



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelorarbeit

Matthias Kirk

**Vibro-Akustische Optimierung von
Crew-Bulk-Rest-Compartments mit der Finite Elemente
Methode**

*Fakultät Technik und Informatik
Department Maschinenbau und
Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Mechanical Engineering and
Produktion Management*

Matthias Kirk

**Vibro-Akustische Optimierung von
Crew-Bulk-Rest-Compartments mit der Finite Elemente
Methode**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Maschinenbau/Entwicklung und Konstruktion
am Department Maschinenbau und Produktion
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit:

EADS Innovation Works
Abteilung Structure Engineering, Production & Aeromechanics
Vibro-Acoustics & Structural Dynamics
Neßpiel 1
21129 Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr. Frank Ihlenburg
Zweitgutachter: Dr. Stephan Tewes

Eingereicht am: 4.Oktober 2013

Matthias Kirk

Thema der Arbeit

Vibro-Akustische Optimierung von Crew-Bulk-Rest-Compartments mit der Finite Elemente Methode

Stichworte

Finite Elemente Methode, Vibro-Akustik, Optimierung, Evolutionsstrategien, Simulierte Abkühlung, Diffuses Schallfeld

Kurzzusammenfassung

Die dynamischen Eigenschaften eines Crew-Bulk-Rest-Compartments sollen durch das Anbringen von diskreten Zusatzmassen an strategischen Stellen, mit dem Ziel eine akustischen Verbesserung im Innenraum zu erzielen, verändert werden. Für die Ermittlung idealer Positionen der Massen, wird eine rechnergestützte Optimierungsstrategie auf Basis der Finite Elemente Methode entwickelt und deren Einsatzmöglichkeiten evaluiert. Es wird gezeigt, dass eine signifikante Pegelreduktion im tiefen Frequenzbereich, sowie die Reduktion der Gesamtmasse, durch geeignete Modellkonfigurationen möglich ist.

Matthias Kirk

Title of the paper

Vibro-Acoustic Optimization of Crew-Bulk-Rest-Compartments Using Finite Element Analysis

Keywords

finite element analysis, vibro-acoustics, optimization, evolution strategy, simulated annealing, diffuse noise

Abstract

In order to improve the acoustic properties of a crew-bulk-rest-compartment, the dynamics of the structure are modified by strategically placing discrete extra masses. To identify ideal positions for the masses, a computational optimization-method based on the finite element analysis is developed and evaluated. The possibility of significant noise-reduction in the low-frequency-band, as well as a reduction of the overall mass can be shown by using an optimized model-configuration.

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	vi
Abbildungsverzeichnis	viii
Abkürzungsverzeichnis	ix
1 Einleitung	1
2 Wissenschaftliche Grundlagen	3
2.1 Schall	3
2.1.1 Luftschall	3
2.1.2 Körperschall	4
2.2 Vibro-Akustische Simulationen mit FEM	5
2.2.1 Phänomene der Vibro-Akustik	6
2.2.2 Das Vibro-Akustische Modell	7
2.2.3 Die Finite Elemente Methode	11
2.2.4 Lösungsmethoden	14
2.3 Kennwerte und Konventionen der Akustik	16
2.3.1 Pegel	16
2.3.2 Frequenzbänder	17
2.3.3 Transmission	17
2.4 Stochastische Optimierung	19
2.4.1 Simulated Annealing	20
2.4.2 Evolutionsstrategien	23
3 Verwendete Modelle	27
3.1 Crew-Bulk-Rest-Compartment	27
3.1.1 Aufbau des CBRCs	27
3.1.2 Modellierung in der FEM	28
3.1.3 Zusatzmassen	30
3.2 Generisches Modell	32
3.3 Dynamische Last	34
4 Methodenentwicklung am Testmodell	39
4.1 Komplexität der Optimierungsaufgabe	39
4.2 Zielfunktionen	40
4.3 Implementierung der Optimierungsalgorithmen	41
4.4 Vergleich der Optimierungsalgorithmen	42
4.4.1 Simulated Annealing	42
4.4.2 Evolutionsstrategien	47
4.4.3 Vergleich der Algorithmen	49
4.5 Validierung der Optimierungsergebnisse	49
4.6 Reduzierung der Anregungsfrequenzen	52
4.6.1 Einflussreiche Frequenzen	53
4.6.2 Modale Beteiligung	54

4.6.3	Numerische Untersuchung	56
4.6.4	Rechenzeitgewinn	56
4.7	Einfluss der Optimierung auf das Gesamtsystem	56
4.8	Mehrzieloptimierung	62
5	Optimierungsrechnung am CBRC	66
5.1	Dynamik des Systems	66
5.2	Mehrzieloptimierung am CBRC	68
5.3	Validierung der Berechnungsergebnisse	72
6	Zusammenfassung und Ausblick	75

Tabellenverzeichnis

2.1	DGLn für Fluid- und Festkörperschwingungen	8
2.2	Koppelbedingungen Vibro-Akusik	9
2.3	Standard Frequenzbänder Terzteilung (Ausschnitt)	18
3.1	Kopfpositionen im CBRC in m	29
3.2	Zusammenfassung FEM-Modell des CBRCs	30
3.3	CONM2-Elemente	31
3.4	Zusammenfassung generisches FEM-Modell	33
4.1	Optimierungserfolg am generischen Modell mit ZF1	46
4.2	Optimierungsparameter SA Zielfunktion 2	47
4.3	Hochauflösende Optimierung 63Hz-Terz; Ergebnisse der Validierungsrechnungen	51
4.4	Pegel des gesamten generischen Modells; versch. Konfigurationen	61
4.5	Mehrziehloptimierung am generischen Modell	64
5.1	Frequenzen für Optimierung am CBRC	68
5.2	Mehrziehloptimierung am CBRC	69

Abbildungsverzeichnis

1.1	Crew-Bulk-Rest-Compartment und Einbaulage	1
1.2	Crew-Bulk-Rest-Compartment am Vibro-Akustischen Prüfstand	2
2.1	Frequenzbereiche der Schwingungsantwort einer Struktur	5
2.2	Phänomene der Vibro-Akustik	6
2.3	Externes und Internes Problem	6
2.4	Koppelfläche zwischen Fluid und Struktur	9
2.5	Bilineare Interpolation der Verschiebung auf einer viereckigen Platte	12
2.6	Vibroakustisches Gleichungssystem	14
2.7	Transmission durch eine einfache Wand	18
2.8	Lokale und globale Minima	19
2.9	Flussdiagramm Simulated Annealing	21
2.10	Evolutionszyklus	23
2.11	Diskrete Rekombination	25
3.1	Aufteilung des CBRCs	27
3.2	Vernetzung der Strukturelemente für das CBRC	28
3.3	Vernetzung des Fluids im CBRC	30
3.4	Ausgangsentwurf der Massenverteilung am CBRC	32
3.5	Generisches FEM Modell	33
3.6	Quellenverteilung zur Diffusfeldanregung einer Struktur	35
3.7	Schalldruckverteilung der Anregung am generischen Modell	36
3.8	Schalldruckverteilung verschiedener Lastfälle mit $f = 118$ Hz	37
3.9	SPL-Antwortvarianz verschiedener Lastfälle	38
4.1	Größe des Lösungsraums für 100 Kacheln	40
4.2	FEM-basierte Optimierung in MATLAB	41
4.3	Optimierung Zielfunktion 1; $f=202$ Hz	44
4.4	Optimierungsergebnis Zielfunktion 1; Schalldruck bei $f = 202$ Hz	45
4.5	Optimierungsergebnis Zielfunktion 1; Vibrationspegel bei $f = 202$ Hz	45
4.6	Prozessparameter für die Optimierung mit ZF 2 am generischen Modell	46
4.7	Optimierungsverlauf SA Zielfunktion 2	47
4.8	Optimierungsverläufe mit Evolutionsstrategien	48
4.9	Validierung optimierter Ergebnisse durch alternative Lastfälle	49
4.10	Optimierte Konfiguration Zielfunktion 2; Hochauflösende Validierung	50
4.11	Validierung einer Optimierungsrechnung 63Hz-Terz, $\Delta f = 1$ Hz	52
4.12	Einfluss bestimmter Stützstellen auf die Kostenfunktion	53
4.13	Eigenfrequenzen generisches Modell	54
4.14	MPFs der Struktur für SPL in Knoten 2127 des generischen Modells ohne Zusatzmasse	55
4.15	MPFs der Struktur für SPL in Knoten 2127 des generischen Modells Startkonfiguration	55
4.16	Verifikation 2-Band Optimierung; terzgemittelte hochauflösende Frequenzantwort für Kopfvolumina	57
4.17	Gemittelte Schalldruckpegel verschiedener Massekonfigurationen	58

4.18	Frequenzantwort verschiedener Konfigurationen im Gesamtfluid	59
4.19	Frequenzantwort verschiedener Konfigurationen im Kopfvolumen	59
4.20	Gemittelte Vibrationspegel verschiedener Massekonfigurationen	60
4.21	Gemittelte Vibrationspegel auf der Struktur	61
4.22	Mehrzieloptimierung Einfluss der Gewichtungsfaktoren	63
4.23	Massenverteilung nach der Optimierung	64
4.24	hochauflösende Validierungsrechnung; Mehrzieloptimierung	65
5.1	Ungekoppelte Moden CBRC	66
5.2	Modale Beteiligungsfaktoren für Kopfposition 1 im CBRC	67
5.3	SOL 108 Knoten in Kopfposition 1 und 2; 1 Lastfall	68
5.4	Mehrzieloptimierung am CBRC	70
5.5	Optimierte Massenkonfiguration für das CBRC; Rechnung 1	71
5.6	Schalldruckpegel im Fluid des CBRCs	72
5.7	Vibrationspegel im Fluid des CBRCs	73
5.8	Hochauflösende Validierungsrechnung der Mehrzieloptimierung am CBRC	73

Abkürzungsverzeichnis

CBRC Crew Bulk Rest Compartment

CPU Central Processing Unit

DGL Differentialgleichung

DOF Degrees of Freedom

ES Evolutionsstrategien

FEM Finite Elemente Methode

FRF Frequency Response Function

LF Low Frequency Range

HF High Frequency Range

MC Monte Carlo Methode

MCMC Markov Chain Monte Carlo

MF Middle Frequency Range

MPF Modal Participation Factor

NSM Nonstructural Masses

SA Simulated Annealing

SPL Sound Pressure Level

ZF Zielfunktion

1 Einleitung

Moderne Langstreckenflugzeuge zeichnen sich durch eine zunehmende Erhöhung der Reichweite aus und ermöglichen dadurch im Extremfall Nonstopflüge von mehr als 20h Flugzeit. Lange Flugzeiten, welche die zulässige Arbeitszeit der Flugbesatzung überschreiten, erfordern Ruhebereiche für das Personal, in denen eine Erholung möglich ist. Aus diesem Grund werden Kojenmodule, sogenannte Crew-Bulk-Rest-Compartment (CBRC) bereit gestellt, die in dem Raum zwischen Passagierkabine und Rumpfstruktur des Flugzeugs installiert werden (vgl. Abb. 1.1). Dabei hat die Lärmentwicklung innerhalb der Ruhezellen einen wesentlichen negativen Einfluss auf den Komfort und somit auf die Erholungsqualität.

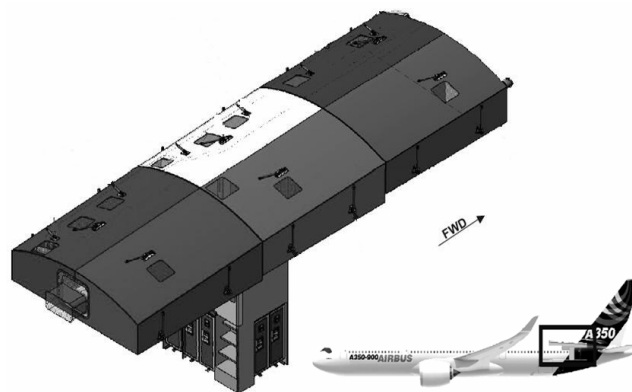


Abbildung 1.1: Crew-Bulk-Rest-Compartment und mögliche Einbaulage im Flugzeug

Die Entwicklung von steifen, aber gleichzeitig leichten Strukturen, hat in der Flugzeugentwicklung höchste Priorität. Ein möglichst geringes Strukturgewicht führt zu einer Reduktion der Betriebskosten und ermöglicht so einen wirtschaftlichen Betrieb bei der Airline. Ein Kilogramm Gewichtsersparnis bewirkt im Flugbetrieb die Einsparung von bis zu 30 Tonnen Treibstoff jährlich [7], was in der Produktion eine Investition in die Gewichtsreduktion von 500 € bis 1000 € pro Flugzeug und Kilogramm rechtfertigt.

Für die Vibroakustik und damit für die Lärmpegel in der Flugzeugkabine stellt die Forderung nach leichten und gleichzeitig steifen Strukturen einen deutlichen Zielkonflikt dar [4] und macht spezielle schalldämmende Maßnahmen erforderlich, die ihrerseits besonders im tieffrequenten Bereich wiederum erhebliche Massenerhöhungen verursachen können.

Eine Möglichkeit unter vielen, um die Dynamik und damit das vibro-akustische Verhalten einer Struktur günstig zu beeinflussen, ist das gezielte Anbringen von Zusatzmasse an strategischen Punkten. Da die experimentelle Ermittlung der Systemdynamik mit großem

messtechnischem und somit zeitlichem und finanziellem Aufwand verbunden ist, kommen in der Entwicklung verstärkt computergestützte Simulationen zu Einsatz.

Die vorliegende Arbeit untersucht, neben der möglichen rechnergestützten Verbesserung des vibro-akustischen Verhaltens eines CBRCs durch Optimierung der geometrischen Konfiguration von Zusatzmassen auf der Struktur, das Masseinsparungspotential einer bestehenden Baugruppe.



Abbildung 1.2: Crew-Bulk-Rest-Compartment am Vibro-Akustischen Prüfstand

In Kapitel 2 werden, neben der Herleitung eines mathematischen Modells zur Beschreibung vibro-akustischer Systeme und deren Diskretisierung mit der *Finiten Elemente Methode* (FEM), die beiden stochastischen Optimierungsalgorithmen *Simulated Annealing* (SA) und *Evolutionstrategien* (ES) vorgestellt. Weiterhin wird auf besondere Kennwerte und Konventionen bei akustischen Berechnungen eingegangen.

Mit der Modellierung des CBRCs in der FEM beschäftigt sich Kapitel 3, wobei neben der Repräsentation der fluidgefüllten Struktur, die Simulation einer diffusen Schalllast einen besonderen Schwerpunkt bildet. Für die effiziente Methodenentwicklung wird ein generisches, vereinfachtes vibro-akustisches Modell eingeführt.

Die Entwicklung einer Optimierungsprozedur am generischen Modell und die Verifikation der Optimierungserfolge durch Vergleichsrechnungen stehen im Mittelpunkt von Kapitel 4. Hier werden die Effekte breit- und schmalfrequenzbandiger Optimierungsrechnungen ermittelt und bewertet. Weiterhin wird die effektive Implementierung der Optimierungsalgorithmen untersucht.

In Kapitel 5 werden die gewonnenen Erkenntnisse auf die Optimierungsrechnung am Modell des CBRCs angewendet und die Ergebnisse kritisch bewertet.

Abschließend wird in Kapitel 6, nach der Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse, durch die Benennung möglicher zukünftiger Entwicklungen, ein Ausblick gegeben.

2 Wissenschaftliche Grundlagen

Um ein mathematisches Modell der Wechselwirkungen zwischen Akustik und Struktur-
dynamik formulieren zu können, ist die Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge
der Wellenausbreitung in verschiedenen Medien nötig. In Abschnitt 2.1 wird die Wellenglei-
chung für kompressible Fluide und Biegewellen dünnwandiger Bauteile dargestellt. Darauf
aufbauend wird in Abschnitt 2.2 nach der Begriffsklärung zunächst ein vibro-akustisches
Modell in Form fundamentaler Differentialgleichungen dargestellt, um daraus eine diskrete
Formulierung mit Hilfe der FEM zu entwickeln. Außerdem werden wichtige Kennwerte
der Akustik vorgestellt. Der zweite Teil dieses Kapitels befasst sich mit Optimierungs-
strategien, wobei die Methoden Simulated Annealing und Evolutionsstrategien detailliert
beschrieben werden.

2.1 Schall

Schall, die Betrachtung von Schwingungen und Wellen in einem Medium, wird in zwei
unterschiedliche Kategorien eingeordnet. Während ein technisches Fluid auf eine Volu-
menänderung nur durch Änderung seines Druckes reagiert, weist ein Festkörper zusätzlich
einen Widerstand gegen die Änderung seiner Form auf, weshalb eine separate Betrachtung
von Luftschall und Körperschall erforderlich ist.

2.1.1 Luftschall

Bei akustischen Schwingungen findet eine kontinuierliche Umwandlung von kinetischer
in potentielle Energie durch die Parameter Druck P und Schnelle \mathbf{V} statt. Die Parameter
des Fluids lassen sich in einen statischen (Index 0) und einen dynamischen (Index a) Teil
zerlegen [11]:

$$P = P_0 + P_a \quad \rho = \rho_0 + \rho_a \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_a \quad (2.1)$$

Die veränderlichen Anteile des Druckes und der Dichte ρ sind im Verhältnis zu den
statischen Werten sehr klein. Wendet man Newtons Bewegungsgleichung auf das Fluid an,
erhält man

$$-\text{grad } P = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Das Masseerhaltungsgesetz liefert für das Fluid

$$-\rho_0 \text{div } \mathbf{V} = \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.3)$$

Wird der Austausch von Wärme zwischen Bereichen des Fluids, die aufgrund von Druck-
änderung eine Änderung der Temperatur widerfahren, vernachlässigt, ergibt sich, unter

Voraussetzung dieser adiabatischen Zustandsänderung und der Annahme eines idealen Gases, für die Schallgeschwindigkeit c

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = c^2 = \gamma \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{B}{\rho_0}, \quad (2.4)$$

wobei γ der Isentropenexponent und B das Kompressionsmodul des idealen Gases ist. Für eine ebene akustische Welle in x -Richtung kann \mathbf{V} durch Ableiten von (2.2) nach x und Ableiten von (2.3) nach t eliminiert werden:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}. \quad (2.5)$$

Verwendet man (2.4) um ρ zu ersetzen, ergibt sich die ebene akustische Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (2.6)$$

Die Erweiterung für alle drei Dimensionen liefert die lineare akustische Wellengleichung

$$\Delta P = \nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (2.7)$$

2.1.2 Körperschall

Ein Volumenelement reagiert auf angreifende Schub- und Dehnspannungen mit einer elastischen Verformung und nach dem Entfernen der Kräfte mit einem zurückfedernden Einschwingen in seine Ruhelage. Diese fortwährende Umwandlung zwischen potentieller und Bewegungsenergie führt am Beispiel des Stabes zu folgenden teilweise überlagerten Wellenarten:

Transversale Biegewellen: Auslenkungen senkrecht zur Stabachse und zur Wellenausbreitungsrichtung.

Transversale Torsionswellen: Verdrillung der Stabquerschnitte.

Longitudinale Dehnwellen: Auslenkungen längs der Stabachse.

Biegeschwingungen von Platten

In vibro-akustischen Modellen spielt die Dynamik schwingender Platten eine zentrale Rolle. Für homogene Platten kann die Biegewellengleichung

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} - \frac{m''}{B'} \omega^2 v = \frac{i\omega p}{B'} \quad (2.8)$$

hergeleitet werden [13]. Hierbei ist $m'' = \rho h$ mit der Plattendicke h die Flächenmasse der Platte, B' die Biegesteife je Breitereinheit, v die Schnelle senkrecht zur Plattenebene und p eine äußere Flächenkraft.

Für die eindimensionale Ausbreitung geht die Biegewellengleichung in

$$\frac{1}{k_B^4} \frac{d^4 v}{dx^4} - v = \frac{ip}{m''\omega} \quad \text{mit} \quad k_B^4 = \frac{m''}{B'} \omega^2 \quad (2.9)$$

über.

Für eine freie Biegewelle erhält man mit ausreichendem Abstand zur Krafteinleitung eine Wellenlänge von

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B'}{m''} \frac{1}{\sqrt{\omega}}} \quad (2.10)$$

und damit die Schallgeschwindigkeit

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}} \sqrt{\omega}. \quad (2.11)$$

Charakteristische Frequenzbereiche: Man unterscheidet bei der Frequenzantwort (FRF) einer Struktur drei verschiedene Frequenzbereiche [6](vgl. Abb.2.1). Im tiefen Frequenzbereich (LF) ist die Schwingungsantwort durch diskrete Resonanzen charakterisiert, wohingegen die hohe modale Dichte im hohen Frequenzbereich (HF) keine Anregung einzelner Resonanzen mehr zulässt. Im mittleren Frequenzbereich (MF) ist der Einfluss einzelner Resonanzen noch auszumachen, die Modendichte ist aber schon höher als im tieffrequenten Bereich.

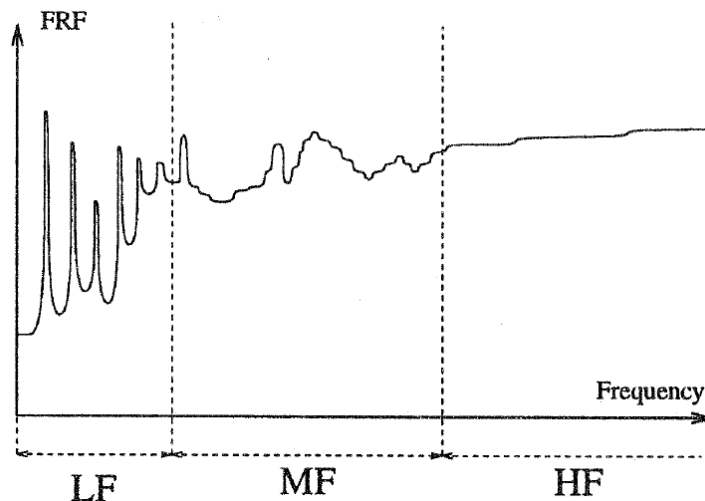


Abbildung 2.1: Frequenzbereiche der Schwingungsantwort einer Struktur

2.2 Vibro-Akustische Simulationen mit FEM

Unter dem Begriff Vibro-Akustik versteht man die Interaktion zwischen mechanischen Schwingungen und akustischen Wellen, also der Abstrahlung von Schallwellen von einer Struktur oder, umgekehrt, der Schwingungsanregung einer Struktur durch ein Schallfeld. Andere Bezeichnungen dieses Zusammenhangs sind Struktur-Akustik Kopplung oder

-Interaktion[6]. Ein typisches Beispiel für ein vibro-akustisches System ist die Wechselbeziehung zwischen Karosserie und Luft im Innenraum eines Fahrzeugs, bei der im Fluid durch Strukturschwingungen Schallwellen erzeugt werden, die von den Insassen als Schall wahrgenommen werden.

2.2.1 Phänomene der Vibro-Akustik

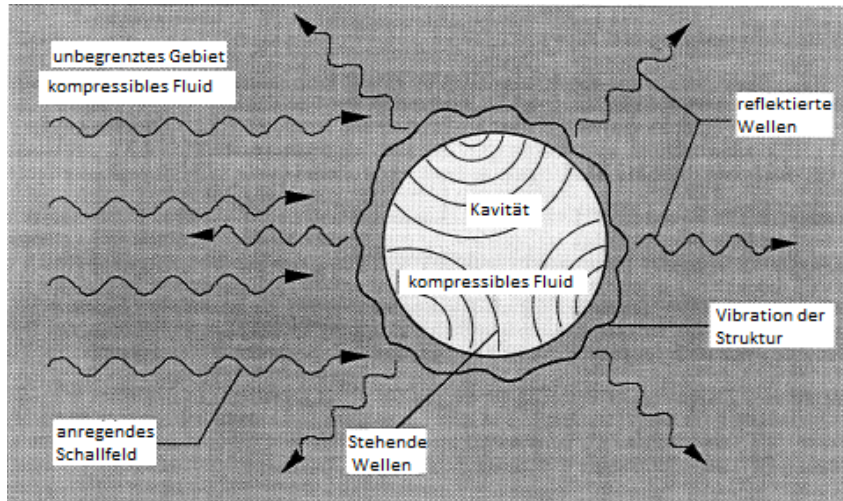


Abbildung 2.2: Phänomene der Vibro-Akustik

In Abb. 2.2 werden die wesentlichen Komponenten der Struktur-Akustik-Interaktion illustriert. Eine Struktur, die durch akustische Anregung in Schwingungen versetzt wird, strahlt ihrerseits wiederum Schallwellen in das sie berührende Fluid ab. Generell gilt es hier zwischen internen Problemen, bei welchen sich innerhalb eines eingeschlossenen Fluids stehende Wellen ausbilden, und externen, bei denen die Reflexion des Schalls im Vordergrund steht und die Schallwellen in das Unendliche abgestrahlt werden, zu unterscheiden[6]. Die beiden Fälle sind in Abbildung 2.3 dargestellt, wobei Ω_F das Berechnungsgebiet des Fluids, Ω_S das Berechnungsgebiet der Struktur und Γ die benetzte Oberfläche der Struktur bzw. die gekoppelte Fläche beider Bereiche bezeichnet [9]. Die Kopplung beider Fälle, der Transfer von Schallenergie durch eine Struktur, wird Schalldurchgang (Transmission) genannt.

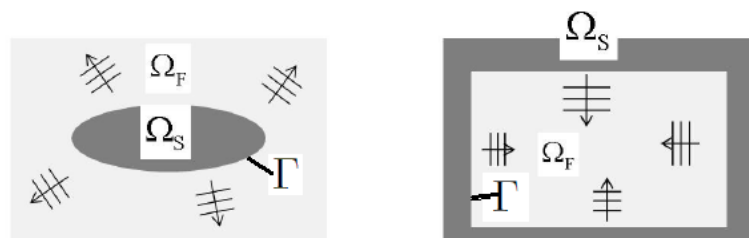


Abbildung 2.3: Externes und Internes Problem

Zur Berechnung der beschriebenen Wechselwirkungen ist ein Modell der Struktur-Akustik Interaktion erforderlich. In diesem Kapitel sollen in Abschnitt 2.2.2 die zur Beschreibung eines solchen Systems nötigen physikalischen Zusammenhänge mathematisch beschrieben werden, um daraus in Abschnitt 2.2.3 eine diskrete Formulierung mit der Finite Elemente Methode zu entwickeln.

2.2.2 Das Vibro-Akustische Modell

In diesem Abschnitt werden die Differentialgleichungen (DGL) dargestellt, die zur Beschreibung eines gekoppelten Systems aus vibro-akustischen Medien mit linearem Materialverhalten benötigt werden. Diese werden daraufhin in eine Schwache Formulierung überführt.

Beschreibung durch Differentialgleichungen

Freie Schwingungen werden durch die Gleichgewichtsbedingung bestimmt, welche besagt, dass die inneren Verformungskräfte zu jedem Zeitpunkt mit den Beschleunigungskräften übereinstimmen müssen, was z.B. für den ungedämpften Einmassenschwinger durch die bekannte Formel

$$m\ddot{x} + cx = 0 \quad (2.12)$$

ausgedrückt wird [17], wobei m die Masse, c die Federsteifigkeit und x die Auslenkung um die Ruhelage bezeichnen.

Zur Beschreibung der allgemeinen Zusammenhänge für linear elastisches Materialverhalten unter der Annahme kleiner Verformungen wird im Folgenden die Notation nach Ihlenburg [9] verwendet:

- $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}_s(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_x(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{U}_y(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{U}_z(\mathbf{x}, t) \end{bmatrix}$ - Verschiebungsvektor der Struktur;

- $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$ - Spannungstensor des Festkörpers;

- $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$ - Dehnungstensor des Festkörpers;

- \mathcal{C} - Materialtensor des Festkörpers;
- $P(\mathbf{x}, t)$ - Druck im Fluid;
- $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) = \dot{\mathbf{U}}_f(\mathbf{x}, t)$ - Schnellenvektor im Fluid;
- S - Volumendehnung des Fluids;
- ρ_s, ρ_f - Dichte des Fluids, Dichte des Festkörpers;

- B - Kompressionsmodul.

Außerdem werden die Begriffe Festkörper und Struktur synonym verwendet.

Unter der Annahme eines reibungsfreien Fluids kann der Spannungstensor des Fluids wie folgt einfach ausgedrückt werden:

$$\boldsymbol{\sigma}_f = \begin{bmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{bmatrix}.$$

Somit gilt:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}_f = -\nabla P. \quad (2.13)$$

Unter den selben Voraussetzungen kann der Dehnungstensor des Fluids als

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} S & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & S \end{bmatrix}$$

beschrieben werden wobei $S = \frac{dV}{V} = \operatorname{Spur}(\boldsymbol{\varepsilon}_f) = \operatorname{div} \mathbf{U}_f$ ist. Folglich können die freien Schwingungen im Festkörper und im Fluid durch das System linearer DGLn in Tabelle 2.1 beschrieben werden.

Schwingungen	Festkörper	Fluid
Gleichgewicht	$-\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho_s \ddot{\mathbf{U}} = 0 \quad (2.14)$	$\nabla P + \rho_f \dot{\mathbf{V}} = 0 \quad (2.15)$
Materialgesetz	$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.16)$	$P = -BS \quad (2.17)$
Kinematik	$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}[(\nabla \mathbf{U})^T + \nabla \mathbf{U}] \quad (2.18)$	$\dot{S} = \operatorname{div} \mathbf{V} \quad (2.19)$

Tabelle 2.1: DGLn für Fluid- und Festkörperschwingungen

Kopplungsbedingungen Das Fluid und die Struktur sind sowohl kinetisch, als auch kinematisch mit einander gekoppelt. Die kinetische Bedingung fordert, dass die resultierenden Kräfte der Struktur und die des Fluids auf der gesamten benetzten Fläche Γ die gleichen Werte einnehmen. Da von einem reibungsfreien Fluid ausgegangen wird, und somit keine Scherung berücksichtigt wird, stehen diese Kräfte senkrecht zur Oberfläche der Struktur. Die ebenfalls scherungsfreie resultierende Last auf die Struktur oberfläche kann in lokalen Koordinaten durch die Gleichung $\mathbf{t}_n = [0, 0 - P]^T = -P \mathbf{n}_s$, die in jedem Koordinatensystem Bestand hat, ausgedrückt werden. Der Einheitsvektor \mathbf{n}_s zeigt hierbei senkrecht zur Struktur oberfläche in Richtung des Fluids (Abb. 2.4). Die kinematische Verträglichkeitsbedingung besagt, dass die Verschiebungsvektoren von Fluid und Struktur bezüglich ihrer Normalenrichtung zu jedem Zeitpunkt im Berechnungsgebiet Γ übereinstimmen müssen; also $\mathbf{U}_s \cdot \mathbf{n} = \mathbf{U}_f \cdot \mathbf{n}$ für alle $\mathbf{x} \in \Gamma$. Mit $\mathbf{n}_s = -\mathbf{n}_f$ gelten die Koppelbedingungen aus Tabelle 2.2.

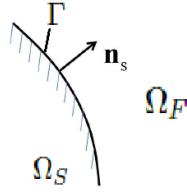


Abbildung 2.4: Koppelfläche zwischen Fluid und Struktur

Kopplung	Festkörper & Fluid
Kräfte-Gleichgewicht	$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_s = P \cdot \mathbf{n}_f$ (2.20)
Kinematische Verträglichkeit	$\dot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{n}_s = -\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}_f$ (2.21)

Tabelle 2.2: Koppelbedingungen Vibro-Akusik

Schwache Formulierung

Um zu einer schwachen Formulierung zu gelangen, werden die Differentialgleichungen mit Testfunktionen multipliziert und dann teilweise partiell integriert um zu einer Übereinstimmung der untersuchten Funktion und der Testfunktion im definierten Bereich zu gelangen. Im mechanischen Kontext stellen diese Testfunktionen virtuelle Verrückungen oder virtuelle Kräfte dar.

Struktur: Wird die Gleichgewichtsbedingung (2.14) mit einer stationären Vektorfunktion $\mathbf{w}(\mathbf{x})$ multipliziert und daraufhin über das Berechnungsgebiet der Struktur integriert, erhält man

$$- \int_{\Omega_s} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{w} dV + \int_{\Omega_s} \rho_s \ddot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{w} dV = 0.$$

Nun wird mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes der erste Term Stückweise integriert:

$$- \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{w} dV + \int_{\Gamma} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_s) \mathbf{w} dA + \int_{\Omega_s} \rho_s \ddot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{w} dV = 0.$$

Unter der Annahme, dass sich die Struktur über ihre gesamte Koppelfläche Γ mit dem Fluid in Kontakt befindet, kann die Koppelbedingung (2.20) eingeführt werden:

$$\int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{w} dV + \int_{\Omega_s} \rho_s \ddot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{w} dV + \int_{\Gamma} (P \cdot \mathbf{n}_s) \mathbf{w} dA = 0.$$

Aufgrund der Symmetrie des Spannungstensors kann durch Vergleich mit Gleichung (2.18) der Zusammenhang $\boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{w} = \boldsymbol{\sigma} : (\nabla \mathbf{w})^T = \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{w})^T + \nabla \mathbf{w}] = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{U}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w})$ aufgestellt werden, wodurch das erste Integral als Arbeit der inneren Verformungskräfte bzw. Spannungen, hervorgerufen durch die virtuellen Verschiebungen \mathbf{w} , aufgefasst werden kann. Des Weiteren kann unter Verwendung von (2.18) und (2.16) $\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{C} : \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{U})^T + \nabla \mathbf{U}]$ formuliert werden. Unter der üblichen Umformung der symme-

trischen Spannungs- und Dehnungstensoren als 6×1 Vektoren kann das Materialgesetz als $\sigma = \mathbf{C}\varepsilon$, und die kinematischen Gleichungen als $\varepsilon(\mathbf{w}) = \mathbf{D}\mathbf{w}$, dargestellt werden. Hierbei sind

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \text{ mit } \gamma_{xy} = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx} \text{ usw. und } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

Unter Verwendung dieser Notation erhält man $\sigma : \nabla \mathbf{w} = (\mathbf{D}\mathbf{w})^T \mathbf{C}(\mathbf{D}\mathbf{U})$.

Fluid: Die Multiplikation der Gleichgewichtsbedingung (2.15) mit einer stationären Vektorfunktion ∇q , wobei q eine skalare Testfunktion ist, welche einen Druck repräsentiert, und Anwendung des Gaußschen Integralsatzes, liefert:

$$\int_{\Omega_f} \nabla P \cdot \nabla q \, dV - \int_{\Omega_f} \rho_f \operatorname{div} \dot{\mathbf{V}} q \, dV + \int_{\Gamma} \rho_f \dot{\mathbf{V}} \cdot (q \mathbf{n}_f) \, dA = 0.$$

Auf der Grundlage der Gleichungen (2.17) und (2.19) kann die Divergenz des Beschleunigung im Fluid durch den Druck als $\operatorname{div} \dot{\mathbf{V}} = -\ddot{P}/B$ ausgedrückt werden. Die Beschleunigung des Fluids normal zu seiner Grenzfläche Γ wird unter Berücksichtigung der kinematischen Verträglichkeitsbedingung (2.21) durch die der Struktur ersetzt. Somit erhält man

$$\int_{\Omega_f} \nabla P \cdot \nabla q \, dV + \int_{\Omega_f} \frac{\rho_f}{B} \ddot{P} q \, dV - \int_{\Gamma} \rho_f (\ddot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{n}_s) q \, dA = 0.$$

Fluid-Struktur Interaktion: Beschränkt man sich auf die Betrachtung homogener Materialien, so können die Materialparameter des Fluids aus dem Integral gezogen werden. Die schwache Formulierung des gekoppelten Systems lässt sich dann durch den folgenden Satz von Variationsgleichungen ausdrücken:

$$\int_{\Omega_s} (\mathbf{D}\mathbf{w})^T \mathbf{C} (\mathbf{D}\mathbf{U}) \, dV + \int_{\Omega_s} \rho_s \mathbf{w}^T \ddot{\mathbf{U}} \, dV + \int_{\Gamma} \mathbf{w}^T (P \mathbf{n}_s) \, dA = 0, \quad (2.22)$$

$$- \frac{1}{\rho_f} \int_{\Omega_f} (\nabla q)^T \nabla P \, dV - \frac{1}{B} \int_{\Omega_f} q \ddot{P} \, dV + \int_{\Gamma} (q \mathbf{n}_s)^T \ddot{\mathbf{U}} \, dA = 0. \quad (2.23)$$

Dämpfung

Alle realen Schwingungen unterliegen dissipativen Effekten, die z.B. in Form von Materialdämpfung in Festkörpern oder als Grenzflächenabsorption im Fluid auftauchen.

Strukturdämpfung: Anders als der Name im vorliegenden Kontext vermuten lässt, kann die Strukturdämpfungshypothese zur Modellierung von Dämpfungseinflüssen sowohl in Festkörpern, als auch in Fluidvolumina zum Einsatz kommen. Es handelt sich hierbei um eine amplitudenproportionale Dämpfung, die für die Analyse eingeschwungener Zustände

(stationäre Analysen) verwendet wird [15]. Auf der Basis der Kelvin-Voigt-Hypothese, nach der sich die Spannung aus einer elastischen und einer viskosen Komponente zusammensetzt, kann der einachsige Spannungszustand eines Stabes mit dem Viskositätskoeffizienten r als

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_v = E\varepsilon + r\dot{\varepsilon}$$

formuliert werden. Für stationäre harmonische Schwingungen kann daraus das komplexe Materialgesetz

$$\sigma = E(1 + i\eta)$$

mit dem Verlustfaktor $\eta = \omega r/E$ gebildet werden.

Absorbierende Grenzschicht: Die charakteristische Impedanz eines akustischen Mediums ist als $Z_0 = \rho_f c$ definiert. Dieser Kennwert beschreibt den Widerstand eines Mediums gegenüber der Ausbreitung einer harmonischen ebenen Welle. Es gilt

$$Z_0 = \frac{p}{v},$$

wobei p und v die komplexen Amplituden von Druck und Schnelle sind.

Trifft eine ebene Welle unter einem Winkel auf eine Grenzfläche eines Fluids, wird sie teilweise reflektiert, während ein anderer Teil absorbiert wird. Die resultierenden Änderungen in Druck und Schnelle können mit Hilfe der Impedanz

$$Z_n = \left. \frac{p}{v_n} \right|_{\Gamma}$$

mit der komplexen Amplitude des Druckes $p = p_a + p_r$ ¹ und der zu Γ senkrechten Projektion der Schnelle $v_n = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}$ ausgedrückt werden. Unter der Voraussetzung einer harmonischen Anregung wird mit Hilfe der Euler-Gleichung die Schnelle durch den Druck ersetzt, woraufhin man die Randbedingung in Abhängigkeit vom Druck als

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{\rho_f}{Z_n} \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{Z_0}{Z_n} \frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{1+r}{1-r} \frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \quad \text{mit} \quad r = \frac{|P_r|}{P_a} \quad (2.24)$$

ausdrücken kann, wobei r der Reflexionskoeffizient ist. Wird $Z_n = Z_0$ gesetzt, folgt daraus die Randbedingung für die Abstrahlung in der Form

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (2.25)$$

2.2.3 Die Finite Elemente Methode

Finite Elemente

Die untersuchten Lösungsgebiete von Festkörper und Struktur werden zunächst in Teilgebiete, die *fniten Elemente*, eingeteilt. Die Eckpunkte dieser Elemente werden als *Knoten*

¹siehe Abb. 2.7 S.18

bezeichnet. Durch die Ansatzfunktionen \mathbf{U}_h und P_h werden die physikalischen Unbekannten \mathbf{U} und P in den Knoten durch die Form

$$\mathbf{U}_h(\mathbf{x}, t) = \sum_j \mathbf{U}_j(t) \varphi_j(\mathbf{x}), \quad P_h(\mathbf{x}, t) = \sum_j P_j(t) \varphi_j(\mathbf{x}) \quad (2.26)$$

angenähert. Hierbei sind $\mathbf{U}_j(t)$ und $P_j(t)$ unbekannte Funktionswerte der Knoten, die Funktionen φ_j sogenannte Hutfunktionen, lineare Interpolanten, die sich aus Linearkombinationen der Elementformfunktionen N_k (vgl. 2.5) zusammensetzen und j der Index aller Knoten im Berechnungsraum. Die Verschiebungen bzw. Drücke der Knoten werden durch Lösung eines linearen Gleichungssystems, das sich aus der schwachen Formulierung der gekoppelten Gleichungen ableitet, ermittelt.

Fluid-Struktur Interaktion Festkörper und Fluide werden grundsätzlich in Hexaeder oder Tetraeder unterteilt. Die Knoten des Festkörpers weisen drei translatorische Freiheitsgrade auf, wohingegen den Knoten im Fluid nur jeweils ein translatorischer Freiheitsgrad, der seinem Druck entspricht, zugeordnet ist. Die Struktur und das Fluid können unabhängig von einander vernetzt werden, was zu nichtkoinzidenten Anordnungen der jeweiligen Knoten entlang der benetzten Fläche Γ führt. Die Verschiebungsfunktionen der entsprechenden gekoppelten Knoten werden dann über Formfunktionen N in lokalen Koordinaten ermittelt. Bei der Unterteilung der Struktur in Platten wird die Struktur in Polygonen auf deren Mittelfläche reduziert. An Fluid-Struktur Interaktion sind dann jeweils nur drei der sechs möglichen Freiheitsgrade beteiligt, namentlich die Translation senkrecht zur Koppel­fläche und die beiden Rotationen in der Plattenebene. Abb. 2.5 illustriert die Interpolation der Verschiebung im Berechnungsgebiet der Platte.

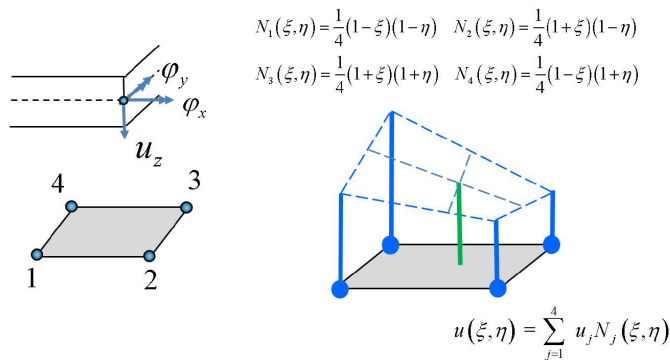


Abbildung 2.5: Bilineare Interpolation der Verschiebung auf einer viereckigen Platte

Diskrete Formulierung

Mit den Knoten als diskreter Teilmenge des stetigen Berechnungsraumes, werden Druck und Verschiebung in den Variationsgleichungen (2.23) und (2.22) durch ihre genäherten Knotengleichungen (2.26) ersetzt, was zu einem System diskreter Variationsgleichungen führt, dessen Koeffizienten berechenbare Integrale über Produkte der Formfunktionen oder

deren Ableitungen darstellen. Nach Assemblierung des Systems können die Variationen der Knoten eliminiert werden, wodurch man ein lineares Gleichungssystem für die Funktionen U_h und P_h erhält.

Freie ungedämpfte Schwingung Das diskrete Gleichungssystem kann in Matrixform als

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{A} \\ 0 & -\mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ \mathbf{A}^T & -\mathbf{M}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

aufgestellt werden, wobei \mathbf{K} und \mathbf{M} die Steifigkeits- und Massenmatrix von Fluid und Struktur bezeichnen. Die Koppelmatrix \mathbf{A} erhält man durch Auswertung der Flächenintegrale der Gleichungen (2.23) und (2.22). Die Vektoren \mathbf{U} und \mathbf{P} enthalten die Knotenwerte der Element-Näherungsfunktionen U_h und P_h .

Dieses unsymmetrische Gleichungssystem kann durch einmalige zeitliche Ableitung der Gleichung (2.22) und Ersetzen von $\mathbf{V} = \dot{\mathbf{U}}$ in die Gleichungen

$$\int_{\Omega_s} (\mathbf{D}\mathbf{w})^T \mathbf{C} (\mathbf{D}\mathbf{V}) dV + \int_{\Omega_s} \rho_s \mathbf{w}^T \ddot{\mathbf{V}} dV + \int_{\Gamma} \mathbf{w}^T (\dot{\mathbf{P}} \mathbf{n}_s) dA = 0, \quad (2.28)$$

$$-\frac{1}{\rho_f} \int_{\Omega_f} (\nabla q)^T \nabla P dV - \frac{1}{B} \int_{\Omega_f} q \ddot{P} dV + \int_{\Gamma} (q \mathbf{n}_s)^T \dot{\mathbf{V}} dA = 0 \quad (2.29)$$

mit dem dazugehörigen symmetrischen diskreten System

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{V}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

überführt werden.

Strukturdämpfung: Bei der Berechnung *stationärer* Analysen kann die Strukturdämpfung auf globaler oder lokaler sowie modaler Ebene verwendet werden [15]. Die *komplexe Steifigkeitsmatrix* nimmt dann die Form

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{K}^{Re} + i\mathbf{G}\mathbf{K}^{Im} = (1 + i\mathbf{G})\mathbf{K} \quad (2.31)$$

an. Mit G_s und G_f als globalen Strukturdämpfungsparametern für Fluid und Struktur erhalten wir das gedämpfte Gleichungssystem [1]

$$\begin{bmatrix} (1 + iG_s)\mathbf{K}_s & 0 \\ 0 & -(1 + iG_f)\mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{V}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Viskose Dämpfung: Kommt die Viskose Dämpfungshypothese zum Einsatz, nimmt das symmetrische Gleichungssystem die Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & -\mathbf{C}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{V}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

an, wobei \mathbf{C}_s und \mathbf{C}_f die Dämpfungsmatrizen von Struktur und Fluid sind.

Erzwungene Harmonische Schwingungen: Bei einer harmonischen Anregung der Struktur kann mit Hilfe des Ansatzes $\mathbf{F}(t) = \mathbf{f}e^{i\omega t}$, $\mathbf{U}(t) = \mathbf{u}e^{i\omega t}$ und $\mathbf{P}(t) = \mathbf{p}e^{i\omega t}$ der stationäre Zustand des Systems durch

$$\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{A} \\ 0 & -\mathbf{K}_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ \mathbf{A}^T & -\mathbf{M}_f \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

bzw. in seiner symmetrischen Form für gedämpfte Schwingungen durch

$$\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{K}_f \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & -\mathbf{C}_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}_f \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

beschrieben werden, wobei $\hat{\mathbf{f}} = i\omega\mathbf{f}$ gilt. \mathbf{K}_s und \mathbf{K}_f sind dünn besetzte Diagonalmatrizen, welche die Dimensionen n_s und n_f aufweisen, wobei sich n aus der Summe aller Freiheitsgrade ohne Randbedingungen ergibt. \mathbf{A} nimmt die Form $n_s \times n_f$ an und ist für alle Knoten an der Koppelfläche ungleich Null. Die gesamte Dimension des Gleichungssystems wird somit $n_s + n_f$. Die Untermatrizen der Struktur (str) und des Fluids (fl), sowie die Koppelmatrizen (cpl) können durch Sortieren der Knoten auf die in Abb. 2.6 dargestellte Form gebracht werden, wodurch sich das Gleichungssystem effizient lösen lässt [11].

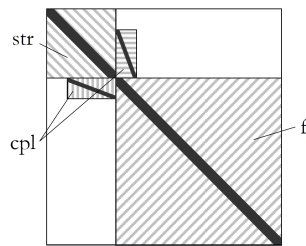


Abbildung 2.6: Gekoppelte FEM-Systemmatrix nach 2.35

2.2.4 Lösungsmethoden

In der Praxis sind meistens stationäre Schwingungsantworten vibro-akustischer Systeme auf eine harmonische Anregung vom Typ $\mathcal{F}(t) = \mathbf{F}e^{-i\omega t}$ von Interesse. Das Ergebnis kann dann aus Gleichung (2.35) gewonnen werden und ist nur von der Erregerfrequenz ω und der Amplitude von $\hat{\mathbf{f}}$ abhängig.

Direkte Lösung: Dieser Ansatz besteht darin, für ein Frequenzspektrum $[\omega_{min} : \omega_{max}]$ mit der Teilung $\Delta\omega$ das Gleichungssystem (2.35) der Reihe nach für jede Frequenz aufzustellen und nach \mathbf{v} und \mathbf{p} numerisch zu lösen.

Modale Superposition ungekoppelter Eigenvektoren: Unter Verwendung des Ansatzes $\mathbf{U} = \mathbf{u}e^{i\omega t}$ wird aus der ungekoppelten Gleichung für freie Schwingungen der Struktur

$$\mathbf{K}_s \mathbf{U} + \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{U}} = 0 \quad (2.36)$$

das Eigenwertproblem

$$(\mathbf{K}_s - \lambda \mathbf{M}_s) \phi_s = 0 \quad \text{mit} \quad \lambda = \omega^2 \quad (2.37)$$

aufgestellt. Durch Lösen der charakteristischen Gleichung

$$\det [\mathbf{K}_s - \lambda \mathbf{M}_s] = 0 \quad (2.38)$$

werden die Eigenwerte λ ermittelt und diese in Gleichung (2.37) eingesetzt um die Eigenvektoren ϕ_s zu berechnen. Analog werden die Eigenvektoren des Fluids ermittelt.

$$(\mathbf{K}_f - \lambda \mathbf{M}_f) \phi_f = 0 \quad (2.39)$$

Hierbei wird nur ein Teil der Eigenvektoren mit niedrigen Eigenwerten berechnet und die *Residualvektoren* vernachlässigt. Die Sätze der berechneten Eigenvektoren werden in rechteckigen Matrizen der Form

$$\mathbf{X}_s = [\phi_{s,1}, \phi_{s,2}, \phi_{s,3}, \dots, \phi_{s,n}] \quad \text{und} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{X}_f = [\phi_{f,1}, \phi_{f,2}, \phi_{f,3}, \dots, \phi_{f,n}] \quad (2.41)$$

zusammengefasst und die Lösung des gekoppelten Gleichungssystems

$$\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{X}_s \mathbf{Y}_s(\mathbf{x}, t) \quad (2.42)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{X}_f \mathbf{Y}_f(\mathbf{x}, t) \quad (2.43)$$

als modale Superposition mit den unbekanntem komplexwertigen modalen Koeffizienten \mathbf{Y}_s und \mathbf{Y}_f gesucht. Hierbei wird die Schwingungsantwort auf einen modalen Unterraum, der durch die Eigenvektoren von Fluid und Struktur gebildet wird, projiziert.

Durch Einsetzen von (2.42) und (2.43) in die Gleichungen für die erzwungene Schwingungsantwort des gekoppelten Systems und durch Multiplikation von links mit \mathbf{X}_s^T , bzw. \mathbf{X}_f^T erhält man die Gleichungen

$$\mathbf{X}_{sf}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{A} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \mathbf{X}_{sf} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} + \mathbf{X}_{sf}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \mathbf{X}_{sf} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_s \\ \ddot{\mathbf{Y}}_f \end{bmatrix} = \mathbf{X}_{sf}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{bmatrix}$$

mit

$$\mathbf{X}_{sf} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_f \end{bmatrix}.$$

In einer kompakteren Schreibweise lautet das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_s & \hat{\mathbf{A}} \\ 0 & \hat{\mathbf{K}}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_s & 0 \\ \hat{\mathbf{A}}^T & \hat{\mathbf{M}}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_s \\ \ddot{\mathbf{Y}}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}}_s \\ \hat{\mathbf{F}}_f \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

mit den Untermatrizen $\hat{\mathbf{K}}_s = \mathbf{X}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{X}_s$, $\hat{\mathbf{M}}_s = \mathbf{X}_s^T \mathbf{M}_s \mathbf{X}_s$, $\hat{\mathbf{K}}_f = \mathbf{X}_f^T \mathbf{K}_f \mathbf{X}_f$, $\hat{\mathbf{M}}_f = \mathbf{X}_f^T \mathbf{M}_f \mathbf{X}_f$ und $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{X}_s^T \mathbf{A} \mathbf{X}_f$ die als *modal transformierte* Massen- bzw. Steifigkeits- und Koppelmatrizen bezeichnet werden.

Neben der modalen Transformation von zuvor eingeführten Dämpfungsformulierungen kann eine modale Dämpfungsmatrix $\hat{\mathbf{C}}$ eingeführt werden, wodurch das symmetrische Gleichungssystem in modaler Schreibweise

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_s & 0 \\ 0 & -\hat{\mathbf{K}}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_s \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}_s & \hat{\mathbf{A}} \\ \hat{\mathbf{A}}^T & -\hat{\mathbf{C}}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_s \\ \dot{\mathbf{Y}}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_s & 0 \\ 0 & -\hat{\mathbf{M}}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_s \\ \ddot{\mathbf{Y}}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}}_s \\ -\hat{\mathbf{F}}_f \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

wird.

Die modalen Gleichungen können dann nach ihren modalen Koeffizienten gelöst werden. Die Lösung im physikalischen Raum erhält man durch Rücktransformation nach Gleichung (2.42) und (2.43).

Modale Beteiligungsfaktoren: Unter Zuhilfenahme des harmonischen Ansatzes

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} e^{-i\omega t}$$

wird die untere Hälfte von (2.44) zu [1]:

$$\omega^2 \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{Y}}_s + (-\omega \hat{\mathbf{M}}_f + \hat{\mathbf{K}}_f) \hat{\mathbf{Y}}_f = \hat{\mathbf{F}}_f.$$

Mit der Definition

$$\mathbf{Z} = [-\omega^2 \hat{\mathbf{M}}_f + \hat{\mathbf{K}}_f]^{-1}$$

gilt

$$\hat{\mathbf{Y}}_f = -\omega^2 \mathbf{Z} \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{Y}}_s + \mathbf{Z} \hat{\mathbf{F}}_f.$$

Die modale Partizipation für Fluid und Struktur definiert sich damit als

$$\mathbf{P}_f = \mathbf{X}_f \hat{\mathbf{Y}}_f \quad (2.46)$$

$$\mathbf{P}_s = -\omega^2 \mathbf{X}_f \mathbf{Z} \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{Y}}_s \quad (2.47)$$

2.3 Kennwerte und Konventionen der Akustik

2.3.1 Pegel

Da das Menschliche Ohr Schalldrücke von ca. $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{N/m}^2$ bis 200N/m^2 verarbeiten kann, ist es sinnvoll für eine Quantifizierung innerhalb dieses enormen Intervalls auf eine

logarithmierte Größe zurückzugreifen. Der Schalldruckpegel Schalldruckpegel (SPL) ist durch die Einheit Dezibel (dB) als

$$L = 20 \lg \left(\frac{p}{p_0} \right) \text{ dB} = 10 \lg \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 \text{ dB} \quad (2.48)$$

so definiert, dass 0 dB der Hörschwelle und 1 dB der Unterschiedsschwelle, bei der sich Pegel vom Menschen gerade noch unterscheiden lassen, entspricht [13]. Eine Pegeldifferenz von 6 dB stellt also eine Verdopplung der Schalldrücke dar. Bei der Beschreibung von Vibrationspegeln ist die Angabe der Bezugsamplitude erforderlich. Die Verwendung von Pegeln eignet sich besonders für vergleichende Analysen, da die Pegeldifferenz unabhängig von den Beträgen der Amplituden ein relatives Maß darstellt.

2.3.2 Frequenzbänder

In technischen Anwendungen wie der Lautstärkemessung ist es üblich, die akustische Analyse in Frequenzbändern durchzuführen [14]. Hierbei kommen typischer Weise Oktav- und noch häufiger Terzbänder zum Einsatz. Die Bandmittelfrequenzen für das Terzband errechnen sich in einer logarithmischen Teilung² der Frequenzskala wie folgt:

$$f_o = 2^{1/3} \cdot f_u \quad (2.49)$$

$$\Delta f = f_o - f_u = f_u \cdot (2^{1/3} - 1) \quad (2.50)$$

$$f_m = \sqrt{f_u \cdot f_o} \quad (2.51)$$

$$f_{m+1} = 2^{1/3} f_m \quad (2.52)$$

mit f_u und f_o als Unter- und Obergrenze des Frequenzbandes und f_m und f_{m+1} als Bandmittelfrequenzen des Bandes m bzw. $m + 1$. Analog gilt für das Oktavband:

$$f_o = 2 \cdot f_u \quad (2.53)$$

$$\Delta f = f_o - f_u = f_u \quad (2.54)$$

$$f_m = \sqrt{f_u \cdot f_o} = \sqrt{2} f_u \quad (2.55)$$

$$f_{m+1} = 2 \cdot f_m \quad (2.56)$$

In Tabelle 2.3 sind die in der Technik allgemein gebräuchlichen Terzbänder aufgelistet, auf die sich auch im Rahmen dieser Arbeit bezogen wird [5].

2.3.3 Transmission

Bei vibro-akustischen Analysen steht häufig die Frage nach dem Schalldurchgangsverhalten von Paneelen im Vordergrund. Abb. 2.7 zeigt die Transmission einer Schallwelle durch eine einfache ebene Wand. Ein wandbeschreibendes Maß stellt der Transmissionsgrad

$$\tau = \frac{P_2}{P_a}$$

²im Folgenden ein Logarithmus mit der Basis 2

Terzmittenfrequent f_m in Hz	untere Eckfrequenz f_u in Hz	obere Eckfrequenz f_o in Hz
31,56	28	35,5
40	35,5	45
50	45	56
63	56	71
80	71	90
100	90	112
125	112	140
160	140	180
200	180	224
250	224	280
315	280	355
400	355	450
500	450	560
630	560	710
800	710	890

Tabelle 2.3: Standard Frequenzbänder Terzteilung (Ausschnitt)

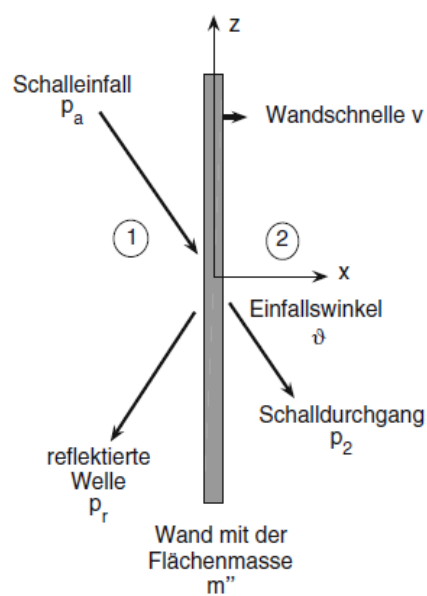


Abbildung 2.7: Transmission durch eine einfache Wand

als Verhältnis zwischen der senderseitig auf die Wand auftreffenden Leistung P_a und der in den Empfangsraum übertragenen Leistung P_2 dar [13]. In der Praxis drückt man diesen Zusammenhang meist durch das Schalldämmmaß

$$R = 10 \lg \frac{1}{\tau} = L_a - L_2$$

aus, welches die Differenz der gemittelten Raumpegel L_a und L_2 darstellt. Es existieren Analytische Ansätze für die Berechnung diverser Spezialfälle. Für die biegeeweiche, unendlich ausgedehnte einfache Wand zeigt Möser, dass bei diffuser Schallfeldanregung unterhalb der kritischen Frequenz f_{cr} , bei der die Biegewellenlänge der Wand der Wellenlänge im Fluid gleicht, das Schalldämmmaß

$$R = 10 \lg \left(\frac{m'' \omega}{2 \rho_f c} \right) - 3 \text{dB} \quad (2.57)$$

wird. Dieser Zusammenhang, der sich das *Bergersche Massengesetz* nennt, besagt, dass sich R mit 6dB/Oktave und 6dB/Massenverdopplung erhöht. Hierraus ist ersichtlich, dass die im Flugzeugbau imperative Leichtbauweise in direktem Widerspruch zu den gewünschten Schalldämmeigenschaften der Struktur steht. Tieffrequente Schallwellen zeigen folglich ein besonders ungünstiges Transmissionsverhalten.

2.4 Stochastische Optimierung

Dominique Thévenin definiert den Begriff *Optimierung* als

die Gestaltung und den Betrieb eines Systems oder Prozesses, um es/ihn in einer definierten Hinsicht so gut wie möglich zu machen. [21]

Man spricht hierbei auch vom Aufsuchen von *Designparametern* die das *globale Minimum* oder *Maximum* (vgl. Abb. 2.8) einer *Zielfunktion* (ZF) oder *Kostenfunktion* bewirken. Die Zielfunktion bezeichnet die mathematische Formulierung eines oder mehrerer Auslegungsziele.

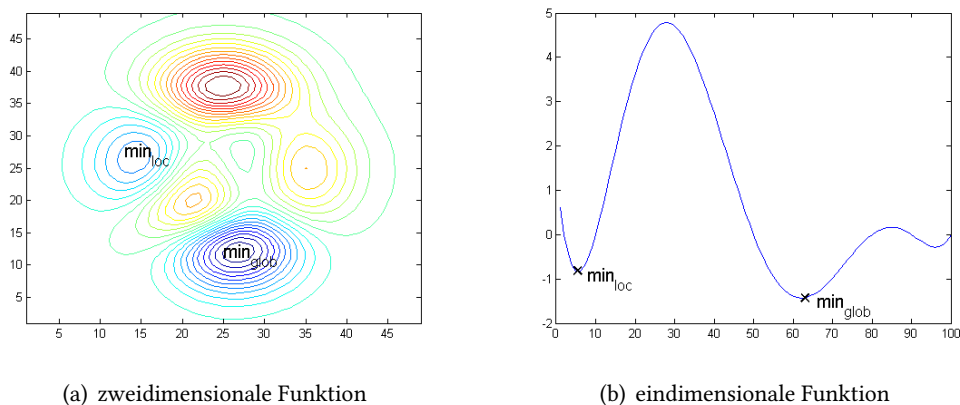


Abbildung 2.8: lokale (loc) und globale (glob) Minima verschiedener Zielfunktionen

Neben mathematischen Verfahren kommen in der Praxis zunehmend Verfahren zum Einsatz, die keine mathematische Formulierung zur Suchrichtung zur Grundlage haben und daher im mathematischen Sinne eher Heuristiken als Optimierungsalgorithmen sind. Die stochastischen Verfahren zeigen ihre Überlegenheit dort, wo Sensitivitäten nicht mehr analytisch zu bestimmen sind [19]. Zwei dieser Suchstrategien, das *Simulated Annealing* und die *Evolutionsstrategien*, sollen in diesem Abschnitt vorgestellt werden.

2.4.1 Simulated Annealing

Simulated Annealing (SA) ist ein heuristisches Optimierungsverfahren, das den in der Werkstofftechnik relevanten Prozess des Weichglühens, bei dem ein Metall nach Erhitzung durch kontrolliertes Abkühlen in einen Zustand von möglichst geringer freier Energie versetzt wird, nachbildet[16].

Grundlagen

Monte-Carlo-Methode (MC): Die Monte-Carlo-Simulation ist ein Verfahren aus der Stochastik, bei dem sehr häufig durchgeführte Zufallsexperimente die Basis darstellen. Es wird dabei versucht, mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme numerisch zu lösen. Hierbei wird durch stichprobenhaftes Berechnen des Lösungsraums eine diskrete Lösungsmenge generiert.

Markov-Chain-Monte-Carlo (MCMC): Eine Markov-Chain-Monte-Carlo-Methode ist ein Prozess, der neue Zustände unter Verwendung eines *random walk* (dt. Zufallsweg, Irrfahrt) Prozesses aufsucht. Betrachtet wird ein System, dessen Entwicklung durch einen stochastischen Prozess, bestehend aus den Variablen $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_i\}$, beschrieben wird[12]. Eine Zufallsvariable \mathbf{x}_i nimmt Zustand \mathbf{x} zu einer diskreten Zeit i ein. Eine vollständige Liste aller möglichen Zustände die von den Zufallsvariablen eingenommen werden können beschreibt den Zustandsraum. Ist die Wahrscheinlichkeit, dass das System zum Zeitpunkt $i + 1$ den Zustand \mathbf{x}_{i+1} annimmt, ausschließlich von seinem Zustand \mathbf{x}_i abhängig, bilden die Zufallsvariablen $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_i\}$ eine Markov-Kette. Bei der MCMC wird der Übergang zu einem neuen Zustand durch die Addition eines zufälligen Rauschens ϵ auf dem vorhandenen Zustand wie folgt realisiert:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_0 + \epsilon. \quad (2.58)$$

Metropolis-Algorithmus: Nicholas Metropolis stellte 1953 ein Verfahren vor, welches die Akzeptanzwahrscheinlichkeit eines neuen Zustandes \mathbf{x} einer Markov-Kette in Abhängigkeit eines Steuerparameters, namentlich der Temperatur, bestimmt. Hierbei wird die Differenz der Energien des alten Zustandes E_{alt} und des neuen Zustandes E_{neu} mit einer Zufallszahl verglichen:

$$e^{\frac{-(E_{neu}-E_{alt})}{T}} > \text{rand}[0\dots 1]. \quad (2.59)$$

Bei Erfüllung dieser Bedingung wird der neue Zustand angenommen, andernfalls der Alte beibehalten. Ein energetisch reduzierter Zustand wird also stets akzeptiert, wäh-

rend die Wahrscheinlichkeit für die Akzeptanz eines energetischeren Zustandes von der Energiedifferenz und dem Steuerparameter T abhängt.

Aufbau des SA-Algorithmus

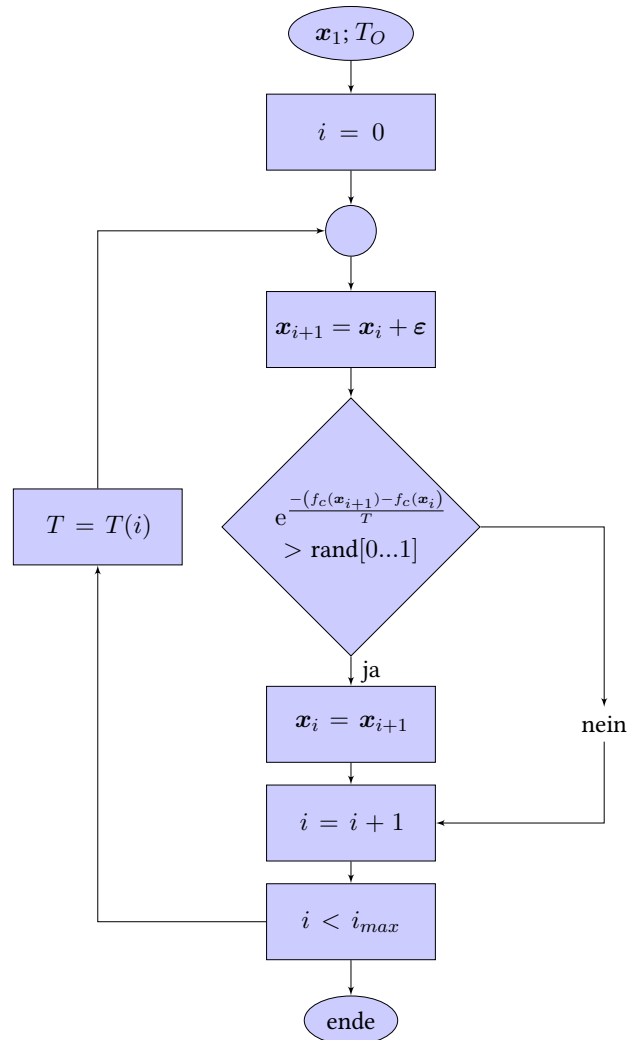


Abbildung 2.9: Flussdiagramm Simulated Annealing

Abb. 2.9 zeigt den prinzipiellen Ablauf des SA-Algorithmus. Ausgehend von einer Startvariante \mathbf{x}_0 wird der Algorithmus mit dem Startwert T_0 des Steuerparameters aufgerufen und so lange ausgeführt, bis ein oder mehrere Abbruchkriterien erfüllt sind. In einem MCMC-Prozess werden fortwährend neue Varianten erzeugt und deren Energieniveau, bzw. die Größe der zu minimierenden Kostenfunktion $f_c(\mathbf{x})$ ermittelt. Durch den Metropolis-Algorithmus wird entschieden, ob die neue Variante akzeptiert wird und die Basis zukünftiger Variationsrechnungen darstellen wird. Nach dem Akzeptieren oder Verwerfen der neuen Lösung wird die Optimierungsschleife mit aktualisierten Parametern erneut durchlaufen. Die beste auf diese Weise generierte Variante stellt das Optimierungsergebnis dar.

Der Verlauf einer Optimierung unter Verwendung von SA lässt sich durch Einstellen der folgenden Parameter beeinflussen:

Starttemperatur und Abkühlkurve: Die Position der Teilchen im abkühlenden Metall bestimmt dessen Energiegehalt zu einem gegebenen Zeitpunkt. Wie beim physikalischen Prozess des Glühens muss die Abkühlgeschwindigkeit möglichst niedrig sein, um Konvergenz auf einem lokalen Energieminimum, was dem Härten in der Werkstofftechnik entspräche, zu verhindern. Idealerweise wird die Temperatur ausgehend von der Starttemperatur T_0 nach dem Schema

$$T_k = \frac{T_0}{\ln k} \quad (\text{mit der Iterationsnummer } k)$$

gesenkt, was das Auffinden des globalen Optimums garantiert [19]. T_0 ist hierbei so festzulegen, dass zu Beginn der Berechnung 50% aller Entwürfe als Grundlage weiterer Variationsrechnungen akzeptiert werden. für technische Anwendungen sind Iterationszahlen, wie sie durch die genannte Funktion bis zur Konvergenz der Zielfunktion nötig werden, aus Kostengründen meist nicht vertretbar, weshalb mit anderen Bildungsgesetzen gearbeitet wird:

Abkühlkurve: Wenn die Rechenzeit einen gravierenden Kostenfaktor darstellt, wird die Temperatur nach einer definierten Kurve $T(k)$ gesenkt, wodurch in möglichst geringer Zeit ein lokales Optimum aufgefunden werden soll.

Abklingfaktoren: Die Temperatur wird durch die geometrische Folge

$$T(k) = f_{anneal} \cdot T(k-1) \text{ mit } f_{anneal} = \{0, 85 \dots 0, 98\} \text{ bestimmt. Häufig kommen hierbei Haltezeiten zum Einsatz, wobei einer Temperaturminderung eine bestimmte Anzahl von akzeptierten Variationen vorausgehen muss.}$$

Schrittweite der Markov-Glieder: Der Betrag der Varianz ε hat maßgeblichen Einfluss auf die Schwankungen der Zielfunktion. Hier muss ein Kompromiss zwischen ausreichend weiter Nachbarschaftssuche, die eine Untersuchung des gesamten Lösungsraum zulässt, und genauer Untersuchung lokaler Minima gefunden werden. Verfahren, die den Suchradius im Lösungsraum adaptiv mit sinkender Temperatur reduzieren, können diesen Bedürfnissen Rechnung tragen.

Abbruchkriterium: Üblicher Weise wird der Algorithmus beim Erreichen einer maximalen Iterationszahl, bzw. nach Ablauf einer zur Verfügung stehenden Zeitspanne beendet. Weitere Abbruchbedingungen können das Erreichen eines geforderten Wertes der Zielfunktion oder eine definierte Anzahl von Iterationen, die keinen Optimierungserfolg mehr bewirken konnten, darstellen.

Einordnung des Verfahrens:

Neben einigen attraktiven Vorteilen bringt das Verfahren auch Nachteile mit sich [12]. Nennenswerte Vorteile sind:

- SA ist auf jedes beliebige Problem, ohne Beschränkung der Anzahl der Entwurfsparameter anwendbar.

- Die programmiertechnische Umsetzung ist selbst für komplizierte Probleme sehr unproblematisch.
- Ein Optimierungserfolg stellt sich auch bei niedrigen Iterationszahlen ein.

Als Nachteile sind festzuhalten:

- Bei berechnungsintensiven Problemen ist der Algorithmus sehr langsam.
- Bei einer “glatten” Zielfunktion mit wenigen lokalen Minima ist die Methode ineffizient. Diese Information liegt jedoch in der Regel nicht vor.
- Die Parameter des Algorithmus folgen keinen Einstellregeln und setzen Erfahrung mit dem Optimierungsproblem voraus.
- Häufig ist die Beurteilung, ob ein globales Optimum ermittelt wurde, nicht möglich.
- Die Wahl eines geeigneten Abkühlplans bereitet Schwierigkeiten.

2.4.2 Evolutionsstrategien

In seinem fundamentalen Werk “On the Origin of Species by Means of Natural Selection” stellte Charles Darwin 1859 die Theorie vor, dass sich Populationen von Lebewesen im Laufe von Generationen durch den Prozess der natürlichen Selektion evolutionär verändern [3]. Er stellte darin fest, dass jede Spezies mehr Nachkommen hervorbringt, als zum Erhalt der Populationsgröße notwendig sind. Die Individuen einer Population unterscheiden sich deutlich voneinander und vererben ihre Merkmale. Die Größe einer Population hängt von den vorhandenen limitierten Ressourcen ab, woraus ein Kampf ums Überleben resultiert, den die am besten angepassten Individuen gewinnen (survival of the fittest). Dies führt zu einer natürlichen Selektion.

Zahlreiche naturanaloge Optimierungsverfahren stützen sich auf diese Erkenntnisse. Eine Gruppe dieser evolutionären Algorithmen, die sich bei diskreten Optimierungsproblemen bewährt haben [8], sind die Evolutionsstrategien (ES).

Grundlegende Varianten

Alle nach dem Prinzip der ES arbeitenden Algorithmen verwenden den in Abb. 2.10 dargestellten Kernzyklus. Aus einer Elterngeneration wird durch *Rekombination* der genetisch

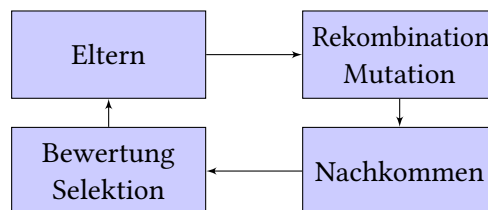


Abbildung 2.10: Evolutionszyklus

codierten Eigenschaften eine Generation von Nachkommen erschaffen. Zusätzlich entstehen durch *Mutation* der Individuen neue Eigenschaften. Die Individuen dieser Population

werden daraufhin auf ihre *Fitness* $f_{fitness}$ bezüglich einer Zielfunktion bewertet und die am besten geeigneten als Eltern der Folgegeneration *selektiert*.

Die einfachste ES stellt die (1+1)-ES dar, bei der durch einfaches Klonen eines Elters und anschließender Mutation ein Nachkomme erzeugt wird. Nachkomme und Elter kommen in eine Wahlurne, die Fitness beider Individuen wird bewertet und das Bessere zum Elter der folgenden Generation[8]. Hierbei handelt es sich um einen sogenannten "Greedy-Algorithmus", der nur Verbesserungen akzeptiert. Dieser Algorithmus strebt schnellstmöglich zum nächstgelegenen lokalen Optimum, so dass innerhalb weniger Iterationen eine Verbesserung der Fitness erreicht wird. Zum Aufsuchen einer hochqualitativen Lösung, oder gar des globalen Optimums, ist er jedoch ungeeignet.

Eine Erweiterung der (1+1)-ES ist die $(\mu+\lambda)$ -ES oder auch '+'-Strategie. Hierbei werden aus μ Eltern λ Nachkommen erzeugt. Hierbei soll $\lambda \leq \mu$ gelten. Der *Selektionsdruck*, ein wichtiges Maß zur Steuerung der Konvergenzgeschwindigkeit, steigt mit der Größe des Faktors λ/μ . Die '+'-Strategie lässt das beliebig lange "Überleben" eines oder mehrerer Eltern zu, wodurch nur Verbesserungen der Populationsgenetik mit jedem Iterationsschritt akzeptiert werden.

Das den natürlichen Prozess am genauesten abbildende Verfahren ist die (μ,λ) -ES oder auch ';' -Strategie, bei der die Elterngeneration durch "Sterben" nach der Reproduktion aus dem Genpool entfernt wird. Diese Variante garantiert nicht, dass sich das Qualitätsniveau mit jeder Generation verbessert, ermöglicht jedoch das Verlassen lokaler Optima.

Mechanismen

Der biologische Prozess wird für die Generierung und Verbesserung technischer Entwürfe adaptiert.

Genetische Repräsentation der Entwürfe: Die untereinander im Wettbewerb befindlichen Individuen können im Hinblick auf die Optimierung als Vektoren der Form

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

interpretiert werden [10]. Hierbei entsprechen die Entwurfsvariablen bzw. Parameter $x_1 \dots x_n$ den Chromosomen des Erbguts des Individuums \mathbf{x} im biologischen Prozess.

Bei den ES kommen zwei verschiedene Methoden zur Rekombination zum Einsatz:

Intermediäre Rekombination: Durch Mittelung des Zahlenwertes der entsprechenden Gene der Eltern wird ein neuer Nachkomme generiert. Voraussetzung für die Anwendung dieses Verfahrens ist, dass die Parameter einen skalaren Wert repräsentieren.

Diskrete Rekombination: Jede Zahl im Vektor des Nachkommen wird aus den Entsprechenden Zahlen der Eltern durch Zufall ermittelt. Abb. 2.11 illustriert diese Art der Rekombination für $\mu = 2$. Ihre Anwendung unterliegt keinen Beschränkungen.

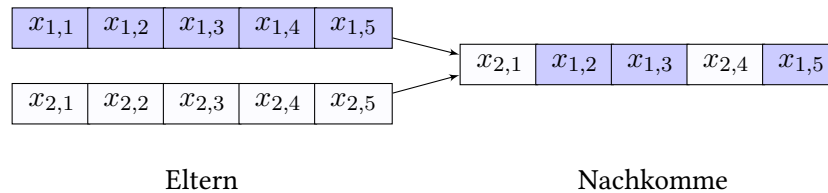


Abbildung 2.11: Diskrete Rekombination

Mutation: Die Mutation wird durch Hinzuaddieren einer normalverteilten Zufallszahl $N(0, \sigma)$ mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung σ zu jeder Zahl x_i des Vektors \mathbf{x} realisiert:

$$x_i^{\text{mutiert}} = x_i + N(0, \sigma). \quad (2.61)$$

Der Betrag der Standardabweichung ist für den Verlauf der Optimierung von entscheidender Bedeutung. Bei kleiner Standardabweichung besteht eine hohe Konvergenzsicherheit, ist sie jedoch zu groß, neigt die Optimierung dazu ins Chaos überzugehen. Bei zu kleiner Standardabweichung erhöht sich die Berechnungsdauer hingegen unverträglich stark [8].

Einstellregeln

Schumacher nennt folgende Einstellmöglichkeiten und deren Richtwerte zur Steuerung von ES [19]:

Schrittweitenbestimmung: Eine Möglichkeit zur Steuerung der Schrittweite ist die Bewertung der Anzahl der Erfolge der vorangegangenen Iteration. Liegt das Verhältnis von Verbesserungen zu Verschlechterungen der neuen Kandidaten unter einem bestimmten Wert³ kann die Standardabweichung mit der Korrektur $\sigma_N = \sigma_E \cdot 0.85$ verkleinert werden. Andernfalls gilt $\sigma_N = \sigma_E \cdot 0.85$ mit σ_E als Mutationsweite der Elterngeneration und σ_N als die der Nachkommen.

Maximale Anzahl der Generationen: Hier ist die zur Verfügung stehende Rechenzeit maßgeblich.

Anfangsschrittweite: Muss durch Probieren ermittelt werden.

Anzahl der Eltern: μ sollte zwischen 0,5 und 2-mal der Anzahl der Entwurfsvariablen x_i liegen.

Anzahl der Nachkommen: λ sollte zwischen 4 und 5-mal der Anzahl der Entwurfsvariablen x_i liegen.

³Harzheim nennt 1/5 [8]

Anzahl der Sexualitäten: Im einfachsten Fall wird die Erzeugung neuer Nachkommen basierend auf zwei Sexualitäten (männlich/weiblich) durchgeführt. Eine höhere Zahl erhöht jedoch die Wahrscheinlichkeit des Auffindens des globalen Optimums.

Abbruchkriterium: Die Betrachtung der Änderung der Entwurfsvariablen ist zur Bewertung der Konvergenz geeignet.

Einordnung des Verfahrens

Die Vorteile des Verfahrens sind:

- Es existieren allgemeingültige Einstellregeln.
- Das Auffinden des globalen Optimums ist bei richtiger Wahl der Steuerparameter wahrscheinlich.

Als Nachteile sind zu nennen:

- Der Optimierungsprozess erfordert mehr Iterationen als andere Algorithmen, gerade wenn die Suche nach dem globalen Optimum nicht im Fokus der Berechnung steht. Eine zügige Konvergenz innerhalb einer zur Verfügung stehenden Anzahl von Iterationen lässt sich nicht effektiv erzwingen.
- Die programmiertechnische Komplexität zur Darstellung von Designvarianten kann sehr hoch werden.

3 Verwendete Modelle

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Modellierung des vibro-akustischen Systems mit Mitteln der FEM. Hierbei werden zunächst der Aufbau und die Funktionalitäten des CBRCs erklärt, um daraufhin das verwendete FEM-Modell zu beschreiben. Außerdem wird ein generisches Modell vorgestellt, welches eine Methodenentwicklung für den Optimierungsprozess mit reduziertem Rechenaufwand zulässt. Die Modellierung einer das System anregenden Last, in Form eines diffusen Schallfeldes, bildet einen weiteren Schwerpunkt dieses Kapitels.

3.1 Crew-Bulk-Rest-Compartment

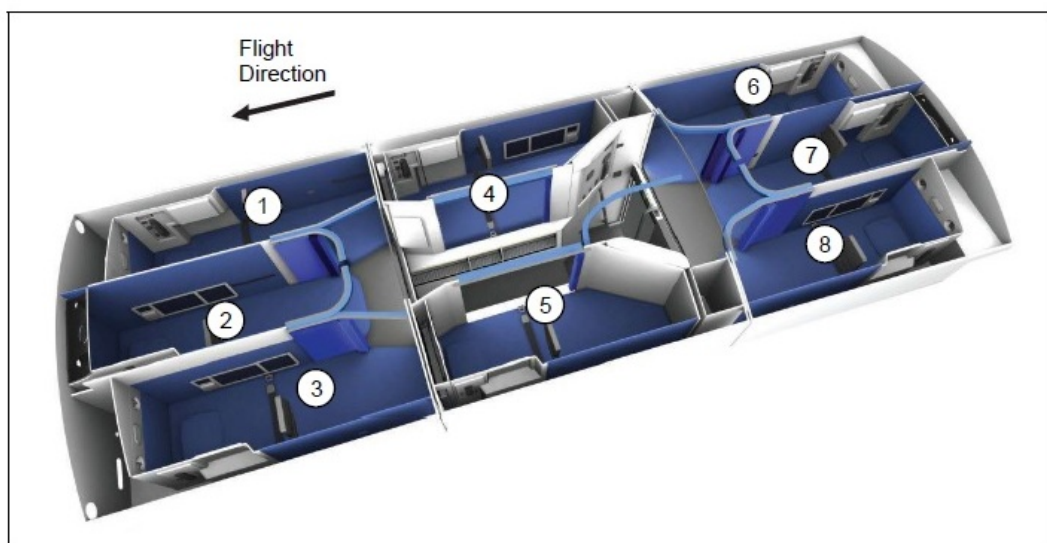


Abbildung 3.1: Aufteilung des CBRCs

3.1.1 Aufbau des CBRCs

Das in der vorliegenden Arbeit betrachtete CBRC bietet, neben Stauraum für persönliches Gepäck, acht Kojen als Schlafplatz für Bordpersonal, die sich durch Vorhänge voneinander abgrenzen lassen. Die gesamte Baugruppe ist modular aus vier untereinander weitestgehend entkoppelten Segmenten aufgebaut: den drei Hauptsegmenten und einem Treppenhaussegment, das den Zutritt ins Mittelsegment ermöglicht und gleichzeitig als Stauraum für Servicetrolleys und als Umkleidebereich dient. Die einzelnen Kojen sind mit

climatechnischen Versorgungssystemen, sowie mit einem Unterhaltungs- und Informationssystem ausgestattet. Die in Abb. 3.1 sichtbaren Doppelwände werden für die Montage der Versorgungssysteme benötigt und sind mit dämmenden Materialien ausgefüllt.

Die Lagerung der Segmente erfolgt über elastisch gelagerte Stabanbindungen mit der Rumpfstruktur des Flugzeugs. Die Wände des CBRCs sind aus Sandwichplatten hergestellt und weisen einen Wabenkern aus Polyamidpapier und Decklagen aus Glasfaserverbundwerkstoff auf. Die Paneele werden an ihren Stößen durch Klebungen, die durch verschraubte Winkel und Schnallen unterstützt werden, verbunden.

Da das CBRC aus sehr leichten und steifen Materialien gefertigt ist, stellten sich im Betrieb innerhalb der Kojen hohe Schallpegel ein, die nachträgliche Maßnahmen erforderten. Aus diesem Grund wurden Stahlkacheln von außen auf die Struktur geschraubt, um das vibro-akustische Verhalten nachträglich positiv zu beeinflussen. Die Anordnung dieser Kacheln soll in einem rechnergestützten Verfahren dahingehend optimiert werden, dass bei möglichst wenig Zusatzgewicht eine ausreichende Pegelreduktion im Innenraum erzielt wird.

Die Untersuchungen beschränken sich im Verlauf dieser Arbeit aus Rechenzeitgründen auf die Berechnung am vorderen Segment mit den Kojen 1, 2 und 3.

3.1.2 Modellierung in der FEM

Das zuvor beschriebene vordere Segment des CBRCs wurde im Rahmen einer Masterarbeit von Alexander Rehmann¹ durch Finite Elemente in NASTRAN für vibro-akustische Berechnungen modelliert. Der Aufbau dieses Modells soll hier in Kürze erläutert werden.

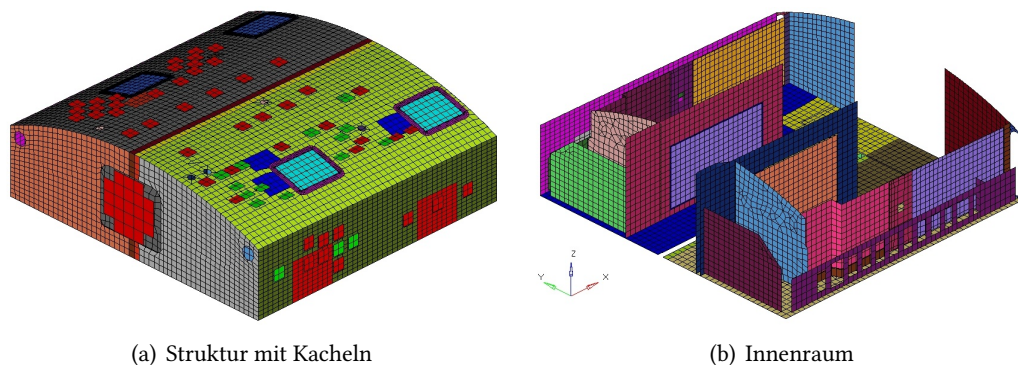


Abbildung 3.2: Vernetzung der Strukturelemente für das CBRC

Strukturelemente

Abb. 3.2 zeigt die vernetzte Struktur des CBRCs. Die Struktur wird durch einen zweidimensionalen Modellierungsansatz unter Verwendung von Schalenelementen repräsentiert. Unter NASTRAN werden dazu Elemente vom Typ CTRIA3 und CQUAD4, die einen ebenen Spannungszustand in der Bezugsebene darstellen, verwendet. Die Materialeigenschaften des Sandwichmaterials werden durch PCOMP-Syntax modelliert.

¹Die Arbeit ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht veröffentlicht

Die Elemente verschiedener Paneele weisen an ihren Stößen keine koinzidenten Knoten auf, sondern sind über gedämpfte Federelemente des Typs CBUSH elastisch miteinander verbunden, um die Klebung nachzubilden. Somit können die Paneele unabhängig voneinander vernetzt werden.

Die Lagerelemente zur Aufhängung des CBRCs im Flugzeug werden als RBE2-Spinnen mit einer konzentrierten Masse im Masterknoten nachgebildet. Ein Federelement vom Typ CBUSH mit frequenzabhängigen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften verbindet den Masterknoten mit einem koinzidenten Knoten, der bezüglich aller Freiheitsgrade fest gelagert ist.

Fluid

Neben dem offensichtlichen Fluid, der Luft im Innenraum, werden weitere Materialien als Fluid mit hohen Verlustfaktoren und hoher Dichte modelliert, um Dämpfungseffekte zu berücksichtigen. So kommen vier verschiedene Fluiddefinitionen zum Einsatz, um den Bereich zwischen der Doppelwand mit Systemkomponenten und Glaswolle, die Matratzen, die Vorhänge und schließlich die Luft zu modellieren. Das Fluid wird in NASTRAN mit CTETRA-Elementen vernetzt.

In der Optimierungsrechnung werden räumlich gemittelte Schalldruckpegel in relevanten Bereichen ermittelt. Hierbei sind die Kopfpositionen in den Kojen von besonderer Bedeutung. Die im Verlauf dieser Arbeit betrachteten Kopfpositionen sind in Tabelle 3.1 definiert. Dabei liegt der Koordinatenursprung im vordersten Teil der Flugzeugstruktur. Die Mittelung umfasst alle Knoten des Fluids, die sich innerhalb eines Kugelvolumens mit dem Radius $r=0.1$ m um die Kopfkoordinaten befinden.

Kopfposition	1	2	3
x-Koordinate	53,484	53,124	53,484
y-Koordinate	0,740	0,000	-0,740
z-Koordinate	2,403	2,403	2,403

Tabelle 3.1: Kopfpositionen im CBRC in m

Die Vernetzung und Aufteilung des Fluids, sowie die drei für die Auswertung relevanten Kopfpositionen sind in Abb. 3.3 dargestellt.

Für ungekoppelte Modalanalysen gilt auf der Oberfläche des Fluids die *schallharte* Randbedingung, bei der die Schnelle normal zur Oberfläche gleich Null gesetzt wird. Bei der Frequenzantwortanalyse gilt die Koppelbedingung zwischen Strukturschnelle und Schalldruck an den Kontaktflächen. Im offenen Bereich der Struktur wird von einer ungehinderten Abstrahlung ins Mittelsegment ausgegangen. Diese offene Randbedingung wird durch frequenzabhängige akustische Absorberelemente vom Typ CAABSF, die wie Schalenelemente vernetzt werden, um das Fluid zu begrenzen, modelliert. Indem der Impedanz dieser Elemente die Freifeldimpedanz von Luft zugeordnet wird, kann so die Abstrahlbedingung (2.25) angewendet werden.

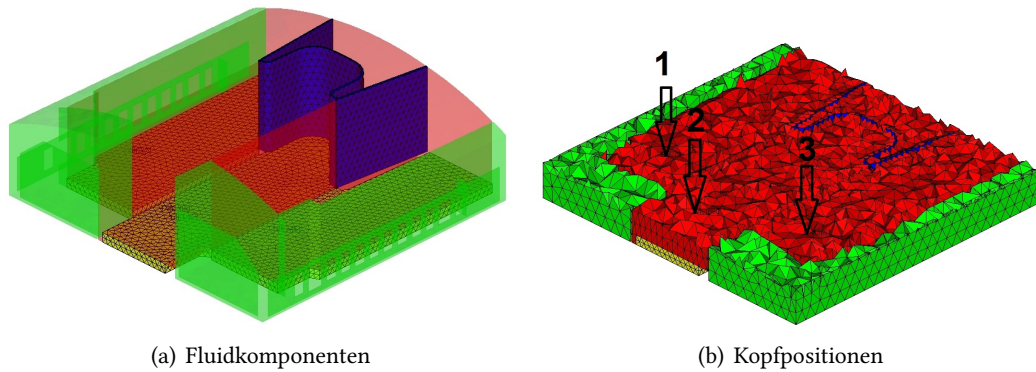


Abbildung 3.3: Vernetzung des Fluids im CBRC

Zusammenfassung

Struktur	
CBUSH	975
CONM2	117
CQUAD4	14485
CTRIA3	107
RBE2	103
Knoten	16721
Fluid	
CTETRA	80676
Knoten	17447
Randbedingungen	
SPC	8
CAABSF	350
Gesamtmodell	
DOF	17773
Abmaße [m]	2,4 x 2,5 x 2,7
Strukturmasse [kg]	302

Tabelle 3.2: Zusammenfassung FEM-Modell des CBRCs

Tabelle 3.2 fasst die verwendeten Elemente und Abmaße des CBRC, sowie die Anzahl der Knoten und Freiheitsgrade zusammen.

3.1.3 Zusatzmassen

In der Realität bestehen die Zusatzmassen, die zur Verbesserung des vibro-akustischen Verhaltens auf der Außenstruktur des CBRCs angebracht werden, aus Stahlkacheln. Diese Kacheln haben die Abmaße 100x100x3 mm, bzw. 100x100x6 mm und jeweils ein Gewicht von 0,231kg, bzw. 0,462kg. Sie werden durch zwei Bohrungen in der Nähe ihres Flächenschwerpunktes mit dem CBRC verschraubt.

Für die Variantenbildung in der Optimierungsschleife müssen diese Massen innerhalb der dafür vorgesehenen Bereiche im FEM-Modell verschoben werden. Hierzu wurde aus folgenden Überlegungen ein eindimensionaler Ansatz in Form von Punktmassen gewählt:

- Wegen der zentrischen Verschraubung hat die Kachel keinen Einfluss auf die Steifigkeit der Struktur.
- Das dynamische Verhalten der Kacheln in Form von Plattenschwingungen ist in der linearen FEM nicht darstellbar, da Kontaktprobleme entstünden.
- Die programmiertechnische Implementierung gestaltet sich als sehr effizient, da die Punktmassen auf vorhandene Knoten im Modell aufgebracht werden können.

In NASTRAN werden konzentrierte Punktmassen durch CONM2-Elemente definiert. Tabelle 3.3 zeigt einen Ausschnitt der Massenkfiguration, wie sie zur Variantenbildung von MATLAB als Textdatei erzeugt und in das FEM-Modell eingebunden wird. Dabei sind EID die Elementidentifikationsnummer, G die Knotennummer, CID die Nummer der Referenzkoordinatensystems und M die Masse [2].

\$-----1	-----2	-----3	-----4	-----5
\$ CONM2	EID	G	CID	M
CONM2	600001	5704	0	0.2340
CONM2	600002	5832	0	0.2340
CONM2	600003	4086	0	0.2340
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabelle 3.3: Definition konzentrierter Massen als CONM2-Elemente in NASTRAN

Die Elementmassenmatrix für jede Masse wird damit

$$\mathbf{M}_{m,i} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Das auf diese Weise erzeugte Strukturmodell des Ausgangsentwurfs für die Optimierungsrechnung am CBRC zeigt Abb. 3.4. Hierbei sind die Knoten, die die gelben Elemente begrenzen, potentielle Massenpositionen. Der magentafarbene Bereich kommt aus Gründen der Kachelgeometrie und wegen nicht dargestellter Versorgungs- und Aufhängungselemente nicht für die Anbringung von Kacheln in Frage. Statt unterschiedliche Massen zur Darstellung verschiedener Kacheldicken zu verwenden, wird die Anhäufung von Massen auf einzelnen Knoten zugelassen. Der Ausgangsentwurf des CBRCs ist somit mit 102 Zusatzmassen mit einem Gesamtgewicht von 23,56kg beaufschlagt.

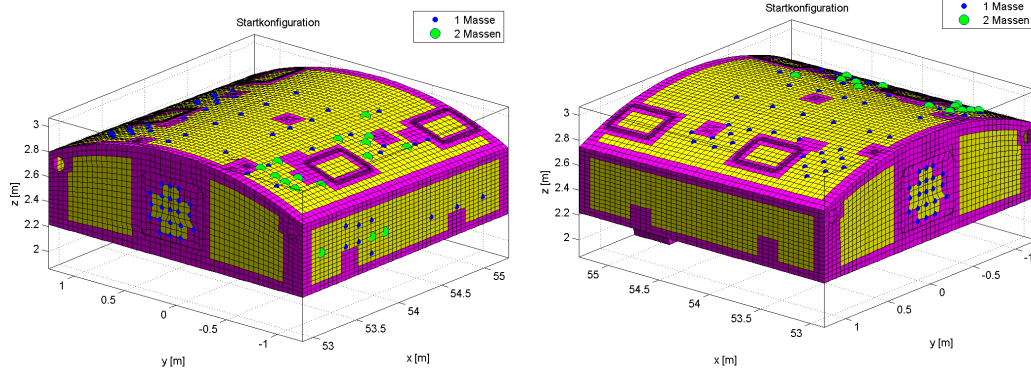


Abbildung 3.4: Ausgangsentwurf der Massenverteilung am CBRC

Neben den Kacheln befinden sich weitere Massen im Modell, durch die z.B. die Monitore des Informationssystems in den Kojen dargestellt werden.

3.2 Generisches Modell

Da die Berechnungsdauer des unter 3.1 vorgestellten Modells ein zur Methodenentwicklung tolerierbares Maß übersteigt, wird ein generisches Modell mit weniger Freiheitsgraden eingeführt (vgl. Tabelle 3.4). Hierbei werden zentrale Eigenschaften wie Steifigkeit, Elementkantenlänge und die Größenordnung der Abmaße übernommen.

Struktur

Die Struktur (Abb. 3.5(a)) ist durch rechteckige Schalenelemente vom Typ CQUAD4 vernetzt. Die Paneele sind durch koinzidente Knoten an den Stößen verbunden. Als Elementeigenschaften wird die Definition der Seitenpaneele des detaillierten Modells übernommen. Es kommt ein globaler Strukturdämpfungsfaktor (PARAM G) zum Einsatz. Das Modell ist bezüglich aller Freiheitsgrade frei gelagert.

Nach der weitläufig akzeptierten Faustformel zur Vernetzung bei dynamischen FEM-Analysen, darf die Elementkantenlänge ein Sechstel der Wellenlänge im betrachteten Medium nicht überschreiten [18]. Die maximale Elementkantenlänge berechnet sich somit zu [22]

$$\Delta l_s = \frac{1}{6} 2\pi \sqrt[4]{\frac{B'}{m''} \frac{1}{\sqrt{\omega}}}. \quad (3.1)$$

Die Biegesteifigkeit B' lässt sich aus der Beziehung

$$B' = \int E(z) z^2 dz \quad (3.2)$$

ermitteln. Für das betrachtete Paneel ergibt sich mit $B' = 6,08 \text{ kNm}$, der Flächenmasse $m'' = 24,3 \text{ kg/m}^2$ und einer maximalen Anregungsfrequenz von $f = 500 \text{ Hz}$ eine minimale Elementkantenlänge von $\Delta l_s = 0,118 \text{ m}$.

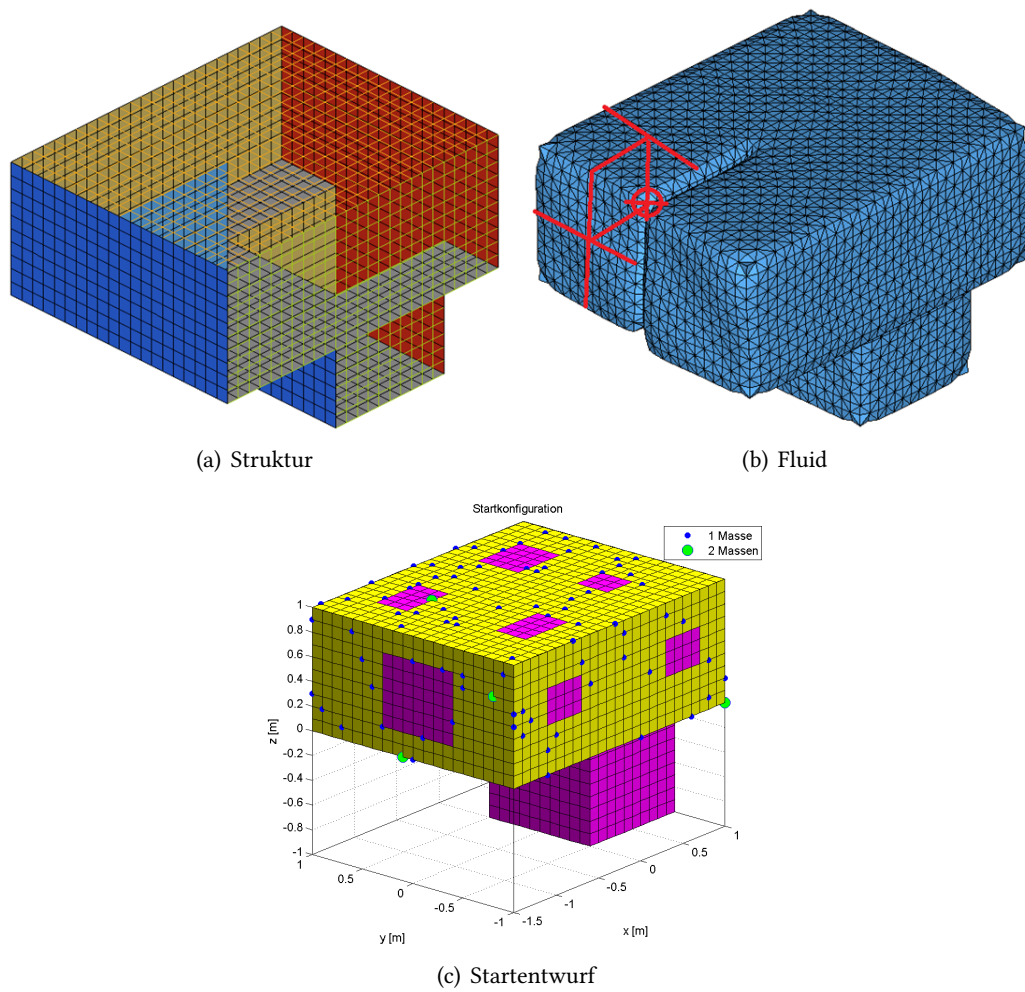


Abbildung 3.5: Generisches FEM Modell

Struktur	
CONM2	128
CQUAD4	2400
PARAM G	2 %
Knoten	6057
Fluid	
CTETRA	73109
PARAM GFL	0.2 %
Knoten	18871
Gesamtmodell	
DOF	30831
Abmaße [m]	2,5 x 2 x 2
Strukturmasse [kg]	35

Tabelle 3.4: Zusammenfassung generisches FEM-Modell

Fluid

Das Fluid (Abb. 3.5(b)) ist durch einen automatischen Hohlraum-Vernetzer unter Berücksichtigung der maximal zulässigen Elementkantenlänge erstellt. Dämpfungseffekte werden durch einen globalen Strukturdämpfungsfaktor berücksichtigt (PARAM GFL). Als Auswertevolumina für die Berechnung räumlich gemittelter Schalldruckpegel werden zwei Kugelvolumina mit $r = 0.1\text{m}$ in den Kopfbereichen der stilisierten Kojen gewählt.

Wie für die Struktur gilt hier wieder die $\lambda/6$ -Regel. Für die kürzeste betrachtete Wellenlänge im Fluid ergibt sich mit $f_{max}=500\text{Hz}$:

$$\lambda_f = \frac{c}{f} = \frac{343\text{m/s}}{500\text{s}^{-1}} \approx 0.7 \text{ m},$$

und somit

$$\Delta l_f = \frac{\lambda_f}{6} \approx 0.11 \text{ m}.$$

Startentwurf

Als Referenz für alle Optimierungsrechnungen wird eine Startkonfiguration der Massenverteilung mit einem Gesamtgewicht von 30kg in stochastischer Anordnung auf der Struktur generiert (Abb. 3.5(c)). Dieser Startentwurf besteht aus 128 Einzelmassen zu je 0,231kg und dient als Grundlage aller Optimierungsrechnungen am generischen Modell.

3.3 Dynamische Last

Für die Berechnung des Schalldurchgangsverhaltens eines Designentwurfes ist die Definition einer anregenden Last erforderlich. Als Hauptgeräuschquellen Flugbetrieb sind die turbulente Grenzschicht zwischen der Luft und der Außenhaut des Flugzeugs, sowie der abgestrahlte Lärm der Triebwerke zu nennen [20]. Dabei liegen keine genauen Informationen über die frequenzabhängigen Schalldruckpegel vor, die im Betrieb als anregende Flächenkräfte auf die Struktur einwirken. Daher wird der anregende Schall als ungerichtetes, zufallsgeneriertes Schallfeld modelliert. Man spricht dabei von einem *diffusen Schallfeld*. Zu diesem Zweck wird eine Vielzahl von akustischen Punktquellen im Raum angeordnet, deren Phasen, Schalldruckamplituden und Positionen stochastisch festgelegt werden. Der resultierende Schalldruck, der auf jedes Element wirkt, wird daraufhin im Frequenzbereich analytisch ermittelt. Auf die Modellierung der Schwingungen, die durch die Peripheriestruktur in das CBRC eingeleitet werden, wird in dieser Arbeit verzichtet, da keine diesbezüglichen Informationen vorliegen.

Analytische Superposition von Schalldrücken: Die ortsabhängige komplexe Amplitude einer sich in x-Richtung ausbreitenden ebenen, cosinusförmigen Welle wird mit Hilfe der Wellenzahl k und dem Schalldruck p_0 im Quellenursprung durch

$$p(x) = p_0 e^{-ikx} \quad \text{mit} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

ausgedrückt [13]. Für Kugelwellen ist die Amplitude des Schalldrucks im Raum reziprok zum Abstand von der Schallquelle. Somit lässt sich die komplexe Amplitude einer harmonischen Schallwelle im Raum, abhängig vom Abstand r zur Schallquelle, und der Phasenverschiebung φ_0 der emittierten Schwingung mit

$$p(r) = \frac{1}{r} p_0 e^{i(\varphi_0 - kr)} \quad (3.3)$$

beschreiben. Die Superposition erfolgt durch Aufsummieren der komplexen Amplituden nach

$$p(\mathbf{x}) = \sum_i \frac{p_{0,i}}{r_i} e^{i(\varphi_{0,i} - kr_i)}. \quad (3.4)$$

Amplitude und Phase des resultierenden Schalldrucks sind

$$\hat{p} = \sqrt{\operatorname{Re}(p)^2 + \operatorname{Im}(p)^2} \quad \text{und} \quad \varphi = \arccos \frac{-\operatorname{Im}(p)}{\operatorname{Re}(p)}. \quad (3.5)$$

Implementierung der Methode: Im vorliegenden Fall wird die Außenhülle des Strukturmodells aus den sechs kartesischen Hauptrichtungen mit jeweils einer halbkugelschalenförmigen Anordnung von Quellen belastet. Hierzu wird eine definierte Anzahl Quellen um den gemeinsamen Flächenschwerpunkt aller belasteten Paneele stochastisch auf einer Halbkugelschale verteilt. Eine solche Verteilung für die positive x-Richtung zeigt Abb. 3.6. Amplitude und Phase der Quellen werden für jede Erregerfrequenz randomisiert festgelegt

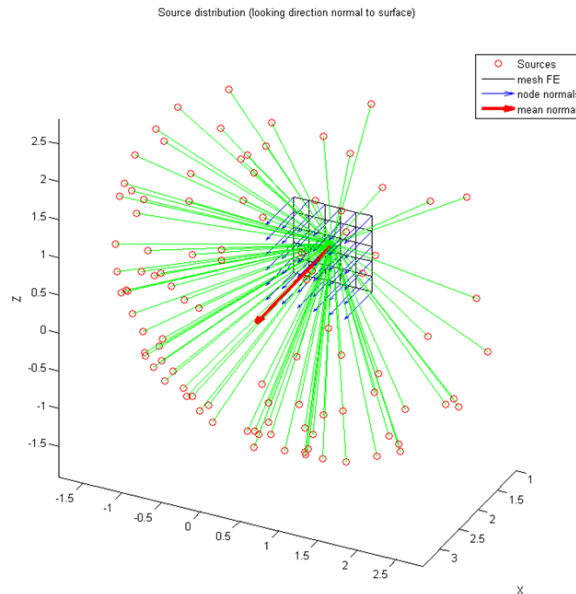


Abbildung 3.6: Quellenverteilung zur Diffusfeldanregung einer Struktur

und die komplexe Amplitude nach Gleichung (3.4) für jedes Element berechnet, woraufhin das Gesamtergebnis durch Multiplikation mit einem Skalar leistungsnormiert wird. Wie aus Abb. 3.7 zu entnehmen ist, bilden sich bei der angewendeten Modellierungsmethode auf der Struktur frequenzabhängige charakteristische Druckverteilungen aus, die sich

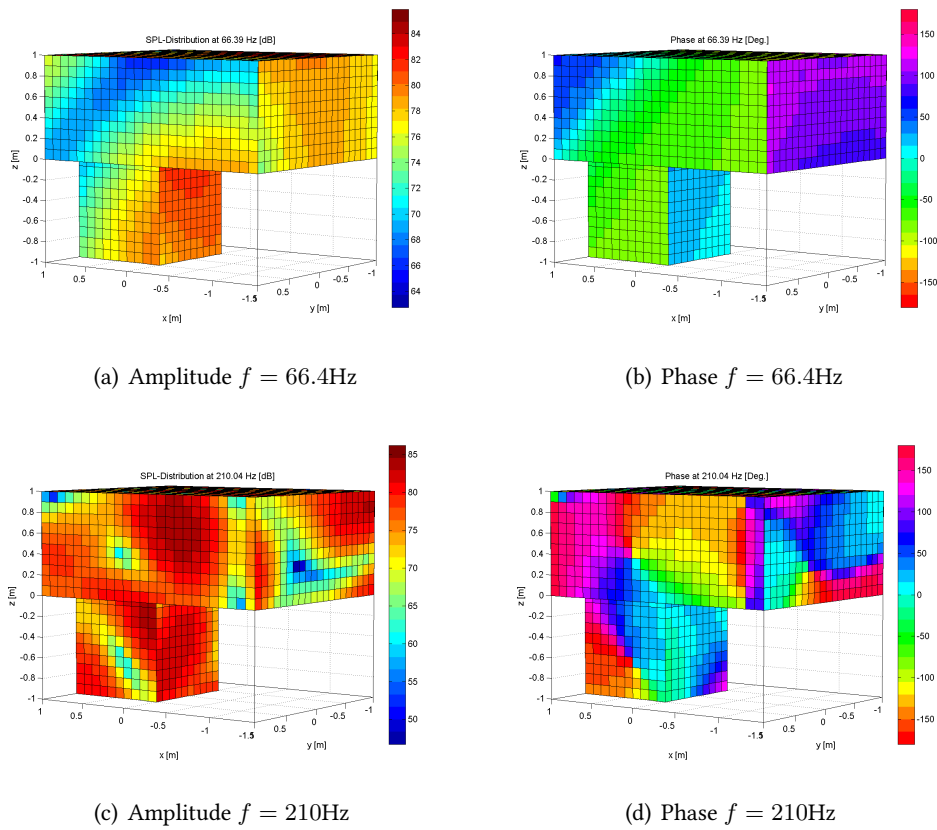


Abbildung 3.7: Schalldruckverteilung der Anregung am generischen Modell mit 100 Quellen je Haupttrichtung und $r = 100\text{ m}$

qualitativ von einer Beaufschlagung der einzelnen Elemente mit rein stochastischen Lasten deutlich unterscheiden.

Für die folgenden Simulationen werden Schalllasten verwendet, die sich für jede Hauptrichtung als Überlagerung von 100 Quellen in einem Abstand von $r = 100\text{m}$ errechnen. Dabei wird die Leistung bei allen Frequenzen für jede Seite des Modells auf jeweils 1W normiert. Dies wird festgelegt, da Informationen über die realen Schalldrücke in diesen Bereichen des Flugzeugs nicht vorliegen.

Um den Einfluss des Zufalls auf die Generierung der anregenden Lasten zu ermitteln, werden für das generische Modell fünf Lastfälle mit den gleichen Parametern stochastisch erzeugt. In Abb. 3.8 wird die Ausbildung unterschiedlicher Druckverteilungen auf der Struktur von zwei unterschiedlichen Lastfällen für die Erregerfrequenz $f = 118\text{Hz}$ illustriert. Daraus wird ersichtlich, dass die Betrachtung eines einzelnen Lastfalls für ei-

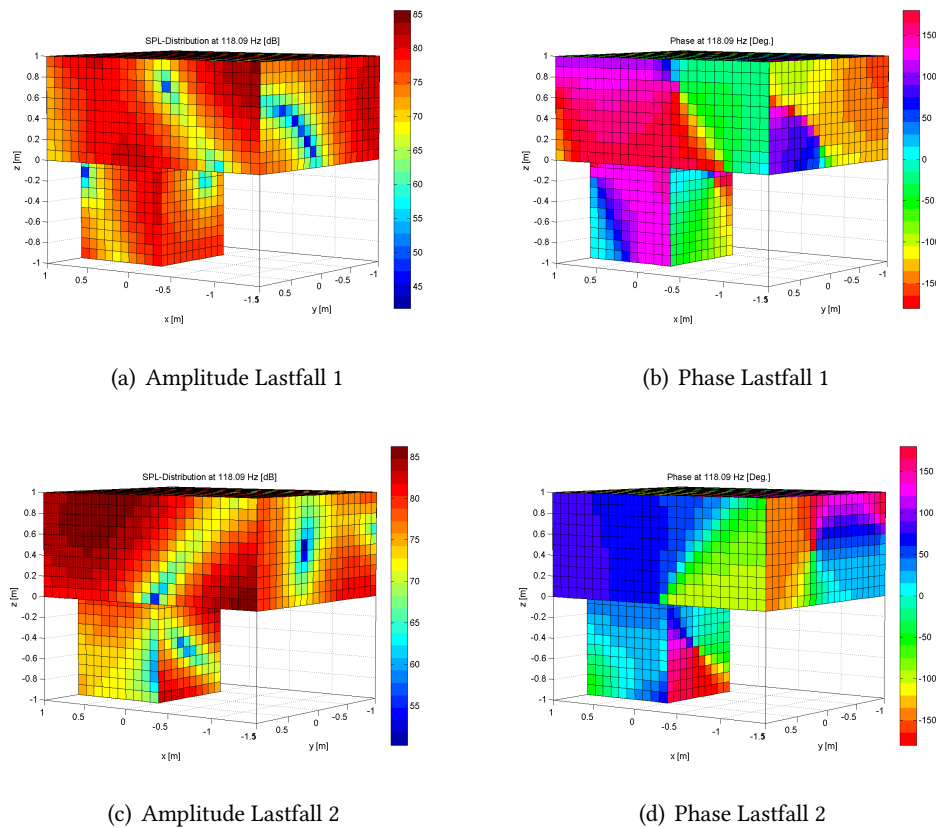


Abbildung 3.8: Schalldruckverteilung verschiedener Lastfälle mit $f = 118\text{ Hz}$

ne generalisierte Berechnung zu spezifisch ist. Diese Aussage wird durch Vergleich der Schalldruckantwort im gemittelten Volumen des Kopfbereiches 1 des generischen Modells (Abb. 3.9) auf die einzelnen Anregungsfälle unterstützt. Die erhebliche Differenz zwischen den Anregungen wird bei den Optimierungsrechnungen durch die Berechnung des Antwortverhaltens eines Designentwurfs auf eine Vielzahl von Lastfällen und anschließender Mittelwertbildung berücksichtigt.

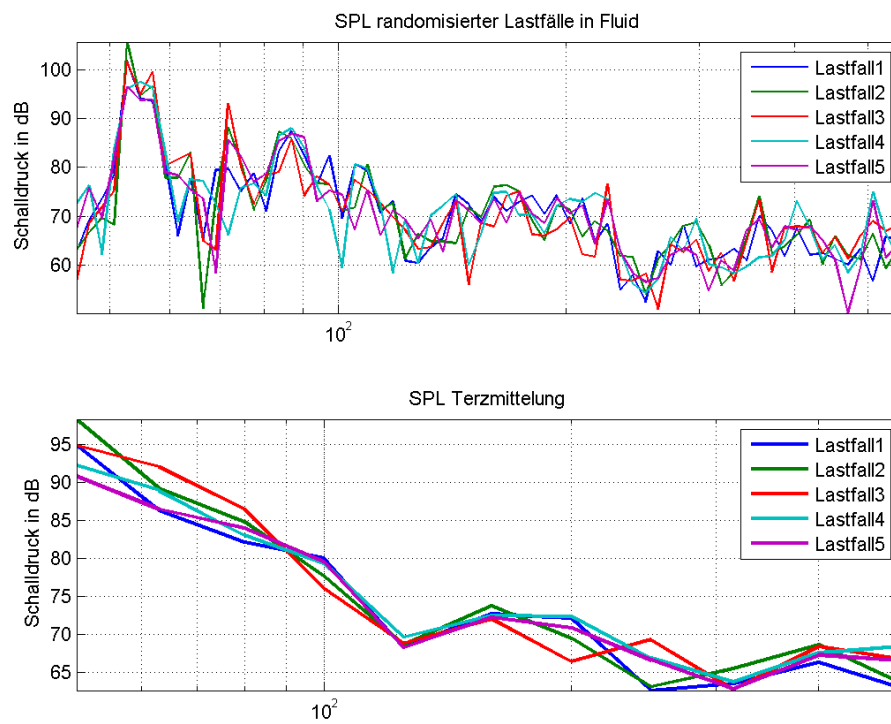


Abbildung 3.9: Varianz der Schalldruckpegelantwort für verschiedene Lastfälle im Auswertevolumen des generischen Modells; oben Schmalbandspektrum unten Terzmittelung

4 Methodenentwicklung am Testmodell

In diesem Kapitel werden Methoden zum Aufsuchen geeigneter Kachelpositionen mit vorteilhaften vibro-akustischen Eigenschaften entwickelt. Aus Rechenzeitgründen wird dabei auf das unter 3.2 vorgestellte generische Modell zurückgegriffen. Die Einstelloptionen der Optimierungsalgorithmen und deren sinnvolle Parametergrößen werden ermittelt, nachdem die Implementierung der Optimierungsansätze dargestellt wurde. Die Performanz der Methoden SA und EV werden anhand einer einfachen Zielfunktion verglichen und eine Vorgehensweise für die Mehrzieloptimierung am vollständigen Modell des CBRCs erarbeitet. Des Weiteren werden Möglichkeiten zur Reduzierung des Rechenaufwands vorgestellt und die Optimierungserfolge verifiziert.

4.1 Komplexität der Optimierungsaufgabe

Die Optimierungsaufgabe ist die Suche nach der optimalen Anordnung der Kacheln, bzw. Massen auf der Struktur des CBRCs. Da sich der Zusammenhang zwischen der Konfiguration des Modells und der Zielfunktion nicht analytisch beschreiben lässt, ist eine Berechnung aller möglichen Zustände nötig, um das Auffinden des globalen Optimums zu gewährleisten. Die folgende Betrachtung soll einen Eindruck über die Größe des Lösungsraums vermitteln.

Da beliebig viele Massen auf einen dafür vorgesehenen Knoten im FE-Modell aufgebracht werden können, handelt es sich beim Verteilen der Massen um ein Zufallsexperiment mit Zurücklegen. Dabei werden aus n Positionen k Positionen gezogen, wobei n die Anzahl der potentiellen Knoten im Modell und k die Anzahl der Kacheln entspricht. Die Anzahl der möglichen Anordnungen C lässt sich also wie folgt beschreiben [17]:

$$C_w = \binom{n+k-1}{k} \quad (k = 1, 2, 3\dots) \quad (4.1)$$

Für $k = 100$ Massen ergibt sich der in Abb. 4.1 dargestellte Zusammenhang. Für das generische Modell ergeben sich mit $n = 1020$ potentiellen Knoten 10^{56} verschiedene mögliche Konfigurationen. Als Referenzwert ist die Eddington-Zahl $N_{edd} = 10^{80}$, ein Schätzwert für die Anzahl der im sichtbaren Universum enthaltenen Protonen, angegeben.

Es wird ersichtlich, dass eine vollständige Betrachtung des Lösungsraums ausgeschlossen ist und das Ziel der Optimierung lediglich das Auffinden eines verbesserten Zustandes darstellen kann, da das sichere Auffinden des globalen Optimums aufgrund der Komplexität der Zielfunktion nicht in - für menschliche Maßstäbe - endlicher Zeit zu realisieren ist.

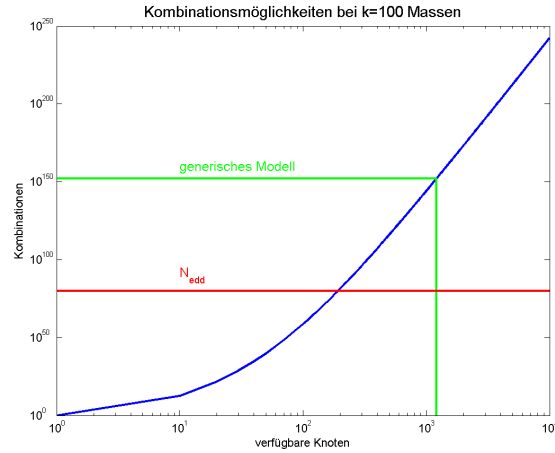


Abbildung 4.1: Größe des Lösungsraums für 100 Kacheln

4.2 Zielfunktionen

Ein guter Entwurf zeichnet sich durch ein hohes Schalldämmmaß bei möglichst geringer Masse aus. Von speziellem Interesse ist hierbei die Reduzierung der Schallbelastung in ausgewählten Bereichen. Die Zielfunktionen stellen eine quantitative Formulierung dieses Optimierungsziels dar. Im Simulated-Annealing-Algorithmus ersetzen sie die freien Energien, die als Eingangsparemeter für den Metropolis-Algorithmus (2.59) verwendet werden. Im Falle der Verwendung von Evolutionsstrategien sind sie mit der Fitness gleichzusetzen. Um grundlegende Parameterauslegungen zur Steuerung der Optimierungsalgorithmen effizient untersuchen zu können, kommen neben der Zielfunktion für die Mehrzieloptimierung auch Funktionen geringerer Komplexität zum Einsatz. Folgende drei Funktionen werden für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit verwendet:

Zielfunktion 1 (ZF1): Als einfachster Fall werden die aus einem Lastfall resultierenden Schalldruckpegel in einem einzelnen Punkt im Fluid ermittelt und minimiert. Es wird nur eine Erregerfrequenz betrachtet:

$$f_{c,1} = 20 \log(p(n, f, l)/p_0). \quad (4.2)$$

Zielfunktion 2 (ZF2): Die Schalldruckantworten der Knoten innerhalb von Kugelvolumina an den Kopfpositionen werden quadriert und gemittelt. Dies wird für jede berechnete Frequenz durchgeführt und daraus der Mittelwert über das Frequenzspektrum gebildet. Um dem stochastischen Verhalten der unter 3.3 beschriebenen Last Rechnung zu tragen, werden die Ergebnisse aus fünf Lastfällen gemittelt. Die so gewonnenen Drücke werden in Dezibel ausgegeben.

$$f_{c,2} = 10 \log \left[\frac{1}{l_{max}} \sum_{l=1}^{l_{max}} \left\{ \frac{1}{f_{max}} \sum_{f=1}^{f_{max}} \left(\frac{1}{k_{max}} \sum_{k=1}^{k_{max}} \left(\frac{1}{n_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} p(n, k, f, l)^2 \right) \right) \right\} / p_0^2 \right] \quad (4.3)$$

Zielfunktion 3 (ZF3): ZF2 wird um einen Term zur Gewichtung der Gesamtmasse erweitert, um eine kombinierte Optimierung von Masse und Schalldruckpegel zu erzielen. Damit keine der Teilfunktionen unzulässige Werte annehmen kann, wird bei Überschreiten der für die Startkonfiguration ermittelten Werte der Masse m_{max} , bzw. der Schallpegelantwort im Berechnungsvolumen SPL_{max} , ein Penaltyfaktor aktiviert.

$$f_{c,3} = a \cdot f_{c,2} + b \cdot m_{ges} + f_{p,SPL} \cdot (f_{c,2} - SPL_{max}) + f_{p,m} \cdot (m_{ges} - m_{max})$$

$$f_{p,SPL} = \begin{cases} c, & \text{für } f_{c,2} > SPL_{max} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad f_{p,m} = \begin{cases} d, & \text{für } m_{ges} > m_{max} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.4)$$

Dabei sind n , k , f , und l Laufvariablen für die Knoten innerhalb einzelner Kopfvolumina, Kopfpositionen, Testfrequenzen und Lastfälle. Die Faktoren a und b lassen die Gewichtung des Schalldruckpegels und der Gesamtmasse m_{ges} zu. Beim Überschreiten von kritischen Werten werden die Penaltyfaktoren c bzw. d aktiviert.

4.3 Implementierung der Optimierungsalgorithmen in MATLAB und MSC.NASTRAN

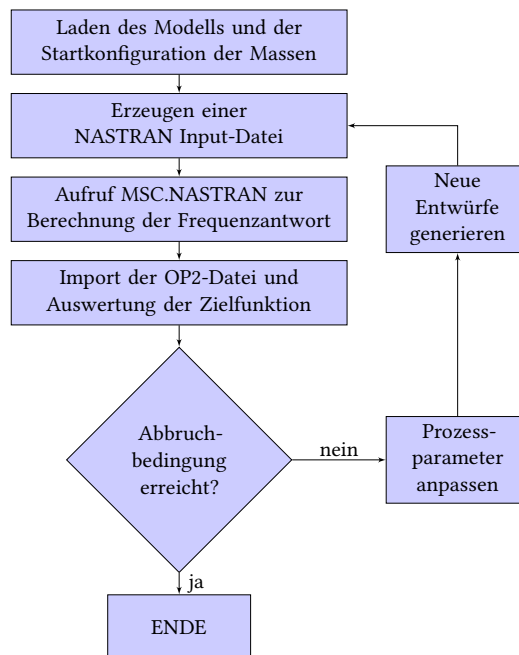


Abbildung 4.2: FEM-basierte Optimierung in MATLAB

Als Plattform für die Optimierung kommt MATLAB 2012.b zum Einsatz. Durch eine Schnittstelle zum Kommandozeileninterpreter des verwendeten Betriebssystems können

Operationen des FE-Solvers MSC.NASTRAN innerhalb einer Berechnungsroutine angefordert werden.

Zu Beginn der Optimierung wird in MATLAB ein Startentwurf, bzw. mehrere Startentwürfe in Form von Massekonfigurationen generiert und als NASTRAN-Input-Datei gespeichert. Nun wird die vibro-akustische Berechnung der Entwürfe in NASTRAN angefordert und das Programm bis zur erfolgreichen Lösung pausiert. Die berechnete Frequenzantwort wird daraufhin im OP2-Format gespeichert, in MATLAB importiert und hinsichtlich der Zielfunktion ausgewertet. Der berechnete Entwurf wird dann als Grundlage weiterer Variationsrechnungen akzeptiert oder verworfen. Nach dem Anpassen der Prozessparameter wird der Programmablauf, startend mit der Generierung neuer Varianten, bis zum Erreichen einer Abbruchbedingung wiederholt. Eine schematische Darstellung der allgemeinen Optimierungsroutine ist in Abb. 4.2 dargestellt.

Variantenbildung: Das Grundmodell ohne Zusatzmassen wird mit Hilfe eines Preprocessors entworfen und eine Vielzahl an Lastfällen durch die in 3.3 beschriebene Methode generiert. Das Modell wird in ein lauffähiges Input-Deck für die Berechnung einer direkten Frequenzantwortanalyse (SOL108) eingebunden und ein Set mit Punktmassen (vgl. Tabelle 3.3 S.31), welches in Form einer Textdatei mit jeder Iteration in MATLAB neu generiert wird, per 'INCLUDE' in das Modell integriert.

Bei der Verwendung von SA werden die Entwürfe als MCMC generiert. Dieses Aufsuchen benachbarter Zustände geschieht durch das stochastische Verschieben der Massen auf Knoten innerhalb eines dafür zulässigen Suchradius. Unter Verwendung von ZF3 (4.4) erfolgt außerdem das zufällige Wegnehmen oder Duplizieren von Massen.

Kommt ES zum Einsatz, erfolgt die Bildung neuer Individuen, bzw. Massenverteilungen durch die Rekombination von Elternentwürfen und anschließende Mutation. Hierbei wird zuerst ein Entwurfsvektor mit Knotenidentifikationsnummern als Elementen durch diskrete Rekombination (vgl. Abb. 2.11, S. 25) generiert, der daraufhin durch das Verschieben von Massen mutiert wird.

4.4 Vergleich der Optimierungsalgorithmen

Dieser Abschnitt beschreibt die Implementierung der Optimierungsstrategien SA und EV sowie deren Parameterauswahl für eine erfolgreiche Positionsoptimierung der Kacheln auf der Struktur. Ziel der Betrachtungen ist die Auswahl einer geeigneten Optimierungsstrategie für weiterführende Untersuchungen.

4.4.1 Simulated Annealing

In diesem Abschnitt wird die Steuerung des Optimierungsalgorithmus SA untersucht und eine Optimierungrechnung für den Vergleich mit ES durchgeführt. Die Effizienz von SA hängt von der Wahl mehrerer Parameter ab:

- dem *Suchradius* in dem eine zufällige Verschiebung der Massen erlaubt wird,
- der *Anzahl der bewegten Massen* pro Iteration,

- der *Starttemperatur*,
- dem *Abkühlplan*,
- der *Abbruchbedingung*.

Parameterbetrachtungen mit Zielfunktion 1

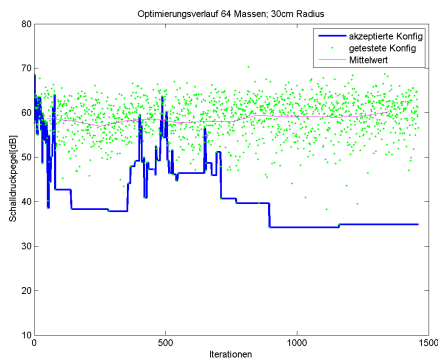
Damit ein Verständnis der Arbeitsweise des Algorithmus entwickelt und eine systematische Betrachtung der einzelnen Parameter ermöglicht wird, bietet sich eine erste Optimierungsberechnung mit der simplifizierten Zielfunktion ZF1 (4.2) an. Durch das Verschieben von 128 Massen soll eine Konfiguration ermittelt werden, für die der Schalldruckpegel in einem Knoten an der Kopfposition 1 minimal wird. Es wird lediglich die Frequenzantwort auf einen spezifischen Lastfall bei der Erregerfrequenz $f = 202\text{Hz}$ betrachtet.

Als Abbruchbedingung wird formuliert, dass die Optimierung so lange fortgesetzt wird, bis entweder 2000 Iterationen durchgeführt oder 300 aufeinander folgende Entwürfe verworfen wurden.

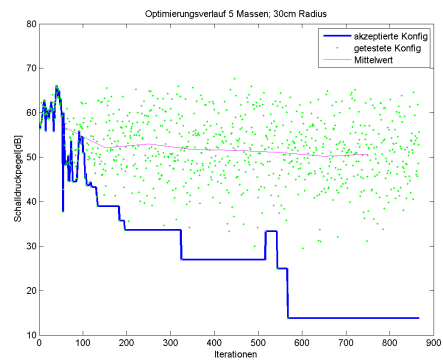
Startend von $T_0 = 10$, wird die Temperatur alle fünf erfolgreiche Iterationen durch Multiplikation der aktuellen Temperatur mit dem Abkühlfaktor $f_{anneal} = 0,9$ gesenkt. Der Steuerparameter T lässt somit zu Beginn der Optimierung noch starke Verschlechterungen der Zielfunktion zu.

Der Einfluss der Parameter *Anzahl* und *Suchradius* der bewegten Massen auf den Optimierungsverlauf bedarf sorgfältiger Betrachtung. Die Varianz der Markov-Glieder muss ein Erreichen aller Zustände im Lösungsraum mit möglichst wenigen Iterationen zulassen. Gleichzeitig ist ein Absuchen der näheren Umgebung eines Zustandes erforderlich, ohne dass die Zielfunktion dabei einen chaotischen Verlauf annimmt. In Abb. 4.3 werden verschiedene Optimierungsverläufe, die sich hinsichtlich ihrer Schrittweite unterscheiden, verglichen. Die blaue Kurve stellt die Kostenfunktion der akzeptierten Entwürfe dar, auf deren Grundlage neue Varianten, generiert werden. Neben dem festen Suchradius $r = 30\text{cm}$ kommt ein adaptives Konzept zum Einsatz, bei dem der Radius mit sinkender Temperatur von $r_{start} = 50\text{cm}$ auf $r_{end} = 20\text{cm}$ gesenkt wird. Zusätzlich wird der Einfluss getestet, den die Anzahl der Massen auf die Entwicklung des Zielwertes hat. Hierzu wird nur eine bestimmte Anzahl von Massen, die mit jeder Iteration neu gewählt werden, verschoben. In Abb. 4.3(d) wird die über 100 Iterationen gemittelte Zielfunktion der Optimierungsvarianten verglichen. Dabei wird deutlich, dass die Variantenbildung allein durch Steuerung des Suchradius aufgrund der diskreten Verteilung der zulässigen Positionen der Masse ein systematisches Absuchen der Umgebung eines Optimums nicht zulässt. Die Zielfunktion reagiert zu sensibel auf die Bewegung aller Massen, was zu einem chaotischen Verhalten führt.

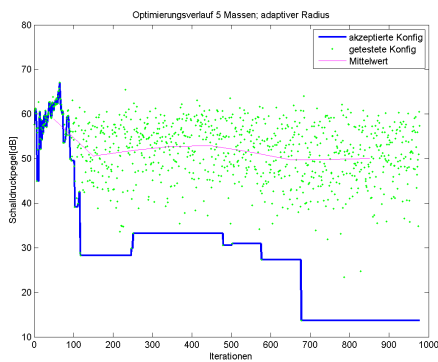
Ergebnis der Optimierung: Repräsentativ wird das Optimierungsergebnis der Variante aus Abb. 4.3(c) diskutiert. Neben den Pegeln im Fluid (Abb. 4.4) werden auch die Vibrationspegel auf der Struktur (Abb. 4.5) untersucht. Die korrekte Arbeitsweise des Optimierers kann durch die Verbesserung der Zielfunktion um 43,9dB belegt werden. Die



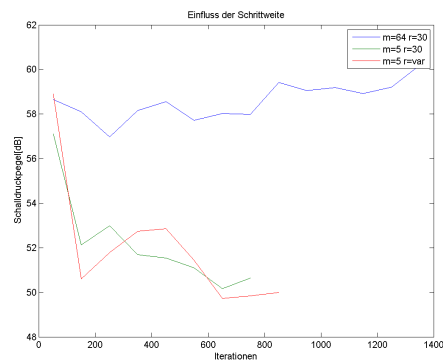
(a) 64 bewegte Massen; $r = 30\text{cm}$



(b) 5 bewegte Massen; $r = 30\text{cm}$



(c) 5 bewegte Massen; adaptiver Suchradius



(d) gemittelter Vergleich aller getesteter Varianten

Abbildung 4.3: Optimierung mit unterschiedlicher Variationsweite mit Zielfunktion 1 bei $f = 202\text{Hz}$

Gesamtpegel im Fluid der optimierten Konfiguration steigen jedoch, was bedeutet, dass die Schalldämmung der Struktur durch die Optimierung nicht verbessert wurde. Die Minimierung der Zielfunktion wird also vorrangig durch Veränderung der Schwingform des Fluids, also durch Verschieben eines Schwingungsknotens auf den Zielknoten erzielt.

Die Vibrationspegel der Struktur verändern sich deutlich. Zum einen ist die Erhöhung der Gesamtpegel zu beobachten, zum anderen verändert sich auch die Schwingform signifikant. Eine Übersicht der Pegel vor und nach der Optimierung bietet Tabelle 4.1, wobei die Bezugsamplitude der Vibrationspegel 10^{-12} m beträgt.

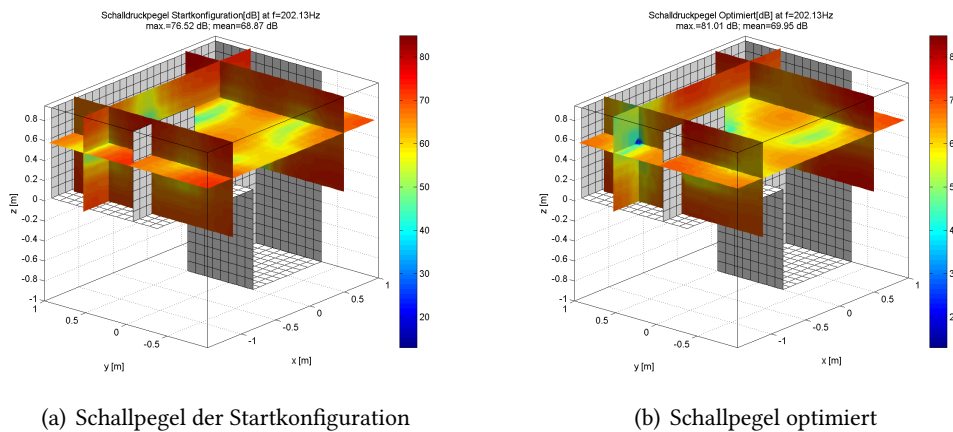


Abbildung 4.4: Optimierungsergebnis Zielfunktion 1; Schalldruck bei $f = 202\text{Hz}$

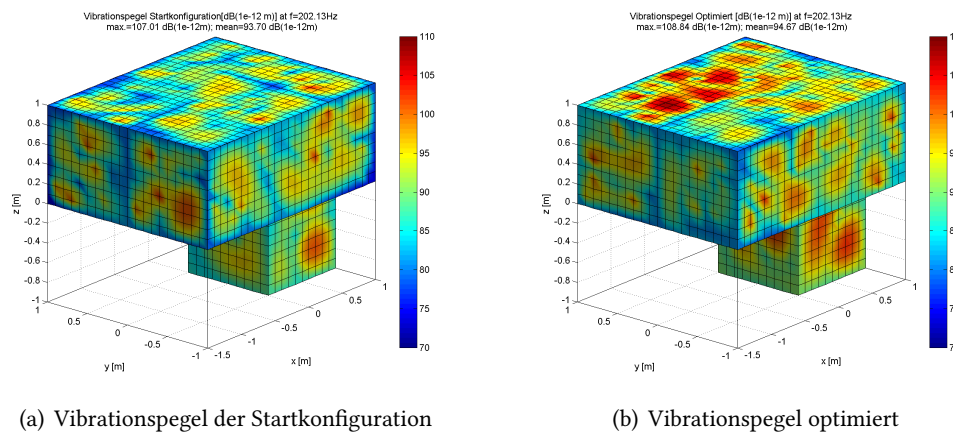


Abbildung 4.5: Optimierungsergebnis Zielfunktion 1; Vibrationspegel bei $f = 202\text{Hz}$

Optimierung mit Zielfunktion 2

Aufbauend auf die Erkenntnisse aus 4.4.1 wird der SA-Algorithmus nun zur Optimierung der allgemeineren Zielfunktion 2 (4.3) verwendet. Die Berechnung der Zielfunktion erfolgt im Frequenzband zwischen 50 Hz und 500 Hz wobei die Frequenzantwort anhand von sechs Stützstellen pro Terz berechnet wird. Für die Auswertung der Schalldruckpegel werden die gemittelten Werte der beiden Kopfvolumina betrachtet.

	Startkonfig	optimiert
Pegel im Zielknoten	57,61dB	13,69dB
mittlerer Schalldruckpegel	68,87dB	69,95dB
maximaler Schalldruckpegel	76,52dB	81,01dB
mittlerer Vibrationspegel	93,70dB	94,67dB
maximaler Vibrationspegel	107,01dB	108,84dB

Tabelle 4.1: Optimierungserfolg am generischen Modell mit ZF1

Der Ansatz der adaptiven Schrittweiteregelung wird weiter verfolgt. Dazu wird eine Schrittweitekurve erstellt, welche den Suchradius im Laufe der Rechnung anpasst. Dasselbe gilt für den Abkühlplan, der entlang einer definierten Kurve verläuft. Dadurch soll die Konvergenz auf ein Optimum innerhalb der zur Verfügung stehenden Rechenzeit erzwungen werden. Die Kurven werden über die Funktionen

$$T(i) = T_0 \cdot e^{(-i/\frac{i_{conv,T}}{3})} \quad (4.5)$$

$$r(i) = r_{min} + (r_{max} - r_{min}) \cdot e^{(-i/\frac{i_{conv,r}}{3})} \quad (4.6)$$

beschrieben. Der Verlauf dieser Kurven (Abb. 4.6) wird über den Parameter i_{conv} gestaltet,

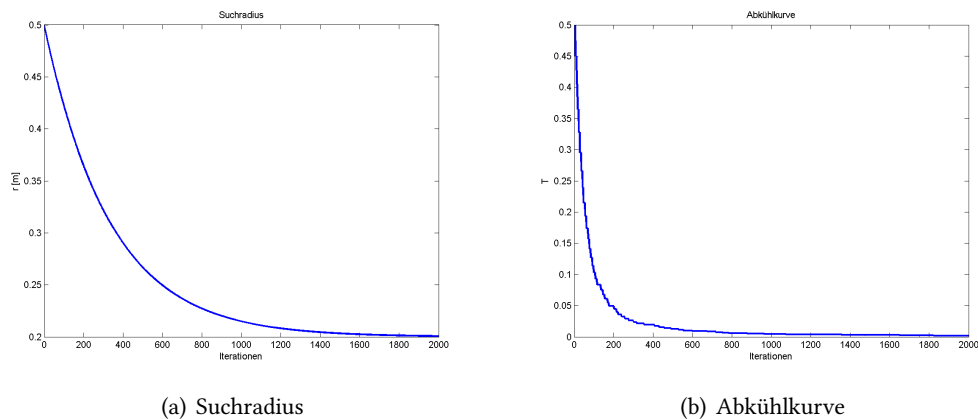


Abbildung 4.6: Prozessparameter für die Optimierung mit ZF 2 am generischen Modell

der die Anzahl der Iterationen, bei der die Differenz zwischen Start- und Endwert um 95% reduziert wurde, angibt, wobei die Zahlen $i_{conv,T} = 500$ und $i_{conv,r} = 1000$ verwendet werden. Hierbei gelten dieselben Überlegungen bezüglich der Anzahl der bewegten Massen wie unter 4.4.1, weshalb nur die gefundene Bestlösung mit fünf Massen/Iteration vorgestellt wird. Der Verlauf dieser Optimierung ist in Abb. 4.7 dargestellt. Die Steuerparameter der Optimierung sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Ergebnis der Optimierung: Innerhalb der vorgegebenen Anzahl an Iterationen konnte eine Reduzierung der gemittelten Schalldruckpegel innerhalb des Kopfvolumens um 3,26dB auf 75,71dB erzielt werden. Diese Reduktion fällt aufgrund der räumlichen Mittelung und der Vielzahl betrachteter Anregungsfrequenzen geringer als bei der Optimierung auf ZF1

aus. Die Pegelreduktion kann unter diesen Bedingungen nicht mehr durch Verschieben eines Schwingungsknotens in den Auswertebereich realisiert werden.

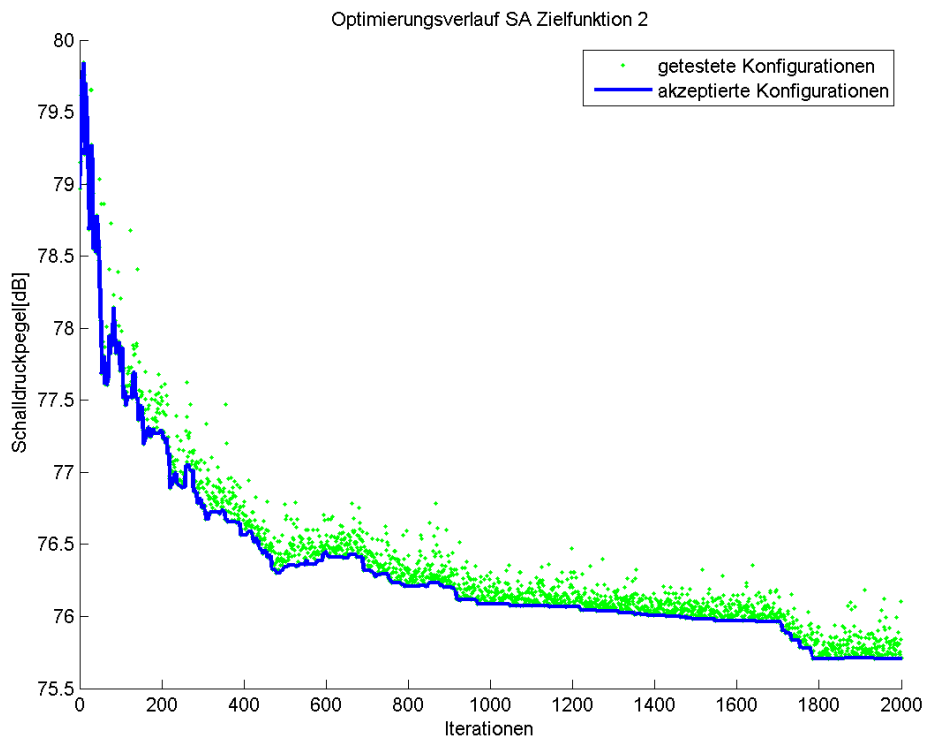


Abbildung 4.7: Optimierungsverlauf SA Zielfunktion 2

Abbruchbedingung 1	2000 Iterationen
Abbruchbedingung 2	300 Verworfenne Entwürfe
Starttemperatur T_0	0,5
$i_{conv,T}$	500
Bewegte Massen	5
Suchradius r_{max}	0,5
Suchradius r_{min}	0,2
$i_{conv,r}$	1000

Tabelle 4.2: Optimierungsparameter SA Zielfunktion 2

Berechnungsaufwand: Die Optimierung umfasst 66 Stützstellen, was unter Verwendung eines Rechenclusters mit 12 CPUs zu einer Berechnungsdauer von 26:29h führt. Das entspricht der Dauer von 47s/Zyklus. Dasselbe gilt für die Berechnungen im folgenden Abschnitt 4.4.2.

4.4.2 Evolutionsstrategien

Um die Algorithmen SA und ES vergleichen zu können, wird die Optimierung im folgenden Fall am selben Modell wie im vorangegangenen Abschnitt betrachtet. Außerdem werden

derselbe Startentwurf, dieselben Lastfälle, dasselbe Frequenzband und dieselbe Zielfunktion (ZF2) verwendet.

Die Anzahl der pro Generation erzeugten Entwürfe beträgt $\mu = 20^1$. Es wird mit $\lambda = 4$ Sexualitäten gearbeitet, was zu einer Populationsgröße von $\mu = 24$ bei der (μ, λ) -ES führt. Um eine Vergleichbarkeit mit SA zu gewährleisten, wird dieselbe Anzahl Entwürfe berechnet, wodurch sich eine Optimierung über 100 Generationen ergibt. Die Startgeneration, bestehend aus 10 Individuen, wird durch Mutation aller Chromosomen (Kachelpositionen) des Startentwurfs mit einem Suchradius von 0,5m realisiert. Bei den Folgegenerationen werden nur jeweils 5 Chromosomen mutiert, wobei eine Startmutationsweite von 0,5m verwendet wird.

Die Verläufe der Optimierungen mit (μ, λ) -ES und $(\mu + \lambda)$ -ES werden in Abb. 4.8 gegenübergestellt. Die Kurven zeigen die Zielfunktion des besten Entwurfes jeder Itera-

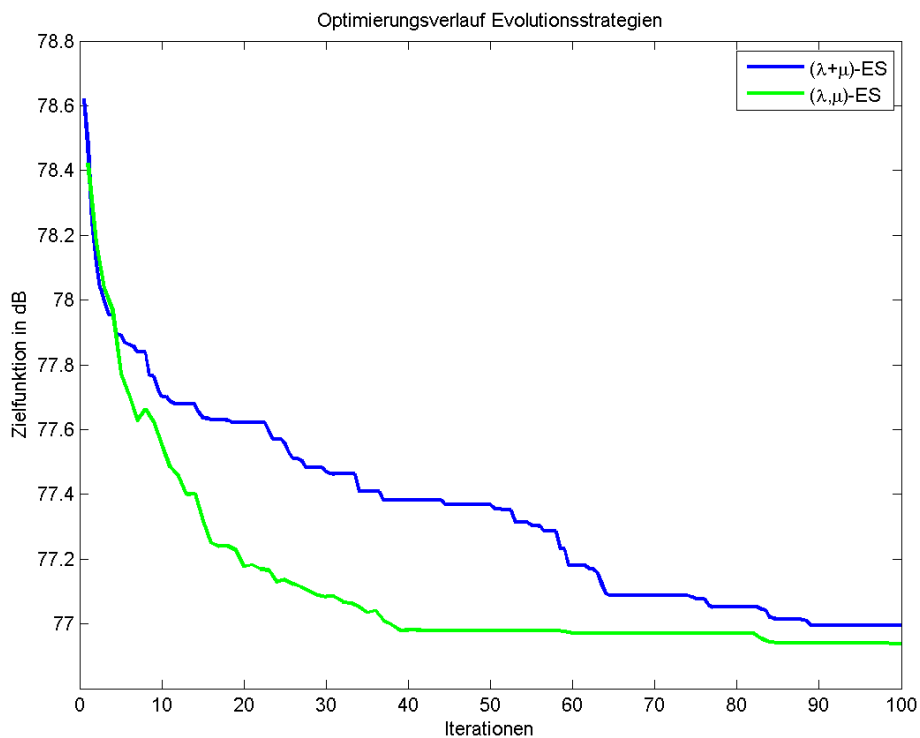


Abbildung 4.8: Optimierungsverläufe mit Evolutionsstrategien

tion. Die Verläufe variieren aufgrund des stochastischen Verhaltens mit jeder erneuten Rechnung, so dass auf der Basis zweier Berechnungen keine generalisierten Aussagen zur Überlegenheit einer Methode im betrachteten Iterationsumfang getroffen werden können. Wiederholte Rechnungen ergaben jedoch vergleichbare Reduktionen des Schalldruckpegels. Festzuhalten ist, dass am betrachteten Problem keine nennenswerte Verzögerung der Konvergenz durch temporäre Verschlechterung der Entwürfe durch Verwendung der (μ, λ) -ES

¹Dabei werden aufgrund der hohen Anzahl an Entwurfsparametern weniger Entwürfe verwendet, als die Einstellregeln (vgl. S. 25) vorschreiben.

zu beobachten ist, womit diese Methode beim vorhandenen Wissensstand vorzuziehen ist, da mit ihr ein globales Optimum theoretisch gefunden werden kann.

4.4.3 Vergleich der Algorithmen

Der Vergleich von Abb. 4.8 mit Abb. 4.7 zeigt die überlegene Performanz von SA gegenüber ES bezüglich des vorliegenden Problems. Der beste mit ES erreichte Zielwert von 76.94dB wird bei der Optimierung mit SA bereits nach 20% der Iterationen unterschritten, um auf einen Wert von 75.71dB zu konvergieren. Die vorangegangenen zur Parameterbestimmung² notwendigen Optimierungsrechnungen müssen jedoch zu Lasten von SA berücksichtigt werden. Hier können ES in kürzerer Projektdauer zu nennenswerten Erfolgen führen, da die Anpassung der Schrittweite dem Algorithmus immanent ist.

Ein weiterer Nachteil von ES offenbart sich bei der Berechnung der Zielfunktion 3, bei welcher die Vektoren der Individuen aufgrund unterschiedlicher Gesamtmassen verschiedene Längen aufweisen. Hier wird die programmiertechnische Implementierung sehr aufwendig, da ein einfacher Crossover einzelner Masseidentifikationsnummern nicht mehr möglich ist.

Da der Programmieraufwand für die Optimierung der Zielfunktion 3 mit ES nicht durch die Qualität der bisherigen Optimierungsergebnisse gerechtfertigt wird, wird für den weiteren Verlauf der Methodenentwicklung von den ES Abstand genommen, da die Vorteile des Verfahrens hierbei nicht zum Tragen kommen.

4.5 Validierung der Optimierungsergebnisse

Bei der Optimierung bezüglich diskreter Anregungsfrequenzen werden sehr spezifische Betriebspunkte betrachtet. Zusätzlich stellt jeder stochastisch erzeugte Lastfall einen Spezialfall der Anregung dar. Deshalb stellt sich die Frage nach der Validität der Optimierungsergebnisse für den allgemeinen Fall.

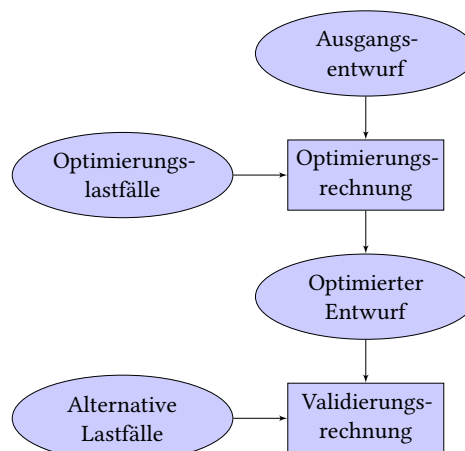
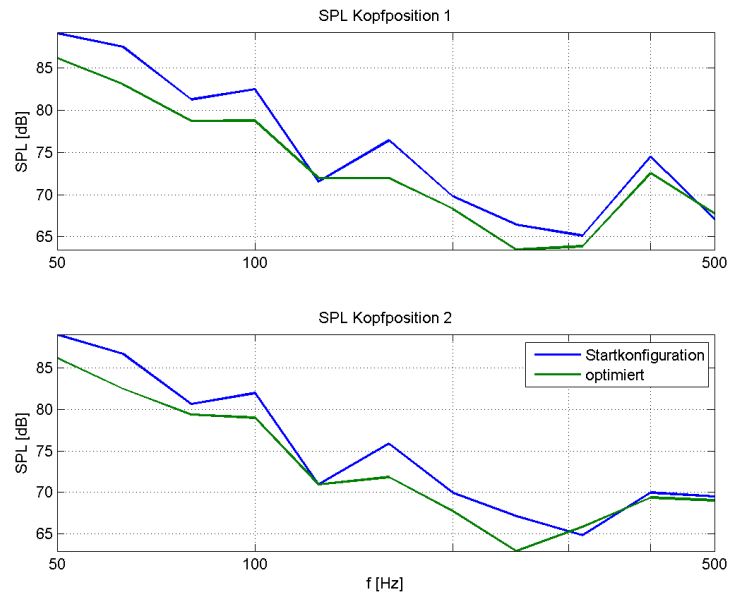


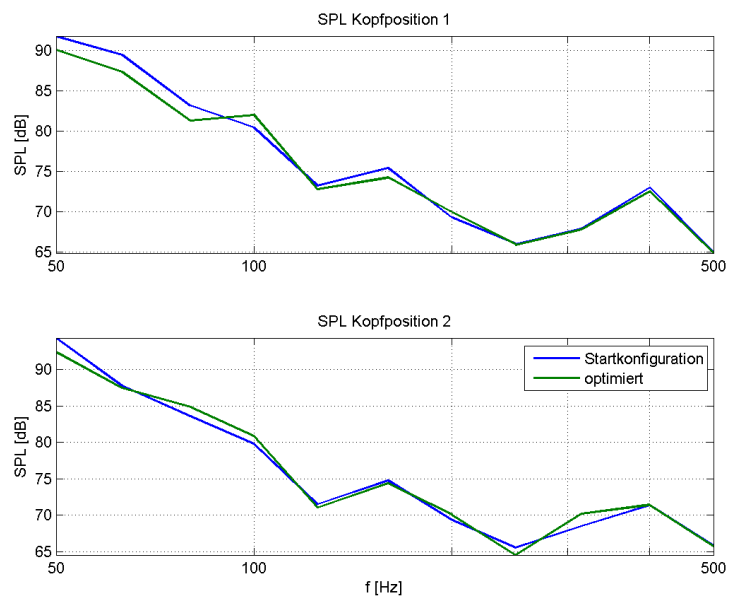
Abbildung 4.9: Validierung optimierter Ergebnisse durch alternative Lastfälle

²insbesondere des Abkühlplans

Um den mit SA und ZF2 gewonnenen optimierten Entwurf aus 4.4.1 kritisch zu bewerten, erfolgt eine Validierungsrechnung nach dem Schema in Abb. 4.9. Dazu wird die Frequenzantwort des optimierten Modells auf ein Set hochauflösender Lastfälle errechnet und mit der Frequenzantwort auf die Optimierungslastfälle verglichen. Abb. 4.10(a) zeigt



(a) 66 Stützstellen; Optimierungslastfälle



(b) 500 Stützstellen; nicht optimierte Lastfälle

Abbildung 4.10: Optimierte Konfiguration Zielfunktion 2; Hochauflösende Validierung

die terzgemittelte Frequenzantwort des Systems im Optimierungsfall im quadratischen Mittel des jeweiligen Kopfvolumens und im Mittel der Lastfälle. Dabei ist festzuhalten, dass die Optimierung eine Pegelreduktion in einem breiten Spektrum bewirkt und im tiefen Frequenzbereich am deutlichsten ausfällt. In Abb. 4.10(b) sind die unter den gleichen

Voraussetzungen gewonnenen Ergebnisse einer Analyse mit alternativen Lastfällen zu sehen. Für diese Lastfälle wurde eine hohe Frequenzauflösung von $\Delta f = 1\text{Hz}$ gewählt. Ein Vergleich der Beträge der Zielfunktionen für unterschiedliche Auflösungen ist aufgrund der verschiedenen Ansätze für die Auswahl der Stützstellen (logarithmische / lineare Teilung) nicht zielführend.

Die unter logarithmischer Frequenzteilung gewonnenen Optimierungserfolge halten der hochauflösenden Überprüfung nur bedingt stand. Die Verbesserung der Zielfunktion 2 beträgt für den alternativen Lastfall lediglich 0,9 dB (Optimierungsfall 3,26 dB).

Zur Erklärung diese Phänomens kommen zwei Thesen in Frage, die im Folgenden untersucht werden sollen:

1. Die Auflösung des Frequenzbandes erlaubt ein Verschieben der Maxima der Frequenzantwort auf nicht berechnete Stützstellen im Frequenzband.
2. Die stochastisch generierten Lastfälle sind zu spezifisch, um allgemeine dynamische Effekte des Systems zu optimieren.

Zur Prüfung der These 1 wird eine Optimierung für die 63Hz-Terz für fünf Lastfälle mit einer Frequenzauflösung von $\Delta f = 1\text{Hz}$ durchgeführt (Lastfälle 1-5). Durch die höhere Auflösung soll der Effekt der rechnerischen Pegelreduktion durch Verschieben der Maxima verhindert werden. Die Frequenzantwortanalyse wird mit der auf diese Weise ermittelten optimalen Massenkongfiguration mit fünf neu erzeugten Lastfällen (6-10), die auf den selben Stützstellen basieren, sowie mit fünf Lastfällen mit $\Delta f = 0,5\text{Hz}$ wiederholt.

Die Ergebnisse werden in Abb. 4.11 verglichen. Der Einfluss der Stützfrequenzen lässt sich durch genaues Abrastern des Berechnungsgebietes minimieren, wie der Vergleich der beiden Testfälle (6-10 und $\Delta f = 0,5\text{Hz}$) belegt. Durch das Berechnen von nicht optimierten Stützstellen, ist keine Verschlechterung der Zielfunktion im Vergleich zu den alternativen Lastfällen festzustellen. Bei der Optimierung auf fünf Lastfälle kann der Optimierungserfolg bei der Berechnung neuer stochastischer Lastfälle jedoch nicht in vollem Umfang reproduziert werden. Die über die Terz gemittelten Schalldruckpegel der jeweiligen Rechnungen werden in Tabelle 4.3 gegenübergestellt.

SOL 108	Terzmittelung
Startkonfiguration; Lastfall 1-5	88,4dB
Optimierte Konfiguration; Lastfall 1-5	81,0dB
Optimierte Konfiguration; Lastfall 6-10	83,1dB
Optimierte Konfiguration; $\Delta f = 0,5\text{ Hz}$	83,0dB

Tabelle 4.3: Hochauflösende Optimierung 63Hz-Terz; Ergebnisse der Validierungsrechnungen

These 1 wird somit bestätigt, da bei der hochauflösenden Optimierungsrechnung ein Optimierungserfolg eintritt, der einer Validierung mit alternativen Lastfällen besser stand hält als das Ergebnis in Abb. 4.10. Die Richtigkeit der These 2 wird offensichtlich, da beide alternativen Lastfälle signifikant größere Pegel im Fluid hervorrufen als die Optimierungslastfälle.

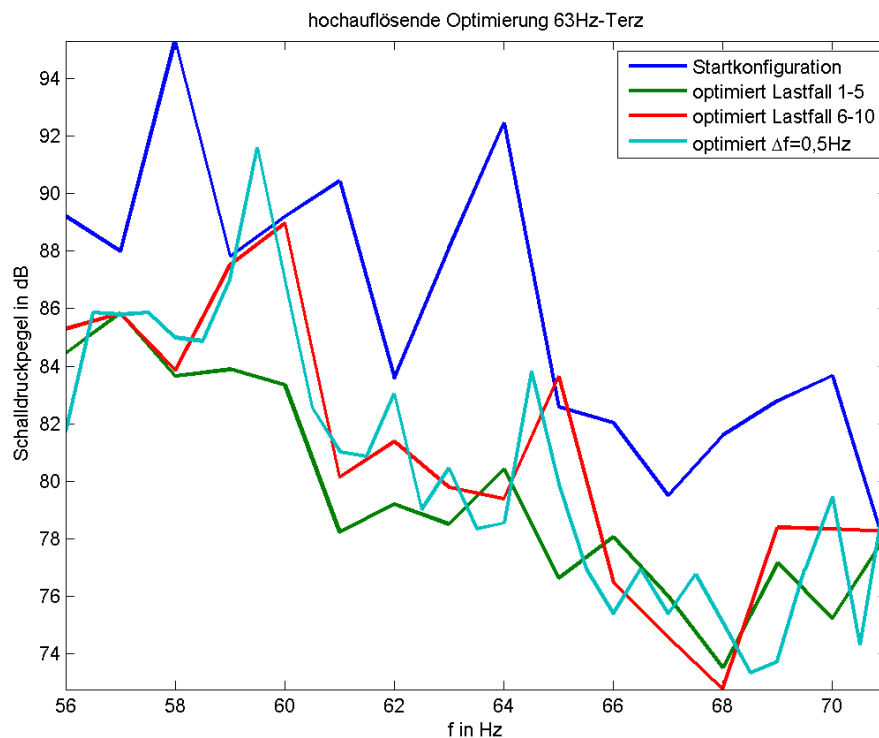


Abbildung 4.11: Validierung einer Optimierungsrechnung 63Hz-Terz, $\Delta f = 1\text{Hz}$

Konsequenz für die Optimierung Bei zu großem Stützstellenabstand kann durch Verschieben der Maxima der Frequenzantwort ein rechnerischer Optimierungserfolg generiert werden, der in der Realität keinen Bestand hat, was durch eine hochauflösende Berechnung innerhalb des betrachteten Intervalls unterbunden werden kann. Die Hypothese der Belastung der Struktur ist von maßgeblicher Bedeutung für die Qualität der Optimierung, besonders die Zahl der berechneten Lastfälle bedarf sorgfältiger Abwägung.

Aus Rechenzeitgründen wird für die weitere Methodenentwicklung auf die Berechnung von sechs Stützstellen pro Terz, sowie die Verwendung von fünf Lastfällen zurückgegriffen.

4.6 Reduzierung der Anregungsfrequenzen

Um die Optimierungszyklen zu beschleunigen, ist die Reduzierung der pro Iteration berechneten Stützstellen im Frequenzband von höchster Bedeutung. Im vorangegangenen Abschnitt konnte die Wichtigkeit einer ausreichend hohen Stützstellendichte im Frequenzband gezeigt werden. In der Praxis werden seitens der Anregung oder aus Messungen des Innenraumpegels immer kritische Frequenzbänder oder Töne zu ermitteln sein, deren Reduzierung in einer Optimierung vorrangig ist. Dieser Abschnitt untersucht die Auswirkung einer solchen schmalbandigen Optimierung auf die Systemdynamik des restlichen Spektrums.

4.6.1 Einflussreiche Frequenzen

Bei der Optimierung einzelner Frequenzbänder stellt sich die Frage nach der Auswahl geeigneter Frequenzen, durch deren Optimierung das dynamische Verhalten des Systems möglichst breitbandig beeinflusst werden kann.

Um Sensitivitäten der Zielfunktion bezüglich einzelner Stützfrequenzen zu plausibilisieren, wird der frequenzabhängige Einfluss der Schalldruckpegel im Auswertevolumen untersucht. Zu diesem Zweck wird die über fünf Lastfälle und über die Knoten des Kopfvo-

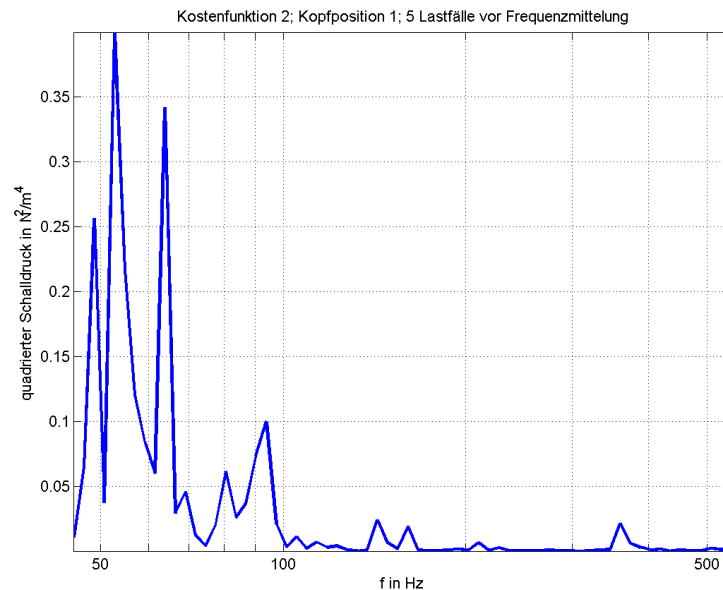


Abbildung 4.12: Einfluss bestimmter Stützstellen auf die Kostenfunktion

lumens quadratisch gemittelte Frequenzantwort, die in Abb. 4.12 dargestellt ist, untersucht. Dies entspricht der Zielfunktion 2 ohne Mittelwertbildung über das Frequenzband und vor der dB-Skalierung. Hierdurch wird ersichtlich, dass bestimmte Frequenzlinien einen hohen Einfluss auf die Zielfunktion haben, während der Einfluss anderer Stützfrequenzen vernachlässigbar gering wird. Somit wird die Zielfunktion durch Änderungen im Spektrum 45 Hz bis 100 Hz am stärksten beeinflusst³. Da sich jedoch bei der Optimierungsrechnung auch eine Pegelreduktion im höherfrequenten Bereich einstellt, wird vermutet, dass sich eine Verringerung der Pegel im tiefen Frequenzbereich im gesamten betrachteten Spektrum positiv auswirkt.

Es liegt nahe, die Frequenzantwort des angeregten Systems an einem repräsentativen Ort der Systemgeometrie (z.B. Kopfbereich) auf Extrema zu untersuchen und die entsprechenden Frequenzlinien bei der Optimierung zu berücksichtigen.

Vor der Ermittlung des Einflusses der schmalbandigen Pegelreduktion auf das Gesamtspektrum durch eine Optimierungsrechnung, werden die Zusammenhänge allgemeiner untersucht. Hierzu wird die modale Basis der Pegelantwort im Fluid betrachtet.

³Dieses Verhalten hängt von der absoluten Anregung ab und kann durch Gewichtung einzelner Frequenzbänder oder durch Anpassung der anregenden Schalleistung geändert werden. Da hierfür jedoch keine Kriterien vorliegen, wird in dieser Arbeit darauf verzichtet.

4.6.2 Modale Beteiligung

Modalanalyse: Einen wertvollen Überblick über das dynamische Systemverhalten liefert die Modalanalyse. Zu diesem Zweck wird eine direkte ungekoppelte Modalanalyse (SOL 103) durchgeführt und die Eigenfrequenzen der Moden in Abb. 4.13 dokumentiert.

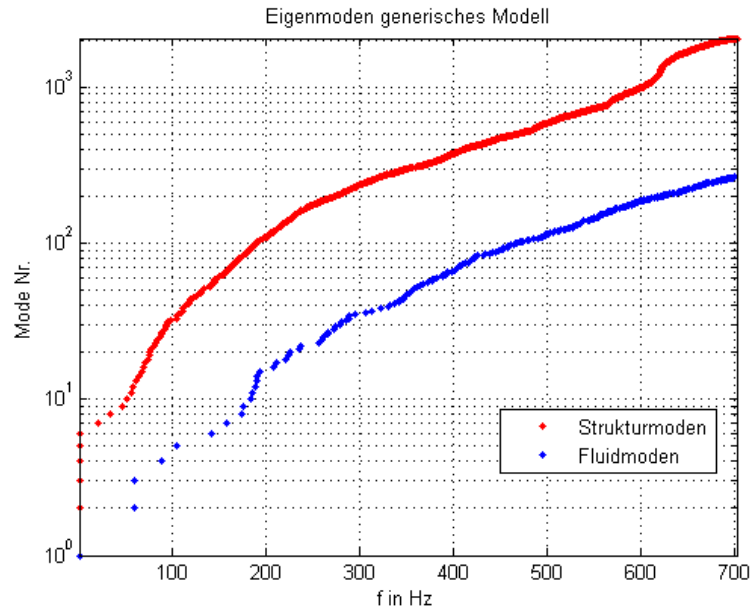


Abbildung 4.13: Eigenfrequenzen generisches Modell

Wie daraus hervorgeht, nimmt die Modendichte mit steigender Frequenz annähernd exponentiell zu, woraus abgeleitet wird, dass der Einfluss einzelner Moden im niederfrequenten Bereich signifikanter als bei hohen Erregerfrequenzen ist, was für die Ausbildung deutlicher Peaks in der Frequenzantwort im tiefen Spektrum verantwortlich ist.

Modale Beteiligungsfaktoren (MPF): Mit dem Ziel, Strukturmoden zu identifizieren, die an der Frequenzantwort im Kopfbereich beteiligt sind, wird eine hochauflösende modale Frequenzantwortanalyse unter NASTRAN mittels der SOL 111 durchgeführt und die Beträge der komplexen modalen Beteiligungsfaktoren nach (2.47) über der Frequenz aufgetragen. Die Antwortfunktion setzt sich dabei aus den Beträgen der summierten MPFs zusammen. Das untersuchte Frequenzband zwischen $f_1 = 1\text{Hz}$ und $f_2 = 500\text{Hz}$ wird mit einer Teilung von $\Delta f = 1\text{Hz}$ für einen einzelnen Lastfall und für einen einzigen Knoten im Mittelpunkt des definierten Kopfvolumens analysiert. Die Analyse soll Aussagen über den für die Optimierung erforderlichen Frequenzumfang der Simulation, sowie besonders gewichtige Terzbänder zulassen.

Abb. 4.14 und Abb. 4.15 zeigen die logarithmisch skalierten MPFs für den selben Lastfall des Modells ohne Zusatzmassen und in der Startkonfiguration mit einer zusätzlichen Masse von 30kg. Obwohl sich die Ergebnisse deutlich voneinander unterscheiden, lassen sich wichtige Beobachtungen treffen:

- Die Maxima der Frequenzantwort liegen in denselben Terzbändern.

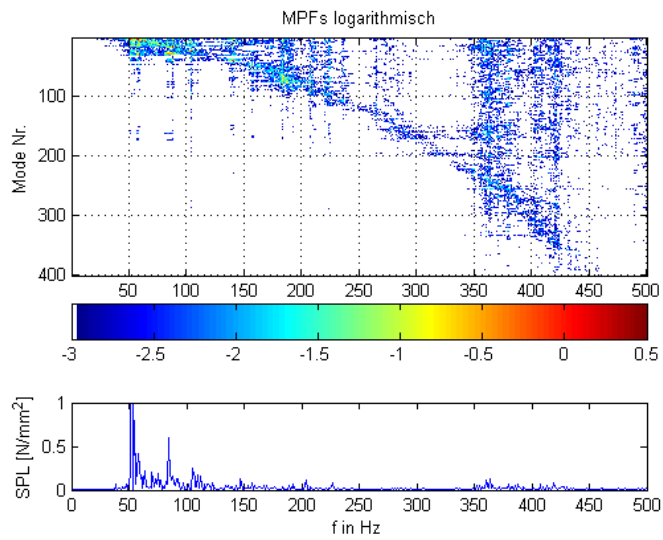


Abbildung 4.14: MPFs der Struktur für SPL in Knoten 2127 des generischen Modells ohne Zusatzmasse

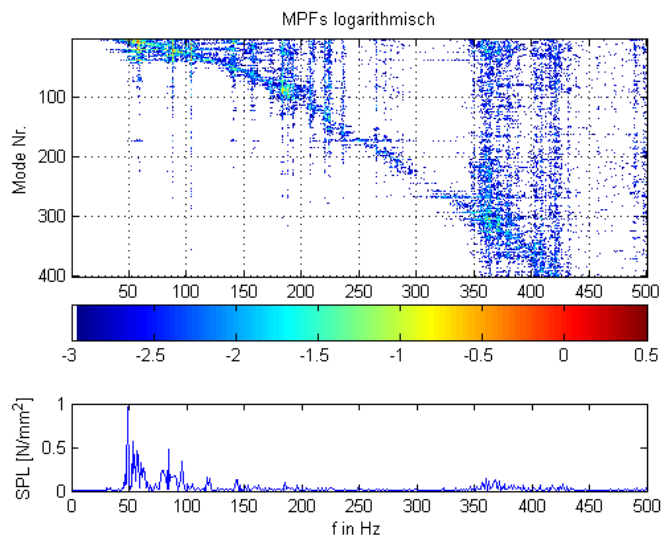


Abbildung 4.15: MPFs der Struktur für SPL in Knoten 2127 des generischen Modells Startkonfiguration

- Die Nummer der angeregten Moden befindet sich abhängig von der Erregerfrequenz in derselben Größenordnung.
- Die aus der MPF-Analyse gewonnenen qualitativen Aussagen lassen sich für unterschiedliche Massekonfigurationen generalisieren. Da mit den beiden betrachteten Konfigurationen zwei Extremfälle untersucht wurden, kann davon ausgegangen werden, dass die Zusammenhänge auch für andere Kachelverteilungen gelten.

Konsequenz für die Optimierung: Wie in aus Abb. 4.15 ersichtlich wird, sind im Spektrum $f = 0 \dots 100\text{Hz}$ fast ausschließlich die 50 niedrigsten Strukturmoden mit Eigenfrequenzen bis 131.9 Hz ⁴ an der Schallantwort beteiligt. In diesem Frequenzbereich werden in unterschiedlichen Frequenzbändern überwiegend dieselben Moden angeregt, so dass durch die Dämpfung dieser Moden durch Massenverteilung im Zuge einer Optimierung für ein einzelnes Terzband eine Pegelreduktion in einem größeren Frequenzintervall bewirkt werden kann. Für höhere Moden ist festzustellen, dass auch hier Terzbänder existieren, die das restliche modale Spektrum umfassen. So werden in den Bändern mit den Mittenfrequenzen 63Hz und 400Hz die Mehrheit der im gesamten Spektrum an der Schallantwort beteiligten Strukturmoden angeregt.

4.6.3 Numerische Untersuchung

Die unter 4.6.2 angestellten Überlegungen werden durch eine Optimierungsrechnung für zwei Terzbänder überprüft. Hierzu wird die Zielfunktion 2 für fünf Lastfälle auf das 63Hz -Band mit $\Delta f = 1\text{Hz}$ und das 400Hz -Band mit $\Delta f = 2\text{Hz}$ angewendet. Die auf diese Weise gewonnene optimierte Massenkonfiguration wird mittels einer hochauflösenden Frequenzantwortanalyse mit der Startkonfiguration verglichen. Abb. 4.16 zeigt die terzgemittelten Frequenzantworten beider Varianten im Kopfvolumen. Der Optimierungserfolg von $6,9\text{dB}$ der Zielfunktion für die betrachteten Frequenzbänder steht eine Pegelreduktion von $1,7\text{dB}$ für das Gesamtspektrum gegenüber. Wie aufgrund der Überlegungen aus 4.6.1 zu erwarten ist, fällt die Reduktion im 63Hz -Band am deutlichsten aus. Weiterhin kann festgestellt werden, dass eine Optimierung schmaler Frequenzbänder keine signifikante Erhöhung der Pegel im restlichen Spektrum bewirkt.

4.6.4 Rechenzeitgewinn

Durch Berechnung mit 12 statt 66 Frequenzstützstellen konnte die Berechnungsdauer der Optimierung von $26:29\text{h}$ auf $15:08\text{h}$ ($27\text{s}/\text{Zyklus}$) reduziert werden, was einer Reduktion um 43% entspricht.

4.7 Einfluss der Optimierung auf das Gesamtsystem

Bisher wurde nur das Optimierungsergebnis im Auswertungsvolumen betrachtet und die Akustik im Rest des Fluids ignoriert. Um das vibro-akustische System umfassender zu

⁴vgl. Abb. 4.13

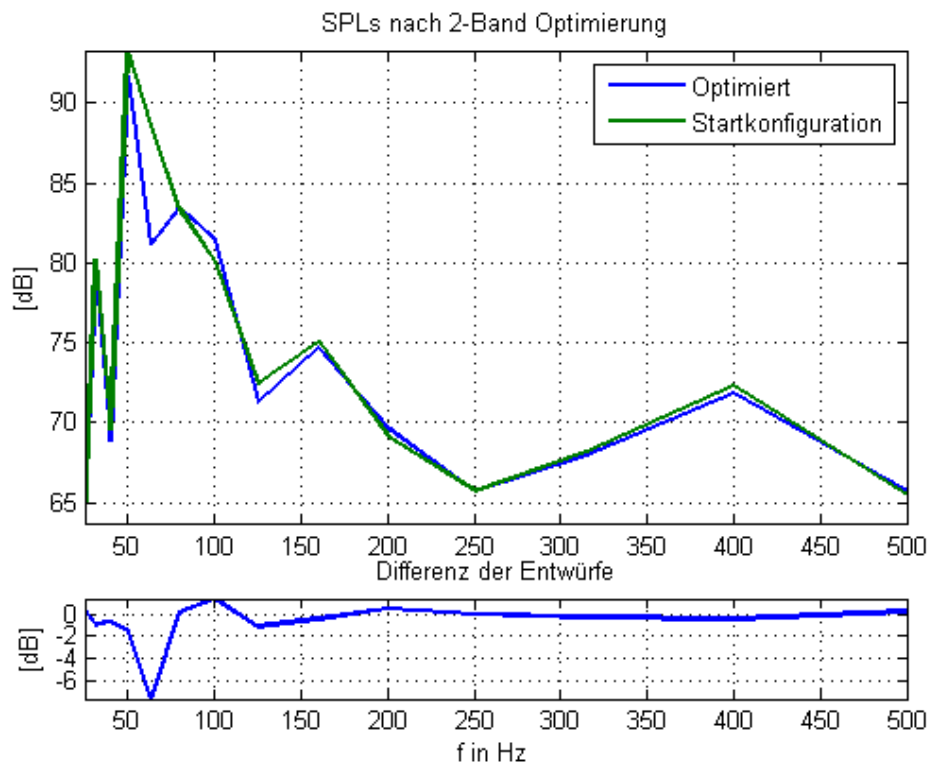


Abbildung 4.16: Verifikation 2-Band Optimierung; terzmittelte hochauflösende Frequenzantwort für Kopfvolumina

betrachten, werden die Dynamik der Struktur, sowie die Schalldruckpegel des vollständigen Innenraums untersucht. Zum Einsatz kommt hierbei das Optimierungsergebnis, sowie die Lastfälle und Frequenzstützstellen aus 4.4.1 (breitbandige Pegeloptimierung mit SA und ZF2). Die Vibrationspegel der Struktur sowie die Schalldruckpegel werden für jeden beteiligten Knoten quadratisch über die Lastfälle und Frequenzen gemittelt und die resultierenden Pegel grafisch analysiert. Als zusätzliches Bewertungskriterium für die Qualität der Optimierung kommt ein Vergleich mit dem Verhalten des Systems ohne Zusatzmassen und mit einer Beaufschlagung der Struktur mit einer zusätzlichen, der Gesamtmasse der Kacheln entsprechenden, Flächenmasse (NSM) auf die dafür zugelassenen Paneele zum Einsatz.

Schalldruckpegel

Wie aus 4.17 hervorgeht, spielt die Auswahl der in der Zielfunktion berücksichtigten Knoten eine untergeordnete Rolle, da die gemittelten Schalldruckpegel im gesamten Fluid reduziert werden. Die frequenzabhängigen Mittelwerte der Schalldruckpegel im gesamten

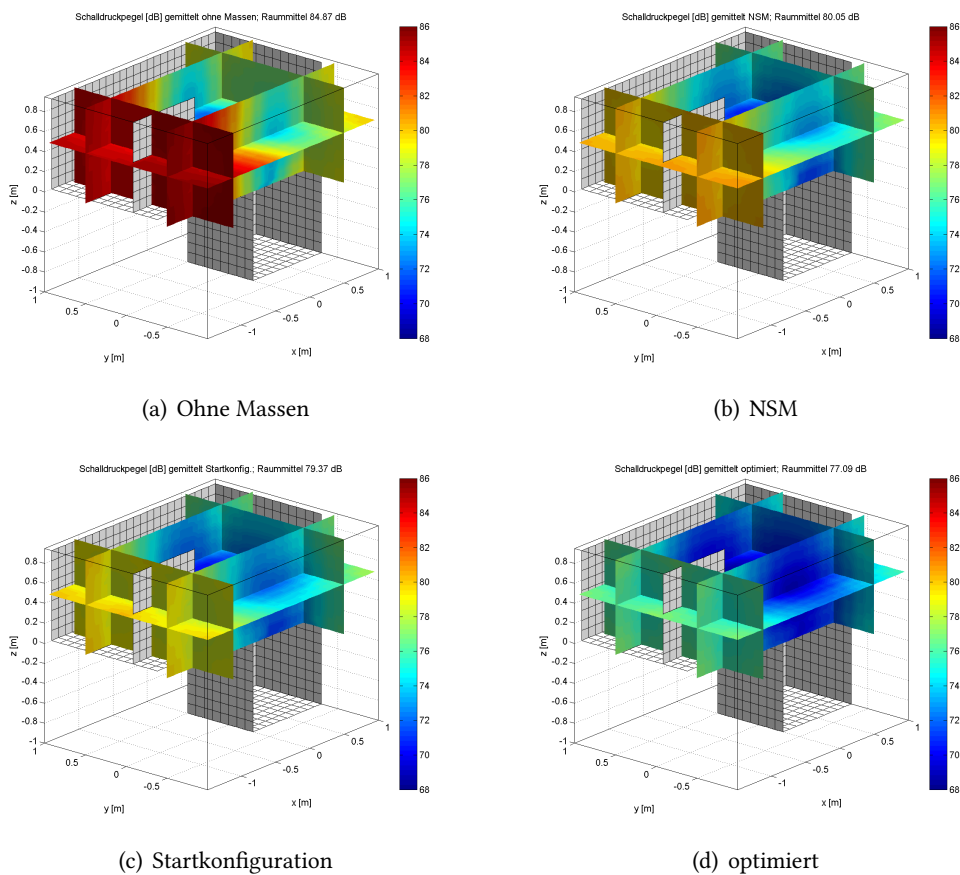


Abbildung 4.17: Gemittelte Schalldruckpegel verschiedener Massekonfigurationen

Fluid in Abb. 4.18 weisen ein ähnliches Verhalten auf, wie es für das Kopfvolumen in Abb. 4.19 beobachtet wird. Die frequenzspezifischen Pegeländerungen im Kopfvolumen lassen sich qualitativ auf das Gesamtfluid extrapolieren. Dies deutet darauf hin, dass die Dynamik des gesamten Systems einen Einfluss auf die Zielfunktion hat, der lokale

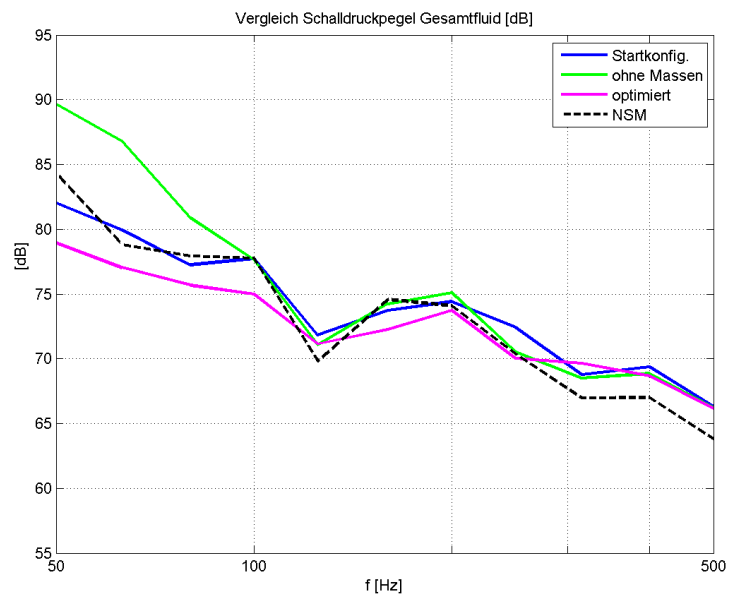


Abbildung 4.18: Frequenzantwort verschiedener Konfigurationen im Gesamtfluid

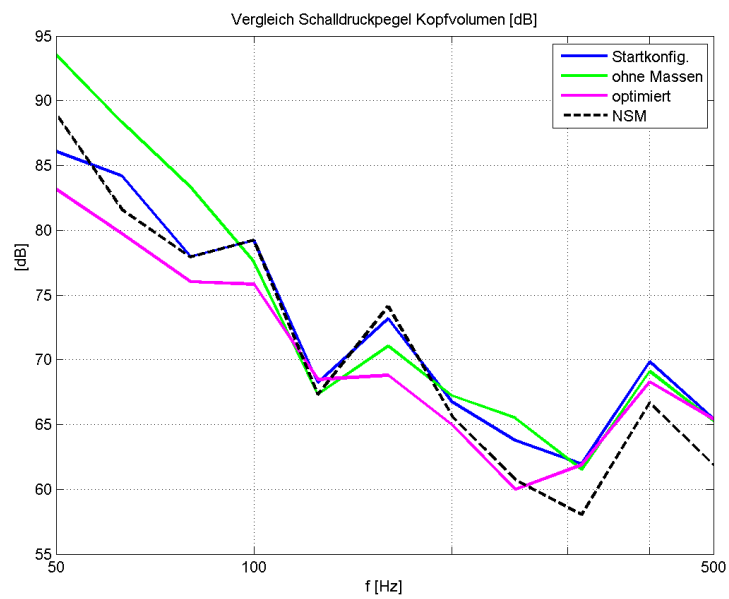


Abbildung 4.19: Frequenzantwort verschiedener Konfigurationen im Kopfvolumen

Phänomene in den Hintergrund treten lässt. Der Optimierungseffekt kann oberhalb der 250Hz-Terz vernachlässigt werden, was teilweise auf die Gewichtung in der Zielfunktion zurückzuführen ist.

Der Vergleich der optimierten Verteilung diskreter Massen mit der Massenerhöhung der Paneele durch NSMs zeigt hier die physikalischen Grenzen der betrachteten Schalldämmmaßnahme auf. Oberhalb des tieffrequenten Bereichs können die beteiligten Schwingformen mit einer groben Massenverteilung nicht mehr effektiv eingeschränkt werden, so dass als Maßnahme zur Pegelreduktion in diesem Spektrum eine Erhöhung der Flächenmasse zur Ausnutzung des Bergerschen Massegesetzes zu empfehlen ist.

Vibrationspegel

Für die in Abb. 4.20 dargestellten Vibrationspegel lässt sich die Beobachtung bestätigen, dass globale Effekte die Dynamik der Struktur und somit des Gesamtsystems dominieren. Es kommt durch die Optimierung auf allen Teilen der Struktur zu einer Verringerung der Pegel. Die Betrachtung der frequenzabhängigen Vibrationspegel (Abb. 4.21) zeigt keine

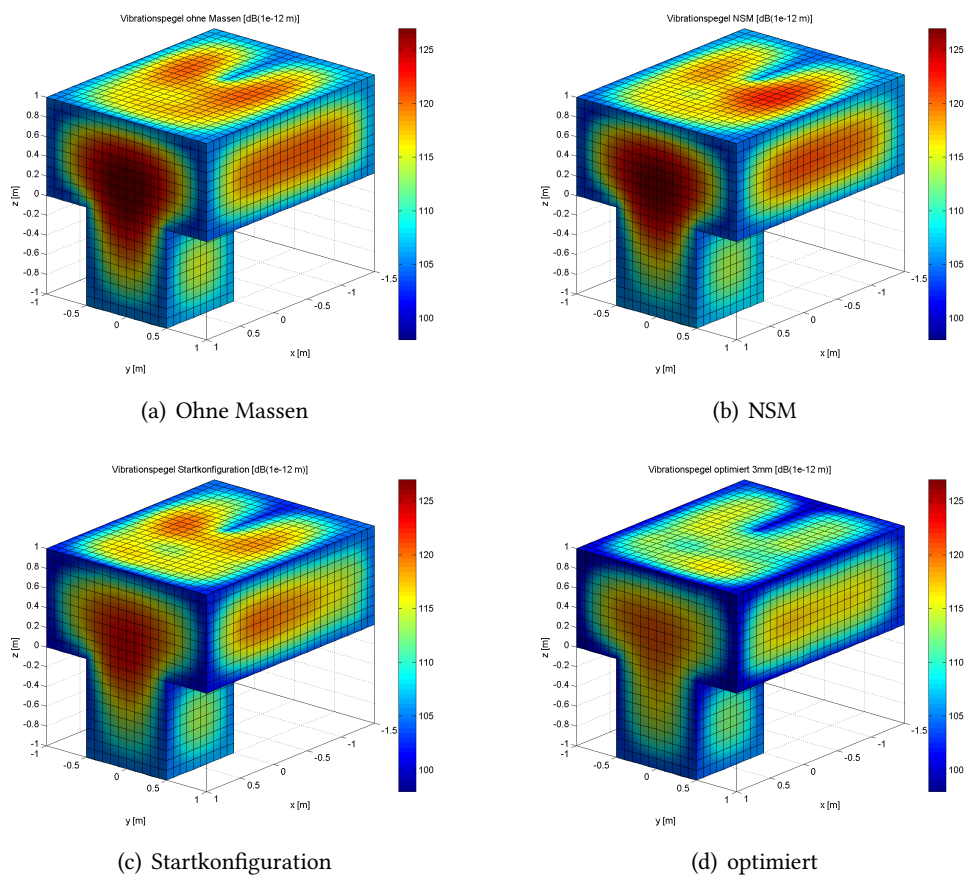


Abbildung 4.20: Gemittelte Vibrationspegel verschiedener Massekonfigurationen

Frequenzbänder mit signifikanten Pegelerhöhungen im berechneten Spektrum auf.

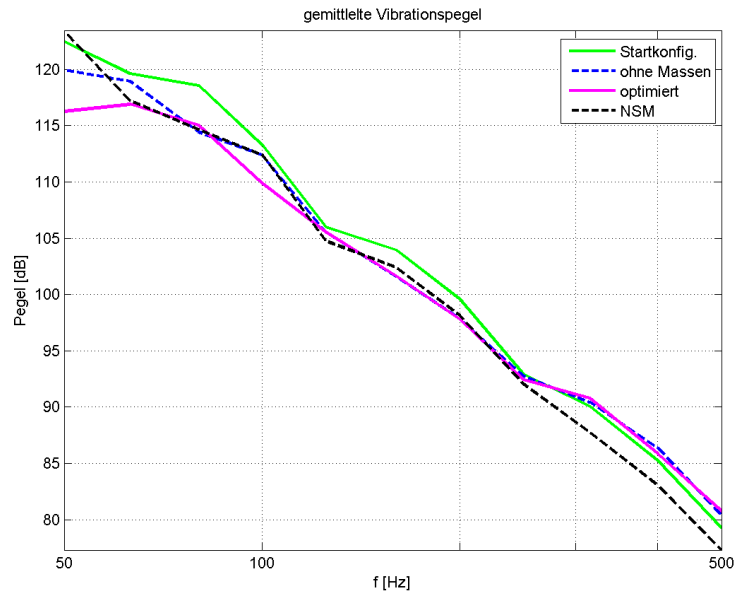


Abbildung 4.21: Gemittelte Vibrationspegel auf der Struktur

Konfiguration	Schalldruckpegel gemittelt [dB]	Vibrationspegel gemittelt [dB(1e-12m)]
ohne Massen	84,87	115,28
NSM	80,05	114,70
Startkonfiguration	79,37	113,19
optimiert	77,09	111,02

Tabelle 4.4: Pegel des gesamten generischen Modells; versch. Konfigurationen

Zusammenfassung

Der Zusammenhang zwischen den mittleren Pegeln im Fluid und auf der Struktur wird in Tabelle 4.4 dargestellt. Hier sind wieder die zuvor genannten Übereinstimmungen zu erkennen.

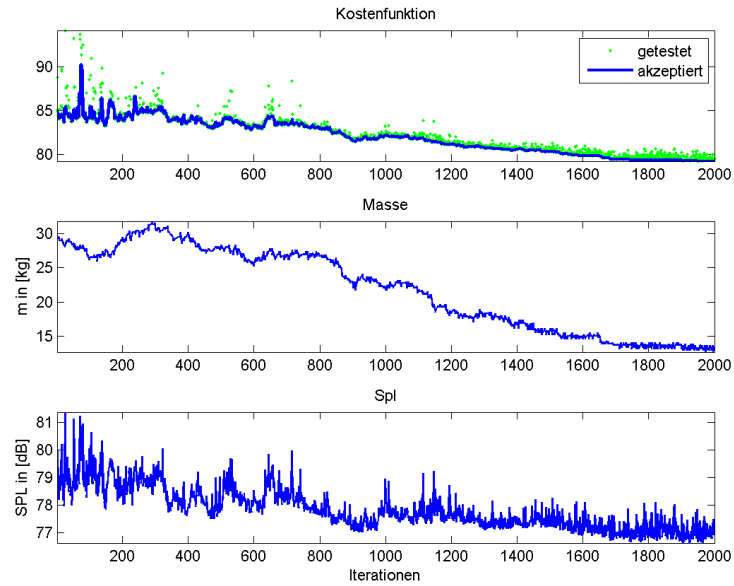
4.8 Mehrzieloptimierung

Neben der Reduktion der Pegel wird die Verringerung der Gesamtmasse durch die Zielfunktion 3 (4.4) in das Optimierungsziel einbezogen. Die Varianz der Entwürfe wird in diesem Fall, neben der Verschiebung der Massen nach dem zuvor dargelegten Verfahren, durch Löschen, bzw. Generieren von Elementen des Entwurfsvektors x_i realisiert. Hierbei wird die Größe und die Richtung der Massenänderung zufällig mit jeder Iteration bestimmt. Die Positionen neu generierter Massen können entweder willkürlich aus der Menge zulässiger Knoten, oder durch Duplikation vorhandener Massenpositionen gewählt werden. Für die vorliegende Optimierung wird letztere Variante implementiert, da auf diese Weise Informationen aus vorherigen Iterationen genutzt werden, was ein schnelleres Konvergenzverhalten bewirkt. Die zulässige Massenänderung pro Iteration beträgt $\text{rand}[-2, \dots, 2]$ Massen.

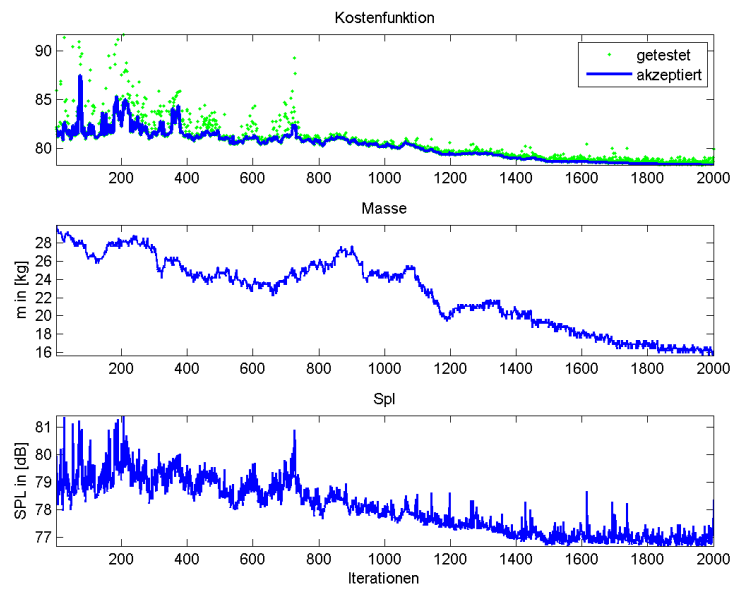
Um eine Verschlechterung des Optimierungsergebnisses bezüglich eines der beiden Kriterien des Startzustandes zu verhindern, werden für die Grenzwerte SPL_{max} und m_{max} die Pegel nach (4.3) und die Gesamtzusatzmasse der Startkonfiguration festgelegt. Die Formulierung des Optimierungsziels lässt sich nicht direkt durch die Wahl der Gewichtungsfaktoren a und b bewerkstelligen, da die Reduktion der Gesamtmasse verfahrensbedingt leichter als die Reduktion der Pegel zu erreichen ist. Der Einfluss der Faktoren wird deshalb durch wiederholte Optimierungsrechnungen mit verschiedenen Parametern untersucht.

Optimierungsrechnungen: Die Mehrzieloptimierung wird mit einer Frequenzauflösung von sechs Stützstellen pro Terz für das Band 50Hz bis 500Hz durchgeführt. Die verwendeten Parameter, sowie die Optimierungserfolge für die berechneten Stützstellen, sind der Tabelle 4.5 zu entnehmen. Abb. 4.22 dokumentiert die Optimierungsverläufe. Die stärkere Gewichtung der Gesamtmasse in Rechnung 1 spiegelt sich durch eine höhere Massenreduktion beim gefundenen Optimalentwurf wieder. In Abb. 4.23 werden die besten gefundenen Entwürfe dargestellt, wobei sich hierbei die Konzentration von Massen in charakteristischen Bereichen auf der Struktur beobachten lässt, die sich in Wiederholungsrechnungen erneut einzustellen neigt.

Hochauflösende Validierung: Das für die geringe Anzahl an Auswertefrequenzen ermittelte Optimierungsergebnis wird durch Vergleich der Frequenzantworten der Startkonfiguration mit der des besten Entwurfs der Optimierungsrechnung 1 im detaillierten Frequenzband bewertet. Hierzu werden dieselben Mittelungsverfahren wie in der Optimierungsrechnung zur Berechnung der Frequenzantwort auf fünf neu generierte Lastfälle mit der Frequenzauflösung $\Delta f = 1\text{Hz}$ verwendet. Das Ergebnis dieser Validierungsrechnung



(a) Rechnung 1



(b) Rechnung 2

Abbildung 4.22: Mehrzieloptimierung Einfluss der Gewichtungsfaktoren

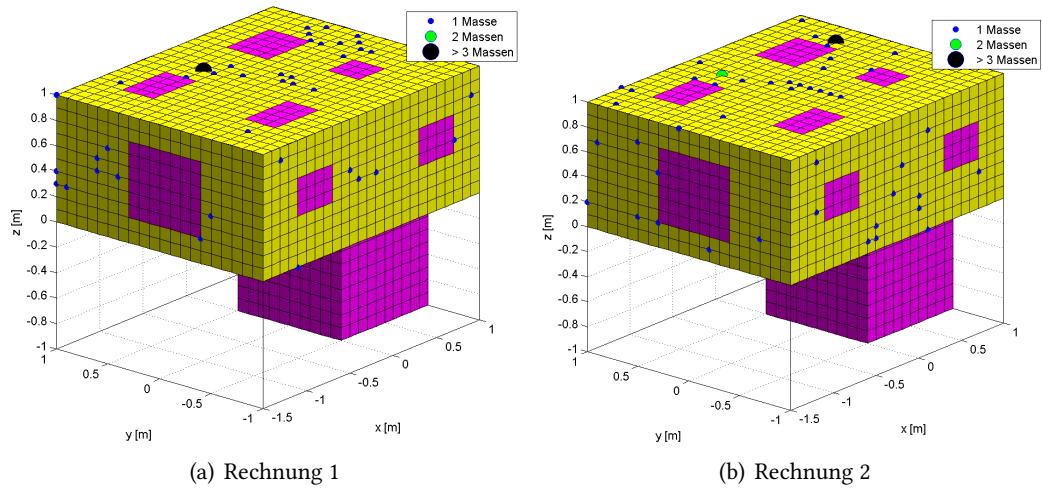


Abbildung 4.23: Massenverteilung nach der Optimierung

	Rechnung 1	Rechnung 2
Parameter		
Methode	SA	
Abbruchbedingung 1	2000 Iterationen	
Abbruchbedingung 2	300 Verworfenne Entwürfe	
Starttemperatur T_0	1,5	
$i_{conv,T}$	500	
Bewegte Massen	5	
Suchradius r_{max}	0,5	
Suchradius r_{min}	0,2	
$i_{conv,T}$	1000	
max. Massenreduktion	2 Massen/Iteration	
max. Massenaddition	2 Massen/Iteration	
a	1	1
b	0,2	0,1
c	3	3
d	0	0
Optimierungsergebnisse		
Startmasse	29.95kg	
Anzahl Kacheln Start	128 á 0,234kg	
optimierte Masse	13.10kg	16.15kg
Anzahl Kacheln opt.	56	69
SPL Start	78,97dB	
SPL optimiert	76,65dB	76,68dB

Tabelle 4.5: Mehrzieloptimierung am generischen Modell mit verschiedenen Gewichtungsfaktoren

ist in Abb. 4.24 dargestellt. Der Mittelwert nach (4.3) beträgt 79.73dB für die Startkonfiguration und 79.01dB für den optimierten Entwurf.

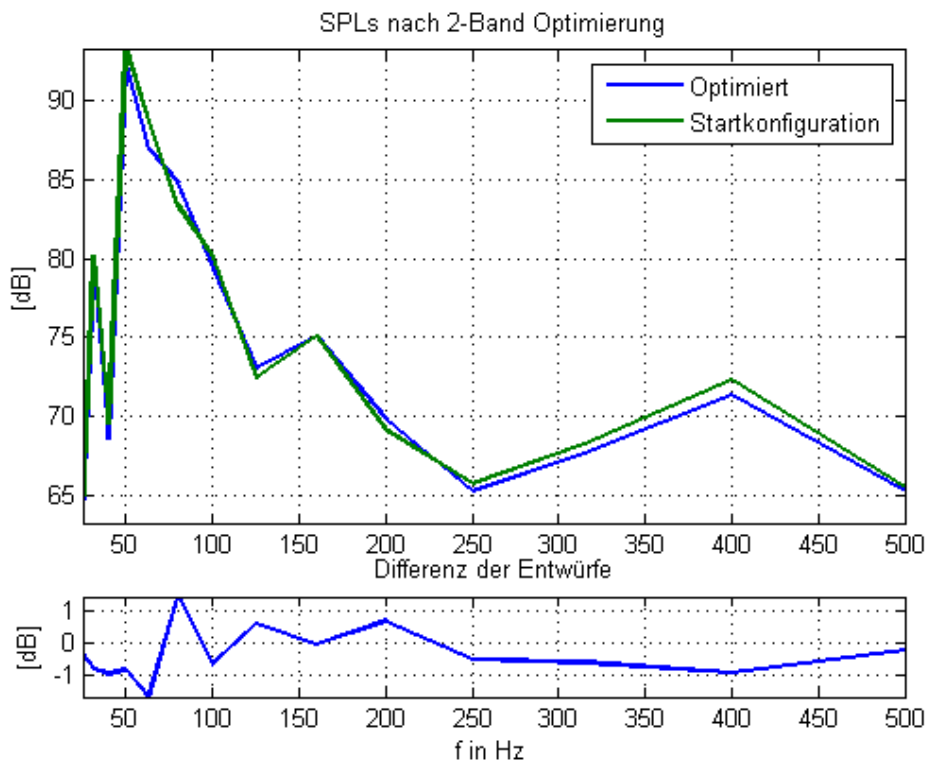


Abbildung 4.24: hochauflösende Validierungsrechnung; Mehrzieloptimierung

Der Erfolg der Optimierung ist bei einer Reduktion der Zusatzmasse um 56,3% bei gleichzeitiger Pegelreduktion um 0,72dB als positiv zu bewerten. Im Vergleich zum Startentwurf konnte das Gesamtgewicht des Modells um 28,9% reduziert werden, ohne das vibro-akustische Verhalten negativ zu beeinflussen. Aufgrund der erfolgreichen Anwendung auf das generische Modell wird das entwickelte Optimierungsverfahren im folgenden Kapitel auf das detaillierte Modell des CBRCs übertragen.

5 Optimierungsrechnung am CBRC

Basierend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 4 wird eine beispielhafte Optimierungsrechnung am Modell des realen CBRCs durchgeführt. Hierbei wird der Startentwurf mit 102 Zusatzmassen zu je 0,231kg mit einem Gesamtzusatzgewicht von 23,56kg mehrzieloptimiert. Wie bei der Optimierung des generischen Modells, kommt dabei eine Diffusfeldanregung zum Einsatz, die sich aus fünf stochastisch erzeugten Lastfällen zusammensetzt. Aufgrund fehlender realistischer Hypothesen bezüglich der Betriebsbedingungen und limitierter Rechenressourcen steht in den folgenden Ausführungen die prinzipielle Vorgehensweise einer solchen Berechnung im Fokus.

5.1 Dynamik des Systems

Modale Basis: Um sinnvolle Frequenzbänder für die Optimierung wählen zu können, wird zunächst die modale Basis des Systems untersucht. Hierzu kommt neben der ungekoppelten Modalanalyse (SOL103) die Analyse der MPFs der Frequenzantwort (SOL111) eines ausgesuchten Knotens im Kopfbereich 1 zum Einsatz.

Die Verteilung der Modendichte über deren Eigenfrequenzen wird in Abb.5.1 dargestellt. Das vierfache Auftreten von Starrkörpermoden im Fluid mit $f_{eigen} = 0\text{Hz}$ lässt sich durch das Vorhandensein von vier ungekoppelten Fluidvolumina erklären.

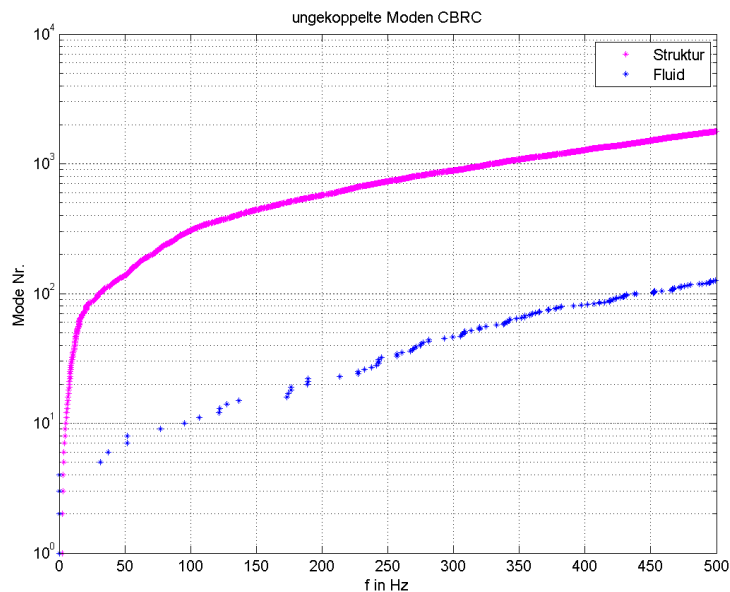


Abbildung 5.1: Ungekoppelte Moden CBRC

In Abb. 5.2 sind die logarithmisch skalierten MPFs der Struktur für die Schalldruckpegel, die sich im Kopfbereich 1 als Antwort auf einen einzelnen Lastfall einstellen, über der Erregerfrequenz aufgetragen. Die Betrachtung von lediglich zwei Terzbändern ist zur Erfassung der Mehrzahl der angeregten Moden im betrachteten Spektrum nicht mehr hinreichend. Die relevanten Strukturmoden mit den Nummern 1 bis 400 im Frequenzbereich unter 150Hz können durch die Berechnung des 125Hz-Terzbandes recht gut erfasst werden. Die Moden 400 bis 1200 werden überwiegend im Spektrum 150Hz bis 400Hz angeregt. Über 400Hz kommen weitere hochfrequente Strukturmoden dazu, die mittelfrequenten sind jedoch kaum noch an der Frequenzantwort beteiligt.

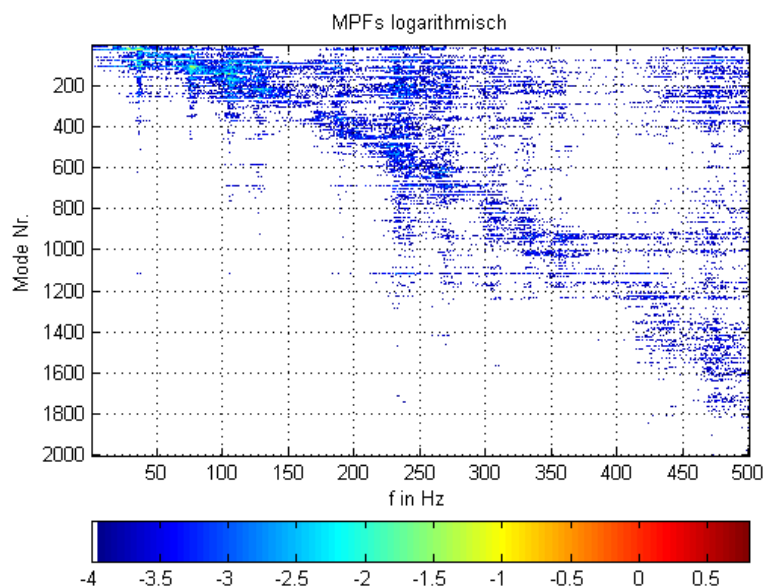


Abbildung 5.2: Modale Beteiligungsfaktoren für Kopfposition 1 im CBRC

Wahl der Frequenzen für die Optimierung: Trotz der genannten Einwände wird die Optimierung aufgrund der limitierten Ressourcen und auf Wunsch des Herstellers für lediglich zwei Terzbänder mit je sechs Stützfrequenzen durchgeführt, wobei die Bänder im tief- und hochfrequenten Bereich des analysierten Spektrums liegen sollen. Um die relevanten Frequenzbänder zu ermitteln, wird eine hochauflösende direkte Frequenzantwort des Systems in seiner ursprünglichen Massenkfiguration (NASTRAN SOL 108) für einen Lastfall ermittelt und die Schalldruckpegel in den Knoten der Kopfpositionen 1 und 2 ausgewertet. Eine Betrachtung der Kopfposition 3 entfällt wegen der Symmetrie des Modells. Auf der Grundlage des in Abb. 5.3 dargestellten Antwortverhaltens, werden die in Tabelle 5.1 dokumentierten Frequenzen der Terzbänder mit den Mittenfrequenzen $f_{m,1} = 125\text{Hz}$ und $f_{m,2} = 400\text{Hz}$ für die Evaluierung der Kostenfunktion in der Optimierungsschleife bestimmt.

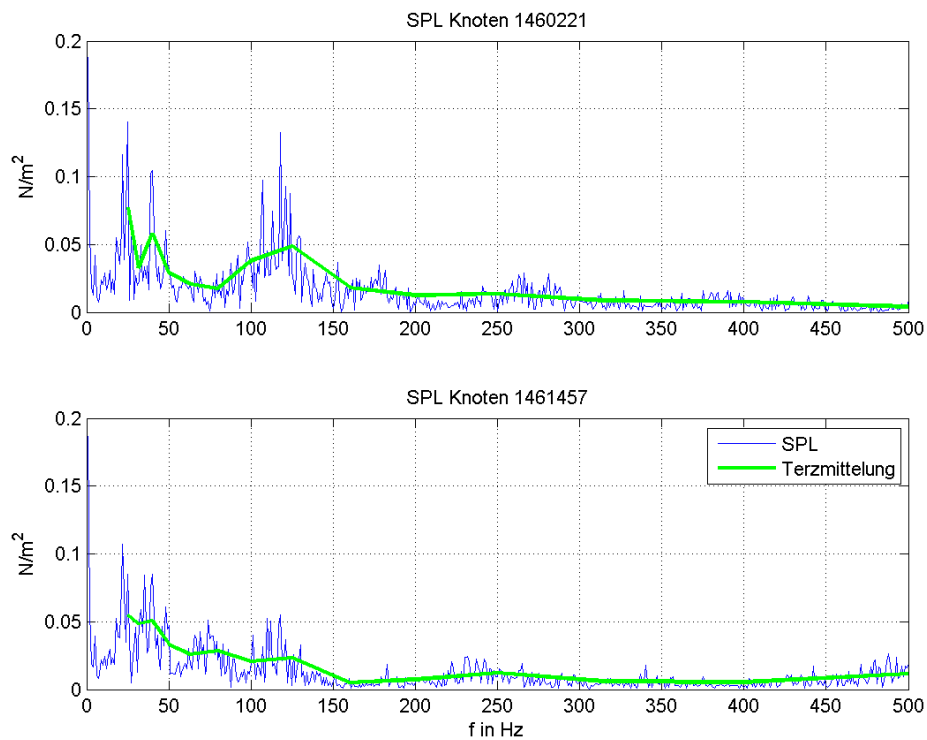


Abbildung 5.3: SOL 108 Knoten in Kopfposition 1 und 2; 1 Lastfall

Band	f in Hz					
1	113.6	118.1	122.7	127.5	132.5	137.7
2	359.5	373.6	388.2	403.4	419.2	435.6

Tabelle 5.1: Frequenzen für Optimierung am CBRC

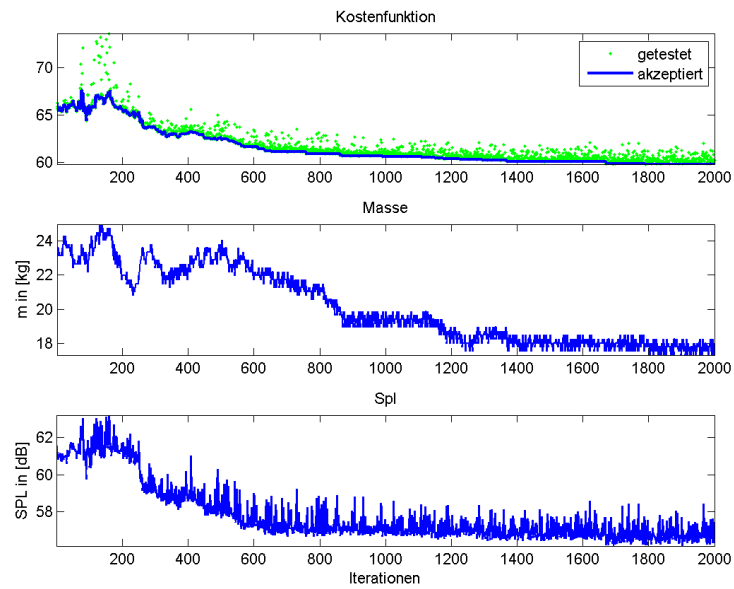
5.2 Mehrzieloptimierung am CBRC

Die Optimierungsberechnung soll eine möglichst umfassende Bewertung der entwickelten Methode gewährleisten, weshalb die Berechnung mit unterschiedlichen Paarungen der Gewichtungsfaktoren für die Gesamtmasse, bzw. für die Pegel wiederholt wird. Die Parameter der Optimierung, sowie die Kennwerte der Startkonfiguration und des gefundenen Optimalentwurfes, sind Tabelle 5.2 zu entnehmen. Den Entwicklungsverlauf der Komponenten der Zielfunktion zeigt Abb. 5.4. Die Tendenz der Massenverteilung, sich durch die Optimierung auf charakteristischen Bereichen der Struktur zu verdichten, wird hier noch deutlicher als bei der Optimierungsberechnung am generischen Modell¹. Die Ausgangskonfiguration ist in Abb. 3.4 auf S.32 zu sehen. Wiederkehrende Muster fallen insbesondere auf den in Flugrichtung vorderen und linken Paneelen auf, was auf eine gewisse Reproduzierbarkeit der Ergebnisse hinweist.

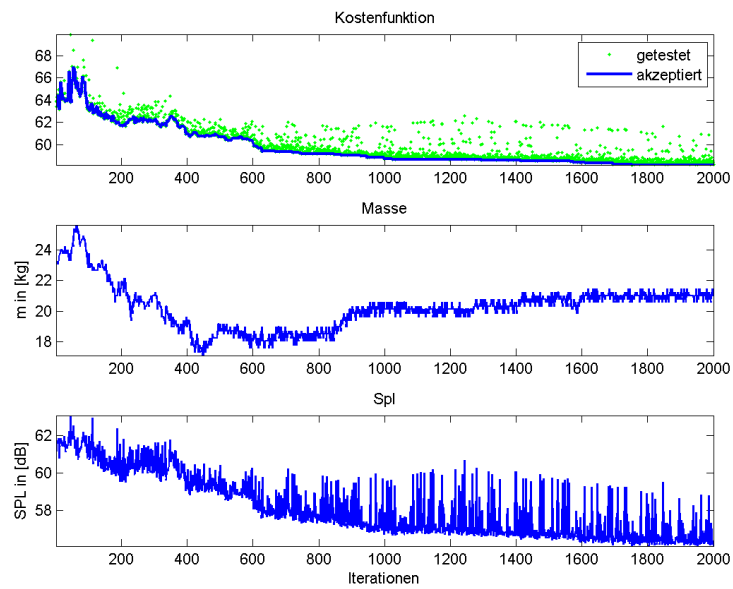
¹vgl. Abb. ?? S.??

	Rechnung 1	Rechnung 2
Parameter		
Methode	SA	
Abbruchbedingung 1	2000 Iterationen	
Abbruchbedingung 2	300 Verworfenne Entwürfe	
Starttemperatur T_0	0,5	
$i_{conv,T}$	1000	
Bewegte Massen	5	
Suchradius r_{max}	0,5	
Suchradius r_{min}	0,2	
$i_{conv,r}$	1000	
max. Massenreduktion	2 Massen/Iteration	
max. Massenaddition	2 Massen/Iteration	
a	1	1
b	0,2	0,1
c	3	3
d	1	1
Optimierungsergebnisse		
Startmasse	23,56kg	
Anzahl Kacheln Start	102 á 0,231kg	
optimierte Masse	17,79kg	21,25kg
Anzahl Kacheln opt.	77	92
SPL Start	61.55dB	
SPL optimiert	56,25dB	56,09dB

Tabelle 5.2: Mehrziehoptimierung am CBRC mit verschiedenen Gewichtungsfaktoren

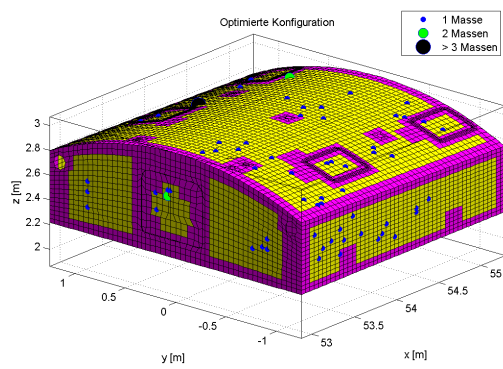


(a) Rechnung 1

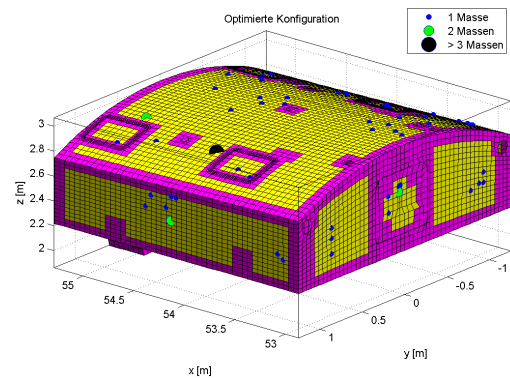


(b) Rechnung 2

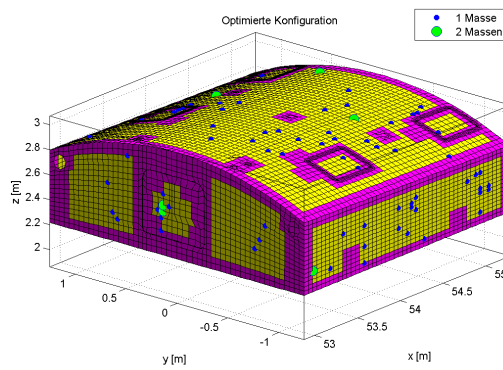
Abbildung 5.4: Mehrzieloptimierung am CBRC



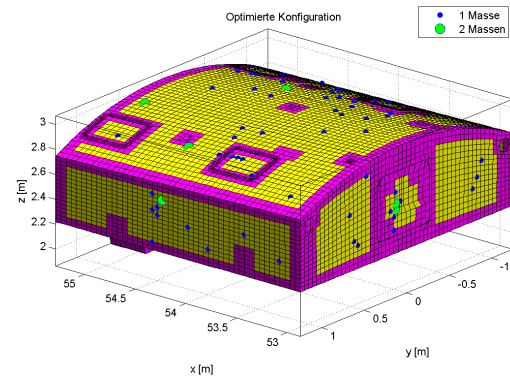
(a) Rechnung 1; Ansicht 1



(b) Rechnung 1; Ansicht 2



(c) Rechnung 2; Ansicht 1



(d) Rechnung 2; Ansicht 2

Abbildung 5.5: Optimierte Massenkonfiguration für das CBRC; Rechnung 1

Berechnungsaufwand

Die Optimierung betrachtet 12 Stützfrequenzen, was unter Verwendung eines Rechenclusters mit 12 CPUs zu einer Berechnungsdauer von 91:00h führt. Das entspricht der Dauer von 164s/Zyklus.

5.3 Validierung der Berechnungsergebnisse

Der Einfluss der Optimierung auf Basis einzelner Volumina auf die globale Systemdynamik wird durch die Berechnung der Frequenzantwort des Systems auf fünf Lastfälle mit sechs Stützfrequenzen pro Terz im Frequenzband 45Hz bis 560Hz bewertet. Die Pegel werden für jeden Knoten zunächst quadratisch über die Frequenz und daraufhin über die Lastfälle gemittelt. Die Untersuchung wird beispielhaft für das Optimierungsergebnis der Rechnung 1 durchgeführt.

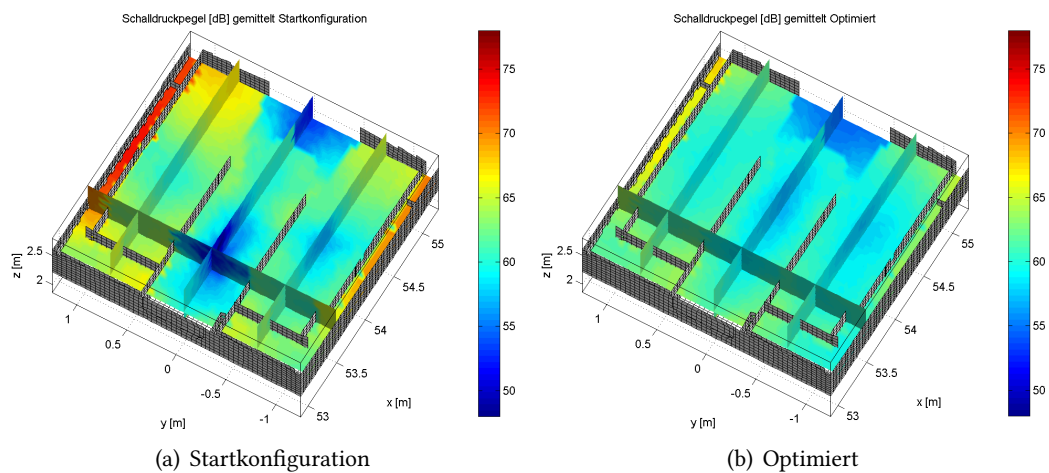


Abbildung 5.6: Schalldruckpegel im Fluid des CBRCs vor und nach der Optimierung

Schalldruckpegel: In Abb. 5.6 werden die gemittelten Schalldruckpegel im Fluid für ausgewählte Schnittebenen graphisch dargestellt. Wie aus der Darstellung ersichtlich wird, steht der Reduktion der Pegel in den Kopfbereichen 1 und 3 eine Erhöhung im Kopfbereich 2 gegenüber. Bis auf wenige Bereiche im Fluid ist eine Pegelreduktion erkennbar. Die mittleren Pegel des gesamten Fluids werden in der vorliegenden Frequenzauflösung von 65,29dB auf 62,95dB reduziert. Da die auffällig hohe Pegelreduktion zwischen den Doppelwänden der Struktur sich nicht in den Auswertestellen des Fluids wiederfinden lässt, ist zu vermuten, dass das Fluid zwischen den Wänden keinen signifikanten Anteil am Schallpfad in die Kabinen hat. Frank Fahy zeigt, dass das Schalldämmmaß für Doppelwände bei gleichmässiger Verteilung der Masse auf beiden Paneelen ein Optimum einnimmt [4], was hier aufgrund von Restriktionen bezüglich Massenverteilung nicht gegeben ist.

Vibrationspegel: Als Folge der Optimierung ist eine leichte Erhöhung der über alle Knoten, Frequenzen und Lastfälle gemittelten Vibrationspegel von 97.66dB(1e12m) auf

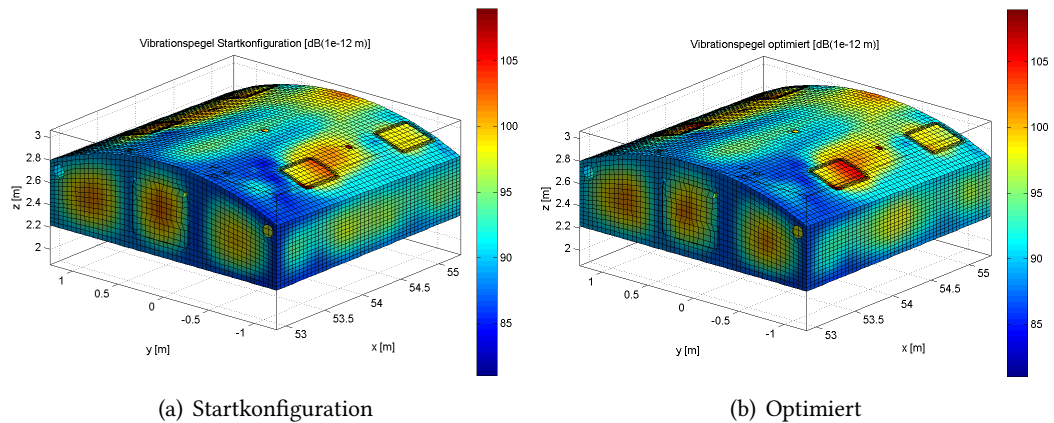


Abbildung 5.7: Vibrationspegel im Fluid des CBRCs vor und nach der Optimierung

97,92dB(1e12m) zu verzeichnen. Hierbei muss bedacht werden, dass Pegel in Regionen mit feinerer Vernetzung stärker ins Gewicht fallen, was den Anstieg in Folge von Verschiebungen von Pegelmaxima auf der Oberseite des Modells in Teilen erklären kann. Die in Abb. 5.7 gezeigte Veränderung der gemittelten Pegel auf der Struktur fällt nur schwach aus. Die Reduktion der Schallpegel im Innenraum basiert folglich nicht auf einer globalen Verkleinerung der Vibrationspegel, sondern vielmehr auf der Verschiebung von Pegelspitzen in unkritischere Bereiche.

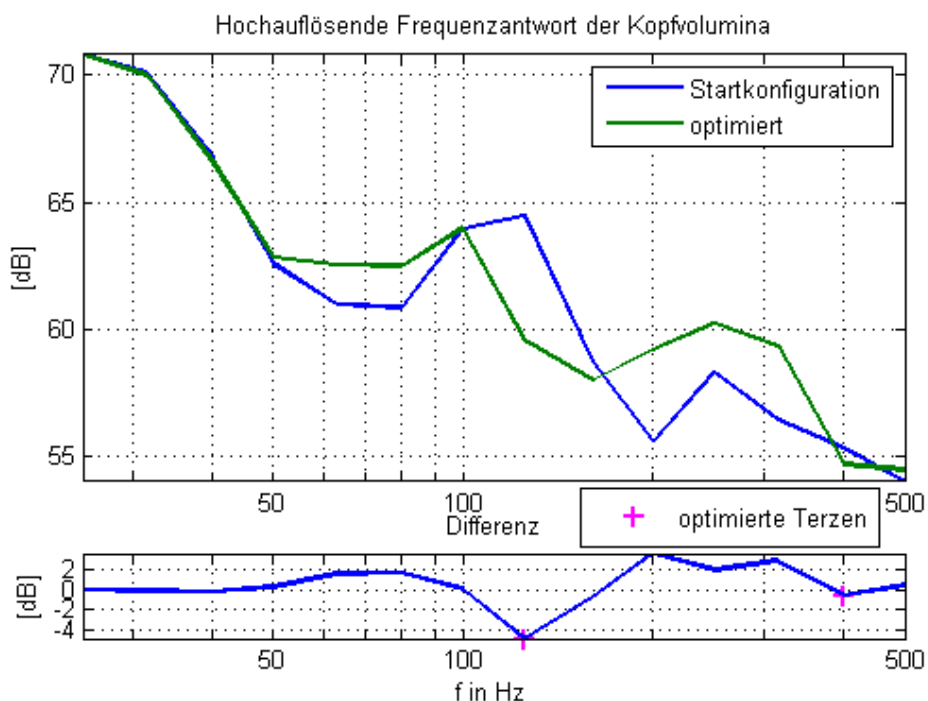


Abbildung 5.8: Hochauflösende Validierungsrechnung der Mehrzieloptimierung am CBRC

Hochauflösende Analyse der Schallpegel im Zielvolumen: Die optimierte Modellkonfiguration wird durch eine gemittelte Frequenzantwortanalyse mit fünf Lastfällen und

der Stützstellenteilung $\Delta f = 1\text{Hz}$ mit dem Originalmodell verglichen. Die Darstellung der Terzmittelwerte der Schalldruckpegel der Knoten innerhalb der Kopfvolumina in Abb. 5.8 zeigt eine vom Lastfall unabhängige Reduktion in den optimierten Frequenzbändern auf, wohingegen sich die Pegel im Rest des Spektrums vergrößern, was eine Erhöhung des Mittelwerts des Gesamtspektrums von 64,17dB auf 64,36dB verursacht. Dieses Verhalten konnte qualitativ durch die Betrachtung der Modalen Beteiligungsfaktoren² vorausgesagt werden. Dort war festgestellt worden, dass ein großer Teil der Strukturmoden in dem Frequenzbereich, der bei der Optimierung berücksichtigt wurde, nicht erfasst werden konnte. Zusammenfassend ist festzuhalten, dass durch die Optimierung bei kleinen Erhöhungen der Schalldruckpegel im Gesamtspektrum eine signifikante Pegelreduktion in den optimierten Terzbändern erzielt werden konnte. In der 125Hz-Terz zeigte sich in der schmalbandigen Validierungsrechnung eine Reduktion der Pegel um 4,18dB. Gleichzeitig konnten die Zusatzmassen von 102 auf 77 Kacheln reduziert werden, was einer Einsparung von 5,8kg entspricht.

²vgl. Abb. 5.2 S. 67

6 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Arbeit war die Entwicklung einer rechnergestützten Methode, um optimale Positionen von Stahlkacheln, die das vibro-akustische Verhalten verbessern sollen, auf der Außenstruktur eines CBRCs zu ermitteln.

Dabei sollten sowohl die Schalldruckpegel in ausgewählten Bereichen innerhalb der Ruhezellen, als auch die Anzahl der Kacheln und somit das Gewicht der erforderlichen Zusatzmassen reduziert werden. Die Optimierung sollte als automatisierter Prozess, durch das Design und die Bewertung der Entwürfe in MATLAB und die Lösung der Frequenzantwortanalyse mit der FEM in NASTRAN, gestaltet werden.

Zuerst wurde der wissenschaftliche Hintergrund der Fluid-Struktur-Interaktion erläutert und die Diskretisierung der Gleichungen mittels der FEM dargestellt. Hierbei stand die Entwicklung eines linearen Gleichungssystems zur Lösung stationärer dynamischer Probleme mit harmonischer Anregung im Mittelpunkt.

Die Optimierungsalgorithmen "Simulated Annealing" und Evolutionsstrategien konnten erfolgreich zur Ermittlung von Massenkonfigurationen mit günstigen vibro-akustischen Eigenschaften in MATLAB implementiert werden. Im Vergleich der Algorithmen konnte eine problemspezifische Überlegenheit von SA beobachtet werden, weshalb diese Methode für die weiterführenden Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ausgewählt wurde. Dabei wurde das Konzept eines adaptiven Suchradius, sowie eine Abkühlkurve als Funktion der Iterationszahl verwendet und angepasst, um die Optimierung effizient zu gestalten.

Der Einfluss der in der Frequenzantwort berechneten Stützfrequenzen auf das Gesamtspektrum wurde anhand eines vereinfachten, generischen Modells untersucht. So konnte gezeigt werden, wie wichtig die Verwendung einer ausreichend hohen Stützstellenzahl bei der Optimierung im niederfrequenten Bereich ist, da Pegelspitzen aufgrund der geringen Modendichte dort sonst durch eine Verschiebung der Eigenfrequenzen nicht mehr erfasst werden. Für schmalbandige Optimierungen niederfrequenter Spektren konnten generell sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Die Pegel der Frequenzantwort konnten hierbei in einzelnen Bändern signifikant reduziert werden, ohne dass das akustische Verhalten im restlichen Spektrum in gleichem Maße nachteilig beeinflusst wurde. Dies heißt auch, dass besonders die Optimierung eines tonalen Anregungsfalls sehr große akustische Verbesserungen erwarten lässt. Eine breitbandigere Pegeloptimierung ist möglich, erfordert jedoch, besonders für große Modelle, einen sehr hohen Rechenaufwand. Weiterhin zeigte sich, dass die schalldämmende Wirkung der Zusatzmassen mit steigenden Frequenzen abnimmt. So konnten die diskreten Massen in der vorliegenden Kachelgröße die Dynamik bei Frequenzen über 300Hz kaum noch positiv beeinflussen. Weiterhin konnte durch eine breitbandige Mehrzieloptimierung eine signifikante Einsparung der Gesamtmasse bei gleichzeitiger Pegelreduktion erzielt werden. Außerdem zeigte sich, dass sich die Änderungstendenzen der

Pegel, die im lokalen Berechnungsvolumen erzielt werden, auf das Gesamtsystem extrapolieren lassen. Der Einsatz stochastisch erzeugter diffuser Schallfelder lässt allgemeingültige Aussagen jedoch nur eingeschränkt zu, was sich durch Vergleichsrechnungen an optimierten Modellen mit unterschiedlichen Sets von Lastfällen zeigte. Die Optimierungsergebnisse hängen daher stark von den betrachteten Lastfällen ab.

Eine Optimierung am detaillierten Modell des realen CBRCs für zwei Terzbänder mit niedriger Stützstellenzahl erwies sich als nicht ausreichend, um das breitbandige vibroakustische Verhalten positiv zu beeinflussen. Eine hochauflösende breitbandige Optimierungsrechnung am vorliegenden Modell war wegen des Rechenaufwandes im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Das prinzipielle Potential einer erheblichen Masseneinsparung bzw. der Pegelreduktion durch das Aufsuchen besserer Varianten durch die vorliegende Optimierungsmethode konnte jedoch aufgezeigt werden. Des Weiteren wird durch die Betrachtung der modalen Beteiligungsfaktoren ein Werkzeug zur Erfassung optimierungskritischer Frequenzbänder bereitgestellt.

Für weiterführende Arbeiten können die folgenden Punkte aufgegriffen werden:

- Von größtem Einfluss auf das Optimierungsergebnis ist die Annahme realistischer Lastfälle. Dazu ist die Erfassung und Modellierung der frequenzabhängigen Schalllast auf den Paneelen des CBRCs unter realen Betriebsbedingungen im Flugzeug erforderlich. Insbesondere die Identifikation tonaler Anregungen liefert hier wertvolle Informationen, die eine frequenzspezifische Optimierung zulassen und somit die Stärke des entwickelten Verfahrens ausnutzen. Weiterhin kann die Implementierung eines frequenzabhängigen Filters in der Zielfunktion helfen, die Arbeitsweise des Optimierungsalgorithmus den realen Anforderungen anzupassen. Außerdem sollte das Modell um weitere Schallpfade, wie zB. dem über die Peripheriestruktur eingekoppelten Körperschall erweitert werden.
- Die verwendeten Zielfunktionen stellen nur eine Möglichkeit unter vielen dar. Durch die Verwendung alternativer Formulierungsansätze kann ein zu betrachtendes Optimierungsproblem eventuell besser erfasst werden.
- Um die Rechenzeit zu verkürzen ist die Verwendung halbanalytischer Berechnungsansätze zur Modellierung der Zusatzmassen denkbar. Ferner können Konzepte zur Parallelisierung der Entwurfsberechnungen zum Einsatz kommen. Hier ergibt sich gerade bei schmalbandigen Rechnungen ein hohes Einsparungspotential, wenn so vorhandene Rechenressourcen effektiv ausgenutzt werden können.
- Die Betrachtung der Pegelverteilung zeigte eine überproportional starke Pegelreduktion in den Fluiden innerhalb der Doppelwand. Dieser Bereich wird von Benutzern des CBRCs jedoch nicht direkt als Schall wahrgenommen. Deshalb ist die Berücksichtigung der inneren Doppelwandpaneele zur Anbringung von Zusatzmassen in Betracht zu ziehen. Durch symmetrische Massenverteilungen auf beiden Paneelen der Doppelwand kann so theoretisch das größte Schalldämmmaß erreicht werden [4].

- Alternative Verbindungstechniken zwischen Kacheln und Struktur können untersucht werden. Durch die Verwendung einer elastischen Anbindung der Zusatzmassen könnten die Kacheln auch als Tilger ausgelegt werden.
- Abschließend ist eine Validierung der rechnerisch ermittelten Pegelreduktionen durch den Vergleich mit Messergebnissen an einer realen Struktur nötig, um die Übertragbarkeit der numerisch ermittelten Resultate am Modell in die Realität zu gewährleisten.

Die vibro-akustische Optimierung der Massenverteilung sollte bei zukünftigen Neuentwicklungen in den Designprozess integriert werden. Dazu ist z.B. ein Flächenmassenbasierter Ansatz denkbar, der kontraproduktive Masseneinsparungen in der statischen Auslegung aufzeigt und somit weniger nachträgliche Maßnahmen erforderlich macht.

Literaturverzeichnis

- [1] MSC Software Corporation. *MSC NASTRAN Dynamic Analysis Users Guide*. MSC, 2012.
- [2] MSC Software Corporation. *MSC NASTRAN Quick Reference Guide*. MSC, 2012.
- [3] Charles Darwin. *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*. John Murray, 1859.
- [4] Frank Fahy. *Sound and Structural Vibration*. Academic Press Inc., 1985.
- [5] Wolfgang Fasold, Wolfgang Kraak, and Werner Schirmer. *Taschenbuch Akustik*. VEB Verlag Technik, 1984.
- [6] Dr. M. J. Faust. Einführung in Vibro-Akustik Analysen - Übersicht und Einleitung. Technical report, EADS Astrium, 2005.
- [7] Rob Frintoc. Weight Loss guidinglight. *Aircraft Interiors International*, 2013.
- [8] Lothar Harzheim. *Strukturoptimierung Grundlagen und Anwendung*. Harri Deutsch, 2008.
- [9] Prof. Dr. Frank Ihlenburg. Computational Methods for Vibroacoustic Simulations. Vorlesungsskript, HAW-Hamburg, 2013.
- [10] Bernd Kost. *Optimierung mit Evolutions Strategien*. Harri Deutsch, 2003.
- [11] Stephan Lippert. *Efficient vibro-acoustic modeling of aircraft components with parameter uncertainties*. Shaker, 2010.
- [12] Tshilidzi Marwala. *Finite-element-model Updating Using Computational Intelligence Techniques*. Springer, 2010.
- [13] Michael Möser. *Technische Akustik*. Springer Vieweg, 2012.
- [14] Michael Möser and Gerhard Müller. *Handbook of Engineering Acoustics*. Springer, 2013.
- [15] Lutz Nasdala. *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik*. Springer Vieweg, 2013.
- [16] Markos Papageorgiou, Marion Leibold, and Martin Buss. *Optimierung*. Springer, 2012.
- [17] Lothar Papula. *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Vieweg, 2003.

- [18] J. Poblet-Puig and A. Rodrigez-Ferran. Error estimation in vibroacoustic problems solved by means of finite elements. In *Conference paper inter.noise2010*.
- [19] Axel Schumacher. *Optimierung Mechanischer Strukturen*. Springer, 2013.
- [20] Stephan Tewes. *Active Trim Panel Attachments for Control of Sound Transmission through Aircraft Structures*. VDI Verlag, 2007.
- [21] Dominique Thévenin and Gábor Janinga. *Optimisation and Computational Fluid Dynamics*. Springer, 2008.
- [22] Dan Zenkert. *An Introduction to Sandwich Construction*. Engineering Materials Advisory Services Ltd. (EMAS), 1997.

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Hamburg, 4.Oktober 2013

Matthias Kirk