

Bachelorarbeit

Christian Frick

Transiente FE-Analyse einer Windenergieanlage unter
Verwendung eines 3D-Strukturmodells

Christian Frick

**Transiente FE-Analyse einer Windenergieanlage
unter
Verwendung eines 3D-Strukturmodells**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung
im Studiengang Maschinenbau/Entwicklung und Konstruktion
am Department Maschinenbau und Produktion
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für angewandte Wissenschaften Hamburg

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Thomas Grätsch
Zweitprüfer: M. Eng. Anna Golub

Abgabedatum: 03.12.2013

Zusammenfassung

Christian Frick

Thema der Bachelorarbeit

Transiente FE-Analyse einer Windenergieanlage unter Verwendung eines 3D-Strukturmodells

Stichworte

Windenergieanlage, transient, strukturdynamisch, implizite und explizite Verfahren, Simulation

Kurzzusammenfassung

Ziel der Bachelorthesis ist die Entwicklung eines 3D-FEM-Strukturmodells einer Windenergieanlage zur Durchführung einer transienten FE-Analyse mit impliziter Zeitintegration.

Christian Frick

Bachelor Thesis title

Transient finite element analysis of a wind power station in use of a 3D structural model

Keywords

Wind power station, transient, structural dynamic, implicit and explicit method

Abstract

Aim of the bachelor thesis is the development of a 3D FEM structural model of a wind power station to perform a transient finite element analysis with implicit time integration.



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

*Hamburg University of Applied Sciences
Department Maschinenbau und Produktion*

Aufgabenstellung

für die Bachelorthesis

von Herrn Christian Frick

Matrikel-Nummer: 1975104

Thema: Transiente FE-Analyse einer Windenergieanlage unter Verwendung eines 3D-Strukturmodells

Aufgabenstellung/Schwerpunkte:

Hintergrund der Bachelorthesis ist das an der HAW Hamburg durchgeführte Forschungsprojekt „WindNumSim“ zur Entwicklung und Anwendung eines neuartigen Simulationsmodells zur strukturellen und akustischen Optimierung einer Windenergieanlage mit Hilfe von Fluid-Struktur-Interaktionen.

Ziel der Bachelorthesis ist die Entwicklung eines 3D-FEM-Strukturmodells einer Windenergieanlage (WEA) zur Durchführung einer transienten FE-Analyse mit impliziter Zeitintegration. Die Bearbeitung soll die folgenden Punkte umfassen:

- Einarbeitung in das FE-Programm Ansys und in die dynamische FEM
- Entwicklung eines 3D-FEM-Strukturmodells der WEA mit exakter Rotorblattgeometrie und geeigneter Berücksichtigung der Steifigkeits- und Massenverteilung
- Ermittlung der transienten Lastfunktionen für verschiedene Windszenarios und Aufbringen auf die entsprechenden Positionen der Rotorblätter
- Durchführung der transienten FE-Berechnung mit detaillierter Steifigkeitsanalyse am Beispiel des Turmdurchgangs
- Optional: Untersuchung verschiedener Blattwinkelverstellungen der Rotorblätter zur Optimierung der Rotorblattsteifigkeit für den Turmdurchgang

Die Berechnungen sollen mit dem Programm Ansys durchgeführt werden.

Datum

Prüfer/in

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	IV
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen	4
2.1 Dynamische FEM	4
2.1.1 Explizite Verfahren	5
2.1.2 Implizite Verfahren	7
2.2 Aerodynamik	10
2.2.1 Auftriebskraft	10
2.2.2 Auftriebsbeiwert	13
3 Aufbau des strukturdynamischen Modells	18
3.1 Geometrie	18
3.2 Lagerung	23
3.3 Vernetzung	25
3.4 Steifigkeiten	27
3.5 Massenverteilung	30
3.6 Analyseinstellungen	31
3.7 Dynamische Windlasten	32
4 Ergebnisse der FE-Berechnung	38
5 Optimierung	42
5.1 Optimierung der Rotorblätter	42
5.2 Optimierung des strukturdynamischen Modells	43
6 Zusammenfassung	44

Abkürzungen und Formelzeichen

Abkürzung:	Bedeutung:
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
CFD	Computational Fluid Dynamics
WEA	Windenergieanlage
DGL	Differentialgleichung
VZD	Verfahren der zentralen Differenzen
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics

Formelzeichen:	Bedeutung:
M	Massenmatrix
D	Dämpfungsmatrix
K	Steifigkeitsmatrix
U	Verschiebungsvektor
\dot{U}	Geschwindigkeitsvektor
\ddot{U}	Beschleunigungsvektor
ξ	Lehr'sches Dämpfungsmaß
F_A	Auftriebskraft
c_A	Auftriebsbeiwert
w	Anströmgeschwindigkeit
U_∞	Windgeschwindigkeit
u	Umfangsgeschwindigkeit
A	Flügelquerschnittsfläche
ρ	Luftdichte
E	E-Modul
K_{FLP}	Steifigkeit um die weiche Achse
I_Y	Trägheitsmoment um die y-Achse
d	Durchmesser
CE	Constraint Equation

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung einer horizontalen Windkraftanlage [7]	2
2.1	Zentrale Differenzenmethode [8]	5
2.2	Implizite und Explizite Integrationsverfahren [5]	7
2.3	Prinzip eines Auftriebläufers [11]	11
2.4	Unterschiedliche Dicken für den Profilabschnitt "E"	14
2.5	Ausgewähltes Profil für den Profilquerschnitt "E"	15
2.6	Nummerierung der Flügelprofile	16
3.1	Strukturmodell des Rotors	18
3.2	Aufbau eines Blocks	19
3.3	Modell eines Rotorblattes	20
3.4	Beispiel der Kontaktflächen	20
3.5	Constraint Equations	21
3.6	Nummerierung der Flügelprofile	22
3.7	Lagerung des Gelenkantriebs	23
3.8	Verbesserte Variante der Lagerung des Gelenkantriebs	24
3.9	Beispiel des Meshes für den Profilabschnitt "F5"	25
3.10	Mesh eines Rotorblattes und der Nabe	26
3.11	Übersicht der Elementqualität	26
3.12	Steifigkeiten um die harte und weiche Achse	27
3.13	Windprofil bei einem geostrophischen Wind von 15 m/s [2]	32
3.14	Windgeschwindigkeiten U_∞ der einzelnen Abschnitte zu den unterschiedlichen Flügelstellungen in m/s	34
3.15	Anströmgeschwindigkeit w der einzelnen Abschnitte zu den unterschiedlichen Flügelstellungen in m/s	35
3.16	Dynamische Flächenlasten pro Abschnitt in N/m^2	36
3.17	Windlasten und Lagerung am endgültigen Modell	37
4.1	Maximale Durchbiegung der Rotorblätter	38
4.2	Maximale Durchbiegung der Rotorblätter in der x-Achse	38
4.3	Maximale Verschiebung der Rotorblätter in Rotationsachse	39
4.4	Durchbiegung, die aus den Schwingungen resultiert	39
4.5	Schwingverhalten der Rotorblätter in x-Richtung	40
4.6	Abstand zwischen Turm und Rotorblattspitze in Ruhelage	41

Tabellenverzeichnis

1	Auftriebsbeiwerte der Profilquerschnitte	17
2	Manuell eingestellte Netzgrößen	25
3	E-Module der einzelnen Flügelabschnitte	29
4	Umfangsgeschwindigkeiten	33

1 Einleitung

Zu Zeiten immer steigender Industrialisierung und somit immer steigenden Energieverbrauchs, wird deutlich, dass fossile Energieträger kein zukunftsweisendes Konzept sind. Dieses Thema ist in den vergangenen Jahren immer weiter in den Fokus von Politik und Medien gerückt, denn es wurde erkannt, dass fossile Energieträger zwei grundlegende Probleme mit sich bringen. Zum Einen, dass sie endlich sind und somit nur begrenzt zur Verfügung stehen und zum Anderen, dass sie unsauber sind und einen erheblichen Beitrag zur Klimaerwärmung beitragen.

Der erste Versuch, eine alternative Energiequelle durch Kernenergie zu finden, ist gescheitert, da diese Technologie zu hohe Risiken birgt, wie die Katastrophen in Tschernobyl und Fukushima gezeigt haben. Selbst wenn man aus diesen Unfällen so weit lernen würde, dass Atomkraftwerke wirklich sicher werden würden, würde weiterhin das Problem des Atommülls bestehen, da es keine Möglichkeiten gibt, diesen bedenkenlos endzulagern.

Neuere Konzepte für eine saubere und unbegrenzte Energiegewinnung sind die regenerativen Energien. Unter diesem übergeordneten Begriff sind mehrere Energieträger zusammengefasst, die eine saubere Alternative zu Kohle, Öl und Erdgas bieten sollen und in absehbarer Zukunft als unerschöpflich oder schnell nachwachsend zur Verfügung stehen. Dies wären hauptsächlich die Windenergie, die Solarenergie, die Wasserkraft, die Geothermie und nachwachsende Rohstoffe (kurz Biomasse genannt).

In dieser Arbeit soll ein Hauptaugenmerk auf die Windenergie geworfen werden, beziehungsweise auf den Aufbau eines Finite-Elemente (FE) Modells einer Windenergieanlage (WEA). Die Idee, den Wind als Energiequelle zu nutzen, ist nicht neu, wie man am Beispiel einer Windmühle erkennen kann. Seit Beginn des 20. Jahrhunderts wurde daran geforscht, das Konzept der Windmühle soweit zu ändern, dass man den Wind nicht mehr in rein mechanische Energie umwandelt, sondern zur Stromgewinnung nutzt [2]. Heutige WEAs haben optisch kaum noch Gemeinsamkeiten mit den Windmühlen von damals. Der schematische Aufbau einer modernen WEA ist in der folgenden Abbildung 1.1 dargestellt.

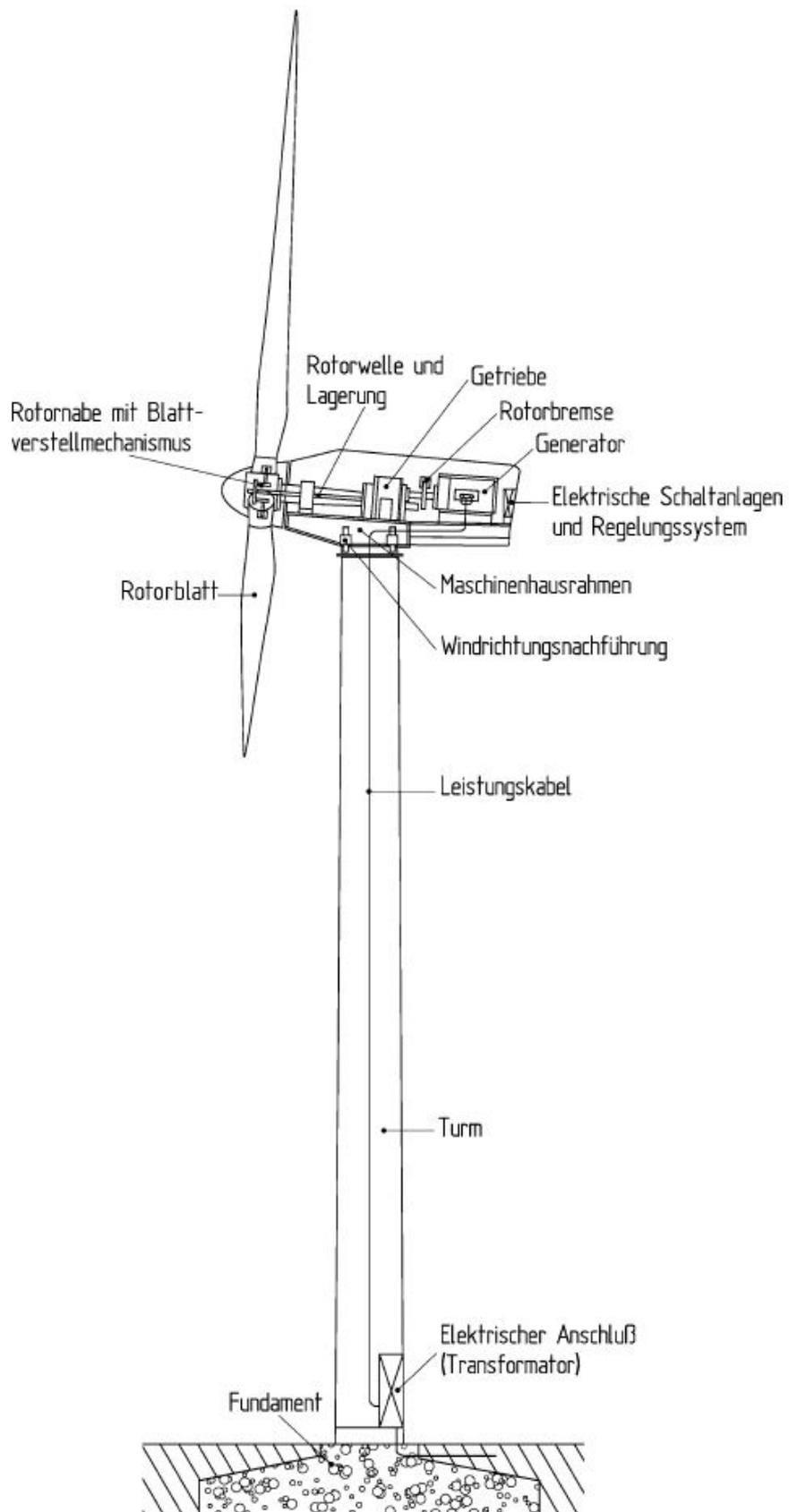


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung einer horizontalen Windkraftanlage [7]

Diese Bachelorthesis wird im Rahmen des Forschungsprojekts "WindNumSim" der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg durchgeführt und befasst sich mit der transienten strukturdynamischen 3D-Analyse einer Windenergieanlage.

Ziel des Forschungsprojekts "WindNumSim" ist die strukturelle und akustische Optimierung einer Windenergieanlage. Hierzu sollen möglichst alle Aspekte, die Einfluss auf den Betrieb einer WEA haben, detailliert einbezogen, ausgewertet und gekoppelt werden, um möglichst realitätsnahe Simulationsergebnisse zu erhalten.

Dies beinhaltet, dass die Windlasten anhand einer CFD-Analyse komplett mit Turmdurchlauf betrachtet werden, und dass das WEA-FEM-Modell selbst dreidimensional und dynamisch untersucht werden muss. Darüber hinaus sollen anhand moderner Fluid-Struktur-Interaktionsmodelle (FSI) die Ergebnisse miteinander gekoppelt werden, um die Belastung einer WEA so genau wie möglich darzustellen, um somit eine gute Optimierung zu ermöglichen [4].

Aufgabe dieser Bachelorthesis ist es, das 3D-FEM-Strukturmodell des Rotors einer WEA zu erstellen und einer transienten FE-Analyse zu unterziehen. Es ist dabei wichtig, dass die Steifigkeiten und die Massenverteilung den vorgegebenen praktischen Werten entsprechen und die angreifenden Windlasten die zeitlichen und raumabhängigen Schwankungen aufgrund der Höhenänderungen durch die Rotation berücksichtigen.

Die Daten, die dieser Thesis zu Grunde liegen, wurden von dem Windkraftanlagenhersteller und Projektpartner des Forschungsprojekts "PowerWind" zur Verfügung gestellt oder wurden bereits in vorangegangenen Arbeiten im Rahmen des Forschungsprojekts erarbeitet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Dynamische FEM

Ein wichtiges Kapitel der dynamischen FEM ist die transiente dynamische Analyse. Diese wird benötigt, wenn man eine beliebige zeitabhängige Last untersuchen möchte. Bei der transienten Analyse sind drei Lösungsmethoden möglich [9]:

- volle Methode
- Mode-Superpositionsmethode
- reduzierte Methode,

wobei bei der vollen Methode die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen numerisch über eine Zeitintegration komplett gelöst werden, was am genauesten, aber auch am zeitaufwändigsten ist. Bei der Mode-Superpositionsmethode werden faktorisierte Eigenvektoren einer Modalanalyse aufsummiert, um das dynamische System zu berechnen. Bei der reduzierten Methode handelt es sich um eine Vereinfachung der vollen Methode, um Rechenzeit und Speicherplatz zu sparen, da hier nur Master-Freiheitsgrade berücksichtigt werden und die Ergebnisse anschließend auf die anderen Knoten übertragen werden [6].

Bei allen drei Methoden ist es das Ziel, die Differentialgleichung (DGL)

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}_t = \mathbf{F}_t \quad (2.1)$$

per direkter Integration zu lösen. Es handelt sich um eine lineare DGL zweiter Ordnung, wobei \mathbf{M} für die Massen-, \mathbf{D} für die Dämpfungs- und \mathbf{K} für die Steifigkeitsmatrix stehen. \mathbf{F} steht für den Vektor der äußeren Lasten und $\ddot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}$ und \mathbf{U} stehen für den Beschleunigungs-, Geschwindigkeits-, und Verschiebungsvektor und sind von der Zeit abhängig.

Direkte Integration bedeutet, dass $(\ddot{\mathbf{U}}, \dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U})$ zum Startzeitpunkt t bekannt sein müssen, um für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechnet werden zu können. Es wird an dieser Stelle unterschieden, durch welche Methode man vom Zeitpunkt t zu dem Zeitpunkt $t + \Delta t$ gelangt.

Es wird zwischen expliziten und impliziten Verfahren unterschieden, wobei bei expliziten Verfahren der Zeitpunkt $t + \Delta t$ nur auf Basis des dynamischen Gleichgewichts zum Zeitpunkt t dargestellt wird, während bei den impliziten Verfahren der Zustand auf Basis des dynamischen Gleichgewichts zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ durch Iterationen über alle Zeitschritte dargestellt wird [8]. Beide Verfahren sollen im Nachfolgenden genauer erläutert werden.

2.1.1 Explizite Verfahren

Bei expliziten Verfahren wird der Zeitpunkt $t + \Delta t$ auf Basis des dynamischen Gleichgewichts zum Zeitpunkt t dargestellt, was die wellenförmige Ausbreitung einer elastischen Spannung, die das FE-Netz durchläuft, bedeutet [8].

Ein typisches explizites Verfahren ist das Verfahren der zentralen Differenzen (VZD), oder auch Zentrale Differenzenmethode genannt.

Dieses Verfahren approximiert über finite Differenzen, wie die folgende Abbildung 2.1 verdeutlicht.

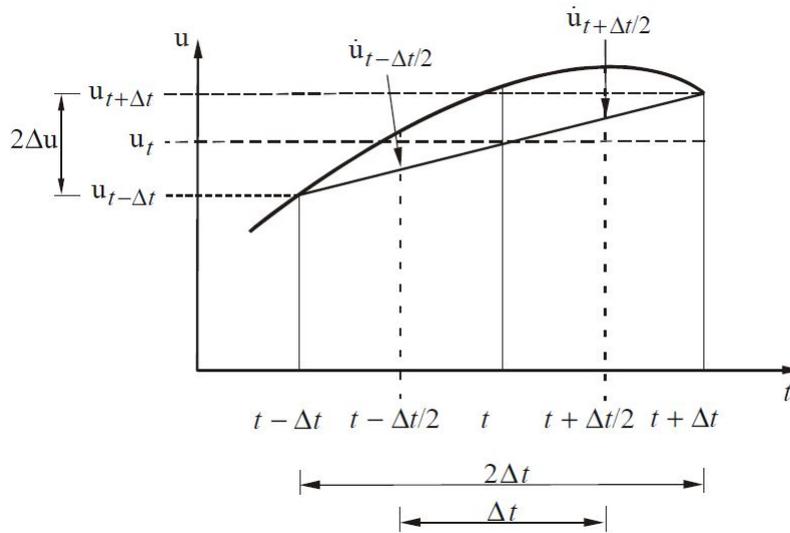


Abbildung 2.1: Zentrale Differenzenmethode [8]

Die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t kann abgeschätzt werden nach der Gleichung

$$\dot{u}_t \approx \frac{1}{2\Delta t} (u_{t+\Delta t} - u_{t-\Delta t}) \quad (2.2)$$

und die Beschleunigung nach der Gleichung [8]

$$\begin{aligned} \ddot{u}_t &\approx \frac{1}{\Delta t} (\dot{u}_{t+\Delta t} - \dot{u}_{t-\Delta t}) = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{u_{t+\Delta t} - u_t}{\Delta t} - \frac{u_t - u_{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) \\ &\approx \frac{1}{\Delta t^2} (u_{t+\Delta t} - 2u_t + u_{t-\Delta t}). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Wenn diese Ansätze in die ursprüngliche DGL (2.1) eingesetzt werden, ergibt sich nach

einigem Umformen die Gleichung

$$\left(\mathbf{M} + \frac{1}{2}\Delta t \cdot \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \Delta t^2 \cdot \mathbf{F}_t - \left(\Delta t^2 \cdot \mathbf{K} - 2\mathbf{M}\right) \cdot \mathbf{U}_t - \left(\mathbf{M} - \frac{1}{2}\Delta t \cdot \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{U}_{t-\Delta t} \quad (2.4)$$

mit der nun die Verschiebung $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ berechnet werden kann. Wenn ein nichtlineares Problem vorliegt, also die Steifigkeitsmatrix von der Verschiebung abhängt ($\mathbf{K}(\mathbf{U})$), kann mit einer modifizierten DGL [8]

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{F}_t^{int} = \mathbf{F}_t^{ext}, \quad (2.5)$$

mit \mathbf{F}_t^{int} als inneren und \mathbf{F}_t^{ext} als äußeren Kräften, gerechnet werden, welche folgende diskret approximierete Lösung hat:

$$\left(\mathbf{M} + \frac{1}{2}\Delta t \cdot \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \Delta t^2 \cdot \left(\mathbf{F}_t^{ext} - \mathbf{F}_t^{int}\right) + 2\mathbf{M} \cdot \mathbf{U}_t - \left(\mathbf{M} - \frac{1}{2}\Delta t \cdot \mathbf{D}\right) \cdot \mathbf{U}_{t-\Delta t} \quad (2.6)$$

Wenn nun noch die Dämpfung \mathbf{D} vernachlässigbar ist, kann die Gleichung zusätzlich vereinfacht werden zu

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \Delta t^2 \cdot \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{F}_t^{ext} - \mathbf{F}_t^{int}\right) + 2\mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t-\Delta t}. \quad (2.7)$$

Es ist zu erkennen, dass sich die Verschiebung $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ aus der Lösung zum Zeitpunkt t berechnet, was bedeutet, dass es sich um eine explizite Integration handelt.

Das VZD benötigt vergleichsweise wenig Rechenzeit, obwohl die Zeitschritte sehr klein gewählt werden müssen. Wenn die Zeitschritte zu groß gewählt werden, wachsen die berechneten Verschiebungen über alle Grenzen, was bedeutet, dass das Verfahren nur bedingt stabil ist [9]. Es ergibt sich eine kritische Zeitdauer t_{krit} aus der Zeit, die die Spannungswelle benötigt, um das kleinste Finite Element im Netz zu durchlaufen und kann über die Gleichung

$$t_{krit} = \frac{2}{\omega_{max}} \left(\sqrt{\xi^2 + 1} - \xi\right) \quad (2.8)$$

berechnet werden, wobei ξ das Lehr'sche Dämpfungsmaß und ω_{max} die größte ungedämpfte Eigenkreisfrequenz des Systems sind [9].

Ein weiterer großer Unterschied zwischen den expliziten und impliziten Verfahren besteht darin, dass die expliziten Verfahren auf den Aufbau von Systemmatrizen verzichten und nur Vektoren multiplizieren, was von Vorteil ist, wenn man nichtlineares Materialverhalten oder geometrische Nichtlinearitäten betrachten möchte [9].

Dieser Unterschied der Berechnungsmethode ist in Abb. 2.2 schematisch dargestellt und ist der Hauptgrund für den deutlichen Rechenzeitvorteil bei den expliziten Verfahren,

wobei \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix, \mathbf{v} die Verschiebungen beim impliziten Verfahren, \mathbf{q} die Verschiebungen beim expliziten Verfahren und \mathbf{f} die Kraftvektoren sind.

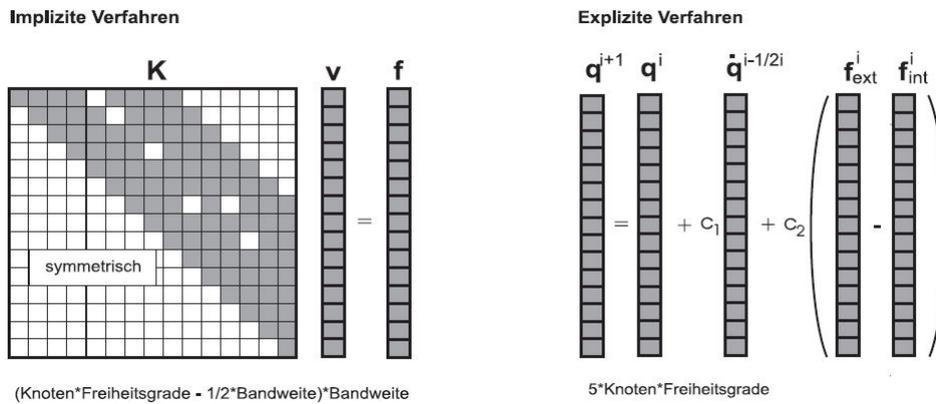


Abbildung 2.2: Implizite und Explizite Integrationsverfahren [5]

Durch diese Merkmale werden explizite Verfahren eher seltener für strukturmechanische Untersuchungen verwendet, sondern haben ihre Stärke in kurzzeitigen Simulationen, bei denen starke Verformungen auftreten, wie beispielsweise Crashberechnungen oder Blechumformungen [9].

2.1.2 Implizite Verfahren

Die Arbeitsweise der impliziten Verfahren besteht darin, dass die Differentialgleichung zu jedem diskreten Zeitpunkt $t_0, t_1, t_2, \dots, t_E$ komplett gelöst werden muss und zwischen diesen Zeitpunkten linear interpoliert wird [5]. Dies hat zur Folge, dass der Rechenaufwand deutlich größer wird, diese Verfahren aber unbedingt stabil sind. Dies bedeutet nicht, dass die Lösungen, unabhängig von den Zeitschritten, immer gut sind, sondern dass die Verschiebungen nie aus den Grenzen laufen [9]. Die Zeitschritte müssen also trotzdem auf ihre qualitative Genauigkeit geprüft werden. Dies geschieht äquivalent zum Test, ob die Netzfeinheit auskonvergiert ist. Es wird solange verfeinert, bis die Änderungen der Ergebnisse vernachlässigbar klein werden.

Im Regelfall bedeutet ein implizites Verfahren, dass man mit dem Newmark-Verfahren oder dem etwas erweiterten HHT-Verfahren arbeitet. Bei dem Newmark-Verfahren handelt es sich um eine Taylorreihenentwicklung, die die Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechnet. Um die Lösung zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechnen zu können, muss jedoch die vorangegangene Lösung zum Zeitpunkt t bekannt sein.

Genau wie bei den expliziten Verfahren muss die DGL (2.1) gelöst werden.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_t \quad (2.9)$$

Bei stetigen Bewegungen kann die Beschleunigung durch den Mittelwert

$$\ddot{\mathbf{U}} = \ddot{\mathbf{U}}_{(t+\Delta t)/2} = \frac{1}{2} (\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \ddot{\mathbf{U}}_t) \quad (2.10)$$

berechnet werden. Durch Integration ergeben sich die Gleichungen für die Geschwindigkeit [8]

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{U}}_t + (\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \ddot{\mathbf{U}}_t) \frac{\Delta t}{2} \quad (2.11)$$

und die Verschiebung

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{U}_t + \dot{\mathbf{U}}_t \cdot \Delta t + (\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \ddot{\mathbf{U}}_t) \frac{\Delta t^2}{4}. \quad (2.12)$$

Durch Umformen der Gleichung für die Verschiebung (2.12) ergibt sich die Beschleunigung zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ zu

$$\ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \frac{4}{\Delta t^2} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t - \ddot{\mathbf{U}}_t. \quad (2.13)$$

Es wird nun die Gleichung für die Geschwindigkeit (2.11) ebenfalls nach der Beschleunigung umgeformt und kann dadurch mit der Gleichung (2.13) gleichgesetzt werden:

$$\frac{2}{\Delta t} (\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} - \dot{\mathbf{U}}_t) = \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} + \ddot{\mathbf{U}}_t \hat{=} \frac{4}{\Delta t^2} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t \quad (2.14)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = -\dot{\mathbf{U}}_t + \frac{2}{\Delta t} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t). \quad (2.15)$$

Wenn jetzt die Gleichungen für die Beschleunigung (2.13) und die Geschwindigkeit (2.15) in die Bewegungsgleichung (2.9) eingesetzt werden, ergibt sich:

$$\mathbf{M} \left[\frac{4}{\Delta t^2} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) - \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t - \ddot{\mathbf{U}}_t \right] + \mathbf{D} \left[-\dot{\mathbf{U}}_t + \frac{2}{\Delta t} (\mathbf{U}_{t+\Delta t} - \mathbf{U}_t) \right] + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} \quad (2.16)$$

Diese Gleichung kann zusammengefasst werden zu

$$\left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t} \mathbf{D} + \mathbf{K} \right) \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} + \mathbf{M} \left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{U}_t + \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{U}}_t + \ddot{\mathbf{U}}_t \right) + \mathbf{D} \left(\frac{2}{\Delta t} \mathbf{U}_t + \dot{\mathbf{U}}_t \right). \quad (2.17)$$

Somit kann bei gegebenen Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t(\mathbf{U}_t, \dot{\mathbf{U}}_t, \ddot{\mathbf{U}}_t)$ die Verschiebung zum Folgezeitpunkt $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ iterativ berechnet werden.

Mittlerweile hat sich eine abgewandelte Form des Newmark-Verfahrens etabliert. Hierbei errechnen sich die Beschleunigung, Geschwindigkeit und Verschiebung über

$$\ddot{\mathbf{U}} = [(1 - \beta) \cdot \ddot{\mathbf{U}}_t + \beta \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}], \quad (2.18)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{U}}_t + [(1 - \beta) \cdot \ddot{\mathbf{U}}_t + \beta \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}] \cdot \Delta t, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{U}_t + \dot{\mathbf{U}}_t \cdot \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \cdot \ddot{\mathbf{U}}_t + \alpha \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t} \right] \cdot \Delta t^2, \quad (2.20)$$

wobei die Newmark-Parameter α und β , auch Wichtungsfaktoren genannt, für die Genauigkeit und Stabilität des Systems verantwortlich sind. Die Werte von α und β können schwanken, worauf an dieser Stelle aber nicht weiter eingegangen werden soll. Numerische Untersuchungen haben gezeigt, dass sich die beste Genauigkeit bei $\beta = \frac{1}{2}$ und $\alpha = \frac{1}{4}$ ergeben, wobei bei Ansys beide Werte durch einen Dämpfungsfaktor minimal nach oben korrigiert werden um hochfrequente Störschwingungen zu vermeiden [9]. Es ist darauf zu achten, dass sich die Bezeichnungen der Parameter je nach Literatur unterscheiden.

2.2 Aerodynamik

Die Aerodynamik ist ein Unterkapitel der Strömungslehre und befasst sich mit der Bewegung von Körpern in kompressiblen Fluiden, wie beispielsweise Luft. Hierbei liegt das Hauptaugenmerk der Aerodynamik auf den Bereichen Luftwiderstand und Auftrieb.

Auf die Rotorblätter einer Windenergieanlage (WEA) haben beide Bereiche großen Einfluss, wobei sich diese Arbeit primär mit dem Kapitel Auftrieb befasst. Dies hat den Hintergrund, dass es sowohl Widerstandsläufer als auch Auftriebsläufer als Windenergieanlagen gibt. Es haben sich jedoch die Auftriebsläufer durchgesetzt und gerade bei großen industriellen Anlagen gibt es nahezu ausschließlich Auftriebsläufer [2]. Die beiden wichtigsten Berechnungsparameter für Auftriebsläufer sind die Auftriebskraft F_A und der Auftriebsbeiwert c_A . Diese beiden Parameter und deren Berechnungen sollen im folgenden Kapitel genauer erläutert werden.

2.2.1 Auftriebskraft

Wie bereits erwähnt unterscheidet man bei Windenergieanlagen grundsätzlich zwischen Widerstandsläufern und Auftriebsläufern. Bei modernen Windenergieanlagen handelt es sich jedoch nahezu immer um Auftriebsläufer, welche durch den anströmenden Wind und das Flügelprofil eine Auftriebskraft entwickeln, die die WEA antreiben. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle nicht weiter auf die Widerstandsläufer eingegangen werden. Auftriebsläufer haben sich etabliert, da sie deutlich bessere Leistungsbeiwerte haben und so deutlich dichter an die 59% Leistungsentnahme des Windes nach Betz heranreichen [2].

Die Auftriebskraft F_A teilt sich in eine Antriebs- und eine Schubkomponente auf, wie in Abb. 2.3 zu sehen ist. Die Schubkomponente $F_{A,Schub}$ ist deutlich größer als die Antriebskomponente $F_{A,Antrieb}$, was zur Folge hat, dass mehr Kraft in die Durchbiegung der Flügel eingeht als in rotatorische Energie umgesetzt werden kann. Da das Hauptaugenmerk dieser Thesis auf dieser Durchbiegung liegt, wurde die Antriebskomponente vereinfacht mit einer konstanten Rotationsgeschwindigkeit von $27,7 \frac{U}{min}$ angenommen, was der Nenndrehzahl dieser Anlage entspricht.

Die folgende Abbildung zeigt die angreifenden Kräfte am Flügelprofil

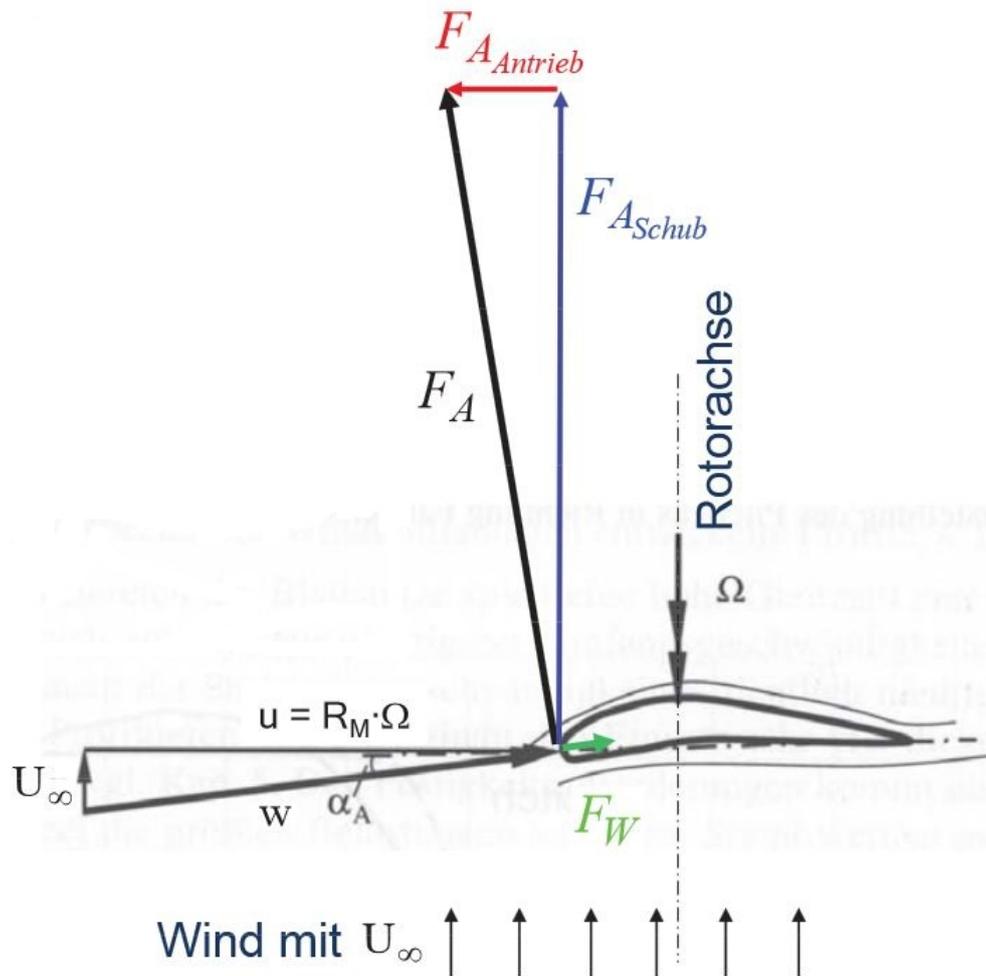


Abbildung 2.3: Prinzip eines Auftriebläufers [11]

mit F_A als Auftriebskraft, welche sich aus einer Schubkomponente $F_{A,Schub}$ und einer Antriebskomponente $F_{A,Antrieb}$ zusammensetzt. Des Weiteren greifen die Windgeschwindigkeit U_∞ und die Umfangsgeschwindigkeit u am Profil an. Diese beiden können durch die Anströmgeschwindigkeit w zusammengefasst werden.

Es ergibt sich die Gleichung der Auftriebskraft F_A zu [2]:

$$F_A = \frac{\rho}{2} * w^2 * A * c_A \quad (2.21)$$

mit ρ als Luftdichte, A als Flügelquerschnittsfläche, c_A als Auftriebsbeiwert und w als Anströmgeschwindigkeit. Die Werte für die Luftdichte und die Querschnittsfläche sind in diesem Fall bekannt und die Anströmgeschwindigkeit setzt sich durch Vektoraddition der Umfangsgeschwindigkeit u und der Windgeschwindigkeit U_∞ zusammen:

$$w = \sqrt{u^2 + U_\infty^2} \quad (2.22)$$

Den Auftriebsbeiwert c_A zu bestimmen ist kompliziert, da c_A und F_A voneinander abhängig sind und nicht separat berechnet werden können.

Dies bedeutet, dass der Auftriebsbeiwert c_A nur experimentell bestimmt werden kann. Die Vorgehensweise hierzu wird im folgenden Kapitel genauer erklärt.

2.2.2 Auftriebsbeiwert

Um die Auftriebsbeiwerte für die verschiedenen Flügelabschnitte zu bestimmen, muss an dieser Stelle auf experimentell ermittelte Werte zurückgegriffen werden. Da jedoch für aktuelle WEAs sämtliche Beiwerte unter Verschluss gehalten werden, muss auf die sogenannten NACA-Profilen zurückgegriffen werden, da die Testergebnisse zu diesen Profilen frei zugänglich sind [1]. Diese Profile wurden in den 1930er Jahren in den USA entwickelt und 1933 im Windkanal getestet. Sie dienten ursprünglich als Modelle für Flügel von Flugzeugen, die den heutigen WEA Rotorblättern sehr ähnlich sind, da das Prinzip, den Auftrieb zu nutzen, dasselbe ist.

Die heutigen Rotorblätter wurden im Laufe der Zeit optimiert und bieten dadurch leichte Abweichungen zu den original NACA-Profilen, was jedoch an dieser Stelle vernachlässigt werden soll.

Es gibt mehrere Arten von NACA-Profilen, wobei die vierstelligen NACA-Profile die Grundlage darstellen. Vierstellige NACA-Profile bedeutet, dass das NACA Profil durch eine vierstellige Zahl definiert ist, zum Beispiel NACA-4412. Die einzelnen Ziffern der Zahl haben unterschiedliche Bedeutung und stellen das Profil mathematisch dar.

- Die erste Ziffer stellt die Profilwölbung als prozentualen Anteil der Profilhöhe dar
- Die zweite Ziffer stellt die Wölbungsrücklage als Zehntel der Länge der Profilhöhe dar
- Die hinteren beiden Ziffern stehen für die maximale Dicke als prozentualer Anteil der Profilhöhe

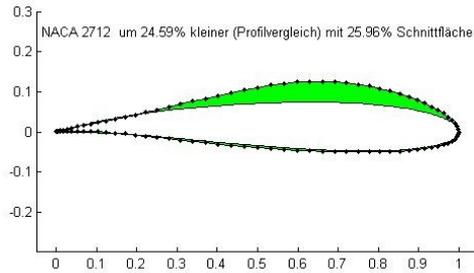
Es gibt mittlerweile modifizierte Arten von NACA Profilen, wie beispielsweise fünf- und sechsstellige Profile, allerdings werden hier aus Vereinfachungsgründen nur die originalen vierstelligen Profile betrachtet.

Um zu testen, welches NACA-Profil die geringste Abweichung zu dem jeweilig vorliegenden Rotorabschnitt hat, wurde ein Matlab Programm genutzt, welches vorab im Rahmen des Forschungsprojekts geschrieben wurde. Dieses Programm greift, wie bereits erwähnt, nur auf die vierstelligen Profile zurück, da es mittlerweile so viele Profile gibt, dass es den Rahmen sprengen würde, alle Profile zu betrachten. Das Programm liest den jeweiligen Querschnitt ein, erzeugt einen Graphen dazu und geht iterativ die NACA-Profile durch, um zu berechnen, bei welchem Profil die geringste Abweichung besteht. Die geringste Abweichung bedeutet in diesem Fall, dass zum Einen geprüft wird, wie weit sich die Profile überschneiden und zum Anderen, inwieweit sich die Profile in der Größe unterscheiden.

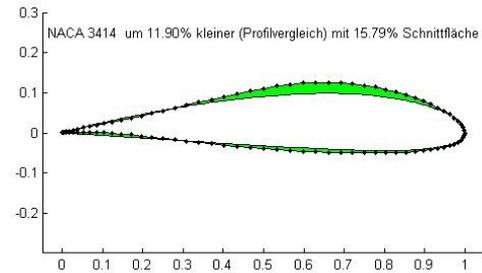
Die Dicke des NACA-Profiles, welche durch die letzten beiden Ziffern der Kennungsnummer definiert ist, muss manuell vorgeben werden und die Iteration kann gestartet werden. Wie erwähnt, handelt es sich bei der Dicke jedoch nicht um einen absoluten Wert, sondern um den prozentualen Anteil der Profilhöhe. So beträgt beispielsweise beim Profil xx15 die maximale Dicke 15% der Höhe des Profils.

Abschließend müssen die besten Ergebnisse der verschiedenen Dicken ausgewertet und verglichen werden.

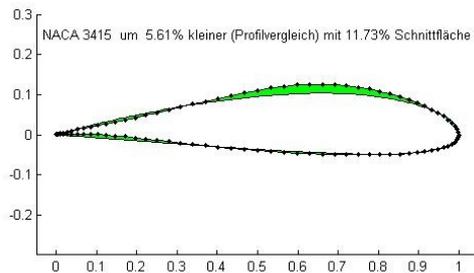
Für den Profilquerschnitt "E" sollen an dieser Stelle beispielsweise die verschiedenen Profilüberschneidungen betrachtet werden, wobei die gepunktete Linie unser reales Profil darstellt und die nicht gepunktete Linie dem NACA-Profil entspricht. Die grünen Zonen zwischen den Profilen zeigen die Differenz an und sollten möglichst gering sein:



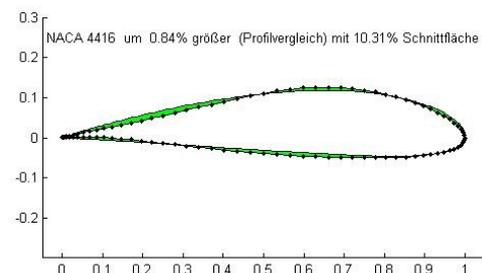
(a) Dicke 12%



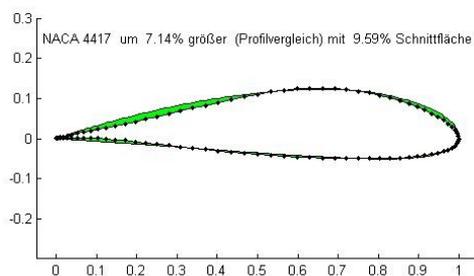
(b) Dicke 14%



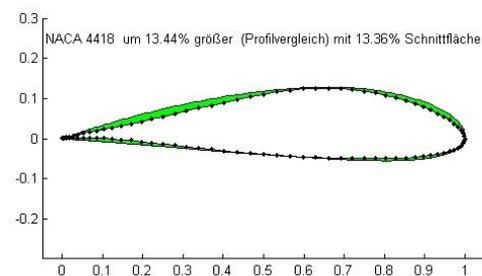
(c) Dicke 15%



(d) Dicke 16%



(e) Dicke 17%



(f) Dicke 18%

Abbildung 2.4: Unterschiedliche Dicken für den Profilabschnitt "E"

Nach der Auswertung dieser Ergebnisse zeigt sich, dass das optimale Profil 4416 ist. An dieser Stelle tritt jedoch das Problem auf, dass es nicht für alle berechenbaren Dicken reale Profile und somit Testergebnisse gibt. Es existieren nur die sechs Dicken von 06%, 09%, 12%, 15%, 18% und 21%. Bei dem Profil mit der nächst höheren Überschneidung entsteht erneut das Problem, dass es dieses nicht real gibt, da die erste Kennziffer, welche die Profilwölbung prozentual zur Profilhöhe angibt, auch nur auf die vier Werte 0%, 2%, 4% und 6% beschränkt ist. Somit müssen nun die beiden realen Profile 4415 und 4418 miteinander verglichen werden, wobei sich das Profil 4415 als Besseres herausstellt, wie Abb. 2.5 zeigt. Allerdings ist klar zu erkennen, dass das NACA-Profil ein wenig kleiner ist als das reale Profil. Da allerdings die c_A -Werte manuell abgelesen werden müssen und dadurch Messungenauigkeiten unvermeidlich sind, soll die Profilabweichung an dieser Stelle nicht weiter stören.

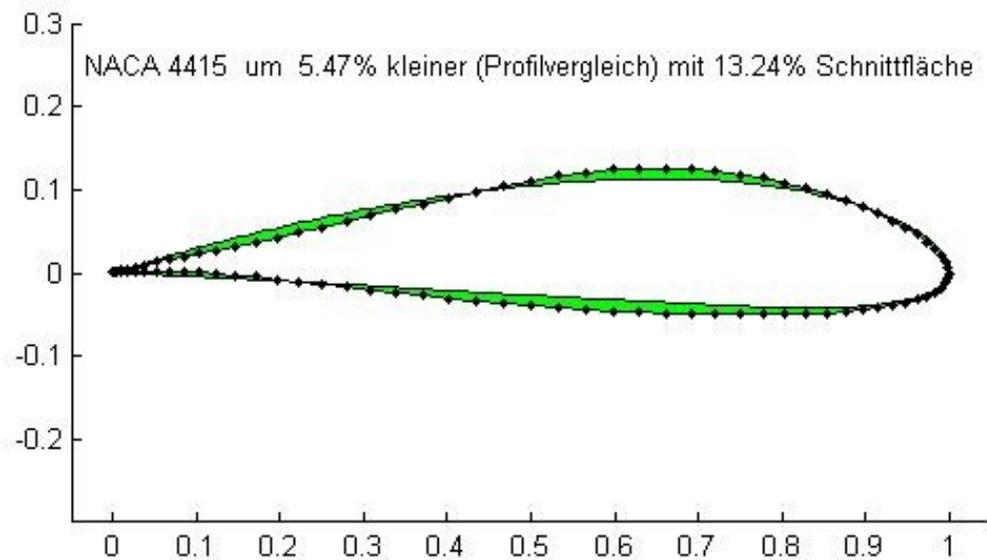


Abbildung 2.5: Ausgewähltes Profil für den Profilquerschnitt "E"

Es ergibt sich folgende Tabelle mit Auftriebsbeiwerten, wobei der Aufbau der Profile in Abb. 2.6 dargestellt ist und im Kapitel "Geometrie" nochmals ausführlich erklärt wird.

Profil	Auftriebsbeiwert	Profil	Auftriebsbeiwert
A1	0	D4	1,2
A2	0	E1	1,2
A3	0	E2	1,15
B1	1,1	E3	1,1
B2	1,25	F1	1,05
C1	1,29	F2	1,0
D1	1,3	F3	0,95
D2	1,2	F4	0,95
D3	1,2	F5	0,9

Tabelle 1: Auftriebsbeiwerte der Profilquerschnitte

Die Auftriebsbeiwerte für die Profile "A1" bis "D4" wurden bereits in vorangegangenen Arbeiten ermittelt und wurden lediglich übernommen. Die Werte für die Profilquerschnitte "E" und "F" wurden nach oben genannter Weise mit den NACA-Profilen 4415 sowohl für den Querschnitt "E" als auch für "F" ermittelt.

Mit den so bestimmten Auftriebsbeiwerten kann nun die Auftriebskraft nach der Gleichung (2.21) aus dem Kapitel 2.2.1 bestimmt werden.

3 Aufbau des strukturdynamischen Modells

3.1 Geometrie

Bei dieser Bachelorthesis handelt es sich um die Simulation einer Windenergieanlage (WEA) mit einer Nabenhöhe von 68 Metern, einer Flügellänge von 28 Metern (56 Metern Durchmesser) und somit einer Maximalgröße von 96 Metern, wobei sich die Ausarbeitung des Modells lediglich auf den Rotor bezieht (siehe Abb. 3.1) und die Höhe somit nur Einfluss auf die dynamischen Windlasten hat, auf die später ausführlich eingegangen wird.

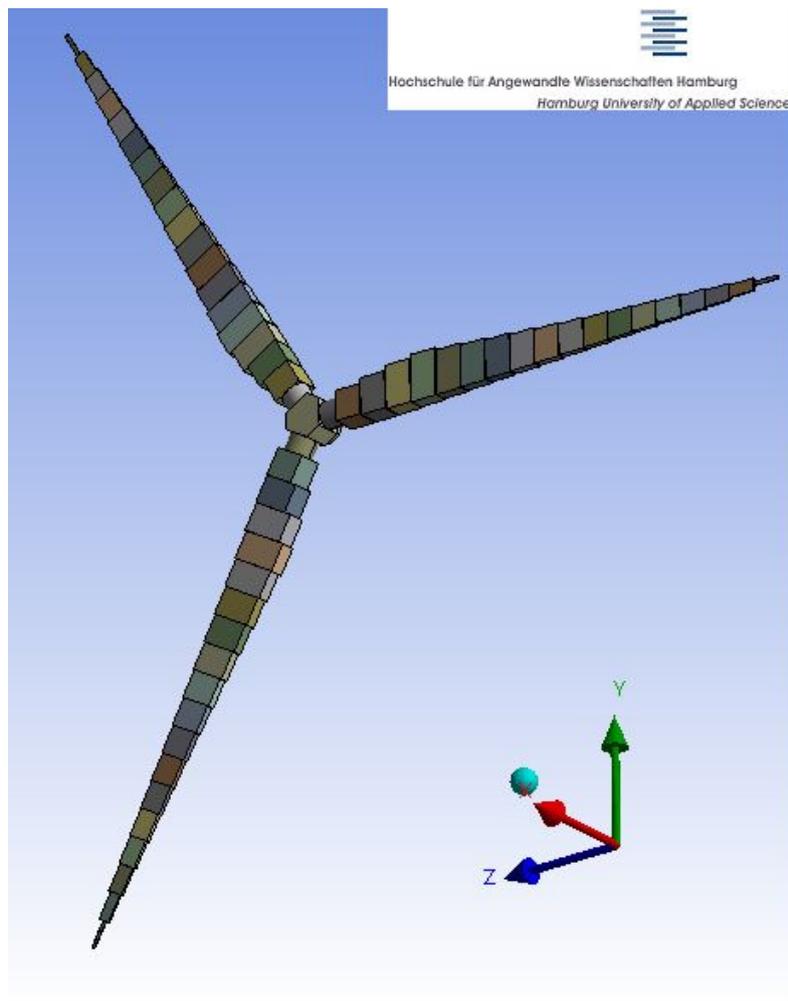


Abbildung 3.1: Strukturmodell des Rotors

Im Rahmen des Forschungsprojekts wurde von PowerWind eine Tabelle mit Querschnitten an verschiedenen Stellen des Flügels zur Verfügung gestellt, mit der die Geometrie

erzeugt werden kann. Da keine genaueren Geometriedaten oder ein ausmodellierter Flügel zur Verfügung stehen, wurde beschlossen, das Flügelmodell aus mehreren rechteckigen Blöcken zusammenzusetzen, wobei die Länge des jeweiligen Blocks der Länge der Sehne entspricht. Die Sehne entspricht der längsten Geraden, die in den Querschnitt des Flügels gelegt werden kann. Sie geht von der Vorderkante bis zur hintersten Spitze des Flügels.

Die Dicke des Blocks entspricht der maximalen Dicke des Flügelabschnitts und die Breite der jeweiligen Länge des Abschnitts, wie man zur Veranschaulichung in Abb. 3.2 erkennen kann.

So entspricht der Block genau dem kleinstmöglichen Quader, in den der Flügelabschnitt komplett hineinpasst.

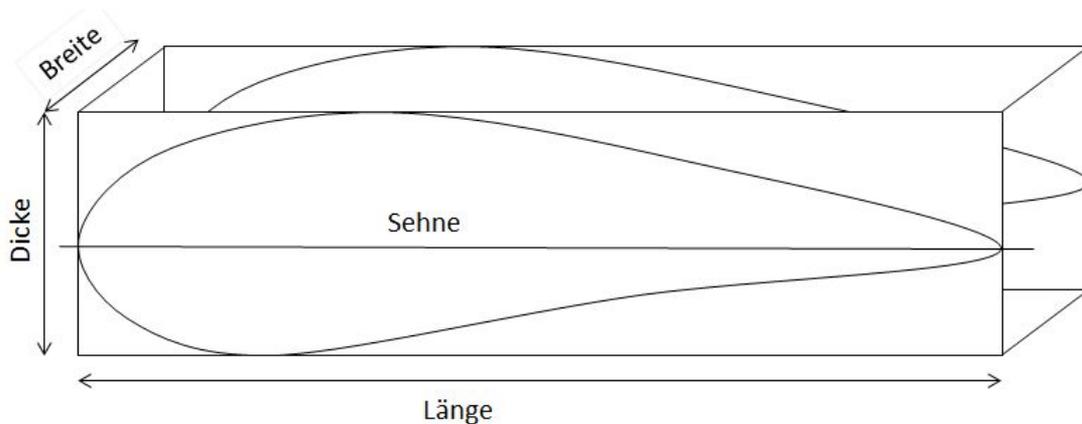


Abbildung 3.2: Aufbau eines Blocks

Dies ist eine durchaus akzeptable Vereinfachung, da die Steifigkeiten an den jeweiligen Stellen ebenso bekannt sind und den jeweiligen Flügelabschnitten vor der Simulation wieder zugeordnet werden.

Der Rotor wurde mit Catia V5 erstellt und bei Ansys Workbench 14.0 importiert. Die Verbindungsstellen der einzelnen Parts wurden via Flächenkontakten miteinander verbunden und per Offset-Bedingungen zueinander ausgerichtet. Bei der Importierung in Ansys wurden aus diesen Verbindungen die Kontakttypen "Verbund" generiert. Allerdings führten die "Verbund"-Kontaktbedingungen bei der Simulation zu Konvergenzproblemen, welche dadurch gelöst werden konnten, dass man die Kontakte unterdrückt oder löscht und durch die Verbindungstypen "Fixiert" aus der Gruppe "Körper-Körper"-Verbindungen manuell ersetzt. Somit ergibt sich ein Modell eines einzelnen Rotorblattes, welches die folgende Abbildung 3.3 zeigt.

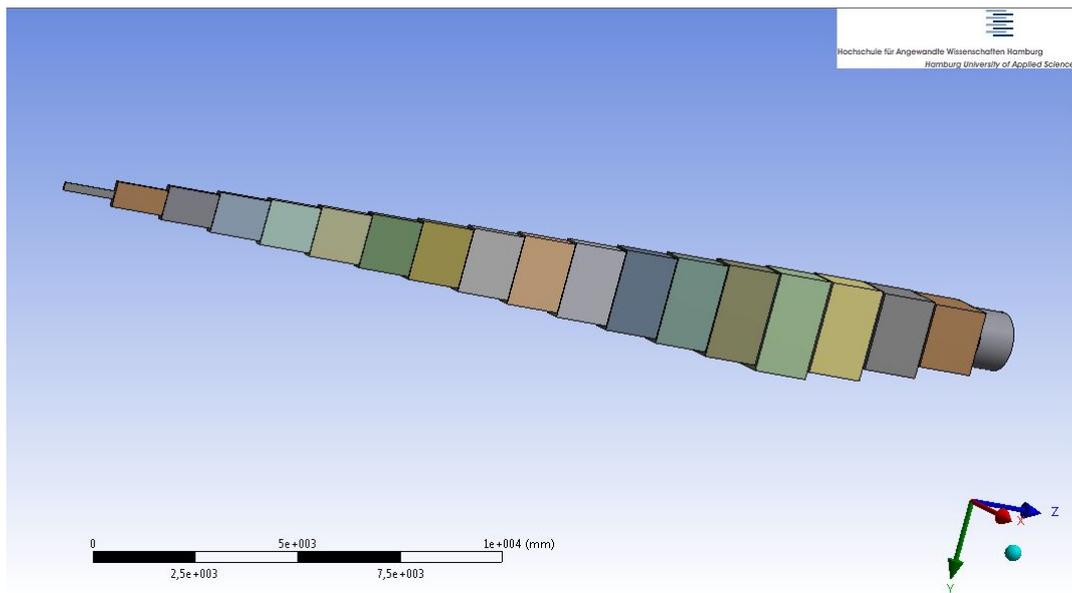


Abbildung 3.3: Modell eines Rotorblattes

In der Abb. 3.4 ist beispielhaft der "Körper-Körper"-Verbindungstyp zwischen der Nabe und dem ersten Abschnitt eines Rotorblattes dargestellt.

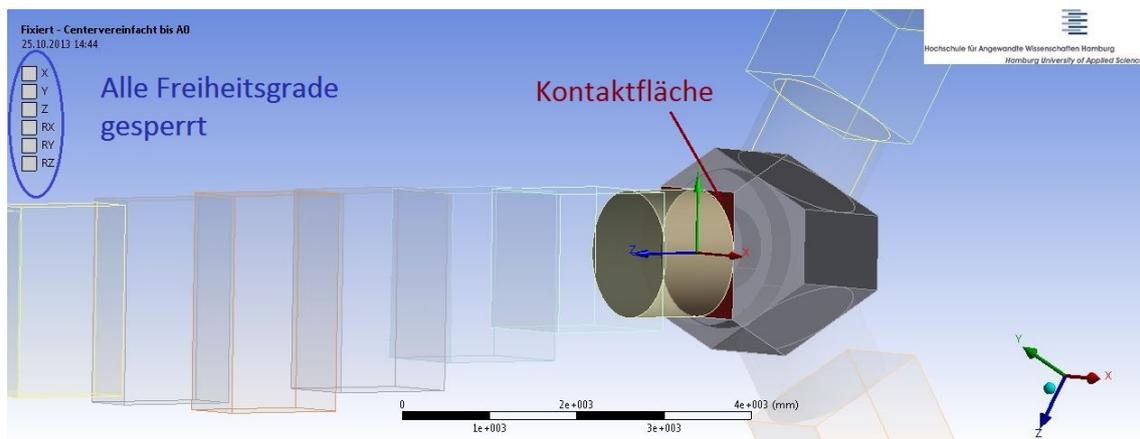


Abbildung 3.4: Beispiel der Kontaktflächen

Die rote als Kontaktfläche gekennzeichnete Fläche der Nabe wurde als Referenzgeometrie gewählt und die daraufliegende Fläche des ersten Flügelabschnitts als mobile Geometrie. So wurden alle Komponenten der Rotorblätter von innen nach außen über Verbindungen fixiert. Anhand der blau umkreisten Freiheitsgrade kann man deutlich erkennen, dass sämtliche translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade gesperrt sind, da sie grau markiert sind. Nicht gesperrte Freiheitsgrade wären blau markiert.

In der folgenden Abbildung 3.5 ist zu erkennen, wie durch die definierten Verbindungen die einzelnen Profile, über eine CE-Spinne verbunden wurden. CE steht für Constraint Equation und bedeutet soviel wie Zwangsbedingung. Das bedeutet, dass die Freiheitsgrade der Spinne den Freiheitsgrad des Masterknotens übernehmen, was einer RBE2-Spinne entspricht. Der Masterknoten befindet sich auf dem inneren Profil und die Spinne auf dem Äußeren. So werden die Bewegungen von innen nach außen weitergegeben.

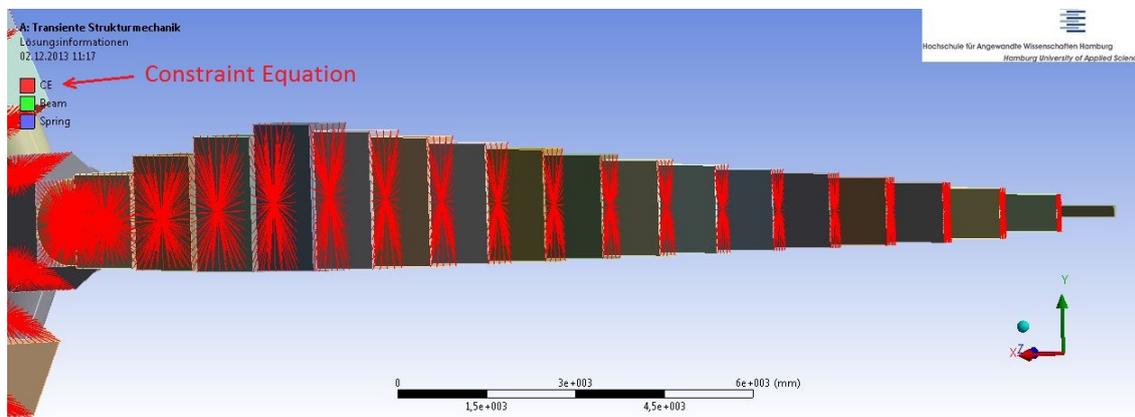


Abbildung 3.5: Constraint Equations

Die einzelnen Flügelprofile wurden in der vorgegeben Excel-Datei von PowerWind von A0 bis F5 durchnummeriert. Da auf diese Bezeichnungen im weiteren Verlauf der Arbeit immer wieder eingegangen wird, soll an dieser Stelle kurz das System dieser Nummerierung erläutert werden. Bei dem Buchstaben handelt es sich um die Form des Flügelprofils, welche mit den NACA-Profilen verglichen wird, um so den jeweiligen Auftriebskoeffizienten zu ermitteln. Die Nummer hinter den Buchstaben bedeutet lediglich eine Größenänderung des jeweiligen Profilquerschnitts. So haben beispielsweise die Abschnitte D1 bis D4 die gleiche Profilform, jedoch alle eine unterschiedliche Dicke. Dies bedeutet jedoch nicht, dass allen Profilen das gleiche NACA-Profil entspricht, da diese durch die Größenänderungen abweichen können.

Die Nachfolgende Abbildung soll die Reihenfolge der Nummerierung verdeutlichen.

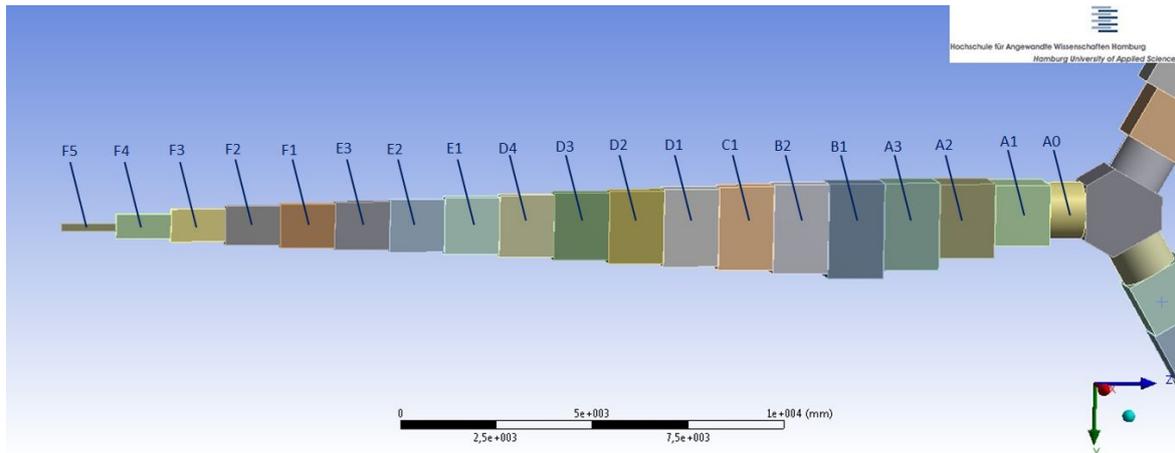


Abbildung 3.6: Nummerierung der Flügelprofile

Es fällt auf, dass das Profil "A0" im Vergleich zu den anderen Profilen rund und nicht rechteckig ist. Dies hat den Grund, dass es sich hierbei um die Wurzel des Flügels handelt, welche auch in der Realität komplett rund ist.

3.2 Lagerung

Da es durch die ungenaue Geometrie nicht möglich ist, den Rotor durch die angreifenden Windlasten zur Rotation zu bewegen, musste an dieser Stelle vereinfacht werden. Der Rotor wurde durch den Verbindungstyp "Umdrehung" der Kategorie "Körper-Umgebung" definiert, wie in Abb. 3.7 ersichtlich ist. Die Kategorie "Körper-Umgebung" bedeutet, dass die Verbindung mit einem festen Punkt der Umgebung verbunden ist. Darüber hinaus gibt es noch die Verbindungskategorie "Körper-Körper", die bedeutet, dass ein Körper mit einem anderen Körper verbunden ist und diesen somit als Referenz definiert bekommt. Dies bedeutet, dass die Rotorblätter, die über die "Körper-Körper"-Verbindung fixiert wurden, die Rotation der Nabe übernehmen.

Der Verbindungstyp "Umdrehung" sperrt alle translatorischen Freiheitsgrade, sowie die Rotationen um die x- und y-Achse. Es bleibt folglich nur die Rotation um die z-Achse übrig, wie durch den blau markierten Freiheitsgrad in der folgenden Abbildung 3.7 ersichtlich wird.

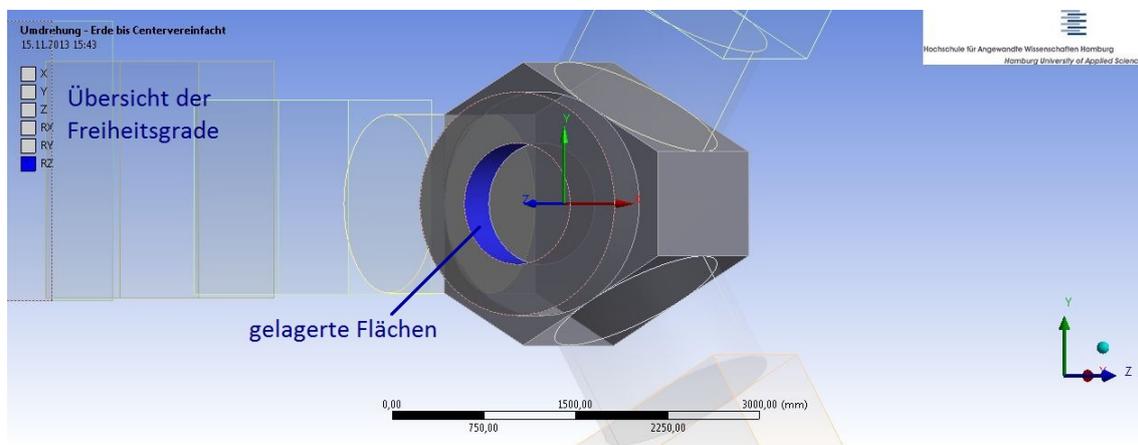


Abbildung 3.7: Lagerung des Gelenkantriebs

Als gelagerte Flächen wurde der Innenkreis des vereinfachten Lagers gewählt. Es wäre jedoch für die Simulationsergebnisse besser gewesen, wenn die Außenflächen der Nabe als angetriebene Flächen definiert worden wären, wie es in der nachfolgenden Abbildung 3.8 dargestellt wurde.

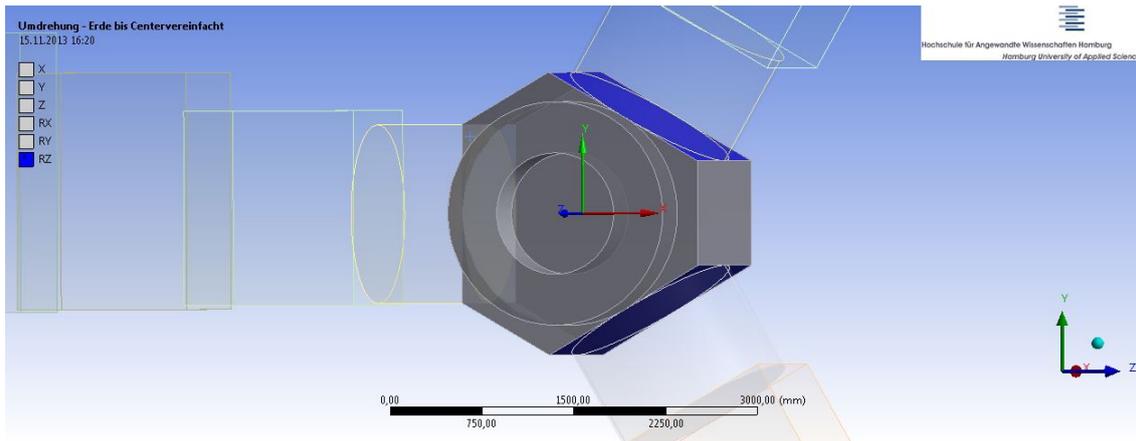


Abbildung 3.8: Verbesserte Variante der Lagerung des Gelenkantriebs

Diese zweite Variante wäre besser gewesen, da über die Nabe keine weiteren Daten bekannt sind und durch eine Lagerung an den Außenflächen eine Verbiegung der Nabe unterdrückt worden wäre.

Durch die aktuelle Lagerung (Abb. 3.7) sind Flächenträgheitsmomente und Verzerrungen in der Nabe nicht ausgeblendet und verfälschen das Ergebnis. Dies konnte nicht vermieden werden, denn obwohl die zweite Variante in vereinfachten Modellen funktionierte, führte sie im endgültigen Modell zu Konvergenzproblemen.

Nachdem durch die Verbindung "Umdrehung" alle Freiheitsgrade außer der z-Achse gesperrt worden sind, kann nun in den Randbedingungen die Last "Gelenkantrieb" definiert werden. Bei diesem Antrieb muss die zuvor definierte "Umdrehung" als Verbindung definiert werden und kann mit einer beliebigen Rotationsgeschwindigkeit versehen werden. In diesem Fall wurde die Rotationsgeschwindigkeit auf $5 \frac{U}{min}$, anstelle von den eigentlich vorliegenden $27,7 \frac{U}{min}$, gesetzt. Die Gründe hierfür werden im Kapitel 3.6, Analyseinstellungen, genauer erläutert.

3.3 Vernetzung

Das Netz (auch Mesh genannt) wurde mit Hilfe des Automeshers von Ansys Workbench erzeugt. Allerdings musste die Größe der einzelnen Elemente manuell festgelegt werden. Dies hatte den Grund, dass der Automesher die Elemente so grob wählte, dass bei den äußeren schmalen Flügelabschnitten nur ein Netzelement über die Dicke gelegt wurde, was zu Fehlermeldungen führte. An diesen Stellen musste das Netz durch Verfeinerung der Netzgröße soweit verkleinert werden, dass zwei Elementschichten über die Dicke vorliegen. Dies ist beispielsweise in folgender Abb. 3.9 für den äußersten Abschnitt "F5" dargestellt.

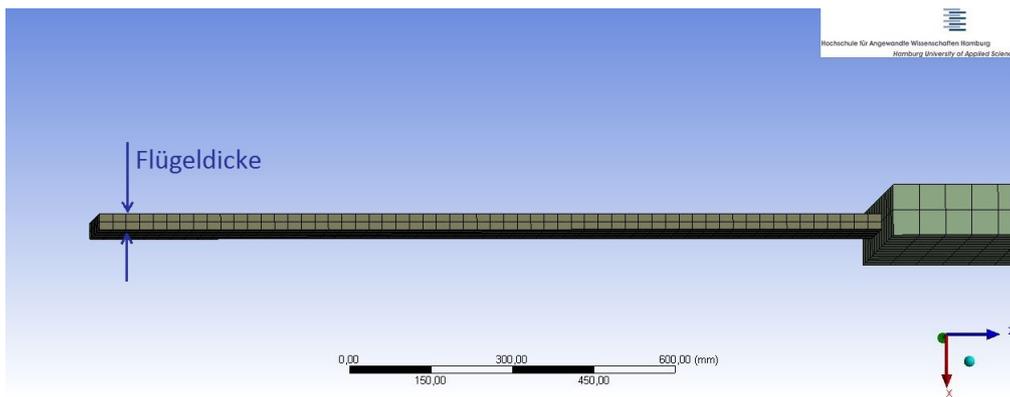


Abbildung 3.9: Beispiel des Meshes für den Profilabschnitt "F5"

Die nachfolgende Tabelle listet die Flügelabschnitte auf, bei denen die Elementgröße manuell geändert wurde und somit nicht durch den Automesher bestimmt wurde:

Profil	Elementgröße [mm]
Nabe	200
E2 / E3	200
F1	150
F2 / F3	80
F4	50
F5	25

Tabelle 2: Manuell eingestellte Netzgrößen

Es ergibt sich ein Netz mit 19980 Elementen und 90754 Knoten. Dies ist noch relativ überschaubar und könnte an einigen Stellen, besonders im Bereich Übergang von der Nabe zum Flügel, verfeinert werden, doch darauf musste im Rahmen dieser Bachelorarbeit verzichtet werden, da die Simulationszeit des endgültigen Modells bei ungefähr

48 Stunden liegt und somit eine ausführliche Netz-Konvergenz Studie zu viel Zeit in Anspruch genommen hätte. Das endgültige Netz ist in der folgenden Abb. 3.10 nochmal für ein Rotorblatt zur Veranschaulichung dargestellt.

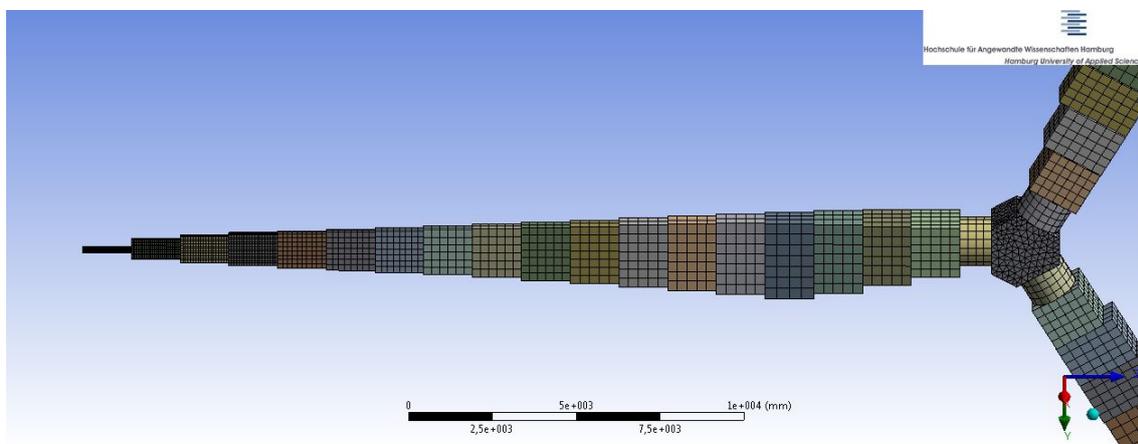


Abbildung 3.10: Mesh eines Rotorblattes und der Nabe

Man erkennt deutlich, dass die Rotorblätter fast nahezu mit Hexaeder-Elementen und die Nabe mit Tetraeder-Elementen vernetzt wurden. Ein Blick auf die Netzqualität (Abb. 3.11) zeigt, dass es sich bei den Tetraeder-Elementen um "Tet10"-Elemente handelt und bei den Hexaeder-Elementen um die sogenannten Serendipity-Elemente "Hex20", mit denen Ansys arbeitet.

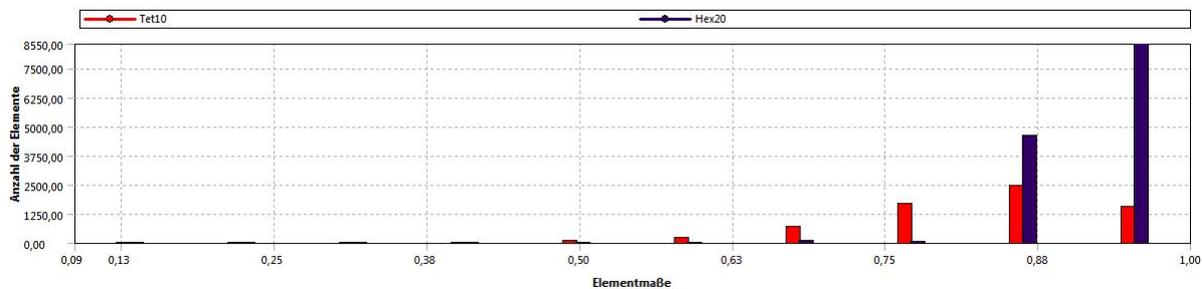


Abbildung 3.11: Übersicht der Elementqualität

3.4 Steifigkeiten

Die Steifigkeiten der einzelnen Flügelabschnitte waren flapwise und edgewise in den von PowerWind erhaltenen Daten vorgegeben. Flapwise steht für die Steifigkeit in der weichen Achse (Abb. 3.12 grün dargestellt), also in Biegerichtung zum Turm hin und edgewise steht für die Steifigkeit in Richtung der harten Achse (Abb. 3.12 rot dargestellt), also in Rotationsrichtung.

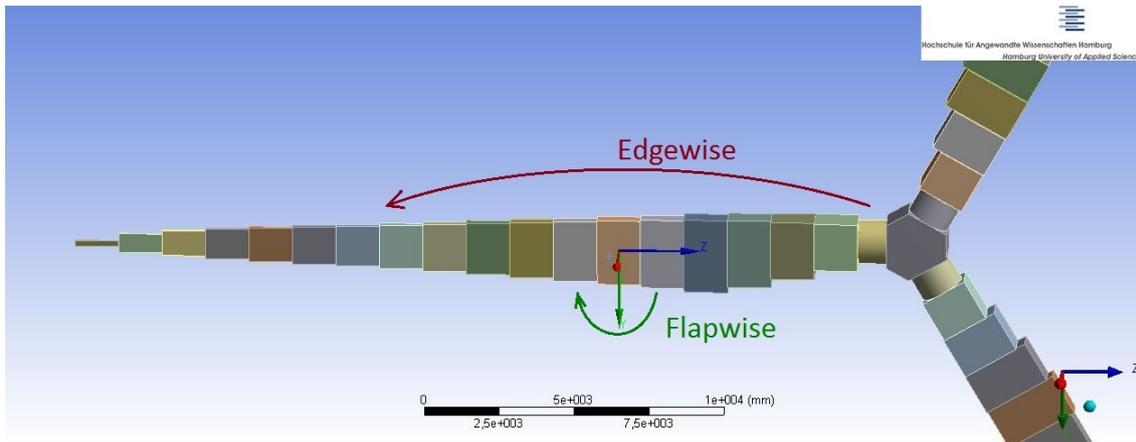


Abbildung 3.12: Steifigkeiten um die harte und weiche Achse

Es besteht jedoch das Problem, dass Steifigkeiten nicht ohne Weiteres bei Ansys importiert werden können. Für Fortgeschrittene APDL-Nutzer scheint es eine Möglichkeit zu geben, in den Steifigkeitsmatrizen der einzelnen Abschnitte die verschiedenen Steifigkeiten direkt anzugeben, allerdings konnte beim Ansys Support "CADFEM" nicht verständlich erklärt werden, wie dies umzusetzen sei. So habe ich mich dazu entschieden, über die Steifigkeiten und Trägheitsmomente die jeweiligen E-Module auszurechnen und über die Materialdaten anzugeben.

Den E-Modul auszurechnen brachte jedoch neue Probleme mit sich. Da die Flügel in der Realität natürlich keine Vollkörper sind, sondern ein Drahtgestell als Innenleben haben, können sie nicht als isotrope Körper angesehen werden. Hierdurch haben sich unterschiedliche E-Module für die verschiedenen Richtungen eines Flügelabschnittes ergeben. Die naheliegendste Lösung, den Abschnitt als orthotropen Werkstoff zu behandeln, scheiterte an der Tatsache, dass man für orthotrope Werkstoffe nicht nur die E-Module in x-, y- und z-Richtung braucht, sondern auch noch die Querkontraktionszahlen und Schubmodule, die voneinander unabhängig sind und deshalb nicht rechnerisch bestimmt werden können.

Es standen zwei weitere Lösungsansätze zur Auswahl. Zum Ersten das E-Modul flapwise auszurechnen und für den gesamten Querschnitt als isotrop anzunehmen. Somit wäre die Steifigkeit in edgewise Richtung zwar falsch, aber man könnte durch iteratives Verändern des Querschnittes die Trägheitsmomente soweit ändern, dass man am Ende näherungsweise in beide Richtungen die reale Steifigkeit erhält.

Die andere Möglichkeit wäre, das E-Modul flapwise auszurechnen und als isotropen Werkstoff anzugeben, wobei die Abweichung edgewise an dieser Stelle einfach vernachlässigt wird. Es wurde sich aufgrund der Tatsache, dass die Durchbiegung der Rotorblätter nur flapwise betrachtet werden soll und ansonsten das Modell komplett neu aufgebaut hätte werden müssen, darauf geeinigt, dass letztere Lösungsidee trotz starker Vereinfachung durchaus ausreichend ist.

So wurden die E-Module über die Gleichung

$$E = \frac{K_{FLP}}{I_Y} \quad (3.23)$$

berechnet, wobei E für das E-Modul, K_{FLP} für die Steifigkeit flapwise und I_Y für das Trägheitsmoment um die y-Achse stehen. Das Trägheitsmoment I_Y berechnet sich über die bekannte Gleichung

$$I_Y = \frac{b * h^3}{12} \quad (3.24)$$

für Rechtecke, wobei in diesem Fall b der Sehnenlänge entspricht und h der Dicke des Flügelabschnitts.

Die nachfolgende Tabelle 3 zeigt die E-Module der einzelnen Flügelabschnitte in der weichen Achse sowie in der harten Achse als Vergleichswert. Es fällt auf, dass die Module für die steife Achse grob um den Faktor vier kleiner sind als die der weichen Achse. Dies hat den Grund, dass die Flächenträgheitsmomente edgewise durch die rechteckige Form der einzelnen Abschnitte deutlich größer sind als flapwise und dadurch trotz kleinerem E-Modul die Steifigkeit größer ist. Dies ist also kein Rechenfehler, sondern durch die stark unterschiedlichen Flächenträgheitsmomente begründet.

Abschnitt	E-Modul Flapwise [$\frac{N}{mm^2}$]	E-Modul Edgewise [$\frac{N}{mm^2}$]
A0	3580	3580
A1	1990	1140
A2	1970	700
A3	1840	684
B1	2060	632
B2	2090	676
C1	2290	555
D1	2380	490
D2	2620	556
D3	3000	641
D4	3240	714
E1	3680	808
E2	4130	898
E3	4010	982
F1	4070	1080
F2	4190	1230
F3	3610	1350
F4	3030	1320
F5	8410	3980

Tabelle 3: E-Module der einzelnen Flügelabschnitte

Wie anfänglich erwähnt, wurden die E-Module edgewise vernachlässigt und hier nur als Vergleichswert mit aufgelistet. Die Flügelabschnitte wurden isotrop mit den E-Modulen flapwise versehen. Dies hat zur Folge, dass die Steifigkeiten in der steifen Achse deutlich größer sind als die realen Steifigkeiten in dieser Richtung. Dies ist für die Ergebnisse wie bereits erwähnt nicht weiter von Bedeutung, da diese Richtung nicht betrachtet wird. Diese Vereinfachung wirkt sich allerdings positiv auf die Stabilität der Simulation aus, worauf an späterer Stelle noch einmal genauer eingegangen werden soll.

3.5 Massenverteilung

Die Massenverteilung auf den einzelnen Rotorblättern musste ebenfalls stark vereinfacht werden, da an dieser Stelle keinerlei Daten zur Verfügung standen. Nach einiger Recherche im Internet habe ich für eine vergleichbar große Anlage, die Frisia F56/850, das Rotorgewicht von 16 Tonnen pro Flügel herausgefunden [12]. Da die Rotorblätter etwa gleich groß sind, wird an dieser Stelle ebenfalls ein Gewicht von 16 Tonnen pro Rotorblatt voraus gesetzt.

Es wird nun von allen Abschnitten das Volumen berechnet und die Einzelvolumina werden zu einem Gesamtvolumen zusammenaddiert. Somit ergibt sich ein Gesamtvolumen von $25,2723m^3$. Durch abschließende Division der Gesamtmasse durch das Gesamtvolumen ergibt sich eine Dichte von $633,1 \frac{N}{m^3}$.

Diese Dichte kann über die Materialkennwerte den einzelnen Abschnitten zugeordnet werden.

Auch an dieser Stelle wurde wieder sehr stark vereinfacht, da davon ausgegangen wurde, dass die Dichte an allen Stellen des Flügels gleich ist. In der Realität wird die Wurzel des Flügels jedoch deutlich massiver sein als die Spitze. Da jedoch auch hier keine Daten über den genaueren Aufbau der Rotoren zur Verfügung stehen, ist es die beste Näherung, die mit den vorhandenen Daten möglich war.

3.6 Analyseeinstellungen

Ein weiteres Kapitel der Einstellmöglichkeiten sind die Analyseeinstellungen. Hier kann die Simulationsdauer eingestellt und unterteilt werden und die Länge der einzelnen Zeitschritte definiert werden.

Bei dieser Simulation soll lediglich eine volle Umdrehung betrachtet werden. Dies bedeutet im Normalfall, dass man eine Minute, also 60 Sekunden, durch die Umdrehungsgeschwindigkeit von $27,7 \frac{U}{min}$ dividiert und somit die Zeit für eine Umdrehung erhält. In diesem Fall würde eine Umdrehung grob 2,166 Sekunden dauern, was der Zeit unserer Analyse entspräche. Da aufgrund von beschränkter Rechenkapazität jedoch kein langwieriger Anfahrtsprozess simuliert werden kann, würde das Modell aus dem Stand sofort auf $27,7 \frac{U}{min}$ beschleunigt werden. Dies ist sowohl im Modell als auch in der Realität nicht möglich.

Man kann dieses Problem lösen, indem die Umdrehungsgeschwindigkeit in der Simulation herabgesetzt wird. Es muss bloß an späterer Stelle darauf geachtet werden, dass die angreifenden Windlasten ebenfalls umgerechnet werden müssen, da sonst die Ergebnisse verfälscht werden würden. So wurde eine Analysezeit von 12 Sekunden für eine Umdrehung angesetzt, was einer Umdrehungsgeschwindigkeit von $5 \frac{U}{min}$ entspricht.

Die Analysezeit wurde in zwölf Substeps unterteilt. Dies ist wichtig für die spätere Kraftaufbringung, da bei jedem Substep Kräfte angebracht werden, die dazwischen interpoliert werden: Hierzu im Kapitel "Dynamische Windlasten" mehr. Zwölf substeps bedeutet, dass man eine volle (360°) Umdrehung in zwölf Teile aufteilt, woraus sich ergibt, dass jeder Substep einer Drehung von 30° entspricht. Es wäre auch möglich, die Schrittweite der Winkel feiner zu skalieren, mit etwa 24 (entspricht 15°) oder gar 360 (entspricht 1°) Schritten. Hierfür besteht allerdings keine Notwendigkeit, da die Kräfte kaum schwanken (auch hierzu im folgenden Kapitel mehr) und zwischen den Substeps interpoliert wird.

Die Zeitschrittweite wurde konstant auf 0,01 Sekunden gesetzt. Dies bedeutet, dass der Solver iterativ vom Startzeitpunkt in 0,01 Sekunden Schritten die neuen Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen berechnet.

Gerechnet wurde mit einem impliziten Verfahren.

3.7 Dynamische Windlasten

Die dynamischen Windlasten berechnen sich prinzipiell wie die normalen Windlasten F_A aus dem Kapitel theoretische Grundlagen nach der Gleichung

$$F_A = \frac{\rho}{2} * w^2 * A * c_A \quad (3.25)$$

mit ρ als Luftdichte, A als Flügelquerschnittsfläche, c_A als Auftriebsbeiwert und w als Anströmgeschwindigkeit. Die grundlegende Änderung ist hierbei, dass die Windgeschwindigkeit U_∞ , welche über die Gleichung

$$w = \sqrt{u^2 + U_\infty^2} \quad (3.26)$$

in die Anströmgeschwindigkeit w eingeht, sich mit der Lage des Rotorblattes ändert. Die Umfangsgeschwindigkeit u bleibt jedoch weiterhin konstant.

Die Änderung der Windgeschwindigkeit ist in dem nichtlinearen Verhalten des Windprofils begründet, wie man in Abb 3.13 deutlich erkennen kann.

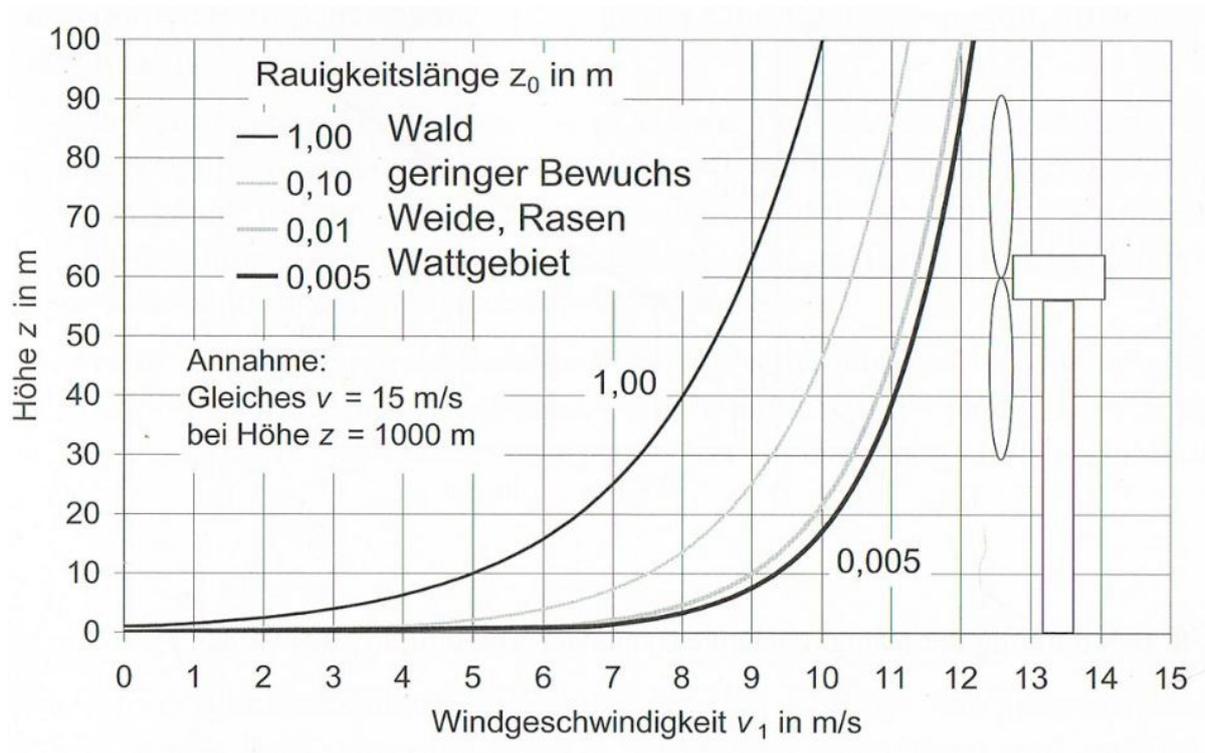


Abbildung 3.13: Windprofil bei einem geostrophischen Wind von 15 m/s [2]

Da heutzutage sehr viele Windparks Offshore oder in Küstengebieten gebaut werden, habe ich mich an die Kennlinie 0,005m Wattgebiet gehalten.

Durch die Nabenhöhe von ca. 68m und einem Radius von 28m ergibt sich der maximale Rotorbereich von 40m bis 96m Höhe. Dies bedeutet, dass die maximalen Schwankungen der Windgeschwindigkeit ungefähr zwischen 11.1 m/s und 12.2 m/s liegen. Diese Schwankungen treten allerdings nur bei den Flügelspitzen auf und werden kleiner, je weiter man zur Nabe kommt. Die Schwankungen im Bereich der Flügelwurzel betragen dementsprechend nur noch 0.1 m/s.

Zur genauen Berechnung der Anströmgeschwindigkeit w müssen die Umfangsgeschwindigkeit u und die Windgeschwindigkeit U_∞ berechnet werden (Gleichung 3.10).

Die Umfangsgeschwindigkeit berechnet sich dabei über

$$u = \frac{27.7}{60} * d * \pi \quad (3.27)$$

mit 27.7/60 als maximale Drehzahl pro Sekunde und d als Durchmesser in Metern. Der Durchmesser d wurde an dieser Stelle jeweils als Mittelpunkt des jeweiligen Rotorabschnittes definiert. Durch die relativ kleinen Schwankungen kann es hier vernachlässigt werden, den minimalen und maximalen Durchmesser jedes Rotorabschnittes zu betrachten und über den Abschnitt linear zu interpolieren. Durch den Mittelpunkt wurde so der Mittelwert gewählt und die Kraft als konstante Last pro Abschnitt angenommen.

Es ergeben sich die Umfangsgeschwindigkeiten zu:

Profil	Umfangsgesch. [m/s]	Profil	Umfangsgesch. [m/s]
A1	7,5	D4	45,4
A2	11,7	E1	49,6
A3	15,9	E2	53,9
B1	20,2	E3	58,1
B2	24,4	F1	62,3
C1	28,6	F2	66,5
D1	32,8	F3	70,7
D2	37,0	F4	74,9
D3	41,2	F5	79,1

Tabelle 4: Umfangsgeschwindigkeiten

Die Daten für die Windgeschwindigkeit U_∞ kann man nicht ohne weiteres berechnen. Deshalb habe ich an dieser Stelle die Umdrehung in zwölf Teile unterteilt (entspricht jeweils 30°) und mir die Höhe des jeweiligen Rotorabschnittes ausgerechnet. Diese Höhe wird im Folgenden mit KAP für Kraftangriffspunkt bezeichnet und berechnet sich über

$$KAP = 68 + \cos(\alpha) * d \quad (3.28)$$

mit 68m als Höhe der Nabe, α als jeweiligen Winkel des Rotorblattes und d dem selben Durchmesser aus Gleichung (3.11). Auf die Tabelle der einzelnen Höhen soll an dieser Stelle verzichtet werden, sie befindet sich im Anhang D.1.

Anschließend kann mit den zwölf berechneten Höhen pro Abschnitt eine Windgeschwindigkeit aus Abb. 3.13 ausgelesen werden.

Es ergibt sich folgende Tabelle:

	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
A1	11,7	11,7	11,7	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,7	11,7	11,7
A2	11,7	11,7	11,7	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,7	11,7	11,7
A3	11,8	11,8	11,7	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,7	11,8	11,8
B1	11,8	11,8	11,7	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	11,7	11,8	11,8
B2	11,8	11,8	11,7	11,6	11,6	11,6	11,5	11,6	11,6	11,6	11,7	11,8	11,8
C1	11,8	11,8	11,7	11,6	11,6	11,5	11,5	11,5	11,6	11,6	11,7	11,8	11,8
D1	11,9	11,8	11,8	11,6	11,6	11,5	11,5	11,5	11,6	11,6	11,8	11,8	11,9
D2	11,9	11,9	11,8	11,6	11,6	11,5	11,5	11,5	11,6	11,6	11,8	11,9	11,9
D3	11,9	11,9	11,8	11,6	11,6	11,5	11,4	11,5	11,6	11,6	11,8	11,9	11,9
D4	11,9	11,9	11,8	11,6	11,6	11,4	11,4	11,4	11,6	11,6	11,8	11,9	11,9
E1	12,0	11,9	11,8	11,6	11,5	11,4	11,4	11,4	11,5	11,6	11,8	11,9	12,0
E2	12,0	11,9	11,8	11,6	11,5	11,4	11,3	11,4	11,5	11,6	11,8	11,9	12,0
E3	12,0	12,0	11,9	11,6	11,5	11,4	11,3	11,4	11,5	11,6	11,9	12,0	12,0
F1	12,0	12,0	11,9	11,6	11,5	11,3	11,3	11,3	11,5	11,6	11,9	12,0	12,0
F2	12,1	12,0	11,9	11,6	11,5	11,3	11,3	11,3	11,5	11,6	11,9	12,0	12,1
F3	12,1	12,0	11,9	11,6	11,5	11,3	11,2	11,3	11,5	11,6	11,9	12,0	12,1
F4	12,1	12,1	11,9	11,6	11,5	11,3	11,2	11,3	11,5	11,6	11,9	12,1	12,1
F5	12,2	12,1	11,9	11,6	11,4	11,2	11,1	11,2	11,4	11,6	11,9	12,1	12,2

Abbildung 3.14: Windgeschwindigkeiten U_∞ der einzelnen Abschnitte zu den unterschiedlichen Flügelstellungen in m/s

Über die Gleichung (3.10) können nun die Anströmgeschwindigkeiten berechnet werden und ergeben sich zu:

	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
A1	13,9	13,9	13,9	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,9	13,9	13,9
A2	16,6	16,6	16,6	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,6	16,6	16,6
A3	19,8	19,8	19,8	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,8	19,8	19,8
B1	23,4	23,4	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,4	23,4
B2	27,1	27,1	27,0	27,0	27,0	27,0	26,9	27,0	27,0	27,0	27,0	27,1	27,1
C1	30,9	30,9	30,9	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,9	30,9	30,9
D1	34,9	34,9	34,9	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,9	34,9	34,9
D2	38,9	38,9	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,9	38,9
D3	42,9	42,9	42,9	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,9	42,9	42,9
D4	47,0	47,0	46,9	46,9	46,9	46,8	46,8	46,8	46,9	46,9	46,9	47,0	47,0
E1	51,1	51,0	51,0	51,0	51,0	50,9	50,9	50,9	51,0	51,0	51,0	51,0	51,1
E2	55,2	55,2	55,1	55,1	55,1	55,0	55,0	55,0	55,1	55,1	55,1	55,2	55,2
E3	59,3	59,3	59,3	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,3	59,3	59,3
F1	63,4	63,4	63,4	63,3	63,3	63,3	63,3	63,3	63,3	63,3	63,4	63,4	63,4
F2	67,6	67,6	67,5	67,5	67,5	67,4	67,4	67,4	67,5	67,5	67,5	67,6	67,6
F3	71,7	71,7	71,7	71,6	71,6	71,6	71,6	71,6	71,6	71,6	71,7	71,7	71,7
F4	75,9	75,9	75,9	75,8	75,8	75,8	75,7	75,8	75,8	75,8	75,9	75,9	75,9
F5	80,1	80,0	80,0	80,0	79,9	79,9	79,9	79,9	79,9	80,0	80,0	80,0	80,1

Abbildung 3.15: Anströmgeschwindigkeit w der einzelnen Abschnitte zu den unterschiedlichen Flügelstellungen in m/s

Es fällt auf, dass sämtliche Schwankungen, sowohl bei den inneren wie auch den äußeren Profilabschnitten, im Bereich 0,1 m/s bis 0,2 m/s liegen, obwohl die Windgeschwindigkeiten an dem äußersten Profil bis zu 1,1 m/s schwanken.

Diese minimalen Schwankungen sind dadurch begründet, dass die Änderungen der Windgeschwindigkeiten, die an den inneren Profilen angreifen, recht klein sind, da sich die Höhe nicht wesentlich ändert. Bei den äußersten Profilen dominieren die konstanten Umdrehungsgeschwindigkeiten, da aufgrund der vektoriellen Addition (siehe Gleichung (3.10)) beide Terme quadriert werden. Somit werden die starken Schwankungen der Windgeschwindigkeit deutlich geglättet und es ergeben sich auch hier nur Änderungen der Anströmgeschwindigkeit im Bereich von 0,2 m/s.

Mit den so bestimmten Anströmgeschwindigkeiten w können wir nun zu unserer Ursprungsgleichung (3.9) zurückkehren und die einzelnen Windkräfte ausrechnen. Da die Windkräfte jedoch noch als Flächenlast umgerechnet werden müssen, soll an dieser Stelle darauf verzichtet werden, sie darzustellen. Sie sind im Anhang zu finden.

Die Flächenlasten kann man berechnen, indem man die Windkräfte F_A durch die Oberfläche A dividiert, man erhält somit folgende Tabelle:

	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
A1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B1	368	368	366	364	364	364	364	364	364	364	366	368	368
B2	561	561	560	558	558	558	556	558	558	558	560	561	561
C1	755	755	754	752	752	750	750	750	752	752	754	755	755
D1	969	967	967	964	964	962	962	962	964	964	967	967	969
D2	1111	1111	1109	1106	1106	1104	1104	1104	1106	1106	1109	1111	1111
D3	1353	1353	1351	1348	1348	1346	1344	1346	1348	1348	1351	1353	1353
D4	1621	1621	1619	1616	1616	1613	1613	1613	1616	1616	1619	1621	1621
E1	1917	1915	1914	1910	1909	1907	1907	1907	1909	1910	1914	1915	1917
E2	2144	2143	2141	2138	2136	2134	2133	2134	2136	2138	2141	2143	2144
E3	2369	2369	2367	2362	2361	2359	2358	2359	2361	2362	2367	2369	2369
F1	2587	2587	2585	2581	2579	2576	2576	2576	2579	2581	2585	2587	2587
F2	2797	2796	2794	2790	2789	2786	2786	2786	2789	2790	2794	2796	2797
F3	2994	2992	2991	2987	2985	2983	2981	2983	2985	2987	2991	2992	2994
F4	3350	3350	3348	3344	3342	3340	3338	3340	3342	3344	3348	3350	3350
F5	3533	3532	3529	3525	3523	3520	3519	3520	3523	3525	3529	3532	3533

Abbildung 3.16: Dynamische Flächenlasten pro Abschnitt in N/m^2

An den Abschnitten A1, A2 und A3 greifen keine Kräfte an, da die Abschnitte einen Auftriebsbeiwert c_A von 0 haben. Ansonsten fällt auf, dass die Kräfte kaum schwanken, was durch die geringen Schwankungen der Anströmgeschwindigkeit zu erwarten war.

Die Kräfte wurden abschließend Abschnittsweise für jedes Profil des Rotors als Druck aufgetragen, wodurch das endgültige Modell wie folgt aussieht:

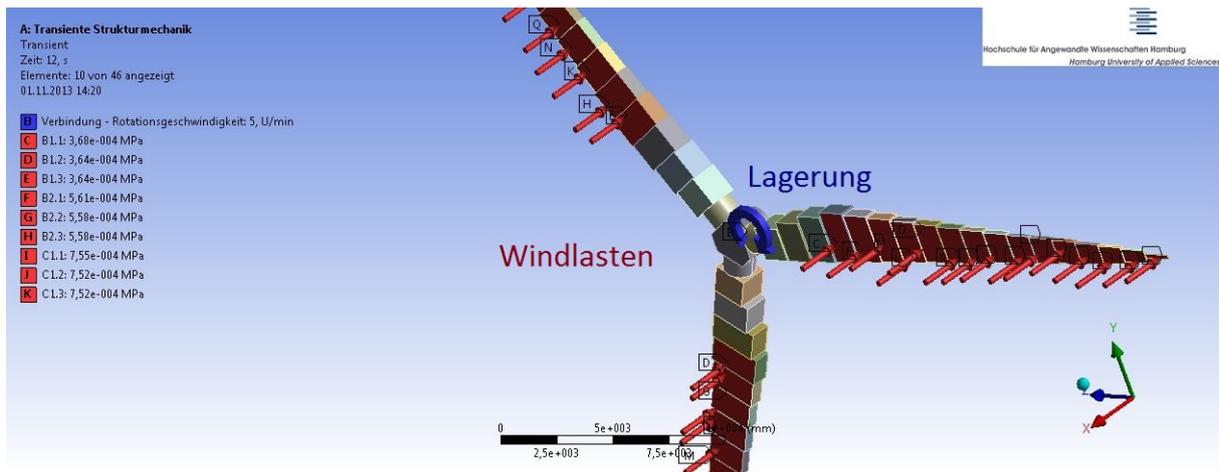


Abbildung 3.17: Windlasten und Lagerung am endgültigen Modell

Da nun die Geometrie, die Materialdaten, die Lagerung sowie die Lasten komplett aufgetragen sind, ist das Strukturmodell fertig aufgebaut und kann berechnet werden.

4 Ergebnisse der FE-Berechnung

Das Hauptaugenmerk dieser Simulation liegt auf der maximalen Durchbiegung der Rotorblätter in Richtung des Turms (Abb. 4.1). Es können die Durchbiegungen und Schwingungen in Rotationsrichtung, wie im Kapitel 3 bereits erwähnt wurde, vernachlässigt werden.

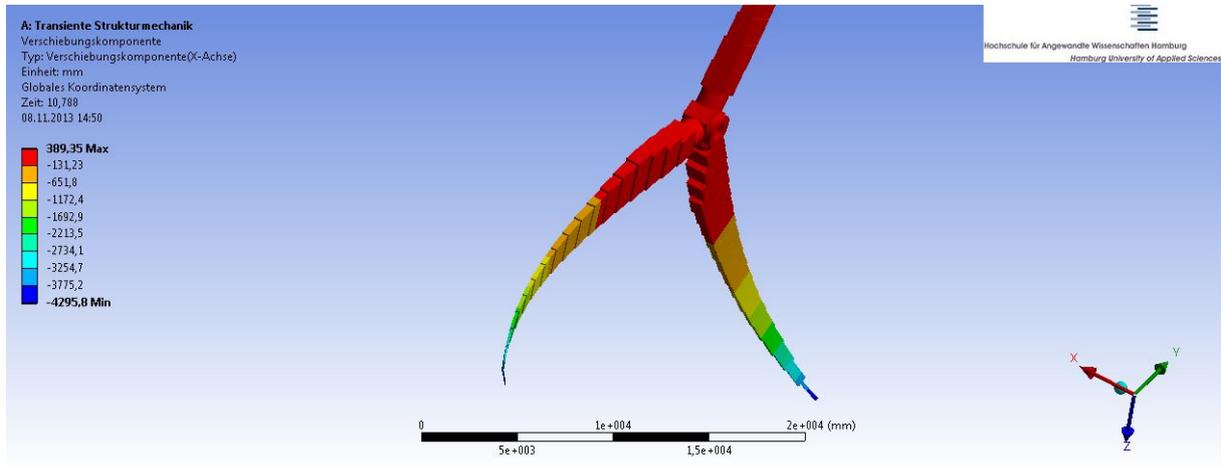


Abbildung 4.1: Maximale Durchbiegung der Rotorblätter

Dies bedeutet, dass lediglich die Durchbiegung in x-Richtung untersucht wird, wie in der nachfolgenden Abbildung nochmal veranschaulicht wurde.

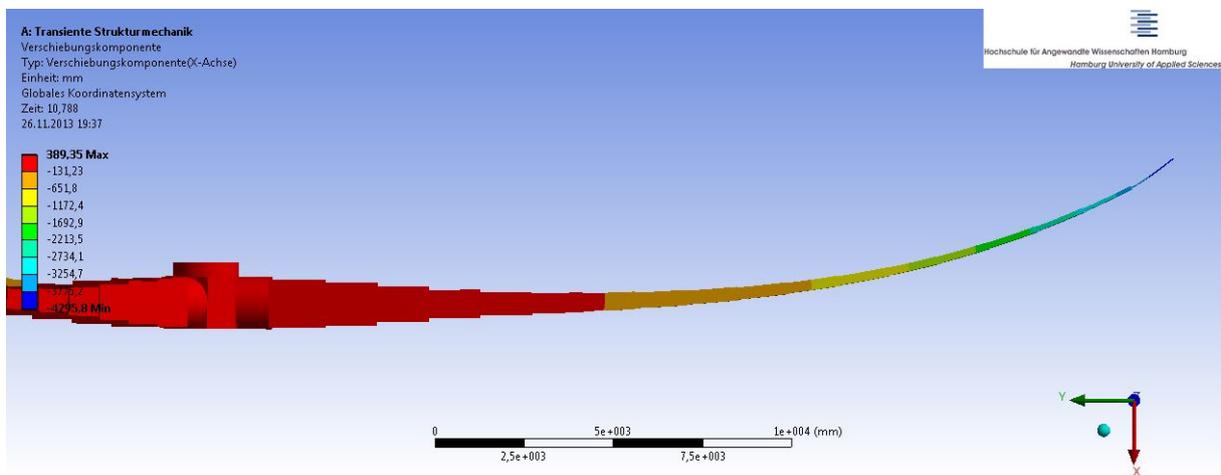


Abbildung 4.2: Maximale Durchbiegung der Rotorblätter in der x-Achse

Wie man in der Abbildung 4.2 erkennen kann, liegt die maximale Durchbiegung bei circa 4296mm. Es ist jedoch nicht erkennbar, wie hoch die Durchbiegung am Turmdurchgang ist. Dies ist an dieser Stelle allerdings nicht relevant, da die Ergebnisse der dynamischen

Windkräfte bereits ergeben haben, dass die Unterschiede der Windgeschwindigkeit in dieser Höhe kaum noch Einfluss auf die Windkräfte haben. Somit sind die Einflüsse der Änderung der Windgeschwindigkeit bei den Durchbiegungen ebenfalls vernachlässigbar klein.

Darüber hinaus ergibt sich bei dieser Simulation das Problem, dass es keine Anfahrzeiten für den Rotor und keine Anlaufzeiten für die Windlasten gibt. Bei der Anfahrzeit des Rotors ist dies nicht weiter tragisch, da die so entstandenen Schwingungen vernachlässigt werden, weil sie in der Rotationsachse liegen und somit nicht betrachtet werden.

In der folgenden Abbildung 4.3 kann man anhand der grünen Linie, welche die maximale Verschiebung der Flügelspitzen zur Ursprungsposition darstellt, deutlich erkennen, dass die Rotorblätter ziemlich stark schwingen.

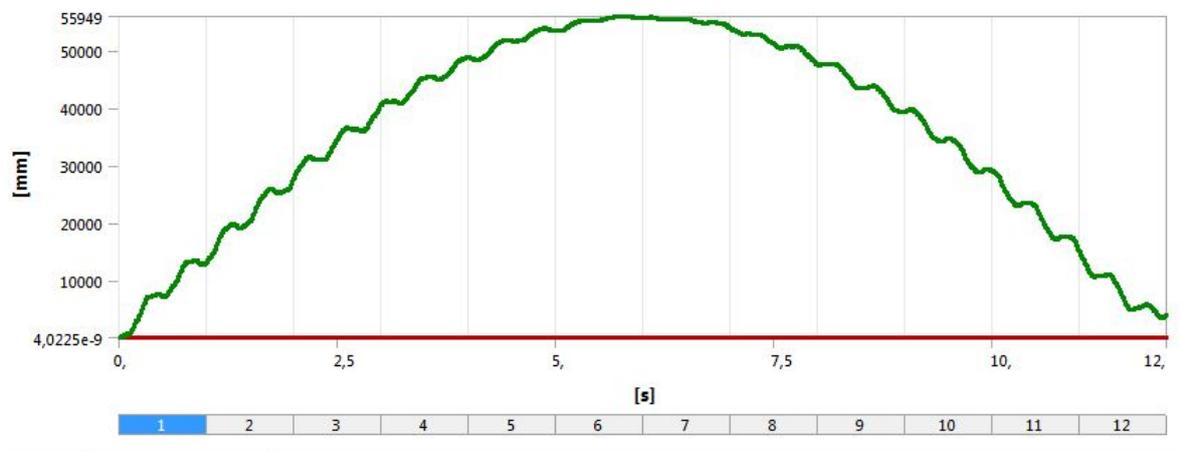


Abbildung 4.3: Maximale Verschiebung der Rotorblätter in Rotationsachse

Betrachtet man nun die Rotorblätter, sieht die Durchbiegung durch die Schwingung wie folgt aus:

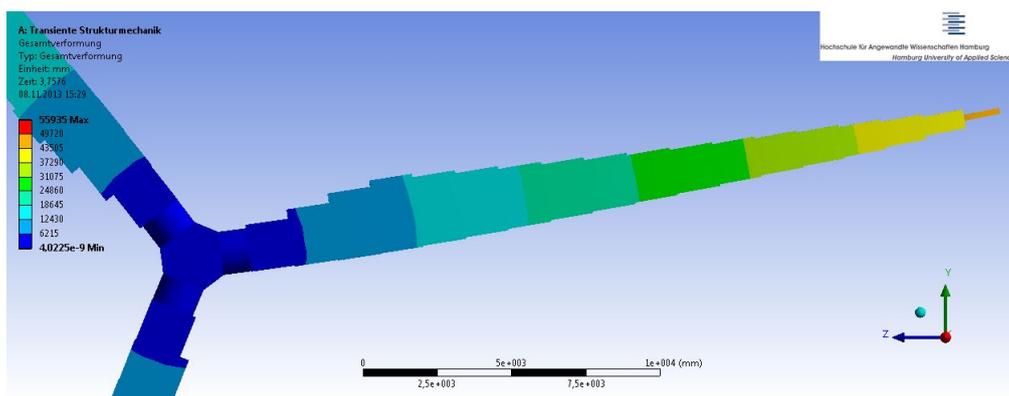


Abbildung 4.4: Durchbiegung, die aus den Schwingungen resultiert

Diese Schwingungen sollen, wie bereits erwähnt, nicht weiter stören. Allerdings kommt es bei den Durchbiegungen in der x-Achse ebenfalls zu starken Schwingungen, da von vorn herein eine Windgeschwindigkeit von 15 m/s auf die Flügel wirkt und diese nicht allmählich ansteigt. Diese Schwingung ist in der folgenden Abbildung Abb. 4.5 deutlich zu erkennen, wobei der rote Graph die maximale Durchbiegung in negative x-Richtung, also die zu betrachtende Durchbiegung (vgl. Abb. 4.1), anzeigt. Der grüne Graph zeigt die Durchbiegung in positive x-Richtung an. Diese tritt auf, wenn aufgrund der Schwingung der Rotorblätter die Flügelspitzen über die Ausgangslage hinaus schwingen. Letzterer Graph ist jedoch uninteressant, da diese Schwingungen nur der Simulation geschuldet sind.

Diese sofortige Lastannahme, die zu den starken Schwingungen führt, hat den Hintergrund, dass mit einer ausgiebigen Anfahrtszeit der Rahmen an Speicherplatz und Rechenzeit gesprengt werden würde, da die abschließende Simulation bereits einen Rechenaufwand von grob 48 Stunden für eine Umdrehung benötigt.

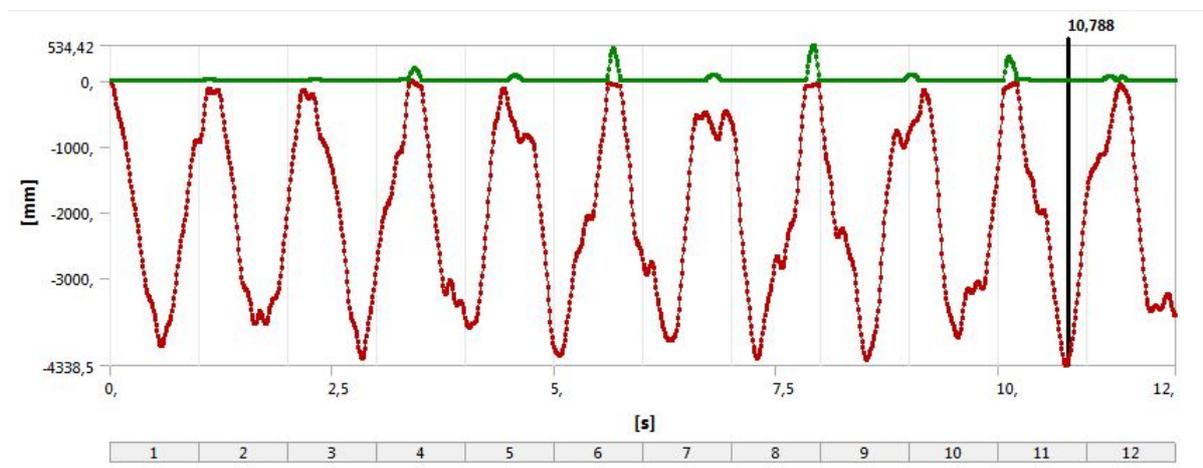


Abbildung 4.5: Schwingverhalten der Rotorblätter in x-Richtung

Somit wird an dieser Stelle lediglich die maximale Durchbiegung betrachtet und davon ausgegangen, dass diese eine gute Näherung darstellt, wenn man die Schwingungen nicht betrachtet, zumal das Hauptziel dieser Thesis darin besteht, die maximale Durchbiegung am Turmdurchgang zu ermitteln. Da die Höhenabhängigkeit der Durchbiegung vergleichsweise klein ist, kann vereinfacht angenommen werden, dass die maximalen Durchbiegungen zu jeder Zeit ungefähr gleich sind.

So wird aus Abbildung 4.5 ersichtlich, dass die maximale Durchbiegung 4338,5mm beträgt. Dieser Wert ist zu groß für die Anlage, da der maximale Abstand zwischen Turm und Rotorspitze im Ruhezustand nur 3780mm beträgt, wie Abbildung 4.6 zeigt. Das bedeutet, dass die Rotorspitze mit dem Flügel kollidieren würde und somit eine Lösungsidee erforderlich ist, um dem entgegenzuwirken.

Der Abstand zwischen Turm und Rotor im Ruhezustand wurde aus Veranschaulichungsgründen nicht berechnet, sondern per Catia zeichnerisch erstellt und vermessen. Es ergibt sich somit folgende Abbildungen, wobei die schwarzen Zahlen vorgegeben waren und zum Geometrieaufbau dienten und die rote Zahl dem daraus resultierendem Abstand zwischen Turm und Rotorblattspitze darstellt und ausgemessen wurde. Diese Zeichnung beschränkt sich auf die wesentlichen Größen um den Abstand zu bestimmen und zeigt deswegen nur einen Ausschnitt des Turms. So sind beispielsweise die 27,2m Höhe nur der oberste Abschnitt des Turms. Der Turm ist deutlich größer, wobei sich eine Skizze der Anlage mit den Abmessungen des Turms im Anhang (B) befindet.

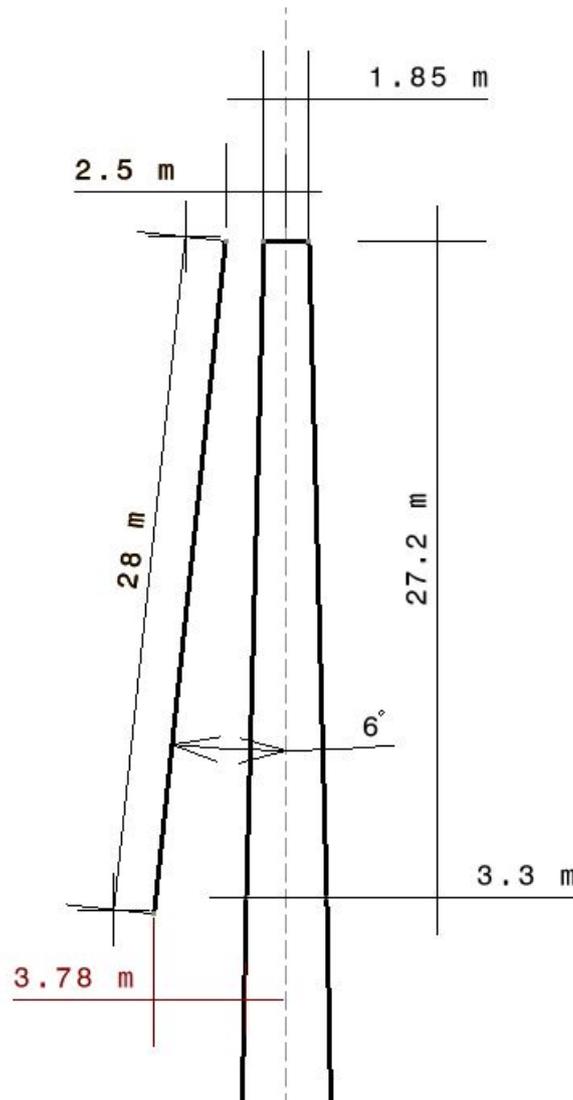


Abbildung 4.6: Abstand zwischen Turm und Rotorblattspitze in Ruhelage

5 Optimierung

5.1 Optimierung der Rotorblätter

Die Simulation hat ergeben, dass bei den gegebenen Bedingungen von einer Rotationsgeschwindigkeit von $27,7 \frac{U}{min}$ und einer Windgeschwindigkeit von 15 m/s die maximale Durchbiegung ca. 4340mm beträgt, wobei der Abstand vom Rotorblatt zum Turm nur ca. 3780mm beträgt. Dies bedeutet, dass die Rotorspitzen mit dem Turm kollidieren würden.

Um die Durchbiegung der Rotorblätter zu verringern gibt es mehrere potentielle Lösungsmöglichkeiten.

Zum Einen wäre es möglich, die Blätter steifer zu bauen, was jedoch den Nachteil mit sich bringt, dass die Rotorblätter deutlich teurer und schwerer werden würden. Zusätzliches Gewicht würde nicht nur die Montage komplizierter machen, sondern würde auch zur Folge haben, dass sämtliche Komponenten wie Turm und Gondel stabiler werden müssten, was wiederum zusätzliche Kosten nach sich ziehen würde. Des Weiteren würde zusätzliches Gewicht ein größeres Massenträgheitsmoment mit sich bringen, was die Drehfreudigkeit der Anlage gerade bei schwachem Wind negativ beeinflussen würde.

Blickt man jedoch an dieser Stelle einmal zur Abbildung 4.2 zurück, fällt auf, dass die Durchbiegung hauptsächlich in den Rotorblattspitzen auftritt, da diese ein kleineres Flächenträgheitsmoment haben. So wäre es vermutlich möglich die Durchbiegung deutlich zu senken, wenn man lediglich die Steifigkeit der Rotorblattspitzen erhöht.

Eine zweite Möglichkeit wäre es, die Blätter mit einer leichten Vorbiegung zu bauen, so dass sie in der Ruhelage vom Turm weggebogen sind. Dies würde bedeuten, dass sie eine gewisse Kraft aufnehmen könnten, bis sie in der neutralen Lage wären. Dieser Lösungsansatz würde jedoch die Fertigung der Blätter verkomplizieren und bringt die Frage mit sich, in wie weit das aerodynamische Verhalten der Rotorblätter dadurch verändert werden würde.

Eine weitere Lösungsmöglichkeit bestünde darin, dass man die Abschalt Drehzahl, bei der die Anlage abgeschaltet wird um Schäden zu vermeiden, senkt. So würde beispielsweise die maximale Kraft, welche auf die äußersten Flügelabschnitte (Profil "F5") angreift, von 1022N auf 837N sinken, wenn man die Abschaltgeschwindigkeit auf $25 \frac{U}{min}$ senken würde. Dies würde jedoch die Leistungsspanne der Anlage herabsetzen, da diese gerade in den hohen Drehzahlen am meisten Strom erzeugt.

5.2 Optimierung des strukturdynamischen Modells

Das strukturdynamische Modell weist zusätzlich einige Punkte auf bei denen Verbesserungsbedarf besteht. Die meisten Punkte wurden in den einzelnen Kapiteln schon erwähnt, sollen aber an dieser Stelle noch einmal zusammengefasst werden.

Die größte Vereinfachung, die getroffen wurde, ist der Gelenkantrieb als Lagerung. Dies bedeutet, dass das Modell mit einer konstanten Drehzahl beschleunigt wird, was eher einem Propeller oder einem Ventilator gleichkommt, als einer Windkraftanlage, da die Windkraftanlage sich aufgrund der Neigung der Flügel drehen soll. Es ist schwer abzuschätzen, inwieweit diese Vereinfachung die Ergebnisse verfälscht, obwohl die Berechnungen der Windlasten von einem realen Modell ohne diese Vereinfachung ausgehen. Jedoch ist diese Vereinfachung notwendig, da keine realen Flügelgeometrien vorgelegen hat und der Arbeitsaufwand um ein Vielfaches gestiegen wäre.

Ein weiterer Punkt, welcher verbessert werden könnte, ist die Netzfeinheit. Aufgrund sehr hoher Rechenzeit und sehr großen Modellen konnte im Rahmen dieser Bachelorthesis kein genaues Augenmerk auf die Netzkonvergenz gelegt werden, da dies zu viel Zeit in Anspruch genommen hätte. Dies bedeutet jedoch, dass es möglich ist, dass die Ergebnisse noch nicht auskonvergiert sind und dies in späteren Arbeiten nochmal überprüft werden müsste.

Ein weiteres dem Rechenaufwand geschuldetes Problem liegt darin, dass es keinerlei Anfahrtsvorgänge im Modell gibt. Es wird lediglich eine Umdrehung betrachtet, die sofort mit voller Last die Simulation startet. Dieses Problem ist natürlich ein Problem des Modells, welches in der Natur nicht vorkommt. So ist es real nicht möglich, einen über 50 Tonnen schweren Rotor im Millisekundenbereich auf eine Drehzahl von $27,7 \frac{U}{min}$ zu beschleunigen und die Windlasten beschleunigen, auch bei böigem Wind nicht im Millisekundenbereich von 0 auf 15m/s. Diese Vereinfachungen haben relativ große Schwingungen zur Folge, wodurch die Simulationsergebnisse deutlich verzerrt werden können.

Eine Möglichkeit, die Schwingungen in der Rotationsebene zu unterdrücken, würde darin bestehen den Freiheitsgrad der Rotorblätter in der steifen Achse zu sperren. Jedoch besteht ein großes Problem darin, dass das Modell nicht stabil ist. Dies bedeutet, dass es oft bei Änderungen einzelner Parameter zu Konvergenzproblemen kommt und dadurch die Simulation meistens beim letzten Substep vor einer halben Umdrehung (also 180°) abbricht. Auf Grund dessen wurde an dieser Stelle darauf verzichtet, die Freiheitsgrade in der Rotationsebene zu sperren, da die Schwingungen in dieser Ebene ohnehin vernachlässigt werden sollten.

6 Zusammenfassung

Hintergrund dieser Bachelorthesis ist es, die Durchbiegung der Rotorblätter zu betrachten um sicherzustellen, dass diese bei der gegebenen Belastung nicht mit dem Turm der Anlage kollidieren. Hierzu wurde, auf Grundlage einer vorgegebenen Excel Tabelle von PowerWind, ein strukturdynamisches Modell aufgebaut, das den Rotor der realen WEA möglichst gut annähern soll. Bei den angreifenden Kräften wurden ebenfalls versucht, diese den realen Windlasten möglichst genau anzunähern.

Nachdem das Modell aufgebaut, gelagert und mit Lasten versehen wurde, konnte es simuliert werden.

Nach einigen anfänglichen Problemen, die durch zusätzliche Vereinfachungen gelöst werden konnten, lief die Simulation des Modells durch und hat ergeben, dass die maximale Durchbiegung der Rotorblätter circa 4,34 Meter beträgt. Auf Grund der Vielzahl an Vereinfachungen, angefangen bei fehlenden Geometriewerten, über eine fehlende Konvergenzstudie, bis hin zu starken Schwingungen durch fehlende Anfahrzeiten, kann über die Qualität dieses Ergebnisses jedoch keine Aussage getroffen werden. Reale Daten zur Durchbiegung bei ähnlichen Belastungen liegen ebenfalls nicht vor, wodurch die simulierte Lösung auch nicht mit Testergebnissen verifiziert werden kann.

Durch diese Thesis wird ersichtlich, was für ein enormer Aufwand nötig wäre, wenn man versuchen würde ein Modell ohne Vereinfachungen aufzubauen. Es ist beziehungsweise fraglich, bis zu welchem Grad dies mit der heutigen Technik überhaupt möglich ist. Somit kommt man nicht drum herum sich Gedanken zu machen, an welchen Stellen Vereinfachungen möglich oder nötig sind.

Eine deutliche Erkenntnis dieser Bachelorthesis besteht darin, dass die Schwankungen der Windlasten, die durch die Höhenänderung auftreten relativ klein und nahezu vernachlässigbar sind. Dies hat den Grund, dass nahe der Nabe die Höhenänderung sehr klein ist und sich die Windgeschwindigkeit dadurch kaum ändert. An den Flügelspitzen ist die Höhenänderung deutlich größer, wodurch die Änderung der Windgeschwindigkeit auch deutlich höher ist, allerdings ist die Rotationsgeschwindigkeit so groß, dass sie derartig dominiert, dass die Änderung der Windgeschwindigkeit wieder vernachlässigbar klein wird.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass es sich bei dieser Simulation um ein stark vereinfachtes Modell handelt, wodurch starke Abweichungen der Ergebnisse nicht auszuschließen sind.

Es gibt eine Reihe von Verbesserungsideen, die sowohl die realen Rotorblätter betreffen, als auch Ideen, wie man das strukturdynamische Modell verbessern könnte. So wären eine Versteifung der Rotorblätter, speziell der Blattspitzen, oder eine leicht vorgebogene vom Turm weggerichtete Rotorblattform, durchaus überlegenswerte Lösungsansätze.

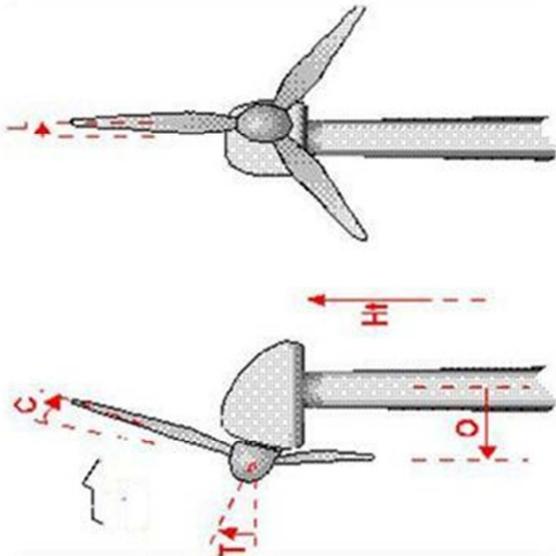
Literaturverzeichnis

- [1] **Abbott I., Von Doenhoff A.:** Theory of Wing Sections. Dover Publ., 1959.
- [2] **Gasch R., Tvele J.:** Windkraftanlagen. Grundlagen, Entwurf, Planung und Betrieb. Springer, 2011.
- [3] **Gebhardt C.:** Praxisbuch FEM mit Ansys Workbench. Hanser, 2011.
- [4] **Grätsch T.:** Struktur- und Akustikoptimierung einer Windenergieanlage mit Hilfe numerischer Simulation (WindNumSim). Aufgerufen 08.2013
http://www.mp.haw-hamburg.de/pers/Graetsch/WindNumSim_main.htm
- [5] **Grochla J., Köppe H., Gabbert U.:** Lösung komplexer dynamischer Aufgabenstellungen mit expliziten Verfahren auf Parallelrechnern. Aufgerufen 09.2013
<http://www.uni-magdeburg.de/ifme/1-numerik/quellen/104086162.pdf>
- [6] **Groth C., Müller G.:** FEM für Praktiker - Band 1: Grundlagen. Expert Verlag 2008.
- [7] **Hau E.:** Windkraftanlagen. Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit. Springer, 2008.
- [8] **Klein B.:** FEM - Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. Springer Vieweg 2011.
- [9] **Kolarov G.:** Skriptum zur Vorlesung Finite Elemente in der Dynamik, Teil Transiente dynamische Analyse. Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 2012.
- [10] **Nasdala L.:** FEM - Formelsammlung Statik und Dynamik. Springer Vieweg 2012.
- [11] **Pieper D.:** Masterprojekt: Transiente Modellierung des Turmvorstaus einer Windkraftanlage mit Blattwinkelverstellung
- [12] Wind-turbine-models.com Aufgerufen 08.2013
http://www.wind-turbine-models.com/turbine/52/Frisia-F48_F56.html

B Vorgegebene Excel Tabelle

Tower	height [m]	outer diameter [mm]
top flange	67,60	1850
2. connection flange	40,38	3300
1. connection flange	17,39	4200
bottom flange	0,00	4200

PowerWind 56	
O	2.5m
T	6°
C	0°



	R	Z	Chord [m]	Twist	Thickness	Thickness	Offset	LE - Pitch	TE - Pitch	FLP EI	EDG EI	alpha w	-twist	+twist
	[mm]	[mm]	[mm]	[°]	[mm]	[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[Nm2]	[Nm2]			
68,955														
68,035	920	0	1470	15,50	100,00%	1470	0,500	-735	735	1,76E+09	1,76E+09	#DIV/0!		
67,627	1328	408	1470	15,50	100,00%	1470	0,500	-735	735	8,90E+08	8,90E+08	80,4146	64,9146	95,9146
67,086	1869	949	1470	15,50	100,00%	1470	0,500	-735	735	8,20E+08	8,20E+08	68,5424	53,0424	84,0424 Kreis
65,655	3320	2400	1600	15,50	85,00%	1360	0,467	-747	853	6,66E+08	5,31E+08	45,1531	29,6531	60,6531 A1
64,183	4772	3852	1950	15,50	62,00%	1209	0,399	-778	1172	5,66E+08	5,23E+08	32,0653	16,5653	47,5653 A2
62,731	6224	5304	2300	15,50	43,00%	989	0,348	-800	1500	3,42E+08	6,86E+08	24,4646	8,9646	39,9646 A3
61,279	7676	6756	2500	12,00	32,00%	800	0,314	-785	1715	2,20E+08	6,58E+08	19,6570	7,6570	31,6570 B1
59,827	9128	8208	2350	9,20	27,70%	651	0,320	-752	1598	1,13E+08	4,76E+08	16,3844	7,1844	25,5844 B2
58,377	10578	9658	2200	7,30	25,70%	565	0,319	-702	1498	7,58E+07	2,78E+08	14,0284	6,7284	21,3284 C1
56,920	12035	11115	2055	6,17	24,40%	501	0,317	-651	1404	5,15E+07	1,78E+08	12,2491	6,0791	18,4191 D1
55,473	13482	12562	1910	5,30	23,00%	439	0,315	-601	1309	3,53E+07	1,42E+08	10,8742	5,5742	16,1742 D2
54,016	14939	14019	1760	4,60	22,00%	387	0,313	-551	1209	2,55E+07	1,13E+08	9,7671	5,1671	14,3671 D3
52,569	16386	15466	1628	3,95	20,60%	335	0,307	-500	1128	1,66E+07	8,61E+07	8,8687	4,9187	12,8187 D4
51,113	17842	16922	1500	3,40	19,30%	290	0,300	-450	1050	1,12E+07	6,58E+07	8,1158	4,7158	11,5158 E1
49,666	19289	18369	1380	2,90	18,20%	251	0,286	-395	985	7,52E+06	4,94E+07	7,4842	4,5842	10,3842 E2
48,209	20746	19826	1267	2,40	17,40%	220	0,272	-345	922	4,53E+06	3,67E+07	6,9398	4,5398	9,3398 E3
46,762	22193	21273	1150	1,90	16,60%	191	0,257	-296	854	2,72E+06	2,62E+07	6,4720	4,5720	8,3720 F1
45,305	23650	22730	1020	1,50	15,90%	162	0,242	-246	774	1,52E+06	1,77E+07	6,0603	4,5603	7,5603 F2
43,859	25096	24176	860	1,30	15,00%	129	0,203	-175	685	5,56E+05	9,23E+06	5,7001	4,4001	7,0001 F3
42,402	26553	25633	638	1,07	14,80%	94	0,079	-50	588	1,35E+05	2,69E+06	5,3781	4,3081	6,4481 F4
40,955	28000	27080	200	5,13	14,50%	29	-1,000	200	400	3,42E+03	7,69E+04	5,0923	-0,0377	10,2223 F5
										weiche Achse steife Achse				

C.1 Berechnung der Kräfte

	$c_A = \frac{F_A}{\frac{\rho \cdot U^2 \cdot A}{2}}$	w	A	F	F/m	von	bis	F bezogen auf den jeweiligen Abschnitt	
Kreis		7,0991	0,0147	0	0	0	0,67801881	0	
A1	0	7,5213	0,0147	0	0	0,67801881	1,6744161	0	541
A2	0	9,8732	0,016	0	0	1,6744161	3,12622197	0	1452
A3	0	13,1855	0,0195	0	0	3,12622197	4,57802784	0	1452
B1	1,1	16,9029	0,023	0	0	4,57802784	6,02983371	0	1452
B2	1,1	20,8093	0,025	7,29380504	729,380504	6,02983371	7,48163958	1058,9189	1452
C1	1,25	24,8157	0,0235	11,0798994	1107,98994	7,48163958	8,93293604	1608,02188	1452
D1	1,29	28,8775	0,022	14,495679	1449,5679	8,93293604	10,3867795	2107,44486	1451
D2	1,3	32,9935	0,02055	17,8121991	1781,21991	10,3867795	11,8385854	2585,98552	1457
D3	1,2	37,1052	0,0191	19,3281051	1932,81051	11,8385854	13,2903913	2806,06564	1447
D4	1,2	41,2631	0,0176	22,025353	2202,5353	13,2903913	14,7421971	3197,65368	1457
E1	1,2	45,4043	0,01628	24,6681507	2466,81507	14,7421971	15,465553	1784,38525	1447
E2	1,2	49,5842	0,015	27,1059703	2710,59703	16,194003	16,922453	1974,5343	1457
E3	1,15	53,7420	0,0138	28,0743622	2807,43622	17,6458089	18,3691648	2030,77557	1447
F1	1,1	57,9346	0,01266667	28,6442779	2864,42779	19,0976147	19,8260647	2086,59231	1457
F2	1,05	62,1025	0,01150409	28,5342216	2853,42216	20,5494206	21,2727765	2064,03978	1447
F3	1	66,3034	0,0102	27,464863	2746,4863	22,0012265	22,7296764	2000,67785	1457
F4	0,95	70,4778	0,0086	24,8561175	2485,61175	23,4530324	24,1763883	1797,98194	1447
F5	0,95	74,6842	0,00638	20,7065573	2070,65573	24,9048382	25,6332882	1508,36909	1457
	0,9	78,8632	0,002	6,85690065	685,690065	26,3566441	27,08	495,997959	1447

C.2 Berechnung der Steifigkeiten

R	Z	Länge (X)	Breite (Y)	Dicke (Z)	weiche Achse	harte Achse	Steifigkeit=E*I					harte Achse
[mm]	[mm]	[mm]	Chord [m]	Thickness [mm]	I _Y = Y*Z ³ /12 [mm ⁴]	I _Z = Z*Y ³ /12 [mm ⁴]	FLP EI	EDG EI	weiche Achse	E=FLP/l _Y	E=EDG/l _Z	[N/mm ²]
			[mm]				[Nm2]	[Nm2]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	
920	0	408	1470	1470	2,29213E+11	2,29213E+11	1,76E+09	1,76E+09				
1328	408	541	1470	1470	2,29213E+11	2,29213E+11	8,90E+08	8,90E+08				
1869	949	1452	1470	1470	2,29213E+11	2,29213E+11	8,20E+08	8,20E+08				
3320	2400	1452	1600	1360	3,35394E+11	4,64213E+11	6,66E+08	5,31E+08	A0			3,58E+03
4772	3852	1452	1950	1209	2,87166E+11	7,47049E+11	5,66E+08	5,23E+08	A2			1,99E+03
6224	5304	1452	2300	989	1,85411E+11	1,00276E+12	3,42E+08	6,86E+08	A3			1,97E+03
7676	6756	1452	2500	800	1,06667E+11	1,04167E+12	2,20E+08	6,58E+08	B1			2,06E+03
9128	8208	1451	2350	651	54016881789	7,03996E+11	1,13E+08	4,76E+08	B2			2,09E+03
10578	9658	1457	2200	565	33136668815	5,01698E+11	7,58E+07	2,78E+08	C1			2,29E+03
12035	11115	1447	2055	501	21589149703	3,62623E+11	5,15E+07	1,78E+08	D1			2,38E+03
13482	12562	1457	1910	439	13493845428	2,55082E+11	3,53E+07	1,42E+08	D2			2,62E+03
14939	14019	1447	1760	387	8514074924	1,75911E+11	2,55E+07	1,13E+08	D3			3,00E+03
16386	15466	1457	1628	335	5117266291	1,20588E+11	1,66E+07	8,61E+07	D4			3,24E+03
17842	16922	1447	1500	290	3032883422	81421875000	1,12E+07	6,58E+07	E1			3,68E+03
19289	18369	1457	1380	251	1822003738	55005546960	7,52E+06	4,94E+07	E2			4,13E+03
20746	19826	1447	1267	220	1130097376	37326508642	4,53E+06	3,67E+07	E3			4,01E+03
22193	21273	1457	1150	191	667655820,5	24229054306	2,72E+06	2,62E+07	F1			4,07E+03
23650	22730	1447	1020	162	362585818,5	14342226120	1,52E+06	1,77E+07	F2			4,19E+03
25096	24176	1457	860	129	153846045	6837602000	5,56E+05	9,23E+06	F3			3,61E+03
26553	25633	1447	638	94	44759643,11	2043446088	1,35E+05	2,69E+06	F4			3,03E+03
28000	27080		200	29	406483,3333	19333333,33	3,42E+03	7,69E+04	F5			8,41E+03

D.3 Windlasten

	Windlast w [m/s]:												
	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
Formel Windkraft F_A: $F_A = \text{Rho} / 2 * w^2 * A * C_A$													
Formel w: $w = \sqrt{u^2 + u_{inf}^2}$													
Rho=													
A1	13,9	13,9	13,9	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,9	13,9
A2	16,6	16,6	16,6	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5	16,6	16,6
A3	19,8	19,8	19,8	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,8	19,8
B1	23,4	23,4	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,3	23,4	23,4
B2	27,1	27,1	27,0	27,0	27,0	27,0	26,9	27,0	27,0	27,0	27,0	27,1	27,1
C1	30,9	30,9	30,9	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,8	30,9	30,9
D1	34,9	34,9	34,9	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,8	34,9	34,9
D2	38,9	38,9	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,8	38,9	38,9
D3	42,9	42,9	42,9	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,8	42,9	42,9
D4	47,0	47,0	46,9	46,9	46,9	46,8	46,8	46,8	46,8	46,9	46,9	47,0	47,0
E1	51,1	51,0	51,0	51,0	51,0	50,9	50,9	50,9	50,9	51,0	51,0	51,0	51,1
E2	55,2	55,2	55,1	55,1	55,1	55,0	55,0	55,0	55,1	55,1	55,1	55,2	55,2
E3	59,3	59,3	59,3	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,2	59,3	59,3
F1	63,4	63,4	63,4	63,3	63,3	63,3	63,3	63,3	63,3	63,3	63,4	63,4	63,4
F2	67,6	67,6	67,5	67,5	67,5	67,4	67,4	67,4	67,4	67,5	67,5	67,6	67,6
F3	71,7	71,7	71,7	71,6	71,6	71,6	71,6	71,6	71,6	71,6	71,7	71,7	71,7
F4	75,9	75,9	75,9	75,8	75,8	75,8	75,7	75,8	75,8	75,8	75,9	75,9	75,9
F5	80,1	80,0	80,0	80,0	79,9	79,9	79,9	79,9	79,9	80,0	80,0	80,0	80,1

D.4 Windkraft F_A

Fläche A [m ²]	Windkraft F_A [N]												
	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
2,323	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,831	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,339	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,630	1334	1334	1329	1323	1323	1323	1323	1323	1323	1323	1323	1329	1334
3,412	1915	1915	1909	1903	1903	1903	1897	1903	1903	1903	1903	1909	1915
3,192	2411	2411	2405	2399	2399	2394	2394	2394	2399	2399	2399	2405	2411
2,994	2902	2896	2896	2885	2885	2880	2880	2880	2885	2885	2885	2896	2902
2,763	3069	3069	3065	3055	3055	3050	3050	3050	3055	3055	3055	3065	3069
2,564	3469	3469	3465	3456	3456	3452	3447	3452	3456	3456	3456	3465	3469
2,355	3818	3818	3814	3806	3806	3798	3798	3798	3806	3806	3806	3814	3818
2,185	4190	4186	4182	4175	4171	4167	4167	4167	4171	4171	4175	4182	4190
1,996	4281	4278	4274	4268	4265	4261	4258	4261	4265	4265	4268	4274	4281
1,845	4371	4371	4368	4359	4357	4354	4351	4354	4357	4357	4359	4368	4371
1,664	4305	4305	4303	4295	4293	4288	4288	4288	4293	4293	4295	4303	4305
1,486	4157	4155	4153	4146	4144	4140	4140	4140	4144	4144	4146	4153	4157
1,244	3725	3723	3721	3716	3714	3711	3709	3711	3714	3714	3716	3721	3725
0,930	3114	3114	3112	3108	3107	3104	3103	3104	3107	3107	3108	3112	3114
0,289	1022	1022	1021	1020	1019	1019	1018	1019	1019	1019	1020	1021	1022

D.5 Druck pro Profilabschnitt

		Druck auf Abschnitt [N/m ²]														
		0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°		
A1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
A2		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
A3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
B1		368	368	366	364	364	364	364	364	364	364	364	366	368		
B2		561	561	560	558	558	558	556	558	558	558	558	560	561		
C1		755	755	754	752	752	750	750	750	752	752	752	754	755		
D1		969	967	967	964	964	962	962	962	964	964	964	967	969		
D2		1111	1111	1109	1106	1106	1104	1104	1104	1106	1106	1106	1109	1111		
D3		1353	1353	1351	1348	1348	1346	1344	1344	1346	1348	1348	1351	1353		
D4		1621	1621	1619	1616	1616	1613	1613	1613	1616	1616	1616	1619	1621		
E1		1917	1915	1914	1910	1909	1907	1907	1907	1909	1910	1910	1914	1917		
E2		2144	2143	2141	2138	2136	2134	2133	2133	2136	2136	2138	2141	2144		
E3		2369	2369	2367	2362	2361	2359	2358	2358	2361	2362	2362	2367	2369		
F1		2587	2587	2585	2581	2579	2576	2576	2576	2579	2581	2581	2585	2587		
F2		2797	2796	2794	2790	2789	2786	2786	2786	2789	2790	2790	2794	2797		
F3		2994	2992	2991	2987	2985	2983	2981	2981	2983	2985	2987	2991	2994		
F4		3350	3350	3348	3344	3342	3340	3338	3338	3340	3342	3344	3348	3350		
F5		3533	3532	3529	3525	3523	3520	3519	3520	3523	3525	3529	3532	3533		

