



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

# Bachelorthesis

Armin Hübel

Schätzung des Ladezustands einer  
Lithiumbatterie mit einem Kalman-Filter

Armin Hübel  
Schätzung des Ladezustands einer Lithiumbatterie  
mit einem Kalman-Filter

Bachelorthesis eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung  
im Studiengang Mechatronik  
an der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer : Prof. Dr. Klaus Jünemann  
Zweitgutachter : Prof. Dr.Ing. Karl-Ragmar Riemschneider

Abgegeben am 19. März 2014

**Armin Hübel**

**Thema der Bachelorthesis**

Schätzung des Ladezustands einer Lithiumbatterie mit einem Kalman-Filter

**Stichworte**

Kalman-Filter, Lithiumbatterie, Ladezustand, Schätzung

**Kurzzusammenfassung**

Diese Arbeit umfasst eine Recherche von Verfahren der Zustandschätzung, insbesondere mit Hilfe von Kalman-Filtern. Danach wurde eine Parameterbestimmung für das gewählte Batteriemodell durchgeführt. Ausgangspunkt sind Messwerte von Lithiumbatterien während des Zykliebetriebes (Ladung/Entladung). In der Abschlussarbeit wurden die Möglichkeiten von Kalman-Filter-Verfahren für Zustandschätzungen bewertet. Als Ziele wurden dabei Erkenntnisse in folgenden Aspekten angestrebt: Erfahrungsgewinn zur Parameterbestimmung für Batteriemodelle, Beurteilung der Zustandschätzung durch ein Kalman-Filter-Verfahren durch Simulationen sowie die Ableitung von generellen Aussagen über das Schätzverfahren

**Armin Hübel**

**Title of the paper**

State-of-Charge estimation of a lithium battery with a Kalman-Filter

**Keywords**

Kalman-Filter, Lithium battery, State-of-Charge, estimation

**Abstract**

This bachelor thesis investigates methods of state estimation especially by use of Kalman filters. Parameters for a chosen battery model were determined based on measured values of lithium batteries gained during cycling (charge/discharge). Also the potential of Kalman filter methods for state estimation were evaluated. Aims were: gain of experience in state estimation for batterie models, evaluation of state estimation by use of Kalman filter methods based on simulation models and deduction of general conclusions about the estimation procedure.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>6</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>7</b>
<b>1. Einführung</b>	<b>10</b>
1.1. Motivation . . . . .	10
1.2. Forschungsprojekt BATSEN . . . . .	11
<b>2. Grundlagen</b>	<b>13</b>
2.1. Batterien und Akkumulatoren . . . . .	13
2.1.1. Lithium-Ionen-Akkumulatoren . . . . .	14
2.1.2. Lithium-Eisenphosphat-Akkumulatoren . . . . .	15
2.2. Überwachung des Ladezustands . . . . .	16
2.2.1. Was ist der State of Charge . . . . .	16
2.2.2. Verfahren zur Bestimmung des State Of Charge (SOC) . . . . .	18
2.2.3. Impedanzspektroskopie . . . . .	19
2.3. Kalman-Filter . . . . .	21
2.3.1. Die Entdeckung des Kalman-Filters . . . . .	21
2.3.2. Algorithmus . . . . .	22
2.4. Batteriemodellierung . . . . .	27
2.4.1. Batteriemodelle . . . . .	27
2.4.2. Begründung der Auswahl des Modells . . . . .	33
<b>3. Aufstellen des Batteriemodells und Implementation des Kalman-Filters in MAT-LAB</b>	<b>34</b>
3.1. Aufstellen des Batteriemodells . . . . .	34
3.2. Parameterbestimmung . . . . .	38
3.2.1. Bestimmung der Initialwerte für die Parameterbestimmung . . . . .	38
3.2.2. Parameterbestimmung mit <i>fminsearch</i> . . . . .	41
3.3. Implementation des Kalman-Filters . . . . .	44
<b>4. Simulation und Auswertung</b>	<b>47</b>
4.1. Messaufbau . . . . .	47



---

4.2. Simulation . . . . .	52
4.2.1. Akkumulatoranalyse und Konkretisierung des Batteriemodells . . . . .	52
4.2.2. Verhalten des Kalman-Filter (KF) unter Einsatz verschiedener Messreihen mit unterschiedlichen Charakteristiken . . . . .	64
4.3. Auswertung . . . . .	71
<b>5. Fazit und Ausblick</b>	<b>74</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>77</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>78</b>
A.1. Messdaten . . . . .	78
A.2. Datenblatt des verwendeten Akkumulatortyps . . . . .	79
A.2.1. Bestimmung des Innenwiderstands des Akkupack . . . . .	82
A.3. Parameterbestimmung . . . . .	82
A.3.1. Bestimmung von $C_{s,init}$ für die Zellen 2-4 . . . . .	82
<b>B. Quellcode</b>	<b>87</b>
B.1. Simulation Ladevorgang . . . . .	87
B.2. MATLAB-Funktion <i>fehlerquadrate</i> . . . . .	89
B.3. Bootstrap-Verfahren . . . . .	90
B.4. Bootstrap-Verfahren . . . . .	92
B.5. MATLAB-Funktion <i>Hauptprogramm</i> . . . . .	97
B.6. MATLAB-Funktion <i>InterpolationundAufbereitung</i> . . . . .	105
B.7. MATLAB-Funktion <i>ipfunc</i> . . . . .	106
B.8. MATLAB-Funktion <i>DaskalmanFilter</i> . . . . .	108

# Tabellenverzeichnis

2.1. Diskrete Kalman-Filter (DKF) Time-Update-Algorithmus [12] . . . . .	25
2.2. DKF Measurement-Update-Algorithmus [12] . . . . .	26
3.1. Arbeitsschritte für die Entwicklung eines KFs . . . . .	44
4.1. Auflistung der für die Messungen in dieser Thesis verwendeten Messgeräte .	48
4.2. Initialwerte der Modellparameter . . . . .	57
4.3. Durch <i>fminsearch</i> bestimmte Modellparameter . . . . .	57

# Abbildungsverzeichnis

1.1.	Darstellung der Triebfaktoren für die Erhöhung der Elektromobilität [8] . . . . .	10
1.2.	Konzept BATSEN: Zellweise Überwachung mit integrierten Sensoren, sowie Verarbeitung durch Steuergerät außerhalb der Batterie . . . . .	11
2.1.	Schematische Darstellung eines Lithium-Cobaltdioxid-Akkumulators [13] . . . . .	14
2.2.	Darstellung der bereichsweise linearen Abhängigkeit zwischen OCV und SOC während eines Entladevorganges einer Lithium-Eisenphosphat-Batterie . . . . .	17
2.3.	Der fortlaufende DKF-Zyklus: Das <i>Time-Update</i> übernimmt die Vorhersage des aktuellen Zustands und das <i>Measurement-Update</i> die Miteinbeziehung des Messwertes zu der gegebenen Zeit. [12] . . . . .	25
2.4.	Ein vollständiges Bild der Operationen des Kalman-Filters, entstanden durch Kombination der Abbildung 2.3 mit den Tabellen 2.1 und 2.2 [12]. . . . .	27
2.5.	Modell 1 - „Modified Thevenin Equivalent Battery Model“ . . . . .	28
2.6.	„Modell 2 - Lineares elektrisches Batteriemodell“ . . . . .	29
2.7.	Modell 3 - „Battery model with a parasitic reaction“ . . . . .	30
2.8.	Modell 4 - "RC-Battery 1" . . . . .	31
2.9.	Modell 5 - "RC-Battery 2" . . . . .	32
3.1.	Darstellung eines Ausschnitts des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 2C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms . . . . .	40
3.2.	Ausgabe nach Aufruf der Parameterbestimmung . . . . .	43
4.1.	Messaufbau zur Aufzeichnung der Zellspannungen $U_{Z_1} - U_{Z_4}$ und des Stroms einer Messreihe, die zur Bestimmung der Oberflächekapazität aufgenommen wurde. . . . .	47
4.2.	Schematische Darstellung der Messschaltung . . . . .	48
4.3.	Stark vereinfachte, schematische Darstellung der Zellspannungsmessung mit Oszilloskop 1. Die gestrichelten Linien stellen die Messleitungen dar. . . . .	49
4.4.	Darstellung des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 1.25C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms . . . . .	50

---

4.5. Darstellung eines Ausschnitts des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 1.25C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms . . . . .	54
4.6. Modellverhalten vs. Messwerte . . . . .	58
4.7. Darstellung des Spannungsverlaufs an einer Zelle eines $LiFePO_4$ -Akkumulators während der vollständigen Entladung, bei einem Entladestrom von etwa 4,6 A. . . . .	65
4.8. Abbildung eines vollständigen Ladevorganges einer Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators bei einem Ladestrom von 0,5 C. . . . .	66
4.9. Vorgang der stufenweisen Entladung bei einem 1 C entsprechenden Strom von 2,3 A . . . . .	67
4.10. Vorgang der stufenweisen Entladung bei einem 1 C entsprechenden Strom von 2,3 A . . . . .	68
4.11. Zyklisierung der Batterie über einem Zeitintervall von fünf Stunden . . . . .	69
4.12. Rechnerisch bestimmte Verläufe des linearen Bereichs des Ladezustandentwicklung auf Basis der in den Messreihen erzielten Werte. . . . .	72
4.13. Abbildung des Einflusses von $Q$ auf die Schätzung der Zustandsvariablen . . . . .	73
PDF . . . . .	79
A.1. Messung einer stufenweisen Entladung eines Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators . . . . .	83
A.2. Messreihe zur Bestimmung des Innenwiderstands eines Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators . . . . .	84
A.3. Darstellung eines Ausschnitts des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 1.25C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms . . . . .	85

---

# Abkürzungsverzeichnis

**AGC** Apollo Guidance Computer

**DKF** Diskrete Kalman-Filter

**KF** Kalman-Filter

**MdkQ** Methode der kleinsten Quadrate

**OCV** Open Circuit Voltage

**SOC** State Of Charge

**ZSD** Zustandsraumdarstellung

# 1. Einführung

## 1.1. Motivation

Die ökologischen, wirtschaftlichen und politischen Entwicklungen des letzten Jahrzehnts haben die Suche nach alternativen Energiequellen für Fahrzeuge vorangetrieben. Verschiedene Einflussfaktoren, wie das immer mehr wachsende Bewusstsein bezüglich der Schädlichkeit von Fahrzeugemissionen, die starke Abhängigkeit von Kraftstoffimporten sowie der weltweit ansteigende Verbrauch von Öl bei gleichzeitig sinkenden Fördermengen, haben politische Entscheidungen hervorgebracht. Die Einführung von emissionsfreien Gebieten in Städten, die Erklärung zur Reduzierung von CO<sub>2</sub>-Emissionen und nicht zuletzt das Ziel, der Bundesregierung bis 2020 eine Millionen Elektroautos auf die Straße zu bringen, gehen einher mit stark steigenden Anforderungen an Akkumulatoren als deren Energiespeicher.

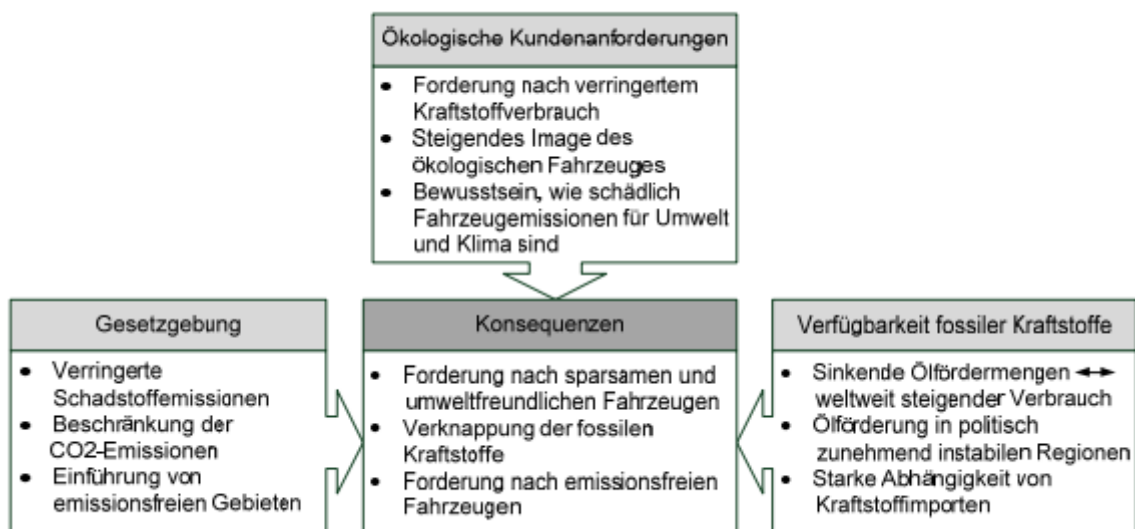


Abbildung 1.1.: Darstellung der Triebfaktoren für die Erhöhung der Elektromobilität [8]

Eine so starke Verbreitung verlangt damit auch Sicherheitsmechanismen, welche den Ladezustand (SOC) überwachen. Akkumulatoren auf Lithiumbasis, wie beispielsweise Lithium-Ionen- und Lithium-Polymer-Akkumulatoren finden häufig Anwendung in Elektroautos. Die vorliegende Arbeit hat sein Hauptaugenmerk auf Lithium-Eisenphosphat-Akkumulatoren gelegt, welche eine Form der Lithium-Ionen-Akkumulatoren darstellen. Diese Thesis wurde im Rahmen des Forschungsprojekts BATSEN an der Hochschule für angewandte Wissenschaften Hamburg erarbeitet.

## 1.2. Forschungsprojekt BATSEN

Das Forschungsprojekt BATSEN an der HAW Hamburg hat sich zum Ziel gesetzt, einen Sensor für die Bestimmung des SOC zu entwickeln. Der Ansatz ist dabei, die Sensoren in den Batteriezellen zu verbauen und damit eine zellweise Überwachung der Batterie in Kombination mit einem Steuergerät zu ermöglichen.

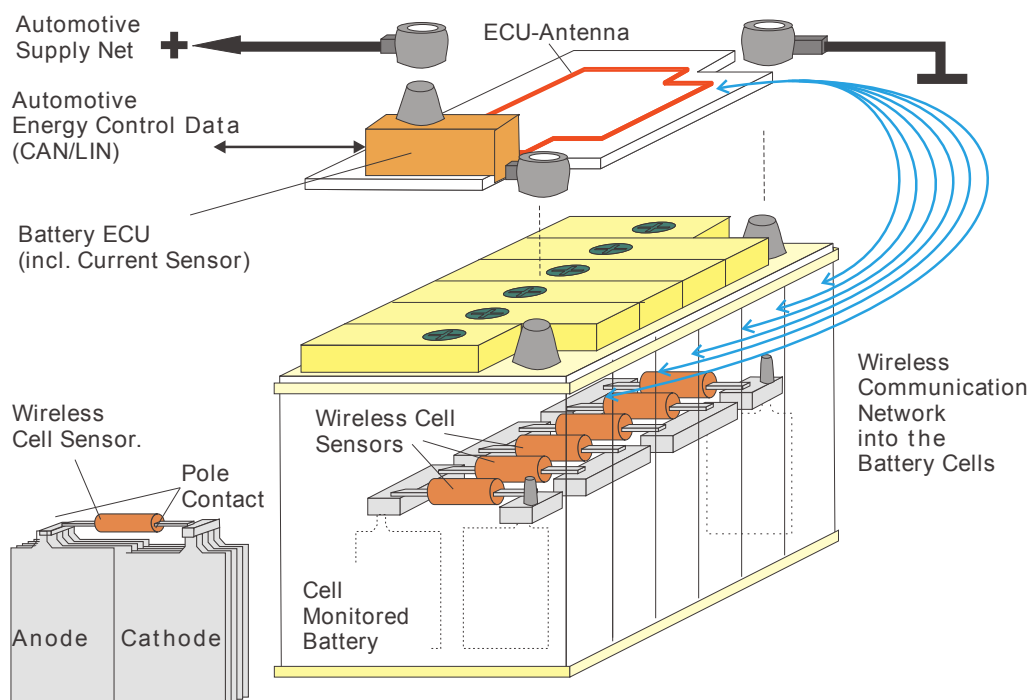


Abbildung 1.2.: Konzept BATSEN: Zellweise Überwachung mit integrierten Sensoren, sowie Verarbeitung durch Steuergerät außerhalb der Batterie

In 1.2 ist die Einsatzweise des Sensors und Batteriesteuergerätes schematisch dargestellt. Die Sensoren kommunizieren über eine kabellose Verbindung miteinander. Hierbei ist jedoch

zu berücksichtigen, dass im Rahmen von BATSEN drei verschiedene Versionen des Sensors entwickelt wurden. Diese unterscheiden sich in der Art der Datenübertragung. Typ 1 ist ein Sensor, der lediglich Daten versenden, nicht jedoch empfangen kann. Typ 2 hingegen verfügt schon über eine eingeschränkte Möglichkeit, Daten (Wake-Up-Signal) zu empfangen. Der dritte und letzte Sensortyp kann im vollen Umfang bidirektional kommunizieren. Der in dieser Arbeit entwickelte KF soll die an das Steuergerät gesendeten Daten filtern und eine Aussage über den Ladezustand ermöglichen.



## 2. Grundlagen

### 2.1. Batterien und Akkumulatoren

Batterien sind Einheiten, welche die in ihnen enthaltene chemische Energie mittels Redox-Reaktionen in elektrische Energie konvertieren können. Im Falle von aufladbaren Systemen werden Batterien durch Umkehr dieser Reaktion geladen. Diese Art der Reaktion beinhaltet den Transport von Elektronen von einem Material ins andere mit Hilfe elektrischer Schaltkreise.

Obwohl im Allgemeinen oft von Batterien gesprochen wird, ist die „Zelle“ die eigentliche elektrische Grundeinheit. Batterien bestehen aus einer oder mehreren in Reihe und/oder parallel geschalteten Zellen, abhängig von der gewünschten Ausgangsspannung und Kapazität. Zellen bestehen aus drei Hauptkomponenten:

1. Anode oder negative Elektrode: Die Anode gibt Elektronen an den externen Kreislauf ab und wird während des elektrochemischen Prozesses oxidiert.
2. Kathode oder positive Elektrode: Die Kathode nimmt Elektronen aus dem externen Schaltkreis auf und wird während des elektrochemischen Prozesses reduziert.
3. Elektrolyt: Der Elektrolyt dient als Medium für den Transport von Ladung in Form von Ionen zwischen Anode und Kathode innerhalb der Zelle. Es ist typischerweise eine Flüssigkeit, wie Wasser oder andere Lösungsmittel, mit ungelösten Salzen, Säuren oder Basen um die elektrolytische Leitfähigkeit zu gewährleisten. einige Batterien verwenden feste oder gelartige Polymer-Elektrolyte, welche die ionischen Leiter der Zelle bei Arbeitstemperatur darstellen. [11]

Man unterscheidet, abhängig von der elektrischen Aufladbarkeit der Energiespeicher, in Primär- und Sekundärzellen. Primärzellen sind nach einmaliger Entladung elektrisch nicht mehr aufladbar. Im Falle von aufladbaren Systemen spricht man von Sekundärzellen oder Akkumulatoren.

### 2.1.1. Lithium-Ionen-Akkumulatoren

Lithium-Ionen-Akkumulatoren sind auf Basis von Lithium aufgebaute Sekundärzellen. Sie zeichnen sich durch Ihre hohe Energiedichte im Vergleich mit anderen Akkumulatortypen aus. Außerdem besitzen Sie einen vergleichsweise geringen Memory-Effekt. Grundsätzlich gibt es die im Folgenden aufgeführten Typen von Lithium-Ionen-Akkumulatoren, die sich meist im Aufbau bzw. im eingesetzten Elektrodenmaterial unterscheiden.

- Lithium-Polymer-Akkumulator
- Lithium-Cobaltdioxid-Akkumulator ( $LiCoO_2$ )
- Lithium-Titanat-Akkumulator ( $Li_4Ti_5O_{12}$ )
- Lithium-Luft-Akkumulator
- Lithium-Mangan-Akkumulator ( $LiMn_2O_4$ )
- Lithium-Eisenphosphat-Akkumulator ( $LiFePO_4$ )
- Zinn-Schwefel-Lithium-Ionen-Akkumulator

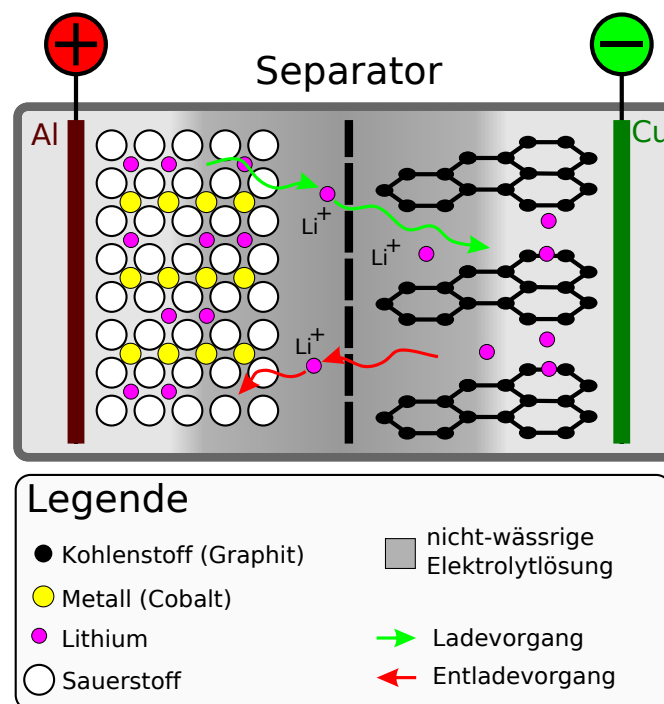


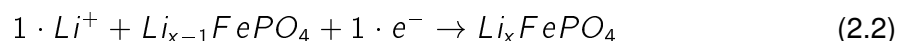
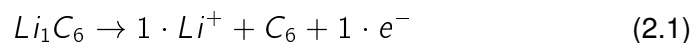
Abbildung 2.1.: Schematische Darstellung eines Lithium-Cobaltdioxid-Akkumulators [13]

In 2.1 sind schematisch der Aufbau und das Funktionsprinzip am Beispiel eines Lithium-Cobaltdioxid-Akkumulators dargestellt. Die negative Elektrode dieser Zelle besteht aus Graphit, die Kathode aus Lithium-Cobaltdioxid. Während des Entladevorganges geben die an der Anode befindlichen Lithium-Atome jeweils ein Elektron ab, welches über die extern angeschlossene Last zur Kathode fließt. Die dabei entstandenen Lithium-Ionen wandern durch den Elektrolyt ebenfalls zur Kathode, wo sie sich allerdings nicht mit den Elektronen zu Lithium verbinden. Die dort befindlichen Cobaltdioxid-Ionen nehmen stattdessen die Elektronen auf. Beim Laden der Zellen wandern die Lithium-Ionen zurück zur Graphit-Elektrode nehmen eines der dort anwesenden Elektronen auf und das so entstandene Lithium lagert sich zwischen den Graphitschichten der Elektrode ein. Dieser Vorgang wird als Interkalation bezeichnet. Lithium-Ionen-Akkumulatoren enthalten grundsätzlich nicht wässrige Elektrolyte.

### 2.1.2. Lithium-Eisenphosphat-Akkumulatoren

Bei den in dieser Arbeit untersuchten Akkumulatoren bestehen die Kathoden aus Lithium-Eisenphosphat und die Anoden aus Graphit. Sie sind eine Weiterentwicklung der herkömmlichen Lithium-Ionen-Akkumulatoren und unterscheiden sich u. a. durch ihre hohe Leistungsdichte (3000 W/kg), ihre hohe Zyklenfestigkeit und eine mit 3-5% geringe monatliche Selbstentladung von diesen.

Nachteilig ist im Vergleich festzuhalten, dass die Energiedichte mit 90 Wh/kg einer der niedrigsten Werte für Lithium-Ionen-Akkumulatoren ist. Außerdem sind für den Betrieb Schutzschaltungen unablässlich, was allerdings auch für andere Lithium-Ionen-Akkumulatoren gilt. In den unten aufgeführten Reaktionsgleichungen sind die, während der Entladung eines  $LiFePO_4$ -Akkumulators ablaufende, Oxidation der Graphitelektrode (2.1), Reduktion der Lithiumeisenphosphatelektrode (2.2) sowie die dazugehörige Redoxgleichung (2.3) dargestellt:



## 2.2. Überwachung des Ladezustands

Die Überwachung des SOC ist besonders für sicherheitsrelevante Einsätze von Batterien eine sinnvolle, wenn nicht sogar notwendige, Einrichtung. In vielen Anwendungen ist die sichere Funktion von immenser Bedeutung. Leider ist es nicht trivial, Batterien diesbezüglich zu überwachen. Es gibt eine Reihe von Verfahren und Ansätzen, von denen einige hier vorgestellt werden sollen.

### 2.2.1. Was ist der State of Charge

John Chiasson und Baskar Vairamohan beschreiben in ihrer Arbeit, „Estimating the State of Charge of a Battery“, den SOC wie folgt: „Der SOC ist ein Maß für die in einer Batterie verbliebene Ladung. Er ist mit der Tankanzeige eines Autos mit Verbrennungsmotor vergleichbar. Wie oben bereits erwähnt, ist er nicht einfach zu ermitteln. Um den SOC zu bestimmen muss man von einer komplett geladenen Batterie zum Zeitpunkt  $t_0$  ausgehen. Zusammen mit dem Entladestrom  $I_b(t)$  kann die zur Verfügung gestellte Ladung zum Zeitpunkt  $t$  mittels  $\int_{t_0}^t I_b(\tau) d\tau$  bestimmt werden. Mit  $Q_0$  als maximale Lademenge, welche die Batterie zur Verfügung stellen kann, definiert sich der SOC in Prozent als:

$$SOC(t) = \frac{Q_0 - \int_{t_0}^t I_b(\tau) d\tau}{Q_0} \cdot 100 \quad (2.4)$$

Typischerweise ist es wünschenswert den SOC der Batterie in einem Bereich von  $20\% \leq SOC(t) \leq 95\%$  zu halten, um die Intaktheit der Batterie zu gewährleisten. Zur Einhaltung dieser Grenzen ist es essentiell den SOC zu bestimmen. Die Ladezustandsbestimmung ist durch die Vielzahl der Einflussfaktoren, wie Temperatur, Batteriekapazität und Innenwiderstand, kompliziert.“ (Frei übersetzt aus: [6])

Eine Möglichkeit den SOC zu ermitteln besteht darin 2.4 anzuwenden (s. 2.2.2 (Coulomb-Counting)). Ein anderer Ansatz besteht darin, die Open Circuit Voltage (OCV) während der Ruhephasen der Batterie zu bestimmen und den bereichsweise linearen Zusammenhang zwischen SOC und OCV auszunutzen (s. 2.2.2 (Messung der Open-Circuit-Voltage)).

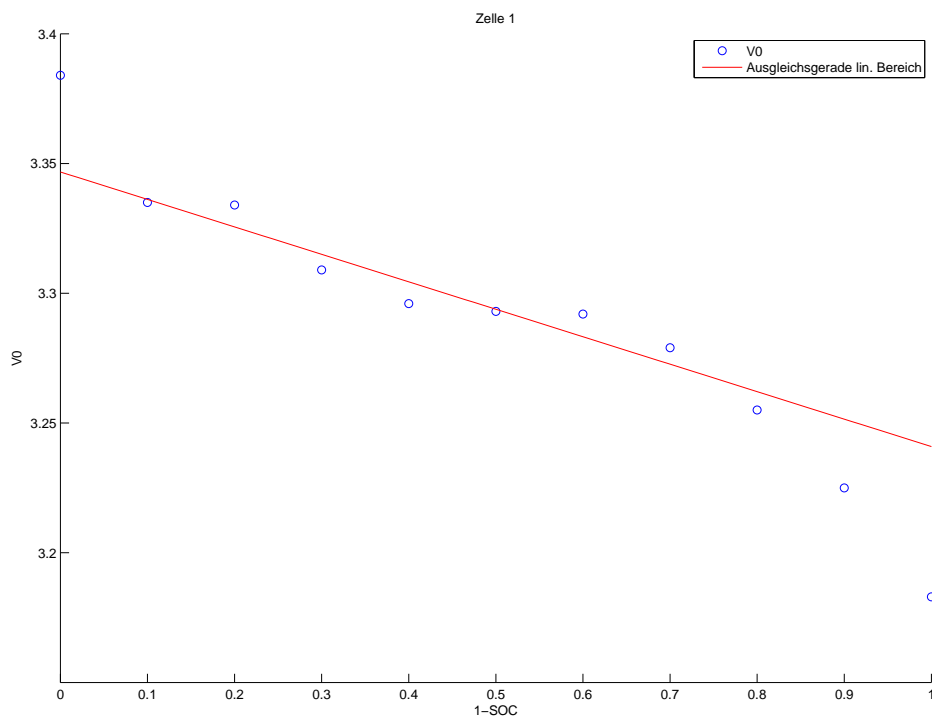


Abbildung 2.2.: Darstellung der bereichsweise linearen Abhängigkeit zwischen OCV und SOC während eines Entladevorganges einer Lithium-Eisenphosphat-Batterie

## 2.2.2. Verfahren zur Bestimmung des SOC

### Messung der Open-Circuit-Voltage:

Versucht man den Ladezustand einer Batterie über die **OCV** zu bestimmen, macht man sich zu Nutze, dass ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Ladezustand und Ruhespannung der Batterie besteht. In Abbildung 2.2 ist die **OCV** in Abhängigkeit des **SOC** dargestellt. Die Spannungswerte entstammen der Messung einer stufenweisen Entladung eines Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators (s. A.1). Da die Entladung in gleichmäßigen Intervallen stattgefunden hat, werden die Spannungswerte als Referenzspannungen für den **SOC** von 0% – 100% in 10%-Schritten angenommen. Man kann den beinahe linearen Bereich zwischen 0.1 und 0.8 erkennen. Die dargestellte Ausgleichsgerade ist durch die Methode der kleinsten Quadrate (**MdkQ**) für den genannten Bereich ermittelt worden. Dieser wird durch die Gleichungen (2.4) und (2.5) beschrieben.

$$\begin{aligned} V_{OC}(t) &= a_1 \cdot SOC(t) + a_0 \\ \Leftrightarrow SOC(t) &= \frac{V_{OC}(t) - a_0}{a_1} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$SOC(t)$  repräsentiert hierbei den aktuellen Ladezustand (%) und  $V_{OC}(t)$  die aktuelle Open-Circuit-Spannung der Batterie.  $a_0$  ist die **OCV** bei  $SOC(t) = 0\%$  und  $a_1$  dementsprechend bei  $SOC(t) = 100\%$ . Vorteilhaft an dieser Methode ist die sehr einfache Bestimmung des **SOC**. Da zur Messung der **OCV** jedoch eine Abkopplung der Last vorgenommen werden muss, ist eine Bestimmung des **SOC** im laufenden Betrieb nicht möglich. Weitere Nachteile sind die nur unzureichende Genauigkeit und die Tatsache, dass das Verhältnis von **SOC** und **OCV** in den Bereichen  $SOC \geq 90\%$  und  $SOC \leq 20\%$  stark nichtlinear ist und somit in diesen Bereichen eine **SOC**-Bestimmung auf diese Art und Weise nicht möglich ist.

### Säuredichtemessung:

Die Messung der Säuredichte ist ein sehr genaues und trotzdem einfaches Verfahren zur Bestimmung des **SOC**. Dabei wird eine Probe des Elektrolyts der Batterie entnommen und dessen Säuregehalt bestimmt. Dieser steht in direkter linearer Beziehung zum Ladezustand. Vorteilhaft wirkt sich bei dieser Art der **SOC**-Bestimmung die Eigenschaft aus, dass der Temperatureinfluss kompensiert wird. Der Fakt, dass zur Bestimmung der Säuredichte eine Öffnung der Batterie und im Vergleich zu den anderen Methoden eine verhältnismäßig lange Messung notwendig ist, muss als Nachteil angesehen werden. Die Notwendigkeit der Öffnung der Batterie beschränkt auch deren Anwendbarkeit. So könnte der **SOC** eines

Elektroautos beispielsweise immer nur während der Stillstandsphasen ermittelt werden.

### Coulomb-Counting:

Coulomb-Counting ist eine Methode, bei der der SOC durch Bestimmung der in der Batterie verbleibenden Ladung ermittelt wird. Hierzu wird der gemessene Strom über die Zeit integriert. Allerdings ist für diese Methode eine initiale Kenntnis des SOC Voraussetzung.

$$SOC = SOC_0 + \frac{1}{C_N} \cdot \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (2.6)$$

Außerdem geht der Messfehler der Strommessung in die Integration mit ein und summiert sich somit auf. Das bedeutet, dass fortlaufend rekaliert werden muss, um ein zu starkes auseinanderdriften des ermittelten Ladezustandes vom tatsächlichen SOC zu verhindern. Dies kann beispielsweise während der Phasen in denen Ruhespannung erreicht wird geschehen. Vorteile von Coulomb-Counting sind die Einfachheit des Algorithmus und der damit verbundene geringe Rechenaufwand.

### 2.2.3. Impedanzspektroskopie

Impedanzmessungen werden einerseits zur Charakterisierung von von elektronischen Bauteilen, wie Ohm'schen Widerständen, Spulen und Kondensatoren eingesetzt, andererseits dienen sie aber auch zur Untersuchung von Materialien wie z.B. Ionenleitern. Zur Beschreibung elektronischer Bauteile wird üblicherweise die komplexe Impedanz verwendet, während man zur Beschreibung von Materialien eher die komplexe Leitfähigkeit heranzieht.

Regt man ein elektronisches System mit einer vorgegebenen  $U = U_0 \sin(\omega t + \phi_U)$  an, so bewirkt dies eine Reaktion in Form eines Stroms

$$I = I_0 \sin(\omega t + \phi_I)$$

Bei vorgegebener sinusförmiger Wechselspannung mit der Frequenz  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  muss der Strom ebenfalls sinusförmig sein und die gleiche Frequenz aufweisen. Dabei hängen Amplitude  $I_0$  und Phasenwinkel  $\phi_I$  vom betrachteten Schaltkreis ab. Legt man an einen Kondensator der Kapazität C eine sinusförmige Wechselspannung an, so ruft diese einen Wechsel-

strom I der Größe

$$\begin{aligned} I &= C \frac{dU_C}{dt} = CU_0 \omega \cos(\omega t + \phi_U) \\ &= CU_0 \omega \sin(\omega t + \phi_U + \frac{\pi}{2}) \\ &= I_0 \sin(\omega t + \phi_I) \end{aligned} \quad (2.7)$$

hervor. Zwischen den Amplituden besteht die Relation

$$\frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C}. \quad (2.8)$$

[? ]

Da die Impedanz sowohl frequenz- als auch SOC-abhängig ist, können mit Hilfe dieser Methode Rückschlüsse auf den Ladezustand gezogen werden. Problematisch ist dabei allerdings, dass sich meist der Einfluss des Alterungszustand stärker als die Änderung der Impedanz auswirkt. Eine weitere für das Projekt BATSEN interessante Anwendung wäre beispielsweise die Analyse der Akkumulatoren bezüglich der Parameterbestimmung.

### **Kalman-Filterung:**

Die letzte der hier aufgeführten Methoden ist die Kalman-Filterung, welche auch Gegenstand dieser Thesis ist. Aus diesem Grund werden die Eigenschaften dieses Verfahrens im folgenden Kapitel ausführlicher diskutiert und sie ist hier nur der Vollständigkeit halber aufgeführt.



## 2.3. Kalman-Filter

### 2.3.1. Die Entdeckung des Kalman-Filters

Das KF wurde 1960 von dem aus Ungarn stammenden Mathematiker Rudolf Emil Kálmán entwickelt. Er veröffentlichte damals seinen bahnbrechenden Artikel *"A new approach to linear filtering and prediction problems"*, worin er auf unerwartete Weise an das Problem des optimalen Beobachters herangeht [7]. Seinen ersten Einsatz hatte das KF bei der Mondlandung der Apollo 11 im Rahmen des Apollo-Programms der US-amerikanischen Raumfahrtbehörde NASA. Diese mathematische Methode wurde im Hauptprogramm des Apollo Guidance Computer (AGC) angewandt, der heute als das erste eingebettete System angesehen wird und dessen Aufgabe die Steuerung des Apollo-Navigationssystems war.

Kálmán beschreibt seine Methode als optimalen Schätzer (*estimator*), der vergangene verbrauchte Systemzustände anhand möglichst genauer mathematischer Modellierung und fehlerhafter Messungen glätten (*interpolieren*), aktuelle Zustände filtern und zukünftige Voraussagen (*extrapolieren*) kann. Kálmán erklärt, dass die Stärke der neuen Methode am offensichtlichsten in theoretischen Untersuchungen und in numerischen Antworten zu komplexen, praktischen Problemen wird. Im letzteren Fall sei es vorteilhaft, auf Maschinenberechnungen zurückzugreifen [2].

Peter S. Maybeck, ein vielzitatierter Autor bezüglich des KFs, erläutert die Methode als *optimalen, rekursiven Algorithmus zur Datenverarbeitung*. Das Wort *optimal* ist prägnant gewählt, um hervorzuheben, dass das KF *optimal ist, gegenüber virtuell jedem Kriterium, das Sinn macht*. Diese etwas verschlüsselte Formulierung beschreibt u.a. die Eigenschaft des KFs, auf optimale Art und Weise aus unsicheren Messdaten eine Schätzung des Systemzustandes zu gewinnen, indem die Fehler nach dem Gauss'schen Prinzip der kleinsten Quadrate minimalisiert werden [2].

Das Wort *rekursiv* in Maybecks Beschreibung unterstreicht die Eigenschaft des KFs, eine neue Schätzung ausschließlich anhand der unmittelbar vorherigen Schätzung und der aktuellen Messung zu machen. Dazu werden abwechselnd mehrere mathematische Gleichungen angewandt, die sowohl das Systemmodell, dessen Statistik, sowie die Messung und ebenfalls deren Statistik miteinbeziehen. Dies war sicher eine der Schlüsseleigenschaften zum Zeitpunkt des ersten Einsatzes des KFs im AGC, wegen des kleinen 4kB(!)-Kernspeichers. Durch die Rekursivität entfallen das Abarbeiten und die Speicherung langer Datenketten, wie sie die Ausgleichsmethode von Gauss zwingend verlangt [2].

Über die Anwendungsgebiete des KFs kann man allgemein sagen, dass es überall dort eingesetzt werden kann, wo das gemessene System bekannt ist und modelliert werden kann. Anwendung findet das KF beispielsweise in:

- der Inertialnavigation von Flugzeugen
- Trackingverfahren
- Radios, Funkgeräten und Computern und in fast allen anderen Arten von Video- und Kommunikationsgeräten (hier jedoch in Form eines speziellen Kalman Filters, dem PLL-Filter)
- der Makroökonomik zur Schätzung von dynamisch-stochastischen Allgemeinen Gleichgewichtsmodellen (DSGE-Modelle)

[13]

### 2.3.2. Algorithmus

**KF** werden im Gegensatz zu anderen Filterarten mit Hilfe der Zustandsraumdarstellung (**ZSD**) entwickelt. Hierbei wird ein lineares System n-ter Ordnung mit Hilfe von n Differentialgleichungen 1. Ordnung dargestellt, welche den Zusammenhang zwischen Eingangs-, Zustands- und Ausgangsgrößen beschreiben.

$$\dot{\vec{x}}(t) = A \cdot \vec{x}(t) + B \cdot u(t) \quad (\text{Zustandsdifferenzialgleichung})$$

$$y(t) = C \cdot \vec{x}(t) + D \cdot u(t) \quad (\text{Ausgangsgleichung})$$

Die Komponenten der Zustandsdifferenzial- und Ausgangsgleichung sind:

$\dot{\vec{x}}(t)$	Ableitung des Zustandsvektors
$\vec{x}(t)$	Zustandsvektor mit Zustandsvariablen $x_k(t)$
$u(t)$	Eingangsgröße(n)
$y(t)$	Ausgangsgröße(n)
A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix
D	Durchgangsmatrix

Da in der Praxis Signale nur durch die Aufzeichnung von Messungen festgehalten werden können und somit immer in diskreter Form vorliegen, bedient man sich auch der diskreten **ZSD** zur Modellierung des Systems. Der hierbei Verwendung findende **DKF** beruht auf den im folgenden Abschnitt erläuterten mathematischen Zusammenhängen.

### Der zu schätzende Prozess [12]

Der **DKF** widmet sich dem generellen Problem der Schätzung des Zustands  $x \in \mathfrak{R}^n$  eines zeitdiskreten, kontrollierten Prozesses, welcher durch die lineare stochastische Differenzgleichung

$$x_{k+1} = A_k \cdot x_k + B \cdot u_k + w_k \quad (2.9)$$

und den Messwert  $z \in \mathfrak{R}^m$

$$z_k = H_k \cdot x_k + v_k \quad (2.10)$$

beschrieben wird. Die Variablen  $w_k$  und  $v_k$  repräsentieren das Prozess- und Messrauschen. Dabei wird davon ausgegangen, dass sie (voneinander) unabhängig, weiß<sup>1</sup> und normalverteilt sind.

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (2.11)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (2.12)$$

Die  $n \times n$  Matrix  $A$  in der Differenzgleichung (2.9) stellt die Verbindung zwischen  $k$ -tem und  $k+1$ -tem Zustand, bei Abwesenheit von treibender Funktion und Prozessrauschen, dar.  $B$  hingegen ist eine  $n \times 1$  Matrix, welche die Relation zwischen Eingangsgröße  $u \in \mathfrak{R}^1$  und dem Zustand  $x$  beschreibt. Die  $n \times m$  Matrix  $H$  der Messgleichung (2.10) beschreibt den Zusammenhang zwischen Zustand und Messgröße  $z_k$ .

### Herleitung des Algorithmus [12]

Man definiert  $\hat{x}_k^- \in \mathfrak{R}^n$  als die *a priori* Zustandsschätzung zum Zeitpunkt  $k$ , gegeben durch die Kenntnis des Prozesses vor  $k$ . Außerdem sei  $\hat{x}_k \in \mathfrak{R}^n$  die *a posteriori* Zustandsschätzung zum Zeitpunkt  $k$ , wobei gegebenem Messwert  $z_k$ . Dementsprechend können nun *a priori* und *a posteriori* Schätzfehler definiert werden als

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^-, \text{ und} \quad (2.13)$$

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad (2.14)$$

Die *a priori* Schätzfehlerkovarianz lautet dann

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}], \quad (2.15)$$

und die *a posteriori* Schätzfehlerkovarianz ist

$$P_k = E[e_k e_k^T]. \quad (2.16)$$

<sup>1</sup>Mit weiß ist sogenanntes Weißes Rauschen gemeint.

Bei der Herleitung der Gleichungen für den **KF** beginnt man mit der Suche nach einer Gleichung, welche die *a posteriori* Schätzung als lineare Kombination von *a priori* Schätzung  $\hat{x}_k^-$  und einer gewichteten Differenz zwischen Messwert  $z_k$  und Messwertvorhersage  $H_k \hat{x}_k^-$  beschreibt.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K \cdot (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (2.17)$$

Die Differenz  $z_k - H_k \hat{x}_k^-$  aus (2.17) ist die sogenannte Innovation oder das Residuum. Sie beschreibt die Abweichung zwischen vorhergesagtem und tatsächlichem Messwert. Eine Innovation von 0 bedeutet dementsprechend, dass Vorhersage und Messwert vollkommen übereinstimmen.

Die  $n \times m$  Matrix  $K$  aus (2.17) wird als Gain oder Kalman-Gain bezeichnet und minimiert die *a posteriori* Kovarianz ((2.15)). Eine Form des (2.11) minimierenden  $K$  ist gegeben durch<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ &= \frac{P_k^- H_k^T}{H_k P_k^- H_k^T + R_k} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Betrachtet man (2.18), so erkennt man, dass bei kleiner Messfehlerkovarianz  $R_k$ , das Kalman-Gain die Innovation stärker gewichtet. Insbesondere gilt

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H_k^{-1}. \quad (2.19)$$

Auf der anderen Seite wird bei sehr kleinen *a priori* Schätzfehlerkovarianzen die Innovation nur in sehr geringem Maß berücksichtigt. Es gilt

$$\lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0. \quad (2.20)$$

Eine andere Betrachtungsweise des Gewichtungsfaktors  $K$  ist die, dass mit kleiner werdender Messfehlerkovarianz  $R_k$  das Vertrauen in die Richtigkeit des aktuellen Messwerts  $z_k$  immer größer wird, während der vorhergesagte Wert zunehmend weniger Beachtung findet. Im Umkehrschluss steigt mit sinkender Schätzfehlerkovarianz  $P_k^-$  der Einfluss von  $H_k \hat{x}_k^-$ , wohingegen man sich immer weniger auf  $z_k$  stützt.

<sup>2</sup>Alle **KF**-Gleichungen können durch algebraische Umformungen variiert werden. Die in (2.18) dargestellte Form entspricht einer weit verbreiteten Version des Kalman-Gains.

**Der eigentliche Algorithmus:** Begonnen wird der folgend Abschnitt mit einer allgemeinen, die übergeordneten Operationen beschreibenden, Übersicht. Nach dieser groben Gesamtansicht richtet sich der Fokus auf die konkreten Gleichungen und deren Anwendung, welche diese Version des KF's charakterisieren.

Der KF schätzt den Prozesszustand zu einem Zeitpunkt und ruft anschließend ein Feedback in Form von (verrauschten) Messdaten ab. Auf diese Art und Weise kann man die Gleichungen in zwei Gruppen unterteilen: *Time-Update* und *Measurement-Update*. Die *Time-Update-Gleichungen* sind für die (zeitliche) Vorhersage des gegenwärtigen Zustands, sowie der Fehlerkovarianz verantwortlich, um eine *a priori* Schätzung für den nächsten Zeitschritt zu erhalten. Das *Measurement-Update* sorgt für die Berücksichtigung des Messwertes in der Zustandsschätzung und damit für eine verbesserte *a posteriori* Schätzung. Die *Time-Update-Gleichungen* werden auch als *Prädiktion*, die *Measurement-Update-Gleichungen* als *Korrektur* bezeichnet. Tatsächlich ist der eigentliche Schätzalgorithmus damit einer Art *Prädiktion - Korrektur* - Algorithmus zur Lösung von numerischen Problemen, wie er in Darstellung 2.3 zu sehen ist.

Die spezifischen Gleichungen für die *Time-* und *Measurement-Updates* sind in den unten

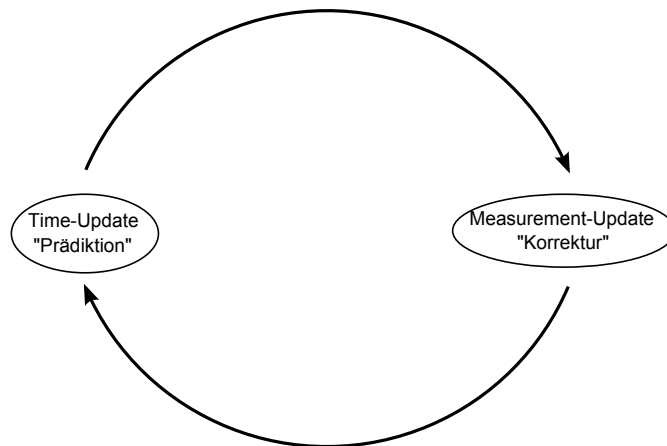


Abbildung 2.3.: Der fortlaufende DKF-Zyklus: Das *Time-Update* übernimmt die Vorhersage des aktuellen Zustands und das *Measurement-Update* die Miteinbeziehung des Messwertes zu der gegebenen Zeit. [12]

stehenden Tabellen 2.1 und 2.2 aufgelistet.  $A_k$  und  $B$  sind aus Gleichung 2.9, wohingegen

Tabelle 2.1.: DKF Time-Update-Algorithmus [12]

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1}^- &= A_k \hat{x}_k + B u_k \\ P_{k+1}^- &= A_k P_k A_k^T + Q_k\end{aligned}$$

$Q_k$  Gleichung 2.11 entstammt. Die Problematik der Initialwerte wird in Kapitel 3.2.1 be-

sprochen. Der erste Schritt während der Messung ist die Bestimmung des Kalman-Gains.

Tabelle 2.2.: DKF Measurement-Update-Algorithmus [12]

$$\begin{aligned}K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K \cdot (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_k^-\end{aligned}$$

Man beachte, dass die hier aufgeführte Gleichung 2.2 die selbe ist, wie der in 2.18 veranschaulichte Zusammenhang. Als nächstes wird der aktuelle Messwert  $z_k$  zur Schätzung des *a posteriori* Zustands mittels 2.2 herbeigezogen. 2.2 entspricht der ebenfalls bereits genannten Gleichung 2.17. Der letzte Schritt des *Measurement-Updates* besteht in der Berechnung der *a posteriori* Fehlerkovarianz, mit Hilfe von 2.2.

Nach jedem *Measurement-Update* wird der Vorgang wiederholt und die *a posteriori* Schätzungen werden zur Erlangung der neuen *a priori* Vorhersagen durch das *Time-Update* verwendet. Die rekursive Natur des DKF ist eine der sehr ansprechenden Eigenschaften. Es macht anwendungsbezogene Implementierungen sehr praktikabel. Andere Filter wie zum Beispiel der Wiener-Filter[3], welcher für die gleichzeitige Operation auf allen Daten bei jeder Zustandsschätzung ausgelegt ist, sind wesentlich komplexer. Der KF hingegen verbessert auf rekursive Art und Weise die aktuelle Schätzung basierend auf allen vorangegangenen Messungen. Die Darstellung in 2.4 ist eine Kombination aus Abbildung 2.3 und den Gleichungen 2.1 und 2.2 und bietet eine komplette Übersicht der Operationen des Filters.

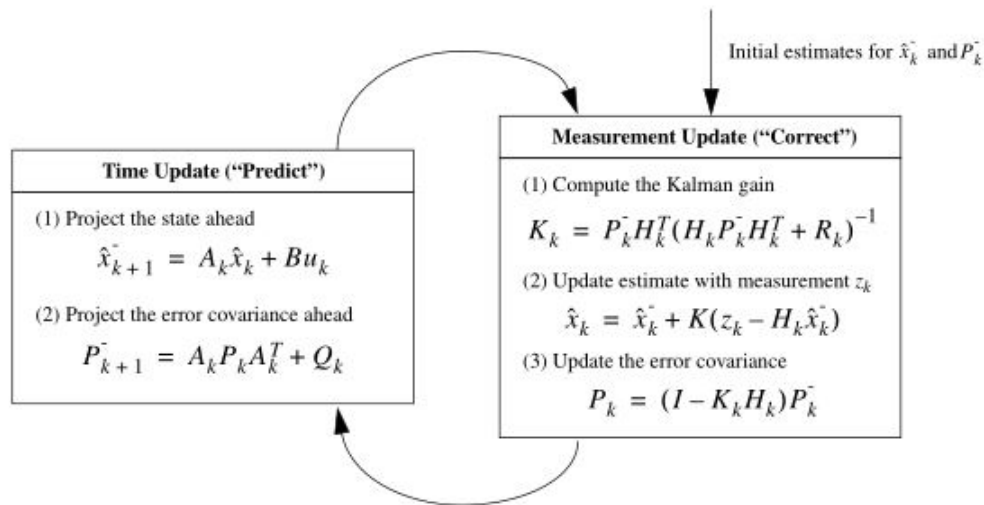


Abbildung 2.4.: Ein vollständiges Bild der Operationen des Kalman-Filters, entstanden durch Kombination der Abbildung 2.3 mit den Tabellen 2.1 und 2.2 [12].

## 2.4. Batteriemodellierung

Die Batteriemodellbildung spielt eine wesentliche Rolle bei der Implementantion des KF. Je präziser das Modell das Verhalten der Batterie wiedergibt, desto genauer ist der KF. Allerdings steigt mit zunehmender Präzision auch die Komplexität des Modells und damit der Rechenaufwand bei der Bestimmung der Zustände durch den KF. Um nun ein geeignetes Modell zu ermitteln, muss also eine Abwägung zwischen Präzision und Komplexität vorgenommen werden. In der ebenfalls im Rahmen des Forschungsprojekt BATSEN entstandenen Masterthesis von Yuan Li [10] sind im Kapitel Modellierung verschiedene Modelle untersucht und bewertet worden. Im Folgenden wird auf die Untersuchung verschiedener Modelle verzichtet und auf das von Li als geeignetsten identifizierte „Modell 4 - RC-Battery 1“ zurückgegriffen. Trotzdem sollen hier alle untersuchten Modelle noch einmal kurz vorgestellt werden und im Anschluß eine Begründung für die Wahl des Modells formuliert werden.

### 2.4.1. Batteriemodelle

Modell 1 - „Modified Thevenin Equivalent Battery Model“

Das Modell in Abbildung 2.5 besteht aus einer Spannungsquelle  $V_0$ , welche die Ruhespannung (OCV) der Batterie darstellt, einem Kondensator  $C_p$ , womit die aufgrund der Diffusion

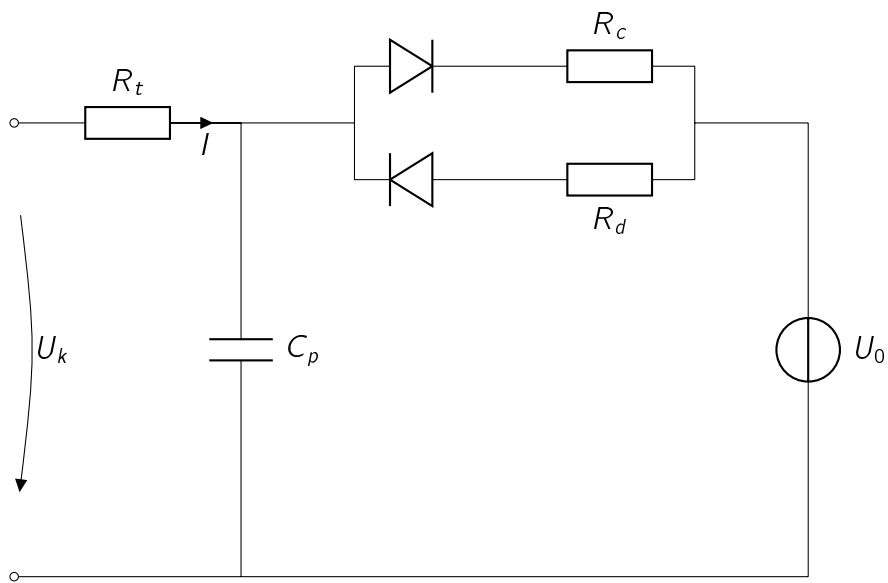


Abbildung 2.5.: Modell 1 - „Modified Thevenin Equivalent Battery Model“

verursachte Polarisierung dargestellt wird und drei Widerständen. Das Verhalten beim Laden und Entladen lässt sich durch zwei Widerstände  $R_c$  und  $R_d$  unterscheiden. Der Widerstand  $R_t$  ist der Klemmenwiderstand [6].



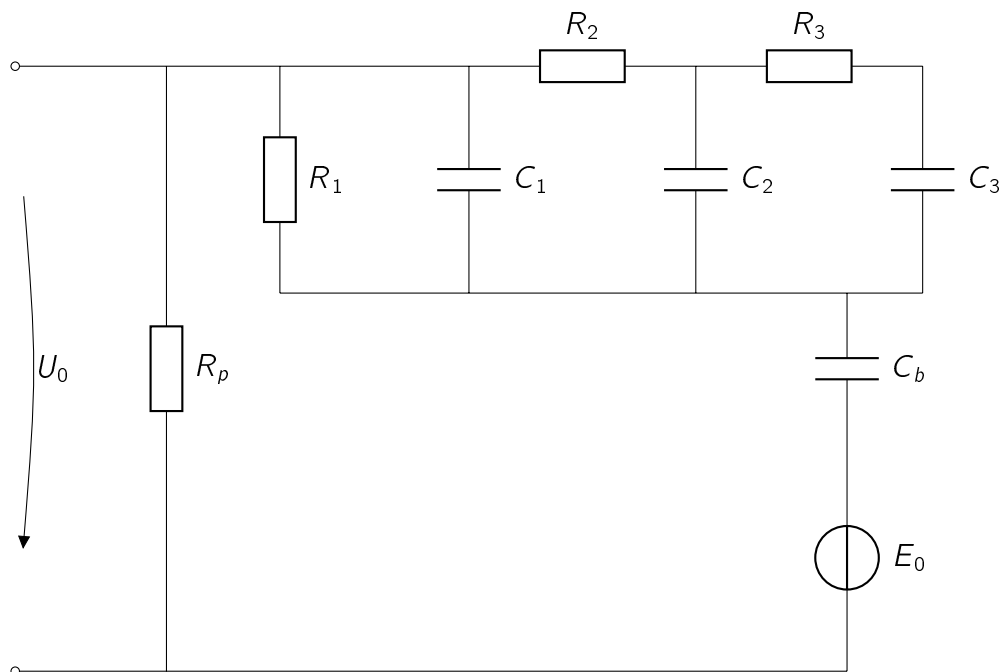


Abbildung 2.6.: „Modell 2 - Lineares elektrisches Batteriemodell“

#### Modell 2 - „Lineares elektrisches Batteriemodell“

Das in Abbildung 2.6 gezeigte Modell umfasst ein aus drei Widerständen ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ) und drei Kondensatoren ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ) bestehendes Netzwerk. Es beschreibt das Verhalten des Überladens. Eine Reihenschaltung mit Spannungsquellen  $E_0$  und  $C_b$  stellt die Ruhespannung der Batterie dar. Den Effekt der Selbstentladung bildet der Widerstand  $R_p$  nach. Dieses Modell passt besonders gut zur Beschreibung des Verhaltens des Ladeprozesses [1].

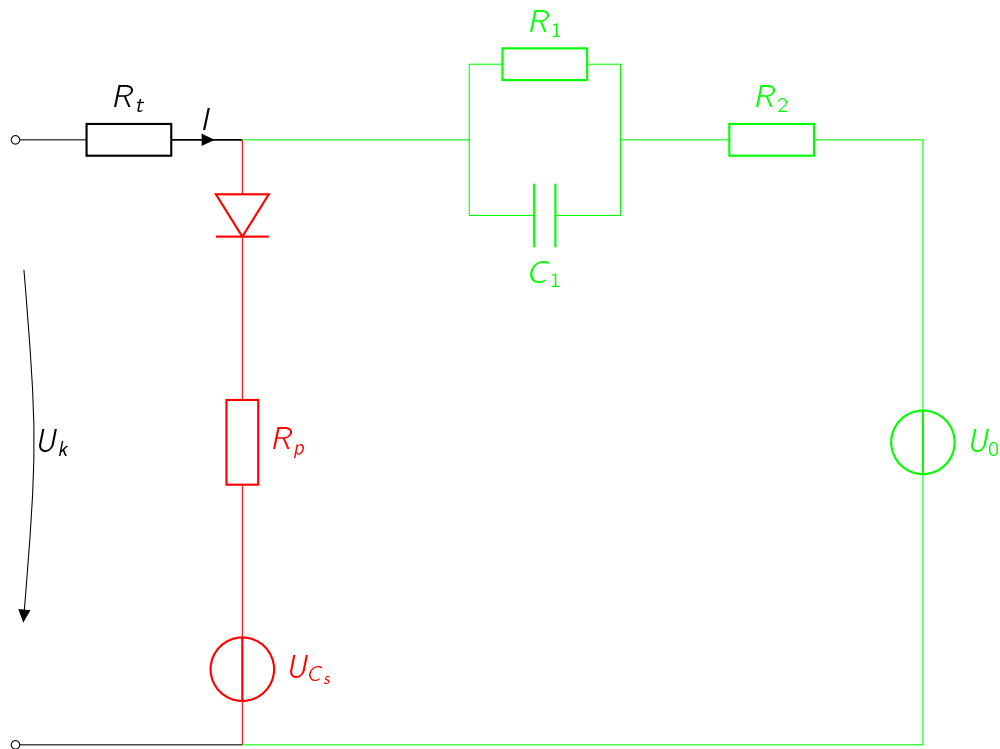


Abbildung 2.7.: Modell 3 - „Battery model with a parasitic reaction“

#### Modell 3 - „Battery model with a parasitic reaction“

Das Modell in Abbildung 2.7 enthält zwei Bereiche. Ein Bereich beschreibt die Hauptreaktion des chemischen Prozesses in der Batterie (grün), der andere bezeichnet das dynamische Verhalten der Batterie (rot).  $R_t$  ist der Klemmenwiderstand [9].

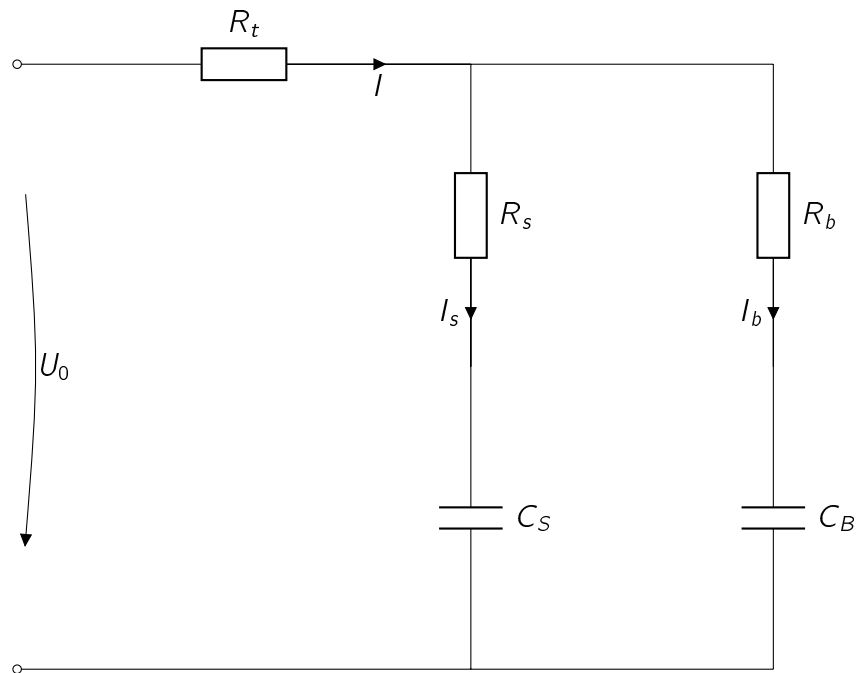


Abbildung 2.8.: Modell 4 - "RC-Battery 1"

#### Modell 4 - „RC-Battery 1“

Dieses Modell (s. Abb. 2.8) besteht aus einem großen Kondensator  $C_{Bulk}$ , der die Fähigkeit zur Speicherung von Ladung besitzt. Es gibt einen Kondensator  $C_{Surface}$ , der dynamische Effekte und Diffusionseffekte darstellt und drei Widerstände.  $R_t$  ist der Klemmenwiderstand [4].

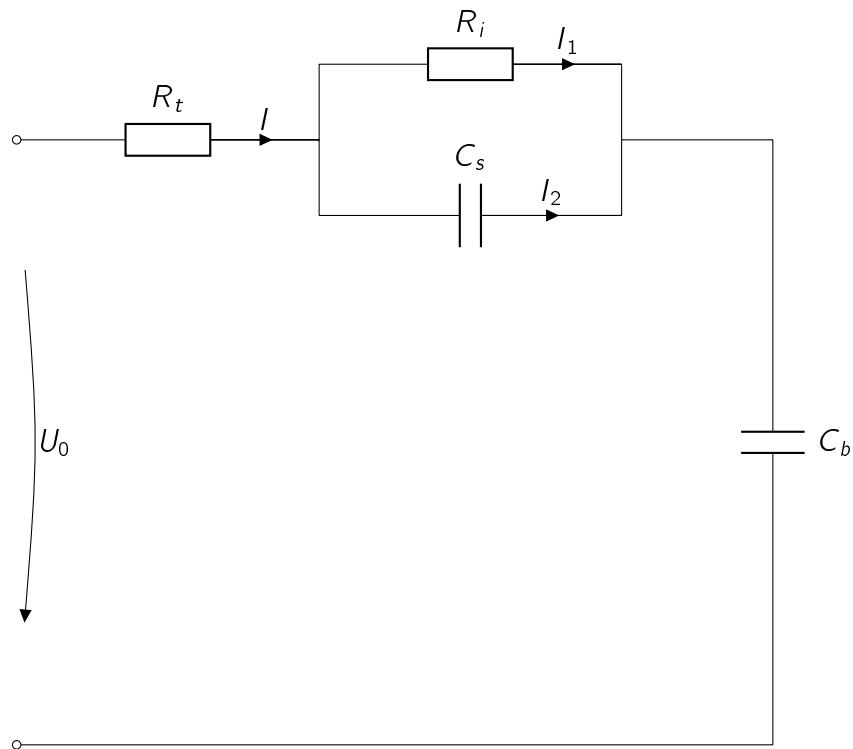


Abbildung 2.9.: Modell 5 - "RC-Battery 2"

#### Modell 5 - "RC-Battery 2"

Dieses in [Abbildung 2.9](#) gezeichnete Modell hat einen Kondensator zur Bildung der Kapazität der Batterie. Eine RC-Parallelschaltung stellt das dynamische Verhalten der Batterie dar. Der Klemmenwiderstand  $R_t$  stellt einen Teil des Innenwiderstandes. Der Ladezustand wird durch die lineare Beziehung zwischen  $V_{C_b}$  und Ladezustand [SOC](#) gebildet [\[14\]](#).

### 2.4.2. Begründung der Auswahl des Modells

Betrachtet man die verschiedenen Batteriemodelle, so wirken sich Faktoren, wie Anzahl der Parameter oder die Umsetzbarkeit der Differenzialgleichungen in das **KF** auf die Auswahl des Batteriemodells aus. Das in der Arbeit von Herrn Li gewählte Modell 4 setzt sich aufgrund der im Folgenden aufgeführten Aspekte gegen die anderen Modelle durch:

- Das Modell beinhaltet lediglich Kondensatoren und Widerständen und kann dementsprechend leicht in Differenzialgleichungen umgesetzt werden.
- Es besteht alleinig aus fünf Komponenten, was den Rechenaufwand bei der Implementation gering hält.
- In Modell 4 wird das dynamische Verhalten der Batterie berücksichtigt.
- Die Erweiterbarkeit des Modells ist durch einfaches Hinzufügen von Elementen gegeben.

Als Nachteil des Modells muss aufgeführt werden, dass es das Temperaturverhalten der Batterie nicht berücksichtigt. Außerdem wird der aktuelle Ladezustand der Batterie nicht in Betracht gezogen. Will man dies erreichen, so müssen die Parameter variabel sein, was wiederum die Komplexität deutlich steigern würde.

Auf Basis dieser in Lis Masterthesis angestellten Überlegungen wird das Modell 4 im Zuge dieser Arbeit Gegenstand der Untersuchungen sein.

# 3. Aufstellen des Batteriemodells und Implementation des Kalman-Filters in *MATLAB*

## 3.1. Aufstellen des Batteriemodells

Zur Erarbeitung des Batteriemodells wird zunächst auf Grundlage des in Kapitel 2.4 vorgestellten Modells 4 (2.8), die zugehörige ZSD hergeleitet. Bei der Überwachung technischer Prozesse, hat man jedoch im Gegensatz zur Theorie nicht zeitkontinuierliche sondern diskrete Messwerte vorliegen, welche mit Hilfe einer Modifikation des KF analysiert werden können. Es bedarf es allerdings einer Diskretisierung der ZSD, um den sogenannten DKF zu verwirklichen. Auf die Diskretisierung der ZSD wird im 2. Teil dieses Kapitels eingegangen.

### Zeitkontinuierliche ZSD

Bei der Aufstellung der ZSD werden die Zustandsgrößen durch die Widerstände und Kapazitäten der in 2.8 verwendeten Komponenten,  $R_t$ ,  $R_s$ ,  $R_b$ ,  $C_s$  und  $C_b$ , beschrieben. Die Zustandsvariablen des betrachteten Systems sind  $U_0$ ,  $U_b$  und  $U_s$ .  $U_0$  ist auch gleichzeitig Ausgangsgröße. Die Eingangsgröße ist der Strom  $I$ .

$$U_0 = I \cdot R_t + I_b \cdot R_b + U_{C_b} \quad (3.1)$$

$$U_0 = I \cdot R_t + I_s \cdot R_s + U_{C_s} \quad (3.2)$$

Gleichsetzen von (3.1) und (3.2) führt zu

$$I \cdot R_t + I_b \cdot R_b + U_{C_b} = I \cdot R_t + I_s \cdot R_s + U_{C_s} \quad (3.3)$$

$$I_b \cdot R_b = I_s \cdot R_s + U_{C_s} - U_{C_b} \quad (3.4)$$

Laut den Kirchhoffschen Gesetzen gilt,  $I = I_b + I_s$  und damit zusammen mit (3.4)

$$I_b \cdot R_b + I_b \cdot R_s = I_s \cdot R_s + U_{C_s} - U_{C_b} + I_b \cdot R_s \quad (3.5)$$

$$I_b \cdot (R_b + R_s) = I \cdot R_s + U_{C_s} - U_{C_b} \quad (3.6)$$

Berücksichtigt man nun, dass  $I_b = \dot{U}_{C_b} \cdot C_b$  so erhält man

$$\dot{U}_{C_b} \cdot C_b \cdot (R_b + R_s) = I \cdot R_s + U_{C_s} - U_{C_b} \quad (3.7)$$

$$\dot{U}_{C_b} = -\frac{U_{C_b}}{C_b \cdot (R_b + R_s)} + \frac{U_{C_s}}{C_b \cdot (R_b + R_s)} + \frac{I \cdot R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)} \quad (3.8)$$

Stellt man die gleichen Überlegungen für die Oberflächenkapazität  $C_s$  an ergibt sich

$$\dot{U}_{C_s} = \frac{U_{C_b}}{C_s \cdot (R_b + R_s)} - \frac{U_{C_s}}{C_s \cdot (R_b + R_s)} + \frac{I \cdot R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \quad (3.9)$$

Um die letzte Zustandsvariable  $\dot{U}_0$  zu bestimmen, geht man wie folgt, unter Verwendung der Gleichungen (3.1) und (3.4), vor.

$$\begin{aligned} U_0 &= I \cdot R_t + (I \cdot R_s + U_{C_s} - U_{C_b}) \cdot \frac{1}{R_b + R_s} \cdot R_b + U_{C_b} \\ &= \left(1 - \frac{R_b}{R_b + R_s}\right) \cdot U_{C_b} + \frac{R_b}{R_b + R_s} \cdot U_{C_s} + \left(R_t + \frac{R_b \cdot R_s}{R_b + R_s}\right) \cdot I \\ &= \frac{R_s}{R_b + R_s} \cdot U_{C_b} + \frac{R_b}{R_b + R_s} \cdot U_{C_s} + \left(R_t + \frac{R_b \cdot R_s}{R_b + R_s}\right) \cdot I \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bildet man nun die erste Ableitung unter der Annahme, dass die Änderung des Stroms nach der Zeit vernachlässigbar ist, d.h.  $\frac{dI}{dt} = 0$  ist, so erhält man

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \left[ -\frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \right] \cdot U_{C_b} \\ &+ \left[ \frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)^2} - \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \right] \cdot U_{C_s} \\ &+ \left[ \frac{R_s^2}{C_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_b^2}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \right] \cdot I \end{aligned} \quad (3.11)$$

Löst man 3.10 nach  $U_{C_s}$  auf und substituiert in 3.11 führt dies zu der vollständigen ZSD

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{C_b} \\ \dot{U}_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_b \cdot (R_b + R_s)} & \frac{1}{C_b \cdot (R_b + R_s)} & 0 \\ \frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} & -\frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)} \\ \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \\ \frac{R_b^2}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} - \frac{R_s \cdot R_t}{C_s \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)} + \frac{R_t}{C_s \cdot (R_b + R_s)} + \frac{R_b \cdot R_s}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \end{bmatrix} \cdot I \quad (3.12)$$

$$A_{31} = -\frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} - \frac{R_s^2}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_s}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \quad (3.13)$$

$$A_{33} = \frac{R_s}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)} - \frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \quad (3.14)$$

Die letzte noch fehlende Matrix  $C$  lässt sich mit Hilfe von

$$U_0 = C \cdot \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} + D \cdot I \quad (3.15)$$

berechnen. Es kann an dieser Stelle vorweggenommen werden, dass bei diesem gewählten System die Durchgangsmatrix  $D = 0$  ist, wie man leicht an der trivialen Lösung von 3.15 erkennt.

### Diskretisierung der ZSD

Der letzte Schritt der Implementierung des Batteriemodells ist die Diskretisierung der ZSD. Hierzu müssen die "zeitkontinuierlichen" Matrizen  $A$ ,  $B$  und  $C$  mehr oder weniger stark transformiert werden. Die folgenden Erläuterungen sollen, beginnend mit der Transformation von Matrix  $A$ , die Herangehensweise und die mathematischen Zusammenhänge veranschaulichen. Die im folgenden immer wieder auftretende Komponente  $T_s$  repräsentiert dabei die Abtastzeit.

$$A_d = e^{A \cdot T_s} \quad (3.16)$$

Hierbei handelt es sich um die Matrixexponentialfunktion



$$\begin{aligned}
 e^{A \cdot T_s} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(A \cdot T_s)^k}{k!} \\
 &= I + A \cdot T_s + \frac{1}{2} \cdot (A \cdot T_s)^2 + \frac{1}{6} \cdot (A \cdot T_s)^3 \dots
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Gemeinsam mit der Potenzreihenentwicklung der  $\exp$ -Funktion gelangt man zu 3.17. Für sehr kleine Schrittweiten  $T_s$  und/oder Matrixeinträge von  $A$  kann man die Potenzreihenentwicklung nach dem 1. Glied abbrechen und die Ungenauigkeit, aus Gründen der Vereinfachung, in Kauf nehmen. Damit erhält man

$$A_d \approx I + A \cdot T_s \tag{3.18}$$

Diese vereinfachende Annahme bei der Diskretisierung der Systemmatrix  $A$  und der damit verbundene Fehler bewirkt eine Abnahme der Komplexität in der Systembeschreibung. Auch die Transformation der Eingangsmatrix  $B$  simplifiziert sich aufgrund der zuvor getroffenen Entscheidung.

$$\begin{aligned}
 B_d &= \int_0^{T_s} A_d \cdot B \, d\tau \\
 &= \int_0^{T_s} \exp^{A \cdot \tau} B \, d\tau
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Im Falle von  $|A| \neq 0$  gilt weiterhin zusammen mit 3.18

$$\begin{aligned}
 B_d &= A^{-1}(\exp^{A \cdot T_s} - I)B \\
 &\approx A^{-1}(I + A \cdot T_s - I)B \\
 &= B \cdot T_s
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Die letzte fehlende Größe  $C$  wird durch die Diskretisierung nicht verändert. Hier gilt

$$C_d = C \tag{3.21}$$

## 3.2. Parameterbestimmung

Die Parameterbestimmung ist ein wichtiger Baustein für eine gute Filterung von Daten. Genau so wichtig wie ein gutes Modell zu haben, ist es, die zugehörigen Parameter in einer geeigneten Größenordnung zu bestimmen. Die Software *MATLAB*<sup>1</sup> bietet hierzu mit der Optimierungsfunktionen "*fminsearch*" ein gut anwendbares Werkzeug. Um dieses effektiv nutzen zu können ist es von Vorteil eine sinnvolle Bestimmung der Initialwerte vorzunehmen.

### 3.2.1. Bestimmung der Initialwerte für die Parameterbestimmung

Die hier vorgestellten Verfahren zur Bestimmung der Initialwerte, entstammen allesamt der Arbeit „Non-Linear Observers for Predicting State-of-Charge and State-of-Health of Lead-Acid Batteries for Hybrid-Electric Vehicles“, von B. S. Banghu, P. Bentley, D. A. Stone und C. M. Birmingham [4]. Im Rahmen dieses Papers wird ebenfalls eine Kalman-Filterung auf Basis des Modells 4 vorgenommen. Als Energiespeicher diente hier jedoch eine Blei-Säure-Batterie.

#### Widerstände $R_t$ , $R_s$ und $R_b$ :

Grundsätzlich ist eine vorherige Kenntnis des Innenwiderstands der Batterie  $R_{ges}$  zur Bestimmung der Widerstände notwendig. Hierzu müssen gegebenenfalls zusätzliche Messungen im Vorfeld durchgeführt werden. Eine Reihe von vereinfachenden Annahmen werden bei der Initialwertbestimmung gemacht. Es wird davon ausgegangen, dass die Widerstände  $R_b$  und  $R_s$  gleich groß sind und gemeinsam einen Anteil von 75% des fiktiven Widerstandes

---

<sup>1</sup>MATrix LABORatory, Software der Firma *MathWorks, Inc.* zur Lösung mathematischer Probleme und derer grafischen Darstellung

$R$  ausmachen. Dementsprechend können mit Hilfe von

$$R_{ges} = R_t + \left( \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_s} \right)^{-1} \quad (3.22)$$

$$R = R_t + R_b + R_s \quad (3.23)$$

$$R_t = \frac{1}{4} \cdot R \quad (3.24)$$

$$R_b = R_s = \frac{3}{8} \cdot R \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_{ges} &= \frac{1}{4} \cdot R + \left( \frac{8}{3 \cdot R} + \frac{8}{3 \cdot R} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{4} \cdot R + \left( \frac{16}{3 \cdot R} \right)^{-1} \\ &= \frac{1}{4} \cdot R + \frac{3}{16} \cdot R \\ &= \frac{7}{16} \cdot R \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{16}{7} \cdot R_{ges} \quad (3.27)$$

die Anfangswerte der Widerstände abgeschätzt werden.

### Oberflächenkapazität $C_{surface}$ :

Um einen Initialwert von  $C_{surface}$  zu ermitteln, wurden die Akkumulatorzellen pulsförmigen Entladungen ausgesetzt. In jeweils 500 ms dauernden Intervallen wurden die Zellen nach einer anfänglichen Ruhephase mit einem Entladestrom von 1,25C belastet (s. Abbildung 4.4). Sinn und Zweck der Sache ist es die durch  $C_{Bulk}$  verursachten Effekte zu minimieren. Aus diesem Grund wurde die, für das Einsatzgebiet dieser Art von Akkumulatoren, relativ hohe Schaltfrequenz verwendet. Abbildung 3.1 zeigt einen Ausschnitt der Messreihe, in der die für die überschlägige Bestimmung von  $C_s$  markanten Punkte gekennzeichnet sind. Mit Hilfe dieser abgelesenen Messwerte und der folgenden Zusammenhänge kann die Zeitkonstante bestimmt werden:

$$V_{no-load}(t) = V_1 = V_3 + (V_4 - V_3) \cdot (1 - \exp^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3.28)$$

$$\tau = -\Delta t \cdot \ln\left(1 - \frac{V_4 - V_3}{V_1 - V_3}\right) \quad (3.29)$$

$$\tau = (R_t + R_s) \cdot C_{surface} \quad (3.30)$$

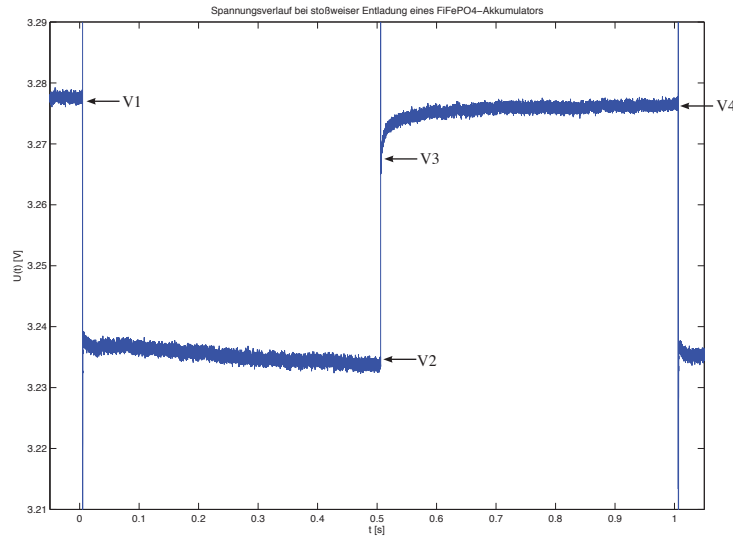


Abbildung 3.1.: Darstellung eines Ausschnitts des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 2C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms

Der Kondensator wird dementsprechend wie folgt berechnet.

$$C_{surface} = \frac{-\Delta t \cdot \ln\left(1 - \frac{V_4 - V_3}{V_1 - V_3}\right)}{R_t + R_s} \quad (3.31)$$

### Hauptkapazität $C_{bulk}$ :

Die Kapazität  $C_{bulk}$  ist die Hauptkapazität des Batteriemodells, welche den Hauptenergiespeicher der Batterie repräsentiert. Auf Basis der Daten aus 2.2 kann mittels der folgenden Überlegungen eine grobe Abschätzung der Kapazität  $C_{bulk}$  vorgenommen werden.

$$\begin{aligned} E_{C_{bulk}} &= \frac{1}{2} \cdot C_{bulk} \cdot V^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot C_{bulk} \cdot (V_{100\%SOC}^2 - V_{0\%SOC}^2) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Da das von uns gewählte Modell sich besonders für den linearen Bereich eignet, betrachtet man anstatt des gesamten Datensatz nur den Bereich zwischen  $V_{90\%SOC}$  und  $V_{50\%SOC}$ , da sich deren Referenzspannungen am dichtesten an der Ausgleichsgeraden in 2.2 befinden.

Aufgrund der durch die Gleichungen (3.33) bis (3.35) beschriebenen Zusammenhänge

$$E_{C_{bulk, meas}} = \frac{1}{2} \cdot C_{bulk} \cdot (V_{90\%SOC}^2 - V_{50\%SOC}^2) \quad (3.33)$$

$$E_{C_{bulk, meas}} = \sum_{k=idX_{50\%SOC}^{idX_{90\%SOC}} U_k \cdot I_k \cdot T_s \quad (3.34)$$

$$C_{bulk} = \frac{2 \cdot \sum_{k=idX_{50\%SOC}^{idX_{90\%SOC}} U_k \cdot I_k \cdot T_s}{V_{90\%SOC}^2 - V_{50\%SOC}^2} \quad (3.35)$$

kann  $C_{bulk}$  abgeschätzt werden.

$C_{bulk}$	Hauptkapazität
$E_{C_{bulk}}$	In $C_{bulk}$ gespeicherte Energie
$E_{C_{bulk, meas}}$	Die im Bereich zwischen 90% und 50% gespeicherte Energie auf Grundlage der Messwerte
$V_{100\%SOC}$	Referenzspannung bei einem SOC von 100%
$V_{90\%SOC}$	Referenzspannung bei einem SOC von 90%
$V_{50\%SOC}$	Referenzspannung bei einem SOC von 50%
$V_{0\%SOC}$	Referenzspannung bei einem SOC von 0%
$U_k$	k-ter Messwert der Spannung
$I_k$	k-ter Messwert des Stroms
$T_s$	Abtastzeit
$idX_{90\%SOC}$	Index des Referenzspannungswertes bei einem SOC von 90%
$idX_{50\%SOC}$	Index des Referenzspannungswertes bei einem SOC von 50%

Abschließend können mit den oben dargestellten Zusammenhängen alle Initialwerte der Modellparameter bestimmt werden. Im Folgenden wird nun auf die Parameterbestimmung mit *MATLAB* eingegangen.

### 3.2.2. Parameterbestimmung mit *fminsearch*

*fminsearch* ist eine in *MATLAB* implementierte Funktion, welche eine Optimierung unter Verwendung einer „derivate-free Method“ durchführt. Im "Documentation Center" von *MATLAB* wird *fminsearch* wie folgt beschrieben: „*fminsearch* findet das Minimum einer skalaren Funktion mehrerer Variablen, startend bei einem initialen Schätzwert. Dies wird allgemein den *uneingeschränkten nichtlinearen Optimierungen* zugeordnet. [5]

Die Beschreibung lässt die Frage aufkommen, warum im vorigen Abschnitt der Aufwand einer Initialwertbestimmung betrieben wurde, da sie vermittelt, dass immer „das“ Minimum gefunden wird. Allerdings wird nicht beschrieben, um welche Art von Minimum es sich handelt. Die Antwort liegt darin, dass man bei ungünstig gewählten Startwerten Gefahr

läuft, nicht das globale, sondern ein lokales Maximum als Ergebnis der Optimierung zu erhalten. Um diesen potentiellen Fehlern aus dem Weg zu gehen sind die angesprochenen Vorüberlegungen hilfreich.

Der abgebildete Quellcode ist der Teil des Programms, in dem die Optimierung durch Aufruf von *fminsearch* durchgeführt wird.

Listing 3.1: MatLab Quellcode der Parameterbestimmung durch *fminsearch*

```

1 axis([-0.05 1.05 3.21 3.29]);
2 ylabel('U(t) [V]');
3 xlabel('t [s]');
4 title('Spannungsverlauf bei stoßweiser Entladung eines FiFePO4-
   Akkumulators');
5
6 subplot(2,1,2)
7 plot(time,curr);
8 axis([-0.05 1.05 -1 3.5]);
9 ylabel('I(t) [A]');
10 xlabel('t [s]');
11 title('Stromverlauf bei stoßweiser Entladung');
12
13 % Plotten der gesamten Messung, sowie des lin. Bereichs
14 data=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
   MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\
   Thesis','P2_CA_step_discharge_1C_all_interpolated_1s.mat'));
15 current=data.interpolated_current;
16 volt=[data.interpolated_cell_1 data.interpolated_cell_2 data.
   interpolated_cell_3 data.interpolated_cell_4];
17 tsges=data.interpolated_time;

```

Der Programmablauf kann wie folgt beschrieben werden. Zu Beginn werden die Variablen *optParam* sowie *SdkQ\_opt* initialisiert. Sie dienen zur Speicherung der ermittelten Parameter aller Zellen<sup>2</sup>. Zusätzlich ist die Abtastzeit der Messdaten *Ts* zugewiesen worden. Anschließend wird in einer Schleife, welche den Aufruf zur Bestimmung der einzelnen Zellparameter beinhaltet, *fminsearch* ausgeführt. Die Syntax dieser Funktion ist folgendermaßen zu deuten:

Der durch das @-Symbol gekennzeichnete Zeiger auf *RCWerte* gibt an, welche Variable der im nächsten Eintrag folgenden Funktion optimiert werden soll. *fehlerquadrade* (B.2) ist eine *MATLAB*-Funktion, die zur Erzeugung eines Zustandsraummodells, Simulation dessen Verhaltens und Berechnung der *Summe der kleinsten Quadrate* mit anschließender grafi-

<sup>2</sup>In diesem Programmbeispiel wurden die Messdaten eines vierzelligen Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators eingelesen.

scher Darstellung der Modellverläufe und der zugehörigen Messungen erstellt wurde. (3.2). *RCV*Werte beinhaltet die, durch den in Abschnitt 3.2.1 dargestellten Zusammenhang, be-

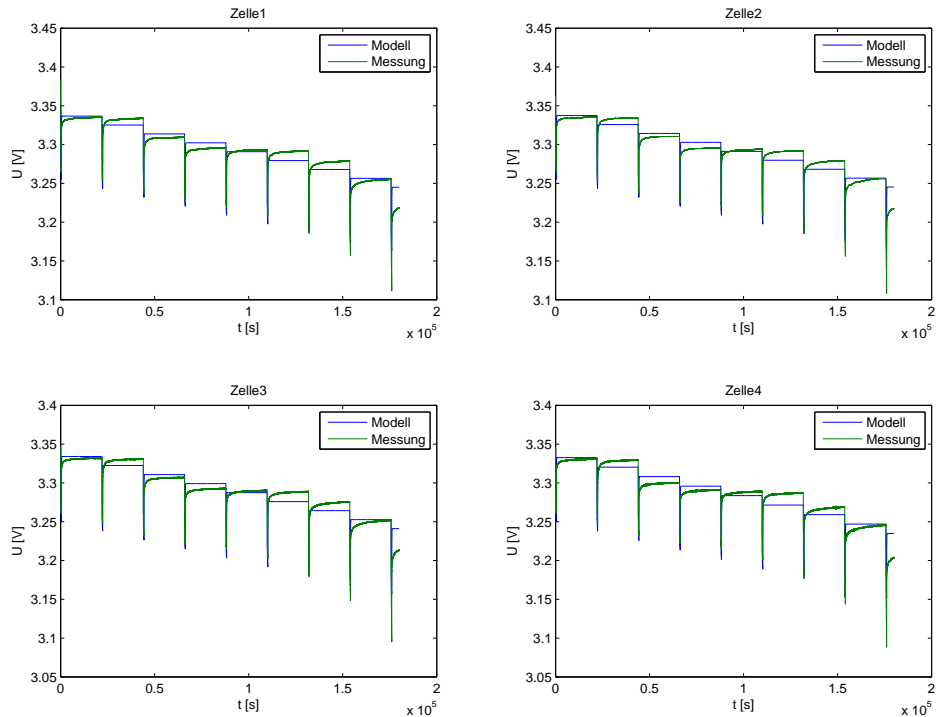


Abbildung 3.2.: Ausgabe nach Aufruf der Parameterbestimmung

rechneten Anfangswerte der Widerstände, Kondensatoren und Zustandsgrößen. Außerdem werden *fehlerquadrate* die Messwerte des Stroms und der Zellspannung, die Abtastzeit, sowie der Zeitvektor des linearen Bereiches der Batterie, zur Erstellung des Zustandsraummodells, übergeben. Zusätzlich enthält der letzte Übergabeparameter die Initialwerte von *RCV*Werte. Die ermittelten Parameter werden am Ende jedes Schleifendurchlaufs, wie eingangs erwähnt, in *optParam* und *SdkQ\_opt* gespeichert. Abschließend wird in der zweiten *for*-Schleife der in Abbildung 3.2 zu sehende Plot erstellt.

### 3.3. Implementation des Kalman-Filters

Die softwareseitige Implementation des **KF**, wurde mit Hilfe von *MATLAB* in fünf Schritten realisiert. Zunächst werden die Daten so aufgearbeitet, dass sie vom **KF** verarbeitet und ausgewertet werden können. Bevor der eigentliche Algorithmus durchlaufen wurde, mussten die folgenden Punkte im Vorfeld bestimmt werden:

1. Aufbereitung der Daten (Äquidistanz, NaN durch Werte ersetzen,...)
2. Wahl eines geeigneten Systemmodells (s. 2.4)
3. Parameterbestimmung (s. 3.2)
4. Implementation des Batteriemodells
5. Implementation des **KFs**

Tabelle 3.1.: Arbeitsschritte für die Entwicklung eines **KFs**

Zunächst werden die Daten so vorbereitet, dass Sie für die weitere Verwendung geeignet sind. D. h. es werden die unter Umständen vorhandenen NaN-Einträge durch interpolierte Werte ersetzt (s. hierzu 4.1). Anschließend wird die Äquidistanz der Zeitabstände durch Inter- bzw. Extrapolation hergestellt. Hat man die Daten aufbereitet wird die Wahl eines geeigneten Systemmodells getroffen. Dies ist für die Batteriemodellierung ausführlich im Kapitel 2.4 beschrieben. Im Anschluss an die Entscheidung für ein Modell, muss man dessen Parameter bestimmen. Mit Hilfe dieser Parameter können das Batteriemodell und anschließend das **KF** implementiert werden.

Das **KF** selbst wurde in *MATLAB* als Funktion umgesetzt. Im folgenden Auszug aus dem Programmcode ist die Umsetzung des eigentlichen Algorithmus veranschaulicht.

Listing 3.2: MatLab Quellcode der Implementierung des **KF**

```

1 function [ x, gain ] = KF_LI_Thesis( V, A, B, C, x0, P0, Q, R,
   Zelle )
2 % diskreter Kalman-Filter
3 % V = Datenmatrix bestehend aus Messwerten mit zugehörigen
   Zeitpunkten
4 % Aufbau der Matrix
5 % [t, z1, z2, z3, z4, u], wobei t=Zeitvektor, z=
   Messdatenvektoren und
6 % u=Eingangsrößenvektor
7 % A = Systemmatrix
8 % B = Eingangsmatrix
9 % C = Ausgangsmatrix
10 % x0= Initialwert von x_priori (x01=
11 % P0= Initialwert der Kovarianz des Schätzfehlers

```



```

12 % Q = Kovarianz des Systemrauschens w_k
13 % R = Kovarianz des Messrauschens v_k
14 % Zelle = Anzahl der Zellen des Akkupacks
15
16 %% Vorbereitung der Daten für die Filterung
17 tp = V(:,1); % Zeitvektor der Prädiktion
18 m = length(tp); % Hilfsvariable für die Anzahl an
    Iterationsschritten
19 z = V(:,Zelle+1); % Messwerte der Zellen Variable z zuordnen
20 u = V(:,6); % Eingangswerte (Strom) der Variable u
    zuordnen
21
22 x = zeros(3,m); % Variable zur Speicherung der in den
    Iterationsschritten berechneten Werte
23 I=eye(length(C)); % Einheitsmatrix mit der selben Dimension
    wie C
24 %% Kalman-Filterung
25
26 b = 1; % Hilfsvariable initiieren
27 gain=zeros(3,m);
28
29 x(:,1)=x0; %Initialwerte
30 P=P0; %zuordnen
31 % Measurement Update (Korrektur)
32 K=P*C' / (C*P*C'+R);
33 gain(:,1)=K;
34 x(:,1)=x(:,1)+K*(z(b,1)-C*x(:,1));
35 P=(I-K*C)*P;
36
37 for k=2:m
38     % Time Update (Prädiktion)
39     x(:,k)=A*x(:,k-1)+B*u(k);
40     P=A*P*A'+Q;
41     %Measurement Update (Korrektur)
42     K=P*C' / (C*P*C'+R);
43     gain(:,k)=K;
44     P=(I-K*C)*P;
45     x(:,k)=x(:,k)+K*(z(k)-C*x(:,k));
46 end
47 %% Konfiguration und Speicherung Datenplot
48 % figure
49 % hold on
50 % plot(tp,z,tp,(x(3,:))','r','linewidth',2);
51 % plot(tp,(x(1,:))','k');

```

```
52 % xlabel('t [s]');
53 % ylabel('U_Z1 [V]');
54 % legend('U_Z) verrauscht','U_Z gefiltert','U_C','Location','East
    ');
55 % %datetick('x',0,'kepticks');
56 % hold off
57
58 % %% Speicherung der Grafik als PDF-Datei
59 % %position
```

Der Quellcode beginnt, mit der Deklaration der MATLAB-Funktion, die in diesem Fall den Namen `KF_LI_Thesis` trägt, welches als Abkürzung für „Kalman-Filter *LiFePO<sub>4</sub>* Thesis“ stehen soll. Das in den eckigen Klammern vermerkte `x`, ist die Variable in der die, durch das **KF** bestimmten, Zustandsgrößen gespeichert werden und welche nach Durchlaufen der Funktion ausgegeben wird. In den runden Klammern stehen die Eingangsparameter der Funktion. Es werden der Datenvektor  $V$ , die diskreten Zustandsraummatrizen  $A$ ,  $B$  und  $C$ , die Initialwerte  $x_0$  und  $P_0$ , sowie die Kovarianzen des Mess- und Systemrauschens,  $Q$  und  $R$ , übergeben. Die Bedeutung der einzelnen Größen ist zusätzlich in der, auf die Funktionsdeklaration folgenden, Erläuterung beschrieben. Unter dem Punkt „Vorbereitung der Daten für die Filterung“ speichert das Programm die übergebenen Parameter in lokalen Variablen, die bei der Datenverarbeitung innerhalb der Funktion Verwendung finden. Auch hier sind die Bedeutungen der einzelnen Variablen im Quellcode dokumentiert. Im Anschluss an diese vorbereitenden Zuweisungen und Initialisierungen von lokalen Variablen beginnt der in [2.3.2](#) beschriebene Algorithmus. Zur Durchführung des ersten Iterationsschrittes werden die übergebenen Initialwerte stellvertretend für das *Time-Update* zugeordnet. Danach wird mit diesen Werten das erste *Measurement-Update* durchgeführt. Die restlichen Iterationsschritte werden durch die anschließende Schleife vorgenommen. Abschließend werden die gefilterten und ungefilterten Messwerte, sowie die, mit dem **SOC** in [2.2](#) in Zusammenhang gebrachte, Zustandsgröße  $U_{C_b}$  geplottet.

## 4. Simulation und Auswertung

### 4.1. Messaufbau

Wie die Bildunterschrift von Abbildung 4.1 bereits verrät, wird in diesem Abschnitt eine kurze Übersicht des Messaufbaus vermittelt und die verwendeten Geräte genannt. Außerdem werden die aufgetretenen Besonderheiten und damit einhergegangenen Probleme angesprochen und deren Lösung demonstriert.

Die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Messgeräte sind in Abbildung 4.1 durch entsprechende Kurz-

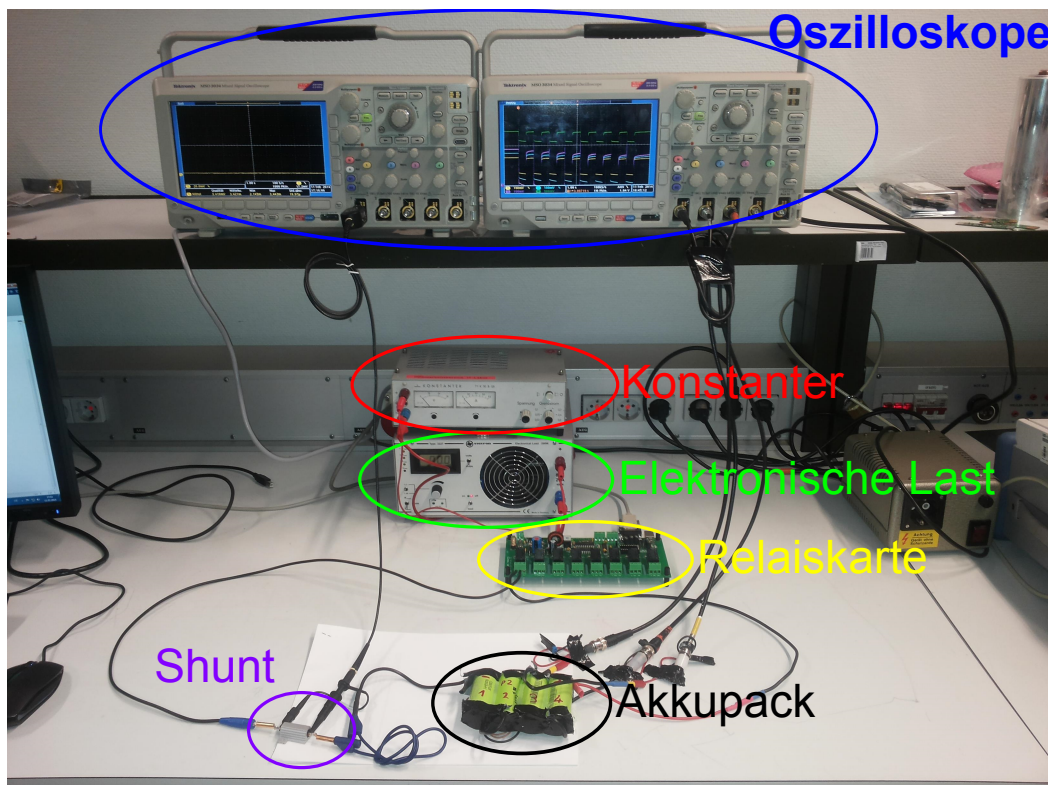


Abbildung 4.1.: Messaufbau zur Aufzeichnung der Zellspannungen  $U_{Z_1} - U_{Z_4}$  und des Stroms einer Messreihe, die zur Bestimmung der Oberflächekapazität aufgenommen wurde.

1. Tektronix MSO 3034 Mixed Signal Oscilloscope
2. Konstanter T1 K 15 B 1,5
3. Electronic Load 200 W Type 3227 von Statron
4. 8-fach Relaiskarte 230 V / AC, 16 A
5. Shunt  $20\text{ m}\Omega$

Nicht auf der Abbildung jedoch zu anderen Messungen verwendet wurden:

6. ME-RedLab Datenlogger von Meilhaus Electronic
7. Tektronix DMM4020 5 -  $\frac{1}{2}$  Digit Multimeter

Tabelle 4.1.: Auflistung der für die Messungen in dieser Thesis verwendeten Messgeräte

bezeichnungen gekennzeichnet. Der Datenlogger ME-RedLab ist in diesem Aufbau nicht verwendet worden, da die in der Bildunterschrift von Abbildung 4.1 angesprochene Messung eine wesentlich höhere Auflösung benötigte, als dieses Gerät ermöglicht. Zur Lösung dieses Problems wurden an seiner Stelle zwei Oszilloskope, Tektronix MSO 3034, in die Messschaltung integriert, welche, wie im nachfolgenden schematischen Aufbau dargestellt, umgesetzt wurde. Das Oszilloskop 1 maß auf jeweils einem der vier zur Verfügung stehenden Kanäle,

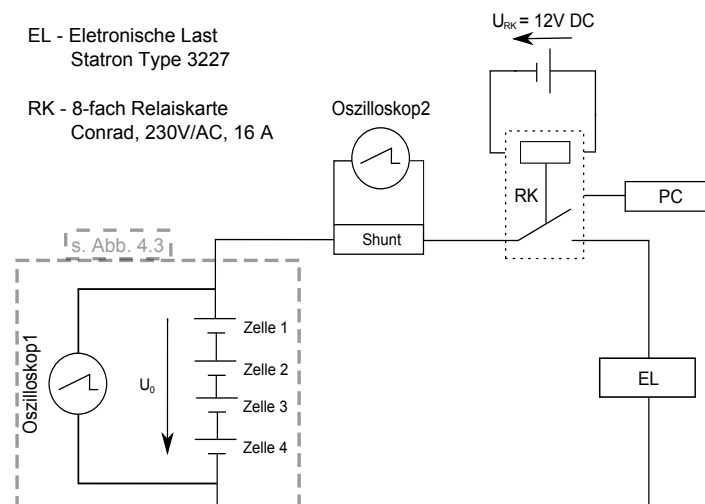


Abbildung 4.2.: Schematische Darstellung der Messschaltung

die Zellspannungen des Akkupacks. Hierzu wurde der verwendete Energiespeicher so präpariert, dass das Anodenpotential jeder Zelle abgegriffen und über die gemeinsame Masse

der Oszilloskopkanäle gegen Batteriemasse aufgezeichnet werden konnte. Die Ergebnisse der Messung waren gewissermaßen die Klemmspannungen eines vier-, drei-, zwei- und einzelligen Akkupacks. Durch einfache Subtraktionen der Spannungswerte der jeweils benachbarten Zellen, konnten so alle Zellspannungswerte ermittelt werden. Für das bessere Verständnis ist die Messung der Spannungen nachfolgend stark vereinfacht veranschaulicht. Das Oszilloskop 2 hingegen zeichnete die über dem eingesetzten Shunt abfallende Span-

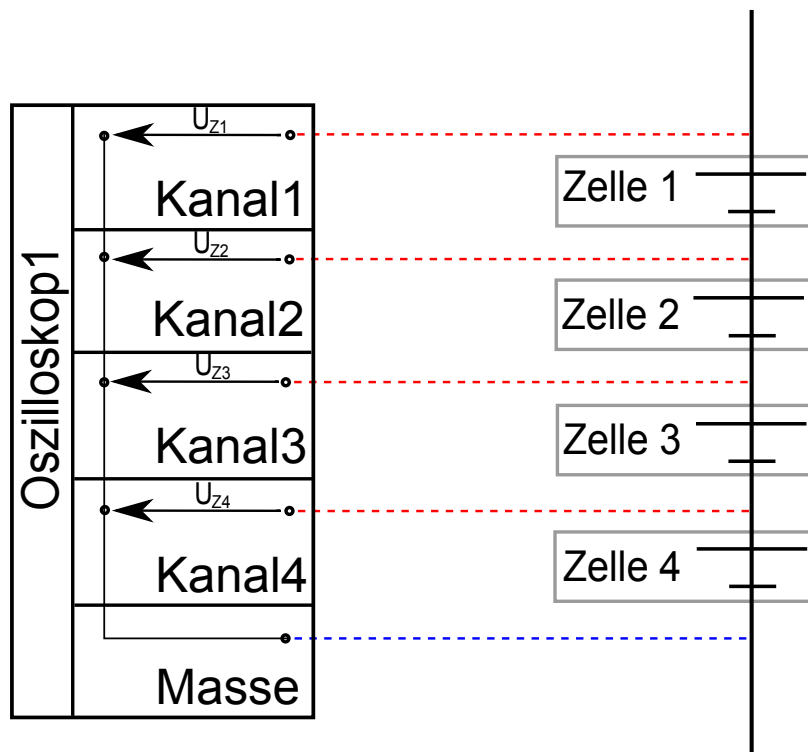


Abbildung 4.3.: Stark vereinfachte, schematische Darstellung der Zellspannungsmessung mit Oszilloskop 1. Die gestrichelten Linien stellen die Messleitungen dar.

nung auf. Der Shunt hat einen Ohm'schen Nennwiderstand von  $20\text{ m}\Omega$  und so konnte der zu jedem festgehaltenen Messpunkt fließende Strom nachträglich kalkuliert werden. Durch Ansteuerung der Relaiskarte (RK) kann die Batterie durch die Elektronische Last (EL) zu- oder abgeschaltet werden. Es können maximal acht Relais durch ein den Anforderungen entsprechendes m-file von *MATLAB* angesprochen werden. In dem gewählten Aufbau wurde lediglich ein Relais benötigt. Die elektronische Last wurde vor Beginn der Messung so kalibriert, dass bei zuschalten der Last ein Entladestrom von  $1,25\text{C}$  floss. Dies entspricht einem Wert in Höhe der 1,25-fachen Nennkapazität des Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators, welcher  $2,9\text{ A}$  beträgt. Der gesamte, auf diese Art und Weise aufgezeichnete Signalverlauf ist in der Darstellung 4.4 abgebildet. Die Klärung der Frage, für welche Anwendung die in Ta-

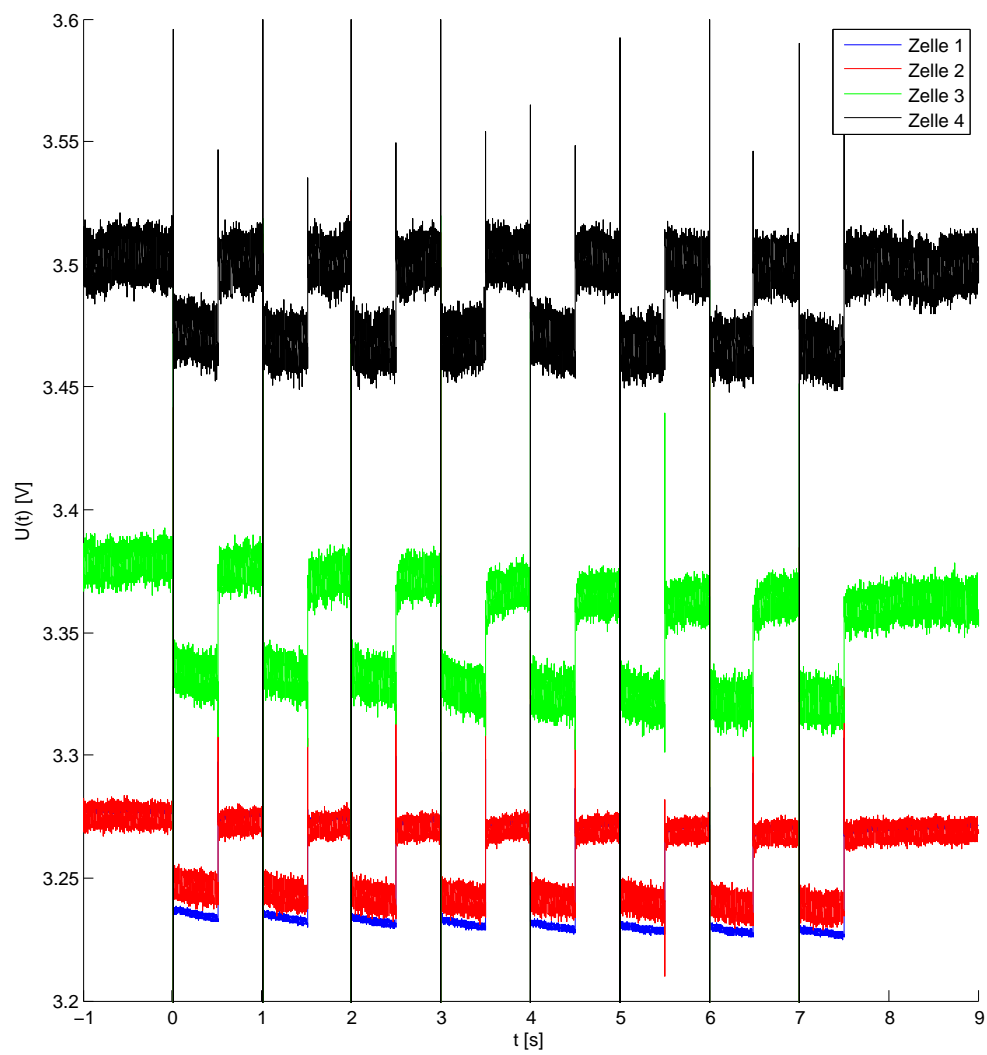


Abbildung 4.4.: Darstellung des Entladevorganges einer 2,3Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 1.25C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms

belle 4.1 unter 5. und 6. zu findenden Messgeräte verwendet wurden, bildet den Abschluss des Kapitels über den Messaufbau. Wie im Vorfeld bereits erwähnt wurde, ist der Datenlogger ME-RedLab vor Allem bei Langzeitmessungen zum Einsatz gekommen. Beispiele hierfür sind die in den folgenden Kapiteln verwendeten Messungen. Es zeigte sich im Einsatz dieses Messgeräts, dass das ME-RedLab maximal zwei Werte in der Sekunde aufnehmen konnte. Da dies bei einem Signal mit einer Periodizität von einer Sekunde nicht ausreichend ist, wurden für diesen Fall die oben ausführlich beschriebenen Oszilloskope verwendet, welche einhunderttausend Datenpunkte in der Sekunde aufnehmen konnten.

Das zweite aufgelistete Messgerät ist das *Tektronix DMM4020 5- $\frac{1}{2}$  Digit Multimeter*. Dieses diente ausschließlich der Kalibrierung der elektronischen Last, da diese selbst nur über eine zweistellige Siebensegmentanzeige verfügt.

## 4.2. Simulation

Dieser Teil der Arbeit enthält eine Reihe von Simulationen, welche eine im Anschluss an diesen Abschnitt folgende Bewertung des Modells und der Implementation des KF ermöglicht. Dazu wird das Verhalten des KF unter Einsatz verschiedener Messreihen mit unterschiedlichen Charakteristiken untersucht. Anschließend wird der Einfluss der Wahl der Initialwerte der Parameterbestimmung auf die Güte des KF veranschaulicht. Zuvor muss jedoch das gewählte Batteriemodell durch Angabe von Widerstands- und Kapazitätsgrößen konkretisiert werden. Hierzu wird mit der Analyse des eingesetzten Akkumulators begonnen.

### 4.2.1. Akkumulatoranalyse und Konkretisierung des Batteriemodells

Für die Anwendung der im theoretischen Teil dieser Thesis erarbeiteten Grundlagen mussten die Kenngrößen der eingesetzten  $LiFePO_4$ -Zellen auf Basis dazu durchgeführter Messungen, bestimmt werden. Dies erfolgte durch die schrittweise Abarbeitung der aufgelisteten Punkte.

1. Überschlägige Berechnung der Initialwerte
2. Parameterbestimmung
3. Konkretisierung des Batteriemodells durch die ermittelten Parameter
4. Anwendung des KF

wobei auf die Anwendung des KF im anschließenden Abschnitt eingegangen wird.

#### Überschlägige Berechnung der Initialwerte

Die in Kapitel 3.2.1 vorgestellten Zusammenhänge wurden zur überschlägigen Bestimmung der Kenngrößen des zuvor beschriebenen Akkupacks angewandt. Exemplarisch für alle Zellen, sind die Berechnungen der Kenngrößen von Zelle 1 in den folgenden Abschnitten ausführlicher aufgeführt.



**Widerstände  $R_{t,Init}$ ,  $R_{s,Init}$  und  $R_{b,Init}$ :** Da die Oberflächenkapazität nur mit Kenntnis der Widerstandsgrößen möglich ist, wurden diese als nächstes ermittelt. Die Annahmen aus Abschnitt 3.2.1 wurden angewandt und anstatt die hierzu notwendige Bestimmung des Innenwiderstandes durchzuführen, wurde der im Datenblatt des Akkumulators (s. A.2) angegebene Wert von  $R_i = 6 \text{ m}\Omega$  zur Berechnung für alle vier Zellen verwendet. Im folgenden Teil sind die Berechnungen für die initialen Widerstandswerte von  $R_{t,Init}$ ,  $R_{s,Init}$  und  $R_{b,Init}$  aufgelistet:

$$\begin{aligned} R &= \frac{16}{7} \cdot R_i \\ &= \frac{16}{7} \cdot 6 \text{ m}\Omega \\ &\approx 13,7 \text{ m}\Omega \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned} R_{t,Init} &= \frac{1}{4} \cdot R \\ &= \frac{1}{4} \cdot 13,7 \text{ m}\Omega \\ &\approx 3,43 \text{ m}\Omega \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned} R_{b,Init} &= R_{s,Init} = \frac{3}{8} \cdot R \\ &= \frac{3}{8} \cdot 13,7 \text{ m}\Omega \\ &= 5,14 \text{ m}\Omega \end{aligned} \tag{4.3}$$

**Oberflächenkapazität  $C_{s,Init}$ :** Um einen Initialwert von  $C_{surface,Init}$  zu ermitteln, wurden die Ergebnisse einer Entladung mit 1.25 C in 500 ms Blöcken, wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben, ausgewertet (s. Abbildung 4.4). Dadurch können die durch  $C_b$  hervorgerufenen Effekte unterdrückt werden und die Zeitkonstante des Kondensators  $C_{surface}$  und damit auch  $C_{surface,Init}$  überschlägig bestimmt werden. Aus Abbildung 4.5 kann man die folgenden Werte ablesen:

$$\begin{aligned} V_{11} &= 3.278 \text{ V} \\ V_{12} &= 3.234 \text{ V} \\ V_{13} &= 3.265 \text{ V} \\ V_{14} &= 3.276 \text{ V} \\ \Delta t_1 &= 500 \text{ ms} \end{aligned}$$

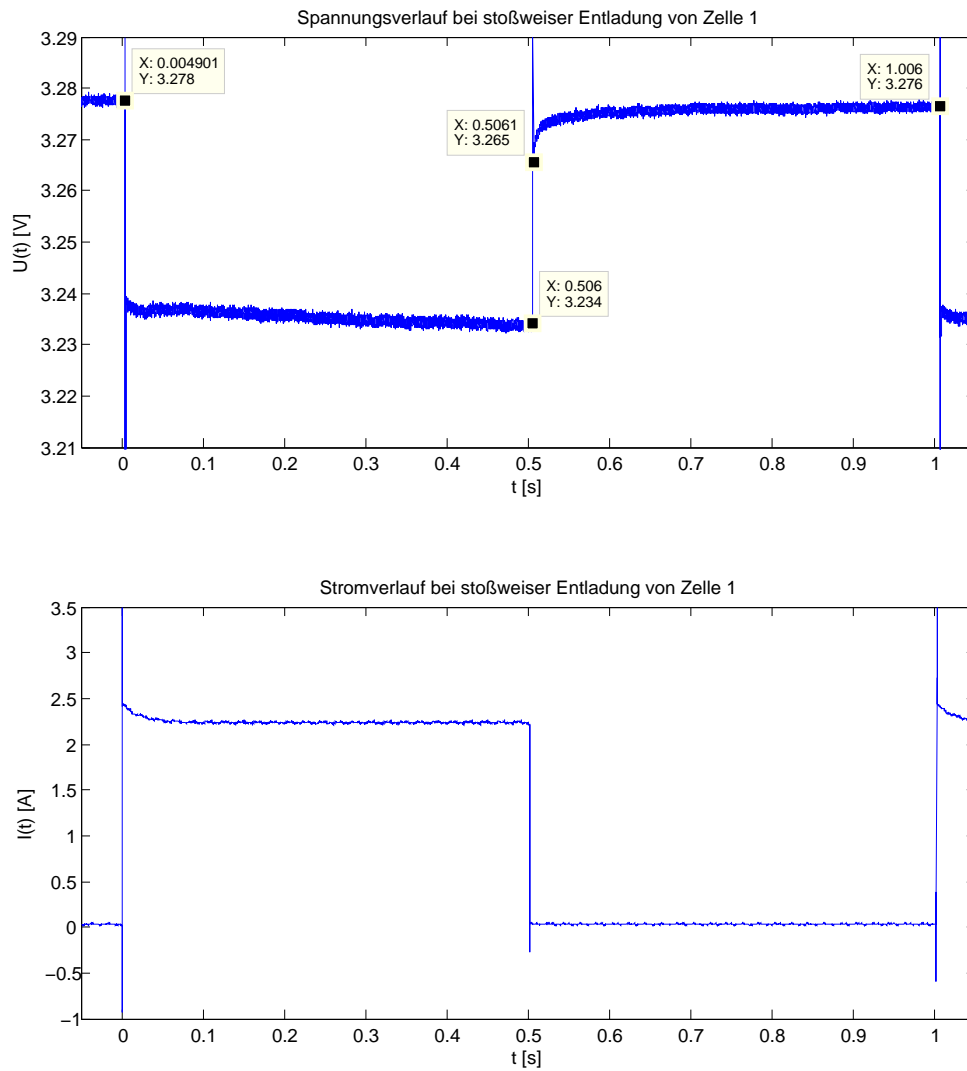


Abbildung 4.5.: Darstellung eines Ausschnitts des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 1.25C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms

Das Einsetzen der Größen in Gleichung 3.31 führt zu:

$$\begin{aligned}
 C_{s1,init} &= \frac{-\Delta t \cdot \ln\left(1 - \frac{V_1^4 - V_1^3}{V_1^4 - V_1^3}\right)}{R_t + R_s} \\
 &= \frac{-0,5 \text{ s} \cdot \ln\left(1 - \frac{3,276 - 3,265}{3,278 - 3,265}\right)}{3,43 \text{ m}\Omega + 5,14 \text{ m}\Omega} \\
 &= \frac{-0,5 \cdot \ln\left(1 - \frac{3,276 - 3,265}{3,278 - 3,265}\right) \text{ As}}{(0,00343 + 0,00514) \text{ V}} \\
 &= 109,21 \text{ F}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

**Hauptkapazität  $C_{b,init}$ :** Wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben, konnte die Hauptkapazität  $C_{b,init}$  mit Hilfe der Gleichungen 3.34, 3.35 und auf Grundlage der Daten aus Abbildung 2.2 abgeschätzt werden. Die daraus resultierenden Anfangswerte für die Hauptkapazitäten der vier Zellen waren:

$$\begin{aligned}
 E_{C_{b1,init}} &= \sum_{k=id_{x50\%SOC}}^{id_{x90\%SOC}} U_k \cdot I_k \cdot T_s \\
 &= 10.73495641248369 \text{ kW} \cdot \text{s} \\
 &\approx 10.735 \text{ kW} \cdot \text{s} \\
 C_{b1,init} &= \frac{2 \cdot \sum_{k=id_{x50\%SOC}}^{id_{x90\%SOC}} U_k \cdot I_k \cdot T_s}{V_{90\%SOC}^2 - V_{50\%SOC}^2} \\
 &= 77125.58850248368 \text{ F} \\
 &\approx 77126 \text{ F}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

und entsprechend für die Zellen zwei bis vier

$$E_{C_{b2,init}} \approx 10,736 \text{ kWs}$$

$$C_{b2,init} \approx 79000 \text{ F} \quad (4.6)$$

$$E_{C_{b3,init}} \approx 10,721 \text{ kWs}$$

$$C_{b3,init} \approx 77096 \text{ F} \quad (4.7)$$

$$E_{C_{b4,init}} \approx 10,721 \text{ kWs}$$

$$C_{b4,init} \approx 77115 \text{ F} \quad (4.8)$$

### Parameterbestimmung

Nach der vollständigen Ermittlung der Initialwerte wurden diese verwendet, um basierend auf diesen Werten und durch Einsatz der, in Abschnitt 3.2.2 beschriebenen Funktion *fminsearch*, die Parameterbestimmung durchzuführen.

Die Funktionsaufrufe der Parameterbestimmung der einzelnen Zellen sind mit den aufgelis-

Tabelle 4.2.: Initialwerte der Modellparameter

	$R_{t,init}$	$R_{s,init}$	$R_{b,init}$	$C_{s,init}$	$C_{b,init}$
Zelle 1	3, 43 $m\Omega$	5, 14 $m\Omega$	5, 14 $m\Omega$	109,21 F	77126 F
Zelle 2				139,9 F	79000 F
Zelle 3				118,84 F	77096 F
Zelle 4				99,46 F	77115 F

teten Initialwerten durchgeführt worden. Eine Übersicht über die daraus ermittelten Bauteilgrößen liefert die unten stehende Tabelle 4.3.

Tabelle 4.3.: Durch *fminsearch* bestimmte Modellparameter

	$R_t$	$R_s$	$R_b$	$C_s$	$C_b$
Zelle 1	14, 4 $m\Omega$	21, 6 $m\Omega$	21, 6 $m\Omega$	961, 53 F	71183 F
Zelle 2	14, 5 $m\Omega$	21, 7 $m\Omega$	21, 7 $m\Omega$	932, 52 F	70961 F
Zelle 3	14, 9 $m\Omega$	22, 3 $m\Omega$	22, 3 $m\Omega$	934, 83 F	70298 F
Zelle 4	14, 6 $m\Omega$	21, 8 $m\Omega$	21, 8 $m\Omega$	1028, 31 F	66651 F

Eine Veranschaulichung des Modellverhaltens (gemäß der ermittelten Parameter) im Vergleich zu den Messwerten bietet Abbildung 4.6. Zusätzlich zu den Modellparametern sind durch *fminsearch* die Initialwerte der Spannungen  $U_{Cb}$ ,  $U_{Cs}$  und  $U_0$  bestimmt worden. Diese dienen der Initialisierung des KF. Damit wurden nun endgültig alle Parameter des Batteriemodells bestimmt und das als Systembeschreibung dem KF dienende Batteriemodell kann konkretisiert werden.

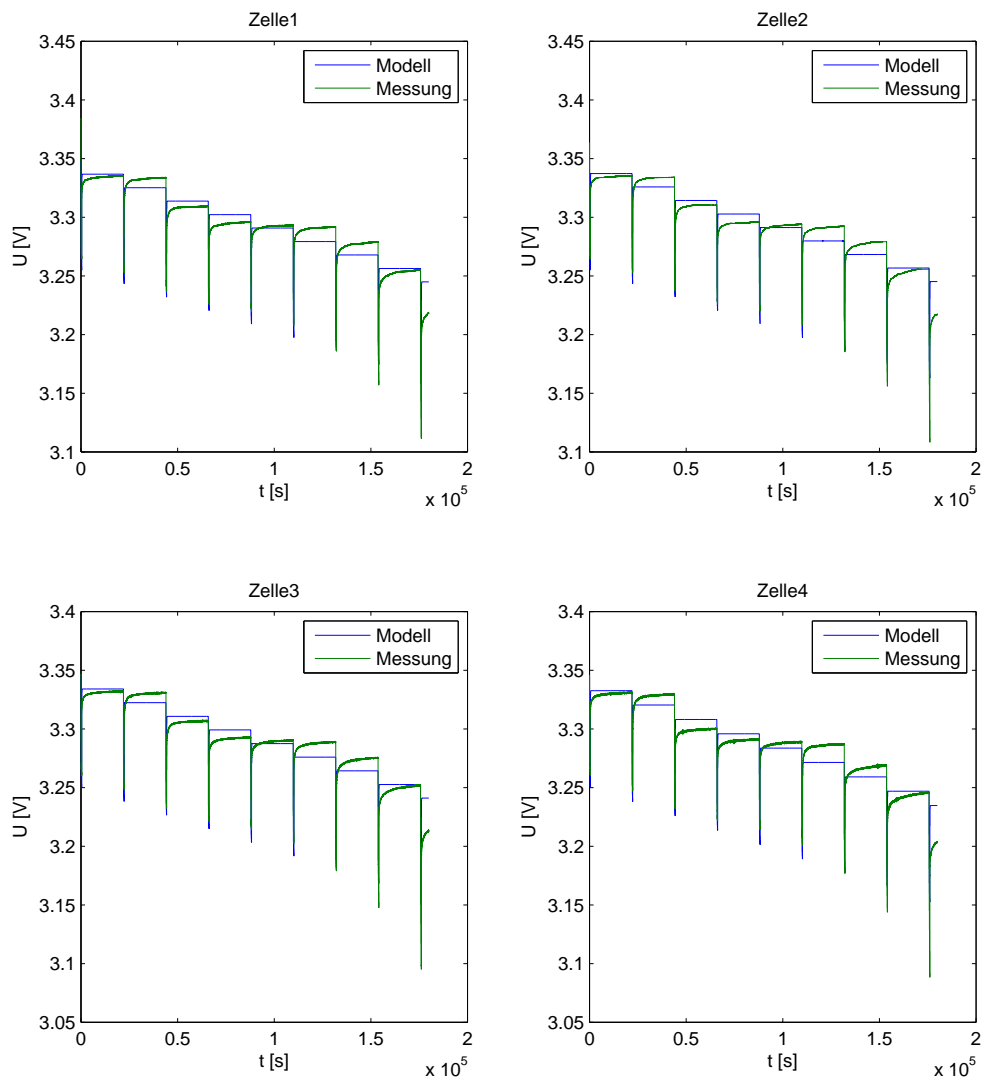


Abbildung 4.6.: Modellverhalten vs. Messwerte

### Konkretisierung des Batteriemodells durch die ermittelten Parameter

Die in den vorangegangenen Kapiteln entwickelte ZSD konnte aufgrund der Tatsache, dass alle Parameter bestimmt wurden, spezifiziert werden. Hierzu musste man lediglich die ermittelten Werte in die vorbereiteten Matrizen A, B, C und D einsetzen und diese berechnen. Nachfolgend wurden die Ergebnisse dieses Arbeitsschritts anhand der Zelle 1 zugehörigen Parameter aufgezeigt. Zunächst wurden die zur ZSD gehörenden Gleichungen aus Gründen der besseren Übersicht zusammengefasst.

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{C_b} \\ \dot{U}_{C_s} \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_b \cdot (R_b + R_s)} & \frac{1}{C_b \cdot (R_b + R_s)} & 0 \\ \frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} & -\frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)} \\ \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \\ \frac{R_b^2}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} - \frac{R_s \cdot R_t}{C_s \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)} + \frac{R_t}{C_s \cdot (R_b + R_s)} + \frac{R_b \cdot R_s}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \end{bmatrix} \cdot I \quad (4.9)$$

$$A_{31} = -\frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} - \frac{R_s^2}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_s}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \quad (4.10)$$

$$A_{33} = \frac{R_s}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)} - \frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \quad (4.11)$$

$$U_0 = C \cdot \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} + D \cdot I \quad (4.12)$$

Beginnend mit der Ausgangsgleichung 4.12 erkennt man leicht, dass die Lösungen der Ausgangsmatrix C und der Durchgangsmatrix D die folgenden sein müssen:

$$\begin{aligned} U_0 &= C \cdot \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} + D \cdot I \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} + 0 \cdot I \end{aligned} \quad (4.13)$$

Im nächsten Schritt wurde die Zustandsdifferentialgleichung mit den zugehörigen Matrizen A und B, durch einsetzen der fehlenden Größen bestimmt. Beginnend mit der Eingangsmatrix

B sind die Ergebnisse im Folgenden dokumentiert.

$$\begin{aligned}
 B &= \begin{bmatrix} \frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)} \\ \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \\ b_3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{21,6 \text{ m}\Omega}{\frac{71183 \text{ F} \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)}{21,6 \text{ m}\Omega}} \\ \frac{21,6 \text{ m}\Omega}{961,53 \text{ F} \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)} \\ b_3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V}}{\text{C}} \\ 5,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (4.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_3 &= \frac{R_b^2}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} - \frac{R_s \cdot R_t}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)} + \frac{R_t}{C_s \cdot (R_b + R_s)} + \frac{R_b \cdot R_s}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \\
 &= \frac{(21,6 \text{ m}\Omega)^2}{961,53 \text{ F} \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} - \frac{71183 \text{ F} \cdot 21,6 \text{ m}\Omega \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)}{14,4 \text{ m}\Omega} + \frac{21,6 \text{ m}\Omega \cdot 14,4 \text{ m}\Omega}{21,6 \text{ m}\Omega \cdot 21,6 \text{ m}\Omega} \\
 &\quad + \frac{961,53 \text{ F} \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)}{961,53 \text{ F} \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} \\
 &= 2,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} - 4,68 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V}}{\text{C}} + 3,47 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} + 2,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} \\
 &= 8,62 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich B zu

$$B = \begin{bmatrix} 7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V}}{\text{C}} \\ 5,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} \\ 8,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{C}} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$



Analog zu der Vorgehensweise bei der Bestimmung von B, wurde im Anschluss die letzte noch fehlende Komponente der ZSD, die Matrix A, bestimmt.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_b \cdot (R_b + R_s)} & \frac{1}{C_b \cdot (R_b + R_s)} & 0 \\ \frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} & -\frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{71183 F \cdot (0,0216 \Omega + 0,0216 \Omega)} & \frac{1}{71183 F \cdot (0,0216 \Omega + 0,0216 \Omega)} & 0 \\ \frac{1}{961,53 F \cdot (0,0216 \Omega + 0,0216 \Omega)} & -\frac{1}{961,53 F \cdot (0,0216 \Omega + 0,0216 \Omega)} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -3,25 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} & 3,25 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} & 0 \\ 240,74 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} & -240,74 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \quad (4.17)
 \end{aligned}$$

mit den Einträgen

$$\begin{aligned}
 A_{31} &= -\frac{R_s}{C_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_b}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \\
 &= -\frac{R_s^2}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)^2} + \frac{R_s}{C_s \cdot (R_b + R_s)^2} \\
 &= -\frac{21,6 \text{ m}\Omega}{71183 F \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} + \frac{21,6 \text{ m}\Omega}{961,53 F \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} \\
 &= -\frac{21,6 \text{ m}\Omega^2}{71183 F \cdot 21,6 \text{ m}\Omega \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} + \frac{21,6 \text{ m}\Omega}{961,53 F \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} \\
 &= -\frac{2 \cdot 21,6 \text{ m}\Omega}{711183 F \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} + \frac{2 \cdot 21,6 \text{ m}\Omega}{961,53 F \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)^2} \\
 &= -3,25 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} + 0,024074 \frac{1}{s} \\
 &= 0,0244 \frac{1}{s} \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 A_{33} &= \frac{R_s}{C_b \cdot R_b \cdot (R_b + R_s)} - \frac{1}{C_s \cdot (R_b + R_s)} \\
 &= \frac{21,6 \text{ m}\Omega}{71183 F \cdot 21,6 \text{ m}\Omega \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)} - \frac{1}{961,53 F \cdot (21,6 \text{ m}\Omega + 21,6 \text{ m}\Omega)} \\
 &= 3,25 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} - 0,024074 \frac{1}{s} \\
 &= -0,02375 \frac{1}{s} \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

Damit erhält man die folgende ZSD:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{U}_{C_b} \\ \dot{U}_{C_s} \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -3,25 \frac{1}{s} & 3,25 \frac{1}{s} & 0 \\ 240,74 \frac{1}{s} & -240,74 \frac{1}{s} & 0 \\ 244 \frac{1}{s} & 0 & -273,5 \frac{1}{s} \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \times \begin{bmatrix} U_{C_b} \\ U_{C_s} \\ U_0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0,07 \frac{V}{C} \\ 5,2 \frac{V}{C} \\ 8,6 \frac{V}{C} \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \times I \end{aligned} \quad (4.20)$$

Abschließend wurde die Diskretisierung des Zustandsraummodells, wie in Abschnitt 3.1 erläutert, entwickelt.

$$\begin{aligned} A_d &= I + A \cdot T_s \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3,25 \frac{1}{s} & 3,25 \frac{1}{s} & 0 \\ 240,74 \frac{1}{s} & -240,74 \frac{1}{s} & 0 \\ 244 \frac{1}{s} & 0 & -273,5 \frac{1}{s} \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \cdot 1 s \\ &= \begin{bmatrix} 1 - 3,25 \cdot 10^{-4} & 0 + 3,25 \cdot 10^{-4} & 0 + 0 \\ 0 + 240,74 \cdot 10^{-4} & 1 - 240,74 \cdot 10^{-4} & 0 + 0 \\ 0 + 244 \cdot 10^{-4} & 0 + 0 & 1 - 273,5 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9997,4 & 3,25 & 0 \\ 240,74 & 9759,3 & 0 \\ 244 & 0 & 9762,5 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Für die Matrix  $B_d$  gilt weiterhin

$$\begin{aligned} B_d &= B \cdot T_s \\ &= \begin{bmatrix} 0,07 \frac{V}{C} \\ 5,2 \frac{V}{C} \\ 8,6 \frac{V}{C} \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \cdot 1 s \\ &= \begin{bmatrix} 0,07 \Omega \\ 5,2 \Omega \\ 8,6 \Omega \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \end{aligned} \quad (4.22)$$

sowie für  $C_d$  und  $D_d$

$$\begin{aligned} C_d &= C \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$D_d = D = 0 \quad (4.24)$$

Die vollständige Beschreibung des diskreten Systemmodells lautet somit:

$$\begin{aligned} \vec{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 9997,4 & 3,25 & 0 \\ 240,74 & 9759,3 & 0 \\ 244 & 0 & 9762,5 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \cdot \vec{x}_k \\ &+ \begin{bmatrix} 0,07 \Omega \\ 5,2 \Omega \\ 8,6 \Omega \end{bmatrix} \cdot 10^{-4} \cdot I \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$U_k = [0 \ 0 \ 1] \cdot \vec{x}_k + 0 \cdot I \quad (4.26)$$

### 4.2.2. Verhalten des KF unter Einsatz verschiedener Messreihen mit unterschiedlichen Charakteristiken

Um das Verhalten des KF zu testen, wurden verschiedene Belastungsszenarien simuliert und die Messwerte der Zellspannungen und des Stroms dokumentiert. Das KF wurde durch vollständiges Entladen bzw. Laden, eine stufenweise Entladung und mit Hilfe einer zyklischen Be- und Entlastung des Akkumulators untersucht. Zuvor wurde die Varianz des Messrauschens  $R$  mit Hilfe einer Messung der Ruhespannung des Akkumulators bestimmt (s. Abbildung ??). Da im Ruhezustand keine Änderungen der Spannung stattfindet, können die Schwankungen in dieser Phase als Messrauschen eingeordnet werden. Die Initialwerte von  $U_{Cb}$ ,  $U_{Cs}$  und  $U_0$  werden wie bereits im Vorfeld erwähnt, durch die Parameterbestimmung geliefert. Die Werte von  $P_0$  und  $Q$  sind durch experimentelle Herangehensweisen ermittelt worden, da diese Größen nicht in der Form kalkuliert werden können, wie es bei den Kapazitäten und Widerständen der Fall ist. Betrachtet man den Algorithmus, so erkennt man, dass die Kovarianz des Messrauschens  $R$ , ausschlaggebend für die Größenordnung des Kalmangains ist. Somit kann der KF individuell auf messtechnisch bedingte Unterschiede eingestellt werden und bestimmt dadurch die Einflussnahme des Messwertes auf die Bestimmung des Folgezustands. Auch die Kovarianz des Systemrauschens  $Q$  und die initiale Kovarianz des Schätzfehlers  $P_0$  sind an der Bestimmung des Kalmangains beteiligt, können allerdings im Gegensatz zu  $R$ , nicht mit Hilfe von Messungen bestimmt werden. Da  $P_0$  mit jedem Filterschleifendurchlauf korrigiert wird, sind die Auswirkungen durch einen vermeintlich schlecht gewählten Initialwert gering und werden durch den iterativen Charakter des KF aufgefangen. Auf den Einfluss von  $Q$  auf das Ergebnis der Ladezustandsbestimmung wird im Anschluß an die Darstellung der oben angesprochenen Simulationen eingegangen. Die Einleitung abschließend muss noch erwähnt werden, dass in den ersten beiden Plots, die Stromrichtungen so angenommen wurden, dass ein positiver Strom in den Akkumulator fließt, das heißt, einem Ladestrom entspricht. In den letzten beiden Szenarien ist die Situation entsprechend umgekehrt.

#### vollständiges Entladen des Akkumulators

In dieser Versuchsreihe wurde der Lithium-Eisenphosphat-Akkumulator einer vollständigen Entladung mit einem Entladestrom von  $2 C$  unterzogen. Daran anschließend wurde die Messung mit Hilfe einer Kalman-Filterung analysiert, und der SOC auf Basis dieser Filterung bestimmt. Das Ergebnis wurde in Abbildung 4.7 dargestellt. Die in dieser Abbildung dargestellten Verläufe stellen zum Einen die gemessene Klemmspannung und zum Anderen die durch den KF geschätzten Zufallsvariablen dar. Der zweite Plot zeigt den auf Basis der Filterdaten ermittelten SOC in Prozent. Wie man gut an dem Plot erkennen kann, wird der lineare

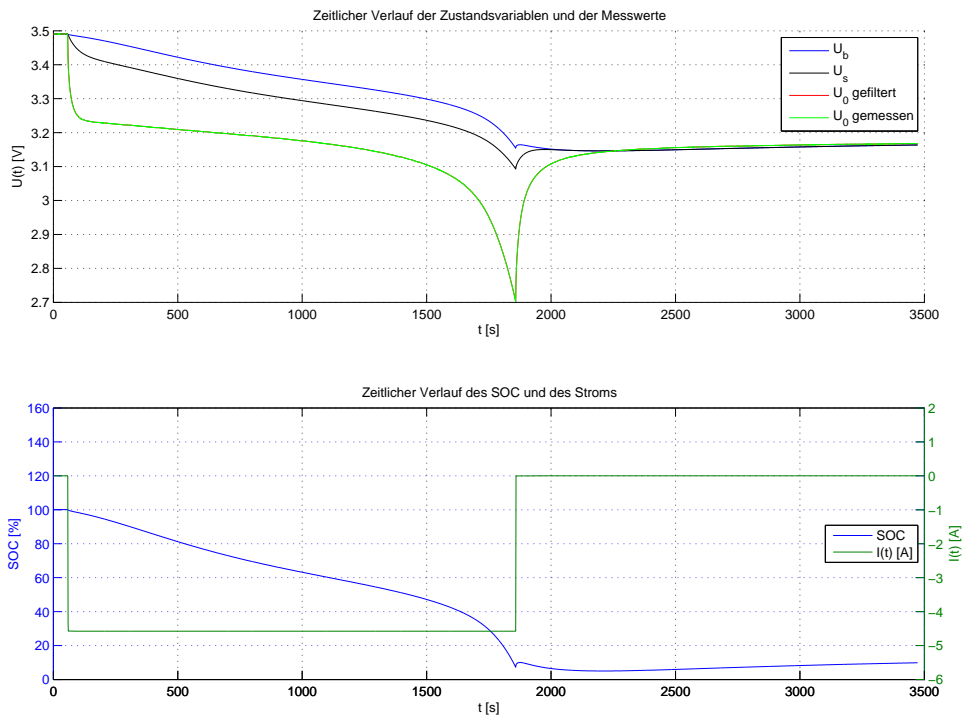


Abbildung 4.7.: Darstellung des Spannungsverlaufs an einer Zelle eines  $LiFePO_4$ -Akkumulators während der vollständigen Entladung, bei einem Entladestrom von etwa 4,6 A.

Bereich zwischen 100% und 30% sehr gut durch die Berechnung mittels  $U_{Cb}$  bestimmt. Sogar der starke Spannungseinbruch zu Beginn der Messreihe wirkt sich nicht negativ auf die Schätzung des Ladezustands aus. Lediglich für einen geringeren SOC kann die Entwicklung aufgrund des nichtlinearen Charakters der Batterie als nicht vertrauenswürdig eingeschätzt werden.

### vollständiges Laden des Akkumulators

Die vollständige Ladung des Akkumulators ist in der unten stehenden Grafik 4.8 abgebildet. Hierbei wurde der Energiespeicher mit einem Strom in Höhe von  $0,5C$  zellweise geladen. Der dargestellte Verlauf illustriert den Ladevorgang von Zelle 1, welche auch im vorangegangenen Abschnitt abgebildet wurde. Wie sehr gut zu erkennen ist, lässt sich die Bestimmung

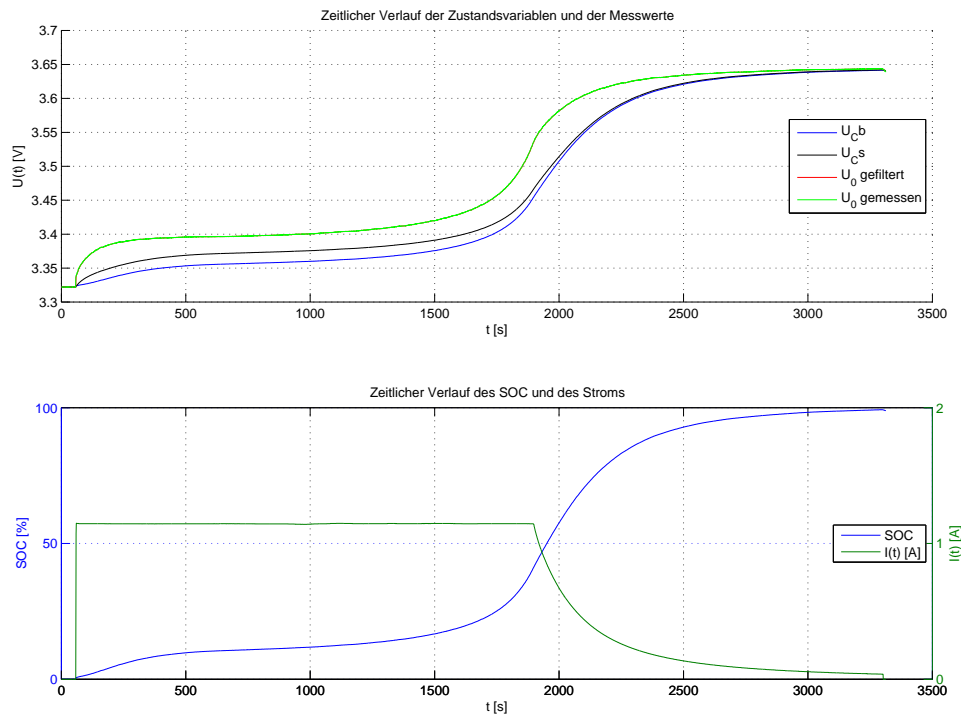


Abbildung 4.8.: Abbildung eines vollständigen Ladevorganges einer Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators bei einem Ladestrom von  $0,5C$ .

des SOC während des durchgeführten Ladevorgangs nur unzufriedenstellend vornehmen. Am zeitlichen Verlauf der Zustandsvariablen und der Messwerte kann man sehr gut erkennen, dass man den Prozess in vier Abschnitte einteilen kann. Dabei wechseln sich Bereiche mit starken Spannungsänderungen mit Bereichen annähernder Stagnation ab. Mit einsetzen des Ladestroms steigt die Zellspannung innerhalb einer Minute um  $0,1V$ . Im Anschluß daran benötigt der Energiespeicher etwa weitere fünfundzwanzig Minuten um die Zellspannung um den selben Wert zu erhöhen. Zwischen  $3,45V$  und  $3,6V$  erfolgt ein weiterer steiler Anstieg der Spannung innerhalb verhältnismäßig kurzer Zeit um daran anschließend erneut abzuflachen.

Auf die Betrachtung der anderen Zellen des Akkupacks, wird an dieser Stelle verzichtet, da

die Messreihe für diese Akkumulatorenelemente keine verwertbaren Daten für die Simulation eines Ladevorgangs liefern (s. B.1).

### stufenweise Entladung des Akkumulators

Die Simulation der stufenweisen Entladung eines  $LiFePO_4$ -Akkumulators wurde in 10 gleichmäßigen Entladeintervallen bei einem Entladestrom von 2.3 A vorgenommen. Die Bestimmung des SOC erzielt wie in der vergrößerten Ansicht eines Schaltvorgangs zu sehen ist, befriedigende Ergebnisse. Ladezustände zwischen 90% und 20% können mit gewissen Abstrichen gut dargestellt werden. In den Randbereichen zeigen sich stärker die nicht-linearen Effekte und so treten sogar kurzzeitig Ladezustände von unter 0% und über 100% auf. Neben den angesprochenen Nichtlinearitäten, könnte auch die Festlegung der Referenzspannungen ein weiterer Faktor für die unter- beziehungsweise Überschreitungen der theoretisch sinnvollen Grenzen sein. Hierauf wird in der an dieses Kapitel anschließenden Auswertung noch einmal eingegangen. In der Vergrößerung sieht man deutlich, dass nach

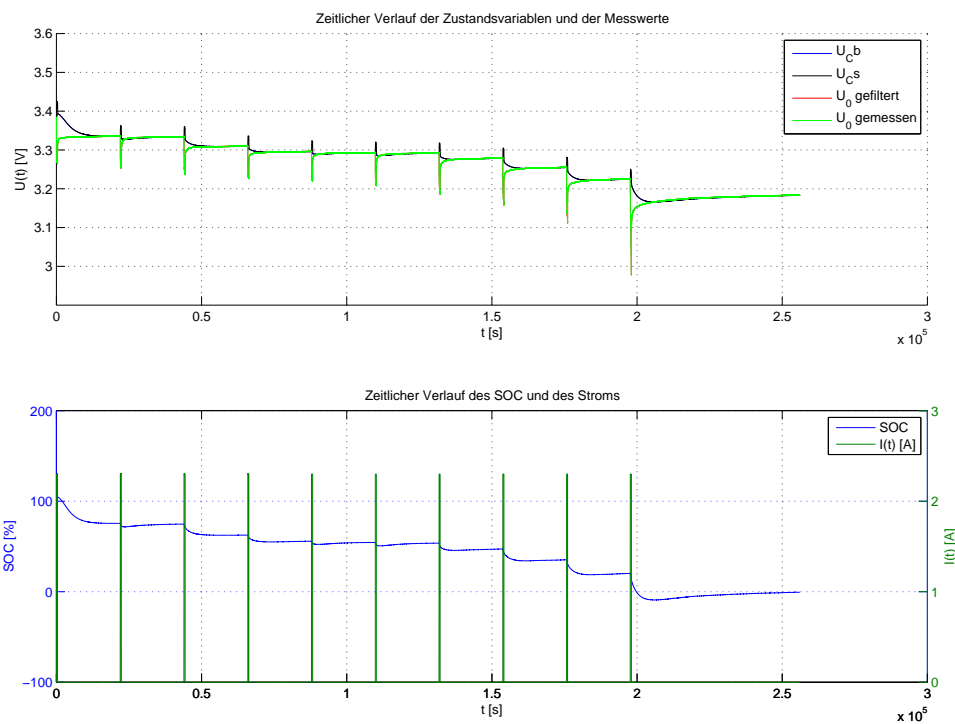


Abbildung 4.9.: Vorgang der stufenweisen Entladung bei einem 1 C entsprechenden Strom von 2,3 A

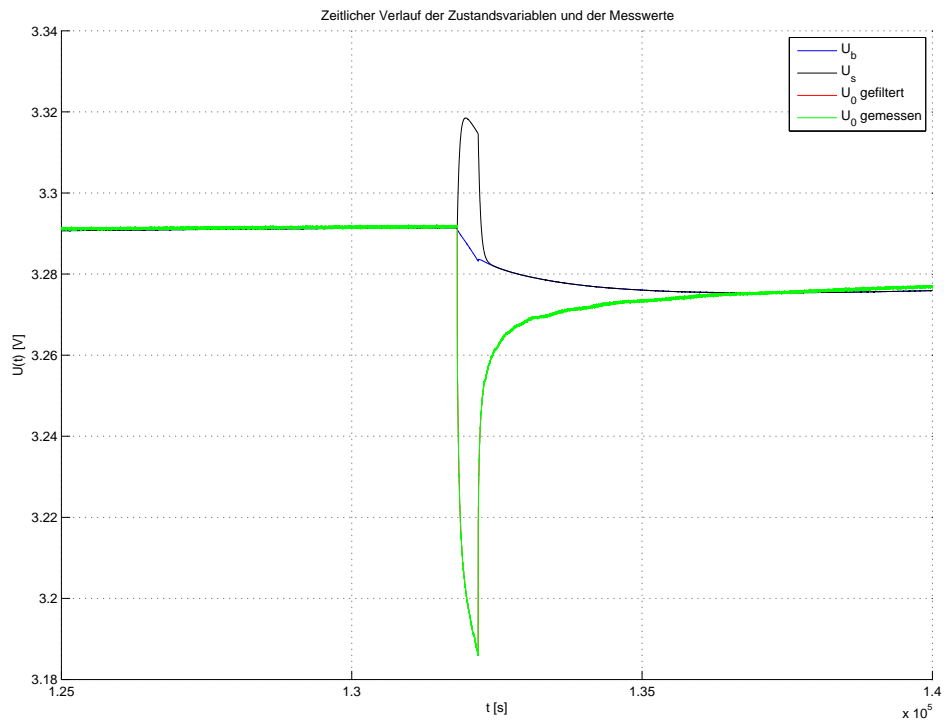


Abbildung 4.10.: Vorgang der stufenweisen Entladung bei einem 1 C entsprechenden Strom von 2,3 A

einem Schaltvorgang die Zeitspanne bis zum Erreichen des „stationären Zustands des SOC mit etwa fünftausend Sekunden, was mehr als einer Stunde entspricht, recht lang erscheint. Dabei ist jedoch zu beachten, dass innerhalb von sechs Minuten der Unterschied im SOC lediglich 4, 5%, bei den im Vorfeld gemachten Überlegungen beträgt. Zusätzlich muss man zu Gute halten, dass diese Messung mit einer Gesamtdauer von drei Tagen auf Langfristigkeit ausgelegt war.



### Zyklisierung des Akkumulators

Die letzte hier vorgestellte Versuchreihe besteht aus einer zyklischen Be- und Entladung des Energiespeichers. Da der SOC zu Beginn der Messung nicht bekannt war, wurde auf den bereits in 2.2 bestimmten linearen Zusammenhang zurückgegriffen. Um den Verlauf des Ladezustands in den Grenzen von 0 – 100% zu erhalten, war allerdings ein weiterer Offset von –20% notwendig. Dies macht eine Beurteilung der Ergebnisse bezüglich des Ladezustands schwierig bis unmöglich. Allerdings kann die Messreihe trotzdem in Hinsicht auf das Verhalten des KF bei dieser Art von Beanspruchung ausgewertet werden.

Die Zyklisierung erfolgte in jeweils etwa eine Stunde andauernden Lade-, Ruhe- und Entla-

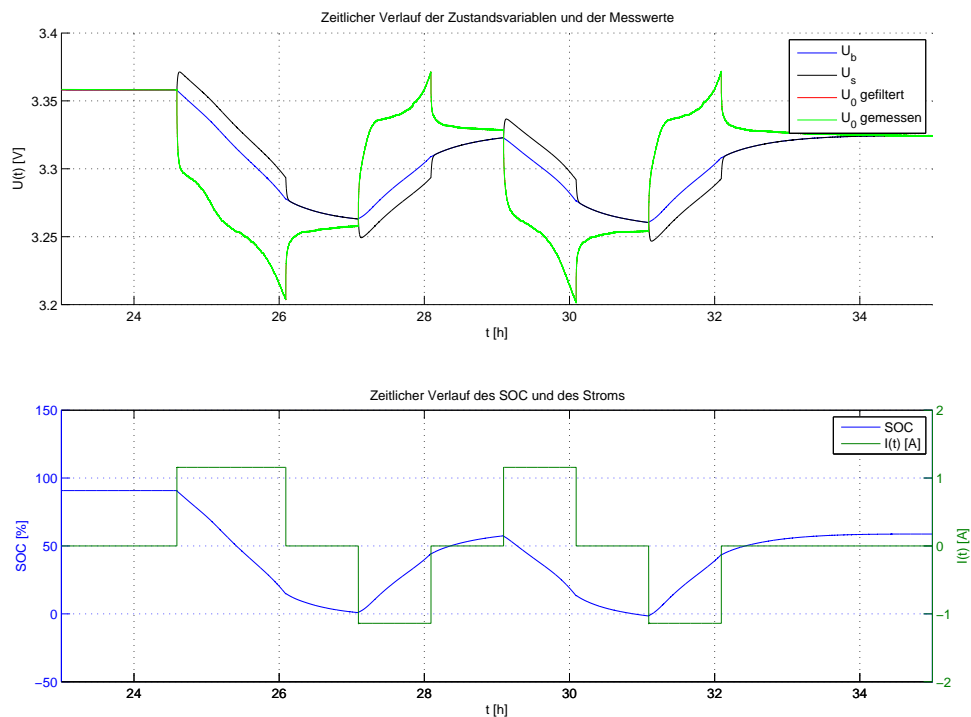


Abbildung 4.11.: Zyklisierung der Batterie über einem Zeitintervall von fünf Stunden

dephasen. Dabei wurde zwischen Ladung und Entladung, sowie zwischen Entladung und Ladung eine Ruhepause integriert. Betrachtet man das Ergebnis rein quantitativ, so entsprechen die dargestellten Verläufe, dem Erwarteten. Zu Beginn der Zyklisierung wird eine im Vergleich zu den nachfolgenden Zeitintervallen, etwas längere Entladephase vorangeschoben. Da der Zyklus aus zwei Lade- und zwei Entladephasen besteht, erwartet man am Ende der Messung eine niedrigeren SOC als zu Beginn der Messreihe. Diese Erwartung wird auch erfüllt. Außerdem kann festgehalten werden, dass der Verlauf der Ladezustandskurve keine

Sprünge oder sonstige Auffälligkeiten, wie beispielsweise zeitlichen Versatz oder ähnliches beinhaltet. Dies lässt darauf schließen, dass das dem KF zugrunde liegende Modell mit dieser Art von Belastung gut umgehen kann.

### 4.3. Auswertung

Die durchgeführten Simulationen sollten einen Einblick in die Performance des hergeleiteten Systems ermöglichen. Bei allen Versuchen wurde immer davon ausgegangen, dass der verwendete Akkumulator vor Beginn der Messung vollständig geladene beziehungsweise entladen war. Bei genauer Betrachtung, fällt jedoch auf, dass beispielsweise bei Beginn von Messung 1 die Zellspannung bei  $3,49\text{ V}$  liegt, wo hingegen in Messung 3 ein um  $0,1\text{ V}$  geringerer Wert vorliegt. Im zweiten Versuch wird durch vollständiges Laden ein Maximalwert von  $3,65\text{ V}$  erreicht. Erklärbar sind diese Unterschiede durch folgende Faktoren.

1. Häufigkeit der Verwendung:  
Bei diesem Akkumulator, war vor dem ersten Einsatz nicht klar, welchen Ladezustand er besitzt. Aufgrund der Klemmspannung, die im eingeschwungenen Zustand  $U_{Cb}$  entspricht, wurde entschieden, ob der Akkumulator geladen oder entladen sein muss.
2. Länge der Lagerung: Es ist bekannt, dass Lithium-Eisenphosphat-Akkumulatoren eine monatlichen Selbstentladung von 3-5% besitzen. Die Daten stammen aus Messungen, deren zeitlicher Abstand ungefähr drei Wochen beträgt.
3. Thermische Effekte: Die Kapazität einer Batterie ist unter anderem stark temperaturabhängig. Da Bauarbeiten an der Heizanlage der HAW während der Bearbeitungszeit dieser Thesis vorgenommen wurden, und die Messungen in unterschiedlichen Räumen und Gebäuden stattgefunden haben, ist es zumindest denkbar, dass solche äußeren Einflüsse einen Unterschied in der Klemmspannung zu Beginn verschiedener Messungen hervorgerufen haben.

Leider sind weitere Untersuchungen dieser Thematik aus zeitlichen Gründen nicht mehr erfolgt. Eine bildliche Darstellung der Unterschiede zwischen den einzelnen Messreihen ist in Abbildung 4.12 zu sehen. Was sofort auffällt, sind die stark unterschiedlichen Referenzspannungen für die verschiedenen Ladezustände. Auch die Steigungen der Kurven weisen deutlich Unterschiede auf. Dieser Plot zeigt auf, dass trotz Verwendung von ein und der selben Zelle, von Messreihe zu Messreihe völlig andere Gegebenheiten vorherrschen. Damit ist offensichtlich, dass die Ermittlung von möglichst allgemeingültigen Referenzwerten ein wichtiger im Vorfeld zu beachtender Punkt ist.

Ein weiteres Ergebnis dieses Vergleichs des Verhaltens bei unterschiedlichen Belastungsszenarien ist, dass durch die variierenden Anforderungen das so implementierte KF auf seine möglichen Einsatzgebiete überprüft werden kann. So verdeutlicht der Unterschied des Ergebnisses einer vollständigen Ladung und des einer vollständigen Entladung, dass das entwickelte Systemmodell das Verhalten des Akkumulators bei Entladung besser widerspiegelt als bei Ladung. Dies steht in Zusammenhang mit der Tatsache, dass die Entwicklung

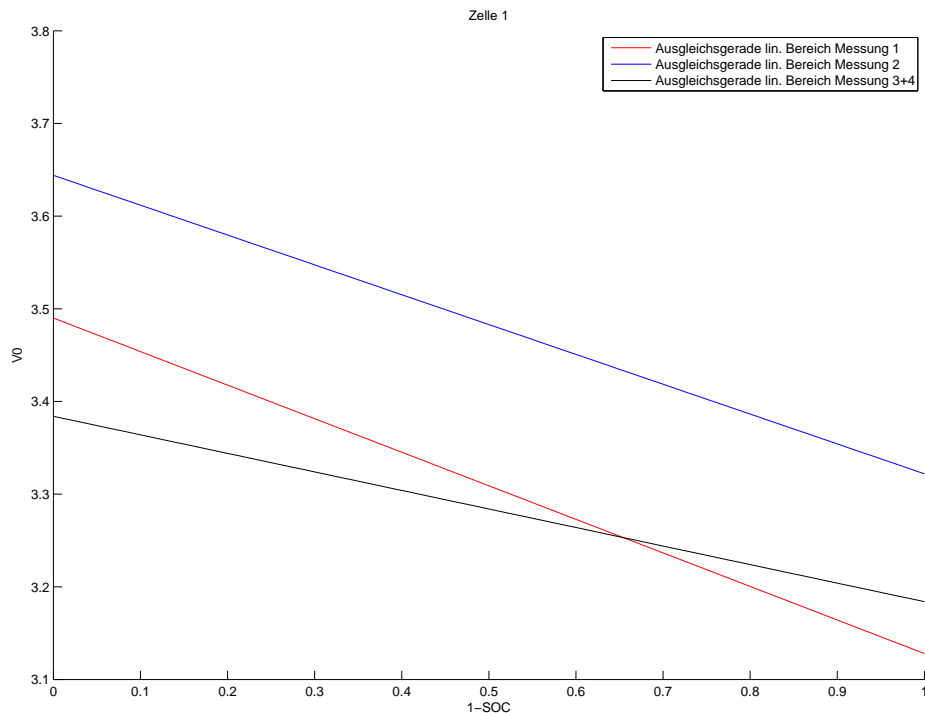


Abbildung 4.12.: Rechnerisch bestimmte Verläufe des linearen Bereichs des Ladezustand-entwicklung auf Basis der in den Messreihen erzielten Werte.

des Modells auf Basis von Daten die während einer Entladung aufgezeichnet wurden, stattgefunden hat. Daraus folgt logischerweise im Umkehrschluß, dass man schon bei der Entwicklung des Modells verschiedene Belastungen berücksichtigt. Selbstverständlich kann man durch Modifikationen des Systemmodells jederzeit Anpassungen vornehmen, allerdings reduziert ein von vorn herein gut aufgestelltes Modell, Nacharbeiten, welche zur Beseitigung unerwünschter Effekte anfallen würden.

Was aus dieser Untersuchung ebenfalls klar wurde, ist wie stark der Einfluss der Kovarianzmatrix des Systemrauschens auf das Ergebnis der Filterung ist. Im nachfolgenden Plot sind die Ergebnisse der vollständigen Entladung des Akkumulators bei variierender Kovarianzmatrix  $Q$  dargestellt. Teilweise rufen nur geringfügige Änderungen der Matrizenelemente starke Veränderungen im Verlauf der gefilterten Werte hervor. In dem dargestellten Plot ist die Veränderung des Verlaufs der Zustandsvariablen für nur einen veränderten Wert von  $Q$  abgebildet. Im Vorfeld wurde überlegt, welche Kriterien für den Verlauf des Ladezustands-gaphen und damit der Spannung  $U_{Cb}$  gelten müssen. Zum einen muss der SOC während einer kontinuierlichen Entladung des Akkumulators monoton fallend sein. Diese Tatsache führt zu der Erkenntnis, dass die ersten drei Graphen für eine repräsentative Ermittlung des

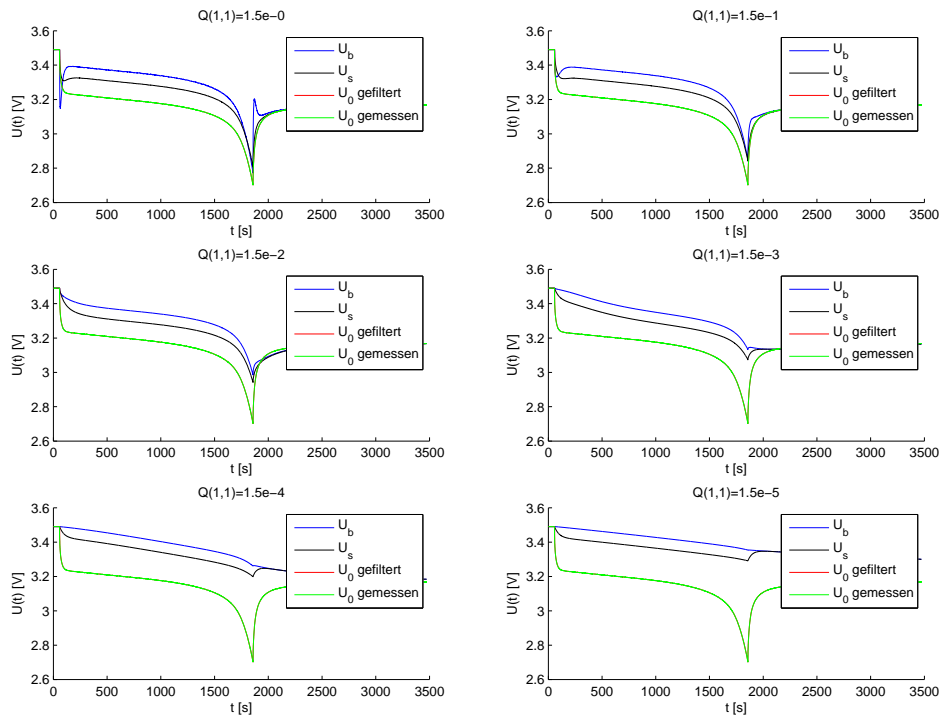


Abbildung 4.13.: Abbildung des Einflusses von  $Q$  auf die Schätzung der Zustandsvariablen

Ladezustands nicht in Frage kommen. Ein zweites Kriterium ist, dass die Ladezustandskurve keine größeren zeitlichen Versätze aufweisen sollte. Die Darstellungen fünf und sechs aus Abbildung 4.13 erfüllen dieses Kriterium nicht. Der Verlauf von  $U_{Cb}$  aus 6. hat einen so stark linearen Verlauf, dass nach über fünfundzwanzig Minuten nach abschalten der Last immer noch keine Annäherung an die Klemmenspannung  $U_0$  stattgefunden hat.

## 5. Fazit und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit war die Ladezustandsschätzung eines Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators mit Hilfe eines Kalman-Filters. Genauer gesagt wurden, der Erfahrungsgewinn in der Parameterbestimmung von Batteriemodellen, die Beurteilung der auf Simulationen basierenden Zustandsschätzung durch Kalman-Filter sowie die Ableitung von generellen Aussagen über das Schätzverfahren angestrebt. Die nachfolgende Tabelle soll eine Übersicht der angestrebten Ziele und die durch diese Arbeit erzielten Ergebnisse liefern.

- Analyse von Batteriemodellen und KF-Verfahren
- Realisierung einer Simulationsplattform
- Batteriemodell und Parameterbestimmung
- Integration des Batteriemodells in das KF
- Gesamtbewertung des Verfahrens zur SOC-Bestimmung

Betrachtet man die formulierten Ziele so kann man sagen, dass diese grundsätzlich erfüllt wurden.

Die Analyse der Batteriemodelle, wurde auf ein Modell reduziert. Dabei sind die in [10] gemachten Untersuchungen berücksichtigt worden und das innerhalb des Projekt BATSEN Modell 4 genannte Batteriemodell analysiert worden. Beginnend mit der Ermittlung des SOC wird an dieser Stelle auf die Einschätzung der erfolgten Untersuchungen eingegangen. Wie in den Simulationsergebnissen herauskam, konnte die im linearen Zusammenhang stehende Spannung  $U_{Cb}$  durch das KF zur Verfügung gestellt und somit die Grundlage für die Ladezustandsbestimmung auf Basis des Batteriemodells geschaffen werden. Aufgefallen ist allerdings auch, dass die Bestimmung geeigneter Referenzspannungen noch mehr Aufmerksamkeit erfordert, als es im Rahmen dieser Arbeit erfolgt ist. Wie in der Simulationsauswertung schon erwähnt, konnte jedoch trotzdem eine Beurteilung der Einsetzbarkeit des Systems in jedem der Szenarien vorgenommen werden. Die Einschätzung der Qualität des ermittelten Ladezustands ist durch die im Vorfeld angesprochenen Fakten nicht durchweg befriedigend beziehungsweise ausreichend. Es hat sich herausgestellt, dass das gewählte Batteriemodell für nicht-dynamische Anwendungen durchaus zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Im dynamischen Fall muss man allerdings auch von mangelnder Eignung sprechen. Um das Modell für ein breiteres Einsatzgebiet anwendbar zu machen sind Überlegungen wie

beispielsweise die Modifikation durch Diodenmodelle (s. [10]) ein vielversprechender Ansatz.

Die Implementation des KFs ist realisiert worden und die Simulation der verschiedenen Belastungsszenarien damit möglich gemacht worden. Durch die Simulationsplattform sind Aufschlüsse über die Systematik von Batterien, Modellen und die Bedeutung der Parameterbestimmung gewonnen worden. Die Umsetzung des KFs hat gemeinsam mit den dazugehörigen Vorbereitungen den Hauptteil der Arbeit ausgemacht. Um den KF überhaupt einsetzen zu können mussten diverse Vorarbeiten wie die Entscheidung für ein Batteriemodell, die damit verbundene Parameterbestimmung sowie der Zusammenhang zwischen diesen Faktoren hergestellt werden. Die in Kapitel 4.2 ausführlich beschriebenen Vorgänge bezeugen eine erfolgreiche Umsetzung dieses Ziels.

Einen ebenfalls umfangreichen Teil stellte die Parameterbestimmung dar welche gegen Ende der Bearbeitungszeit dieser Thesis noch einige Fragen aufwarf. Zunächst soll hier jedoch vermerkt werden, dass die Parameterbestimmung mit Hilfe vieler theoretischer Zusammenhänge und Vereinfachungen in die Tat umgesetzt wurde und ein erfolgreich umgesetztes Batteriemodell hervorgebracht hat. Allerdings sind laut den Erfahrungen, die im Rahmen dieser Thesis gemacht wurden zwei essentielle Dinge aufgefallen. Wie in 4.2.2 erläutert ist der Einfluss der Kovarianzmatrix des Messrauschens auf das Ergebnis der Filterung immens. Andere Parameter wie beispielsweise die initiale Ermittlung von  $U_{Cs}$  könne hingegen fast willkürlich gewählt werden und erzielen trotzdem gute Ergebnisse. Von daher liegt die Überlegung nahe ob eine Beurteilung der stark Einfluss nehmenden Parameter nicht ausreichend für die Umsetzung eines guten Batteriemodells ist. Der zweite Punkt der in diesem Zusammenhang Fragen aufwirft, ist ob der experimentelle Weg der Kalibrierung von  $Q$  nicht dazu führt, dass man die Einstellungen so wählt, wie man es für richtig hält und damit eine gewisse Willkür entsteht. Das Ergebnis der Filterung ist die einzige Beurteilungsmöglichkeit, welche im Rahmen der Arbeit in Erfahrung gebracht werden konnte. Die letzte Anmerkung dieses Absatzes betrifft die vereinfachenden Annahmen die zur Diskretisierung des Batteriemodells gemacht wurden. In dem referenzierten Paper, „Nonlinear Observers for Predicting State-of-Charge and State-of-Health of Lead-Acid Batteries for Hybrid-Electric Vehicles“ wird unter dem Punkt der Diskretisierung der Zustandsraummatrizen die vereinfachende Aussage getätigt, dass sich für  $|A| \neq 0$  die Berechnung der Eingangsmatrix  $|Bd|$  zu  $B * Ts$  vereinfachen lässt. Fakt ist leider nur, dass die in dieser Arbeit entwickelte und damit auch die von den Autoren des Papers vorgestellte Systemmatrix  $A$  singulär ist und somit streng genommen die vereinfachenden Annahmen nicht angewandt werden dürfen. Auch dieser Punkt wurde erst gegen Abschluß der Thesis entdeckt und konnten dadurch nicht mehr Berücksichtigt werden. Für nachfolgende Untersuchungen gilt es herauszufinden, ob sich durch die fälschlicherweise gemachten Abschätzungen grobe Ungenauigkeiten ergeben

haben.

Die Entscheidung die Ladezustandsbestimmung auf Basis eines Kalman-Filters durchzuführen kann aufgrund der durch diese Thesis gemachten Erkenntnisse begrüßt werden. Es hat sich herausgestellt, dass der **KF** als flexibles und durchaus mächtiges Werkzeug für die Analyse des **SOC** angesehen werden kann. Die quantitative Einfachheit des Algorithmus macht ihn zu einem der potentiellen Kandidaten bei Einsätzen die sich durch stark begrenzte Speichermöglichkeit von Daten auszeichnen. Ein weiterer Aspekt, der diese Aussage bekräftigt, ist die Tatsache dass das Kalmangain innerhalb der Rekursion schnell gegen einen stationären Wert konvergiert. Das bedeutet auch, dass man durch Kenntnis des Einsatzgebietes eine Präkalkulation des Kalmangains vornehmen könnte. Dies hätte zur Folge, dass anstatt der in ?? vorgestellten fünf lediglich zwei Gleichungen zur Zustandsschätzung verbleiben würden.

Abschließend soll noch gesagt werden, dass durch die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse sowie die in [10] gemachten Erfahrungen eine solide Grundlage für die Realisierung des **KF** in der Überwachung von Fahrzeugbatterien gemacht wurde. Eine Intensivierung der Lösung der vorgestellten Fragestellungen ist nicht nur im Interesse des Autors sondern wird aufgrund der gemachten Erkenntnisse auch die Zielsetzung des Forschungsprojektes BAT-SEN voranbringen, was ebenfalls ein zufriedenstellendes Ergebnis dieser Arbeit ist.



# Literaturverzeichnis

- [1] APPELBAUM, J. : an electrical model of the lead - acid battery. In: *IEEE* (1982)
- [2] BAUMANN, C. : Das Kalman Filter wird 50. (2010)
- [3] BROWN, R. G. ; HWANG, P. Y. C.: Introduction to Random Signals an applied Kalman Filtering, Second Edition. In: *John Wiley & Sons, Inc.* (1992)
- [4] B.S.BHANGU: Nonlinear Observers for Predicting State-of-Charge and State-of-Health of Lead-Acid Batteries for Hybrid - Electric Vehicles. In: *IEEE* (2005)
- [5] CENTER, M. D.: Kalman Filter. (2014)
- [6] CHIASSON, J. ; VAIRAMOHAN, B. : Estimating the State of Charge of a Battery. In: *IEEE Transactions on control systems technology* (2005)
- [7] KALMAN, R. E.: A New Approach to Linear Filtering an Prediction Problems. (1960)
- [8] KLEIN-MÖLHOFF, P. ; BENAD, H. ; BEILARD, F. ; ESMAIL, M. ; KNÖLL, M. : Die Batterie als Schlüsseltechnologie für die Elektromobilität der Zukunft: Herausforderungen - Potenziale - Ausblick. In: *Reutlinger Diskussionsbeiträge zu Marketing und Managemament* (2012)
- [9] LEAO, J. A. ; L.V.HARTMANN ; M.B.R:CORREA: Lead-Acid Battery Modeling and State of Charge monitoring. In: *IEEE* (2010)
- [10] LI, Y. : Stae-of-Charge-Bestimmung für eine Starterbatterie mit einem Kalman-Filter-Modell. In: *HAW Hamburg* (2012)
- [11] REDDY, T. B.: *Linden's Handbook of Batteries*. Bd. 4. McGraw-Hill New York, 2011
- [12] WELCH, G. ; BISHOP, G. : An Introduction to the Kalman Filter. In: *Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill NC 27599-3175* (1997)
- [13] WIKIPEDIA: Kalman Filter. (2014)
- [14] ZHANG, F. ; LIU, G. ; FANG, L. : A Battery State of Charge Estimation Method with Extended Kalman Filter. In: *IEEE* (2008)

# A. Anhang

## A.1. Messdaten

Listing A.1: MatLab Quellcode der Darstellung der Messdaten

```
1 % Messdaten
2 figure
3 data=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
   MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\
   Thesis','P2_CA_step_discharge_1C_all_interpolated_1s.mat'));
4 hold on
5 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_1);
6 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_2,'r');
7 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_3,'g');
8 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_4,'k');
9 xlabel('t [s]'); ylabel('U(t) [V]');
10 legend('Zelle 1','Zelle 2','Zelle 3','Zelle 4')
11 title('Messdaten der stufenweisen Entladung einer Lithium-
   Eisenphosphat-Batterie')
12 hold off
13
14 % Zusammenhang zwischen SOC und OCV(=Vb im stationären Zustand)
15
16 figure
17
18 abgelesene Zellspannungswerte in Ub eingetragen
19 Ub=[3.384 3.335 3.334 3.309 3.296 3.293 3.292 3.279 3.255 3.225
   3.183;
20      3.363 3.335 3.334 3.310 3.296 3.294 3.292 3.279 3.256 3.224
   3.178;
21      3.346 3.332 3.331 3.307 3.292 3.290 3.289 3.276 3.252 3.221
   3.171;
22      3.345 3.331 3.330 3.300 3.291 3.289 3.287 3.269 3.245 3.210
   3.117];
23 Ub=[3.128 3.49; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung1
24      3.322 3.644; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung2
```

```
25     3.184 3.384]; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung3
26 Berechnung der Ausgleichsgeraden für den linearen Bereich
27 t=0:1; % Zeitvektor entspricht t=1-SOC
28 socv0=[t;Ub];
29 p1=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(2,:),1);
30 k1 = p1(1);
31 d1 = p1(2);
32 p2=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(3,:),1);
33 k2 = p2(1);
34 d2 = p2(2);
35 p3=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(4,:),1);
36 k3 = p3(1);
37 d3 = p3(2);
38
39 % p2=polyfit(1-socv0(1,2:end-2),socv0(3,2:end-2),1);
40 % k2 = p2(1);
41 % d2 = p2(2);
42 % p3=polyfit(1-socv0(1,2:end-2),socv0(4,2:end-2),1);
43 % k3 = p3(1);
44 % d3 = p3(2);
45 % p4=polyfit(1-socv0(1,2:end-2),socv0(5,2:end-2),1);
46 % k4 = p4(1);
47 % d4 = p4(2);
48 s = linspace(0,1);
49 subplot(2,2,1)
50
51 plotten von Ub über dem SOC
```

## A.2. Datenblatt des verwendeten Akkumulatortyps

Datenblatt des Akkumulatortyps ANR26650m1-B des Unternehmens A123 Systems

## + Nanophosphate<sup>®</sup> High Power Lithium Ion Cell ANR26650~~M~~1-B



A123's high-performance Nanophosphate<sup>®</sup> lithium iron phosphate (LiFePO<sub>4</sub>) battery technology delivers high power and energy density combined with excellent safety performance and extensive life cycling in a lighter weight, more compact package. Our cells have low capacity loss and impedance growth over time as well as high usable energy over a wide state of charge (SOC) range, allowing our systems to meet end-of-life power and energy requirements with minimal pack oversizing.



### APPLICATIONS

#### COMMERCIAL SOLUTIONS

Advanced lead acid replacement batteries for:

- + Datacenter UPS
- + Telecom backup
- + IT backup
- + Autonomously guided vehicles (AGVs)
- + Industrial robotics and material handling equipment
- + Medical devices

#### GOVERNMENT SOLUTIONS

- + Military vehicles
- + Military power grids
- + Soldier power
- + Directed energy

#### GRID SOLUTIONS

Versatile, flexible and proven storage solutions for the grid:

- + Frequency regulation
- + Renewables integration
- + Reserve capacity
- + Transmission and distribution

#### TRANSPORTATION SOLUTIONS

Hybrid, plug-in hybrid and electric vehicle battery systems for:

- + Commercial vehicles
- + Off-highway vehicles
- + Passenger vehicles

### ANR26650~~M~~1-B TECHNICAL DATA

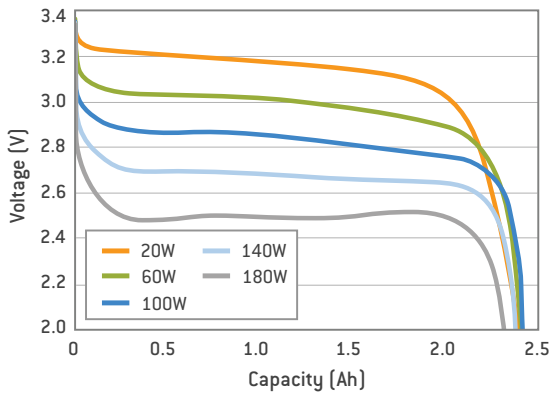
Cell Dimensions	ø26 x 65 mm
Cell Weight	76g
Cell Capacity (nominal/minimum) (0.5C Rate)	2.5/2.4 Ah
Voltage (nominal)	3.3V
Internal Impedance (1kHz AC typical)	6mΩ
Power*	2600 W/kg
Recommended Standard Charge Method	2.5A to 3.6V CCCV, 60 min
Recommended Fast Charge Method to 80% SOC	10A to 3.6V CC, 12 min
Maximum Continuous Discharge	50A
Maximum Pulse Discharge (10 seconds)	120A
Cycle Life at 20A Discharge, 100% DOD	>1,000 cycles
Operating Temperature	-30°C to 55°C
Storage Temperature	-40°C to 60°C

\* ~200W as measured by A123 modified HPPC Method @ 23°C, 50% SOC, 10 second discharge

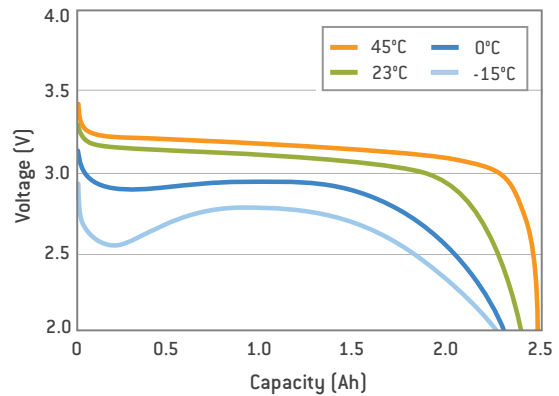
# + Nanophosphate<sup>®</sup> High Power Lithium Ion Cell ANR26650M1-B



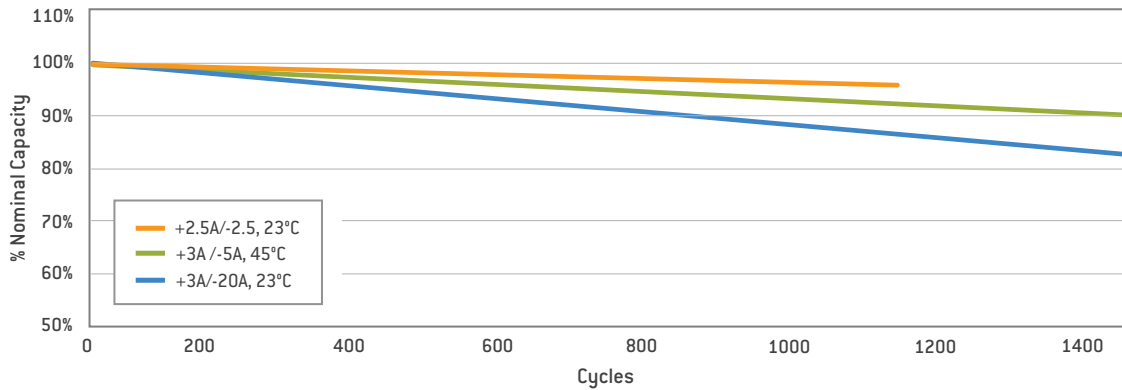
Constant Power Discharge Characteristics at 23°C



2.5C Constant Current Discharge at Various Temperatures



Cycle Life Performance, 100% DOD, Various Temperatures and Discharge Rates



This document represents typical data. Performance may vary depending on use conditions and application. A123 Systems makes no warranty explicit or implied with this data sheet. Contents subject to change without notice.

## CORPORATE HEADQUARTERS

A123 Systems, Inc.  
200 West Street  
Waltham, MA 02451

[www.a123systems.com](http://www.a123systems.com)



©2012 A123 Systems, Inc. All rights reserved.  
MD100113-02

### A.2.1. Bestimmung des Innenwiderstands des Akkupack

Der Innenwiderstand einer Batterie kann nicht mit einem Ohmmeter bestimmt werden. Für den Einsatz eines Ohmmeters muss spannungsfreiheit des Messobjekts vorherrschen. Deshalb bedient man sich einer indirekten Messung des Widerstands. Es wird eine Messreihe von Strom und Spannung, bei Belastung mit verschiedenen Widerstandsgrößen zu diesem Zweck angefertigt. Aus den Messwerten wird anschließend die zugehörige Ausgleichsgerade ermittelt. Letztlich kann nun mit Hilfe der OCV  $U_0$  und des Kurzschlussstroms  $I_k$  der Innenwiderstand  $R_i$  des Akkumulators bestimmt werden

$$R_i = \frac{U_0}{I_k} \quad (\text{A.1})$$

## A.3. Parameterbestimmung

### A.3.1. Bestimmung von $C_{s,init}$ für die Zellen 2-4

$$\begin{aligned} C_{s2,init} &= \frac{-\Delta t \cdot \ln\left(1 - \frac{V_2^4 - V_2^3}{V_2^1 - V_2^3}\right)}{R_t + R_s} \\ &= \frac{-0,5 \text{ s} \cdot \ln\left(1 - \frac{3,276 - 3,265}{3,278 - 3,265}\right)}{3,43 \text{ m}\Omega + 5,14 \text{ m}\Omega} \\ &= \frac{-0,5 \cdot \ln\left(1 - \frac{3,276 - 3,265}{3,278 - 3,265}\right) \text{ As}}{(0,00343 + 0,00514) \text{ V}} \\ &= 109,21 \text{ F} \end{aligned}$$

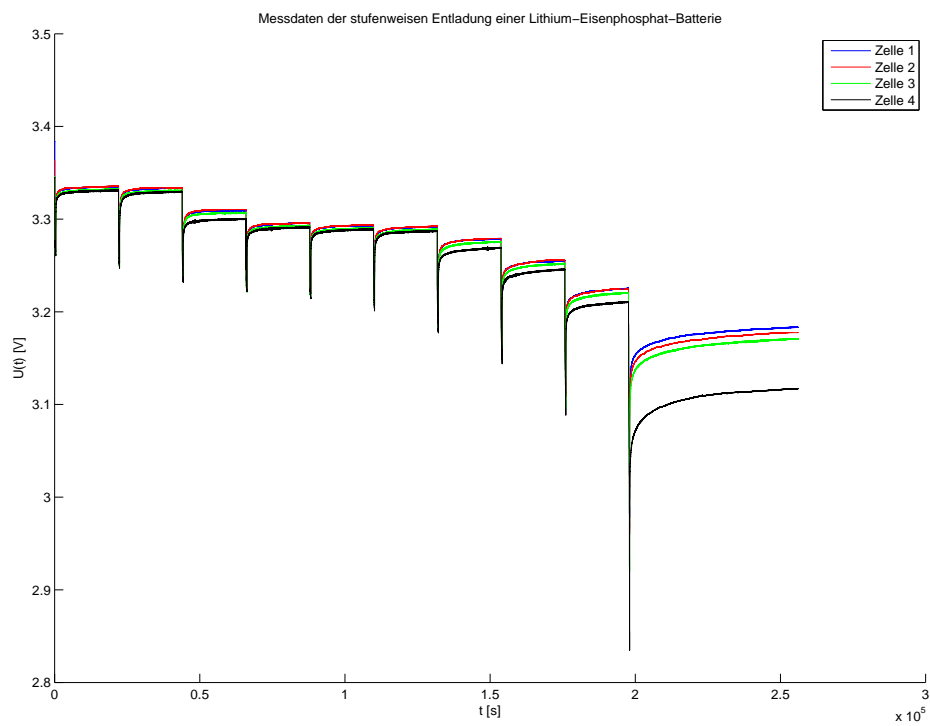


Abbildung A.1.: Messung einer stufenweisen Entladung eines Lithium-Eisenphosphat-Akkumulators





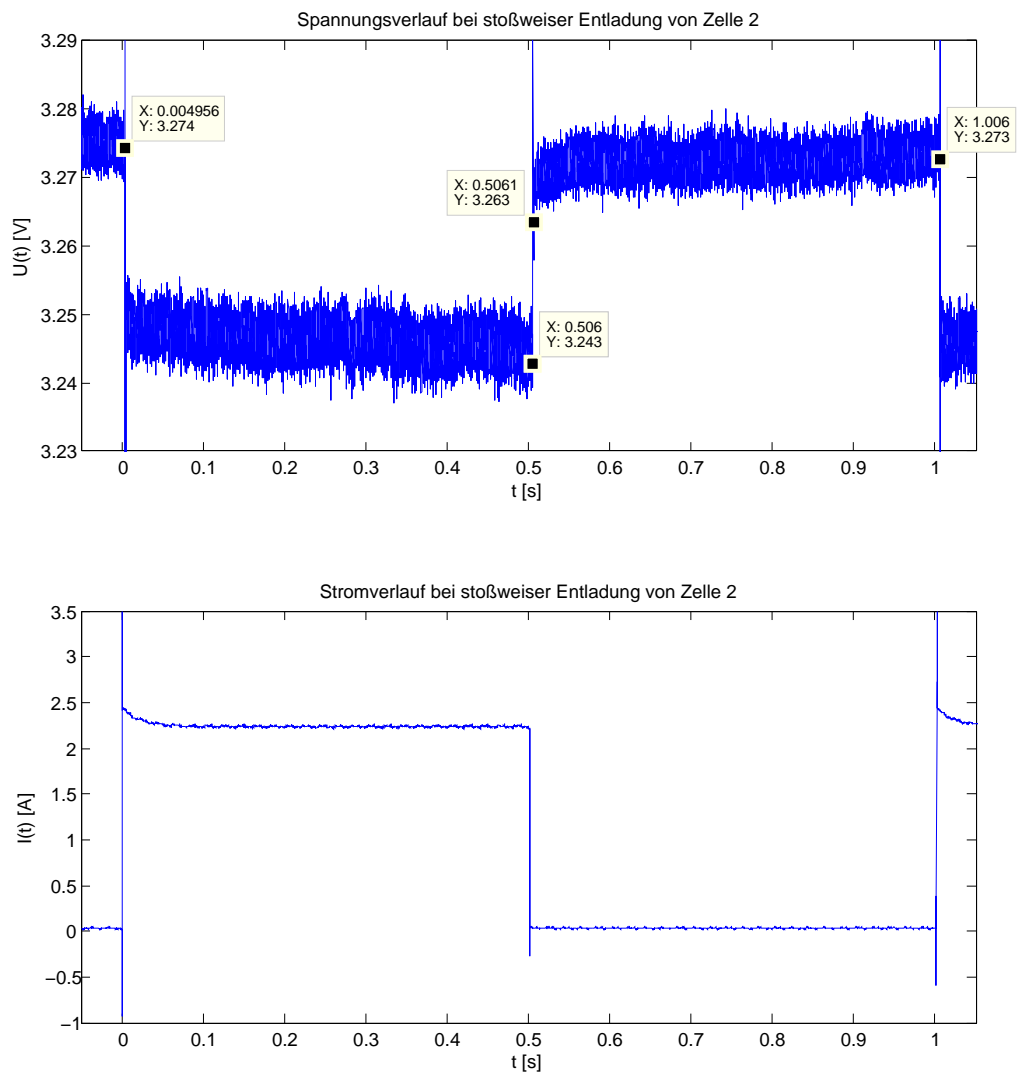
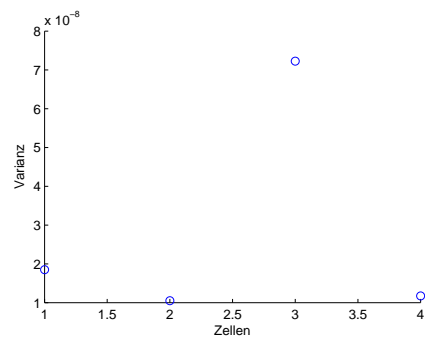
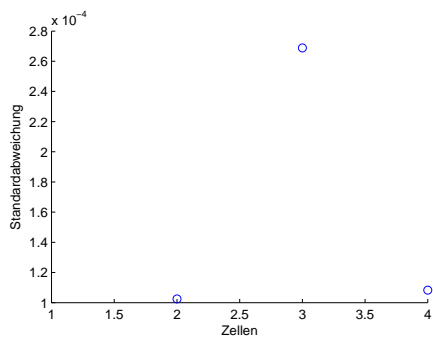
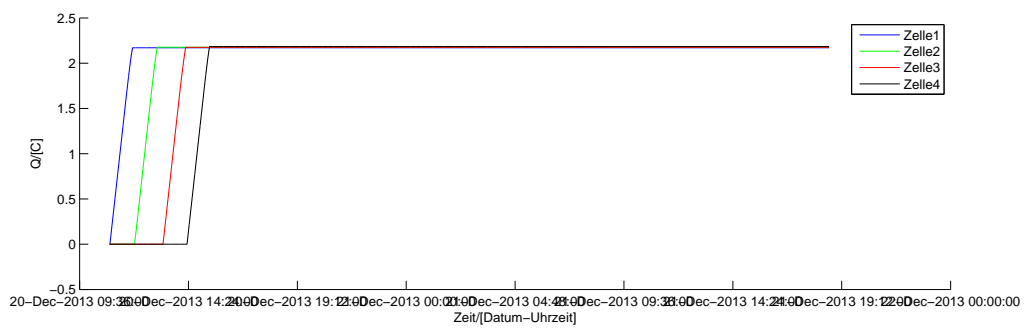


Abbildung A.3.: Darstellung eines Ausschnitts des Entladevorganges einer 2,3 Ah Lithium-Eisenphosphat-Batterie mit 1.25C Entladestrom und Ein- und Ausschaltdauer von jeweils 500 ms



## B. Quellcode

### B.1. Simulation Ladevorgang

Listing B.1: MatLab Quellcode der Simulation eines Ladevorgangs

```
1 %% Kalman-Filterung 3 Zustandsvariablen
2 % Aufbereitung der Daten für die Kalman-Filterung
3 KFdata=load(fullfile('2014_1_24_P2_C1_cellwise_charge_0C5', '
   P2_C1_cellwise_charge_0C5_all.mat'));
4 meas_data=[KFdata.comb_measdata.redlab_voltage KFdata.
   comb_measdata.current];
5 ipdata=ipfunc(meas_data(:,1:6),meas_data(:,7:8));
6 plot_time=(meas_data(:,1)-meas_data(1,1))*24*3600;
7 %Kalman-Filterung aller vier Zellen
8 P0=ones(3);
9 Q=[0.01 0 0; 0 0.1 0; 0 0 0.1];
10 R=1.85*10^-8;
11 for k=1:1
12 Rb = optParam(k,1);
13 Rs = optParam(k,2);
14 Rt = optParam(k,3);
15 Cb = optParam(k,4);
16 Cs = optParam(k,5);
17 Vb0= optParam(k,6);
18
19 a11=-1/(Cb*(Rs+Rb));
20 a12= 1/(Cb*(Rs+Rb));
21 a13= 0;
22 a21= 1/(Cs*(Rs+Rb));
23 a22=-1/(Cs*(Rs+Rb));
24 a23= 0;
25 a31=(-Rs/(Cb*(Rb+Rs)^2)+(Rb/(Cs*(Rb+Rs)^2)-(Rs^2/(Cb*Rb*(Rb+Rs)
   ^2))+Rs/(Cs*(Rb+Rs)^2));
26 a32= 0;
27 a33= (Rs/(Cb*Rb*(Rb+Rs)))-(1/(Cs*(Rb+Rs)));
28
```

```

29 b1 = Rs/(Cb*(Rs+Rb));
30 b2 = Rb/(Cs*(Rs+Rb));
31 b3 = (Rb^2/(Cs*(Rb+Rs)^2)-(Rs*Rt/(Cb*Rb*(Rb+Rs)))+(Rt/(Cs*(Rb+Rs)
    )+(Rb*Rs/(Cs*(Rb+Rs)^2)));
32
33 Ac = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];
34 Bc = [b1; b2; b3];
35 Cc = [0 0 1];
36 x0 = [Vb0; Vb0; Vb0];
37
38 %Diskretisierung der ZSD
39 Ad = eye(size(Ac))+Ac*Ts;
40 Bd = Bc*Ts;
41 Cd = Cc;
42
43 [states, Kg]=KF_LI_Thesis_3Zust(ipdata, Ad, Bd, Cd, x0, P0, Q, R,
    k);
44
45 subplot(2,1,1)
46     %str = sprintf('Zelle%d',k);
47     hold on
48     %[AX1 H11 H12]=
49     plot(ipdata(:,1), states(1,:));%,ipdata(:,1), ipdata(:,6));
50     plot(ipdata(:,1), states(2,:), 'k');
51     plot(ipdata(:,1), states(3,:), 'r');
52     plot(plot_time, meas_data(:,k+2), 'g');
53     grid on
54     xlabel('t [s]')
55     % set(get(AX1(1), 'ylabel'),'string','U(t) [V]');
56     % set(get(AX1(2), 'Ylabel'),'String','I(t) [A]');
57     ylabel('U(t) [V]')
58     legend('U_Cb', 'U_Cs', 'U_0 gefiltert', 'U_0 gemessen', '
        Location','east');
59     title('Zeitlicher Verlauf der Zustandsvariablen und der
        Messwerte');
60     %title(str);
61     hold off
62 t=[0 1];
63 Ub=[3.322 3.644];
64 socv0=[t;Ub];
65 p=polyfit(1-socv0(1,:), socv0(2,:), 1);
66 e = p(1);
67 f = p(2);
68 y=(1-(states(1,:)-f)/e)*100;

```

```

69 subplot(2,1,2)
70 [AX2 H21 H22]=plotyy(ipdata(:,1), y, ipdata(:,1), ipdata(:,6));
71 grid on
72 xlabel('t [s]')
73 set(get(AX2(1), 'ylabel'),'string','SOC [%]');
74 set(get(AX2(2), 'Ylabel'),'String','I(t) [A]');
75 %ylabel('SOC [%]')
76 legend('SOC', 'I(t) [A]','Location','east');
77 title('Zeitlicher Verlauf des SOC und des Stroms')
78 %title(str);
79
80 % % subplot(2,1,2)
81 % test=(states(1,:)-states(1,end))/(states(1,1)-states(1,end))
    *100;
82 % plot(ipdata(:,1),test);
83 end

```

## B.2. MATLAB-Funktion *fehlerquadrate*

Listing B.2: MatLab Quellcode der Darstellung der Messdaten

```

1 %Berechnung der Fehlerquadrate zwischen Modell und Messung
2
3 %Zuordnung der Widerstands- und Kapazitätswerte
4 Rb = RCVWerte(1);
5 Rs = RCVWerte(2);
6 Rt = RCVWerte(3);
7 Cb = RCVWerte(4);
8 Cs = RCVWerte(5);
9 Vb0 = RCVWerte(6);
10 Vs0 = Vb0;
11
12 %Aufstellen der ZSD für die zugeordneten Werte
13 a11=-1/(Cb*(Rs+Rb));
14 a12= 1/(Cb*(Rs+Rb));
15 a13= 0;
16 a21= 1/(Cs*(Rs+Rb));
17 a22=-1/(Cs*(Rs+Rb));
18 a23= 0;
19 a31=-Rs/(Cb*(Rb+Rs)^2)+Rb/(Cs*(Rb+Rs)^2)-Rs^2/(Cb*Rb*(Rb+Rs)^2)
    +Rs/(Cs*(Rb+Rs)^2);
20 a32= 0;

```

```

21     a33= Rs/(Cb*Rb*(Rb+Rs))-1/(Cs*(Rb+Rs));
22
23     b1 = Rs/(Cb*(Rs+Rb));
24     b2 = Rb/(Cs*(Rs+Rb));
25     b3 = Rb^2/(Cs*(Rb+Rs)^2)-Rs*Rt/(Cb*Rb*(Rb+Rs))+Rt/(Cs*(Rb+Rs))+
        Rb*Rs/(Cs*(Rb+Rs)^2);
26
27     Ac = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];
28     Bc = [b1; b2; b3];
29     Cc = [0 0 1];
30     Dc = 0;
31
32     %Diskretisierung der ZSD
33     Ad = eye(size(Ac))+Ac*Ts;
34     Bd = Bc*Ts;
35     Cd = Cc;
36     Dd = Dc;
37
38     DiskrBattMod = ss(Ad,Bd,Cd,Dd,Ts);      %Erzeugung eines
        Zustandsraummodell-Objekts in MATLAB
39     V = lsim(DiskrBattMod, -I, [], [Vs0; Vb0; Vb0]); %Simulation
        der Zustände des Modells bei vorgegebener Eingangsgröße I
40     sse = sum((V-Vref).^2);                %Berechnung der Summe
        der Fehlerquadrate
41
42     % Plot des Modellverhaltens und der Messung
43     % plot(t, V, t, Vref);
44     % xlabel('t [s]');
45     % ylabel('U [V]');
46     % legend('Modell', 'Messung');
47
48 end

```

## B.3. Bootstrap-Verfahren

Listing B.3: MatLab Quellcode des Bootstrap-Verfahrens

```

1 %% Erzeugung von synthetischen Messdaten mittels Bootstrap-
    Verfahren
2
3 % Workspace und Command Window loeschen
4 clc;

```

```
5 clear all;
6
7 % Erzeugen der synthetischen Daten
8 bootstrapdata=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\
    Bachelorthesis\MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\
    Lithium_Ionen_Batterie\2013_4_26_P2_CA_full_charge', '
    P2_Cell_all_fullcharge1_1C_Nr1_all.mat'));
9 N=length(bootstrapdata.measdata.redlab_voltage);
10 Uidx=zeros(N,99);
11 Iidx=zeros(N,99);
12 Tidx=bootstrapdata.measdata.redlab_voltage(:,1);
13 for a=1:99
14     idx=sort(randsample(1:N,N,1));
15     for i=1:N
16         Uidx(i,a)=bootstrapdata.measdata.redlab_voltage(idx(i),2);
17         Iidx(i,a)=bootstrapdata.measdata.current(idx(i),2);
18     end
19 end
20
21 % aufgenommene Daten plotten
22 subplot(2,2,1)
23 plot(Tidx,bootstrapdata.measdata.redlab_voltage(:,2))
24 ylabel('Batteriespannung')
25 title('aufgenommene Messdaten')
26
27 % 3 exemplarische synthetische Datensätze plotten
28 zufall=randsample(2:100,3,0);
29 for b=1:3
30     subplot(2,2,b+1)
31     plot(Tidx,Uidx(:,zufall(b)))
32     ylabel('Batteriespannung')
33     title('synthetische Messdaten')
34 end
35
36 %position
37 h = figure(gcf);
38
39 %settings:
40 %plotlinewidth = 1.5;
41 %gridlinewidth = 1;
42
43 %position
44 set(h,'Units','centimeters');
45 %pos = get(h,'Position');
```

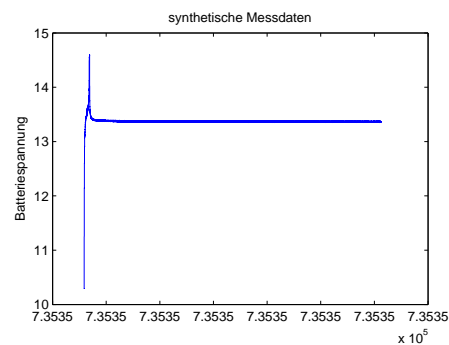
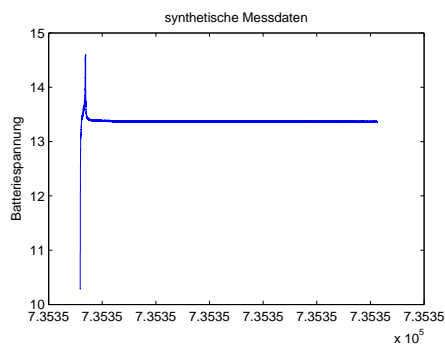
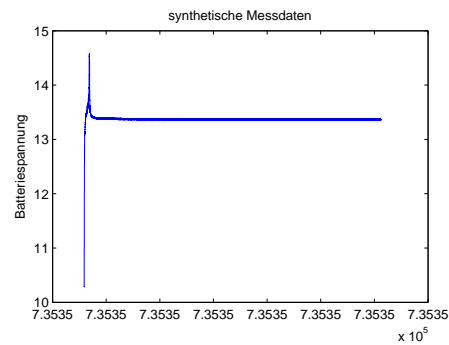
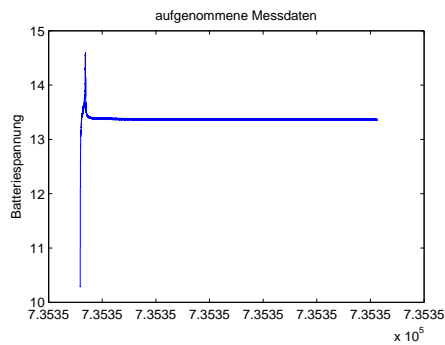
```
46 set(h,'PaperPositionMode','auto');
47 %set(0,'DefaultAxisFontSize',16)
48
49 %gridLineWidth
50 %grid on
51 %set(gca,'linewidth',gridlinewidth);
52 %set(gca,'GridLineStyle','-');
53
54 %plotLineWidth
55 %set(lineplot(:),'Linewidth',plotlinewidth);
56 %dafuer muss lineplot=plot(...) oben ueberall gesetzt sein
57
58 %portrait
59 %set(h, 'Position',[0 1.5 21.8 22.7]); %normal Hoehe = 29.7
60
61 %landscape
62 set(h, 'Position',[0 0 29.7 21]);
63 set(h,'PaperOrientation','landscape');
64
65 %filename
66
67 %figure2, strcat(timename,'2'),
68 filename = mfilename('name');
69 %filename1 = strcat(filename,'.tex');
70 filename2 = strcat(filename,'.fig');
71
72 %file output (.fig, .pdf, .tex)
73 saveas(h,filename2)
74 print(h,filename,'-dpdf');
```

## B.4. Bootstrap-Verfahren

Listing B.4: MatLab Quellcode des Varianzermittlung

```
1 % Messdaten laden
2 testdata=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
   MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\2013
   _12_20_P2_single_cell_full_charge', '
   P2_CA_single_cell_full_charge_all_all.mat'));
3 % testdata2=load(fullfile('C:\Users\Armin\Desktop\Armin\
   Bachelorthesis\MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\
   Lithium_Ionen_Batterie\2013_12_20_P2_single_cell_full_charge
```





```

\2013_12_20_P2_C2_single_cell_full_charge', '
P2_C2_single_cell_full_charge_all.mat');
4 % testdata3=load(fullfile('C:\Users\Armin\Desktop\Armin\
Bachelorthesis\MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\
Lithium_Ionen_Batterie\2013_12_20_P2_single_cell_full_charge
\2013_12_20_P2_C3_single_cell_full_charge', '
P2_C3_single_cell_full_charge_all.mat'));
5 % %testdata4=load(fullfile('C:\Users\Armin\Desktop\Armin\
Bachelorthesis\MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\
Lithium_Ionen_Batterie\2013_12_20_P2_single_cell_full_charge
\2013_12_20_P2_C4_single_cell_full_charge', '
P2_C4_single_cell_full_charge_all.mat'));
6
7 %% Konfiguration der Bezeichnung des Plots
8 dateiname=('2013_12_20_Single_Cell_Full_Charge');
9 %beginn=now;
10 %timename=strcat(datestr(beginn,'YYYY'),datestr(beginn,'mm'),
datestr(beginn,'dd'),'-',datestr(beginn,'HH'),datestr(beginn,'
MM'),'_',dateiname);
11
12 % %Anzahl der Messdaten ermitteln und aufbereiten

```

```
13 % a1=length(testdata1.comb_measdata.redlab_voltage);
14 % a2=length(testdata2.comb_measdata.redlab_voltage);
15 % a3=length(testdata3.comb_measdata.redlab_voltage);
16 % %a4=length(testdata4.comb_measdata.redlab_voltage);
17 % ages=a1+a2+a3;%+a4;
18 % D=zeros(ages,1);
19 % A1=zeros(ages,1);
20 % A2=zeros(ages,1);
21 % A3=zeros(ages,1);
22 % %A4=zeros(ages,1);
23 % l=1;
24 % m=1;
25 % while l~=0
26 %     if m>=1 && m<=a1
27 %         D(m)=testdata1.comb_measdata.redlab_voltage(m,1);
28 %         A1(m)=testdata1.comb_measdata.redlab_voltage(m,3);
29 %         m=m+1;
30 %     elseif m>a1 && m<=a1+a2
31 %         D(m)=testdata2.comb_measdata.redlab_voltage(m-a1,1);
32 %         A2(m)=testdata2.comb_measdata.redlab_voltage(m-a1,4);
33 %         m=m+1;
34 %     elseif l>a1+a2 && l<=a1+a2+a3
35 %         D(m)=testdata3.comb_measdata.redlab_voltage(m-(a1+a2),1);
36 %         A3(m)=testdata3.comb_measdata.redlab_voltage(m-(a1+a2),5);
37 %         m=m+1;
38 %     %elseif l>a1+a2+a3 && l<=a1+a2+a3+a4
39 %         %D(m)=testdata4.comb_measdata.redlab_voltage(l-(a1+a2+a3)
40 %         ,1);
41 %         %A4(m)=testdata4.comb_measdata.redlab_voltage(l-(a1+a2+a3)
42 %         ,6);
43 %         %l=l+1;
44 %     else
45 %         l=0;
46 %     end
47 % end
48 %for n=1:ages
49 %     if A1(n,1)==0
50 %         A1(n,1)=NaN;
51 %     elseif A2(n,1)==0
52 %         A2(n,1)=NaN;
53 %     elseif A3(n,1)==0
54 %         A3(n,1)=NaN;
55 %     elseif A4(n,1)==0
```

```
55 %     A4(n,1)=NaN;
56 %     else
57 %     end
58 %end
59
60 stdC1=std(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,3)
61     ,0,1)
62 stdC2=std(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,4)
63     ,0,1)
64 stdC3=std(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,5)
65     ,0,1)
66 stdC4=std(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,6)
67     ,0,1)
68 stdCA=[stdC1 stdC2 stdC3 stdC4];
69 varC1=var(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,3)
70     ,0,1)
71 varC2=var(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,4)
72     ,0,1)
73 varC3=var(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,5)
74     ,0,1)
75 varC4=var(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(141450:282900,6)
76     ,0,1)
77 varCA=[varC1 varC2 varC3 varC4];
78 q=[1:4];
79
80 T=testdata.comb_measdata.redlab_voltage(:,1);
81 a=length(T);
82 dist=zeros(a,1);
83 for k=1:(a-1)
84     dist(k)=T(k+1,1)-T(k,1);
85 end
86 figure1=figure('Name',dateiname);
87 subplot(2,3,1:2)
88 hold on
89 plot(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(:,1),testdata.
90     comb_measdata.redlab_voltage(:,3));
91 plot(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(:,1),testdata.
92     comb_measdata.redlab_voltage(:,4),'g');
93 plot(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(:,1),testdata.
94     comb_measdata.redlab_voltage(:,5),'r');
95 plot(testdata.comb_measdata.redlab_voltage(:,1),testdata.
96     comb_measdata.redlab_voltage(:,6),'k');
97 xlabel('Zeit/[Datum-Uhrzeit]');
98 ylabel('U/[V]');
```

```
87 legend('Zelle1','Zelle2','Zelle3','Zelle4');
88 datetick('x',0,'keepticks');
89 hold off
90
91 subplot(2,3,3)
92 hold on
93 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    current(:,2));
94 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    current(:,3),'g');
95 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    current(:,4),'r');
96 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    current(:,5),'k');
97 xlabel('Zeit/[Datum-Uhrzeit]');
98 ylabel('I/[A]');
99 legend('Zelle1','Zelle2','Zelle3','Zelle4');
100 datetick('x',0,'keepticks');
101 hold off
102
103 subplot(2,3,4)
104 hold on
105 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    charge(:,1));
106 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    charge(:,2),'g');
107 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    charge(:,3),'r');
108 plot(testdata.comb_measdata.current(:,1),testdata.comb_measdata.
    charge(:,4),'k');
109 xlabel('Zeit/[Datum-Uhrzeit]');
110 ylabel('Q/[C]');
111 legend('Zelle1','Zelle2','Zelle3','Zelle4');
112 datetick('x',0,'keepticks');
113 hold off
114
115 cell=[1:4];
116 subplot(2,3,5)
117 scatter(cell,stdCA);
118 xlabel('Zellen');
119 ylabel('Standardabweichung');
120
121 subplot(2,3,6)
122 scatter(cell,varCA);
```

```
123 xlabel('Zellen');
124 ylabel('Varianz');
```

## B.5. MATLAB-Funktion *Hauptprogramm*

Listing B.5: MatLab Quellcode des Hauptprogramms dieser Thesis

```
1 % Zustandsschätzung
2 % Messdaten
3 figure
4 data=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
   MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\
   Thesis','P2_CA_step_discharge_1C_all_interpolated_1s.mat'));
5 hold on
6 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_1);
7 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_2,'r');
8 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_3,'g');
9 plot(data.interpolated_time, data.interpolated_cell_4,'k');
10 xlabel('t [s]'); ylabel('U(t) [V]');
11 legend('Zelle 1','Zelle 2','Zelle 3','Zelle 4')
12 title('Messdaten der stufenweisen Entladung einer Lithium-
   Eisenphosphat-Batterie')
13 hold off
14
15 % Zusammenhang zwischen SOC und OCV(=Vb im stationären Zustand)
16
17 figure
18
19 abgelesene Zellspannungswerte in Ub eingetragen
20 Ub=[3.384 3.335 3.334 3.309 3.296 3.293 3.292 3.279 3.255 3.225
   3.183;
21     3.363 3.335 3.334 3.310 3.296 3.294 3.292 3.279 3.256 3.224
   3.178;
22     3.346 3.332 3.331 3.307 3.292 3.290 3.289 3.276 3.252 3.221
   3.171;
23     3.345 3.331 3.330 3.300 3.291 3.289 3.287 3.269 3.245 3.210
   3.117];
24 Ub=[3.128 3.49; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung1
25     3.322 3.644; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung2
26     3.184 3.384]; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung3
27 Berechnung der Ausgleichsgeraden für den linearen Bereich
28 t=0:1; % Zeitvektor entspricht t=1-SOC
```

```
29 socv0=[t;Ub];
30 p1=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(2,:),1);
31 k1 = p1(1);
32 d1 = p1(2);
33 p2=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(3,:),1);
34 k2 = p2(1);
35 d2 = p2(2);
36 p3=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(4,:),1);
37 k3 = p3(1);
38 d3 = p3(2);
39
40 % p2=polyfit(1-socv0(1,2:end-2),socv0(3,2:end-2),1);
41 % k2 = p2(1);
42 % d2 = p2(2);
43 % p3=polyfit(1-socv0(1,2:end-2),socv0(4,2:end-2),1);
44 % k3 = p3(1);
45 % d3 = p3(2);
46 % p4=polyfit(1-socv0(1,2:end-2),socv0(5,2:end-2),1);
47 % k4 = p4(1);
48 % d4 = p4(2);
49 s = linspace(0,1);
50 subplot(2,2,1)
51
52 plotten von Ub über dem SOC
53 hold on
54 plot(socv0(1,:),socv0(2:4,:),'o');
55 plot(s, (k1*(s)+d1), 'r');
56 plot(s, (k2*(s)+d2));
57 plot(s, (k3*(s)+d3), 'k');
58 title('Abhaengigkeit: SOC-V0');
59 xlabel('1-SOC'), ylabel('V0');
60 legend('Ausgleichsgerade lin. Bereich Messung 1', '
        Ausgleichsgerade lin. Bereich Messung 2', 'Ausgleichsgerade lin.
        Bereich Messung 3+4');
61 title('Zelle 1');
62 hold off
63 subplot(2,2,2)
64 hold on
65 plot(socv0(1,:),socv0(3:4,:),'.');
66 plot(s, (k2*(1-s)+d2), 'r');
67 title('Abhaengigkeit: SOC-V0');
68 xlabel('1-SOC'), ylabel('V0');
69 legend('V0', 'Ausgleichsgerade lin. Bereich'); title('Zelle 2');
70 hold off
```

```

71 subplot(2,2,3)
72 hold on
73 plot(socv0(1,:),socv0(4:5,:),'.');
74 plot(s, (k3*(1-s)+d3), 'r');
75 title('Abhaengigkeit: SOC-V0');
76 xlabel('1-SOC'), ylabel('V0');
77 legend('V0','Ausgleichsgerade lin. Bereich'); title('Zelle 3');
78 hold off
79 % subplot(2,2,4)
80 % hold on
81 % plot(socv0(1,:),socv0(5:6,:),'.');
82 % plot(s, (k4*(1-s)+d4), 'r');
83 % title('Abhaengigkeit: SOC-V0');
84 % xlabel('1-SOC'), ylabel('V0');
85 % legend('V0','Ausgleichsgerade lin. Bereich'); title('Zelle 4');
86 % hold off
87
88 %% Grobe Abschätzung Cb
89 % abgelesene Zellspannungswerte in Ub eingetragen
90 Ub=[3.384 3.335 3.334 3.309 3.296 3.293 3.292 3.279 3.255 3.225
91     3.183;
92     3.363 3.335 3.334 3.310 3.296 3.294 3.292 3.279 3.256 3.224
93     3.178;
94     3.346 3.332 3.331 3.307 3.292 3.290 3.289 3.276 3.252 3.221
95     3.171;
96     3.345 3.331 3.330 3.300 3.291 3.289 3.287 3.269 3.245 3.210
97     3.117];
98 % Berechnung der Ausgleichsgeraden für den linearen Bereich
99 t=0:0.1:1; % Vektor entspricht t=1-SOC
100 socv0=[t;Ub];
101 data=load('P2_CA_step_discharge_1C_all_interpolated_1s.mat');
102 % latexdata=[data.interpolated_time data.interpolated_cell_1 data.
103     interpolated_cell_2 data.interpolated_cell_3 data.
104     interpolated_cell_4];
105 % matrix2latex(latexdata, '
106     measdata_P2_CA_step_discharge_1C_all_interpolated_1s', '
107     rowLabels')
108 Ts=1; %Abtastzeit in s
109 idx = 18000:108000;
110 currC1=data.interpolated_current;
111 voltC1=data.interpolated_cell_4;
112 E = sum(currC1(idx) .* voltC1(idx,1)*Ts);
113 Cgrob = 2*E/(socv0(5,2)^2 - socv0(5,6)^2);

```

```
107 % Initialwertermittlung für Cs
108 figure
109 Csdata=load(fullfile('P2_CA_pulsed_discharge_1.25
    C_all_interpolated.mat'));
110 time=Csdata.time;
111 volt=Csdata.volt;
112 curr=Csdata.curr;
113
114 % hold on
115 % plot(time, volt(:,4));
116 % plot(time, volt(:,3), 'r');
117 % plot(time, volt(:,2), 'g');
118 % plot(time, volt(:,1), 'k');
119 % axis([-1 9 3.2 3.6]);
120 % xlabel('t [s]');
121 % ylabel('U(t) [V]');
122 % legend('Zelle 1', 'Zelle 2', 'Zelle 3', 'Zelle 4');
123 % hold off
124 subplot(2,1,1)
125 plot(time,volt(:,1));
126 axis([-0.05 1.05 3.21 3.29]);
127 ylabel('U(t) [V]');
128 xlabel('t [s]');
129 title('Spannungsverlauf bei stoßweiser Entladung eines FiFePO4-
    Akkumulators');
130
131 subplot(2,1,2)
132 plot(time,curr);
133 axis([-0.05 1.05 -1 3.5]);
134 ylabel('I(t) [A]');
135 xlabel('t [s]');
136 title('Stromverlauf bei stoßweiser Entladung');
137
138 % Plotten der gesamten Messung, sowie des lin. Bereichs
139 data=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
    MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\
    Thesis','P2_CA_step_discharge_1C_all_interpolated_1s.mat'));
140 current=data.interpolated_current;
141 volt=[data.interpolated_cell_1 data.interpolated_cell_2 data.
    interpolated_cell_3 data.interpolated_cell_4];
142 tsges=data.interpolated_time;
143
144 % Einschränkung der Daten auf den linearen Bereich
145 thges=tsges/3600; %Zeit in h (gesamte Messung)
```



```
146 mask = (thges<=50); %Der stark nicht-lin. Bereich (>50h) wird
    abgeschnitten
147 tslin=tsges(mask,:); %Zeitvektor in s lin. Bereich
148 thlin=thges(mask,:); %Zeitvektor in h lin. Bereich
149 cur=current(mask,:); %Strom lin. Bereich
150 voltage=volt(mask,:); %Spannung lin. Bereich
151 % figure
152 % subplot(2,1,1)
153 % [AX1,H11,H21] = plotyy(thges,volt(:,1),thges,current);
154 % set(get(AX1(1),'Ylabel'),'String','U(t) [V]');
155 % set(get(AX1(2),'Ylabel'),'String','I(t) [A]');
156 % xlabel('t [h]');
157 % title('Gesamte Messung (Zelle 1)')
158 % legend('Spannung','Strom')
159 %
160 % subplot(2,1,2)
161 % [AX2,H12,H22] = plotyy(thlin,voltage(:,1),thlin,cur);
162 % set(get(AX2(1),'Ylabel'),'String','U(t) [V]');
163 % set(get(AX2(2),'Ylabel'),'String','I(t) [A]');
164 % xlabel('t [h]');
165 % title('Linearer Bereich (Zelle 1)')
166 % legend('Spannung','Strom')
167
168 % Bestimmung der Parameter für lin. Bereich mit fminsearch
169 optParam = zeros(4,6); %Variable zur Speicherung der optimalen
    Parameter
170 SdkQ_opt = zeros(4,1); %Variable zur Speicherung der Summe der
    kleinsten Quadrate
171 Ts = 1; %Angabe der Abtastzeit
172 Init=[0.00514 0.00514 0.00343 77126 109.21 3.4;
173       0.00514 0.00514 0.00343 79000 139.9 3.4;
174       0.00514 0.00514 0.00343 77096 118.84 3.4;
175       0.00514 0.00514 0.00343 77115 99.46 3.4];
176 for l=1:4 %Bestimmung der Parameter aller 4 Zellen mit
    fminsearch
177     Vref = voltage(:,l);
178     [param, sdkq] = fminsearch(@(RCVWerte) fehlerquadrate_3Zust(
        RCVWerte, cur, tslin, Vref, Ts), Init(l,:));
179     optParam(l,:) = param;
180     SdkQ_opt(l) = sdkq;
181 end
182 % % % Plot mit optimalen Parametern
183 % % for l=1:4
184 % %     subplot(2,2,l)
```

```
185 % %   str = sprintf('Zelle%d',1);
186 % %   fehlerquadrate(optParam(1,:), cur, tslin, voltage(:,1), 1);
187 % %   title(str);
188 % % end
189
190 % %% Kalman-Filterung 2 Zustandsvariablen
191 %
192 % KFdata=load(fullfile('2014_1_24_P2_CA_timed_discharge_2C', '
    P2_CA_timed_discharge_2C_all.mat'));
193 % meas_data=[KFdata.comb_measdata.redlab_voltage KFdata.
    comb_measdata.current];
194 % ipdata=ipfunc(meas_data(:,1:6),meas_data(:,7:8));
195 %
196 % P0=zeros(2);
197 % Q=[0.1 0; 0 0.1];
198 % R=10^-1;
199 %
200 % for k=1:1
201 %     Rb = optParam(k,1);
202 %     Rs = optParam(k,2);
203 %     Rt = optParam(k,3);
204 %     Cb = optParam(k,4);
205 %     Cs = optParam(k,5);
206 %     Vb0= optParam(k,6);
207 %
208 %     a11=-1/(Cb*(Rs+Rb));
209 %     a12= 1/(Cb*(Rs+Rb));
210 %     a21= 1/(Cs*(Rs+Rb));
211 %     a22=-1/(Cs*(Rs+Rb));
212 %
213 %     b1 = Rs/(Cb*(Rs+Rb));
214 %     b2 = Rb/(Cs*(Rs+Rb));
215 %
216 %     c1 = Rs/(Rs+Rb);
217 %     c2 = Rb/(Rs+Rb);
218 %
219 %     A = [a11 a12; a21 a22];
220 %     B = [b1; b2];
221 %     C = [c1 c2];
222 %     D = Rt+(Rb*Rs/(Rb+Rs));
223 %     x0 = [Vb0; Vb0];
224 %
225 %     %Diskretisierung der ZSD
226 %     Ad = eye(size(Ac))+Ac*Ts;
```

```
227 %   Bd = Bc*Ts;
228 %   Cd = Cc;
229 %   Dd = Dc;
230 %
231 %   %subplot(2,2,k)
232 %   [states, Kg]=KF_LI_Thesis_2Zust(ipdata, Ad, Bd, Cd, Dd, x0, P0
    , Q, R, k);
233 %   str = sprintf('Zelle%d',k);
234 %   hold on
235 %   plot(ipdata(:,1), states(1,:));
236 % %   plot(ipdata(:,1), states(3,:), 'r');
237 %   plot(ipdata(:,1), ipdata(:,k+1), 'k');
238 %   xlabel('t [s]')
239 %   ylabel('U(t) [V]');
240 %   title(str);
241 %   hold off
242 % end
243
244 %% Kalman-Filterung 3 Zustandsvariablen
245 % Aufbereitung der Daten für die Kalman-Filterung
246 KFdata1=load(fullfile('2014_1_21_P2_CA_60_min_cycle_0C5', '
    P2_CA_60_min_cycle_0C5_all.mat'));
247 KFdata2=load(fullfile('2014_1_21_P2_CA_60_min_cycle_0C5_2', '
    P2_CA_60_min_cycle_0C5_2_all.mat'));
248 KFdata3=load(fullfile('2014_1_22_P2_CA_60_min_cycle_0C5_3', '
    P2_CA_60_min_cycle_0C5_3_all.mat'));
249 meas_data=[KFdata1.comb_measdata.redlab_voltage KFdata1.
    comb_measdata.current;
250             KFdata2.comb_measdata.redlab_voltage KFdata2.comb_measdata
    .current;
251             KFdata3.comb_measdata.redlab_voltage KFdata3.comb_measdata
    .current];
252 ipdata=ipfunc(meas_data(:,1:6),meas_data(:,7:8));
253 plot_time=(meas_data(:,1)-meas_data(1,1))*24*3600;
254 %Kalman-Filterung aller vier Zellen
255 P0=ones(3);
256 Q=[0.000015 0 0; 0 0.01 0; 0 0 0.1];
257 R=1.85*10^-8;
258
259 for k=1:1
260 Rb = optParam(k,1);
261 Rs = optParam(k,2);
262 Rt = optParam(k,3);
263 Cb = optParam(k,4);
```

```

264 Cs = optParam(k, 5);
265 Vb0= optParam(k, 6);
266
267 a11=-1/(Cb*(Rs+Rb));
268 a12= 1/(Cb*(Rs+Rb));
269 a13= 0;
270 a21= 1/(Cs*(Rs+Rb));
271 a22=-1/(Cs*(Rs+Rb));
272 a23= 0;
273 a31=(-Rs/(Cb*(Rb+Rs)^2)+(Rb/(Cs*(Rb+Rs)^2)-(Rs^2/(Cb*Rb*(Rb+Rs)
      ^2))+Rs/(Cs*(Rb+Rs)^2));
274 a32= 0;
275 a33= (Rs/(Cb*Rb*(Rb+Rs)))-(1/(Cs*(Rb+Rs)));
276
277 b1 = Rs/(Cb*(Rs+Rb));
278 b2 = Rb/(Cs*(Rs+Rb));
279 b3 = (Rb^2/(Cs*(Rb+Rs)^2)-(Rs*Rt/(Cb*Rb*(Rb+Rs)))+(Rt/(Cs*(Rb+Rs)
      ))+(Rb*Rs/(Cs*(Rb+Rs)^2));
280
281 Ac = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];
282 Bc = [b1; b2; b3];
283 Cc = [0 0 1];
284 x0 = [Vb0; Vb0; Vb0];
285
286 %Diskretisierung der ZSD
287 Ad = eye(size(Ac))+Ac*Ts;
288 Bd = Bc*Ts;
289 Cd = Cc;
290
291 [states, Kg]=KF_LI_Thesis_3Zust(ipdata, Ad, Bd, Cd, x0, P0, Q, R,
      k);
292
293 subplot(2,1,1)
294     %str = sprintf('Zelle%d',k);
295     hold on
296     %[AX1 H11 H12]=
297     plot(ipdata(:,1)/3600, states(1,:));%,ipdata(:,1), ipdata(:,6))
298     ;
299     plot(ipdata(:,1)/3600, states(2,:), 'k');
300     plot(ipdata(:,1)/3600, states(3,:), 'r');
301     plot(plot_time/3600, meas_data(:,k+2), 'g');
302     grid on
303     xlim([23 35]);
304     xlabel('t [h]')

```

```

304 % set(get(AX1(1), 'ylabel'),'string','U(t) [V]');
305 % set(get(AX1(2), 'ylabel'),'String','I(t) [A]');
306 ylabel('U(t) [V]')
307 legend('U_b', 'U_s', 'U_0 gefiltert', 'U_0 gemessen','Location'
        , 'northeast');
308 title('Zeitlicher Verlauf der Zustandsvariablen und der
        Messwerte');
309 %title(str);
310 hold off
311 % t=[0 1];
312 % Ub=[3.128 3.49; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung1
313 % 3.322 3.644; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung2
314 % 3.184 3.384]; %Referenzspannungen zu SOC 0% und 100% Messung3
315 % socv0=[t;Ub];
316 % p=polyfit(1-socv0(1,:),socv0(4,:),1);
317 % e = p(1);
318 % f = p(2);
319 y=((states(1,:)-d1)/k1)*100)-20;
320 subplot(2,1,2)
321 [AX2 H21 H22]=plotyy(ipdata(:,1)/3600, y, ipdata(:,1)/3600,
        ipdata(:,6),'plot');
322 grid on
323 set(AX2,'xlim',[23 35]);
324 xlabel('t [h]')
325 set(get(AX2(1), 'ylabel'),'string','SOC [%]');
326 set(get(AX2(2), 'ylabel'),'String','I(t) [A]');
327 %ylabel('SOC [%]')
328 legend('SOC', 'I(t) [A]','Location','northeast');
329 title('Zeitlicher Verlauf des SOC und des Stroms')
330 %title(str);
331
332 % % subplot(2,1,2)
333 % test=(states(1,:)-states(1,end))/(states(1,1)-states(1,end))
        *100;
334 % plot(ipdata(:,1),test);
335 end

```

## B.6. MATLAB-Funktion *Interpolation und Aufbereitung*

Listing B.6: MatLab Quellcode des Programms zur Aufbereitung von Daten für die Kalman-Filterung

```
1 clc;
2 clear all;
3
4 %Laden der Messdaten in den Workspace
5 voltage=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
    MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\
    Thesis\Daten-Cs_Bestimmung', '2014_3_7_CA_pulsed_discharge_1.25
    C_Voltage_1.mat'));
6 current=load(fullfile('C:\Users\Tamzarian\Desktop\Bachelorthesis\
    MatLab\Programme\KalmanFilter_Armin\Lithium_Ionen_Batterie\
    Thesis\Daten-Cs_Bestimmung', '2014_3_7_CA_pulsed_discharge_1.25
    C_Current_1.mat'));
7 voltdata=voltage.tek0000ALL;
8 currdata=current.tek0000CH1;
9
10 % Aufbereitung des Zeitvektors
11 M=[voltdata(1,1);currdata(1,1);voltdata(end,1);currdata(end,1)];
12 range=[max(voltdata(1,1),currdata(1,1));min(voltdata(end,1),
    currdata(end,1))];
13 tc=currdata(:,1); % Zeitvektor aus der Strommessung
14 idx=(tc<=range(2)); % Indizierung des lin. Bereichs
15 time=tc(idx); % Einschränkung des Zeitvektors auf den lin.
    Bereich
16
17 % Aufbereitung der Spannung und des Stroms
18 R_shunt=0.02; % Ohm'scher Widerstand des Shunts der
    Strommessung
19 curr=currdata(idx,2)./R_shunt; % Umrechnung der Spannungs- in
    Stromwerte
20 volt=voltdata(idx,2:5); % Einschränkung der Spannungswerte auf
    den lin. Bereich
21 volt(:,4)=volt(:,4)-volt(:,3); % Berechnung der Zellspannung von
    Zelle 4
22 volt(:,3)=volt(:,3)-volt(:,2); % Berechnung der Zellspannung von
    Zelle 3
23 volt(:,2)=volt(:,2)-volt(:,1); % Berechnung der Zellspannung von
    Zelle 2
```

## B.7. MATLAB-Funktion *ipfunc*

Listing B.7: MatLab Quellcode der Interpolationsfunktion dieser Thesis

```
1 function [ipdata] = ipfunc(v, c)
2 %Laden der Messdaten in den Workspace
3 vultdata=v;
4 currdata=c;
5
6 %Aufbereitung des Zeitvektors für die Interpolation
7 trealstart=datestr(vultdata(1,1),'dd mmm yyyy HH:MM:SS:FFF');
8 tipstart=datetime(trealstart,'dd mmm yyyy HH:MM:SS');
9
10 trealend=datestr(vultdata(end,1),'dd mmm yyyy HH:MM:SS:FFF');
11 tipend=datetime(trealend,'dd mmm yyyy HH:MM:SS');
12
13 tv=vultdata(end,1)-vultdata(1,1);
14 tc=currdata(end,1)-currdata(1,1);
15 t_meas=max(round(tv*86400), round(tc*86400));
16 t=(tipend*86400-tipstart*86400)/(86400*t_meas); % Schrittweite 1s
17 tip=tipstart:t:tipend;
18
19 %Aufbereitung der Strom- und Spannungswerte für die Interpolation
20 vult=vultdata(~any(isnan(vultdata),2),:); %Finden und löschen der
    NaN-Einträge (voltage)
21 ipvultges=interp1(vult(:,1),vult(:,2),vultdata(:,1)); %Gelöschte
    Werte werden durch interpolierte Werte ersetzt
22 ipvult1=interp1(vult(:,1),vult(:,3),vultdata(:,1)); %Gelöschte
    Werte werden durch interpolierte Werte ersetzt
23 ipvult2=interp1(vult(:,1),vult(:,4),vultdata(:,1)); %Gelöschte
    Werte werden durch interpolierte Werte ersetzt
24 ipvult3=interp1(vult(:,1),vult(:,5),vultdata(:,1)); %Gelöschte
    Werte werden durch interpolierte Werte ersetzt
25 ipvult4=interp1(vult(:,1),vult(:,6),vultdata(:,1)); %Gelöschte
    Werte werden durch interpolierte Werte ersetzt
26
27 curr=currdata(~any(isnan(currdata),2),:); %Finden und löschen der
    NaN-Einträge (current)
28 ipcrr=interp1(curr(:,1),curr(:,2),currdata(:,1)); %Gelöschte
    Werte werden durch interpolierte Werte ersetzt
29
30 %Interpolation des Stroms und der Spannung
31 filvultges=interp1(vultdata(:,1),ipvultges,tip,'nearest','extrap')
    ;
32 filvult1=interp1(vultdata(:,1),ipvult1,tip,'nearest','extrap');
33 filvult2=interp1(vultdata(:,1),ipvult2,tip,'nearest','extrap');
34 filvult3=interp1(vultdata(:,1),ipvult3,tip,'nearest','extrap');
```

```

35 filvolt4=interp1(voltdata(:,1),ipvolt4,tip,'nearest','extrap');
36
37 filcurr=interp1(currdata(:,1),ipcurr,tip,'nearest','extrap');
38
39 %Zusammenfassung der interpolierten Daten zu einem Vektor
40 l=length(tip);
41 time=(0:l:l-1);
42 tip=time;
43 ipdata=[tip' filvolt1' filvolt2' filvolt3' filvolt4' filcurr'
         filvoltges'];
44
45 % %plotten
46 % hold on
47 % [AX]=plotyy(tip,filvoltges,tip,filcurr);
48 % set(get(AX(1),'Ylabel'),'String','U(t) [V]');
49 % set(get(AX(2),'Ylabel'),'String','I(t) [A]');
50 % legend('interpolierte Spannungsdaten','interpolierte Stromdaten
         ','location','east');
51 % title('Strom- und Spannungsdaten')
52 % xlabel('Zeit [min]')
53 % %datetick('x',0,'keepticks');
54 % hold off
55
56 end

```

## B.8. MATLAB-Funktion *DasKalmanFilter*

Listing B.8: MatLab Quellcode des Kalman-Filters Thesis

```

1 function [ x, gain ] = KF_LI_Thesis( V, A, B, C, x0, P0, Q, R,
   Zelle )
2 % diskreter Kalman-Filter
3 % V = Datenmatrix bestehend aus Messwerten mit zugehörigen
   Zeitpunkten
4 % Aufbau der Matrix
5 % [t, z1, z2, z3, z4, u], wobei t=Zeitvektor, z=
   Messdatenvektoren und
6 % u=Eingangsgrößenvektor
7 % A = Systemmatrix
8 % B = Eingangsmatrix
9 % C = Ausgangsmatrix
10 % x0= Initialwert von x_priori (x01=

```



```
11 % P0= Initialwert der Kovarianz des Schätzfehlers
12 % Q = Kovarianz des Systemrauschens w_k
13 % R = Kovarianz des Messrauschens v_k
14 % Zelle = Anzahl der Zellen des Akkupacks
15
16 %% Vorbereitung der Daten für die Filterung
17 tp = V(:,1); % Zeitvektor der Prädiktion
18 m = length(tp); % Hilfsvariable für die Anzahl an
    Iterationsschritten
19 z = V(:,Zelle+1); % Messwerte der Zellen Variable z zuordnen
20 u = V(:,6); % Eingangswerte (Strom) der Variable u
    zuordnen
21
22 x = zeros(3,m); % Variable zur Speicherung der in den
    Iterationsschritten berechneten Werte
23 I=eye(length(C)); % Einheitsmatrix mit der selben Dimension
    wie C
24 %% Kalman-Filterung
25
26 b = 1; % Hilfsvariable initiieren
27 gain=zeros(3,m);
28
29 x(:,1)=x0; %Initialwerte
30 P=P0; %zuordnen
31 % Measurement Update (Korrektur)
32 K=P*C' / (C*P*C'+R);
33 gain(:,1)=K;
34 x(:,1)=x(:,1)+K*(z(b,1)-C*x(:,1));
35 P=(I-K*C)*P;
36
37 for k=2:m
38     % Time Update (Prädiktion)
39     x(:,k)=A*x(:,k-1)+B*u(k);
40     P=A*P*A'+Q;
41     %Measurement Update (Korrektur)
42     K=P*C' / (C*P*C'+R);
43     gain(:,k)=K;
44     P=(I-K*C)*P;
45     x(:,k)=x(:,k)+K*(z(k)-C*x(:,k));
46 end
```

# Versicherung über die Selbstständigkeit

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit im Sinne der Prüfungsordnung nach §16(5) APSO-TI-BM ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen habe ich unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Hamburg, 19. März 2014

\_\_\_\_\_  
Ort, Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift