



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

## **Bachelorarbeit**

Konstantin Lühe

# **Rechnerische und messtechnische Untersuchung zur Modellierung absorbierender Wandverkleidungen bei der akustischen Auslegung von Flugzeugkabinen**

*Fakultät Technik und Informatik  
Department Maschinenbau und Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science  
Department of Mechanical Engineering and  
Production Management*



**Konstantin Lühe**

**Rechnerische und messtechnische  
Untersuchung zur Modellierung  
absorbierender Wandverkleidungen bei  
der akustischen Auslegung von  
Flugzeugkabinen**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Maschinenbau/Entwicklung und Konstruktion  
am Department Maschinenbau und Produktion  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit:  
Airbus Operations GmbH  
Interior and Near Field Noise (EPA53)  
Kreetslag 10  
21129 Hamburg

Erstprüfer/in: Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Ihlenburg  
Zweitprüfer/in : Dipl.-Ing. Martin Wandel

Abgabedatum: 17.03.2014



# **Zusammenfassung**

**Konstantin Lühe**

## **Thema der Bachelorthesis**

Rechnerische und messtechnische Untersuchung zur Modellierung absorbierender Wandverkleidungen bei der akustischen Auslegung von Flugzeugkabinen

## **Stichworte**

Technische Akustik, Porös-elastische Materialien, Biot-Theorie, FEM

## **Kurzzusammenfassung**

Absorbierende Wandverkleidungen bestehen oft zu einem großen Anteil aus porösen Materialien, wie zum Beispiel Glaswolle. Hierfür steht in der FE-Software MSC Nastran Release 2013.1 eine neue Materialformulierung zur Verfügung. Die benötigten Materialparameter werden systematisch ermittelt und in verschiedenen Berechnungsmodellen getestet. Damit die Eignung vollständig untersucht werden kann, wird auch ein Vergleich zur aktuell verwendeten Methode vorgenommen.

**Konstantin Lühe**

## **Title of the paper**

Numerical and metrological investigation for modelling sound-absorbing wall coverings in the acoustic design of aircraft cabins

## **Keywords**

Technical acoustics, Poroelastic materials, Biot's theory, FEM

## **Abstract**

Sound-absorbing wall coverings often consist to a large extent of porous materials, such as glass wool. For this purpose a new material formulation is provided by the FE software MSC Nastran Release 2013.1. The required parameters are systematically identified and tested in different models of computation. Thus the suitability can be fully investigated a comparison is being made to the currently applied method.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>IX</b>
<b>Abkürzungen und Symbole</b>	<b>XV</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>XVI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Inhalt der Arbeit . . . . .	2
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Akustik . . . . .	3
2.1.1 Entstehung von Schall . . . . .	4
2.1.2 Wellenarten . . . . .	5
2.1.3 Schallfeldgrößen . . . . .	7
2.1.4 Energiegrößen eines Schallfeldes . . . . .	8
2.1.5 Pegelgrößen . . . . .	9
2.1.6 Wellengleichung . . . . .	10
2.1.7 Impedanz . . . . .	11
2.1.8 Schalldämmung und Schalldämpfung . . . . .	12
2.2 Poröse Materialien . . . . .	14
2.2.1 Biot-Theorie . . . . .	15
2.2.2 Materialparameter der Biot-Theorie . . . . .	17
2.2.3 U-p-Formulierung nach Allard . . . . .	20
2.2.4 Äquivalenter-Fluid-Ansatz . . . . .	22
2.3 Messtechnik . . . . .	23
2.3.1 Die Zwei-Mikrofon-Methode . . . . .	24
2.3.2 Transmissionsversuch . . . . .	26
2.4 Statistische Versuchsplanung . . . . .	29
2.4.1 Latin-Hypercube-Methode . . . . .	29
2.4.2 Response-Surface-Methode . . . . .	30
2.5 Finite-Elemente-Methode . . . . .	32
2.5.1 Frequenzantwortanalyse . . . . .	34
<b>3 Messtechnische Ermittlung der akustischen Eigenschaften von Glaswolle</b>	<b>37</b>
3.1 Impedanz und Absorptionsgrad . . . . .	38
3.1.1 Versuchsdurchführung und Ergebnisse . . . . .	39
3.1.2 Aufbereitung der Messdaten . . . . .	43

3.2	Schalldämmmaß . . . . .	51
3.2.1	Versuchsdurchführung und Ergebnisse . . . . .	52
3.3	Zusammenfassung . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Aufbau der Simulationsmodelle</b>	<b>56</b>
4.1	Porös-elastische Materialien in MSC Nastran . . . . .	57
4.2	Äquivalente-Fluid-Methode . . . . .	61
4.3	Modelle des Impedanzrohres . . . . .	62
4.3.1	Randbedingungen . . . . .	63
4.3.2	Dynamische Last . . . . .	64
4.4	Modelle des Transmissionsversuchs . . . . .	65
4.4.1	Randbedingungen . . . . .	67
4.4.2	Dynamische Last . . . . .	68
4.5	Zusammenfassung . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Ermittlung und Anwendung der Materialparameter</b>	<b>70</b>
5.1	Ermittlung am Kundtschen Rohr . . . . .	71
5.1.1	Variationsbereiche der Materialparameter . . . . .	72
5.1.2	Der Berechnungsablauf . . . . .	75
5.1.3	Ergebnisse für Microlite® AA Standard 0.42pcf . . . . .	80
5.1.4	Ergebnisse für Microlite® AA Premium 0.34pcf . . . . .	81
5.2	Anwendung im Transmissionsversuch . . . . .	82
5.3	Vergleich zur Äquivalente-Fluid-Methode . . . . .	85
5.4	Zusammenfassung . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Schlussbetrachtung</b>	<b>89</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>XVII</b>
<b>A</b>	<b>Anhang Messtechnische Untersuchung</b>	<b>XIX</b>
A.1	Impedanzrohr . . . . .	XIX
A.2	Transmissionsversuch . . . . .	XL
<b>B</b>	<b>Anhang Simulationsmodelle</b>	<b>XLII</b>
B.1	Geometrieerstellung in MSC Patran . . . . .	XLII
B.2	Aufbau einer MSC Nastran Anweisungsdatei . . . . .	XLV
B.3	Nastran Anweisungsdateien . . . . .	LIII
B.3.1	Impedanzrohr: Glaswolle 0 mm U-p . . . . .	LIII
B.3.2	Impedanzrohr: Glaswolle 30 mm U-p . . . . .	LIV
B.3.3	Impedanzrohr: Glaswolle 0 mm Äq.-Fl. . . . .	LV
B.3.4	Transmission: Nur Platte . . . . .	LVI
B.3.5	Transmission: Platte und Glaswolle U-p . . . . .	LVII
B.3.6	Transmission: Platte und Glaswolle Äq.-Fl. . . . .	LVIII
<b>C</b>	<b>Anhang Matlab</b>	<b>LIX</b>
<b>D</b>	<b>Anhang Parameterermittlung</b>	<b>LXVII</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Schallereignisse . . . . .	4
2.2	Wellenarten bei der Schallausbreitung . . . . .	5
2.3	Feldgrößen . . . . .	7
2.4	Wahrnehmung von akustischen Reizen . . . . .	9
2.5	Schalldurchgang eines Mediums . . . . .	12
2.6	Einteilung von porösen Materialien . . . . .	14
2.7	Impedanzrohr für die Zwei-Mikrofon-Methode . . . . .	24
2.8	Transmissionsprüfstand . . . . .	26
2.9	Intensitätsmesssonde . . . . .	28
2.10	Versuchsplan . . . . .	29
2.11	Versuchsraum mit Response-Werten . . . . .	30
2.12	Antwortfläche in 3-D-Darstellung . . . . .	31
2.13	FE-Diskretisierung . . . . .	33
3.1	Impedanzrohr Firma Brüel & Kjær - Type 4206 . . . . .	38
3.2	Materialproben für die Messungen im Kundtschen Rohr . . . . .	39
3.3	Vergleich Absorptionsgrad . . . . .	40
3.4	Vollständige Reflexion an akustisch harter Kolbenscheibe . . . . .	41
3.5	Vergleich Realteil spez. Oberflächenimpedanz . . . . .	42
3.6	Vergleich Imaginärteil spez. Oberflächenimpedanz . . . . .	42
3.7	Vergleich Realteil Reflexionsfaktor . . . . .	43
3.8	Vergleich Imaginärteil Reflexionsfaktor . . . . .	44
3.9	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $Re(r)$ Glättung . . . . .	45
3.10	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $Im(r)$ Glättung . . . . .	45
3.11	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $\alpha$ Glättung . . . . .	46
3.12	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $Re(z)$ Glättung . . . . .	47
3.13	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $Im(z)$ Glättung . . . . .	47
3.14	Vergleich Absorptionsgrad geglättet . . . . .	48
3.15	Vergleich Realteil spez. Oberflächenimpedanz geglättet . . . . .	49
3.16	Vergleich Imaginärteil spez. Oberflächenimpedanz geglättet . . . . .	49
3.17	Vergleich Realteil Reflexionsfaktor geglättet . . . . .	50
3.18	Vergleich Imaginärteil Reflexionsfaktor geglättet . . . . .	50
3.19	Wandaufbau des Transmissionsversuchs . . . . .	51
3.20	Versuchsanordnungen für den Transmissionsversuch . . . . .	51
3.21	Transmissionsprüfstand mit Messsystem . . . . .	52
3.22	Schalldruckpegel im Senderraum . . . . .	52
3.23	Laufbahn der Schallintensitätssonde . . . . .	53
3.24	Schallintensitäten des Empfängerraums . . . . .	53

3.25	Schalldämmmaß der Versuchsanordnungen . . . . .	54
4.1	Definition eines porösen Materials in MSC Nastran [18] . . . . .	57
4.2	TRMCP . . . . .	58
4.3	Nastran-Karte TRMCPL [18] . . . . .	59
4.4	Fluid-PEM-Kopplung mit SOPEN und SIMPER [17] . . . . .	59
4.5	Nastran-Karte ACPEMCP [18] . . . . .	59
4.6	Nastran-Karte ACMODL [18] . . . . .	60
4.7	Reduzierung eines porösen Materials auf ein Fluid . . . . .	61
4.8	Nastran-Karte MAT10 [18] . . . . .	61
4.9	Simulationsmodelle Impedanzrohr . . . . .	62
4.10	SET-Definition des porösen Materials . . . . .	63
4.11	Nastran-Karte ACSRCE [18] . . . . .	64
4.12	Simulationsmodell der versteiften Aluminiumplatte . . . . .	65
4.13	Simulationsmodelle des Transmissionsversuchs . . . . .	67
4.14	Position der Absorberelemente . . . . .	67
4.15	Dynamische Anregung des Transmissionsversuchs . . . . .	69
5.1	Ablaufplan der Parameterrecherche . . . . .	71
5.2	Beispiel einer Antwortfläche . . . . .	77
5.3	Matlab RS-Tool Beispiel . . . . .	78
5.4	RS-Tool für Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) . . . . .	80
5.5	RS-Tool für Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) . . . . .	81
5.6	Schalldämmmaß versteifte Platte . . . . .	83
5.7	Schalldämmmaß Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) . . . . .	84
5.8	Schalldämmmaß Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) . . . . .	84
5.9	Materialparameter Äquivalente-Fluid-Methode . . . . .	85
5.10	Vergleich Absorptionsgrad . . . . .	86
5.11	Vergleich Realteil spezifische Oberflächenimpedanz . . . . .	86
5.12	Vergleich Imaginärteil spezifische Oberflächenimpedanz . . . . .	86
5.13	Vergleich Schalldämmmaß . . . . .	87
A.1	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $\alpha$ . . . . .	XIX
A.2	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm $\alpha$ Glättung . . . . .	XX
A.3	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(z) . . . . .	XX
A.4	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(z) Glättung . . . . .	XXI
A.5	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(z) . . . . .	XXI
A.6	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(z) Glättung . . . . .	XXII
A.7	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(r) . . . . .	XXII
A.8	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(r) Glättung . . . . .	XXIII
A.9	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(r) . . . . .	XXIII
A.10	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(r) Glättung . . . . .	XXIV
A.11	Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm $\alpha$ . . . . .	XXIV
A.12	Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm $\alpha$ Glättung . . . . .	XXV
A.13	Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Re(z) . . . . .	XXV
A.14	Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Re(z) Glättung . . . . .	XXVI
A.15	Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Im(z) . . . . .	XXVI

A.16 Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Im(z) Glättung . . . . .	XXVII
A.17 Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Re(r) . . . . .	XXVII
A.18 Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Re(r) Glättung . . . . .	XXVIII
A.19 Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Im(r) . . . . .	XXVIII
A.20 Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Im(r) Glättung . . . . .	XXIX
A.21 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm $\alpha$ . . . . .	XXIX
A.22 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm $\alpha$ Glättung . . . . .	XXX
A.23 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Re(z) . . . . .	XXX
A.24 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Re(z) Glättung . . . . .	XXXI
A.25 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Im(z) . . . . .	XXXI
A.26 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Im(z) Glättung . . . . .	XXXII
A.27 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Re(r) . . . . .	XXXII
A.28 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Re(r) Glättung . . . . .	XXXIII
A.29 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Im(r) . . . . .	XXXIII
A.30 Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Im(r) Glättung . . . . .	XXXIV
A.31 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm $\alpha$ . . . . .	XXXIV
A.32 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm $\alpha$ Glättung . . . . .	XXXV
A.33 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Re(z) . . . . .	XXXV
A.34 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Re(z) Glättung . . . . .	XXXVI
A.35 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(z) . . . . .	XXXVI
A.36 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(z) Glättung . . . . .	XXXVII
A.37 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Re(r) . . . . .	XXXVII
A.38 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Re(r) Glättung . . . . .	XXXVIII
A.39 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(r) . . . . .	XXXVIII
A.40 Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(r) Glättung . . . . .	XXXIX
A.41 Intensitätspegel Aluminiumplatte . . . . .	XL
A.42 Intensitätspegel Microlite® AA Standard 0.42pcf . . . . .	XL
A.43 Intensitätspegel Microlite® AA Premium 0.34pcf . . . . .	XLI
B.1 Menü MSC Patran . . . . .	XLIII
B.2 Executive Section . . . . .	XLV
B.3 Case Control Section . . . . .	XLVI
B.4 Bulk Data Section . . . . .	XLVIII
B.5 Geometrie des Fluids . . . . .	XLIX
B.6 Dynamische Anregung . . . . .	L
B.7 Geometrie der Glaswolle . . . . .	LI
B.8 Materialdefinition Microlite® AA Standard 0.42pcf . . . . .	LII
B.9 Materialdefinition Microlite® AA Premium 0.34pcf . . . . .	LII
B.10 KundtTube_1.bdf . . . . .	LIII
B.11 KundtTube_2.bdf . . . . .	LIV
B.12 KundtTube_OLD.bdf . . . . .	LV
B.13 PLATE_FLUID.bdf . . . . .	LVI
B.14 PLATE_FLUID_PORO.bdf . . . . .	LVII
B.15 PLATE_FLUID_PORO_OLD.bdf . . . . .	LVIII
C.1 Ordnerstruktur 1 . . . . .	LIX
C.2 Parametervariation_05_12_2013_LHS.m . . . . .	LX

## Abbildungsverzeichnis

---

C.3	Berechnung.m . . . . .	LX
C.4	Versuchsraum2bdf.m . . . . .	LXI
C.5	pch2Output.m Teil 1 . . . . .	LXII
C.6	pch2Output.m Teil 2 . . . . .	LXIII
C.7	Ordnerstruktur 2 . . . . .	LXIV
C.8	RSM_6_Parameter_Grad_4.m Teil 1 . . . . .	LXV
C.9	RSM_6_Parameter_Grad_4.m Teil 2 . . . . .	LXVI
D.1	Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm . . . . .	LXVII
D.2	Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm . . . . .	LXVIII
D.3	Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm . . . . .	LXIX
D.4	Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm . . . . .	LXX

# Abkürzungen und Symbole

$\alpha$ .....	Absorptionsgrad
$\alpha$ .....	Biot-Faktor
$\alpha_\infty$ .....	Tortuosität
$\Delta$ .....	Laplace-Operator
$\delta$ .....	Dissipationsgrad
$\delta_{ij}$ .....	Kronecker-Delta
$\eta$ .....	dynamische Viskosität
$\kappa$ .....	Isentropenexponent
$\lambda$ .....	Eigenwert
$\lambda$ .....	Wellenlänge
$\Lambda_T$ .....	thermische charakteristische Länge
$\Lambda_V$ .....	viskose charakteristische Länge
$\nu$ .....	Querkontraktionszahl
$\Omega$ .....	Porosität
$\omega$ .....	Kreisfrequenz
$\phi$ .....	Transformationsmatrix
$\rho$ .....	Raflexionsgrad
$\rho_0$ .....	Dichte der Umgebungsluft
$\rho_f$ .....	Dichte der Fluidphase
$\rho_s$ .....	Dichte der Festphase
$\sigma$ .....	Spannung
$\tau$ .....	Transmissionsgrad
$\theta$ .....	Hauptdehnungen
$\varepsilon$ .....	Dehnung
$\varphi$ .....	Phasenwinkel
$a$ .....	Beschleunigung
$a_i$ .....	Polynomkoeffizienten
$AFR$ .....	Strömungswiderstand Nastran
$B$ .....	Kompressionsmodul Fluid Nastran
$BIOT$ .....	Biot-Faktor Nastran
$c$ .....	Schallgeschwindigkeit
$c_p$ .....	spezifische Wärmekapazität bei gleichbleibendem Druck
$c_v$ .....	spezifische Wärmekapazität bei gleichbleibendem Volumen

## Abbildungsverzeichnis

---

$D$	.....	Dämpfungsmatrix
$d$	.....	Probendurchmesser
$\det$	.....	Determinante
$\operatorname{div}$	.....	Divergenz
$E$	.....	Elastizitätsmodul
$F$	.....	Kraft
$f$	.....	Frequenz
$FEM$	.....	Finite Elemente Methode
$FFT$	.....	Fast-Fourier-Transformation
$G$	.....	Schubmodul
$GE_f$	.....	Dämpfungskoeffizient Fluidphase
$GE_s$	.....	Dämpfungskoeffizient Festphase
$\operatorname{grad}$	.....	Gradient
$h$	.....	Probendicke
$H_{12}$	.....	Druckübertragungsfunktion
$I$	.....	Schallintensität
$i$	.....	imaginäre Einheit
$I_+$	.....	einfallende Schallintensität
$I_\alpha$	.....	absorbierte Schallintensität
$Im$	.....	Imaginärteil einer komplexen Zahl
$K$	.....	Kompressionsmodul
$K$	.....	Steifigkeitsmatrix
$k$	.....	Wellenzahl
$K_b$	.....	Kompressionsmodul poröses Material
$K_f$	.....	Kompressionsmodul Fluidphase
$K_s$	.....	Kompressionsmodul Festphase
$L$	.....	Faserlänge
$L_I$	.....	Schallintensitätspegel
$L_P$	.....	Schalldruckpegel
$L_W$	.....	Schallleistungspegel
$LHS$	.....	Latin-Hypercube-Sampling
$M$	.....	Massenmatrix
$m$	.....	Masse
$M_i$	.....	Mikrofon an der Stelle $x_i$
$MSC$	.....	MacNeal-Swendler Corporation
$NU$	.....	Querkontraktionzahl Nastran
$P$	.....	Schallleistung
$p$	.....	Druck
$P, Q, N, R$	.....	Biot-Elastizitätskoeffizienten
$p_+$	.....	einfallende Welle

$p_-$ .....	reflektierte Welle
$p_0$ .....	Umgebungsdruck
$p_i$ .....	Druck bei $x_i$
$pcf$ .....	Pounds per Cubic Foot
$PEM$ .....	porös-elastisches Material
$POR$ .....	Porosität Nastran
$Pr$ .....	Prandtl-Zahl
$PRANDTL$ ....	Prandtl-Zahl Nastran
$Q$ .....	Kompressionsmodul Fluid
$q$ .....	Schallfluss
$R$ .....	Faserradius Glaswolle
$R$ .....	Schalldämmmaß
$R$ .....	Strömungswiderstand
$r$ .....	Reflexionsfaktor
$Re$ .....	Realteil einer komplexen Zahl
$RHO$ .....	Dichte Nastran
$RMS$ .....	Root-Mean-Square
$RMS_{rel}$ .....	relativer Root-Mean-Square
$RSM$ .....	Response-Surface-Methodology
$S$ .....	Fläche
$SI$ .....	Intern. Einheitensystem, franz. Système international d'unités
$T$ .....	Temperatur
$t$ .....	Zeit
$T_0$ .....	Umgebungstemperatur
$TLE$ .....	thermische charakt. Länge Nastran
$TOR$ .....	Tortuosität Nastran
$V$ .....	Volumen
$v$ .....	Schallschnelle
$v_+$ .....	Schallschnelle der einfallenden Welle
$v_-$ .....	Schallschnelle der reflektierten Welle
$VISC$ .....	dynamische Viskosität Nastran
$VLE$ .....	viskose charakt. Länge Nastran
$Y$ .....	Eigenvektor
$Z$ .....	Oberflächenimpedanz
$z$ .....	spezifische Impedanz. Verhältnis von $Z$ zu $Z_0$
$Z_0$ .....	charakteristische Impedanz
$Z_a$ .....	akustische Impedanz
$Z_m$ .....	mechanische Impedanz

# Tabellenverzeichnis

3.1	Auflistung der Messparameter . . . . .	39
3.2	Probengeometrie und Materialdichte . . . . .	40
5.1	Auflistung der Materialparameter . . . . .	72
5.2	Auflistung der festen Materialparameter . . . . .	72
5.3	Auflistung der variablen Materialparameter . . . . .	73
5.4	Variationsbereiche der Materialparameter grob . . . . .	75
5.5	Variationsbereiche der Materialparameter fein . . . . .	79
5.6	Materialparameter Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) . . . . .	80
5.7	Ergebnisse Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) . . . . .	80
5.8	Materialparameter Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) . . . . .	81
5.9	Ergebnisse Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) . . . . .	81
5.10	$RMS_{rel}$ im Vergleich . . . . .	85
5.11	Berechnungszeiten . . . . .	87

# 1 Einleitung

Der akustische Komfort für Passagiere und Besatzung ist ein wichtiges Kriterium bei der Konstruktion von Flugzeugkabinen. Die numerische Simulation hat das Ziel, mit realistischen Vorhersagen im Entwurfsstadium spätere aufwendige Nachrüstungen zu ersparen. Hierfür spielt die Qualität des Berechnungsmodells eine entscheidende Rolle. In der Bachelorarbeit soll die Dämmung und Absorption in isolierenden Schichten, zum Beispiel aus Glaswolle, als wesentliches Modellierungsdetail untersucht werden.

Um die akustischen Eigenschaften von Glaswolle, insbesondere die Absorption beim Schalldurchgang, mit Hilfe einer FE-Software zu simulieren, gilt es als gängige Methode, das eigentlich zweiphasige Material, bestehend aus Fest- und Fluidphase, auf ein äquivalentes Fluid mit nur einer Materialphase zu reduzieren. Nachteil dieser Methode ist allerdings, dass sie nur bei Werkstoffen angewandt werden kann, bei denen die Festphase sehr weiche oder sehr steife Eigenschaften besitzt.

Seit dem MSC Nastran Release 2013.1 besteht nun die Möglichkeit, poröse Materialien über die Biot-Theorie in Form der U-p-Formulierung nach Allard zu simulieren. Dabei wird die Fluid- und Festphase des porösen Materials getrennt voneinander beschrieben und deren Interaktion in einer weiteren Materialkarte definiert. Vorteil dieser Formulierung liegt darin, dass neben den oben genannten Materialien auch solche simuliert werden können, bei denen die elastischen Eigenschaften der Festphase nicht vernachlässigt werden dürfen (z. B. polymere Schaumstoffe). Diese Methode verlangt aber, im Gegensatz zu der aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode, nicht mehr nur Kenntnis über drei Materialparameter, sondern insgesamt 16. Darüber hinaus steigt auch die Anzahl der zu berechnenden Knotenfreiheitsgrade. Dadurch ist nicht nur eine zeitintensivere Parameterwert-Ermittlung zu erwarten, sondern auch eine Erhöhung der benötigten Rechenzeit.

Die Erwartung an diese Methode besteht nun aber darin, den Schalldurchgang von porösen Materialien exakter anzunähern und dadurch realistischere Aussagen über die Lärmentwicklung in Flugzeugkabinen bereits im Entwurfsstadium zu treffen und somit spätere aufwendige Nachrüstarbeiten zu verhindern. Inhalt dieser Arbeit ist daher eine methodische Untersuchung, die die Eignung der neu implementierten Methode überprüfen soll. Damit die Eignung vollständig untersucht werden kann, werden nicht nur die nötigen Materialparameter ermittelt und mit Ergebnissen aus messtechnischen Untersuchungen verglichen, sondern es wird auch ein Vergleich zur aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode gezogen.

## 1.1 Inhalt der Arbeit

Damit die akustischen Eigenschaften poröser Materialien simuliert werden können, müssen unabhängig von der verwendeten Methode die optimalen Materialparameter ermittelt werden. Da sich die Materialparameter aber nur sehr schwierig oder teilweise gar nicht messtechnisch ermitteln lassen, werden die Parameterwerte über die Korrelation von Messung und Simulation für sowohl rechnerisch als auch messtechnisch einfach zu bestimmende Kennwerte ermittelt. Hier eignen sich besonders die Kennwerte Impedanz  $Z$  und Absorptionsgrad  $\alpha$  der Materialien, da sie sich mittels einer Messung im Impedanzrohr leicht ermitteln lassen und auch in einer Berechnung leicht zu bestimmen sind. Da in der Vergangenheit schon Untersuchungen bezüglich der Äquivalente-Fluid-Methode angefertigt wurden, beschäftigt sich diese Arbeit vorwiegend mit der neu implementierten Formulierung. Dazu werden im ersten Schritt Messungen im Kundtschen Rohr durchgeführt, um den Absorptionsgrad und die Impedanz verschiedener Glaswolle-Typen und Anordnungen zu ermitteln. Diese Messergebnisse werden im zweiten Schritt durch Simulationen des Kundtschen Rohrs angenähert, indem die Materialparameter der porösen Schicht systematisch variiert werden. Dabei werden Methoden aus der statistischen Versuchsplanung verwendet, um den Simulationsaufwand zu reduzieren. Die Materialwerte, mit denen sich die akustischen Eigenschaften gut reproduzieren lassen, werden anhand eines Transmissionsversuchs an einer vereinfachten Flugzeugwandung, bestehend aus versteifter Aluminiumplatte und Glaswollschicht, überprüft. Der Inhalt dieser Arbeit lässt sich dabei in fünf Bereiche einteilen:

- Der Anfang dieser Arbeit wird, neben der allgemeinen Einarbeitung in den Bereich der technischen Akustik, von der Literaturrecherche zur Biot-Allard-Formulierung gebildet. Darüber hinaus befinden sich im zweiten Kapitel alle weiteren theoretischen Grundlagen zu den in dieser Arbeit verwendeten Methoden und Verfahren.
- Das darauf folgende Kapitel beinhaltet die kompletten messtechnischen Untersuchungen von Glaswolle im Kundtschen Rohr bzw. im Transmissionsprüfstand. Die darin ermittelten Ergebnisse bilden die Vergleichsdaten zur Ermittlung der zur Simulation von Glaswolle benötigten Materialparameter.
- Im vierten Kapitel werden die Simulationsmodelle beschrieben, die die Untersuchungsgegenstände der Parameterwert-Ermittlung bilden. Diese werden aus den Messungen des vorherigen Kapitels abgeleitet und umfassen somit zwei Modelle eines Kundtschen Rohres und zwei Modelle eines Transmissionsprüfstandes. Neben den einzelnen Geometrien wird in diesem Kapitel auf die jeweiligen Randbedingungen und die dynamischen Lasten eingegangen.
- Nachfolgend wird beschrieben, wie die Parameterwerte der einzelnen Glaswolle-Typen ermittelt wurden und wie die ermittelten Materialparameter im Transmissionsversuch angewendet werden. Darüber hinaus wird in diesem Kapitel der Vergleich zu der Äquivalente-Fluid-Methode gezogen.
- Abschließend folgt ein allgemeines Fazit zu den in dieser Arbeit behandelten Themen und den so erlangten Ergebnissen bzw. Erkenntnissen.

## 2 Theoretische Grundlagen

Die in diesem Kapitel behandelten Themen bilden das theoretische Fundament dieser Arbeit, um die behandelten Thematiken begrifflich und nachvollziehbar zu machen. Da sich der Inhalt dieser Arbeit mit der vibroakustischen Auslegung von Flugzeugkabinen befasst, bietet der Anfang dieses Kapitels eine Einführung in den Bereich Akustik (2.1). Als eines der zentralen Themen wird die Schallausbreitung in porös-elastischen Materialien, insbesondere in Glaswolle, behandelt. Daher widmet sich der zweite Teil der Charakterisierung, den möglichen mathematischen Formulierungen und den dafür benötigten Materialparametern (2.2). Für die Bestimmung der Materialparameter, zur Simulation der akustischen Eigenschaften verschiedener Glaswolle-Typen, werden im Laufe der Arbeit unterschiedliche Arten von messtechnischen Untersuchungen nötig sein, um Vergleichsdaten zu ermitteln. Diese werden in dem nachfolgenden Abschnitt aufgeführt und erläutert. Darüber hinaus werden für die Parameterbestimmung Methoden aus dem Bereich der statistischen Versuchsplanung verwendet, um den Zeit- und damit den Kostenaufwand zu reduzieren. Die Hintergründe dazu werden abschließend zu diesem Kapitel in Abschnitt 2.4 behandelt.

### 2.1 Akustik

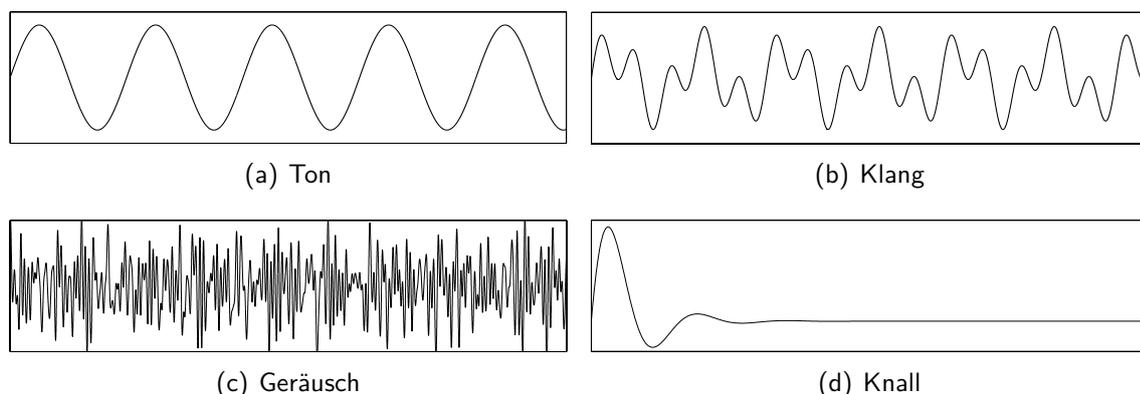
Dieses Kapitel dient der einführenden Erklärung in die Akustik. Dabei wird auf die Entstehung und die Ausbreitung des Schalls in verschiedenen Medien eingegangen. Darüber hinaus werden die wichtigsten Parameter und Größen dieses Gebiets erläutert.

Als Teilbereich der Physik beschäftigt sich die Akustik mit der Lehre von mechanischen Schwingungen in elastischen Medien. Diese Schwingungen werden als Schall bezeichnet und nach dem Ausbreitungsmedium in Körper-, Flüssigkeits- und Luftschall unterteilt [23, S. 25]. Der vom Menschen hörbare Bereich liegt bei etwa  $16\text{ Hz}$ – $16000\text{ Hz}$ . Der darunterliegende Bereich wird als Infraschall und der darüberliegende Bereich als Ultraschall bezeichnet [15, S. 1].

### 2.1.1 Entstehung von Schall

Schall entsteht, wenn die elementaren Teilchen von festen, flüssigen oder gasförmigen Medien in Schwingung versetzt werden. Die angeregten Teilchen werden aus ihrer Ruhelage herausbewegt und oszillieren um diese Position. Dabei regen sie wiederum ihre benachbarten Teilchen an. Es entsteht eine Art Kettenreaktion, bei der der Schall sich wellenartig fortpflanzt. Je nach Ausbreitungsmedium geschieht die Schallfortpflanzung durch unterschiedliche Wellenarten (Kapitel 2.1.2). Wichtig ist, dass bei diesem Mechanismus keine Materie weitergeleitet wird, sondern nur die Energie des Schalls [23, S. 26]. Allerdings findet dies nicht verlustfrei statt. Aufgrund der aneinander schwingenden Teilchen entstehen Reibungsverluste die durch die Dämpfung angegeben werden. Die orts- und zeitabhängigen Schwingungen der Teilchen um ihre Ruhelage bedeuten eine minimale kurzfristige Schwankung im lokalen Druck bzw. in der lokalen Dichte des Ausbreitungsmediums. Bei dem Luftschall zum Beispiel bedeutet dies eine minimale lokale Druckschwankung um den herrschenden Umgebungsdruck  $p_0$ , der als Schalldruck  $p$  bezeichnet und in  $N/m^2$  oder  $Pa$  angegeben wird. Aus diesem Grund können sich Schallwellen, im Gegensatz zu elektromagnetische Wellen, wie zum Beispiel das Licht, nicht im Vakuum ausbreiten. Sie benötigen immer ein Medium, in dem sie sich ausbreiten können.

Das menschliche Gehör kann ausschließlich den Luftschall in einem Frequenzbereich von  $16\text{ Hz}$ – $1600\text{ Hz}$  als Ton, Klang, Geräusch oder Knall wahrnehmen. Oft kommt es jedoch vor, dass sich Körper- bzw. Flüssigkeitsschall auf angrenzende Luftschichten überträgt und so in Luftschall umgewandelt wird. Die Unterscheidung in Töne, Klänge, Geräusche und Knalle wird nach [11, S. 103] anhand der in dem Signal enthaltenen Anzahl von Frequenzen vorgenommen. Während ein reiner Ton einer einzigen Sinus-schwingung entspricht, erhält man einen Klang aus der Überlagerung verschiedener Töne. Zusammen ergeben sie einen periodischen, jedoch nicht mehr harmonischen Kurvenverlauf. Ein Geräusch besteht aus sehr vielen Frequenzen, wodurch eine unregelmäßige, nicht periodische Schwingung entsteht. Ein kurzzeitiges Schallereignis, das durch eine große Anfangsamplitude gekennzeichnet ist, wird als Knall bezeichnet.



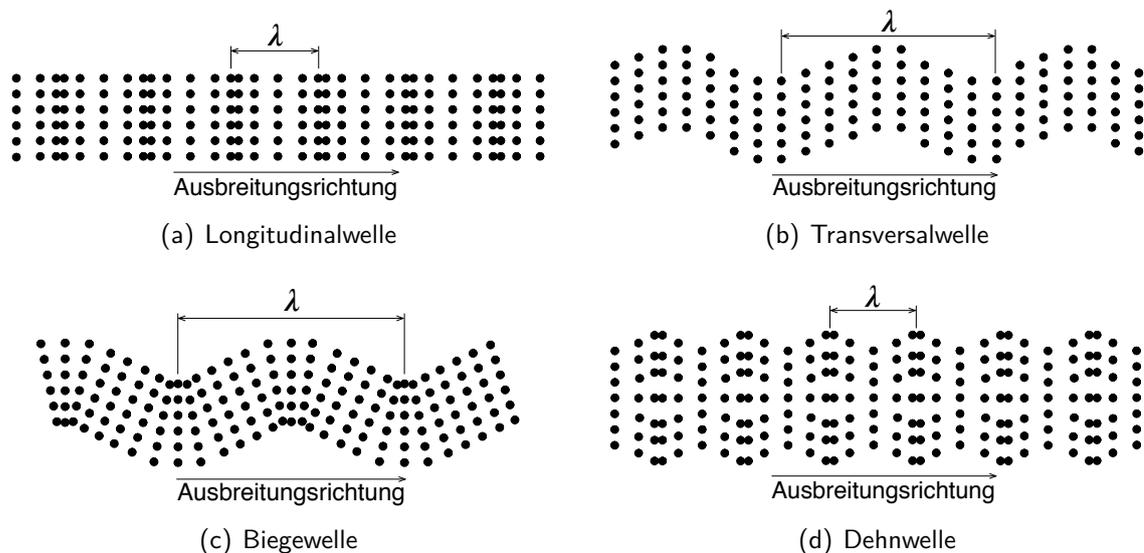
**Abbildung 2.1:** Schallereignisse

### 2.1.2 Wellenarten

In Gasen können, im Gegensatz zu Festkörpern, keine Schubkräfte übertragen werden, da keine Bindung zwischen den einzelnen Atomen besteht. Der Spannungstensor für einen Festkörper bzw. für ein Gas ergeben unter der Annahme eines isentropen Festkörpers bzw. eines idealen Gases zu:

$$\sigma_{ij}^s = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \sigma_{ij}^f = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix}$$

Aufgrund der fehlenden Schubspannungskomponenten bei Gasen und Flüssigkeiten, können sich dort nur Longitudinalwellen ausbreiten, d. h. die Teilchen bewegen sich nur in Richtung der Wellenausbreitung hin und her (Abb. 2.2(a)). In Festkörpern hingegen treten neben dieser Wellenform noch Transversalwellen (Abb. 2.2(b)) auf. Bei ihnen bewegen sich die Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.



**Abbildung 2.2:** Wellenarten bei der Schallausbreitung

Reine Longitudinalwellen bzw. Transversalwellen treten allerdings nur in Körpern auf, deren Abmessungen unendlich groß bzw. als sehr groß gegenüber der auftretenden Wellenlänge angesehen werden können [23, S. 27]. Sind die Abmessungen eines Festkörpers in einer oder zwei Dimensionen mit der herrschenden Wellenlänge zu vergleichen, treten in ihnen Schallwellen auf, die eine Mischung beider Wellenarten darstellen. Platten zum Beispiel sind dadurch gekennzeichnet, dass ihre Dicke sehr klein gegenüber ihren anderen Abmessungen ist. In solchen Körpern sind oft Biegewellen (Abb. 2.2(c)) zu beobachten. Stäbe sind gegenüber Platten in einer weiteren Raumdimension begrenzt, wodurch die Longitudinalwellen überwiegen und es eher zu Dehnwellen (Abb. 2.2(d)) kommt [23, S. 27ff.].

Die Geschwindigkeit, mit der sich der Schall in einem Medium fortpflanzt, wird als Schallgeschwindigkeit  $c$  bezeichnet. Sie ist eine werkstoffabhängige Größe, die bei Luft ( $20\text{ }^\circ\text{C}$ ) ca.  $343\text{ m/s}$  beträgt. In Feststoffen ist sie dagegen größer. Errechnet werden kann sie aus dem Produkt der Wellenlänge  $\lambda$  und der Frequenz  $f$ :

$$c = \lambda \cdot f \quad (2.1)$$

Für ideale Gase, somit auch für Luft, kann die Schallgeschwindigkeit unabhängig von der Anregungsfrequenz aus der Dichte  $\rho_0$ , dem Druck  $p_0$  bzw. aus dem Kompressionsmodul  $K$  und dem Isentropenexponenten  $\kappa$  errechnet werden:

$$c = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} \quad (2.2)$$

Bei Festkörpern muss bei der Berechnung der Schallgeschwindigkeit eine Unterscheidung hinsichtlich der verschiedenen Wellenarten gemacht werden. Dabei ist die Schallgeschwindigkeit im Allgemeinen abhängig von dem Elastizitätsmodul  $E$ , der Dichte  $\rho$  und der Querkontraktionszahl  $\nu$ . Bei BiegeWellen dagegen ist sie auch noch von der Anregungsfrequenz  $f$  abhängig. An dieser Stelle soll aber eine Unterscheidung hinsichtlich Longitudinal- und Transversalwelle ausreichend sein. Eine vertiefende Ausführung zu diesem Thema ist zum Beispiel in [15, S. 123] zu finden:

$$c_{longitudinal} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-\nu-2\nu^2)}} \quad (2.3)$$

$$c_{transversal} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (2.4)$$

Da sich die vorliegende Arbeit primär mit der Schallausbreitung in Luft befasst, dienen die folgenden Abschnitte der weiteren Erklärung dieses Gebiets. Dabei lassen sich die wesentlichen Kenngrößen in drei Gruppen unterscheiden.

- Schallfeldgrößen
- Energiegrößen eines Schallfelds
- Pegelgrößen

Diese bilden die Überschriften der nächsten Abschnitte, in denen auf die wichtigsten Größen des Luftschalls eingegangen wird.

### 2.1.3 Schallfeldgrößen

Als Schallfeld wird die Ausbreitung des Schalls in einem elastischen Medium bezeichnet. Die Beschreibung eines solchen Schallfeldes geschieht dabei über die zeitliche und örtliche Verteilung zweier Größen, die auch als Schallfeldgrößen bezeichnet werden. Zum einen handelt es sich dabei um die durch die Schallwellen hervorgerufenen Druckschwankungen des Ausbreitungsmediums (Schalldruck  $p$ ) um den Umgebungsdruck  $p_0$  und zum anderen um die Geschwindigkeit der Teilchen (Schallschnelle  $v$ ) [23, S. 28ff.].

Nachfolgend werden diese Größen anhand von ebenen fortschreitenden Schallwellen (Ausbreitung in nur einer Raumrichtung) erklärt. Bei einer solchen Schallwelle sind die beiden Größen phasengleich (siehe Abb. 2.3).

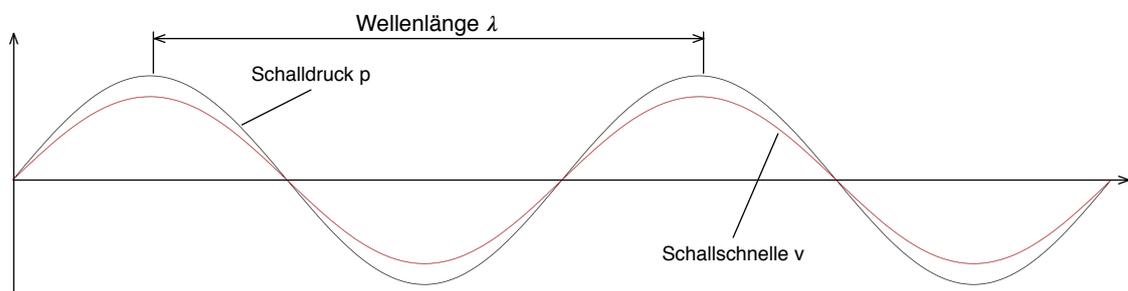


Abbildung 2.3: Feldgrößen

#### Schalldruck $p$

Eine Schallwelle ist u. a. durch eine lokale Druckänderung des Ausbreitungsmediums gekennzeichnet. Diese Druckschwankungen werden als Schalldruck  $p$  bezeichnet, der dem herrschenden Umgebungsdruck  $p_0$  überlagert ist. Diese Über- bzw. Unterdrücke sind allerdings sehr klein, bezogen auf den Umgebungsdruck. Ein normales Gespräch zwischen zwei Menschen zum Beispiel verursacht eine Druckänderung des Umgebungsdrucks von ca.  $101325 \text{ N/m}^2$  von gerade einmal  $10^{-2}$ – $10^{-1} \text{ N/m}^2$  [23, S. 29].

Dabei ist in Gasen eine Druckänderung immer an eine Dichteänderung  $\rho$  gekoppelt. Da diese Änderungen so schnell ablaufen, dass kein Wärmeaustausch mit der Umgebung auftritt, lässt sich auf Basis einer adiabaten Zustandsänderung nachfolgende Beziehung zwischen dem Druck und der Dichte herleiten [23, S. 30]:

$$\frac{p}{p_0} = \kappa \cdot \frac{\rho}{\rho_0} \quad (2.5)$$

In dieser Gleichung ist  $p$  der Schalldruck,  $p_0$  der Umgebungsdruck,  $\rho$  die Dichteschwankung,  $\rho_0$  die Ruhedichte und  $\kappa$  ist der Isentropenexponent, der bei Luft ca. 1,4 beträgt. Er stellt ein Verhältnis der spezifischen Wärmekapazität bei gleichbleibendem Druck  $c_p$  zu der spezifischen Wärmekapazität bei gleichbleibendem Volumen  $c_v$  dar.

**Schallschnelle  $v$** 

Die Schallschnelle  $v$  gibt, im Gegensatz zu der Schallgeschwindigkeit  $c$ , nicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls an, sondern die Geschwindigkeit mit der sich die einzelnen Teilchen bei den Schwingungen bewegen. Geht man von einer sinusförmigen Anregung aus, lässt sich der Schwingweg eines Teilchens durch die Gleichung einer harmonischen Schwingung bestimmen [23, S. 29]:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (2.6)$$

In dieser Gleichung ist  $A$  die Amplitude, oder auch Schwingweg genannt,  $\omega = 2\pi f$  die Kreisfrequenz,  $t$  die Zeit und  $\varphi$  die Phase der Schwingung. Die Schallschnelle  $v$  ist nun definiert als Schwingweg pro Zeiteinheit und kann dementsprechend durch die Ableitung der Gleichung 2.6 nach der Zeit bestimmt werden:

$$v = \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.7)$$

**2.1.4 Energiegrößen eines Schallfeldes**

Um den Energieinhalt eines Schallfeldes zu charakterisieren, werden in der Regel die zwei Energiegrößen Schallintensität  $I$  und die Schallleistung  $P$  verwendet. Nachfolgend werden diese Größen anhand von ebenen fortschreitenden Schallwellen erklärt.

**Schallintensität  $I$** 

Unter der Schallintensität ist die Schallenergie zu verstehen, die pro Zeiteinheit durch ein Flächenelement hindurchtritt [23, S. 35]. Dementsprechend wird sie in  $J/(s \cdot m^2)$  oder kurz in  $W/m^2$  angegeben.

Für eine ebene fortschreitende Welle ergibt sie sich aus dem Produkt von den im Kapitel 2.1.3 beschriebenen Größen Schalldruck und Schallschnelle:

$$I = p \cdot v \quad (2.8)$$

**Schallleistung  $P$** 

Die Schallleistung  $P$  stellt die Schallenergie dar, die pro Zeiteinheit durch eine beliebig große, zur Ausbreitungsrichtung senkrecht befindliche Fläche  $S$  hindurchtritt [23, S. 35]. Sie wird in  $J/s$  oder kurz  $W$  angegeben und kann mit der oben definierten Größe der Schallintensität folgendermaßen berechnet werden:

$$P = I \cdot S \quad (2.9)$$

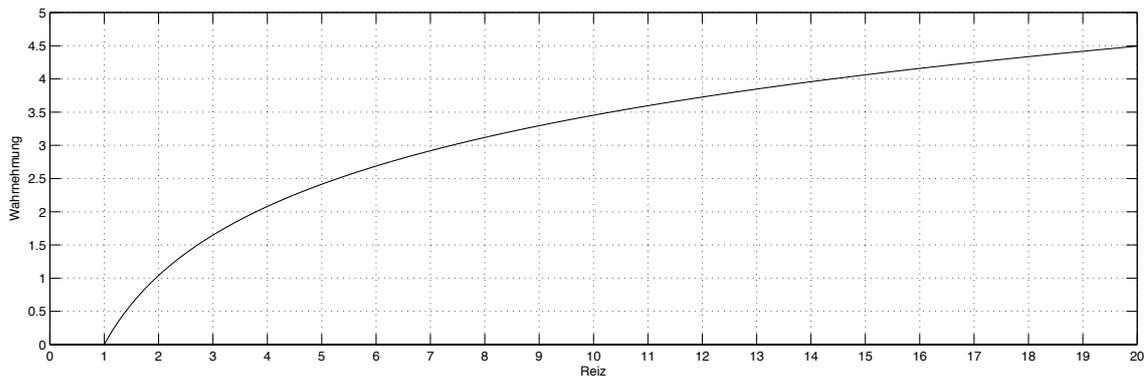
Zur Charakterisierung stationärer Quellen wird dagegen der zeitliche Mittelwert dieser Energiegrößen angegeben [15, S. 47]:

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt \quad (2.10)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt \quad (2.11)$$

### 2.1.5 Pegelgrößen

Die menschliche Wahrnehmung von akustischen Reizen unterliegt keinen linearen, sondern einem logarithmischen Gesetz, d. h. schwache Reize kurz oberhalb der Wahrnehmungsgrenze werden stark hervorgehoben und große Reize werden in ihrer Wahrnehmung stark abgeschwächt (Abb. 2.4).



**Abbildung 2.4:** Wahrnehmung von akustischen Reizen

Dieser Zusammenhang ist als Weber-Fechner-Gesetz bekannt [15, S. 5]. Aufgrund dieses Zusammenhangs wurden im Bereich der Akustik die Pegelgrößen eingeführt, die ein Maß für den wahrgenommenen Reiz darstellen. Pegel werden in Dezibel ( $dB$ ) angegeben und mit Hilfe von Bezugswerten berechnet, die den Wahrnehmungsschwellen des menschlichen Gehörs entsprechen. Der vom Menschen geringste wahrnehmbare Schalldruck zum Beispiel liegt bei etwa  $2 \cdot 10^{-5} Pa$  und bildet somit den Bezugswert zur Ermittlung des Schalldruckpegels  $L_P$ :

$$L_P = 20 \cdot \log \left( \frac{p}{p_0} \right) \quad (2.12)$$

Ein Schalldruckpegel von  $0 dB$  entspricht somit der Wahrnehmungsgrenze des Menschen. Die Schmerzgrenze liegt bei etwa  $2 \cdot 10^2 Pa$ , was einem Schalldruckpegel von  $140 dB$  entspricht. Somit deckt das menschliche Gehör in etwa sieben Zehnerpotenzen ab. Äquivalent zu der Gleichung 2.12 wird der Schallintensitätspegel  $L_I$  bzw. der Schalleistungspegel  $L_W$  durch nachfolgende Gleichungen bestimmt:

$$L_I = 20 \cdot \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (2.13)$$

$$L_W = 20 \cdot \log \left( \frac{P}{P_0} \right) \quad (2.14)$$

Die Bezugswerte für die Berechnung von Pegeln werden im Allgemeinen durch [4] festgelegt und liegen für die Bestimmung des Schallintensitätspegels bzw. des Schalleistungspegels bei  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$  bzw. bei  $P_0 = 10^{-12} W$ .

### 2.1.6 Wellengleichung

Die mathematische Beschreibung von Schallwellen in einem reibungsfreien und ruhenden Gas, geschieht über eine partielle Differentialgleichung, die aus der Kontinuitätsgleichung (2.15), der Euler-Gleichung (2.16) und einer Druck-Dichte-Beziehung (2.17) hergeleitet wird [23, S. 55ff.]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.15)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = -\operatorname{grad}(p) \quad (2.16)$$

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\kappa \quad (2.17)$$

Die Kontinuitätsgleichung in der Form 2.15 beschreibt die Massenerhaltung in einem quellen- und senkenfreien Fluid. Die Euler-Gleichung beschreibt die Impulserhaltung für den Fall, dass Reibungs- und Volumenkräfte vernachlässigt werden können. Die Druck-Dichte-Beziehung wird für den Fall eines idealen gasförmigen Ausbreitungsmediums aus der Thermodynamik verwendet [15, S. 20ff.]. Sie setzt eine adiabate Zustandsänderung voraus, d. h. es findet keine Wärmeleitung zwischen den Gasteilchen statt.

Aus Kombination dieser Gleichungen ergibt sich eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, die von dem Schalldruck  $p$  bzw. von der zweifachen zeitlichen und örtlichen Ableitung und der Schallgeschwindigkeit  $c$  abhängig ist. Sie wird Wellengleichung genannt und ergibt sich für den allgemeinen Fall zu:

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.18)$$

Betrachtet man das Fluid in kartesischen Koordinaten  $(x, y, z)$ , ergibt sich die Formel 2.18 zu:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Für die Ausbreitung von Schallwellen in einem Rohr ist es dagegen zweckmäßiger, das Fluid in Zylinderkoordinaten  $(r, \varphi, z)$  zu betrachten. Dadurch ergibt sich die Wellengleichung zu:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.20)$$

Geht man von einem zeitlich harmonischen Druckverlauf  $p = \hat{p} e^{i\omega t}$  aus, erhält man nach Einsetzen in die allgemeine Wellengleichung und Trennung der Variablen die Helmholtzgleichung, mit der sich die Schallausbreitung in Luft beschreiben lässt:

$$\Delta p + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0 \quad (2.21)$$

### 2.1.7 Impedanz

Unter dem Begriff Impedanz versteht man in der Technik generell komplexe Widerstände [24, S. 36]. In dem Bereich der technischen Akustik werden insgesamt drei Impedanzbegriffe unterschieden. Es handelt sich dabei um die Schallkennimpedanz  $Z_0$ , die mechanische Impedanz  $Z_m$  und um die akustische Impedanz  $Z_a$ , die in diesem Kapitel beschrieben werden.

#### Schallkennimpedanz $Z_0$

Die Schallkennimpedanz  $Z_0$  ist definiert als das Verhältnis von Schalldruck  $p$  zu Schallschnelle  $v$ . Aufgrund möglicher Phasenunterschiede zwischen diesen beiden Größen, muss die Schallkennimpedanz als komplexe Größe angesehen werden. In einer ebenen fortschreitenden Welle sind allerdings diese beiden Größen zueinander phasengleich (Abb. 2.3) und das Verhältnis ist zu jedem Zeitpunkt und an jeder Stelle eines Raumes konstant [23, S. 32]. Dieses Verhältnis ist gleich dem Produkt aus der Dichte  $\rho_0$  und der Schallgeschwindigkeit  $c$  eines Ausbreitungsmediums und wird als Schallkennimpedanz  $Z_0$  bezeichnet und in  $Ns/m^3$  angegeben:

$$Z_0 = \frac{p}{v} = \rho_0 \cdot c \quad (2.22)$$

Sie stellt somit eine charakteristische Größe für das jeweilige Ausbreitungsmedium dar, die Auskunft darüber gibt, wie groß der Widerstand gegenüber der Schallausbreitung ist.

#### Mechanische Impedanz $Z_m$

In dem Bereich von Körperschall oder technischen Schwingern beschreibt die mechanische Impedanz  $Z_m$  den mechanischen Widerstand, den eine Struktur einer anregenden Kraft entgegensetzt [14, S. 430]. Sie ist definiert als das Verhältnis der anregenden Wechselkraft  $F$  zu der Schallschnelle  $v$  und wird in  $Ns/m$  angegeben:

$$Z_m = \frac{F}{v} \quad (2.23)$$

Alle drei Größen müssen als komplex angesehen werden. Sind jedoch Wechselkraft  $F$  und Schallschnelle  $v$  zueinander phasengleich, ist die mechanische Impedanz eine reellwertige Größe. Dabei wird in Eingangsimpedanz und Transferimpedanz unterschieden. Bei der Eingangsimpedanz wird die Kraft und die Schallschnelle an demselben Punkt gemessen, wohingegen bei der Transferimpedanz diese beiden Größen an jeweils unterschiedlichen Punkten bestimmt werden.

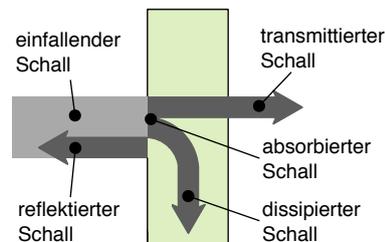
#### Akustische Impedanz $Z_a$

Die akustische Impedanz spielt zum Beispiel bei akustischen Rohrleitungssystemen eine Rolle. Sie ist definiert als das Verhältnis von dem Schalldruck zu dem Produkt aus der Schallschnelle und dem Strömungsquerschnitt  $S$  - oder kurz: das Verhältnis von Schalldruck  $p$  zu Schallfluss  $q$  - und wird in  $Ns/m^5$  angegeben:

$$Z_a = \frac{p}{v \cdot S} = \frac{p}{q} \quad (2.24)$$

### 2.1.8 Schalldämmung und Schalldämpfung

Wenn man den Schalldurchgang durch ein Medium betrachtet, so wird der einfallende Schall je nach Durchgangsmedium in reflektierten, transmittierten und dissipierten Schall aufgespalten. Der absorbierte Schall entspricht der Summe aus transmittiertem und dissipiertem Schall. (Abb. 2.5).



**Abbildung 2.5:** Schalldurchgang eines Mediums

Durch die Bildung von verschiedenen Verhältnissen werden Größen definiert, die eine Aussage über die akustischen Eigenschaften eines Mediums bzw. eines Wandaufbaus zulassen. Diese werden nachfolgend anhand der Schalldämmung und der Schalldämpfung erklärt. Unter Schalldämmung versteht man eine Behinderung der Schallausbreitung durch Reflexion, wohingegen die Schalldämpfung als Aufnahme der Schallleistung zu verstehen ist. Da die Begriffe Schalldämmung und Schalldämpfung oft miteinander verwechselt werden [23, S. 59] und da sie einen wichtigen Bestandteil dieser Arbeit bilden, werden diese Begriffe nachfolgend erklärt.

#### Schalldämmung

Die Schalldämmung ist auf die Reflexion von Schallwellen an einer Trenn- oder Grenzfläche zwischen zwei Medien zurückzuführen. Als aussagekräftige Größe der Schalldämmung bzw. von Reflexionen dient der Reflexionsfaktor  $r$ . Er ist definiert als das Verhältnis der Schalldrücke  $p$  von reflektierter zu einfallender Schallwelle. Darüber hinaus kann er über die unterschiedlichen Schallkennimpedanzen der Ausbreitungsmedien gebildet werden. Für den senkrechten Schalleinfall ergeben sich die Formeln zur Berechnung des Reflexionsfaktors nach [23, S. 60] zu:

$$r = \frac{p_-}{p_+} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \quad (2.25)$$

Bildet man das Verhältnis der dazugehörigen Intensitäten, so erhält man den Reflexionsgrad  $\rho$ :

$$\rho = \frac{I_-}{I_+} = \frac{p_-^2}{p_+^2} = r^2 \quad (2.26)$$

Wie die Formel 2.25 verdeutlicht, sollten sich für eine hohe Schallreflexion die Schallkennimpedanzen der einzelnen Medien möglichst stark voneinander unterscheiden. So sollte für die Schalldämmung von Luftschall zum Beispiel eine möglichst starre Trennwand mit hoher Masse verwendet werden.

### Schalldämpfung

Der nicht reflektierte Teil der Schallintensität wird unter dem Begriff der Schalldämpfung - oder auch Schallabsorption genannt - zusammengefasst. Dabei wird erst einmal nicht zwischen der transmittierten und dissipierten Intensität unterschieden.

Der Absorptionsgrad  $\alpha$  ist definiert als Verhältnis der absorbierten Intensität  $I_\alpha$  zur einfallenden Intensität  $I_+$ :

$$\alpha = \frac{I_\alpha}{I_+} = \frac{I_+ - I_-}{I_+} \quad (2.27)$$

Er stellt somit eine Größe dar, die zur Beurteilung der absorbierenden Eigenschaften von Wandaufbauten und Medien verwendet wird.

Zur Beurteilung der transmittierten Schallintensität  $I_\tau$  kann der Transmissionsgrad  $\tau$  gebildet werden. Er ist definiert als Quotient von transmittierter Schallintensität  $I_\tau$  zu einfallender Intensität  $I_+$ :

$$\tau = \frac{I_\tau}{I_+} \quad (2.28)$$

Auskunft über die tatsächlich in Wärme umgewandelte Schallintensität  $I_\delta$  gibt der Dissipationsgrad  $\delta$ . Er kann somit aus der Differenz von Absorptionsgrad und Transmissionsgrad gebildet werden:

$$\delta = \alpha - \tau \quad (2.29)$$

Befindet sich ein Schallabsorber direkt vor einer schallharten Wand, ist der Absorptionsgrad  $\alpha$  gleich dem Dissipationsgrad  $\delta$ , da keine Schallintensität transmittiert werden kann.

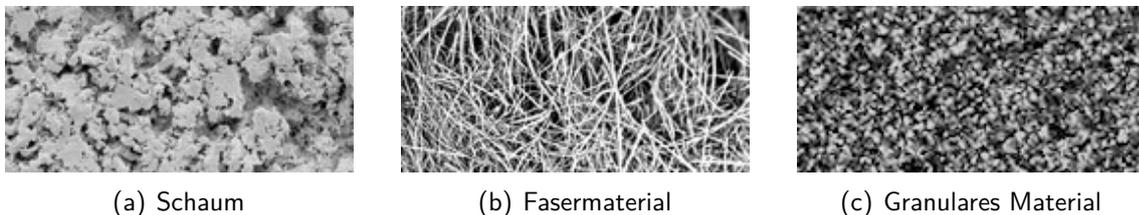
Alle die in diesem Abschnitt behandelten Größen sind einheitenlos und können Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt somit:

$$\rho + \tau + \delta = 1 \quad (2.30)$$

Im Gegensatz zur Schalldämmung, bei der sich die Schallkennimpedanzen der verschiedenen Ausbreitungsmedien möglichst unterscheiden sollten, sollten sie sich bei der Schalldämpfung bzw. der Schallabsorption möglichst nicht voneinander unterscheiden, damit der Schall ohne großen Widerstand in das Absorbermaterial eindringen kann. Daher werden für die Schalldämpfung von Luftschall vorwiegend poröse Absorber mit durchgehenden Poren verwendet, wie zum Beispiel Glas- bzw. Steinwolle. Die Verringerung der Schallenergie geschieht dann über die Reibung der Luftteilchen an dem Skelett des porösen Materials (siehe Kapitel 2.2), d. h. die Schallenergie wird in Wärmeenergie umgewandelt.

## 2.2 Poröse Materialien

Poröse Materialien besitzen eine Festkörperstruktur, die im Inneren Porenräume und ggf. Porenkanäle aufweist und so eine Fluidströmung durch das Material zulässt. Daher werden solche Stoffe als ein Zusammenschluss von zwei Phasen aufgefasst. Die Festphase bildet das Skelett des porösen Materials, deren Poren mit der Fluidphase (Luft) gesättigt sind. Wird ein poröses Material durch eine akustische Anregung in Bewegung versetzt, wird dem System durch Reibung der Fluidteilchen am Skelett Energie entzogen. Durch diese Interaktion wirken poröse Materialien in erster Linie schalldämmend und werden daher häufig in Wandaufbauten eingesetzt, die diese Eigenschaft erfüllen sollen. Sie können durch Art der Herstellung und ihre Eigenschaften in drei Gruppen unterteilt werden [10].



**Abbildung 2.6:** Einteilung von porösen Materialien

- **Schäume** bestehen in dem Bereich der Akustik hauptsächlich aus Schaumstoffen, die aus polymeren Kunststoffen hergestellt werden. In anderen Bereichen des Ingenieurwesens spielen zum Beispiel Metallschäume eine große Rolle. Alle Schäume haben gemeinsam, dass ihre Struktur aus einer zusammenhängenden Werkstoffmatrix besteht, die durch das Aufschäumen des Ausgangsstoffs porös wird.
- **Fasermaterialien** sind Werkstoffe, die aus einzelnen Fasern bestehen und meist durch einen Binder, oder durch die Anordnung der Fasern, zusammengehalten werden. Zu ihnen zählen u. a. Glas- und Steinwollen, aber auch Materialien wie Filze und Watte.
- **Granuläre Materialien** bestehen aus vielen einzelnen Partikeln, die untereinander entweder verbunden oder auch nicht verbunden sind. Aufgrund der einzelnen Partikelformen werden zwischen ihnen Hohlräume gebildet.

Im Flugzeugbau wird für die akustische und thermische Dämmung hauptsächlich Glaswolle verwendet, da sie in Form von Matten leicht zu verbauen ist, hohe Dämmeigenschaften besitzt und dabei eine verhältnismäßig geringe Dichte aufweist.

Über die elastischen Eigenschaften der Festphase werden in der Literatur (z. B. [22]) zwei Ansätze angewendet, um die akustischen Eigenschaften eines porösen Materials mathematisch zu beschreiben. In den nachfolgenden Abschnitten werden diese unter Zuhilfenahme der Quelle [22, S. 73-135] erläutert und beschrieben.

### 2.2.1 Biot-Theorie

M. A. Biot formulierte 1956 die Theorie für die Modellierung poro-elastischer Materialien. Darin werden sowohl die Bewegungen der Fest- und Fluidphase als auch deren Wechselwirkungen berücksichtigt, sodass drei Wellenformen der Schallausbreitung gleichzeitig erfasst werden können. Bei den drei Wellenformen handelt es sich um eine Longitudinalwelle in der Fluidphase und eine Transversal- bzw. Longitudinalwelle in der Festphase des poro-elastischen Materials (siehe 2.1.2). Dabei beruht die Biot-Theorie auf den folgenden Annahmen [5, s. 200]:

- Das eigentlich heterogen angeordnete poröse Material wird als ein Medium mit homogenem Aufbau angesehen, in dem die Festphase einen Anteil von  $1-\Omega$  und die Fluidphase einen Anteil von  $\Omega$  von dem Gesamtvolumen einnimmt.
- Der Druck und die elastischen Spannungen sind an jedem Punkt des Materials definiert.
- Die Wellenlänge  $\lambda$  ist groß im Vergleich zu den Charakteristiken des porösen Materials (z. B. Porengröße, Glasfaserdicke).
- Fluid- und Festphase unterliegen nur kleinen Verschiebungen, sodass die lineare Elastizitätstheorie Anwendung findet.
- Die Fluidphase ist kontinuierlich. Es werden nur offene Poren in die Porosität mit einbezogen, die eine Fluidströmung zulassen und die vollständig mit der Fluidphase gesättigt sind. Alle geschlossenen Poren werden als Teil der Festphase angesehen.

Basierend auf diesen Annahmen kann ein gekoppeltes Gleichungssystem aufgestellt werden, mit dem es ermöglicht wird, die gekoppelten Schwingungen der Fluid- und Festphase zu berechnen.

Die Spannungs- bzw. Dehnungstensoren der Fluid- und Festphase ergeben sich nach [6, S. 169] wie folgt:

$$\sigma_{ij}^s = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{ij}^s = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{ij}^f = \begin{pmatrix} -\Omega p^f & 0 & 0 \\ 0 & -\Omega p^f & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega p^f \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{ij}^f = \begin{pmatrix} \varepsilon^f & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^f & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^f \end{pmatrix}$$

Die Spannungs-Dehnungsbeziehungen wurden von Biot unter der Annahme eines isotropen Materials hergeleitet und lauten nach [22, S. 112] wie folgt:

$$\sigma_{ij}^s = [(P - 2N)\theta^s + Q\theta^f] \delta_{ij} + 2N\varepsilon_{ij}^s \quad (2.31)$$

$$\sigma_{ij}^f = (Q\theta^s + R\theta^f) \delta_{ij} \quad (2.32)$$

In diesen Gleichungen repräsentieren  $\theta^f$  und  $\theta^s$  die Hauptdehnungen der Fluid- bzw. Festphase ( $\varepsilon_{kk}^f$  und  $\varepsilon_{kk}^s$  mit  $k = 1, 2, 3$ ). Biot führte vier Elastizitätskoeffizienten ein. Die Koeffizienten  $P$ ,  $N$ ,  $Q$  und  $R$  können durch die nachfolgenden Gedankenexperimente hergeleitet werden.

1. Poro-elastisches Material unter reiner Schubbelastung.
2. Festphase unter Druckbelastung bei konstantem Druck der Fluidphase.
3. Fluid- und Festphase unter Druckbelastung.

Eine ausführliche Beschreibung dieser Gedankenexperimente ist in [22, S. 112-115] zu finden. Für den allgemeinen Fall lassen sich für die Elastizitätskoeffizienten folgende Gleichungen bestimmen:

$$P = \frac{(1 - \Omega) \left[ 1 - \Omega - \frac{K_b}{K_s} \right] K_s + \Omega \frac{K_s}{K_f} K_b}{1 - \Omega - \frac{K_b}{K_s} + \Omega \frac{K_s}{K_f}} + \frac{4}{3} N \quad (2.33)$$

$$Q = \frac{\left[ 1 - \Omega - \frac{K_b}{K_s} \right] \Omega K_s}{1 - \Omega - \frac{K_b}{K_s} + \Omega \frac{K_s}{K_f}} \quad (2.34)$$

$$R = \frac{\Omega^2 K_s}{1 - \Omega - \frac{K_b}{K_s} + \Omega \frac{K_s}{K_f}} \quad (2.35)$$

$N$  resultiert aus dem ersten Gedankenexperiment ( $\theta^s = \theta^f = 0$ ) zu dem Schubmodul  $G$  der Festphase.

$K_s$  gibt den Kompressionsmodul des Materials der Festphase an. Für die meisten schallabsorbierenden porösen Materialien kann das Material der Festphase als inkompressibel angesehen werden, wodurch  $K_s$  gegen  $\infty$  geht und alle Terme mit  $K_s$  im Nenner vernachlässigbar klein werden [22, S. 115]. Dadurch vereinfachen sich die Formeln 2.33-2.35 zu:

$$P = \frac{4}{3} N + K_b + \frac{(1 - \Omega)^2}{\Omega} K_f \quad (2.36)$$

$$Q = K_f (1 - \Omega) \quad (2.37)$$

$$R = \Omega K_f \quad (2.38)$$

$K_b$  ist der Kompressionsmodul des kompletten porösen Materials. Er wird durch den Schubmodul  $G$  und die Querkontraktionszahl  $\nu$  beschrieben und kann nach [22, S. 116] wie folgt berechnet werden:

$$K_b = \frac{2N(\nu + 1)}{3(1 - 2\nu)} = \frac{2G(\nu + 1)}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.39)$$

$K_f$  repräsentiert den Kompressionsmodul der Fluidphase. Er ist frequenzabhängig und kann nach dem Ansatz des äquivalenten Fluids berechnet werden (siehe Kapitel 2.2.4). Durch die Gleichungen 2.72 und 2.74 ergibt sich der Kompressionsmodul der Fluidphase zu:

$$K_f = \kappa p_0 / \left[ \kappa - \frac{\kappa - 1}{1 + \frac{8\eta}{i\omega Pr \rho_0 \Lambda_T^2} \left[ 1 + \frac{i\omega Pr \rho_0 \Lambda_T^2}{16\eta} \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (2.40)$$

Biot definierte die Bewegungsgleichungen für die Fluid- und Festphase in Abhängigkeit von den Verschiebungen der Fluid- und Festphase ( $\mathbf{u}^f$  und  $\mathbf{u}^s$ ) und drei Dichtekoeffizienten. Für den Fall, dass die Poren des porösen Materials mit einem viskosen Fluid gefüllt sind, werden die Dichtekoeffizienten mit dem Ansatz des äquivalenten Fluids berechnet. In dem Fall ergeben sich die Bewegungsgleichungen nach [22, S. 310] zu:

$$\operatorname{div} \sigma^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) + \omega^2 \tilde{\rho}_{11} \mathbf{u}^s + \omega^2 \tilde{\rho}_{12} \mathbf{u}^f = 0 \quad (2.41)$$

$$\operatorname{div} \sigma^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) + \omega^2 \tilde{\rho}_{22} \mathbf{u}^f + \omega^2 \tilde{\rho}_{12} \mathbf{u}^s = 0 \quad (2.42)$$

mit

$$\tilde{\rho}_{11} = \rho_1 - \rho_{12} - iR\Omega^2 \frac{G(\omega)}{\omega} \quad (2.43)$$

$$\tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} + iR\Omega^2 \frac{G(\omega)}{\omega} \quad (2.44)$$

$$\tilde{\rho}_{22} = \Omega\rho_0 - \rho_{12} - iR\Omega^2 \frac{G(\omega)}{\omega} \quad (2.45)$$

In den Formeln 2.43-2.45 entspricht  $\rho_1$  der Dichte der Festphase,  $\Omega\rho_0$  ist die Dichte der Fluidphase und  $\rho_{12} = -\Omega\rho_0(\alpha_\infty - 1)$  stellt einen Kopplungsterm zwischen der Fluid- und Festphase dar. Die frequenzabhängige Funktion  $G(\omega)$  wird aus dem Johnson-et-al.-Modell (siehe 2.2.4) entnommen und kann nach Formel 2.73 berechnet werden.

### 2.2.2 Materialparameter der Biot-Theorie

Um ein porös-elastisches Material mit Hilfe der Biot-Theorie beschreiben zu können, werden mehrere Parameter benötigt. Diese Parameter werden in drei verschiedene Bereiche unterteilt. Es handelt sich dabei um die Gruppe der elastischen Parameter, der akustischen Parameter und die Gruppe der poro-mechanischen Parameter [5, S. 194]. Alle Parameter aus diesen Gruppen werden auch für die U-p-Formulierung der Biot-Theorie benötigt.

Poromechanische Parameter:

- Porosität  $\Omega$
- Strömungswiderstand  $R$
- Biot-Faktor  $\alpha$
- Tortuosität  $\alpha_\infty$
- Viskose charakteristische Länge  $\Lambda_V$
- Thermische charakteristische Länge  $\Lambda_T$

Akustische Parameter:

- Dichte der Fluidphase  $\rho_f$
- Isentropenexponent  $\kappa$
- Dynamische Viskosität  $\eta$
- Kompressionsmodul Fluid  $Q$

Elastische Parameter:

- Elastizitätsmodul  $E$
- Querkontraktionszahl  $\nu$
- Dichte der Festphase  $\rho_s$

In diesem Kapitel wird auf einige dieser Parameter näher eingegangen. Unter Zuhilfenahme von [5, S. 187ff.], werden die Bedeutungen und ggf. vorhandene Messverfahren bzw. Berechnungsmethoden erläutert.

### Porosität $\Omega$

Die Porosität definiert das Verhältnis vom Fluidvolumen der offenen Poren  $V_f$  zum kompletten Volumen des porösen Materials  $V_{pem}$ :

$$\Omega = \frac{V_f}{V_{pem}} \quad (2.46)$$

Sie kann zum Beispiel durch nachfolgenden Versuch gemessen werden. Eine kleine Materialprobe mit dem Volumen  $V_s$  wird in einem Metallbehälter mit dem Innenvolumen  $V_c$  positioniert. Dieser Behälter sollte eine hohe Wanddicke und hohe Wärmeträgheit besitzen. Von der Umgebung isoliert, wird nun im Inneren des Behälters eine kleine Volumenänderung  $\Delta$  erzeugt. Der Druck vor der Kompression  $p_1$  und nach der Kompression  $p_2$  wird ermittelt. Unter der Annahme eines isothermen Kompressionsvorgangs, bei dem die Kompression der Festphase vernachlässigt werden kann, ergibt sich:

$$p_1 (V_c - V_s + \Omega V_s) = p_2 (V_c - V_s + \Omega V_s - \Delta) \quad (2.47)$$

Die Porosität ergibt sich nun aus dieser Gleichung zu:

$$\Omega = \frac{p_2 \Delta - (p_2 - p_1) (V_c - V_s)}{(p_2 - p_1) V_s} \quad (2.48)$$

**Strömungswiderstand  $R$** 

Wird ein poröses Material von Luft durchströmt, wirkt dieser Luftströmung aufgrund von Wechselwirkungen zwischen der Fluid- und Festphase eine Kraft entgegen. Diese Kraft ist proportional zu der Relativgeschwindigkeit zwischen der Fluid- und Festphase:

$$F_R = R (\dot{u}^s - \dot{u}^f) \quad (2.49)$$

Um den Strömungswiderstand  $R$  in einem Versuch zu messen, wird eine Probe mit der Dicke  $h$  in einem Röhrchen so positioniert, dass keine Luft um die Probe herumströmen kann. Eine definierte Luftströmung mit der Geschwindigkeit  $v$  wird induziert. Der entstehende Druckabfall  $\Delta p$  zwischen der Vorder- und Rückseite der Probe wird ermittelt. Dabei kann die Strömungsgeschwindigkeit durch die Fluidgeschwindigkeit innerhalb der Probe ausgedrückt werden:

$$v = \Omega \dot{u}^f \quad (2.50)$$

Der Strömungswiderstand ist dann definiert als das Verhältnis des Druckabfalls zu der Fluidströmung innerhalb der Probe und der Probendicke:

$$R = \frac{\Delta p}{h \dot{u}^f} = \frac{\Omega \Delta p}{h v} \quad (2.51)$$

Er wird in  $Ns/m^4$  angegeben. Die Abhängigkeit von viskosen und thermischen Effekten und auch die Frequenzabhängigkeit kann dann zum Beispiel durch das Johnson-Champoux-Allard-Modell berechnet werden. Siehe hierzu Ausarbeitung [8].

**Tortuosität  $\alpha_\infty$** 

Mit der Tortuosität wird der innere Aufbau des Materials charakterisiert. Durchläuft ein Fluidteilchen ein poröses Material, wird es durch die Struktur der Festphase auf einem Weg durch das Material geleitet, der länger ist als die Probe selbst. Die Tortuosität ist gleich dem Verhältnisquadrat der mittleren effektiven Länge zu der Probendicke. Sie ist einheitenlos und ist üblicherweise  $\geq 1$ :

$$\alpha_\infty = \left( \frac{l_{eff}}{h} \right)^2 \quad (2.52)$$

**Viskose und thermische charakteristische Länge  $\Lambda_V$  und  $\Lambda_T$** 

Um die viskosen und thermischen Effekte auf den Kompressionsmodul und die Dichte zu berücksichtigen (siehe 2.2.4), führten Johnson et al. 1986 die viskose charakteristische Länge  $\Lambda_V$  und Champoux und Allard 1991 die thermische charakteristische Länge  $\Lambda_T$  ein. Sie können für Fasermaterialien, bei denen die Porosität nahe bei 1 liegt, mit nachfolgenden Gleichungen berechnet werden [22, S. 80ff.]:

$$\Lambda_V = \frac{1}{2\pi LR} \quad (2.53)$$

$$\Lambda_T = \frac{1}{\pi LR} = 2\Lambda_V \quad (2.54)$$

In diesen Gleichungen repräsentiert  $R$  den Faserradius und  $L$  die Länge der Fasern pro Einheitsvolumen des porösen Materials.

### Elastische Eigenschaften

Die elastischen Eigenschaften von Glaswolle-Matten können als transversal isotrop angesehen werden, d. h. richtungsabhängig, in zwei Raumrichtungen jedoch identisch. Dieser Fakt wird vor allem verdeutlicht, wenn man sich die Produktentstehung von Glaswolle vergegenwärtigt. Bei der Produktion werden die geschmolzenen Ausgangsstoffe zu Glasfasern versponnen, mit Bindemittel benetzt und anschließend auf einem Fließband aufgesammelt. Dadurch kann eine grobe Orientierung der Fasern festgestellt werden. Parallel zum Fließband weisen die Fasern einen Schichtaufbau auf, wohingegen senkrecht zum Fließband eher eine ungeordnete Struktur zu erkennen ist. Das hat zur Folge, dass Steifigkeit und Querkontraktionszahl in der Ebene des Fließbandes gleich sind, in der Ebene also isotrope Materialeigenschaften vorgefunden werden. Die Glaswolle wird in Wandverkleidungen mit den weicheren Eigenschaften senkrecht zur Wandebene verbaut. Aus diesem Grund ist in dem gegebenen Fall nur der deutlich geringere E-Modul von Relevanz. Die Querkontraktionszahl kann mit einem Wert von 0.0 angenommen werden [20]. Der E-Modul lässt sich dabei in Real- und Imaginärteil aufteilen und gibt somit ein Maß für die dynamische Steifigkeit bzw. für die innere Dämpfung der Festphase an. Das Verhältnis von Imaginärteil zu Realteil des E-Moduls wird als Verlustfaktor bezeichnet. Zur Messung der elastischen Eigenschaften sei an dieser Stelle die Ausarbeitung [20] erwähnt.

### 2.2.3 U-p-Formulierung nach Allard

J.F. Allard formulierte 1998 auf Basis der Biot-Theorie die Bewegungsgleichungen für die Fluid- und Festphase in Abhängigkeit des Verschiebungsvektors der Festphase  $\mathbf{u}^s$  und des Drucks der Fluidphase  $p$ . Das hat den Vorteil, dass die Gleichungen nur noch vier Freiheitsgrade enthalten, statt den zuvor enthaltenen sechs Freiheitsgraden. Im ersten Schritt werden dafür die Bewegungsgleichungen 2.41 und 2.42 folgendermaßen umgeschrieben:

$$\omega^2 \tilde{\rho}_{11} \mathbf{u}^s + \omega^2 \tilde{\rho}_{12} \mathbf{u}^f + \operatorname{div} \sigma^s = 0 \quad (2.55)$$

$$\omega^2 \tilde{\rho}_{22} \mathbf{u}^f + \omega^2 \tilde{\rho}_{12} \mathbf{u}^s - \Omega \operatorname{grad} p = 0 \quad (2.56)$$

Durch Umstellen der Formel 2.56 nach der Fluidverschiebung  $\mathbf{u}^f$ :

$$\mathbf{u}^f = \frac{\Omega}{\tilde{\rho}_{22} \omega^2} \operatorname{grad} p - \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} \mathbf{u}^s \quad (2.57)$$

und anschließendes Einsetzen in Formel 2.55 ergibt sich nachfolgende Gleichung:

$$\omega^2 \tilde{\rho} \mathbf{u}^s + \Omega \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} \operatorname{grad} p + \operatorname{div} \sigma^s = 0 \quad (2.58)$$

Die eingeführte effektive Dichte  $\tilde{\rho}$  ergibt sich aus:

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_{11} - \frac{(\tilde{\rho}_{12})^2}{\tilde{\rho}_{22}} \quad (2.59)$$

Formel 2.58 ist aufgrund der Abhängigkeit  $\sigma^s = \sigma^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$  immer noch an die Fluidverschiebungen  $\mathbf{u}^f$  gebunden. Um diese Abhängigkeit zu eliminieren, werden die Formeln 2.31 und 2.32 zu nachfolgender Gleichung kombiniert:

$$\sigma_{ij}^s(\mathbf{u}^s) = \hat{\sigma}_{ij}^s(\mathbf{u}^s) - \Omega \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} p \delta_{ij} \quad (2.60)$$

In ihr repräsentiert  $\hat{\sigma}_{ij}^s$  die Spannungen der Festphase im Vakuum. Sie wurden von M. A. Biot 1962 in einer zweiten Ausarbeitung [7] seiner Theorie hergeleitet und werden nach [22, S. 131] wie folgt angegeben:

$$\hat{\sigma}_{ij}^s = \delta_{ij} \left( K_b - \frac{2}{3} N \right) \operatorname{div} \mathbf{u}^s + 2N \varepsilon_{ij}^s \quad (2.61)$$

Im nächsten Schritt wird Gleichung 2.60 verwendet um die Abhängigkeit der Formel 2.58 von  $\mathbf{u}^f$  zu eliminieren. Das führt zu nachfolgender Gleichung, welche der Bewegungsgleichung der Festphase in der U-p-Formulierung entspricht:

$$\operatorname{div} \hat{\sigma}^s(\mathbf{u}^s) + \tilde{\rho} \omega^2 \mathbf{u}^s + \tilde{\gamma} \operatorname{grad} p = 0 \quad (2.62)$$

mit:

$$\tilde{\gamma} = \Omega \left( \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} - \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right). \quad (2.63)$$

Für den Fall, dass das Material der Festphase als inkompressibel angenommen werden kann ( $K_b/K_s \ll 1$ ), vereinfacht sich die Formel 2.63 zu:

$$\tilde{\gamma} = \Omega \left( \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} - \frac{1 - \Omega}{\Omega} \right) \quad (2.64)$$

Um nun die zweite Bewegungsgleichung in der U-p-Form darzustellen, wird die Divergenz der Formel 2.57 gebildet:

$$\operatorname{div} \mathbf{u}^f = \frac{\Omega}{\tilde{\rho}_{22} \omega^2} \Delta p - \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} \operatorname{div} \mathbf{u}^s \quad (2.65)$$

Aus Kombination dieser Gleichung mit der Gleichung 2.56 ergibt sich die Bewegungsgleichung der Fluidphase in U-p-Form zu:

$$\Delta p + \frac{\tilde{\rho}_{22}}{\tilde{R}} \omega^2 p + \frac{\tilde{\rho}_{22}}{\Omega^2} \tilde{\gamma} \omega^2 \operatorname{div} \mathbf{u}^s = 0 \quad (2.66)$$

Mit den Gleichungen 2.62 und 2.66 wurden nun die Bewegungsgleichungen aus der Biot-Theorie in Abhängigkeit von dem Verschiebungsvektor der Festphase  $\mathbf{u}^s$  und des Drucks der Fluidphase  $p$  aufgestellt. Die ersten beiden Terme in der Bewegungsgleichung der Festphase beschreiben das dynamische Verhalten der Festphase im Vakuum, wohingegen die ersten beiden Terme der Bewegungsgleichung der Fluidphase das Verhalten der Fluidphase bei einer starren Festphase beschreiben. Der jeweils dritte Term in den Bewegungsgleichungen koppelt das dynamische Verhalten der beiden Phasen. Diese Formulierung der Bewegungsgleichungen bildet die Grundlage der schwachen Formulierung für die Finite-Elemente-Methode. Eine ausführliche Herleitung der FE-Formulierung poro-elastischer Materialien ist in [22, S. 309ff.] zu finden.

### 2.2.4 Äquivalenter-Fluid-Ansatz

Wenn die Festphase des Materials als sehr steif oder als sehr weich anzunehmen ist, kann auf den Ansatz des äquivalenten Fluids zurückgegriffen werden. Mögliche Modelle sind zum Beispiel das Johnson-et-al.-Modell, das Champoux-Allard-Modell und das Wilson-Modell.

Bei diesen Ansätzen wird das poröse Material auf ein Fluid reduziert, das die akustischen Eigenschaften des porösen Materials besitzt. Aus den charakteristischen Parametern des porösen Materials wird meist eine effektive Dichte  $\tilde{\rho}(\omega)$ , ein effektiver Kompressionsmodul  $\tilde{K}(\omega)$  und/oder ein effektiver Strömungswiderstand  $\tilde{R}(\omega)$  gebildet. Die charakteristischen Parameter bestehen im Wesentlichen aus der Porosität  $\Omega$ , dem Strömungswiderstand  $R$ , der Tortuosität  $\alpha_\infty$ , der viskosen charakteristischen Länge  $\Lambda_V$  und der thermischen charakteristischen Länge  $\Lambda_T$ .

Aus den frequenzabhängigen Effektivwerten kann anschließend der Absorptionsgrad und die Impedanz berechnet werden.

Die charakteristische Impedanz des äquivalenten Fluids kann aus den Formeln 2.2 und 2.22 durch nachfolgende Formel 2.67 berechnet werden:

$$Z_c = \sqrt{\tilde{\rho}(\omega) \tilde{K}(\omega)} \quad (2.67)$$

Für den Fall, dass das poröse Material direkt auf eine harte Wand geklebt ist, kann nach [22, S. 67] die Oberflächenimpedanz nach Formel 2.68 berechnet werden. In dieser Formel gibt  $h$  die Dicke der porösen Schicht an und  $\tilde{k}$  ist die komplexe Wellenzahl, die nach Formel 2.69 berechnet wird:

$$Z = -i \frac{Z_c}{\Omega} \cot \tilde{k}h \quad (2.68)$$

$$\tilde{k} = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}(\omega)}{\tilde{K}(\omega)}} \quad (2.69)$$

Aus den zuvor bestimmten Werten kann anschließend, mit nachfolgender Formel (siehe 2.1.8), der Absorptionsgrad berechnet werden:

$$\alpha = \left| \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} \right| \quad (2.70)$$

Eine Zusammenfassung des Johnson-Champoux-Allard-Modell findet sich zum Beispiel in [22, S. 90]. Dort werden die Gleichungen in Abhängigkeit von  $\nu$ ,  $\nu'$ ,  $q_0$  und  $q'_0$  angegeben. Das entspricht der kinematischen Viskosität, der Wärmeleitfähigkeit, der statisch viskosen Permeabilität und der statisch thermischen Permeabilität. Unter Verwendung der Parameter, die in Kapitel 2.2.2 angegeben sind, ergeben sich die Gleichungen für die effektive Dichte und den effektiven Kompressionsmodul wie folgt:

$$\rho = \rho_0 \left[ \alpha_\infty + \frac{\Omega R}{i\omega \rho_0} G(\omega) \right] \quad (2.71)$$

$$K = \kappa p_0 / \left[ \kappa - \frac{\kappa - 1}{1 + \frac{8\eta}{i\omega Pr \rho_0 \Lambda_T^2} G'(\omega)} \right] \quad (2.72)$$

Der Ausdruck für  $G(\omega)$  wird aus dem Johnson-et-al.-Modell verwendet:

$$G_j(\omega) = \left[ 1 + \frac{i\omega 4\alpha_\infty \eta \rho_0}{\Omega^2 \Lambda_V^2 R^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.73)$$

Der Ausdruck für  $G'(\omega)$  kann aus dem Champoux-Allard-Modell (2.74) verwendet werden:

$$G'_j(\omega) = \left[ 1 + \frac{i\omega Pr \rho_0 \Lambda_T^2}{16\eta} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.74)$$

In diesen Gleichungen wird die Tortuosität mit  $\alpha_\infty$ , die dynamische Viskosität der Luft mit  $\eta$ , die Dichte der Luft mit  $\rho_0$ , die Porosität mit  $\Omega$ , die viskose charakteristische Länge mit  $\Lambda_V$ , der Strömungswiderstand mit  $R$ , die thermische charakteristische Länge mit  $\Lambda_T$ , der Isentropenexponent mit  $\kappa$ , die Prandtl-Zahl mit  $Pr$ , die Kreisfrequenz mit  $\omega$  und der Luftdruck mit  $p_0$  angegeben.

Eine Beschreibung einiger dieser Materialparameter sind in Kapitel 2.2.2 zu finden. Als weitere Quelle soll an dieser Stelle die Ausarbeitung [8] erwähnt werden. Dort werden die Gleichungen für die effektive Dichte und den effektiven Kompressionsmodul über die Bildung eines effektiven Strömungswiderstandes beschrieben.

## 2.3 Messtechnik

Das hier ausgeführte Kapitel erläutert die theoretischen Hintergründe zu den in dieser Arbeit verwendeten Messmethoden. Dabei handelt es sich zum einen um die Messung im Kundtschen Rohr mit Hilfe der Zwei-Mikrofon-Methode (Kapitel 2.3.1) und zum anderen um einen Transmissionsversuch (Kapitel 2.3.2).

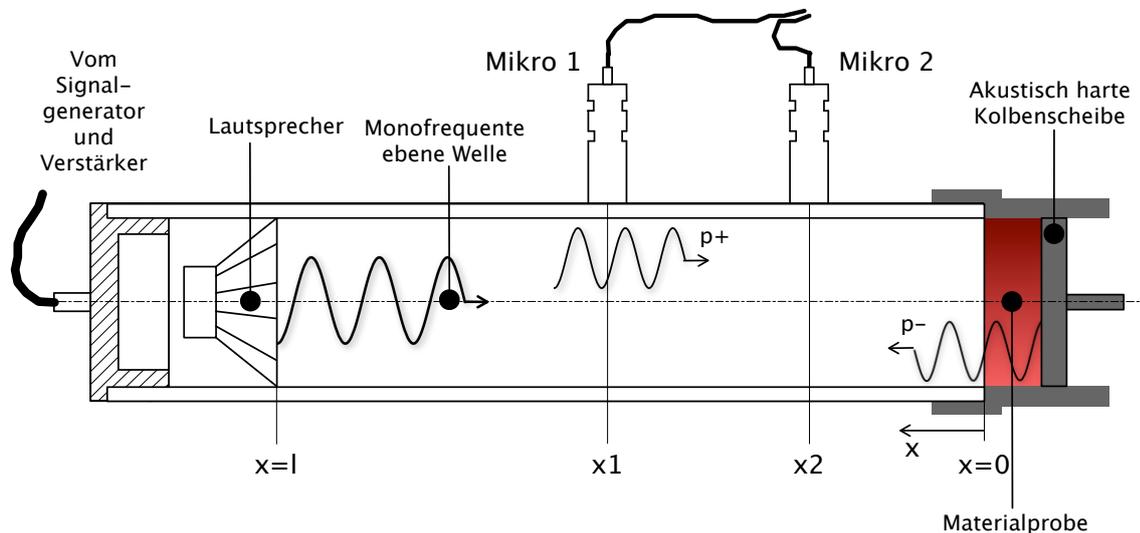
Die Messung im Kundtschen Rohr wird dazu verwendet, die akustischen Eigenschaften Absorptionsgrad  $\alpha$  und die Impedanz  $Z$ , verschiedener Glaswolle-Typen messtechnisch zu erfassen. Die so ermittelten Werte fungieren in dieser Arbeit als Vergleichsdaten zur Ermittlung der für die Simulation von Glaswolle benötigten Materialparameter.

Der Transmissionsversuch dagegen wird verwendet, um das Schalldämmmaß  $R$  einer vereinfachten Flugzeugwandung, bestehend aus versteifter Aluminiumplatte und Glaswollschicht, zu erfassen. Dadurch können die späteren Simulationsergebnisse der Glaswolle verifiziert werden.

Dabei behandelt dieses Kapitel nur die theoretischen Hintergründe der jeweiligen Messverfahren. Das jeweilige Vorgehen bei den Messungen und die so ermittelten Ergebnisse werden im Kapitel 3 vorgestellt.

### 2.3.1 Die Zwei-Mikrofon-Methode

Die in diesem Abschnitt behandelte Hintergrundtheorie wird unter Verwendung der Quellen [15, S. 177-227] und [14, S. 577-597] dargestellt.



**Abbildung 2.7:** Impedanzrohr für die Zwei-Mikrofon-Methode

Die Zwei-Mikrofon-Methode, oder auch Übertragungsfunktionsmethode genannt, basiert darauf, dass der Reflexionsfaktor  $r$  aus der gemessenen Übertragungsfunktion  $H_{12}$  zwischen zwei Mikrofonen  $M_1$  und  $M_2$  bestimmt werden kann. Wenn der Reflexionsfaktor  $r$  bekannt ist, lassen sich daraus die für die Charakterisierung von porösen Materialien gebräuchlichen akustischen Parameter Absorptionsgrad  $\alpha$  und Oberflächenimpedanz  $Z$  berechnen (siehe 2.1.7 und 2.1.8).

Als Schallquelle dient dabei ein Signalgenerator in Verbindung mit einem Verstärker, der eine monofrequente ebene fortschreitende Welle  $p_+$  erzeugt (siehe Abb. 2.7). Dieses Signal wird über einen Lautsprecher an der Position  $x = l$  in das Impedanzrohr eingespeist und breitet sich senkrecht in Richtung der Probe aus:

$$p_+ = p_0 \cdot e^{-ikx} \quad (2.75)$$

Diese ebene Welle wird teilweise an der Probenoberfläche und teilweise an der akustisch harten Kolbenscheibe reflektiert. Es entsteht eine gegenläufige Welle  $p_-$ :

$$p_- = r \cdot p_0 \cdot e^{ikx} \quad (2.76)$$

Der Reflexionsfaktor  $r$  ist gleich dem Verhältnis von  $p_-/p_+$  an der Probenoberfläche ( $x = 0$ ) und bezieht sich somit auf das Amplitudenverhältnis des Druckes zwischen reflektierter und einfallender Welle (siehe 2.1.8). Aufgrund der Tatsache, dass sich die reflektierte Welle zum Teil erst an der akustisch harten Kolbenscheibe bildet und damit phasenverschoben zu der hinlaufenden Welle sein kann, muss der Reflexionsfaktor als komplexe Größe angegeben werden (2.77).

$$r = \frac{p_-(x=0)}{p_+(x=0)} = |r| \cdot e^{i\varphi} = R \cdot e^{i\varphi} \quad (2.77)$$

Aus der Überlagerung der einfallenden Welle  $p_+$  und der reflektierten Welle  $p_-$  resultiert ein Wellenfeld  $p$ , das sich in Form einer stehenden Welle ausbildet:

$$p = p_0 \cdot (e^{-ikx} + r \cdot e^{ikx}) \quad (2.78)$$

Die Signalerfassung erfolgt über zwei Mikrofone ( $M_1$  und  $M_2$ ), die an den definierten Positionen  $x_1$  und  $x_2 = x_1 - \Delta x$  an der Rohrwand montiert sind und dort die resultierenden Schalldrücke  $p_1$  und  $p_2$  messen:

$$p_1(x = x_1) = p_0 \cdot (e^{-ikx_1} + r \cdot e^{ikx_1}) \quad (2.79)$$

$$p_2(x = x_2) = p_0 \cdot (e^{-ik(x_1 - \Delta x)} + r \cdot e^{ik(x_1 - \Delta x)}) \quad (2.80)$$

Aus der komplexen Druckübertragungsfunktion  $H_{12}$  zwischen den beiden Mikrofonen ( $M_1$  und  $M_2$ ) lässt sich der Reflexionsfaktor  $r$  bestimmen:

$$H_{12} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{e^{-ikx_1} + r \cdot e^{ikx_1}}{e^{-ik(x_1 - \Delta x)} + r \cdot e^{ik(x_1 - \Delta x)}} \quad (2.81)$$

$$r = \frac{\frac{p_1}{p_2} e^{ik\Delta x} - 1}{1 - \frac{p_1}{p_2} e^{-ik\Delta x}} \cdot e^{-i2kx_1} \quad (2.82)$$

In der Akustik ist es allerdings üblich, für die Einteilung von porösen Materialien nicht den Reflexionsfaktor  $r$ , sondern die akustischen Materialparameter Absorptionsgrad  $\alpha$  und Oberflächenimpedanz  $Z$  anzugeben.

Der Absorptionsgrad  $\alpha$  ist ein Maß für die von der Materialprobe aufgenommene Schallintensität und ist definiert als Quotient der absorbierten Intensität  $I_\alpha$  zu der einfallenden Intensität  $I_+$  (siehe 2.1.8). Er kann nach [14, S. 579] wie folgt berechnet werden:

$$\alpha = \frac{I_\alpha}{I_+} = 1 - |r|^2 = 1 - R^2 \quad (2.83)$$

Die akustische Feldimpedanz  $Z(x)$  beschreibt den Widerstand, der dem Schall gegen Ausbreitung entgegengesetzt wird. Sie ist eine komplexe Größe und ergibt sich aus dem Quotienten dem Schalldrucks  $p$  und der Schallschnelle  $v$  an einem Punkt  $x$  im Schallfeld (siehe 2.1.7). Die Oberflächenimpedanz beschreibt die akustische Feldimpedanz an der Probenoberfläche ( $x = 0$ ). Sie kann nach [14, S. 579] wie folgt berechnet werden:

$$Z = \frac{p(0)}{v(0)} = Z_0 \frac{1+r}{1-r} \quad (2.84)$$

Dabei ist  $Z_0 = \rho_0 \cdot c$  die charakteristische Impedanz.

### 2.3.2 Transmissionsversuch

Das Schalldämmmaß  $R$  ist eine frequenzabhängige Bauteileigenschaft, die eine Aussage über die schalldämmende Eigenschaft eines Wandaufbaus ermöglicht. Dabei geht die Definition auf das Verhältnis von Schallleistungen zurück. Nach [1] ist es definiert als der zehnfache Logarithmus des Verhältnisses der auf eine Wand auftreffenden Schallleistung  $P_S$  zu der von der gleichen Wand im dahinter befindlichen Empfängerraum abgestrahlten Schallleistung  $P_E$ :

$$R = 10 \cdot \log \left( \frac{P_S}{P_E} \right) \quad (2.85)$$

In dem Bereich der Akustik ist es üblich, u. a. die Größe der Leistung als Pegel (in  $dB$ ) anzugeben (siehe 2.1.5). Unter dem Begriff Pegel wird das logarithmierte Verhältnis von gemessenem Wert zu einem genormten Bezugswert verstanden:

$$L_W = 10 \cdot \log \left( \frac{P}{P_0} \right) \quad (2.86)$$

Die Bezugsleistung zur Bildung des Leistungspegels liegt bei  $P_0 = 10^{-12} \text{ W}$ . Daher ergibt sich unter der Bildung von Schallleistungspegeln das Schalldämmmaß zu:

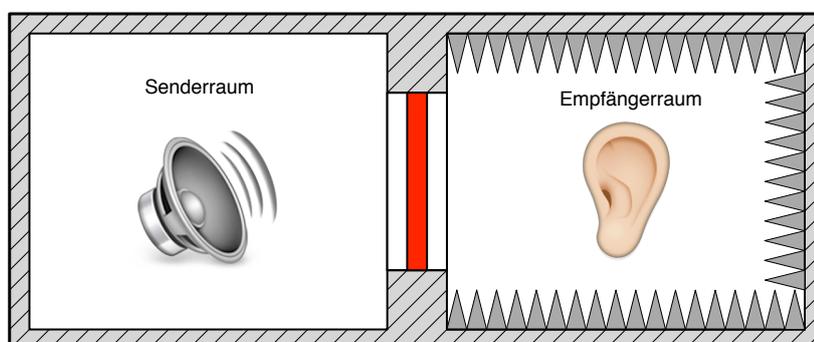
$$R = L_{WS} - L_{WE} \quad (2.87)$$

Die Schallleistung ergibt sich aus dem Produkt der Schallintensität  $I$  und der durchschallten Fläche  $S$  (siehe 2.1.4). Geht man von einer Trennwand aus, deren Fläche  $S$  vom Empfänger- und Senderraum aus gesehen gleich groß ist, so vereinfacht sich die Gleichung 2.85 folgendermaßen:

$$R = 10 \cdot \log \left( \frac{I_S}{I_E} \right) = L_{IS} - L_{IE} \quad (2.88)$$

Darin sind  $L_{IS}$  und  $L_{IE}$  die Schallintensitätspegel im Sender- bzw. Empfängerraum. Die Bezugsintensität zur Bildung des Intensitätspegels liegt bei  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ .

Zur messtechnischen Bestimmung des Schalldämmmaßes dient der Schalltransmissionsprüfstand, der aus zwei Räumen besteht (Abb. 2.8).



**Abbildung 2.8:** Transmissionsprüfstand

In dem ersten Raum, dem sogenannten Senderraum, wird ein diffuses Schallfeld erzeugt. Das wird mit Hilfe von Rosa Rauschen erreicht. Das Rosa Rauschen zeichnet sich dadurch aus, dass die Energiedichte umgekehrt proportional zur Frequenz ( $1/f$ ) um  $3 \text{ dB}$  pro Oktave abnimmt. Daher wird es auch oft als  $1/f$ -Rauschen bezeichnet. Damit ist die Energie pro Oktave konstant [14, S. 249]. Darüber hinaus wird in dem Raum eine Wandverkleidung verwendet, die den Schall gut reflektiert. Stehende Wellen werden durch nicht parallele Wände verhindert. Dieses Schallfeld trifft auf den zu untersuchenden Wandaufbau in dem Fenster zwischen den beiden Räumen. Teilweise wird die Schallenergie in den zweiten Raum transmittiert. Der zweite Raum dient als Empfängerraum. In ihm sollte idealerweise ein Freifeld herrschen, d. h. es sollten keine Schallreflexionen entstehen. Das wird durch absorbierende Wandverkleidungen erreicht.

Im Senderraum wird durch ein rotierendes Mikrofon der gemittelte Schalldruck  $p_m$  gemessen und anschließend der gemittelte Schalldruckpegel  $L_{p1}$  ermittelt.

Die Schallintensität für ein diffuses Schallfeld ergibt sich aus nachfolgender Formel [15, S. 250]:

$$|I| = \frac{p_m^2}{4\rho c} \quad (2.89)$$

Die Schallintensität und der Schallintensitätspegel stehen äquivalent zur Formel 2.86 in nachfolgender Beziehung zueinander:

$$L_I = 10 \cdot \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (2.90)$$

Mit Hilfe der Bezugsleistung  $I_0 = \frac{p_0^2}{\rho c}$  und dem Bezugsdruck von  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$  ergibt sich für den gemittelten Schallintensitätspegel im Senderraum:

$$L_{IS} = 10 \cdot \log \left( \frac{p_m}{p_0} \right) - 10 \cdot \log \left( \frac{1}{4} \right) = L_{pS} - 6 \text{ dB} \quad (2.91)$$

Im Empfängerraum wird dagegen direkt die Intensität bzw. der gemittelte Schallintensitätspegel  $L_{IE}$  ermittelt.

Die Intensität  $I$  wird aus dem Produkt von gemitteltem Schalldruck  $p$  (d. h. die dem Luftdruck überlagerten, örtlichen Druckschwankungen) und der gemittelten Schallschnelle  $v$  (d. h. die Geschwindigkeit, mit der die Luftteilchen um ihre mittlere Position oszillieren) ermittelt (siehe 2.1.4):

$$I = \bar{p} \cdot \bar{v} \quad (2.92)$$

Eine Schallintensitätssonde besteht im Wesentlichen aus zwei Mikrofonen, die sich in einem definierten Abstand  $a$  gegenüberstehen (Abb. 2.9).

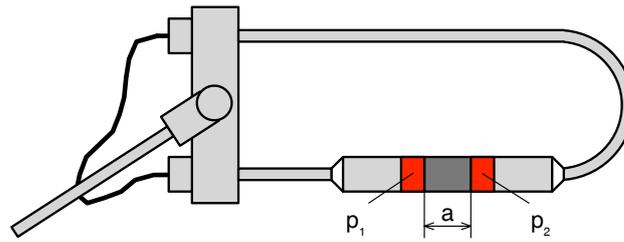


Abbildung 2.9: Intensitätsmesssonde

Mit dieser Anordnung kann sowohl der Schalldruck  $p$  als auch die Schallschnelle  $v$  über die Ermittlung des sogenannten Schalldruckgradienten bestimmt werden [14, S. 353]. Die räumliche Mittelung erfolgt durch das Überstreichen der kompletten Messfläche mit der Messsonde.

Der mittlere Druck wird mit nachfolgender Formel aus dem Mittelwert der Drücke der beiden Mikrofone berechnet:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (2.93)$$

Die Ermittlung der Schallschnelle  $v$  lässt sich über die linearisierte Eulersche Gleichung auf den Druckgradienten zurückführen [14, S. 5 ff.]. Die Eulersche Gleichung ist im Prinzip die von Newton formulierte mechanische Grundgleichung, angewandt auf ein Fluid. Die mechanische Grundgleichung stellt eine Beziehung zwischen Beschleunigung (die eine Masse erfährt) und der Kraft (die auf die Masse einwirkt) her:

$$F = m \cdot a \quad (2.94)$$

Ist die Masse und die Kraft bekannt, lässt sich die Beschleunigung berechnen. Über die Integration der Beschleunigung über die Zeit lässt sich die Geschwindigkeit berechnen. In der Eulerschen Gleichung ist es der Druckgradient, der ein Fluid der Dichte  $\rho$  beschleunigt. Somit lässt sich aus dem Druckgradienten und der Dichte die Beschleunigung eines Fluids berechnen, und durch Integration dieser Beschleunigung über die Zeit, die Geschwindigkeit:

$$v = - \int \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dt \quad (2.95)$$

Mit der Intensitätsmesssonde ist es möglich, durch die gegenüberliegenden Mikrofone den Druckgradienten durch lineare Approximation zu bestimmen, indem die Druckdifferenz der beiden Mikrofone durch den Abstand  $a$  geteilt wird:

$$\frac{\partial p}{\partial a} = \frac{p_2 - p_1}{a} \quad (2.96)$$

Somit ergibt sich die Gleichung der Intensität aus 2.93, 2.95 und 2.96 zu:

$$I_E = - \frac{p_1 + p_2}{2\rho a} \int (p_2 - p_1) dt \quad (2.97)$$

Abschließend ergibt sich nun die Gleichung für das Schalldämmmaß  $R$  aus den Gleichungen 2.91 und 2.97, ausgedrückt durch den Intensitätspegel, wie folgt:

$$R = L_{pS} - 6 \text{ dB} - L_{IE} \quad (2.98)$$

## 2.4 Statistische Versuchsplanung

Damit in Computersimulationen die Wirkzusammenhänge zwischen Einflussfaktoren und Zielgröße ermittelt werden können, sind mehrere Simulationen nötig, in denen die Parameter variiert werden. Um die Simulationszeit und damit die Kosten zu reduzieren, sollte auf die konventionelle Ein-Faktor-Methode verzichtet werden. Bei dieser Methode wird nur ein Parameter variiert, während die anderen auf einem konstanten Wert gehalten werden. Darüber hinaus können keine Wechselwirkungen zwischen den Parametern bestimmt werden.

Mit Hilfe der Statistischen Versuchsplanung wird es ermöglicht, durch wenige Einzelexperimente sowohl den Zusammenhang zwischen Einflussfaktoren und Zielgrößen als auch die Wechselwirkungen der Parameter zu ermitteln.

### 2.4.1 Latin-Hypercube-Methode

Die Latin-Hypercube-Methode bietet die Möglichkeit, einen Versuchsplan zu generieren, der unabhängig von der Anzahl der Einflussparameter ist. Dabei werden bei den Einzelsimulationen nicht nur einer, sondern alle Parameter gleichzeitig variiert. Somit ermöglicht dieser Versuchsplan auch die Ermittlung der Wechselwirkungen der Einflussparameter. Für jeden zu untersuchenden Parameter wird eine Dimension im Versuchsraum aufgespannt. Da Dimensionen  $> 3$  nur sehr schwierig und unübersichtlich darzustellen sind, erfolgt die Erklärung dieser Methode anhand eines Beispiels mit nur zwei Einflussfaktoren. Für mehr als zwei Parameter ist die Vorgehensweise allerdings äquivalent.

Der erste Schritt beinhaltet das Festlegen der Bereiche, in denen die einzelnen Parameter variiert werden sollen. Da sich dieser Schritt u. U. sehr zeitintensiv gestalten kann, sollte der Versuchsplan zunächst unabhängig davon erstellt werden. Das wird durch allgemeine Parameterbereiche von 0–1 erreicht. Danach folgt die Entscheidung darüber, wie viele Versuche (Simulationen) durchgeführt werden sollen bzw. wie viele zeitlich durchgeführt werden können. Diese Entscheidung beeinflusst gleichzeitig die Güte des Versuchsplans. Generell kann davon ausgegangen werden, dass mit steigender Anzahl von Simulationen die Verlässlichkeit wächst. Um  $n$  Versuchsstufen zu generieren, wird jede Dimension des Versuchsraums in  $n$  gleich große Intervalle unterteilt. Anschließend erfolgt in jedem Abschnitt eine zufällige Entnahme, sodass sich pro Zeile und pro Spalte genau ein Simulationspunkt ergibt. Somit ist die Anzahl der Versuchsstufen gleich der Anzahl der Simulationspunkte.

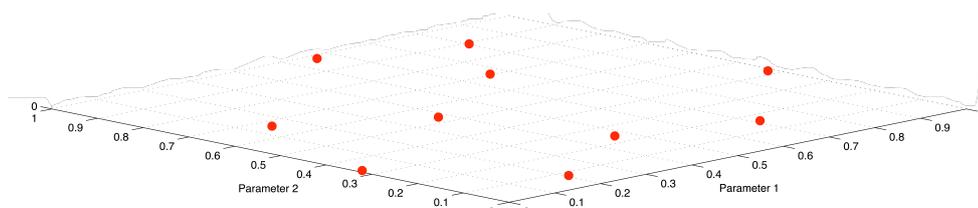
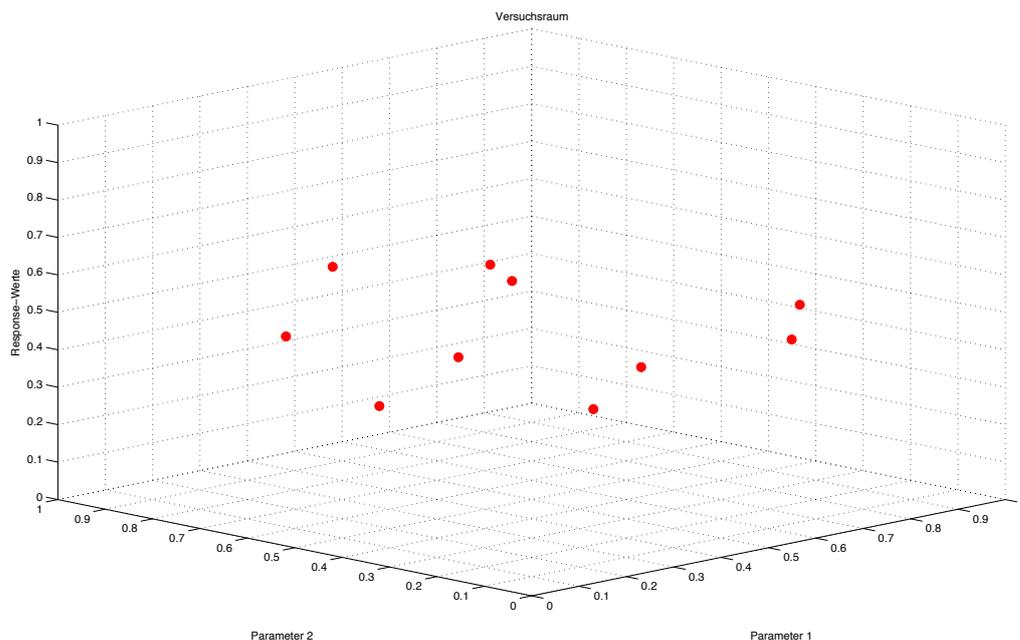


Abbildung 2.10: Versuchsplan

### 2.4.2 Response-Surface-Methode

An den von der Latin-Hypercube-Methode aufgestellten Versuchspunkten können durch Einzelsimulationen die Auswirkungen auf die Zielgröße ermittelt werden. Sie ergeben sich somit zu Stützstellen des Systemverhaltens. In der nachfolgenden Abbildung ist der Versuchsraum für zwei Parameter dargestellt. Jeder Parameterbereich wurde in zehn Abschnitte unterteilt, sodass sich insgesamt zehn Simulationspunkte ergeben. Die dritte Dimension ergibt sich aus den Antwort-Werten (Response) der Einzelsimulationen.



**Abbildung 2.11:** Versuchsraum mit Response-Werten

Durch die Response-Surface-Methode wird nun versucht, diese Stützstellen durch eine Polynomfunktion geeigneten Grades so gut wie möglich anzunähern. Die Polynomfunktion hat zum Beispiel bei zwei zu untersuchenden Parametern und einem gewählten Grad 3 nachfolgende Form. Der Koeffizient  $a_7$  berücksichtigt dabei die lineare Wechselwirkung der beiden Parameter:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_1^2 + a_3X_1^3 + a_4X_2 + a_5X_2^2 + a_6X_2^3 + a_7X_1X_2 \quad (2.99)$$

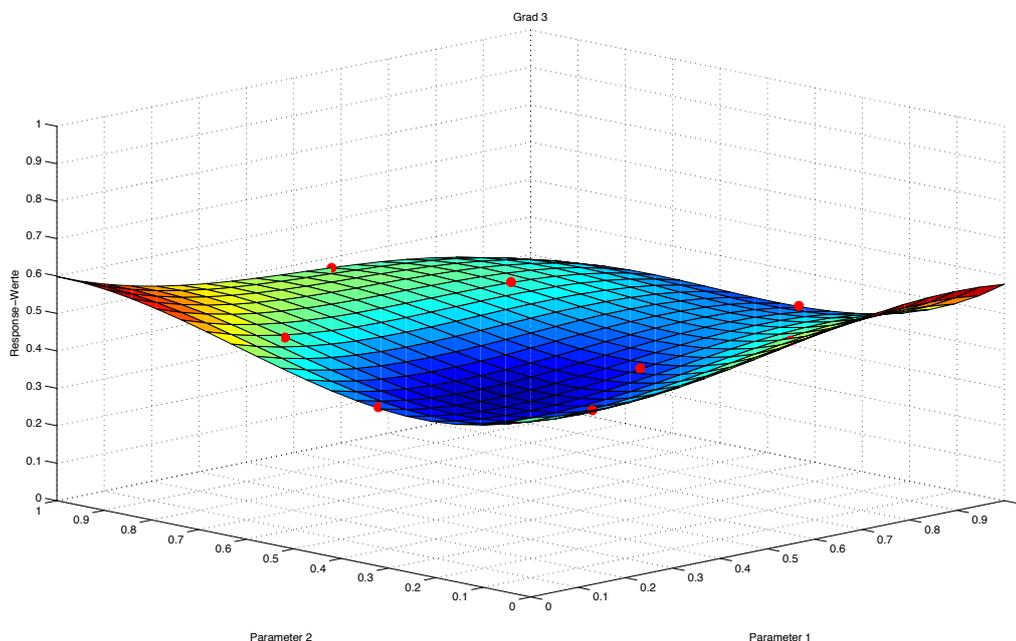
Die Polynomkoeffizienten  $a_i$  werden so bestimmt, dass die entstehende Fläche die Stützstellen gut annähert. Durch diese Polynomfunktion wird die Anzahl der Simulationen nach unten hin auf acht begrenzt, damit die acht Koeffizienten bestimmt werden können. Je mehr Simulationen durchgeführt werden, desto besser kann das Systemverhalten angenähert werden.

Anschließend kann die Polynomfunktion durch eine Fläche dargestellt werden. Diese Fläche visualisiert das Systemverhalten in Abhängigkeit der ausgewählten Parameter. Durch die Ermittlung des Minimums der Fläche können die optimalen Parameterwerte bestimmt werden. Voraussetzung dafür ist:

- Alle Parameter mit entsprechendem Einfluss wurden mit in die Methode einbezogen.
- Die Parameterbereiche wurden zweckmäßig festgesetzt, sodass sich mindestens ein Minimum in der Fläche bildet.
- Der Grad der Polynomfunktion wurde sinnvoll gewählt, sodass die Antwortfläche die Stützstellen genau genug annähert und somit das Systemverhalten ausreichend genau widerspiegelt.

Werden mehr als zwei Parameter einbezogen, kann äquivalent vorgegangen werden. Die Visualisierung der Flächen erfolgt dann über die Gegenüberstellung von jeweils zwei Parametern. Alle anderen Parameter werden dabei auf einen konstanten Wert gesetzt. In der nachfolgenden Abbildung wird die erzeugte Antwortfläche dargestellt. Sie wurde mit dem Polynom 2.99 erzeugt. Die Ermittlung der Polynomkoeffizienten kann in dem gegebenen Fall durch Aufstellen von zehn Gleichungen mit insgesamt acht Unbekannten erfolgen.

Wie man anhand der Abbildung 2.12 erkennen kann, wurden alle Voraussetzungen (siehe Aufzählung oben) erfüllt.



**Abbildung 2.12:** Antwortfläche in 3-D-Darstellung

## 2.5 Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist ein numerisches Verfahren zur Lösung ingenieurtechnischer Problemstellungen. Aufgrund der allgemeinen Formulierung der FEM ist diese in den unterschiedlichsten Anwendungsfällen einsetzbar, zum Beispiel für die Wärmeleitung, die Elektrostatik oder für mechanische Problemstellungen. Wegen dieser universellen Einsetzbarkeit wird die FEM mittlerweile in sehr vielen Branchen zur Unterstützung der Produktentwicklung verwendet, wie im Bauingenieurwesen, der Luft- und Raumfahrttechnik sowie im Automobil- und Maschinenbau, um nur einige zu nennen. Dieses Kapitel wird sich allerdings nur auf das Anwendungsfeld der mechanischen Analysen beziehen. Mechanische Größen, die mit Hilfe der FEM berechnet werden können, sind zum Beispiel Spannungen, Verschiebungen oder Eigenfrequenzen.

Die Analyse und Auslegung eines Bauteils bezieht sich auf die Reaktion auf äußere Belastungen. Ausgangspunkt ist das Gleichgewicht zwischen den äußeren Lasten und den inneren Spannungen, das durch Differentialgleichungen beschrieben wird. Bei der Strukturmechanik geschieht dies über die nachfolgenden Grundgleichungen:

$$\text{Bewegungsgleichung : } \sigma_{ij,j} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.100)$$

$$\text{Materialgesetz : } \sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.101)$$

$$\text{Kinematik : } \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.102)$$

In diesen Gleichungen repräsentiert  $\sigma_{ij}$  den Spannungstensor,  $f_i$  die Volumenkräfte,  $\varepsilon_{ij}$  den Verzerrungstensor,  $E_{ijkl}$  den elastischen Materialtensor und  $u$  den Verschiebungsvektor. Setzt man Gleichung 2.102 und 2.101 in die Gleichgewichtsbedingung 2.100 ein, lassen sich die Spannungen und Verzerrungen eliminieren. Man erhält ein System von drei partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung für den Verschiebungsvektor  $u$ , die Lamé-Gleichungen:

$$(\lambda + \mu) u_{j,ji} + \mu u_{i,jj} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.103)$$

$\lambda$  und  $\mu$  sind die sogenannten Lamé-Konstanten. Bei einem homogenen und isotropen Körper mit zeitunabhängigem Materialverhalten existieren nachfolgende Zusammenhänge zwischen den Lamé-Konstanten, dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktionszahl  $\nu$ :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.104)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.105)$$

Die Lamé-Gleichungen sind zeitabhängig und beschreiben eine wellenartige Ausbreitung in einem Kontinuum. Abhängig von den Materialeigenschaften und Randbedingungen können mehrere Arten von Wellen entstehen (vgl. Kapitel 2.1.2). Das elastodynamische Problem lässt sich nur für einfache Geometrien und einfache Belastungen analytisch lösen. In allen anderen Fällen müssen numerische Näherungslösungen, zum Beispiel mit der Finite-Elemente-Methode, gewonnen werden. Prinzipiell wird bei dieser Methode die gesuchte Feldgröße in einem endlichen Gebiet  $\Omega$  (Bauteil), unter Aufteilung des Gebietes in endliche finite Elemente  $\Omega^{(n)}$  berechnet (Abb. 2.13). In jedem Element wird mittels Ansatzfunktionen die gesuchte Feldgröße näherungsweise ermittelt und zu der Gesamtlösung assembliert.

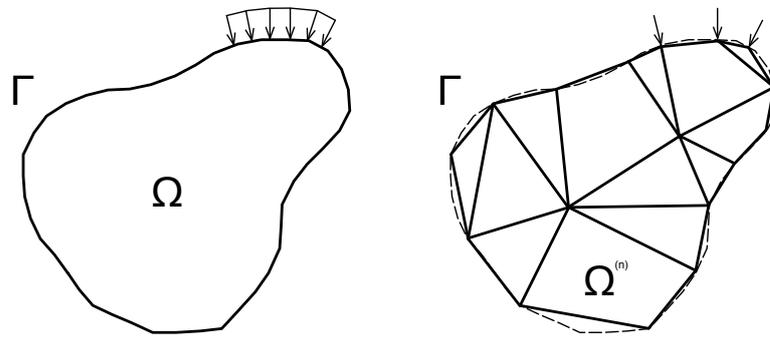


Abbildung 2.13: FE-Diskretisierung

Jedes finite Element  $\Omega^{(n)}$  besitzt eine bestimmte Anzahl von Eckpunkten. Die Eckpunkte benachbarter Elemente müssen zusammenfallen und bilden somit die Knoten des FE-Netzes. Aus rechnerischen Gründen ist es vorteilhaft die Elemente geometrisch möglichst einfach zu gestalten, wodurch der Approximationsfehler allerdings vergrößert werden kann. Je feiner das Netz gewählt wird, desto kleiner ist dieser Diskretisierungsfehler. Ausgangspunkt ist die schwache Formulierung der Bewegungsgleichung 2.100. Um die schwache Form zu gewinnen, wird mit einer Testfunktion  $v_i$  multipliziert und über das gesamte Gebiet  $\Omega$  integriert:

$$\underbrace{\int_{\Omega} v_i \sigma_{ij,j} d\Omega}_A + \underbrace{\int_{\Omega} v_i f_i d\Omega}_B = \underbrace{\int_{\Omega} v_i \rho \ddot{u}_i d\Omega}_C \quad (2.106)$$

Die Testfunktion muss die kinematischen Randbedingungen erfüllen, ist aber ansonsten beliebig. Term  $A$  repräsentiert die elastostatischen Zusammenhänge, Term  $B$  die Volumenkräfte und Term  $C$  berücksichtigt die dynamischen Anteile. Wird Term  $C$  null gesetzt entspricht dies einem rein statischen Problem. Nach Einarbeitung des Materialgesetzes und der Kinematik und weiteren Umformungen ergibt sich die schwache Formulierung der Bewegungsgleichung 2.100 zu:

$$\underbrace{\int_{\Omega} v_{i,j} E_{ijkl} u_{k,l} d\Omega}_A + \underbrace{\int_{\Omega} v_i \rho \ddot{u}_i d\Omega}_B = \underbrace{\int_{\Omega} v_i f_i d\Omega}_C + \underbrace{\int_{\Gamma} v_i t_i d\Gamma}_D \quad (2.107)$$

Nun repräsentiert Term  $A$  den Term für die Systemsteifigkeit und Term  $B$  den Trägheits- oder Massenterm. Beide Terme stellen unter der Annahme eines eingefrorenen Systems in Summe die innere virtuelle Arbeit  $\delta W^{int}$  dar. Die Summe aus Term  $C$  und  $D$  entspricht der äußeren Arbeit  $\delta W^{ext}$ , wobei Term  $B$  die Belastung aus Volumenkräften und Term  $D$  die Belastung aus Oberflächenkräften wiedergibt.

Die schwache Form der Bewegungsgleichung mit der Feldgröße  $u_i$  und der Testfunktion  $v_i$  wird nun im Gebiet  $\Omega$  gelöst. Zur Bestimmung der FEM-Näherungslösung erfolgt eine Approximation dieser unbekannt Funktionen mit Ansatzfunktionen der Form:

$$u(x) \approx \sum_k N_k(x) u_k^n \quad (2.108)$$

Durch Einsetzen von der Formfunktionen in die schwache Formulierung erhält man für jedes Element lokale Steifigkeits- und Massenmatrizen  $K^{(e)}$  und  $M^{(e)}$ . Die Produkte  $K^{(e)}u^{(n)}$  und  $M^{(e)}\ddot{u}^{(n)}$  entsprechen den inneren Kräften an den Knoten beim Freischnitt. Sie müssen an allen Knoten im Gleichgewicht mit den äußeren Kräften stehen. Aus der Forderung nach Stetigkeit der Ansatzfunktionen an den Elementkanten folgt nach der Assemblierung das System linearer algebraischer Gleichungen:

$$Ku^{(n)} + D\dot{u}^{(n)} + M\ddot{u}^{(n)} = F \quad (2.109)$$

Dämpfungskräfte sind geschwindigkeitsproportional und werden durch das Produkt aus Dämpfungsmatrix  $D$  und Geschwindigkeit  $\dot{u}^{(n)}$  berücksichtigt. Formal kann man lineare dynamische FE-Modelle als Masse-Federsystem ansehen, wobei die Massen in den Knoten konzentriert sind und die Federsteifigkeiten aus der Dehnungsenergie der verformten Elementen extrahiert werden [9, S. 34].

### 2.5.1 Frequenzantwortanalyse

Die Frequenzantwortanalyse dient zur Berechnung der eingeschwungenen Antwort einer Struktur auf eine Schwingungsanregung. Anregungen können in Form von aufgebracht Kräften, Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder auch Beschleunigungen vorliegen. Geht man von einer harmonischen Anregung  $F$  aus, so lautet die allgemeine Bewegungsgleichung für eine ungedämpfte Schwingung in Matrix-Vektor-Schreibweise:

$$KU + M\ddot{U} = F \quad (2.110)$$

Die noch unbekannt Verschiebungen  $u^{(n)}$  sowie die Beschleunigungen  $\ddot{u}^{(n)}$  werden zur Vereinfachung ersatzweise mit  $U$  bzw.  $\ddot{U}$  angegeben. Üblicherweise sind bei  $K$  und  $M$  nur die Hauptdiagonale sowie eine begrenzte Anzahl von Nebendiagonalen besetzt. Generell wird bei der Frequenzantwortanalyse davon ausgegangen, dass eine harmonische Anregung der Form  $F = fe^{i\omega t}$  eine ebenso harmonische Antwort des eingeschwungenen Systems hervorruft. Unter dieser Annahme ergeben sich die Verschiebungen und Beschleunigungen zu:

$$U = ue^{i\omega t} \quad (2.111)$$

$$\ddot{U} = -\omega^2 ue^{i\omega t} \quad (2.112)$$

Nach dem Einsetzen in 2.110 und anschließender Division durch  $e^{i\omega t}$ , erhält man die Bewegungsgleichung im Frequenzbereich:

$$[K - \omega^2 M] u = f \quad (2.113)$$

Für den gedämpften Fall ergibt sich die Bewegungsgleichung im Frequenzbereich zu:

$$[K + i\omega D - \omega^2 M] u = f \quad (2.114)$$

Im Allgemeinen sind die einzelnen Bewegungsgleichungen über die Steifigkeit bzw. Steifigkeit und Dämpfung miteinander gekoppelt, d. h. die einzelnen Knotenverschiebungen sind teilweise voneinander abhängig. Die Matrix innerhalb der Klammern der Gleichungen 2.113 und 2.114 wird dynamische Steifigkeitsmatrix genannt [9, S. 21]. Die Verschiebungen  $u$  können entweder direkt (SOL 108) durch Invertierung der dynamischen Steifigkeitsmatrix oder modal (SOL 111) berechnet werden. Bei der direkten Frequenzantwortanalyse ergibt sich somit nachfolgende Lösung des Gleichungssystems für die Berechnung der Verschiebungen:

$$u = [K + i\omega D - \omega^2 M]^{-1} f \quad (2.115)$$

Da die dynamische Steifigkeitsmatrix frequenzabhängig ist, muss die Inverse für jeden Frequenz erneut ermittelt werden. Bei großen Modellen mit entsprechend vielen Freiheitsgraden ist diese Vorgehensweise aufgrund der großen Matrixdimension nicht mehr praktikabel [9, S. 24]. In diesem Fall bietet sich die modale Frequenzantwortanalyse (SOL 111) zur genäherten Berechnung der erzwungenen Schwingungen an, in der die einzelnen Bewegungsgleichungen voneinander entkoppelt werden.

Dazu werden im ersten Schritt die Variablen der allgemeinen Bewegungsgleichung von physikalischen in modale Koordinaten transformiert. Dazu werden die physikalischen Koordinaten  $u$  mit Hilfe einer geeigneten Transformationsmatrix  $\phi$  mit den modalen Koordinaten  $q$  verknüpft:

$$u = \phi q \quad (2.116)$$

Zur Bestimmung der Transformationsmatrix  $\phi$  wird zunächst das Eigenwertproblem gelöst. Für schwache Dämpfung wird es für den ungedämpften Fall aufgestellt [9, S. 17]:

$$[K - \lambda M] Y = 0 \quad (2.117)$$

$\lambda$  repräsentiert in diesem Fall die gesuchten Eigenwerte, wobei  $\lambda = \omega^2$  gilt. Diese Gleichung hat nur dann nichttriviale Lösungen, wenn  $\det([K - \lambda M]) = 0$  gegeben ist, wodurch die Eigenwerte  $\lambda_n$  berechnet werden können. Setzt man diese anschließend in 2.117 ein, lassen sich die Eigenvektoren  $Y_n$  ermitteln. Ordnet man diese spaltenweise an, ergibt sich die Transformationsmatrix  $\phi$ :

$$\phi = [Y_1 | Y_2 | \dots | Y_n] \quad (2.118)$$

Mit der massennormierten Transformationsmatrix lassen sich nachfolgende Beziehungen aufstellen [9, S. 18ff.]:

$$\phi^T M \phi = E \quad (2.119)$$

$$\phi^T K \phi = \Omega^2 \quad (2.120)$$

Wobei  $E$  einer Einheitsmatrix und  $\Omega^2$  den quadrierten Eigenfrequenzen des Systems in diagonalen Matrix entsprechen:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

Dieser Schritt ist auch unter der Bezeichnung modaler Transformation bekannt, wodurch die Systemmatrizen  $M$  und  $K$  diagonalisiert und somit die Bewegungsgleichungen entkoppelt werden [9, S. 19]. Geht man von dem gedämpften Fall aus, sind die Bewegungsgleichungen immer noch über die Dämpfung miteinander gekoppelt, da die Dämpfungsmatrix  $D$  voll besetzt ist. Wird allerdings proportionale Dämpfung angenommen, ist auch die modale Dämpfungsmatrix diagonal und somit das Gleichungssystem entkoppelt. Die Dämpfungsmatrix ergibt sich dann in modalen Koordinaten zu:

$$\phi^T D \phi = \alpha E + \beta \omega^2 \quad (2.122)$$

Durch die Beziehungen 2.119, 2.120 und 2.122 und linksseitige Multiplikation mit  $\phi^T$  ergibt sich die Gleichung 2.114 mit der modalen Anregung  $\hat{f} = q^T f$  zu:

$$\phi^T [K + i\omega D - \omega^2 M] \phi q = \hat{f} \quad (2.123)$$

Somit können die modalen Verschiebungen einzeln voneinander berechnet werden und anschließend über 2.116 in physikalische Koordinaten transformiert werden.

# 3 Messtechnische Ermittlung der akustischen Eigenschaften von Glaswolle

In diesem Kapitel wird erläutert, wie die Vergleichsdaten für die Simulation ermittelt wurden.

Wie im Kapitel 1 beschrieben, werden die Materialparameter zur Simulation von Glaswolle anhand der Korrelation von sowohl messtechnisch als auch rechnerisch einfach zu bestimmenden Größen ermittelt. Dabei handelt es sich um die Größen Absorptionsgrad  $\alpha$  und die komplexe Oberflächenimpedanz  $Z$ , die mit einem Impedanzrohr ermittelt werden können. Die theoretischen Hintergründe zu dieser Messmethode können in Kapitel 2.3.1 nachgelesen werden. Im nachfolgenden Kapitel 3.1 werden die Vorgehensweise bei der Messung, die zu untersuchenden Materialproben und die Ergebnisse dargestellt. Dieser Beschreibung folgt die Erläuterung, wie die ermittelten Daten für den späteren Vergleich mit den Simulationsergebnissen aufbereitet wurden.

Die durch die Response-Surface-Methode (2.4.2) ermittelten Materialparameter, zur Beschreibung der Glaswolle, werden anhand eines Transmissionsversuchs überprüft. Im Gegensatz zu der Messung im Impedanzrohr wird dort nicht nur eine Schicht Glaswolle, sondern eine vereinfachte Flugzeugwandung, bestehend aus versteifter Aluminiumplatte und poröser Schicht, untersucht. Durch diesen Versuch wird das Schalldämmmaß  $R$  ermittelt. Das Schalldämmmaß  $R$  ist eine frequenzabhängige Bauteileigenschaft, die eine Aussage über die schalldämmende Eigenschaft eines kompletten Wandaufbaus ermöglicht. In Kapitel 3.2 wird die Vorgehensweise beschrieben und die erlangten Ergebnisse der Messungen werden dargestellt. Darüber hinaus wird dort auf den zu untersuchenden Wandaufbau eingegangen.

### 3.1 Ermittlung von Impedanz und Absorptionsgrad

Ziel der Messung war es, den Absorptionsgrad  $\alpha$  und Oberflächenimpedanz  $Z$  von zwei Glaswolle-Typen in je zwei Versuchsanordnungen zu bestimmen. Dabei sollte ein Frequenzbereich von  $50\text{ Hz}$ – $1600\text{ Hz}$  und eine Probendicke von 2 Zoll untersucht werden. Gemessen wurde zum einen die Glaswolle Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) und zum anderen die Glaswolle Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink). Bei den beiden Versuchsanordnungen handelt es sich um eine Messung der Glaswolle direkt vor der akustisch harten Kolbenscheibe und um eine Messung mit einem Abstand von  $30\text{ mm}$ .

Dabei wurde ein Impedanzrohr der Firma Brüel & Kjær vom Typ 4206 eingesetzt (Abb.3.1). Bei diesem Impedanzrohr kommt die in dem Kapitel 2.3.1 beschriebene Zwei-Mikrofon-Methode zum Einsatz. Dabei wird allerdings nicht wie beschrieben mit einer monofrequenten ebenen Welle angeregt, sondern mit breitbandigem Weißen Rauschen, d. h. mit einer akustischen Anregung in der alle Frequenzen des untersuchten Bereichs von  $50\text{ Hz}$ – $1600\text{ Hz}$  mit gleicher Amplitude enthalten sind. Mit Hilfe der Fast-Fourier-Transformation werden dann die komplexen Amplituden mit den dazugehörigen Frequenzen ermittelt und mit den Formeln 2.83-2.84 die akustischen Materialparameter berechnet. Das hat den großen Vorteil, dass der komplette Frequenzbereich von  $50\text{ Hz}$ – $1600\text{ Hz}$  mit nur einer Messung in kurzer Zeit untersucht werden kann.

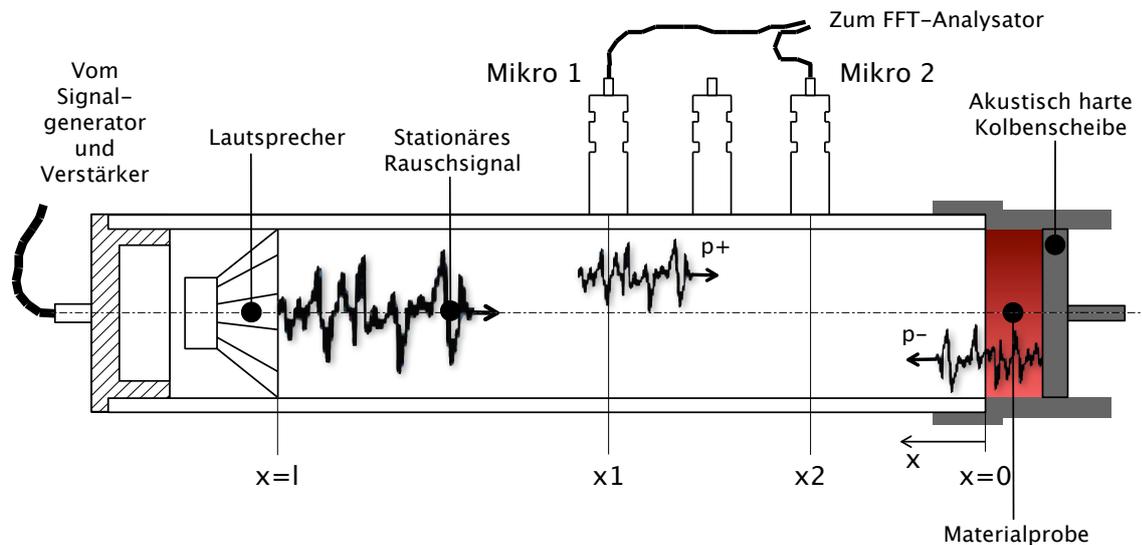


Abbildung 3.1: Impedanzrohr Firma Brüel & Kjær - Type 4206

### 3.1.1 Versuchsdurchführung und Ergebnisse

Die zu untersuchenden Materialproben wurden für jeden Glaswolle-Typ in vierfacher Ausführung mit einem Durchmesser von  $d = 100 \text{ mm}$  aus einer 1 Zoll dicken Glaswolle-Matte herausgeschnitten. Somit standen für die Messungen zwei Materialproben mit einer Dicke von 2 Zoll je Glaswolle-Typ zur Verfügung (Abb.3.2).



**Abbildung 3.2:** Materialproben für die Messungen im Kundtschen Rohr

Vor der Messung ist es erforderlich, die Umgebungstemperatur und den Luftdruck zu erfassen und in die Mess-Software einzugeben. Die Software errechnet aus diesen beiden Angaben die nötigen Parameter für die interne Umrechnung der Materialparameter. Die Messungen wurden bei einer Raumtemperatur von  $23.7 \text{ °C}$  und einem Luftdruck von  $1012 \text{ mbar}$  durchgeführt. Eine ausführliche Auflistung der Parameter ist in Tabelle 3.1 zu finden.

Bezeichnung	Formelzeichen	Parameterwert	Einheit
Temperatur	$T_0$	23.7	[°C]
Luftdruck	$p_0$	1.012	[bar]
Schallgeschwindigkeit	$c$	345.4	[m/s]
Dichte Luft	$\rho$	1.186	[kg/m <sup>3</sup> ]
Charakteristische Impedanz	$Z_0$	409.5	[Ns/m <sup>3</sup> ]
Dynamische Viskosität Luft	$\eta$	$18.416 \cdot 10^{-6}$	[Pas]
Prandtl-Zahl	$Pr$	0.714	[1]
Isentropenexponent	$\kappa$	1.402	[1]
Kompressionsmodul	$K$	141491.0	[Pa]

**Tabelle 3.1:** Auflistung der Messparameter

Des Weiteren ist es für die spätere Simulation sinnvoll, die exakten Materialdichten der Proben zu ermitteln. Dafür wurde von jeder Probe die exakte Dicke  $h_i$  und das Gewicht  $m_i$  bestimmt und anschließend die Dichte durch Formel 3.1 berechnet. Anschließend wurde ein Mittelwert für die beiden Typen von Glaswolle gebildet:

$$\rho_i = \frac{4 \cdot m_i}{d_i^2 \cdot \pi \cdot h_i} \quad (3.1)$$

Die einzelnen Werte sind in Tabelle 3.2 aufgelistet.

	Proben-Nr.	Gewicht [g]	Durchmesser [mm]	Dicke [mm]	Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]	Mittelwert [kg/m <sup>3</sup> ]
Amber	1	2.72	100	45	7.6960	7.6677
	2	2.70	100	45	7.6394	
Pink	1	2.36	100	45	6.7057	6.6774
	2	2.35	100	45	6.6491	

Tabelle 3.2: Probengeometrie und Materialdichte

Nachdem die Parameter bestimmt und in der Software hinterlegt wurden, war der nächste Schritt die Kalibrierung des Messsystems. Da bei dem Impedanzrohr zwei Mikrofone benutzt werden, können geringe Phasen- und Amplitudenunterschiede aufgrund der unterschiedlichen Frequenzgänge der beiden Mikrofonkanäle auftreten. Diese Unterschiede führen zu einer fehlerhaften Berechnung. Bei der Kalibrierung wird die Übertragungsfunktion zweimal gemessen, einmal mit vertauschten Mikrofonen und einmal mit den Mikrofonen an ihren ursprünglichen Positionen. Das geometrische Mittel beider Funktionen ergibt eine komplexe Korrekturfunktion, mit der dann die Übertragungsfunktion korrigiert wird.

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen die geometrischen Mittel der vier einzelnen Messungen pro Material und Anordnung. Detaillierte Abbildungen zu allen Messungen sind im Anhang A.1 zu finden. Die Abb. 3.3 veranschaulicht, dass mit steigendem Abstand der Probe von der Kolbenscheibe der Absorptionsgrad im unteren Frequenzbereich ansteigt und sich das Maximum zu geringeren Frequenzen verlagert.

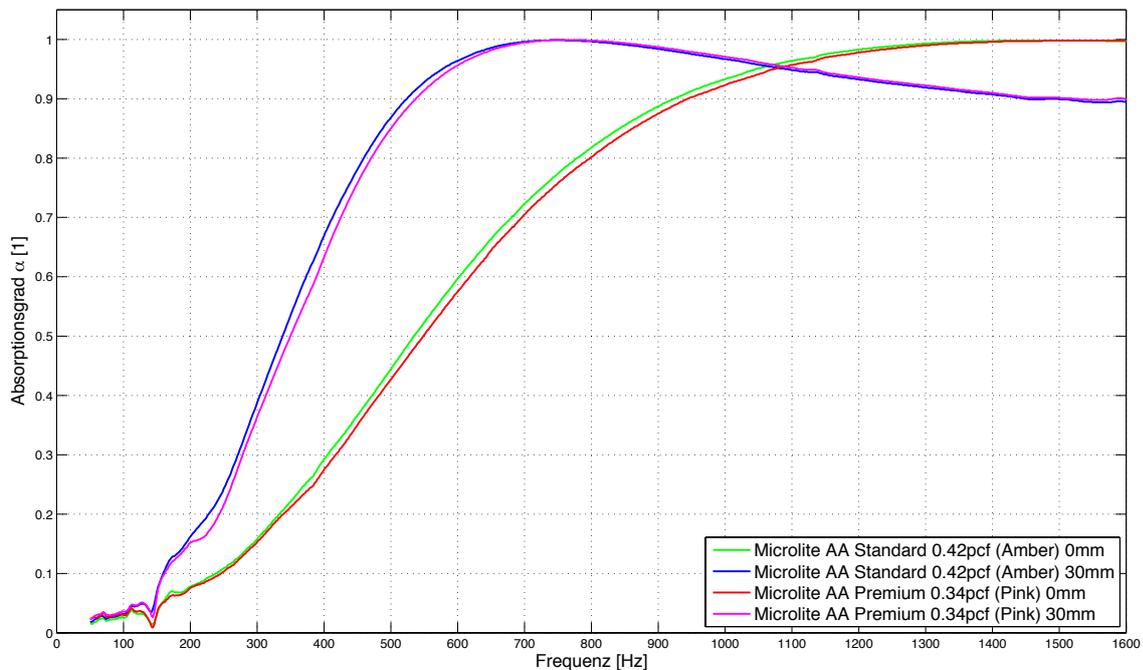
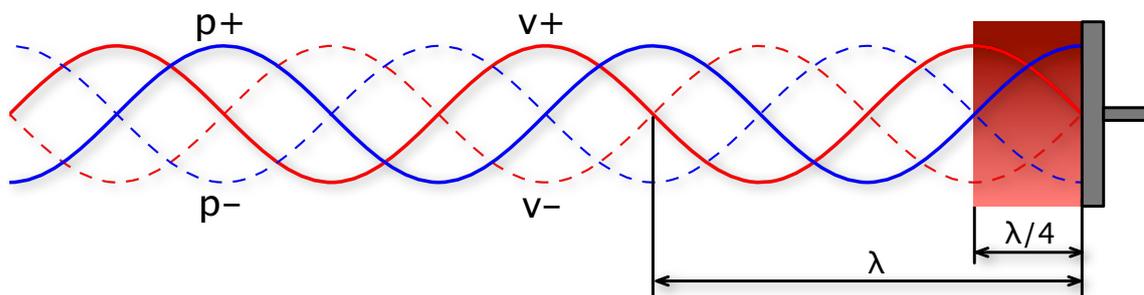


Abbildung 3.3: Vergleich Absorptionsgrad

Eine vollständige Schallreflexion beginnt immer mit einem Minimum der Schallschnelle  $v$  und einem Maximum des Schalldruckes  $p$ , d. h. die Bewegungsenergie ist gleich null und die potenzielle Energie ist maximal. Da Absorber die Bewegungsenergie in Wärmeenergie umwandeln und somit die Schallintensität reduzieren, wirkt ein Absorber am effektivsten, wenn er sich innerhalb eines Bereiches befindet, in dem die Schallschnelleamplitude maximal ist. Das ist bei einem Abstand von  $1/4$  der Wellenlänge  $\lambda$  gegeben (Abb.3.4). Die Wellenlänge ist frequenzabhängig und kann nach Formel 3.2 berechnet werden:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (3.2)$$



**Abbildung 3.4:** Vollständige Reflexion an akustisch harter Kolbenscheibe

Daneben ist in der Abbildung 3.3 ein plötzlicher Einbruch der Absorptionsgrade bei ca.  $140 \text{ Hz}$  zu erkennen. Dieses Phänomen ist untypisch für den Absorptionsgrad und konnte auch bei einer Messung im Kundtschen Rohr ohne Glaswolle beobachtet werden. Es liegt nahe, dass es sich dabei um eine Eigenfrequenz des Messsystems handelt. Es konnte leider weder festgestellt werden, welche Komponente der Verursacher ist, noch konnte es unterbunden werden.

In den Abbildungen 3.5-3.6 sind die Real- bzw. Imaginärteile der spezifischen Oberflächenimpedanz  $z = \frac{Z}{Z_0}$  der jeweiligen Materialien und Anordnungen dargestellt. Bei der ersten Betrachtung erkennt man, dass die Realteile der spezifischen Oberflächenimpedanzen unter  $200 \text{ Hz}$  stark verrauscht sind und dass der Einbruch bei  $140 \text{ Hz}$  sich im Realteil der spezifischen Oberflächenimpedanz sehr stark auswirkt. Was dagegen noch ersichtlich ist, ist der Zusammenhang zwischen dem Absorptionsgrad und der Oberflächenimpedanz. Wenn der Realteil der spezifischen Oberflächenimpedanz einen Wert von eins erreicht, ist die Absorption maximal. Der Imaginärteil erreicht bei dieser Frequenz einen Wert von null. Oder anders ausgedrückt: Man erhält eine vollständige Absorption der Schallintensität, wenn die Oberflächenimpedanz des Materials gleich der charakteristischen Impedanz ist. Dieser Zusammenhang ist auch in Formel 3.3 dargestellt und wird als Anpassungsgesetz bezeichnet [14, S. 580]:

$$\alpha = \frac{4 \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{Z}{\rho c} \right\}}{\left[ \operatorname{Re} \left\{ \frac{Z}{\rho c} \right\} + 1 \right]^2 + \left[ \operatorname{Im} \left\{ \frac{Z}{\rho c} \right\} \right]^2} \quad (3.3)$$

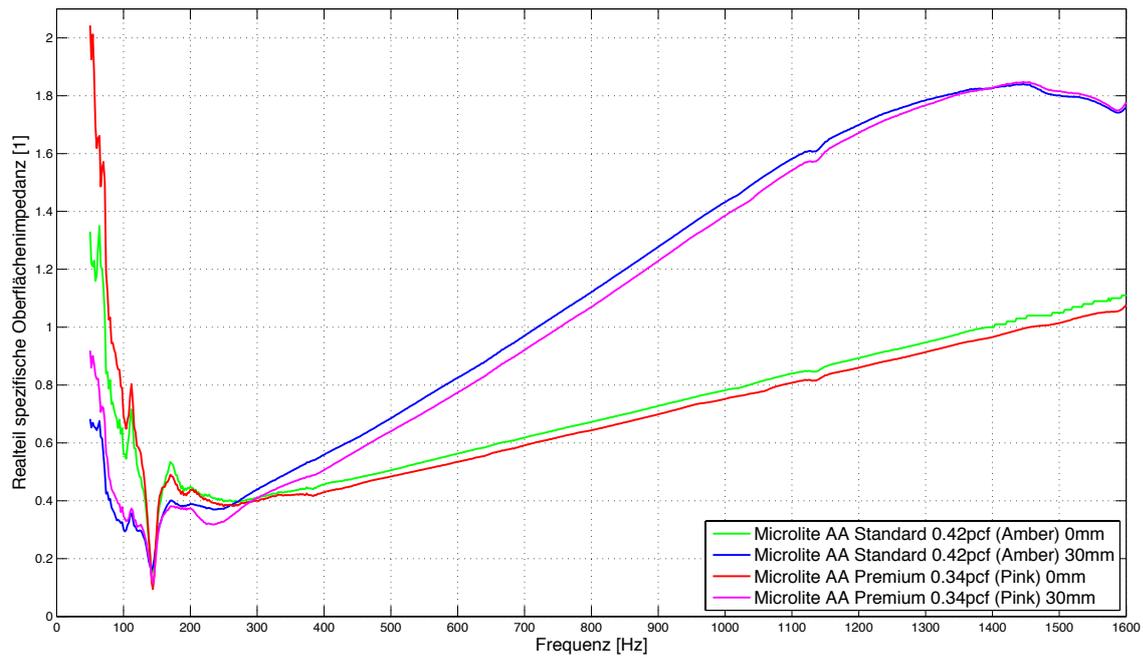


Abbildung 3.5: Vergleich Realteil spez. Oberflächenimpedanz

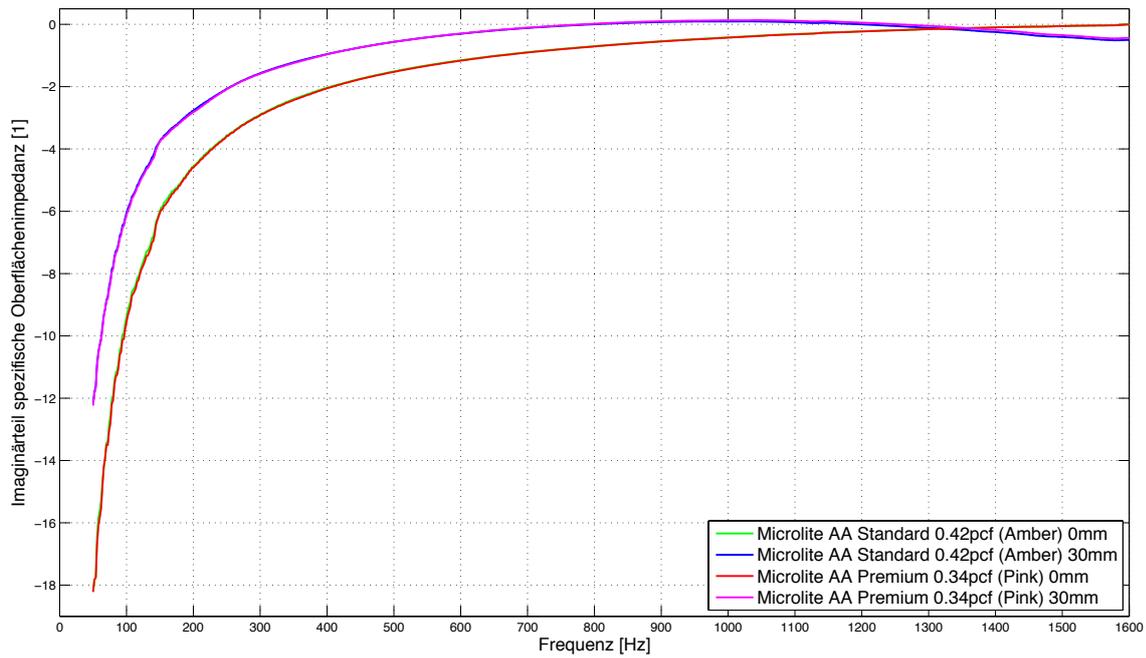


Abbildung 3.6: Vergleich Imaginärteil spez. Oberflächenimpedanz

### 3.1.2 Aufbereitung der Messdaten

Die im Kapitel 3.1.1 gezeigten Messergebnisse weisen im unteren Frequenzbereich von  $50\text{ Hz}$ – $200\text{ Hz}$  zum Teil starke Ungenauigkeiten auf. Da in dieser Ausarbeitung der Frequenzbereich von  $80\text{ Hz}$ – $1000\text{ Hz}$  interessiert, musste eine Möglichkeit gefunden werden, die Messergebnisse zu glätten, um einen aussagekräftigen Vergleich zwischen den Messergebnissen und den Simulationsergebnissen zu ermöglichen.

Der Realteil der spezifischen Oberflächenimpedanz zeigt leider bei den unteren Frequenzen so starke Ungenauigkeiten auf, dass bei einer direkten Glättung der Kurve eine Verlässlichkeit der Ergebnisse nicht gegeben ist. Also musste eine andere Alternative gefunden werden, eine zuverlässige Glättung aller Messergebnisse zu erreichen.

Die Lösung des Problems ist im Rechengang des Kapitels 2.3.1 zu finden. Wie dort beschrieben, wird der Absorptionsgrad  $\alpha$  und die komplexe Oberflächenimpedanz  $Z$  aus dem komplexen Reflexionsfaktor  $r$  berechnet. Das Messsystem der Firma Brüel & Kjær bietet die Möglichkeit, neben den ersten beiden genannten Größen auch den Reflexionsfaktor  $r$  auszugeben. Dieser ist in den nachfolgenden Abbildungen 3.7 und 3.8 für die beiden unterschiedlichen Materialien und Anordnungen dargestellt. Die Abbildungen zeigen die geometrischen Mittel der vier einzelnen Messungen pro Material und Anordnung. Detaillierte Abbildungen zu allen Messungen sind im Anhang A.1 zu finden.

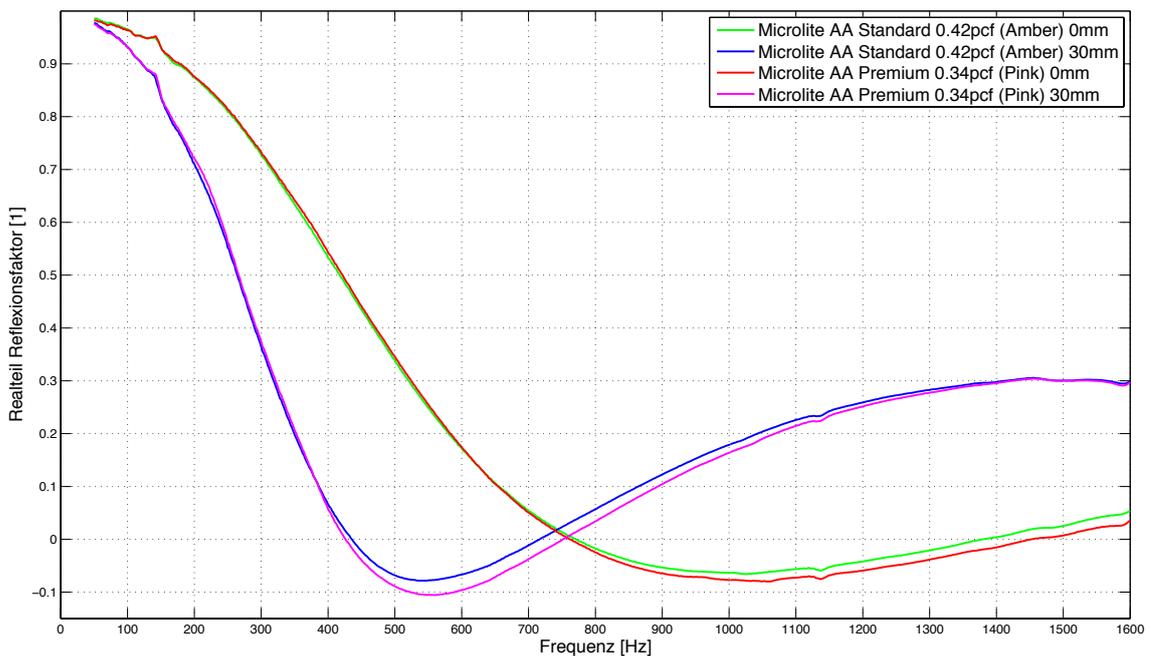


Abbildung 3.7: Vergleich Realteil Reflexionsfaktor

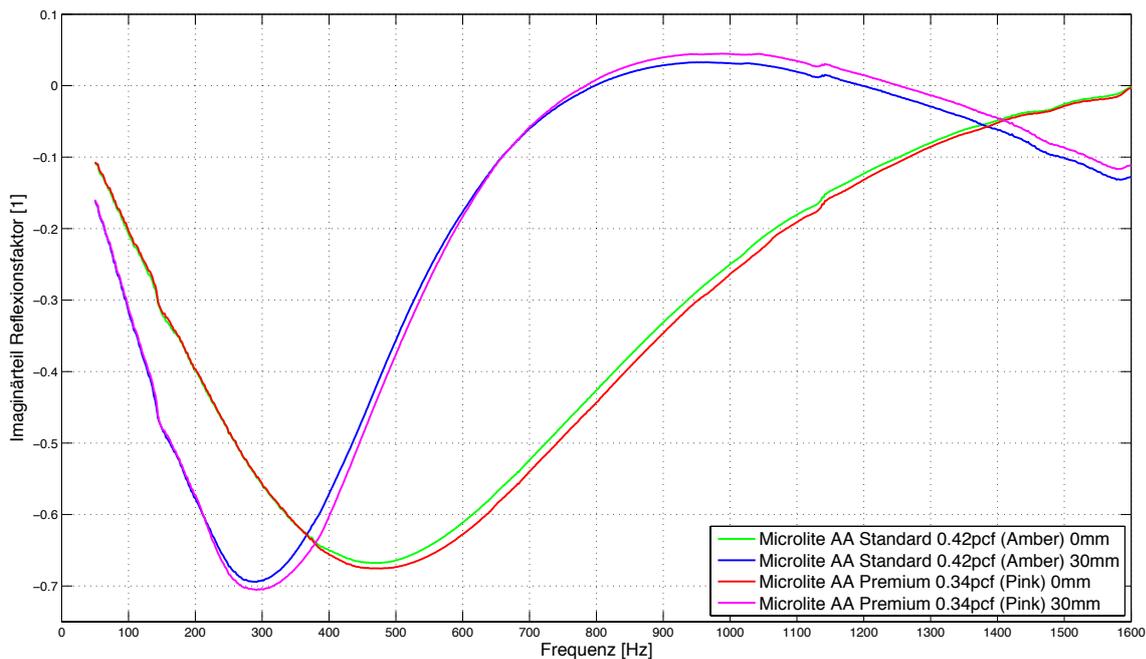


Abbildung 3.8: Vergleich Imaginärteil Reflexionsfaktor

Die beiden Abbildungen zeigen eine gute Grundlage für eine Glättung der Messergebnisse. Die Idee ist nun, die Ergebnisse des Reflexionsfaktors  $r$  zu glätten und anschließend aus den geglätteten Ergebnissen den Absorptionsgrad  $\alpha$  und die Oberflächenimpedanz  $Z$  nach den Formeln 2.83 und 2.84 zu berechnen.

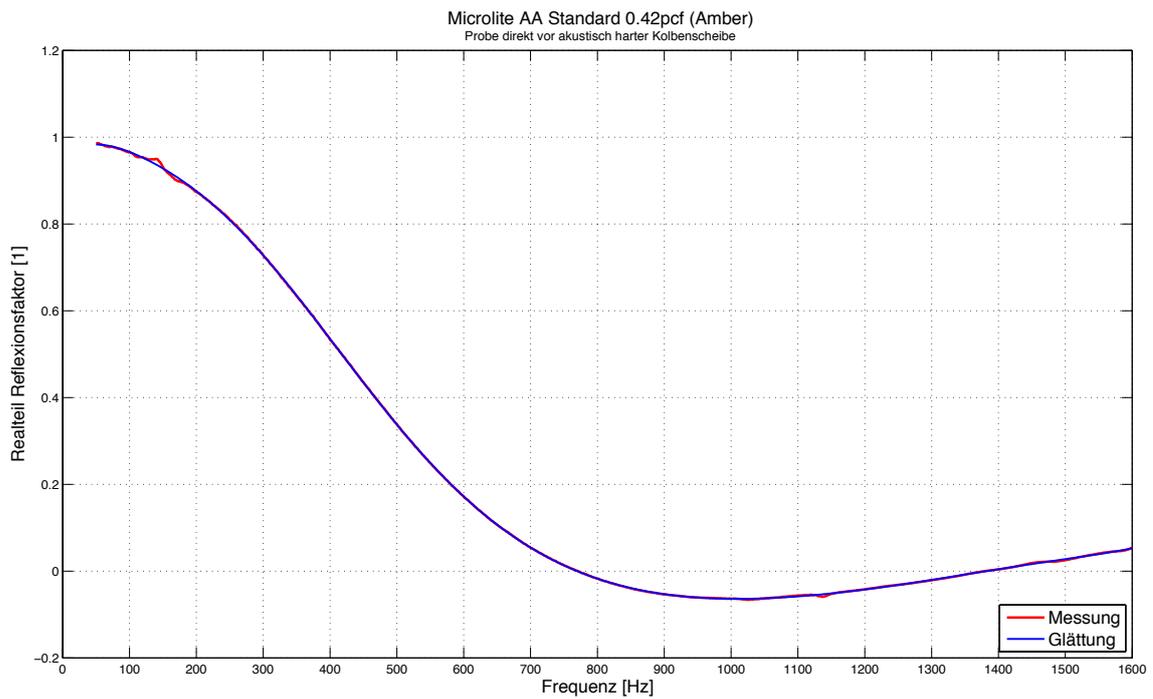
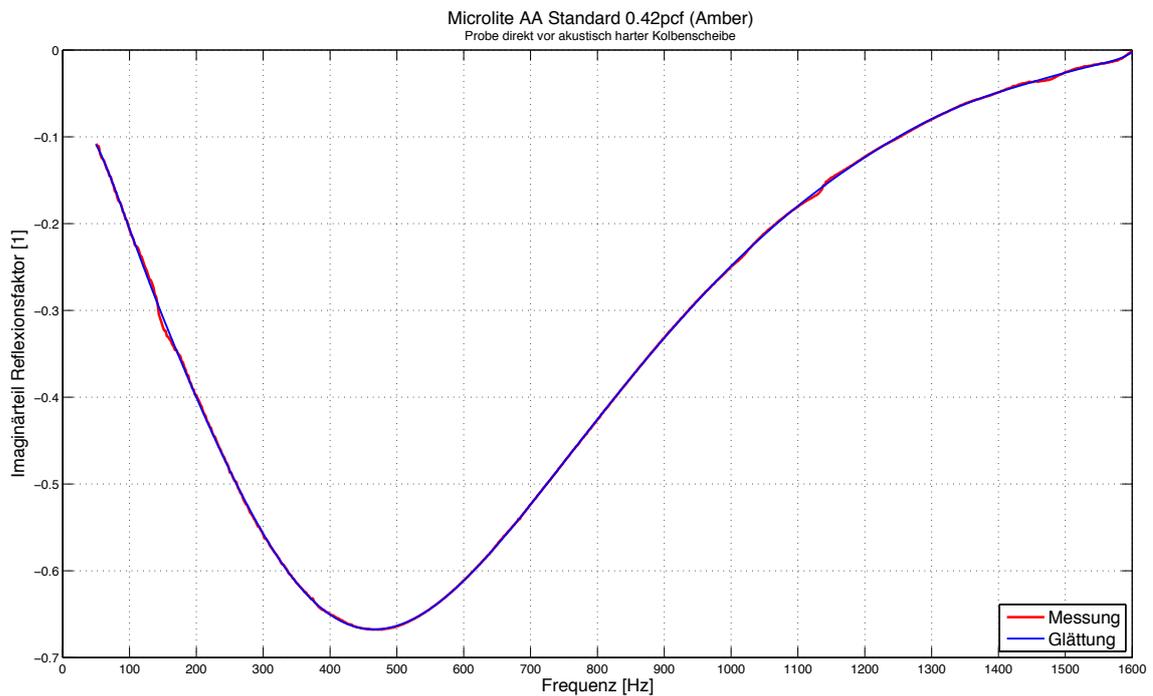
Die Glättung des Reflexionsfaktors wurde mit Hilfe von Matlab durchgeführt. Matlab bietet die Möglichkeit, gegebene Datenpunkte durch eine Polynomfunktion beliebigen Grades anzunähern:

$$p(x) = p_1x^n + p_2x^{n-1} + \dots + p_nx + p_{n+1} \quad (3.4)$$

Dabei wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate angewendet. Unter Angabe der Abszissenwerte  $x$  und der Ordinatenwerte  $y$  der Datenpunkte und des gewünschten Polynomgrades  $n$  werden mit Hilfe des Befehls  $p = polyfit(x, y, n)$  die Koeffizienten  $p$  der Polynomfunktion 3.4 ermittelt. Der Befehl  $y = polyval(p, x)$  bietet anschließend die Möglichkeit, aus den Koeffizienten  $p$  die Ordinatenwerte  $y$  für die gewünschten Abszissenwerte  $x$  nach Formel 3.5 zu berechnen:

$$y = p_1x^n + p_2x^{n-1} + \dots + p_nx + p_{n+1} \quad (3.5)$$

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen die Glättung des Reflexionsfaktors anhand der Glaswolle Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) in der Anordnung direkt vor der akustisch harten Kolbenscheibe. Detaillierte Abbildungen zu allen Berechnungen sind im Anhang A.1 zu finden.

**Abbildung 3.9:** Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(r) Glättung**Abbildung 3.10:** Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(r) Glättung

Die beste Übereinstimmung konnte für den Realteil des Reflexionsfaktors mit einer Polynomfunktion 12. Grades und für den Imaginärteil des Reflexionsfaktors mit einer Polynomfunktion 15. Grades erreicht werden. Mit Hilfe der gezeigten Polynomfunktionen konnten alle Messungenauigkeiten ausgeglichen werden.

Nachdem dieser Teil der Messdatenaufbereitung umgesetzt werden konnte, muss noch der eigentliche Zweck dieser Glättung durchgeführt werden. Mit Hilfe der Formeln 2.83 und 2.84 können nun der Absorptionsgrad  $\alpha$  und die komplexe Impedanz  $Z$  aus den von Matlab berechneten Ordinatenwerten  $y$  berechnet werden. Die Abbildungen 3.11-3.13 zeigen die berechneten Ergebnisse für die Glaswolle Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) in der Anordnung direkt vor der akustisch harten Kolbenscheibe. Detaillierte Abbildungen zu allen Berechnungen sind im Anhang A.1 zu finden.

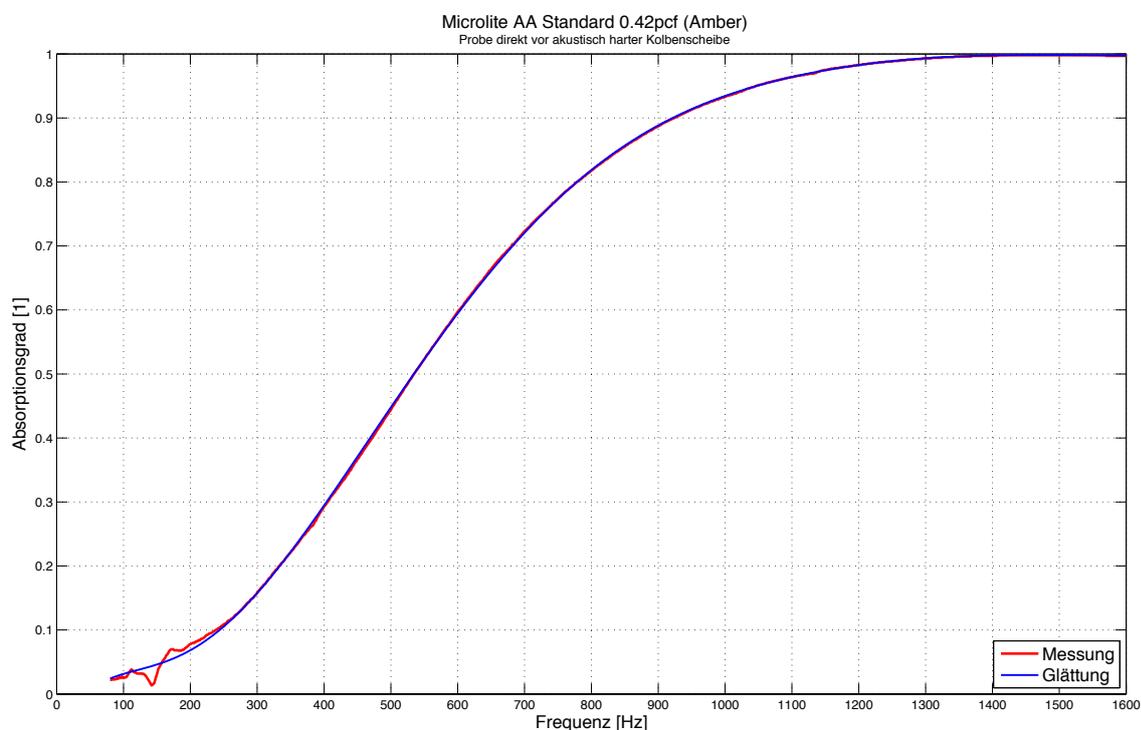


Abbildung 3.11: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $\alpha$  Glättung

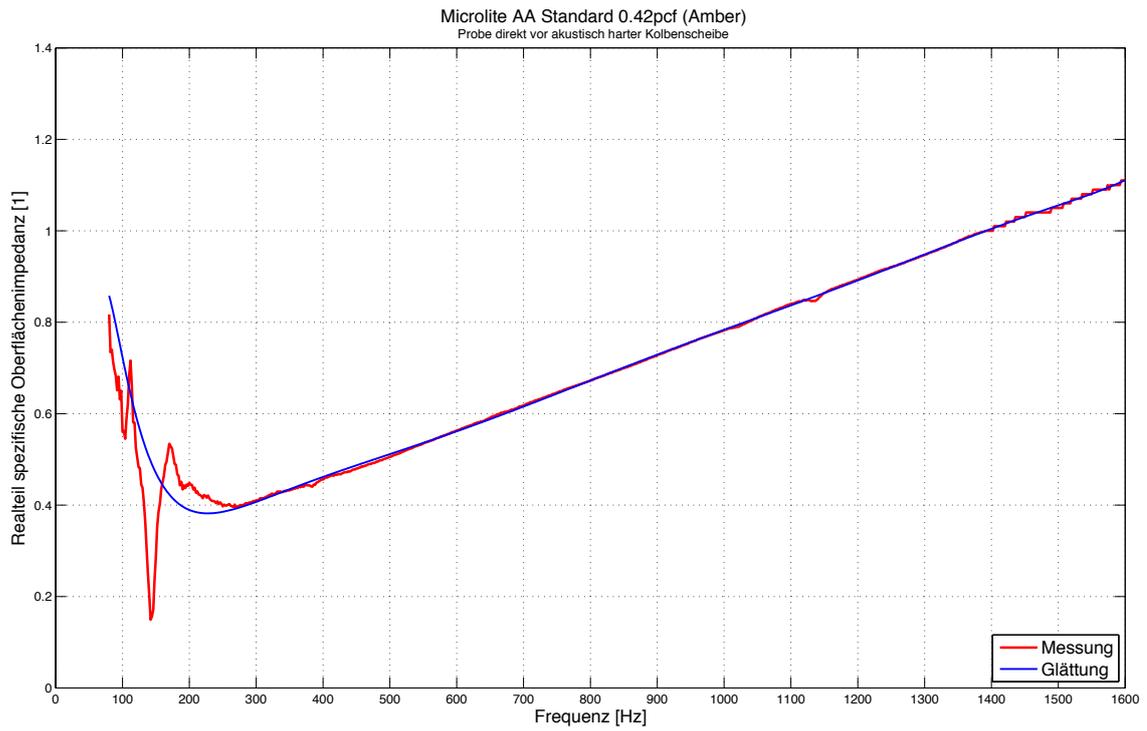


Abbildung 3.12: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $Re(z)$  Glättung

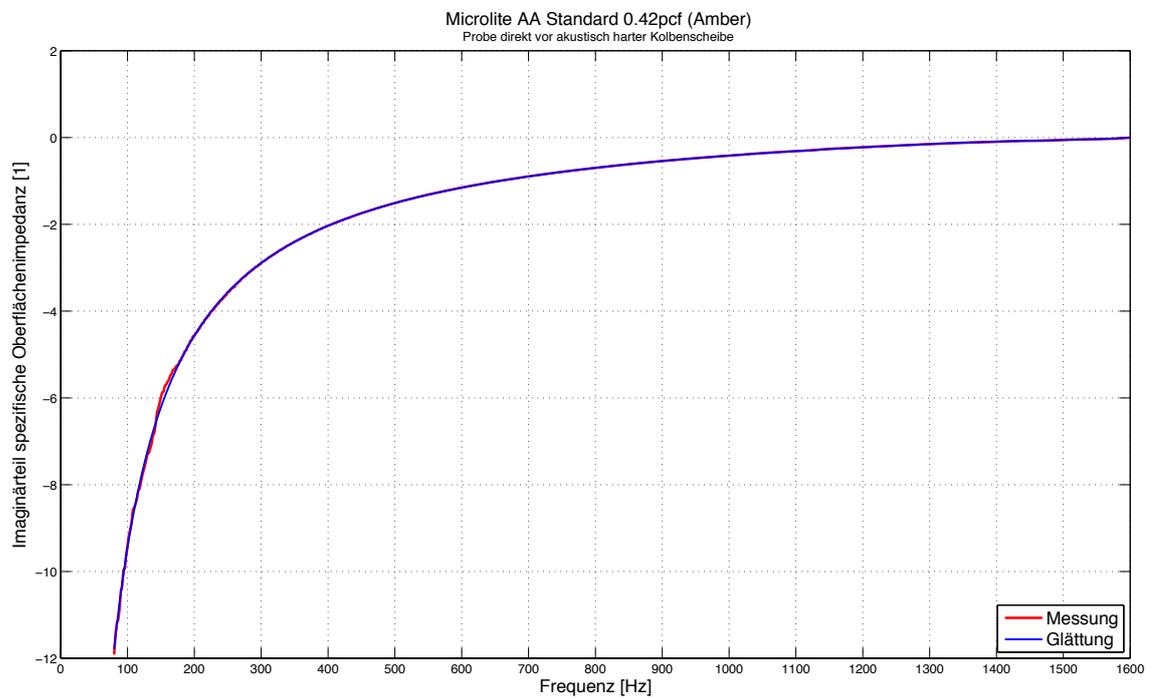


Abbildung 3.13: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $Im(z)$  Glättung

Die Abbildungen weisen im kompletten Frequenzbereich von 50 Hz–1600 Hz eine sehr gute Glättung der Messergebnisse auf. Vor allem im unteren Frequenzbereich von 50 Hz–200 Hz des Realteils der spezifischen Oberflächenimpedanz zeigt sich der Erfolg dieser Vorgehensweise. Auch der Einbruch des Absorptionsgrades bei ca. 140 Hz konnte mit dieser Methode erfolgreich geglättet werden.

Abschließend werden in den nachfolgenden Abbildungen die endgültigen Daten für den Vergleich mit den Simulationsergebnissen dargestellt.

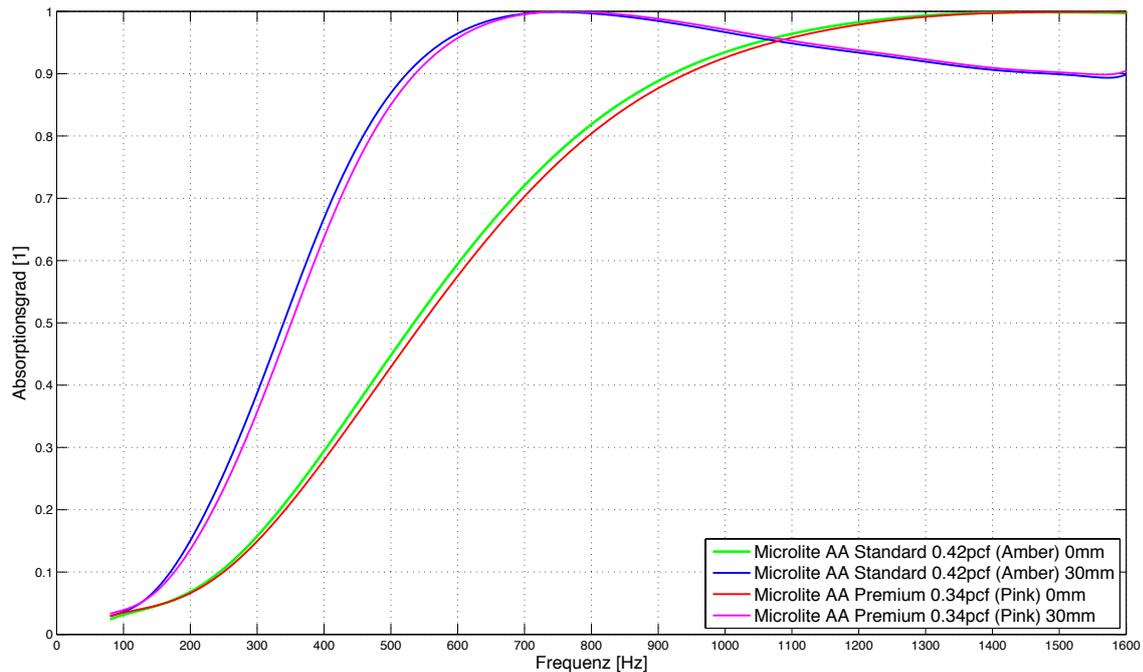


Abbildung 3.14: Vergleich Absorptionsgrad geglättet

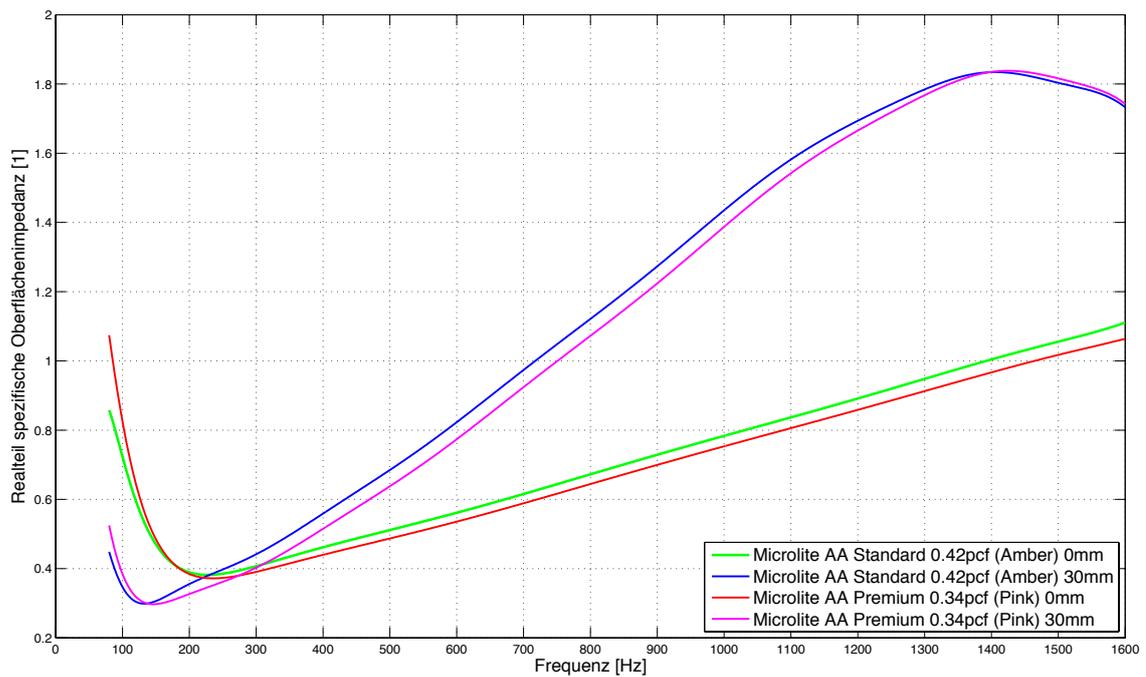


Abbildung 3.15: Vergleich Realtteil spez. Oberflächenimpedanz geglättet

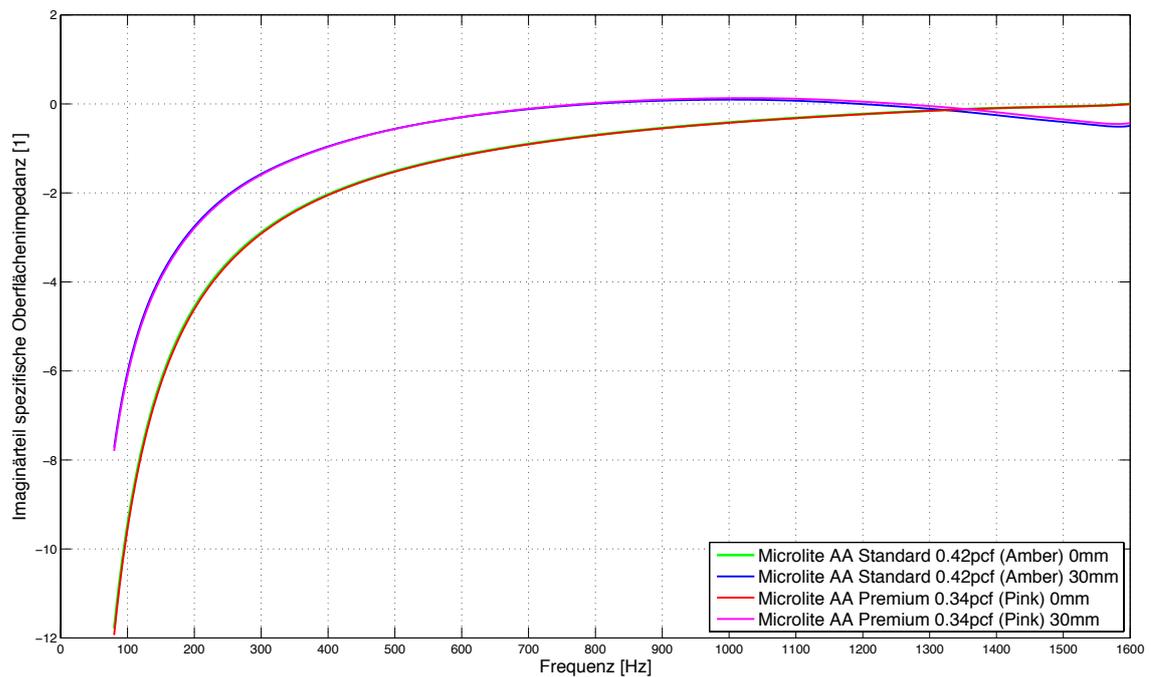


Abbildung 3.16: Vergleich Imaginärteil spez. Oberflächenimpedanz geglättet

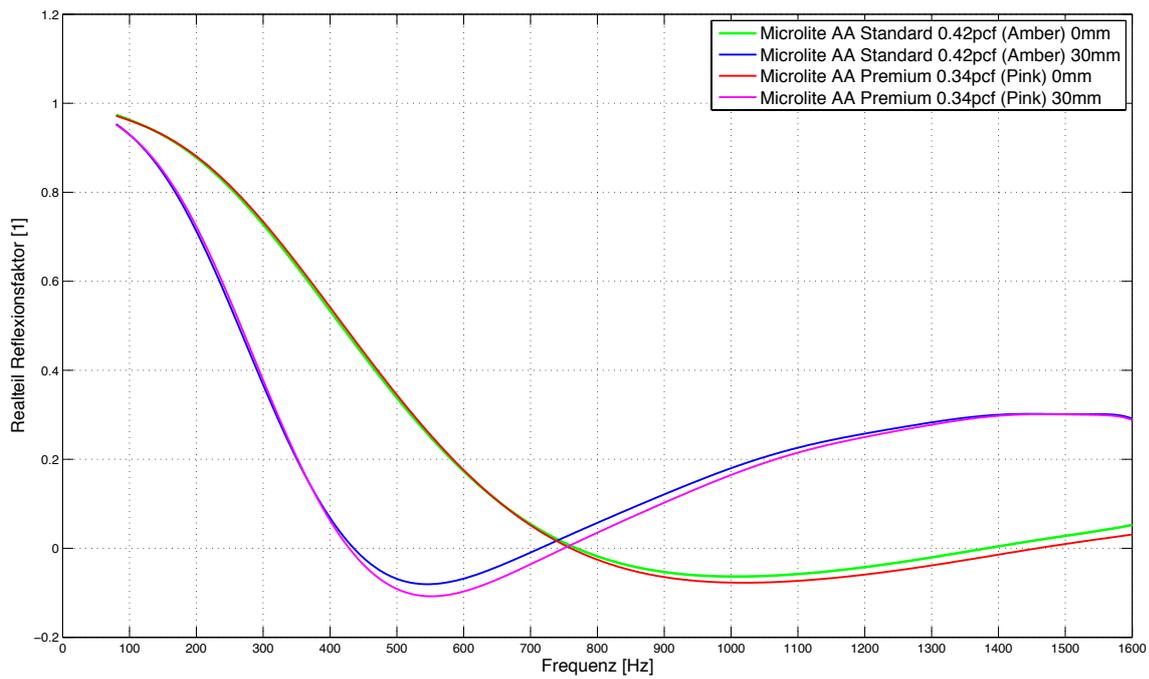


Abbildung 3.17: Vergleich Realteil Reflexionsfaktor geglättet

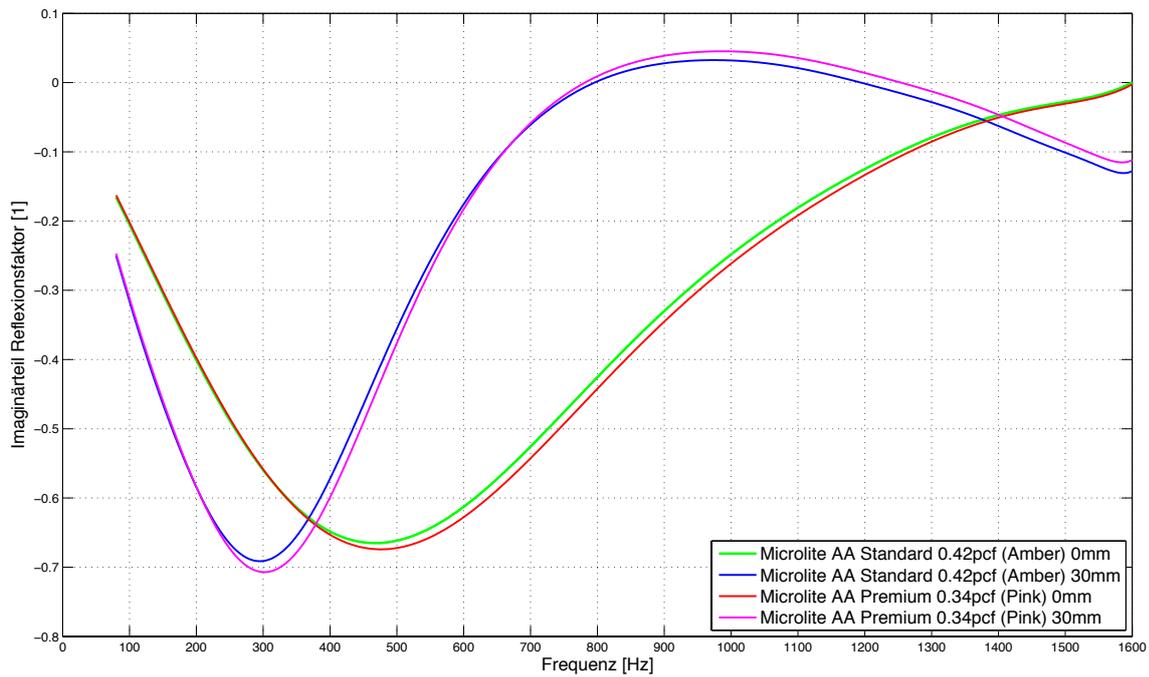
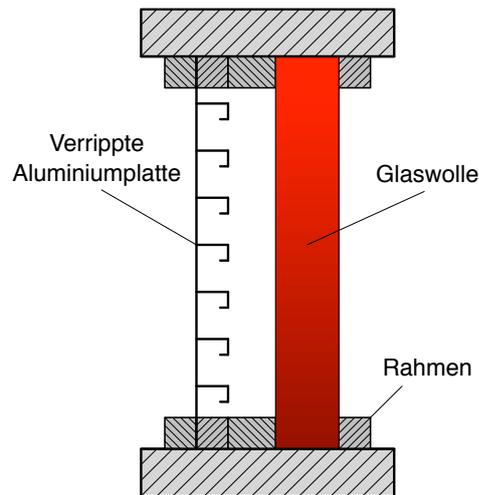


Abbildung 3.18: Vergleich Imaginärteil Reflexionsfaktor geglättet

## 3.2 Schalldämmmaß

Das Schalldämmmaß  $R$  wurde mit Hilfe des im Kapitel 2.3.2 erläuterten Transmissionsversuchs für drei Versuchsanordnungen in einem Frequenzbereich von  $50 \text{ Hz}$ – $5000 \text{ Hz}$  bestimmt. Das Fenster zwischen dem Sender- und Empfängerraum hat die Abmessungen von  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ . Der trennende Wandaufbau wird in nachfolgender Abbildung gezeigt.



**Abbildung 3.19:** Wandaufbau des Transmissionsversuchs

Es handelt sich dabei um eine Aluminiumplatte, die mit Versteifungen (Stringer) versehen ist, sowie einer Schicht Glaswolle. Diese beiden Elemente sind durch einen Zwischenraum von  $30 \text{ mm}$  voneinander getrennt. Bei der Glaswolle handelt es sich zum einen um Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) und zum anderen um Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink). Die Dicke der Schicht beträgt in beiden Fällen  $35 \text{ mm}$ . In der ersten Messanordnung wurde allerdings nur die versteifte Platte berücksichtigt. Zur Übersicht sind alle drei Anordnungen in nachfolgender Abbildung dargestellt.



(a) Versteifte Platte



(b) Amber



(c) Pink

**Abbildung 3.20:** Versuchsanordnungen für den Transmissionsversuch

### 3.2.1 Versuchsdurchführung und Ergebnisse

Im Senderraum wurde der gemittelte Schalldruckpegel durch ein rotierendes Mikrofon ermittelt (Abb. 3.21). Dabei wurde er in einzelnen Frequenzbändern gestrennt gemessen. Dies erfolgte mit Terzfilter (Zerlegung eines Geräusches in Terzbänder). Die Frequenzbreite eines Terzbandes ergibt sich aus dem Verhältnis der unteren zur oberen Grenzfrequenz von 1 : 1.25. Der hier betrachtete Frequenzbereich umfasst somit die Terzen mit den Mittenfrequenzen: 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1600, 2000, 2500, 3150, 4000, 5000 Hz.

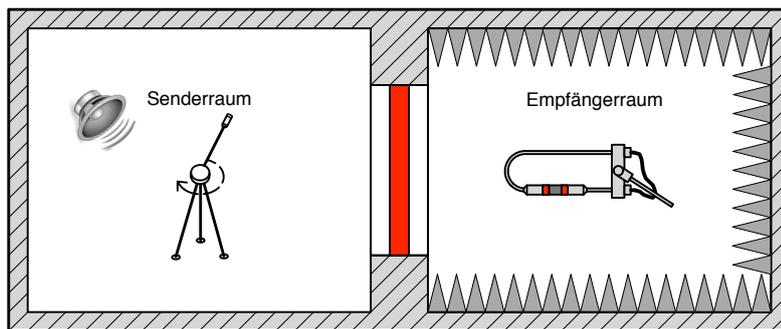


Abbildung 3.21: Transmissionsprüfstand mit Messsystem

Insgesamt wurde jeweils eine Einzelmessung vor und nach jeder Versuchsanordnung durchgeführt, damit für jeden Wandaufbau eine Anregung ermittelt werden konnte (Abb. 3.22).

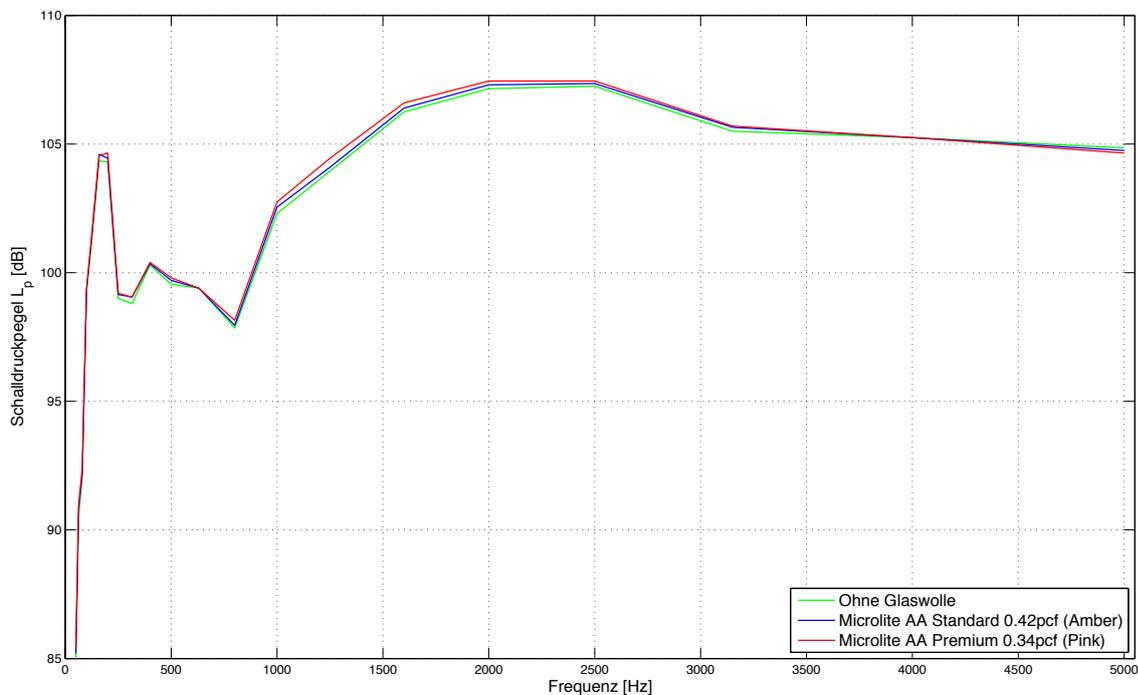
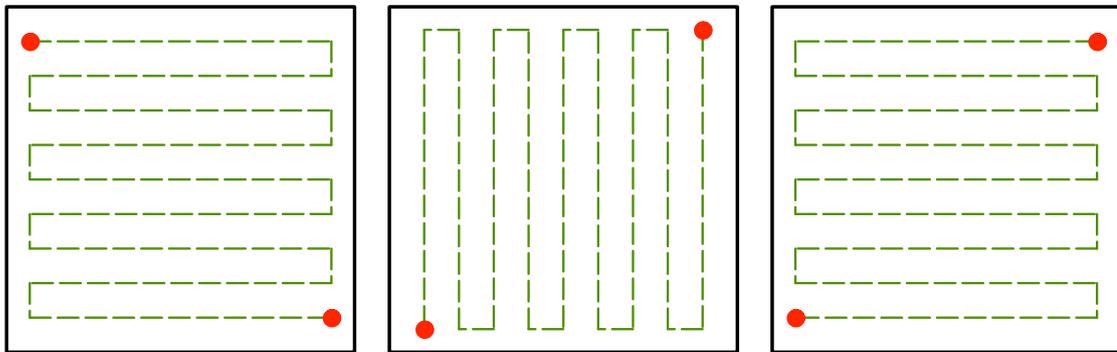


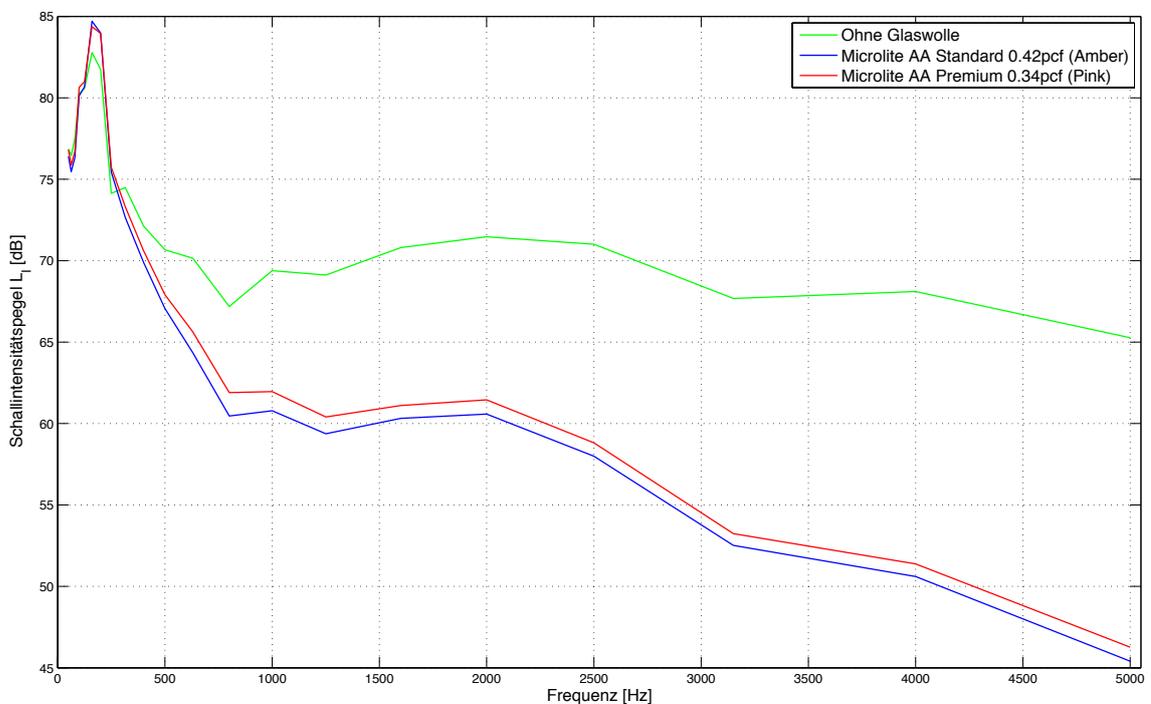
Abbildung 3.22: Schalldruckpegel im Senderraum

Zur Ermittlung der transmittierten Schallintensität wurde die gesamte Messfläche im Empfängerraum mit der im Kapitel 2.3.2 beschriebenen Schallintensitätssonde abgetastet. Dabei wurden für jeden Versuchsaufbau insgesamt drei Messungen mit unterschiedlichen Laufbahnen der Sonde durchgeführt (Abb. 3.23).



**Abbildung 3.23:** Laufbahn der Schallintensitätssonde

Durch diese Vorgehensweise kann eine gemittelte Intensität bestimmt werden, in der der komplette Einfluss der Stringer mit berücksichtigt wird. Die nachfolgende Abbildung zeigt die ermittelten Schallintensitäten des Empfängerraums. Diese stellen die Mittelungen der drei einzelnen Messungen für jede Versuchsanordnung mit den verschiedenen Laufbahnen der Intensitätsmesssonde dar. Detaillierte Abbildungen zu den Einzelmessungen sind im Anhang A.2 zu finden.



**Abbildung 3.24:** Schallintensitäten des Empfängerraums

Anschließend konnten aus den ermittelten Daten in Abbildung 3.22 und 3.24 nach Formel 2.98 die Schalldämmmaße berechnet werden. In der nachfolgenden Abbildung werden die Ergebnisse gezeigt. Dabei handelt es sich um die Ergebnisse der beiden Glaswolle-Typen und die Ergebnisse des Schalldämmmaßes nur der versteiften Aluminiumplatte ohne Glaswolle.

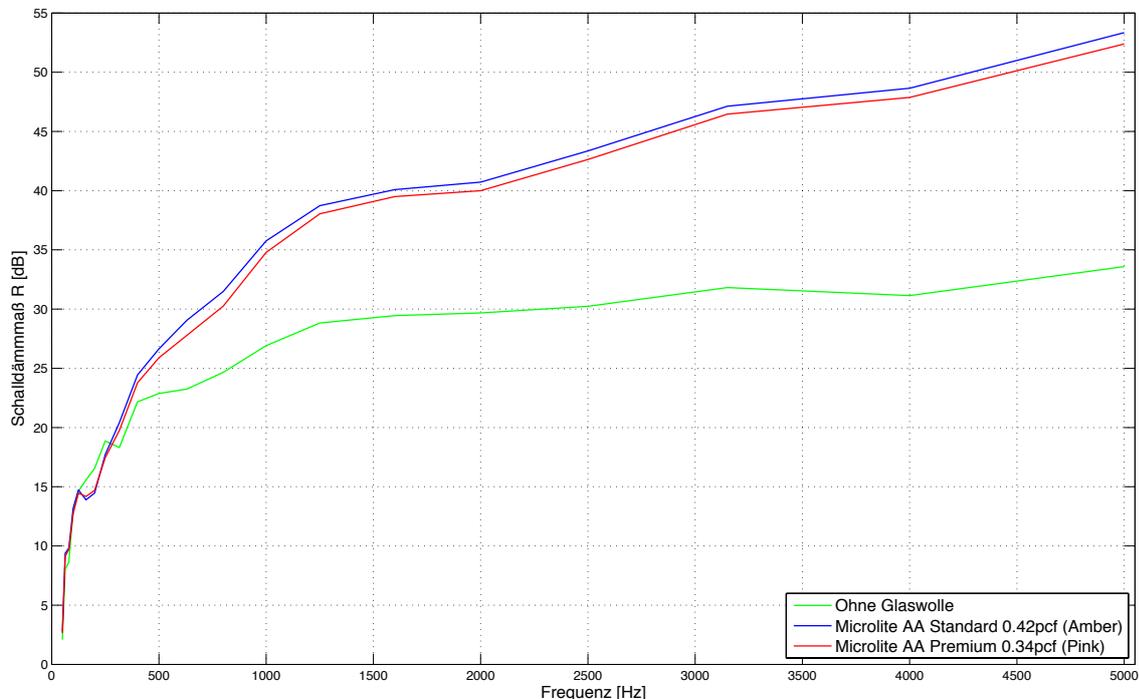


Abbildung 3.25: Schalldämmmaß der Versuchsanordnungen

Es lässt sich feststellen, dass das Schalldämmmaß mit steigender Frequenz ansteigt. Bis zu einer Frequenz von ca. 400  $Hz$  sind noch keine deutlichen Unterschiede zwischen den einzelnen Versuchsanordnungen festzustellen. Danach zeigt sich eine deutliche Erhöhung der Schalldämmmaße für die beiden Versuchsanordnungen mit Glaswolle zu der ohne. Bei ca. 1000  $Hz$  ergibt sich schon ein Unterschied von ca. 8  $dB$ . Zwischen den beiden Glaswolle-Typen zeigt sich ein permanenter Unterschied von ca. 1  $dB$ .

Generell sollte zu den hier beschriebenen Messungen angemerkt werden, dass aufgrund der Konstruktion des Messstandes ein systematischer Fehler nicht ausgeschlossen werden kann. Weder der Senderraum noch die untersuchten Wandaufbauten entsprechen der Norm [3]. Bisherige Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass das Schalldämmmaß Oberhalb von ca. 200  $Hz$  mit einer Genauigkeit von  $\pm 1$   $dB$  gemessen werden kann.

Darüber hinaus sollte in der weiteren Untersuchung beachtet werden, dass das Schallfeld im Senderraum im unteren Frequenzbereich nicht mehr als ideal diffus angesehen werden kann. So besagt die für die Prüfstandsmessung zuständige Norm [2], dass „in den unteren Frequenzbändern (im Allgemeinen unterhalb etwa 400  $Hz$  und insbesondere unterhalb 100  $Hz$ ) ...die Bedingungen eines diffusen Schallfeldes in den Prüfräumen nicht erwartet werden können, speziell dann nicht, wenn die Raumvolumina nur etwa 50  $m^3$  bis 100  $m^3$  betragen“ [14, S. 221].

### 3.3 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde erläutert, wie die Daten für den späteren Vergleich mit den Simulationsergebnissen erlangt wurden.

Im Kapitel 3.1 wurde auf das verwendete Impedanzrohr eingegangen und dargelegt, wie durch die Zwei-Mikrofon-Methode die für die Charakterisierung üblichen akustischen Materialparameter Absorptionsgrad  $\alpha$  und die komplexe Oberflächenimpedanz  $Z$  ermittelt werden. Es wurden ferner die Messergebnisse von den Glaswollen Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) und Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) in den beiden Versuchsanordnungen direkt und mit einem Abstand von 30 mm vor der akustisch harten Kolbenscheibe dargestellt. Diese Daten dienen dem Vergleich mit der Simulation und werden in der Response-Surface-Methode zur Ermittlung der Materialparameter genutzt. Es hat sich gezeigt, dass die Messergebnisse vor allem in dem unteren Frequenzbereich von 50 Hz–200 Hz qualitativ nicht ausreichen, um diese für die Verifizierung der Simulationsergebnisse direkt zu nutzen. Daher wurde eine Vorgehensweise vorgestellt, mit der man die erlangten Messergebnisse aufbereiten kann. Wenn man die Messergebnisse des Reflexionsfaktors  $r$  glättet und nachfolgend aus diesem geglätteten Datensatz die Absorptions- und spezifische Oberflächenimpedanzkurve berechnet, stehen qualitativ hochwertige Vergleichsdatensätze zur Verfügung.

Im Kapitel 3.2 wurde beschrieben, wie das Schalldämmmaß  $R$  für eine vereinfachte Flugzeugwandung ermittelt wurde. Diese Daten werden zu einem späteren Zeitpunkt für die Anwendung der aus der Response-Surface-Methode ermittelten Materialparameter genutzt. In dem Transmissionsversuch wurden insgesamt drei unterschiedliche Konfigurationen in einem Frequenzbereich von 50 Hz–5000 Hz untersucht. Bei der ersten handelt es sich um eine durch Stringer versteifte Aluminiumplatte. Bei den beiden darauffolgenden Konfigurationen wurde diese Platte mit einer zusätzlichen Schicht Glaswolle isoliert. Dabei unterschieden sich die zweite und dritte Konfiguration lediglich in der Art der Glaswolle. Wie bei der Messung im Kundtschen Rohr wurde Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) und Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) verwendet. Die Ergebnisse dieses Versuches verdeutlichen noch einmal, dass die Verwendung von Glaswolle erst ab einer bestimmten Frequenz sinnvoll ist. Bei einer Frequenz von ca. 1000 Hz zeigt sich allerdings schon ein Vorteil von ca. 8 dB. Zwischen den beiden Typen von Glaswolle kann ein permanenter Unterschied von ca. 1 dB festgestellt werden.

## 4 Aufbau der Simulationsmodelle

In diesem Kapitel werden die Modelle für die Simulation in MSC Nastran beschrieben. Grundlage dafür bieten die im Kapitel 3.1 und 3.2 vorgestellten Messungen im Impedanzrohr bzw. im Transmissionsversuch. Äquivalent zu den dort beschriebenen Versuchsanordnungen müssen jeweils zwei unterschiedliche Simulationsmodelle erstellt werden.

Bei den Modellen des Impedanzrohres handelt es sich um ein Modell mit der Glaswolle direkt vor der Kolbenscheibe und ein weiteres mit einem Abstand von  $30\text{ mm}$ . Bei dem ersten Modell des Transmissionsversuchs wird dagegen noch kein poröses Material berücksichtigt. Es beinhaltet nur die versteifte Aluminiumplatte mit einem zusätzlichen Luftvolumen. Das zweite Modell enthält neben dieser Platte noch eine  $35\text{ mm}$  dicke Schicht Glaswolle. Ob es sich bei der Glaswolle um Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) oder Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) handelt, spielt bei der Erstellung der Modelle zunächst keine Rolle. Diese Unterscheidung wird erst zu einem späteren Zeitpunkt anhand unterschiedlicher Materialkarten vorgenommen.

Damit die Eignung der in dieser Arbeit vorgestellten Methode vollständig untersucht werden kann, wird in Kapitel 5.3 ein Vergleich zur aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode gezogen. Daher ist es notwendig, die Modelle für beide Methoden anzufertigen. Da sich jedoch die Modelle nur in Bezug auf die Erstellung und bei der Definition der Materialeigenschaften unterscheiden, erfolgt die Beschreibung der Modelle unabhängig von der verwendeten Methode. In den ersten beiden Abschnitten wird jedoch die allgemeine Vorgehensweise der unterschiedlichen Methoden erläutert.

Die darauffolgenden Abschnitte beschäftigen sich mit den Eigenschaften der einzelnen Modelle, ohne auf deren Erstellung in MSC Patran bzw. in MSC Nastran einzugehen. Da die neu implementierte Materialformulierung mit einigen Neuerungen bezüglich Programmstruktur und Eingabekarten verbunden ist, wird im Anhang B eine detaillierte Beschreibung am Beispiel des Impedanzrohres aufgeführt.

## 4.1 Porös-elastische Materialien in MSC Nastran

Seit dem Release 2013.1 bietet MSC Nastran die Möglichkeit, poröse Materialien über die Biot-Theorie in Form der U-p-Formulierung zu simulieren. Dabei werden die Fest- und Fluidphase getrennt voneinander beschrieben und deren Interaktion in einer weiteren Materialkarte definiert. Dadurch ergeben sich insgesamt vier Freiheitsgrade, die berechnet werden müssen. Es handelt sich dabei um den Druck der Fluidphase und drei Verschiebungsfreiheitsgrade der Festphase.

Zur Definition der Festphase wird eine MAT1-Karte verwendet und für die Fluidphase eine MAT10-Karte. Die Interaktion dieser beiden Phasen wird in einer neu eingeführten MATPE1-Karte beschrieben. Eine PSOLID-Karte wird schließlich dazu verwendet, die definierten Materialparameter den entsprechenden Elementen des porösen Materials zuzuweisen. Dabei muss durch den Eintrag PORO in dem Feld FCTN angegeben werden, dass es sich um ein porös-elastisches Material handelt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PSOLID	PID	MID	CORDM	IN	STRESS	ISOP	FCTN	COROT	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MATPE1	MID	MAT1	MAT10	BIOT					
	VISC	GAMMA	PRANDTL	POR	TOR	AFR	VLE	TLE	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAT1	MID	E	G	NU	RHO	A	TREF	GE	
	ST	SC	SS	MCSID					

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAT10	MID	BULK	RHO	C	GE	ALPHA			

**Abbildung 4.1:** Definition eines porösen Materials in MSC Nastran [18]

Die MATPE1-Karte enthält, neben der eigenen Kartennummer, auch die Identifikationsnummern der MAT1- und der MAT10-Karte. Danach erfolgt die Angabe der dynamischen Viskosität (VISC), des Isentropenexponenten (GAMMA), der Prandtl-Zahl (PRANDTL), der Porosität (POR), der Tortuosität (TOR), des Strömungswiderstands (AFR) und der viskosen charakt. bzw. der thermischen charakt. Länge (VLE und TLE).

Die MAT1-Karte definiert die Festphase des porösen Materials. Sie enthält neben der Kartennummer den Elastizitätsmodul (E), die Querkontraktionszahl (NU), die Dichte (RHO) und einen Verlustfaktor (GE).

Die Materialparameter der Fluidphase werden in der MAT10-Materialkarte hinterlegt. Dabei handelt es sich um den Kompressionsmodul  $K$  (BULK), die Dichte  $\rho$  (RHO), die Schallgeschwindigkeit  $c$  (C) und einen Dämpfungskoeffizienten (GE). Von den ersten dreien ist allerdings nur die Angabe von zwei Parametern nötig, da sich jeweils der dritte aus Formel 2.2 errechnen lässt. Somit müssen zur Definition eines porösen Materials insgesamt 16 Parameter definiert werden. Eine Beschreibung zu ausgewählten Parametern ist in Kapitel 2.2.2 zu finden.

Die Neuerungen betreffen aber nicht nur die reine Materialdefinition, sondern vor allem die Kopplung mit anderen Modellen. Dafür wird das sogenannte Trimmed Body Modeling verwendet.

Die Entwicklung des Trimmed Body Modeling ist aus dem Wunsch entstanden, das vibro-akustische Verhalten von Fahrzeugen realitätsnah simulieren zu können [17]. Da das Interieur einen signifikanten Effekt auf die vibro-akustische Dämpfung eines Fahr- oder auch eines Flugzeuges hat, sollten diese Bestandteile bei der Simulation berücksichtigt werden. Ein vollständiges Modell (Trimmed Body) besteht aus der Struktur, dem Innenraumfluid und aus der Ausstattung. Die Ausstattung eines Fahr- oder Flugzeuges besteht oft aus einem Zusammenschluss verschiedener porös-elastischer Materialien. Solche können zum Beispiel Teppiche oder auch Isolierungen sein. Durch das Trimmed Body Modeling wird es nun ermöglicht, diese drei Gruppen getrennt voneinander, auch mit verschiedener Vernetzung, zu modellieren und anschließend das komplette vibro-akustische Verhalten zu berechnen. Dabei können die Ausstattungsbestandteile aus verschiedenen Einzelmodellen (Trim-Modelle) bestehen. Diese Einzelmodelle werden in einzelnen Bereichen der BULK DATA Section beschrieben und über Kopplungsbedingungen miteinander, mit der Struktur oder mit dem Innenraumfluid verbunden. Nachfolgend ist in Abb. 4.1 der vereinfachte Aufbau einer Nastran Anweisungsdatei dargestellt. In ihr ist zur besseren Übersicht lediglich die Kopplung eines porösen Materials mit einem Fluid dargestellt.

EXECUTIVE SECTION	
SOL 111	
CEND	
CASE CONTROL SECTION	
TITLE	= PEM in NASTRAN
SUBTITLE	= BEISPIEL
FREQUENCY	= 333
TRIMGRP	= 999
BULK DATA SECTION	
BEGIN BULK	
include 'MODELL_SONSTIGES'	
PSOLID	
MAT1	
FREQ	333
TRMCPL	999
ACPEMCP	999
BEGIN BULK TRMC = 999	
include 'MODELL_PEM'	
PSOLID	
MATPE1	
MAT1	
MAT10	
SET1	
SET1	
FREQ1	999
ENDDATA	

Jedes Trim-Modell muss in der CASE CONTROL SECTION angewählt werden. Dazu dient der Eintrag TRIMGRP mit der beispielhaften Identifikationsnummer 999. Danach folgt die BULK DATA SECTION, in der alle Definitionen des Modells beschrieben sind. Die Definitionen der Struktur oder des Fluids werden wie gewohnt aufgeführt, wohingegen die Definitionen des porösen Materials in eigenen Bereichen (grün dargestellt) der BULK DATA SECTION definiert werden. Der Anfang dieses Bereichs wird durch den Befehl BEGIN BULK TRMC, in Verbindung mit der jeweiligen Identifikationsnummer festgelegt. In ihnen sind die geometrischen Beschreibungen der porösen Materialien, die Materialeigenschaften und SET-Definitionen für die Kopplung beschrieben. Darüber hinaus hat man die Möglichkeit, das Trim-Modell in einem reduzierten Frequenzbereich zu untersuchen. Zu beachten ist, dass die Kopplungsbedingungen in der BULK DATA Section zu platzieren sind, wohingegen die Definitionen der Trim-Modelle in der entsprechenden BULK DATA TRMC aufgeführt sind.

Abbildung 4.2: TRMCPL

Der Befehl TRMCPL definiert die Art der Kopplung zwischen einem porös-elastischen Material und einem Fluid bzw. einer Struktur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TRMCPL	TID	CTYPE	PLTOL	GAPTOL1	GAPTOL2	GAPTOL3	GAPTOL4		

Abbildung 4.3: Nastran-Karte TRMCPL [18]

Das zweite Feld beinhaltet die Identifikationsnummer des Trim-Modells. Danach folgt der Eintrag, der die Art der Kopplung definiert. Dabei kann zwischen vier verschiedenen Arten gewählt werden. Für eine Kopplung zwischen einer porösen Schicht und einer Struktur kann SGLUED oder SSLIDE gewählt werden.

Eine Schnittstelle der Art SGLUED entspricht zum Beispiel einem Teppich, der auf ein Bodenblech geklebt ist. Dabei besitzen die Knoten in der Verbindungsfläche beider Teilmodelle die gleichen Freiheitsgrade. Bei SSLIDE ist noch eine Relativbewegung parallel zur Kopplungsfläche möglich.

Für eine Verbindung zwischen einer porösen Schicht und einem Fluid oder einer anderen porösen Schicht sind die Einträge SOPEN und SIMPER vorgesehen. Bei der Verbindungsart SOPEN erhält die poröse Schicht offene Poren, wie es zum Beispiel bei Glaswolle gegeben ist (Abb. 4.4, links). Dadurch ist eine Fluidströmung durch die Schicht möglich. Bei SIMPER ist diese Fluidströmung nicht mehr gegeben, d. h. die poröse Schicht erhält dadurch die Eigenschaften geschlossener Poren (Abb. 4.4, rechts). Das kann zum Beispiel entstehen, wenn das poröse Material in einem dünnen, luftundurchlässigen Material verpackt ist.

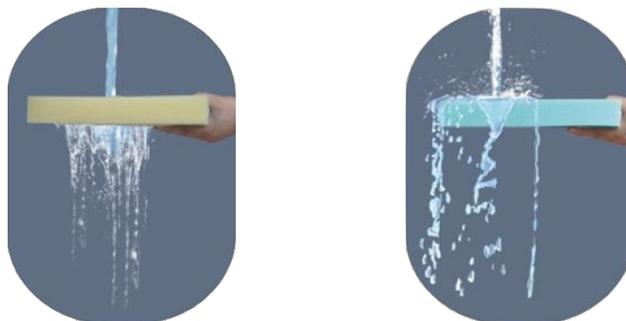


Abbildung 4.4: Fluid-PEM-Kopplung mit SOPEN und SIMPER [17]

Der Befehl ACPEMCP legt die Position der Verbindungsfläche fest. Das geschieht mit dem Verweis auf SET1-Karten.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ACPEMCP	TID	SGLUED	SSLIDE	SOPEN	SIMPER				
	SCUX	SCUY	SCUZ	SCRX	SCRY	SCRZ	SCFP		

Abbildung 4.5: Nastran-Karte ACPEMCP [18]

In diesen SET1-Karten werden von dem Trim-Modell die Knoten der Verbindungsfläche hinterlegt und deren Identifikationsnummer in dem entsprechenden Feld der gewählten Kopplungsart (SGLUED, SSLIDE, SOPEN, SIMPER) der ACPEMCP-Karte angegeben. Optional können noch Knoten angegeben werden, die in ihren Freiheitsgraden in X-, Y- oder Z-Richtung behindert sind. Die Identifikationsnummer der ACPEMCP-Karte entspricht wieder der des Trim-Modells.

Wie schon angesprochen, hat man die Möglichkeit, das Trim-Modell in einem reduzierten Frequenzbereich zu untersuchen, wodurch die Rechenzeit gesenkt wird. Das geschieht mit einer FREQ-, FREQ1- oder FREQ2-Karte. Wichtig ist an der Stelle, dass die jeweilige Karte die gleiche Identifikationsnummer wie das Trim-Modell erhält.

Die anfangs erklärte Materialdefinition poröser Materialien muss, wie die geometrische Beschreibung des porösen Materials, in dem eigenen Abschnitt des Trim-Modells in der BULK DATA Section eingefügt werden.

Allgemein sollte zu der Umsetzung dieser Materialformulierung noch erläutert werden, dass die Berechnung solcher Modelle ausschließlich über die modale Frequenzantwortanalyse (SOL111) erfolgen kann. Eine Berechnung über die direkte Frequenzantwortanalyse (SOL108) ist nicht möglich [16, S. 449].

Wenn in dem gesamten Modell neben einer ACPEMCP-Kopplung noch eine Fluid-Struktur-Kopplung existiert, wird sie im Allgemeinen mit einer ACMODL-Karte definiert. Wichtig an dieser Stelle ist, dass die Kopplung mit der Body-in-White-Methode (BW) realisiert werden sollte. Die entsprechende Karte ist nachfolgend dargestellt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ACMODL	INTER	INFOR	FSET	SSET	NORMAL	METHOD	SKNEPS	DSKNEPS	
	INTOL	ALLSSET	SRCHUNIT						

**Abbildung 4.6:** Nastran-Karte ACMODL [18]

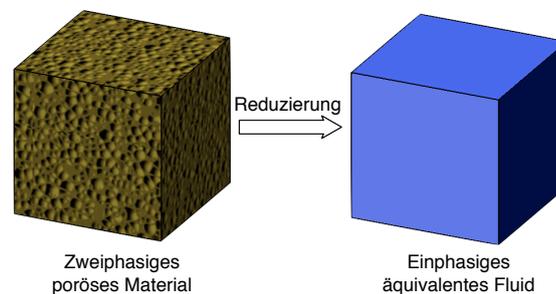
In dieser Karte kann nämlich der Eintrag PARAM ALLSSET auf YES gesetzt werden. Wenn dies nicht geschieht, fügt Nastran die bei der Fluid-Struktur-Kopplung berechnete reduzierte Impedanz-Matrix automatisch in die Verbindungsfläche des Trim-Modells ein [17, S. 29].

Die reduzierte Impedanz-Matrix des Trim-Modells kann entweder in physikalischen oder in modalen Koordinaten berechnet werden. Dieser Schritt wird über einen ACTRAN-Algorithmus berechnet. Die Auswahl darüber wird über den Parameter TRMBIM in der BULK DATA SECTION getroffen. Defaultmäßig wird er von Nastran auf PHYSICAL gesetzt. Wenn in dem gesamten Modell eine Struktur-Fluid-Kopplung und ein Trim-Modell existieren, muss er auf MODAL gesetzt werden.

Weitere Ausführungen zur Umsetzung der U-p-Formulierung sind in [16, S. 448ff.] gegeben.

## 4.2 Äquivalente-Fluid-Methode

Wenn die Festphase eines porösen Materials als sehr steif oder als sehr weich anzunehmen ist, kann auf die Äquivalente-Fluid-Methode zurückgegriffen werden. Dabei wird das eigentlich zweiphasige Material, bestehend aus Fest- und Fluidphase, auf ein Fluid mit nur einer Materialphase reduziert (Abb. 4.7). Dadurch verringern sich nicht nur die Materialparameter auf eine Anzahl von drei, sondern auch die zu berechnenden Knotenfreiheitsgrade auf den Fluiddruck. Nachteil ist allerdings, dass mit dieser Methode keine porösen Materialien beschrieben werden können, bei denen die elastischen Eigenschaften der Festphase berücksichtigt werden müssen, wie zum Beispiel polymere Schäume. Des Weiteren können mit dieser Methode keine mehrlagigen Schichten unterschiedlicher poröser Materialien umgesetzt werden.



**Abbildung 4.7:** Reduzierung eines porösen Materials auf ein Fluid

Die notwendigen Materialparameter zur Beschreibung eines Fluids werden in einer MAT10-Materialkarte hinterlegt (Abb. 4.8).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAT10	MID	BULK	RHO	C	GE	ALPHA			

**Abbildung 4.8:** Nastran-Karte MAT10 [18]

Dabei handelt es sich um die Dichte  $\rho$  (*RHO*), den Kompressionsmodul  $K$  (*BULK*), die Schallgeschwindigkeit  $c$  (*C*) und einen Dämpfungskoeffizienten (*GE*). Von den ersten dreien ist allerdings nur die Angabe von zwei Parametern nötig, da sich jeweils der dritte aus Formel 2.2 errechnen lässt.

In der Version 2007r1 wurde diese Karte um einen weiteren Parametereintrag erweitert, um die Beschreibung eines porösen Materials zu verbessern. Dabei handelt es sich um den sogenannten Alpha-Faktor, der einem viskosen Dämpfungsterm entspricht. In einer in der Vergangenheit angefertigten Studienarbeit [19] hat sich jedoch gezeigt, dass dieser Parameter keinen großen Einfluss auf den Absorptionsgrad und die Impedanz hat. Da sich die Rechenzeit der Modelle unter Berücksichtigung des Alpha-Faktors erheblich steigert, wird dieser Parameter im Allgemeinen auf einen Wert von 0.0 gesetzt. Die übrigen Materialparameter wurden für die Glaswolle Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) zu  $\rho = 7.0 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 120 \text{ m/s}$  und  $GE = 1.0$  ermittelt. Materialwerte für die Glaswolle Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) liegen leider nicht vor.

Bei der Erstellung von Modellen muss keine Unterscheidung hinsichtlich Luftvolumen und Glaswolle gemacht werden. Das entsprechende Modell kann aus einer Geometrie modelliert werden, wobei sich dann die Trennfläche zwischen den beiden Bereichen aus gemeinsamen Elementknoten ergibt. Die entsprechenden Elemente der Glaswolle erhalten lediglich eine gesonderte MAT10-Karte, in der die oben aufgeführten Materialwerte hinterlegt werden.

### 4.3 Modelle des Impedanzrohres

Äquivalent zu den im Kapitel 3.1 und 3.2 vorgestellten Messungen, wurden zwei unterschiedliche Anordnungen des Impedanzrohres modelliert. Dabei handelt es sich um ein Modell mit der Glaswolle direkt vor der Kolbenscheibe und ein weiteres mit einem Abstand von  $30\text{ mm}$ . Beide Anordnungen wurden allerdings, für den in Kapitel 5.3 gezogenen Vergleich, mit beiden zuvor vorgestellten Methoden modelliert.

Die Modellierung beläuft sich dabei auf das im Rohr befindliche Luftvolumen und das poröse Material. Für die Simulation mit Hilfe der U-p-Formulierung nach Allard werden diese beiden Bestandteile getrennt voneinander modelliert und anschließend über eine Kopplungsbedingung miteinander verbunden (siehe Kapitel 4.1). Für die Äquivalente-Fluid-Methode werden sie aus einer gemeinsamen Geometrie erzeugt. Darüber hinaus wird das Impedanzrohr auf eine quadratische Grundfläche von  $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$  vereinfacht. Das reduziert zum einen den Zeitaufwand für die Modellierung und zum anderen, aufgrund der reduzierten Knotenanzahl, die Berechnungszeit. Die Gesamtlänge beträgt jeweils  $800\text{ mm}$ , wovon  $45\text{ mm}$  durch die Glaswolle ausgefüllt sind. Des Weiteren sollte erwähnt werden, dass bei der Modellierung drei Mikrofone definiert werden. Das hat den Vorteil, dass die Druckübertragungsfunktion zur Überprüfung zwischen zwei Mikrofonpaaren gebildet werden kann. Alle weiteren Maße können aus der nachfolgenden Abbildung entnommen werden.

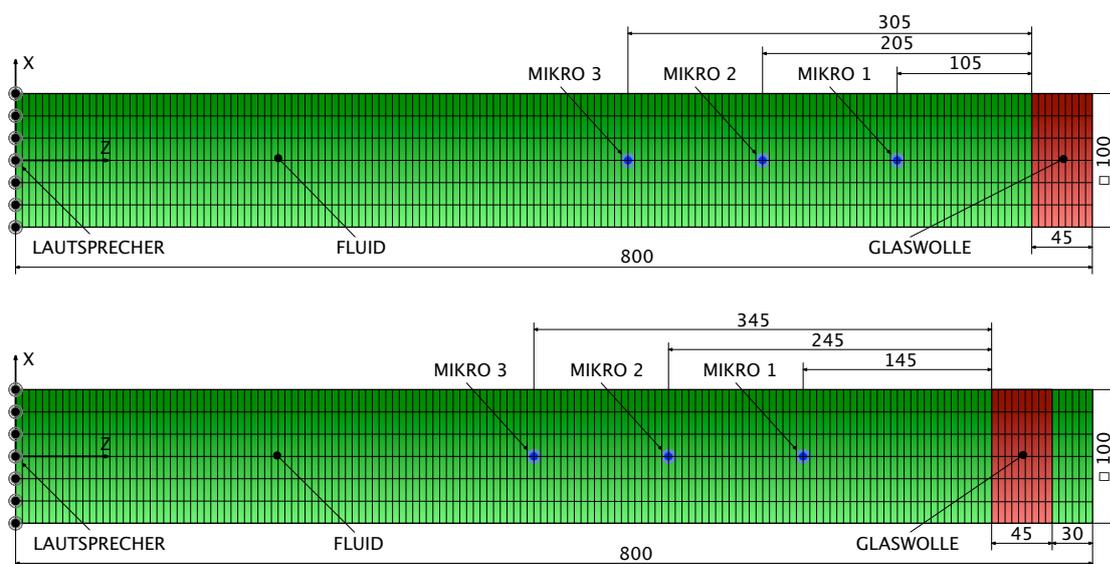


Abbildung 4.9: Simulationsmodelle Impedanzrohr

Der Lautsprecher wird über eine dynamische Anregung auf der kompletten Querschnittsfläche bei  $z = 0$  realisiert. Die Umsetzung wird in Abschnitt 4.3.2 erläutert.

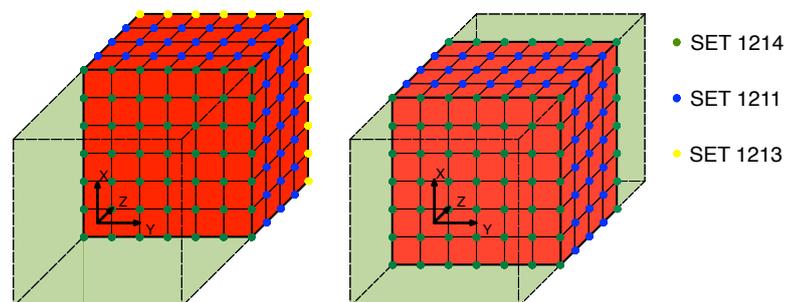
Die beiden Modelle besitzen jeweils 7938 Knoten und beinhalten 5760 CHEXA-Elemente mit einer Kantenlänge von  $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ . Die Größe der Elemente ergibt sich vor allem aus dem zu untersuchenden Frequenzbereich. Die Elementgröße sollte so gewählt werden, dass die kleinste zu untersuchende Wellenlänge ca. sechs bis zehn Elemente beinhaltet. Für eine Frequenz von  $1600\text{ Hz}$  ergibt sich nach Formel 2.1:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1600 \frac{1}{\text{s}}} = 0.2125\text{ m} = 212.5\text{ mm}$$

Somit sollten die Elemente höchstens eine Kantenlänge von  $21.2\text{ mm} - 35\text{ mm}$  aufweisen. Zu dieser Bedingung kommt noch der Umstand, dass das Modell des porösen Materials möglichst mehrere Elemente in Z-Richtung aufweisen sollte und dass die Trennfläche zwischen Fluid und Glaswolle bei  $0.755\text{ m}$  klar gegeben ist. Somit ist die gewählte Elementgröße vollkommen ausreichend, um den zu untersuchenden Frequenzbereich von  $50\text{ Hz} - 1600\text{ Hz}$  abzubilden.

### 4.3.1 Randbedingungen

Da die Modelle nicht für die Frequenz  $0\text{ Hz}$  berechnet werden, ist eine Lagerung nicht nötig. Für die Simulation eines Impedanzrohres ist es jedoch zwingend erforderlich, dass die von der dynamischen Anregung erzeugten ebenen Wellen an den Rändern des Modells reflektiert werden und sich somit eine gegenläufige Welle entwickelt (2.3.1). Diese Randbedingung wird allerdings automatisch bei den freien Flächen eines Fluidelements erzeugt, wenn sie keiner äußeren Anregung unterliegen [16, S. 436]. Bei den Modellen für die U-p-Formulierung wird das Fluid und die Glaswolle in unterschiedlichen Modellen beschrieben. Daher ist es nötig, die einzelnen Modelle miteinander zu koppeln. Das wird über die in Kapitel 4.1 beschriebenen ACPEMCP-Karte realisiert. Die dazugehörigen SET1-Karten sind in nachfolgender Abbildung gezeigt.



**Abbildung 4.10:** SET-Definition des porösen Materials

SET 1214 (grün) enthält die Knoten der Verbindungsfläche ( $n$ ). SET 1211 (blau) beinhaltet die Knoten des Modells, die in X- und Y-Richtung behindert sind und SET 1213 diejenigen, die in Z-Richtung behindert sind.

### 4.3.2 Dynamische Last

Die Simulation des im Impedanzrohr befindlichen Lautsprechers wird über eine dynamische Anregung realisiert. Wie bei der Messung wird auch in der Simulation der Lautsprecher auf der kompletten Querschnittsfläche definiert. Im Gegensatz zu dem Lautsprecher bei der Messung, der ein Rauschen erzeugt, wird in der Simulation die Anregung über Einzellasten modelliert, die in ihrer Summe eine ebene Welle ergeben. Für jeden Knoten der Querschnittsfläche wird eine ACSRCE-Karte definiert.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ACSRCE	SID	EXCITEID	DELAYI/ DELAYR	DPHASEI/ DPHASER	TP/RP	RHO	B		

**Abbildung 4.11:** Nastran-Karte ACSRCE [18]

Diese Karte erzeugt eine Schallquelle als Funktion von einer frequenzabhängigen Leistung, mit einer Quellstärke von:

$$A \cdot \left[ \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{8\pi c P(f)}{\rho}} \right] e^{i(\theta + 2\pi f \tau)} \quad (4.1)$$

Die Schallgeschwindigkeit  $c$  wird über die Angabe des Kompressionsmoduls  $B$  und der Dichte  $RHO$  nach Formel 2.2 berechnet. Die Phasenverschiebung  $\theta$  und die zeitliche Verzögerung  $\tau$  wird durch die Felder 4 und 5 definiert. Defaultmäßig werden sie auf einen Wert von 0.0 gesetzt und müssen daher in diesem Fall nicht angegeben werden. Die Amplitude  $A$  wird über DAREA-Karten definiert. Für alle Knoten wird zunächst eine Amplitude von 1.0 festgelegt. Die frequenzabhängige Leistung  $P(f)$  wird über eine in dem Feld 6 referenzierte TABLED1-Karte beschrieben. In ihr wird eine Funktion in Form einer linearen Interpolation hinterlegt:

$$y_T(x) = \frac{x_j - x}{x_j - x_i} y_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} y_j \quad (4.2)$$

Dazu werden die Werte für  $x_i$ ,  $x_j$ ,  $y_i$  und  $y_j$  so definiert, dass über den gesamten Frequenzbereich eine konstante Leistung herrscht.

In diesem Fall ergibt sie sich mit  $x_i = 0$ ,  $x_j = 1000$ ,  $y_i = 1$  und  $y_j = 1$  bei jeder Frequenz zu einem Wert von  $y = 1$ :

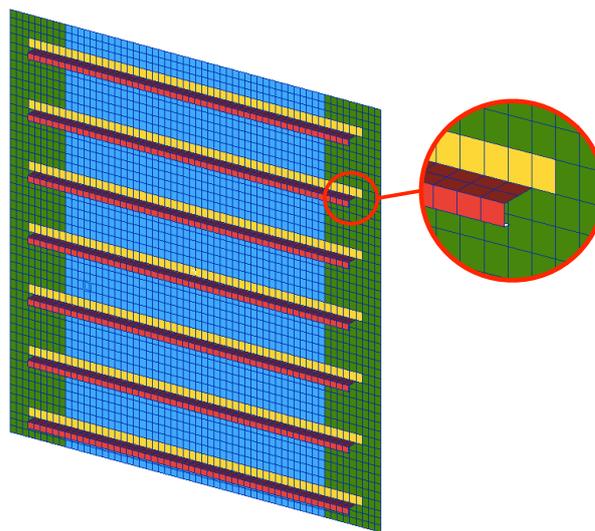
$$y_T(x) = \frac{x_j - x}{x_j - x_i} y_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} y_j = \frac{1000 - x}{1000 - 0} \cdot 1 + \frac{x - 0}{1000 - 0} \cdot 1 = 1 \quad (4.3)$$

Alle ACSRCE-Karten werden schließlich mit einer DLOAD-Karte zu einer dynamischen Last zusammengefasst. In dieser Karte werden auch die Gewichtungsfaktoren der einzelnen Schallquellen angegeben, damit die dynamische Last eine ebene Welle erzeugt. Dazu werden die Schallquellen so gewichtet, dass jede Elementfläche die gleiche Belastung erfährt. Die Schallquellen der Eckknoten erhalten daher einen Gewichtungsfaktor von 0.25, die Randknoten einen von 0.5 und alle übrigen einen Faktor von 1.

## 4.4 Modelle des Transmissionsversuchs

Die Simulationsmodelle zur Überprüfung der ermittelten Materialparameter von Glaswolle bestehen, äquivalent zu dem in Kapitel 3.2 beschriebenen Transmissionsversuch, aus einer versteiften Aluminiumplatte bzw. in dem zweiten Modell aus versteifter Aluminiumplatte, Fluidvolumen und poröser Schicht. Zusätzlich müssen die Modelle durch ein großes Luftvolumen ergänzt werden, um die spätere Berechnung des Schalldämmmaßes zu ermöglichen.

Aufgrund der Tatsache, dass das Einzelmodell der versteiften Aluminiumplatte in beiden Modellen des Transmissionsversuchs Verwendung findet, beginnt dieser Abschnitt mit dessen Beschreibung. Die in Kapitel 3.2 untersuchte Aluminiumplatte hat eine Kantenlänge von  $1000\text{ mm}$ . Sie besteht aus  $1.5\text{ mm}$  dickem Aluminiumblech, das an dem linken und rechten Rand von beiden Seiten mit einem  $0.9\text{ mm}$  dicken Blech verstärkt ist. Des Weiteren ist sie mit insgesamt sieben Versteifungselementen (Stringer) aus  $1.5\text{ mm}$  dickem Aluminiumblech versehen.



**Abbildung 4.12:** Simulationsmodell der versteiften Aluminiumplatte

Das dazugehörige Modell wurde aus CQUAD4-Plattenelementen modelliert, denen insgesamt vier unterschiedliche Eigenschaften zugeordnet wurden. Die Ränder (grün) sind mit einer Dicke von  $3.3\text{ mm}$  und die Mitte der Platte (blau) mit einer Dicke von  $1.5\text{ mm}$  ausgeführt. Den Stringern wurden zwei unterschiedliche Eigenschaften zugewiesen, wobei der mit der Platte in Kontakt stehende Teil (gelb) eine Dicke von  $3.0\text{ mm}$  und der restliche Teil der Stringer (rot) eine Dicke von  $1.5\text{ mm}$  erhält. Allen Eigenschaften wurde das gleiche Material zugewiesen, das einen E-Modul von  $70\text{ E} + 09\text{ N/m}^2$ , eine Dichte von  $2700\text{ kg/m}^3$  und eine Querkontraktionszahl von  $0.3$  besitzt, was somit den Eigenschaften von Aluminium entspricht. Zur Vereinfachung des Modells wurden die teilweise rund ausgeführten Stringer eckig modelliert (Abb. 4.12). Insgesamt besteht dieses Modell aus  $4534$  Knoten, die aufgrund der komplexeren Geometrie nicht isometrisch vernetzt werden konnten. Die größten erzeugten Elemente haben allerdings eine Kantenlänge von maximal  $20\text{ mm}$ .

Die gewählte Elementgröße resultiert an dieser Stelle wieder aus dem untersuchten Frequenzbereich. Die Elementgröße sollte so gewählt werden, dass die kleinste zu untersuchende Wellenlänge ca. sechs bis zehn Elemente beinhaltet. Anders als bei einem Fluid, kann die Wellenlänge nicht über Formel 2.1 berechnet werden. Zur Näherung wird die kleinste BiegeWellenlänge für eine unendlich ausgedehnte Platte berechnet. Nach [15, S. 139] kann sie über nachfolgende Formel bestimmt werden:

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{B'}{\rho h}} \frac{1}{\sqrt{2\pi f}} \quad (4.4)$$

Für die Biegesteifigkeit  $B'$  der Platte gilt:

$$B' = \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{h^3}{12} \quad (4.5)$$

Da bei der Berechnung der BiegeWelle der Einfluss der Stringer berücksichtigt werden sollte, wurde an dieser Stelle entschieden, mit einer Plattendicke  $h = 3 \text{ mm}$  zu rechnen. Unter Berücksichtigung der oben genannten Materialeigenschaften von Aluminium ergibt sich somit eine Biegesteifigkeit von:

$$B' = \frac{70 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} (0.003 \text{ m})^3}{1 - 0.3^2} \frac{1}{12} = 173.08 \text{ Nm} \quad (4.6)$$

Die kleinste BiegeWellenlänge folgt aus der höchsten zu untersuchenden Frequenz. An dieser Stelle wurde entschieden, dass mit der Platte ein Frequenzbereich von bis zu  $2000 \text{ Hz}$  untersucht werden kann. Daraus ergibt sich die BiegeWellenlänge zu:

$$\lambda_B = 2\pi \sqrt[4]{\frac{173.08 \text{ Nm}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.003 \text{ m}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi 2000 \text{ Hz}}} = 0.1205 \text{ m} = 120.5 \text{ mm} \quad (4.7)$$

Somit sollten die Elemente in etwa eine Kantenlänge von  $12.05 \text{ mm}$ – $20.08 \text{ mm}$  aufweisen.

Die kompletten Modelle des Transmissionsversuchs sind in Abb. 4.13 dargestellt. Beide Modelle beinhalte die zuvor beschriebene versteifte Platte. Zusätzlich sind die beiden Modelle durch ein großes Luftvolumen ergänzt worden. Dieses imitiert den Empfängerraum der Messung und ermöglicht die spätere Berechnung des Schalldämmmaßes durch die blau eingefärbten Elemente. Bei den Modellen der U-p-Formulierung werden die Luftvolumina und die Glaswolle getrennt voneinander modelliert und in der Hauptdatei äquivalent zu dem Impedanzrohr miteinander gekoppelt. Bei der Äquivalente-Fluid-Methode können sie wieder aus einer Geometrie erzeugt werden und enthalten durch unterschiedliche MAT10-Karten die entsprechenden Eigenschaften von Luft bzw. der Glaswolle. Die Dicke der Glaswolle beträgt  $35 \text{ mm}$ . Weitere Maße können aus der Abbildung 4.13 entnommen werden. Die Elementgröße wurde anhand der höchsten zu untersuchenden Frequenz festgelegt. Wie bei der Platte wurde ein Frequenzbereich von bis zu  $2000 \text{ Hz}$  gewählt. Äquivalent zu der Berechnung beim Kundschen Rohr ergibt sich die größte Wellenlänge zu  $170 \text{ mm}$  und für die Kantenlänge der Elemente folgt  $17 \text{ mm}$ – $28 \text{ mm}$ . Bei der gewählten Kantenlänge von  $20 \text{ mm}$  bestehen die Luftvolumina somit aus  $275000$  Einzelementen.

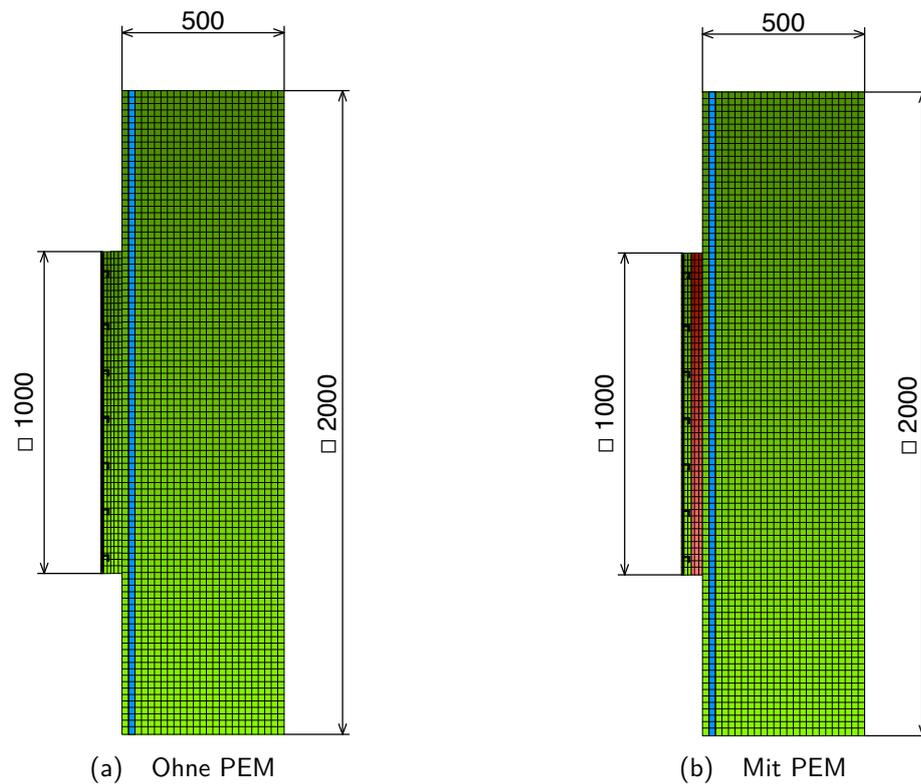


Abbildung 4.13: Simulationsmodelle des Transmissionsversuchs

#### 4.4.1 Randbedingungen

Damit das große Luftvolumen der beiden Modelle dem Empfängerraum der Messung entsprechen kann, müssen dort Bedingungen eines Freifeldes herrschen. Es dürfen somit keine Schallreflexionen entstehen. Wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben, werden die freien Flächen eines Volumenelements, solange sie keiner äußeren Anregung unterliegen, automatisch als schallhart ausgeführt. Daher müssen dort Elemente modelliert werden, die dies verhindern. In MSC Nastran ist das durch frequenzabhängige Absorberelemente (CAABSF) möglich, die an den entsprechenden Flächen definiert werden können. Nachfolgend ist eine vereinfachte Darstellung eines Modells gegeben, in der die entsprechenden Positionen entnommen werden können.

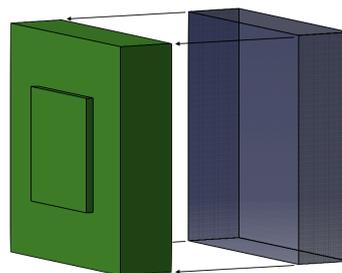


Abbildung 4.14: Position der Absorberelemente

Durch eine PAABSF-Karte werden die Eigenschaften der CAABSF-Elemente definiert. In dieser Karte wird auf zwei TABLED1-Karten referenziert, in der die frequenzabhängigen Real- bzw. Imaginärteile der Impedanz als lineare Interpolation beschrieben werden:

$$\operatorname{Re}(Z(x)) = \frac{x_j - x}{x_j - x_i} y_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} y_j = \frac{10000 - x}{10000 - 0} \cdot 416.5 + \frac{x - 0}{10000 - 0} \cdot 416.5 = 416.5$$

$$\operatorname{Im}(Z(x)) = \frac{x_j - x}{x_j - x_i} y_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} y_j = \frac{10000 - x}{10000 - 0} \cdot 0 + \frac{x - 0}{10000 - 0} \cdot 0 = 0$$

Die Einträge für  $y_i$  und  $y_j$  entsprechen dabei der charakteristischen Impedanz von Luft bei einer Dichte von  $1.225 \text{ kg/m}^3$  und einer Schallgeschwindigkeit von  $340 \text{ m/s}$ . Durch diese Vorgehensweise werden die eigentlich schallharten Modellflächen in schallweiche Flächen umgewandelt, wodurch keine Schallreflexionen mehr stattfinden.

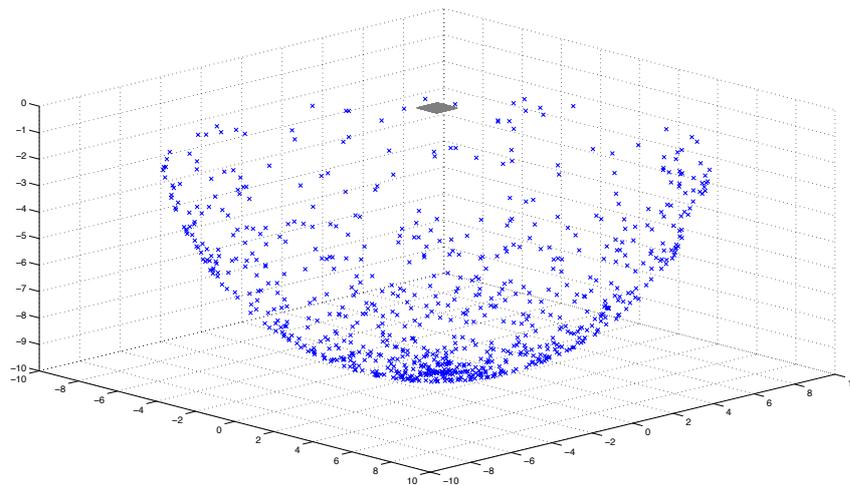
Die Kopplung zwischen der versteiften Platte und dem entsprechenden Luftvolumen wird über die Definition von zwei SET-Karten realisiert, in denen alle Knotenpunkte der Flächen hinterlegt sind, welche gekoppelt werden sollen. Diese Sets werden anschließend über eine ACMODL-Karte miteinander verbunden, indem die Knotenfreiheitsgrade der Flächen in Abhängigkeit gesetzt werden.

Die weiteren Randbedingungen, wie Lagerung des Modells und die Kopplung der einzelnen Modelle für die U-p-Formulierung, sind äquivalent zu dem Impedanzrohr und sollen an dieser Stelle nicht weiter erläutert werden.

#### 4.4.2 Dynamische Last

Der Anspruch bei der Modellierung der dynamischen Last liegt darin, dass sie der Anregung im Senderraum bei der Messung entsprechen soll. Da sich aber ein diffuses Schallfeld nur sehr schwierig modellieren lässt, wird es durch eine endliche Anzahl von ebenen Wellen angenähert. Diese müssen so definiert werden, dass alle Wahrscheinlichkeiten bezüglich der Raumrichtung und Phase abgedeckt sind. Dabei wurde auf ein Airbus-internes Matlab-Skript zurückgegriffen. Als erster Schritt müssen dazu die zu belastenden Modellelemente in eine separate .bdf-Datei geschrieben werden, damit sie von der Matlab-Schnittstelle eingelesen werden können. In dem gegebenen Fall sind das die Elemente der Platte ohne Stringer. Damit alle Raumrichtungen abgedeckt werden können, wird um die eingelesene Geometrie eine halbkugelförmige Fläche generiert. Auf dieser Fläche werden anschließend per Zufallsgenerator eine vorher zu definierende Anzahl von Punkten verteilt. Diese bilden die Ausgangspunkte der ebenen Wellen, die auf die zu belastende Fläche angreifen sollen.

Für jedes Flächenelement wurden 1000 Lastfälle (ebene Wellen) pro Frequenz gewählt, die sich zwar in der Amplitude gleichen, jedoch in der Phase unterscheiden. Die Phasen der einzelnen Lastfälle werden dabei auch wieder von einem Zufallsgenerator generiert. Anschließend werden die Lastfälle für jedes Flächenelement zusammengefasst und in eine .bdf-Datei geschrieben, die durch die include-Funktion von Nastran in das entsprechende Modell eingefügt werden kann.



**Abbildung 4.15:** Dynamische Anregung des Transmissionsversuchs

Somit wird das diffuse Schallfeld über den gesamten Frequenzbereich angenähert. In Kapitel 3.2 wurde bereits erläutert, dass das Schallfeld im Senderraum unterhalb von  $400\text{ Hz}$  nicht als ideal diffus angenommen werden kann. Dieser Umstand muss bei dem späteren Vergleich berücksichtigt werden.

## 4.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde gezeigt, wie die Simulationsmodelle aus den entsprechenden Messungen abgeleitet wurden. Da die Simulationsmodelle sowohl für die U-p-Formulierung als auch für die Äquivalente-Fluid-Methode modelliert wurden, erfolgte die Beschreibung unabhängig von der verwendeten Methode. Daher wurde in den ersten beiden Abschnitten die allgemeine Vorgehensweise zu den Methoden erläutert.

Danach folgte die Beschreibung der einzelnen Modelle, in der auf die jeweiligen Geometrien, deren Eigenschaften, die Randbedingungen und die dynamischen Lasten eingegangen wurde. Die jeweilige Erstellung in MSC Patran wurde an dieser Stelle dagegen nicht behandelt. Eine detaillierte Beschreibung wird allerdings im Anhang B am Beispiel des Impedanzrohres gegeben.

Für jede Messung wurden zwei Modelle vorgestellt. Bei den Modellen des Impedanzrohres handelt es sich um eins mit der Glaswolle direkt vor der akustisch harten Kolbenscheibe und eins mit einem Abstand von  $30\text{ mm}$ . Diese beiden Modelle werden im nachfolgenden Kapitel genutzt, um die Parameterwerte der untersuchten Glaswollen zu ermitteln. Die Modelle des Transmissionsversuchs werden dagegen verwendet, um die ermittelten Materialparameter anhand einer vereinfachten Flugzeugwandung anzuwenden. Bei dem ersten Modell wurde nur die versteifte Aluminiumplatte mit einem Luftvolumen modelliert, wodurch eine generelle Aussage über die Güte der Simulation ermöglicht wird. In dem zweiten Modell wird zusätzlich eine  $35\text{ mm}$  dicke Schicht Glaswolle berücksichtigt.

## 5 Ermittlung und Anwendung der Materialparameter

Ziel dieses Kapitels ist es, mit den Simulationsmodellen aus dem vorherigen Kapitel die gleichen Ergebnisse zu berechnen, die in Kapitel 3 mit Hilfe des Kundtschen Rohrs bzw. des Transmissionsversuchs messtechnisch bestimmt worden sind. Dazu ist nicht nur eine sinnvolle Geometrie der Modelle zu erzeugen und eine sinnvolle Vernetzung notwendig, sondern auch eine korrekte Materialdefinition der Glaswollen. Da sich die Materialparameter aber nur sehr schwierig oder teilweise gar nicht messtechnisch ermitteln lassen, werden sie in diesem Kapitel anhand der Korrelation von Mess- und Simulationsergebnissen des Kundtschen Rohrs bestimmt. Bei den Messergebnissen hat sich gezeigt, dass der Reflexionsfaktor  $r$  für den Vergleich gut geeignet ist. Die Ergebnisse zeigen die geringsten Abweichungen. Des Weiteren lassen sich aus ihm die für die Charakterisierung von porösen Materialien gebräuchlichen Kennwerte Absorptionsgrad  $\alpha$  und die Impedanz  $Z$  berechnen. Damit die Ermittlung der Materialparameter in einem vertretbaren Zeitrahmen realisiert wird, werden Methoden aus der statistischen Versuchsplanung verwendet. Diese wurden bereits in dem Kapitel 2.4 erläutert und werden bei der konkreten Parameterrecherche in eine Matlab-Schnittstelle eingebunden.

Die so ermittelten Parameterwerte werden anschließend an dem Modell der vereinfachten Flugzeugwandung angewendet. Lässt sich mit diesem Modell das gleiche Schalldämmmaß  $R$  berechnen, wie es im Transmissionsprüfstand gemessen wurde, gelten die Materialparameter als überprüft.

## 5.1 Ermittlung am Kundtschen Rohr

Bei der Ermittlung müssen insgesamt 16 Materialparameter berücksichtigt werden. Der Ablauf dieser Ermittlung mit den dafür benötigten Einzelschritten ist in Abbildung 5.1 gezeigt. Da für jeden Glaswolle-Typ zwei Anordnungen gemessen und entsprechende Modelle aufgebaut wurden, muss dieser Ablaufplan insgesamt viermal durchlaufen werden. Idealerweise sollte sich aber für jede Glaswolle, unabhängig von der Anordnung, nur ein Optimum der Materialparameter ergeben.

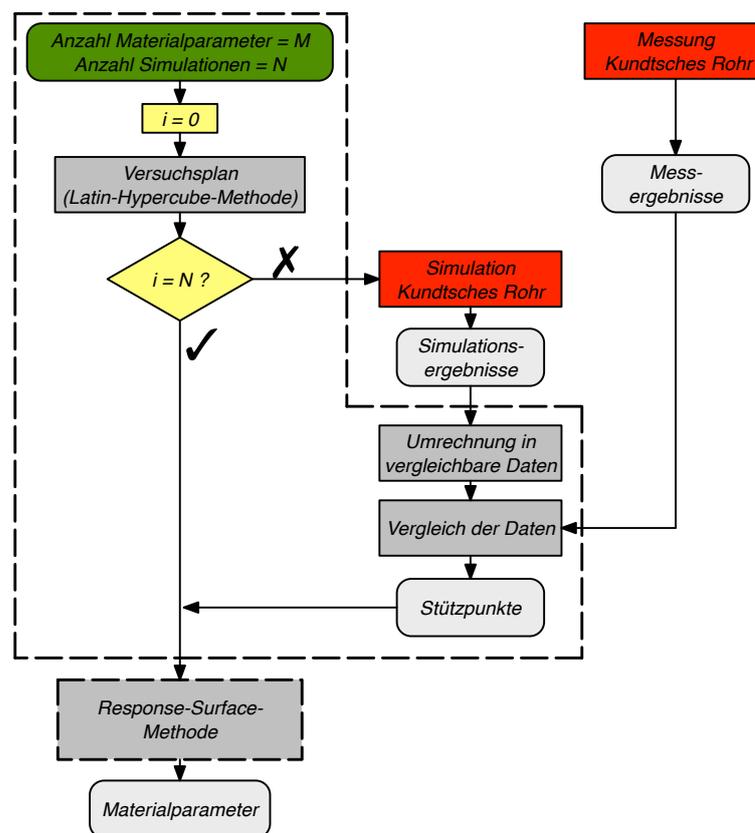


Abbildung 5.1: Ablaufplan der Parameterrecherche

Als Kernstück dieses Ablaufs soll an dieser Stelle die Matlab-Schnittstelle (gestrichelter Bereich) erwähnt werden. Sie dient dazu, über die Latin-Hypercube-Methode den Versuchsplan für die Parameterwert-Ermittlung zu erstellen, eine automatische Anweisung zur Berechnung der verschiedenen Parametervariationen anzuordnen, die Simulationsergebnisse in vergleichbare Daten umzurechnen und diese mit den Daten aus der Messung zu vergleichen. Anschließend wird mit Hilfe der Response-Surface-Methode das Optimum der Parameterwerte bestimmt. Da diese Schnittstelle aber nur als Hilfsfunktion anzusehen ist, um die Parameterrecherche weitestgehend zu automatisieren, wird auf die Struktur dieser Schnittstelle nur kurz eingegangen. Wichtiger an dieser Stelle sind die internen Berechnungen und die Art und Weise, wie die Mess- und Simulationsergebnisse miteinander verglichen werden. Zunächst sollen aber die Details bezüglich der Materialparameter geklärt werden.

### 5.1.1 Variationsbereiche der Materialparameter

Für die Simulation der akustischen Eigenschaften von Glaswolle mit Hilfe von MSC Nastran werden insgesamt 16 Parameter benötigt, die in drei Materialkarten definiert werden. Diese sind in nachfolgender Tabelle gezeigt:

Parameter	Einheit	Formelz.	Name	Karte
Dichte Feststoff	$[kg/m^3]$	$\rho_s$	RHO	MAT1
E-Modul Feststoff	$[Pa]$	$E$	E	MAT1
Dämpfungskoeffizient Feststoff	$[1]$	$GE_s$	GE	MAT1
Querkontraktionszahl Feststoff	$[1]$	$\nu$	NU	MAT1
Dichte Fluid	$[kg/m^3]$	$\rho_f$	RHO	MAT10
Schallgeschwindigkeit Fluid	$[m/s]$	$c$	C	MAT10
Dämpfungskoeffizient Fluid	$[1]$	$GE_f$	GE	MAT10
Dynamische Viskosität	$[Pas]$	$\eta$	VISC	MATPE1
Prandtl-Zahl	$[1]$	$Pr$	PRANDTL	MATPE1
Isentropenexponent	$[1]$	$\kappa$	GAMMA	MATPE1
Strömungswiderstand	$[Ns/m^4]$	$R$	AFR	MATPE1
Porosität	$[1]$	$\Omega$	POR	MATPE1
Tortuosität	$[1]$	$\alpha_\infty$	TOR	MATPE1
Viskose charakt. Länge	$[m]$	$\Lambda_V$	VLE	MATPE1
Thermische charakt. Länge	$[m]$	$\Lambda_T$	TLE	MATPE1
Biot-Faktor	$[1]$	$\alpha$	BIOT	MATPE1

**Tabelle 5.1:** Auflistung der Materialparameter

Einige Parameter sind von den Umgebungsbedingungen (Umgebungsdruck  $p_0$  und Temperatur  $T$ ) der Vergleichsmessung abhängig. Diese können bei der Suche nach den optimalen Parameterwerten auf den entsprechenden Wert gesetzt werden und müssen somit nicht in die Suche miteinbezogen werden. In den nachfolgenden Tabellen werden die festen und zu variierenden Parameter aufgelistet. Die Werte der Tabelle 5.2 entsprechen denen des Kapitels 3.1.

#### Liste der festen Parameter:

Parameter	Einheit	Formelzeichen	Wert
Dichte Fluid	$[kg/m^3]$	$\rho_f$	1,186
Schallgeschwindigkeit Fluid	$[m/s]$	$c$	345,4
Dynamische Viskosität	$[Pas]$	$\eta$	$18,416 \cdot 10^{-6}$
Prandtl-Zahl	$[1]$	$Pr$	0,714
Isentropenexponent	$[1]$	$\kappa$	1,402

**Tabelle 5.2:** Auflistung der festen Materialparameter

Liste der variablen Parameter:

Parameter	Einheit	Formelzeichen	Nastran-Name
Tortuosität	[1]	$\alpha_\infty$	TOR
Biot-Faktor	[1]	$\alpha$	BIOT
Dichte Feststoff	$[kg/m^3]$	$\rho_s$	RHO
Strömungswiderstand	$[Ns/m^4]$	$R$	AFR
Porosität	[1]	$\Omega$	POR
Viskose charakt. Länge	$[m]$	$\Lambda_V$	VLE
Thermische charakt. Länge	$[m]$	$\Lambda_T$	TLE
Dämpfungskoeffizient Feststoff	[1]	$GE_s$	GE
Dämpfungskoeffizient Fluid	[1]	$GE_f$	GE
E-Modul Feststoff	$[Pa]$	$E$	E
Querkontraktionszahl Feststoff	[1]	$\nu$	NU

**Tabelle 5.3:** Auflistung der variablen Materialparameter

Die **Tortuosität** dient der Charakterisierung des inneren Aufbaus poröser Materialien. Im Allgemeinen hat dieser Parameter je nach Komplexität der Porenstruktur einen gültigen Wertebereich von  $\geq 1$ . Bei Glaswollen liegt er allerdings üblicherweise an der unteren Grenze. Dieser Wert hat sich auch in einer von Airbus in Auftrag gegebenen Materialuntersuchung ([12], [13]) bestätigt, bei der für beide hier untersuchten Glaswollen ein Wert von  $\approx 1.00$  bestimmt wurde. Daher wird die Tortuosität in der weiteren Parameterwert-Ermittlung zur Vereinfachung für beide Glaswolle-Typen auf 1.00 gesetzt.

Bezüglich des **Biot-Faktors** wird in [5, S. 201] geschrieben, dass dieser für die meisten Materialien bei 1 liegt. Konsequenterweise wird er von MSC Nastran defaultmäßig auf diesen Wert festgelegt. In einer früheren Studienarbeit [19], in der dieser Parameter bezüglich der Äquivalente-Fluid-Methode untersucht worden ist, wurde dieser Wert für die hier untersuchten Glaswollen bestätigt. Somit wird auch dieser Wert für die weitere Ermittlung der Materialparameter auf 1.00 gesetzt.

Durch die nachfolgenden Abhängigkeiten kann die Anzahl der zu variierenden Parameter nochmals reduziert werden. Bei der ersten handelt es sich um einen Zusammenhang zwischen der Porosität  $\Omega$ , der Dichte des Fluids  $\rho_f$ , der Dichte der Festphase  $\rho_s$  und der Dichte des gesamten porösen Materials  $\rho_{pem}$  [18, S. 2565]. Die Dichte der verschiedenen Glaswolle-Typen wurde bereits in Kapitel 3.1 ermittelt und beträgt für Amber  $7.6677 kg/m^3$  bzw. für Pink  $6.6774 kg/m^3$ .

$$\rho_s = \frac{\rho_{pem} - \Omega\rho_f}{1 - \Omega} \quad (5.1)$$

$$\Lambda_T = 2 \cdot \Lambda_V \quad (5.2)$$

Die zweite Annahme bezieht sich auf die viskose charakt. Länge  $\Lambda_V$  und die thermische charakt. Länge  $\Lambda_T$ . Sie kann nach [22, S. 80 ff.] bei porösen Materialien angenommen werden, bei denen die Porosität nahe bei 1 liegt (vgl. auch 2.2.2).

Der **Strömungswiderstand**  $R$  kann je nach Porengröße und Beschaffenheit der Oberfläche poröser Materialien sehr unterschiedliche Werte annehmen. So wird auch nach [10] ein allgemeiner Wertebereich von  $10^3$ – $10^6$   $Ns/m^4$  angegeben. Für Glaswolle kann er allerdings weiter eingegrenzt werden. Nach [22, S. 22] wird ein Bereich von  $10^3$ – $10^5$   $Ns/m^4$  genannt. In [12] und [13] wurden die Strömungswiderstände der hier untersuchten Glaswollen im Bereich von  $\approx 15000$   $Ns/m^4$  ermittelt. Daher wird dieser Parameter in der weiteren Parameterwert-Ermittlung zwischen  $5000$ – $60000$   $Ns/m^4$  variiert.

Die **Porosität**  $\Omega$  wird nach [10] für poröse Materialien im Allgemeinen mit einem Bereich von  $0.70$ – $0.99$  angegeben. Bereits in der Annahme 5.2 wurde schon angedeutet, dass sie sich für Glaswolle nahe bei 1 befindet. Diese Annahme hat sich auch in den schon angesprochenen Materialuntersuchungen [12] und [13] bestätigt. In der hier vorgestellten Untersuchung wird die Porosität in einem Bereich von  $0.80$ – $0.99$  variiert. Damit wurde auch automatisch der Variationsbereich von der Dichte der Festphase definiert. Nach Formel 5.1 ergibt sich mit einer Dichte der Fluidphase von  $1.186$   $kg/m^3$  für Amber  $28.6$ – $550.3$   $kg/m^3$  und für Pink  $33.6$ – $649.4$   $kg/m^3$ .

Für die **viskose charakt. Länge**  $\Lambda_V$  und die **thermische charakt. Länge**  $\Lambda_T$  sind in der Literatur leider keine allgemeinen Bereiche zu finden. Theoretisch können sie bei Glaswolle je nach Faserradius und Faserlänge (siehe 2.53, 2.54) jeden positiven Wert annehmen. Allgemein lässt sich jedoch feststellen, dass  $\Lambda_V \leq \Lambda_T$  ist. Aufgrund der Materialuntersuchungen [12] und [13] wurde hier ein Variationsbereich für  $\Lambda_V$  von  $20 \cdot 10^{-6}$ – $120 \cdot 10^{-6}$   $m$  festgelegt. Da  $\Lambda_T$  mit einem Faktor 2 von  $\Lambda_V$  abhängt, wird somit  $\Lambda_T$  in einem Bereich von  $40 \cdot 10^{-6}$ – $240 \cdot 10^{-6}$   $m$  variiert.

Die **Dämpfungskoeffizienten** der Fluid- bzw. Festphase können Werte von  $0.0$ – $1.0$  annehmen. In Ausnahmefällen können sie allerdings auch mit negativem Vorzeichen definiert werden (vgl. [16, S. 505ff]). Die endgültigen Variationsbereiche dieser Parameter wurden im Laufe von Voruntersuchungen festgelegt. So wurden für den Dämpfungskoeffizienten der Festphase  $GE_s$  ein Bereich von  $0.3$ – $1.0$  und für den Dämpfungskoeffizienten der Fluidphase  $GE_f$  ein Bereich von  $0.0$ – $0.3$  festgelegt.

Die elastischen Eigenschaften der Festphase können aufgrund der in Kapitel 2.2.2 genannten Gründe nicht mit denen der Glasfasern gleichgesetzt werden. In [20] zum Beispiel wurden die richtungsabhängigen Elastizitätseigenschaften von Glaswolle ermittelt. So wurde der **Elastizitätsmodul**  $E$  in der weicheren Richtung mit ca.  $12000$   $Pa$  ermittelt, was im Gegensatz zu dem Elastizitätsmodul in der steiferen Richtung mit  $2.7E + 6$   $Pa$  deutlich geringer ist. Des Weiteren wurde festgestellt, dass die **Querkontraktionszahl**  $\nu$  in der weicheren Richtung vernachlässigbar klein ist. Aufgrund dieser Untersuchung wurde der Variationsbereich des Elastizitätsmoduls auf  $10000$ – $80000$   $Pa$  festgelegt und die Querkontraktionszahl auf einen festen Wert von  $0.0$  gesetzt.

### 5.1.2 Der Berechnungsablauf

Der Berechnungsablauf für die Ermittlung der optimalen Parameterwerte ist in Form einer Matlab-Schnittstelle umgesetzt worden, die sich grob in drei Bereiche einteilen lässt:

- Erstellung des Versuchsplans
- Generierung der Stützstellen des Systemverhaltens
- Ermittlung der optimalen Parameterwerte

Diese Punkte werden in den nachfolgenden Abschnitten erläutert, ohne die jeweiligen Strukturen der Skripte zu erklären. Eine ausführliche Beschreibung dazu ist im Anhang C zu finden. Wichtige Berechnungen bzw. Umsetzungen werden allerdings in diesem Kapitel aufgeführt.

#### Erstellung des Versuchsplans

Der Versuchsplan wird mit Hilfe der in Kapitel 2.4.1 beschriebenen Latin-Hypercube-Methode generiert. Wie dort erläutert, geschieht dies zunächst unabhängig von den gewählten Variationsbereichen der Parameter. Die Entscheidung über die Anzahl der Einzelsimulationen ist immer ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Zeitaufwand. Daher wurde sie an dieser Stelle auf 200 Simulationen für jede Anordnung und jede Materialsorte festgesetzt. Bei der Umsetzung wurde auf eine Funktion von Matlab zurückgegriffen. Unter Angabe der Parameteranzahl ( $M$ ) und der gewünschten Berechnungsanzahl ( $N$ ) wird mit dem Befehl `lhsdesign(M, N)` eine  $M \times N$ -Matrix erzeugt, die die entsprechenden Versuchspunkte in Zahlen von 0–1 enthält. Diese Werte können anschließend mit den in Kapitel 5.1.1 vorgestellten Variationsbereichen multipliziert werden, um die entsprechenden Parameterwerte zu erzeugen. Ergebnis ist somit ein sechsdimensionaler Versuchsplan der insgesamt 200 Simulationspunkte enthält. Zur besseren Übersicht sind in nachfolgender Tabelle die einzelnen Variationsbereiche der Materialparameter noch einmal aufgeführt.

Parameter	Einheit	Symbol	Minimum	Maximum
E-Modul Feststoff	[Pa]	$E$	10000	80000
Dämpfungskoeffizient Feststoff	[1]	$GE_s$	0.3	1.0
Dämpfungskoeffizient Fluid	[1]	$GE_f$	0.0	0.5
Strömungswiderstand	[Ns/m <sup>4</sup> ]	$R$	5000	60000
Porosität	[1]	$\Omega$	0.80	0.99
Viskose charakt. Länge	[m]	$\Lambda_V$	$20E - 06$	$120E - 06$
Dichte Feststoff Amber	[kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_s$	28.6	550.3
Dichte Feststoff Pink	[kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_s$	33.6	649.4
Thermische charakt. Länge	[m]	$\Lambda_T$	$40E - 06$	$240E - 06$

**Tabelle 5.4:** Variationsbereiche der Materialparameter grob

Die Parameter im zweiten Teil der Tabelle ergeben sich dabei aus Abhängigkeiten zu anderen Materialparametern und werden somit nicht primär im Versuchsplan berücksichtigt.

### Generierung der Stützstellen des Systemverhaltens

Die Generierung der Stützstellen ist im Gegensatz zu der Erstellung des Versuchsplans um einiges komplexer. Daher soll dieser Schritt hier noch weiter unterteilt werden.

- Modifikation der Simulationsmodelle gemäß dem Versuchsplan
- Simulation der Versuchspunkte
- Verarbeitung der Simulationsergebnisse

Diese Einzelschritte werden in einer Anweisungsschleife für jeden einzelnen der 200 Versuchspunkte wiederholt. Dabei wird die Modifikation des jeweiligen Modells über die drei Nastran-Materialkarten (MATPE1, MAT1, MAT10) des porösen Materials realisiert. Für jeden Versuchspunkt werden die Karten mit den entsprechenden Parameterwerten in eine .bdf-Datei geschrieben und in dem Ordner der übrigen Modell-Dateien (Geometrie und Anregung) des Impedanzrohres gespeichert. Anschließend erfolgt die Anweisung zur Berechnung des Modells.

Die Berechnung der einzelnen Modelle geschieht über eine Frequenzantwortanalyse (SOL 111). Zur besseren Vergleichbarkeit werden dabei die gleichen Frequenzen berücksichtigt wie bei der Messung im Kundtschen Rohr (50 Hz : 2 Hz : 1600 Hz). Zur späteren Auswertung werden die Ergebnisse der Mikrofonpositionen in eine separate Ergebnisdatei (.pch) geschrieben. Diese enthält somit für jede berechnete Frequenz den komplexen Knotendruck der Mikrofone.

Ist das Modell berechnet worden, wird die .pch-Datei von Matlab eingelesen und entsprechend der Formel 2.82 werden die komplexen Knotendrucke in den ebenso komplexen Reflexionsfaktor  $r$  umgerechnet. Dieser wird anschließend, getrennt nach Real- und Imaginärteil, mit dem gemessenen Reflexionsfaktor verglichen. Damit nur jeweils ein aussagekräftiger Wert für den kompletten Frequenzbereich entsteht, wird die Abweichung zwischen Rechnung und Messung als quadratischer Mittelwert über den gesamten Frequenzbereich ermittelt. Dafür wird der sogenannte Root Mean Square  $RMS$  gebildet (5.3). Teilt man diesen durch 5.4 erhält man den relativen Root Mean Square  $RMS_{rel}$ .

$$RMS(error) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Messwerte_i - Simulationswerte_i)^2} \quad (5.3)$$

$$RMS(Messwerte) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Messwerte_i)^2} \quad (5.4)$$

In dieser Formel entspricht  $n$  der Anzahl der berechneten Frequenzen, was in dem gegebenen Fall 776 sind. Durch diese Vorgehensweise erhält man für jeden Versuchspunkt eine prozentuale Abweichung zwischen Mess- und Berechnungsdaten bezüglich des Real- bzw. des Imaginärteils des Reflexionsfaktors. Somit ergeben sich für jeden Versuchspunkt zwei Zielgrößen, die in dem nächsten Schritt durch geeignete Materialparameter minimiert werden sollen.

### Ermittlung der optimalen Parameterwerte

Durch die vorherigen beiden Schritte wurde der komplette Versuchsraum erstellt, der zu den 200 Versuchspunkten die entsprechenden Response-Werte enthält. Diese werden mit der in Kapitel 2.4.2 beschriebenen Response-Surface-Methode ausgewertet, um die optimalen Parameterwerte der Glaswolle zu ermitteln. Dazu muss als Erstes eine Entscheidung bezüglich des Grades der Polynomfunktion getroffen werden, mit der die Antwortfläche generiert wird. Dies realisiert man am besten über die Gegenüberstellung von jeweils nur zwei Materialparametern und überprüft so, welche Polynomfunktion die Stützstellen am besten annähert. Die anderen Parameter werden dabei auf einen konstanten Werte gesetzt.

Dazu wurde ein separates Matlab-Skript erstellt, in dem die Polynomfunktion definiert werden kann und die entsprechenden Koeffizienten bestimmt werden. Anschließend erfolgt die Darstellung der einzelnen Antwortflächen.

Bei den hier untersuchten sechs Parametern ergeben sich somit 15 einzelne Antwortflächen. Da aber zwei Zielgrößen ( $RMS_{rel}Re(Z)$ ,  $RMS_{rel}Im(Z)$ ) vorhanden sind, ergeben sich insgesamt sogar 30 Flächen. Für die aktuelle Problematik hat sich eine Polynomfunktion 4. Grades als zweckmäßig erwiesen. Unter der Berücksichtigung von linearen Wechselwirkungen der Parameter enthält diese 40 Koeffizienten:

$$y(x_i) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 + a_4x_1^4 + \dots + a_{40}x_5x_6 \quad (5.5)$$

Ob der gewählte Polynomgrad das Systemverhalten gut wiedergeben kann, lässt sich am besten an einer Gegenüberstellung von zwei signifikanten Parametern erkennen. Bei der Glaswolle haben sich die Materialparameter viskose charakt. Länge  $\Lambda_V$  (VLE) und der Strömungswiderstand  $R$  (AFR) als solche identifiziert. Nachfolgende Abbildung veranschaulicht diesen Umstand anhand der Zielgröße  $RMS_{rel}Im(Z)$ .

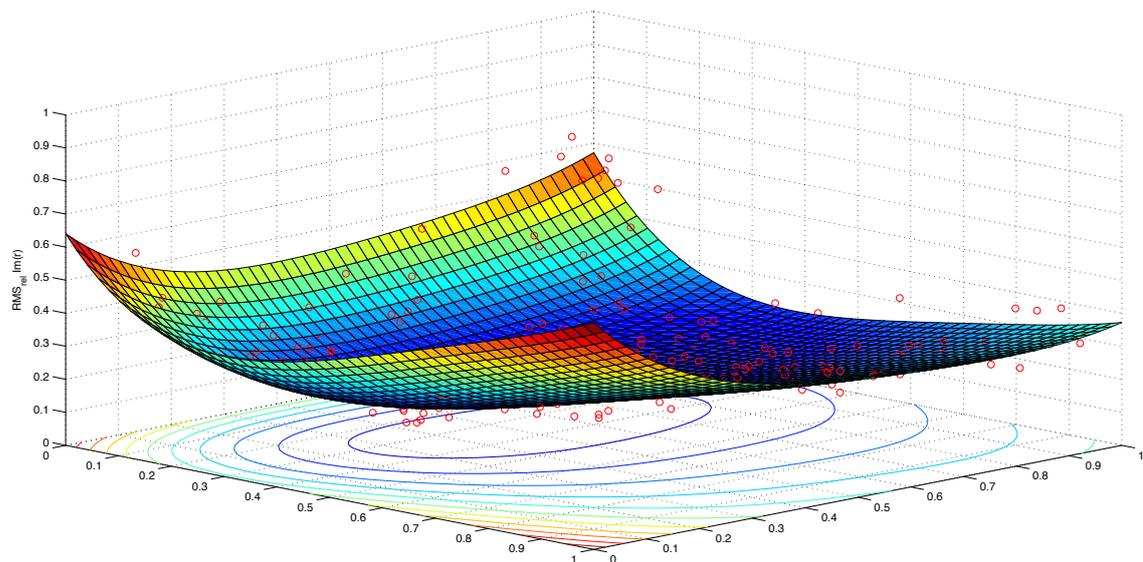


Abbildung 5.2: Beispiel einer Antwortfläche

Die eigentliche Bestimmung der optimalen Parameterwerte wird dagegen nicht an den erstellten Flächen gemacht. Dafür bietet Matlab eine hilfreiche Funktion, mit der es ermöglicht wird, die Suche interaktiv durchzuführen.

Der Befehl  $rstool(X, Y, model)$  öffnet diese Funktion. Mit der Matrix  $X$  werden die Parametervariationen, mit dem Vektor  $Y$  die dazugehörigen Response-Werte und mit  $model$  die gewünschte Art der Polynomfunktion in Matrixschreibweise übergeben. Mit der Übergabe werden automatisch die Koeffizienten der übergebenen Polynomfunktion bestimmt. Übergibt man  $Y$  in Form einer Matrix, in der mehrere Response-Werte pro Variation angegeben werden, kann das Optimum für mehrere Zielgrößen gleichzeitig bestimmt werden. Da bei den unterschiedlichen Modellen der gleiche Versuchsplan verwendet wurde, kann in diesem Fall sogar eine gemeinsame Optimierung für beide Anordnungen der verschiedenen Glaswolle-Typen durchgeführt werden. Somit werden die Koeffizienten der übergebenen Polynomfunktion für vier Zielgrößen ermittelt. Für jeden Parameter ergeben sich dann vier Fenster, in denen der relative Root Mean Square bezüglich des Real- bzw. Imaginärteils dargestellt wird. Nachfolgend ist die interaktive Optimierung bezüglich Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) dargestellt. In ihr repräsentiert jede Spalte den Variationsbereich eines Parameters in den Werten 0.0–1.0 und jede Zeile visualisiert den funktionalen Zusammenhang zwischen den sechs Parametern und einer Zielgröße. Die ersten beiden Zeilen zeigen die beiden Zielgrößen ( $RMS_{rel}Re(Z)$ ,  $RMS_{rel}Im(Z)$ ) für die Anordnung mit der Glaswolle direkt vor der akustisch harten Kolbenscheibe und die letzten beiden Zeilen die beiden Zielgrößen für die Anordnung mit der Glaswolle mit einem Abstand von 30 mm zur Kolbenscheibe.

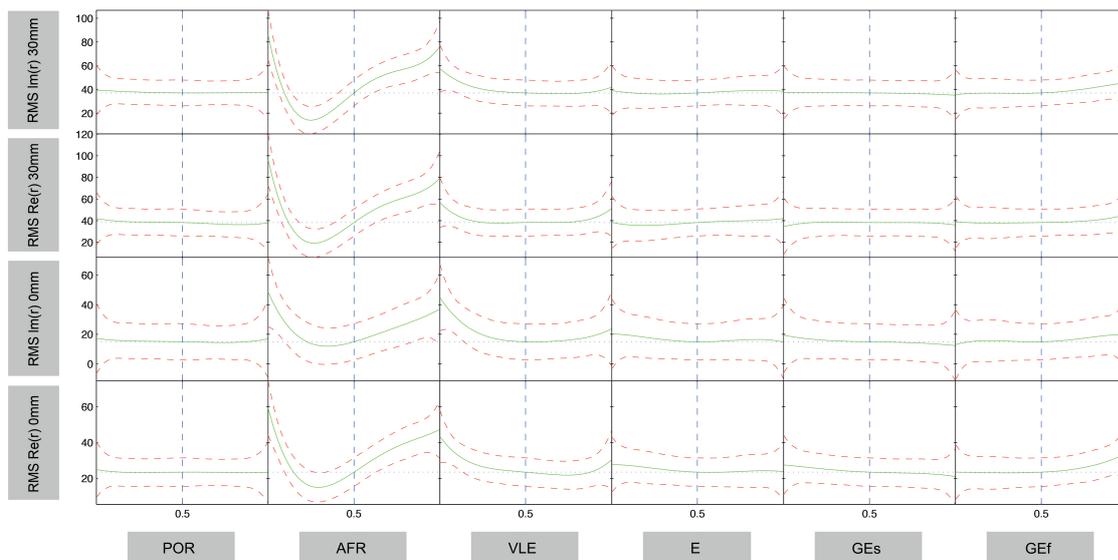


Abbildung 5.3: Matlab RS-Tool Beispiel

Die Interaktion wird dabei über die blauen Fadenkreuze realisiert. Verschiebt man es innerhalb einer Spalte, wird entsprechend der übergebenen Polynomfunktion die Variable  $x_i$  verändert und die Werte für  $y_i$  werden berechnet. Die grünen Linien visualisieren den funktionalen Zusammenhang zwischen dem jeweiligen Parameter und der Zielgröße, wenn alle anderen Parameter auf den durch das Fadenkreuz markierten Wert gesetzt werden. Verschiebt man das Fadenkreuz in einem Fenster, können sich dementsprechend die grünen Linien in anderen Fenstern ändern. Die beiden roten Linien repräsentieren dabei die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse. Auf diese Weise können die Zielgrößen  $y_i$  über die Parameterwerte minimiert und so die optimalen Parameterwerte für jede Glaswolle

ermittelt werden. Wie aus der Abbildung 5.4 ersichtlich ist, haben die Parameter viskose charakt. Länge  $\Lambda_V$  (VLE) und der Strömungswiderstand  $R$  (AFR) den größten Einfluss und sind somit signifikant. Alle anderen Parameter haben dagegen einen relativ geringen Einfluss. Darüber hinaus lässt sich auch gut erkennen, dass das globale Optimum der Parameterwerte einen Kompromiss zwischen den einzelnen Zielgrößen darstellt. Es lässt sich zwar eine klare Tendenz feststellen, jedoch auch Unterschiede bezüglich der einzelnen Minima.

Um das Optimum der Materialparameter besser identifizieren zu können, wurden an dieser Stelle die anfangs noch sehr grob definierten Parameterbereiche weiter eingegrenzt. Die neuen Parameterbereiche können in der nachfolgenden Tabelle vorgefunden werden.

Parameter	Einheit	Symbol	Minimum	Maximum
E-Modul Feststoff	[Pa]	$E$	10000	40000
Dämpfungskoeffizient Feststoff	[1]	$GE_s$	0.4	1.0
Dämpfungskoeffizient Fluid	[1]	$GE_f$	0.0	0.1
Strömungswiderstand	[Ns/m <sup>4</sup> ]	$R$	1000	30000
Porosität	[1]	$\Omega$	0.90	0.99
Viskose charakt. Länge	[m]	$\Lambda_V$	30E – 06	90E – 06
Dichte Feststoff Amber	[kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_s$	66.003	550.3
Dichte Feststoff Pink	[kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_s$	56.1	649.4
Thermische charakt. Länge	[m]	$\Lambda_T$	60E – 06	180E – 06

**Tabelle 5.5:** Variationsbereiche der Materialparameter fein

In den Abbildungen 5.4 und 5.5 sind die jeweilige Optimierungen der unterschiedlichen Glaswolle-Typen dargestellt.

An dieser Stelle sei noch einmal erwähnt, dass es sich bei den ermittelten Materialparametern um Kompromisse zwischen den einzelnen Zielgrößen und Anordnungen handelt. Bei der Optimierung wurde davon ausgegangen, dass die Messung im Kundtschen Rohr mit der Glaswolle direkt vor der akustisch harten Kolbenscheibe vertrauenswürdiger ist. Bei der Messung, bei der die Glaswolle mit einem Abstand von 30 mm zur Kolbenscheibe positioniert wurde, kann eine mögliche Dekomprimierung der Glaswolle nicht ausgeschlossen werden. Dadurch würden sich die Materialparameter ändern und könnten somit nicht miteinander verglichen werden.

In den Tabellen 5.6 und 5.8 werden die ermittelten Materialparameter der beiden Glaswolle-Typen aufgelistet. Abschließend werden in den Tabellen 5.7 und 5.9 die erzielten Ergebnisse dargestellt. Dabei wird zwischen dem Matlab RS-Tool und den Nastran-Simulationsergebnissen unterschieden. Durch diese Gegenüberstellung kann die Güte der Response-Surface-Methode überprüft werden. Darüber hinaus sind in diesen Tabellen die Ergebnisse bezüglich  $RMS_{rel}(\alpha)$ ,  $RMS_{rel}(Re(z))$  und  $RMS_{rel}(Im(z))$  zu finden. Diese Ergebnisse wurden direkt aus dem Reflexionsfaktor  $r$  berechnet. Die entsprechenden Abbildungen zu den Ergebnissen sind im Anhang D zu finden.

### 5.1.3 Ergebnisse für Microlite® AA Standard 0.42pcf

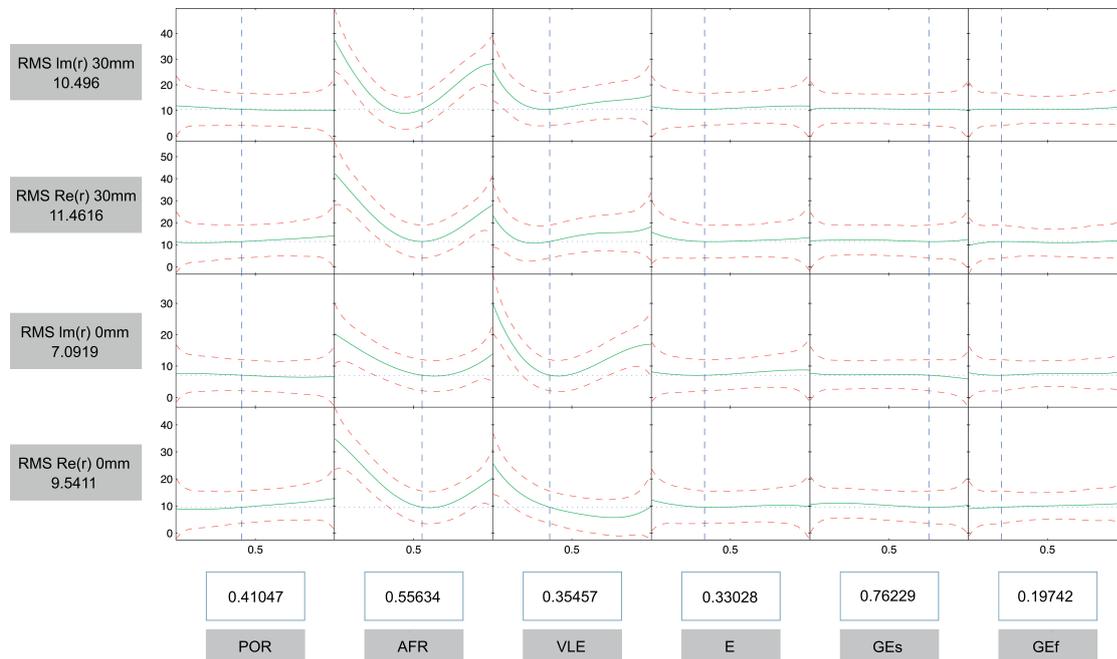


Abbildung 5.4: RS-Tool für Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber)

Parameter	Einheit	Symbol	Wert norm.	Wert absolut
Porosität	[1]	$\Omega$	0.41047	0.937
Strömungswiderstand	$[Ns/m^4]$	$R$	0.55634	21126.8
Viskose charakt. Länge	[m]	$\Lambda_V$	0.35457	$51.27E - 06$
E-Modul Feststoff	[Pa]	$E$	0.33028	19908.4
Dämpfungskoeffizient Feststoff	[1]	$GE_s$	0.76229	0.881
Dämpfungskoeffizient Fluid	[1]	$GE_f$	0.19742	0.02
Dichte Feststoff	$[kg/m^3]$	$\rho_s$		103.776
Thermische charakt. Länge	[m]	$\Lambda_T$		$102.54E - 06$

Tabelle 5.6: Materialparameter Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber)

	$RMS_{rel}$ $Re(r)$	$RMS_{rel}$ $Im(r)$	$RMS_{rel}$ $\alpha$	$RMS_{rel}$ $Re(z)$	$RMS_{rel}$ $Im(z)$
Matlab RS-Tool 0 mm	9.54 %	7.09 %			
Simulation 0 mm	9.10 %	4.47 %	2.67 %	12.51 %	3.97 %
Matlab RS-Tool 30 mm	11.46 %	10.50 %			
Simulation 30 mm	11.34 %	9.96 %	3.77 %	2.70 %	8.63 %

Tabelle 5.7: Ergebnisse Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber)

### 5.1.4 Ergebnisse für Microlite® AA Premium 0.34pcf

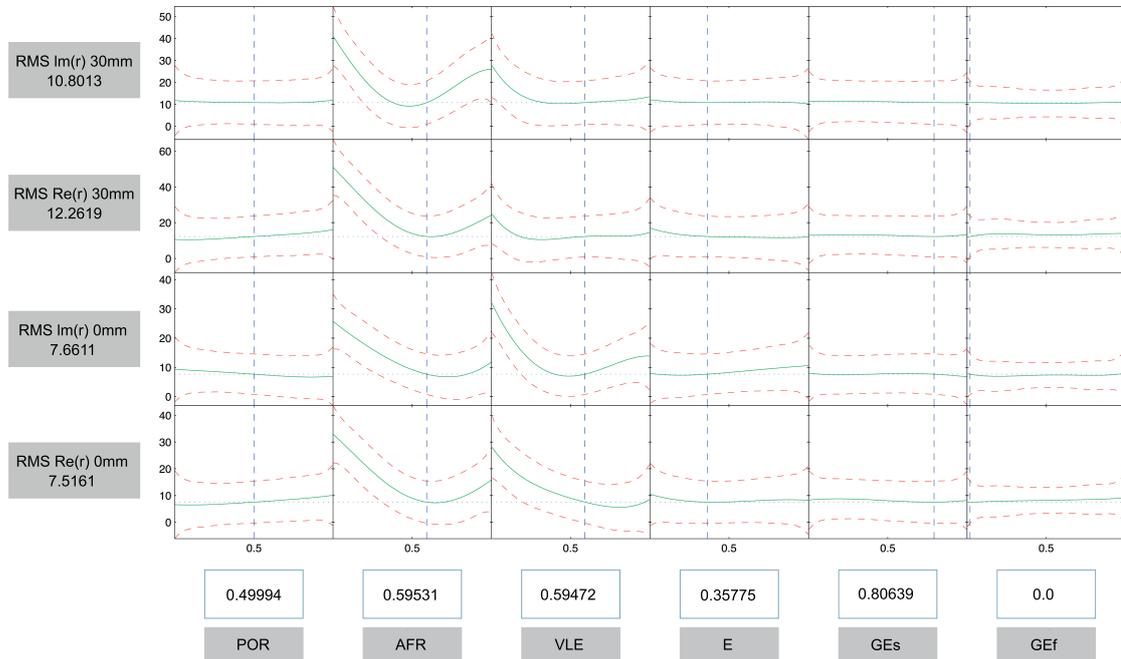


Abbildung 5.5: RS-Tool für Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink)

Parameter	Einheit	Symbol	Wert norm.	Wert absolut
Porosität	[1]	$\Omega$	0.49994	0.945
Strömungswiderstand	$[Ns/m^4]$	$R$	0.59531	21906.2
Viskose charakt. Länge	[m]	$\Lambda_V$	0.59472	$65.68E - 06$
E-Modul Feststoff	[Pa]	$E$	0.35775	20732.5
Dämpfungskoeffizient Feststoff	[1]	$GE_s$	0.80639	0.903
Dämpfungskoeffizient Fluid	[1]	$GE_f$	0.00	0.00
Dichte Feststoff	$[kg/m^3]$	$\rho_s$		101.020
Thermische charakt. Länge	[m]	$\Lambda_T$		$131.36E - 06$

Tabelle 5.8: Materialparameter Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink)

	$RMS_{rel}$ $Re(r)$	$RMS_{rel}$ $Im(r)$	$RMS_{rel}$ $\alpha$	$RMS_{rel}$ $Re(z)$	$RMS_{rel}$ $Im(z)$
Matlab RS-Tool 0 mm	7.52 %	7.66 %			
Simulation 0 mm	5.12 %	5.70 %	2.88 %	14.46 %	5.02 %
Matlab RS-Tool 30 mm	12.26 %	10.80 %			
Simulation 30 mm	11.19 %	9.46 %	3.13 %	3.06 %	8.87 %

Tabelle 5.9: Ergebnisse Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink)

## 5.2 Anwendung im Transmissionsversuch

Die zuvor ermittelten Materialparameter werden nun in der Simulation eines Transmissionsversuchs angewendet. Die dazu notwendigen Modelle wurden bereits im Kapitel 4.4 vorgestellt und die Ergebnisse der entsprechenden Messungen in Kapitel 3.2. Ziel der Simulation ist die Bestimmung des Schalldämmmaßes  $R$  für die verschiedenen Wandaufbauten. Dabei dient das Modell, in dem nur die versteifte Aluminiumplatte berücksichtigt wird, lediglich zur Bestimmung der generellen Güte der Simulation bzw. der Modelle.

Die Berechnung des Schalldämmmaßes erfolgt über die Schallintensitäten auf der Anregungs- und Abstrahlungsseite des Wandaufbaus gemäß Formel 2.88.

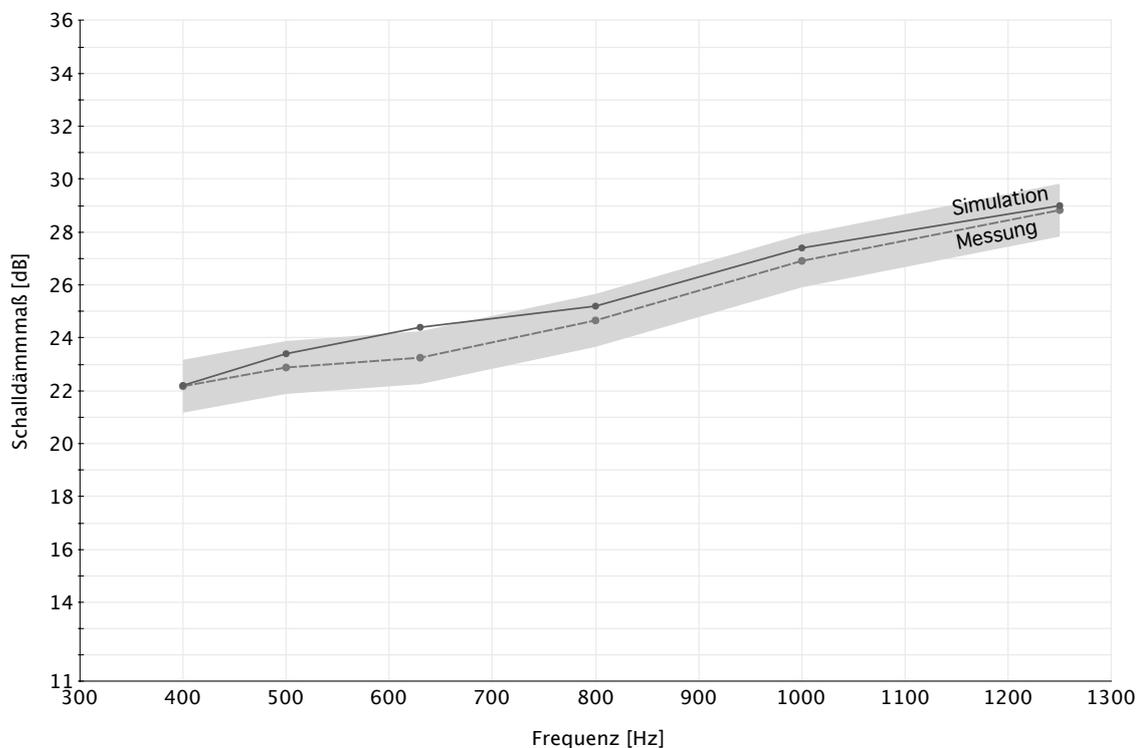
Die Intensität auf der Anregungsseite kann bereits vor der Simulation auf Basis der dynamischen Anregung berechnet werden. Dieser Schritt wurde automatisch bei der Generierung der Anregung in dem entsprechenden Matlab-Skript umgesetzt. Da bei allen Modellen die gleiche Anregung eingefügt wurde, bleibt die Schallintensität in diesem Fall für jedes Modell gleich. In diesem Matlab-Skript erfolgte auch die Definition der Frequenzen, bei denen die Modelle berechnet werden. Insgesamt wurden 91 Frequenzen in einem Bereich von  $100\text{ Hz}$ – $2000\text{ Hz}$  festgelegt, die so verteilt wurden, dass in jedem der 13 vorhandenen Terzbänder sieben Frequenzen enthalten sind.

Die Berechnungsgrundlage für die Schallintensität auf der Abstrahlungsseite des Wandaufbaus bilden die Simulationsergebnisse von den in Abbildung 4.13 blau eingefärbten Elementen. Diese wurden zu diesem Zweck bei der Modellierung in eine separate .bdf-Datei geschrieben und die Simulationsergebnisse der Frequenzantwortanalyse (SOL 111) in Form einer .op2-Datei hinterlegt. Die Auswertung der Ergebnisse bzw. die Berechnung der Intensität erfolgte wiederum in einer Airbus-internen Matlab-Schnittstelle. Diese liest die Ergebnisse durch einen .op2-Reader ein und berechnet über den Druckgradienten zwischen der ersten und zweiten Knotenfläche die Intensität. Die separate .bdf-Datei dient dazu, die entsprechenden Geometrien der Elemente zu bestimmen und über die Knotennummern die Simulationsergebnisse zu filtern.

Nachdem die Schallintensitäten für alle der 91 Frequenzen auf der Anregungs- und Abstrahlungsseite des Wandaufbaus bestimmt wurden, konnten anschließend die entsprechenden Schalldämmmaße mit Hilfe der Formel 2.88 berechnet werden. Damit für den Vergleich zwischen den Simulationen und den Messungen die gleichen Frequenzen zur Verfügung stehen, wurde auf ein Airbus-internes Matlab-Skript zurückgegriffen, das die entsprechenden Schalldämmmaße an den Terzmittenfrequenzen aus den insgesamt 91 Schalldämmmaßen mittelt.

Bevor nun aber die Schalldämmmaße der kompletten Modelle, bestehend aus versteifter Platte und Glaswolle, dargestellt werden, soll zunächst die Güte der Simulation anhand des Modells, das nur die versteifte Platte beinhaltet, untersucht werden. Dazu muss als Erstes der Bereich eingegrenzt werden, in dem ein vertrauenswürdiger Vergleich vorgenommen werden kann. In Kapitel 3.2 wurde bereits erläutert, dass das Schallfeld im Senderraum unterhalb von  $400\text{ Hz}$  nicht als ideal diffus angenommen werden kann. Bei der Generierung der dynamischen Last für die Simulationsmodelle wurde dieser Umstand allerdings angenommen. Ein zuverlässiger Vergleich kann daher unterhalb von  $400\text{ Hz}$  nicht gewährleistet werden. Des Weiteren soll an dieser Stelle die obere Grenzfrequenz angepasst werden. Die Vernetzung der Simulationsmodelle wurde für eine Grenzfrequenz von ca.  $2000\text{ Hz}$  ausgelegt. Aus diesem Grund sollten bei einer Frequenzantwort-

analyse (SOL 111) auch nur Eigenwerte aus diesem Bereich berechnet und übergeben werden. Durch eine Eigenfrequenzanalyse (SOL 103) konnte ermittelt werden, dass sich die 2250. Eigenfrequenz des Fluidvolumens bei ca. 2081 Hz befindet. Allerdings gilt es als gängige Faustregel, dass für zuverlässige Ergebnisse die Anzahl der Eigenwerte durch einen Faktor von  $\sqrt{2}$  erhöht werden muss. Berücksichtigt man diese Faustformel, ergibt sich mit den ersten 2250 Eigenwerten eine obere Grenzfrequenz von 1471.49 Hz. Da die Ergebnisse allerdings nach der Simulation noch an den Terzmittenfrequenzen gemittelt werden, erfolgt die Darstellung der Ergebnisse bis zu einer Frequenz von 1250 Hz. Mit den zuvor genannten Einschränkungen ergibt sich der Frequenzbereich, in dem der Vergleich vorgenommen werden kann, zu 400 Hz–1250 Hz. Abbildung 5.6 zeigt den Vergleich für die erste Anordnung.



**Abbildung 5.6:** Schalldämmmaß versteifte Platte

Generell lassen sich gute Übereinstimmung zwischen den Simulations- und Messergebnissen feststellen. Bis auf eine Ausnahme bei 630 Hz liegen die Ergebnisse in dem Vertrauensband der Messung, das mit etwa  $\pm 1$  dB anzusetzen ist. Da die generelle Güte der Simulation überprüft werden konnte, ermöglichen die weiteren Modelle eine Aussage über die ermittelten Materialparameter der Glaswolle-Typen. In den Abbildungen 5.7 und 5.8 sind sehr gute Übereinstimmungen zwischen den Simulations- und Messergebnissen festzustellen. Alle Ergebnisse liegen in dem Vertrauensband der entsprechenden Messungen. Sogar die leichte Erhöhung bei 630 Hz ist nicht mehr zu erkennen.

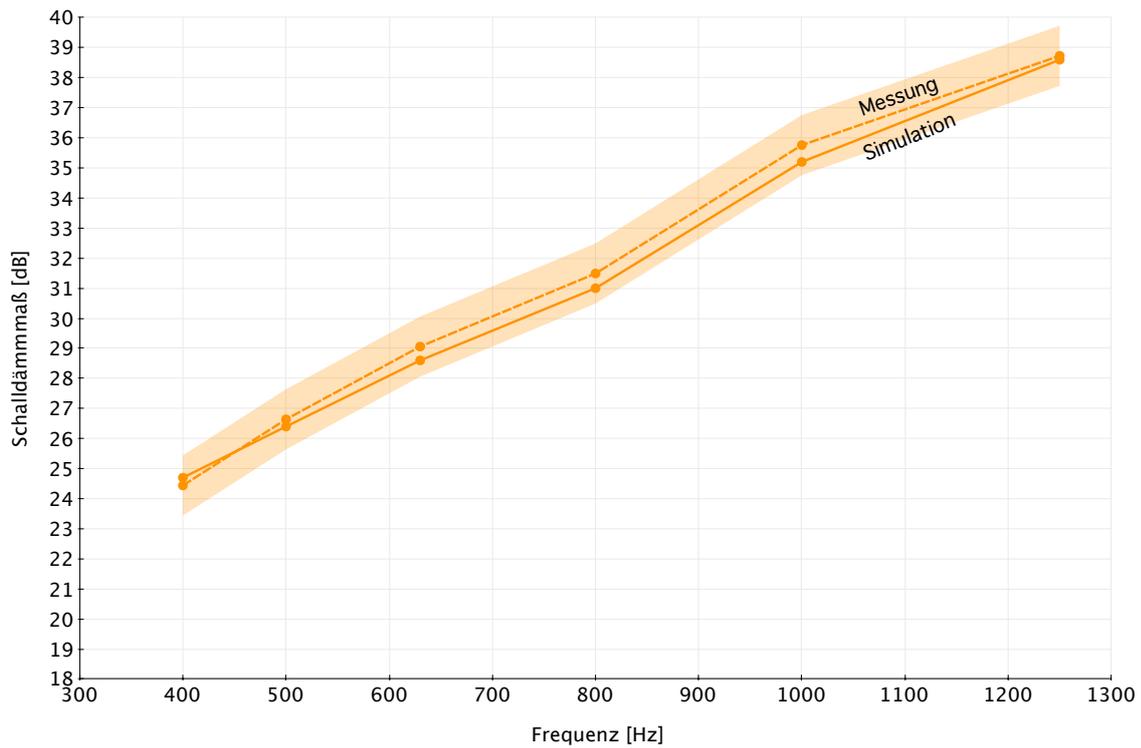


Abbildung 5.7: Schalldämmmaß Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber)

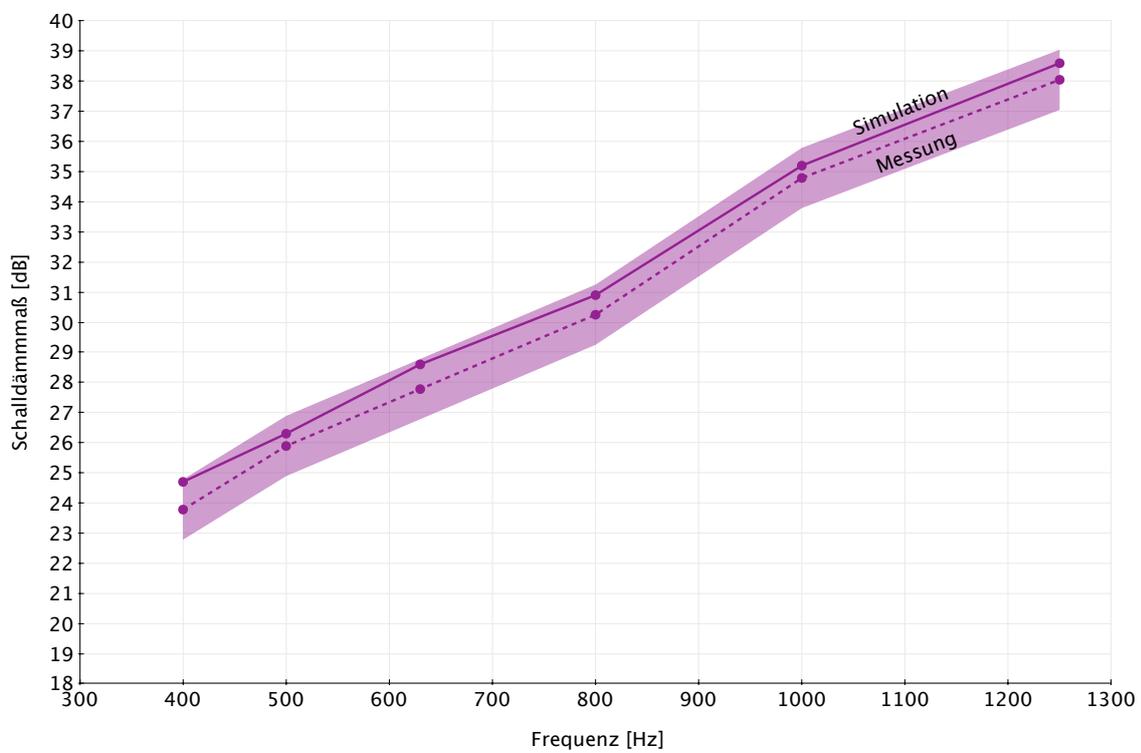


Abbildung 5.8: Schalldämmmaß Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink)

### 5.3 Vergleich zur Äquivalente-Fluid-Methode

Damit die Eignung der neu implementierten Materialformulierung zur Simulation poröselastischer Materialien vollständig untersucht werden kann, soll in diesem Kapitel ein Vergleich zu der aktuell verwendeten Methode gezogen werden. Dabei soll nicht nur die Güte der Simulationsergebnisse berücksichtigt werden, sondern es sollen auch Aspekte wie der Zeitaufwand bei der Modellierung und Berechnung der Modelle sowie die Anwendungsmöglichkeiten der Methoden betrachtet werden.

Zunächst sollen aber an dieser Stelle die Ergebnisse für das Impedanzrohr bzw. für den Transmissionsversuch in Vergleich gestellt werden. Leider stehen für die Äquivalente-Fluid-Methode nur Materialparameter für den Glaswolle-Typ Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) zur Verfügung. Diese wurden im Verlauf der Studienarbeit [19] mit einer ähnlichen Vorgehensweise wie in dieser Arbeit ermittelt und werden in einer MAT10-Karte folgendermaßen angegeben:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAT10	MID	BULK	RHO	C	GE	ALPHA			
MAT10			7.0	120	1.0	1.0			

Abbildung 5.9: Materialparameter Äquivalente-Fluid-Methode

Diese Parameter wurden ebenfalls anhand der Korrelation von Mess- und Simulationsergebnissen des Kundtschen Rohrs bestimmt. Anders als in dieser Arbeit, wurde dies direkt über den Absorptionsgrad  $\alpha$  und die komplexe Impedanz  $Z$  mit Hilfe der Ein-Faktor-Methode vorgenommen. Des Weiteren handelte es sich dort um eine zwei Zoll dicke Glaswolle-Schicht, die auf 30 mm komprimiert wurde. Durch die höhere Komprimierung der Glaswolle ändern sich einige der Materialparameter, wie zum Beispiel die Porosität  $\Omega$  oder auch der Strömungswiderstand  $R$ . Demnach kann über die Ergebnisse des Kundtschen Rohres kein verlässlicher Vergleich gezogen werden, soll aber der Vollständigkeit halber trotzdem vorgenommen werden. Da für die Äquivalente-Fluid-Methode nur Ergebnisse bezüglich des Absorptionsgrades  $\alpha$  und der Impedanz  $Z$  vorliegen, wird der Vergleich anhand dieser Größen getätigt.

In den Abbildungen 5.10 und 5.11 sind starke Unterschiede zwischen den Simulationsergebnissen festzustellen. Generell nähern die Simulationsergebnisse der U-p-Formulierung die Messergebnisse exakter an als die der Äquivalente-Fluid-Methode. Das lässt sich auch zahlenmäßig anhand des relativen Root-Mean-Square belegen, dessen Ergebnisse in nachfolgender Tabelle dargestellt sind:

	$RMS_{rel}$ $\alpha$	$RMS_{rel}$ $Re(z)$	$RMS_{rel}$ $Im(z)$
Äquivalente-Fluid-Methode	10.20 %	71.73 %	11.66 %
U-p-Formulierung	2.67 %	12.51 %	3.97 %

Tabelle 5.10:  $RMS_{rel}$  im Vergleich

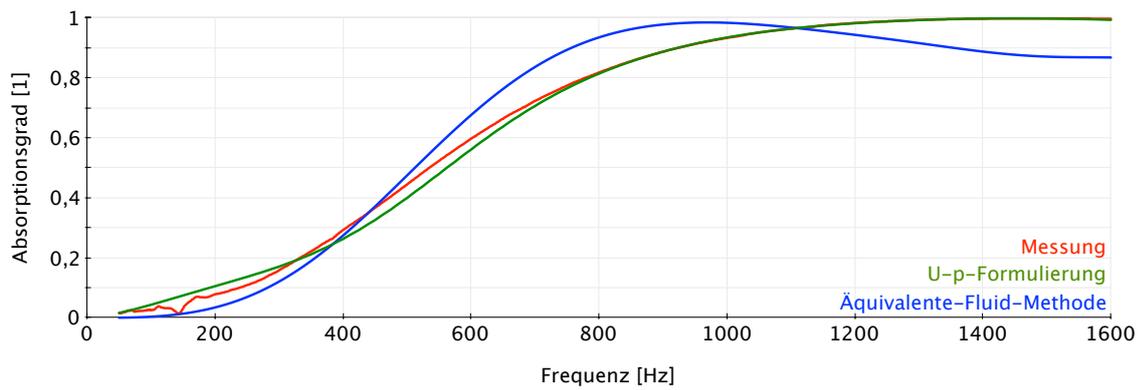


Abbildung 5.10: Vergleich Absorptionsgrad

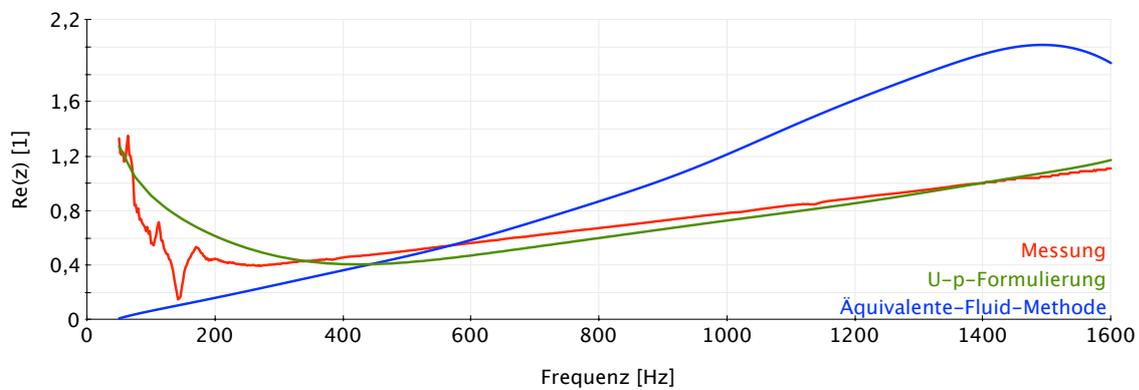


Abbildung 5.11: Vergleich Realteil spezifische Oberflächenimpedanz

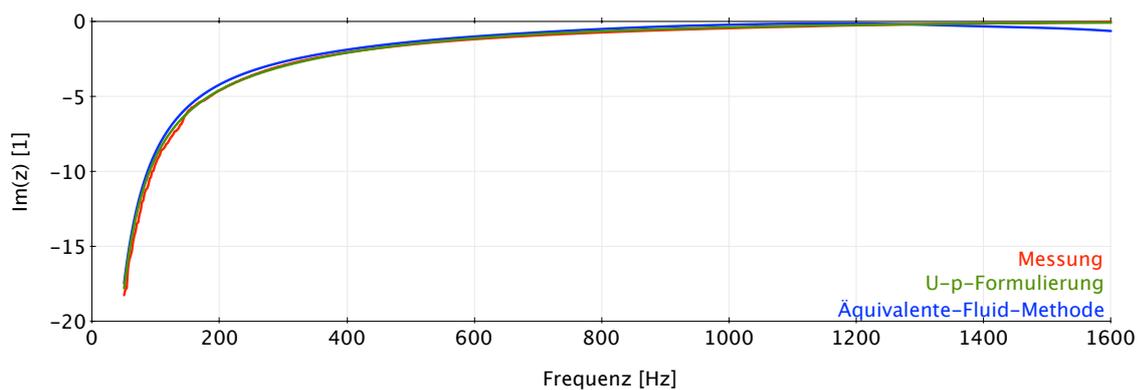


Abbildung 5.12: Vergleich Imaginärteil spezifische Oberflächenimpedanz

An dieser Stelle sei noch einmal erwähnt, dass dieser Vergleich aufgrund unterschiedlicher Untersuchungsbedingungen der Glaswolle bei der Ermittlung der jeweiligen Materialparameter nicht vertrauenswürdig ist. Aus diesem Grund folgt nun ein Vergleich anhand des Transmissionsprüfstandes. Da bei der messtechnischen Ermittlung des Schalldämmmaßes eine Glaswolle-Matte mit der Dicke von  $35 \text{ mm}$  untersucht wurde, sollte dieser Vergleich seriöser sein.

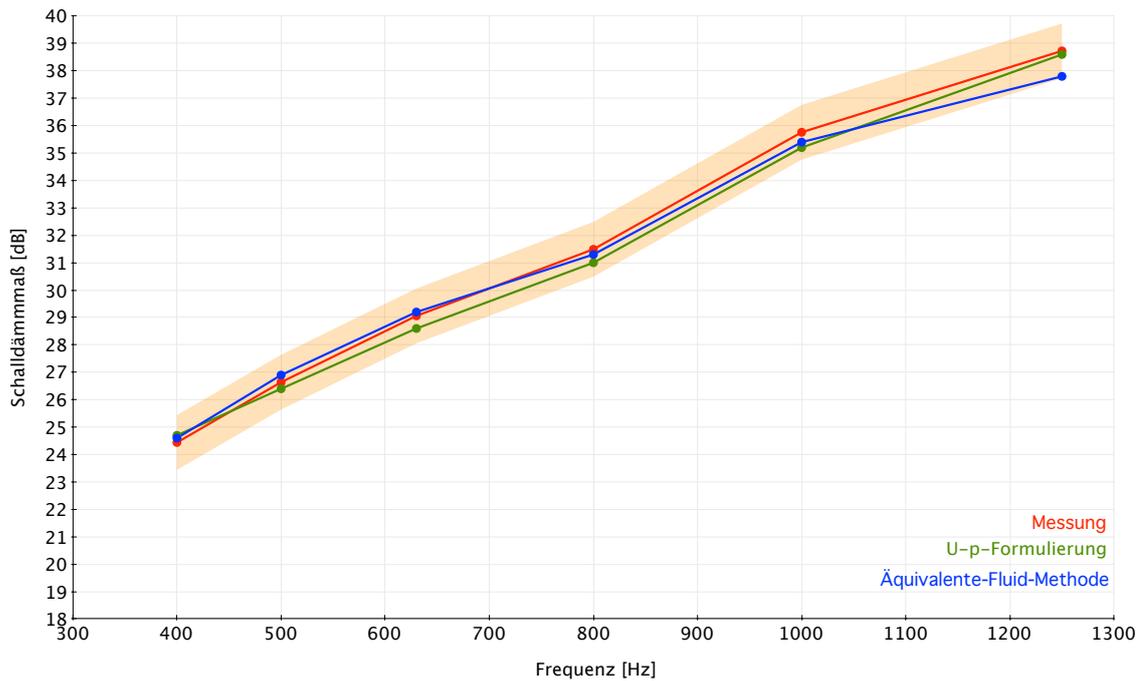


Abbildung 5.13: Vergleich Schalldämmmaß

In Abbildung 5.13 sind die Ergebnisse der Schalldämmmaße in einem Frequenzbereich von 400 Hz–1250 Hz gegenüber den Messergebnissen dargestellt. In diesem Vergleich können nun keine großen Unterschiede mehr zwischen den beiden Methoden erkannt werden. Sowohl unter Verwendung der Äquivalente-Fluid-Methode als auch der U-p-Formulierung können realistische Werte berechnet werden. Daher werden nachfolgend die Aspekte Berechnungszeit, Benutzerfreundlichkeit und Anwendungsmöglichkeiten diskutiert.

Anders als bei den Simulationsergebnissen, können bezüglich der Berechnungszeiten der Modelle große Abweichungen zwischen den beiden Methoden festgestellt werden. Diese können den .log-Dateien oder auch .f04-Dateien entnommen werden und sind nachfolgend in Tabelle 5.11 für den Transmissionsversuch aufgelistet:

	Transmissionsversuch
Äquivalente-Fluid-Methode	2h 03'26''
U-p-Formulierung	3h 55'18''
Prozentuale Zeiterhöhung	190.63 %

Tabelle 5.11: Berechnungszeiten

Bei der Verwendung der U-p-Formulierung wird annähernd doppelt so viel Zeit benötigt, um die Modelle zu berechnen. Leider konnte durch diese Zeiterhöhung keine signifikante Verbesserung der Ergebnisse erzielt werden. Ähnlich verhält es sich bei der Modellierung der Simulationsmodelle. Da die Modelle des Luftvolumens und der Glaswolle unter Verwendung der Äquivalente-Fluid-Methode aus einer Geometrie erzeugt werden können, ist der Zeitaufwand geringer anzusetzen als bei der U-p-Formulierung.

Zunächst erweckt es den Anschein, dass aus der Verwendung der U-p-Formulierung keine Vorteile gegenüber der aktuell angewendeten Äquivalente-Fluid-Methode resultieren. Betrachtet man dagegen die Anwendungsmöglichkeiten der beiden Methoden, zeigt sich ein deutlicher Vorsprung für die neu implementierte Materialformulierung.

Glaswolle bietet sehr gute Voraussetzungen, um diese bei der Simulation von Wandverkleidungen auf ein äquivalentes Fluid zu reduzieren. Dieser Umstand ergibt sich aus der weichen Festphase des Materials und kann anhand der in dieser Arbeit ermittelten elastischen Eigenschaften nachvollzogen werden. Der Elastizitätsmodul  $E$  wurde für die hier untersuchten Glaswolle-Typen mit einem Wert von ca.  $20000 Pa$  ermittelt und die Querkontraktionszahl konnte sogar komplett vernachlässigt werden. Ist dagegen die Simulation von porös-elastischen Materialien gefordert, wie zum Beispiel polymere Schaumstoffe, dürfen die elastischen Eigenschaften nicht mehr vernachlässigt werden, da sie einen großen Einfluss auf die Schalldissipation haben. Diese Materialien werden in Zukunft bei absorbierenden Wandverkleidungen von Flugzeugkabinen zunehmend an Bedeutung gewinnen. Durch den Einsatz dieser Materialien soll die Schallisolierung im tieffrequenten Bereich verbessert werden. Der Einsatz wird vor allem in Verbindung mit Mehrlagenisolierungen untersucht, die aus verschiedensten porösen Materialien zusammengesetzt werden können. Denkbar wäre zum Beispiel eine Isolierung aus verschiedenen Glaswolle-Typen, Schaumstoffen und Filzen. Diese Isolierungen können mit der Äquivalente-Fluid-Methode nicht simuliert werden. Mit der U-p-Formulierung können sowohl die elastischen Eigenschaften der verschiedenen Materialien berücksichtigt werden als auch verschiedene Kopplungsarten zwischen den einzelnen Schichten realisiert werden.

## **5.4 Zusammenfassung**

In diesem Kapitel wurde beschrieben, wie die Materialparameter der Glaswollen Microlite® AA Standard 0.42pcf (Amber) und Microlite® AA Premium 0.34pcf (Pink) anhand eines Kundtschen Rohres ermittelt und anschließend im Transmissionsversuch angewendet wurden. Für beide Glaswollen wurden Materialparameter ermittelt, mit denen die Absorptionsgrade mit einer Abweichung von unter 4 % bezüglich der Messergebnisse im Kundtschen Rohr simuliert werden können. Im Transmissionsversuch wurde das Schalldämmmaß für eine vereinfachte Flugzeugwandung, bestehend aus versteifter Aluminiumplatte und Glaswolle-Schicht, simuliert. Diese zeigen in einem Frequenzbereich von  $400 Hz$ – $1250 Hz$  keine Abweichung bezüglich der Messung, wenn man das Vertrauensband der Messung mit  $\pm 1 dB$  ansetzt. Auch wenn diese Ergebnisse keine Verbesserung zu der aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode bedeuten, konnten zumindest genauso exakte Ergebnisse erzielt werden. In dem abschließenden Vergleich zwischen der U-p-Formulierung und der Äquivalente-Fluid-Methode wurden allerdings auch andere Aspekte diskutiert, wie zum Beispiel die Anwendungsmöglichkeiten der verschiedenen Methoden. Dort wurden Vorteile aufgezeigt, die die Verwendung der U-p-Formulierung für die Zukunft der akustischen Simulation interessant machen dürfte.

## 6 Schlussbetrachtung

Ein Hauptanliegen der Flugzeugakustik ist es, die Schalltransmission in den Innenraum der Flugzeugkabine zu reduzieren. In dem Seitenwandbereich wird dies durch eine aus Rumpfstruktur, Glaswolleisolation und Innenverkleidung bestehende Doppelwand realisiert. Für den Akustiker ist es wünschenswert, schon in der frühen Entwurfsphase das Schalldämmmaß des Wandaufbaus abschätzen und gegebenenfalls Maßnahmen zu dessen Verbesserung ergreifen zu können [21, S. 1]. Für diesen Zweck spielt die Qualität des Berechnungsmodells eine entscheidende Rolle. Vor allem die Simulation von porösen Materialien, wie zum Beispiel Glaswolle, stellt eine Herausforderung dar. Poröse Materialien besitzen eine Festkörperstruktur, die im Inneren Porenräume und gegebenenfalls Porenkanäle aufweist und so eine Fluidströmung durch das Material zulässt. Daher müssen solche Stoffe als ein Zusammenschluss von zwei Phasen aufgefasst werden. Wenn die Festphase des Materials als sehr steif oder als sehr weich anzunehmen ist, kann das eigentlich zweiphasige Material auf ein äquivalentes Fluid reduziert werden. Ist dagegen die Simulation von porös-elastischen Materialien gefordert, wie zum Beispiel polymere Schaumstoffe, dürfen die elastischen Eigenschaften der Festphase nicht mehr vernachlässigt werden, da sie einen großen Einfluss auf die Schalldissipation haben. Hierfür steht in der FE-Software MSC Nastran Release 2013.1 eine neue Materialformulierung zur Verfügung. Dabei handelt es sich um die Biot-Theorie in Form der U-p-Formulierung nach Allard. Bei ihr werden die Materialparameter der Fest- und Fluidphase getrennt voneinander definiert und deren Interaktion in einer weiteren Materialkarte beschrieben. Im Gegensatz zu der aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode, bei der nur drei Parameter bekannt sein müssen, ist bei der neu implementierten Formulierung die Kenntnis über 16 Parameter nötig. Da sich diese aber nur sehr schwierig oder teilweise gar nicht messtechnisch bestimmen lassen, müssen sie auf eine andere Art und Weise identifiziert werden.

In dieser Arbeit wurden nicht nur die theoretischen Grundlagen der verschiedenen Materialformulierungen und die jeweilige Umsetzung in MSC Nastran erläutert, sondern auch ein systematischer Lösungsweg zur weitestgehend automatisierten Ermittlung von den benötigten Materialparametern der U-p-Formulierung erarbeitet und an dem Beispiel von unterschiedlichen Glaswollen erfolgreich getestet. Es wurde gezeigt, dass die Ermittlung der Materialparameter über die Korrelation von Mess- und Simulationsergebnissen des Reflexionsfaktors  $r$  möglich ist. Dieser lässt sich mittels einer Messung im Impedanzrohr leicht ermitteln und auch in einer Berechnung leicht bestimmen. Des Weiteren lassen sich aus ihm die für die Charakterisierung von porösen Materialien gebräuchlichen Kennwerte Absorptionsgrad  $\alpha$  und die komplexe Impedanz  $Z$  berechnen.

Dazu wurden im ersten Schritt Untersuchungen im Impedanzrohr durchgeführt. Da die Materialparameter unabhängig von der Messanordnung sein müssen, erfolgte dies in unterschiedlichen Anordnungen.

## 6 Schlussbetrachtung

---

Im nächsten Schritt wurden aus den messtechnischen Untersuchungen entsprechende Simulationsmodelle abgeleitet. Damit ein aussagekräftiger Vergleich zwischen der neu implementierten U-p-Formulierung und der aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode vorgenommen werden konnte, wurden die Modelle unter Verwendung beider Methoden aufgebaut. Diese Modelle wurden nachfolgend genutzt, um die Parameterwerte der untersuchten Glaswollen über die systematische Variierung und den anschließenden Vergleich mit den Messergebnissen zu ermitteln. Im Gegensatz zu der Äquivalente-Fluid-Methode können bei der U-p-Formulierung die Parametervariationen in einem physikalisch sinnvollen Bereich durchgeführt werden. Diese Bereiche wurden im Rahmen dieser Arbeit erarbeitet und erläutert. Theoretisch ergeben sich dennoch unendlich viele Variationsmöglichkeiten, wodurch sich die Bestimmung unter Umständen sehr zeitintensiv gestalten kann. Damit das Optimum trotzdem in einem vertretbaren Zeitrahmen bestimmt werden kann, wurde eine Matlab-Schnittstelle programmiert, durch die es ermöglicht wird, die Ermittlung weitestgehend zu automatisieren. Für beide untersuchten Glaswolle-Typen konnten Parameter ermittelt werden, mit denen der Absorptionsgrad unabhängig von der simulierten Messanordnung mit einer Abweichung von unter 4 % bezüglich der Messergebnisse im Kundtschen Rohr simuliert werden kann.

Die Anwendung der ermittelten Materialparameter fand anhand einer vereinfachten Flugzeugwandung, bestehend aus versteifter Aluminiumplatte und Glaswolle, statt. Dazu wurden Messungen in einem Transmissionsprüfstand durchgeführt und entsprechende Simulationsmodelle erstellt. Insgesamt sind drei unterschiedliche Konfigurationen untersucht worden. Das Schalldämmmaß konnte unter der Verwendung der zuvor ermittelten Materialparameter für alle Konfigurationen exakt simuliert werden. In dem betrachteten Frequenzbereich befinden sich alle Simulationsergebnisse in dem Vertrauensband der Messung.

Im abschließenden Vergleich zu der aktuell verwendeten Äquivalente-Fluid-Methode ist dargestellt worden, dass diese Ergebnisse mindestens genauso exakt sind wie die durch die Äquivalente-Fluid-Methode erlangten Ergebnisse. Anschließend wurden andere Aspekte, wie zum Beispiel die Anwendungsmöglichkeiten der verschiedenen Methoden, diskutiert. Porös-elastische Materialien werden in Zukunft bei absorbierenden Wandverkleidungen von Flugzeugkabinen zunehmend an Bedeutung gewinnen. Durch den Einsatz dieser Materialien soll die Schallisolierung im tieffrequenten Bereich verbessert werden. Der Einsatz wird vor allem in Verbindung mit Mehrlagenisolierungen untersucht, die aus verschiedensten porösen Materialien zusammengesetzt werden können. Diese Isolierungen können mit der Äquivalente-Fluid-Methode nicht mehr simuliert werden. Mit der U-p-Formulierung können sowohl die elastischen Eigenschaften der verschiedenen Materialien berücksichtigt als auch verschiedene Kopplungsarten zwischen den einzelnen Schichten realisiert werden.

Diese Arbeit hat die theoretischen Grundlagen der Biot-Theorie und der U-p-Formulierung, die Umsetzung dieser Materialformulierung in MSC Nastran und einen systematischen Lösungsweg zur weitestgehend automatisierten Ermittlung von den benötigten Materialparametern eines porös-elastisches Material erarbeitet und an dem Beispiel von Glaswolle erfolgreich angewendet. Sie stellt somit einen optimalen Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen in diesem Gebiet dar.

# Literaturverzeichnis

- [1] DIN EN ISO 10140-1:2012-05. *Akustik - Messung der Schalldämmung von Bauteilen im Prüfstand-Teil 1*. Beuth-Verlag, 2012.
- [2] DIN EN ISO 140-3:2005-03. *Akustik - Messung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen - Teil 3: Messung der Luftschalldämmung von Bauteilen in Prüfständen*. Beuth-Verlag, 2005.
- [3] DIN EN ISO 15186-1:2003. *Akustik - Bestimmung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen aus Schallintensitätsmessungen - Teil 1: Messungen im Prüfstand*. Beuth-Verlag, 2003.
- [4] DIN EN ISO 1683:2008-11. *Akustik - Bevorzugte Bezugswerte für Pegel in der Akustik und Schwingungstechnik*. Beuth-Verlag, 2008.
- [5] Actran. *Actran 13.0 User's Guide*. Free Field Technologies S.A., 2012. Vol. 1.
- [6] M. A. Biot. *Theorie of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid*. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956.
- [7] M. A. Biot. *Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media*. Journal of Applied Physics, 1962.
- [8] Jean-Pierre Coyette. *Unified set of micro-models for porous materials*. Free Field Technologies S.A., 2013.
- [9] F. Ihlenburg. *Technische Schwingungslehre*. HAW Hamburg, 2013.
- [10] L. Jaouen. *Material Classes*. Matelys, [www.apmr.matelys.com](http://www.apmr.matelys.com), 2014.
- [11] J. Steiner M. Kalivoda. *Taschenbuch der Angewandten Psychoakustik*. Springer-Verlag, Wien, 1998.
- [12] Mecanum. *Characterization of Sound Absorbing Materials: Fiber Glass 0.34PCF*. Mecanum, 2010.
- [13] Mecanum. *Characterization of Sound Absorbing Materials: Fiber Glass 0.42PCF*. Mecanum, 2010.
- [14] M. Moeser. *Messtechnik der Akustik*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 2010. 1. Auflage.
- [15] M. Moeser. *Technische Akustik*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 2012. 9., aktualisierte Auflage.
- [16] MSC Nastran. *Dynamic Analysis Users's Guide*. MSC Software Company, 2013.

- 
- [17] MSC Nastran. *MSC Nastran PEM Workshop*. MSC Software Company, 2013.
- [18] MSC Nastran. *Quick Reference Guide 2013*. MSC Software Company, 2013.
- [19] F. Ohlhof. *Identifikation eines Materialmodells für die Finite-Elemente-Modellierung thermo-akustischer Isolierungen*. Airbus, Hamburg, 2009. internes Dokument.
- [20] V. Tarnow. *Dynamic measurements of the elastic constants of glass wool*. Acoustical Society of America, 2005.
- [21] C. Thomas. *Beeinflussung des akustischen Verhaltens von Doppelwandsystemen durch den Einsatz mikroperforierter Absorber*. Books on Demand GmbH, Nordstedt, 2005.
- [22] J.F. Allard und N. Atalla. *Propagation of Sound in Porous Media*. John Wiley & Sons, Ltd, United Kingdom, 2009. Second Edition.
- [23] I. Veit. *Technische Akustik*. Vogel Buchverlag, Würzburg, 1988. 4. Auflage.
- [24] I. Veit. *Impedanzen in der Bauakustik*. Trockenbau Akustik, 2010.

# A Anhang Messtechnische Untersuchung

## A.1 Impedanzrohr

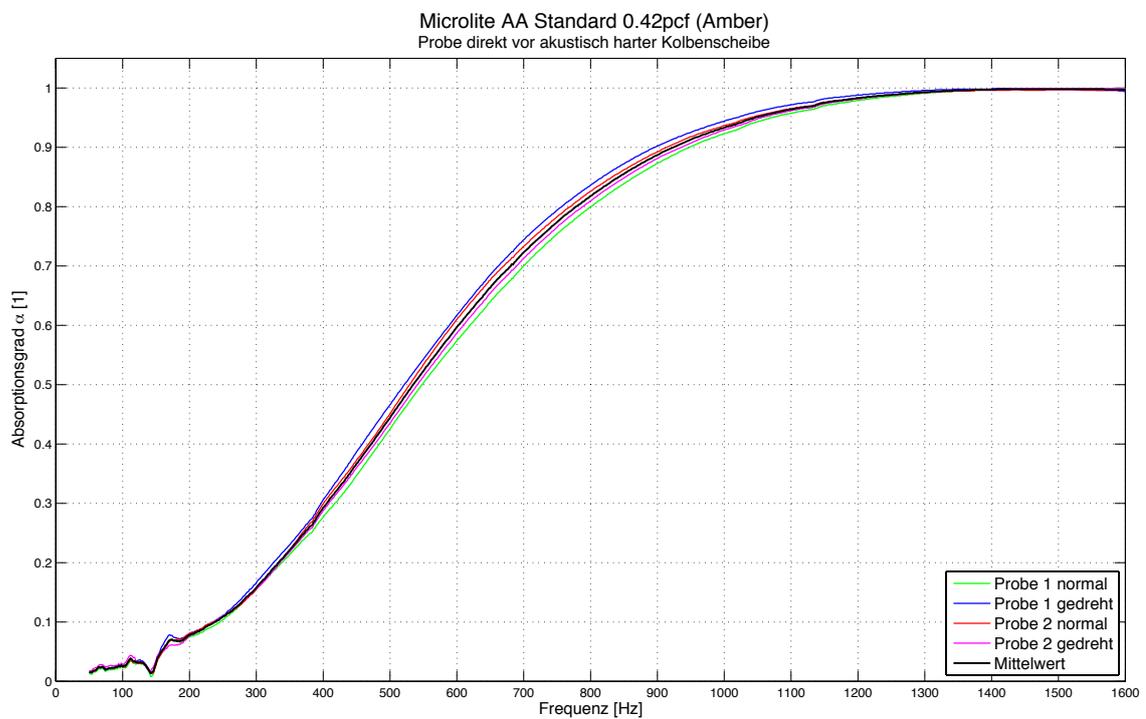


Abbildung A.1: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $\alpha$

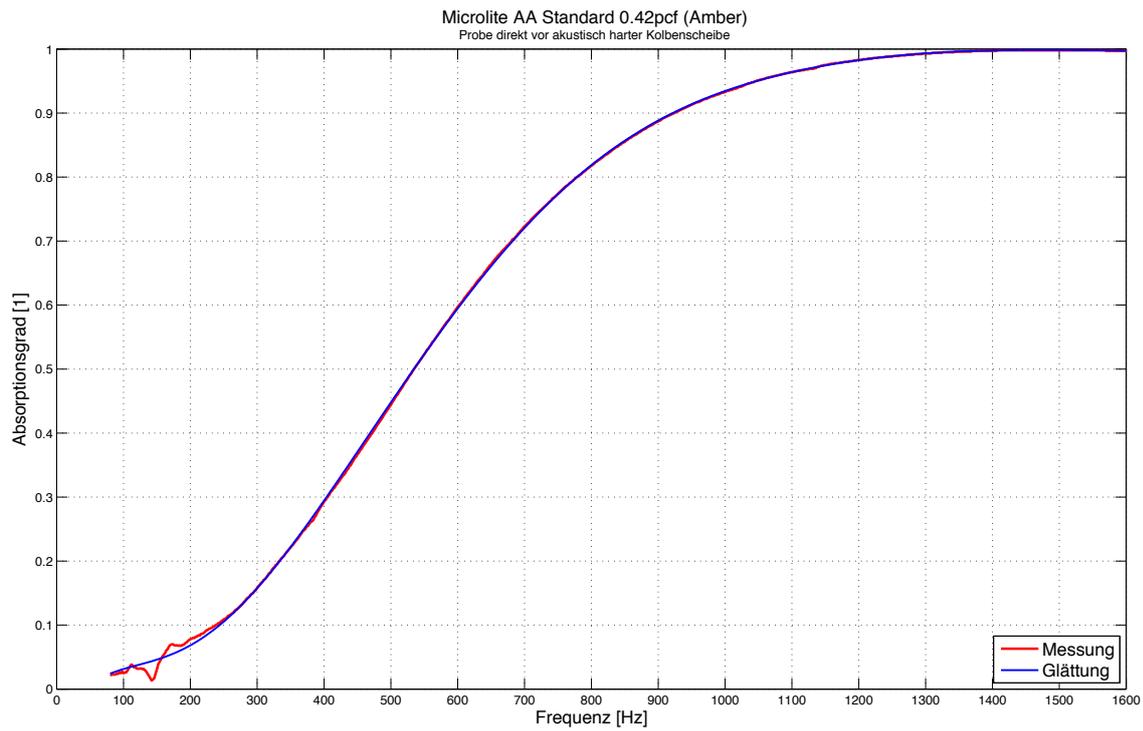


Abbildung A.2: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $\alpha$  Glättung

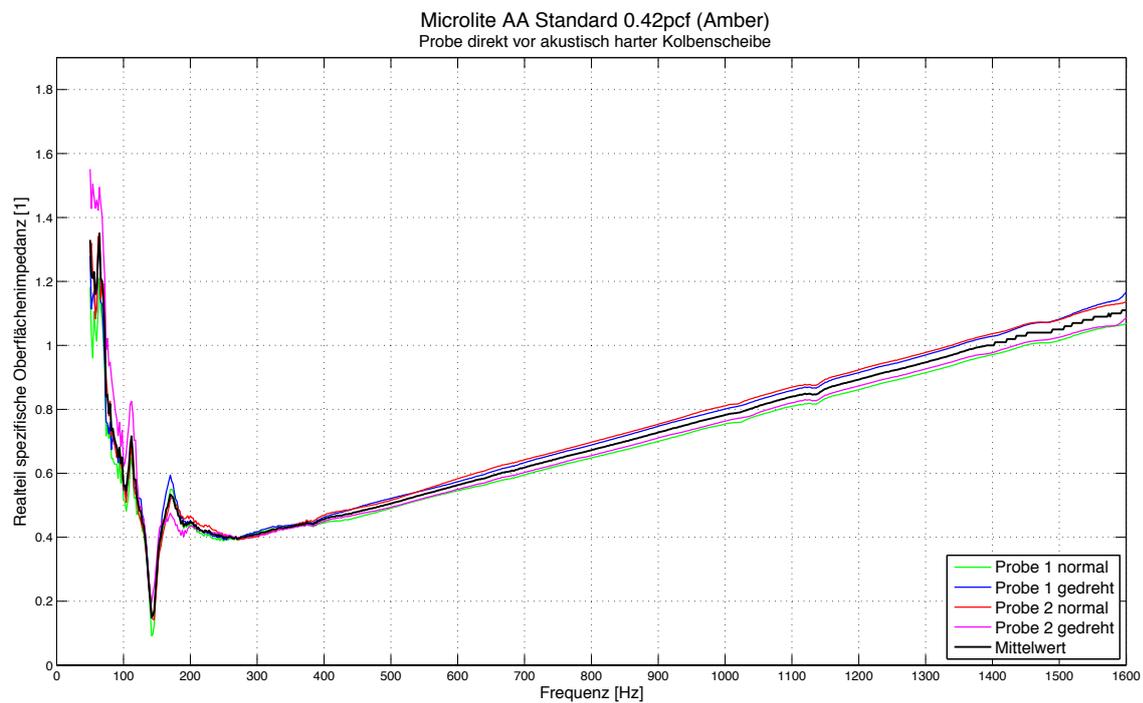


Abbildung A.3: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $Re(z)$

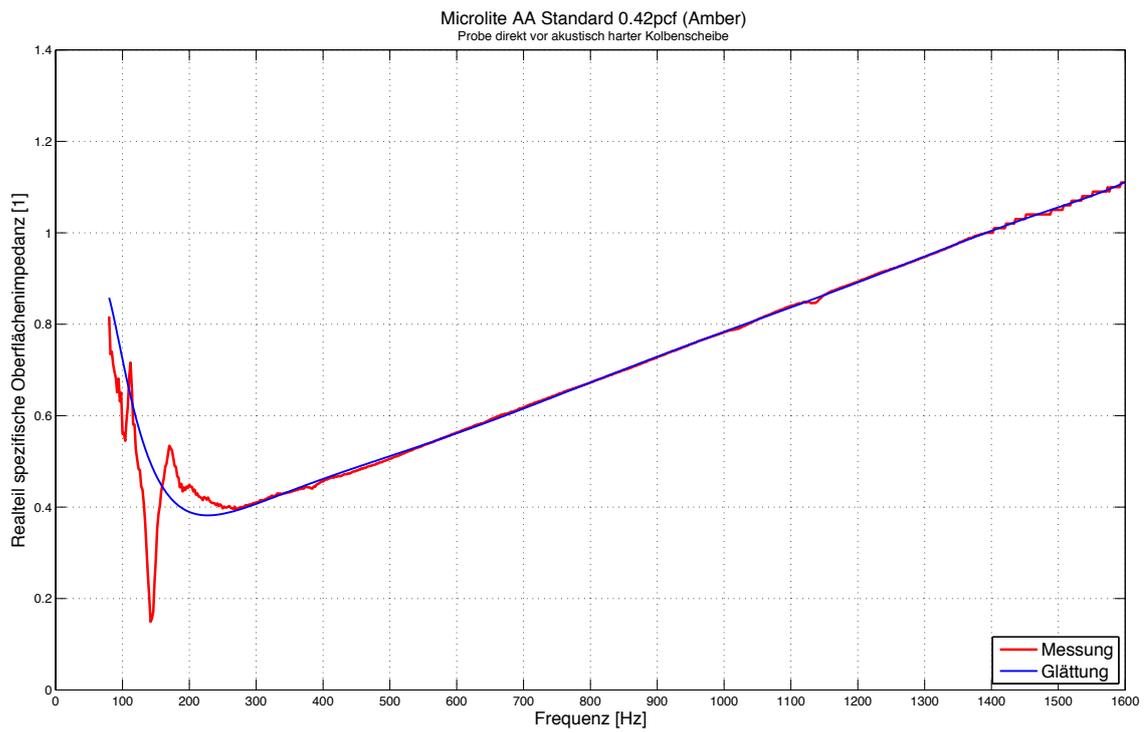


Abbildung A.4: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(z) Glättung

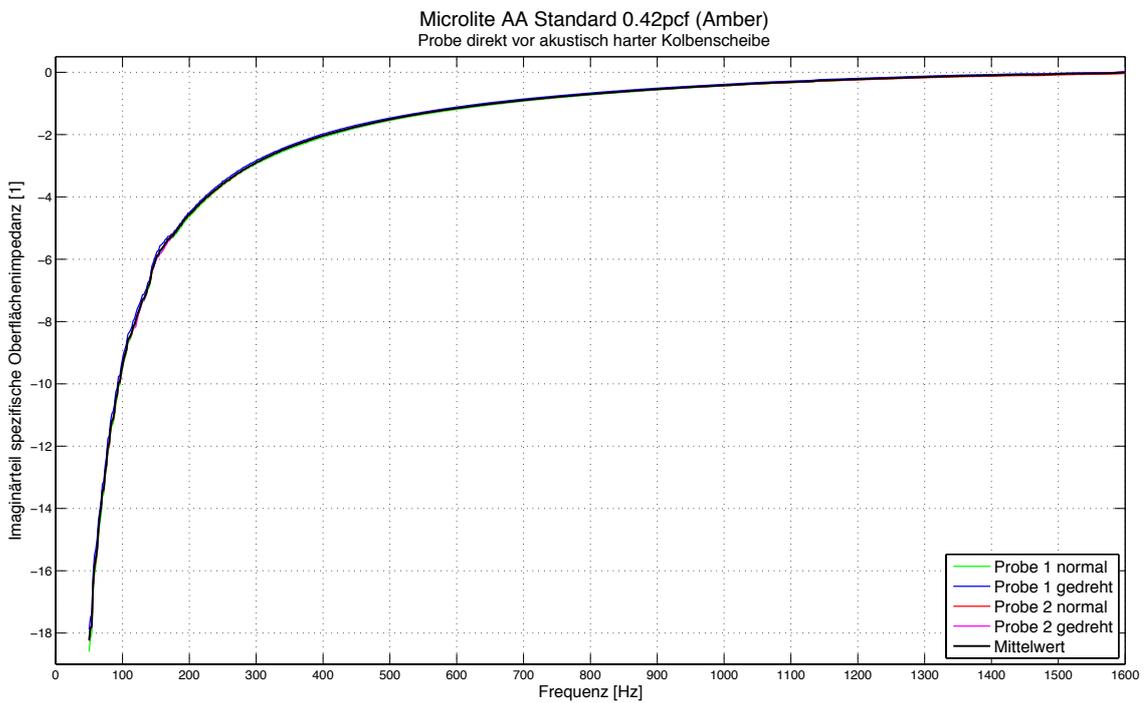
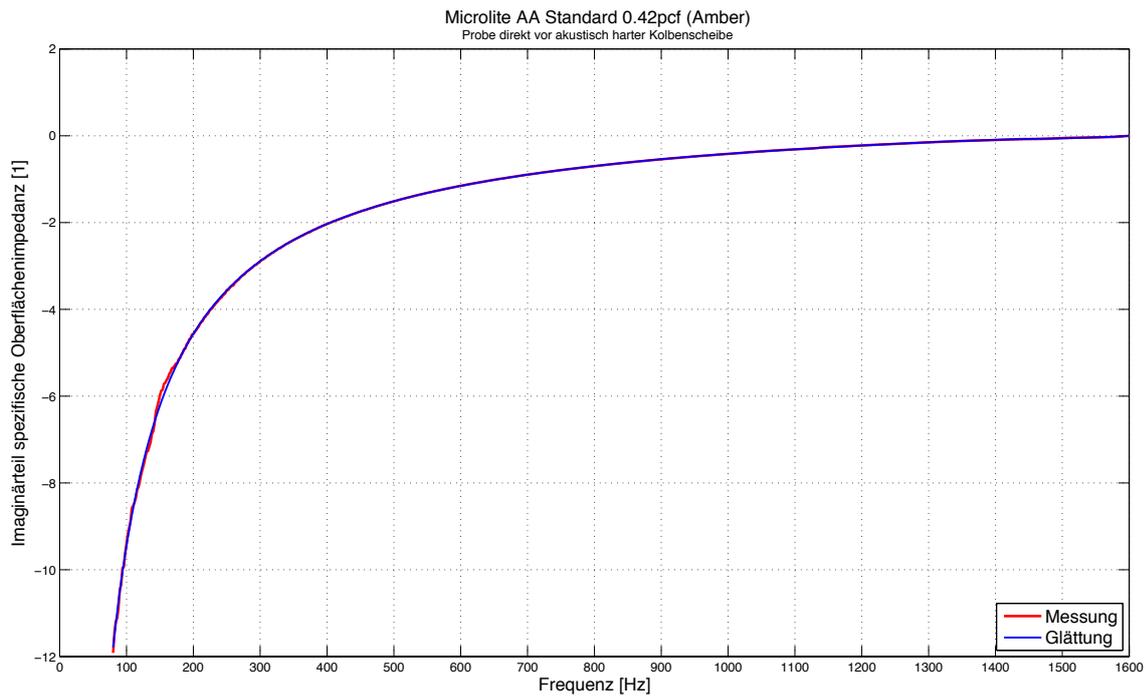
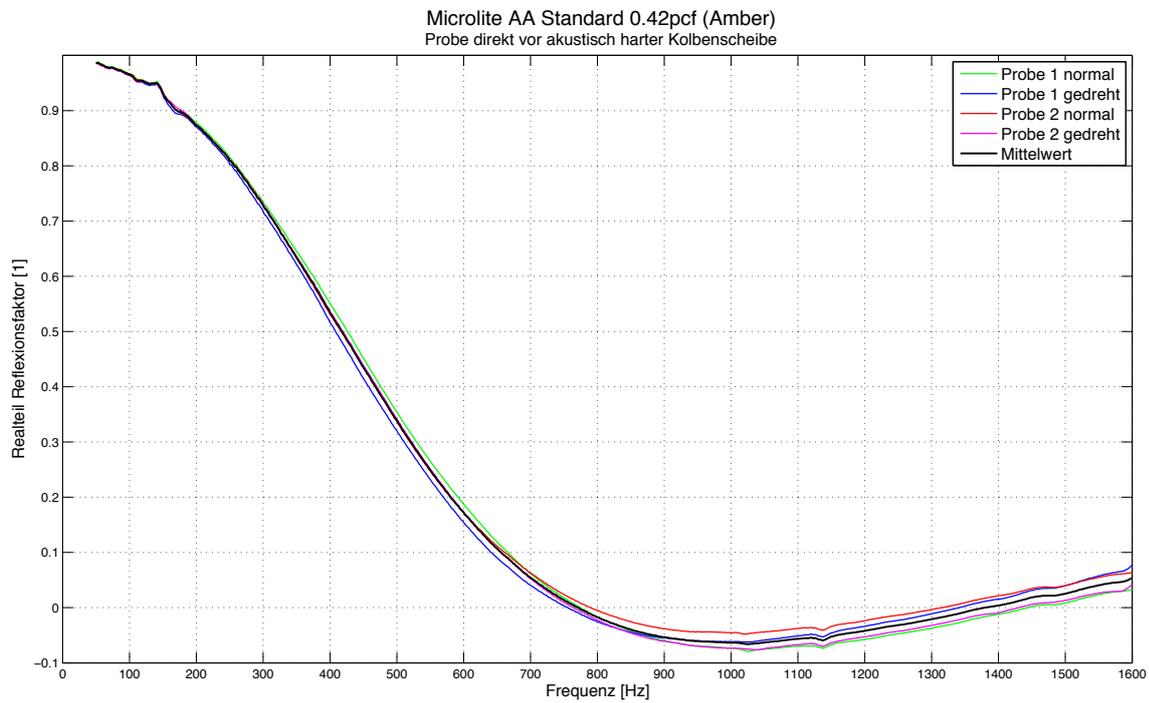


Abbildung A.5: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(z)



**Abbildung A.6:** Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $Im(z)$  Glättung



**Abbildung A.7:** Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm  $Re(r)$

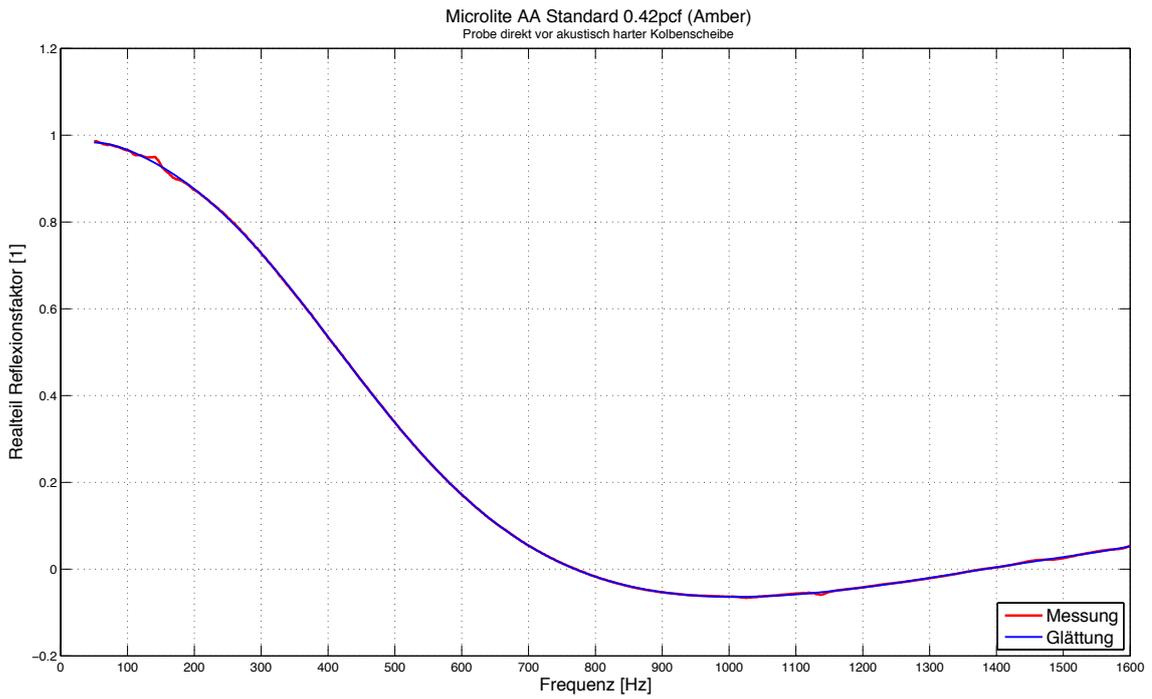


Abbildung A.8: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Re(r) Glättung

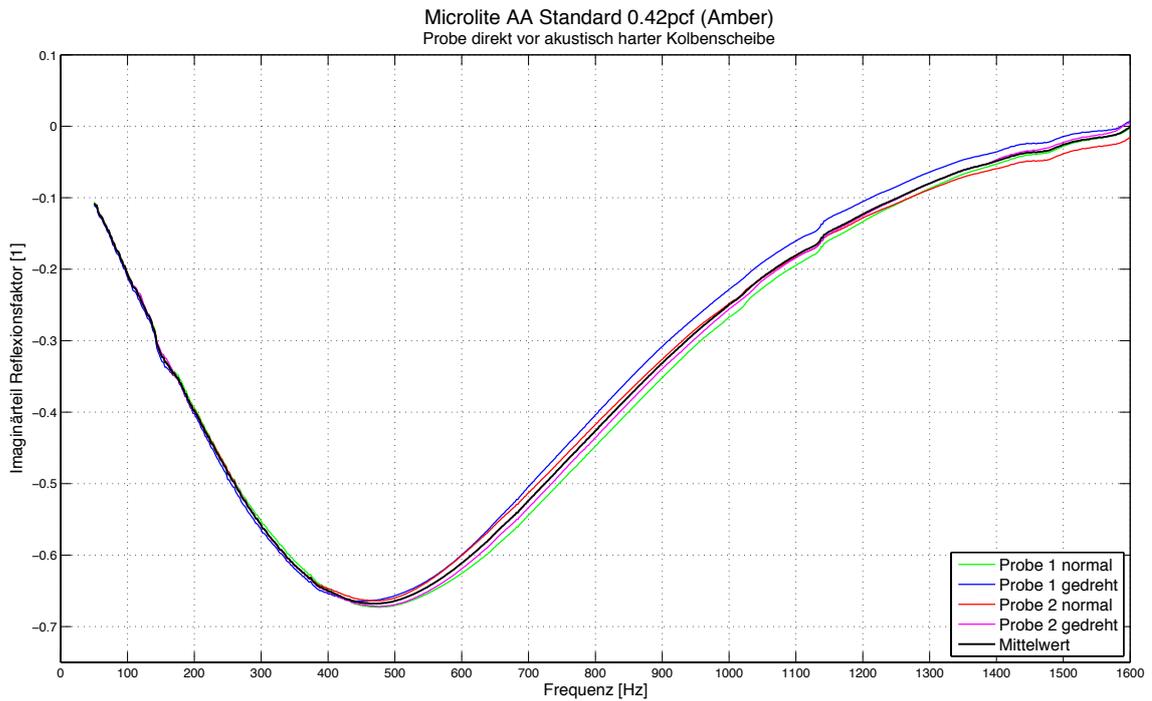


Abbildung A.9: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(r)

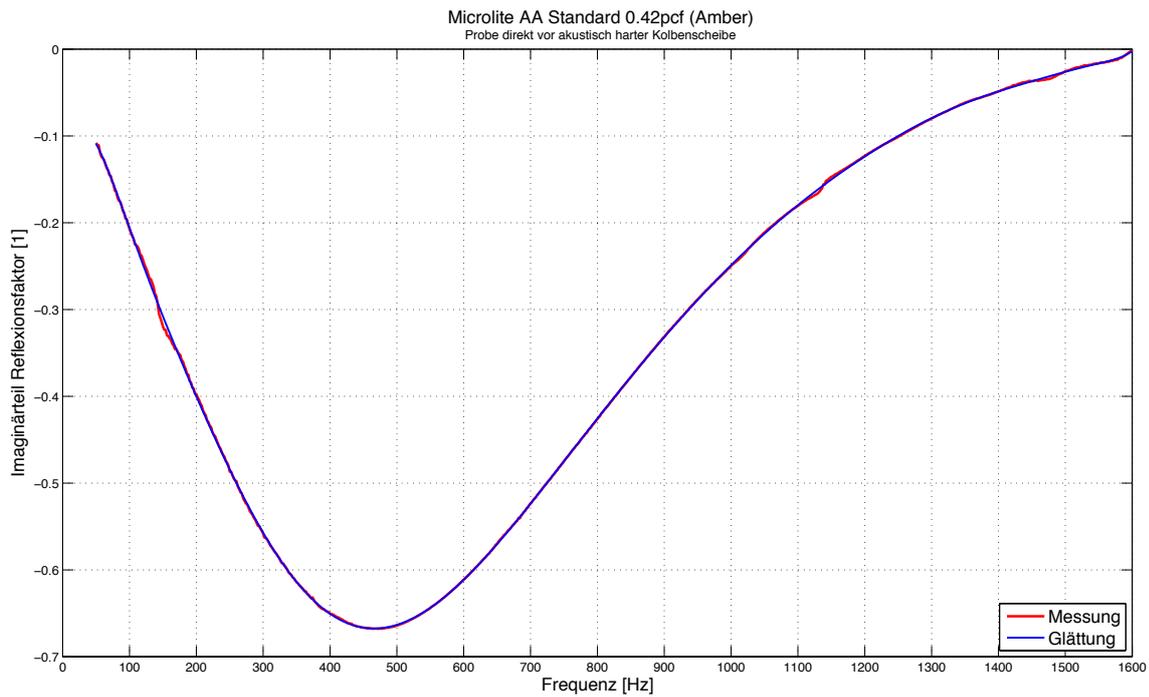


Abbildung A.10: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm Im(r) Glättung

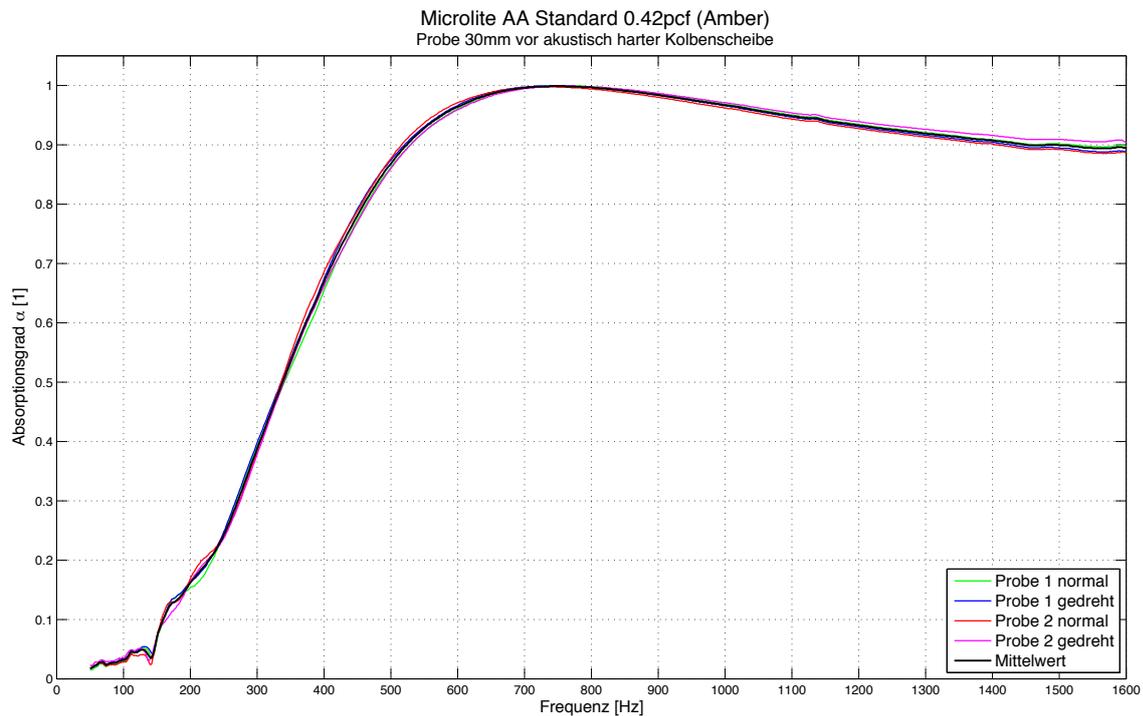


Abbildung A.11: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm  $\alpha$

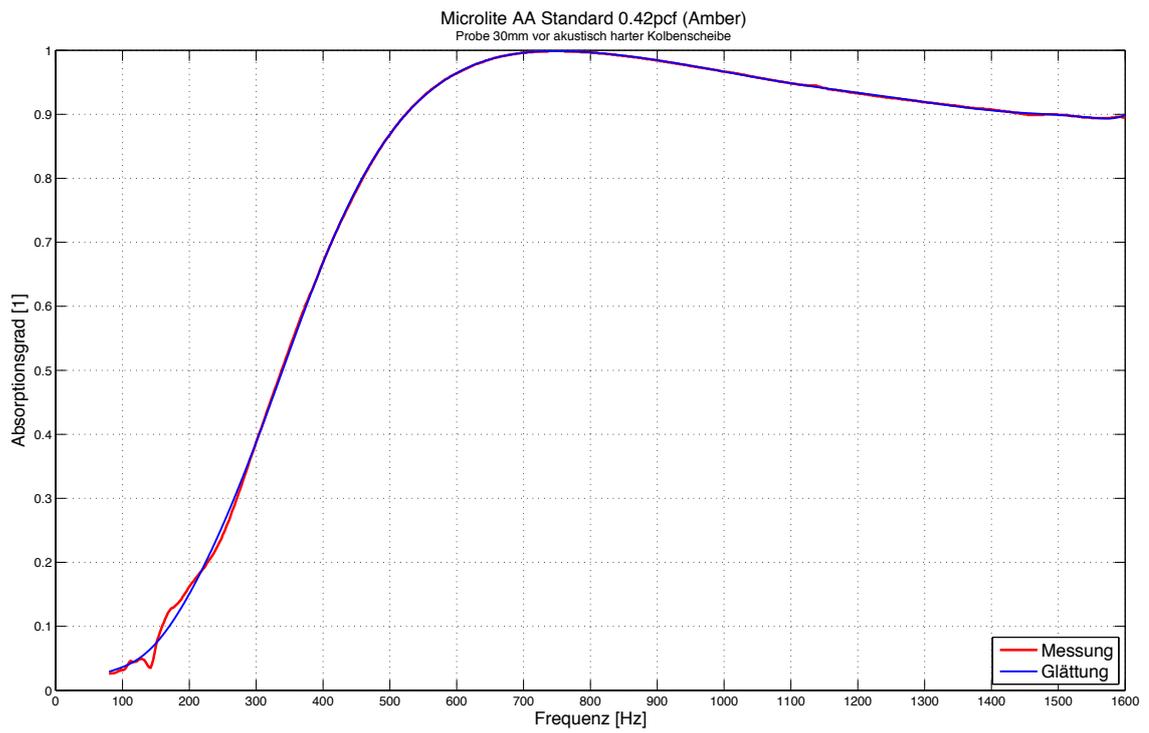


Abbildung A.12: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm  $\alpha$  Glättung

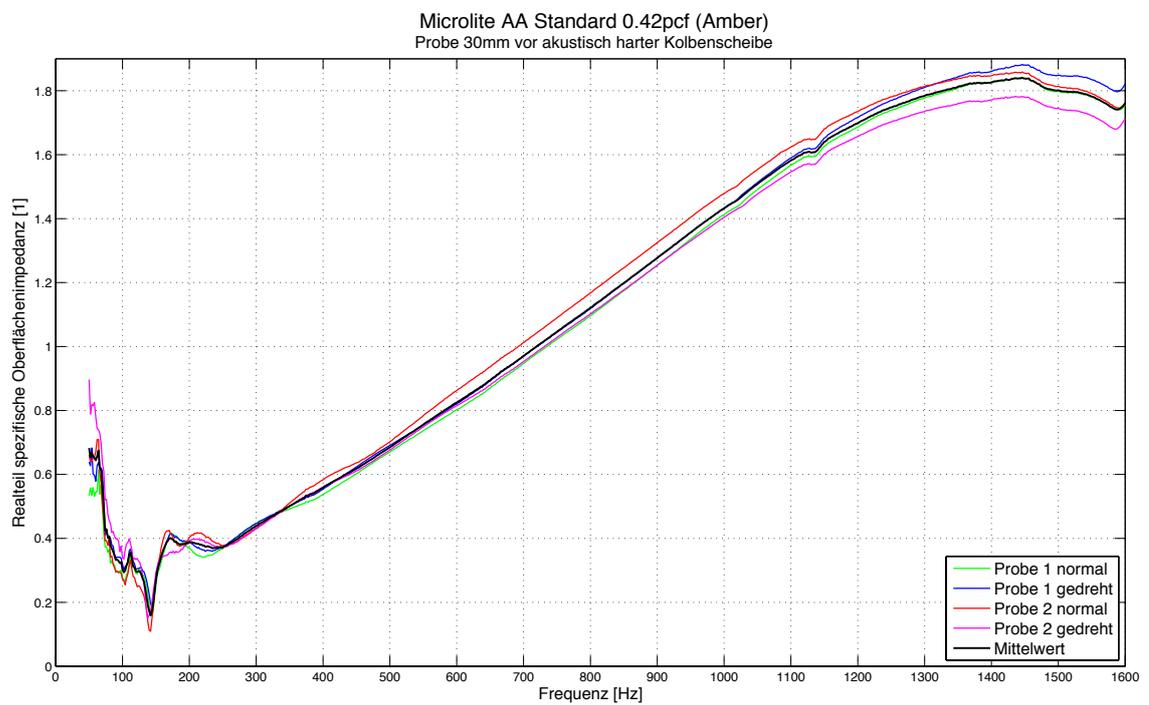


Abbildung A.13: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm  $Re(z)$

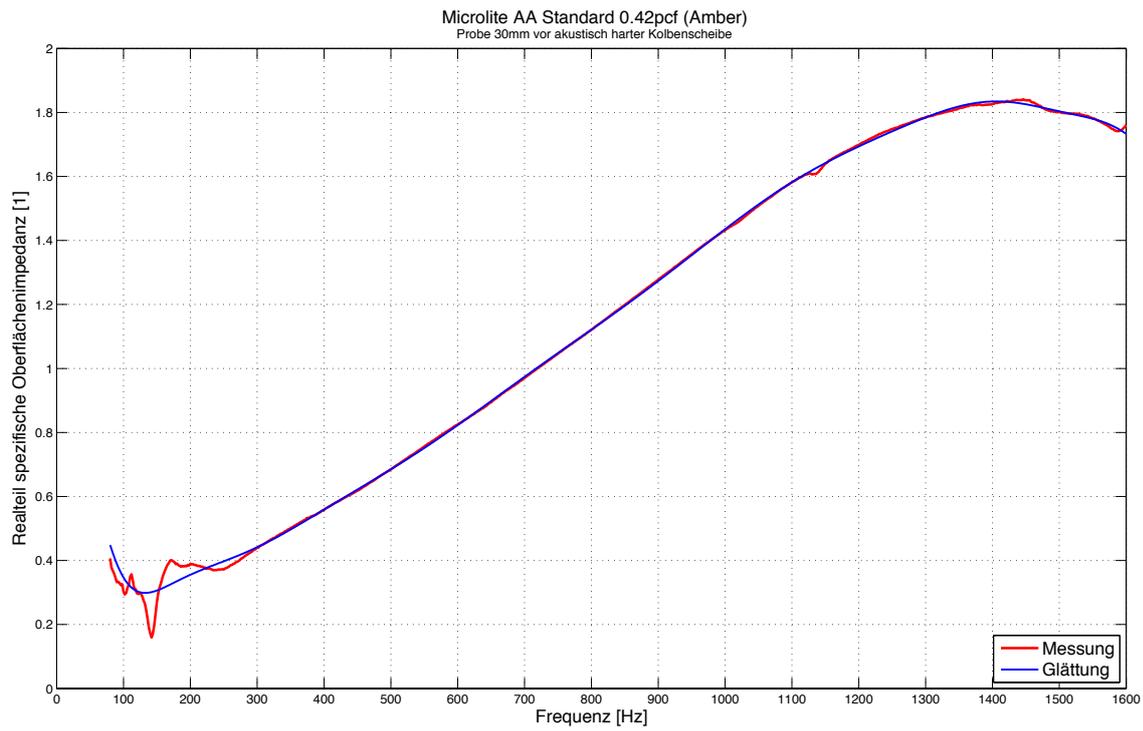


Abbildung A.14: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Re(z) Glättung

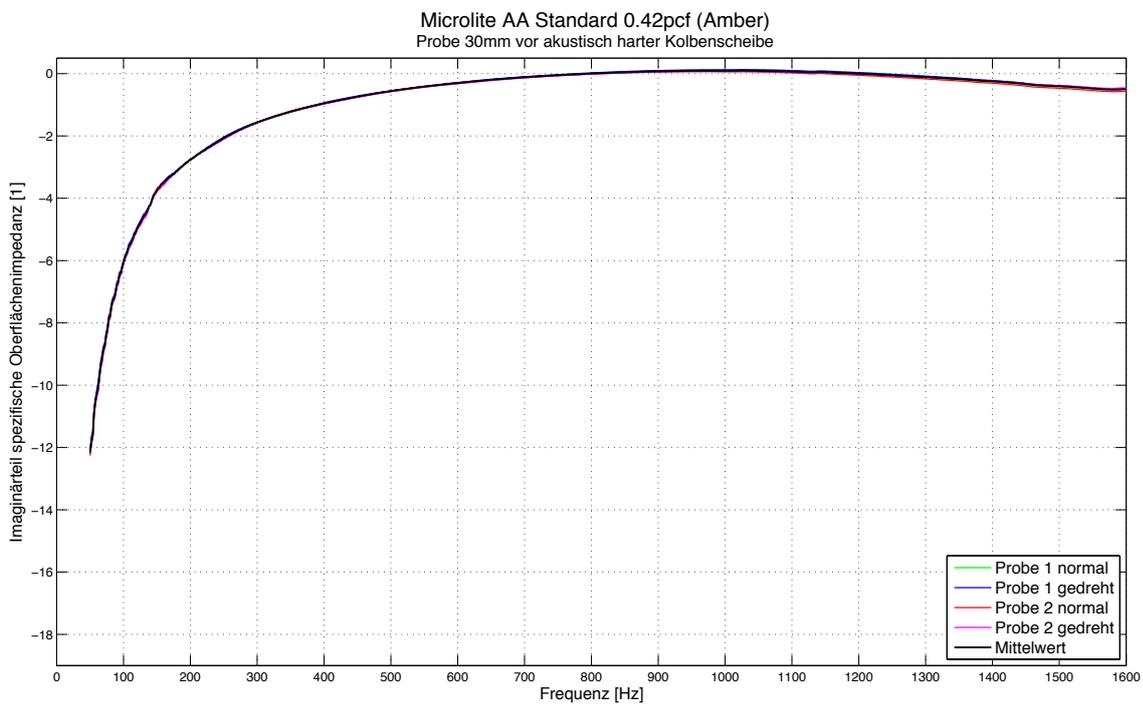


Abbildung A.15: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Im(z)

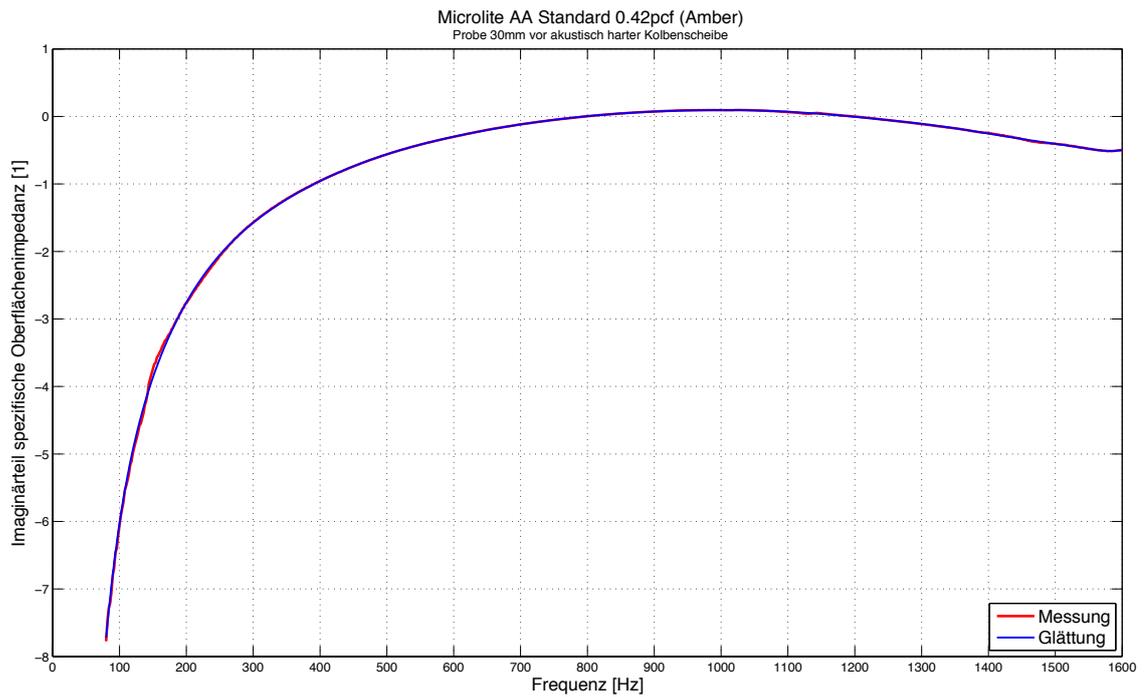


Abbildung A.16: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm  $Im(z)$  Glättung

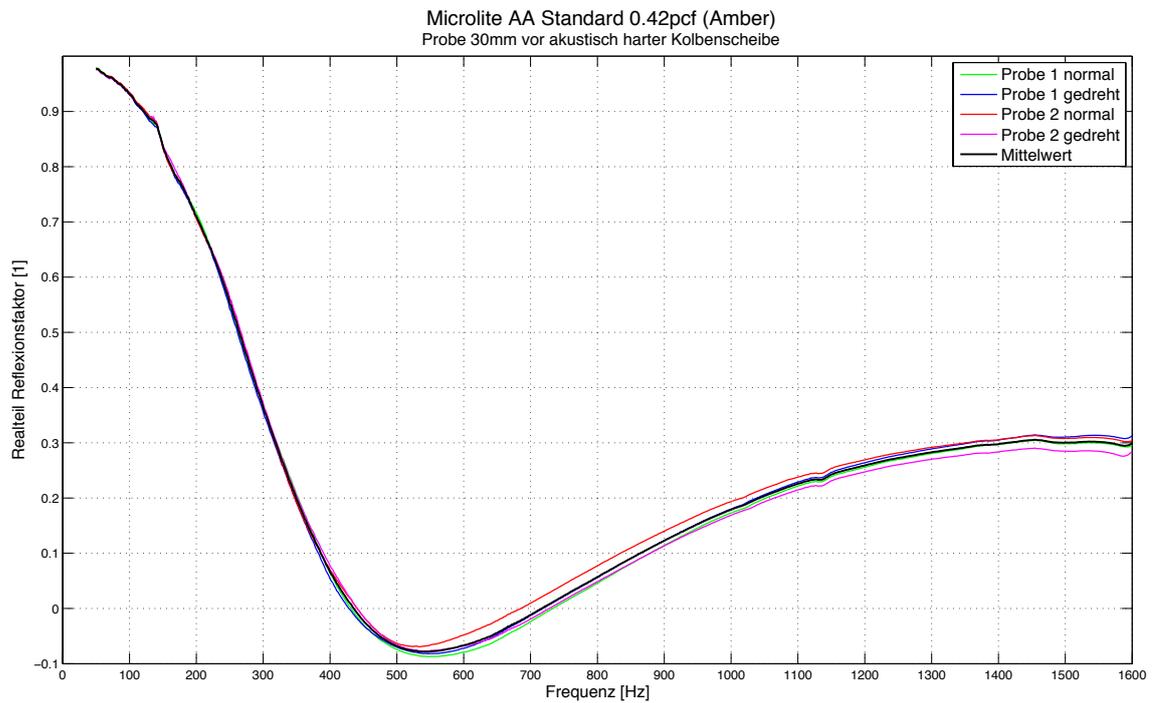


Abbildung A.17: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm  $Re(r)$

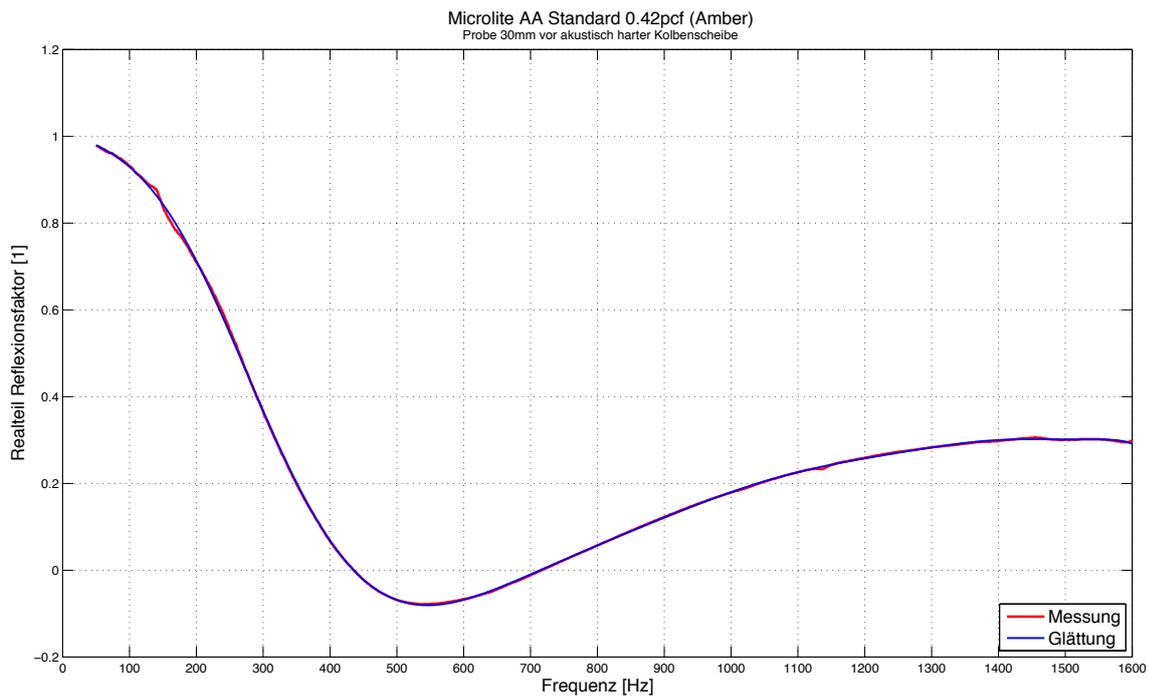


Abbildung A.18: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Re(r) Glättung

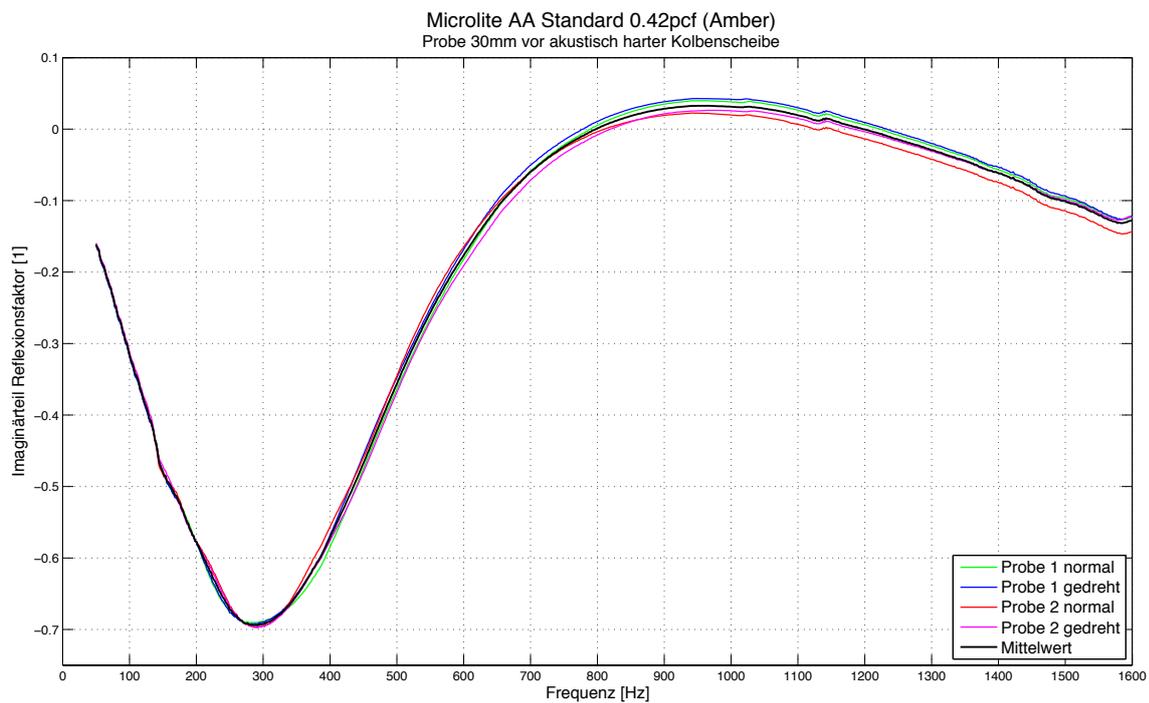


Abbildung A.19: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm Im(r)

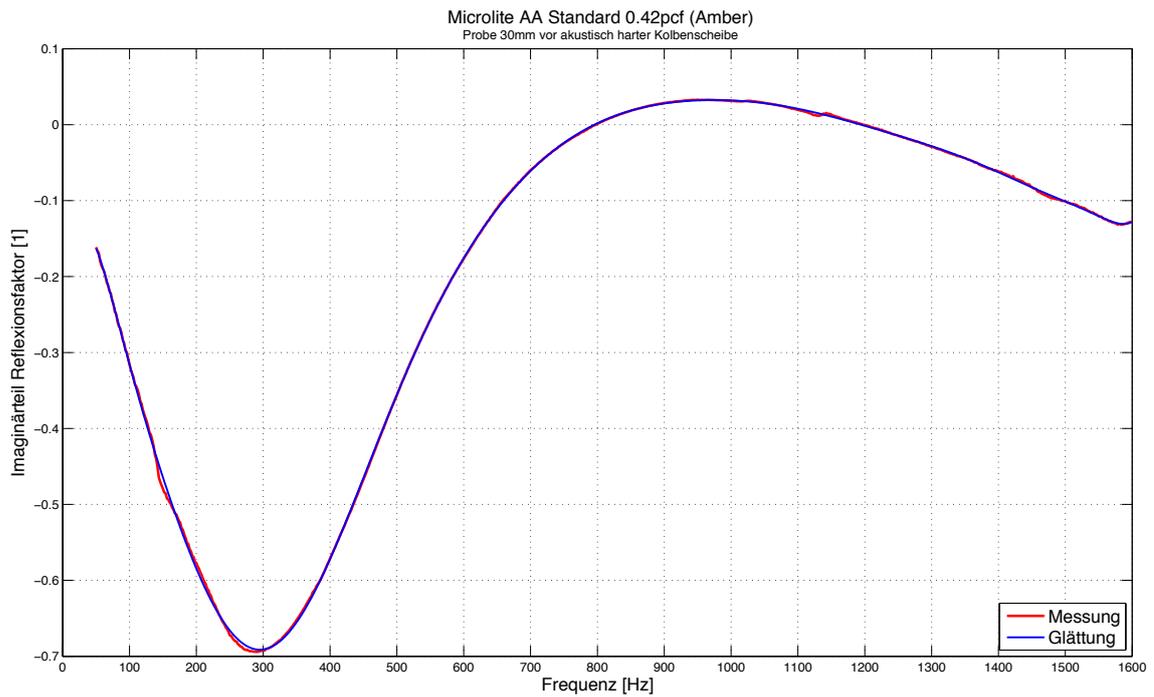


Abbildung A.20: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm  $\text{Im}(r)$  Glättung

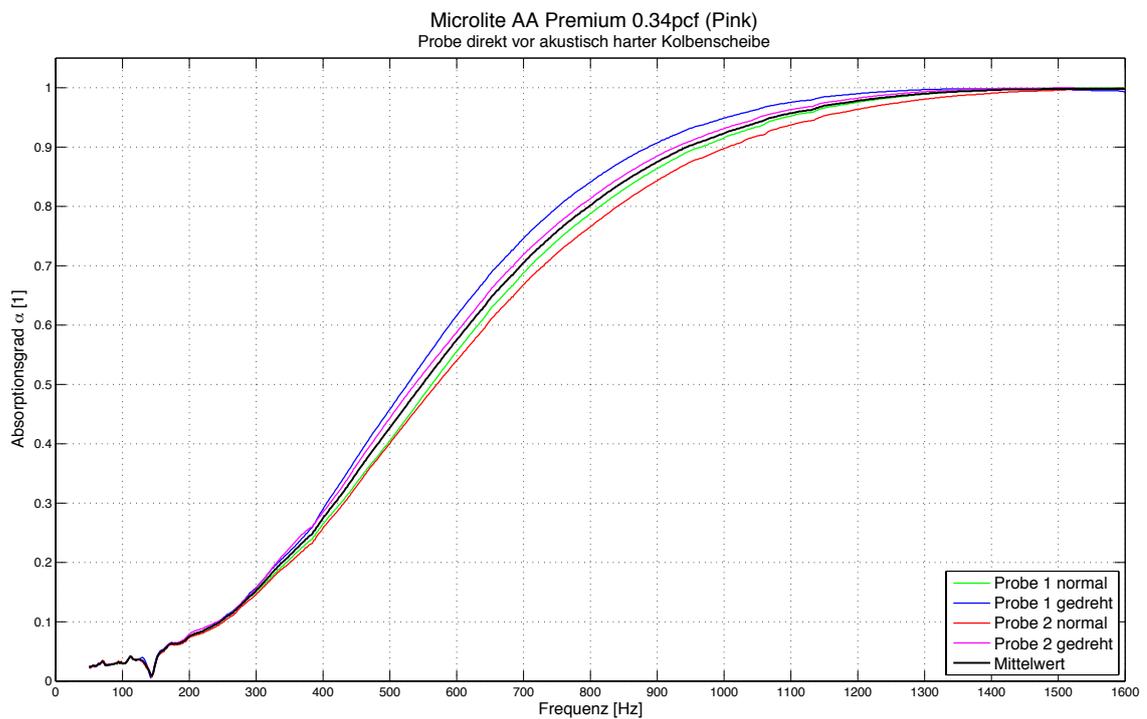


Abbildung A.21: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm  $\alpha$

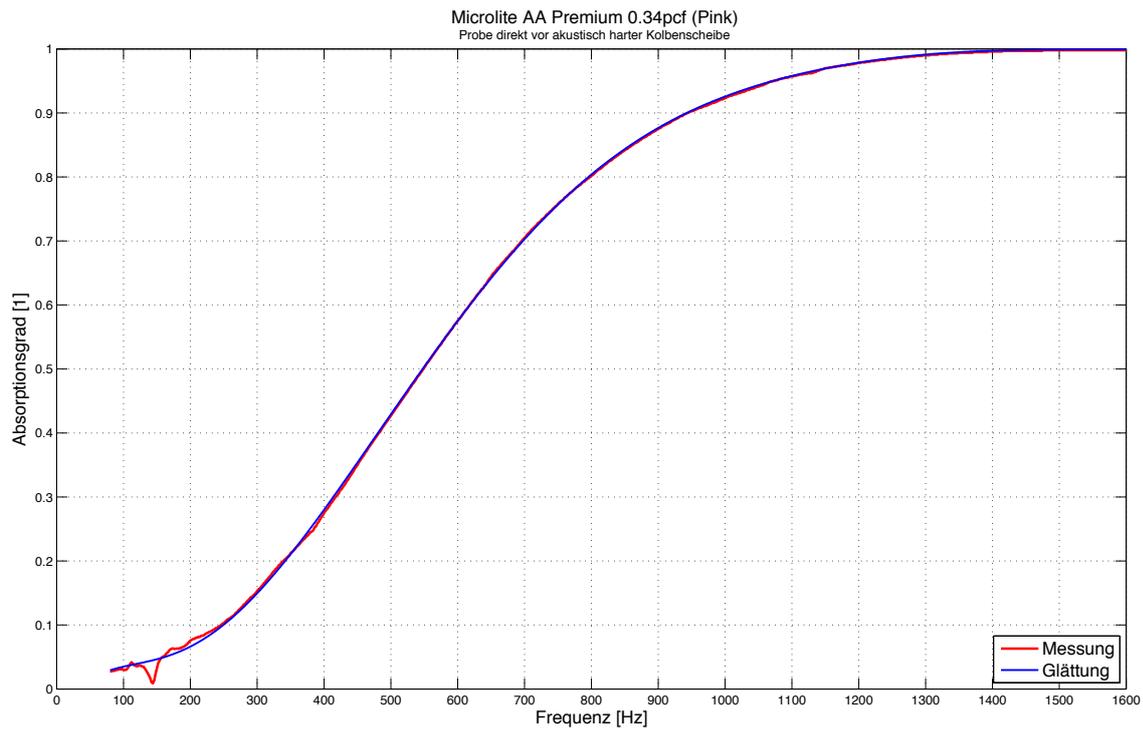


Abbildung A.22: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm  $\alpha$  Glättung

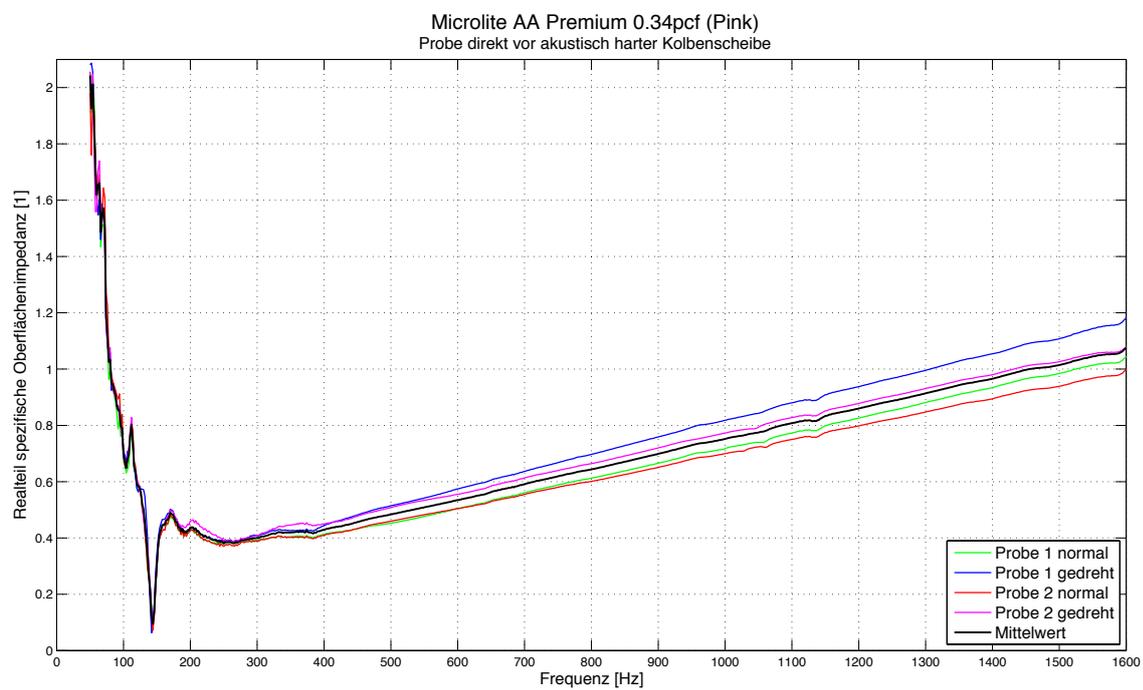


Abbildung A.23: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm  $Re(z)$

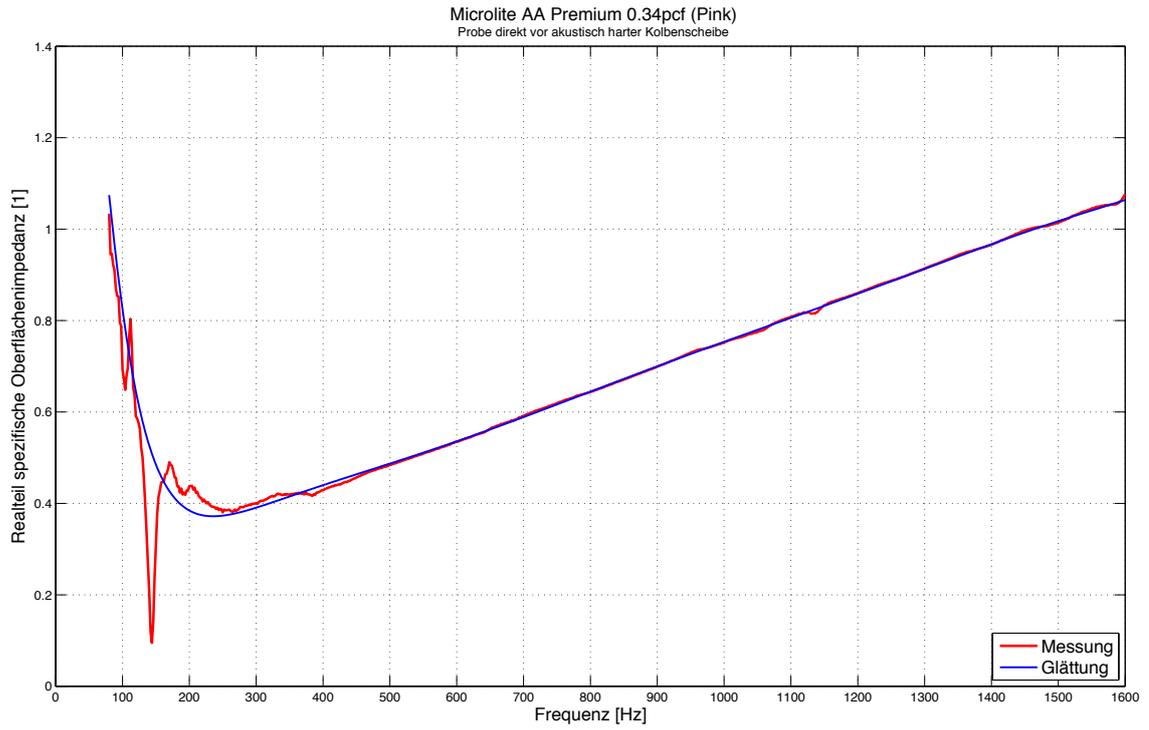


Abbildung A.24: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Re(z) Glättung

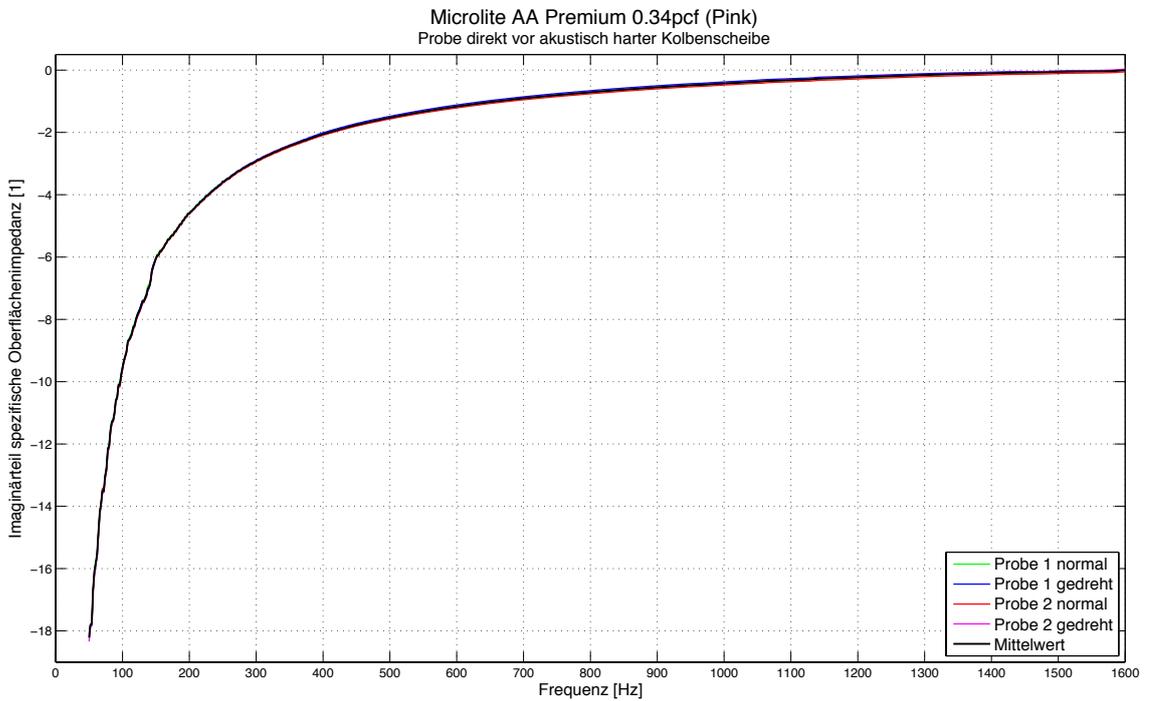


Abbildung A.25: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Im(z)

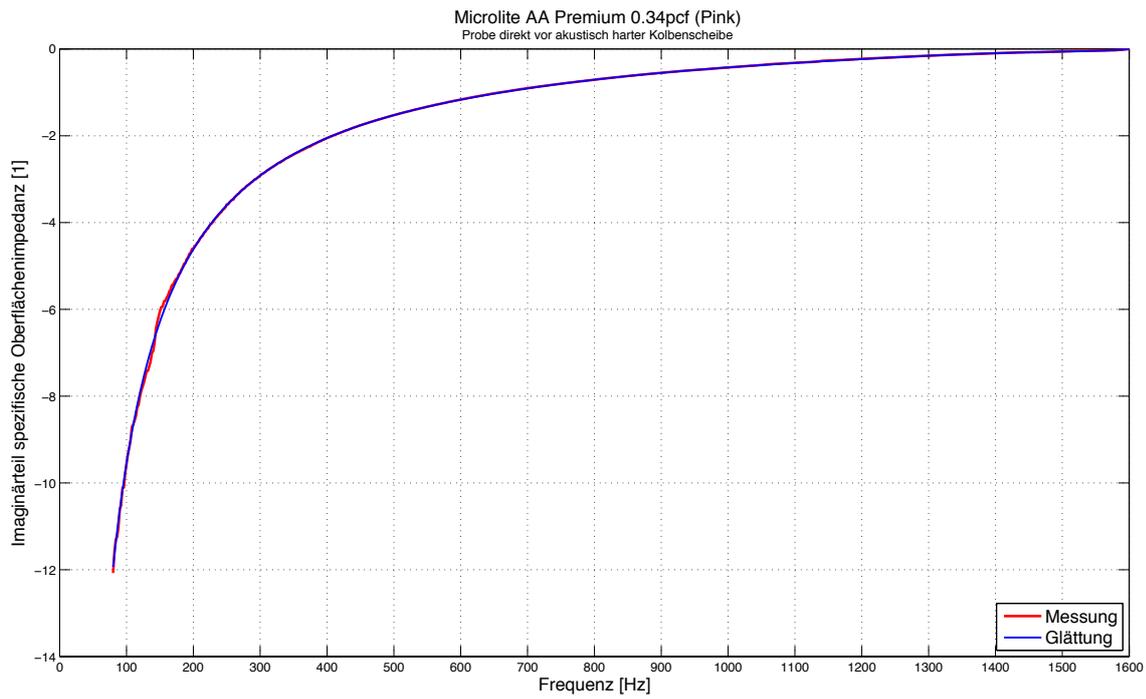


Abbildung A.26: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm  $\text{Im}(z)$  Glättung

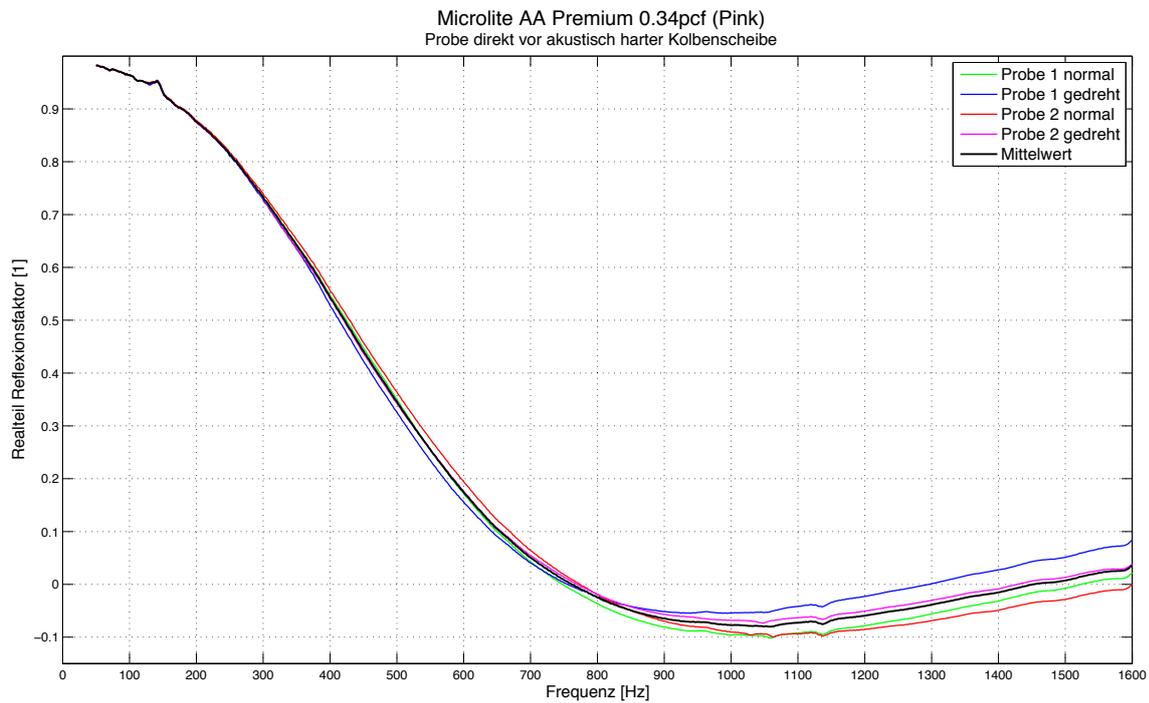


Abbildung A.27: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm  $\text{Re}(r)$

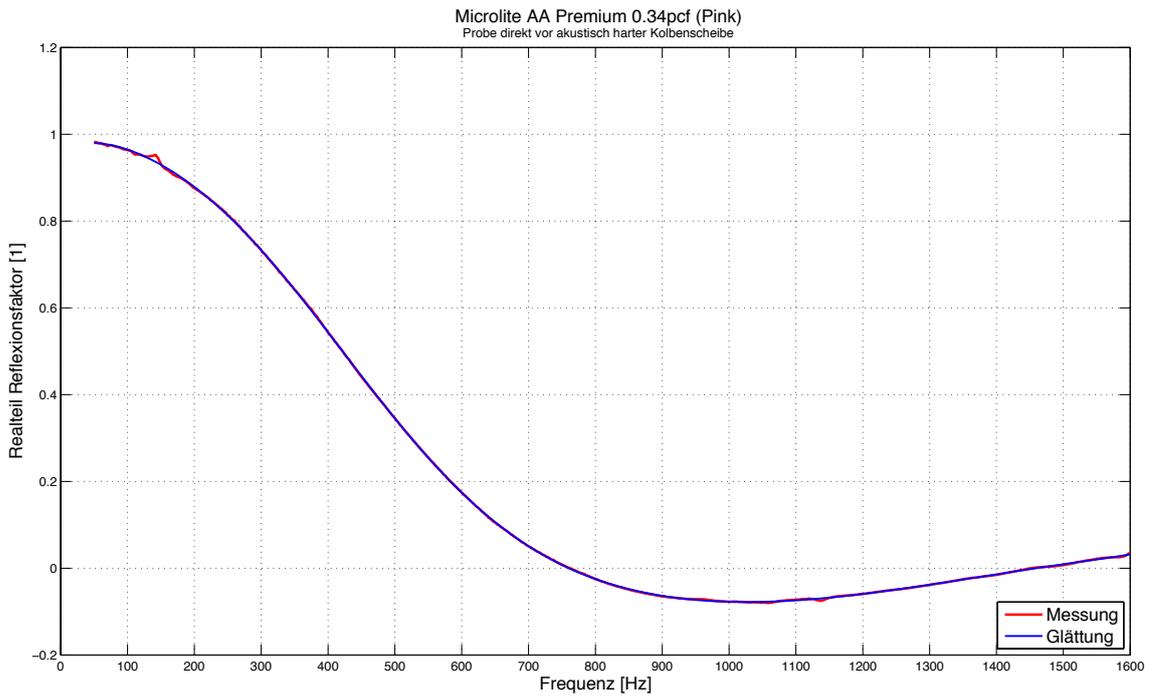


Abbildung A.28: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Re(r) Glättung

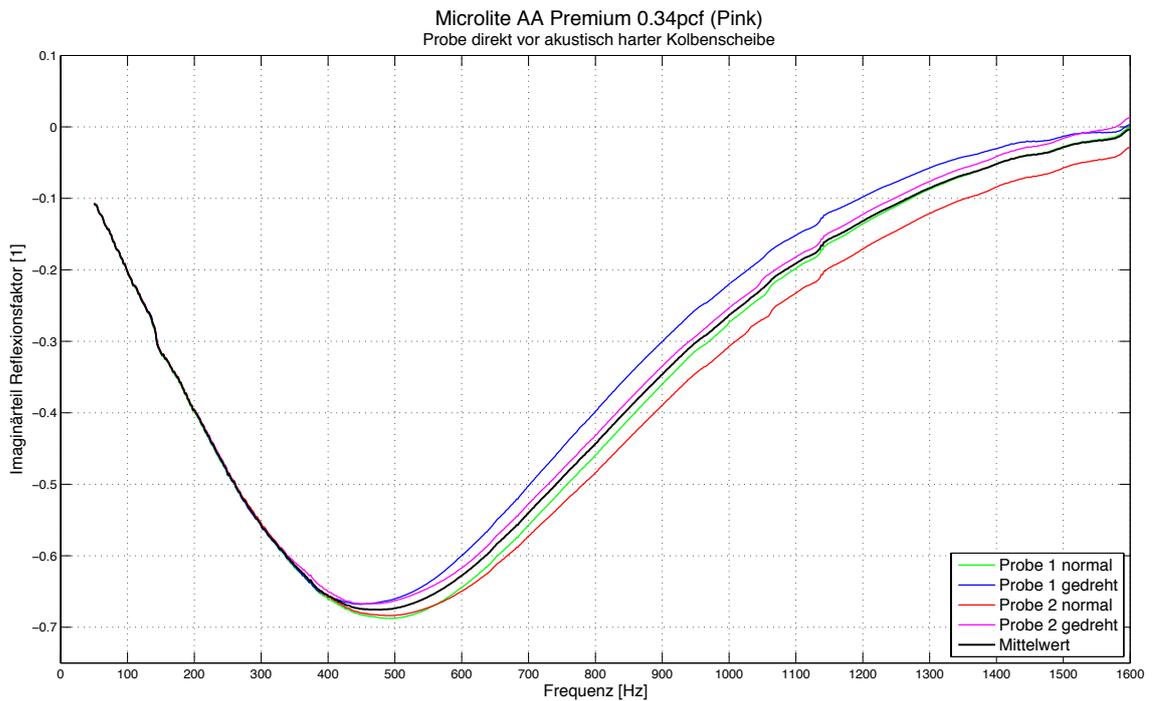


Abbildung A.29: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm Im(r)

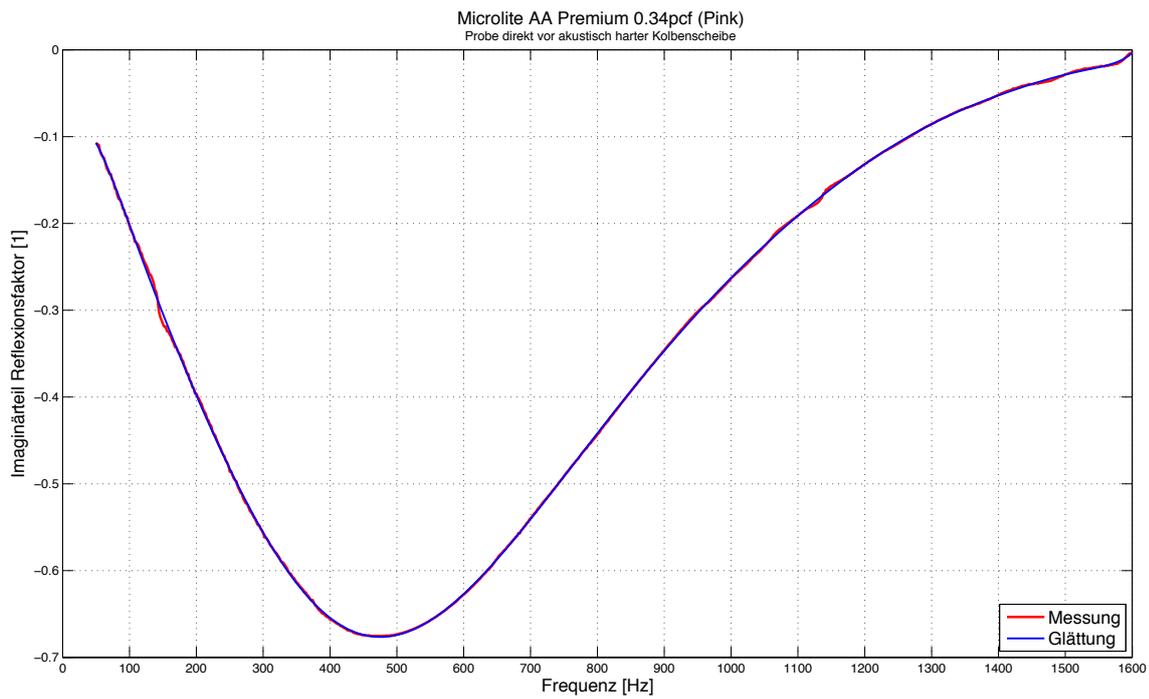


Abbildung A.30: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm  $\text{Im}(r)$  Glättung

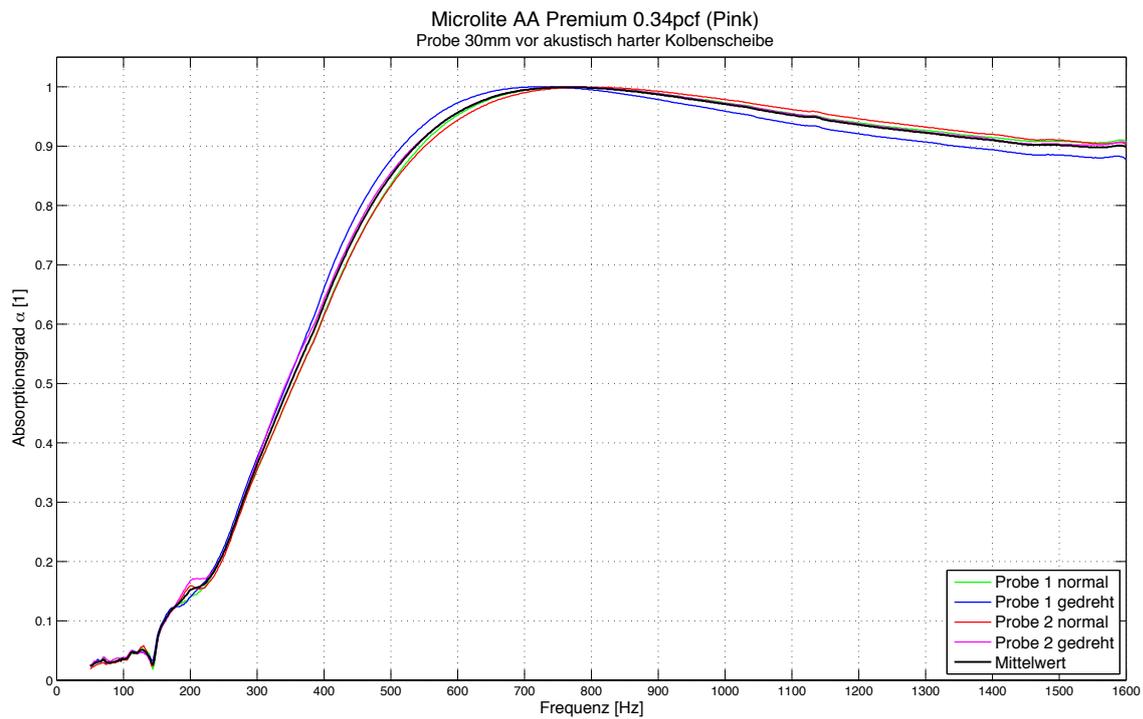


Abbildung A.31: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm  $\alpha$

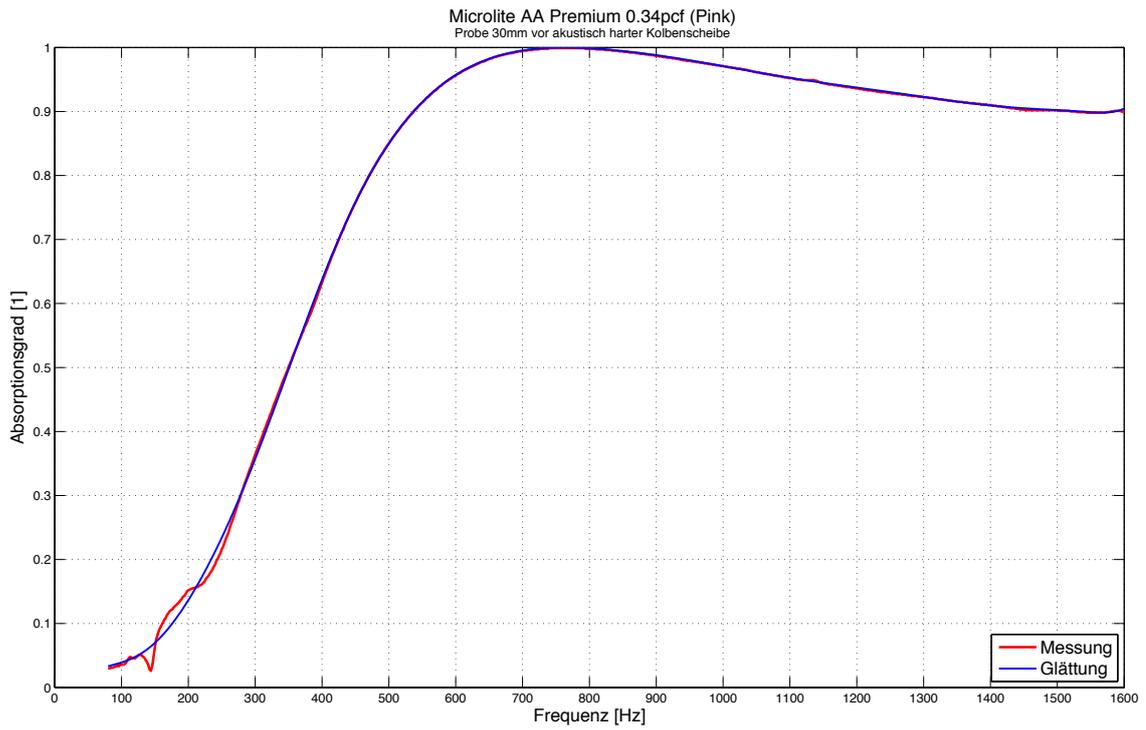


Abbildung A.32: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm  $\alpha$  Glättung

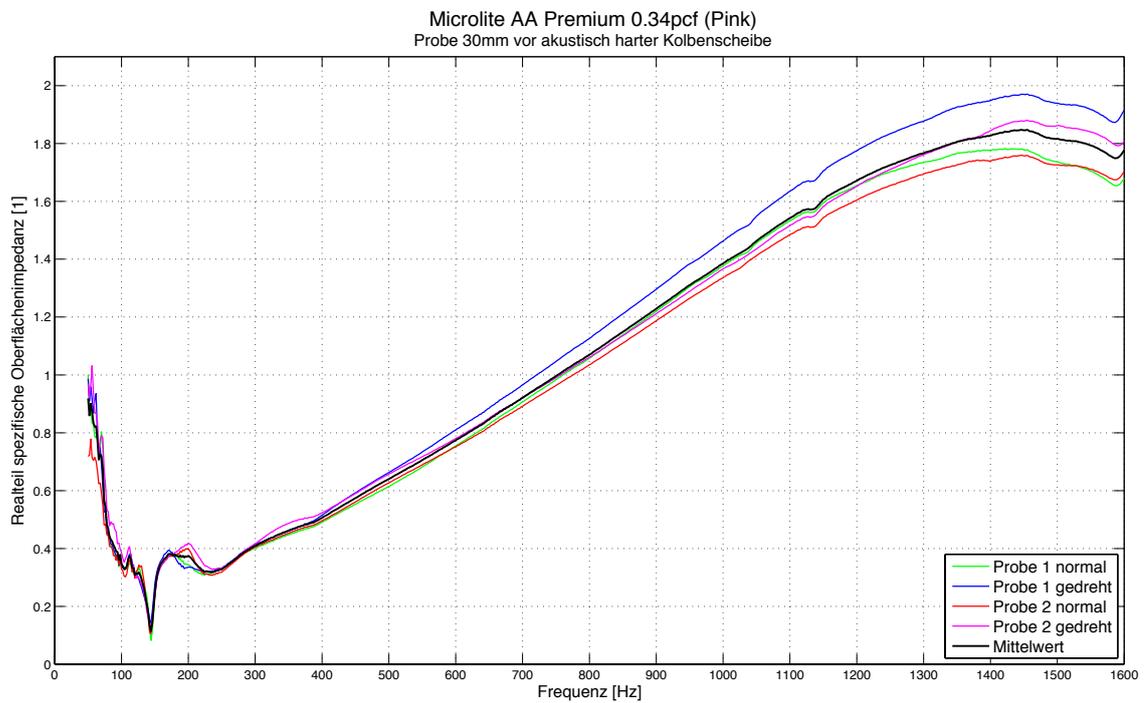


Abbildung A.33: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm  $Re(z)$

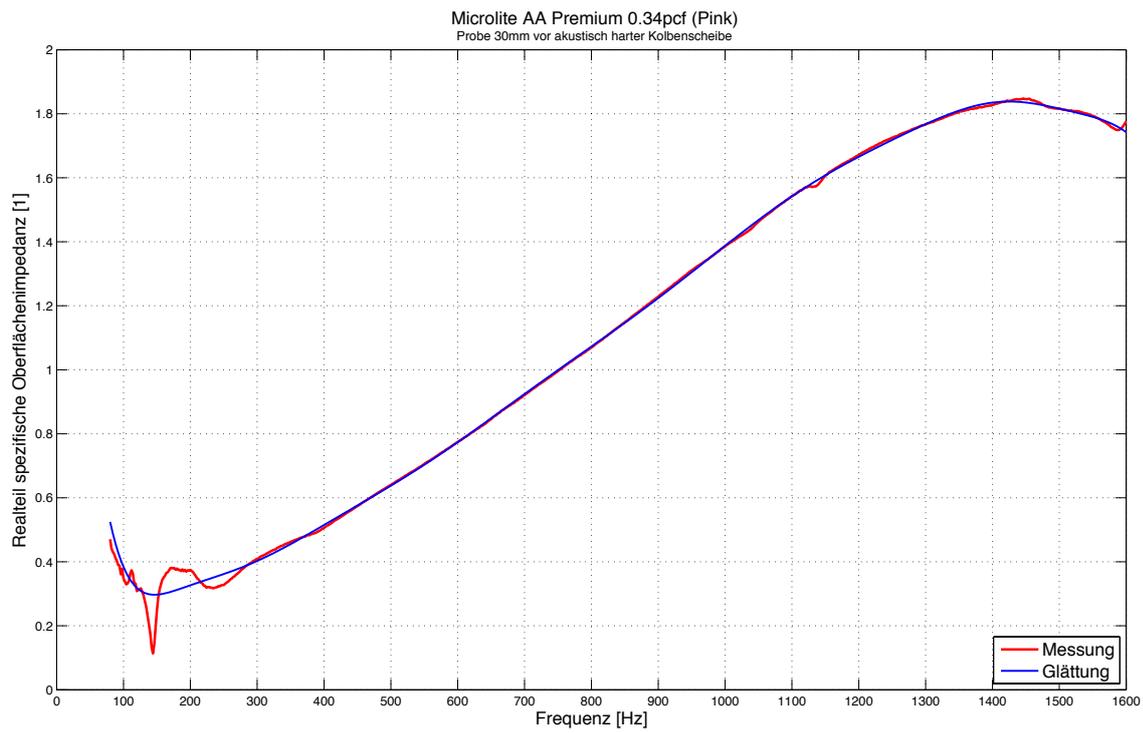


Abbildung A.34: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Re(z) Glättung

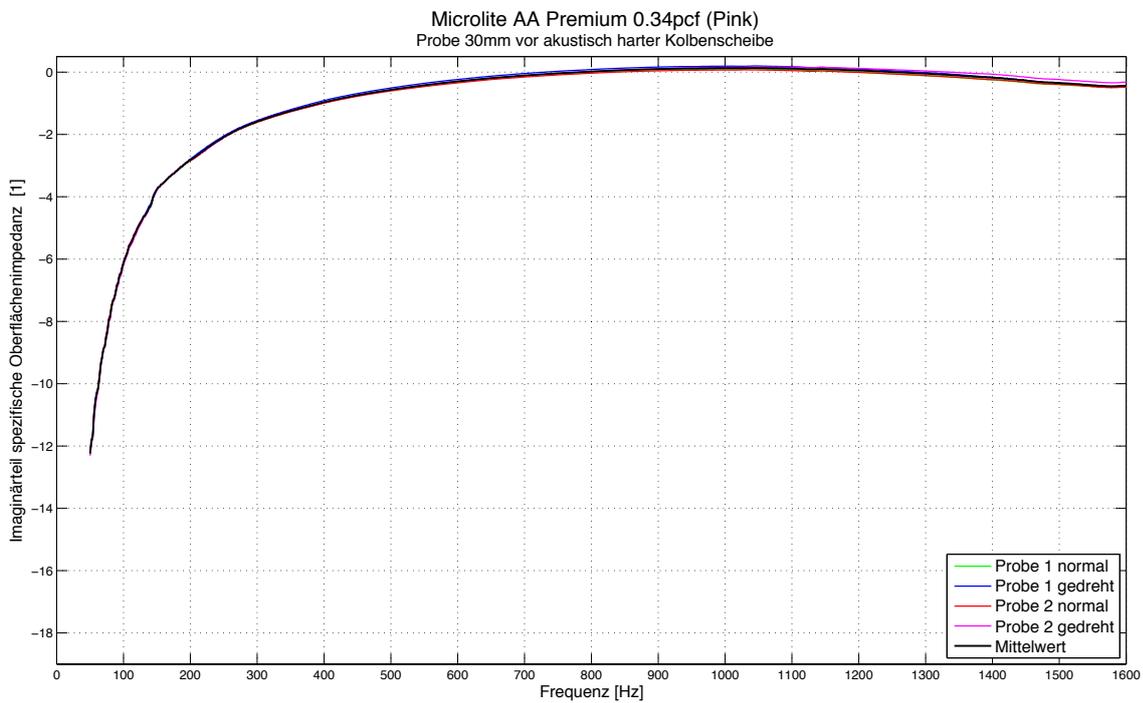


Abbildung A.35: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(z)

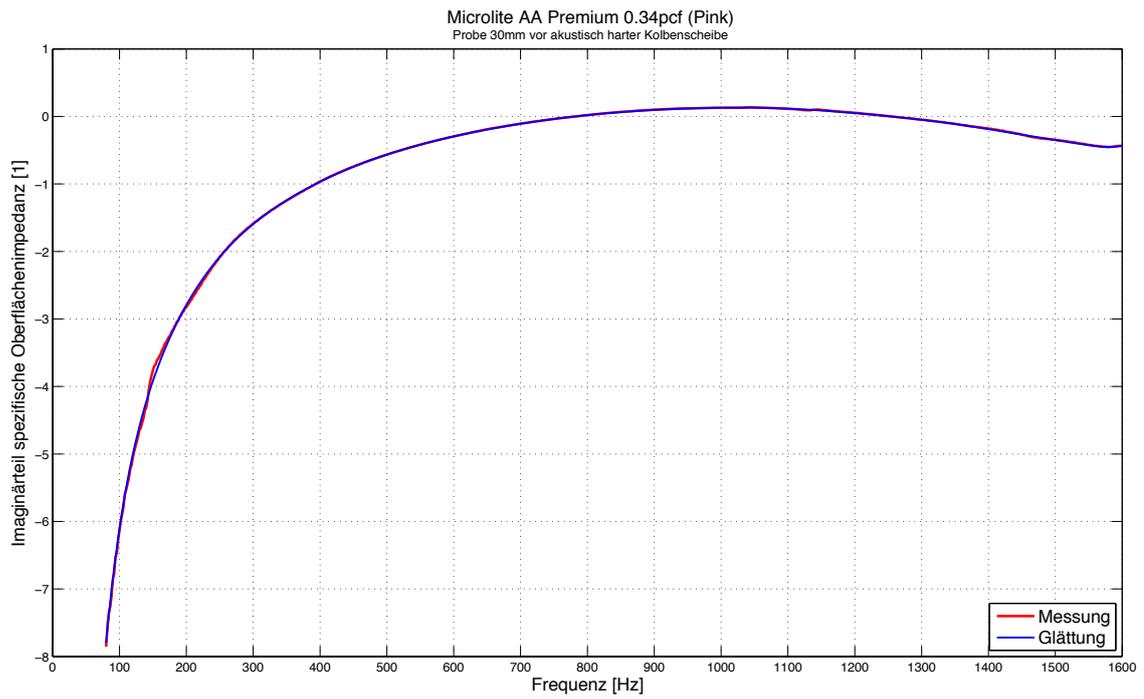


Abbildung A.36: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm  $Im(z)$  Glättung

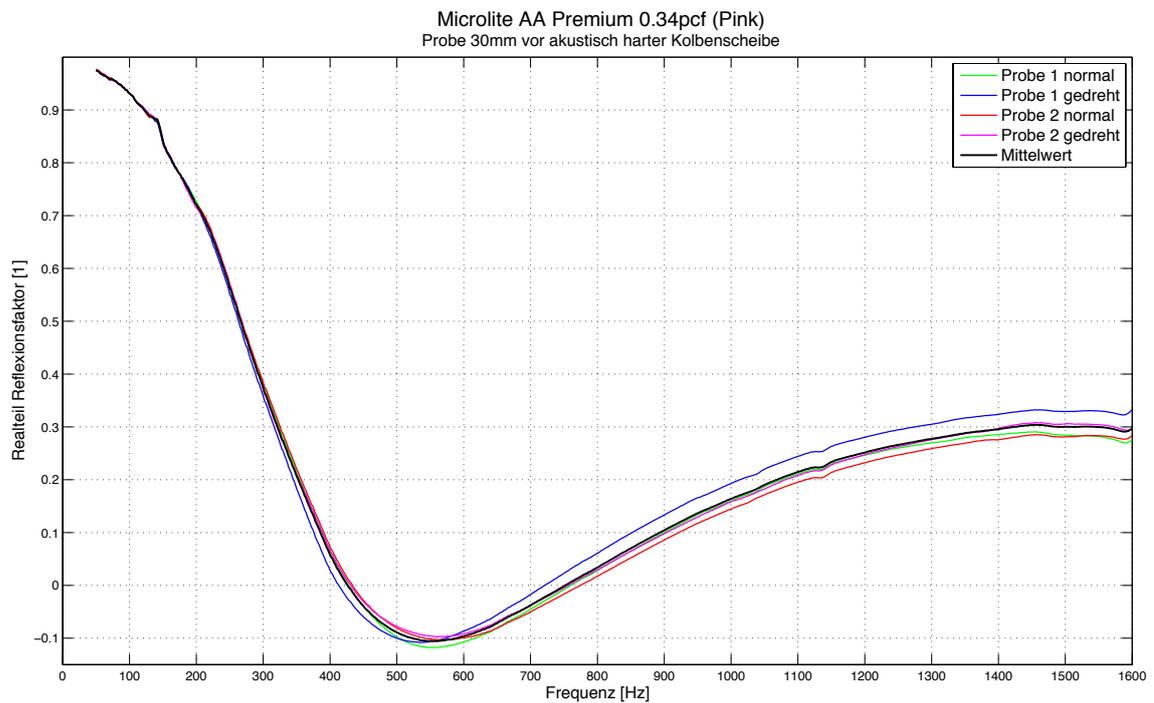


Abbildung A.37: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm  $Re(r)$

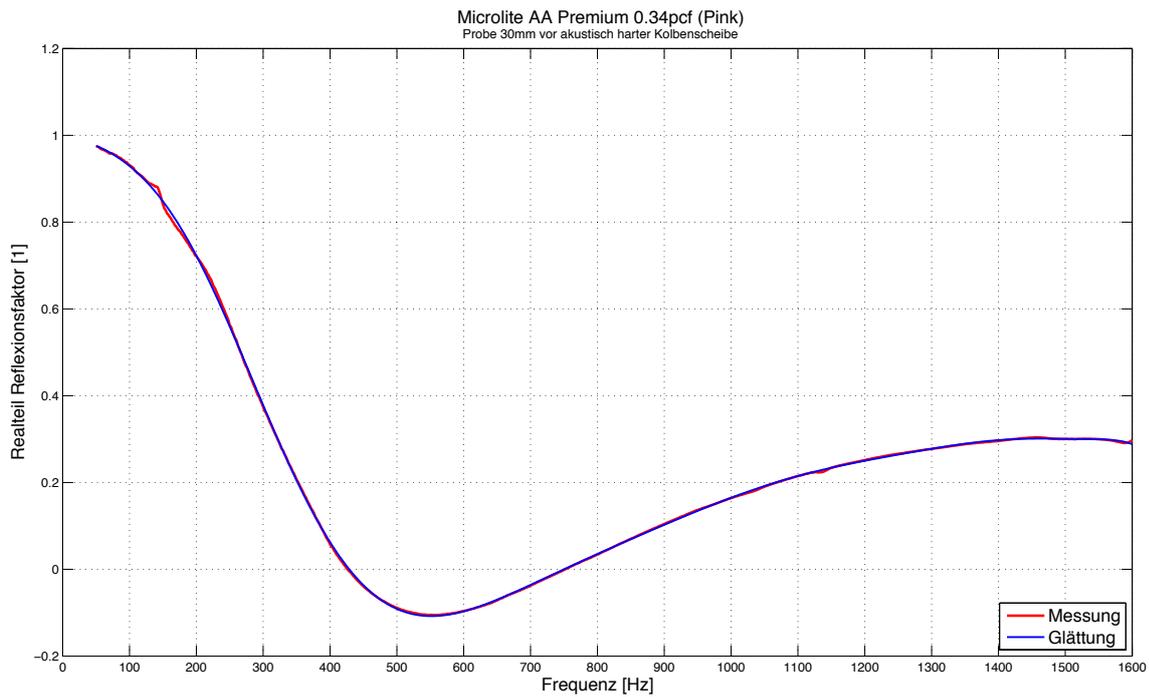


Abbildung A.38: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Re(r) Glättung

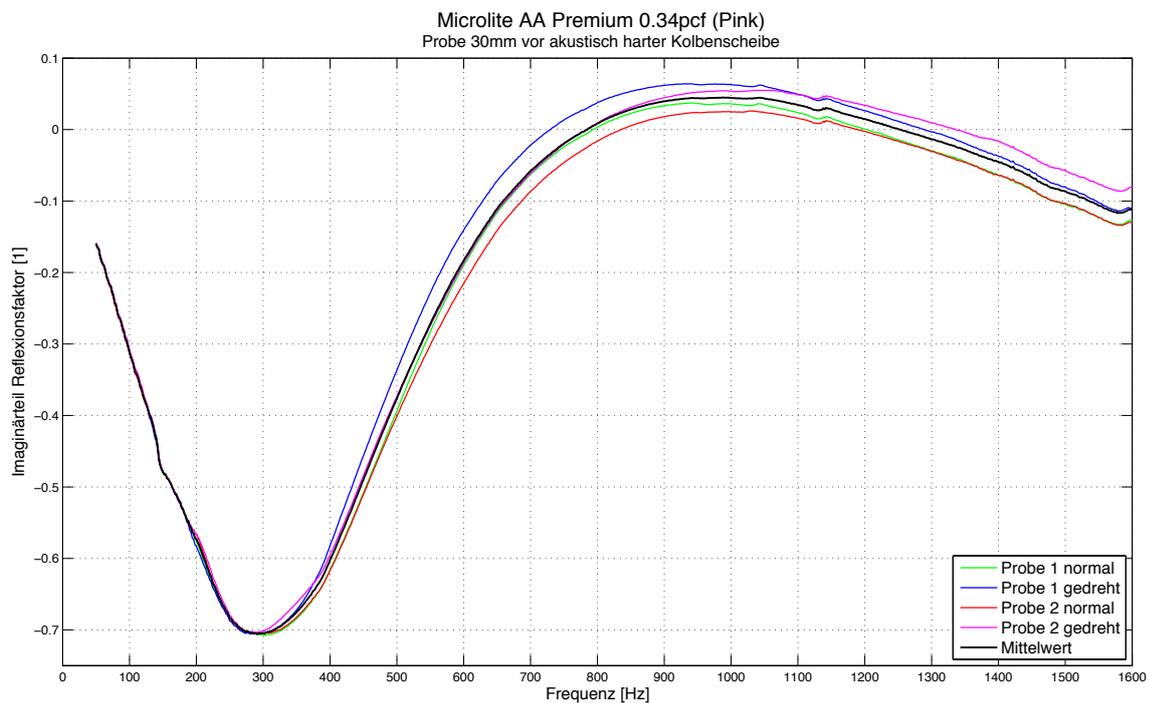


Abbildung A.39: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(r)

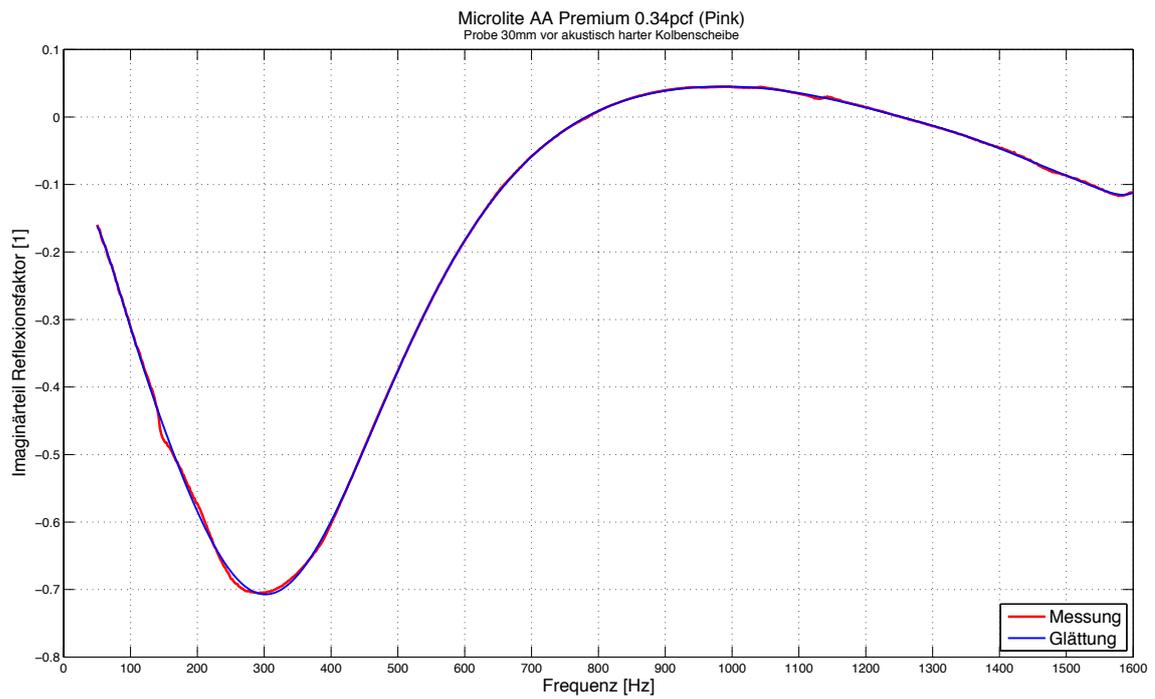


Abbildung A.40: Microlite® AA Premium 0.34pcf 30 mm Im(r) Glättung

## A.2 Transmissionsversuch

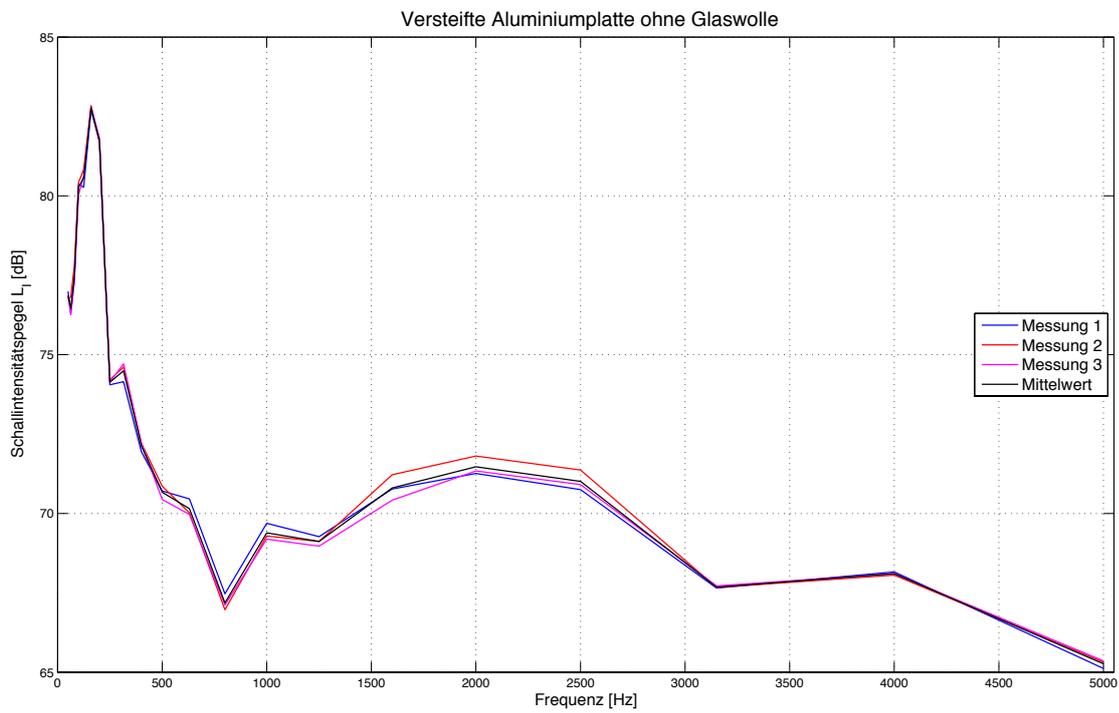


Abbildung A.41: Intensitätspegel Aluminiumplatte

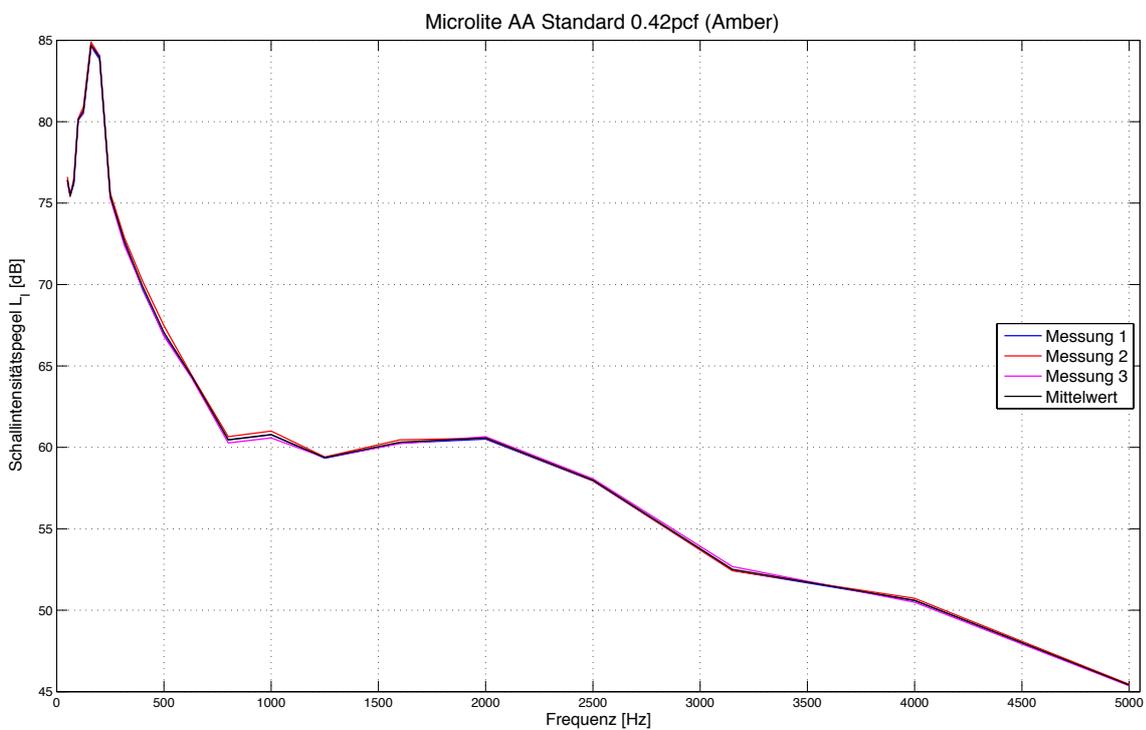


Abbildung A.42: Intensitätspegel Microlite® AA Standard 0.42pcf

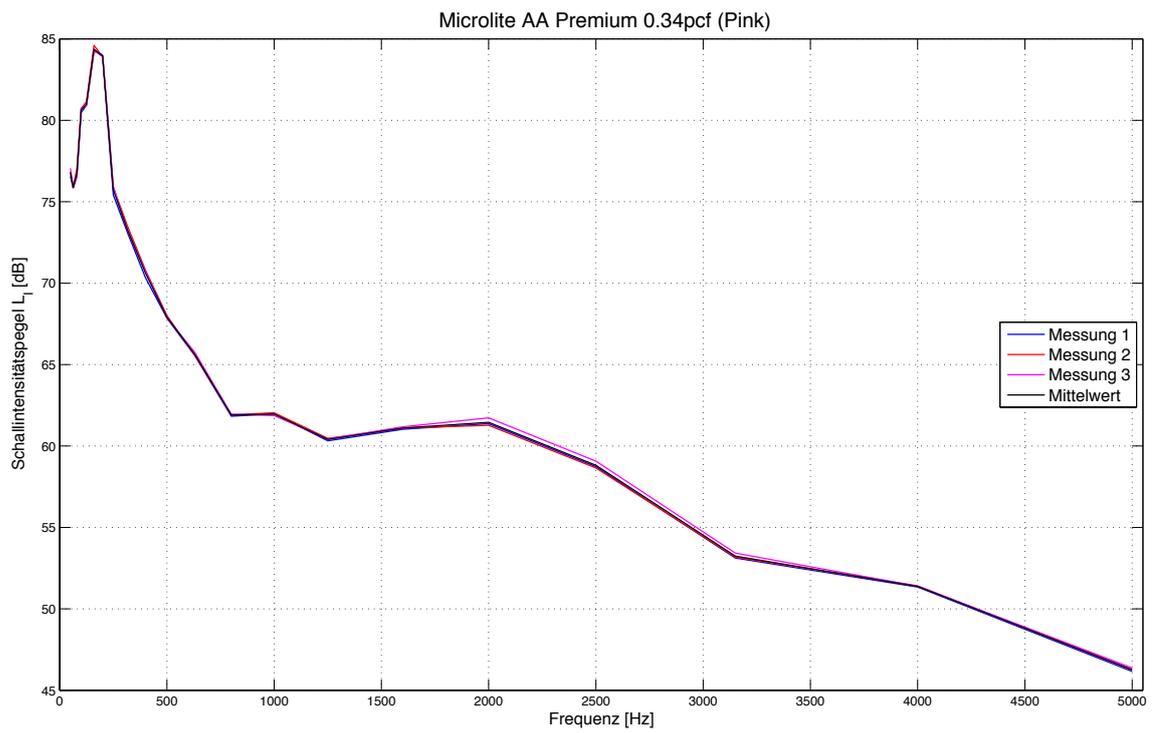


Abbildung A.43: Intensitätspegel Microlite® AA Premium 0.34pcf

# B Anhang Simulationsmodelle

## B.1 Geometrieerstellung in MSC Patran

MSC Nastran stellt als FEM Solver eine rein textbasierte Applikation zur Lösung der entstehenden FE-Gleichungssysteme dar. Dabei bietet das Programm keine integrierte Oberfläche zur graphischen Erzeugung geometrischer Modelle und Netzgitter oder zur Visualisierung der Berechnungsergebnisse. Daher wird MSC Nastran in der Praxis meist in Kombination mit dem Prä- und Postprozessor MSC Patran eingesetzt, der diese Aufgaben erfüllt.

Die neu implementierte Simulationsmethode porös-elastischer Materialien ist bis jetzt aber nur in einer Beta-Version von MSC Nastran vorhanden, die von MSC Patran noch nicht unterstützt wird. Daher kann in MSC Patran nur die geometrische Definition der Modelle umgesetzt werden. Anschließend muss die in MSC Patran erstellte Modellbeschreibung anhand der Ausgabedatei an die gegebene Problematik angepasst werden. Aus diesem Grund gliedert sich die Erstellung der Modelle in folgende Einzelschritte:

### 1. Arbeiten in MSC Patran

- Eingabe der Geometrie
- Vernetzung
- vorläufige Materialien festlegen
- vorläufige Elementeigenschaften definieren und zuweisen
- Ausgabe der Modellbeschreibung in .bdf-Datei

### 2. Bearbeitung der .bdf-Dateien

- Endgültige Materialien und Elementeigenschaften definieren
- Belastung definieren
- Hauptdatei erstellen

Äquivalent dazu ist auch das Menü in MSC Patran aufgebaut (Abb. B.1). Die nachfolgende Beschreibung behandelt aufgrund der identischen Vorgehensweise sowohl die Erstellung des Fluids als auch die der Glaswolle. Beide Modelle werden aber getrennt voneinander modelliert. Auf vorhandene Unterschiede wird an entsprechender Stelle eingegangen.



Abbildung B.1: Menü MSC Patran

### 1. Geometry = Zeichnungsmodus

Der erste Schritt der Modellierung umfasst die Definition der quadratischen Grundfläche des Fluids bzw. des porösen Materials. Dafür werden als Erstes die Eckpunkte der zu erzeugenden Fläche festgelegt und anschließend jeweils zwei Punkte durch eine Curve verbunden. Dabei ist zu beachten, dass man mit der Eingabe der Koordinaten die Einheiten der Berechnungen vorgibt. Dementsprechend muss man für authentische Rechenergebnisse die nachfolgenden Definitionen, wie zum Beispiel die Materialparameter, in den passenden Einheiten angeben. Die nachfolgenden Modelle sind in den bekannten SI-Einheiten beschrieben. Nachdem die beiden Curves erzeugt wurden, kann zwischen ihnen eine Fläche erstellt werden. Das Ergebnis dieses Schrittes ist also eine quadratische Fläche mit den Maßen  $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ . Dabei ist die Vorgehensweise für das Fluid und die Glaswolle bis auf die Bezugsebene in Z-Richtung identisch. Für das Fluid wurde sie bei  $Z = 0.0\text{ m}$  und für die Glaswolle bei  $Z = 0.755\text{ m}$  festgelegt.

### 2. Elements = Vernetzen

Nachdem die Grundfläche festgelegt wurde, ist es für die Berechnung vonnöten die Geometrie in finite Elemente zu unterteilen. Dabei geht man nach dem folgenden Grundsatz vor: so viele wie nötig, so wenig wie möglich. Prinzipiell ist die Steigerung der Genauigkeit der Analyse durch eine feinere Vernetzung des Modells möglich. Diese Möglichkeit bringt allerdings den Nachteil mit sich, dass man den erforderlichen Berechnungsaufwand und damit die Rechnerlaufzeit erheblich steigert. In der Industrie hat das einen Anstieg der Kosten zur Folge.

Um die Fläche in finite Elemente zu unterteilen, definiert man als Erstes auf jeder Begrenzungslinie ein Mesh Seed. Für die gegebene Ausgabenstellung reicht eine Unterteilung in 36 Flächenelemente aus. Daher wird jede Flächenbegrenzung in sechs Abschnitte unterteilt. Anschließend kann man die benötigten Elemente (QUAD4-Elemente) auf der gegebenen Fläche erzeugen. MSC Patran bietet nun die Möglichkeit, die erzeugten QUAD4 Flächenelemente zu CHEXA Volumenelementen zu extrudieren. Dafür wählt man die QUAD4-Elemente aus und definiert die Extrusionsrichtung, die Extrusionslänge und die Elementlänge in Extrusionsrichtung. Zusätzlich kann man auswählen, ob die ursprünglichen Flächenelemente gelöscht werden, sodass man als Ergebnis nur das Volumen mit den erzeugten CHEXA-Elementen erhält. Da das Impedanzrohr eine Länge von  $0.8\text{ m}$  aufweisen soll, wovon  $45\text{ mm}$  durch die Glaswolle ausgefüllt sind, wird für das Fluid eine Extrusionslänge von  $0.755\text{ m}$  und für das Modell der Glaswolle eine Länge von  $0.045\text{ m}$  angegeben. Als Elementlänge wurde  $5\text{ mm}$  festgelegt, damit die Glaswolle neun Elemente in Extrusionsrichtung aufweist und die Trennfläche zwischen Fluid

und Glaswolle bei  $0.755\text{ m}$  klar gegeben ist. Darüber hinaus sollte die Elementlänge in Extrusionsrichtung so gewählt werden, dass die kleinste zu untersuchende Wellenlänge mindestens sechs Elemente beinhaltet. Für eine Frequenz von  $1600\text{ Hz}$  ergibt sich nach Formel 3.2 eine Wellenlänge von  $215.875\text{ mm}$ . Somit sollte die gewählte Elementlänge ausreichen, um genaue Ergebnisse zu ermöglichen. Das Resultat dieses Abschnittes ist nun ein Volumen von  $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m} \times 0.755\text{ m}$  für das Fluid bzw. für die Glaswolle ein Volumen von  $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m} \times 0.045\text{ m}$ , das in  $36 \times 151$  bzw.  $36 \times 9$  Volumenelemente unterteilt ist.

### **3. Materials = Materialeigenschaften**

In diesem Schritt werden die Materialeigenschaften festgelegt. MSC Nastran bietet entweder die Möglichkeit, aus einer umfassenden Bibliothek ein Material auszuwählen, oder ein Material selber zu definieren. Wie schon in der Gliederung angedeutet, handelt es sich vorerst nur um vorläufige Materialien, die zu einem späteren Zeitpunkt an die gegebene Problematik angepasst werden. An dieser Stelle muss lediglich eine Entscheidung getroffen werden, ob das zu erzeugende Material ein Fluid oder einen Festkörper beschreiben soll. Aus dieser Entscheidung resultieren jeweils andere Materialparameter. Somit sollte für das Luftvolumen ein Fluid und für das poröse Material ein 3D-Solid ausgewählt werden. Die Angaben der einzelnen Parameterwerte kann zunächst frei gewählt werden. Das Zuweisen des Materials an das Modell erfolgt im nächsten Schritt.

### **4. Properties = Elementeigenschaften festlegen und zuweisen**

Im folgenden Schritt werden die zuvor definierten Materialien dem Modell zugewiesen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Eigenschaften nicht der Geometrie, sondern den entsprechenden finiten Elementen zugewiesen werden. Mit diesen vier Schritten ist das gesamte Modell vorläufig beschrieben worden.

### **5. Analysis = Ausgabe des Modells in .bdf-Datei**

Nachdem die ersten vier Schritte in Patran umgesetzt wurden, erfolgt in diesem Schritt die Anweisung, das zuvor beschriebene Modell in eine .bdf-Datei zu schreiben. Dadurch kann man anschließend das Modell an die gegebene Aufgabe anpassen.

## B.2 Aufbau einer MSC Nastran Anweisungsdatei

In diesem Abschnitt wird der Aufbau einer Nastran-Eingabedatei beschrieben. Um eine bessere Übersicht und Erklärung zu ermöglichen, sind die gezeigten Programmcodes zum Teil mit verschiedenen Textfarben versehen. Dabei repräsentieren grün markierte Bereiche Kommentare. Blaue Textpassagen sollen hingegen verdeutlichen, dass es sich dort um eine Einbindung einer separaten .bdf-Datei handelt. Diese Dateien werden nach der Hauptdatei gezeigt und beschrieben. Aufgrund der Ähnlichkeit der verschiedenen Modelle, wird an dieser Stelle nur auf die Variante mit der Glaswolle direkt vor der Kolbenscheibe eingegangen. Eine Sammlung aller erstellten Dateien befindet sich im Anhang B.3.

Eine programmsteuernde Nastran-Eingabedatei ist im Wesentlichen in drei Abschnitte gegliedert. Diese werden in den nachfolgenden Unterkapiteln beschrieben.

### Executive Section

Der erste Abschnitt bildet die sogenannte EXECUTIVE Section (Abb. B.2). In ihr wird die Lösungssequenz der Aufgabenstellung definiert. Die Solution 111 legt in dem gegebenen Fall eine modale Frequenzantwortanalyse fest. Eine Beschreibung dazu ist in Kapitel 2.5 gegeben.

Nach dieser Definition erfolgt im Regelfall schon der Abschluss dieses Bereichs mit der Anweisung CEND. Der Befehl DIAG ist eine optionale Anweisung für die Ausgabe der Berechnungsmatrizen.

```
1 ID Kundt Tube
2 SOL 111
3 DIAG 8,15,56
4 CEND
```

**Abbildung B.2:** Executive Section

## Case Control Section

In diesem Abschnitt werden die Prozessvariablen und die Ausgabegrößen definiert. Er bildet die sogenannte CASE CONTROL Section (Abb. B.3). Mit diesen beiden Abschnitten ist der gesamte Bereich der abstrakten Handlungsanweisungen abgeschlossen.

```
5  TITLE      = KUNDT TUBE
6  SUBTITLE   = 45MM GLASS WOOL
7  ECHO       = NONE
8  FREQUENCY  = 10
9  DLOAD      = 999
10 METHOD(FLUID) = 99
11 SET 22     = 10000, 20000, 30000
12 DISP(PUNCH, SORT1, REAL) = 22
13 TRIMGRP   = 12
```

**Abbildung B.3:** Case Control Section

- TITLE und SUBTITLE dienen den erklärenden Details und Bemerkungen der Ausgabedatei.
- ECHO=0 legt fest, dass keine Ausgabe des Modells erfolgen soll.
- FREQUENCY bindet den später definierten Frequenzbereich mit ein. Dabei weist die Zahl auf die in der BULK DATA Section aufgeführte FREQ1-Karte hin. Die Zahl muss mit der Identifikationsnummer dieser Karte übereinstimmen.
- DLOAD definiert, dass die dynamische Anregung in die Berechnung miteinbezogen wird. Sie ist in der externen .bdf-Datei definiert. Beide Einträge müssen die gleiche Zahl aufweisen.
- METHOD definiert, dass die später definierten Eigenwerte in die Berechnung miteinbezogen werden. Die Zahl wählt die entsprechende EIGRL-Karte in der BULK DATA Section mit der dazugehörigen Identifikationsnummer aus.
- SET 22 in Verbindung mit DISP(PUNCH, SORT1, REAL) legt die Ausgabe der Knotenverschiebungen an den Mikrofonpositionen in der Ausgabedatei fest. Dabei legt PUNCH die Ausgabe einer separaten Datei fest, in der die Ergebnisse von SET 22 aufgelistet werden. Der Befehl REAL weist die Ausgabe der Ergebnisse in Real- und Imaginärteil an und SORT1 legt eine tabellarische Auflistung fest.
- TRIMGRP ist ein neu eingeführter Befehl von MSC Nastran. Er legt fest, dass die ausgewählte Trim-Group mit einbezogen werden soll.

## Bulk Data Section

Der nächste und letzte Abschnitt bildet den Modelldatenbereich, die BULK DATA Section. Der Befehl BEGIN BULK bildet den Anfang und ENDDATA den Abschluss von ihr. In ihr sind alle modellspezifischen Definitionen notiert, die in ihrer Summe das ganze Modell eindeutig beschreiben. Sie ist kartenförmig aufgebaut. Das hat den Ursprung in der früheren Lochkartenprogrammierung von Computern bzw. von Nastran. Die wesentliche Definition eines Modells beschränkt sich auf die Knotenpunktkoordinaten, Elementverbindungen, Elementeigenschaften, Materialeigenschaften, Randbedingungen sowie die wirkenden Lasten. Die Reihenfolge der BULK DATA Entries ist beliebig. Nastran sortiert diese Karten alphabetisch.

Die geometrischen Definitionen der einzelnen Teilmodelle sind in separaten .bdf-Dateien ausgelagert und werden an den blau markierten Stellen in die BULK DATA Section eingebunden. Das Gleiche gilt auch für die Materialdefinition der Glaswolle und die dynamische Anregung. Diese Dateien werden in den Abbildungen B.5 - B.9 gezeigt und anschließend beschrieben.

- EIGRL bestimmt die Anzahl der realen Eigenwerte, die nach der Methode von Lanczos bestimmt und in der Simulation berücksichtigt werden. In diesem Fall werden die ersten 200 realen Eigenwerte berechnet. Die erste Zahl dient als Identifikation, da die EIGRL-Karte in der CASE CONTROL Section ausgewählt werden muss. Dies geschah unter dem Eintrag METHOD in der Zeile 10.
- Der Eintrag FREQUENCY definiert den zu untersuchenden Frequenzbereich. Der erste Eintrag dient wieder für die CASE CONTROL Section als Identifikationsnummer. Danach folgt die Anfangsfrequenz, die Schrittweite und die Anzahl der Inkremente. Somit wurde ein Frequenzbereich von  $50 \text{ Hz}$  -  $1600 \text{ Hz}$  definiert.
- Danach erfolgt mit der INCLUDE-Funktion die Einbindung der externen .bdf-Datei KundtTube\_1\_Fluid. In ihr ist die komplette geometrische Beschreibung des Fluids gespeichert. Diese wird nachfolgend in der Abbildung B.5 gezeigt und anschließend erklärt.
- Die PSOLID-Karte gibt die Eigenschaften der in KundtTube\_1\_Fluid aufgeführten Elemente. Dabei dient die erste Zahl als Identifikationsnummer. Das dritte Feld beinhaltet die Identifikationsnummer der in Zeile 38 aufgeführten MAT10-Karte. Der Eintrag PFLUID gibt an, dass die dazugehörigen Elemente ein Fluid wiedergeben sollen.
- In Zeile 38 werden mit der MAT10-Karte die Materialeigenschaften des Fluids festgelegt. Dabei dient die erste Zahl als Identifikationsnummer der Karte. Danach erfolgt die Angabe der Dichte und der Schallgeschwindigkeit des Fluids. MSC Nastran berechnet selbstständig aus diesen beiden Werten nach der Formel  $B = c^2 \cdot \rho$  den Kompressionsmodul. Der Eintrag GE gibt die in dem Fluid enthaltene Dämpfung an.

```

14 BEGIN BULK
15
16 PARAM AUTOSPC YES
17
18 $-----
19 $EIGRL SID V1 V2 ND MSGLVL MAXSET SHFSCL NORM
20 $-----
21 EIGRL 99 200
22
23 $-----
24 $FREQ1 SID F1 DF NDF
25 $-----
26 FREQ1 10 50. 2. 775
27
28 INCLUDE 'KundtTube_1_Fluid.bdf'
29
30 $-----
31 $PSOLID PID MID CORDM IN STRESS ISOP FCTN COROT
32 $-----
33 PSOLID 1 1 PFLUID
34
35 $-----
36 $MAT10 MID BULK RHO C GE ALPHA
37 $-----
38 MAT10 1 1.186 345.4 0.0
39
40 INCLUDE 'Belastung.bdf'
41
42 $-----
43 $TRMCPL TID CTYPE PLTOL GAPTOL1 GAPTOL2 GAPTOL3 GAPTOL4
44 $-----
45 TRMCPL 12 SOPEN
46
47 $-----
48 $ACPEMCP TID SGLUED SSLIDE SOPEN SIMER
49 SCUX SCUY SCUZ SCRX SCRY SCRZ SCFP
50 $-----
51 ACPEMCP 12 1214
52 1211 1211 1213
53
54 BEGIN BULK TRMC=12
55
56 INCLUDE 'KundtTube_1_Poro.bdf'
57
58 INCLUDE 'MAT_PORO.bdf'
59
60 $-----
61 $SET1 SID ID1 ID2 ID3 ID4 ID5 ID6 ID7
62 ID8 etc.
63 $-----
64 SET1 1214 40000 THRU 40048
65 SET1 1213 40441 THRU 40489
66 SET1 1211 40441 THRU 40489 50000 THRU 50191
67
68 $-----
69 $FREQ1 SID F1 DF NDF
70 $-----
71 FREQ1 12 50. 25.000 62
72
73 ENDDATA

```

**Abbildung B.4: Bulk Data Section**

Die nächsten Einträge dienen der Kopplung zwischen dem Fluid und dem porösen Material. Da diese Einträge zum Teil neu in MSC Nastran eingeführt wurden, wurden diese bereits in Kapitel 4.1 erläutert.

Nachfolgend wird die separate .bdf-Datei beschrieben, in der die Geometrie des Fluids beschrieben wird (Abb. B.5). Sie wird in der BULK DATA Section in Zeile 28 mit Hilfe der INCLUDE-Funktion eingebunden.

```

1  $ ELEMENTS FOR REGION : FLUID
2  $-----
3  $CHEXA  EID      PID      G1      G2      G2      G3      G4      G5
4  $      G7      G8
5  $-----
6  CHEXA  1        1        8        9        2        1        50      53
7        52      51
8  CHEXA  2        1        9        10       3        2        53      55
9        54      52
10 CHEXA  3        1        10       11       4        3        55      57
11        56      54
12  ...
13  ...
14  ...
15 CHEXA  5433     1        7395     7396     7389     7388     7444     7445
16        7438     7437
17 CHEXA  5434     1        7396     7397     7390     7389     7445     7446
18        7439     7438
19 CHEXA  5435     1        7397     7398     7391     7390     7446     7447
20        7440     7439
21 CHEXA  5436     1        7398     7399     7392     7391     7447     7448
22        7441     7440
23
24  $ NODES FOR REGION : FLUID
25  $-----
26  $GRID  ID      CP      X1      X2      X3      CD      PS      SEID
27  $-----
28  GRID  1        0.      0.      0.      -1
29  GRID  2        0.      .01667  0.      -1
30  GRID  3        0.      .03333  0.      -1
31  ...
32  ...
33  ...
34  GRID  7445     .1      .05     .755   -1
35  GRID  7446     .1      .06667  .755   -1
36  GRID  7447     .1      .08333  .755   -1
37  GRID  7448     .1      .1      .755   -1
38  GRID  10000    .05     .05     .65    -1
39  GRID  20000    .05     .05     .55    -1
40  GRID  30000    .05     .05     .45    -1

```

Abbildung B.5: Geometrie des Fluids

- Eine CHEXA-Karte beschreibt ein Hexaeder-Volumenelement. Dies erfolgt mittels der Angabe der Knotennummern ( $G_i$ ), die das entsprechende Element begrenzen. Die ersten beiden Zahlen der Karten sind die Elementnummern bzw. die Identifikationsnummern der dazugehörigen PSOLID-Karte (Abb. B.4, Zeile 33).
- Die GRID-Karten definieren die einzelnen Knoten des Modells. Über die Angabe der Kartesischen Koordinaten ( $X_i$ ) im Raum, wird ihre Position beschrieben. Die erste Zahl ist als Knotennummer zu verstehen. Der Eintrag  $-1$  in dem Feld  $CD$  gibt an, dass es sich bei diesem Knoten um einen Fluidknoten handelt.

Die Simulation des im Impedanzrohr befindlichen Lautsprechers wird über eine dynamische Anregung realisiert. Diese wurde zur besseren Übersicht in eine externe .bdf-Datei ausgelagert und mit Hilfe der INCLUDE-Funktion in Zeile 40 in die BULK DATA Section eingefügt (Abb. B.4). Da in dieser Datei mehrere fast identische Karten vorkommen, gibt die Abbildung die wichtigsten Auszüge wieder. Die Auslassungspunkte sollen verdeutlichen, dass dort Karten mit gleicher Struktur platziert sind. Eine ausführliche Beschreibung zu der Anregung ist in Kapitel 4.3.2 zu finden.

```

1  $-----
2  $DLOAD  SID      S      S1      L1      S2      L2      S3      L3
3  $      S4      L4      etc.
4  $-----
5  DLOAD  999      0.0001  0.25  1      0.50  2      0.50  3
6          0.50  4      0.50  5      0.50  6      0.25  7
7          0.50  8      1.00  9      1.00 10     1.00 11
8          1.00 12     1.00 13     0.50 14     0.50 15
9          1.00 16     1.00 17     1.00 18     1.00 19
10         1.00 20     0.50 21     0.50 22     1.00 23
11         1.00 24     1.00 25     1.00 26     1.00 27
12         0.50 28     0.50 29     1.00 30     1.00 31
13         1.00 32     1.00 33     1.00 34     0.50 35
14         0.50 36     1.00 37     1.00 38     1.00 39
15         1.00 40     1.00 41     0.50 42     0.25 43
16         0.50 44     0.50 45     0.50 46     0.50 47
17         0.50 48     0.25 49
18
19  $-----
20  $DAREA  SID      P1      C1      A1      P2      C2      A2
21  $-----
22  DAREA  1      1      1.0
23  DAREA  2      2      1.0
24  DAREA  3      3      1.0
25  ...
26  ...
27  ...
28  DAREA  47     47     1.0
29  DAREA  48     48     1.0
30  DAREA  49     49     1.0
31
32  $-----
33  $TABLED1 TID      XAXIS  YAXIS
34          x1      y1      x2      y2      x3      y3      etc.  ENDT
35  $-----
36  TABLED1 555
37          0.      1.      1000.  1.      ENDT
38
39  $-----
40  $ACSRCE SID      EXCITEID DELAY/ DPHASEI/ TP/RP  RHO      B
41          DELAYR DPHASER
42  $-----
43  ACSRCE  1      1      555  1.186  141491.
44  ACSRCE  2      2      555  1.186  141491.
45  ACSRCE  3      3      555  1.186  141491.
46  ...
47  ...
48  ...
49  ACSRCE  47     47     555  1.186  141491.
50  ACSRCE  48     48     555  1.186  141491.
51  ACSRCE  49     49     555  1.186  141491.

```

**Abbildung B.6:** Dynamische Anregung

In der Abbildung B.7 ist die geometrische Beschreibung der Glaswolle dargestellt. Da diese Datei genauso aufgebaut ist wie die Beschreibung des Fluids, möchte ich an dieser Stelle nicht weiter auf die einzelnen Karten eingehen.

Zu erwähnen ist allerdings, dass die Elementnummern und die Knotenummern sich von denen des Fluids unterscheiden müssen. Daher wurde schon bei Erstellung der Modelle in MSC Patran auf dieses Alleinstellungsmerkmal geachtet und die entsprechenden Knoten bzw. Elemente unnummeriert. Für eine erleichterte SET-Definition der Kopplung zwischen Fluid und porösem Material wurden auch diese Knoten fortlaufend unnummeriert.

```

1  $ ELEMENTS FOR REGION : PORO
2  $-----
3  $CHEXA  EID      PID      G1      G2      G2      G3      G4      G5
4  $      G7      G8
5  $-----
6  CHEXA   5437     3        40007   40008   40001   40000   50000   40052
7          50002   50001
8  CHEXA   5438     3        40008   40009   40002   40001   40052   40054
9          50003   50002
10 CHEXA   5439     3        40009   40010   40003   40002   40054   40056
11          50004   50003
12  ...
13  ...
14  ...
15 CHEXA   5758     3        50188   50189   40431   40430   40486   40487
16          40480   40479
17 CHEXA   5759     3        50189   50190   40432   40431   40487   40488
18          40481   40480
19 CHEXA   5760     3        50190   50191   50184   40432   40488   40489
20          40482   40481
21
22  $ NODES FOR REGION : PORO
23  $-----
24  $GRID   ID      CP      X1      X2      X3      CD      PS      SEID
25  $-----
26  GRID   40000           0.      0.      .755
27  GRID   40001           0.      .0167  .755
28  GRID   40002           0.      .0333  .755
29  ...
30  ...
31  ...
32  GRID   50189           .1      .0667  .795
33  GRID   50190           .1      .0833  .795
34  GRID   50191           .1      .1      .795

```

Abbildung B.7: Geometrie der Glaswolle

Abschließend werden in Abbildungen B.8 und B.9 die separaten .bdf-Datei gezeigt, in der die Materialdefinition der verschiedenen Glaswolle-Typen hinterlegt sind. Diese müssen, wie die geometrische Beschreibung der Glaswolle, in dem eigenen Abschnitt des Trim-Modells in der BULK DATA Section eingefügt werden. Eine Beschreibung dazu wurde bereits in Kapitel 4.1 gegeben und soll daher an dieser Stelle nicht noch einmal behandelt werden.

```

1  $-----
2  $PSOLID PID      MID      CORDM  IN      STRESS  ISOP      FCTN      COROT
3  $-----
4  PSOLID  3        3
5
6  $-----
7  $MATPE1*MID      MAT1      MAT10      BIOT
8  $*
9  $*      VISC      GAMMA      PRANDTL      POR
10 $*      TOR      AFR      VLE      TLE
11 $-----
12 MATPE1* 3        2        35
13 *
14 *      18.416e-06      1.402      7.140e-01      0.937
15 *      1.00      21126.8      51.27e-06      102.54e-06
16
17 $-----
18 $MAT1*  MID      E      G      NU
19 $*      RHO      A      TREFF      GE
20 $*      ST      SC      SS      MCSID
21 $-----
22 MAT1*  2        19908.4      0.00
23 *      103.776      0.881
24
25 $-----
26 $MAT10* MID      BULK      RHO      C
27 $*      GE      ALPHA
28 $-----
29 MAT10* 35      1.186      345.4
30 *      0.02

```

**Abbildung B.8:** Materialdefinition Microlite® AA Standard 0.42pcf

```

1  $-----
2  $PSOLID PID      MID      CORDM  IN      STRESS  ISOP      FCTN      COROT
3  $-----
4  PSOLID  3        3
5
6  $-----
7  $MATPE1*MID      MAT1      MAT10      BIOT
8  $*
9  $*      VISC      GAMMA      PRANDTL      POR
10 $*      TOR      AFR      VLE      TLE
11 $-----
12 MATPE1* 3        2        35
13 *
14 *      18.416e-06      1.402      7.140e-01      0.945
15 *      1.00      21906.2      65.68e-06      131.36e-06
16
17 $-----
18 $MAT1*  MID      E      G      NU
19 $*      RHO      A      TREFF      GE
20 $*      ST      SC      SS      MCSID
21 $-----
22 MAT1*  2        20732.5      0.00
23 *      101.020      0.903
24
25 $-----
26 $MAT10* MID      BULK      RHO      C
27 $*      GE      ALPHA
28 $-----
29 MAT10* 35      1.186      345.4
30 *      0.00

```

**Abbildung B.9:** Materialdefinition Microlite® AA Premium 0.34pcf

## B.3 Nastran Anweisungsdateien

### B.3.1 Impedanzrohr: Glaswolle 0 mm U-p

```

$%_1_%_2_%_3_%_4_%_5_%_6_%_7_%_8_%_9_%_10_
ID KundtTube_1
SOL 111
diag 8,15,56
CEND

TITLE = KUNDTTUBE_1
SUBTITLE = 45MM
ECHO = NONE
FREQUENCY = 10
DLOAD = 999
METHOD(FLUID) = 99
SET 22 = 10000, 20000, 30000
DISP(PUNCH, SORT1, REAL) = 22
TRIMGRP = 12

BEGIN BULK
param trmbim physical
PARAM GRDPNT -1
PARAM AUTOSPC NO
PARAM COUPMASS 1

TRMCPL 12 SOPEN 0.0001

ACPEMCP 12 1214
1211 1211 1213

include 'KundtTube_1_Fluid.bdf'

PSOLID 1 1 PFLUID
MAT10 1 1.186 345.4 0.0

EIGRL 99 200

FREQ1 10 50. 2. 775

include 'Belastung.bdf'

BEGIN BULK TRMC=12
include 'KundtTube_1_Poro.bdf'

PSOLID 3 3 PORO

include 'MAT_PORO.bdf'

SET1 1214 40000 THRU 40048
SET1 1213 40441 THRU 40489
SET1 1211 40441 THRU 40489 50000 THRU 50191

FREQ1 12 50. 25.000 62

ENDDATA

```

**Abbildung B.10:** KundtTube\_1.bdf

## B.3.2 Impedanzrohr: Glaswolle 30 mm U-p

```
$% 1 % 2 % 3 % 4 % 5 % 6 % 7 % 8 % 9 % 10
ID KundtTube_2
SOL 111
diag 8,15,56
CEND

TITLE = KUNDTTUBE_2
SUBTITLE = 45MM
ECHO = NONE
FREQUENCY = 10
DLOAD = 999
METHOD(FLUID) = 99
SET 22 = 10000, 20000, 30000
DISP(PUNCH,SORT1,REAL) = 22
TRIMGRP = 12

BEGIN BULK
param trmbim physical
PARAM GRDPNT -1
PARAM AUTOSPC NO
PARAM COUPMASS 1

TRMCPL 12 SOPEN 0.03

ACPEMCP 12 1214
1211 1211

include 'KundtTube_2_Fluid_1.bdf'
include 'KundtTube_2_Fluid_2.bdf'

PSOLID 1 1 PFLUID
MAT10 1 1.186 345.4 0.0
EIGRL 99 200
FREQ1 10 50. 2. 775

include 'Belastung_2.bdf'

BEGIN BULK TRMC=12

include 'KundtTube_2_Poro.bdf'

PSOLID 3 3 PORO

include 'MAT_PORO.bdf'

SET1 1214 40000 THRU 40048 40441 THRU 40489
SET1 1211 50000 THRU 50191

FREQ1 12 50. 25.000 62

ENDDATA
```

**Abbildung B.11:** KundtTube\_2.bdf

### B.3.3 Impedanzrohr: Glaswolle 0 mm Äq.-Fl.

```
$%__1__%__2__%__3__%__4__%__5__%__6__%__7__%__8__%__9__%__10__
ID Kundt_Tube_OLD
SOL 111
diag 8,15,56
CEND

TITLE = KUNDT TUBE
SUBTITLE = 45MM
ECHO = NONE
FREQUENCY = 10
DLOAD = 999
METHOD(FLUID) = 99
SET 22 = 10000, 20000, 30000
DISP(PUNCH, SORT1, REAL) = 22

BEGIN BULK

PARAM GRDPNT -1
PARAM AUTOSPC NO
PARAM COUPMASS 1

include 'Fluid_Poro.bdf'

PSOLID 1 1 PFLUID
MAT10 1 1.186 345.4 0.0
PSOLID 3 3 PFLUID
MAT10 3 7.000 120.0 1.0
EIGRL 99 200
FREQ1 10 50. 2. 775

include 'Belastung.bdf'

ENDDATA
```

**Abbildung B.12:** KundtTube\_OLD.bdf

### B.3.4 Transmission: Nur Platte

```
$%_1_%_2_%_3_%_4_%_5_%_6_%_7_%_8_%_9_%_10_  
SOL 111  
diag 8,15,56  
CEND  
  
TITLE = Transmissionsversuch versteifte Platte  
ECHO = NONE  
RESVEC = YES  
FREQUENCY = 1  
DLOAD = 100001  
METHOD(STRUCT) = 50  
METHOD(FLUID) = 51  
include 'SET_OUTPUT.bdf'  
DISP(SORT1,PLOT,REAL) = 123  
  
BEGIN BULK  
  
PARAM GRDPNT -1  
PARAM AUTOSPC NO  
PARAM COUPMASS 1  
PARAM POST -1  
  
include 'Platte_Komplett.bdf'  
include 'Fluid_Komplett.bdf'  
  
ACMODL DIFF 100 200 CP  
  
EIGRL 50 900  
EIGRL 51 2250  
  
$ SOLUTION FREQUENCY RANGE  
include 'Platte_unversteift_freq.bdf'  
  
$ DYNAMIC LOAD DEFINITION  
include 'Platte_unversteift_load1.bdf'  
  
ENDDATA
```

Abbildung B.13: PLATE\_FLUID.bdf

## B.3.5 Transmission: Platte und Glaswolle U-p

```

$%_1_%_2_%_3_%_4_%_5_%_6_%_7_%_8_%_9_%_10_
ID plate
SOL 111
diag 8,15,56
CEND

TITLE = Transmissionsversuch versteifte Platte und Glaswolle
ECHO = NONE
RESVEC = YES
FREQUENCY = 1
DLOAD = 100001
METHOD(STRUCT) = 50
METHOD(FLUID) = 51
include 'SET_OUTPUT.bdf'
DISP(SORT1,PLOT,REAL) = 123
TRIMGRP = 999999

BEGIN BULK
param trmbim MODAL

TRMCPL 9999999 SOPEN
ACPEMCP 9999999          2999
        2998          2998

PARAM GRDPNT -1
PARAM POST -1
PARAM COUPMASS 1
PARAM AUTOSPC NO

include 'Platte_Komplett.bdf'
include 'Fluid_1.bdf'
include 'Fluid_2.bdf'

ACMODL DIFF GRIDS 100 200 BW
        YES

EIGRL 50 900
EIGRL 51 2250

include 'Platte_unversteift_freq.bdf'
include 'Platte_unversteift_load1.bdf'

BEGIN BULK TRMC=9999999
include 'Poro.bdf'
include 'MAT_PORO.bdf'

SET1 2999 30000 THRU 35201
SET1 2998 30000 THRU 30051 32549 THRU 32652 37817
. . .

FREQ 9999999 100.000 104.792 109.814 115.076 120.591 126.370 132.425
      138.771 145.422 152.390 159.693 167.346 175.365 183.769 192.575
      201.804 211.474 221.608 232.228 243.357 255.019 267.239 280.046
      293.466 307.529 322.266 337.710 353.893 370.852 388.624 407.247
      426.763 447.214 468.645 491.103 514.637 539.299 565.142 592.225
      620.605 650.345 681.510 714.169 748.393 784.256 821.839 861.222
      902.493 945.742 991.063 1038.56 1088.32 1140.48 1195.13 1252.40
      1312.42 1375.31 1441.22 1510.28 1582.66 1658.50 1737.98 1821.26
      1908.54 2000.00

ENDDATA

```

Abbildung B.14: PLATE\_FLUID\_PORO.bdf

### B.3.6 Transmission: Platte und Glaswolle Äq.-Fl.

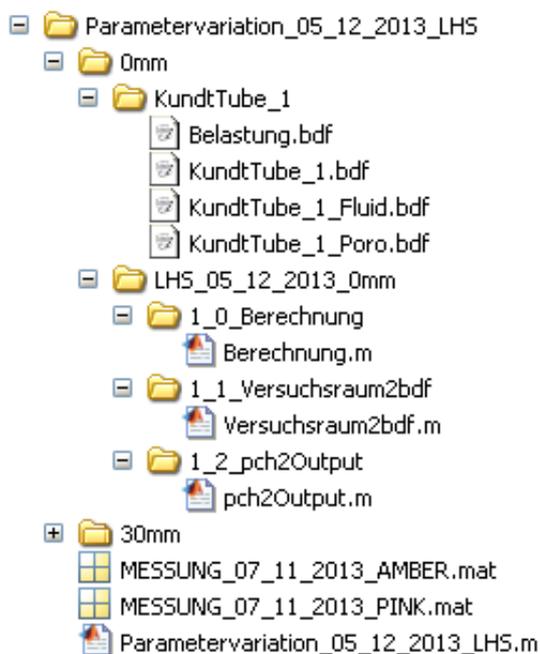
```
$%_1_%_2_%_3_%_4_%_5_%_6_%_7_%_8_%_9_%_10_  
SOL 111  
diag 8,15,56  
CEND  
  
TITLE = Transmissionsversuch versteifte Platte und Glaswolle  
ECHO = NONE  
RESVEC = YES  
FREQUENCY = 1  
DLOAD = 100001  
METHOD(STRUCT) = 50  
METHOD(FLUID) = 51  
include 'SET_OUTPUT.bdf'  
DISP(SORT1,PLOT,REAL) = 123  
  
BEGIN BULK  
  
PARAM GRDPNT -1  
PARAM AUTOSPC NO  
PARAM COUPMASS 1  
PARAM POST -1  
  
include 'Platte_Komplett.bdf'  
include 'Fluid_Poro_Komplett.bdf'  
  
ACMODL DIFF 100 200 CP  
  
$ MODAL ANALYSIS DATA  
EIGRL 50 900  
EIGRL 51 2250  
  
$ SOLUTION FREQUENCY RANGE  
include 'Platte_unversteift_freq.bdf'  
  
$ DYNAMIC LOAD DEFINITION  
include 'Platte_unversteift_load1.bdf'  
  
ENDDATA
```

**Abbildung B.15:** PLATE\_FLUID\_PORO\_OLD.bdf

## C Anhang Matlab

Die Matlab Schnittstelle für die Ermittlung der optimalen Materialparameter teilt sich in zwei separate Bereiche. Der erste Bereich beinhaltet die Erstellung des Versuchsplans und die Generierung der Stützstellen für die Response-Surface-Methode. Die Auswertung der Stützstellen erfolgt im zweiten Bereich.

### Versuchsplan und Stützstellen:



Die Ordnerstruktur ist in nebenstehender Abbildung dargestellt. In dem Hauptordner befinden sich zwei .mat-Dateien, zwei Unterordner und ein Matlab-Skript. Die .mat-Dateien beinhalten die Messergebnisse des Impedanzrohrs, getrennt nach den untersuchten Glaswolle-Typen. In den beiden Unterordnern sind die modellspezifischen .bdf-Dateien und Matlab-Skripte zu finden. Zur besseren Übersicht wird an dieser Stelle nur eine der beiden Modellvarianten beschrieben. Das Matlab-Skript „Parametervariation\_05\_12\_2013.LHS.m“ bildet die Hauptdatei der Schnittstelle (Abb. C.2). In ihr werden alle Angaben für die Generierung des Versuchsplans hinterlegt.

**Abbildung C.1:** Ordnerstruktur 1

Zunächst wird in diesem Skript eine von den beiden .mat-Dateien eingelesen. An dieser Stelle muss entschieden werden, für welche der beiden Glaswolle-Typen die Parameter bestimmt werden sollen. Mit den Parametern  $N$  und  $M$  wird die Größe des Versuchsplans und mit den Zeilenvektoren  $Niveau_0$  und  $Bereich$  die Parametervariation gesteuert. Danach wird der Versuchsplan über den Befehl  $lhsdesign(N, M)$  erstellt und in der Matrix  $Variation\_LHS$  gespeichert. Da der Versuchsplan zunächst nur Werte zwischen 0 und 1 enthält, werden diese anschließend in die entsprechenden Parameterwerte umgerechnet und in der Matrix „Variation\_LHS“ gespeichert. Der so erstellte Versuchsplan wird anschließend in eine zusätzliche .txt-Datei geschrieben und in dem Hauptordner gespeichert. Diese dient lediglich zur Information des Users. Danach erfolgt die Anweisung, in den ersten Unterordner zu springen und mit dem Skript „Berechnung.m“ fortzufahren.

## C Anhang Matlab

```
clear all; close all; clc

load MESSUNG_07_11_2013_PINK

% Anzahl der Parameter
M = 6;

% Anzahl der Berechnungen
N = 200;

% Parameterbereich
% -----
% | POR | AFR | VLE | E | GEs | Gef |
% -----
Bereich = [0.100 15000. 46.0e-6 20000. 0.400 0.100];
Niveau_0 = [0.850 10000. 44.0e-6 10000. 0.300 0.000];

% Versuchsraum durch latin hypercube (Werte zwischen 0 und 1)
Variation_LHS = lhsdesign(N,M);
Variation=Variation_LHS;

% Versuchsraum
for i=1:M
    Variation(:,i) = Variation(:,i)*Bereich(i) + Niveau_0(i);
end

%% Schreibe Text-Datei mit Versuchspunkten
str_head = 'DoE-No |   POR   |   AFR   |   VLE   |   E   |   GEs   |   Gef   |';
str_hline = '-----';
fid = fopen('Versuchsraum.txt', 'wt');
fprintf(fid, '%s\n', str_head );
fprintf(fid, '%s\n', str_hline );

for i=1:length(Variation)
    fprintf(fid, '%-6i |', i );
    fprintf(fid, '%11.3e|', Variation(i,:));
    fprintf(fid, '\n');
end

%save Variation

fclose('all');
clear PO PU Variationsbereich n t u v w x ans fid i str_head str_hline ans B Final

cd 0mm/LHS_05_12_2013_0mm/1_0_Berechnung
Berechnung
cd ../../..

cd 30mm/LHS_05_12_2013_30mm/1_0_Berechnung
Berechnung
cd ../../..
```

**Abbildung C.2:** Parametervariation\_05\_12\_2013\_LHS.m

In diesem Matlab-Skript „Berechnung.m“ ist eine Schleife definiert, in der die Stützstellen für die Response-Surface-Methode erstellt werden (Abb. C.3). Diese Schleife wird entsprechend dem Versuchsplan so lange wiederholt, bis alle Versuchspunkte simuliert wurden.

```
for w=1:length(Variation)

cd ../1_1_Versuchsraum2bdf
Versuchsraum2bdf

fid = fopen('Nastran_Anweisung.sh', 'w');
fprintf(fid, '%s \n', ['nastran --version v2013.1-beta1 KundtTube_1.bdf']);
fclose('all');
system('chmod 777 Nastran_Anweisung.sh');
system('./Nastran_Anweisung.sh');

pause(210);

cd ../LHS_05_12_2013_0mm/1_2_pch20output
pch20output

end
clear w
```

**Abbildung C.3:** Berechnung.m



## C Anhang Matlab

Der erste Teil von „pch2Output.m“ liest die Ergebnisse der Simulation ein (Abb. C.5). Dazu werden von Nastran nach jeder Simulation die Ergebnisse der Mikrofonpositionen in eine separate .pch-Datei geschrieben. In dieser Datei sind für jede berechnete Frequenz die berechneten Freiheitsgrade (Knotendruck) hinterlegt. Zur besseren Nachvollziehbarkeit wird nach dem Einlesen für jedes Mikrofon eine Matrix erstellt, in der die berechneten Frequenzen, Real- und Imaginärteile des Knotendrucks und der Knotendruck in Dezibel gespeichert werden.

```
% Benutzereingabe
x1=0.105;
x2=0.205;
dX=0.1;
c=345.4;

% Position Mikrofon 1
% Position Mikrofon 2
% Abstand der Mikrofone
% Schallgeschwindigkeit

% Einlesen der .pch-Datei
freq1=[];
cd ../KundtTube_1
fpch=['KundtTube_1.pch'];
%display(['Datei in Bearbeitung: ',fpch]);
fid1=fopen(fpch,'r');
% read freq values from comment lines
while 1
    l1=fgetl(fid1);
    if strcmp(l1,'$FREQ',5)
        freq1(end+1)=str2double(l1(13:30));
    end
    if l1==--;break;end
end
number_of_freqs=length(freq1);
% read pch data
frewind(fid1);
c1=textscan(fid1,'%s','commentStyle','$');
fclose(fid1);
% process pch data
entries_per_freq=21;
number_of_mp=length(c1{1})/number_of_freqs/entries_per_freq;
cx1=reshape(c1{1},entries_per_freq,number_of_mp,number_of_freqs);
% write measuring points
mp_name=cell(number_of_mp, 1);
for n=1:number_of_mp;
    mp_name(n)=cx1(1,n,1);
end

% Komplexer Druck der Mikrofone
uu=str2double(squeeze(cx1([3:5,8:10,13:15,18:20],:,1:number_of_freqs/2)));
re=str2double(squeeze(cx1([3],:,1:number_of_freqs/2)));
im=str2double(squeeze(cx1([13],:,1:number_of_freqs/2)));
% Re-Teile der Druেকে
% Im-Teile der Druেকে

% Matrizen der Mikrofone
for n=1:number_of_freqs/2
    Mikro_1(1,n)=[freq1(n)];
    Mikro_1(2,n)=[re(1,n)];
    Mikro_1(3,n)=[im(1,n)];
    Mikro_1(4,n)=[sqrt((Mikro_1(2,n))^2+Mikro_1(3,n)^2)];
    Mikro_1(5,n)=[20*log10((Mikro_1(4,n))/(2*10^(-5)))];
    % Frequenz
    % Realteil Mikro 1 frequenzabhaengig
    % Imaginaerteil Mikro 1 frequenzabh.
    % Amplitude Schalldruck Mikro 1 [Pa]
    % Amplitude Schalldruck Mikro 1 [dB]

    Mikro_2(1,n)=[freq1(n)];
    Mikro_2(2,n)=[re(2,n)];
    Mikro_2(3,n)=[im(2,n)];
    Mikro_2(4,n)=[sqrt((Mikro_2(2,n))^2+Mikro_2(3,n)^2)];
    Mikro_2(5,n)=[20*log10((Mikro_2(4,n))/(2*10^(-5)))];
    % Frequenz
    % Imaginaerteilteil Mikro 2 frequenzabh.
    % Imaginaerteilteil Mikro 2 frequenzabh.
    % Amplitude Schalldruck Mikro 2 [Pa]
    % Amplitude Schalldruck Mikro 2 [dB]

    Mikro_3(1,n)=[freq1(n)];
    Mikro_3(2,n)=[re(3,n)];
    Mikro_3(3,n)=[im(3,n)];
    Mikro_3(4,n)=[sqrt((Mikro_3(2,n))^2+Mikro_3(3,n)^2)];
    Mikro_3(5,n)=[20*log10((Mikro_3(4,n))/(2*10^(-5)))];
    % Frequenz
    % Imaginaerteilteil Mikro 2 frequenzabh.
    % Imaginaerteilteil Mikro 2 frequenzabh.
    % Amplitude Schalldruck Mikro 2 [Pa]
    % Amplitude Schalldruck Mikro 2 [dB]
end
```

Abbildung C.5: pch2Output.m Teil 1

Im zweiten Teil dieses Matlab-Skriptes wird der Vergleich zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen vorgenommen (Abb. C.6). Dazu erfolgt als Erstes die Berechnung der frequenzabhängigen Wellenzahl.

Danach wird die Druckübertragungsfunktion gemäß Formel 2.81 berechnet. Zur Überprüfung der Ergebnisse werden die Druckübertragungsfunktionen zwischen zwei Mikrofonpaaren berechnet. Anschließend wird der Reflexionsfaktor berechnet. Da die Berechnung bei jeder Frequenz erfolgen muss, sind diese Schritte in einer Berechnungsschleife definiert.

```

for n=1:number_of_freqs/2
    k(1,n)=[2*pi*Mikro_2(1,n)/c]; % Wellenzahl

    % Fall 1 => Mikro1=650mm; Mikro2=550mm
    H(1,n)=[(Mikro_1(2,n)+j*Mikro_1(3,n))/(Mikro_2(2,n)+j*Mikro_2(3,n))]; % Druckuebertragungsfunktion
    R(1,n)=[exp(j*2*k(1,n)*(x1+dX))*(H(1,n)-exp(-j*k(1,n)*dX))... % Reflektionsgrad
        ...
        /(exp(j*k(1,n)*dX)-H(1,n))];

    A(1,n)=[1-(abs(R(1,n)))^2]; % Absorptionsgrad
    Z(1,n)=[(1+R(1,n))/(1-R(1,n))]; % spezifische Impedanz

    % Fall 2 => Mikro2=550mm; Mikro3=450mm
    H(2,n)=[(Mikro_2(2,n)+j*Mikro_2(3,n))/(Mikro_3(2,n)+j*Mikro_3(3,n))]; % Druckuebertragungsfunktion
    R(2,n)=[exp(j*2*k(1,n)*(x2+dX))*(H(2,n)-exp(-j*k(1,n)*dX))... % Reflektionsfaktor
        ...
        /(exp(j*k(1,n)*dX)-H(2,n))];

    A(2,n)=[1-(abs(R(2,n)))^2]; % Absorptionsgrad
    Z(2,n)=[(1+R(2,n))/(1-R(2,n))]; % spezifische Impedanz
end

%% Root Mean Square
SUM=[0,0;0,0;0,0];
for n=16:776
    U(1,1)=(R_0mm_int(n,1)-real(R(1,n)))^2;
    U(1,2)=(R_0mm_int(n,1))^2;

    U(2,1)=(R_0mm_int(n,2)-imag(R(1,n)))^2;
    U(2,2)=(R_0mm_int(n,2))^2;

    SUM(1,1)=SUM(1,1)+U(1,1);
    SUM(1,2)=SUM(1,2)+U(1,2);

    SUM(2,1)=SUM(2,1)+U(2,1);
    SUM(2,2)=SUM(2,2)+U(2,2);
end

RMS(1,1)=sqrt(1/n*SUM(1,1));
RMS(1,2)=sqrt(1/n*SUM(1,2));
RMS(2,1)=sqrt(1/n*SUM(2,1));
RMS(2,2)=sqrt(1/n*SUM(2,2));
RMSrel(1,w)=RMS(1,1)/RMS(1,2)*100;
RMSrel(2,w)=RMS(2,1)/RMS(2,2)*100;

%% Variablen loeschen
clear ans c1 cx1 entries_per_freq fid1 fname fpch freq1 im l1 mp_name ...
...
re uu number_of_freqs number_of_mp H n c SUM RMS U A Mikro_1 ...
...
Mikro_2 Mikro_3 Z dX k x1 x2 pfd name l screen_size fid

save RMSrel

cd ../LHS_05_12_2013_0mm/1_2_pch2Output

```

Abbildung C.6: pch2Output.m Teil 2

Danach wird der relative Root Mean Square gemäß Kapitel 5.1.2 berechnet. Da für jeden Versuchspunkt der Real- und Imaginärteil des Reflexionsfaktors zwischen Messung und Simulation miteinander verglichen werden, erfolgt die Berechnung des relativen Root Mean Squares für beide Teile separat.

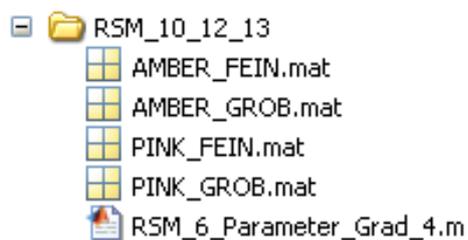
Die Berechnungsschleife C.3 wird über die Anzahl der Versuchspunkte wiederholt. Somit erhält man schließlich für jeden der 200 Versuchspunkte zwei Zielgrößen. Dabei handelt es sich um den  $RMSrel(Re(r))$  und den  $RMSrel(Im(r))$ , die in der globalen Matrix  $RMSrel$  gespeichert und in dem Ordner des Modells hinterlegt werden.

## C Anhang Matlab

---

In der Hauptdatei „Parametervariation\_05\_12\_2013\_LHS.m“ werden beide Modellvarianten hintereinander ausgeführt. Für beide Varianten wird allerdings der gleiche Versuchsplan verwendet, damit die berechneten Zielgrößen der einzelnen Versuchspunkte miteinander vergleichbar sind. Ist die Hauptdatei komplett abgearbeitet, erhält man als Ergebnis zwei .mat-Dateien, in denen die Ergebnisse der Versuchspunkte hinterlegt sind. Diese sind in den Ordnern des jeweiligen Modells zu finden und bilden die Stützstellen der Response-Surface-Methode. Die eigentliche Ermittlung der optimalen Materialparameter wird in einem eigenen Matlab-Skript umgesetzt, das unabhängig von den zuvor beschriebenen Schritten ist.

### Ermittlung der optimalen Materialparameter:



Die Ordnerstruktur ist in nebenstehender Abbildung dargestellt. In diesem Ordner befindet sich zunächst nur ein Matlab-Skript. Zur Auswertung der zuvor erlangten Ergebnisse, müssen diese in eine neue .mat-Datei geschrieben werden.

**Abbildung C.7:** Ordnerstruktur 2

Für jeden Glaswolle-Typ befinden sich in dem Ordner zwei Dateien, in denen die Ergebnisse der groben und feinen Parametervariation (siehe Kapitel 5.1.2) hinterlegt sind. In der jeweiligen .mat-Datei befindet sich eine Matrix, in der die  $RMS_{rel}(Re(r))$ - und  $RMS_{rel}(Im(r))$ -Werte der 200 Versuchspunkte für beide Modellvarianten zeilenweise aufgelistet sind (200 x 4 - Matrix). Daneben ist in dieser Datei der Versuchsplan in Form der Matrix  $Variation\_LHS$  gespeichert.

Das Matlab-Skript „RSM\_6\_Parameter\_Grad\_4.m“ ist nachfolgend in den Abbildungen C.8 und C.9 dargestellt. In dem ersten Teil dieses Skriptes wird die entsprechende .mat-Datei eingelesen und das Polynom der Response-Surface-Methode definiert. Die Polynom-Funktion wird in der Variable *model* in Form der Matrix-Schreibweise hinterlegt. In dem gegebenen Fall handelt es sich um ein Polynom vierten Grades, das durch die Berücksichtigung linearer Wechselwirkungen insgesamt 40 Koeffizienten beinhaltet. Durch die danach definierten Variablen wird entschieden, für welche Modellvariante und welche Zielgröße die Antwortflächen erstellt werden. Diese Entscheidung wird an dieser Stelle vorgenommen, damit nicht zu viele Antwortflächen auf einmal generiert werden. Bei sechs Parametern und einer Zielgröße ergeben sich insgesamt schon 15 Antwortflächen, da alle Parameter gegenübergestellt werden. Bei vier Zielgrößen ergeben sich somit 45 Flächen, wodurch man schnell den Überblick verlieren könnte. Generell sollten aber alle 45 Antwortflächen die entsprechenden Stützstellen gut annähern können. Daher ist es empfohlen, alle Varianten zu prüfen. Mit den Befehlen  $D = x2fx(Variation\_LHS)$ ,  $[Q, R] = qr(D)$  und  $P = pinv(D) * RMS_{rel}(1, :)'$  werden die Koeffizienten der Polynomfunktion über eine Q-R-Zerlegung berechnet werden. Details zu der Methode und den einzelnen Befehlen können mit Hilfe der *help*-Funktion von Matlab nachgelesen werden und sollen an dieser Stelle nicht weiter erläutert werden.

```

clear all; close all; clc
load PINK_FEIN
model=[0 0 0 0 0 0 ; 1 0 0 0 0 0 ; 2 0 0 0 0 0 ; 3 0 0 0 0 0 ; 4 0 0 0 0 0 ; ...
...
...      0 1 0 0 0 0 ; 0 2 0 0 0 0 ; 0 3 0 0 0 0 ; 0 4 0 0 0 0 ; ...
...
...      0 0 1 0 0 0 ; 0 0 2 0 0 0 ; 0 0 3 0 0 0 ; 0 0 4 0 0 0 ; ...
...
...      0 0 0 1 0 0 ; 0 0 0 2 0 0 ; 0 0 0 3 0 0 ; 0 0 0 4 0 0 ; ...
...
...      0 0 0 0 1 0 ; 0 0 0 0 2 0 ; 0 0 0 0 3 0 ; 0 0 0 0 4 0 ; ...
...
...      0 0 0 0 0 1 ; 0 0 0 0 0 2 ; 0 0 0 0 0 3 ; 0 0 0 0 0 4 ; ...
...
...      1 1 0 0 0 0 ; 0 1 1 0 0 0 ; 0 0 1 1 0 0 ; 0 0 0 1 1 0 ; ...
...
...      0 0 0 0 1 1 ; 1 0 1 0 0 0 ; 0 1 0 1 0 0 ; 0 0 1 0 1 0 ; ...
...
...      0 0 0 1 0 1 ; 1 0 0 1 0 0 ; 0 1 0 0 1 0 ; 0 0 1 0 0 1 ; ...
...
...      1 0 0 0 1 0 ; 0 1 0 0 0 1 ; 1 0 0 0 0 1 ];

D = x2fx(Variation_LHS,model);

RMSrel=RMSrel_PINK(1:2,:);           % Wenn Antwortflaeche für 0mm-Variante
RMSrel=RMSrel_PINK(3:4,:);         % Wenn Antwortflaeche für 30mm-Variante
v=2;                                % 1 = RMS Re(r)      2 = RMS Im(r)
RMSrel=RMSrel/100;

[Q,R]=qr(D);
P=pinv(D)*RMSrel(v,:);

o=50;                                % Berechnungspunkte fuer Response-Flaeche

a=0.5;                                % Porositaet
b=0.5;                                % Stroemungswiderstand
c=0.5;                                % Viskose charakt. Laenge
d=0.5;                                % Elastizitaetsmodul
e=0.5;                                % Daempfungskoeffizient Fest
f=0.5;                                % Daempfungskoeffizient Fluid

POR=a;
AFR=b;
VLE=c;
E =d;
GEs=e;
GEf=f;

if v==1
    z_achse='RMS Re(r)';
end
if v==2
    z_achse='RMS Im(r)';
end

```

Abbildung C.8: RSM\_6\_Parameter\_Grad\_4.m Teil 1

Der zweite Teil des Matlab-Skriptes dient der Erstellung der einzelnen Antwortflächen. Wie oben angesprochen, werden bei sechs Parametern und einer Zielgröße insgesamt 15 Flächen erstellt. Zur besseren Übersicht sind in Abbildung C.9 allerdings nur die entsprechenden Zeilen zur Erstellung einer Fläche aufgeführt.

Zunächst werden die Stützpunkte der entsprechenden Parameterpaarung dargestellt. Danach wird die Polynomfunktion definiert. Die beiden gegenübergestellten Parameter werden zwischen 0 und 1 variiert, während die anderen Parameter auf einen festen Wert gesetzt werden. Die Werte der festen Parameter werden über die Variablen  $a$ – $f$  festgelegt. Danach erfolgt die Anweisung zur Erstellung der entsprechenden Fläche.

Durch die Antwortflächen kann geprüft werden, ob der gewählte Polynomgrad eine zweckmäßige Annäherung an die Stützpunkte ermöglicht. Ist dies nicht der Fall, sollte die Polynomfunktion an die gegebene Problematik angepasst werden.

## C Anhang Matlab

```
%% POR_AFR
figure(1)
scatter3(Variation_LHS(:,1),Variation_LHS(:,2),RMSrel(v,:),'r')
hold on;
[POR,AFR]=meshgrid(linspace(0,1,0));

Z=
    P(1) + ...
    ...
    P(2)* POR      + P(3)* POR.^2    + P(4)* POR.^3    + P(5)* POR.^4    + ...
    ...
    P(6)* AFR      + P(7)* AFR.^2    + P(8)* AFR.^3    + P(9)* AFR.^4    + ...
    ...
    P(10)*VLE     + P(11)*VLE.^2    + P(12)*VLE.^3    + P(13)*VLE.^4    + ...
    ...
    P(14)* E       + P(15) * E.^2    + P(16) * E.^3    + P(17) * E.^4    + ...
    ...
    P(18)*GEs     + P(19)*GEs.^2    + P(20)*GEs.^3    + P(21)*GEs.^4    + ...
    ...
    P(22)*GEf     + P(23)*GEf.^2    + P(24)*GEf.^3    + P(25)*GEf.^4    + ...
    ...
    (P(26)*POR).*AFR + (P(27)*AFR).*VLE + (P(28)*VLE).* E + (P(29)*E).*GEs + ...
    ...
    (P(30)*GEs).*GEf + (P(31)*POR).*VLE + (P(32)*AFR).* E + (P(33)*VLE).*GEs + ...
    ...
    (P(34)*E).*GEf + (P(35)*POR).*E + (P(36)*AFR).*GEs + (P(37)*VLE).*GEf + ...
    ...
    (P(38)*POR).*GEs + (P(39)*AFR).*GEf + (P(40)*POR).*GEf ;

contour(POR,AFR,Z)
surf(POR,AFR,Z)
title('Grad 4')
xlabel('POR')
ylabel('AFR')
zlabel(z_achse);
grid on
axis([0 1 0 1 0 1])
view(-45.,20.);

POR=a;
AFR=b;
VLE=c;
E =d;
GEs=e;
GEf=f;

.
.
.

%% RSTOOL
%
xname={'POR';'AFR';'VLE';'E';'GEs';'GEf'};
yname={'RMS Re(r) 0mm';'RMS Im(r) 0mm';'RMS Re(r) 30mm';'RMS Im(r) 30mm'};
alpha=0.0001;

rstool(Variation_LHS,RMSrel_PINK',model,alpha,xname,yname)
```

**Abbildung C.9:** RSM\_6\_Parameter\_Grad\_4.m Teil 2

Die Ermittlung der optimalen Parameterwerte wird mit Hilfe des RS-Tools von Matlab vorgenommen. Diese Funktion wurde bereits in Kapitel 5.1.2 erläutert und soll an dieser Stelle nicht weiter beschrieben werden.

# D Anhang Parameterermittlung

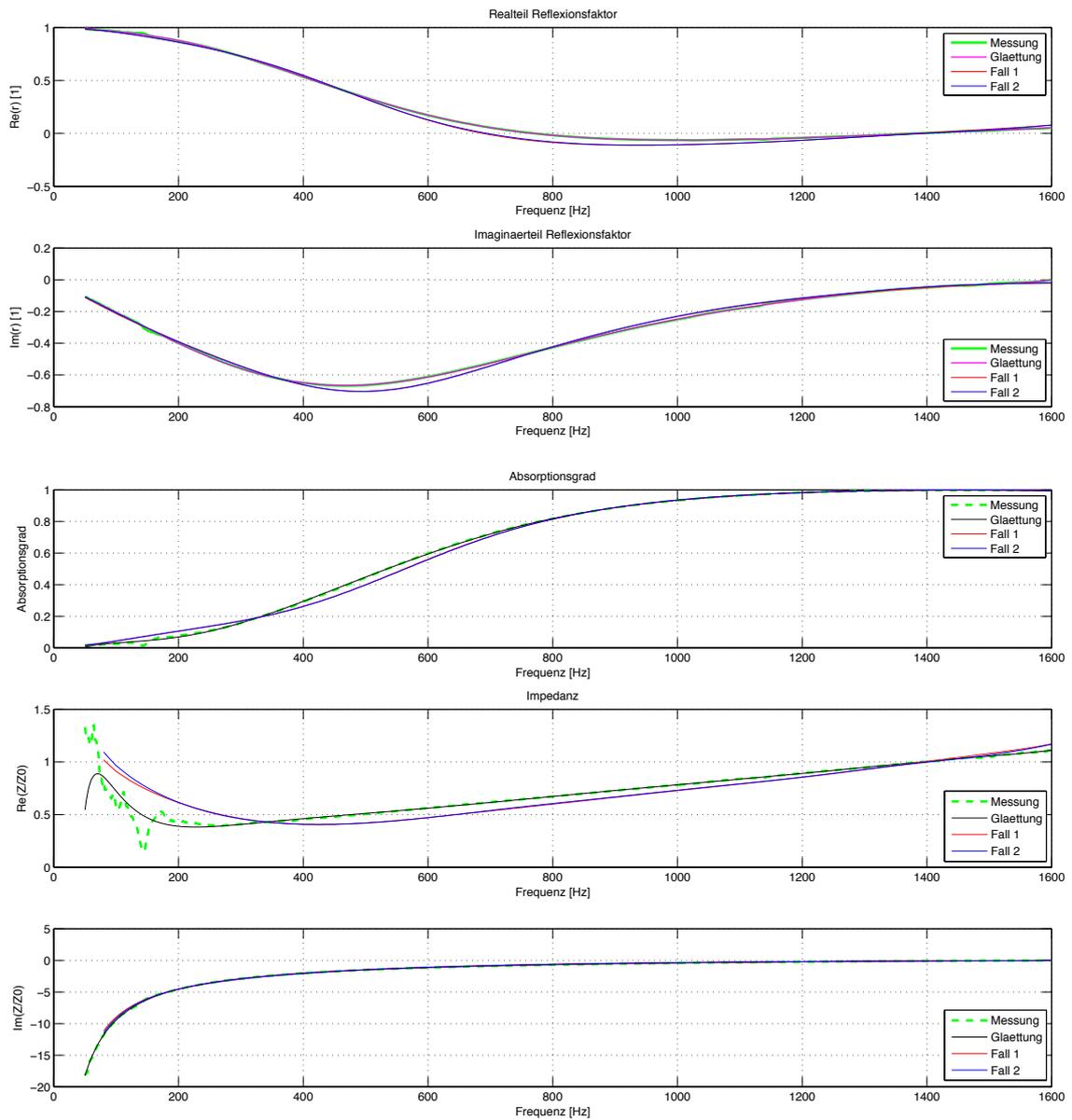


Abbildung D.1: Microlite® AA Standard 0.42pcf 0 mm

# D Anhang

## Parameterermittlung

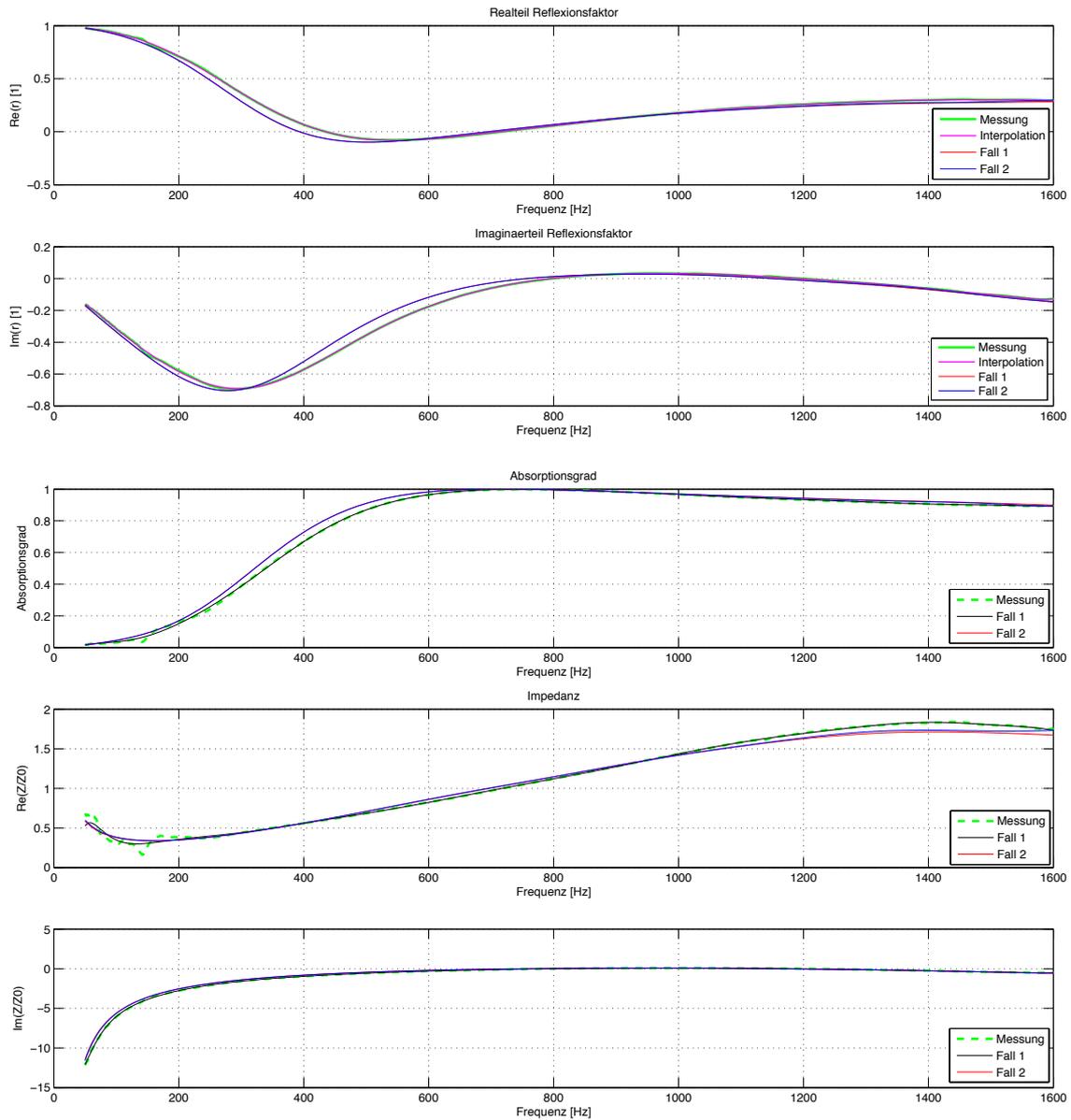


Abbildung D.2: Microlite® AA Standard 0.42pcf 30 mm

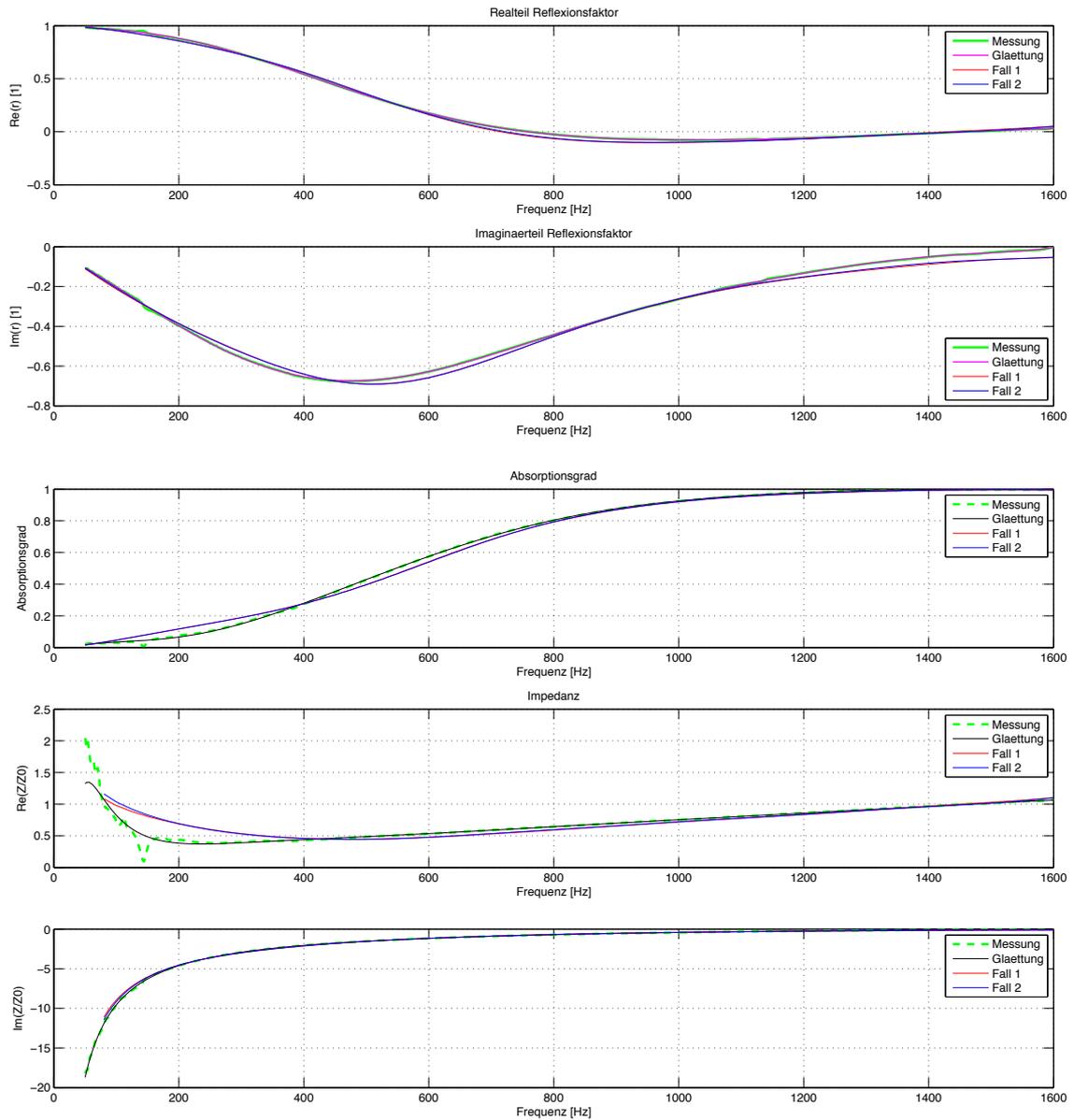


Abbildung D.3: Microlite® AA Premium 0.34pcf 0 mm

# D Anhang

## Parameterermittlung

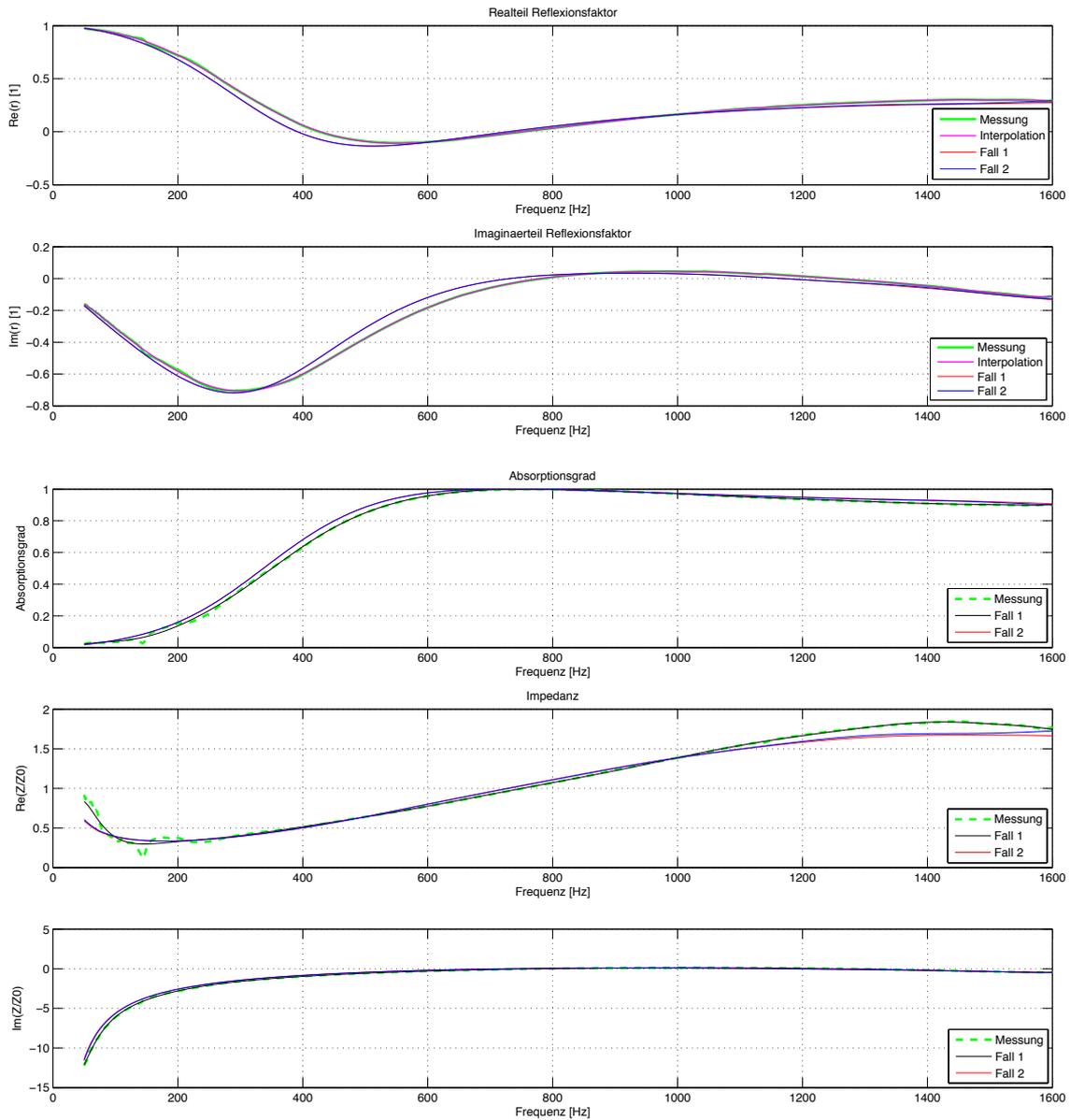


Abbildung D.4: Microlite® AA Premium 0.34pfc 30 mm





## Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

### Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: Lühe

Vorname: Konstantin

dass ich die vorliegende Bachelorarbeit bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

**Rechnerische und messtechnische Untersuchung zur Modellierung  
absorbierender Wandverkleidungen bei der akustischen Auslegung  
von Flugzeugkabinen**

ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

*- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -*

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der Bachelorarbeit ist erfolgt durch:

Hamburg  
Ort

17.03.2014  
Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift im Original