 Hochfrequenzdämpfung mit dem Generalized- α -Verfahren

Das Generalized- α -Verfahren ist eine Weiterentwicklung des Newmark-Verfahrens, welche hochfrequente Schwankungen heraus filtern soll und somit der Simulation mehr Stabilität geben soll. Die Einstellungen der Parameter erfolgt nur über ρ_∞^s und nicht mehr direkt über die Parameter δ und α , wie sie vom Newmark-Verfahren bekannt sind.

ρ_∞^s ist der Dämpfungsparameter des Generalized- α -Verfahrens. Mit ihm werden die hochfrequenten Schwingungen gedämpft. Ist $\rho_\infty^s = 1$, ist die Dämpfung minimiert. Der Vergleich, an Hand des Testfalls mit Massenverhältnis $M^* = 0.1$, von Newmark- und Generalized- α -Verfahren zeigt deutlich den Unterschied beider Verfahren. Das Newmark-Verfahren wurde mit den Parametern $\delta = 0.5$ und $\alpha = 0.25$ verwendet und das Generalized- α -Verfahren wurde mit $\rho_\infty^s = 0.8$ eingesetzt. Die Schwankungen in den Kräften bzw. im Auftriebs- und Widerstandsbeiwert sind beim Newmark-Verfahren (siehe Abb. 6.23(a)) deutlich größer als beim Generalized- α -Verfahren (siehe Abb. 6.23(b)). Im Gegensatz dazu zeigen die Verschiebungen mit dem Newmark-Verfahren keine starken Schwankungen und auch keine unrealistischen Werte. Beim Generalized- α -Verfahren werden deutlich die hochfrequenten Schwingungen, in den Kräften gedämpft. Diese Dämpfung der Hochfrequenten Schwingungen kann während der gesamten Simulation zu beobachten. Die starken Schwankungen bei $M^* < 1$ treten auf, weil die Struktur sehr leicht ist und somit stark beschleunigt wird, was wiederum zu einer großen Gegenreaktion des Fluids führt. Auf Grund

der Hochfrequenzdämpfung eignet sich das Generalized- α -Verfahren besser für Massenverhältnisse $M^* < 1$. Weitere Untersuchungen mit dem Massenverhältnis $M^* = 1$ haben gezeigt, dass das Generalized- α -Verfahren für Massenverhältnisse $M^* > 1$ die selben Ergebnisse liefert wie das Newmark-Verfahren.

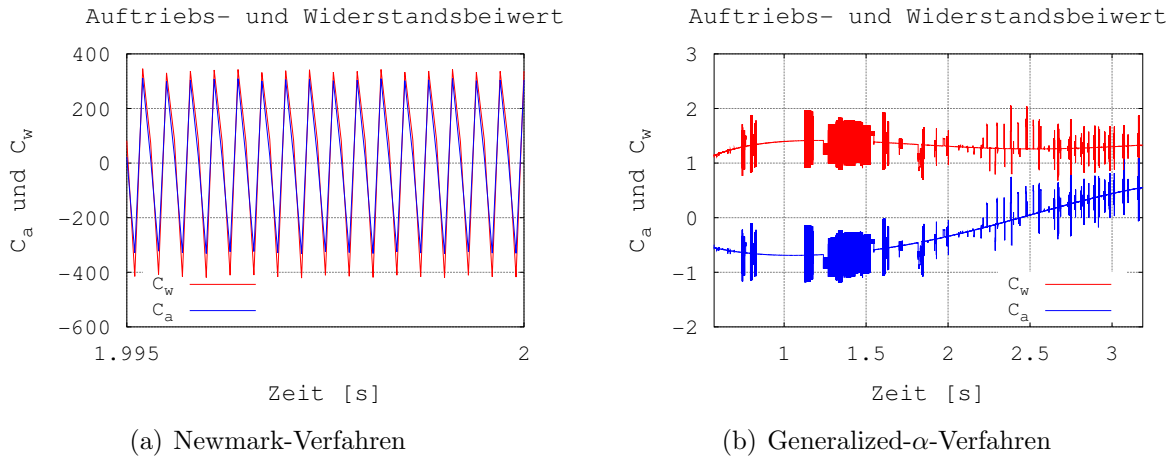


Abbildung 6.23: Auftriebs- und Widerstandsbeiwert über die Zeit für $M^* = 0.1$

6.2.3.2 Einfluss der FSI-Subiterationen und der Unterrelaxierung

FSI-Subiterationen sind Iterationen innerhalb eines Zeitschrittes, bei denen die Verformung der Struktur und die Fluidkräfte auf die Struktur ausgetauscht und aktualisiert werden. Dies geschieht bis zum Erreichen des Konvergenzkriteriums oder bis alle FSI-Subiterationen eines Zeitschrittes aufgebraucht sind. Mit diesen FSI-Subiterationen soll ein besseres Gleichgewicht zwischen Struktur und Strömung erreicht werden.

Zum Vergleich werden jeweils 1000 Zeitschritte mit maximal 100 FSI-Subiterationen pro Zeitschritt gerechnet und der letzte Zeitschritt wird im Weiteren stellvertretend betrachtet. Alle Simulationen werden mit einer Unterrelaxierung der Kräfte von 0.5 durchgeführt und die Dämpfung beträgt $S_g = 1$. Für den Vergleich wurden mit beiden Zeitdiskretisierungs-Verfahren die Massenverhältnisse $M^* = 1$, $M^* = 10$ und $M^* = 0.1$ gerechnet.

Die Abbildung 6.24(a) zeigt den Verlauf des Residuums der Kräfte über die FSI-Subiterationen in einem Zeitschritt mit dem Newmark-Verfahren und die Abbildung 6.24(b) zeigt den selben Residuenverlauf mit dem Generalized- α -Verfahren. Der zeitliche Verlauf sieht bei beiden Verfahren sehr ähnlich aus, vorallem für die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$. Dagegen kann beim Massenverhältnis $M^* = 0.1$ ein größerer Unterschied beobachtet werden, denn mit dem Generalized- α -Verfahren wird ein besseres Residuum erreicht. Das bessere Residuum kann mit dem ruhigeren Verlauf der Kräfte begründet werden, welches schon in Abschnitt 6.2.3.1 diskutiert wurde. Im Gegensatz zum konvergierenden Verlauf mit dem Massenverhältnis $M^* = 0.1$ zeigen die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$ ein gegenteiliges Verhalten, denn bei diesen beiden Massenverhältnissen steigt das Residuum zum Ende der FSI-Subiterationen wieder an. Dieses Verhalten sorgt dafür das alle FSI-Subiterationen ausgenutzt werden und das die FSI-Subiterationen

für diese beiden Massenverhältnisse nie abgebrochen werden. Aus diesem Grund ist dieses Residuum der Kräfte, für die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$, kein geeignetes Konvergenzkriterium.

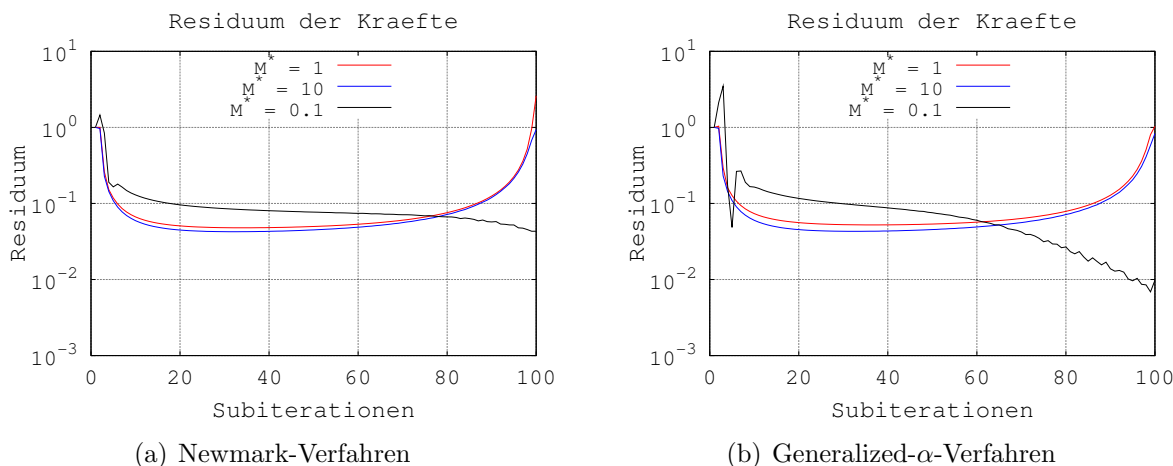


Abbildung 6.24: Residuum der Kräfte über FSI-Subiterationen

Die Abbildungen 6.25(a) und 6.25(b) zeigen den Verlauf des Residuums der Verschiebung für die drei Massenverhältnisse $M^* = 1$, $M^* = 10$ und $M^* = 0.1$ mit dem Newmark-Verfahren und dem Generalized- α -Verfahren. Der Verlauf des Residuums ist für beide Zeitdiskretisierungs-Verfahren sehr ähnlich und die Größenordnungen sind die selben, die erreicht werden. Bei genauerem betrachten stellt man aber fest, dass das Generalized- α -Verfahren für das Massenverhältnis $M^* = 0.1$ ein besseres Residuum erreicht, wie es auch schon für das Residuum der Kräfte festgestellt wurde (siehe Abb. 6.24(a) und 6.24(b)). Das Residuum der Verschiebung für die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$ ist dagegen mit dem Newmark-Verfahren besser, als mit dem Generalized- α -Verfahren (siehe Abb. 6.25(a) und 6.25(b)). Im Vergleich zum Residuum der Kräfte ist das Residuum der Verschiebung für alle Massenverhältnisse geeignet, da es einen stetig fallenden Verlauf zeigt.

In den Abbildungen 6.26(a) und 6.26(b) ist der prozentuale Fehler der Verschiebungen zwischen einer Simulation mit FSI-Subiterationen und einer ohne FSI-Subiterationen aufgetragen. Der Fehler in den Verschiebungen ist für die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$ mit den beiden Zeitdiskretisierungs-Verfahren berechnet worden. Der Fehler ist über die 2-Norm der Verschiebungen berechnet (siehe Gl. 6.13).

$$d_{err} = \frac{\sqrt{dx_{os}^2 + dy_{os}^2} - \sqrt{dx_{ms}^2 + dy_{ms}^2}}{\sqrt{dx_{ms}^2 + dy_{ms}^2}} \quad (6.13)$$

mit $di_{os} :=$ Verschiebung ohne FSI-Subiterationen

$di_{ms} :=$ Verschiebung mit FSI-Subiterationen

Für das Newmark-Verfahren in Abbildung 6.26(a) ist der Anfangsfehler für beide Massenverhältnisse fast identisch, wohingegen beim Generalized- α -Verfahren der Anfangsfehler für das Massenverhältnis $M^* = 1$ deutlich größer ist, als für das Massenverhältnis $M^* = 10$. Im Ganzen sind die Fehler für das Generalized- α -Verfahren ohne

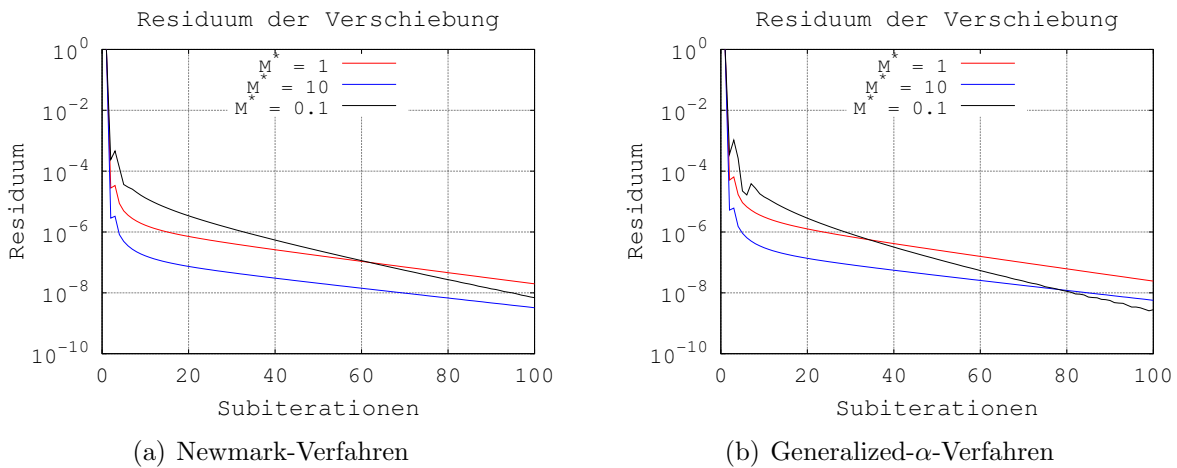


Abbildung 6.25: Residuum der Verschiebung über FSI-Subiterationen

FSI-Subiterationen größer, als für das Newmark-Verfahren ohne FSI-Subiterationen und der Fehler sinkt auch langsamer beim Generalized- α -Verfahren. Dieser Unterschied kann über das dämpfende Verhalten des Generalized- α -Verfahrens erklärt werden. Für beide Zeitdiskretisierungs-Verfahren sinkt der Fehler für das Massenverhältnis $M^* = 10$ mit der Zeit, aber beim Massenverhältnis $M^* = 1$ bleibt der Fehler konstant mit dem Newmark-Verfahren, im Gegensatz zum Generalized- α -Verfahren, wo auch der Fehler für Massenverhältnis $M^* = 1$ mit der Zeit sinkt und gegen den Fehler des Newmark-Verfahrens für Massenverhältnis $M^* = 1$ strebt.

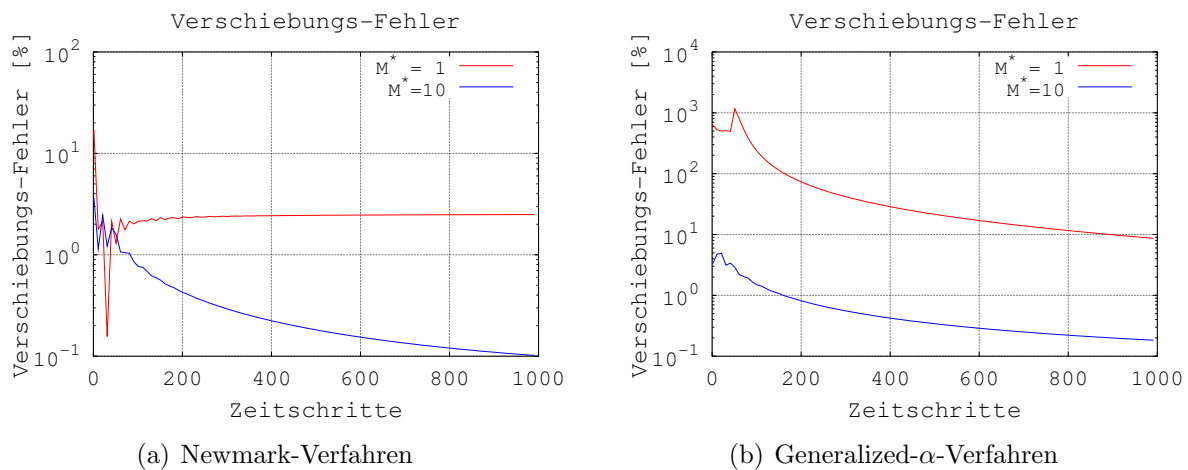


Abbildung 6.26: Relativer Verschiebungs-Fehler, zwischen Simulation mit FSI-Subiterationen und ohne FSI-Subiterationen, über die Zeit

Für den Bewegungslöser sind zwei Arten der Unterrelaxierung implementiert. Zum einen die Unterrelaxierung der Kräfte und zum anderen die Unterrelaxierung der Verformung. Die Unterrelaxierung ist nur bei Verwendung von FSI-Subiterationen eingeschaltet. Sie soll starke Schwankungen innerhalb der FSI-Subiterationen verhindern und somit zu ei-

ner schnelleren Konvergenz führen.

Als Testfall wurde das Massenverhältnis $M^* = 0.1$ mit einer Dämpfung von $S_g = 1$ gewählt. Auch bei diesem Vergleich wurden 1000 Zeitschritte mit 100 FSI-Subiterationen pro Zeitschritt gerechnet, wovon der letzte Zeitschritt hier diskutiert wird. Verwendet wurde das Newmark-Verfahren für die Zeitdiskretisierung. Die Unterrelaxierung wurde jeweils mit dem Faktor 0.5 vorgenommen.

Die Abbildung 6.27(a) zeigt für beide Varianten der Unterrelaxierung die Verläufe der Residuen der Verschiebung. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Unterrelaxierung der Kräfte zu einer schnelleren Konvergenz der Rechnung in den FSI-Subiterationen führt.

Die Abbildung 6.27(b) zeigt den Verlauf für das Residuum der Kräfte. Hier wird es noch klarer, dass eine Unterrelaxierung der Verschiebung nicht den gewünschten Effekt der schnelleren Konvergenz in den FSI-Subiterationen erzielt. Das Residuum steigt sogar wieder an am Ende der FSI-Subiterationen und ist zu Beginn viel unruhiger.

Der Anstieg im Residuum der Kräfte für die Unterrelaxierung der Verschiebung ist nicht im Verlauf der 2-Norm Kräfte in Abbildung 6.27(c) wieder zu finden. Denn hier zeigt der Verlauf der 2-Norm der Kräfte ein konvergierendes Verhalten und keinen Anstieg am Ende der FSI-Subiteration. Dies lässt nur auf ein Problem in der Definition des Residuums der Kräfte schließen.

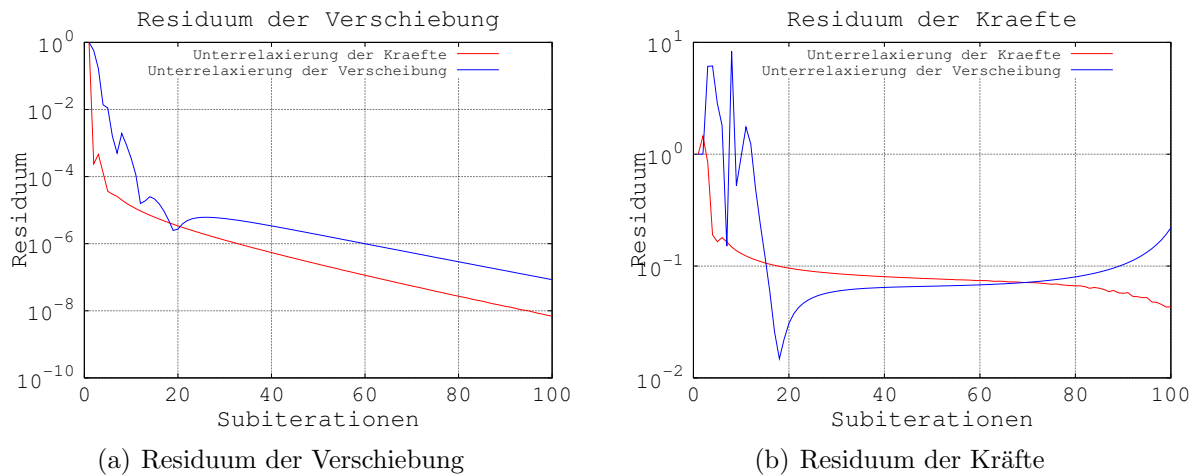
6.2.3.3 Zusammenfassung für das laminare Regime

Nach den Simulationen in diesem Kapitel kann folgendes für die Einstellungen des Löser zusammengefasst werden:

- Die Unterrelaxierung der Kräfte sorgt für eine schnellere Konvergenz, als die Unterrelaxierung der Verschiebungen.
- Das Newmark-Verfahren funktioniert nur mit Massenverhältnissen größer gleich 1.
- Für Massenverhältnisse unter 1 sollte das Generalized- α -Verfahren verwendet werden.
- Die FSI-Subiterationen müssen nur bei Simulationen eingesetzt werden wo das Massenverhältnis unter 1 liegt.

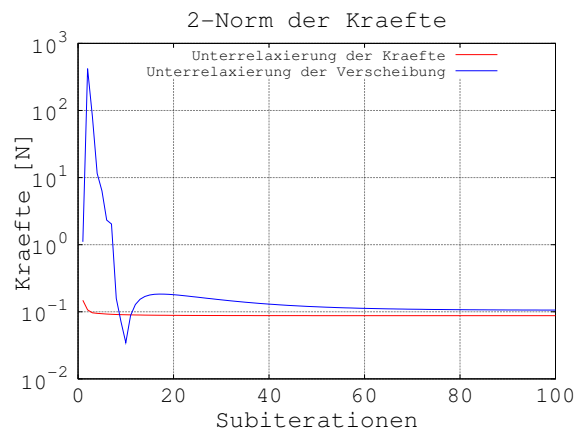
6.2.4 Turbulente Strömung mit LES

Auf Grund der Dreidimensionalität der Strömung muss ein neues Gitter für die LES-Simulationen generiert werden. Dafür werden mehrere Kontrollvolumen (KV) in Spannweitenrichtung benötigt. In der Habilitation von Breuer [2] wurde eine Analyse über den Einfluss der Ausdehnung und die Anzahl der KV in Spannweitenrichtung für einen festen Zylinder bei einer Reynoldszahl von 3911 durchgeführt. Die dortigen Ergebnisse haben gezeigt, dass 64 KV und eine Ausdehnung von πD in Spannweitenrichtung eine ausreichende Diskretisierung darstellen. Eine weitere Änderung des Gitters betrifft die Höhe der ersten Zelle an der Zylinderwand. Die Höhe wurde auf $0.0025 D$ erhöht, damit größere Zeitschritte möglich sind um Rechenzeit einzusparen. Der Wert für die Höhe der ersten Zelle stammt von Breuer [2]. Die Wachstumsrate der geometrischen Reihe beträgt



(a) Residuum der Verschiebung

(b) Residuum der Kräfte



(c) Verlauf der 2-Norm der Kräfte in einem Zeitschritt mit FSI-Subiterationen

Abbildung 6.27: Vergleich der Unterrelaxierung und Konvergenzverlauf bei $M^* = 0.1$

1.03. Diese Änderungen beruhen ebenfalls auf Ergebnissen aus [2]. Die kleinste Zelle bestimmt die Zeitschrittweite. Das neue Gitter hat $240 \times 200 \times 64$ KV und wird auf acht Prozessoren verteilt. Die Zeitschrittweite beträgt 10^{-4} Sekunden für den festen Zylinder. Die Simulationen werden mit einer periodischen Randbedingung, in Spannweitenrichtung, durchgeführt. Der Einlass ist wie bei den laminaren Testfällen als Geschwindigkeitseinlass definiert. Im Auslass wurde die konvektive Randbedingung ausgeschaltet, weil diese Randbedingung numerische Probleme verursacht hat, die nicht innerhalb dieser Arbeit gelöst werden konnten. Dort ist nur noch eine Neumann-Randbedingung. Für die Turbulenzmodellierung wird die Large-Eddy-Simulation mit dem Smagorinsky-Modell eingesetzt. Der Smagorinsky-Parameter ist zu $C_s = 0.1$ gewählt.

6.2.4.1 Fester Zylinder

Für die turbulenten Simulationen ist das Vorgehen ähnlich, wie bei den laminaren Berechnungen. Zu erst soll das Strömungsfeld um den festen Zylinder vollständig ausgebildet sein, bevor die Bewegung des Zylinders freigegeben wird. Desweiteren dient der feste Zylinder der Zeitschrittweitenuntersuchung. Als Referenz für $Re = 3911$ dient eine Simulation von Breuer [2].

Die konvektive Auslassrandbedingung hat zum Divergieren der Simulation geführt. Die Probleme sind immer bei $\pm 45^\circ$ auf dem Rand aufgetreten. Dort sind sehr große Geschwindigkeiten entstanden. Es fällt auf, dass diese großen Geschwindigkeitsgradienten dort auftreten, wo die Hauptströmungsrichtung direkt auf die Kante eines Kontrollvolumens trifft.

Bis zum Bearbeitungsende der Arbeit konnten nur für die Reynoldszahlen $Re = 9538$ und $Re = 3911$ ausgebildete Strömungsfelder berechnet werden. Die Simulation mit einer Reynoldszahl von $Re = 975$ ist noch in der Einlaufphase. Der Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwert bei der Simulationen ist in Abbildung 6.28 dargestellt. Die Strouhalzahl des Auftriebsbeiwertes für $Re = 9538$ ist $St_a = 0.209$ und für $Re = 3911$ ist die Strouhalzahl $St_a = 0.219$. Beide Strouhalzahlen liegen im erwarteten Bereich um $St_a = 0.2$. Der Mittelwert des Widerstandsbeiwertes für die Reynoldszahl $Re = 3911$ beträgt $C_{w,m} = 1.17$. Der Referenzwert von Breuer [2] ist $C_{w,m} = 1.099$, die Abweichung kann durch die zu kurze Mittelung verursacht sein. Für die Reynoldszahl $Re = 9538$ beträgt der mittlere Widerstandsbeiwert $C_{w,m} = 1.11$.

Die Abbildung 6.29 zeigt einen Kontourplot für die Geschwindigkeit in x-Richtung mit Stromlinien für die Reynoldszahlen $Re = 9538$ und $Re = 3911$. Die Wirbelstraße für die Reynoldszahl $Re = 3911$ (siehe Abb. 6.29(a)) ist schmaler und die Richtungsänderungen in den Stromlinien sind nicht so ausgeprägt, wie es bei der Reynoldszahl $Re = 9538$ in Abbildung 6.29(b) der Fall ist. Es ist auch zu erkennen, dass das Ablösegebiet hinter dem Zylinder bei der Reynoldszahl $Re = 9538$ kleiner ist, als bei der Reynoldszahl $Re = 3911$.

Die zeitliche Mittelung des Strömungsfeldes in Abbildung 6.30 für die Reynoldszahl $Re = 3911$ wurde über einen Zeitraum von 27 dimensionslosen Zeiteinheiten (D/U_∞) durchgeführt, was 6 Wirbelablösezyklen entspricht. Dieser Zeitraum ist eigentlich zu kurz, aber es war nicht mehr Zeit bis zum Abschluss dieser Arbeit. Die Mittelung in Abbildung 6.31 für die Reynoldszahl $Re = 9538$ wurde über 55 dimensionslosen Zeiteinheiten (D/U_∞) durchgeführt, was 17 Wirbelablösezyklen entspricht. Um die Mittelung noch zu verbes-

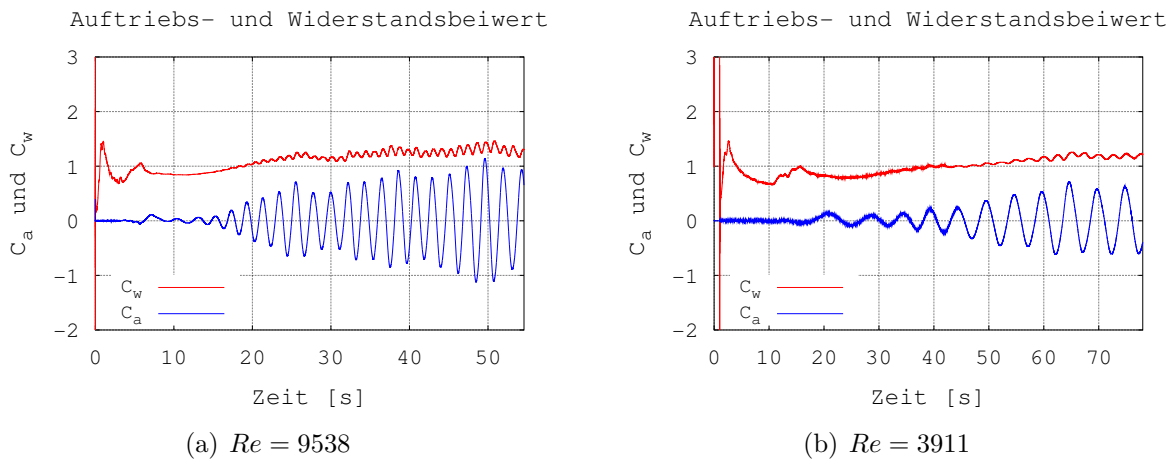


Abbildung 6.28: Auftriebs- und Widerstandsbeiwert für festen Zylinder mit LES.

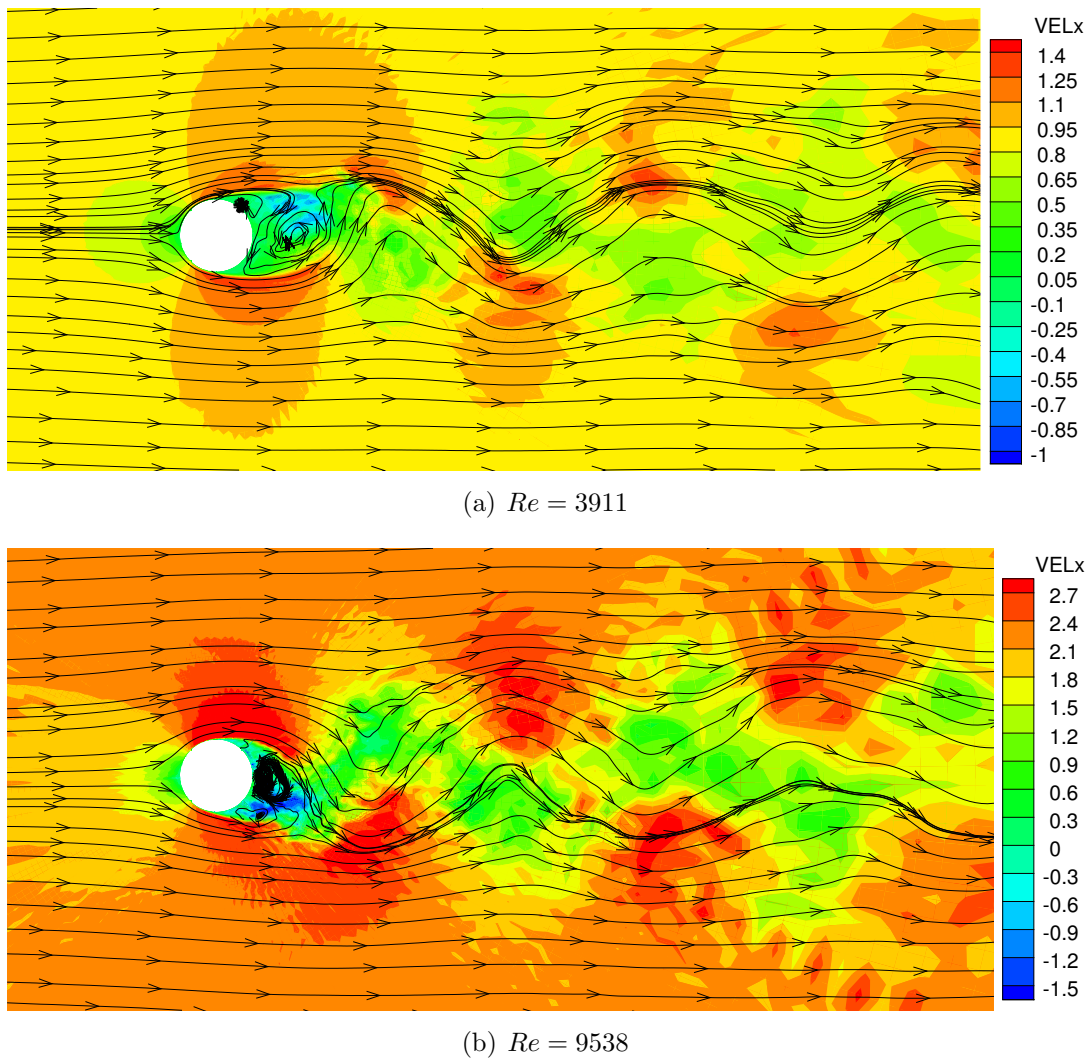


Abbildung 6.29: Kontourplot der Geschwindigkeit in x-Richtung mit Stromlinien

sen wurde über die 64 KV in Spannweitenrichtung ebenfalls gemittelt. Bei ausreichender Mittelung sollten die Werte im Strömungsfeld symmetrisch zur Hauptströmungsrichtung sein.

Die turbulente Strömung um einen Zylinder kann durch den Ort des Umschlaggebietes, von laminarer zu turbulenter Strömung, charakterisiert werden. Beide Simulationen sind von gleichen Typ, denn der Umschlag findet bei beiden in der Scherschicht statt. Die Scherschicht befindet sich zwischen der äußeren Hauptströmung und den Ablösewirbeln hinter dem Zylinder. Die Transition wandert mit steigender Reynoldszahl dichter an den Zylinder heran. Der Bereich der Transition ist in den Abbildungen 6.30(c) und 6.31(c) gut zu erkennen. Für die Reynoldszahl $Re = 3911$ reicht das Umschlaggebiet noch nicht an den Zylinder heran, wohingegen bei der Reynoldszahl $Re = 9538$ das Umschlaggebiet schon den Zylinder berührt.

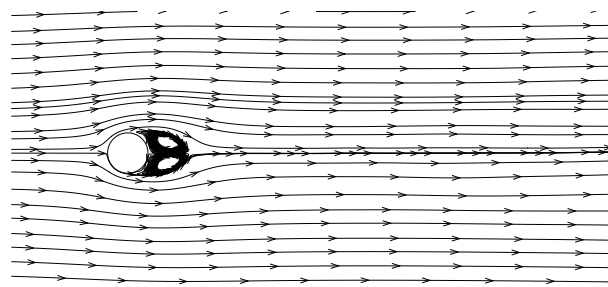
In Abbildung 6.30(a) ist der gemittelte Verlauf der Stromlinien für die Reynoldszahl $Re = 3911$ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Verlauf symmetrisch zur Strömungsrichtung ist. In der gemittelten Geschwindigkeit für die x-Richtung (siehe Abb. 6.30(b)) ist die Symmetrie noch besser erreicht, als bei den Stromlinien. Auch die Reynoldsspannungen in den Abbildungen 6.30(c) bis 6.30(e) zeigen schon eine gute Symmetrie. In Abbildung 6.30(c) ist gut die Größe des Ablösegebietes zu erkennen. Die Abbildung 6.30(c) zeigt wo es große Querströmungen zur Hauptströmung gibt, die größten treten am Ende des Ablösegebietes auf.

Die zeitgemittelten Stromlinien in Abbildung 6.31(a) für die Reynoldszahl $Re = 9538$ zeigen ein kleineres Ablösegebiet im Vergleich zur Simulation mit der Reynoldszahl $Re = 3911$ (siehe Abb. 6.30(a)). Die Symmetrie der Stromlinien ist nicht ganz so gut wie bei der Reynoldszahl $Re = 3911$. In den gemittelten Reynoldsspannungen in den Abbildungen 6.31(c) bis 6.31(e) ist gut die Scherschicht zu erkennen. In den Reynoldsspannungen kann man gut das Heranrücken des Transitionsgebietes beobachten, wenn man die Abbildungen 6.31(c) bis 6.31(e) mit den Abbildungen 6.30(c) bis 6.30(e) vergleicht.

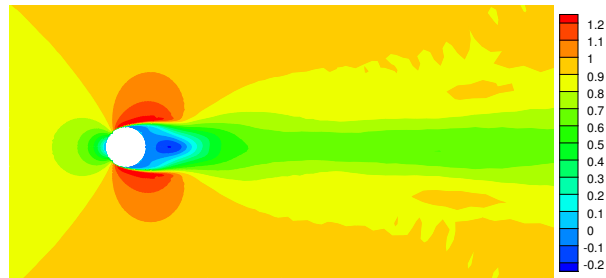
6.2.4.2 Freibeweglicher Zylinder

Die Simulationen mit dem freibeweglichen Zylinder sollen mit den Rechnungen aus Nantes [24] verglichen werden. Die dort durchgeführten Simulationen haben nur den y-Freiheitsgrad quer zur Strömungsrichtung aktiviert. Für die Turbulenzmodellierung wurde das RANSE-Modell $k-\omega$ -SST verwendet. Zum Vergleich werden Simulationen mit $Re = 975$, 3911 und 9538 durchgeführt. Die Einstellungen und Eigenschaften sind in Tabelle 6.6 abgebildet.

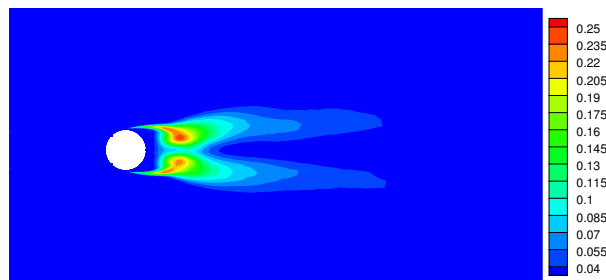
Das Massenverhältnis dieser Simulationen liegt bei $M^* = 0.6$ und die Dämpfung beträgt $S_g = 0.01$. Die Zeitschrittweite beträgt $\Delta t = 10^{-5} s$. Beim Versuch diese Simulationen durchzuführen, traten ähnliche Probleme auf wie bei den Simulationen mit $M^* < 1$. Die Kräfte schwanken sehr stark und eine Lösung ist nur mit FSI-Subiterationen und Voraus-schätzung der Verformung zu erreichen, was zu sehr langen Rechenzeiten führt. Auf Grund der langen Rechenzeiten und numerischer Probleme konnten keine Ergebnisse für einen Vergleich mit den Simulationen aus Nantes von Guilmineau et al. [24] für den freibeweglichen Zylinder berechnet werden. Um dennoch die Funktionsfähigkeit des Bewegungslöser zu testen wurde ein vierter Fall simuliert. Für diesen Fall wurden Werte aus dem laminaren Testfall genommen und auf den Testfall mit einer Reynoldszahl von $Re = 3911$



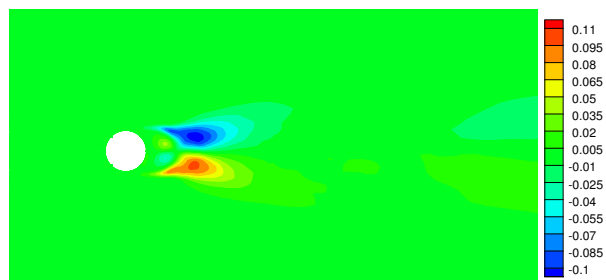
(a) Stromlinien der gemittelten Geschwindigkeit



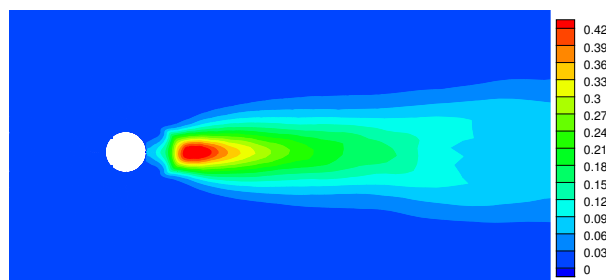
(b) Gemittelte Geschwindigkeit in x-Richtung



(c) Reynoldsspannung $\overline{u'u'}$

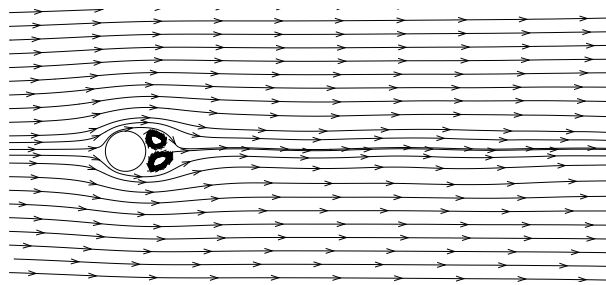


(d) Reynoldsspannung $\overline{u'v'}$

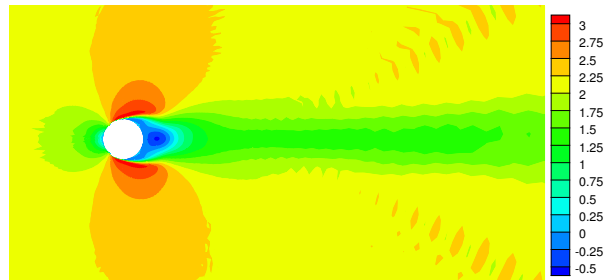


(e) Reynoldsspannung $\overline{v'v'}$

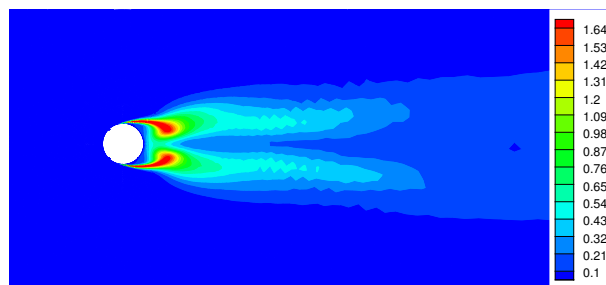
Abbildung 6.30: Kontourplots der gemittelten Geschwindigkeiten und Reynoldsspannungen für Reynoldszahl $Re = 3911$



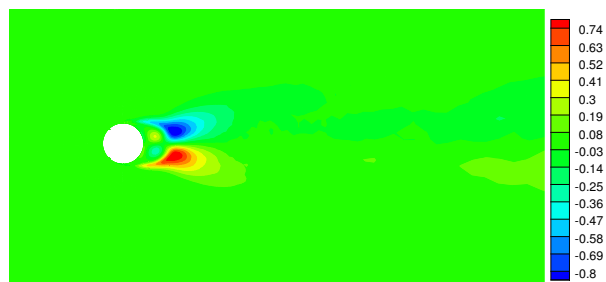
(a) Stromlinien der gemittelten Geschwindigkeit



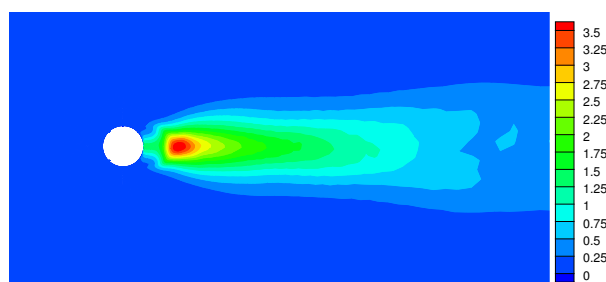
(b) Gemittelte Geschwindigkeit in x-Richtung



(c) Reynoldsspannung $\overline{u'u'}$



(d) Reynoldsspannung $\overline{u'v'}$



(e) Reynoldsspannung $\overline{v'v'}$

Abbildung 6.31: Kontourplots der gemittelten Geschwindigkeiten und Reynoldsspannungen für Reynoldszahl $Re = 9538$

angewendet, da diese im Laminaren gut funktioniert haben. Das Massenverhältnis wurde für diese vierte Simulation mit $M^* = 1$ und die Dämpfung mit $S_g = 1$ gewählt. Die Zeitschrittweite konnte auf $\Delta t = 5 \times 10^{-5} s$ erhöht werden. Die maximale Anzahl der FSI-Subiterationen ist auf 20 festgelegt und es werden die Kräfte mit 0.5 Unterrelaxiert. Die weiteren Einstellungen stehen in Tabelle 6.6. Diese Simulation läuft wesentlich stabiler mit dem größeren Massenverhältnis und zeigt nicht mehr so große Schwankungen in den Kräften. Auf Grund der kurzen Rechenzeit können keine Bewegungsverläufe dargestellt werden.

Tabelle 6.6: Einstellungen und Eigenschaften für y-Freiheitsgrad bei verschiedenen Reynoldszahlen

Re	$U_\infty [m/s]$	$\eta [Pa s]$	$\rho [kg/m^3]$	k [N/m]	$D_L [-]$	m [kg]	M^*	S_g
975	0.22486	2.3063×10^{-4}	1	2.9767	5.4167×10^{-3}	1.885	0.6	0.01
3911	0.90200	2.3063×10^{-4}	1	2.9767	5.4167×10^{-3}	1.885	0.6	0.01
3911	0.90200	2.3063×10^{-4}	1	2.9767	0.99472	3.14	1	1
9538	2.19970	2.3063×10^{-4}	1	2.9767	5.4167×10^{-3}	1.885	0.6	0.01

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beinhaltet die Strömungssimulation um einen Zylinder, welcher fest, angetrieben oder elastisch aufgehängt ist. Diese drei Benchmarks dienen der Überprüfung des Strömungslösers mit dem integrierten Bewegungslöser. Diese sukzessiv aufeinander aufbauenden Benchmarks erlauben die getrennte Untersuchung von möglichen Fehlerquellen. Mit dem festen Zylinder werden Diskretisierungsprobleme und Auflösung des Gitters und der Zeitschrittweite analysiert. Der angetriebene Zylinder dient der Überprüfung der ALE-Methode und der Gitterdeformation. Der freibewegliche Zylinder erlaubt es, das dynamische Verhalten zu untersuchen. Es kann der Einfluss von FSI-Subiterationen, Unterrelaxation der Kräfte und Verschiebungen sowie die Auswirkung der virtuellen Masse, untersucht werden.

Die laminaren Rechnungen werden je nach Auflösung des Gitters auf ein bis vier Prozessoren durchgeführt. Die LES Simulationen benötigen dagegen acht Prozessoren für das grobe Gitter. Bei dieser Aufteilung wird das Optimum zwischen Rechenzeit und Kommunikationszeit erreicht.

Die laminaren Rechnungen sind in 2D durchgeführt mit einer Zelle über die Dicke. Die erste Zelle hat eine Höhe von $0.001D$ für den laminaren Fall und der äußere Rand ist $25D$ entfernt vom Zylinder. Die Einströmbedingung geht über die Symmetrieachse des Berechnungsgebietes und ist ein Geschwindigkeitseinlass. Der Auslass ist als konvektive Randbedingung definiert und nimmt den Rest des äußeren Randes ein. Die Kopf- und Fußflächen in Spannweitenrichtung sind als Symmetrie definiert.

Die LES-Simulationen müssen in 3D gerechnet werden, wofür 64 Zellen in Spannweitenrichtung verwendet werden. Die Spannweite für die LES Rechnungen beträgt πD und die erste Zelle an der Wand hat eine Höhe von $0.0025D$. Die Randbedingungen und der Abstand zum äußeren Rand sind dieselben wie im 2D Fall. Die konvektive Ausflussrandbedingung musste aber abgeschaltet werden, da diese zur Divergenz der Simulation führte. Der feste Zylinder bei einer Reynoldszahl von $Re = 185$ liefert nach der Einschwingphase eine konstante Sinusschwingung im Auftriebs- und Widerstandsbeiwert. Die Wirbel lösen dabei abwechselnd vom Zylinder ab und bilden eine von Kärminsche Wirbelstraße hinter dem Zylinder. Die Länge der Einschwingphase hängt vom Gitter, der Zeitschrittweite und der Diskretisierung ab. Je genauer das Verfahren ist, umso länger braucht es bis die Wirbelstraße entsteht. Die Ergebnisse im eingeschwungenen Zustand, waren mit allen Gittern, Zeitdiskretisierungen und Zeitschrittweiten, annähernd gleich. Diese Ergebnisse konnten die korrekte Funktion des Strömungslösers bestätigen und zeigten gute Übereinstimmung mit Experimenten und numerischen Simulationen aus der Literatur [7, 23].

Die Strömung um den angetriebenen Zylinder kann weit komplexere Formen annehmen, da es zu Überlagerungen von Schwingungen kommen kann. Im hier simulierten Fall wird

der Zylinder quer zur Strömungsrichtung über eine Sinusfunktion bewegt. Bei Anregung mit der Wirbelablösefrequenz des festen Zylinders ist auch die Wirbelablösung in Phase mit der Sinusschwingung, der Bewegung. Wird der Zylinder mit einer anderen Frequenz angeregt, so kommt es zu einer Überlagerung. Dies führt dazu, dass der Auftriebs- und Widerstandsbeiwert nicht mehr konstant in der Amplitude sind. Die Amplitude verstärkt sich, wenn die Bewegung in die selben Richtung läuft wie die Kraft und verringert sich, wenn die Kraft und Bewegung gegenläufig sind. Die Simulationen des angetriebenen Zylinders wurden nur auf dem groben Gitter ausgeführt, unter Berücksichtigung des impliziten und des expliziten Zeitdiskretisierungsschemas. Beide Diskretisierungen zeigen gute Übereinstimmungen zueinander und zur Referenz [23], bei verschiedenen Anregefrequenzen. Mit diesen Berechnungen konnte die korrekte Funktion der ALE-Methode in FASTEST-3D gezeigt werden.

Der neu implementierte Struktur-Löser ist für einen Starrkörper mit maximal 6 Freiheitsgraden konzipiert. Als Zeitintegrations-Verfahren stehen das Newmark- und das Generalized- α -Verfahren zur Verfügung. Der Löser wurde anhand von einfachen, dynamischen Testfällen separat getestet. Die Berechnung der Rotationen wird über Quaternionen realisiert. Diese wurden ebenfalls separat getestet, um Fehler in der Programmierung schon vor dem gekoppelten Einsatz aufzudecken. Der CSD-Löser ist als eine Subroutine von FASTEST-3D programmiert und wird direkt von FASTEST-3D aufgerufen. Die Implementierung erlaubt die Nutzung von FSI-Subiterationen innerhalb eines Zeitschrittes sowie eine separate Vorausschätzung der Verformung.

Die Simulation des freibeweglichen, elastisch aufgehängten Zylinders, im laminaren und turbulenten Regime, stellt den Abschluss dieser Arbeit da. Die Berechnungen im laminaren Regime werden mit verschiedenen Dämpfungsparametern und Massenverhältnissen durchgeführt. Bei diesen Simulationen sind die Freiheitsgrade in x- und y-Richtung aktiviert, was zu einer Bewegung des Zylinders, in Form einer verzerrten Acht, führt. Die LES-Simulationen haben nur den y-Freiheitsgrad aktiviert und decken mehrere Re-Zahlen ab.

Die Simulationen im laminaren Regime wurden bei einer Reynoldszahl von $Re = 200$ durchgeführt. Die ersten Untersuchungen wurden bei einem Massenverhältnis von $M^* = 1$ und verschiedenen Dämpfungen von $S_g = 1, 0.1, \text{ und } 0.01$ mit Resonanzanregung durchgeführt. Es wurden keine FSI-Subiterationen und keine Vorausschätzung der Verformung verwendet. Auf der Fluidseite wurde ein Dreischritt-Runge-Kutta-Verfahren eingesetzt und auf der Strukturseite das Newmark-Verfahren zur Zeitdiskretisierung. Diese Simulationen wurde mit den Referenzen von Breuer und Münsch [4] und Zhou et al. [38] verglichen. Dieser Vergleich lieferte gute Übereinstimmungen vorallem zu den Ergebnissen von Breuer und Münsch [4], da der selbe FVM-Code zu Grunde liegt. Es konnte auch der selbstlimitierende Effekt der Wirbelinduziertenschwingungen nach Griffin [21] gezeigt werden, welcher bei niedrigen Dämpfungen zu beobachten ist.

Weitere Simulationen wurden mit einem Massenverhältnis von $M^* = 10$ und einer Dämpfung von $S_g = 1$ und 0.0031 durchgeführt. Auch hier werden keine FSI-Subiterationen und keine Vorausschätzung der Verformung verwendet. Die Simulation mit einer Dämpfung von $S_g = 1$ wird in der Resonanz angeregt. Auf Grund des hohen Massenverhältnisses wirkt sich der selbstlimitierende Effekt geringer aus, wodurch die Amplitude der y-Verformung langsamer gegen eine konstante Amplitude konvergiert. Die Simulation mit

einer Dämpfung von $S_g = 0.0031$ zeigt einen chaotischen Bewegungsverlauf, bei kleiner Amplitude.

Die Simulationen mit Massenverhältnis $M^* = 0.1$ und Dämpfung $S_g = 1$ haben keine eingeschwungenen Ergebnisse geliefert, da numerische Probleme aufgetreten sind. Dieser Testfall hat nur mit FSI-Subiterationen und der Vorausschätzung der Verformung funktioniert, ohne FSI-Subiterationen sind die Rechnungen divergiert. Ein weiteres Problem war, dass die Kräfte mit dem Newmark-Verfahren auf den Körper sehr stark schwanken und unrealistische Werte annehmen. Um dieses Problem in den Griff zu bekommen wurde das Generalized- α -Verfahren implementiert. Mit dem Generalized- α -Verfahren wurden Simulationen mit einem Massenverhältnis von $M^* = 0.1$ und einer Dämpfung von $S_g = 1$ durchgeführt. Diese haben gezeigt, dass der Verlauf des Auftriebs- und Widerstandsbeiwertes ruhiger ist und auch auf einem realistischen Niveau liegt, im Gegensatz zum Newmark-Verfahren bei diesem Massenverhältnis.

Weitere Untersuchungen über den Einfluss des FSI-Subiterationen mit dem Newmark-Verfahren und Generalized- α -Verfahren haben gezeigt, dass das Generalized- α -Verfahren einen besseren Residuenverlauf der Verschiebung für das Massenverhältnis $M^* = 0.1$ hat, wohin gegen das Newmark-Verfahren bessere Residuen der Verschiebung für die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$ zeigt. Probleme zeigte die Definition des Residuums der Kräfte für die Massenverhältnisse $M^* = 1$ und $M^* = 10$, denn das Residuum steigt wieder zum Ende der Subiterationen an.

Die Untersuchung des Einflusses der Unterrelaxierung der Kräfte und der Verformungen hat gezeigt, dass eine Unterrelaxierung der Kräfte zu einer schnelleren Konvergenz innerhalb der FSI-Subiterationen führt, als die Unterrelaxierung der Verformungen.

Als Grundlage für die LES-Simulation des freibeweglichen Zylinders wurden Simulationen mit dem festen Zylinder durchgeführt. Auf Grund des Zeitmangels konnten nur für die Reynoldszahlen Re_{3911} und $Re = 9538$ eingeschwungene Zustände erreicht werden. Für ausreichend lange Mittelung des Strömungsfeldes, des festen Zylinders hat die Zeit auch hier nicht gereicht. Aber die erreichten Ergebnisse zeigen schon Resultate die zur Referenz [2] passen. Trotz der kurzen zeitlichen Mittelung kann das Transitionsgebiet in der Scherschicht erkannt werden. Das Wandern des Transitionsgebietes und das kleiner werden des Ablösegebietes mit steigender Reynoldszahl kann ebenfalls beobachtet werden. Die LES-Simulationen des freibeweglichen Zylinders werden für ein Massenverhältnis von $M^* = 0.6$ und eine Dämpfung von $S_g = 0.01$ durchgeführt. Die Simulationen im turbulenten Regime konnten auf Grund von Zeitmangel und numerischer Probleme nicht fertig gestellt werden. Die numerischen Probleme waren identisch zum Testfall mit Massenverhältnis $M^* = 0.1$ im laminaren Regime und ein weiteres Problem gab es mit der konvektiven Randbedingung.

Für die Zukunft stehen somit Testfälle im laminaren Regime zur Verfügung, welche strömungstechnisch und strukturtechnisch viele Phänomene im Bereich der Fluid-Struktur-Interaktion abdecken. Es können unterschiedliche Zeitintegrationsverfahren getestet werden. Desweiteren können Parameterstudien mit geringen Anforderungen an Prozessor-Anzahl und Arbeitsspeicher durchgeführt werden. Dies ermöglicht ein kostengünstiges Testen des Codes. Im Bereich der LES-Simulation und der Simulation von kleinen Massenverhältnissen $M^* < 1$ ist noch Entwicklungsarbeit zu verrichten, um einen stabilen und schnellen Algorithmus zu entwerfen.

Literaturverzeichnis

- [1] ATHISAKUL, C., MONPRAPUSSORN, T., AND CHUCHEEPSAKUL, S. A variational formulation for three-dimensional analysis of extensible marine riser transporting fluid. *Ocean Engineering* 38 (2011), 609 – 620. 4
- [2] BREUER, M. *Direkte Numerische Simulation und Large-Eddy Simulation turbulenter Strömungen auf Hochleistungsrechnern*. Habilitationsschrift, Universität Erlangen–Nürnberg, Berichte aus der Strömungstechnik. Shaker Verlag, Aachen, 2002. 10, 71, 73, 81
- [3] BREUER, M., DE NAYER, G., MÜNSCH, M., GALLINGER, T., AND WÜCHNER, R. Fluid-structure interaction using a partitioned semi-implicit predictor-corrector coupling scheme for the application of large-eddy simulation. *Journal of Fluids and Structures* 29 (2012), 107–130. 2
- [4] BREUER, M. MÜNSCH, M. FSI of the turbulent flow around a swiveling flate plate using large-eddy-simulations. In *Fluid-Structure Interaction: Theory, Numerics and Applications* (Herrsching, Germany, 2008), pp. 283–294. 22, 54, 55, 61, 63, 80
- [5] CAUSIN, P., GERBEAU, J.-F., AND NOBILE, F. Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194, 42–44 (2005). 3
- [6] CHUNG, J., AND HULBERT, G. A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: The generalized- α method. *Journal of Applied Mechanics* 60 (1993), 371–375. 17
- [7] DALTON, C., AND LU, X.-Y. Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures* 10 (1996), 527–541. 32, 37, 38, 79
- [8] DE NAYER, G. *Interaction Fluide-Structure pour les corps élancés*. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes, France, 2008. available on-line : ftp://ftpa.ec-nantes.fr/user/ftp-emn/pub/Thesis/these_denayer.pdf. 20
- [9] DEMIRDŽIĆ, I., AND PERIĆ, M. Finite-volume method for prediction of fluid flow in arbitrarily shaped domains with moving boundaries. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids* 10, 7 (1990), 771–790. 6

-
- [10] DURST, F., AND SCHÄFER, M. A parallel block-structured multigrid method for the prediction of incompressible flows. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids* 22, 6 (1996), 549–565. 3, 5
- [11] DURST, F., SCHÄFER, M., AND WECHSLER, K. Efficient simulation of incompressible viscous flows on parallel computers. In *Flow Simulation with High-Performance Computers II, Notes on Numerical Fluid Mechanics*, E. H. Hirschel, Ed., vol. 52(1). Vieweg, 1996, pp. 87–101. 3, 5
- [12] EBERLY, D. Quaternion algebra and calculus. available on-line : <http://www.geometrictools.com/>. 19
- [13] EBERLY, D. Rotation representations and performance issues. available on-line : <http://www.geometrictools.com/>. 19
- [14] FARHAT, C., GEUZAINÉ, P., AND GRANDMONT, C. The discrete geometric conservation law and the non-linear stability of ALE schemes for the solution of flow problems on moving grids. *Journal of Computational Physics* 174, 2 (2001), 669–694. 32
- [15] FÖRSTER, C., WALL, W. A., AND RAMM, E. Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of non-linear structures and incompressible viscous flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196, 7 (2007), 1278–1293. 3
- [16] GALLINGER, T., KUPZOK, A., ISRAEL, U., BLETZINGER, K.-U., AND WÜCHNER, R. A computational environment for membrane-wind interaction. In *Int. Workshop on Fluid-Structure Interaction: Theory, Numerics and Applications* (2009), S. Hartmann, A. Mesiter, M. Schäfer, and S. Turek, Eds., Kassel University Press GmbH, pp. 283–294. 2, 26
- [17] GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P., AND CABOT, W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A* 3 (1991), 1760–1765. 12
- [18] GLÜCK, M. *Ein Beitrag zur numerischen Simulation von Fluid-Struktur-Interaktion - Grundlagenuntersuchungen und Anwendung auf Membrantragwerke*. PhD thesis, Lehrstuhl für Strömungsmechanik, Universität Erlangen-Nürnberg, Germany, 2002. 8
- [19] GLÜCK, M., BREUER, M., DURST, F., HALFMANN, A., AND RANK, E. Computation of fluid-structure interaction on lightweight structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 89, 14-15 (2001), 1351–1368. 1
- [20] GLÜCK, M., BREUER, M., DURST, F., HALFMANN, A., AND RANK, E. Computation of wind-induced vibrations of flexible shells and membranous structures. *Journal of Fluids and Structures* 17, 5 (2003), 739–765. 1
- [21] GRIFFIN, O. M. Vortex-induced vibrations of marine structure in uniform and sheared currents. In *NSF Workshop on Riser Dynamics* (University of Michigan, 1992). 53, 64, 80

- [22] GUILMINEAU, E., PIQUET, J., AND QUEUTEY, P. Two-dimensional turbulent viscous flow simulation past airfoils at fixed incidence. *Computers & Fluids* 26 (1997), 135–162. 37
- [23] GUILMINEAU, E., AND QUEUTEY, P. A numerical simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures* 16(6) (2002), 773–794. iii, 32, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 79, 80
- [24] GUILMINEAU, E., AND QUEUTEY, P. Numerical simulation of vortex-induced vibrations of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow. *Journal of Fluids and Structures* 19 (2004), 449–466. 52, 75
- [25] HILBER, H. M., HUGHES, T. J. R., AND TAYLOR, R. L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 5 (1977), 283–292. 17
- [26] KLAMO, J. T. Effects of damping and Reynolds number on vortex-induced vibrations. Master’s thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, 2007. 32
- [27] KORDULLA, W., AND VINOKUR, M. Efficient computation of volume in flow predictions. *AIAA Journal* 21, 6 (1983), 917–918. 7
- [28] LEROYER, A., AND VISONNEAU, M. Numerical methods for RANSE simulations of a self-propelled fish-like body. *Journal of Fluids and Structures* 20 (2005), 975–991. 49
- [29] LESOINNE, M., AND FARHAT, C. Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 134, 1-2 (1996), 71–90. 6
- [30] LILLY, D. K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A* 4 (1992), 633–635. 12
- [31] MATSUMOTO, M., MIZUNO, K., OKUBO, K., ITO, Y., AND MATSUMIYA, H. Flutter instability and recent development in stabilization of structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 95 (2007), 888 – 907. 4
- [32] NEWMARK, N. M. A method of computation for structural dynamics. *Journal of Engineering Mechanics* 85 (1959), 67–94. 14, 16
- [33] RHIE, C. M., AND CHOW, W. L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal* 21, 11 (1983), 1525–1532. 8
- [34] SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations I: The basic experiment. *Monthly Weather Review* 91, 3 (1963), 99–165. 12
- [35] STONE, H. L. Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis* 5, 3 (1968), 530–558. 8

- [36] TUREK, S., HRON, J., RAZZAQ, M., WOBKER, H., AND SCHÄFER, M. Numerical benchmarking of fluid-structure interaction: A comparison of different discretization and solution approaches. In *Fluid-Structure Interaction II – Modelling, Simulation, Optimization*, H.-J. Bungartz, M. Mehl, and M. Schäfer, Eds., vol. 73 of *Lecture Notes in Computational Science and Engineering, LNCSE*. Springer, Heidelberg, 2010, pp. 413–424. [2](#)
- [37] WOOD, W. L., BOSSAK, M., AND ZIENKIEWICZ, O. An alpha modification of Newmarks method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 15 (1981), 1562–1566. [17](#)
- [38] ZHOU, C. Y., SO, R. M. C., AND LAM, K. Vortex induced vibrations of an elastic circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures* 13 (1999), 165–189. [32](#), [52](#), [54](#), [55](#), [61](#), [63](#), [80](#)

