



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

# Bachelorthesis

Thorben Schütte

Entwicklung eines Kalibrierverfahrens für  
3D-Lasertriangulation-Kameras

*Fakultät Technik und Informatik  
Department Informations- und  
Elektrotechnik*

*Faculty of Engineering and Computer Science  
Department of Information and  
Electrical Engineering*

Thorben Schütte  
Entwicklung eines Kalibrierverfahrens für  
3D-Lasertriangulation-Kameras

Bachelorthesis eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung  
im Studiengang Informations- und Elektrotechnik  
am Department Informations- und Elektrotechnik  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Hans Peter Kölzer  
Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Jörg Dahlkemper

Abgegeben am 2. Oktober 2014

## **Thorben Schütte**

### **Thema der Bachelorthesis**

Entwicklung eines Kalibrierverfahrens für 3D-Lasertriangulation-Kameras

### **Stichworte**

Lasertriangulation, 3D-Bild, statische und lineare Kalibrierung, Segmentierung, Labeling, Linsenverzerrung, 2D-2D Homographie, Optimierungsverfahren

### **Kurzzusammenfassung**

In der vorliegenden Arbeit werden zwei Methoden für die Kalibrierung von 3D-Lasertriangulation-Kameras entwickelt. Dafür werden die Punkte aus dem 3D-Bild eines Kalibrierobjektes extrahiert. Aus diesen Punkten und gegebenen metrischen Punkten werden die Parameter für ein Transformationsmodell bestimmt. Der Einfluss von Linsenverzerrung wird untersucht und korrigiert. Die Evaluation erfolgt für transformierten Bildpunkte über den Abstand zu gegebenen Geometrien. Die entwickelte Kalibrierung wird mit einer vorhandenen Kalibrierung verglichen.

## **Thorben Schütte**

### **Title of the Bachelorthesis**

Development of a calibration method for 3D-lasertiangulation-cameras

### **Keywords**

lasertriangulation, 3D-image, static and linear calibration, segmentation, labelling, lens distortion, 2D-2D homography, optimisation procedure

### **Abstract**

This work shows the development of two methods for the calibration of 3D-lasertriangulation-cameras. Therefore the point extraction of an 3D-image is done. This points and given metric points are used to compute the parameters for a transformation model. The influence of lens distortion is investigated and corrected. The evaluation of the transformed image points is done by computing the distance to given metric geometies. A comparison to a given calibration is realised.

# Danksagung

Ich danke Herrn S. Kieneke, der mich während des Praxissemesters und der anschließenden Entwicklungsphase für die vorliegende Arbeit, bei der Automation Technology GmbH, betreut hat. Er half mir durch ehrliche und kritische Diskussionen neue Denkansätze zu schaffen.

Meinen Erstprüfer Herrn Prof. Dr.-Ing. H. P. Kölzer und meinen Zweitprüfer Prof. Dr.-Ing. J. Dahlkemper, die sich bereit erklärt haben die Prüfungsabnahme durchzuführen, für Ihr Interesse an diesem Thema und für Ihren Besuch bei der Automation Technology GmbH.

Herrn K. Opalka aus dem Department Maschinenbau und Produktion, der Hochschule für angewandte Wissenschaften Hamburg, der mir half das Kalibrierobjekt mit einer Koordinatenmessmaschine zu vermessen und auf Fehler zu überprüfen.

Meinen Bruder D. Schütthe, der sich meiner Arbeit mehrfach zum Korrekturlesen angenommen hat. Während des Erstellens dieser Arbeit und während des gesamten Studiums stand er mir stets zur Seite und konnte mich motivieren.

Meiner Schwester S. Albrecht und Ihrer Familie, die oft auf mich Rücksicht genommen haben, wenn ich mich in wichtigen Phasen meines Studiums befand. Ich bin Ihr sehr dankbar für Ihr Verständnis und Ihre Unterstützung.

S. Pucyk, die nicht nur diese Arbeit korrekturgelesen hat, sondern die mich während der Phase des Erstellens stets motivieren konnte und mir zur Seite stand.

Vor allem möchte ich meinen Eltern danken, ohne die ein Studium nicht möglich gewesen wäre. Sie standen hinter meiner Entscheidung ein Studium an der HAW-Hamburg zu absolvieren und hatten stets Verständnis, als ich mich in wichtigen Phasen des Studiums befand. Sie gaben mir Rückhalt und standen mir nicht nur beim Studium, sondern auch bei anderen Dingen stets zur Seite.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Stand der Technik . . . . .	2
1.2	Ziel . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Lasertriangulation und 3D-Bild . . . . .	4
2.2	Kameramodell und Parameter . . . . .	5
2.2.1	Das Lochkameramodell . . . . .	5
2.2.2	Linsenverzerrung . . . . .	6
2.3	Transformation der Objektkoordinaten in Koordinaten der Laserebene . . . . .	8
2.4	2D-2D Homographie . . . . .	9
2.5	Geraden und Ebenen . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Statische Kalibrierung</b>	<b>14</b>
3.1	Beschreibung des Kalibrierobjektes . . . . .	14
3.2	Übersicht des statischen Kalibrierprozesses . . . . .	15
3.3	Geometriedatei des Kalibrierobjektes . . . . .	15
3.4	Punktextraktion aus Bilddaten . . . . .	16
3.4.1	Segmentierung und Labeling . . . . .	17
3.4.2	Bestimmung der Geradengleichungen . . . . .	21
3.4.3	Ermittlung der Punkte . . . . .	22
3.5	Transformation von Bild- in Objektkoordinaten . . . . .	23
3.5.1	Berechnung der Transformationsmatrix . . . . .	23
3.5.2	Transformation der Bildkoordinaten . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Lineare Kalibrierung</b>	<b>26</b>
4.1	Beschreibung des Kalibrierobjektes . . . . .	26
4.2	Kalibrierprozess der linearen Kalibrierung . . . . .	27
4.3	Korrespondierende Punkte . . . . .	27
4.3.1	Ermittlung der Geometriedatei . . . . .	28
4.3.2	Punkte aus Bilddaten . . . . .	29
4.4	Transformation von Bild- in Objektkoordinaten . . . . .	30
4.5	Optimierungsverfahren . . . . .	31
4.5.1	Startwerte für die Optimierung . . . . .	32
4.5.2	Funktion für die Optimierung . . . . .	33

---

<b>5</b>	<b>Evaluation</b>	<b>34</b>
5.1	Evaluation der statischen Kalibrierung . . . . .	34
5.1.1	Abstand transformierter Punkte zur idealen Gerade . . . . .	34
5.1.2	Korrektur der Linsenverzerrung . . . . .	38
5.1.3	Vergleich mit der Kalibrierung der Firma AQSENSE (statisch) . .	41
5.2	Evaluation der linearen Kalibrierung . . . . .	42
5.2.1	Genauigkeit des linearen Kalibrierobjektes . . . . .	43
5.2.2	Abstand der Transformierten Punkte zur idealen Ebene . . . . .	44
5.2.3	Vergleich mit der Kalibrierung der Firma AQSENSE (linear) . . .	47
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>50</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	50
6.2	Ausblick . . . . .	52
<b>Anhang</b>		
<b>A</b>	<b>Bemaßungen des statischen Kalibrierobjektes</b>	<b>56</b>
<b>B</b>	<b>Bemaßungen des linearen Kalibrierobjektes</b>	<b>57</b>
<b>C</b>	<b>Segmentierung und Modellierung von Aufnahmen eines 3D Referenzkörpers</b>	<b>58</b>
<b>D</b>	<b>CD</b>	<b>79</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Darstellung des Lasertriangulationsverfahren. . . . .	3
2.2	Beschreibung der Bildkoordinaten. . . . .	4
2.3	Bildaufnahme mit dem Lochkameramodell. . . . .	5
2.4	Darstellung des Einflusses von radialer Verzerrung auf ein Rechteck. . . . .	7
3.1	Darstellungen des statischen Kalibrierobjektes. . . . .	14
3.2	Ablaufdiagramm der statischen Kalibrierung. . . . .	15
3.3	Geraden und Schnittpunkte der Geometriedatei. . . . .	16
3.4	Ablaufdiagramm für die Punktextraktion aus Bilddaten. . . . .	16
3.5	Ablaufdiagramm Labeling. . . . .	17
3.6	Absolute (a) und gemittelte (b) Gradientenrichtung mit Schwellwerten und binäres Profil (c). . . . .	19
3.7	Profil mit vier (a) und fünf (b) Labels. . . . .	20
3.8	Verzerrtes Profil mit Geraden aus den fünf Labels durch eins,drei und fünf. . . . .	22
3.9	Anordnung der korrespondierenden Punkte. . . . .	23
4.2	Ablaufdiagramm des linearen Kalibrierprozesses. . . . .	27
4.3	Koordinatenmessmaschine Leitz PMM 654 (a) und Bild der Tastkugel (b). . . . .	28
4.4	Ablaufdiagramm des linearen Kalibrierprozesses. . . . .	29
4.5	Schritte des Labeling. . . . .	29
5.1	Bereiche für die Berechnung des Abstandes der transformierten Punkte zu deren korrespondierenden Geraden. . . . .	35
5.2	Bild- und Objektkoordinaten ohne Rotation. . . . .	36
5.3	Bild- und Objektkoordinaten des Profils des rotierten Kalibrierobjektes für die statische Kalibrierung. . . . .	37
5.4	Darstellung eines Schachbrettmusters mit negativer Linsenverzerrung vor und nach Korrektur der radialen Verzerrung. . . . .	39
5.5	Darstellung der Abstände für alle transformierten Punkte der eigenen Implementierung der linearen Kalibrierung. . . . .	46
5.6	Darstellung der Abstände für alle transformierten Punkte der linearen Kalibrierung der Firma AQSENSE. . . . .	48
A.1	Höhenabmessung des statischen Kalibrierobjektes ( <i>mm</i> ). . . . .	56
A.2	Breitenabmessung des statischen Kalibrierobjektes ( <i>mm</i> ). . . . .	56
B.1	Längenabmessungen des linearen Kalibrierobjektes ( <i>mm</i> ). . . . .	57

---

B.2 Höhenmessungen des linearen Kalibrierobjektes ( $mm$ ). . . . .	57
---	----



# Tabellenverzeichnis

3.1	Schnittpunkte der Geradengleichungen. . . . .	22
4.1	Freiheitsgrade der linearen Kalibrierung. . . . .	32
5.1	Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Geraden bei der statischen Kalibrierung in den einzelnen Bereichen. . . . .	36
5.2	Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Geraden bei der statischen Kalibrierung in den einzelnen Bereichen (ideal ausgerichtet). . . . .	38
5.3	Abstände der transformierten Punkte zu den korrespondierenden Geraden in Abhängigkeit der Anzahl der radialen Verzerrungskoeffizienten. . . . .	40
5.4	Auswertung der absoluten Abstände in den einzelnen Bereichen ohne Korrektur der Linsenverzerrung. . . . .	40
5.5	Auswertung der absoluten Abstände in den einzelnen Bereichen mit Korrektur der Linsenverzerrung. . . . .	41
5.6	Abstände der statischen Kalibrierung von AQSENSE (keine Rotation um Y). . . . .	42
5.7	Differenz der Mittelwerte der Bereiche für die statische Kalibrierung von AQSENSE zur eigenen Implementierung (keine Rotation um Y). . . . .	42
5.8	Differenz der Mittelwerte der Bereiche für die statische Kalibrierung von AQSENSE zur eigenen Implementierung (Rotation um Y). . . . .	43
5.9	Punkte des linearen Kalibrierobjektes durch Vermessung mit der Koordinatenmessmaschine Leitz PMM 654. . . . .	43
5.10	Punkte des linearen Kalibrierobjektes durch Vermessung mit der Koordinatenmessmaschine Leitz PMM 654. . . . .	44
5.11	Abstände der transformierten Punkte der implementierten, linearen Kalibrierung zu den korrespondierenden Ebenen. . . . .	47
5.12	Abstände aller transformierten Punkte der implementierten, linearen Kalibrierung zu den korrespondierenden Ebenen. . . . .	47
5.13	Abstände der transformierten Punkte der linearen Kalibrierung von der Firma AQSENSE zu den korrespondierenden Ebenen. . . . .	49
5.14	Differenz des Mittelwertes der einzelnen Bereiche der eigenen Implementierung der Kalibrierung zu der Kalibrierung der Firma AQSENSE. . . . .	49

# Abkürzungen

AOI	Area Of Interest - Interessenbereich im Bild
AT	Automation Technology GmbH
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor
COG	Massenschwerpunkt
cop	Cloud Of Points, von AQSENSE implementiertes Dateiformat zum Speichern einer 3D-Punktwolke
FPGA	Field Programmable Gate Array
fps	frames per second
NaN	Not a Number, keine Zahl eines Zahlensystems
OpenCV	Programmbibliothek mit Algorithmen für die Bildverarbeitung
Pixel	Bildpunkt eines Bildes
STEP	Standard for the Exchange of Product Model Data
Subpixel	Untereinheit bei der Unterteilung eines Bildes in Pixel
TIF	Tagged Image File Format

# Symbolverzeichnis

$d$	Abstand der zur Laserebene ausgerichteten Objektkoordinaten zum Koordinatenursprung des Objektes
$r$	Abtastrate in Millimeter pro Bild bzw. Profil
$\mathbf{k}_1$	Vektor mit den Filterkoeffizienten des ersten Gauß-Ableitungsfilters
$\mathbf{H}_{3 \times 3}$	Homographie Matrix
$\hat{\mathbf{n}}$	Normalenvektor der Verfahrerrichtung
$N$	Endwert von $n$ Schritten
$n$	Laufvariable
$l$	Profil oder Höhenprofil des 3D-Bildes
$\varphi_x$	Rotationswinkel um die X-Achse
$\varphi_z$	Rotationswinkel um die Z-Achse
$\mathbf{P}_{3 \times 4}$	Scherungsmatrix
$\mathbf{R}_{3 \times 3}$	Rotationsmatrix
$\mathbf{t}$	Translationsvektor
$\alpha$	Triangulationswinkel
$\mathbf{u}$	Bildkoordinaten (Pixel)
$u$	Bildkoordinate für die Bildbreite (Pixel)
$v$	Bildkoordinate für die Bildhöhe (Pixel)
$\mathbf{U}$	Bildmatrix
$\tilde{\mathbf{u}}$	Verzerrte Bildkoordinaten (Pixel)
$k_n$	Verzerrungskoeffizienten der radialen Verzerrung
$\mathbf{y}$	Koordinaten in der Laserebene (metrisch)
$y_1$	X-Koordinate
$y_2$	Z-Koordinate
$c_x$	X-Koordinate zum Zentrum der Verzerrung (Pixel)
$c_y$	Y-Koordinate zum Zentrum der Verzerrung (Pixel)
$\tilde{u}$	Verzerrte Pixelkoordinate im Bild
$\tilde{v}$	Verzerrte Pixelkoordinate im Bild

---

$\mathbf{z}$	Objektkoordinaten ausgerichtet zur Laserebene (metrisch)
$z_1$	X-Koordinate
$z_2$	Y-Koordinate
$z_3$	Z-Koordinate
$\tilde{\mathbf{z}}$	Objektkoordinaten (metrisch)
$\tilde{z}_1$	X-Koordinate
$\tilde{z}_2$	Y-Koordinate
$\tilde{z}_3$	Z-Koordinate

# 1 Einleitung

Für die Inspektion von Werkstücken kommen in der heutigen Zeit immer häufiger 3D-Kameras zum Einsatz. Diese erzeugen Höheninformationen des zu vermessenden Werkstücks. Ein Verfahren für die Gewinnung von Höheninformationen ist die Lasertriangulation in Verbindung mit einer Kamera. Allerdings sind die Höheninformationen abhängig von der Kalibrierung. Daher wird in dieser Arbeit der Kalibrierprozess für 3D-Lasertriangulation-Kameras entwickelt.

Diese Thesis wurde in Zusammenarbeit mit der Automation Technology GmbH (AT) für deren Kameraserien erstellt. Die AT ist ein Systemhaus für die industrielle Bildverarbeitung und wurde als diese im Jahr 1998 gegründet. Die Spezialgebiete der AT liegen in der industriellen Infrarotbildverarbeitung und der schnellen 3D-Bildverarbeitung.

Im Bereich der 3D-Bildverarbeitung setzt die AT von Anfang an auf das Verfahren der Lasertriangulation, welches zu den berührungslosen Oberflächeninspektion Verfahren zählt. Für diese Anwendung entwickelt die AT eigene CMOS-Kameraserien mit integrierter Bildverarbeitungssoftware, durch die es möglich ist, sehr hohe Bildwiederholungsraten (frames per second (fps)) zu erreichen.

Das Prinzip der Lasertriangulation basiert zum einen auf einem Linienlaser, der auf ein Objekt eine Laserlinie projiziert und zum anderen auf einer Kamera, welche unter einem Winkel  $\alpha$  zum Laser entfernt eine Aufnahme der Szene erstellt. Durch den Winkel zwischen Laser und Kamera und die unterschiedlichen Höhen des Objektes, kommt es zu einer definierten Auslenkung der Laserlinie auf den Zeilen des Sensors der Kamera. Mit den von der AT hergestellten Kameraserien ist es möglich durch verschiedene Algorithmen, welche auf dem integrierten Field Programmable Gate Array (FPGA) der Kameras implementiert sind, die Position der Laserlinie in den Sensorspalten zu detektieren, wodurch die Höheninformationen des Objektes in Bildkoordinaten erstellt werden.

Betrachtet man als Anwendung dieses Verfahrens die Oberflächeninspektion der Lackbeschichtung eines Kfz, so kann an diesem Punkt mit den gelieferten Höheninformationen der Kamera eine Aussage getroffen werden, ob ein Fehler vorliegt (zum Beispiel ein Kratzer im Lack). Allerdings ist es nicht möglich, eine Aussage über die Tiefe des Kratzers in metrischen Koordinaten zu treffen, da die Informationen lediglich in Bildkoordinaten vorhanden sind.

Um die von der Kamera erzeugten Daten in metrischen Koordinaten zu erhalten, ist es zwingend notwendig eine Kalibrierung der 3D-Lasertriangulation-Kamera durchzuführen. In diesem Fall bedeutet eine Kalibrierung die Parameter für ein Transformati-

onsmodell zu bestimmen, mit dem es dann möglich ist, die Bildkoordinaten in metrische Koordinaten umzurechnen.

Nachdem die Parameter für eine Transformation der Bildkoordinaten bekannt sind, können diese für zukünftige Messungen mit der Lasertriangulation-Kamera verwendet werden, um direkt auf metrische Koordinaten umzurechnen. Dabei stimmen die Parameter des Verfahrens so lange, bis der Aufbau von Laser und Kamera – beispielsweise durch eine Vergrößerung des Winkels zwischen diesen – verändert wird.

## 1.1 Stand der Technik

Aktuell verwendet die AT für die Kalibrierung ihrer 3D-Lasertriangulation-Kameras eine von der Firma AQSENSE implementierte Kalibrierbibliothek, welche in den CXExplorer (eine von der AT entwickelte Konfigurations- und Aufnahmesoftware) integriert ist.

Über den CXExplorer werden mit dem Verfahren der Lasertriangulation 3D-Aufnahmen eines Objektes (Kalibrierobjekt) erstellt, deren genauen metrischen Koordinaten in einer so genannten Geometriedatei gegeben sind. Nach der Aufnahme des Objektes ist die Geometriedatei für die Kalibrierung zu laden. Somit wird der Vorgang der Kalibrierung nach der Aufnahme des 3D-Bildes des Kalibrierobjektes komplett PC-seitig durchgeführt.

Die Firma AQSENSE stellt für die Kalibrierung von 3D-Lasertriangulation-Kameras zwei Methoden zur Verfügung. Eine Möglichkeit ist gegeben durch die so genannte statische Kalibrierung, bei der der Aufbau ideal auszurichten ist und die Aufnahme des Kalibrierobjektes lediglich an einer festen Position durchgeführt wird. Die zweite Möglichkeit stellt die lineare Kalibrierung dar, bei der das Kalibrierobjekt unter der Laserlinie hindurch bewegt wird, um zum Beispiel auch eine Rotation der Laserlinie bei der Kalibrierung zu beachten.

## 1.2 Ziel

Das Ziel dieser Arbeit ist für die statische und die lineare Kalibrierung eine eigene Implementierung unter Verwendung von MATLAB durchzuführen, mit der die Parameter für die Umrechnung der Bildkoordinaten in metrische Koordinaten bestimmt werden. Dabei kommen die von der Firma AQSENSE verwendeten Objekte zum Einsatz. Ferner wird eine neue Spezifikation des Objektes für die lineare Kalibrierung durchgeführt und die Geometriedatei dieses Objektes selber ermittelt.

## 2 Grundlagen

In diesem Abschnitt wird auf die theoretischen Hintergründe eingegangen und welche mathematischen Grundlagen für diese Arbeit benötigt werden. Zu dem theoretischen Teil gehört das Kameramodell mit den inneren und äußeren Parametern sowie die Linsenverzerrung und wie diese korrigiert werden kann. Im nächsten Punkt der Grundlagen wird das Transformationsmodell für die Kalibrierung mit den zugehörigen Parametern dargestellt. Für die Berechnung von Schnittpunkten im zwei- und dreidimensionalen Raum durch den Schnitt von Geraden und Ebenen werden Formeln aufgestellt.

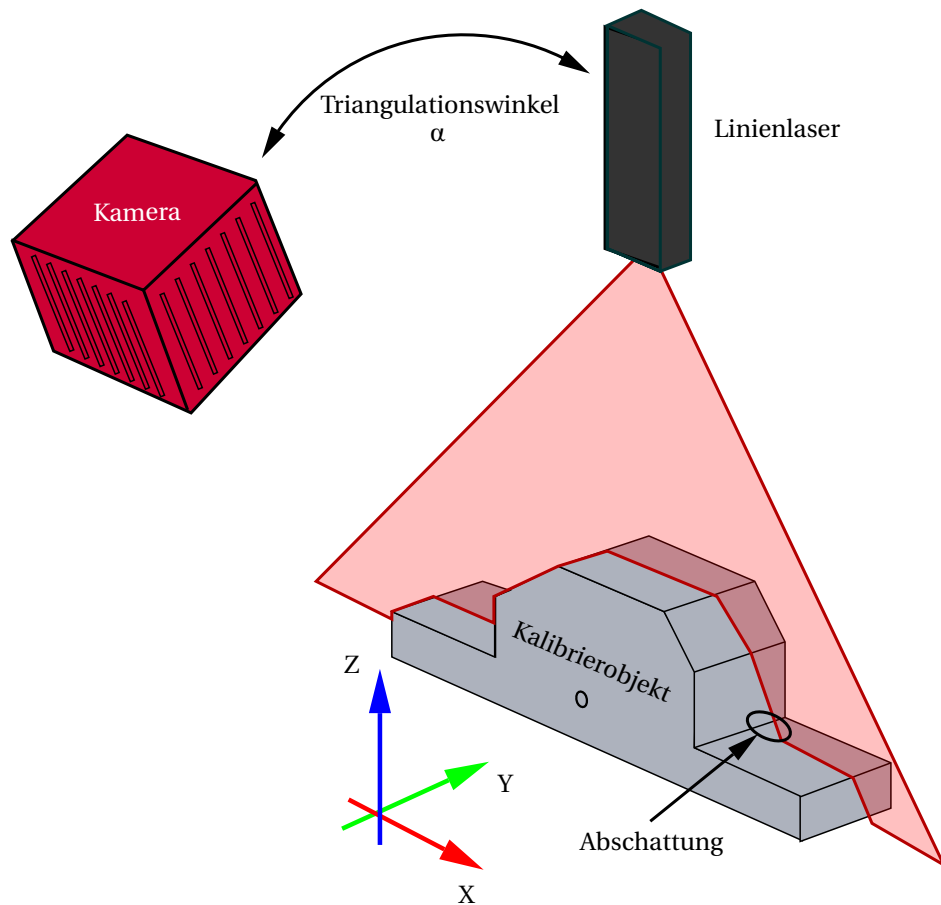


Abbildung 2.1: Darstellung des Lasertriangulationsverfahrens.

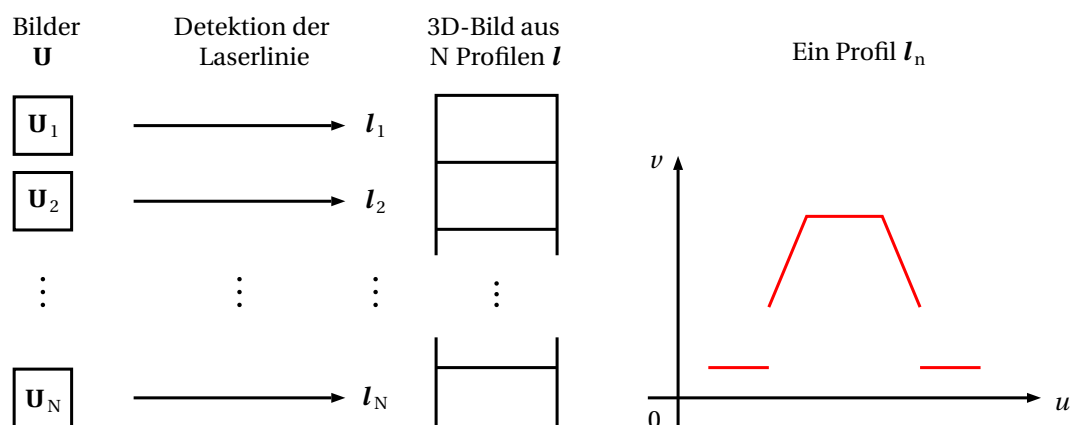


Abbildung 2.2: Beschreibung der Bildkoordinaten.

## 2.1 Lasertriangulation und 3D-Bild

Das in dieser Thesis verwendete Prinzip für die Objektvermessung ist das Verfahren der Lasertriangulation. Dieses gehört zu den berührungslosen Oberflächeninspektionsverfahren und hat den Vorteil Höheninformationen des zu vermessenden Objektes zu liefern ohne es abtasten zu müssen, wie es beispielsweise bei einer Koordinatenmessmaschine der Fall ist [16, S. 13-14].

Bei dem Lasertriangulationsverfahren oder auch Lichtschnittverfahren wird ein gefächerter Lichtstrahl – in diesem Fall durch einen Laser erzeugt – auf ein Messobjekt projiziert. Die Laserebene schneidet das Objekt entlang eines Profils, welches durch den Triangulationswinkel  $\alpha$  und die Höhenunterschiede des Objektes auf unterschiedliche Sensorzeilen der Kamera abgebildet wird [1, S. 1].

In Abbildung 2.1 ist die Anordnung der Kamera zum Laser dargestellt und das generierte Bild, wie es von der Kamera bei dieser Anordnung aufgenommen wird. Um die Höhenauflösung bei den Aufnahmen zu vergrößern, ist im gleichen Zuge auch der Triangulationswinkel  $\alpha$  zu vergrößern. Die Wahl eines größeren Winkels  $\alpha$  führt allerdings auch dazu, dass es eine höhere Abschattung von Bereichen gibt.

Um aus dem Bild  $\mathbf{U}$  ein dreidimensionales Bild aus N Profilen  $\mathbf{l}$  (3D-Bild) zu erstellen, ist die Laserlinie in dem Bild, wie es beispielsweise in Abbildung 2.1 dargestellt ist, zu detektieren. Für die Detektion der Laserlinie gibt es verschiedene Algorithmen. Einer dieser Algorithmen verwendet den Masseschwerpunkt (COG). Der berechnete COG jeder Spalte des Bildes gibt die Position der Laserlinie in Subpixel an. Um diese Position von Subpixel auf Pixel ohne Nachkommastellen im Profil  $\mathbf{l}$  darzustellen, wird der Wert mit einer so genannten Subpixelauflösung multipliziert (Wert von  $2^2$  bis  $2^6$ , abhängig von der Anzahl an Sensor-Spalten der Kamera). Durch die Multiplikation kann das 3D-Bild im Format *uint16* (16 Bit unsigned Integer) als Tagged Image File Format (TIF)



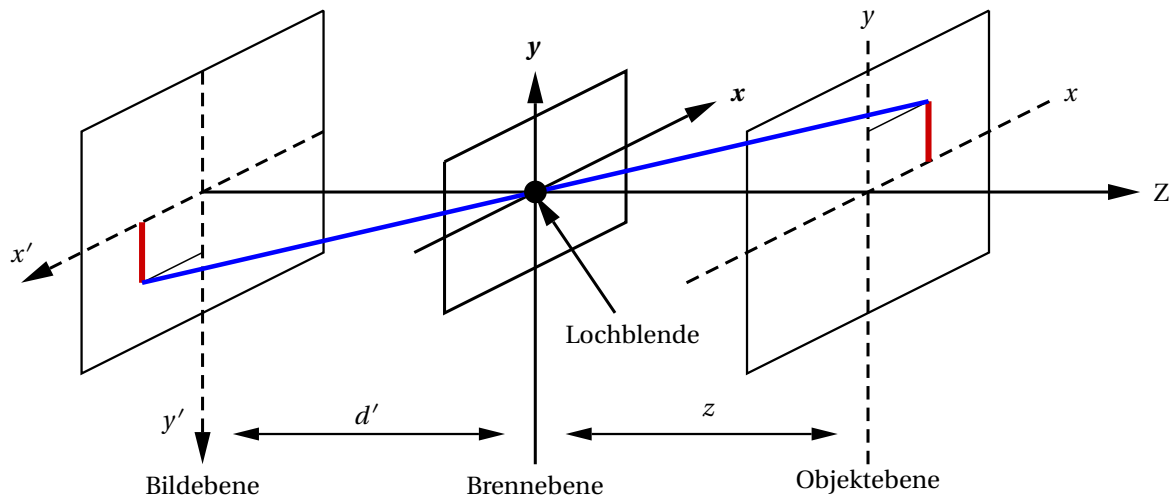


Abbildung 2.3: Bildaufnahme mit dem Lochkameramodell [6, S. 81].

abgespeichert werden. In dieser Arbeit wird folgende Notation verwendet:

$$v = l_n(u) = \max [U_n(u, \bullet)], \quad (2.1)$$

dabei meint  $v$  den maximalen Intensitätswert für den  $n$ -ten Frame des Pixels  $u$  im Bild  $U_n$ .

In Abbildung 2.2 ist dargestellt, wie das 3D-Bild zusammengesetzt ist. Um ein komplettes Objekt mit X-, Y- und Z-Koordinaten  $(\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2 \ \tilde{z}_3)^T$  in einem 3D-Bild darzustellen ist dieses unter der Laserlinie, beispielsweise auf einem Förderband mit konstanter Geschwindigkeit, zu verfahren. Die Kamera wird dabei von einem Enkoder getriggert, wodurch an verschiedenen Positionen des Objektes mit der Abtastrate  $r$  (in mm pro Sample respektive pro Bild) ein Profil für das resultierende 3D-Bild entsteht.

## 2.2 Kameramodell und Parameter

In diesem Abschnitt wird mehreren Sachverhalten nachgegangen. Zum einen wird das Lochkameramodell beschrieben und welche Parameter es für eine Beschreibung eines Kameramodells gibt. Zum anderen wird beschrieben, was eine radiale Linsenverzerrung ist, wie sie die Bildaufnahme beeinflusst und durch welches Modell es möglich ist die Verzerrung zu beschreiben.

### 2.2.1 Das Lochkameramodell

Anhand des Lochkameramodells lässt sich die Geometrie für die Erzeugung eines Bildes am Einfachsten erklären. Bei dem Modell der Lochkamera (Abbildung 2.3) werden

sämtliche Strahlen ausgehend vom Objekt durch ein infinitesimal kleines Loch (die Lochblende) auf einen Bildpunkt der Bildebene projiziert. Durch mehrere Lichtstrahlen, die vom Objekt ausgehen, wird eine Abbildung des Objektes in der Bildebene erzeugt. Dadurch entsteht ein Bild.

Durch das ideale Modell ist die Beziehung zwischen den Welt- bzw. Objektkoordinaten zu den Bildkoordinaten gegeben durch

$$x' = \frac{z'}{z} \cdot x \quad (2.2)$$

und

$$y' = \frac{z'}{z} \cdot y. \quad (2.3)$$

Somit werden die Weltkoordinaten durch den Skalierungsfaktor  $z'/z$  in der Bildebene dargestellt. Die Bildkoordinaten stellen somit nur Verhältnisse der realen Objektkoordinaten dar und deshalb lässt sich weder die Größe, noch die Entfernung eines Objektes zur Kamera ermitteln [6, S. 81-83].

Für die Beschreibung der Lage und Position der Kamera im dreidimensionalen Raum gibt es die so genannten äußeren Kameraparameter. Diese sind beispielsweise durch eine  $3 \times 3$  Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{3 \times 3}$  und einen Translationsvektor  $\mathbf{t}$  gegeben. Darüber hinaus gibt es innere Kameraparameter, wie zum Beispiel die Brennweite  $f$  des Objektivs und den Bildhauptpunkt [11].

## 2.2.2 Linsenverzerrung

Die Linsenverzerrung oder auch Linsenverzeichnung beeinflusst die intrinsischen Kameraparameter und somit den Zusammenhang von Kamera- und Bildkoordinaten. In dieser Arbeit wird die radiale Linsenverzerrung betrachtet, wie diese mathematisch zu beschreiben ist und mit welcher Methode eine Korrektur der Verzerrung durchgeführt werden kann.

Bei dem idealen Lochkameramodell wird eine gerade Linie ideal durch das Loch auf die Bildebene projiziert. Dadurch entsteht im Bild die gleiche geometrische Form der Linie, jedoch mit einer Skalierung der Größe (vgl. Abschnitt 2.2.1). Die radiale Linsenverzerrung lässt sich am einfachsten anhand einer Bildaufnahme eines Kreises beschreiben. Bei der Aufnahme des Kreises wird durch die Zylindersymmetrie von Linsensystemen der Kreis zwar weiterhin im Bild als Kreis abgebildet, jedoch mit einem verfälschten Radius. Daher auch die Bezeichnung der radialen Linsenverzerrung [6, S. 96-97].

Weiterhin ist die radiale Verzerrung in eine positive (Vergrößerung des Radius) und eine negative (Verringerung des Radius) Verzerrung unterteilt. Diese beiden Varianten

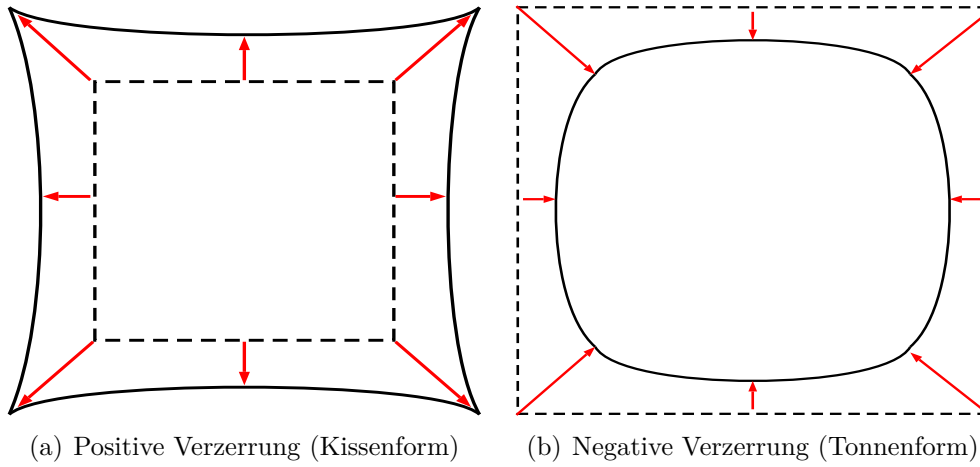


Abbildung 2.4: Darstellung des Einflusses von radialer Verzerrung auf ein Rechteck.

lassen sich am einfachsten anhand der Aufnahme eines Rechteckes darstellen, bei dem die positive zu einer Kissenform (Abbildung 2.4(a)) und die negative Verzerrung zu einer Tonnenform (Abbildung 2.4(b)) des abgebildeten Rechteckes führt.

Bei dem idealen Lochkameramodell wird vorausgesetzt, dass Geraden im Raum durch das Loch hindurch als Geraden mit einem Skalierungsfaktor auf das Bild projiziert werden, was auf die lineare Projektion zurückzuführen ist [15, S. 58]. Durch die Verzerrung des Bildes ergibt sich allerdings eine andere Darstellung der Geraden, wodurch diese nicht mehr als Geraden im Bild dargestellt werden. Das radiale Verzerrungsmodell kann über Polynome kleiner Ordnung beschrieben werden, wie zum Beispiel durch

$$u' = \tilde{u}_c (1 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4), \quad (2.4)$$

$$v' = \tilde{v}_c (1 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4), \quad (2.5)$$

mit  $r^2 = \tilde{u}_c^2 + \tilde{v}_c^2$  und  $k_1, k_2$  - den radialen Verzerrungskoeffizienten. Die verzerrten Pixelkoordinaten  $\tilde{u}_c$  und  $\tilde{v}_c$  sind die zum Ursprung der Verzerrung berechneten Koordinaten,

$$\tilde{u}_c = \tilde{u} - c_x, \quad (2.6)$$

$$\tilde{v}_c = \tilde{v} - c_y, \quad (2.7)$$

mit  $c_x$  und  $c_y$  als Zentrum der Verzerrung. Die unverzerrten Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  sind nach der Korrektur der Verzerrung über die Brennweiten ( $f_x$  und  $f_y$ ) und dem Ursprung der Verzerrung zu berechnen mit

$$u = f_x \cdot u' + c_x, \quad (2.8)$$

$$v = f_y \cdot v' + c_y \quad (2.9)$$

[15, S. 59]. Die Parameter für die Korrektur der Verzerrung werden in dieser Arbeit über OpenCV in Verbindung mit MATLAB [9] nach der Methode von Zhang [17] bestimmt.

Dabei wird eine Aufnahme eines Schachbrettmusters erstellt, indem die Eckpunkte berechnet werden. Die Parameter für die Beschreibung des Modelles werden dann über die Eckpunkte und durch, in metrischen Koordinaten gegebene, Punkte des Schachbrettmusters ermittelt. Dabei ist es irrelevant, welche Größe das Schachbrett (in metrischen Koordinaten) aufweist, da dieses nur die äußeren Kameraparameter beeinflusst und die Linsenverzerrung die inneren Kameraparameter verändert.

## 2.3 Transformation der Objektkoordinaten in Koordinaten der Laserebene

Im Folgenden wird die Transformation der gegebenen Objektkoordinaten in Koordinaten der Laserebene für die lineare Kalibrierung beschrieben (vgl. [12]). Um von den Objektkoordinaten  $\tilde{\mathbf{z}} = (\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2 \ \tilde{z}_3)^T$  in Koordinaten der Laserebene  $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2)^T$  zu transformieren, sind im ersten Schritt die Objektkoordinaten mittels Rotation und Translation in zur Laserebene ausgerichtete Objektkoordinaten  $\mathbf{z} = (z_1 \ z_2 \ z_3)^T$  zu bestimmen. Die Transformation ist gegeben durch

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

, wobei die Umrechnung durch homogene Koordinaten erfolgt [6, S. 84-86].  $\mathbf{R}_{3 \times 3}$  ist eine  $3 \times 3$  Rotationsmatrix, welche die Rotation um die X- und Z-Achse durch

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{3 \times 3} &= \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_z \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_x) & -\sin(\varphi_x) \\ 0 & \sin(\varphi_x) & \cos(\varphi_x) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_z) & -\sin(\varphi_z) & 0 \\ \sin(\varphi_z) & \cos(\varphi_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_z) & -\sin(\varphi_z) & 0 \\ \cos(\varphi_x) \cdot \sin(\varphi_z) & \cos(\varphi_x) \cdot \cos(\varphi_z) & -\sin(\varphi_x) \\ \sin(\varphi_x) \cdot \sin(\varphi_z) & \sin(\varphi_x) \cdot \cos(\varphi_z) & \cos(\varphi_x) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

beschreibt und somit durch die zwei Winkel  $\varphi_x$  und  $\varphi_z$  gegeben ist. Die Rotation beinhaltet nur die beiden Winkel  $\varphi_x$  und  $\varphi_z$ , da eine Rotation um die Y-Achse durch die Bestimmung der 2D-2D Homographie (Abschnitt 2.4) beschrieben werden kann und somit der Winkel  $\varphi_y$ , für eine Rotation um die Y-Achse, nicht benötigt wird.

Der Translationsvektor  $\mathbf{t}$  ist durch

$$\mathbf{t} = d \cdot \hat{\mathbf{n}} = d \cdot \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

gegeben und beschreibt den Abstand des Objektes orthogonal zur Laserebene [12, S. 11].

Anschließend sind die auf die Laserebene angepassten Objektkoordinaten durch eine Scherung  $\mathbf{P}_{3 \times 4}$  um die Verfahrerrichtung (Y-Achse), mit der Koordinate  $z_2$ , in zweidimensionale Koordinaten der Laserebene  $\mathbf{y}$  zu transformieren. Die Scherungsmatrix ist durch den Normalenvektor der Verfahrerrichtung  $\hat{\mathbf{n}}$  gegeben und eliminiert die Y-Koordinaten von  $\mathbf{z}$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -n_x/n_y & 0 & 0 \\ 0 & -n_z/n_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{P}_{3 \times 4} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Die komplette Transformation der Objektkoordinaten in die Koordinaten der Laserebene kann somit zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{P}_{3 \times 4} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

zusammengefasst werden. Dabei werden homogene Koordinaten verwendet, um das Problem mathematisch einfacher zu beschreiben.

Die durch die Scherung verlorengegangenen Y-Koordinaten ( $z_2$ ) können über die Abtastrate  $r$  und  $n_y$  des Vektors  $\hat{\mathbf{n}}$  durch

$$n = T_s \cdot z_2 \quad \text{mit} \quad T_s = \frac{1}{n_y \cdot r} \quad (2.15)$$

in die Position  $n$  des Profils  $\mathbf{l}_n$  im 3D-Bild umgerechnet werden.

## 2.4 2D-2D Homographie

Die 2D-2D Homographie oder auch perspektivische Projektion genannt, ist eine Abbildung von einem zweidimensionalen Koordinatensystem in ein anderes zweidimensionales System. In dieser Thesis wird die Homographie für die Umrechnung der Koordinaten in der Laserebene  $\mathbf{y}$  in zweidimensionale Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  verwendet. Diese Transformation beschreibt also den letzten Schritt für die vollständige Umrechnung der Objektkoordinaten  $\tilde{\mathbf{z}}$  in Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$ . Um die 2D-2D Homographie zu beschreiben, ist es am einfachsten, wie bei der Beschreibung der Transformation der Objektkoordinaten in Koordinaten der Laserebene, homogene Koordinaten zu verwenden. Die Umrechnung von  $\mathbf{y}$  nach  $\mathbf{u}$  erfolgt durch

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}' \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w u \\ w v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{H}_{3 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Um aus  $\mathbf{u}'$  die Koordinaten  $\mathbf{u}$  zu berechnen, ist  $\mathbf{u}'$  mit  $w$  zu normieren, sodass sich die beiden Gleichungen

$$u = \frac{h_{11} \cdot y_1 + h_{12} \cdot y_2 + h_{13}}{h_{31} \cdot y_1 + h_{32} \cdot y_2 + 1} \quad (2.17)$$

und

$$v = \frac{h_{21} \cdot y_1 + h_{22} \cdot y_2 + h_{23}}{h_{31} \cdot y_1 + h_{32} \cdot y_2 + 1} \quad (2.18)$$

für

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

ergeben [6, S. 248].

Um die Koeffizienten der Matrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  zu bestimmen, wird eine Mindestanzahl von vier korrespondierenden Punkten benötigt. Daher spricht man bei der 2D-2D Homographie oder perspektivischen Projektion auch von einer Vierpunkt-Abbildung. Wenn mehr als vier korrespondierende Punkte vorhanden sind, ergibt sich auch ein größeres Gleichungssystem für die Berechnung der Koeffizienten. Das für die Berechnung der Koeffizienten von  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  benötigte lineare Gleichungssystem besteht aus  $N$  korrespondierenden Punkten, welche zu  $2N$  Gleichungen führen und den acht Unbekannten der Matrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$ , die in den Vektor  $\mathbf{h}$  geschrieben werden. Das Gleichungssystem ist gegeben durch

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_N \\ v_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 & -y_{11} \cdot u_1 & -y_{21} \cdot u_1 \\ 0 & 0 & 0 & y_{11} & y_{21} & 1 & -y_{11} \cdot v_1 & -y_{21} \cdot v_1 \\ y_{12} & y_{22} & 1 & 0 & 0 & 0 & -y_{12} \cdot u_2 & -y_{22} \cdot u_2 \\ 0 & 0 & 0 & y_{12} & y_{22} & 1 & -y_{12} \cdot v_2 & -y_{22} \cdot v_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{1N} & y_{2N} & 1 & 0 & 0 & 0 & -y_{1N} \cdot u_N & -y_{2N} \cdot u_N \\ 0 & 0 & 0 & y_{1N} & y_{2N} & 1 & -y_{1N} \cdot v_N & -y_{2N} \cdot v_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Dieses Gleichungssystem kann mittels Matrix und Vektoren durch

$$\mathbf{d} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \quad (2.21)$$

dargestellt werden [6, S. 250]. Um die Parameter der Matrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  durch den Vektor  $\mathbf{h}$  zu bestimmen, ist die Pseudoinverse der Matrix  $\mathbf{A}$  zu berechnen, da diese bei  $N$  Punkten eine Größe von  $N \times 8$  aufweist und somit nicht direkt invertierbar ist. Die Lösung des Gleichungssystems ist gegeben durch

$$\mathbf{h} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{d} \quad (2.22)$$

[4, S. 142].

## 2.5 Geraden und Ebenen

Für einige Berechnungen in dieser Thesis ist es notwendig, grundlegende mathematische Funktionen für Geraden und Ebenen sowie deren Schnittpunkte aufzustellen. Für die Beschreibung werden die Koordinaten  $x$  und  $y$  im zweidimensionalen Raum und  $x, y, z$  für den dreidimensionalen Raum verwendet.

Eine Gerade  $G$  der Form

$$G: y = a \cdot x + b \quad (2.23)$$

lässt sich im zweidimensionalen Raum durch zwei Punkte  $\mathbf{p}_1 = (x_1 \ y_1)^T$  und  $\mathbf{p}_2 = (x_2 \ y_2)^T$  wie folgt bestimmen: Der Steigungskoeffizient  $a$  ist gegeben durch

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (2.24)$$

Für die Berechnung von  $b$  der Geradengleichung  $G$ , ist  $a$  mit einem der beiden Punkte in  $G$  einzusetzen

$$b = y_1 - a \cdot x_1 = y_2 - a \cdot x_2. \quad (2.25)$$

Um eine Geradengleichung durch eine Punktmenge von  $N$ -Punkten  $\mathbf{p}$  im zweidimensionalen Raum zu berechnen, wird in dieser Thesis die Methode der kleinsten Quadrate für die Bestimmung der Regressionsgeraden verwendet [13, S. 181-188]. Diese kann in einer Matrixschreibweise wie folgt zusammengefasst werden:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_n^2 & \sum x_n \\ \sum x_n & \sum 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sum x_n \cdot y_n \\ \sum x_n \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

[5].

Die Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden

$$G_1: y_1 = a_1 \cdot x + b_1 \quad (2.27)$$

$$G_2: y_2 = a_2 \cdot x + b_2 \quad (2.28)$$

im zweidimensionalen Raum ist gegeben durch

$$\bar{x} = \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1} \quad (2.29)$$

und

$$\bar{y} = a_1 \cdot \bar{x} + b_1 = a_2 \cdot \bar{x} + b_2. \quad (2.30)$$

Nur wenn die beiden Geradengleichungen den selben Wert nach einsetzen von  $\bar{x}$  haben, liegt ein Schnittpunkt

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

im zweidimensionalen Raum vor.

Eine Ebene im dreidimensionalen Raum durch die drei Punkte  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  und  $\mathbf{p}_3$  der Form

$$E : 0 = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z + d \quad (2.32)$$

ist gegeben durch das Kreuzprodukt von

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1). \quad (2.33)$$

Der Koeffizient  $d$  der Ebenengleichung kann durch einsetzen eines Punktes in die Ebenengleichung berechnet werden

$$d = - \left( \mathbf{p}'_1 \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right). \quad (2.34)$$

Wenn eine Anzahl  $N$  an Punkten im dreidimensionalen Raum vorliegt, kann auch, wie bei der Bestimmung der Geradengleichung, das Verfahren der kleinsten Fehler angewendet werden. Die Ebenengleichung der Form (2.32) kann über folgendes Gleichungssystem gelöst werden

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_n^2 & \sum x_n y_n & \sum x_n \\ \sum x_n y_n & \sum y_n^2 & \sum y_n \\ \sum x_n & \sum y_n & \sum 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sum x_n z_n \\ \sum y_n z_n \\ \sum z_n \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

[5]. Dabei hat der Koeffizient  $c$  der Ebenengleichung immer den Wert  $-1$ , wenn dieses Verfahren verwendet wird. Im dreidimensionalen Raum wird der Schnittpunkt von drei Ebenengleichungen der Form

$$E_1 : 0 = a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 \cdot z + d_1 \quad (2.36)$$

$$E_2 : 0 = a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 \cdot z + d_2 \quad (2.37)$$

$$E_3 : 0 = a_3 \cdot x + b_3 \cdot y + c_3 \cdot z + d_3 \quad (2.38)$$



über die Berechnung von Determinanten der jeweiligen Koeffizienten bestimmt:

$$\Delta c = \begin{vmatrix} a_{k1} & b_{k1} & c_{k1} \\ a_{k2} & b_{k2} & c_{k2} \\ a_{k3} & b_{k3} & c_{k3} \end{vmatrix}, \quad (2.39)$$

$$\Delta c_x = \begin{vmatrix} d_{k1} & b_{k1} & c_{k1} \\ d_{k2} & b_{k2} & c_{k2} \\ d_{k3} & b_{k3} & c_{k3} \end{vmatrix}, \quad (2.40)$$

$$\Delta c_y = \begin{vmatrix} a_{k1} & d_{k1} & c_{k1} \\ a_{k2} & d_{k2} & c_{k2} \\ a_{k3} & d_{k3} & c_{k3} \end{vmatrix}, \quad (2.41)$$

$$\Delta c_z = \begin{vmatrix} a_{k1} & b_{k1} & d_{k1} \\ a_{k2} & b_{k2} & d_{k2} \\ a_{k3} & b_{k3} & d_{k3} \end{vmatrix}. \quad (2.42)$$

Mit den berechneten Determinanten lässt sich der Schnittpunkt  $\mathbf{s}$  von drei Ebenen in Koordinatenform berechnen (vgl. [2, S. 213], Gl. 3.361a / 3.361b).

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\Delta c} \begin{pmatrix} \Delta c_x \\ \Delta c_y \\ \Delta c_z \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

## 3 Statische Kalibrierung

Die Bezeichnung statische Kalibrierung kommt daher, da das zu vermessende Kalibrierobjekt bei den Aufnahmen auf einem festen Platz unter der Laserlinie ausgerichtet ist und somit nur an einer Position 3D-Bilddaten mit Höheninformationen generiert werden. Die Berechnung der Parameter für die Transformation der Bildpunkte in Objektpunkte basiert auf korrespondierenden Punkten eines Profils des 3D-Bildes zu gegebenen metrischen Objektkoordinaten. Es ist also notwendig, exakte metrische Koordinaten des Kalibrierobjektes zu kennen, damit es möglich ist, die Kalibrierung durchzuführen. In diesem Kapitel wird beschrieben, wie das Kalibrierobjekt für die statische Kalibrierung aussieht, welche Punkte aus der Geometriedatei gegeben sind, wie die Punktextraktion aus dem 3D-Bild realisiert wird, mit welcher Berechnung es möglich ist, die Transformationsparameter zu ermitteln und wie die Umrechnung von Bild- in Objektkoordinaten durchzuführen ist.

### 3.1 Beschreibung des Kalibrierobjektes

Das Kalibrierobjekt für die statische Kalibrierung wird aus einem Aluminiumblock gefräst und hat eine eloxierte Oberfläche. Der Vorteil eines Aluminiumkörpers mit eloxierter Oberfläche liegt darin, dass die auf dem Körper projizierte Laserlinie nicht in viele Richtungen gestreut wird, aber dennoch genügend Licht auf den Zeilen des Sensors abgebildet wird, sodass die genaue Position der Laserlinie im Bild bestimmt werden kann.

In Abbildung 3.1 ist das für die statische Kalibrierung verwendete Objekt in einer

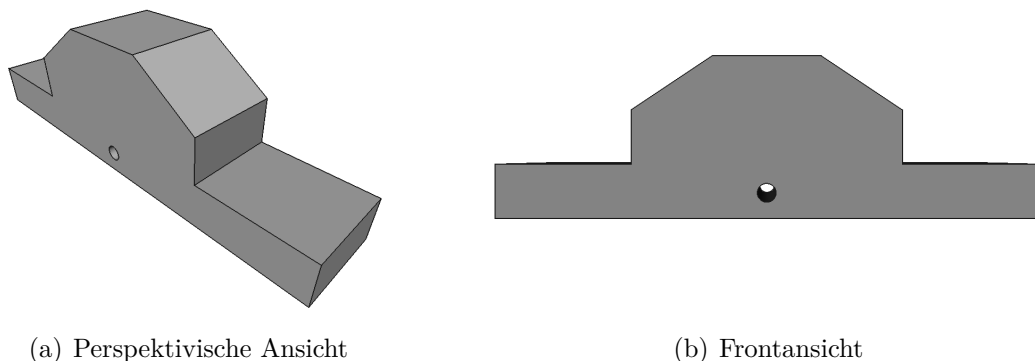


Abbildung 3.1: Darstellungen des statischen Kalibrierobjektes.

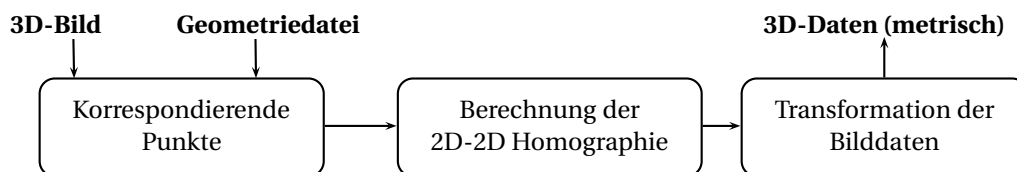


Abbildung 3.2: Ablaufdiagramm der statischen Kalibrierung.

perspektivischen (Abbildung 3.1(a)) und einer Frontansicht (Abbildung 3.1(b)) dargestellt. Die Geometrie des Kalibrierobjektes ist sehr einfach gehalten. Sie besteht aus fünf Ebenen, damit eine Verarbeitung des 3D-Bildes sowohl mittels grundlegenden Bildverarbeitungsmethoden, als auch geometrischen Funktionen durchgeführt werden kann. Das Objekt ist in die vier Bereiche

1. Grundplatte
2. Linke Steigung
3. Oberste Ebene
4. Rechte Steigung

unterteilt. Die seitlichen Steigungen weisen einen Versatz vom  $10\text{ mm}$  zur Grundplatte auf, wodurch sich in diesen Bereichen bei den Aufnahmen mittels Lasertriangulation die im Abschnitt 2.1 beschriebene Abschattung ergibt.

## 3.2 Übersicht des statischen Kalibrierprozesses

Der Prozess der statischen Kalibrierung besteht im Wesentlichen aus drei Schritten. Im ersten Schritt werden die korrespondierenden Punkte aus Bild- und Objektkoordinaten bestimmt. Über die ermittelten Punktekorrespondenzen können die Koeffizienten der in Abschnitt 2.4 beschriebenen Homographie-Matrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  berechnet werden (Schritt 2), welche in Schritt 3 für die Transformation der Bilddaten in metrische Objektkoordinaten zum Einsatz kommen.

In Abbildung 3.2 sind die einzelnen Schritte der statischen Kalibrierung dargestellt. Im Folgenden wird beschrieben, wie sich die korrespondierenden Punktepaaire aus der Geometriedatei und dem 3D-Bild zusammensetzen, wie die Koeffizienten der Homographie-Matrix ermittelt werden und wie das Ergebnis der Transformation von Bild- in Objektkoordinaten aussieht.

## 3.3 Geometriedatei des Kalibrierobjektes

Die Geometriedatei des Kalibrierobjektes beschreibt vier markante Punkte in metrischen Objektkoordinaten. Da das Kalibrierobjekt für die statische Kalibrierung (Ab-

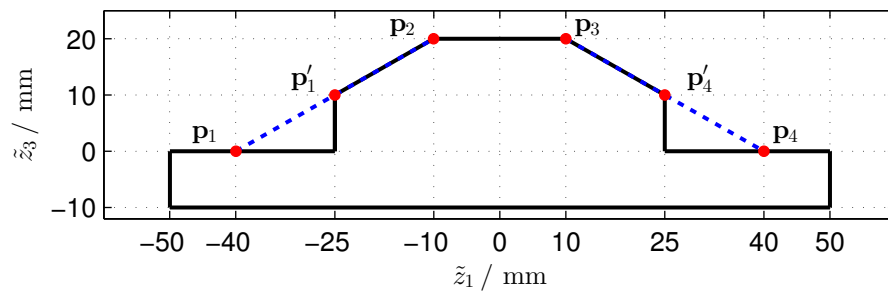


Abbildung 3.3: Geraden und Schnittpunkte der Geometriedatei.

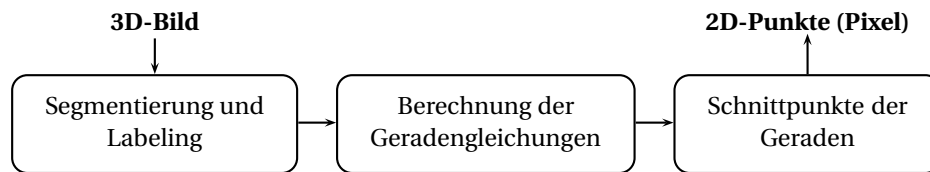


Abbildung 3.4: Ablaufdiagramm für die Punktextraktion aus Bilddaten.

bildung 3.1) einen Versatz der Grundplatte zu den seitlichen Steigungen aufweist, ist eine Verarbeitung der Geometriedatei erforderlich, da es durch die Abschattung bei den Aufnahmen nicht möglich ist, diese vertikalen Steigungen zu detektieren.

In Abbildung 3.3 sind die Punkte der Geometriedatei  $\mathbf{p}'_1$ ,  $\mathbf{p}_2$ ,  $\mathbf{p}_3$  und  $\mathbf{p}'_4$  dargestellt. Wie schon erwähnt, ist es durch die Abschattung nicht möglich, die vertikalen Steigungen zu detektieren, wodurch es wiederum nicht möglich ist, die Punkte  $\mathbf{p}'_1$  und  $\mathbf{p}'_4$  aus den Bilddaten zu extrahieren.

Die Verarbeitung der Geometriedatei besteht nun darin durch die Punkte  $\mathbf{p}'_1$  und  $\mathbf{p}_2$  sowie  $\mathbf{p}_3$  und  $\mathbf{p}'_4$  Geradengleichungen zu erstellen und mit der Null-Achse (X-Achse), welche die Grundplatte des Kalibrierobjektes beschreibt, zum Schnitt zu bringen. Die Geradengleichungen durch die Punkte sind in Abbildung 3.3 blau gestrichelt dargestellt und ergeben nach dem Schnitt mit der Null-Achse die Punkte  $\mathbf{p}_1$  und  $\mathbf{p}_4$ . Die berechneten Schnittpunkte  $\mathbf{p}_1$  und  $\mathbf{p}_4$  sowie die aus der Geometriedatei gegebenen Punkte  $\mathbf{p}_2$  und  $\mathbf{p}_3$  stellen die korrespondierenden Punkte der Geometriedatei für die Bestimmung der Transformationsmatrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  von Bild- in Objektkoordinaten dar.

### 3.4 Punktextraktion aus Bilddaten

Bei der Punktextraktion aus dem 3D-Bild werden drei Schritte durchlaufen (Abbildung 3.4).

Im ersten Schritt der Punktextraktion aus den Bilddaten findet eine Segmentierung der Bereiche in dem 3D-Bild statt, anhand dieser das Labeling durchgeführt wird. Durch

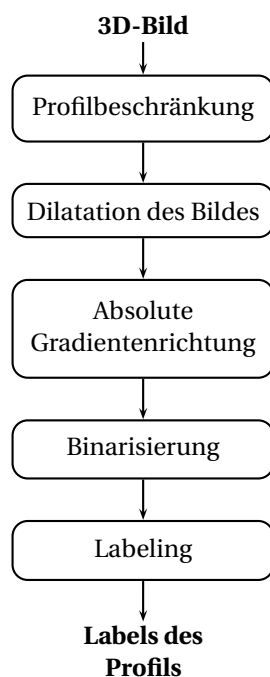


Abbildung 3.5: Ablaufdiagramm Labeling.

die bestimmten Labels (Nummern für zusammengehörige Bereiche) ist es möglich, die einzelnen Segmente unabhängig voneinander auszuwählen und durch die Bildpunkte des ausgewählten Bereiches Geradengleichungen zu erstellen (Schritt 2). Der finale Schritt der Punktextraktion beinhaltet die Berechnung der Schnittpunkte von den aufgestellten Geradengleichungen. Das Ergebnis dieses Prozesses sind die zweidimensionalen Schnittpunkte, welche die Korrespondenzen in Bildkoordinaten für die Transformation darstellen. Im Folgenden werden diese Schritte im Detail beschrieben.

### 3.4.1 Segmentierung und Labeling

Der Prozess der Segmentierung und das auf diesem basierende Labeling, bei dem den Segmenten jeweils eine Nummer zugewiesen wird, durchläuft fünf Phasen (Abbildung 3.5). Im Folgenden ist eine detaillierte Beschreibung der einzelnen Phasen gegeben.

**Profilbeschränkung** Bei der Profilbeschränkung wird aus dem aufgenommenen 3D-Bild ein Profil  $l_n$  (an der Stelle  $n$  des 3D-Bildes) ausgewählt und der relevante Bereich für die Segmentierung gesetzt. Bei der Auswahl des Profils ist es gleichgültig an welcher Stelle  $n$  im 3D-Bild das Profil liegt, da die Aufnahmen bei der statischen Kalibrierung an einer festen Position des Kalibrierobjektes stattfinden und somit alle Profile  $l_{0...N}$  die selben Informationen über die Höhe an dieser Position enthalten.

Die Beschränkung des Profils auf einen relevanten Bereich führt dazu, dass das Hinter-

grundrauschen, welches durch den Untergrund entsteht, auf dem sich das Kalibrierobjekt befindet, eliminiert wird. Um dies zu realisieren, wird ein linker ( $l_p$ ) und ein rechter ( $r_p$ ) Pixel gesetzt. Das Profil  $\mathbf{l}_{nr}$  – beschränkt auf den relevanten Bereich – ist dann

$$\mathbf{l}_{nr}(u) = \begin{cases} 0 & \text{für } l_p \geq u \geq r_p \\ \mathbf{l}_n(u) & \text{für } l_p < u < r_p \end{cases}. \quad (3.1)$$

**Dilatation** Eine Dilatation des Profils im relevanten Bereich  $\mathbf{l}_{nr}$  führt zum Schließen von Lücken. Wird die Laserlinie in einer Sensorspalte nicht detektiert, entstehen Lücken (Nullwerte), welche den nächsten Schritt der Punktextraktion erheblich beeinflussen. Für die in diesem Abschnitt durchgeführte Dilatation wird ein Zeilenvektor der Länge drei als Strukturelement verwendet  $\mathbf{s}_E = (1 \ 1 \ 1)$ . Das dilatierete Profil ist dann

$$\mathbf{l}_{nD} = \mathbf{s}_E \oplus \mathbf{l}_{nr} \quad (3.2)$$

(siehe [6, S. 555-568]).

**Gradientenrichtung** Im nächsten Schritt wird die absolute Gradientenrichtung (Steigung) des Profils  $\mathbf{l}_{nD}$  über die Faltung mit einem Gauß-Ableitungsfilter erster Ordnung bestimmt, um Schwellwerte für die Binarisierung des Profils zu berechnen. Die absolute Gradientenrichtung  $\mathbf{g}_a$  [7, S. 143-145] des Profils  $\mathbf{l}_{nD}$  ist gegeben durch

$$\mathbf{g}_a = \left| \frac{\partial \mathbf{l}_{nD}(u)}{\partial u} \right| = |\mathbf{l}_{nD} * \mathbf{k}_1|. \quad (3.3)$$

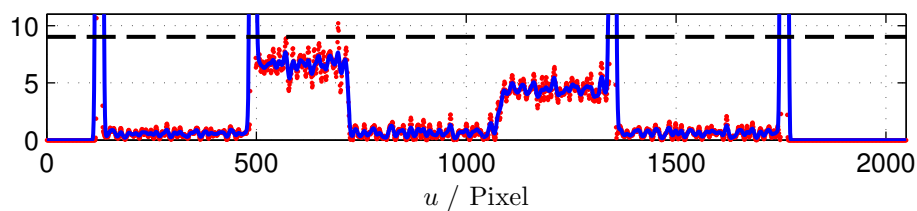
Dabei steht  $\mathbf{k}_1$  für einen Zeilenvektor mit den Koeffizienten des ersten Gauß-Ableitungsfilters. Das Filter weist eine ungerade Anzahl an Filterkoeffizienten auf und ist somit symmetrisch. Für die Bestimmung der Anzahl an Koeffizienten ist die Profildbreite respektive die Länge des Profils durch einen Faktor zu dividieren. Dabei bewegt sich die Filtergröße in einem Bereich von mindestens 11 bis maximal 27 Koeffizienten für die in Gleichung (3.3) dargestellte Faltung.

Anschließend wird die absolute Gradientenrichtung  $\mathbf{g}_a$  zum Glätten mit einem Gauß-Filter ( $\mathbf{k}$ ) gefaltet. Das Filter weist dabei die selbe Anzahl an Koeffizienten wie  $\mathbf{k}_1$  auf. Somit entsteht aus der Faltung von  $\mathbf{g}_a$  mit dem Gauß-Filter  $\mathbf{k}$  die geglättete Gradientenrichtung (vgl. Abbildung 3.6(a))

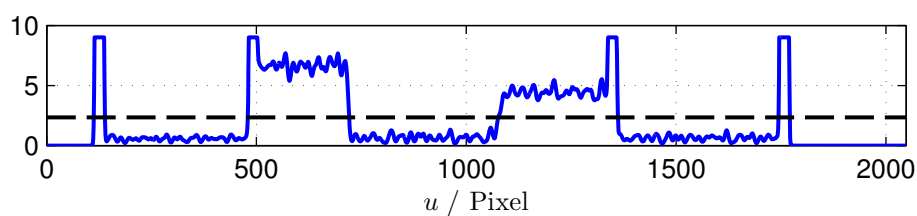
$$\mathbf{g}_{as} = \mathbf{g}_a * \mathbf{k}. \quad (3.4)$$

Die in Abbildung 3.6(a) schwarz gestrichelte Linie ist gegeben durch den Mittelwert  $m_g$  der geglätteten absoluten Gradientenrichtung  $\mathbf{g}_{as}$ . Sämtliche Werte  $\mathbf{g}_{as}(u)$ , die größer sind als  $m_g$  werden auf den Mittelwert beschränkt. Dadurch entsteht ein neues Profil

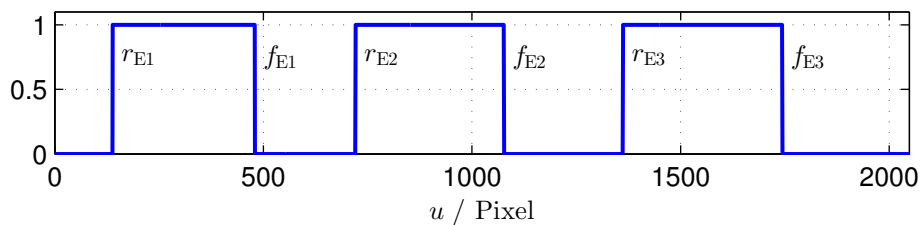
$$\mathbf{m}_G(u) = \begin{cases} m_g & \text{für } \mathbf{g}_{as}(u) \geq m_g \\ \mathbf{g}_{as}(u) & \text{für } \mathbf{g}_{as}(u) < m_g \end{cases}, \quad (3.5)$$



(a) Absolute (rot) und geglättete (blau) Gradientenrichtung sowie Mittelwert (schwarz).



(b) Gemittelte Gradientenrichtung (blau) und Schwellwert für Binarisierung (schwarz).



(c) Binäres Profil mit steigenden ( $r$ ) und fallenden ( $f$ ) Flanken.

Abbildung 3.6: Absolute (a), gemittelte (b) Gradientenrichtung mit Schwellwerten und binäres Profil (c).

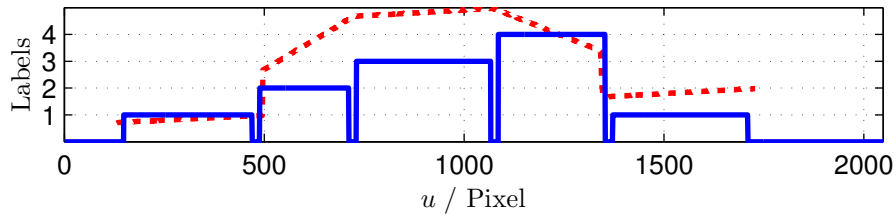
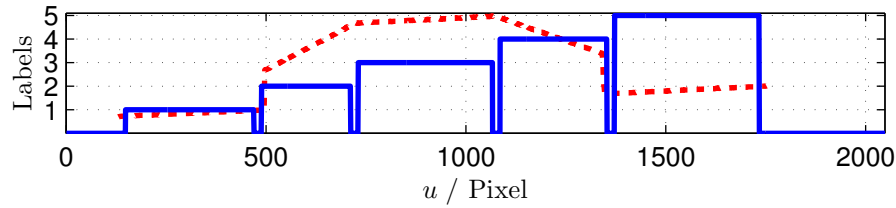
(a) Profil im relevanten Bereich (rot gestrichelt) und die vier Labels  $\mathbf{l}_{\text{nlb4}}$  (blau).(b) Profil im relevanten Bereich (rot gestrichelt) und die fünf Labels  $\mathbf{l}_{\text{nlb5}}$  (blau).

Abbildung 3.7: Profil mit vier (a) und fünf (b) Labels.

welches in Abbildung 3.6(b) zu sehen ist.

**Binarisierung** In diesem Abschnitt wird aus  $\mathbf{m}_G$  (3.5) der Schwellwert  $t_B$  für die Binarisierung berechnet. Der Schwellwert  $t_B$  (Abbildung 3.6(b)) für die Binarisierung ist durch den Mittelwert aus der Standardabweichung und dem Mittelwert des neuen Profils  $\mathbf{m}_G$  gegeben. Das binäre Profil  $\mathbf{b}$  ergibt sich aus

$$\mathbf{b}(u) = \begin{cases} 0 & \text{für } \mathbf{m}_G(u) \geq t_B \\ 1 & \text{für } \mathbf{m}_G(u) < t_B \end{cases}. \quad (3.6)$$

Des Weiteren sind alle Werte bis zur ersten fallenden und nach der letzten steigenden Flanke in  $\mathbf{b}$  auf null zu setzen. Somit hat das binäre Profil den Wert eins für die Grundplatte und oberste Ebene und null für die beiden seitlichen Steigungen sowie den Hintergrund auf dem sich das Kalibrierobjekt befindet (Abbildung 3.6(c)).

**Labeling** Durch die Binarisierung ist es möglich die Labels für das ausgewählte Profil  $\mathbf{l}_n$  zu bestimmen. Die Bereiche für die Labels sind durch die drei steigenden  $r_{E1...3}$  und drei fallenden  $f_{E1...3}$  Flanken des binären Profils  $\mathbf{b}$  gegeben (Abbildung 3.6(c)). Damit die Bereiche deutlich voneinander getrennt werden, ist ein Wert  $r_g$  festgelegt, der den Übergang an den Flanken nach links und rechts verbreitert. Für vier Labels (1: Grundplatte, 2: linke Steigung, 3: oberste Ebene, 4: rechte Steigung) gilt die Definition



(Abbildung 3.7(a))

$$\mathbf{l}_{\text{nlb4}}(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } (r_{\text{E1}} + r_g) \leq u \leq (f_{\text{E1}} - r_g) \\ 2 & \text{für } (f_{\text{E1}} + r_g) \leq u \leq (r_{\text{E2}} - r_g) \\ 3 & \text{für } (r_{\text{E2}} + r_g) \leq u \leq (f_{\text{E2}} - r_g) \\ 4 & \text{für } (f_{\text{E2}} + r_g) \leq u \leq (r_{\text{E3}} - r_g) \\ 1 & \text{für } (r_{\text{E3}} + r_g) \leq u \leq (f_{\text{E3}} - r_g) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.7)$$

Weiterhin wird ein gelabeltes Profil mit insgesamt fünf Bereichen (Abbildung 3.7(b)) erstellt, bei dem die Grundplatte in eine linke und eine rechte Seite unterteilt ist. Somit ist das gelabelte Profil mit insgesamt fünf Labels  $\mathbf{l}_{\text{nlb5}}$  wie das mit vier Labels gegeben (Gl. (3.7)), nur, dass in diesem Fall die zweite Eins für die Grundplatte durch eine Fünf ersetzt wird. Die Unterteilung in fünf Bereiche findet statt, um eine Aussage über die Begebenheit des Profils zu treffen, was in Abschnitt 3.4.2, bei der Erstellung der Geradengleichungen, beschrieben wird.

### 3.4.2 Bestimmung der Geradengleichungen

Durch das Labeling ist es möglich die verschiedenen Bereiche einzeln auszuwählen und durch die zugehörigen Punkte eine Ausgleichsgerade zu berechnen. Für die Berechnung der Geradengleichung wird das Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate verwendet, welches die Koeffizienten der Geradengleichung

$$v = a \cdot u + b \quad (3.8)$$

durch lösen des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum u^2 & \sum u \\ \sum u & \sum 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sum u \cdot v \\ \sum u \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

bestimmt [5]. Dabei werden nur Werte von  $v > 0$  betrachtet, da ein Nullwert im Profil für eine Sensorspalte steht, in der keine Laserlinie detektiert wurde.

Dieses Verfahren wird solange wiederholt, bis der Abstand der Punkte zur berechneten Geraden in einem Bereich der Standardabweichung des Abstandes multipliziert mit einem Faktor liegt. Sollten sich Punkte außerhalb des Bereiches befinden, so werden diese zu null gesetzt und haben somit keinen weiteren Einfluss auf die Ermittlung der Geradengleichung. Bevor die Geradengleichungen für die vier Bereiche mittels  $\mathbf{l}_{\text{nlb4}}$  bestimmt werden, ist das Profil über die fünf Labels  $\mathbf{l}_{\text{nlb5}}$  auf Fehler zu untersuchen.

Ein Fehler im Profil respektive Bild liegt vor, wenn die Varianz der Steigungskoeffizienten  $a$  der Geraden durch die Bereiche eins, drei und fünf, wie in Abbildung 3.8

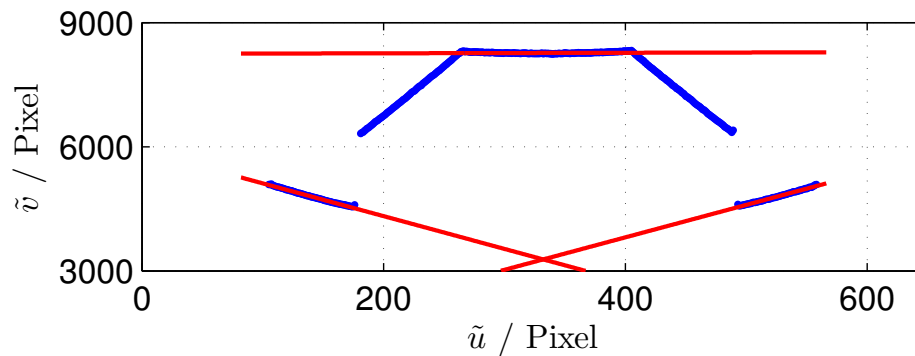


Abbildung 3.8: Verzerrtes Profil mit Geraden aus den fünf Labels durch eins, drei und fünf.

Tabelle 3.1: Schnittpunkte der Geradengleichungen.

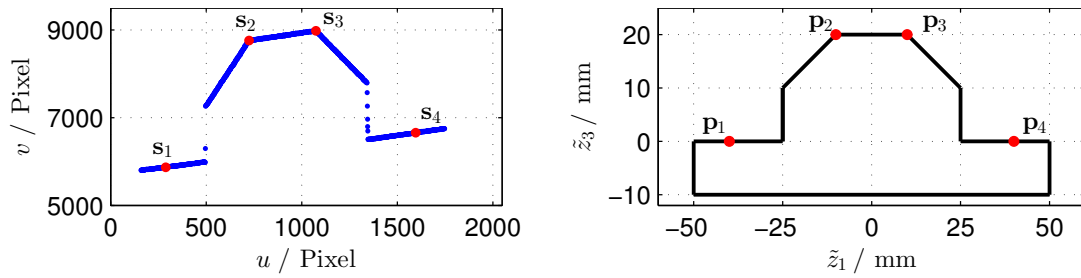
Gerade	Schnittpunkt
$G_1 \cap G_2$	$\mathbf{s}_1$
$G_2 \cap G_3$	$\mathbf{s}_2$
$G_3 \cap G_4$	$\mathbf{s}_3$
$G_4 \cap G_1$	$\mathbf{s}_4$

dargestellt, größer eins ist. In diesem Fall wird das Profil durch Linsenverzerrung beeinflusst, welche durch das in den Grundlagen beschriebene Verfahren (Abschnitt 2.2.2) korrigiert werden kann. Wenn die Varianz der Steigungskoeffizienten gegen null geht, liegt ein fehlerfreies Profil vor, da im Idealfall alle drei Koeffizienten  $a$  den gleichen Wert haben und somit die Parallelität der Grundplatte zur obersten Ebene gegeben ist.

### 3.4.3 Ermittlung der Punkte

Für die Berechnung der Punkte in Bildkoordinaten des ausgewählten Profils  $\mathbf{l}_n$  werden die unter Abschnitt 3.4.2 berechneten vier Geradengleichungen verwendet. Die Schnittpunkte sind mit der in Abschnitt 2.5 aufgestellten Gleichung für den Schnitt zweier Geraden im zweidimensionalen Raum gegeben.

In Tabelle 3.1 ist dargestellt, welche Geradengleichungen einen Schnittpunkt in dem Profil bilden und welche Nummer diese haben. Nachdem die Schnittpunkte bestimmt sind und die Geometriedatei geladen und verarbeitet wurde, sind die korrespondierenden Punkte aus Bild- (Abbildung 3.9(a)) und Objektkoordinaten (Abbildung 3.9(b)) bekannt.



(a) Punkte aus der Schnittpunktberechnung von zwei Geraden (b) Punkte nach Verarbeitung der Geometrieda-tei.

Abbildung 3.9: Anordnung der korrespondierenden Punkte.

## 3.5 Transformation von Bild- in Objektkoordinaten

Für die Transformation der Bild- in Objektkoordinaten werden die in Abbildung 3.9(a) dargestellten vier korrespondierenden Punkte verwendet. Eine Umrechnung des kompletten 3D-Bildes kann durchgeführt werden, ist aber in diesem Fall nicht notwendig, da alle Profile  $\mathbf{l}_n$  die selben Informationen enthalten. Dies schildert, wie das ausgewählte Profil  $\mathbf{l}_n$  in Objektkoordinaten zu transformieren ist.

### 3.5.1 Berechnung der Transformationsmatrix

Zunächst wird beschrieben, wie die Parameter für die Transformation der Bild- in Objektkoordinaten zu bestimmen sind und wie mit diesen die Transformation der Bildkoordinaten des ausgewählten Profils durchzuführen ist.

Wie bereits erwähnt, wird bei der statischen Kalibrierung das Kalibrierobjekt lediglich an einer festen Position unter der Laserlinie abgescant. Daher fehlen sämtliche Informationen über die Y-Koordinate, welche normalerweise durch die Verfahrrichtung gegeben ist. Ferner ist das Kalibrierobjekt bei der Aufnahme dahin gehend ausgerichtet, dass keine Rotation um die X- und Z-Achse vorhanden ist. Durch dieses Wissen kann für die unter Abschnitt 2.3 beschriebene Transformation der Objektkoordinaten in Koordinaten der Laserebene die Aussage getroffen werden, dass

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_3 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

ist. Betrachtet man die einzelnen Parameter für die Transformation, lässt sich diese Aussage wie folgt beweisen: Der Vektor  $\hat{\mathbf{n}}$  senkrecht zur Laserebene ist durch die ideale Ausrichtung des Objektes mit

$$\hat{\mathbf{n}} = (0 \quad 1 \quad 0)^T \quad (3.11)$$

gegeben. Außerdem sind die Rotationswinkel, welche die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{3 \times 3}$  bilden, null.

$$\varphi_x = \varphi_z = 0 \quad (3.12)$$

Anschließend findet die Aufnahme des Kalibrierobjektes direkt unter der Laserlinie statt. Daher ist der Abstand zur Laserebene  $d$  ebenfalls null. Da der Translationsvektor  $\mathbf{t}$  durch die Multiplikation von  $\hat{\mathbf{n}}$  und  $d$  bestimmt ist, sind die drei Werte dieses Vektors null. Durch Einsetzen der beschriebenen Werte in die Gleichung (2.14) ergibt sich

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Dies ist der Beweis für die in Gleichung (3.10) aufgestellte Behauptung, dass die Koordinaten in der Laserebene  $\mathbf{y}$  durch  $\tilde{z}_1$  und  $\tilde{z}_3$  gegeben sind. Die Parameter, die nun für die Transformation der Bild- in Objektkoordinaten zu bestimmen sind, sind die der Homographie-Matrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$ . Anders als in den Grundlagen (Abschnitt 2.4) beschrieben, findet die Berechnung der Koeffizienten von  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  direkt über

$$\begin{pmatrix} w y_1 \\ w y_2 \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

statt. Dies hat den Vorteil, dass der Schritt der Invertierung von  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  für die Umrechnung der Bild- in Objektkoordinaten eingespart wird. Wie in den Grundlagen erwähnt, wird die 2D-2D Homographie auch als Vierpunkt-Abbildung bezeichnet. Diese Namensgebung kommt daher, dass bei vier korrespondierenden Punkten die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} u_1 & v_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -y_{11} u_1 & -y_{11} v_1 \\ 0 & 0 & 1 & u_1 & v_1 & 1 & -y_{21} u_1 & -y_{21} v_1 \\ u_2 & v_2 & 1 & 0 & 0 & 1 & -y_{12} u_2 & -y_{12} v_2 \\ 0 & 0 & 1 & u_2 & v_2 & 1 & -y_{22} u_2 & -y_{22} v_2 \\ u_3 & v_3 & 1 & 0 & 0 & 1 & -y_{13} u_3 & -y_{13} v_3 \\ 0 & 0 & 1 & u_3 & v_3 & 1 & -y_{23} u_3 & -y_{23} v_3 \\ u_4 & v_4 & 1 & 0 & 0 & 1 & -y_{14} u_4 & -y_{14} v_4 \\ 0 & 0 & 1 & u_4 & v_4 & 1 & -y_{24} u_4 & -y_{24} v_4 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

quadratisch ( $8 \times 8$ ) und somit vollständig invertierbar ist, ohne das in Gleichung (2.22) aufgestellte Lösungsverfahren anzuwenden. Durch die vollständige Invertierbarkeit der Matrix ist das Gleichungssystem für die Berechnung der Koeffizienten eindeutig lösbar mit

$$\mathbf{h} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{d}. \quad (3.16)$$

### 3.5.2 Transformation der Bildkoordinaten

Nachdem die Parameter für die Transformation von Bilddaten in Objektkoordinaten ermittelt worden sind, kann die Transformation des ausgewählten Profils  $\mathbf{l}_n$  stattfinden. Für die Umrechnung werden die Gleichungen (2.17) und (2.18) umgestellt, wodurch sich die für diese Transformation angepassten Gleichungen

$$\tilde{z}_1 = y_1 = \frac{h_{11} \cdot u + h_{12} \cdot \mathbf{l}_n(u) + h_{13}}{h_{31} \cdot u + h_{32} \cdot \mathbf{l}_n(u) + 1} \quad (3.17)$$

und

$$\tilde{z}_3 = y_2 = \frac{h_{21} \cdot u + h_{22} \cdot \mathbf{l}_n(u) + h_{23}}{h_{31} \cdot u + h_{32} \cdot \mathbf{l}_n(u) + 1} \quad (3.18)$$

ergeben. Bei der Umrechnung in MATLAB wird vor der Transformation der Bildkoordinate abgefragt, ob der aktuelle Bildpunkt den Wert null hat. Trifft dies zu, wird der zugehörige Objektpunkt zu NaN (Not a Number) gesetzt, da ein Nullwert im Bild nicht als Teil des Objektes respektive relevanten Bereiches anzusehen ist.

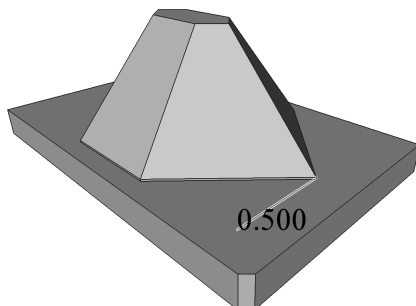
## 4 Lineare Kalibrierung

Die lineare Kalibrierung basiert, wie auch die statische, auf Punktekorrespondenzen in Bild- und Objektkoordinaten. Bei dieser Kalibrierung fährt das Objekt auf einem Förderband (Linearachse) mit konstanter Geschwindigkeit unter der Laserlinie hindurch, wodurch ein 3D-Scan des gesamten Objektes entsteht. Der Unterschied zur statischen Kalibrierung ist somit dadurch gegeben, dass das Kalibrierobjekt komplett abgescannt wird, um beispielsweise eine Rotation des Objektes zu korrigieren. Dies ist bei der statischen Kalibrierung nicht möglich, da das Objekt an einer festen Position unter der Laserlinie ausgerichtet ist.

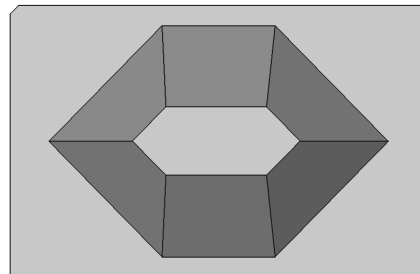
In diesem Kapitel werden diverse Themen aufgegriffen. Zum einen wird im Detail beschrieben, welche Geometrie das Kalibrierobjekt für die Durchführung der linearen Kalibrierung aufweist. Ferner wird dargelegt, wie die Punkte für die Geometriedatei in metrischen Koordinaten bestimmt werden können und welche Schritte für die Punktextraktion aus dem 3D-Bild durchzuführen sind. Zuletzt findet die Berechnung der Transformationsparameter statt, mit denen die Transformation von Bild- in Objektkoordinaten durchgeführt werden kann.

### 4.1 Beschreibung des Kalibrierobjektes

Das Kalibrierobjekt für die lineare Kalibrierung (Abbildung 4.1) hat im Gegensatz zu dem Objekt der statischen Kalibrierung eine komplexere Form. Es besteht aus acht relevanten Bereichen und hat einen Versatz von  $0,5\text{ mm}$  der Grundplatte zu den seitlichen Ebenen. Die acht Bereiche respektive Ebenen sind gegeben durch die Grundplatte, die oberste Ebene sowie die sechs seitlichen Ebenen.



(a) Perspektivische Ansicht



(b) Vogelperspektive

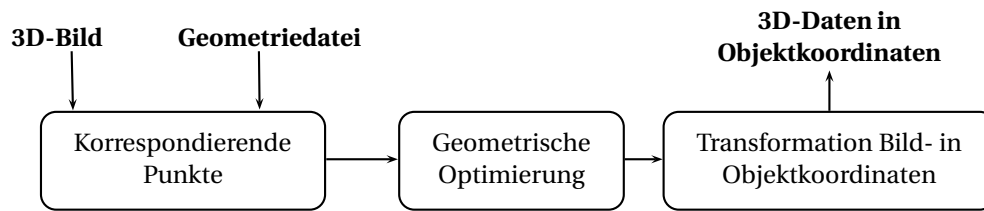


Abbildung 4.2: Ablaufdiagramm des linearen Kalibrierprozesses.

In Abbildung 4.1 ist das Kalibrierobjekt in einer perspektivischen Ansicht sowie in der Vogelperspektive dargestellt. Bei der perspektivischen Ansicht 4.1(a) ist der Versatz der seitlichen Ebenen zur Grundplatte von 0,5 mm zu erkennen. Der Vorteil daran ist, dass bei den Messungen sowie der Erstellung der Geometriedatei keine weiten Strecken ohne Messpunkte für die Ebenen überbrückt werden müssen, um diese zum Schnitt zu bringen, wie es beispielsweise bei einem Objekt der Fall ist, bei dem die seitlichen Ebenen einen größeren Abstand zur Grundplatte aufweisen. Ferner hat ein kleinerer Versatz den Vorteil, dass bei den 3D-Aufnahmen beim Übergang von Grundplatte zu den seitlichen Ebenen geringere Abschattungen entstehen. Die genauen Bemaßungen des Kalibrierobjektes sind im Anhang B zu finden.

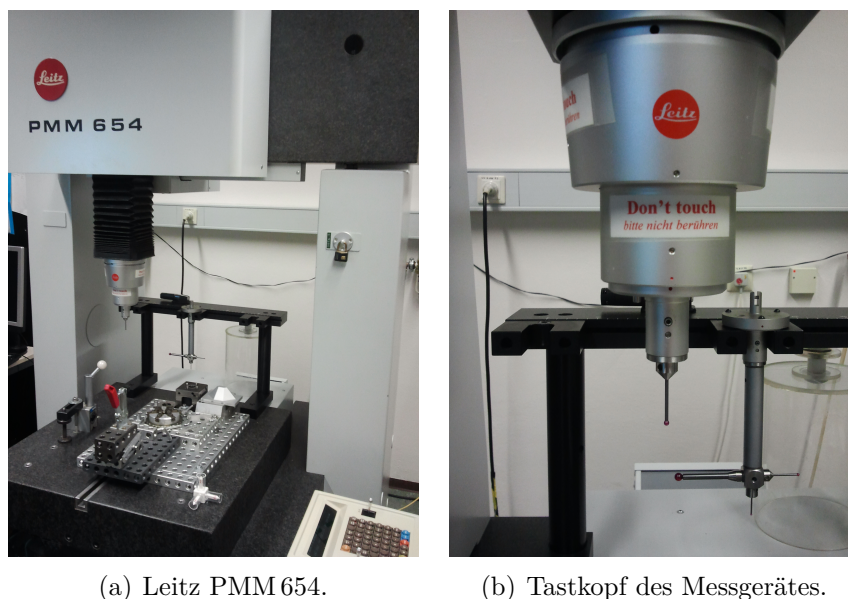
## 4.2 Kalibrierprozess der linearen Kalibrierung

Der Kalibrierprozess ist in drei Abschnitte aufgeteilt, welche in Abbildung 4.2 dargestellt sind.

Im ersten Abschnitt ist es das Ziel, die korrespondierenden Punkte aus Bild- und Objektkoordinaten zu bestimmen, um anhand dieser mittels Optimierungsverfahren die Parameter des Transformationsmodells zu ermitteln. Anschließend wird das 3D-Bild mit den optimierten Parametern in Objektkoordinaten transformiert.

## 4.3 Korrespondierende Punkte

Dieses Kapitel erläutert, wie die Punkte in metrischen Objektkoordinaten als Referenz für die Kalibrierung ermittelt werden und mit welcher Messmethode dies möglich ist. Darüber hinaus wird zusammengefasst, wie die Punkte aus den Bilddaten für die Ermittlung der Korrespondenzen extrahiert werden. Eine detaillierte Beschreibung der Punktextraktion ist in dem Bericht [14] (siehe Anhang C) zu finden und wird im Folgenden prinzipiell dargestellt.



(a) Leitz PMM 654.

(b) Tastkopf des Messgerätes.

Abbildung 4.3: Koordinatenmessmaschine Leitz PMM 654 (a) und Bild der Tastkugel (b).

### 4.3.1 Ermittlung der Geometriedatei

Die Geometriedatei des Kalibrierobjektes (Abbildung 4.1) besteht aus insgesamt zwölf Punkten. Um diese Punkte in metrischen Koordinaten zu ermitteln und die Genauigkeit des Objektes respektive der Ebenen und Punkte zu bestimmen, ist das Objekt mittels einer Koordinatenmessmaschine zu vermessen. Das Messgerät (Leitz PMM 654) ist ein taktil messendes System, welches sowohl mechanische als auch elektronische Komponenten aufweist.

Die Abbildung 4.3 zeigt die Messmaschine ( 4.3(a)) und den ausgewählten Tastkopf ( 4.3(b)) für die Vermessung des Objektes. Bevor die Objektkoordinaten mit dieser Maschine bestimmt werden, ist der Tastkopf anhand einer Kugel zu kalibrieren, um den Fehler durch den Radius der Messkugel möglichst klein zu halten ( $\approx 2 \mu\text{m}$ ).

Für die Vermessung des Objektes wird das Programm PC-DMIS verwendet, bei dem in der STEP Datei die Abtastpunkte für das Messgerät festgelegt werden. Auf jeder Ebene des Objektes werden mindestens 14 Punkte gemessen, aus denen anschließend Ebenengleichungen erstellt und zum Schnitt gebracht werden, um auf die relevanten Punkte der Geometriedatei rückzuschließen. Da ein 3D-Modell des Objektes vorhanden ist, ist es möglich, Toleranzen und Abweichungen von Soll und Ist zu erstellen, um eine Aussage über die Genauigkeit des Objektes zu treffen. Weitere Möglichkeiten, um Form und Lage von Objekten zu bestimmen, können dem Buch [16] entnommen werden.



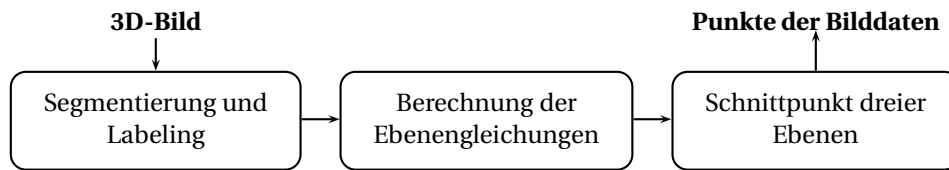
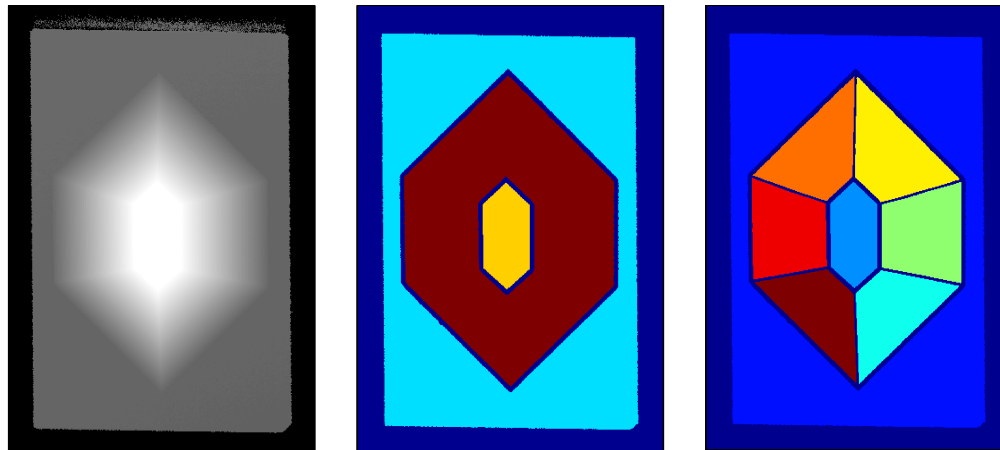


Abbildung 4.4: Ablaufdiagramm des linearen Kalibrierprozesses.



(a) 3D-Bild.

(b) Masken der drei Bereiche, Grundplatte (hellblau), Seiten (rot) und oberste Ebene (gelb).

(c) Labels des 3D-Bildes.

Abbildung 4.5: Schritte des Labeling.

### 4.3.2 Punkte aus Bilddaten

Die Punktextraktion aus den Bilddaten der linearen Kalibrierung erfordert mehr Aufwand als die der statischen, da hier die Punkte aus einem 3D-Scan des Objektes zu extrahieren sind. Bei der Aufteilung der einzelnen Schritte gibt es hingegen nur den Unterschied, dass Ebenengleichungen statt Geradengleichungen bestimmt werden.

Im ersten Schritt des Prozesses zur Punktextraktion (Abbildung 4.4) findet, wie auch bei der statischen Kalibrierung, eine Segmentierung und das Labeling des Bildes statt. Bei der Segmentierung wird das Bild in die drei Bereiche Grundplatte, seitliche Ebenen und oberste Ebene, wie in Abbildung 4.5(b) dargestellt, unterteilt. Dieser Schritt wird über das Histogramm des 3D-Bildes realisiert, welches einen Maximalwert für die Grundplatte und einen Zweiten für die oberste Ebene aufweist, damit nach der Bestimmung dieser beiden Maxima die drei Bereiche gegeben sind. Vor der Ermittlung der beiden lokalen Maxima ist die Anzahl für den Wert Null zu löschen, da ein Nullwert keinen Bereich des Kalibrierobjektes darstellt.

Die seitlichen Ebenen des Kalibrierobjektes werden über das Segment der seitlichen

Ebenen und der Gradientenrichtung in diesem Bereich gelabelt. Die Gradientenrichtung erhält man durch Faltung des Bildes mit einem Gauß-Ableitungsfiler erster Ordnung in beide Richtungen des Bildes und anschließender Berechnung des  $\text{atan2}$  der Ableitungsbilder. Das Bild mit allen Labels (Abbildung 4.5(c)) ist aus dem Segment für die Grundplatte (1), der oberen Ebene (2) und den sechs Labels der Seiten (3...8) zusammengesetzt.

Der nächste Schritt beinhaltet die Berechnung der Ebenengleichungen für die Punkte des 3D-Bildes in dem jeweiligen Label. Die Berechnung der Koeffizienten der Ebenengleichungen findet, mit den gleichen Bedingungen wie bei der Berechnung der Geradengleichungen bei der statischen Kalibrierung (Abschnitt 3.4.2), über das Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate im dreidimensionalen Raum statt.

Als letzten Schritt der Punktextraktion sind die Schnittpunkte von jeweils drei Ebenen zu ermitteln, welche die Punktkorrespondenz in Bilddaten beschreiben. Die Schnittpunkte sind durch je zwei aneinandergrenzende, seitliche Ebenen geschnitten mit der Grundplatte und anschließend mit der obersten Ebene gegeben.

## 4.4 Transformation von Bild- in Objektkoordinaten

Die in den Grundlagen beschriebenen Schritte für eine Transformation der Objektkoordinaten in Koordinaten der Laserebene  $\mathbf{y}$  und die anschließende Umrechnung von den Koordinaten der Laserebene in Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  kann aus den Gleichungen (2.10), (2.13) und (2.16) zu einer Gleichung der Form

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}' \\ w \end{pmatrix} = \mathbf{H}_{3 \times 3} \cdot \mathbf{P}_{3 \times 4} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

zusammengefasst werden. Dabei sind die Objektkoordinaten in homogenen Koordinaten durch  $\tilde{\mathbf{z}}$  gegeben. Anders als in der Masterthesis ([12, S. 23] Gl. (3.7)) ist die Korrektur der Linsenverzerrung von dem Prozess ausgeschlossen. Wenn eine Korrektur der Verzerrung erwünscht ist, ist diese vor der Transformation aus den Bilddaten herauszurechnen.

Um von den Bildkoordinaten in Objektkoordinaten zu transformieren, sind die in Gleichung (4.1) beschriebenen Matrizen zu invertieren. Zunächst werden die Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  durch die Inverse der Homographie-Matrix, in Koordinaten der Laserebene  $\mathbf{y}$  durch die Normierung von  $\mathbf{y}'$  nach den Formeln (2.17) und (2.18) transformiert

$$\begin{pmatrix} w y_1 \\ w y_2 \\ w \end{pmatrix} = \mathbf{H}_{3 \times 3}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Statt die Inverse der nicht-quadratischen Matrix für die Scherung  $\mathbf{P}_{3 \times 4}$  zu bestimmen (Masterthesis [12, S. 24] Gl. (3.10)) und somit nicht das Problem einer Pseudoinversen

zu bekommen, sind die Koordinaten der Laserebene über die Gleichungen

$$z_1 = y_1 + \frac{n_x}{n_y} \cdot T_s \cdot \bar{y} \quad (4.3)$$

und

$$z_3 = y_2 + \frac{n_z}{n_y} \cdot T_s \cdot \bar{y} \quad (4.4)$$

in Objektkoordinaten senkrecht zur Laserebene umzurechnen. Dabei ist  $\bar{y}$  die Y-Koordinate des Schnittpunktes dreier Ebenen im 3D-Bild (vgl. [14, S. 9] Gl. (2.10)). Bei der Umrechnung des 3D-Bildes in metrische Koordinaten wird anstelle von  $\bar{y}$  die Position  $n$  des Profils verwendet. Die durch die Scherung verloren gegangene Koordinate  $z_2$  kann über  $\bar{y}$  zurückgerechnet werden. Dadurch sind die Objektkoordinaten senkrecht zur Laserebene gegeben durch

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ \bar{y} / T_s \\ z_3 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Im finalen Schritt der Rücktransformation sind die Objektkoordinaten durch die Invertierung der Rotations- und Translationsmatrix in die ursprünglichen Objektkoordinaten umzurechnen. Somit ist  $\tilde{\mathbf{z}}$  durch

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{z}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

gegeben und die vollständige Transformation der Bildkoordinaten in die ursprünglichen Objektkoordinaten ist vollendet.

## 4.5 Optimierungsverfahren

Das in Abschnitt 4.4 beschriebene Modell für die Transformation der Bild- in Objektkoordinaten weist alles in allem 15 Freiheitsgrade auf, welche in Tabelle 4.1 dargestellt sind. Über eine nichtlineare Optimierung über die MATLAB-Funktion *fminsearch* [8] (Verfahren von Nelder-Mead [10]) werden die Parameter für die Transformation dahin gehend verändert, dass der Mittelwert der euklidischen Abstände der zwölf extrahierten und anschließend transformierten Bildpunkte zu den korrespondierenden Objektpunkten minimiert wird. Folgende Parameter werden durch das Optimierungsverfahren beeinflusst:

1. Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{3 \times 3}$  mit  $\varphi_x$  und  $\varphi_z$
2. Normalenvektor der Verfahrerrichtung  $\hat{\mathbf{n}} = (n_x \ n_y \ n_z)^T$
3. Abstand zum Koordinatenursprung des Objektes  $d$

Tabelle 4.1: Freiheitsgrade der linearen Kalibrierung.

Parameter	Freiheitsgrade
$\mathbf{H}_{3 \times 3}$	8
$\mathbf{R}_{3 \times 3}$	2
$\hat{\mathbf{n}}$	3
$d$	1
$r$	1

Die Abtastrate  $r$  ist von dem Optimierungsverfahren ausgeschlossen und somit eigenständig einzustellen, was den Vorteil hat, dass bei Veränderung der Geschwindigkeit des Fließbandes nur ein Parameter eingestellt werden muss und somit keine neue Kalibrierung erforderlich ist. Dem Optimierungsverfahren müssen Startwerte übergeben werden, mit denen dann ein iterativer Prozess startet, der die beschriebenen Parameter verändert.

#### 4.5.1 Startwerte für die Optimierung

Für die Startwerte des Optimierungsprozesses sind folgende Parameter so zu setzen, dass die 3D-Aufnahme als ideal angenommen wird. Bei einer idealen Aufnahme ist das Kalibrierobjekt zur Laserlinie ausgerichtet und weist keine Rotation auf. Aus dieser Annahme ergeben sich die Startwerte für den Vektor der Fahrerrichtung  $\hat{\mathbf{n}}$  sowie für die Winkel  $\varphi_x$  und  $\varphi_z$  der Rotationsmatrix. In diesem Fall sind die Startwerte des Vektors  $\hat{\mathbf{n}}$  gegeben durch

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Wie erwähnt, ist bei der idealen Aufnahme keine Rotation des Objektes vorhanden. Daraus ergeben sich die Startwerte für die Rotationswinkel um die X- und Z-Achse zu

$$\varphi_x = \varphi_z = 0. \quad (4.8)$$

Nachdem die Startwerte gesetzt sind, ist die Rotations- und Translationsmatrix beschrieben mit

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Anders als in der Masterthesis [12] ist die Abtastrate  $r$  bekannt. Daher wird diese von dem Optimierungsverfahren ausgeschlossen. Der Startwert für den Abstand  $d$  wird aus dem 3D-Bild ermittelt, indem der Positionswert des Ursprungs per Hand gesucht und anschließend mit der Abtastrate multipliziert wird. Nachdem alle benötigten Startwerte

gesetzt sind, werden diese in einen Vektor geschrieben und an die Funktion übergeben, die es zu optimieren gilt.

Da in diesem Fall die Startwerte für das Optimierungsverfahren durch eine ideale Aufnahme gesetzt werden, sind nach dem ersten Durchlauf des Optimierungsverfahrens die neu bestimmten Parameter als Startwerte für einen zweiten Durchlauf des Verfahrens einzusetzen. Dies wird in diesem Fall durchgeführt, da Optimierungsverfahren sehr von der Wahl der Startwerte abhängig sind und ein genaueres Ergebnis liefern, wenn eine bessere Wahl an Startwerten durchgeführt wird. Somit wird beispielsweise nach dem ersten Durchlauf des Optimierungsverfahrens der Wert für die Rotation um eine Achse verändert, welcher dann als Startwert für einen erneuten Durchlauf des Verfahrens gesetzt wird.

### 4.5.2 Funktion für die Optimierung

Für das Optimierungsverfahren unter Verwendung der MATLAB-Funktion *fminsearch* ist eine Funktion zu implementieren, welche die Transformation von Objekt- in Bildkoordinaten und anschließend deren Inverse bestimmt. Als Übergabeparameter hat die Funktion einen Vektor mit den benötigten Parametern, die zu optimieren sind:

$$\mathbf{c} = (\varphi_x \quad \varphi_z \quad n_x \quad n_y \quad n_z \quad d)^T. \quad (4.10)$$

Der zweite Übergabeparameter der Funktion hält die Abtastrate  $r$ , die bei der Aufnahme des 3D-Bildes verwendet wird. Als letzten Wert erwartet die Funktion die korrespondierenden Punkte aus der Geometriedatei und dem 3D-Bild. Die Funktion *fminsearch* ändert dann durch einen iterativen Prozess die Werte des Eingabevektors so lange, bis der Mittelwert des euklidischen Abstands der transformierten Punkte zu den korrespondierenden Punkten aus der Geometriedatei keine weitere Änderung erfährt oder das Optimierungsverfahren seine maximale Anzahl an Iterationen erreicht hat.

## 5 Evaluation

Für die Evaluation der statischen und linearen Kalibrierung wird der Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Geometrien berechnet. Dafür sind aus der Geometriedatei des Objektes die Geradengleichungen (bei der statischen Kalibrierung) und die Ebenengleichungen (bei der linearen Kalibrierung) aufzustellen.

Weiterhin wird eine Korrektur der Linsenverzerrung nach dem im Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Verfahren für die statische Kalibrierung durchgeführt. Dabei ist eine Auswertung angeführt, in der die Mindestanzahl an Verzerrungskoeffizienten für das radiale Verzerrungsmodell bestimmt wird. Außerdem wird für diese Anzahl an Koeffizienten ein Vergleich der Abstände in den einzelnen Bereichen ohne und mit Korrektur der Verzerrung durchgeführt.

Im Anschluss wird ein Vergleich der transformierten Daten mit der Kalibrierung der Firma AQSENSE und den selbst implementierten Transformationsmodellen angestellt, um eine Aussage über die Genauigkeit der beiden Kalibrierungen zu treffen. Dafür wird mit dem gleichen Verfahren der Abstand der Punkte zu den idealen Geraden und Ebenen bestimmt.

### 5.1 Evaluation der statischen Kalibrierung

Um die Genauigkeit und Funktionalität der statischen Kalibrierung zu testen, wird der Abstand der transformierten Punkte zu den korrespondierenden idealen Geraden des Kalibrierobjektes berechnet. Weiterhin wird ein Objektiv mit einer großen Linsenverzerrung eingesetzt, um zu testen, wie viele Verzerrungskoeffizienten mindestens für eine Korrektur der Verzerrung benötigt werden und ob durch diese eine Verbesserung des Abstandes der transformierten Punkte zu den idealen Geraden zu erkennen ist. Im Anschluss wird ein Vergleich der implementierten Kalibrierung unter MATLAB zu der Kalibrierung der Firma AQSENSE durchgeführt, indem die Abstände der transformierten Punkte zu den idealen Geraden verglichen werden.

#### 5.1.1 Abstand transformierter Punkte zur idealen Gerade

Bevor die Aufnahme des 3D-Bildes durchgeführt wird, ist die Laserlinie ideal zum Sensor auszurichten, was bedeutet, dass die Laserlinie möglichst nur auf eine Sensorzeile projiziert wird. Damit eine Rotation um die Z-Achse vermieden wird, ist das Kalibrierobjekt mit einem rechten Winkel ideal zur Laserlinie ausgerichtet. Das Kalibrierobjekt ist auf

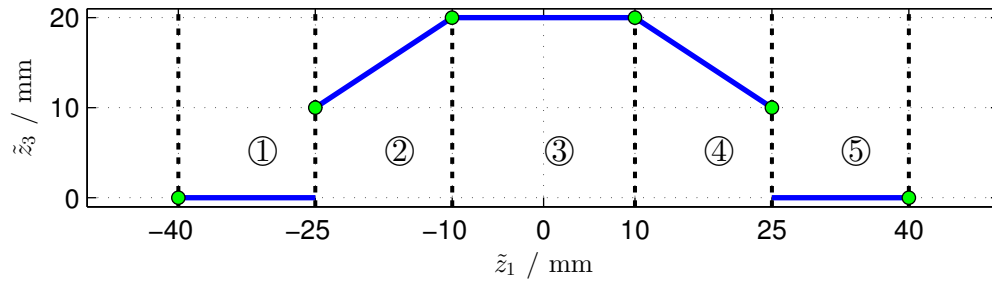


Abbildung 5.1: Bereiche für die Berechnung des Abstandes der transformierten Punkte zu deren korrespondierenden Geraden.

einen planaren Untergrund zu stellen, damit eine Rotation um die X-Achse ausgeschlossen wird.

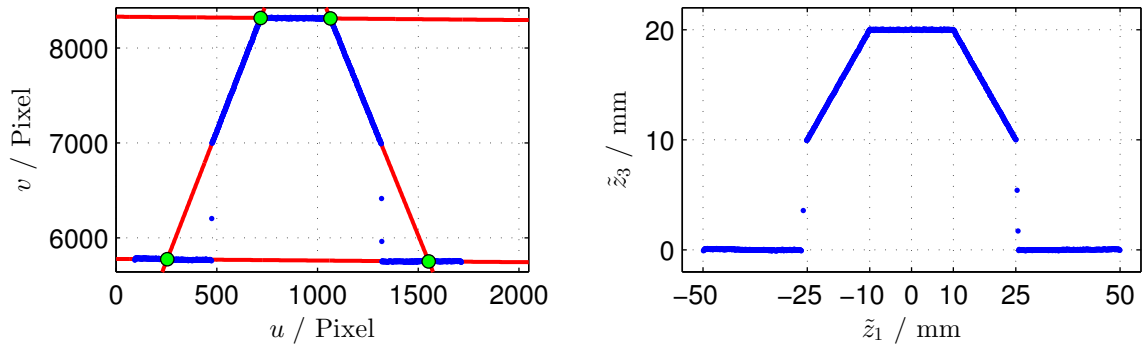
Die Aufnahmen für diese Auswertung sind mit der Kamera C4-2040-GigE durchgeführt worden, welche eine Auflösung von  $2048 \times 1088$  Pixel hat. Der Triangulationswinkel bei der Aufnahme beträgt  $45^\circ$  und liegt bei diesem Verfahren im typischen Bereich von  $30^\circ - 60^\circ$ . Die 3D-Bilder sind mit einer Subpixelauflösung von 4 (Position der Laserlinie multipliziert mit  $2^4$ ) angefertigt und bestehen jeweils aus 100 Profilen  $l_n$ , wobei jedes Profil an der selben Stelle des Kalibrierobjektes entsteht. Das resultierende 3D-Bild hat also eine Größe von 2048 Pixeln in der Breite mal 100 Profilen.

Für die Berechnung der Abstände der transformierten Bildpunkte zu deren korrespondierenden Geraden (berechnet durch zwei Punkte aus der Geometriedatei, vgl. Abschnitt 2.5) werden fünf Bereiche durch die Punkte der Geometriedatei sowie die berechneten Schnittpunkte mit der Null-Achse (Abschnitt 3.3) erstellt. In Abbildung 5.1 sind die von den Punkten (grün) begrenzten Bereiche (1...5) und die zugehörigen Geraden (blau) für die Evaluation dargestellt.

**Ausrichtung ohne Rotation um die Y-Achse** Im ersten Schritt wird eine Aufnahme des Kalibrierobjektes angefertigt, bei der dieses wie beschrieben ideal ausgerichtet wird.

In Abbildung 5.2 ist das für die Transformation verwendete Profil mit den berechneten Geraden und Schnittpunkten in Bildkoordinaten (Abbildung 5.2(a)) sowie nach der Transformation in Objektkoordinaten (Abbildung 5.2(b)) dargestellt. Tabelle 5.1 enthält die Ergebnisse mit Mittelwert, Standardabweichung, Minimum, Maximum und deren Mittelwert für den absoluten Abstand der transformierten Punkte zu deren korrespondierenden Geraden für die einzelnen Bereiche, wie sie in Abbildung 5.1 dargestellt sind.

Der Mittelwert des Mittelwertes der einzelnen Bereiche liegt bei  $52,17 \mu\text{m}$ , was auf die Ausreißer der Bereiche eins und fünf mit einem Maximalwert von  $9,944 \text{ mm}$  im Be-



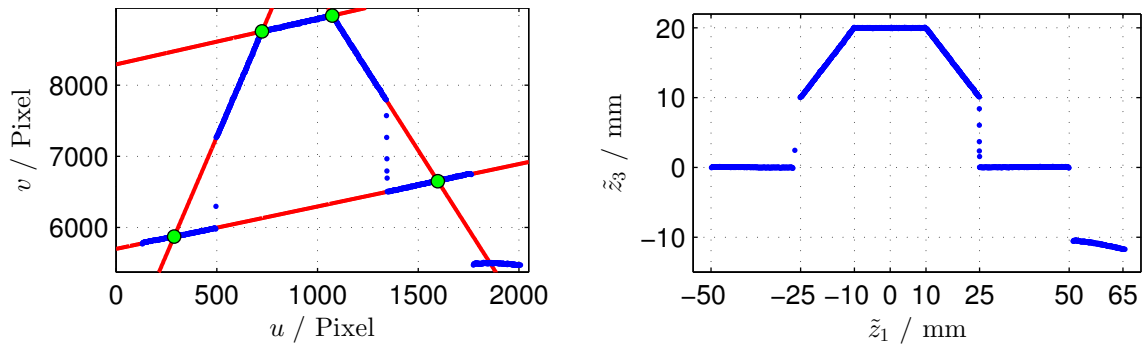
(a) Profil für die Berechnung der Homographie mit Geraden und Schnittpunkten. (b) Profil in Objektkoordinaten nach der Transformation.

Abbildung 5.2: Bild- und Objektkoordinaten ohne Rotation.

Tabelle 5.1: Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Geraden bei der statischen Kalibrierung in den einzelnen Bereichen.

Bereich	Mittelwert ( $\mu\text{m}$ )	Standard- abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	134,43	0,9667	0,28	9,944
2	24,90	0,0194	0,15	0,095
3	20,07	0,0150	0,36	0,083
4	24,70	0,0195	0,41	0,099
5	56,75	0,3688	0,20	5,396
	52,17	0,2779	0,28	3,123





(a) Profil für die Berechnung der Homographie mit Geraden und Schnittpunkten (rotiert). (b) Profil in Objektkoordinaten nach der Transformation.

Abbildung 5.3: Bild- und Objektkoordinaten des Profils des rotierten Kalibrierobjektes für die statische Kalibrierung.

reich eins und 5,396 mm im Bereich fünf zurückzuführen ist. Diese Ausreißer sind nicht durch eine fehlerhafte Transformation entstanden, sondern durch die Abschattung bei der Aufnahme des Profils. In Abbildung 5.2(b) sind die Maximalwerte der Bereiche eins und fünf gut zu erkennen. Sie liegen an dem Übergang von der Grundplatte zu den seitlichen Steigungen, wo es zur Abschattung kommt.

**Ausrichtung mit Rotation um die Y-Achse** Als nächstes wird ein Bild aufgenommen, bei dem das Kalibrierobjekt um die Y-Achse rotiert ist, um zu überprüfen, ob die Berechnung der Schnittpunkte mit dem in Abschnitt 3.4 beschriebenen Schritten funktioniert und die Rotation um die Y-Achse durch  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  bei der Transformation in Objektkoordinaten korrigiert wird.

In Abbildung 5.3 sind das Profil des um die Y-Achse rotierten Kalibrierobjektes 5.3(a) in Bildkoordinaten und nach der Transformation in Objektkoordinaten 5.3(b) dargestellt. Das Objekt ist bei dieser Messung um ca.  $5^\circ$  rotiert, was nach setzen des relevanten Bereiches keinen Einfluss auf das implementierte Verfahren zur Bestimmung der Labels für die jeweiligen Bereiche hat (das Hintergrundrauschen wird durch den relevanten Bereich für das Labeling zu null gesetzt).

Die Schnittpunkte sind also auch für dieses Profil bestimmt und die Berechnung von  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  kann wie in Abschnitt 3.5 beschrieben, durchgeführt werden. Abbildung 5.3(b) zeigt die Bildkoordinaten nach der Transformation in Objektkoordinaten. Hier ist zu erkennen, dass durch die Matrix  $\mathbf{H}_{3 \times 3}$  die Rotation um die Y-Achse korrigiert wird und eine Transformation des Bildes auch mit Rotation um die Y-Achse durchgeführt werden kann.

Die in Tabelle 5.2 dargestellten Werte sind gegeben durch den absoluten Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Geraden der Geometriedatei in den fünf Bereichen

Tabelle 5.2: Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Geraden bei der statischen Kalibrierung in den einzelnen Bereichen (ideal ausgerichtet).

Bereich	Mittelwert ( $\mu\text{m}$ )	Standard- abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	29,74	0,17022	0,077	2,4578
2	32,78	0,02914	0,031	0,1925
3	24,09	0,01820	0,114	0,0902
4	71,02	0,45783	0,018	6,3736
5	22,82	0,01723	0,001	0,0744
	36,09	0,13853	0,048	1,8377

(vgl. Abbildung 5.1). Im Vergleich zu den Ergebnissen der Kalibrierung ohne Rotation des Objektes (Tabelle 5.1) stellen sich ähnliche Abstände der transformierten Punkte ein.

Auch bei dieser Auswertung sind zwei Maximalwerte aufgrund der Abschattung an dem Übergang von Grundplatte zu den seitlichen Ebenen gegeben. Hier liegen diese in dem Bereich eins mit 2,4578 mm und dem Bereich vier mit 6,3736 mm. Die Ausreißer sind in dem transformierten Profil (Abbildung 5.3(b)) in einem Bereich von  $\tilde{z}_3 > 1$  bis  $\tilde{z}_3 < 9$  zu erkennen. Unten rechts in Abbildung 5.3(b) ist der Einfluss des Hintergrundrauschens zu erkennen, welches in diesem Fall jedoch keine Rolle spielt, da für die Berechnung des Abstandes der Punkte die in Abbildung 5.1 dargestellten Bereiche verwendet werden.

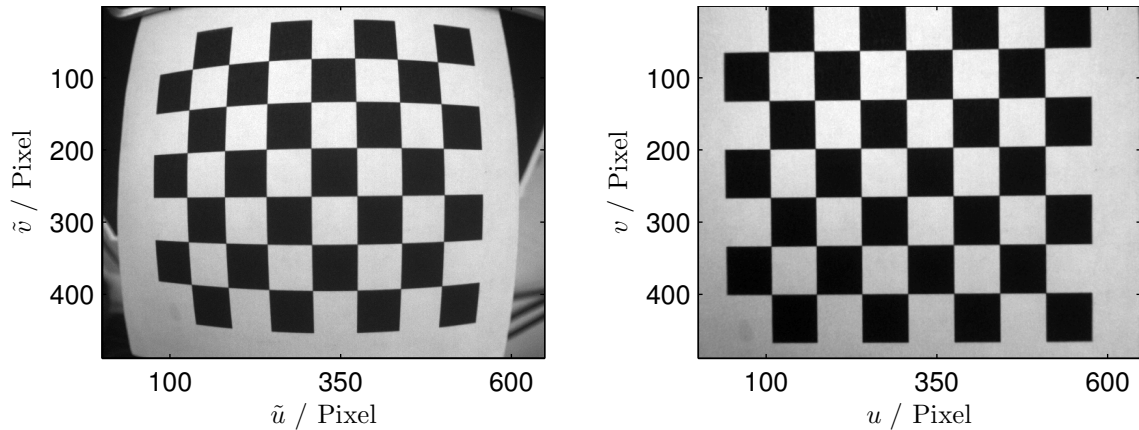
### 5.1.2 Korrektur der Linsenverzerrung

Für die Korrektur der Linsenverzerrung wird eine Aufnahme eines Schachbrettmusters vorgenommen, wobei die von OpenCV implementierten Funktionen *findChessboardCorners* für die Detektion der Punkte in dem Schachbrett und *calibrateCamera* für die Berechnung der Verzerrungskoeffizienten verwendet werden [3].

Die Funktion *calibrateCamera* benötigt als Eingabeparameter die Koordinaten der Eckpunkte in den Bilddaten und die Korrespondenzen in metrischen Koordinaten. Da in diesem Fall die Umrechnung von Bildkoordinaten in metrische Koordinaten mit der eigenen Kalibrierung durchgeführt wird, ist die Größe des Schachbrettes in metrischen Einheiten für die Berechnung der Verzerrungskoeffizienten irrelevant.

Das in Abschnitt 2.2.2 beschriebene Modell für die radiale Linsenverzerrung wird unter Verwendung von OpenCV von einem ( $k_1$ ) bis zu sechs ( $k_6$ ) Verzerrungskoeffizienten variiert und ist gegeben durch

$$u' = \tilde{u} \cdot \frac{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1 + k_4 r^2 + k_5 r^4 + k_6 r^6} \quad (5.1)$$



(a) Negativ verzerrtes Schachbrettmuster. (b) Schachbrett nach Korrektur der Verzerrung.

Abbildung 5.4: Darstellung eines Schachbrettmusters mit negativer Linsenverzerrung vor und nach Korrektur der radialen Verzerrung.

und

$$v' = \tilde{v} \cdot \frac{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1 + k_4 r^2 + k_5 r^4 + k_6 r^6}. \quad (5.2)$$

**Ermittlung der Anzahl von Verzerrungskoeffizienten** Anhand des Abstandes der korrigierten und anschließend in metrische Koordinaten transformierten Bildkoordinaten zu deren korrespondierenden Geraden wird überprüft, wie viele Verzerrungskoeffizienten  $k$  mindestens für die Korrektur der Verzerrung zu verwenden sind. Die für diese Evaluation angefertigten Aufnahmen sind mit der Kamera C2-640-GigE und einem sehr verzerrungsstarken Objektiv (CCTV LENS 4mm F 1/3") durchgeführt.

Das mit der beschriebenen Optik aufgenommene Bild weist eine negative Verzerrung auf, was an der Tonnenform des Schachbrettes (Abbildung 5.4(a)) zu erkennen ist (vgl. Abschnitt 2.2.2). Die Umrechnung in das unverzerrte Bild wird über die OpenCV Funktion *undistortImage* (in MATLAB [9]) durchgeführt, welche das entzerrte Bild auf die ursprüngliche Bildgröße anpasst, wodurch der Bereich visuell verkleinert wird (Abbildung 5.4(b)).

Nach der Ermittlung der Parameter für die Korrektur der Verzerrung wird eine Korrektur des 3D-Bildes durchgeführt. Dabei sind die einzelnen Punkte des jeweiligen Profils durch die Funktion *undistortPoints* mit den ermittelten Parametern zu korrigieren und in ein neues 3D-Bild abzulegen. Um dies zu realisieren, ist es notwendig zu wissen, mit wie vielen Subpixeln die Aufnahme erstellt ist, um in die ursprünglichen Bildkoordinaten umzurechnen, die Korrektur der Verzerrung durchzuführen und anschließend durch Multiplikation mit der Anzahl an Subpixeln wieder in den Wertebereich des verzerrten Bildes zu gelangen.

Tabelle 5.3: Abstände der transformierten Punkte zu den korrespondierenden Geraden in Abhängigkeit der Anzahl der radialen Verzerrungskoeffizienten.

Anzahl Koeffizienten	Mittelwert (mm)	Standard-abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	0,1037	0,1462	0,373	0,8191
2	0,0287	0,0305	0,194	0,3523
3	0,0265	0,0309	0,071	0,3878
4	0,0265	0,0310	0,046	0,3898
5	0,0391	0,0408	0,318	0,2975
6	0,0266	0,0309	0,083	0,3833

Tabelle 5.4: Auswertung der absoluten Abstände in den einzelnen Bereichen ohne Korrektur der Linsenverzerrung.

Bereich	Mittelwert (mm)	Standard-abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	2,0412	1,8123	36,600	9,9537
2	0,0244	0,0185	0,590	0,0860
3	0,0674	0,0571	0,180	0,2415
4	0,0252	0,0199	0,048	0,0821
5	2,0331	1,8314	7,900	10,1848
	0,8383	0,7478	9,100	4,1096

Anhand der Tabelle 5.3 ist zu erkennen, dass eine Anzahl von drei Koeffizienten für das radiale Verzerrungsmodell (Gleichung (5.1) und (5.2)) ausreicht, um die Linsenverzerrung zu korrigieren, da bei mehr als drei Verzerrungskoeffizienten keine deutliche Verbesserung der Abstände zu erkennen ist. Das nun verwendete Modell für die Korrektur ist durch die Polynome

$$u' = \tilde{u} \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (5.3)$$

und

$$v' = \tilde{v} \cdot (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (5.4)$$

mit jeweils drei Verzerrungskoeffizienten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  gegeben.

**Korrektur des Profils mit drei Verzerrungskoeffizienten** Damit ein Vergleich der Abstände der transformierten Punkte vor und nach der Korrektur der radialen Linsenverzerrung erstellt werden kann, sind in dem verzerrten Profil über die fünf Labels fünf Geradengleichungen zu bestimmen und zum Schnitt zu bringen. Bei dem korrigierten Profil sind die Labels und Schnittpunkte wie in Abschnitt 3.4 zu bestimmen.

Tabelle 5.5: Auswertung der absoluten Abstände in den einzelnen Bereichen mit Korrektur der Linsenverzerrung.

Bereich	Mittelwert (mm)	Standard -abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	0,0274	0,0474	0,1	0,3750
2	0,0416	0,0304	2,3	0,1499
3	0,0148	0,0120	0,3	0,0532
4	0,0412	0,0293	2,7	0,1602
5	0,0325	0,0443	0,3	0,3228
	0,0315	0,0326	1,1	0,2122

Tabelle 5.4 zeigt die Abstände der transformierten Punkte zu den idealen Geraden in den jeweiligen Bereichen ohne Korrektur der Linsenverzerrung. Besonders die Bereiche eins und fünf weisen sehr große Abstände zu den idealen Geraden auf, da sich der Einfluss der Linsenverzerrung zum Rand des Bildes stärker auswirkt (vgl. Abbildung 2.4).

Um den Fehler zu korrigieren, wird das radiale Verzerrungsmodell mit drei Verzerrungskoeffizienten  $k_1$  bis  $k_3$  verwendet, wie es bei der Ermittlung der Anzahl an Verzerrungskoeffizienten für das Modell beschrieben ist. Für die Korrektur sind die einzelnen Werte, wie bereits beschrieben, mit der Subpixelauflösung umzurechnen und mit der Funktion *undistortPoints* und den ermittelten Parametern zu korrigieren.

Tabelle 5.5 zeigt die Auswertungen der Abstände der einzelnen Bereiche nach der Korrektur der Linsenverzerrung. Im Vergleich mit den Messergebnissen der Abstände mit Linsenverzerrung (Tabelle 5.4) ist hier eine deutliche Verbesserung in den Bereichen eins, drei und fünf zu erkennen. Die Summe der Mittelwerte der Abstände hat sich bei dieser Messung um ca. 0,8 mm verbessert. Betrachtet man jedoch die einzelnen Bereiche, so ist eine Verringerung des Abstandes lediglich in den Bereichen eins, drei und fünf zu erkennen. Die beiden Bereiche zwei und vier, welche für die seitlichen Steigungen stehen, erfahren durch die Korrektur der Verzerrung eine Erhöhung des Abstandes um ca. 0,02 mm.

### 5.1.3 Vergleich mit der Kalibrierung der Firma AQSENSE (statisch)

Um einen Vergleich zu der Kalibrierung von AQSENSE zu der eigenen Implementierung unter MATLAB anzustellen, werden die selben Profile wie in Abschnitt 5.1.1 verwendet. Die Kalibrierung und anschließende Umrechnung der Bilddaten unter Verwendung von AQSENSE wird über den CXExplorer durchgeführt. Zunächst ist das ebenfalls über den CXExplorer aufgenommene 3D-Bild und die beschriebene Geometriedatei zu laden. Das Ergebnis der Kalibrierung wird dann in ein AQSENSE gegebenes Dateiformat (\*.cop , Cloud Of Points, 3D-Punktewolke) abgespeichert und über eine Funktion als Matrix in MATLAB geladen. Für den Vergleich der Daten ist darauf zu achten, dass AQSENSE

Tabelle 5.6: Abstände der statischen Kalibrierung von AQSENSE (keine Rotation um Y).

Bereich	Mittelwert (mm)	Standard- abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	0,13822	0,96701	0,049	9,9514
2	0,02492	0,01937	0,746	0,0955
3	0,02004	0,01495	0,016	0,0830
4	0,02474	0,01852	0,238	0,0976
5	0,05552	0,36936	0,147	5,4029
	0,05269	0,27785	0,239	3,1261

Tabelle 5.7: Differenz der Mittelwerte der Bereiche für die statische Kalibrierung von AQSENSE zur eigenen Implementierung (keine Rotation um Y).

Bereich	1	2	3	4	5
Differenz ( $\mu\text{m}$ )	3,79	0,02	-0,029	0,036	-1,232

im dreidimensionalen Raum andere Koordinatenachsen verwendet, wodurch die X- und Y-Koordinate in der Matrix vor der Berechnung zu vertauschen sind. Anschließend wird der Abstand wie bei der eigenen Implementierung unter MATLAB in den fünf Bereichen ermittelt.

Wie auch bei der eigenen Implementierung unter MATLAB (Tabelle 5.1) ergibt sich bei AQSENSE in den Bereichen eins und fünf durch die Ausreißer (die Maximalwerte) ein höherer Mittelwert (Tabelle 5.6). Um eine Aussage über die Unterschiede respektive Gleichheit der transformierten Daten zu treffen, wird die Differenz der jeweiligen Mittelwerte von AQSENSE zu der eigenen Kalibrierung berechnet.

Tabelle 5.7 zeigt die Differenz der Mittelwerte der Kalibrierung von AQSENSE zur eigenen Kalibrierung. Die einzelnen Differenzen der Mittelwerte liegen im  $\mu\text{m}$  Bereich. Diese Werte gelten für die Aufnahme, bei der das Kalibrierobjekt ideal ausgerichtet ist.

In Tabelle 5.8 sind die Differenzen der Mittelwerte wie auch in Tabelle 5.7 aufgelistet. Hier ergeben sich insbesondere in den Bereichen eins und vier größere Unterschiede, was an den Ausreißern liegt, welche durch die Abschattung entstehen. Dennoch liegt die Differenz bei der Kalibrierung mit einem um die Y-Achse rotierten Kalibrierobjekt wie auch ohne Rotation im  $\mu\text{m}$  Bereich.

## 5.2 Evaluation der linearen Kalibrierung

Bei der linearen Kalibrierung wird der Abstand der transformierten Punkte zu den idealen Ebenen aus der Geometriedatei als ein Maß für die Genauigkeit der Kalibrierung er-

Tabelle 5.8: Differenz der Mittelwerte der Bereiche für die statischen Kalibrierung von AQSENSE zur eigenen Implementierung (Rotation um Y).

Bereich	1	2	3	4	5
Differenz ( $\mu\text{m}$ )	50,551	-0,465	0,119	34,113	-0,556

Tabelle 5.9: Punkte des Kalibrierobjektes durch Vermessung mit der Koordinatenmessmaschine Leitz PMM 654.

Ebene	1	2	3	4	5	6	7	8
Abweichung ( $\mu\text{m}$ )	29,0	2,0	5,0	7,0	6,0	7,0	4,0	2,0

mittelt. Ferner wird der Bereich der idealen Ebenen durch eine Berechnung von Geraden im zweidimensionalen Raum und durch gegebene Punkte der Geometriedatei begrenzt, um eine Auswertung für jede einzelne Ebene anzustellen.

Bevor jedoch die Kalibrierung durchgeführt wird, ist das Kalibrierobjekt mittels Koordinatenmessmaschine auf Formabweichungen bei der Fertigung zu überprüfen. Durch die Vermessung des Objektes können die relevanten Punkte der Geometriedatei bestimmt werden und es ist möglich eine Aussage über die Genauigkeit des Objektes zu treffen.

Anschließend wird ein Vergleich der in metrische Koordinaten transformierten Daten unter Verwendung der eigenen Kalibrierung sowie der Kalibrierung der Firma AQSENSE angestellt, um eine Aussage über die Genauigkeit der beiden Kalibrierungen zu treffen.

### 5.2.1 Genauigkeit des linearen Kalibrierobjektes

Damit eine Kalibrierung der 3D-Lasertriangulation-Kamera mit dem linearen Kalibrierverfahren durchgeführt werden kann, ist zunächst eine Aussage über die Fertigungsgenauigkeit des Kalibrierobjektes zu treffen. Anhand dieser Auswertung wird bestimmt, ob das Kalibrierobjekt für die Kalibrierung der Kamera in Frage kommt.

Die Messungen werden mit einer Koordinatenmessmaschine durchgeführt (vgl. Abschnitt 4.3.1). Dabei sind pro Ebene mindestens 14 Punkte in metrischen Koordinaten zu messen und anschließend mit den idealen Ebenen, gegeben aus einer STEP-Datei, zu vergleichen. Die Messabweichungen der einzelnen Ebenen sind gegeben durch die maximale Abweichung eines Messpunktes zu seiner korrespondierenden Ebene (Tabelle 5.9). Bei den seitlichen Ebenen (zwei bis acht) liegen die maximalen Abstände in einem Bereich von  $2\ \mu\text{m}$  bis  $7\ \mu\text{m}$ , was für eine sehr genaue Fertigung des Kalibrierobjektes spricht.

Die Grundplatte (Ebene eins) weist mit einem Wert von  $29\ \mu\text{m}$  die größte Messabweichung auf. Diese Abweichung entsteht durch den Fräsvorgang, bei dem das Objekt aus einem Aluminiumblock hergestellt wird. Dafür ist das Objekt in einer festen Vorrichtung einzuspannen. Durch diesen Vorgang und durch die Hitzeentwicklung bei dem

Tabelle 5.10: Punkte des Kalibrierobjektes durch Vermessung mit der Koordinatenmessmaschine Leitz PMM 654.

Punkt Nr.	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
1	0,000	8,932	0,000
2	27,969	36,383	0,000
3	5,620	41,865	29,993
4	0,005	36,354	29,991
5	-5,614	41,867	29,990
6	-27,965	36,377	0,000
7	27,969	63,624	0,000
8	5,620	58,145	29,993
9	0,004	63,656	29,991
10	-5,615	58,142	29,990
11	-27,966	63,617	0,000
12	0,000	91,068	0,000

Fräsvorgang kann es zu einer Verformung der Grundplatte kommen, was sich auf die Genauigkeit auswirkt.

Neben der Überprüfung der Genauigkeit der Ebenen respektive der Ebenheit, kann aus den Messungen die für die Kalibrierung benötigte Geometriedatei aus zwölf Punkten erstellt werden. Dafür sind aus den aufgenommenen Messpunkten Ebenengleichungen zu erstellen, welche anschließend zum Bilden eines Punktes zum Schnitt gebracht werden. Bei dieser Messung sind die Schnittpunkte durch jeweils zwei aneinandergrenzende seitliche Ebenen geschnitten mit der Grundplatte und anschließend mit der obersten Ebene gegeben.

Tabelle 5.10 zeigt die zwölf Punkte der Geometriedatei in metrischen Koordinaten. Die Nullachse des Kalibrierobjektes liegt in seiner Mitte, wodurch sich Spiegelsymmetrien von Punkten bilden. Bei der Geometriedatei lautet die Vorgabe, dass die Punkte 1, 4, 9 und 12 auf der X-Achse liegen müssen und sich Spiegelsymmetrien der Punkte 2, 3, 7 und 8 zu den Punkten 6, 5, 11 und 10 einstellen sollen. Bei den Punkten, die auf der X-Achse liegen müssen, ist ein maximaler Abstand von  $5\ \mu\text{m}$  gegeben. Die Spiegelsymmetrien weisen ebenfalls eine Abweichung von ca.  $5\ \mu\text{m}$  in der X-Koordinate und  $9\ \mu\text{m}$  in der Y-Koordinate auf.

### 5.2.2 Abstand der Transformierten Punkte zur idealen Ebene

Bei der linearen Kalibrierung wird ein 3D-Bild des gesamten Objektes erstellt, indem dieses auf einem Förderband - einer Linearachse - mit konstanter Geschwindigkeit unter der Laserlinie hindurch fährt. Bei dieser Messung liegt die Abtastrate  $r$  bei  $0,075\ \text{mm}/\text{Sample}$



respektive 0,075 mm/Bild. Für die Aufnahme kommt ein verzerrungsarmes Objektiv (LinOS MeVis-C 35 mm<sup>12)</sup> zum Einsatz. Dieses wurde speziell für Anwendungen in der industriellen Bildverarbeitung gefertigt.

Ferner wird der Messbereich der Kamera auf die Größe des Kalibrierobjektes angepasst, indem ein Interessenbereich (AOI) gesetzt wird. Dies verkleinert den Bereich zum detektieren der Laserlinie und es werden die ohnehin schon sehr geringen Verzerrungen der Optik am Rand des Bildes für diese Aufnahme verworfen.

Um die Genauigkeit der transformierten Punkte und somit auch der ermittelten Parameter zu überprüfen, sind aus der Geometriedatei des Kalibrierobjektes Ebenengleichungen durch drei Punkte zu erstellen (vgl. Abschnitt 2.5). Die aufgestellten Ebenengleichungen gelten lediglich für die seitlichen Ebenen und die oberste Ebene des Objektes. Durch das Wissen, dass die Grundplatte die XY-Ebene darstellt, wird der Abstand der Punkte in dieser Ebene durch den Abstand der Z-Koordinate zu null berechnet. Weiterhin sind die Ebenen durch eine Berechnung von Geraden im zweidimensionalen Raum – in der XY-Ebene – und der X- und Y-Koordinate von Punkten, gegeben aus der Geometriedatei des Kalibrierobjektes, auf ihren gültigen Bereich zu begrenzen.

Durch diese Berechnung entsteht ein so genanntes Abstandsbild, welches den Abstand der transformierten Punkte zur korrespondierenden idealen Ebene darstellt. Ferner kann durch die Beschränkung der einzelnen Bereiche eine separate Auswertung für jeden Bereich angestellt werden.

In Abbildung 5.5 ist das beschriebene Abstandsbild für das in dieser Thesis verwendete Kalibrierobjekt dargestellt. Die hellen Bereiche im Bild stehen für hohe Werte respektive Ausreißer des berechneten Abstandes der transformierten Punkte zu den idealen Ebenen. Vor allem beim Übergang der Grundplatte zu den seitlichen Ebenen (0,5 mm) treten viele Ausreißer auf. Dies ist auf die Geometriedatei zurückzuführen und wie durch diese die Bereiche für die Begrenzung der Ebenen erstellt werden. Die Geometriedatei ist gegeben durch den Schnitt dreier Ebenen. Dadurch sind die unteren Schnittpunkte gegeben durch zwei seitliche Ebenen geschnitten mit der Grundplatte, was bei der Begrenzung der Ebenen dazu führt, dass für einen kleinen Bereich der Grundplatte der Abstand zu den seitlichen Ebenen berechnet wird und es somit an den Übergängen zu den beschriebenen Ausreißern kommt.

Am oberen Rand des Bildes ist ebenfalls ein hohes Aufkommen an Ausreißern zu erkennen. Diese entstehen durch das Hintergrundrauschen und sind in diesem Bild dargestellt, da es anhand der Geometriedatei nicht möglich ist eine Aussage über die Größe und den Bereich der Grundplatte zu treffen. Daher kann die Grundplatte, anders als die seitlichen Ebenen und die oberste Ebene, nicht auf einen Bereich begrenzt werden. Dies führt dazu,

<sup>1</sup>[http://www.qioptiq-shop.com/out/Graphics/de/00109881\\_0.pdf](http://www.qioptiq-shop.com/out/Graphics/de/00109881_0.pdf)

<sup>2</sup><http://www.qioptiq-shop.com/Praezisionsoptik/Machine-Vision-Solutions/LINOS-Machine-Vision-Objektive/MeVis-C.html>

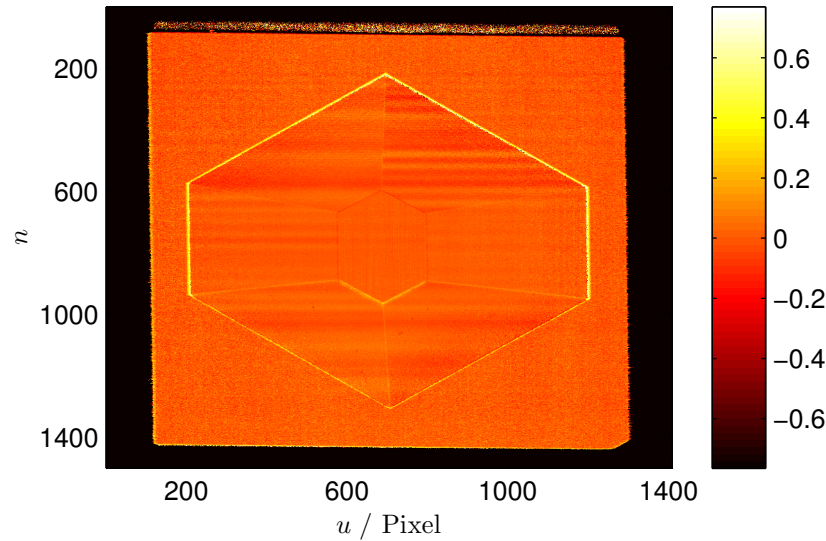


Abbildung 5.5: Darstellung der Abstände für alle transformierten Punkte der eigenen Implementierung der linearen Kalibrierung.

dass der Abstand aller transformierten Punkte, die nicht in den begrenzten Bereichen liegen, zur XY-Ebene berechnet werden. Was in diesem Fall bedeutet, dass auch das Hintergrundrauschen zur Abstandsmessung bei der Grundplatte hinzugerechnet wird.

Der in Abbildung 5.5 schwarz dargestellte Bereich rund um das Kalibrierobjekt ist null respektive NaN und entsteht bei der Transformation der Daten durch die Nullwerte im 3D-Bild.

Die in Tabelle 5.11 dargestellten Werte zeigen die Auswertungen des absoluten Abstandes der transformierten Punkte zu deren korrespondierenden Ebenen. Der Bereich mit der Nummer eins steht hier für die Grundplatte. Der Mittelwert des absoluten Abstandes liegt bei 0,0874 mm und ist auf die in Abbildung 5.5 dargestellten Ausreißer der Grundplatte im oberen Bereich zurückzuführen. Der zweite Bereich steht für die oberste Ebene und weist bei dieser Auswertung im Mittel und beim Maximum den geringsten Abstand auf. Die weiteren Bereiche drei bis acht stehen für die seitlichen Ebenen des Kalibrierobjektes. Die Maximalwerte dieser Bereiche sind wie beschrieben auf die Begrenzung der Ebenen durch die Geometriedatei zurückzuführen. Im Mittel wirken sich diese Ausreißer jedoch nicht sehr stark auf die Auswertung der Abstände aus. Bei den seitlichen Ebenen liegt der Mittelwert der Abstände in einem Bereich von 0,0342 mm bis 0,0783 mm. Alles in allem liegen die Abstände im Mittel im Bereich von einigen Mikrometern.

In Tabelle 5.12 sind der Mittelwert, die Standardabweichung das Minimum und Maximum der absoluten Abstände des gesamten Abstandsbildes (vgl. Abbildung 5.5) darge-

Tabelle 5.11: Abstände der transformierten Punkte der implementierten, linearen Kalibrierung zu den korrespondierenden Ebenen.

Bereich	Mittelwert (mm)	Standard- abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	0,0874	0,2293	$2,7575 \cdot 10^{-5}$	7,2539
2	0,0151	0,0145	$2,8259 \cdot 10^{-4}$	0,3134
3	0,0669	0,0550	$7,6334 \cdot 10^{-4}$	0,7776
4	0,0365	0,0783	$5,9215 \cdot 10^{-6}$	1,0883
5	0,0783	0,1329	$4,1277 \cdot 10^{-4}$	2,2378
6	0,0641	0,1555	$2,9245 \cdot 10^{-4}$	30,0217
7	0,0324	0,0640	$1,8449 \cdot 10^{-4}$	0,9544
8	0,0501	0,0440	$2,0443 \cdot 10^{-4}$	1,3637

Tabelle 5.12: Abstände aller transformierten Punkte der implementierten, linearen Kalibrierung zu den korrespondierenden Ebenen.

Mittelwert (mm)	Standard- abweichung	Minimum (nm)	Maximum (mm)
0,0711	0,1823	$0,00592 \cdot 10^{-3}$	30,0217

stellt. Das Maximum weist einen Wert von 30,0217 mm auf und liegt in einer seitlichen Ebene (vgl. Tabelle 5.11, Bereich sechs). Der Mittelwert der gesamten Abstände liegt bei 0,0711 mm.

### 5.2.3 Vergleich mit der Kalibrierung der Firma AQSENSE (linear)

Für den Vergleich der Abstände der transformierten Punkte der eigenen Implementierung der linearen Kalibrierung und der Kalibrierung der Firma AQSENSE ist das aufgenommene 3D-Bild in den CXExplorer zu laden. Anschließend wird über die integrierte Funktion für die Durchführung der Kalibrierung die erstellte Geometriedatei ausgewählt und die Umrechnung von den Bilddaten in metrische Koordinaten durchgeführt. Die transformierten Punkte sind in dem von AQSENSE gegebenen Dateiformat (\*.cop) abgespeichert und über eine Funktion in MATLAB als Matrix zu laden.

Nachdem die transformierten Punkte in MATLAB in einer Matrix vorhanden sind, wird über das selbe Verfahren, wie bei der eigenen Implementierung, der Abstand der Punkte zu deren korrespondierenden Ebenen ermittelt und eine Auswertung der einzelnen Bereiche angestellt.

Die Abbildung 5.6 zeigt das Abstandsbild der transformierten Punkte zu deren korrespondierenden Ebenen unter Verwendung der Kalibrierung der Firma AQSENSE. Wie auch bei der eigenen Implementierung weist dieses Bild besonders bei den Übergängen

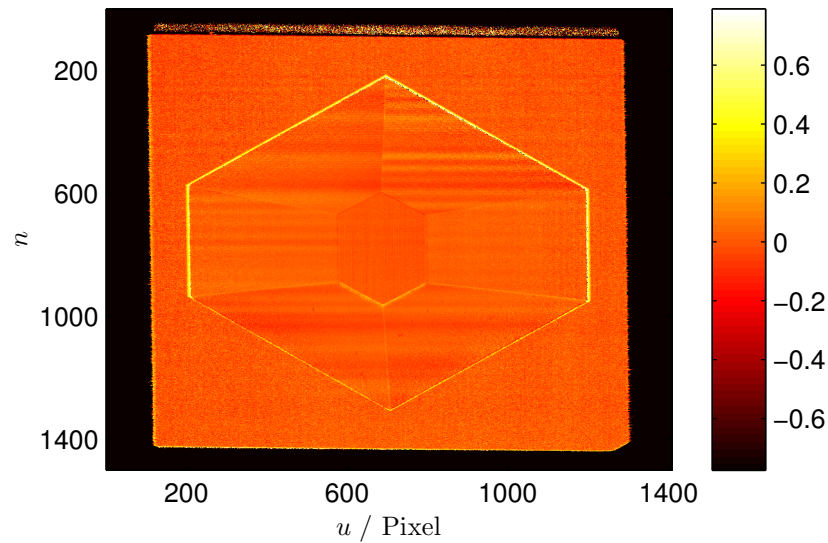


Abbildung 5.6: Darstellung der Abstände für alle transformierten Punkte der linearen Kalibrierung der Firma AQSENSE.

der Grundplatte zu den seitlichen Ebenen die größten Abstände auf. Es sind für diese Bereiche im Bild die selben Aussagen zu treffen, wie für das in Abbildung 5.5 dargestellte Abstandsbild der eigenen Implementierung der linearen Kalibrierung.

In der Auswertung der einzelnen Bereiche der Kalibrierung von AQSENSE (Tabelle 5.13) sind die Maximalwerte speziell in den seitlichen Ebenen (Bereich zwei bis acht) zu erkennen, was auf die in Abbildung 5.6 dargestellten Ausreißer (helle Bereiche) zurückzuführen ist. Dies liegt wiederum an der Begrenzung der Ebenen durch die Punkte der Geometriedatei, wie es in Abschnitt 5.2.2 beschrieben ist. Alles in allem liegt der Mittelwert der einzelnen Ebenen in einem Bereich von 0,0158 mm bis 0,0880 mm und weist somit ähnliche Werte auf wie die berechneten Abstände der eigenen Implementierung der linearen Kalibrierung.

Für einen direkten Vergleich der Kalibrierung der Firma AQSENSE und der eigenen Implementierung, sind die in Tabelle 5.11 berechneten Mittelwerte von den in Tabelle 5.13 aufgestellten Mittelwerten abzuziehen. Die in Tabelle 5.14 dargestellten Werte sind gegeben durch die Subtraktion der Mittelwerte der einzelnen Bereiche der Kalibrierung der Firma AQSENSE und der eigenen Kalibrierung. Absolut betrachtet ergibt sich eine maximale Differenz von 27,1  $\mu\text{m}$ . Somit kann gesagt werden, dass beide Kalibrierungen, für die in metrischen Koordinaten transformierten Punkte des 3D-Bildes, ähnliche Ergebnisse liefern.

Tabelle 5.13: Abstände der transformierten Punkte der linearen Kalibrierung von der Firma AQSENSE zu den korrespondierenden Ebenen.

Bereich	Mittelwert (mm)	Standard- abweichung	Minimum ( $\mu\text{m}$ )	Maximum (mm)
1	0,0880	0,2302	$2,3842 \cdot 10^{-4}$	7,2798
2	0,0158	0,0126	$1,6301 \cdot 10^{-4}$	0,2144
3	0,0398	0,0461	$2,2117 \cdot 10^{-4}$	0,9322
4	0,0414	0,0802	$1,0205 \cdot 10^{-3}$	1,0696
5	0,0665	0,1255	$5,4193 \cdot 10^{-5}$	2,2169
6	0,0525	0,1758	$1,6819 \cdot 10^{-4}$	30,0480
7	0,0402	0,0680	$7,7057 \cdot 10^{-4}$	0,9855
8	0,0386	0,0411	$5,9433 \cdot 10^{-4}$	1,4023

Tabelle 5.14: Differenz des Mittelwertes der einzelnen Bereiche der eigenen Implementierung der Kalibrierung zu der Kalibrierung der Firma AQSENSE.

Bereich	1	2	3	4	5	6	7	8
Differenz ( $\mu\text{m}$ )	-0,599	-0,700	-27,1	4,90	-11,80	-11,60	7,8	-11,50

## 6 Schlussfolgerungen

In diesem Abschnitt wird dargelegt, welche Ergebnisse mit der eigenen Implementierung einer Kalibrierung von 3D-Lasertriangulation-Kameras erzielt worden. Im Anschluss steht ein Ausblick über mögliche Schritte, die nach dieser Arbeit verfolgt werden können und an welchen Stellen weitere Entwicklungsarbeiten durchzuführen sind.

### 6.1 Zusammenfassung

In dieser Bachelorthesis wurden zwei mögliche Methoden für die Kalibrierung von 3D-Lasertriangulation-Kameras vorgestellt und welche einzelne Schritte bei diesen durchgeführt werden.

Bei der statischen Kalibrierung ist ein Verfahren entwickelt worden, mit dem es möglich ist die einzelnen Bereiche des Kalibrierobjektes zu selektieren und aus diesen Geradengleichungen zu erstellen und anschließend für die Punkteberechnung in den Bildkoordinaten zu verwenden. Weiterhin ist dargelegt, wie aus einem Vergleich von Steigungskoeffizienten von Geraden auf einen Fehler im Bild hingewiesen werden kann, welcher zum Beispiel durch Linsenverzerrung entsteht und wie es möglich ist diesen Fehler zu korrigieren. Weiterhin ist beschrieben, wie die Parameter der 2D-2D Homographie für die Transformation von Bild- in Objektkoordinaten berechnet werden.

Für die lineare Kalibrierung ist das verwendete Kalibriermodell im Detail beschrieben und welche Vorteile durch diese Form gegeben sind. Um eine Aussage über die Genauigkeit des Objektes zu treffen, ist dieses mit einer Koordinatenmessmaschine vermessen und im gleichen Zuge die Geometriedatei erstellt worden. Bei der Punktextraktion aus den Bilddaten ist eine kurze Übersicht gegeben, mit welchem Verfahren dies möglich ist. Für die Berechnung der Parameter kommt ein nichtlineares Optimierungsverfahren unter Verwendung der Funktion *fminsearch* von MATLAB zum Einsatz, welches das Verfahren nach Nelder-Mead respektive das Downhill-Simplex-Verfahren verwendet. Dieses Verfahren wird in dieser Thesis zweimal durchlaufen, da es sehr anfällig für die Wahl von Startwerten ist.

Bei den Messergebnissen der statischen Kalibrierung ist bewiesen, dass die 2D-2D Homographie eine Rotation des Kalibrierobjektes um die Y-Achse korrigiert. Des Weiteren liegen die Abstände der transformierten Punkte zu deren korrespondierenden Geraden im Bereich von einigen Mikrometern, was prozentual gesehen, bei einer Höhe des Objektes von 2 cm, sehr gering ist und für die Zuverlässigkeit der ermittelten Transformationsparameter spricht. Für die Korrektur der Linsenverzerrung ist die Größe des zu

verwendenden radialen Modells anhand der Abstände der korrigierten, transformierten Punkte zu deren idealen Ebenen bestimmt. Es hat sich herausgestellt, dass es ausreicht drei Verzerrungskoeffizienten für die Korrektur der Linsenverzerrung zu verwenden, da ab vier Koeffizienten keine deutliche Verbesserung des Abstandes zu den idealen Geraden zu erkennen ist. Ferner sind die Abstände vor und nach der Korrektur des Profils zu deren korrespondierenden Geraden, unter Verwendung von drei Verzerrungskoeffizienten, dargestellt. Es ist eine Verbesserung des Abstandes auf der Grundplatte und der obersten Ebene zu erkennen, jedoch weisen die seitlichen Steigungen eine Erhöhung des Abstandes auf. Wie genau diese Vergrößerung zustande kommt, ist fragwürdig. Vermutlich liegt es daran, dass diese Linien bei der Aufnahme schräg auf den Sensor projiziert werden, aber die Korrektur durch ein gradliniges Schachbrettmuster stattfindet.

Die Aussage, dass die Transformationsparameter der statischen Kalibrierung korrekt bestimmt sind, wird durch den Vergleich der eigenen Implementierung zu der Kalibrierung der Firma AQSENSE gestützt, da sich die Differenzen der ausgewerteten Abstände lediglich in einem Bereich von maximal  $3,79\ \mu\text{m}$  ohne Rotation und  $50,551\ \mu\text{m}$  mit Rotation des Objektes einstellen (Vergleich des Mittelwertes). Ein Vergleich für die Korrektur der Linsenverzerrung ist nicht möglich, da diese unter Verwendung des Modells von AQSENSE nicht möglich war.

Bei der Evaluation der linearen Kalibrierung sind zunächst die Messergebnisse der Vermessung des Kalibrierobjektes mit der Koordiantenmessmaschine Leitz PMM 654 aufgeführt. Es hat sich herausgestellt, dass das Objekt nahezu ideale Ebenen aufweist und somit für den Kalibrierprozess der Lasertriangulation-Kamera geeignet ist. Die größte Abweichung des Objektes ist gegeben durch die Grundplatte, welche durch die Hitzeentwicklung beim Fräsen entsteht. Ferner sind die Ergebnisse der Kalibrierung als Abstand der transformierten Punkte zu deren durch Geraden und Punkte begrenzten korrespondierenden Ebenen dargestellt. Den geringsten Abstand zur idealen Ebene weist dabei die oberste Ebene des Kalibrierobjektes mit nur  $0,0151\ \text{mm}$  auf (Mittelwert). Die Abstände der seitlichen Ebenen liegen alle in einem Bereich von  $0,03\ \text{mm}$  bis  $0,08\ \text{mm}$  und sind prozentual gesehen auf die Höhe des Objektes von  $3,0\ \text{cm}$  im Bereich von einen Hundertstel.

Daher kann gesagt werden, dass durch die beschriebene Methode die Parameter für das verwendete Transformationsmodell exakt bestimmt sind und auch das verwendete Modell für die Umrechnung der Parameter die Kamera-Laser-Anordnung gut beschreibt. Diese Aussage wird durch den Vergleich der eigenen Kalibrierung zu der Kalibrierung von der Firma AQSENSE gestärkt, da auch ihre Kalibrierung gleiche Abstandswerte für die jeweiligen Bereiche liefert und hier die Differenzen beider Implementierungen im Bereich von einigen Mikrometern liegen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Parameter für die Kalibrierung von 3D-Lasertriangulation-Kameras sowohl für die statische als auch für die lineare Kalibrierung durch die in dieser Bachelorthesis vorgestellten Methoden bestimmt werden

können. Dadurch, dass bei den beiden verwendeten Kalibriermethoden die Abtastrate  $r$  unverändert bleibt, ist es möglich bei Veränderung der Fließbandgeschwindigkeit diesen Parameter anzupassen, wodurch keine neue Kalibrierung der Kamera durchgeführt werden muss.

## 6.2 Ausblick

Bisher sind alle in dieser Bachelorthesis beschriebenen Methoden für die Bestimmung der Transformationsparameter für die Kalibrierung der 3D-Lasertriangulation-Kameras unter Verwendung von MATLAB implementiert.

Bei der linearen Kalibrierung wird für die Bestimmung der Transformationsparameter ein Optimierungsverfahren verwendet. Dabei wird das Verfahren im ersten Schritt dafür verwendet, die Startwerte für einen weiteren Durchlauf des Verfahrens zu berechnen. Daher sollten hier noch einige Methoden entworfen werden, mit denen es möglich ist, aus den korrespondierenden Punkten eine bessere Aufstellung von Startwerten durchzuführen wie zum Beispiel für die Rotation des Objektes, um einen zweiten Durchlauf des Optimierungsverfahrens, Zeit und Rechenaufwand einzusparen. Außerdem ist in Betracht zu ziehen, andere Optimierungsverfahren zu testen, welche eventuell schneller und genauer sind als das in dieser Thesis verwendete Verfahren von Nelder-Mead in der Funktion *fminsearch* von MATLAB.

Weiterhin sind bei den Implementierungen einige Funktionen von OpenCV verwendet worden, was den Vorteil hat, dass der Sprung zu einer Implementierung unter C++ erleichtert wird. Somit steht als nächste Möglichkeit nach dieser Thesis die Implementierung einer eigenen Kalibrierbibliothek unter C++ mit den selben Abläufen, wie auch bei der Implementierung unter MATLAB. Dies hat auf der einen Seite den Vorteil, dass eine Verbesserung der Performance erzielt wird und auf der anderen Seite, dass die Kalibrierung nach Implementierung in einer Bibliothek in den von der AT entwickelten CXExplorer integriert werden kann. Da beim CXExplorer bereits eine grafische Oberfläche vorhanden ist, ergibt sich eine benutzerfreundliche Umgebung.

Da durch diese Thesis das verwendete Kalibriermodell und die zugehörigen Parameter bekannt sind, ist es möglich die Implementierung der beiden Modelle für die statische und lineare Kalibrierung direkt auf der Kamera zu implementieren, sodass die auf dem PC berechneten Parameter in den Speicher der Kamera geschrieben werden und diese bei zukünftigen Aufnahmen direkt die metrischen Koordinaten zurückliefert. Dies spart den Schritt, das 3D-Bild zunächst auf den PC zu laden und erst dann eine Umrechnung durchzuführen. Zudem könnte eine Implementierung des gesamten Kalibrierprozesses der statischen und linearen Kalibrierung auf den Kameras durchgeführt werden. Dies hätte den Vorteil, dass die Kamera sich sozusagen selbst kalibriert und der Benutzer lediglich die Geometriedatei des Objektes auf den Speicher der Kamera übertragen muss.



# Literatur

## Literatur

- [1] Dirk Berndt und Norbert Bauer. *Leitfaden zu Grundlagen und Anwendungen der optischen 3-D-Messtechnik*. Fraunhofer-Allianz Vision, 2003.
- [2] Semendjajew Bronstein. *Taschenbuch der Mathematik*. Bd. 5. 2001.
- [3] *Camera Calibration and 3D Reconstruction*. Englisch. OpenCV 2.4.9.0 documentation. OpenCV. URL: [http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera\\_calibration\\_and\\_3d\\_reconstruction.html](http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html).
- [4] Wolfgang Dahmen und Arnold Reusken. *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Bd. 2. Springer, 2008.
- [5] David Eberly. *Least Squares Fitting of Data*. Englisch. Juli 1999. URL: <http://www.geometrictools.com/Documentation/LeastSquaresFitting.pdf>.
- [6] Bernd Jähne. *Digitale Bildverarbeitung*. Bd. 3. Springer, 1989.
- [7] Ramesh Jain, Rangachar Kasturi und Brian G Schunck. *Machine vision*. Bd. 5. McGraw-Hill New York, 1995.
- [8] *MathWorks Documentation Center - fminsearch* -. URL: <http://www.mathworks.de/de/help/matlab/ref/fminsearch.html>.
- [9] *mexopencv Collection and a development kit of matlab mex functions for OpenCV library*. Englisch. URL: <http://kyamagu.github.io/mexopencv/>.
- [10] John A Nelder und Roger Mead. „A simplex method for function minimization“. In: *The computer journal* 7.4 (1965), S. 308–313.
- [11] Marc Pollefeys, Reinhard Koch und Luc Van Gool. „Self-calibration and metric reconstruction inspite of varying and unknown intrinsic camera parameters“. In: *International Journal of Computer Vision* 32.1 (1999), S. 7–25.
- [12] Daniel Rydström. „Calibration of Laser Triangulation Cameras in Samll Field of View“. Magisterarb. Linköpings universitet, 2013. URL: <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:630377>.
- [13] Thomas Schuster und Arndt Liesen. *Statistik für Wirtschaftswissenschaftler: Ein Lehr- und Übungsbuch für das Bachelor-Studium*. Springer-Verlag, 2014.
- [14] T. Schütthe. *Segmentierung und Modellierung von Aufnahmen eines 3D Referenzkörpers*. Juni 2014.
- [15] Richard Szeliski. *Computer vision: algorithms and applications*. Springer, 2010.

- 
- [16] A. Weckenmann. *Koordinatenmesstechnik: Flexible Strategien für funktions- und fertigungsgerechtes Prüfen*. Carl Hanser Verlag GmbH & Company KG, 2012. ISBN: 978-3446407398.
- [17] Zhengyou Zhang. „A flexible new technique for camera calibration“. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* 22.11 (2000), S. 1330–1334.

# Anhang

## A Bemaßungen des statischen Kalibrierobjektes

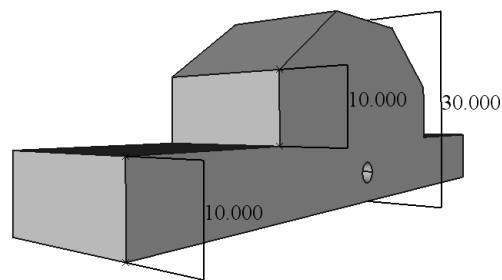


Abbildung A.1: Höhenabmessung des statischen Kalibrierobjektes (*mm*).

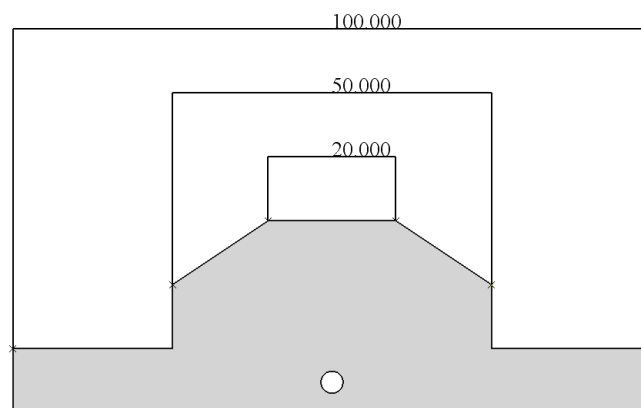


Abbildung A.2: Breitenabmessung des statischen Kalibrierobjektes (*mm*).

## B Bemaßungen des linearen Kalibrierobjektes

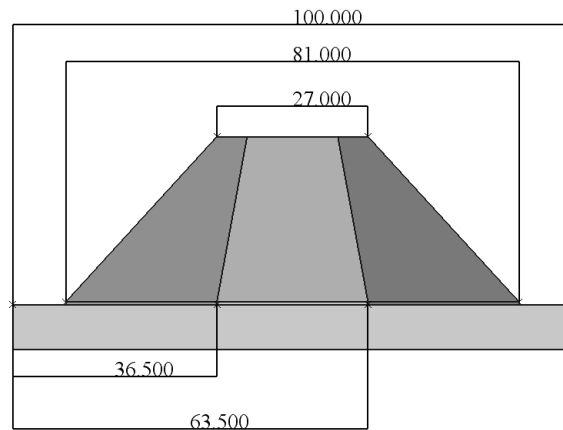


Abbildung B.1: Längenabmessungen des linearen Kalibrierobjektes (*mm*).

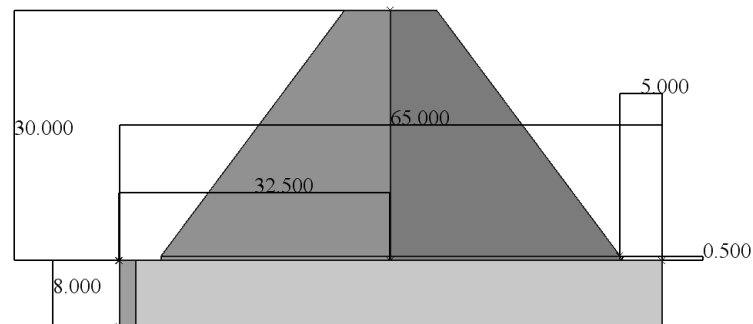


Abbildung B.2: Höhenmessungen des linearen Kalibrierobjektes (*mm*).

## **C Segmentierung und Modellierung von Aufnahmen eines 3D Referenzkörpers**

# **Segmentierung und Modellierung von Aufnahmen eines 3D Referenzkörpers**

**Bericht für das Praxissemester bei der AT  
Automationstechnology GmbH in Bad Oldesloe**

Thorben Schütte

25. Juni 2014



**Hochschule für Angewandte  
Wissenschaften Hamburg**  
*Hamburg University of Applied Sciences*

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Das Lasertriangulationsverfahren . . . . .	1
1.2	Vorstellung des Themas . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Verarbeitung des Bildes</b>	<b>3</b>
2.1	Labeling . . . . .	3
2.1.1	Bestimmen der Masken . . . . .	4
2.1.2	Gradientenrichtung . . . . .	5
2.1.3	Komplettes Labeling . . . . .	7
2.2	Ebenenfit . . . . .	7
2.3	Schnittpunkt dreier Ebenen . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Geometriedatei</b>	<b>11</b>
3.1	Schnittpunkte Geradengleichung XY-Ebene . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Schlusswort</b>	<b>15</b>



## Abbildungsverzeichnis

1.1	Anordnung Laser, Kamera. . . . .	1
1.2	Referenzkörper Aufsicht (links) und Seitenansicht (rechts). . . . .	2
2.1	Histogramm der Pseudo-Range Map . . . . .	4
2.2	Gefiltertes Bild (oben links), Maske für Grundplatte (oben rechts), oberste Ebene (unten links) und Seiten (unten rechts). . . . .	5
2.3	Gradientenrichtung des Bildes über den atan2. . . . .	6
2.4	Gelabeltes Bild mit dargestellter Nummerierung. . . . .	7
2.5	Schnittpunkte der Ebenen im Bild des Referenzobjektes. . . . .	9
3.1	Geometriedaten (links), Schnittpunkte XY-Ebene (rechts). . . . .	13
4.1	Abstand der Bildpunkte zu den berechneten Ebenen der Seiten. . . . .	14

## **Tabellenverzeichnis**

2.1	Schnittpunkte der berechneten Ebenen. . . . .	10
3.1	Punkte in der Geometriedatei. . . . .	11
3.2	Punkte nach Bearbeitung der Geometriedatei. . . . .	13

# 1 Einleitung

Die AT Automation Technology GmbH wurde 1998 gegründet und hat sich auf die Bereiche der industriellen Infrarotbildverarbeitung und der schnellen Bildverarbeitung spezialisiert. Kernkompetenzen der Firma sind die Entwicklung modernster optoelektronischer Sensorik und Komponenten, sowie die Realisierung von kundenspezifischen Systemlösungen [1].

## 1.1 Das Lasertriangulationsverfahren

Die 3D Kameras verwenden das Verfahren der Lasertriangulation bei dem eine Laserlinie auf die Oberfläche des zu vermessenden Objektes abgebildet wird. Mit einer Kamera wird in einem Triangulationswinkel  $\alpha$  ein Bild der Laserlinie aufgenommen (Abbildung 1.1). Durch den Triangulationswinkel von Laser zu Kamera führt jede Änderung der Oberflächengestalt unterhalb der Laserlinie zu einer definierten Auslenkung der Laserlinie im Kamerabild [1].

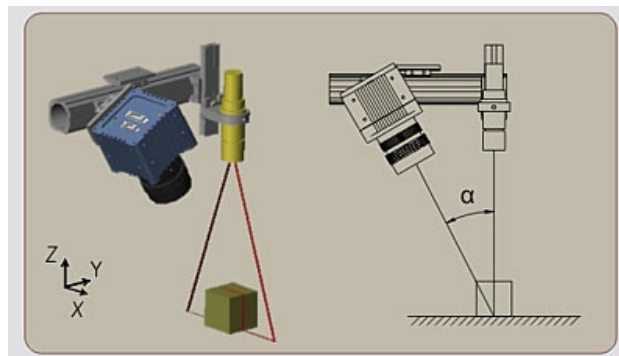


Abbildung 1.1: Anordnung Laser, Kamera. [2]

## 1.2 Vorstellung des Themas

Thema im Praxisssemester ist die Segmentierung und Modellierung von Aufnahmen eines 3D Referenzkörpers. Abbildung 1.2 zeigt ein Beispiel für die Geometrie eines

---

*Vorstellung des Themas*

---

solchen Objektes. Um ein 3D Bild von dem Objekt zu erstellen, wird dieses mit dem Lasertriangulationsverfahren abgescannt. Der Scan entsteht durch eine konstante Bewegung des Objektes auf einem Förderband durch die Laserlinie hindurch. Die einzelnen Pixelwerte stellen dabei Höheninformationen des Körpers dar, welche jedoch keine metrischen Werte sind. Nach scannen des Körpers werden in dem entstandenen Bild die einzelnen Flächen lokalisiert, um für diese Ebenengleichungen zu bestimmen und anschließend Schnittpunkte dieser Ebenen zu berechnen.

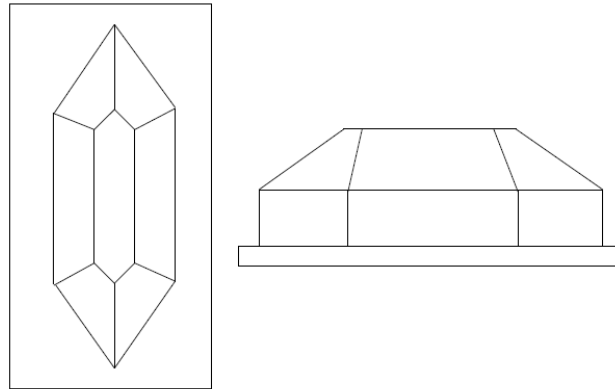


Abbildung 1.2: Referenzkörper Aufsicht (links) und Seitenansicht (rechts).

## 2 Verarbeitung des Bildes

Die Verarbeitung und anschließende Bestimmung der Schnittpunkte in dem Bild ist in drei Abschnitte aufgeteilt.

1. Labeling (Jede Fläche wird einer Nummer zugewiesen)
2. Ebenenfit (Bestimmen der Ebenengleichung über das Least Squares Verfahren)
3. Schnittpunkt dreier Ebenen

Im folgenden werden die drei Verarbeitungsschritte im Einzelnen erläutert.

### 2.1 Labeling

Beim Labeling wird jeder Ebene eine Nummer zugewiesen, so dass für jede einzelne Fläche auf dem Körper eine Maske ausgewählt werden kann um eine Ebenengleichung für den jeweiligen Bereich zu bestimmen.

Zunächst wurde der Ansatz verfolgt das Labeling über eine Binarisierung des Bildes durchzuführen, da für binäre Bilder bei denen die Kanten eins und Flächen null sind bereits implementierte Algorithmen vorhanden sind. Für die Binarisierung des Bildes werden die Kanten in diesem benötigt. Eine Kante entsteht durch einen starken Wechsel der Intensitätswerte von Pixeln in einem Bereich und kann zum Beispiel durch Faltung des Bildes mit einem Sobel-Operator oder dem sogenannten Mexican-Hat (zweite Ableitung eines Gaußfilters) ermittelt werden. Nach bestimmen der Kanten werden diese durch setzen eines Schwellwertes zu eins und alle anderen Werte zu null gesetzt. Dieses Verfahren gestaltet sich jedoch als schwierig, da die Kanten auf dem Objekt eine geringere Intensität aufweisen als die von der untersten Ebene zu den seitlichen Ebenen. Wenn nun ein Schwellwert angewandt wird setzt dieser auch die Kanten der seitlichen Ebenen zu null, wodurch ein Labeling mit vorhandenen Verfahren nicht durchgeführt werden kann.

Das Labeling des Bildes wird nun über drei Schritte erreicht:

1. Masken für Hintergrund, Seiten und Vordergrund bestimmen
2. Bestimmen der Gradientenrichtung

### Labeling

3. Labeling der Seiten durch Maskierung der Gradientenrichtung und zusammensetzen des Bildes

#### 2.1.1 Bestimmen der Masken

Die Masken für Grundplatte, Seiten und oberste Ebene werden über das Histogramm bestimmt. Abbildung 2.1 zeigt das Histogramm für eine Aufnahme des Objektes, wie es in Kapitel 1 (Abbildung 1.2) dargestellt ist. Die Nummern im Bild stehen für folgende Bereiche

1. Grundplatte
2. Seiten
3. oberste Ebene

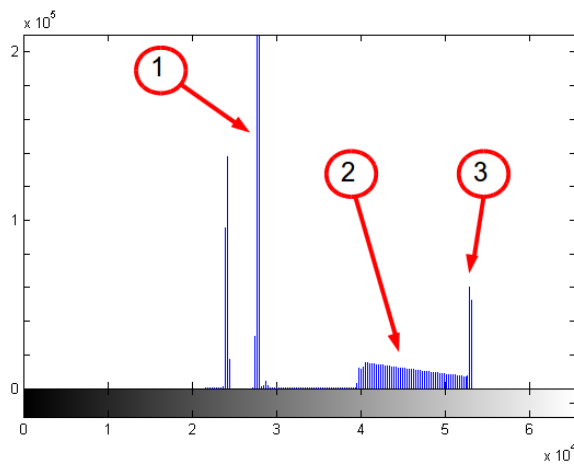


Abbildung 2.1: Histogramm der Pseudo-Range Map

Die Höchste Anzahl im Histogramm beschreibt die Grundplatte des Referenzkörpers. Somit lassen sich die Masken für den jeweiligen Bereich bilden, indem zunächst das Maximum gesucht wird, dann die Anzahl der Werte rechts und links verglichen werden um in dem Bereich mit der höheren Anzahl nach dem nächsten Maximum zu suchen, welches für die oberste Ebene (Abbildung 2.1 Nr. 3) steht. Der Bereich zwischen den beiden gefundenen Maxima ist durch die seitlichen Ebenen (Abbildung 2.1 Nr. 2) bestimmt.

### Labeling

In Abbildung 2.2 sind die Masken für Grundplatte, Seiten und der obersten Ebene dargestellt. Um zwischen den jeweiligen Masken keine Überschneidungen zu bekommen, müssen diese vor der Weiterverarbeitung bzw. Zusammensetzung zunächst erodiert (geöffnet)[6] werden.

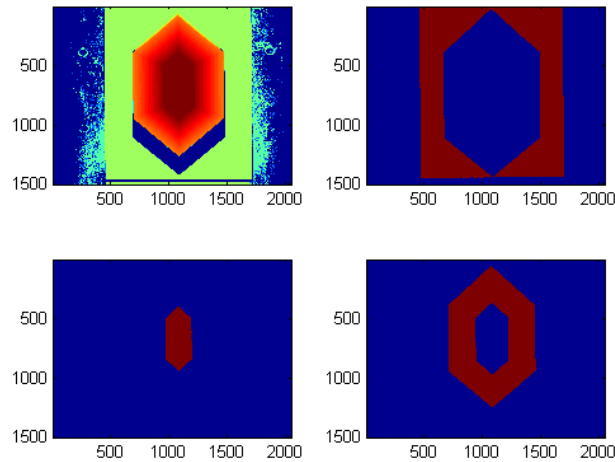


Abbildung 2.2: Gefiltertes Bild (oben links), Maske für Grundplatte (oben rechts), oberste Ebene (unten links) und Seiten (unten rechts).

### 2.1.2 Gradientenrichtung

Zur Bestimmung der Gradientenrichtung wird das Bild mit einem eindimensionalen Gauß-Ableitungsfiler [6] erster Ordnung in X- und Y-Richtung gefaltet. Die Koeffizienten des Filters sind durch folgende Formel gegeben

$$\mathbf{k}_1 = -\frac{x}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

( $\mathbf{k}_1$  : Zeilenvektor,  $x$  : Anzahl der Koeffizienten,  $\sigma$  : Standardabweichung der Gaußkurve)

---

*Labeling*

Nach der Bestimmung der Koeffizienten des Filters, werden die Gradienten  $G_x$  und  $G_y$  durch Ableitung nach der Richtung folgendermaßen bestimmt.

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{G}_x = \mathbf{F} * \mathbf{k}_1^T \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \mathbf{G}_y = \mathbf{F} * \mathbf{k}_1 \quad (2.3)$$

Mit den *atan2* lässt sich die Gradientenrichtung

$$\Phi = \text{atan2}(\mathbf{G}_y, \mathbf{G}_x) \quad (2.4)$$

bestimmen. Die Richtung wird über den *atan2* bestimmt, da dieser alle vier Quadranten des kartesischen Koordinatensystems abdeckt und nicht wie der *atan* nur den zweiten und vierten. Die Abdeckung von vier Quadranten erfolgt durch eine separate Übergabe von Y und X, wodurch eine Division durch null ausgeschlossen wird, wie es bei dem *atan* der Fall ist. Abbildung 2.3 zeigt die Gradientenrichtung für die Range Map.

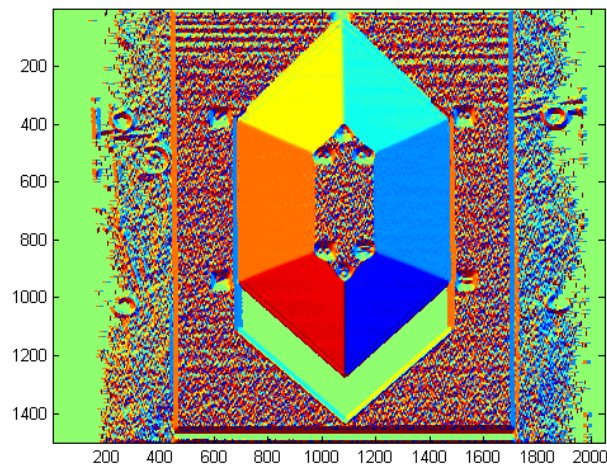


Abbildung 2.3: Gradientenrichtung des Bildes über den *atan2*.

Da die oberste und unterste Ebene keine Steigung aufweisen und es somit auch keine eindeutige Gradientenrichtung gibt, kann für diese Flächen über dieses Verfahren keine Aussage getroffen werden. Die unterschiedlichen Gradientenrichtungen (Abbildung 2.3 in diesen Bereichen entstehen dadurch, dass  $G_x \approx G_y$  ist und das Vorzeichen der Werte wechselt.



*Ebenenfit***2.1.3 Komplettes Labeling**

Da die Seiten in Abbildung 2.3 für jede einzelne Ebene eine einheitliche Gradientenrichtung aufweisen, wird mittels Maskierung der Seiten das Labeling für diese durchgeführt. Die gegenüberliegenden Ebenen wie zum Beispiel die Ebenen drei und sechs sind um  $90^\circ$  verschoben. Wenn die Seiten gelabelt sind und mit den Masken für Grundplatte und Vordergrund kombiniert wurden, sieht das Ergebnis wie in Abbildung 2.4 aus.

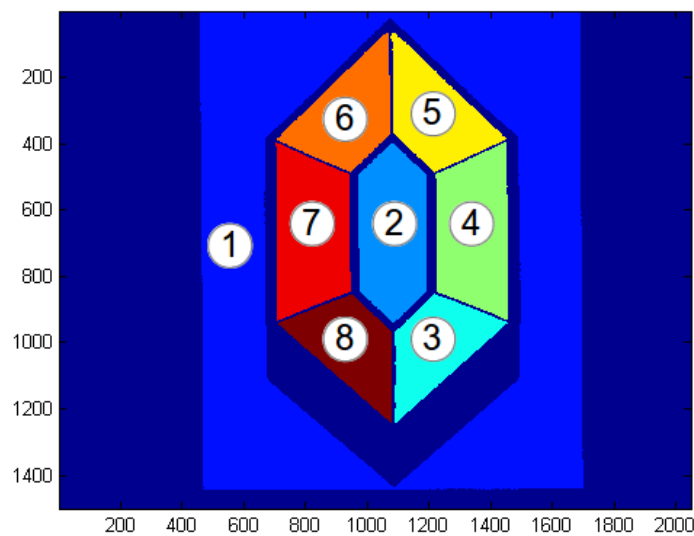


Abbildung 2.4: Gelabeltes Bild mit dargestellter Nummerierung.

Die Nummerierung ist wie folgt aufgeteilt :

- 1 Grundplatte
- 2 oberste Ebene
- 3-8 Seitliche Ebenen

**2.2 Ebenenfit**

Da für alle Ebenen nun eine Maske vorliegt, kann für jede Ebene eine Gleichung bestimmt werden. Dies wird über das Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate realisiert

### Schnittpunkt dreier Ebenen

(Least-Squares) [4]. Dieses Verfahren wird iterativ angewandt, um Ausreißer zu eliminieren die zum Beispiel durch eingravierte Zahlen oder Dellen auf dem Objekt entstehen. Das Verfahren wird solange wiederholt, bis die Standardabweichung des Differenzbildes von der gefitteten Ebene zu den Bilddaten, oder die Distanz vom Maxima zum Minima im Differenzbild einen Schwellwert unterschreitet. Die Formel 2.5 beschreibt den Ebenenfit für den  $\mathbb{R}^3$ , wobei nur Werte  $n > 0$  betrachtet werden.

$$\begin{pmatrix} a_e \\ b_e \\ c_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & \sum n \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum z_i \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Aus der dargestellten Formel ergibt sich dann eine Ebenengleichung für jede Fläche der Form :

$$z = a_e \cdot x + b_e \cdot y + c_e \quad (2.6)$$

In Komponentenschreibweise lautet die Formel

$$0 = a_k \cdot x + b_k \cdot y + c_k \cdot z + d_k \quad (2.7)$$

$$(a_k = a_e, b_k = b_e, c_k = -1, d_k = c_e)$$

## 2.3 Schnittpunkt dreier Ebenen

Der Schnittpunkt durch drei Ebenen (s) wird mit den Gleichungen 2.8 und 2.9 bestimmt (vgl. [3, S. 213], Gl. 3.361a / 3.361b). Die in Gleichung 2.9 berechneten Werte ergeben dabei die X-, Y- und Z-Koordinate des Schnittpunktes. Bei einem Objekt wie in Abbildung 1.2 können nur die Schnittpunkte mit der obersten Ebene und der Grundplatte bestimmt werden.

$$\Delta c = \begin{vmatrix} a_{k1} & b_{k1} & c_{k1} \\ a_{k2} & b_{k2} & c_{k2} \\ a_{k3} & b_{k3} & c_{k3} \end{vmatrix}, \quad \Delta c_x = \begin{vmatrix} d_{k1} & b_{k1} & c_{k1} \\ d_{k2} & b_{k2} & c_{k2} \\ d_{k3} & b_{k3} & c_{k3} \end{vmatrix} \quad (2.8)$$

$$\Delta c_y = \begin{vmatrix} a_{k1} & d_{k1} & c_{k1} \\ a_{k2} & d_{k2} & c_{k2} \\ a_{k3} & d_{k3} & c_{k3} \end{vmatrix}, \quad \Delta c_z = \begin{vmatrix} a_{k1} & b_{k1} & d_{k1} \\ a_{k2} & b_{k2} & d_{k2} \\ a_{k3} & b_{k3} & d_{k3} \end{vmatrix}$$

Aus den berechneten Determinanten, können durch die Gleichungen

$$\bar{x} = \frac{-\Delta c_x}{\Delta c}, \quad \bar{y} = \frac{-\Delta c_y}{\Delta c}, \quad \bar{z} = \frac{-\Delta c_z}{\Delta c} \quad (2.9)$$

*Schnittpunkt dreier Ebenen*

die Koordinaten des Schnittpunktes von drei Ebenen in Koordinatenform bestimmt werden. Der Schnittpunkt gegeben durch

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Abbildung 2.5 zeigt die Anordnung der berechneten Schnittpunkte durch drei Ebenen in der Range Map. Alle Punkte mit ungerader Nummer sind Schnittpunkte mit der obersten und alle mit gerader Nummer mit der untersten Ebene.

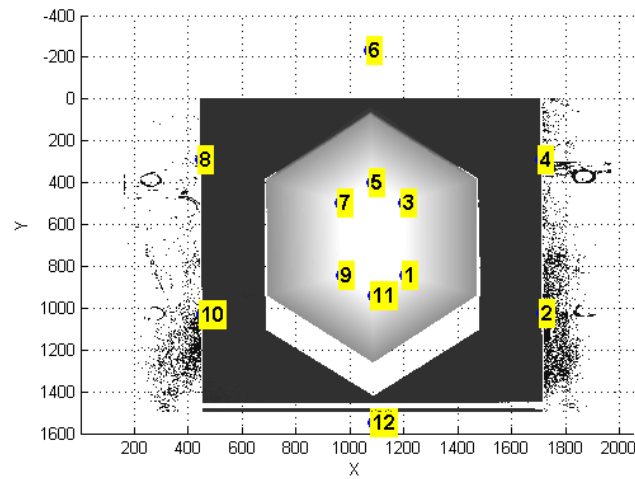


Abbildung 2.5: Schnittpunkte der Ebenen im Bild des Referenzobjektes.

*Schnittpunkt dreier Ebenen*

Tabelle 2.1 zeigt die Werte der in Abbildung 2.5 dargestellten Punkte. Das gegebene Bild des Körpers hat eine Höhe (Y) von 1500 Pixel und eine Breite (X) von 2048 Pixel. Bei den in der Tabelle dargestellten Werten liegen die Punkte sechs und zwölf außerhalb der Höhe (Y) des Bildes. Dies liegt daran, dass die berechneten Ebenen für den gegebenen Körper sich erst in diesen Punkten schneiden und die Aufnahme des Bildes erst mit Beginn der Grundplatte startet.

Tabelle 2.1: Schnittpunkte der berechneten Ebenen.

Punkt Nr.	X / range	Y / range	Z / range
1	1201.78	844.92	53050.82
2	1709.85	1025.22	27847.11
3	1199.08	495.25	53132.95
4	1704.87	288.76	27984.54
5	1080.78	398.36	53137.11
6	1071.43	-230.37	27992.14
7	963.991	496.03	53095.58
8	446.178	293.42	27805.29
9	966.661	845.63	53013.46
10	452.532	1029.89	27668.06
11	1085.09	942.60	53009.30
12	1085.00	1547.40	27660.62

### 3 Geometriedatei

Die Geometriedatei besteht aus Punkten, welche die Eckpunkte des Körpers in metrischen Einheiten (mm) darstellen. Tabelle 3.1 zeigt ein Beispiel für eine Geometriedatei eines Körpers, wie er in Abbildung 1.2 dargestellt ist.

Tabelle 3.1: Punkte in der Geometriedatei.

Punkt Nr.	X / mm	Y / mm	Z / mm
1	0	0	30
2	-30	40	30
3	-10	53.33	60
4	0	40	60
5	+10	53.33	60
6	+30	40	30
7	-30	110	30
8	-10	96.66	60
9	0	110	60
10	+10	96.66	60
11	+30	110	30
12	0	150	30

Da es in dieser Arbeit darum geht die korrespondierenden Punkte aus Bilddaten und Geometriedatei zu finden, müssen die Daten der Geometriedatei bearbeitet werden, da bei der Bestimmung der Schnittpunkte im Bild nur Schnittpunkte der Seiten mit der obersten und untersten Ebene gegeben sind. Die Geometriedatei enthält jedoch nicht die Punkte auf der untersten Ebene, sondern nur die Eckpunkte, welche direkt an den seitlichen Ebenen liegen. Durch das Wissen, dass die Grundplatte die Null-Ebene bzw. XY-Ebene beschreibt, können die Schnittpunkte mit dieser durch aufstellen von Geradengleichungen durch zwei Punkte und anschließender Ermittlung des Schnitts von Gerade und XY-Ebene bestimmt werden.

*Schnittpunkte Geradengleichung XY-Ebene*

### 3.1 Schnittpunkte Geradengleichung XY-Ebene

Bevor der Schnittpunkt ermittelt werden kann, müssen die Geradengleichungen aufgestellt werden (Gleichung 3.1). Folgende Punktepaare bilden eine Gerade : (1,4) / (2,3) / (5,6) / (7,8) / (9,12) / (10,11) (vgl. Tabelle 3.1). Die Geradengleichungen werden mit der Formel

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

bestimmt, wobei  $x_1$  und  $x_2$  Koordinaten des ersten und zweiten Punktes sind. Der Schnittpunkt mit der XY-Ebene lässt sich bestimmen, indem bei der obigen Gleichung die Z-Koordinate auf null gesetzt und

$$\lambda = \frac{-z_1}{z_1 - z_2} \quad (3.2)$$

berechnet wird. Somit ist der Schnittpunkt der Geradengleichung mit der XY-Ebene gegeben durch

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \frac{-z_1}{z_1 - z_2} \cdot \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

In Abbildung 3.1 sind die Punkte aus der Geometriedatei des Körpers und deren Anordnung auf diesem dargestellt (links). Auf der rechten Seite im Bild sind zusätzlich die bestimmten Schnittpunkte dargestellt.

## Schnittpunkte Geradengleichung XY-Ebene

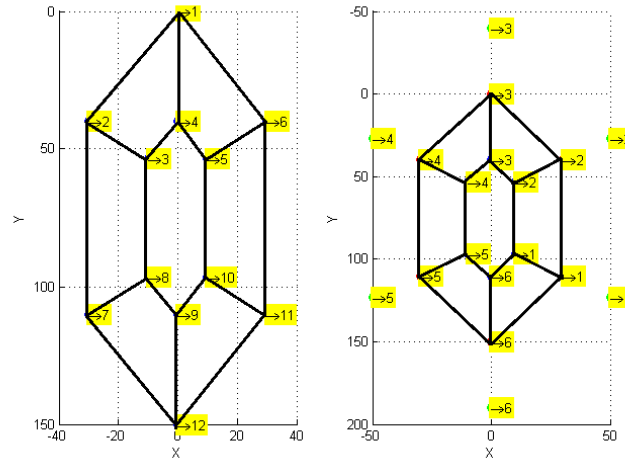


Abbildung 3.1: Geometriedaten (links), Schnittpunkte XY-Ebene (rechts).

[2] Tabelle 3.2 zeigt die Punkte, welche die Korrespondenz zu den bestimmten Punkten aus den Bilddaten (Tabelle 2.1) bilden. Punkte mit ungerader Nummer grenzen an der oberen Ebene des Referenzkörpers an und Punkte mit gerader Nummer sind die berechneten Schnittpunkte mit der XY-Ebene.

Tabelle 3.2: Punkte nach Bearbeitung der Geometriedatei.

Punkt Nr.	X / mm	Y / mm	Z / mm
1	10	96.667	60
2	50	123.333	0
3	10	53.333	60
4	50	26.667	0
5	0	40	60
6	0	-40	0
7	-10	53.333	60
8	-50	26.667	0
9	-10	96.667	60
10	-50	123.333	0
11	0	110	60
12	0	190	0

## 4 Auswertung

Bei der Auswertung wird auf die Genauigkeit der aufgestellten Ebenengleichungen der Seiten eingegangen. Um eine Aussage über die Ebenengleichungen zu treffen und wie gut sie in die gegebenen Punkte des Bildes angepasst sind, wird der Abstand der Punkte zu den korrespondierenden Ebenen berechnet und ein Differenzbild aufgestellt. In Abbildung 4.1 ist das Differenzbild eines Körpers in einem Bereich von plus-minus zwei dargestellt.

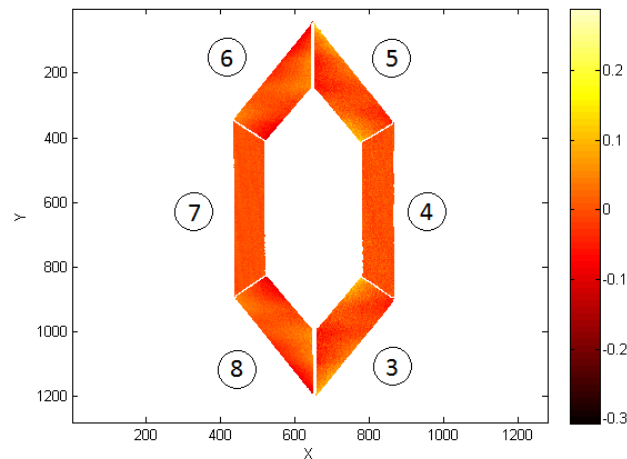


Abbildung 4.1: Abstand der Bildpunkte zu den berechneten Ebenen der Seiten.

Die Punkte der Ebenen Vier und Sieben weisen insgesamt den geringsten Abstand zu den berechneten Ebenen auf. Bei den Punkten der anderen Ebenen schwangt der Abstand zwischen Werten von min. -0.3 Pixel bis max. +0.2 Pixel, wobei im Mittel auch ein sehr geringer Abstand vorhanden ist. Somit kann gesagt werden, dass die Ebenen gut durch die Punkte bestimmt wurden und sie das Objekt in Bilddaten beschreiben. Durch diese Untersuchung ist gewährleistet, dass die berechneten Schnittpunkte der Ebenen ebenfalls eine exakte Beschreibung des Objektes liefern und diese für weitere Forschungen verwendet werden können.



## **5 Schlusswort**

Die Bestimmung der Schnittpunkte aus den Bilddaten und aus den metrischen Geometriedaten sind in MATLAB implementiert. Des weiteren ist das Verfahren für die Verarbeitung der Bilddaten soweit automatisiert, dass der Benutzer lediglich das Bild laden muss und als Ausgabe die Schnittpunkte im Bild erhält. Um eine bessere Performance und Programmunabhängigkeit zu gewährleisten, ist es ratsam das vorerst in MATLAB entwickelte Programm in C/C++ zu implementieren.

## Literatur

- [1] März 2014. URL: [www.automationstechnology.de](http://www.automationstechnology.de).
- [2] *Anordnung der Lasertriangulation*. März 2014. URL: [http://www.automationstechnology.de/cms/uploads/pics/Anordnung1\\_web\\_02.jpg](http://www.automationstechnology.de/cms/uploads/pics/Anordnung1_web_02.jpg).
- [3] Semendjajew Bronstein. *Taschenbuch der Mathematik*. Bd. 5. 2001.
- [4] David Eberly. *Least Squares Fitting of Data*. Englisch. Juli 1999. URL: <http://www.geometrictools.com/Documentation/LeastSquaresFitting.pdf>.
- [5] Richard Hartley und Andrew Zisserman. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press, 2003.
- [6] Bernd Jähne. *Digitale Bildverarbeitung*. Bd. 3. Springer, 1989.

## **D CD**

Die CD enthält eine „readme.pdf“ mit Informationen zum Aufbau der Ordnerstruktur.

# **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit versichere ich, Thorben Schütthe, dass ich die vorliegende Arbeit im Sinne der Prüfungsordnung nach §16(5) APSO-TI-BM ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen habe ich unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Hamburg, 2. Oktober 2014