

# Masterarbeit

Untersuchungen zur Signalanalyse von  
Motorstromsignalen mittels der Wavelet-Analyse

Sebastian Vogel

12. November 2015

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Tabellenverzeichnis</b>   | <b>4</b>  |
| <b>Abbildungsverzeichnis</b>   | <b>5</b>  |
| <b>Verzeichnis der Formelzeichen</b>   | <b>8</b>  |
| <b>Verzeichnis der Abkürzungen</b>   | <b>10</b> |
| <b>1 Einleitung</b>  | <b>11</b> |
| <b>2 Theoretische Grundlagen zu Asynchronmaschinen und zur Motorstromanalyse</b> | <b>12</b> |
| 2.1 Funktionsweise und Kenngrößen von Asynchronmaschinen . . . . .               | 12        |
| 2.2 Motorstromanalyse und ausgewählte Fehlerarten . . . . .                      | 13        |
| <b>3 Demodulation des Motorstromes und Interpolation des Spektrum</b>            | <b>18</b> |
| 3.1 Demodulation mittels der Hilbert-Transformation . . . . .                    | 18        |
| 3.2 Interpolation eines si-förmigen Spektrums . . . . .                          | 21        |
| <b>4 Theoretische Grundlagen zur Zeit-Frequenz-Analyse</b>                       | <b>23</b> |
| 4.1 Signaltheoretische Definitionen . . . . .                                    | 23        |
| 4.2 Einordnung der Zeit-Frequenz-Analyse . . . . .                               | 23        |
| 4.3 Kurzzeit-Fourier-Transformation . . . . .                                    | 26        |
| 4.3.1 Implementierung der Kurzzeit-Fourier-Transformation . . . . .              | 28        |
| 4.4 Ausgewählte Transformationen der Cohen-Klasse . . . . .                      | 31        |
| 4.4.1 Wigner-Ville-Verteilung . . . . .  | 31        |
| 4.4.1.1 Implementierung der Wigner-Ville-Verteilung . . . . .                    | 35        |
| 4.4.2 Choi-Williams-Verteilung . . . . .   | 40        |
| 4.4.2.1 Implementation der Choi-Williams-Verteilung . . . . .                    | 41        |
| 4.5 Wavelet-Transformation . . . . .   | 44        |
| 4.5.1 Kontinuierliche Wavelet-Transformation . . . . .                           | 44        |
| 4.5.1.1 Implementierung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation              | 48        |
| 4.6 Multiskalenanalyse und Diskrete Wavelet-Transformation . . . . .             | 51        |
| 4.6.0.2 Implementierung der diskreten Wavelet-Transformation . . . . .           | 57        |

---

|   |            |
|---|------------|
| <b>5 Verfahren der Zeit-Frequenz-Analyse zur Fehlererkennung</b>            | <b>63</b>  |
| 5.1 Übersicht über die aus der Literatur bekannten Verfahren . . . . .      | 63         |
| <b>6 Kriterien für die Bewertung der Waveletkoeffizienten</b>               | <b>70</b>  |
| <b>7 Test und Beurteilung der Verfahren anhand von Messdaten</b>            | <b>73</b>  |
| 7.1 Gebrochene Läuferstäbe bei stationären Betrieb der Asynchronmaschine .  | 73         |
| 7.1.1 Darstellung der Zeitsignale und des Spektrums . . . . .               | 73         |
| 7.1.2 Auswertung mit Kriterien der diskreten Wavelet-Transformation . . . . | 79         |
| 7.1.3 Auswertung mit der kontinuierlichen Wavelet-Transformation . . . . .  | 87         |
| 7.1.4 Auswertung mit der Wigner-Ville Transformation . . . . .              | 90         |
| 7.1.5 Auswertung mit der Kurzzeit-Fourier-Transformation . . . . .          | 94         |
| 7.1.6 Zusammenfassung und Bewertung der Verfahren . . . . .                 | 97         |
| <b>8 Zusammenfassung und Ausblick</b>                                       | <b>98</b>  |
| <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>99</b>  |
| <b>Inhalt der DVD</b>   | <b>105</b> |

# Tabellenverzeichnis

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 5.1 | Übersicht zu Verfahren zur Fehlerdetektion von ASM aus der Literatur . . . .       | 69 |
| 7.1 | Ermittelte Werte der ASM aus dem Spektrum . . . . .                                | 79 |
| 7.2 | Frequenzbereiche der DWT . . . . .   | 79 |
| 7.3 | Kriterien DWT für Motor im Leerlauf, $a_{10}$ . . . . .                            | 82 |
| 7.4 | Kriterien DWT für Motor mit mittlerer Drehzahl, $a_8$ . . . . .                    | 83 |
| 7.5 | Kriterien DWT für Motor mit hoher Drehzahl, $d_9$ . . . . .                        | 85 |
| 7.6 | Kriterien DWT für Motor im Leerlauf, nicht demoduliert, $d_5$ . . . . .            | 85 |
| 7.7 | Kriterien DWT für Motor mit mittlerer Drehzahl, nicht demoduliert, $d_5$ . . . . . | 86 |
| 7.8 | Kriterien DWT für Motor mit hoher Drehzahl, nicht demoduliert, $d_5$ . . . . .     | 86 |

# Abbildungsverzeichnis

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | vereinfachter Aufbau einer 2-Pol Drehstrom-Ansynchronmaschine . . . . .  | 13 |
| 2.2  | Drehzahlen der magnetischen Felder für den Normalbetrieb und gebrochene Läuferstäbe, Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an [56] . . . . .   | 14 |
| 2.3  | Fehlerfrequenzen hervorgerufen durch gebrochene Stäbe; Quelle: eigene Abbildung nach [15] . . . . .  | 15 |
| 2.4  | Verschiedene Arten von Defekten der Stator Spulen; Quelle:[58] . . . . .   | 16 |
| 3.1  | Spektrum amplitudenmoduliertes Signal und demoduliertes Signal, $f_a = 500 \text{ Hz}$ und $T_m = 30 \text{ s}$ . . . . .  | 21 |
| 3.2  | Interpolationswerte: Signalfrequenz kleiner als $k_{\max}$ der DFT . . . . .   | 22 |
| 4.1  | Heisenbergboxen, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ entsprechen den mittleren Kreisfrequenzen und $t_1, t_2, t_3$ den mittleren Zeiten; Quelle: [27] . . . . .   | 25 |
| 4.2  | Einteilung der Zeit-Frequenz-Ebene für verschiedene Transformationen; Quelle: eigene Abbildung . . . . .   | 25 |
| 4.3  | Schema der STFT; Quelle: geänderte Abbildung aus [12] . . . . .  | 27 |
| 4.4  | STFT Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 10s, Fenster 1s . . . . .   | 30 |
| 4.5  | STFT Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 10s, Fenster 2s . . . . .   | 30 |
| 4.6  | a) Sinussignal $f = 1,5 \text{ Hz}$ mit Unterbrechung zwischen 4,5s und 6s<br>b) temporäre Autokorrelationsfunktion<br>c) Wigner-Ville-Verteilung ; Quelle: geänderte Abbildung aus [48, S. 201-204] | 32 |
| 4.7  | Kreuzterme der Wigner-Ville-Verteilung nur die grün hinterlegten Spektralanteile gehören zum Signal; Quelle: geänderte Abb. von [28] . . . . .   | 34 |
| 4.8  | WVD Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 1s, oben: automatisch skalierte Achse, unten: manuell skalierte Achse . . . . .  | 38 |
| 4.9  | WVD analytisches Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 1s, oben: automatisch skalierte Achse, unten: manuell skalierte Achse . . . . .   | 39 |
| 4.10 | CWD Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 1 s, $\alpha_{CW} = 1$ . . . . .   | 42 |
| 4.11 | CWD Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 1 s, $\alpha_{CW} = 0.02$ . . . . .  | 42 |
| 4.12 | CWD analytisches Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 1 s, $\alpha_{CW} = 0.02$ . . . . .   | 43 |
| 4.13 | Morlet-Wavelet für verschiedene Skalen und das dazugehörige Spektrum; Quelle: [4] . . . . .  | 46 |
| 4.14 | CWT Testsignal, $f_a = 1000 \text{ Hz}$ , Messdauer = 10s, $F_b = 5$ . . . . .   | 50 |

|  |    |
|--|----|
| 4.15 CWT Testsignal, $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 10s, $F_b = 10$ . . . . .                             | 50 |
| 4.16 Lage der Vektorräume bei der Multiskalenanalyse; Quelle: eigne Abb. in Anlehnung an [60, S. 30] . . . . . | 52 |
| 4.17 Haar-Wavelet und Skalierungsfunktion ; Quelle: eigne Abb. . . . .   | 53 |
| 4.18 Zeit-Frequenz-Ebene und dazugehörige Filterbank; Quelle: eigne Abb. . . . .                               | 55 |
| 4.19 Waveletfunktionen mit dazugehöriger Skalierungsfunktion und Frequenzgang; Quelle: eigne Abb. . . . .      | 56 |
| 4.20 Approximationskoeffizienten Testfunktion $f = 1\text{Hz}$ . . . . .                                       | 61 |
| 4.21 Detailkoeffizienten Testfunktion $f = 1\text{Hz}$ . . . . .   | 61 |
| 4.22 Detailkoeffizienten Testfunktion $f = 1\text{Hz}$ . . . . .   | 62 |
| 5.1 Beispiel für eine Analyse mit der DWT; Quelle: [23] . . . . .  | 64 |
| 5.2 Beispiel für eine Analyse mit der DWT; Quelle:[3] . . . . .  | 65 |
| 5.3 CWT des Anlaufstrom, heiler Motor links, defekt rechts; Quelle:[54] . . . . .                              | 67 |
| 5.4 CWD des Anlaufstrom, heiler Motor oben, defekt unten; Quelle: [30] . . . . .                               | 68 |
| 6.1 Effektivwertgenauigkeit für verschiedene Fenster; Quelle: [13] . . . . .                                   | 72 |
| 7.1 Butterworth-Filter entworfen mit Matlab FDATool . . . . .  | 74 |
| 7.2 Spannung und Strom heiler Motor 1, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                              | 74 |
| 7.3 Spannung und Strom defekter Motor 1, Leerlauf , $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                           | 75 |
| 7.4 Spannung und Strom defekter Motor 2, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                       | 75 |
| 7.5 Spektrum heiler Motor 1, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .  | 76 |
| 7.6 Spektrum defekter Motor 1, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                                      | 76 |
| 7.7 Spektrum heiler Motor 2, mittlere Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                               | 77 |
| 7.8 Spektrum defekter Motor 2, mittlere Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                             | 77 |
| 7.9 Spektrum heiler Motor 2, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                                   | 78 |
| 7.10 Spektrum defekter Motor 2, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                                | 78 |
| 7.11 Skalierungsfilter des db4-Wavlet, $f_a = 2\text{ Hz}$ . . . . .   | 80 |
| 7.12 Approximationskoeffizienten heiler Motor, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                      | 81 |
| 7.13 Approximationskoeffizienten defekter Motor, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                    | 81 |
| 7.14 Approximationskoeffizienten heiler Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .             | 82 |
| 7.15 Approximationskoeffizienten heiler Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .             | 83 |
| 7.16 Detailkoeffizienten heiler Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                         | 84 |
| 7.17 Detailkoeffizienten defekter Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                       | 84 |
| 7.18 CWT heiler Motor, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ , $F_b = 50$ . . . . .                                 | 87 |
| 7.19 CWT defekter Motor, Leerlauf, $f_a = 2000\text{ Hz}$ , $F_b = 50$ . . . . .                               | 88 |
| 7.20 CWT heiler Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                                     | 88 |
| 7.21 CWT defekter Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                                   | 89 |
| 7.22 CWT heiler Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .   | 89 |
| 7.23 CWT defekter Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 2000\text{ Hz}$ . . . . .                                       | 90 |

---

|   |    |
|---|----|
| 7.24 WVD heiler Motor, Leerlauf, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .               | 91 |
| 7.25 WVD defekter Motor, Leerlauf, $f_a = 500 \text{ Hz}$ , . . . . .           | 91 |
| 7.26 WVD heiler Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .      | 92 |
| 7.27 WVD defekter Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .    | 92 |
| 7.28 WVD heiler Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .          | 93 |
| 7.29 WVD defekter Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .        | 93 |
| 7.30 STFT heiler Motor, Leerlauf, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .              | 94 |
| 7.31 STFT defekter Motor, Leerlauf, $f_a = 500 \text{ Hz}$ , . . . . .          | 95 |
| 7.32 STFT heiler Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .     | 95 |
| 7.33 STFT defekter Motor, mittlere Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ , . . . . . | 96 |
| 7.34 STFT heiler Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ . . . . .         | 96 |
| 7.35 STFT defekter Motor, hohe Drehzahl, $f_a = 500 \text{ Hz}$ , . . . . .     | 97 |

# Verzeichnis der Formelzeichen

|                    |  |
|--------------------|--|
| $a$                | reelle Zahl  |
| $a[n]$             | Approximationskoeffizienten                          |
| $d[n]$             | Detailkoeffizienten                                  |
| $c[n]$             | Koeffizient der DWT                                  |
| $f_{bb}$           | Fehlerfrequenz Stabbruch                             |
| $f_{bb\text{del}}$ | Fehlerfrequenz Stabbruch nach Deleroi                |
| $f_n$              | Netzfrequenz   |
| $f_{rsh}$          | Rotornuten Harmonische (engl. rotor slot harmonics)  |
| $f_c$              | mittlere Frequenz                                    |
| $f_{sb}$           | Seitenbänder   |
| $f_\phi$           | mittlere Frequenz Wavelet                            |
| $h_\phi$           | Koeffizienten Tiefpass                               |
| $h_\psi$           | Koeffizienten Hochpass                               |
| $i(t)$             | Wechselstrom   |
| $i_a$              | analytische Form des Strom                           |
| $i_{bb}$           | Strom hervorgerufen durch gebrochene Stäbe           |
| $i_n$              | Strom in den Ständerwicklungen                       |
| $\hat{i}_n$        | Amplitude des Strom in den Ständerwicklungen         |
| $i_{\text{phase}}$ | Phasenstrom  |
| $i_r$              | durch den Läufer hervorgerufener Strom               |
| $\hat{i}_r$        | Amplitude des durch den Läufer hervorgerufenen Strom |
| $j$                | komplexe Einheit oder ganze Zahl                     |
| $k$                | ganze Zahl   |
| $n$                | ganze Zahl   |
| $m_g$              | Modulationsgrad                                      |
| $m_p$              | Proportionalitätskonstante des Modulationsgrades     |
| $n$                | ganze Zahl   |

---

|                    |   |
|--------------------|---|
| $p_{\text{paar}}$  | Polpaarzahl                                     |
| $r_{xx}^E$         | Autokorrelationsfunktion                        |
| $s$                | Skalierung                                      |
| $s_r$              | Schlupf   |
| $t$                | Zeit  |
| $t_c$              | mittlere Zeit                                   |
| $w$                | Fenster   |
| $x(t)$             | Signal im Zeitbereich                           |
| $x_{\text{as}}(t)$ | analytisches Signal                             |
| $x[n]$             | Abgetastetes Signal                             |
| $x_{\text{AM}}(t)$ | amplitudenmoduliertes Signal                    |
| $y$                | Abweichung von der Frequenz                     |
| $A$                | Amplitude                                       |
| $C$                | Frequenztransformation der Cohen-Klasse         |
| $C_\psi$           | Calderonzahl Wavelet                            |
| CWT                | engl. Continuous wavelet transform              |
| CWD                | engl. Choi-Williams Distribution                |
| $E_x$              | Energie des Signals $x$                         |
| $E_n(t)$           | Hüllkurve                                       |
| $F_b$              | Bandbreitparameter des komplexen Morlet-Wavelet |
| $F_c$              | centerfrequency des komplexen Morlet-Wavelet    |
| $HT$               | Hilbert-Transformation                          |
| $\Im$              | Imaginärteil                                    |
| $K_E$              | Kriterium Energie                               |
| $K_{\text{VK}}$    | Kriterium Variationskoeffizient                 |
| $K_{\text{wRMS}}$  | Kriterium gefensterter Effektivwert             |
| $N$                | Anzahl der Messwerte                            |
| $N_r$              | Läuferdrehzahl                                  |
| $N_s$              | Synchrondrehzahl                                |
| $R$                | Fensterabstand STFT                             |
| $\Re$              | Realteil  |
| $R_{xx}^E$         | temporäre Autokorrelationsfunktion              |
| STFT               | engl. short time fourier transfrom              |
| $T$                | Periodendauer                                   |
| $T_a$              | Abtastperiode                                   |
| $T_{\text{chirp}}$ | Anstiegszeit für Chirp-Signal                   |
| $T_m$              | Messdauer                                       |
| $X_{\text{as}}(f)$ | Spektrum analytisches Signal                    |
| $V_j$              | Vektorraum                                      |
| $W_j$              | Vektorraum                                      |
| $X(f)$             | kontinuierliches Spektrum                       |
| $X[k]$             | diskretes Spektrum                              |
| WVD                | engl. Wigner-Ville Distribution                 |
| WT                 | Wavelet-Transformation                          |

---

|               |                                       |
|---------------|---------------------------------------|
| $\alpha$      | Winkel                                |
| $\alpha_{cw}$ | Parameter für CWD                     |
| $\beta$       | Winkel                                |
| $\beta_k$     | Variable                              |
| $\gamma$      | Filterfunktion                        |
| $\phi$        | Skalierungsfunktion                   |
| $\kappa$      | reale Zahl                            |
| $\lambda$     | Koeffizienten                         |
| $\nu$         | Frequenz                              |
| $\pi$         | Kreiszahl                             |
| $\tau$        | Zeit                                  |
| $\psi$        | Wavelet                               |
| $\omega$      | Kreisfrequenz                         |
| $\Delta_f$    | Bandbreite                            |
| $\Delta_t$    | Zeitdauer                             |
| $\Gamma$      | Fourier-Transformation Filterfunktion |
| $\Psi$        | Fourier-Transformation Wavelet        |

## Verzeichnis der Abkürzungen

|      |   |
|------|---|
| ASM  | Asynchronmaschine                       |
| AKF  | Autokorrelationsfunktion                |
| CWT  | engl. Continuous wavelet transform      |
| CWD  | engl. Choi-Williams Distribution        |
| DFT  | Diskrete-Fourier-Transformation         |
| DWT  | Diskrete-Wavelet-Transformation         |
| FT   | Fourier-Transformation                  |
| FFT  | engl. Fast Fourier transform            |
| HT   | Hilbert-Transformation                  |
| MCSA | engl. Motor Current Signature Analysis  |
| MRA  | Multiresolution analysis                |
| RSH  | engl. Rotor slot harmonics              |
| STFT | engl. Short time fourier transformation |
| WVD  | engl. Wigner-Ville Distribution)        |
| WPT  | Wavelet-Packet-Transformation           |
| WT   | Wavelet-Transformation                  |

# 1 Einleitung

Die Fehlerdetektion in Asynchronmaschinen (ASM) ist durch die weite Verbreitung dieser elektrischen Antriebe und die oft hohen Folgekosten eines Ausfalls dieser Maschinen ein anhaltendes Forschungsgebiet.

In dieser Arbeit sollen mittels der Motorstrom-Strom-Analyse (engl. Motor-Current-Signature-Analysis (MCSA)) vorrangig Verfahren betrachtet werden, welche eine Form der Wavlet-Transformation als Grundlage nutzen. Die Analyse des Motorstroms ist ein verbreitetes Mittel zur Analyse von Asynchronmaschinen, da hierfür keine kostenintensiven Sensoren oder andere Messmittel gebraucht werden und den Betrieb der Maschine nicht beeinträchtigen. Diese sollen neben der klassischen Analyse mit der Fourier-Transformation auch mit der Wigner-Ville-Verteilung und der Kurzzeit-Fourier-Transformation verglichen werden.

Zunächst werden hierfür die Grundlagen der Motorstrom-Strom-Analyse und ein Interpolationsverfahren für das Spektrum des Motorstroms, sowie ein Demodulationsverfahren erläutert. Im Folgenden werden die verwendeten Transformationen der Zeit-Frequenz-Analyse betrachtet und dazu jeweils die Implementierung in Matlab beschrieben und die Eigenschaften der jeweiligen Zeit-Frequenz-Transformation an Beispielsignalen verdeutlicht. Dann folgt eine Übersicht zu einigen aus der Literatur bekannten Möglichkeiten zum Einsatz der Zeit-Frequenz-Transformationen zur Fehlerdetektion und eine genauere Betrachtung der in dieser Arbeit untersuchten Verfahren.

Die Verfahren werden dann an Messdaten von getesteten Asynchronmaschinen und untereinander verglichen.

Fehlerarten die untersucht werden sind Brüche der Läuferstäbe.

# 2 Theoretische Grundlagen zu Asynchronmaschinen und zur Motorstromanalyse

## 2.1 Funktionsweise und Kenngrößen von Asynchronmaschinen

Zur Umwandlung von mechanischer in elektrischer Energie haben Asynchronmaschinen aufgrund ihres einfachen Aufbaus und niedrigen Anschaffungs- und Instandhaltungskosten zu den am weitesten verbreiteten Antrieben entwickelt. Hier betrachtet wird die Ausführung als Drehstrom-Asynchronmaschine mit Käfigläufer und Betrieb als Motor. Der grundlegende Aufbau besteht aus einem festen Teil dem Stator und einem rotierenden Teil dem Läufer oder Rotor. Zwischen den beiden liegt dabei ein Luftspalt. Der Läufer ist dabei als Käfig mit mehreren, an beiden Enden durch Ringe, kurzgeschlossenen Stäben aufgebaut. Der Stator besteht aus den an das Drehstromnetz angeschlossenen Wicklungen. Die gerade Anzahl Wicklungen die an einem Leiterstrang angeschlossen werden, sind jeweils paarweise gegenüberliegend angeordnet. Die 3-Phasen liegen nebeneinander. Anzahl der gegenüberliegenden Paare der Phasen wird als Polpaarzahl  $p_{\text{paar}}$  bezeichnet. In Abb. 2.1 ist ein solcher Aufbau für eine 2-Pol-Asynchronmaschine dargestellt.[16]

Das Funktionsprinzip der Asynchronmaschine beruht darauf, dass die durch die Statorspulen fließenden Ströme ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld im Spalt zum Läufer bewirken. Durch dieses Magnetfeld werden in die Läuferstäbe Spannungen induziert, welche wiederum Kurzschluss Ströme erzeugen. Nach der Lenzschen Regel wird somit eine Kraft auf den Käfig ausgeübt und durch den Aufbau bedingt ein Drehmoment. Als Synchrondrehzahl  $N_s$  wird dabei die Umdrehungszahl des Statorfeldes bezeichnet und ist ebenso wie die mechanische Läuferdrehzahl  $N_r$  von  $p_{\text{paar}}$  abhängig. Mit der Netzfrequenz  $f_n$  und der Drehfrequenz des Rotors  $f_r$  gelten:

$$N_s = \frac{f_n}{p_{\text{paar}}} \cdot 60 \quad \text{und} \quad N_r = \frac{f_r}{p_{\text{paar}}} \cdot 60 . \quad (2.1)$$

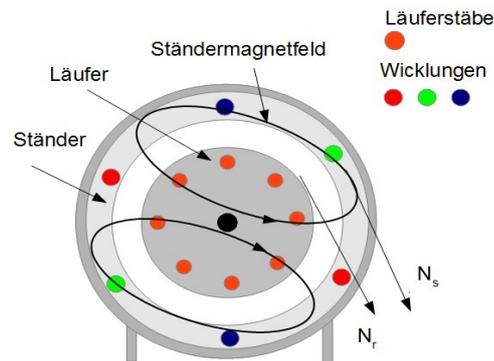


Abbildung 2.1: vereinfachter Aufbau einer 2-Pol Drehstrom-Asynchronmaschine

Durch Trägheit und Reibung des Läufers ist  $N_r$  im Motorbetrieb immer kleiner als  $N_s$ . Die Abweichung wird als Schlupf  $s_r$  bezeichnet und ist definiert als[56]:

$$s_r = \frac{(N_s - N_r)}{N_s} . \quad (2.2)$$

## 2.2 Motorstromanalyse und ausgewählte Fehlerarten

Beim Betrieb von Asynchronmaschinen können verschiedenste Defekte den Betriebsablauf stören. Die Motor Current Signature Analyses (MCSA), das heißt die Auswertung der Stromphasen der Maschine, ist eine Möglichkeit diese Defekte mit den Mitteln der digitalen Signalverarbeitung zu detektieren. Zu Fehlerquellen von Asynchronmaschinen gehören gebrochene Läuferstäbe und Endringe des Läufers, Abweichungen der Exzentrizität des Luftspalts zwischen Rotor und Stator, defekte Lager und Kurzschlüsse der Statorwindungen. Die in dieser Arbeit behandelten gebrochenen Läuferstäbe und kurzgeschlossenen Windungen sollen hier näher Erläutert werden.

Nach [56] ist im Normalbetrieb der Maschine ein Ständermagnetfeld vorhanden, welches sich mit der Synchrondrehzahl  $N_s$  dreht. Der Läufer besitzt ebenfalls ein magnetisches Feld, welches in Bezug die Drehrichtung des Läufers vorwärtsgerichtet ist. Dies dreht sich mit  $+s_r N_s$  und durch Drehzahl des Läufers selbst, dreht sich dieses aus Sicht des ruhenden Stators ebenfalls mit der Synchrondrehzahl. Durch gebrochene Läuferstäbe entsteht eine Asymmetrie des Magnetfeldes des Läufers. Dies ruft ein, dem Magnetfeld des Läufers, entgegengerichtetes Feld mit einer Drehzahl von  $-s_r N_s$  hervor. Zur Veranschaulichung sind die Drehzahlen der Felder in Abb. 2.2 dargestellt.

Im Verhältnis zum Statorfeld bewegt sich dieses Feld nicht mit der Synchrondrehzahl, wie

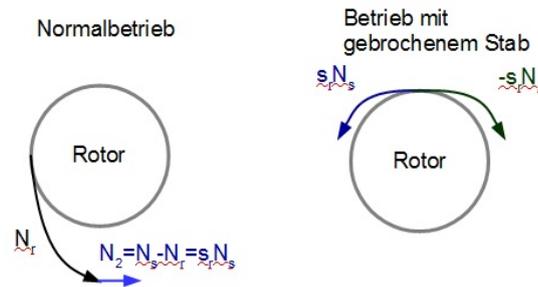


Abbildung 2.2: Drehzahlen der magnetischen Felder für den Normalbetrieb und gebrochene Läuferstäbe, Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an [56]

das Läuferfeld, sondern mit einer um  $2s_r N_s$  reduzierten Drehzahl  $N_{bb}$ . Mit der Gl. 2.1 folgt daraus:

$$N_{bb} = N_r - s_r N_s = N_s (1 - s_r) - s_r N_s = N_r - 2s_r N_s \quad (2.3)$$

Daraus resultiert für die Frequenz  $f_{bb}$  des durch den gebrochenen Stab hervorgerufenen Stromes  $i_{bb}$  im Stator:

$$f_{bb} = \frac{N_{bb}}{60} = \frac{N_s - 2s_r N_s}{60} = f_n - 2s_r f_n . \quad (2.4)$$

Der Term  $2s_r f_n$  bewirkt nach [15], zusätzlich zum vorhandenen Drehmoment der Maschine, ein weiteres oszillierendes Drehmoment und in Folge dessen eine Welligkeit der Drehzahl. Das resultierende Magnetfeld des Läufers erzeugt im Stator zwei neue Ströme  $i_{bb1}$  und  $i_{bb2}$ . Die im Spektrum sichtbaren Frequenzen bei:

$$f_{bb1,2} = (1 \pm 2s_r) f_n , \quad (2.5)$$

begründen sich also durch  $i_{bb}$  hervorgerufen durch den gebrochenen Stab und seiner Wirkung auf Läufer, sowie die dann auftretende Rückwirkung auf den Läufer. Das untere Seitenband setzt sich somit aus zwei Komponenten zusammen. Weitere Seitenbänder ergeben sich durch den Strom  $i_{bb2}$ , welcher analog zum Strom  $i_{bb}$  des Stators zwei Läufermagnetfelder mit  $\pm 3 s_r f_n$  erzeugt. Dieses Schema setzt sich weiter fort, siehe dazu Abb. 2.3 Die Trägheit der Maschinen dämpft allerdings die Drehzahlwelligkeit und somit die Fehlerfrequenzen  $f_{bb}$  im Spektrum. Zusammenfassen lassen sich diese Frequenzen als:

$$f_{bb} = (1 \pm 2ks_r) f_n \text{ mit } k = 1, 2, 3... \quad (2.6)$$

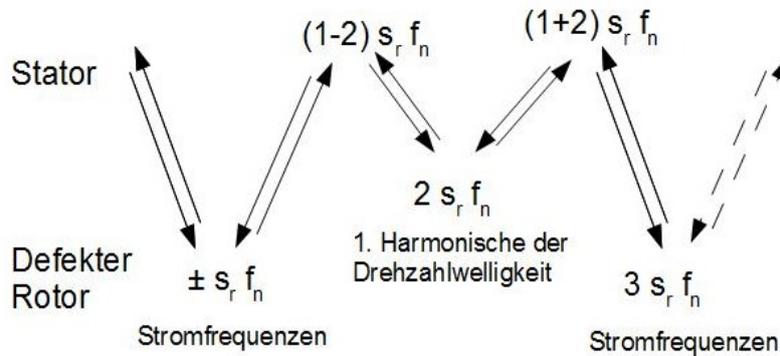


Abbildung 2.3: Fehlerfrequenzen hervorgerufen durch gebrochene Stäbe; Quelle: eigene Abbildung nach [15]

Für die Analyse werden klassischer Weise nur die Hauptmaxima mit  $k = 1$  herangezogen.

Eine weitere Möglichkeit defekte Läuferstäbe ist die Betrachtung der Harmonischen der Netzfrequenz. Nach [10] ist Gl. 2.6 ein Spezialfall von:

$$f_{bb_{del}} = \left( \frac{k}{p} (1 - s_r) \pm s_r \right) f_n \text{ mit } \frac{k}{p} = 1, 5, 7, \dots \quad (2.7)$$

Insbesondere die Harmonischen, welche mit der Anzahl der Rotornuten  $N_{rn}$  in Zusammenhang gebracht werden, lassen sich hierbei nennen. Im Englischen werden diese mit "rotor slot harmonics" (RSH) bezeichnet. Sie entstehen, da durch die Nuten die Breite des Spaltes zwischen Läufer und Stator verändert wird und somit der magnetische Fluß in diesem Spalt [39]. Diese führen zu Spektrallinien der Ordnung  $\lambda$  bei:

$$f_{rsh} = \left( \frac{\lambda N_{rn}}{p_{paar}} (1 - s) \pm 1 \right) f_n \quad (2.8)$$

Um die RSH finden sich dann wiederum die Seitenbänder mit  $\pm 2k s_r$  und somit [24], [57] :

$$f_{rsh,bb} = \left( \frac{\lambda N_{rn}}{p_{paar}} (1 - s) \pm 1 \pm 2k s_r \right) f_n . \quad (2.9)$$

Ebenso lassen sich Windungsschlüsse des Stators durch charakteristische Frequenzanteile ausfindig machen. Als Windungsschluss wird ein Kurzschluss zwischen Windungen einer

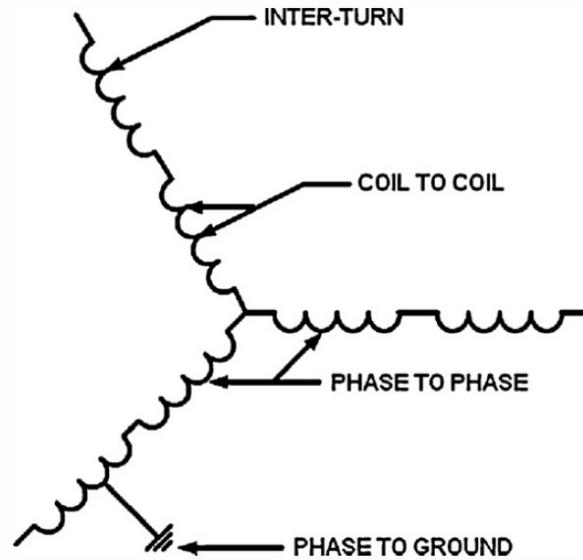


Abbildung 2.4: Verschiedene Arten von Defekten der Stator Spulen; Quelle:[58]

Spule des Stators bezeichnet. Hier können unter anderem je nach Anzahl der geschlossenen Windungen, mehrere Spektralanteile des Motorstroms Anzeiger für einen solchen Fehler sein [56]:

$$f_{ws} = f_n \left\{ \frac{n}{p} (1 - s_r) \pm k \right\} \quad (2.10)$$

Windungsschlüsse sind dabei zu unterscheiden von anderen Fehlern der Statorwicklungen, siehe dazu Abb. 2.4.

$$f_{bb} = \frac{N_{bb}}{60} = \frac{N_s - 2 * s_r * N_s}{60} = f_n - 2 * s_r * f_n . \quad (2.11)$$

Dieser Term stellt das untere Seitenband um die Netzfrequenz dar und ist unabhängig von der Polpaarzahl der Maschine. Das obere Seitenband entsteht als Folge des unteren Seitenbandes.

$$f_{sb} = f_{netz} (1 \pm 2s_r) \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} f_{sb} &= \text{Seitenbänder hervorgerufen durch gebrochene Stäbe} \\ f_{netz} &= \text{Netzfrequenz (50Hz)} \\ s_r &= \text{Schlupf .} \end{aligned}$$

Ebenso lassen sich Windungsschlüsse des Stators durch charakteristische Frequenzanteile ausfindig machen. Als Windungsschluss wird ein Kurzschluss zwischen Windungen einer Spule des Stators bezeichnet. Hier können unter anderem je nach Anzahl der geschlossenen Windungen, mehrere Spektralanteile des Motorstroms Anzeiger für einen solchen Fehler sein:

$$f_{ws} = f_{netz} \left\{ \frac{n}{p} (1 - s_r) \pm k \right\} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} f_{ws} &= \text{Frequenzen hervorgerufen durch Wicklungsschluß} \\ n &= 1, 2, 3... \\ k &= 1, 2, 3... \end{aligned}$$

# 3 Demodulation des Motorstromes und Interpolation des Spektrum

## 3.1 Demodulation mittels der Hilbert-Transformation

Die Hilbert-Transformation (HT) stellt eine möglich dar ein Amplitudenmoduliertes Signal zu demodulieren. Das Vorgehen hierfür nach [42] und [23] soll im Folgenden erläutert werden. Der Author dieser Arbeit hat dieses Verfahren in sein Bachelorarbeit [59] behandelt und verweist für eine ausführlichere Herleitung auf diese.

Die Hilbert-Transformation eines rechtsseitigen Signals  $x(t)$  ist definiert durch:

$$HT\{x(t)\} = \frac{1}{\pi}x(t) * \frac{1}{t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (3.1)$$

Das Signal wird also mit  $\pi$  Multipliziert und mit  $\frac{1}{t}$  gefaltet. Nach dem Faltungstheorem der Fourier-Transformation:

$$x_1(t) * x_2(t) \circ \bullet X_1(f) \cdot X_2(f), \quad (3.2)$$

lässt sich dies Umformen zu:

$$HT\{x(t)\} = \mathcal{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\pi} X(f) \mathcal{FT} \left\{ \frac{1}{t} \right\} \right\} \quad (3.3)$$

und somit:  $HT\{x(t)\} = \mathcal{FT}^{-1} \{ -j X(f) \text{sign}(f) \}.$

Die Signumfunktion ist definiert als:

$$\text{sign}(t) := \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Die Berechnung im Frequenzbereich ist oft deutlich einfacher, da  $\frac{1}{t}$  eine Unstetigkeitsstelle bei  $t = 0$  besitzt. Mit der Hilbert-Transformation lässt sich das analytische Signal definieren, welches keine negativen Frequenzanteile besitzt [45, S. 332-337]:

$$x_{as}(t) = x(t) + j HT\{x(t)\} = \Re\{x_{as}(t)\} + j \Im\{x_{as}(t)\}. \quad (3.5)$$

Für das Spektrum des analytischen Signals gilt [29]:

$$\begin{aligned} x_{as}(t) &= x(t) + j HT(x(t)) \circ \bullet X(f) + j (-j)X(f) \text{sign}(f), \\ \text{mit } : j (-j) \text{sign}(f) &= \text{sign}(f) \\ \rightarrow X_{as}(f) &= X(f) (1 + \text{sign}(f)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\rightarrow X_{as}(f) = \begin{cases} 0 & , f < 0 \\ X(f) & , f = 0 \\ 2X(f) & , f > 0 \end{cases}. \quad (3.7)$$

Zwei wichtige Korrespondenzen der Hilbert-Transformation sind:

$$HT\{\sin(t)\} \circ \bullet -\cos(t) \text{ und } HT\{\cos(t)\} \circ \bullet \sin(t). \quad (3.8)$$

Der Betrag des analytischen Signals wird als Hüllkurve  $E(t)$  bezeichnet. Damit folgt [23]:

$$E(t) = |x_{as}(t)| = |x(t) + jHT\{x(t)\}|. \quad (3.9)$$

Eine Amplitudenmodulation  $x_{AM}$  sinusförmiger Signale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  lässt sich schreiben als [53]

$$x_{AM}(t) = \hat{x}_1 \cos(\alpha) [1 + m_g \cos(\beta)], \quad (3.10)$$

mit dem Modulationsgrad  $m_g$ :

$$m_g = \frac{m_p \hat{x}_2}{\hat{x}_1} \quad (3.11)$$

wobei  $m_p$  eine Proportionalitätskonstante darstellt [8, S. 249] Die Gl. 3.10 lässt sich mit  $\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta)$  umschreiben zu:

$$x_{AM}(t) = \hat{x}_1 \cos(\alpha) + \frac{\hat{x}_1 m_g}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{\hat{x}_1 m_g}{2} \cos(\alpha - \beta). \quad (3.12)$$

Die Hilbert-Transformation hiervon ist mit Gl. 3.8:

$$HT\{x_{AM}\}(t) = \hat{x}_1 \sin(\alpha) + \frac{\hat{x}_1 m_g}{2} \sin(\alpha + \beta) + \frac{\hat{x}_1 m_g}{2} \sin(\alpha - \beta), \quad (3.13)$$

Mit den Eulerformeln:

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \sin(\alpha) \text{ und } \cos(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}, \quad (3.14)$$

gilt für das analytische Signal der Amplitudenmodulation  $x_{AM,as}$  die Umformung:

$$x_{AM,as}(t) = \hat{x}_1 \left( e^{j\alpha} + \frac{m_g}{2} e^{j(\alpha+\beta)} + \frac{m_g}{2} e^{j(\alpha-\beta)} \right) \quad (3.15)$$

$$= \hat{x}_1 e^{j\alpha} \left[ 1 + \frac{m_g}{2} (e^{j\beta} + e^{-j\beta}) \right] \quad (3.16)$$

$$= \hat{x}_1 e^{j\alpha} [1 + m_g \cos(\beta)]. \quad (3.17)$$

Hieraus kann durch Betrag- und Mittelwertbildung der Gleichanteil entfernt werden:

$$|x_{AM,as}(t)| = \hat{x}_1 + \hat{x}_1 m_g \cos(\beta) \quad (3.18)$$

$$\overline{|x_{AM,as}(t)|} = \hat{x}_1 \quad (3.19)$$

$$\rightarrow |x_{AM,as}(t)| - \overline{|x_{AM,as}(t)|} = \hat{x}_1 m_g \cos(\beta) \quad (3.20)$$

In Matlab lässt sich dies mit der Funktion `hilbert()`, welche das analytische Signal bildet, für einen Signalvektor `x` schreiben als `abs(hilbert(x)) - mean(abs(hilbert(x)))`. [42]

Das Testprogramm `demodhilbert.m` befindet sich auf der DVD. Zum Testen wurde amplitudenmoduliertes Signal  $i_{AM}$  nach 3.10, bestehend aus  $i_n(t) = 2 \cos(2\pi 50 \text{ Hz } t)$  als Trägersignal und  $i_b(t) = 0.2 \cos(2\pi 1 \text{ Hz } t + \frac{\pi}{3})$  modulierendes Signal, mit  $m_p = 1$  verwendet. Das Ergebnis im Spektrum ist in Abb. 3.1 zu sehen.

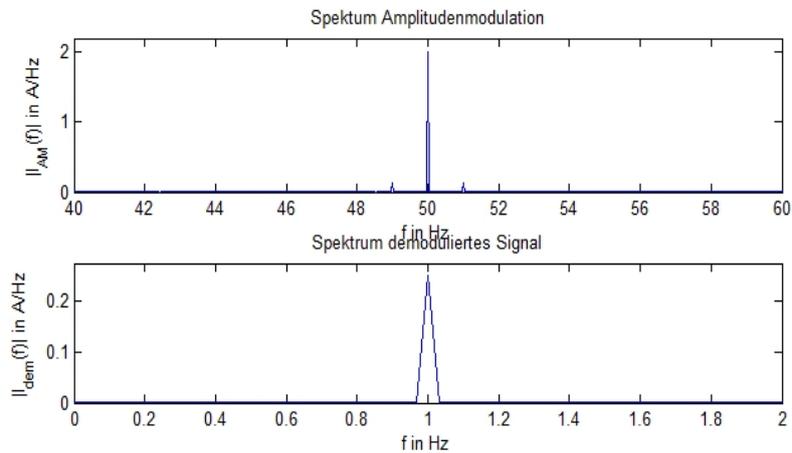


Abbildung 3.1: Spektrum amplitudenmoduliertes Signal und demoduliertes Signal,  $f_a = 500$  Hz und  $T_m = 30$  s

## 3.2 Interpolation eines si-förmigen Spektrums

Um die möglichen Spektrallinien für den jeweiligen Fehler zu ermitteln ist es nötig, denn Schlupf und somit die Netzfrequenz und die Läuferfrequenz zu kennen. Hierfür wird ein Verfahren für die Interpolation dieser Frequenzen aus [55] verwendet. Dieses Verfahren wurde ebenfalls in [59] behandelt und einen Algorithmus hierfür entwickelt, weshalb für eine ausführliche Darstellung darauf verwiesen wird. Das Grundprinzip soll hier erläutert werden.

Das begrenzen des Zeitsignals auf eine bestimmte Anzahl von Werten entspricht einer Multiplikation des Spektrums mit einem Rechteckfenster. Nach dem Faltungstheorem 3.2 also einer Faltung des Spektrums mit der Fourier-Transformierten des Rechteckfensters, also einer si-Funktion. Die Signalanteile Startorströme der ASM sind sinusförmig und haben somit ein Spektrum, das sich aus Delta-Impulsen bei den jeweiligen Frequenzen der Signalanteile zusammensetzt. Die Faltung der si-Funktion mit einem Delta-Impulse bewirkt eine Verschiebung des Spektrums an die Stelle des Delta-Impulses. Die DFT berechnet nun das Spektrum bei Frequenzen mit  $f = \frac{k}{NT_a}$  mit  $k \in \mathbf{Z}$ . Dies ist in Abb. 3.2 dargestellt. Man erkennt in der Abbildung außerdem, dass die Hauptkeule der si-Funktion immer zwei Spektrallinien enthält, sie sind außerdem immer größer als die Spektrallinie der Nebenkeulen.

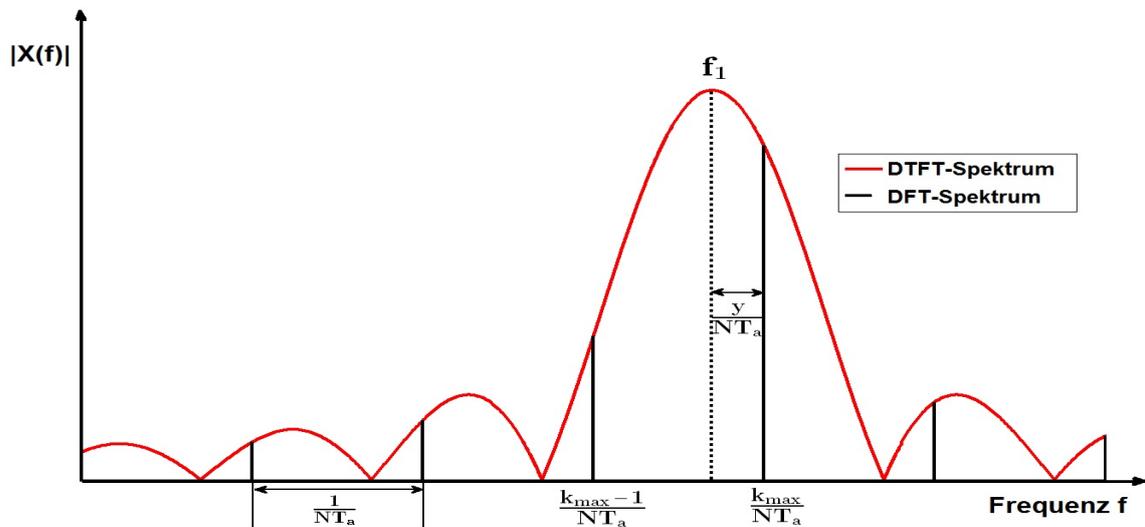


Abbildung 3.2: Interpolationswerte: Signalfrequenz kleiner als  $k_{max}$  der DFT

Um eine bestimmte Frequenz eines Signals zu interpolieren, wird ein Suchbereich im Spektrum definiert in dem die Spektrallinie liegen soll. Für die Netzfrequenz beispielsweise ein Bereich von 49 Hz bis 51 Hz. In diesem Bereich wird die größte Spektrallinie gesucht und aus den beiden danebenliegenden die nächstkleinere, da sich diese in der Hauptkeule der  $\text{si}$ -Funktion befindet. Der Index der größten Spektrallinie soll hier mit  $k_{max}$  bezeichnet werden. Die eigentliche Signalfrequenz  $f_1$  liegt bei einem Wert  $f_1 = \frac{k_{max} \pm y}{NT_a}$ . Der Wert  $y$  lässt sich nun aus dem Verhältnis der Amplituden der beiden Spektrallinien bestimmen [55]:

$$y = \frac{1}{\kappa + 1} \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{\left| X\left(\frac{k_{max}}{NT_a}\right) \right|}{\max\left(\left| X\left(\frac{k_{max}-1}{NT_a}\right) \right|, \left| X\left(\frac{k_{max}+1}{NT_a}\right) \right|\right)}. \quad (3.21)$$

In Abhängigkeit, ob die nächstkleinere Spektrallinie den Index  $[k_{max} - 1]$  ( für  $f_1 < \frac{k_{max}}{NT_a}$  ) oder  $k_{max} + 1$  ( für  $f_1 > \frac{k_{max}}{NT_a}$  ) besitzt, lässt sich  $f_1$  berechnen als [55]:

$$f_1 = \frac{k_{max} \pm y}{NT_a} = \frac{k_{max} \pm \frac{1}{\kappa+1}}{NT_a} \begin{cases} + \text{ für } f_1 > \frac{k_{max}}{NT_a} \\ - \text{ für } f_1 < \frac{k_{max}}{NT_a} \end{cases}. \quad (3.22)$$

Die Untersuchungen in [59] zeigten, dass sich bei einem Motor mit konstanter Drehzahl, ab einer Messdauer von 7 s, die Frequenz auf  $\pm 0,01\bar{6}$  Hz interpolieren lässt. +

# 4 Theoretische Grundlagen zur Zeit-Frequenz-Analyse

## 4.1 Signaltheoretische Definitionen

Hier sollen Definitionen und Theoreme aufgeführt werden die in den folgenden Abschnitten verwendet werden. Definition der Fourier-Transformation(FT):

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \mathcal{FT}\{x(t)\} . \quad (4.1)$$

Definition der Diskreten-Fourier-Transformation(DFT):

$$X\left(\frac{k}{NT_a}\right) = X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} = DFT\{x[n]\} . \quad (4.2)$$

Die Energie eines Signals kann, nach dem Parseval'schen Theorem, sowohl im Zeit als auch im Frequenzbereich bestimmt werden [32, S. 52]:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df . \quad (4.3)$$

## 4.2 Einordnung der Zeit-Frequenz-Analyse

Die Fourier-Transformation als klassisches Mittel der Signalverarbeitung um Signale im Frequenzbereich zu beschreiben, hat den Nachteil das bei beim Übergang vom Zeit in den Frequenzbereich die Information über den zeitlichen Charakter des Signals in der Phase der Fourier-Koeffizienten "verschlüsselt" wird. Der Betrag der Fourier-Koeffizienten liefert die übliche Darstellung als Betragsspektrum in dem keine Information über das zeitliche Auftreten einer bestimmten Frequenz mehr enthalten ist. Dieses Problem zu Lösen ist Gegenstand

der Zeit-Frequenz-Analyse. Sie umfasst eine Vielzahl von Transformationen die Zeit- und Frequenzbereich eines Signals gleichzeitig abbilden können.

Zur Darstellen dieser Transformationen verwendet man die Zeit-Frequenz-Ebene oder im Falle der Wavelet-Transformation auch die Zeit-Skalen-Ebene. Man findet in der Literatur auch den Begriff Raster statt Ebene. Die Einteilung dieser Ebene erfolgt mit sogenannten Heisenberg-Boxen, da die minimale Größe dieser Rechtecke durch die Unschärferelation begrenzt ist. Das Zentrum dieser Boxen, die mittlere Zeit  $t_c$  und die mittlere Frequenz  $f_c$  werden definiert als [25, S. 11-12]

$$t_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \quad (4.4)$$

$$f_c = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df} \quad (4.5)$$

Dabei stellen die Quotienten  $\frac{|x(t)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt}$  und  $\frac{|X(f)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df}$  auf die Signalenergie normierte Verteilungsdichten dar. Die Ränder der Boxen werden durch die Zeitdauer  $\Delta_t$  und die Bandbreite  $\Delta_f$  definiert [25, S. 11-12]:

$$\Delta_t^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t - t_x) |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt}, \quad (4.6)$$

$$\Delta_f^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (f - f_c) |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df}. \quad (4.7)$$

$\Delta_t$  und  $\Delta_f$  entsprechen den Standardabweichungen der jeweiligen Verteilungsfunktionen. Nach der Unschärferelation haben die Boxen nun einen minimalen Flächeninhalt von [18, S. 23-24]

$$\Delta_t \Delta_f \geq \frac{1}{4\pi}. \quad (4.8)$$

Aus der Definiert durch die Standardabweichung folgt auch, dass nur Funktionen in Form einer Gaußschen Normalverteilung [25, S. 27-31]:

$$x(t) = \left( \frac{1}{\beta_k \pi} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{t^2}{2\beta_k}} \text{ mit } \beta_k \in \mathbb{R} \quad (4.9)$$

die Zeit-Frequenz-Unschärfe minimieren.

In Abb. 4.1 ist ein Beispiel einer Zeit-Frequenz-Ebene dargestellt. Man erkennt, dass eine

Halbierung der zeitlichen Auflösung, also ein Beobachtungsfenster der doppelten Länge benutzt, sich die Frequenzauflösung verdoppelt.

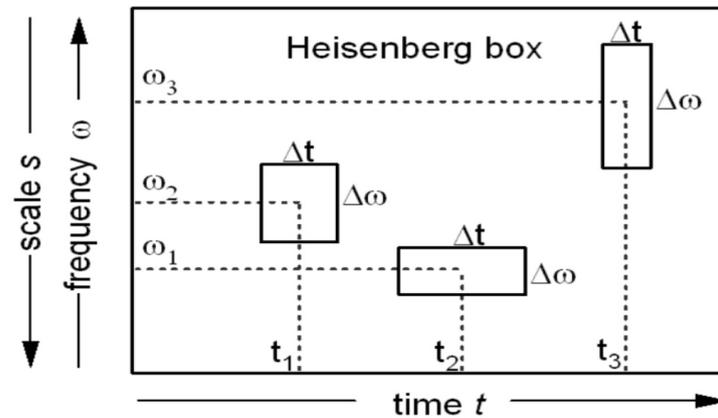


Abbildung 4.1: Heisenbergboxen,  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  entsprechen den mittleren Kreisfrequenzen und  $t_1, t_2, t_3$  den mittleren Zeiten; Quelle: [27]

Die Einteilung der Zeit-Frequenz-Ebene ist von der Transformation abhängig. Die Kurzzeit-Fourier-Transformation (engl. Short-Time-Fourier-Transform (STFT)) liefert eine Einteilung mit Heisenbergboxen konstanter Breite und Höhe. Die kontinuierliche Wavelet-Transformation und die Wavelet-Packet-Transformation ermöglichen eine variable Einteilung. Die diskrete Wavelet-Transformation liefert für große Frequenzen Boxen mit hoher zeitlicher Auflösung und für niedrige Frequenzen Boxen mit hoher Frequenzauflösung. In Abb. 4.2 sind die Aufteilungen schematisch dargestellt.

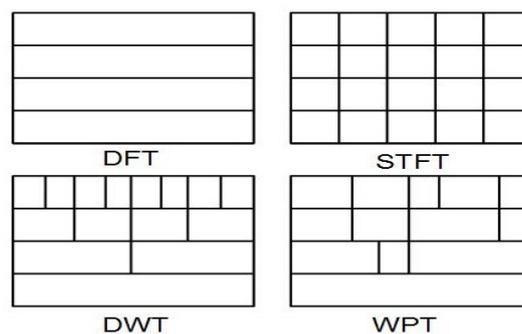


Abbildung 4.2: Einteilung der Zeit-Frequenz-Ebene für verschiedene Transformationen; Quelle: eigene Abbildung

### 4.3 Kurzzeit-Fourier-Transformation

Als Kurzzeit-Fourier-Transformation bezeichnet man eine im Zeitbereich gefensterte Fourier-Transformation. Ausgehend von der Fourier-Transformation ist sie die naheliegendste Methode den Frequenzverlauf eines Signals über die Zeit zu bestimmen. Das betrachtete Signal wird mittels eines Analysefensters  $w(t)$  in einzelne Zeitabschnitte eingeteilt. Die kontinuierliche STFT des Signals  $x(t)$  und dem Analysefenster  $w(t)$  mit dem Verschiebeparameter  $\tau$  wird definiert als [32, S. 228]:

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w^*(t - \tau) e^{-j2\pi f t} dt . \quad (4.10)$$

Üblicherweise wird das Analysefenster reell, symmetrisch und für alle Werte von  $t$  größer null gewählt und ist ein Energiesignal [25, S. 22]:

$$w(t) = w(-t) \geq 0 \text{ und} \quad (4.11)$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |w(t)|^2 dt \leq \infty . \quad (4.12)$$

Die Wahl des Fensters beeinflusst dabei maßgeblich die Analyse. Durch schmalere Fenster erhöht sich die Zeitauflösung, die Frequenzauflösung dagegen verringert sich. Zudem wird der Leck-Effekt bei Verringerung der Fensterbreite verstärkt.

Die Diskretisierung der STFT kann analog zur Diskreten-Fourier-Transformation erfolgen, dafür wird das Signal kontinuierliche Signal mit der Abtastperiode  $T_a$  diskretisiert und somit an den Abtastwerten  $t = nT_a$  abgetastet. Ebenso wird das Fenster abgetastet und um die diskreten  $\tau = mT_a$  verschoben, wobei  $n, m \in \mathbb{Z}$ . Wie in der Literatur üblich wird die diskrete Folge  $x[n]$  definiert als [26, S. 9]:

$$x[n] := x(t)|_{t=nT_a} = x(nT_a) . \quad (4.13)$$

Das diskrete Signal wird auf  $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  und das diskrete Fenster auf  $m = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  begrenzt und das Integral lässt sich als damit als endliche Summe schreiben. Das Differential  $dt$  lässt sich dabei durch  $T_a$  ersetzen, wird aber in der Formulierung der Transformation weggelassen. Die Frequenzwerte werden nur an den Stellen  $f = k \frac{f_a}{M}$  betrachtet, wobei  $k \in \mathbb{Z}$  [20, S. 106] [51]:

$$f = k \frac{f_a}{M} = \frac{k}{MT_a}, \text{ mit } k = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1, \quad (4.14)$$

Die Verschiebung erfolgt des Fensters erfolgt in den Abtastschritten der Größe  $R$ . Damit ergibt sich die Formulierung:

$$STFT[m, k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] w^*[n - mR] e^{-\frac{j2\pi kn}{M}}. \quad (4.15)$$

Anschaulich ergeben sich dadurch aneinander gereihete und sich, falls  $R$  kleiner ist als die Fensterbreite, jeweils überlappende DFT. Im Falle, das  $R = M$  liegen die DFT direkt aneinander. Die Berechnung kann mit gängigen FFT-Algorithmen durchgeführt werden. Zur Verdeutlichung siehe Abb. 4.3. Die Darstellung der Betragsquadrate der DFTs wird Spektrogramm genannt [32, S. 227-236]. Die STFT ist sowohl periodisch  $f_a$  als auch mit  $N$  [25, S. 106].

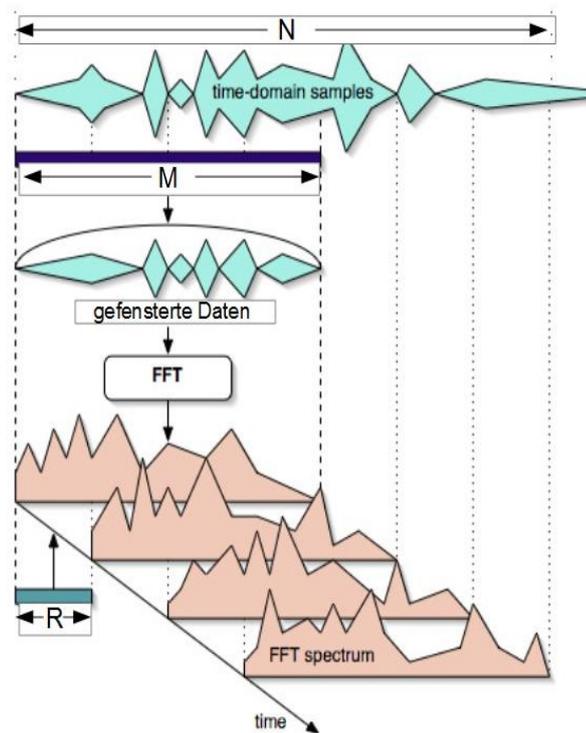


Abbildung 4.3: Schema der STFT; Quelle: geänderte Abbildung aus [12]

### 4.3.1 Implementierung der Kurzzeit-Fourier-Transformation

Die Implementierung der STFT mit der Funktion `mystft()` erfolge in Anlehnung an [51] und ist in Code 4.1 dargestellt. Die STFT wird mit Fenstern der Länge  $M$  berechnet. Das erste Fenster beginnt dabei bei dem ersten Wert des Signals  $x[n]$ . Der Vektor  $x[n]$  wird durch Zero-padding auf eine Länge von  $(N_x - R + M)$  zu  $x_{zp}$  verlängert. Die Anzahl der FFTs mit originalen Signalwerten beträgt  $\text{ceil}((N_x - M) / R)$ . Die Matrix STFT enthält pro Spalte die Werte einer FFT.

Code 4.1: STFT-Implementierung

```

1 function [ STFT ] = mystft( x, fa, Tm_stft, R)
2
3 x - Eingangssignal
4 fa - Abtastrate
5 Tm_stft - Messdauer bzw. Fensterlänge der STFT
6 R - Abstand zwischen den FFTs
7 Tm - Messdauer des Signals
8 N_x - Laenge des Eingangsvektors
9 M - Fensterlaenge
10 N_stft - Anzahl der FFTs
11 w -Fenster
12
13
14
15 Ta = 1/fa;           % Abtastperiode
16 N_x = length(x);    % N_x - Laenge des Eingangsvektors
17 N_fft = (N_x/R);    % Anzahl der FFTs
18 M = floor(Tm_stft/Ta); % Anzahl der Messwerte eines Fensters
19
20 x_zp = zeros(1, (N_x-R+M)); %zeropadding
21 x_zp(1:N_x) = x;
22 m_index = 1;
23 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
24 %Fenster
25 w = 1; %w = gausswin(M,2);
26 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
27 %STFT
28 %m_index : 1:
29 %STFT = zeros(M,N_stft);
30 for i = 0:N_fft-1;
31     STFT(:,m_index) = Ta*fft(x_zp(1+i*R:M+i*R).*w');
32     m_index = m_index+1;
33 end
34 end

```

Zum Testen der Funktion wurde ein Signal  $x(t)$  mit einer Messdauer  $T_m = 10$  s verwendet. Das Signal setzt sich zusammen aus einer konstanten Sinusschwingung, einen linearen Chirp [34] von 0 Hz bis 20 Hz in 10 s und einer kurz vorhandenen Sinusschwingung zusammen setzt:

$$x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t) \text{ mit } f_1 = 30 \text{ Hz} , \quad (4.16)$$

$$x_2(t) = \sin\left(2\pi\left(f_{2,0} + \left(\frac{f_{2,2} - f_{2,1}}{2 T_{chirp}}\right) t\right) t\right) \text{ mit:} \quad (4.17)$$

*Chirp – Offsetfrequenz* :  $f_{2,0} = 0$  Hz,

*Chirp – Startfrequenz* :  $f_{2,1} = 0$  Hz,

*Chirp – Endfrequenz* :  $f_{2,2} = 20$  Hz,

*Chirp – Periode* :  $T_{chirp} = 10$  s ,

$$x_3(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_3 t) & \text{mit } f_3 = 50 \text{ Hz für } t = [4 \text{ s}, 5 \text{ s}] , \\ 0 & \text{sonst} , \end{cases} \quad (4.18)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) . \quad (4.19)$$

In Abb. 4.4 und Abb. 4.5 ist das Ergebnis der STFT zweier STFT des Testsignals mit unterschiedlichen Fensterlängen abgebildet. Man sieht deutlich die bessere Frequenzauflösung bei größerer Fensterlänge. Außerdem sieht man an der kurzen Sinusschwingung, dass die Zeit-Frequenz-Ebene zurückversetzt ist, da beim Zeitpunkt  $t = 0$  der Zeit-Frequenz-Ebene bereits Signalwerte bis zum Ende Fensters mit in die Transformation einfließen.

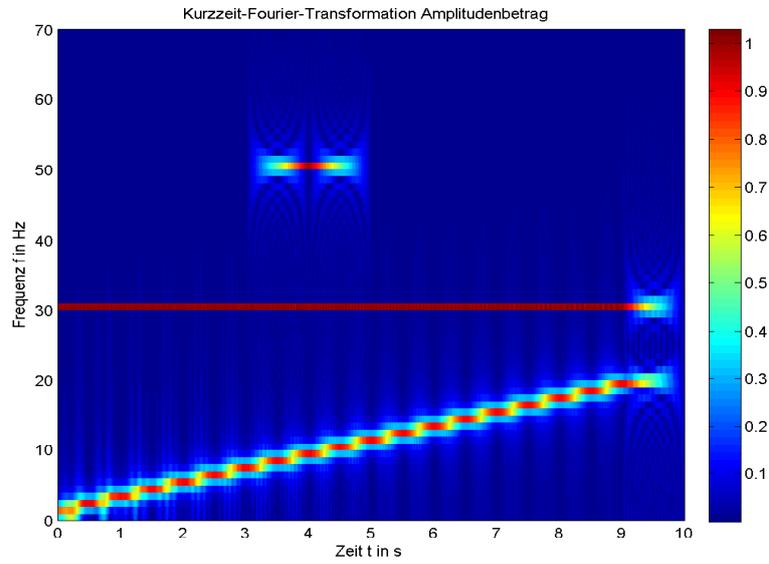


Abbildung 4.4: STFT Testsignal,  $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 10s, Fenster 1s

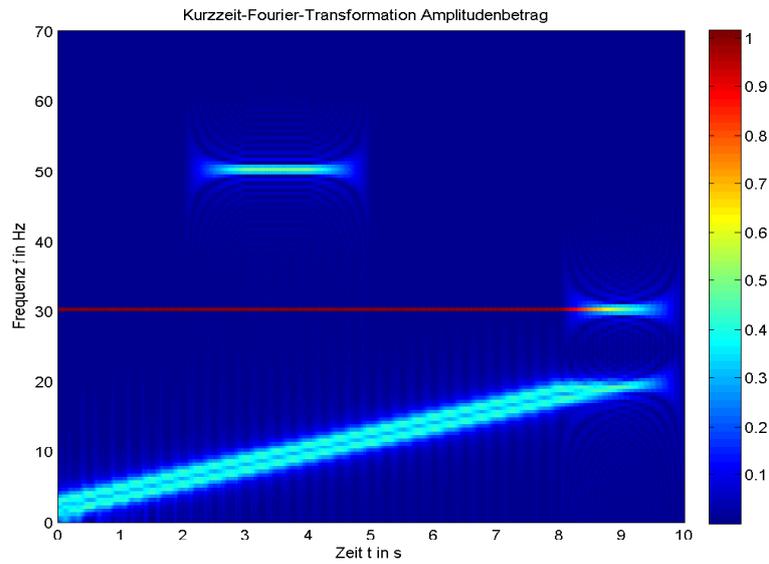


Abbildung 4.5: STFT Testsignal,  $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 10s, Fenster 2s

## 4.4 Ausgewählte Transformationen der Cohen-Klasse

### 4.4.1 Wigner-Ville-Verteilung

Die Wigner-Ville-Verteilung (engl. Wigner-Ville-Distribution (WVD)) ist ein mit der STFT verwandtes Verfahren zur Zeit-Frequenz-Analyse. Sie ist bereits seit 1932 durch den Physiker Eugene Wigner bekannt und wurde 1947 von Jean Ville 1947 für die Zeit-Frequenz-Analyse in der Signalverarbeitung wieder ausgegriffen [33, S. 63-66].

Als Ausgangspunkt für die Entwicklung der Wigner-Ville-Verteilung wird in der Literatur oft der Ansatz über die Autokorrelationsfunktion (AKF)  $r_{xx}^E(\tau)$  gewählt, wobei das  $E$  ausdrückt das es sich um ein Energiesignal handelt [32, 56]. Sie beschreibt, wie stark das Signal mit einer verschoben Version von sich selbst korreliert. Sie wird definiert als:

$$r_{xx}^E(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t)x(t - \tau) dt . \quad (4.20)$$

Es lässt sich erkennen, dass die Autokorrelationsfunktion für  $\tau = 0$  der Signalenergie entspricht. Von der AKF abgeleitet ist die temporäre Autokorrelationsfunktion  $R_{xx}(t, \tau)$ :

$$R_{xx}^E(t, \tau) = x^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) . \quad (4.21)$$

Durch die Abhängigkeit von der Zeit entsteht eine zweidimensionale Funktion. Für die Wigner-Ville-Verteilung wird Fourier-Transformation nun entlang der  $\tau$ -Achse durchgeführt. Die Wigner-Ville-Verteilung ist also definiert als die Fourier-Transformation der temporäre Autokorrelationsfunktion [48, S. 200-203]:

$$WVD(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau . \quad (4.22)$$

Als Beispiel sei nun ein zeitlich begrenztes Sinussignal genannt, welches im Intervall  $[t_1, t_2]$  gleich Null ist. Die temporäre Autokorrelationsfunktion wird dann für  $t_{12} = \frac{t_1+t_2}{2}$  für das Intervall  $\tau \in [2t_1, 2t_2]$  ebenfalls Null sein. Außerhalb des Intervalls  $\tau \in [2t_1, 2t_2]$  wird das Sinussignal zum Zeitpunkt  $t_{12}$  normal symmetrisch mit  $\tau$  "abgetastet". Für die Fourier-Transformation bedeutet dies nun, dass durch die Unterbrechung ein Niederfrequenter Anteil hinzugekommen ist und entsprechend die Amplitude des Fourier-Koeffizienten, welcher der Frequenz des Sinussignals entspricht kleiner. Ein Beispiel hierfür ist in Abb. 4.6 dargestellt.

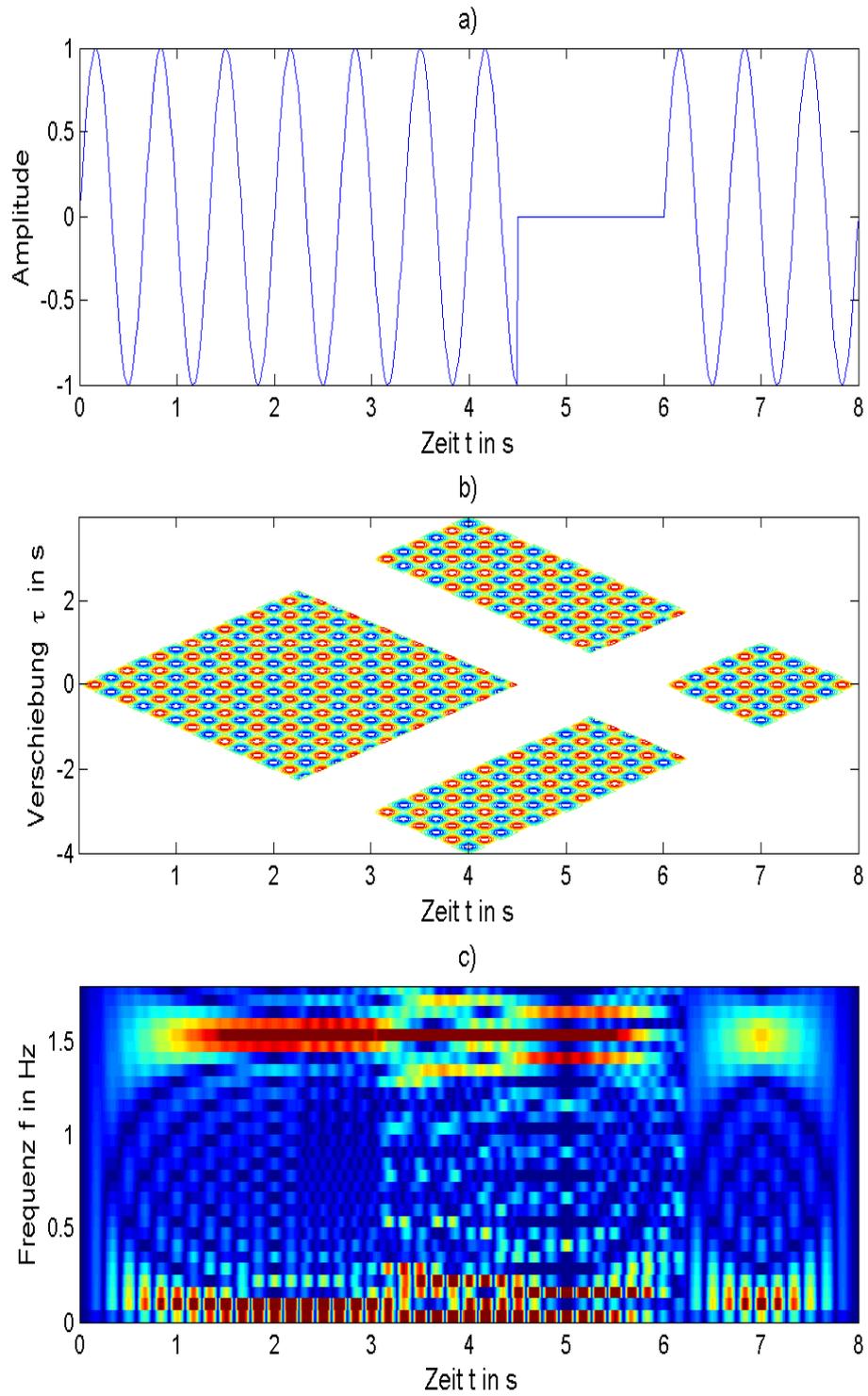


Abbildung 4.6: a) Sinussignal  $f = 1,5$  Hz mit Unterbrechung zwischen 4,5s und 6s  
b) temporäre Autokorrelationsfunktion  
c) Wigner-Ville-Verteilung ; Quelle: geänderte Abbildung aus [48, S. 201-204]

Im weiteren sollen einige wichtige Eigenschaften der Wigner-Ville-Verteilung genannt werden.

1. Die Wigner-Ville-Verteilung ist immer reell, nimmt aber auch negative Werte an, weshalb sie für ihre ursprüngliche Motivation eine Energiedichteverteilung zu sein nicht brauchbar ist [33, S. 68-73].
2. Aus der Wigner-Ville-Verteilung lassen sich durch Integration die Energiedichte bezüglich der Zeit und der Frequenz bestimmen und somit auch durch Integration der Energiedichten die Energie des Signals [32, S. 300]:

$$|x(t)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} WVD(t, f) df \quad (4.23)$$

$$|X(f)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} WVD(t, f) dt \quad (4.24)$$

3. Eine Zeit- und Frequenzverschiebung des Signal bewirkt eine Zeit- und Frequenzverschiebung der Wigner-Ville-Verteilung. Dies gilt auch für nur einen der beiden Parameter [32, S. 300-301]:

$$x_1(t) = x(t - t_0)e^{j2\pi f_0 t} \Rightarrow WVD_1(t, f) = WVD(t - t_0, f - f_0) . \quad (4.25)$$

Ein wesentlicher Nachteil der Wigner-Ville-Verteilung sind die immer auftretenden Kreuzterme. Diese treten immer dann auf, wenn das Signal aus mehreren Teilkomponenten besteht. Ein Signal  $x(t) = A_1 x_1(t) + A_2 x_2(t)$  mit den Teilsignalen  $x_1$  und  $x_2$  und den Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  liefert:

$$WVD(t, f) = |A_1|^2 WVD_{x_1, x_1}(t, f) + |A_2|^2 WVD_{x_2, x_2}(t, f) + 2\Re(A_1 A_2^* WVD_{x_1, x_2}(t, f)) . \quad (4.26)$$

Der Term  $2\Re(A_1 A_2^* WVD_{x_1, x_2}(t, f))$  beschreibt hierbei die Kreuzterme, welche sich als Interferenzmuster in der Zeit-Frequenz-Ebene darstellen und die Interpretation erschweren. In der Literatur sind als Beispielsignale oft die Summe  $x(t) = x_1 + x_2$  zweier komplexer Exponentialfunktionen der Form:

$$x_1(t) = A_1 e^{j2\pi f_1 t} \quad (4.27)$$

$$x_2(t) = A_2 e^{j2\pi f_2 t} \quad (4.28)$$

für Signale mit unterschiedlichen Frequenzen und

$$x_1(t) = A_1 e^{j2\pi f(t-t_1)} \quad (4.29)$$

$$x_2(t) = A_2 e^{j2\pi f(t-t_2)} \quad (4.30)$$

für zeitlich verschobene Signale angeben aufgeführt. Das Maximum des Interferenzmusters liegt dann genau in der Mitte zwischen den jeweiligen Funktionen bei  $t = \frac{t_1+t_2}{2}$  und  $f = \frac{f_1+f_2}{2}$ . Die Abb. 4.7 zeigt die Lage der Kreuzterme für das dort abgebildete Signal. Deutlich zu erkennen sind die Kreuzterme die zeitlich zwischen den grün markierten beiden Signalkomponenten liegen. Über den beiden grünen liegt jeweils in rot die periodische Wiederholung der Zeitfrequenzebene, welche wie ein frequenzverschobenes Signal wirkt und Kreuzterme bezüglich der Frequenz bewirken. Der Kreuzterm in der Mitte ist ein doppelter Kreuzterm aus den diagonal liegenden zeit- und frequenzverschobenen Termen. [25, S. 261-263] [21]

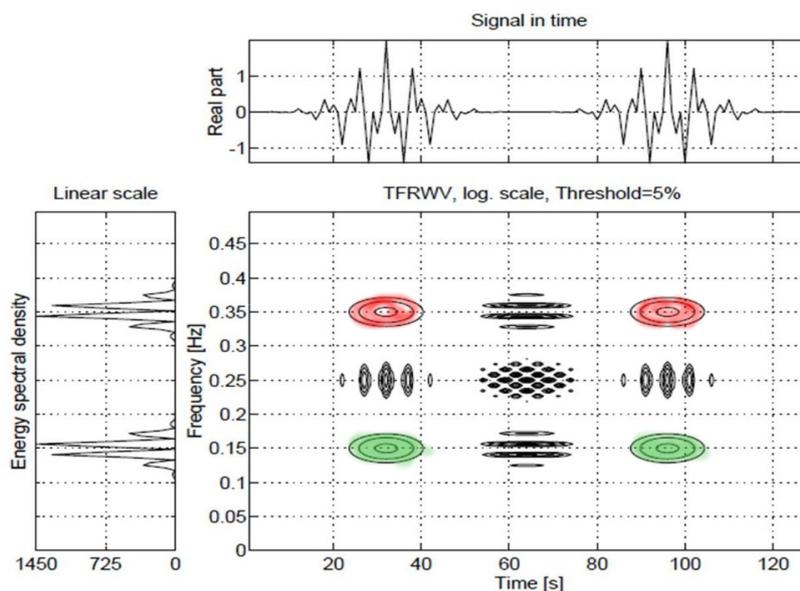


Abbildung 4.7: Kreuzterme der Wigner-Ville-Verteilung nur die grün hinterlegten Spektralanteile gehören zum Signal; Quelle: geänderte Abb. von [28]

Die Diskretisierung der Wigner-Ville-Verteilung erfolgt durch Substitution der Verschiebung  $\frac{\tau}{2}$  mit einem ganzzahligen Wert  $m$  und der Ersetzung des Integrals durch eine Summe. Dabei kann wieder, wie bei der Kurzzeit-Fourier-Transformation, analog zur Diskreten-Fourier-Transformation vorgegangen werden die diskrete Wigner-Ville-Verteilung wird definiert als:

$$WVD[n, k] = \sum_{n=0}^{N-1} x^*[n-m] x[n+m] e^{-\frac{j4\pi kn}{N}} 2. \quad (4.31)$$

Der Faktor 4 in der Komplexen Exponentialfunktion bewirkt kann durch Substitution mit  $k' = 2k$  entfallen, bewirkt aber eine Stauchung der Frequenzachse um den Faktor 2. Somit lässt sich schreiben:

$$WVD[n, k'] = \sum_{n=0}^{N-1} x^*[n-m] x[n+m] e^{-\frac{j2\pi k'n}{N}} 2. \quad (4.32)$$

Man erkennt, dass es somit möglich ist die normalen FFT-Algorithmen anzuwenden. Eine Besonderheit der Wigner-Ville-Transformation ist, dass das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem hier geändert werden muss [25, S. 286]. Durch die Fensterung des Signals mit sich selbst wird die Abtastrate effektiv halbiert und für die Grenzfrequenz  $f_g$  des Signals muss gelten:

$$f_g < \frac{f_a}{4} \quad (4.33)$$

Durch die Verwendung des analytischen Signal kann dies umgangen werden, da die negativen Spektralanteile wegfallen. Ein weiterer positiver Effekt ist die Reduzierung durch Kreuzterme durch den Wegfall dieser Anteile.

#### 4.4.1.1 Implementierung der Wigner-Ville-Verteilung

Der Algorithmus für die Diskrete-Wigner-Ville-Verteilung mit der Funktion `mywvd()` wurde auf Grundlage von [40] erstellt. Er kann durch die Nutzung der FFT simpel gehalten werden. Die einzige Eingangsvariable ist das abgetastete Signal. Zunächst wird ein Vektor `x_zero` der doppelten Länge des Eingangssignals erzeugt und das Signal `x` in der Mitte dieses Vektors abgelegt. Dann werden in der inneren for-Schleife für einen Zeitwert die Verschiebungswerte der temporären AKF berechnet. Diese werden dann mit der FFT transformiert. Dieser Vorgang wird für alle Zeitwerte wiederholt. Ausgabe ist eine Matrix `WVD` der Größe  $N \times N$ . Die FFTs sind Zeilenweise in der Ausgabematrix abgelegt.

Code 4.2: DWVD-Implementierung

```

1
2 function [ WVD] = mywvd(x)
3
4 % Gewichtung: 2*Ta*mywvd
5
6 N = length(x);
7 x_zero = zeros(1,2*N);
8 x_zero(N/2+1:2*3*N/4) = x(1:end);
9 x = x_zero;
10 WVD = zeros(N,N); % Ausgabematrix
11 n_index = 1;
12 m_index = 1;
13
14
15 for n= N/2+1: 1 :3*N/2;
16     y=0;
17
18     for m = -(N/2) : 1 : N/2-1 %temporaere AKF
19         y(m_index) = x(n+m).* conj(x(n-m));
20         m_index = m_index+1;
21
22     end %end for m
23
24     WVD(:,n_index) = fft(y);
25     n_index = n_index + 1;
26     m_index=1;
27 end % for n
28 end

```

Zum Testen der Funktion wurde ein Signal  $x(t)$  mit einer Messdauer  $T_m = 1$  s verwendet, das Signal setzt sich zusammen aus einer konstanten Sinusschwingung, einen linearen Chirp [34] von 0 Hz bis 20 Hz in 1 s und einer kurz vorhanden Sinusschwingung zusammen setzt. Im Vergleich zum Testsignal der STFT wurden die Zeitparameter also um den Faktor 10 verkleinert. Da mit einer Messzeit von 10 s die Linien in der Zeit-Frequenzebene so scharf sind, dass sie für einen Frequenzbereich 0 Hz bis 70 Hz auf einem A4-Format kaum noch zu erkennen sind. Das Signal setzt sich also zusammen aus:

$$x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t) \text{ mit } f_1 = 30 \text{ Hz}, \quad (4.34)$$

$$x_2(t) = \sin\left(2\pi\left(f_{2,0} + \left(\frac{f_{2,2} - f_{2,1}}{2 T_{chirp}}\right) t\right) t\right) \text{ mit:} \quad (4.35)$$

*Chirp – Offsetfrequenz* :  $f_{2,0} = 0 \text{ Hz}$ ,

*Chirp – Startfrequenz* :  $f_{2,1} = 0 \text{ Hz}$ ,

*Chirp – Endfrequenz* :  $f_{2,2} = 20 \text{ Hz}$ ,

*Chirp – Periode* :  $T_{chirp} = 1 \text{ s}$ ,

$$x_3(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_3 t) & \text{mit } f_1 = 50 \text{ Hz für } t = [0.4 \text{ s}, 0.5 \text{ s}] , \\ 0 & \text{sonst} , \end{cases} \quad (4.36)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) . \quad (4.37)$$

In Abb. 4.8 und Abb. 4.9 ist das Ergebnis der WVD des Testsignals und der WVD des analytischen Signals des Testsignals dargestellt. Deutlich in Abb. 4.8 zu erkennen sind die Kreuzterme zwischen der 30 Hz Sinusschwingung und dem Chirpsignal. Die kurze Sinusschwingung ist auch bei einer manuellen Skalierung der Achse kaum noch zu erkennen. Durch die Bildung des analytischen Signals in Abb. 4.9 werden die Kreuzterme deutlich reduziert, die kurze Sinusschwingung ist etwas besser zu erkennen.

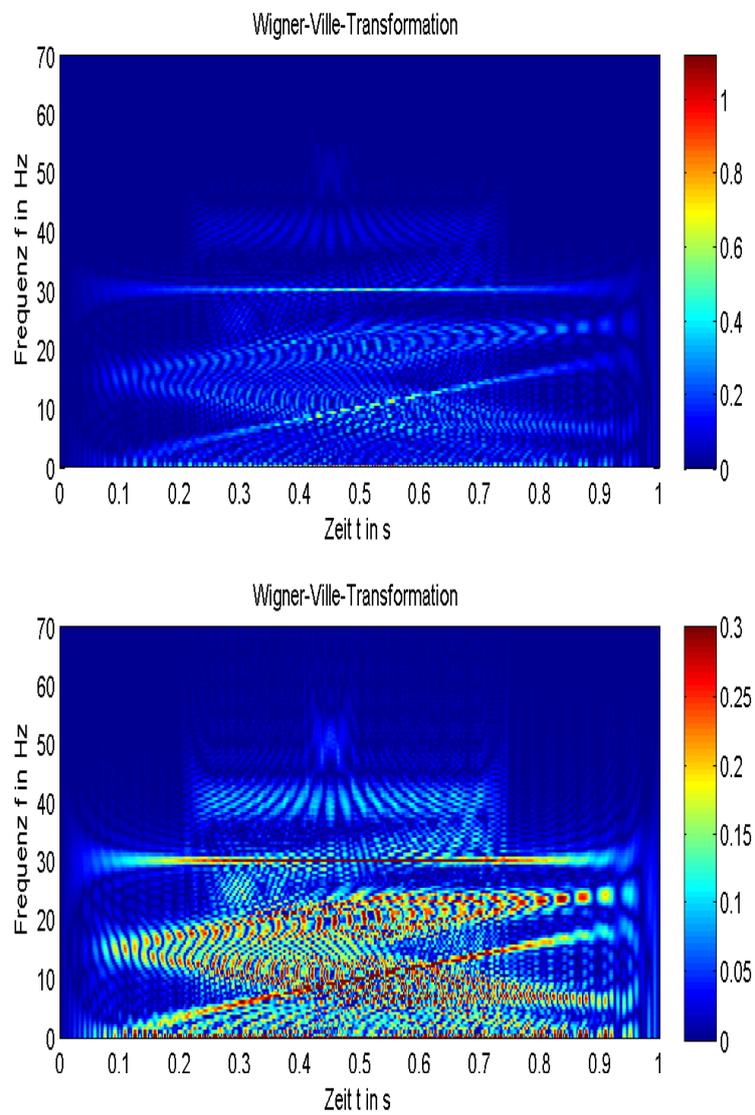


Abbildung 4.8: WVD Testsignal,  $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 1s, oben: automatisch skalierte Achse, unten: manuell skalierte Achse

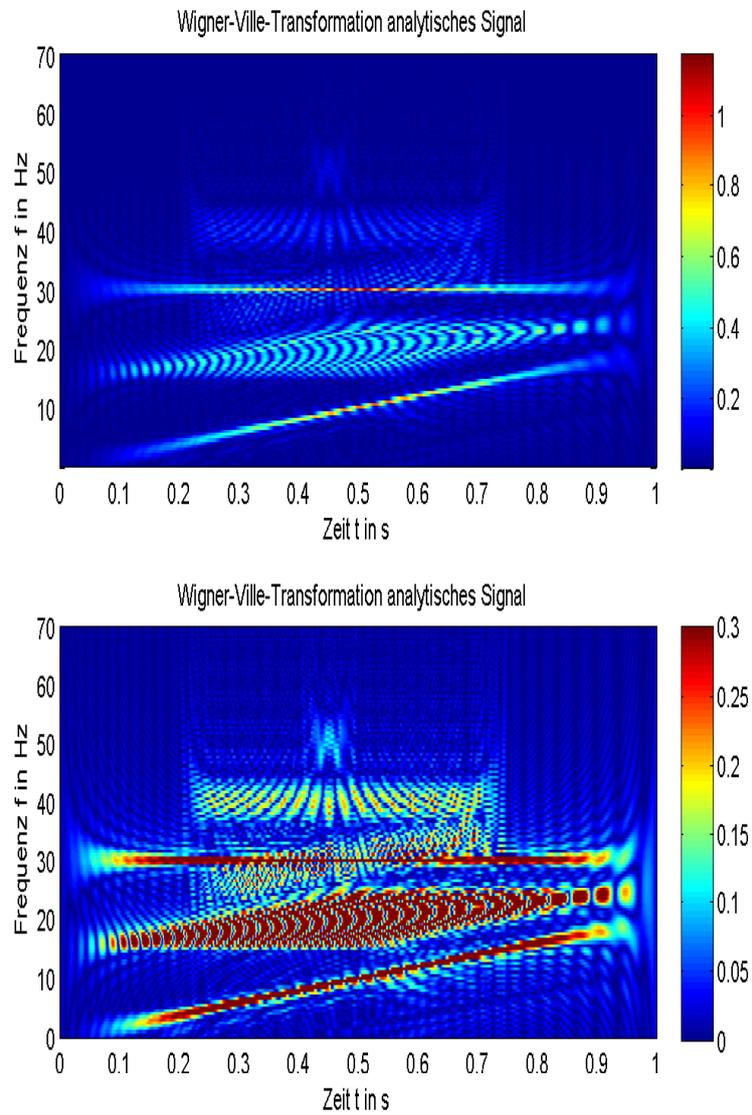


Abbildung 4.9: WVD analytisches Testsignal,  $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 1s, oben: automatisch skalierte Achse, unten: manuell skalierte Achse

## 4.4.2 Choi-Williams-Verteilung

Zur Reduzierung der Kreuzterme der Wigner-Ville-Verteilung gibt es eine Reihe unterschiedlicher Verfahren, welche darauf beruhen, dass die WVD zu den Zeit-Frequenz-Verteilungen der Cohen-Klasse gehört. Diese lassen sich beschreiben als eine zweidimensionale Faltung einer Glättungsfunktion  $\Gamma(t, f)$  mit der  $WVD(t, f)$ . Die Glättungsfunktion wirkt dabei als zweidimensionaler Tiefpassfilter und wird definiert als die Fourier-Transformation einer Kernfunktion  $\gamma(\nu, \tau)$  [25, S. 270], [47, S. 208]:

$$\Gamma(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\nu, \tau) e^{j2\pi\nu t} d\nu. \quad (4.38)$$

Die Verteilungen der Cohen-Klasse lassen sich damit schreiben als:

$$C(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} WVD(t', f') \Gamma(t - t', f - f') dt' df'. \quad (4.39)$$

Für die Choi-Williams-Verteilung (engl. Choi-Williams Distribution (CWD)) wird die Fourier-Transformation einer Gaußfunktion als Glättungsfunktion verwendet, dabei ist  $\alpha_{CW}$  eine wählbare positive Konstante. Sie liegt nach [17] in einer Größenordnung von  $\frac{\pi^2}{7}$  bis  $\pi^2$ . Für größere  $\alpha_{CW}$  werden die Kreuzterme stärker unterdrückt, dabei ist allerdings zu beachten, dass damit auch die transiente Frequenzanteile des Signals stärker gedämpft werden. Die Glättungsfunktion  $\Gamma$  ist gegeben zu [25, S. 268-270]:

$$\Gamma(t, \tau) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_{CW}\tau^2}} e^{-\frac{\pi^2 t^2}{\alpha_{CW}\tau^2}}. \quad (4.40)$$

Die diskrete Glättungsfunktion ist entsprechend:

$$\Gamma[n, m] = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_4 m^2}} e^{-\frac{\pi^2 n^2}{\alpha_4 m^2}}. \quad (4.41)$$

Zur Berechnung wird nun die Wigner-Ville-Verteilung gebildet und mit der Glättungsfunktion zweidimensional über  $t'$  und  $f'$  gefaltet. Diese Faltung ist für große Matrizen sehr rechenaufwendig. Bei der Matlab-Funktion `conv2()` liegt das Verhältnis der Rechenzeiten zwischen der WVD und der CWD bei 2500x2500 Werten, was einer z.B. Abtastrate von 500 Hz und einer Messdauer von 5s entspricht, bei rund 1:100.

#### 4.4.2.1 Implementation der Choi-Williams-Verteilung

Die Implementierung erfolgte in Anlehnung an [17] und [47, S.208-210]. Mit der Funktion `mywvd()` wird die Wigner-Ville-Verteilung berechnet. Dann wird in Abhängigkeit von der Größe des Eingangssignal und der dem Parameter  $\alpha$  die Glättungsfunktion  $\Gamma(n, m)$  berechnet. Um den Rechenaufwand (zumindest in Matlab) zu verringern, wird sie für kleine Werte zu Null gesetzt. Dann wird mit der Funktion `conv2()` die zweidimensionale Faltung durchgeführt und schließlich das Ergebnis mit `CWD` zurückgegeben.

Code 4.3: CWD-Implementierung

```

1 function [CWD, Gamma] = mychoiwill(x,fa, alpha)
2
3 Ta = 1/fa;
4 N_x = length(x);
5 %alpha = 0.25;
6 WVD_x = mywvd(x); %Wigner-Ville-Verteilung
7
8 n_index = 1;
9 m_index = 1;
10 N_Gamma = size(WVD_x);
11 N_Gamma = N_Gamma(1,1);
12
13 % Filtermatrix Gamma(n,m) berechnen
14 for n = -N_Gamma*Ta/2: Ta :N_Gamma*Ta/2-Ta;
15     for m = -fa/4: fa/(2*N_Gamma) :fa/4-fa/(2*N_Gamma);
16         Gamma(n_index, m_index) = sqrt(pi/(alpha*4*m^2))* ...
17             exp(-(pi^2*n^2)/(alpha*4*m^2));
18         % kleine Werte zu Null setzen
19         if isnan(Gamma(n_index, m_index)) || Gamma(n_index, m_index) < 0.1
20             Gamma(n_index, m_index) = 0;
21         end
22         m_index = m_index+1;
23     end
24     m_index = 1;
25     n_index = n_index + 1;
26 end
27
28 Gamma(N_Gamma/2+1,N_Gamma/2+1) = 2*sqrt((pi/alpha)/(4)); % ...
29     Definitionlücke
30 CWD = conv2(WVD_x, Gamma', 'same'); % zentrale Werte der Faltung

```

In Abb. 4.10 ist die Choi-Williams-Verteilung des Testsignals Gl. 4.37, welches schon für die WVD verwendet wurde, für  $\alpha_{CW} = 1$  zu sehen. Der Chirp wird dabei unterdrückt. Ein

kleinerer Wert als in der Literatur vorgeschlagen, wie in Abb. 4.11 mit  $\alpha_{CW} = 0.02$ , liefert in diesem Fall ein besseres Ergebnis. Die Verwendung des analytischen Signals verbessert wiederum das Ergebnis durch weniger Kreuzterme, siehe dazu Abb. 4.12.

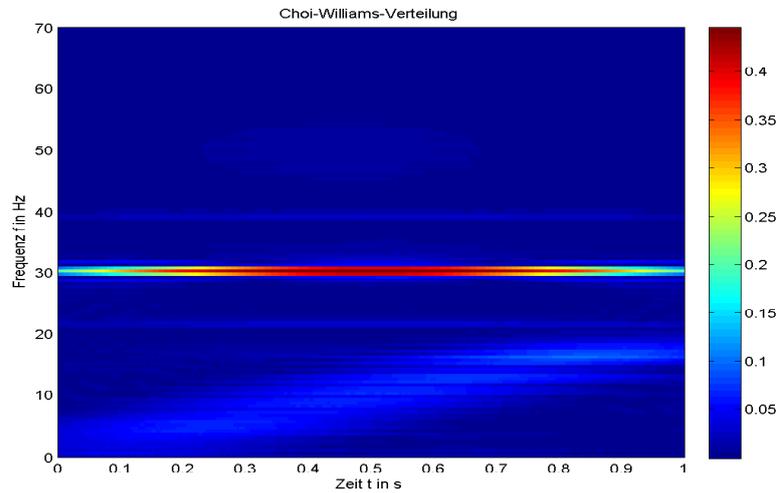


Abbildung 4.10: CWD Testsignal,  $f_a = 1000$  Hz, Messdauer = 1 s,  $\alpha_{CW} = 1$

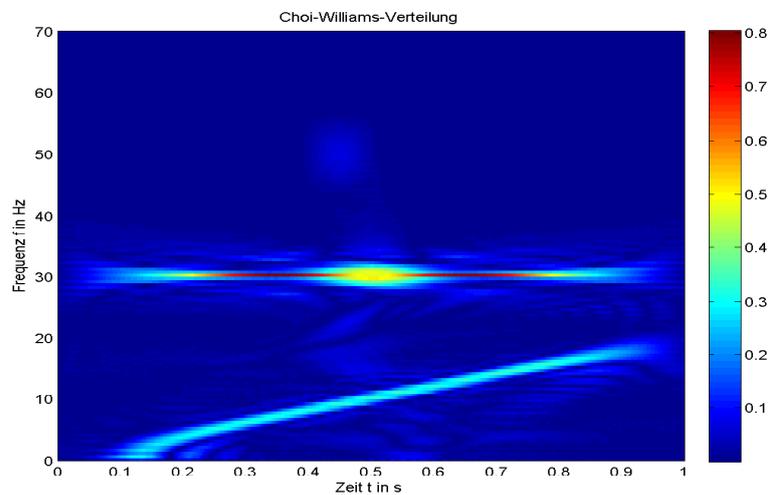


Abbildung 4.11: CWD Testsignal,  $f_a = 1000$  Hz, Messdauer = 1 s,  $\alpha_{CW} = 0.02$

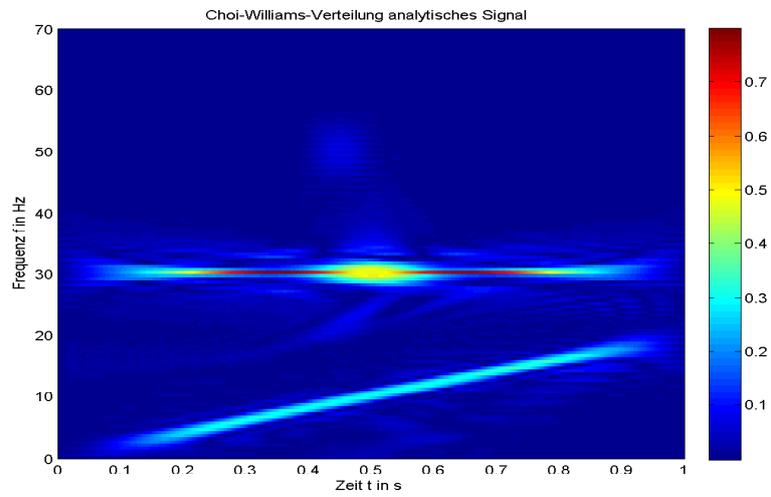


Abbildung 4.12: CWD analytisches Testsignal,  $f_a = 1000$  Hz, Messdauer = 1 s,  $\alpha_{CW} = 0.02$

## 4.5 Wavelet-Transformation

### 4.5.1 Kontinuierliche Wavelet-Transformation

Die Wavelet-Transformation (WT) bietet die Möglichkeit Signale gleichzeitig im Zeit und Frequenzbereich darzustellen. Sie ist, wie die Fourier-Transformation, den Integraltransformationen zuzuordnen. Im zur Fourier-Transformation wird das Signal nicht in harmonische Sinus- und Kosinusreihen beziehungsweise eine komplexe Exponentialfunktionsreihe zerlegt, dessen Koeffizienten dann das Spektrum darstellen, sondern mit Hilfe von anderen reell- oder komplexwertigen Basisfunktionen, den namensgebenen Wavelets  $\psi$ . Zur Ermittlung der Waveletkoeffizienten  $WT_x(s, \tau)$  werden hierbei, ausgehend von einem Ursprungswavelet (auch Mutterwavelet), skalierte Versionen des Wavelets mit dem Signal gefaltet. Mit  $s$  wird die Variable bezeichnet, welche eine Stauchung oder Dehnung des Wavelets bewirkt,  $\tau$  dagegen gibt die zeitliche Verschiebung (Translation) an. Die kontinuierliche Wavelet-Transformation  $WT(s, \tau)$  ist definiert als [1]:

$$WT_x(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t - \tau}{s} \right) dt. \quad (4.42)$$

Die Hauptanforderung oder auch Zulässigkeitsbedingung genannt die ein Wavelet erfüllen soll ist:

$$C_\psi := \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(f)|^2}{f} dt \leq \infty. \quad (4.43)$$

Das Spektrum und das Zeitsignal des Wavelets soll also an den Rändern abklingen[1] oder anders ausgedrückt Zeit und Bandbreite begrenzt sein [9, S. 21-22]. Daraus folgt als zweite Bedingung an das Wavelet, dass es keinen Mittelwert besitzt und einen Bandpasscharakter besitzt [32, S. 243]:

$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (4.44)$$

Mit einem Wavelet kann also ein im Signal vorkommender Gleichanteil, also der Mittelwert des Signals, nicht bestimmt werden.

Als weitere wichtige Eigenschaften der Wavelet-Transformation lassen sich die Verschiebungsinvarianz bezüglich der Zeit [25, S. 124 - 126]

$$x_2(t) = x(t - t_2) \text{ und } t' = t - t_2 \quad (4.45)$$

$$\text{WT}_{x_2}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) \psi^* \left( \frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad (4.46)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t') \psi^* \left( \frac{t' + t_2 - \tau}{s} \right) dt' = \text{WT}_x(s, \tau - t_2) \quad (4.47)$$

und die Skalierungseigenschaft nennen [18, 35-37]:

$$x_a(t) = x \left( \frac{t}{a} \right) \quad (4.48)$$

$$\text{WT}_{x_a}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) \psi^* \left( \frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad (4.49)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x \left( \frac{t}{a} \right) \psi^* \left( \frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad (4.50)$$

$$\text{mit } t' = \frac{t}{a} \quad (4.51)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \psi^* \left( \frac{at' - \tau}{s} \right) dt' a \quad (4.52)$$

$$= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\frac{|s|}{a}}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \psi^* \left( \frac{t' - \frac{\tau}{a}}{\frac{s}{a}} \right) dt' = \sqrt{a} \text{WT}_x \left( \frac{s}{a}, \frac{\tau}{a} \right) . \quad (4.53)$$

Eine Zeitverschiebung des Signals um  $t_2$  bewirkt also eine Verschiebung der Waveletkoeffizienten um  $t_2$ . Eine Skalierung mit  $a$  des Signals bewirkt eine Skalierung der Waveletkoeffizienten um  $a$  und eine Gewichtung mit  $\sqrt{a}$ .

Wie bereits erwähnt spricht man bei Wavelets im allgemeinen nicht von einer Frequenz sondern von Skalen. Der Ausdruck Frequenz ist für harmonischen Schwingungen definiert und bezeichnet den Kehrwert der Periodendauer. Im Gegensatz zur Fourier-Transformation haben Wavelets durch ihren Bandpasscharakter, auch theoretisch, keine Dirac-Impulse als Spektrum wie die komplexen Exponentialschwingungen bei der Fourier-Transformation, sondern einem Frequenzbereich. Für größere Skalen wird ein Wavelet gestreckt und umfasst ein größeren Zeitbereich, was nach der Unschärferelation zu einer besseren Frequenzlokalisierung führt. Im Abb. 4.5.1 ist das Morlet-Wavelet für die Skalen 1, 2 und 3 und das dazugehörige Spektrum dargestellt.

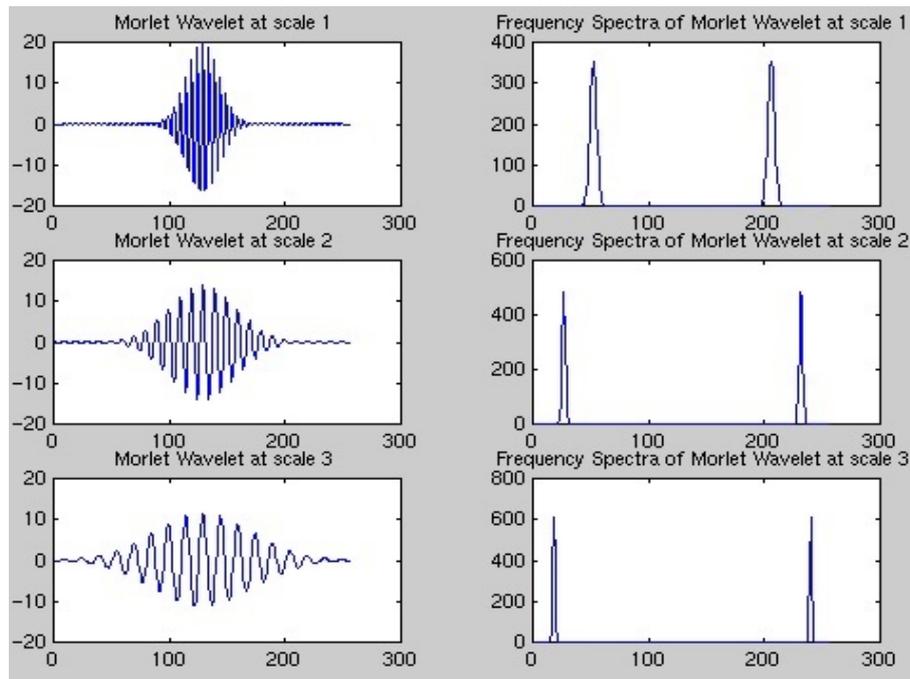


Abbildung 4.13: Morlet-Wavelet für verschiedene Skalen und das dazugehörige Spektrum;  
Quelle: [4]

Eine Umrechnung von Skalen in Pseudofrequenzen ist möglich durch die Beziehung:

$$s = \frac{f_{\psi}}{f} . \quad (4.54)$$

Dabei steht  $f_{\psi}$  für die mittlere Frequenz des Wavelets. Diese kann unterschiedlich definiert sein. In [25, S. 116-117] und [48, 221] ist sie in Bezug auf die Energie definiert als:

$$f_{\psi} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f |\Psi(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(f)|^2 df} . \quad (4.55)$$

Matlab dagegen verwendet für die Umrechnung den größten Wert im Spektrum des Wavelets [35].

Das komplexe Morlet-Wavelet wird, aufgrund seiner vorteilhaften Eigenschaften häufig für die kontinuierliche Wavelet-Transformation genutzt. Herausstellen lässt sich, dass das Wavelet die Unschärferelation Gl. 4.8 minimiert und liefert so gleichzeitig eine gute Zeit- und Frequenzauflösung [7, Kapitel 56-3]. Es existieren unterschiedliche Definitionen für das Wavelet. Die in der Matlab-Dokumentation [38, Kapitel 1-16] angegebene Formel ist:

$$\psi_{mat-cmor}(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi F_b}} e^{j2\pi F_c t} e^{-\frac{t^2}{F_b}}. \quad (4.56)$$

Dabei wird mit  $F_c$  die mittlere Frequenz des Wavelets, in Bezug auf den größten Amplitudenwert im Spektrum des Wavelets, bezeichnet und  $F_b$  wird als Bandbreite Parameter bezeichnet, wobei  $F_b$  dem zweifachen des Quadrates der Varianz  $2\sigma^2$  der Standardnormalverteilung entspricht.

Diese beiden Parameter vereinfachen die Handhabung in Praxis deutlich. Im Gegensatz zu anderen Wavelets ist hier die Verwendung Skalen und die Umrechnung von Skalen in Frequenzen nicht notwendig, da mittlere Frequenz in Bezug auf die Amplitude und auf die Energie identisch ist, d.h.  $f_\psi = F_c$  [1]. Es sei darauf hingewiesen das dieser Zusammenhang nicht allgemein gültig ist. In der Literatur wird dies oft nicht eindeutig herausgestellt und beim Morlet-Wavelet nur von der mittleren Frequenz gesprochen. Die Umformung von der Zeit-Skalen-Darstellung in die Zeit-Frequenzdarstellung liefert [60]:

$$\text{WT}_x(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad \text{mit Gl. 4.54} \quad (4.57)$$

$$\text{WT}_x(f, \tau) = \sqrt{\frac{f}{f_\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{f_\psi}{f} (t - \tau) \right) dt \quad (4.58)$$

Auf das komplexe Morlet Wavelet bedeutet das:

$$\frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi_s(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \frac{1}{\sqrt{\pi F_b}} e^{j2\pi F_c \frac{t}{s}} e^{-\frac{(t/s)^2}{F_b}} \quad (4.59)$$

$$= \sqrt{\frac{f}{f_\psi}} \frac{1}{\sqrt{\pi F_b}} e^{-\frac{(tf/f_\psi)^2}{F_b}} e^{j2\pi F_c \frac{tf}{f_\psi}} \quad (4.60)$$

$$\text{mit } F_c = f_\psi \text{ und ausgehend von einem Mutterwavelet mit } f_\psi = 1 : \quad (4.61)$$

$$= \sqrt{\frac{f}{\pi F_b}} e^{-\frac{(tf)^2}{F_b}} e^{j2\pi tf} = \sqrt{f} \psi_s(t) \quad (4.62)$$

Eine diskretisierte Version der kontinuierlichen Wavelet-Transformation kann als diskrete Faltung definiert werden. Für ein skaliertes Wavelet  $\psi_s(-t)$  gilt:

$$\text{WT}_x(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_s^*(\tau - t) dt \quad (4.63)$$

Mit dem diskreten Signal  $x[n] = x(nT_a) = x(t)$  der Länge und dem diskreten Wavelet  $\psi_s[n, m] = \psi_s(nT_a, mT_a) = \psi_s(t, \tau)$  lässt sich die diskretisierte kontinuierliche Wavelet-Transformation  $CWT_s(n, m)$  schreiben als [36]:

$$CWT_s(n, m) = \frac{1}{\sqrt{s}} \sum_0^{N-1} x[n] \psi_s^*[m - n]. \quad (4.64)$$

#### 4.5.1.1 Implementierung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation

Die Berechnung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation erfolgt mit der Funktion `mycwt()`. Da nur das komplexe Morlet-Wavelet verwendet wird, ist `f` der Frequenzvektor für den die kontinuierliche Wavelet-Transformation berechnet werden soll und `Fc`, `Fb` die zuvor beschriebenen Werte für dieses Wavelet. Die Berechnung des Wavelets der Skale `s` erfolgt mit der Funktion `psicoef()`. Das Wavelet wird für die Anzahl von Werten berechnet, die auch das Eingangssignal hat. Für die diskrete Faltung die Matlabfunktion `conv()` mit dem Parameter 'same' verwendet. Mit diesem Parameter werden nur die zentralen Werte der Faltung als Ergebnisvektor zurückgeben. Der Ergebnisvektor hat die selbe Länge, wie der längste Eingangsvektor. Das heißt, wenn  $v_1$  mit Länge  $N = 4$  und  $v_2$  mit Länge  $M = 3$  gefaltet werden, wird von dem Ergebnisvektor der Länge  $N + M - 1 = 6$ , der erste und der letzte Wert abgeschnitten, bei  $M = 2$  würde der erste Wert entfallen [37]. Die Werte der Ausgabematrix `CWT` sind auf die Signalenergie normiert und enthalten in jeder Zeile die Waveletkoeffizienten für eine Frequenz.

Code 4.4: CWT-Implementierung

```

1 function [CWT] = mycwt( x, wavelet, f, fa, Fc, Fb)
2 %Berechnung der kontinuierlichen Wavelet -Transformation
3
4 % x      - Eingangssignal
5 % wavelet - Wavelet
6 % f      - Frequenzvektor
7 % fa     - Abtastrate
8 % Fc     - "centerfrequency" fuer komplexes Morlet Wavelet
9 % Fb     - "Bandbreiteparameter" fuer komplexes Morlet Wavelet
10 % f_psi  - mittlere Frequenz des Wavelets
11 % s     - Skalen
12 % psi_s  - Wavelet der Skale s
13 % CWT    - Werte der kontinuierlichen Wavelet-Transformation
14
15 N = length(x);
16 N_f = length(f);
17 CWT = zeros(N_f, N); % Ausgangsmatrix mit CWT Werten

```

```

18 f_psi = 1; % nur für Morlet-Wavelet, sonst siehe unten
19 s = f_psi./f; % Skalen
20
21 for i=1:N_f
22     psi_s(i,:) = psicoef( wavelet, s(i), fa, Fc, Fb, N);
23     CWT(i,:) = (1/s(i)).*conv(x , conj(psi_s(i,:)),'same'); ...
        %Normierung Amplitude
24     %CWT(i,:) = (1/sqrt(s(i))).*conv(x , conj(psi_s(i,:)),'same'); ...
        %Normierung Energie
25 end
26 end
27
28 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
29 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
30 function [ psi_s_dis ] = psicoef( wavelet,s, fa, Fc, Fb, N )
31 %Berechnung der Abtastwerte für kontinuierliche Wavelets.
32
33 Ta=1/fa;
34 n = -N*Ta/2: Ta : N*Ta/2 - Ta/2;
35 switch wavelet
36     case 'cmor' % komplexes Morlet-Wavelet nach Matlab-Dokumentation
37         psi_s_dis = ...
            ((pi*Fb)^(-0.5)).*exp((-n/s).^2/Fb).*exp(1i*2*pi*Fc*n/s);
38     end
39 end

```

In Abb 4.14 und Abb. 4.15 ist die kontinuierliche Wavelet-Transformation für das Testsignal aus Gl. 4.19, welches auch für die STFT verwendet wurde. Zu erkennen ist, dass für ein Bandbreitenparameter  $Fb = 5$ , wie in Abb. 4.14, die Frequenz-Auflösung niedriger ist, als für  $Fb = 10$ , wie in Abb.4.15. Die Darstellungen sind auf die Amplitude normiert.

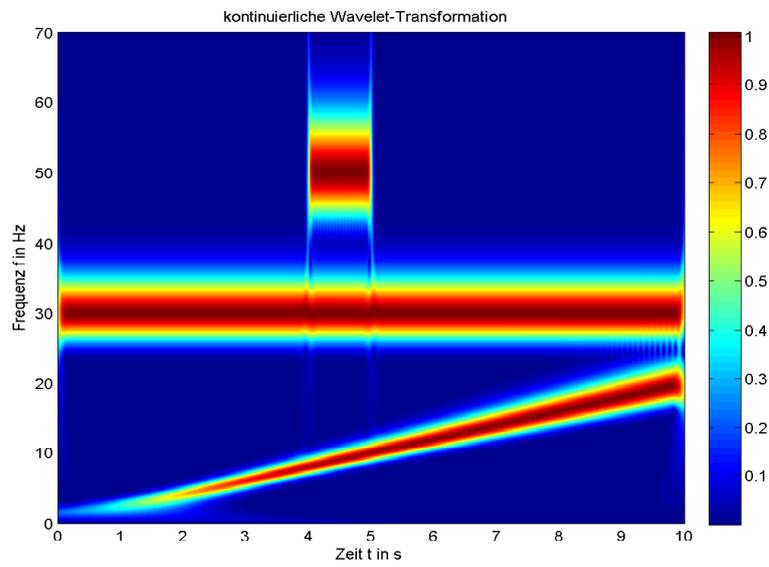


Abbildung 4.14: CWT Testsignal,  $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 10s,  $F_b = 5$

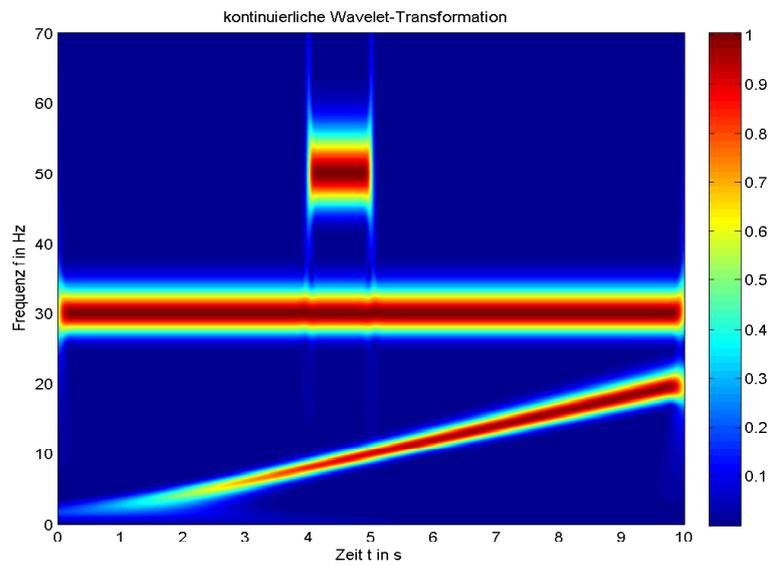


Abbildung 4.15: CWT Testsignal,  $f_a = 1000\text{Hz}$ , Messdauer = 10s,  $F_b = 10$

## 4.6 Multiskalenanalyse und Diskrete Wavelet-Transformation

Eine Berechnung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation für große Bereiche von Skalen ist sehr aufwendig. Eine Lösung dieses Problems stellt die diskrete Wavelet-Transformation (DWT) dar. Die Grundlage für die diskrete Wavelet-Transformation stellt die Multiskalenanalyse ((MRA), engl. multiresolution analysis)) dar.

Die Multiskalenanalyse befasst sich mit der Darstellung von Funktionen in Vektorräumen. Die folgenden Erläuterung beziehen sich auf den Raum der quadratisch integrierbaren Funktion  $L^2(\mathbb{R})$ . Für eine Funktion  $f(t)$  Raum gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \leq \infty. \quad (4.65)$$

Weiterhin ist das Skalarprodukt der Funktionen  $f(t)$  und  $g(t)$  definiert als:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g^*(t) dt = \langle f(t), g(t) \rangle. \quad (4.66)$$

Zur Beschreibung der Vektorräume werden von Vektoren bekannte Begriffe auf Funktionen verallgemeinert. Man bezeichnet eine Funktion  $f(t)$  als Basis eines Vektorraumes, wenn sie sich als Linearkombination von Basisfunktionen  $f_i(t)$  des Vektorraumes mit den Koeffizienten  $\lambda_i$  darstellen lässt:

$$f(t) = \sum_i \lambda_i f_i(t) \text{ mit } i \in \mathbb{Z} \quad (4.67)$$

Die Koeffizienten  $\lambda_i$  lassen sich berechnen aus dem Skalarprodukt der Basis mit der Basisfunktion:

$$\lambda_i = \langle f(t), f_i(t) \rangle \quad (4.68)$$

Die Basis wird als orthogonal bezeichnet, wenn für alle Funktion der Basis für  $i \neq i'$  gilt:

$$\langle f_i(t), f_{i'} \rangle = 0 \quad (4.69)$$

und als orthonormal, wenn zusätzlich gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = 1. \quad (4.70)$$

Ziel soll also die Approximation einer Funktion mit orthonormalen Basisfunktionen sein. [5, S. 4-20]

Für die Multiskalenanalyse mit Wavelets wird nun ein Vektorraum  $V_0$  ausgegangen, der alle Informationen über ein Signal  $x(t)$  enthält. Dieser Raum wird in mehrere Unterräume zerlegt, wobei mit  $V_j$  ( $j \in \mathbb{Z}$ ) die Räume bezeichnet werden sollen, welche das Signal mit einer reduzierten Auflösung enthalten. Für die Erzeugung dieser Räume wird als Basisfunktion eine Skalierungsfunktion  $\varphi(t)$  eingeführt. Die Skalierungsfunktion stellt somit einen Tiefpass. Das Wavelet  $\psi(t)$  dagegen erzeugt Vektorräume, welche mit  $W_j$  bezeichnet werden sollen und die Information des Signals enthalten, welche beim Übergang von  $V_j$  zu  $V_{j+1}$  verloren gehen. Außerdem sollen sowohl die die Basisfunktion  $V_j$  und  $W_j$ , als auch die Basisfunktionen von  $W_j$  und  $W_{j'}$  für  $j \neq j'$ , zueinander orthogonal sein. Zusammenfassend soll für die Räume also gelten:

$$\dots V_{j+2} \subset V_{j+1} \subset V_j \dots \subset V_0 \subset L^2(\mathbb{R}) \text{ und } W_j \subset V_0 \quad (4.71)$$

$$V_0 = W_j \oplus W_{j+1} \oplus W_{j+2} \dots \oplus W_{j_{\max}} \quad (4.72)$$

$$V_j \perp W_j \text{ und } W_j \perp W_{j'} . \quad (4.73)$$

Zur Veranschaulichung der Vektorräume dient Abb. 4.6. [60], [31, S. 202-203], [5, S. 190-204]

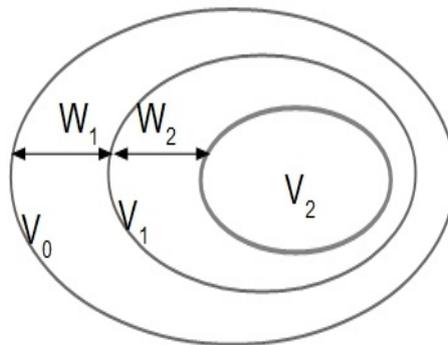


Abbildung 4.16: Lage der Vektorräume bei der Multiskalenanalyse; Quelle: eigne Abb. in Anlehnung an [60, S. 30]

Aus dem Shannon-Nyquist-Abtasttheorem folgt, dass eine dyadische Skalierung der beiden Funktionen eine redundanzfreie Zerlegung des Signals ermöglicht, welche außerdem für die Multiskalenanalyse geeignet ist. Hieraus ergibt mit  $s = 2^j$  und  $\tau = k 2^j$  mit  $j, k \in \mathbb{Z}$  für das Wavelet mit Normierungsfaktor [60]:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \text{ zu} \quad (4.74)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}t - k) \quad (4.75)$$

und die Skalierungsfunktion wird definiert als:

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2}\varphi(2^{-j}t - k) . \quad (4.76)$$

Zur Veranschaulichung sind in Abb. das Haar-Wavelet und seine Skalierungsfunktion mit dyadischer Skalierung und Verschiebung dargestellt.

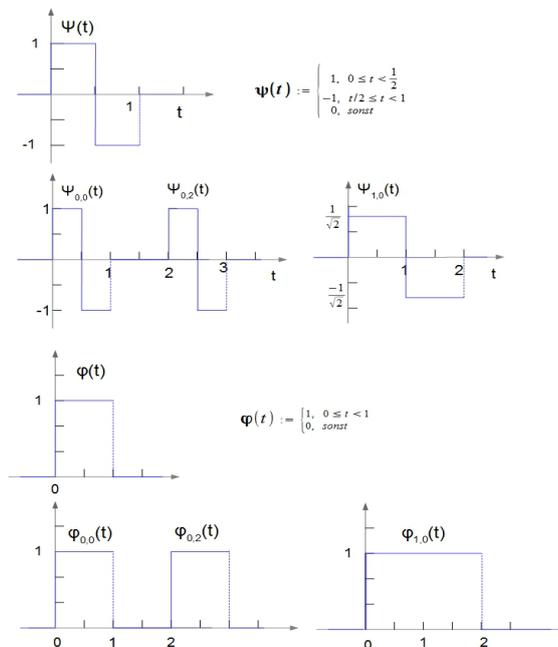


Abbildung 4.17: Haar-Wavelet und Skalierungsfunktion ; Quelle: eigene Abb.

Die Skalierungs- und Waveletfunktionen niedrigerer Auflösungen ( $j + 1$ ) lassen sich aus den Skalierungs- und Waveletfunktionen höherer Auflösung  $j$  als Linearkombination mit den Koeffizienten  $h_\varphi$  und  $h_\psi$  darstellen. Dieser Zusammenhang wird mit der Zweiskalengleichung

beschreiben:

$$\varphi_{j+1,k}(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{2^j-1} h_\varphi \varphi_{j,k}(t). \quad (4.77)$$

Die Koeffizienten  $h_\varphi$  des Tiefpass-Filters lassen sich bestimmen durch:

$$h_\varphi(k) = \langle \varphi_{j+1,k}(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle \quad (4.78)$$

und die Koeffizienten  $h_\psi$ , welche einen Hochpass darstellen durch Umkehr der Koeffizientenreihenfolge von  $h_\varphi$  und Negation jedes ungeraden Koeffizienten (Beginn bei  $h_\varphi(0)$ ). [31, S. 204-205] [25, S. 156-158]

So lässt sich die diskrete Wavelet-Transformation sehr effektiv auf Multiratenfilterbänken realisieren. Da mit jeder Auflösungsstufe die Abtastrate um den Faktor 2 reduziert werden kann. Ausgangssignale der Tiefpassfilter werden als Approximationskoeffizienten  $a[n]$  und die der Hochpass-Filter als Detailkoeffizienten  $d[n]$  bezeichnet, hierbei wird von einem diskreten Ein- und Ausgangssignal ausgegangen:

$$a_{|v|,k}[n] = \sum_0^{N-1} x[k] h_\varphi[2n - k] \quad (4.79)$$

$$d_{|v|,k}[n] = \sum_0^{N-1} x[k] h_\psi[2n - k]. \quad (4.80)$$

Der Index  $|v|$  (für Level) gibt die Stufe der Zerlegung an und entspricht dem  $j$  aus der kontinuierlichen Beschreibung. Im Weiteren werden die Koeffizienten, wenn die Verwendung von Approximationskoeffizienten oder Detailkoeffizienten möglich ist mit  $c_{|v|,k}[n]$  bezeichnet. Die Filterbank und die dazugehörige Zeit-Skalen-Darstellung für eine Signallänge  $N = 8$  sind in Abb. 4.6 dargestellt.

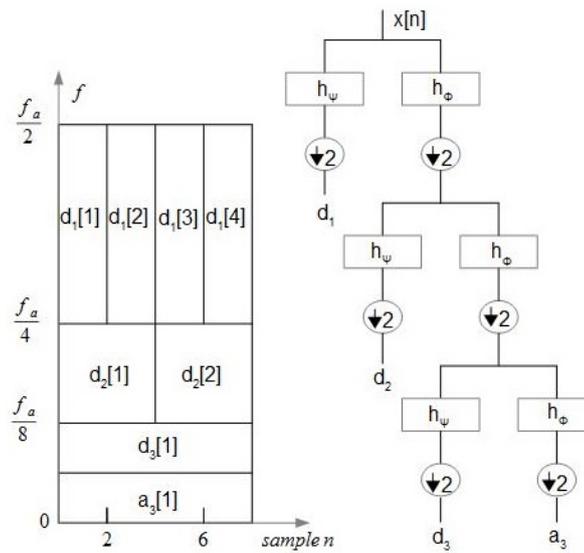


Abbildung 4.18: Zeit-Frequenz-Ebene und dazugehörige Filterbank; Quelle: eigene Abb.

In Abb.4.6 sind Waveletfunktionen mit den dazugehörigen Skalierungsfunktionen dargestellt. Die Zahl hinter dem Wavelet die Anzahl der Nullstellen des Filters in der  $z$ -Ebene bei  $z = -1$  an [19, S.83-100]. Hier und im Weiteren wird die Notation von Matlab übernommen. Die verwendeten Abkürzungen sind „db“ für Daubechies-Wavelets, „sym“ für Symlet-Wavelets, „coif“ für Coiflet-Wavelets und „dmey“ für diskrete Meyer-Wavelets.

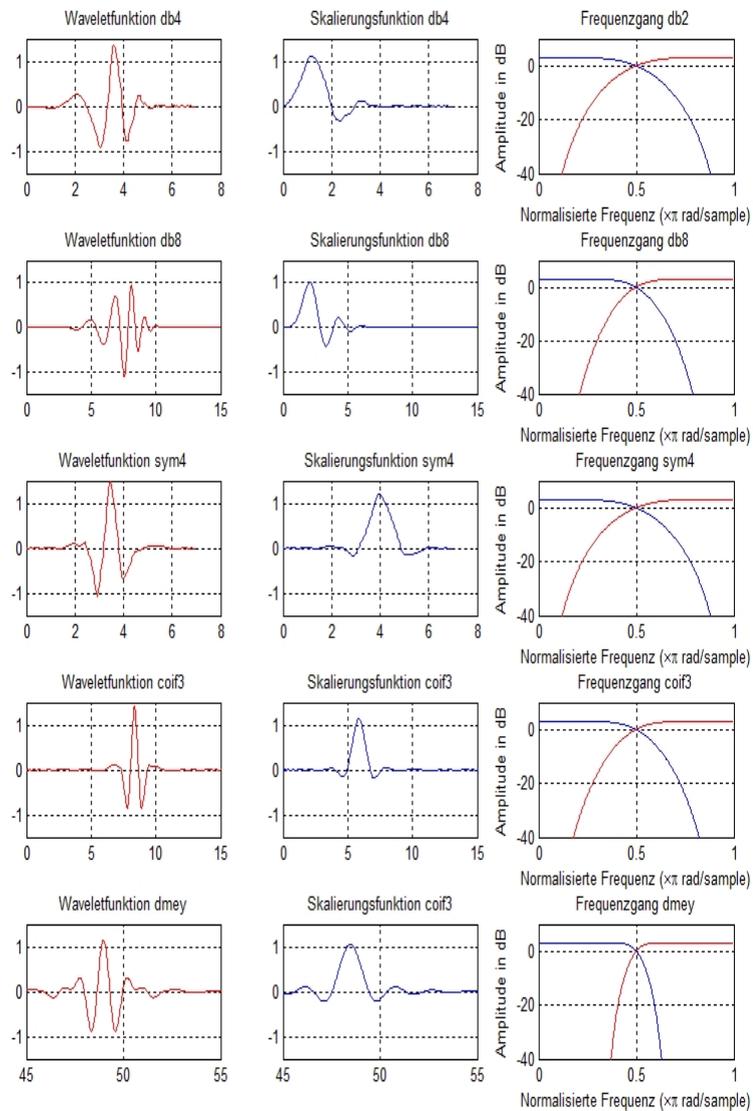


Abbildung 4.19: Waveletfunktionen mit dazugehöriger Skalierungsfunktion und Frequenzgang; Quelle: eigene Abb.

#### 4.6.0.2 Implementierung der diskreten Wavelet-Transformation

Die Implementierung erfolgte mit der Funktion `mydwt()`. Zunächst wird überprüft, ob das Eingangssignal die Länge einer zwei Potenz hat und ob die die mit `maxLvl` definierte Anzahl von Zerlegungsstufen durchgeführt werden kann. Falls nicht wird der Signalvektor auf die nächste Zweierpotenz gekürzt und die DWT nur bis zur maximalen Anzahl von Zerlegungsstufen durchgeführt. Mit dem Parameter `norm` wird die Normierung der DWT auf die Amplitude 'A' oder die Energie E durchgeführt. Der Parameter `pad` bestimmt ob Zero-Padding (`zero`), symmetrisches Padding (`sym`) oder periodisches Padding (`per`) des Signals und der Koeffizienten durchgeführt wird. Die Filterung erfolgt mit der Matlab-Funktion `filter()`. Im Gegensatz zur Funktion `conv()` mit dem Parameter 'same' werden die Randwerte des Ausgangsvektors, welcher die Länge des längsten Eingangsvektor hat, nicht symmetrisch gekürzt. Die ersten  $NFilter - 1$  Werte, wobei  $NFilter$  für die Länge des verwendeten Filters steht, werden behalten und die Werte der diskreten Faltung am Ende des Ausgangsvektor für die sich Eingangssignal und Filter nicht überlappen, werden weggelassen. Nach der mehrstufigen Filterung und Dezimation enthält das cell-Array `DACoef` in der ersten Spalte die ermittelten Approximationkoeffizienten aller berechnet Level und in der zweiten Spalte die Detailkoeffizienten aller Level. Ausgabewerte der Funktion sind die Strukturen `AproxCoef` und `DetailCoef` die neben den Koeffizienten mit `BoxDeltaTime` und `BoxFreq` noch Information über die Lage in der Zeitfrequenzebene. Diese Informationen sind nötig um mit der Funktion `patch(x, y, z)` ein Polygon zu erzeugen. Die Vektoren `x` und `y` stellen dabei Koordination der Eckpunkte des Polygons dar. Mit `z` kann dem Polygon in diesem Fall der Wert eines Koeffizienten zugewiesen werden.

Zum Testen der Funktion wurde ein Signal  $x(t) = 1 \sin(2\pi f_1 t)$  mit  $f_1 = 1 \text{ Hz}$  und ein `sym8`-Wavelet benutzt. Die Werte der DWT wurden auf die Amplitude normiert. Abb. 4.6.0.2 und 4.6.0.2 sind einige der ermittelten Approximations- und Detailkoeffizienten dargestellt. In Abb. 4.6.0.2 zeigt sich ein Nachteil der Wavelet-Filter. Da diese nicht besonders schmalbandig sind verteilt sich die Energie des Signals auf mehrere Koeffizienten, wenn die Bandgrenzen der Wavelet-Filter Nahe an der Signalfrequenz liegen. Die in Abb. 4.6.0.2 Detailkoeffizienten wurden mit einer Signalfrequenz von  $f_1 = 1,5 \text{ Hz}$  ermittelt. Die Amplitude erreicht hier wieder den Wert 1.



```

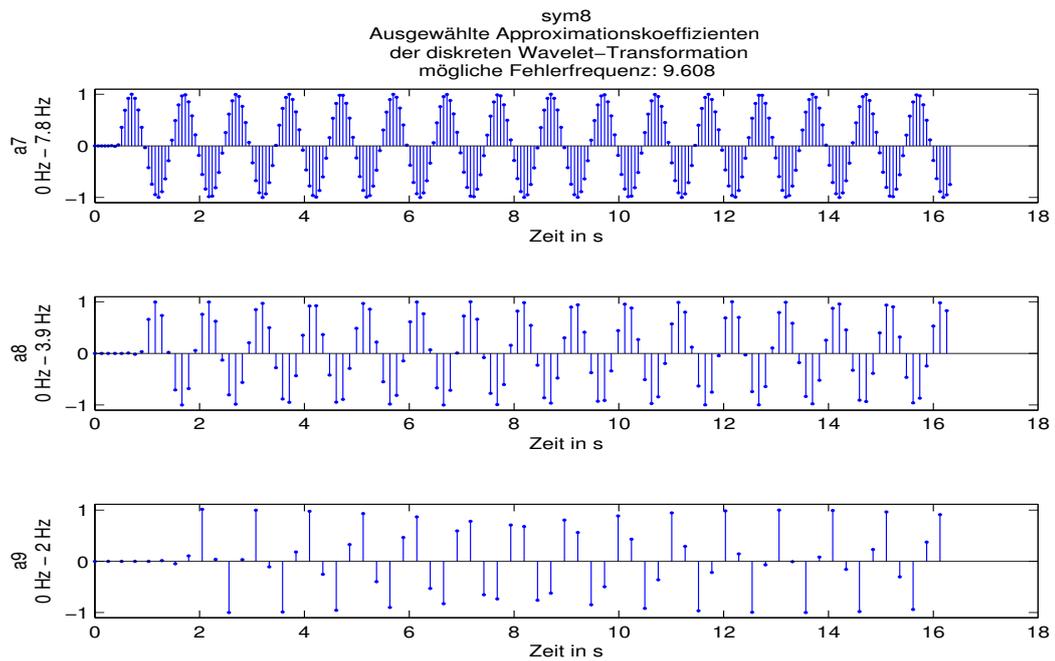
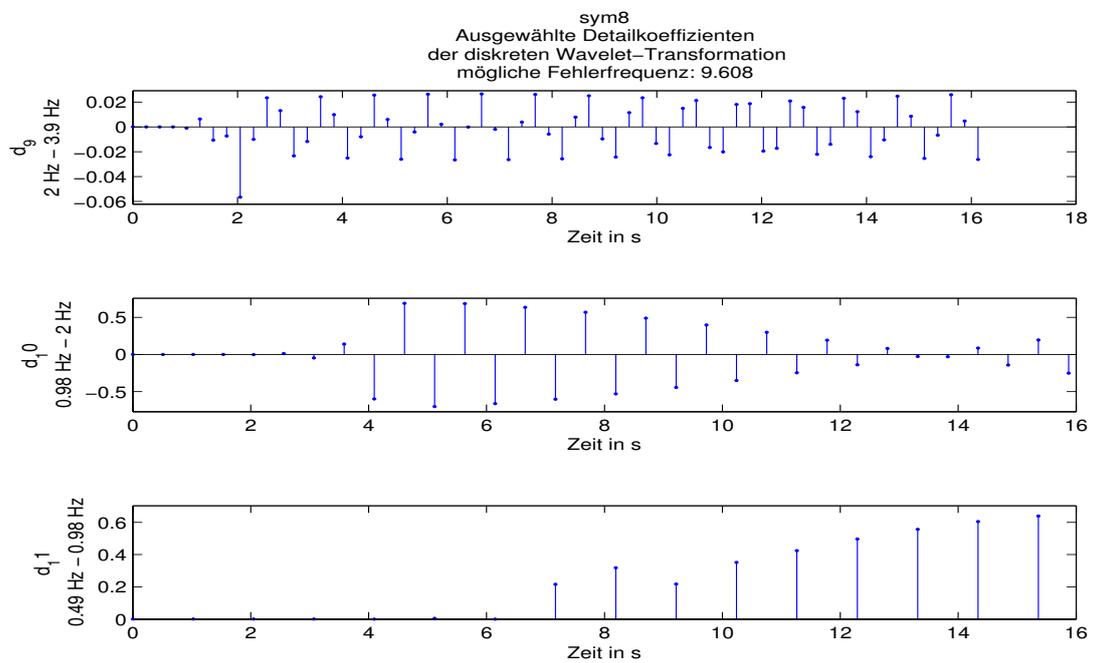
46 % Diskrete Wavelet-Transformation
47
48 switch(norm)
49     case 'E' %Normierung auf gleiche Energie
50         normScale = 1;
51     case 'A' %Normierung auf gleiche Amplitude
52         normScale = 1/sqrt(2);
53     otherwise %Standard Normierung auf Energie
54         normScale = 1;
55 end %end switch(norm)
56
57 switch(pad) %switch 1
58     case 'sym' %symmetrisches Padding
59         tempCoefstart1 = signal(NFilter-1:-1:1);
60     case 'zero'%Zero-Padding
61         tempCoefstart1 = zeros(1,NFilter-1);
62     case 'per' %periodisches Padding
63         tempCoefstart1 = signal(end-(NFilter+1):-1:end);
64     otherwise %Standard Zero-Padding
65         tempCoefstart1 = zeros(1,NFilter-1);
66 end %end 1. switch
67
68 temppad1=[tempCoefstart1 signal];
69
70 temp1 = normScale*filter(LP,1,temppad1);
71 temp2 = normScale*filter(HP,1,temppad1);
72
73 DACcoef{1,1} = temp1(NFilter:2:end);
74 DACcoef{1,2} = temp2(NFilter:2:end);
75
76 for lvl = 2 : AnzLvl % 1. for
77     NCoef = length(DACcoef{lvl-1,1});
78
79     tempCoef = DACcoef{lvl-1,1};
80
81     switch(pad) %switch 1
82         case 'sym' %symmetrisches Padding
83             tempCoefstart = tempCoef(NFilter-1:-1:1);
84         case 'zero'%Zero-Padding
85             tempCoefstart = zeros(1,NFilter-1);
86         case 'per' %periodisches Padding
87             tempCoefstart = tempCoef(end-(NFilter+1):-1:end);
88         otherwise %Standard Zero-Padding
89             tempCoefstart = zeros(1,NFilter-1);
90
91     end %end 1. switch
92
93     temppad=[tempCoefstart DACcoef{lvl-1,1}];

```

```

94
95     temp1 = normScale*filter(LP,1,temppad);
96     temp2 = normScale*filter(HP,1,temppad);
97
98     DACoef{lvl,1} = temp1(NFilter:2:end);
99     DACoef{lvl,2} = temp2(NFilter:2:end);
100
101 end %end 1. for
102 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
103 Tm=1;
104 %% Cell-Array in Knotenstrukturen umbenennen
105
106 for lvl = 1 : AnzLvl
107     DeltaTime = Ta*2^lvl;           % zeitliche Breite der Boxen bzw.
108                                     % Zeitspanne eines Koeffizienten
109     LowFreqLim = 0;                 % Untere Frequenzgrenze der Box
110     TopFreqLim = (fa/2)*(1/(2^lvl)); % Obere Frequenzgrenze der Box
111
112     AproxCoef(lvl).Werte = (DACoef{lvl,1});
113     AproxCoef(lvl).BoxDeltaTime = DeltaTime;
114     AproxCoef(lvl).BoxFreq = [LowFreqLim LowFreqLim TopFreqLim ...
115                               TopFreqLim];
116     AproxCoef(lvl).Level = lvl;
117     AproxCoef(lvl).Name = strcat('A ',num2str(lvl));
118 end
119 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
120 for lvl = 1 : AnzLvl
121     DeltaTime = Ta*2^lvl;           % zeitliche Breite der ...
122                                     % Zeitspanne eines Koeffizeinten
123     LowFreqLim = (fa/2)/(2^(lvl)); % Untere Frequenzgrenze der Box
124     TopFreqLim = (fa/2)/(2^(lvl-1)); % Obere Frequenzgrenze der Box
125
126     DetailCoef(lvl).Werte=(DACoef{lvl,2});
127     DetailCoef(lvl).BoxDeltaTime= DeltaTime;
128     DetailCoef(lvl).BoxFreq=[LowFreqLim LowFreqLim TopFreqLim ...
129                               TopFreqLim];
130     DetailCoef(lvl).Level = lvl;
131     DetailCoef(lvl).Name = strcat('D ',num2str(lvl));
132 end

```

Abbildung 4.20: Approximationskoeffizienten Testfunktion  $f = 1\text{Hz}$ Abbildung 4.21: Detailkoeffizienten Testfunktion  $f = 1\text{Hz}$

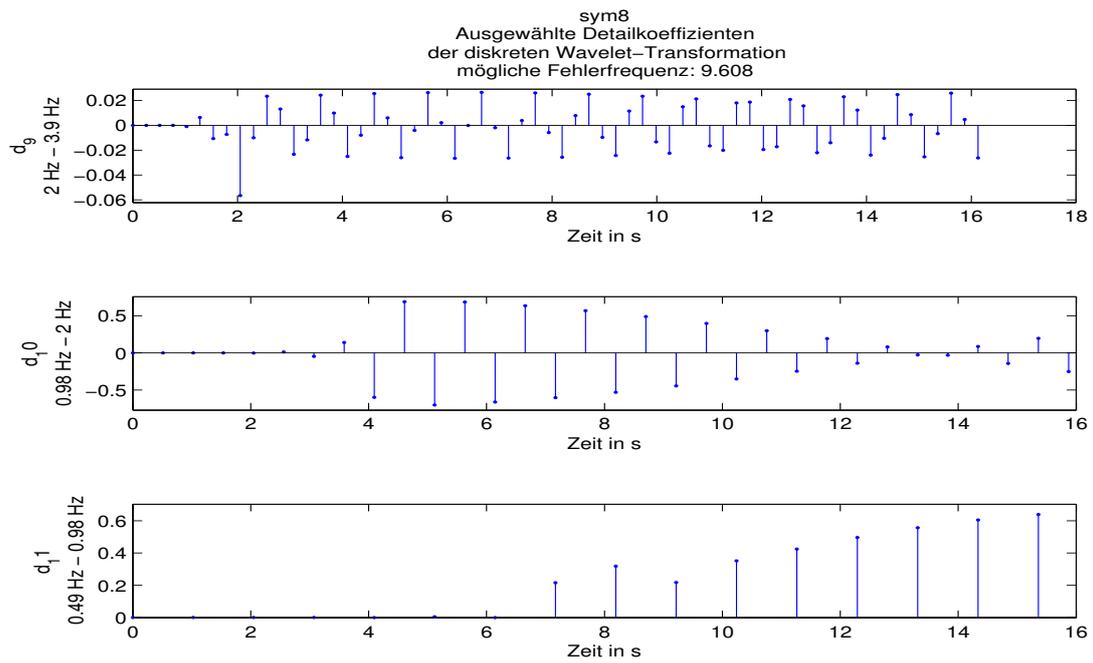


Abbildung 4.22: Detailkoeffizienten Testfunktion  $f = 1\text{ Hz}$

---

## 5 Verfahren der Zeit-Frequenz-Analyse zur Fehlererkennung

### 5.1 Übersicht über die aus der Literatur bekannten Verfahren

Hier soll eine Vorstellung von ausgewählten Fachschriften erfolgen, welche eine Form der Wavelet-Transformation oder die Wigner-Ville-Verteilung zur Fehlerdetektion von gebrochenen Läuferstäben oder Windungsschlüssen nutzen, darunter sind nur solche, die den Statorstrom als Analyse Grundlage nutzen.

Die Verfahren lassen sich unterteilen in die Auswertung der Zeit-Frequenz-Ebene oder die Auswertung der Waveletkoeffizienten der diskreten Wavelet-Transformation. Zunächst sollen Verfahren für Stabbrüche betrachtet werden.

Beispiele zur Auswertung der Waveletkoeffizienten der diskreten Wavelet-Transformation sind in [6], [46],[49],[23], [50][11], [43] und in [3] zu finden.

Eine Analyse bei statischer Drehzahl erfolgt in [6], [49], [23] und Moreira:2012.

In [6] werden db6-,db24- und db44-Wavelets zur Berechnung der DWT des Stromes verwendet. Dabei wird aus dem Frequenzband von 39 Hz bis 78 Hz die Netzfrequenz entfernt und zur Auswertung der Koeffizienten wird ein Energie-Eigenwert eingeführt. Dieser Eigenwert entspricht der Normierung der Signalenergie auf die Summe der Signalenergie aller Frequenzbänder. Zahlenangaben wie gut dieser Eigenwert geeignet ist, werden nicht gemacht. Aus den Abbildungen lässt sich ein Unterschied zwischen heilem und defektem Motor von 10% abschätzen, wobei längere Wavelet-Filter von Vorteil erscheinen. Betrachtet wurde eine ASM mit 75 % Last, bei einer Messdauer von 100 s und einer Abtastrate von 20 kHz. Für die Analyse in [46] werden db8-Wavelets zur Analyse des Motorstroms bei Vollast verwendet. Für einen Frequenzbereich von 30 Hz bis 60 Hz wird der Effektivwert dieses Detailkoeffizienten mit dem Effektivwert des Signals normiert und in gleicher Weise die Varianz des Detailkoeffizienten mit der Varianz des Signals normiert. Eine Filterung oder Demodulation erfolgt nicht. Die Abtastrate beträgt 1000 kHz. Es werden Motoren mit 2 bis 5 gebrochenen Stäben untersucht. Im Vergleich zum heilem Motor, sind beim defekten Motor beide Werte um das 3 bis 12 größer. Auffällig ist, dass kein Trend zu steigenden Werten für eine höhere Anzahl gebrochener Stäbe zu erkennen ist. [49] vergleicht die Waveletkoeffizienten des Stromes der

DWT verschiedener Daubechies Wavelets und Symlets (db8, db9, db10, sym7, sym8) untereinander. Von den Waveletkoeffizienten eines Frequenzbandes zwischen 30 Hz und 60 Hz werden dann der Mittelwert, die Standardabweichung und Variationskoeffizienten berechnet. Die Bewertung mittels der Werte für Standardabweichung geteilt durch Mittelwert und Variationskoeffizient geteilt durch Mittelwert, wobei sich der Betrag dieser Quotienten im Falle eines Bruchs erhöht. Bei einer Last von 60 % wurden Unterschiede von über 5 % beobachtet, längere Wavelet-Filter sind hier zu bevorzugen. Die Messdauer betrug und die Abtastrate 1920 Hz. [23] benutzt zur Entfernung der Netzfrequenz ein Verfahren mit Verwendung der Hilbert-Transformation, berechnet die Waveletkoeffizienten mit Symlet8, fenstert diese mit einem Turkey-Fenster und bewertet die Ergebnisse mit einer Weibull-Verteilung. Das Verfahren ist, laut Aussage der Autoren, auch dazu geeignet Lagerschäden dynamische und statische Exzentrizitäten und Spulenkurzschlüsse zu erkennen. Es wurden Messzeiten von 4 s und eine Abtastrate von 1280 Hz verwendet.

Ein Beispiel für eine solche Analyse zeigt 5.1.

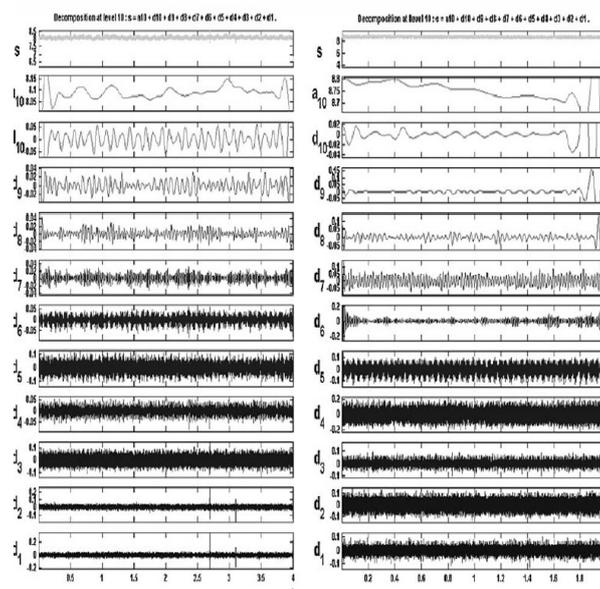


Abbildung 5.1: Beispiel für eine Analyse mit der DWT; Quelle: [23]

Ein gänzlich anderer Ansatz wird in [14] verfolgt, hier wird untersucht, ob es mit der Wavelet-Packet-Transformation möglich ist Spektrallinien bei um die Rotornutenharmonischen zu detektieren. Für einen defekten Motor soll der Wavelet-Packet-Baum bei höheren Frequenzen weiter aufgelöst werden. Das Ergebnis hierfür ist nicht eindeutig. Während bei einem Motor mit einem gebrochenen Stab höhere Frequenzbänder wie erwartet feiner aufgelöst wurden, konnte dies bei zwei gebrochenen Stäben nicht mehr beobachtet werden.

Anlaufintervalle einer ASM wurden in [11], [43], [3], [50] und [44] untersucht

[11] benutzt eine Phasenregelschleife zur Entfernung der Netzfrequenz, für die DWT des Stroms wird ein db8-Wavelet verwendet. Als Last der sich im Anlauf befindenden Maschine sind 30 % bis 100 % angegeben. Bei der Betrachtung der Verteilung der DWT-Koeffizienten wurde für die defekte Maschine ein zusätzlicher Anteil an betragsmäßig großen Koeffizienten zum Ende des 3 s langen Anlaufintervalls festgestellt werden. Das Phänomen trat in mehreren Frequenzbändern unterhalb der Netzfrequenz auf. Ähnliche Ergebnisse sind auch in [43] zu erkennen. Hier wurden db-44-Wavelets genutzt um bei unterschiedlichen Motoren Frequenzbänder unterhalb der Netzfrequenzbänder auszuwerten. Auch hier ist eine höhere Amplitude der gefilterten Ströme zu erkennen. Als Vergleich ist hier noch eine klassische Tiefpassfilterung angegeben, welche die vergleichbare Ergebnisse lieferte. Der Verwendete Filtertyp ist nicht genannt. Die Anlaufzeit der Motoren betrug zwischen 1,6 s und 14 s. In [3] wird die der Einfluss der Aufteilung der Frequenzbänder unterhalb der Netzfrequenz, dabei wird das Frequenzband 0 Hz bis 39 als einmal als ganzes Betrachtet und dann in 3 Teilbänder aufgeteilt. Beide Ansätze liefern bei 2 s langen Anläufen gleich gute Ergebnisse , sowohl bei einem unbelasteten Motor, als auch bei einem Motor unter Vollast. Es wird herausgestellt, dass das verwendete Wavelet eine Untergeordnete Rolle spielt. Eine höhere Ordnung des Wavelets aber zu besseren Ergebnissen führt, da die Wavelet-Filter so einen steilen Frequenzgang haben. Eine Darstellung des Anlaufstromes ist in Abb. 5.2 zu sehen. [50] konnte auch größere Amplituden der Waveletkoeffizienten bei der Netzfrequenz feststellen.

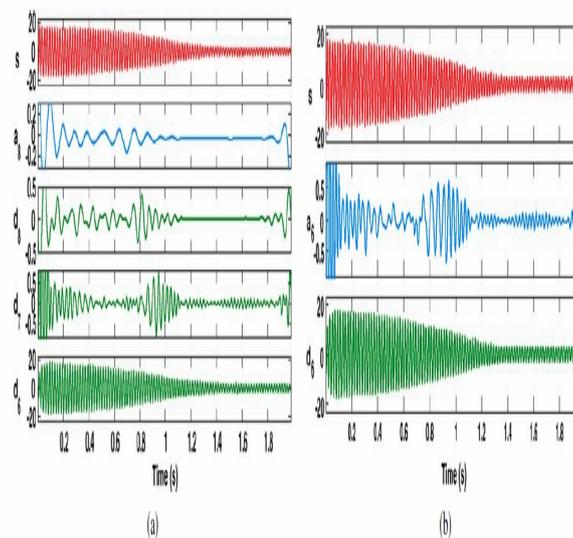


Abbildung 5.2: Beispiel für eine Analyse mit der DWT; Quelle:[3]

In [44] wurde die Analyse der Einhüllenden der Vektoren aus der Park-Transformation an einem Simulationsmodell durchgeführt. Hier zeigte sich für eine DWT mit db6-Wavelets bei der Simulation des defekten Motor größere Werte für das Minimum, den Mittelwert und das Maximum der Wavelet-Koeffizienten unterhalb der Netzfrequenz. Weitere Informationen wurden nicht angegeben.

Das Thema Windungsschlüsse wird in [22] und in [2] behandelt.

In [22] wird zunächst eine Park-Transformation der Statorströme durchgeführt. Die d/q-Vektoren der Ströme werden dann mit einer DWT mittels eines db4-Wavelet mit 5 Leveln ausgewertet. Von allen Detail-Leveln, welche einen Frequenzbereich von 156.25 Hz bis 5000 Hz entsprechen, wird dann die Signalenergie berechnet und diese dann für das Training eines Neuronalen Netzes verwendet. Die Methode wurde an Messdaten einer mit 75 % Last beaufschlagten ASM getestet und zeigte eine hundertprozentige Detektionsrate ab einer Anzahl von Windungsschlüssen die 3 % der Gesamtanzahl der Windungen entspricht. Messdauer und Abtastrate sind nicht angegeben. Die gezeigten Abbildungen lassen auf eine Abtastrate von 10 kHz und eine Messdauer von 0,25 s schließen.

Für die Methode in [2] werden die Strommessdaten zunächst mit einem Hanning-Fenster gefenstert. Von diesen Daten wird dann die DWT mit einem db4-Wavelet berechnet. Aus den Koeffizienten wird dann der Effektivwert und die Signalenergie für die letzten 3 Detaillevel, welche einem Frequenzbereich von 8 Hz bis 32 Hz entsprechen, ermittelt. Es wurden ASM mit Windungsschlüssen bei 5% und 10% der Windungen benutzt und mit den Messdaten einer heilen Maschine verglichen. Die Auswertung des Effektivwerts zeigt einen Unterschied zwischen heiler und defekter Maschine von mindestens 40,79 % auch ohne Last. Für die Signalenergie ergeben sich noch bessere Werte von mehr als 95,43 %. Die Messdauer ist mit 5 s und die Abtastrate mit 2048 Hz angegeben.

Kontinuierliche Verfahren für gebrochene Läuferstäbe sind [54] [30] und in [41] zu finden.

Die Analyse [54] erfolgt durch die Betrachtung der Hüllkurve des Anlaufstroms, wobei die Anlaufzeit des Motor unter 1 s Sekunde und die Abtastrate bei 8 kHz liegt. Es werden Motoren mit nur angebrochenen Stäben, sowie Motoren mit 1 bis 4 defekten Stäben untersucht. Es wird ein, für die kontinuierliche Wavelet-Transformation ungewöhnliches, db8-Wavelet verwendet. Zur Bewertung wird der Anlauf in 3 Abschnitte unterteilt, wie in Abb. 5.3 dargestellt. Es wird das Quadrat der Summe der Waveletkoeffizienten im mittleren Bereich des Anlaufs mit der Anzahl der Abtastwerte, der Anzahl der Skalen und dem Quadrat der Summe der beiden äußeren Bereiche normalisiert. Der Vergleich dieses Wertes zeigt, dass für mindestens einen komplett gebrochenen Stab, ein Unterschied zwischen heilen und defekten Motor von mindestens 10 dB vorliegt. Für nur angebrochene Stäbe ist eine Fehlererkennung nicht zweifelsfrei möglich.

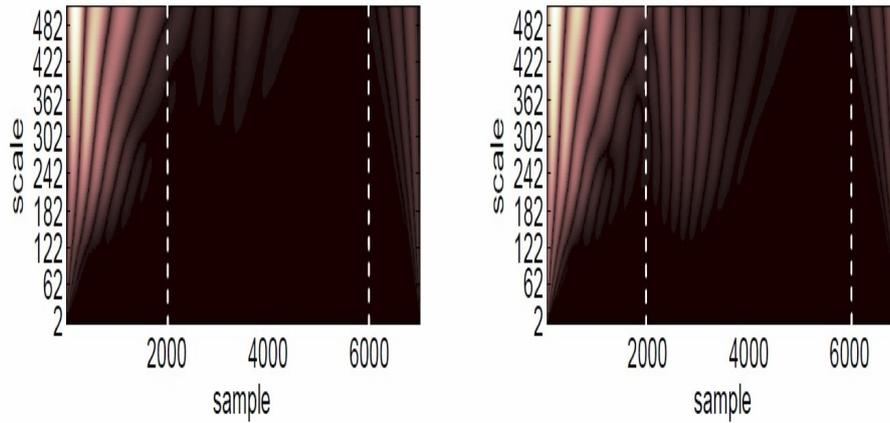


Abbildung 5.3: CWT des Anlaufstrom, heiler Motor links, defekt rechts; Quelle:[54]

[30] und zeigt eine CWD des Anlaufstromes. Die Dauer des belasteten Anlaufs ist mit 2,7 s angegeben. In der Zeit-Frequenz-Ebene ist eine deutliche V-Form zu erkennen, wie Abb. 5.4 zu erkennen. [41] beschreibt die Verwendung der Wigner-Ville-Distribution und die kontinuierliche Wavelet Transformation zur Fehlererkennung. Auch mit diesen Methoden lässt sich eine V-Form erkennen.

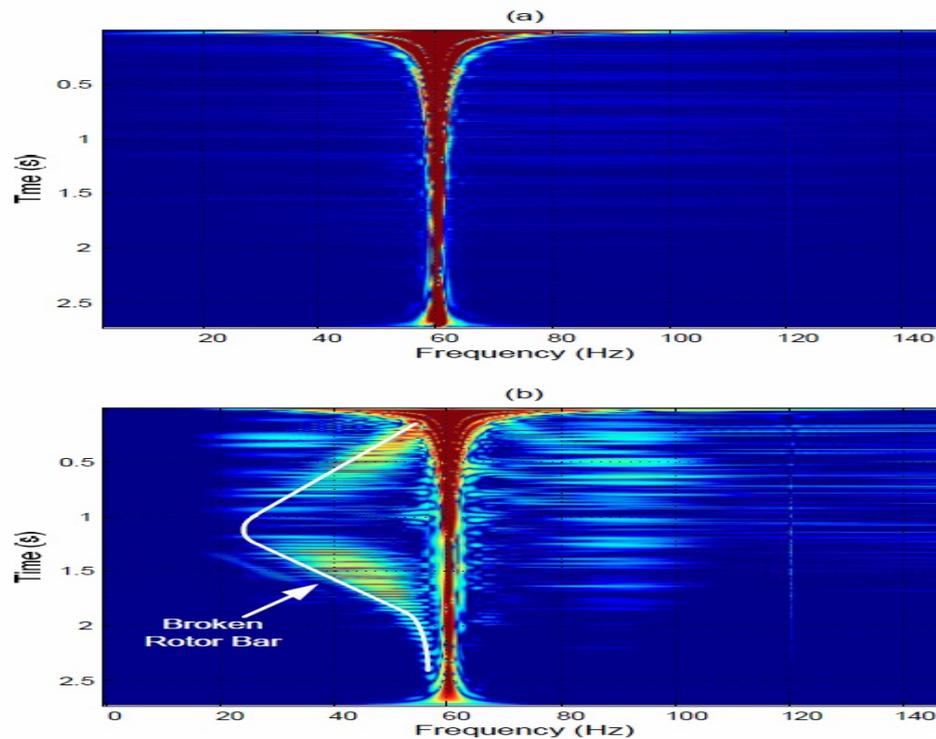


Abbildung 5.4: CWD des Anlaufstrom, heiler Motor oben, defekt unten; Quelle: [30]

Um Windungsschlüsse zu erkennen [52] führt zunächst eine Park-Transformation der 3-Stromphasen durch und nutzt die kontinuierliche WT mit dem komplexen Morlet-Wavelet. Das Verfahren wird bei einem Anteil von 30 % kurzgeschlossen Windungen simuliert und an Messdaten geprüft. In beiden Fällen ist der Fehler detektierbar. Die ASM wird als belastet angegeben.

In Tab. 5.1 sind die beschriebenen Verfahren in einer Übersicht zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Übersicht zu Verfahren zur Fehlerdetektion von ASM aus der Literatur

| Quelle | Fehler<br>Stäbe/<br>Windung | sonst.<br>Fehler | Demo-<br>dulation | Trans-<br>formation | Simu-<br>lation/<br>Mess-<br>daten | Statisch/<br>Anlauf | ohne<br>Last | Bewertung                       |
|--------|-----------------------------|------------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|---------------------|--------------|---------------------------------|
| [6]    | ja /nein                    | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | ja/nein             | nein         | Energieeigenwert<br>DWT-Koef.   |
| [46]   | ja /nein                    | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | ja/nein             | nein         | relativer RMS und Vari-<br>anz  |
| [49]   | ja /nein                    | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | ja/nein             | nein         | Kriterien für DWT-Koef.         |
| [23]   | ja /nein                    | ja               | ja                | DWT                 | nein/ja                            | ja/nein             | nein         | Weibull-Verteilung<br>DWT-Koef. |
| [49]   | ja/ja                       | nein             | nein              | DWT                 | ja/nein                            | ja/nein             | nein         | Min, Max, Mean der<br>DWT-Koef. |
| [50]   | ja /nein                    | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | nein/ja             | ja           | DWT-Koef.                       |
| [11]   | ja /nein                    | nein             | ja                | DWT                 | ja/ja                              | nein/ja             | ja           | DWT-Koef.                       |
| [3]    | ja /nein                    | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | nein/ja             | ja           | DWT-Koef.                       |
| [43]   | ja /nein                    | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | nein/ja             | ja           | DWT-Koef.                       |
| [14]   | ja/nein                     | nein             | nein              | WPT                 | nein/ja                            | nein/nei            | nein         | WPT-Baum                        |
| [22]   | nein/ja                     | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | ja/nein             | nein         | $E_x$ für neuronales Netz       |
| [2]    | nein/ja                     | nein             | nein              | DWT                 | nein/ja                            | ja/nein             | ja           | RMS der Waveletkoeff.           |
| [52]   | nein/ja                     | ja               | nein              | CWT                 | ja/ja                              | ja/nein             | nein         | Park-Transformation             |
| [54]   | ja /nein                    | nein             | ja                | CWT                 | ja/ja                              | nein/ja             | ja           | Waveletenergie                  |
| [30]   | ja /nein                    | nein             | nein              | CWD                 | nein/ja                            | nein/ja             | nein         | Zeit-Frequenz-Ebene             |
| [41]   | ja /nein                    | nein             | nein              | CWT/<br>WVD         | nein/ja                            | nein/ja             | nein         | Zeit-Frequenz-Ebene             |

## 6 Kriterien für die Bewertung der Waveletkoeffizienten

Da allein die optische Auswertung der Waveletkoeffizienten für geringe Lastzustände aufgrund des unregelmäßigen Koeffizientenverlaufs unverlässlich wird, ist es wünschenswert signifikante Parameter für die Fehlerdetektion zu definieren. In [6], [46] und [49] wurden Bewertungskriterien für die Koeffizientensätze der DWT vorgeschlagen.

Das Kriterium in [6] normiert die Energie der der Koeffizienten eines Levels mit der Summe der Energie aller Level. Die Energie eines Levels  $E_{|v|}$  mit den Amplituden der Koeffizienten eines Levels  $c_{|v|,k}[n]$  wird definiert als:

$$E_{|v|} = \sum_{n=1}^{N-1} |c_{|v|,k}[n]|^2 \quad (6.1)$$

und die Energie aller Level zu:

$$E_{alle|v|} = \sum_{|v|=1}^{2^{l_{v\max}}-1} E_{|v|} \cdot \quad (6.2)$$

Dadurch ergibt sich der Kriterienvektor der normiert Energien  $K_E$  zu:

$$K_E = \left[ \frac{E_{d_1}}{E_{alle|v|}}, \dots, \frac{E_{d_{|v|\max}}}{E_{alleL|v|}}, \frac{E_{a_{|v|\max}}}{E_{alle|v|}} \right] \cdot \quad (6.3)$$

Das Zweite ausgewählte Kriterium aus [46] basiert auf dem Effektivwert (engl. root mean square (RMS)) des Signals und der Koeffizienten. Hier wird es in abgewandelter Form angewendet. Dafür wird eine Fensterung der Koeffizienten aus [13] verwendet. Durch die Fensterung der Signalwerte ist es möglich die Genauigkeit bei der Berechnung des Effektivwertes im Vergleich zu einem Rechteckfenster deutlich zu erhöhen. Ein Vergleich für verschiedene Fenster ist in Abb. 6.1 dargestellt. Die Verwendung eines Hanning- oder Blackman-Fensters liefert hiernach den kleinsten Berechnungsfehler des Effektivwertes, da Randwerte weniger

gewichtet werden. Nach [13] wird der Effektivwert  $x_{wRMS}$  eines Signals, welches mit dem Fenster  $w[n]$  multipliziert wird, berechnet mit:

$$x_{wRMS} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{n=0}^{N-1} w[n]} \sum_{n=0}^{N-1} w[n] (x[n])^2}. \quad (6.4)$$

In gleicher Weise wird der Effektivwert der Waveletkoeffizienten eines Levels definiert. Dadurch ergibt sich das Effektivwertkriterium  $K_{RMS}$  zu:

$$K_{wRMS} = \frac{C_{|v|,k_{wRMS}}}{x_{wRMS}}. \quad (6.5)$$

Die Normierung des Waveletkoeffizienten auf den Effektivwert des gesamten Signal ermöglicht hier ebenso den Vergleich unterschiedlicher Messreihen.

Als drittes Kriterium wird der aus der Statik bekannte Variationskoeffizient verwendet. Dieser wird normalerweise definiert als die Standardabweichung  $\sigma$  des Signals, geteilt durch den Mittelwert  $\overline{x[n]}$  eines Signals. In [49] werden die Beträge der Koeffizienten eines Levels zur Definition des Kriteriums verwendet. Statt des Mittelwerts wird also der Gleichrichtwert verwendet und die Standardabweichung wird in Abhängigkeit vom Betrag der Koeffizienten berechnet:

$$|\overline{x}| = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^{N-1} |x[n]|}, \quad (6.6)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} |x[n]| - |\overline{x}|}, \quad (6.7)$$

$$K_{VK} = \frac{\sigma_{C_{|v|,k}}}{|C_{|v|,k}|}. \quad (6.8)$$

Die Variation ist ein Maß für die durchschnittliche Abweichung eines Messwertes vom Mittelwert einer Messreihe. Durch die Normierung ermöglicht sie zudem den Vergleich zweier Messreihen mit unterschiedlichem Mittelwert. Indirekt kann so auch der Modulationsgrad zwei Signale gemessen werden. Bei einem nicht modulierten Signal wird der Mittelwert des Signals null betragen. Wird dagegen nur ein Waveletkoeffizient betrachtet, ergibt die Filterung bei einem Auftretenden Fehler eine harmonische Schwingung. Die mittlere Abweichung wird der halben Amplitude dieser Schwingung entsprechen. Zusätzlich wird Rauschen vor-

handen sein, welches die Standardabweichung erhöht. Im Fall das kein Fehler vorliegt stellen die Koeffizienten idealerweise nur das Rauschen in diesem Frequenzband dar.

Die Analyse der Daten erfolgt mit der Funktion *stabbruchkriterienvalid()*, welches sich auf der DVD befindet. Es werden dabei nur die Koeffizienten der DWT verwendet, welche bei der diskreten Faltung mit allen Filterkoeffizienten berechnet wurden. Bei Verwendung der Funktion *filter()* von Matlab werden also die ersten  $N_{Filter} - 1$  Koeffizienten der DWT nicht verwendet.

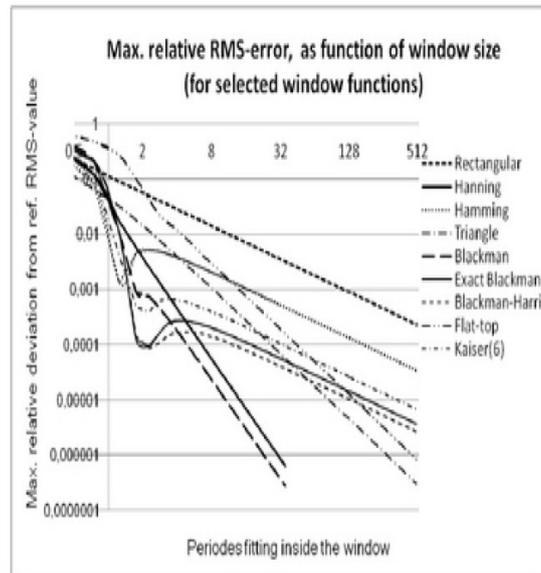


Abbildung 6.1: Effektivwertgenauigkeit für verschiedene Fenster; Quelle: [13]

## 7 Test und Beurteilung der Verfahren anhand von Messdaten

### 7.1 Gebrochene Läuferstäbe bei stationären Betrieb der Ansynchronmaschine

#### 7.1.1 Darstellung der Zeitsignale und des Spektrums

Für die Analyse wurden exemplarisch die Messdaten von ASM unter unterschiedlichen Lastzuständen ausgewählt. Die Daten für den Leerlauf gehören zu zwei 4-Pol-ASM gleicher Bauart, die Datensätze haben die Namen `MotorOKRaw.txt` und `MotorStabbruchRaw.txt` und befinden sich auf der beiliegenden DVD. Ansonsten liegen keine weiteren Daten über die Maschine vor. Die Beispieldaten für eine belastete ASM stammen von zwei Maschinen gleicher Bauart mit einer Nennleistung von 5,5 kW und einer Nenndrehzahl von 1450 U/s. Zum abbremsen der Maschinen wurde eine Magnetpulverbremse verwendet. Die verwendeten Daten haben die Namen:

`Referenzmotor Fehlerfrei_1466_2015_246134727_1494_018A.txt`

`Referenzmotor Fehlerfrei_1466_2015_246144906_1455_041A.txt`

für den heilen Motor mit mittlerer und hoher Drehzahl und die Namen:

`Referenzmotor Stabbruch_1466_2015_246160546_1487_018A.txt`

`Referenzmotor Stabbruch_1466_2015_246163900_1456_041A.txt`

für den defekten Motor mit mittlerer und hoher Drehzahl. Die Ursprüngliche Abtastrate der Daten Betrag 100 kHz. Als Programm wurde MATLAB 2014b benutzt,

Für die Analyse im Spektrum wurde das Programm *ZeitsignalSpektrum.m* verwendet. Die Abtastrate der Daten wurde hier und in allen weiteren Fällen durch Dezimation verringert. Dazu wurden die Signale vor der Dezimation mit einem Butterworth Anti-Alias-Filter gefiltert. Der Filter wurde mit dem Matlab FDATool entworfen und als *Object Hd* gespeichert. Die Parameter sind in Abb. 7.1 dargestellt. Die Ermittlung der Drehzahlen und des Schlupfes, sowie die Demodulation des Signals erfolgte mit den in Kapitel 3 vorgestellten Verfahren. Alle Dateien sind auf der DVD vorhanden.

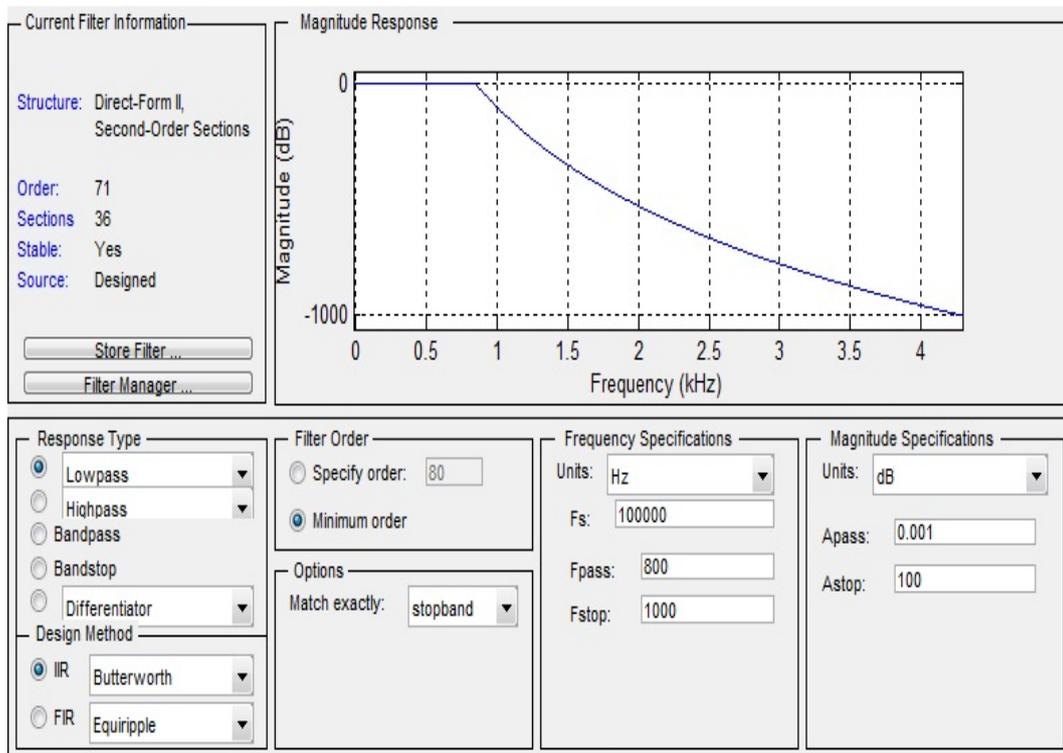


Abbildung 7.1: Butterworth-Filter entworfen mit Matlab Fdatool

Die Zeitsignale Maschinen im Leerlauf sind in Abb. 7.2 und Abb. 7.3 dargestellt. Aus den Zeitsignalen lässt sich kein Unterschied zwischen heilen und defekten Motor erkennen. Auch für den defekten Motor mit hoher Drehzahl lässt sich kein Unterschied erkennen, siehe dazu Abb. 7.4.

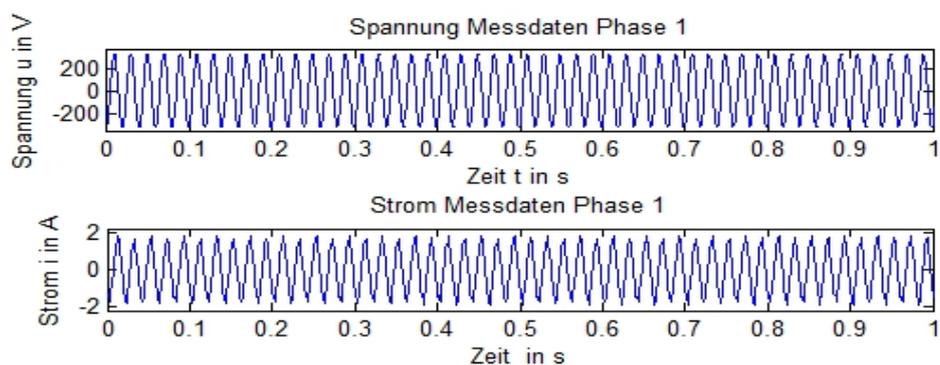


Abbildung 7.2: Spannung und Strom heiler Motor 1, Leerlauf,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

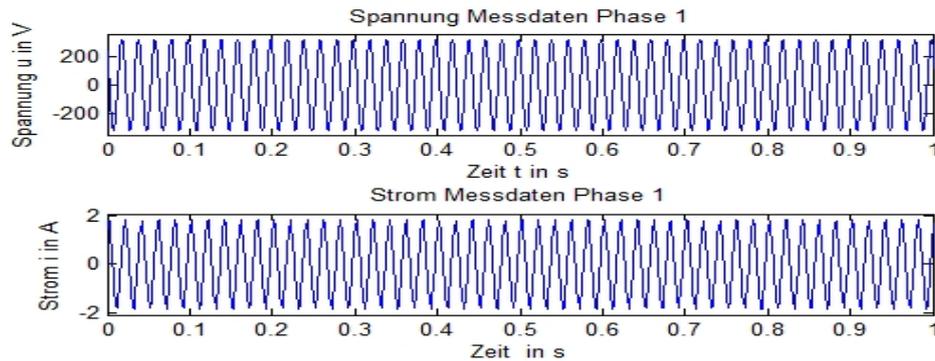


Abbildung 7.3: Spannung und Strom defekter Motor 1, Leerlauf,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

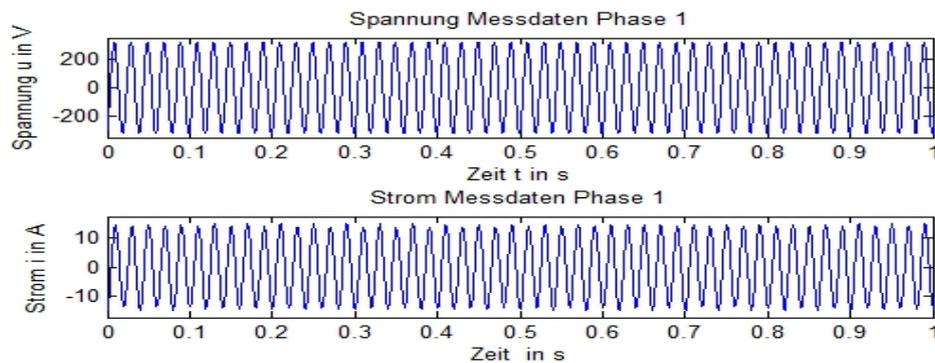
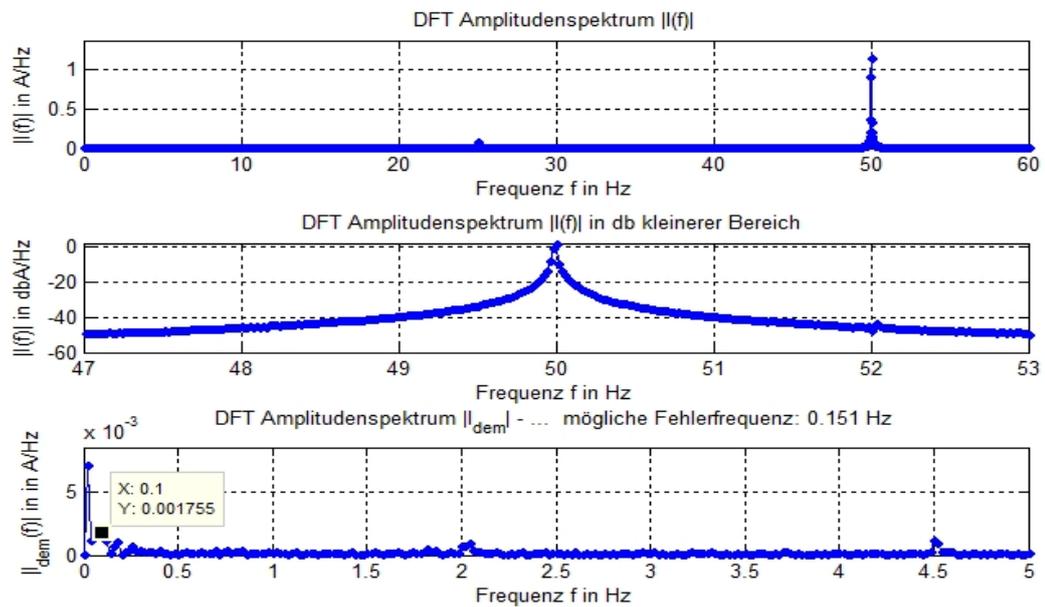
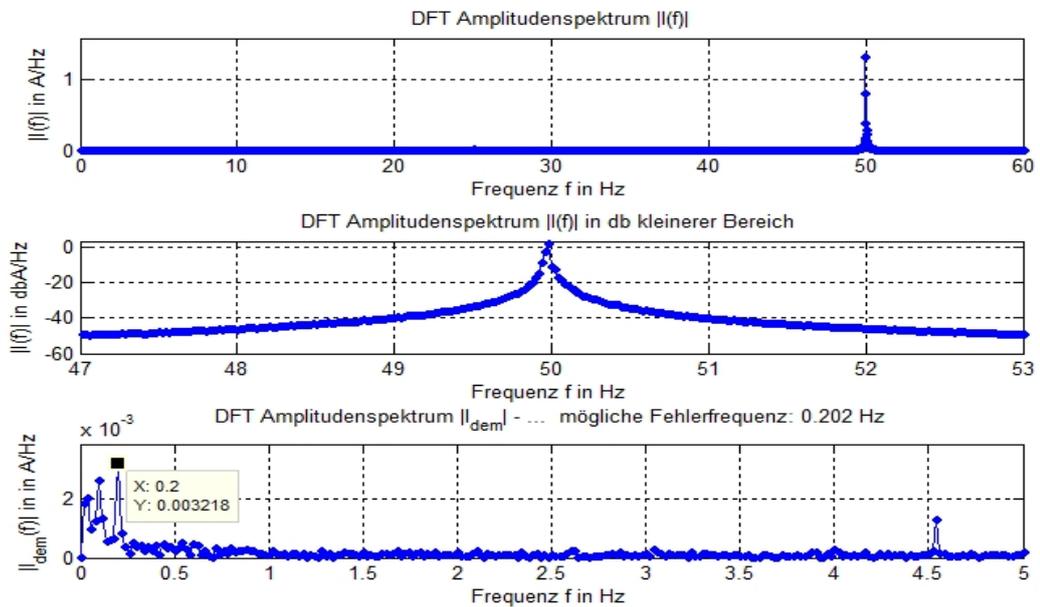


Abbildung 7.4: Spannung und Strom defekter Motor 2, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

Die Spektren für alle Motoren sind in den Abb. 7.5 bis Abb. 7.10 dargestellt. Aus dem Spektrum des nichtdemodulierten Signals lässt sich nur bei hoher Drehzahl und logarithmischer Darstellung in 7.10 erkennen. Hier sieht man deutlich die Seitenbänder um die Netzfrequenz. Für alle Drehzahlen lässt sich für das demodulierte Signal ein Unterschied zwischen heilen und defekten Motoren im statischen Fall schon aus den Spektrum erkennen. Verglichen wurde hier das Verhältnis der Amplituden im Spektrum bei der aus dem Schlupf ermittelten möglichen Fehlerfrequenz  $f_{bb}$ . Für den Motor im Leerlauf liegt der Amplitudenunterschied bei 183%, für die mittlere Drehzahl bei 248% und bei 474%. Der Unterschied ist also sehr deutlich und der Unterschied vergrößert sich bei größerer Belastung. Die Auswertung der Daten ist in Tab. 7.1.1 zusammengefasst.

Abbildung 7.5: Spektrum heiler Motor 1, Leerlauf,  $f_a = 2000$  HzAbbildung 7.6: Spektrum defekter Motor 1, Leerlauf,  $f_a = 2000$  Hz

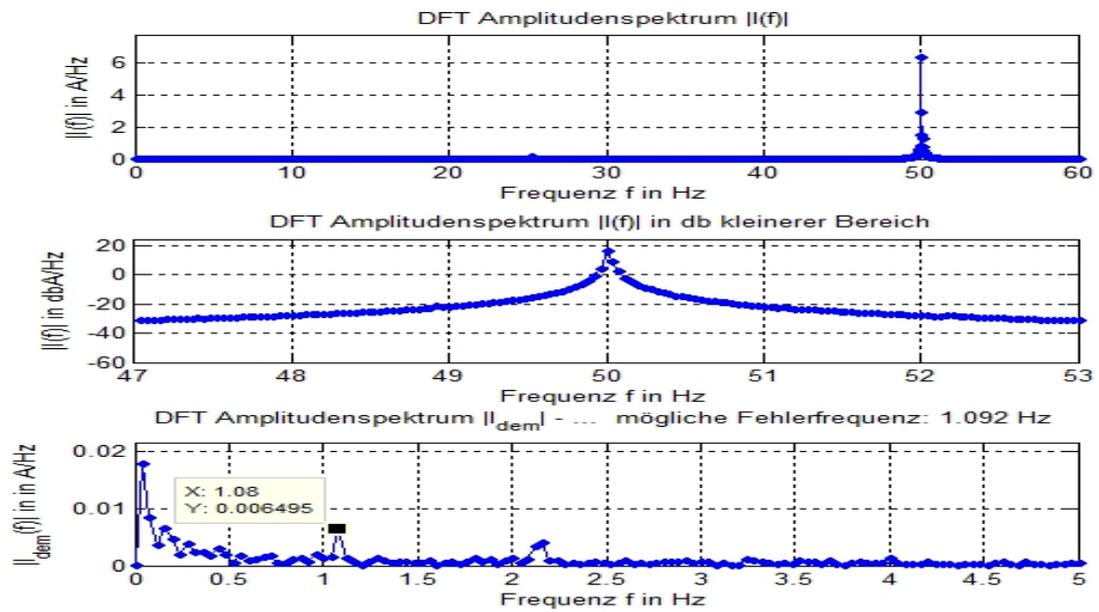


Abbildung 7.7: Spektrum heiler Motor 2, mittlere Drehzahl,  $f_a = 2000$  Hz

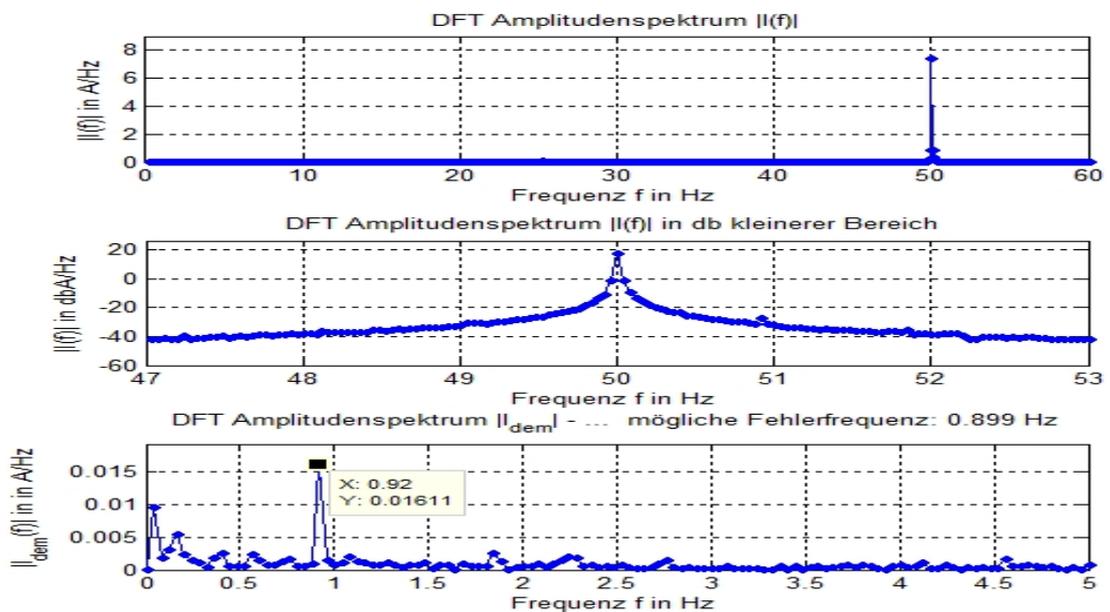


Abbildung 7.8: Spektrum defekter Motor 2, mittlere Drehzahl,  $f_a = 2000$  Hz

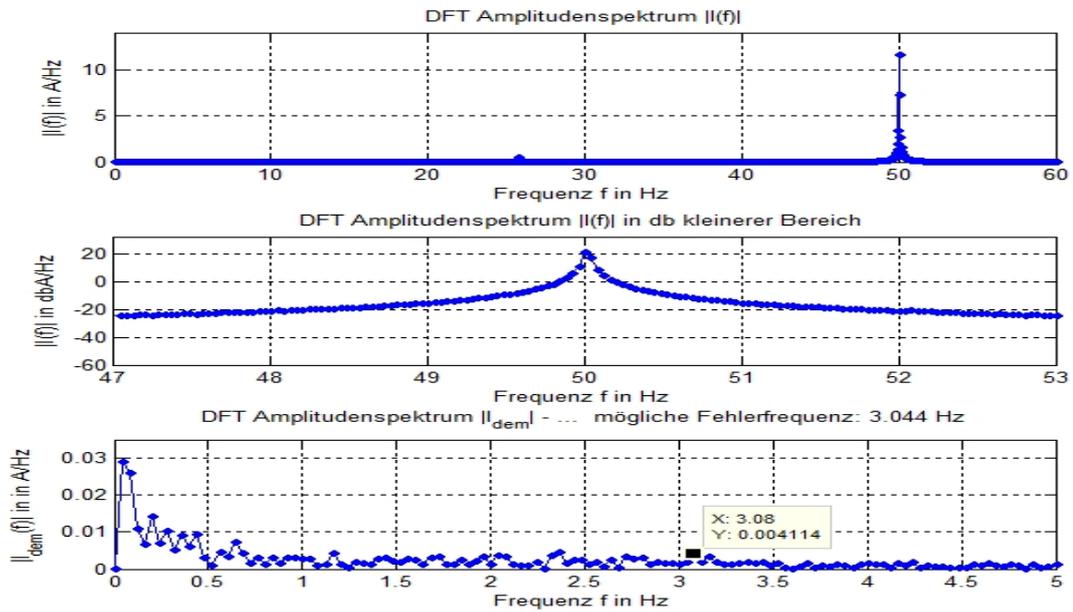


Abbildung 7.9: Spektrum heiler Motor 2, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

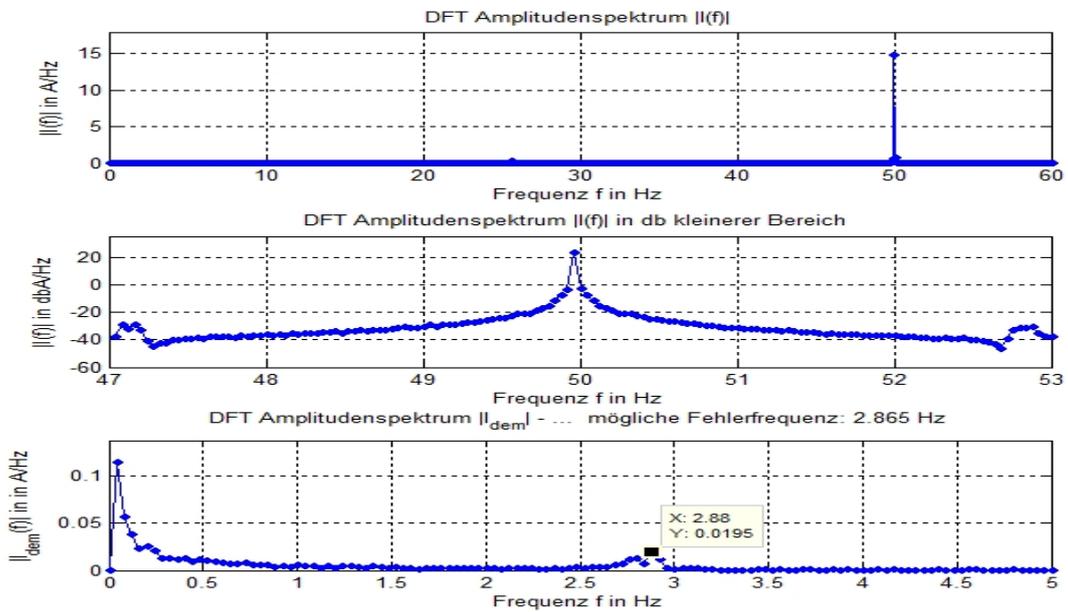


Abbildung 7.10: Spektrum defekter Motor 2, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

Tabelle 7.1: Ermittelte Werte der ASM aus dem Spektrum

| Motor      | $N_r$ in<br>U/min | $N_s$ in<br>U/min | $s_r$ | $f_{bb}$ in<br>Hz | $ I(f_{bb}) $ |
|------------|-------------------|-------------------|-------|-------------------|---------------|
| 1 OK       | 1497,5            | 1499,7            | 0,151 | 0,15              | 0,001755      |
| 1 defekt   | 1496,1            | 1499,2            | 0,202 | 0,20              | 0,003218      |
| 2 OK       | 1484              | 1500,4            | 1,091 | 1,09              | 0,00649       |
| 2 defekt   | 1486,4            | 1499,9            | 0,899 | 0,90              | 0,01611       |
| 2 OK 2     | 1454,8            | 1500,5            | 3,043 | 3,04              | 0,00411       |
| 2 defekt 2 | 1455,9            | 1498,9            | 2,867 | 2,86              | 0,0195        |

### 7.1.2 Auswertung mit Kriterien der diskreten Wavelet-Transformation

Für die Auswertung wurde das Programm *DWT\_HT\_Interpolation\_loop.m* verwendet. Alle Datensätze wurden einer effektivem Abtastrate von  $f_a = 2000 \text{ Hz}$  mit den Wavlets db4, db8, sym4, sym8, coif1 und coif3 ausgewertet. Die Transformation wurde auf die Energie normiert. Die Frequenzen entsprechenden Level sind in Tab. 7.1.2 dargestellt.

Tabelle 7.2: Frequenzbereiche der DWT

| Level | Frequenzbereich<br>Approximations-<br>koeffizienten in Hz | Frequenzbereich<br>Detail-<br>koeffizienten in Hz | Anzahl Werte |
|-------|---|---|--------------|
| 1     | 0 - 500   | 500 - 1000  | 32768        |
| 2     | 0 - 250   | 250 - 500   | 16384        |
| 3     | 0 - 125   | 125 - 250   | 8192         |
| 4     | 0 - 62,5  | 62,5 - 125  | 4096         |
| 5     | 0 - 31,25   | 31,25 - 62,5                                      | 2048         |
| 6     | 0 - 15,625  | 15,625 - 31,25                                    | 1024         |
| 7     | 0 - 7,8125  | 7,8125 - 15,625                                   | 512          |
| 8     | 0 - 3,9063  | 3,9063 - 7,8125                                   | 256          |
| 9     | 0 - 1,9531  | 1,9531 - 3,9063                                   | 128          |
| 10    | 0 - 0,97656   | 0,97656 - 1,9531                                  | 64           |
| 11    | 0 - 0,48828   | 0,48828 - 0,97656                                 | 32           |

Zunächst sollen die demodulierten Signale betrachtet werden. Für den Motor im Leerlauf wurde eine effektive Messdauer von 32,768 s verwendet, die erste Sekunde wurde aufgrund

der Verwendung eines Dezimationsfilters nicht berücksichtigt, die Werte stammen also von der Stromphase 1 im Bereich von 1 s bis 33,768 s. Da die möglichen Fehlerfrequenzen bei 0,15 Hz (heil) bis 0,20 Hz (defekt) liegen wurden die Kriterien für die Koeffizienten der Approximationsstufe 10 verwendet. Die Stufe 11 wäre hier auch möglich, da die verwendeten Skalierungs- und Wavelet-Filter wenige Filterkoeffizienten besitzen und der Frequenzgang schon vor der eigentlichen Sperrfrequenz abfällt wurde zur Sicherheit das Level 10 verwendet. In Abb. 7.11 ist der Skalierungsfiter des db4-Wavlets dargestellt, der Frequenzgang fällt schon bei einem Drittel der halben Abtastrate sichtbar ab. Die Verwendung eines entsprechenden Detaillevel, was hier dem Level 13 entsprechen würde, hier wären aber nur noch 8 Signalwerte übrig und man hätte zum Beispiel beim db4-Wavelet nur einen richtig gefilterten Koeffizienten, deshalb müsste die Analyse mit einer mindestens 4-fachen Messdauer durchgeführt werden. Das übersteigt hier die Länge des Messsignals.

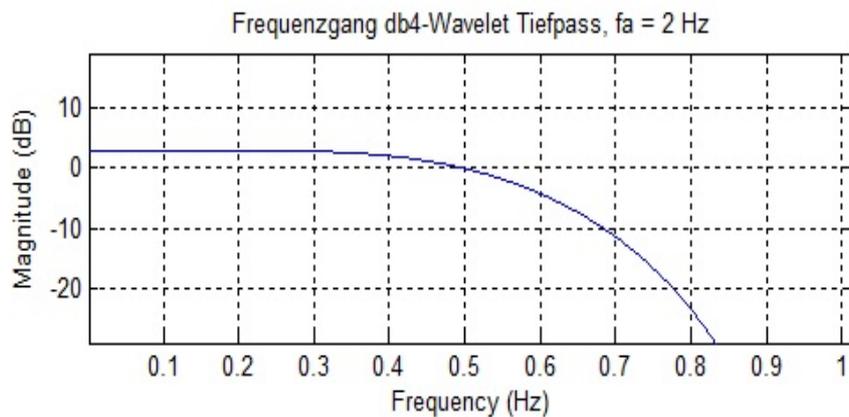


Abbildung 7.11: Skalierungsfiter des db4-Wavlet,  $f_a = 2$  Hz

In Abb. 7.12 und Abb. 7.13 sind ausgewählte Koeffizienten der DWT dargestellt. Für den heilen Motor lässt sich eine starke niederfrequente Komponente ausmachen die auch schon im Spektrum 7.6 zuerkennen ist. Für den defekten Motor ist die für den Koeffizienten  $a_{10}$  ist die Fehlerfrequenz zu erkennen. Die Auswertung der Kriterien ist in Tab. 7.1.2 dargestellt. Das einzige Kriterium, welche das richtige Ergebnisse liefert ist  $K_{VK}$ . Für die anderen beiden Kriterien ist der Einfluss der niederfrequenten Störung zu groß.

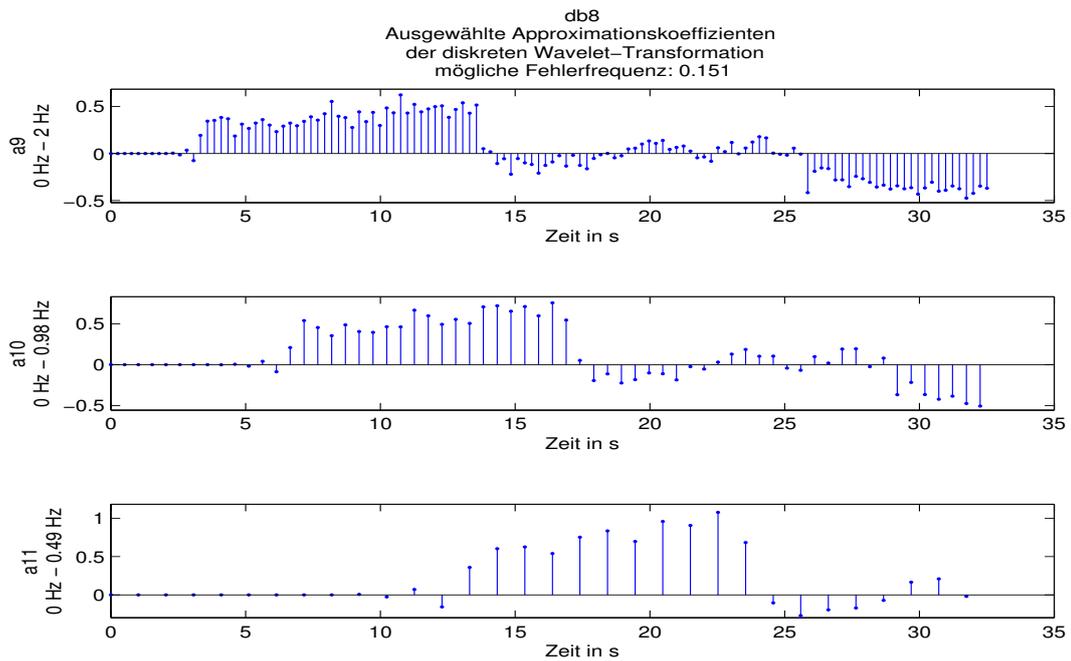


Abbildung 7.12: Approximationskoeffizienten heiler Motor, Leerlauf,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

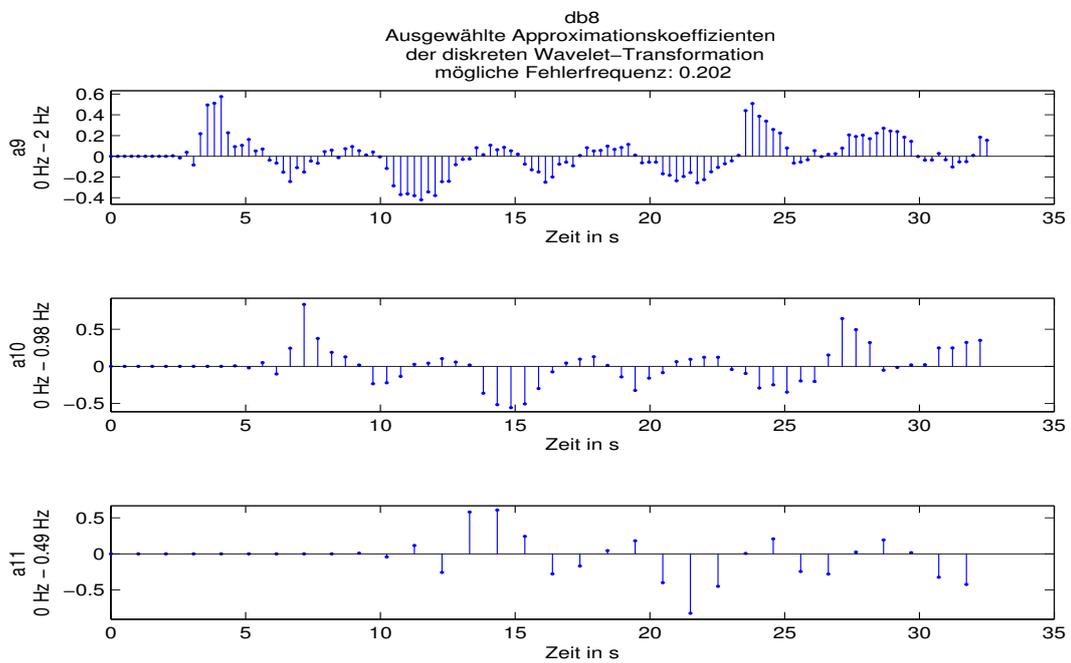
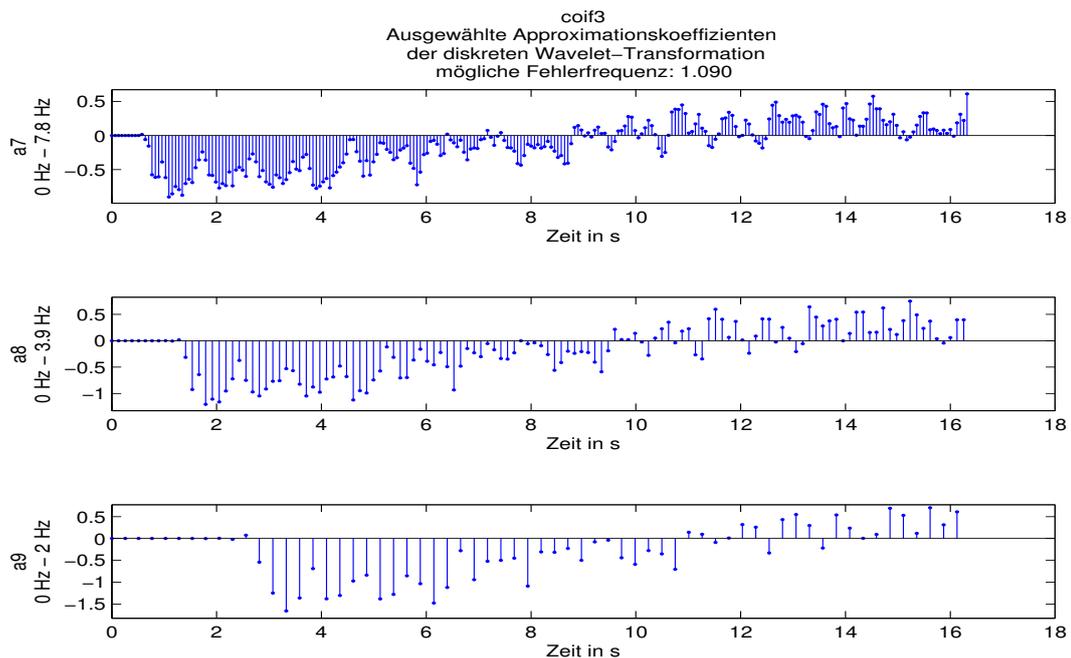


Abbildung 7.13: Approximationskoeffizienten defekter Motor, Leerlauf,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

Tabelle 7.3: Kriterien DWT für Motor im Leerlauf,  $a_{10}$ 

| Wav.  | $K_{E_{OK}}$ | $K_{E_{def}}$ | $\frac{K_{E_{def}}}{K_{E_{OK}}}$ | $K_{VK_{OK}}$ | $K_{VK_{def}}$ | $\frac{K_{VK_{def}}}{K_{VK_{OK}}}$ | $K_{wRMSA_{OK}}$ | $K_{wRMSA_{def}}$ | $\frac{K_{wRMSA_{def}}}{K_{wRMSA_{OK}}}$ |
|-------|--------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------|------------------------------------|------------------|-------------------|--|
| db4   | 0,000075     | 0,000027      | 0,361                            | 0,652         | 0,870          | 1,333                              | 0,502            | 0,268             | 0,535                                    |
| db8   | 0,000057     | 0,000022      | 0,376                            | 0,711         | 0,825          | 1,161                              | 0,537            | 0,239             | 0,445                                    |
| sym4  | 0,000074     | 0,000027      | 0,365                            | 0,649         | 0,831          | 1,280                              | 0,432            | 0,271             | 0,628                                    |
| sym8  | 0,000063     | 0,000020      | 0,326                            | 0,713         | 0,900          | 1,262                              | 0,304            | 0,246             | 0,811                                    |
| coif1 | 0,000077     | 0,000028      | 0,362                            | 0,628         | 0,835          | 1,331                              | 0,484            | 0,276             | 0,569                                    |
| coif3 | 0,000057     | 0,000021      | 0,371                            | 0,726         | 0,834          | 1,148                              | 0,361            | 0,232             | 0,643                                    |

Für die Motor mit mittlerer Drehzahl wurden die Approximationskoeffizienten des Levels 8 verwendet und die effektive Messdauer betrug 16,384s. Hier ergibt sich ein ähnliches Bild wie in für den Motor im Leerlauf. In Abb. 7.14 und Abb. 7.15 sind ausgewählte Koeffizienten der DWT dargestellt. Für den heilen Motor lässt sich wieder eine niederfrequente Komponente. Für den defekten Motor kann die Fehlerfrequenz besser erkennen als im Leerlauf. Die Ergebnisse sind Tab. 7.1.2 zusammengefasst. Hier liefert nur der gefensterete Effektivwert das richtige Ergebnis.

Abbildung 7.14: Approximationskoeffizienten heiler Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

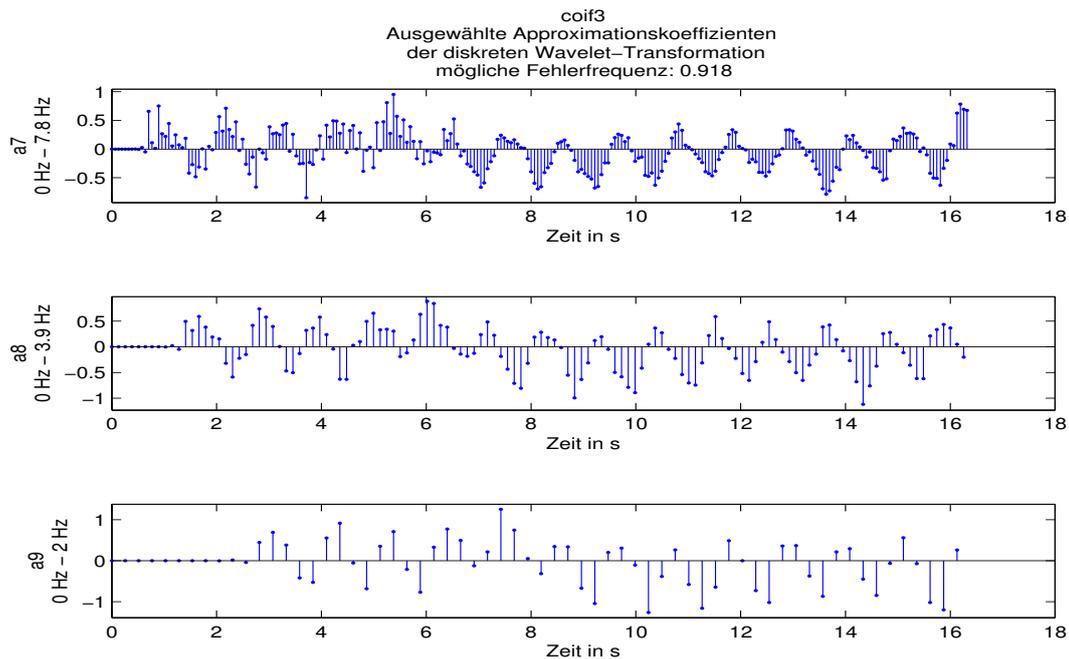


Abbildung 7.15: Approximationskoeffizienten heiler Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

Tabelle 7.4: Kriterien DWT für Motor mit mittlerer Drehzahl,  $a_8$

| Wav.  | $K_{E_{OK}}$ | $K_{E_{def}}$ | $\frac{K_{E_{def}}}{K_{E_{OK}}}$ | $K_{VK_{OK}}$ | $K_{VK_{def}}$ | $\frac{K_{VK_{def}}}{K_{VK_{OK}}}$ | $K_{wRMSA_{OK}}$ | $K_{wRMSA_{def}}$ | $\frac{K_{wRMSA_{def}}}{K_{wRMSA_{OK}}}$ |
|-------|--------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------|------------------------------------|------------------|-------------------|--|
| db4   | 0,000027     | 0,000022      | 0,789                            | 0,766         | 0,661          | 0,864                              | 0,219            | 0,296             | 1,353                                    |
| db8   | 0,000027     | 0,000019      | 0,731                            | 0,758         | 0,678          | 0,894                              | 0,220            | 0,285             | 1,298                                    |
| sym4  | 0,000026     | 0,000022      | 0,858                            | 0,759         | 0,671          | 0,883                              | 0,199            | 0,295             | 1,481                                    |
| sym8  | 0,000022     | 0,000020      | 0,908                            | 0,768         | 0,688          | 0,896                              | 0,180            | 0,286             | 1,589                                    |
| coif1 | 0,000028     | 0,000023      | 0,818                            | 0,764         | 0,662          | 0,867                              | 0,210            | 0,295             | 1,405                                    |
| coif3 | 0,000023     | 0,000019      | 0,830                            | 0,742         | 0,669          | 0,902                              | 0,191            | 0,283             | 1,486                                    |

Im Falle des Motor bei hoher Drehzahl ist es möglich die niederfrequenten Störanteile zu umgehen dafür wurde zur Berechnung der Kriterien die Detailkoeffizienten von Level 9 verwendet und die effektive Messdauer Betrag wieder 16,384 s. Die Abb. 7.16 und Abb. 7.17 zeigen ausgewählte Detailkoeffizienten. Es lässt sich erkennen, dass die Detailkoeffizienten Level 9 für den defekten Motor größere Werte aufweisen. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse ist in Tab. 7.1.2 dargestellt. Für diesen Betriebsfall konnten mit den Kriterien  $K_E$  und  $K_{wRMS}$  der Fehler erkannt werden. Das Kriterium  $K_{VK}$  erscheint ungeeignet.

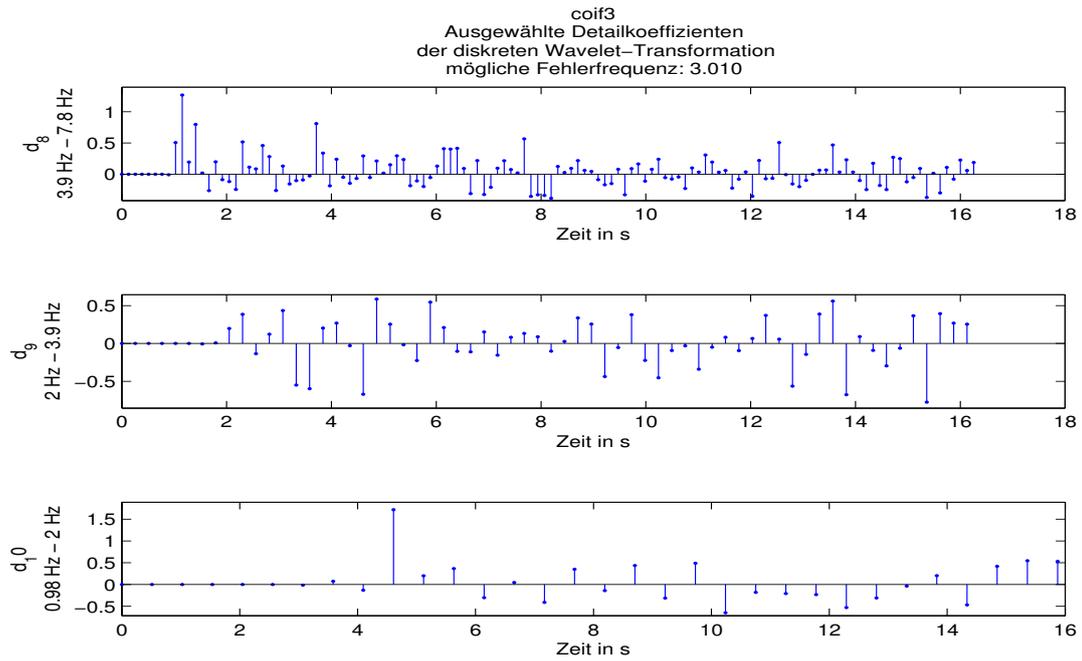


Abbildung 7.16: Detailkoeffizienten heiler Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

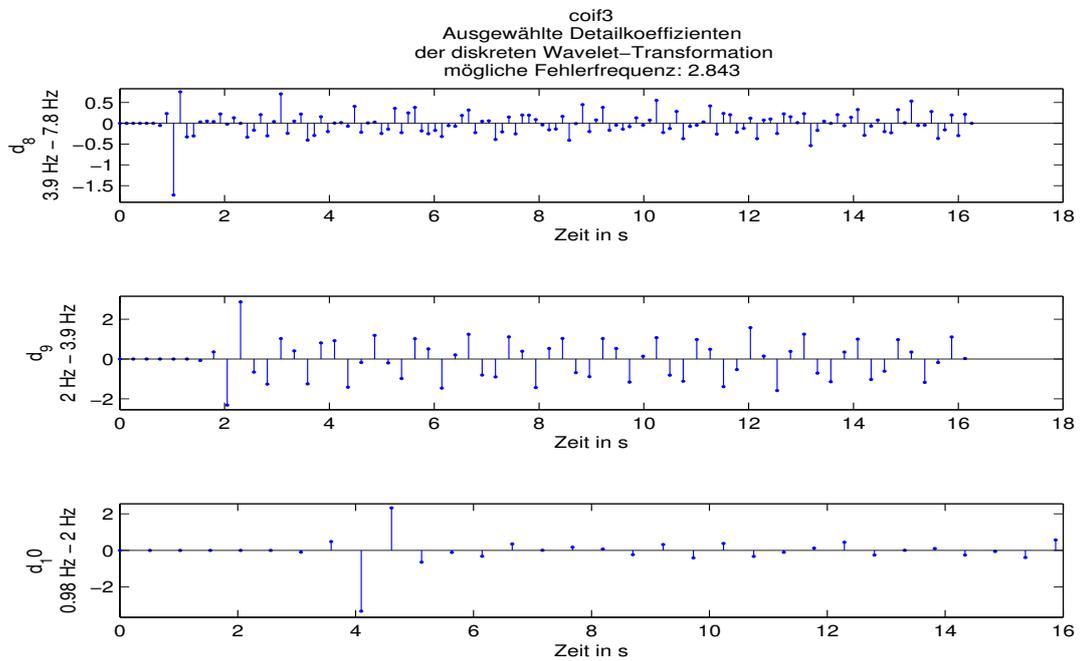


Abbildung 7.17: Detailkoeffizienten defekter Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

Tabelle 7.5: Kriterien DWT für Motor mit hoher Drehzahl,  $d_9$ 

| Wav.  | $K_{E_{OK}}$ | $K_{E_{def}}$ | $\frac{K_{E_{def}}}{K_{E_{OK}}}$ | $K_{VK_{OK}}$ | $K_{VK_{def}}$ | $\frac{K_{VK_{def}}}{K_{VK_{OK}}}$ | $K_{wRMSA_{OK}}$ | $K_{wRMSA_{def}}$ | $\frac{K_{wRMSA_{def}}}{K_{wRMSA_{OK}}}$ |
|-------|--------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------|------------------------------------|------------------|-------------------|--|
| db4   | 0,000002     | 0,000011      | 5,554                            | -74,513       | 141,432        | -1,898                             | 0,031            | 0,086             | 2,808                                    |
| db8   | 0,000001     | 0,000010      | 6,905                            | -93,191       | -34,006        | 0,365                              | 0,029            | 0,091             | 3,143                                    |
| sym4  | 0,000002     | 0,000010      | 6,014                            | -983,664      | -46,303        | 0,047                              | 0,028            | 0,086             | 3,096                                    |
| sym8  | 0,000001     | 0,000010      | 7,767                            | -27,250       | -21,402        | 0,785                              | 0,026            | 0,092             | 3,545                                    |
| coif1 | 0,000001     | 0,000009      | 6,152                            | -29,322       | -17,908        | 0,611                              | 0,025            | 0,079             | 3,162                                    |
| coif3 | 0,000001     | 0,000009      | 8,904                            | 93,683        | -25,581        | -0,273                             | 0,025            | 0,091             | 3,591                                    |

Für die nicht demodulierten Signale sind die Ergebnisse in Tab. 7.1.2, 7.1.2 und 7.1.2 dargestellt. Es wurden die Detailkoeffizienten Level 5 verwendet, welche zum Frequenzband um die Netzfrequenz gehören. Es wurden die selben Zeiten und die selbe Abtastrate benutzt wie für die demodulierten Signale. In keinem Fall ließ sich ein Fehler detektieren. Man konnte hier ebenfalls erwarten, dass für die defekten Maschinen die Kriterien größere Werte aufweisen und das der Unterschied mit steigender Drehzahl zunimmt. Das Kriterium  $K_{VK}$  ist absolut ungeeignet, das Kriterium  $K_E$  wird kleiner für höhere Drehzahlen und  $K_{wRMS}$  liefert zu geringe Unterschiede.

Tabelle 7.6: Kriterien DWT für Motor im Leerlauf, nicht demoduliert,  $d_5$ 

| Wav.  | $K_{E_{OK}}$ | $K_{E_{def}}$ | $\frac{K_{E_{def}}}{K_{E_{OK}}}$ | $K_{VK_{OK}}$ | $K_{VK_{def}}$ | $\frac{K_{VK_{def}}}{K_{VK_{OK}}}$ | $K_{wRMSA_{OK}}$ | $K_{wRMSA_{def}}$ | $\frac{K_{wRMSA_{def}}}{K_{wRMSA_{OK}}}$ |
|-------|--------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------|------------------------------------|------------------|-------------------|--|
| db4   | 0,520        | 0,524         | 1,007                            | 2616,0        | -3420,5        | -1,308                             | 5,044            | 5,060             | 1,003                                    |
| db8   | 0,575        | 0,580         | 1,010                            | -2746,3       | 1181,6         | -0,430                             | 5,321            | 5,336             | 1,003                                    |
| sym4  | 0,521        | 0,524         | 1,005                            | 9506,5        | 3760,9         | 0,396                              | 5,047            | 5,061             | 1,003                                    |
| sym8  | 0,577        | 0,580         | 1,005                            | 16374,6       | 917,5          | 0,056                              | 5,319            | 5,336             | 1,003                                    |
| coif1 | 0,450        | 0,452         | 1,005                            | 4767,6        | 1147,0         | 0,241                              | 4,691            | 4,700             | 1,002                                    |
| coif3 | 0,558        | 0,563         | 1,009                            | -1377,4       | 4101,7         | -2,978                             | 5,241            | 5,257             | 1,003                                    |

Tabelle 7.7: Kriterien DWT für Motor mit mittlerer Drehzahl, nicht demoduliert,  $d_5$ 

| Wav.  | $K_{E_{OK}}$ | $K_{E_{def}}$ | $\frac{K_{E_{def}}}{K_{E_{OK}}}$ | $K_{VK_{OK}}$ | $K_{VK_{def}}$ | $\frac{K_{VK_{def}}}{K_{VK_{OK}}}$ | $K_{wRMSA_{OK}}$ | $K_{wRMSA_{def}}$ | $\frac{K_{wRMSA_{def}}}{K_{wRMSA_{OK}}}$ |
|-------|--------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------|------------------------------------|------------------|-------------------|--|
| db4   | 0,650        | 0,651         | 1,002                            | 1335,9        | -509,8         | -0,382                             | 5,056            | 5,060             | 1,001                                    |
| db8   | 0,717        | 0,720         | 1,004                            | -420,7        | 480,3          | -1,142                             | 5,337            | 5,337             | 1,000                                    |
| sym4  | 0,651        | 0,652         | 1,002                            | -3668,7       | 802,2          | -0,219                             | 5,060            | 5,061             | 1,000                                    |
| sym8  | 0,718        | 0,718         | 1,001                            | -834,4        | 580,4          | -0,696                             | 5,333            | 5,336             | 1,000                                    |
| coif1 | 0,563        | 0,565         | 1,004                            | 7829,7        | 1579,2         | 0,202                              | 4,702            | 4,702             | 1,000                                    |
| coif3 | 0,695        | 0,697         | 1,003                            | -1030,7       | 471,8          | -0,458                             | 5,254            | 5,257             | 1,001                                    |

Tabelle 7.8: Kriterien DWT für Motor mit hoher Drehzahl, nicht demoduliert,  $d_5$ 

| Wav.  | $K_{E_{OK}}$ | $K_{E_{def}}$ | $\frac{K_{E_{def}}}{K_{E_{OK}}}$ | $K_{VK_{OK}}$ | $K_{VK_{def}}$ | $\frac{K_{VK_{def}}}{K_{VK_{OK}}}$ | $K_{wRMSA_{OK}}$ | $K_{wRMSA_{def}}$ | $\frac{K_{wRMSA_{def}}}{K_{wRMSA_{OK}}}$ |
|-------|--------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------|------------------------------------|------------------|-------------------|--|
| db4   | 0,652        | 0,649         | 0,996                            | -1208,5       | -23724,1       | 19,631                             | 5,063            | 5,063             | 1,000                                    |
| db8   | 0,718        | 0,716         | 0,998                            | 772,8         | 8092,1         | 10,471                             | 5,339            | 5,339             | 1,000                                    |
| sym4  | 0,652        | 0,649         | 0,997                            | 1078,4        | -418461,8      | -388,028                           | 5,063            | 5,063             | 1,000                                    |
| sym8  | 0,718        | 0,716         | 0,997                            | 434,0         | -606,1         | -1,397                             | 5,339            | 5,339             | 1,000                                    |
| coif1 | 0,563        | 0,562         | 0,998                            | 481,7         | -461,7         | -0,958                             | 4,704            | 4,703             | 1,000                                    |
| coif3 | 0,696        | 0,694         | 0,997                            | 1491,5        | 15913,5        | 10,669                             | 5,260            | 5,260             | 1,000                                    |

### 7.1.3 Auswertung mit der kontinuierlichen Wavelet-Transformation

Die kontinuierlichen Wavelet-Transformation wurde ebenso auf alle drei Betriebszustände angewandt. Für die Auswertung des Leerlauf wurde eine Messdauer von 50 s genutzt und für die mittlere und hohe Drehzahl eine Messdauer. In allen Fällen betrug die Abtastrate 2 kHz und die Koeffizienten wurden auf die Amplitude normiert. Eine Schwierigkeit stellt das Einstellen der Farbskalar für die Funktion `pcolor()` dar, wenn  $F_b$  zu klein gewählt wird, also das Wavelet schmaler wird. Eventuell sind bei der automatischen Skalierung von Matlab dann kurzzeitige Störungen mit großer Amplitude sichtbar und die eigentliche Fehlerfrequenz ist nicht sichtbar. Dann sollte man  $F_b$  vergrößern und so die Zeitauflösung verkleinern. Als eine gute Methode hat sich herausgestellt zunächst den Datensatz von dem defekten Motor zu nehmen und  $F_b$  auf die Länge des Zeitsignals zu setzen. Dann kann im Command Window mit `caxis([cmin cmax])` die Skalierung angepasst werden.

In Abb. 7.18 und Abb. 7.19 sind die Zeit-Frequenz-Ebenen der CWT für den Motor im Leerlauf dargestellt. Man kann einen deutlichen Unterschied zwischen heilen und defekten Motor erkennen. Die Beträge der Koeffizienten für den defekten Motor sind ungefähr um den Faktor 2 größer als für den heilen. Der Unterschied liegt also in der Größenordnung der DFT. Für den defekten Motor wurde die Fehlerfrequenz von 0.2 Hz genau abgebildet. Die CWT des heilen Motor für den die doppelte Schlupf Frequenz bei 0.15 Hz liegt, liefert hier keine klare Linie im Spektrum in der Mitte der Abb. lässt sich eine potenzielle Störung feststellen.

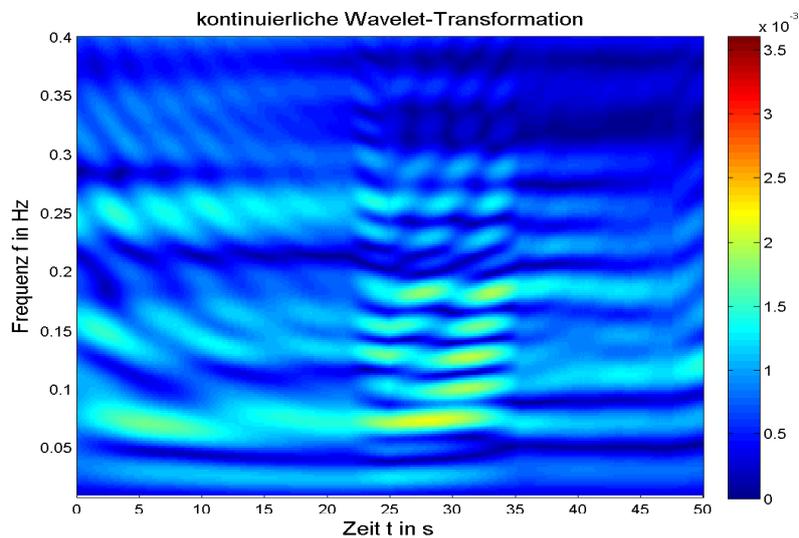


Abbildung 7.18: CWT heiler Motor, Leerlauf,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$ ,  $F_b = 50$

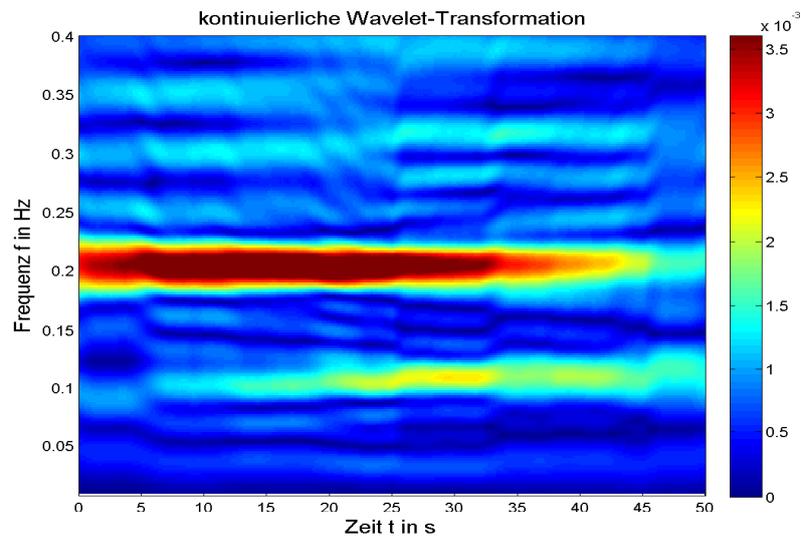


Abbildung 7.19: CWT defekter Motor, Leerlauf,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$ ,  $F_b = 50$

Für den heilen Motor bei mittlerer Drehzahl sieht man in Abb. 7.20 eine deutliche Frequenzlinie bei der doppelten Schlupffrequenz. Der Betrag dieser ist aber um den Faktor 2,5 kleiner als beim defekten Motor in Abb. 7.22. Das Verhältnis stimmt hier wiederum mit der DFT überein.

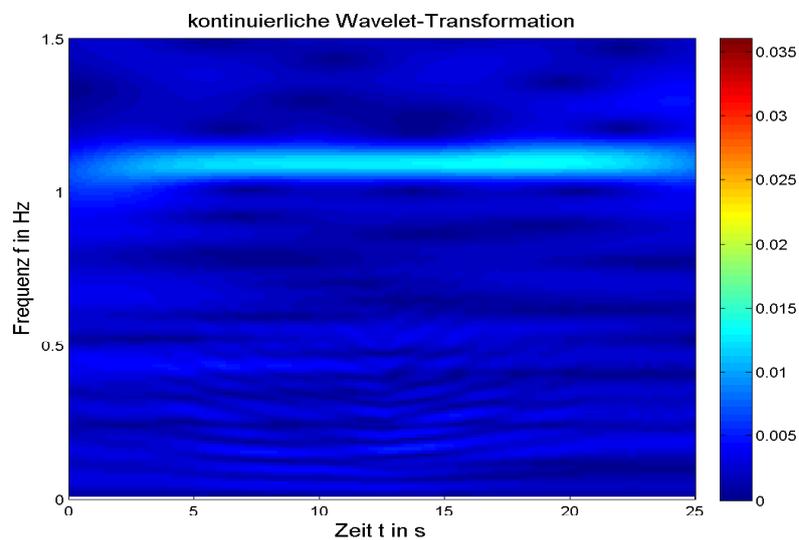


Abbildung 7.20: CWT heiler Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

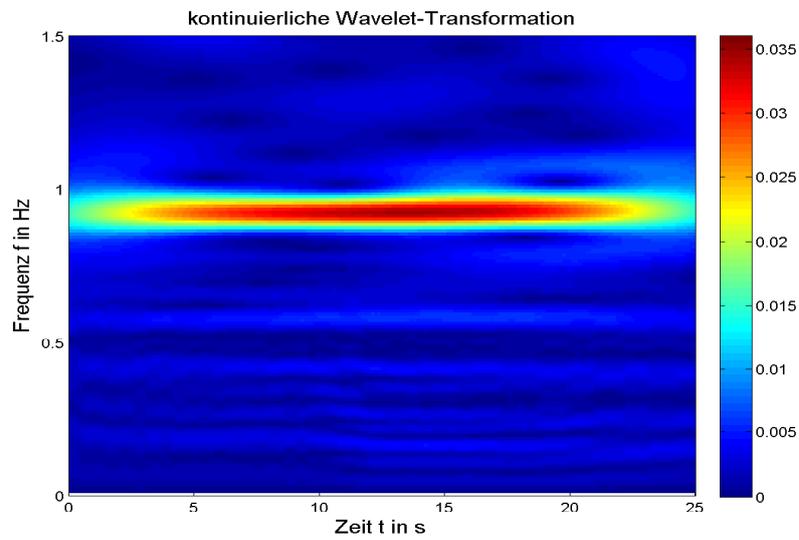


Abbildung 7.21: CWT defekter Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

Der Vergleich der CWT bei hoher Drehzahl ist in Abb. 7.22 und Abb. 7.23. Für den defekten Motor lässt sich die Fehlerfrequenz sehr deutlich erkennen, man erkennt sogar einen Drift der Fehlerfrequenz. Bei der wendeten Skalierung ist für den heilen Motor keine Frequenzlinie mehr auszumachen. Der Unterschied zwischen heilem und defektem Motor beträgt also mindestens Faktor 7 und übertrifft damit die aus dem DFT-Spektrum ermittelten Werte.

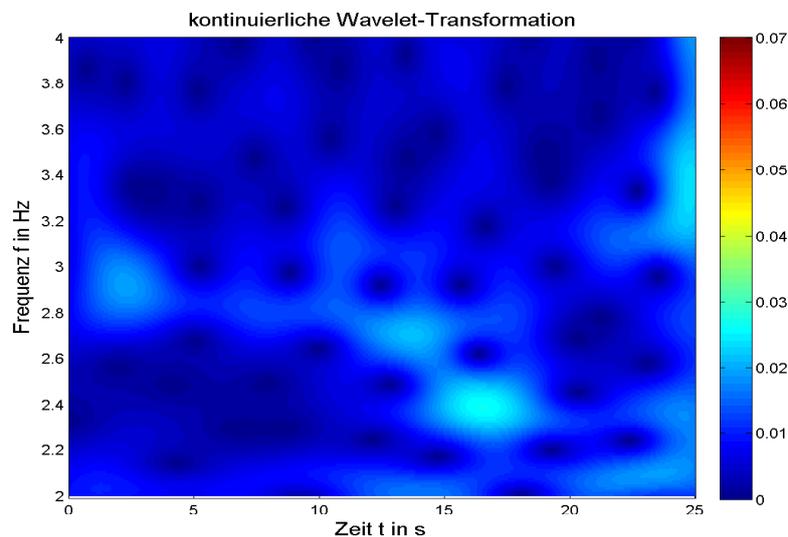


Abbildung 7.22: CWT heiler Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

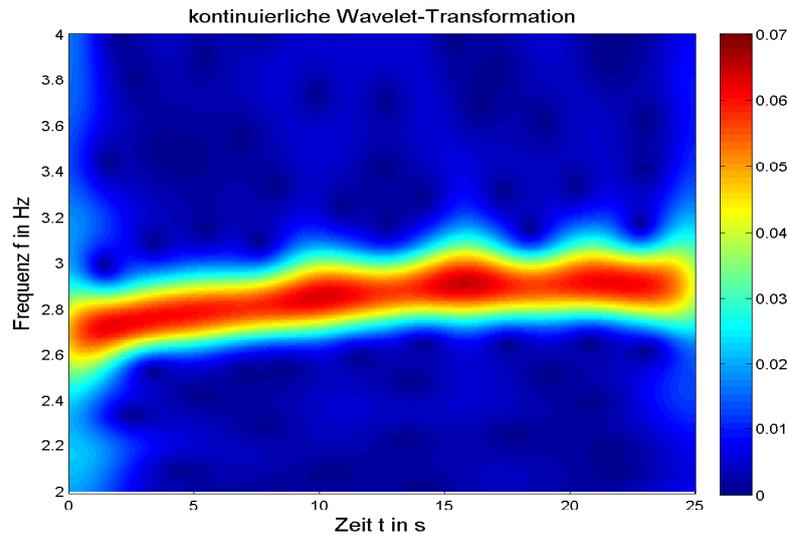


Abbildung 7.23: CWT defekter Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 2000 \text{ Hz}$

#### 7.1.4 Auswertung mit der Wigner-Ville Transformation

Für die Wigner-Ville-Transformation wurde die Messdauer auf 10 s gekürzt und die Abtastrate auf 500 Hz verringert um aufgrund des hohen Speicherbedarf des Plots eine Anzeige zu ermöglichen. Für den Motor im Leerlauf sind die Ergebnisse in Abb. 7.24 und Abb. 7.25 dargestellt. Hier lässt sich der Fehler nicht eindeutig detektieren, da die mögliche Fehlerfrequenz für den heilen Motor von Störeinflüssen verdeckt wird. Für den defekten Motor lässt sich zumindest die Frequenz des Fehler gut bestimmen.

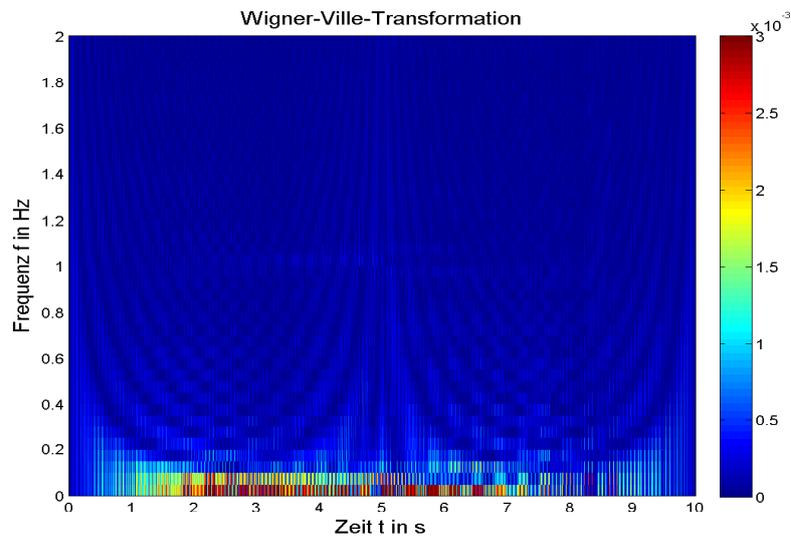


Abbildung 7.24: WVD heiler Motor, Leerlauf,  $f_a = 500$  Hz

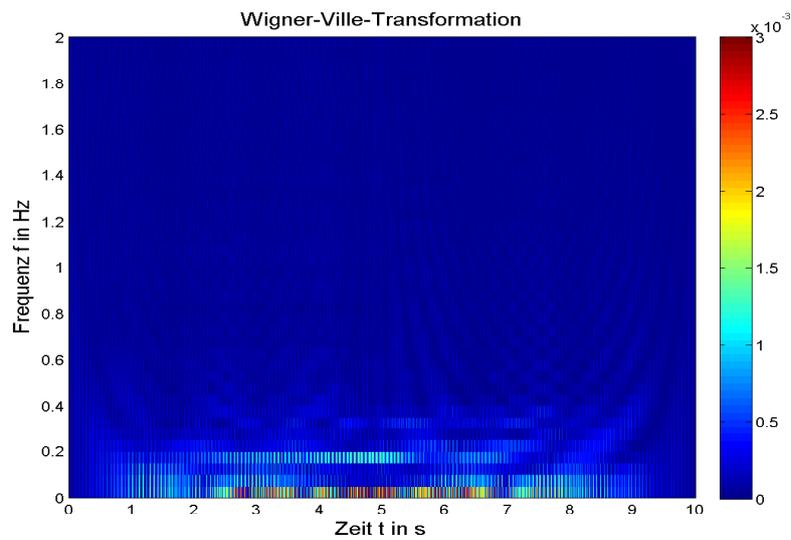


Abbildung 7.25: WVD defekter Motor, Leerlauf,  $f_a = 500$  Hz,

Die Motoren bei mittlerer Drehzahl sind Abb. 7.26 und Abb. 7.27 dargestellt. Hier ist ein feststellen des Fehlers gar nicht möglich. Zum einen stören die Kreuztherme die Abbildung stark und im Fall des defekten Motors ist die Fehlerfrequenz nicht auszumachen.

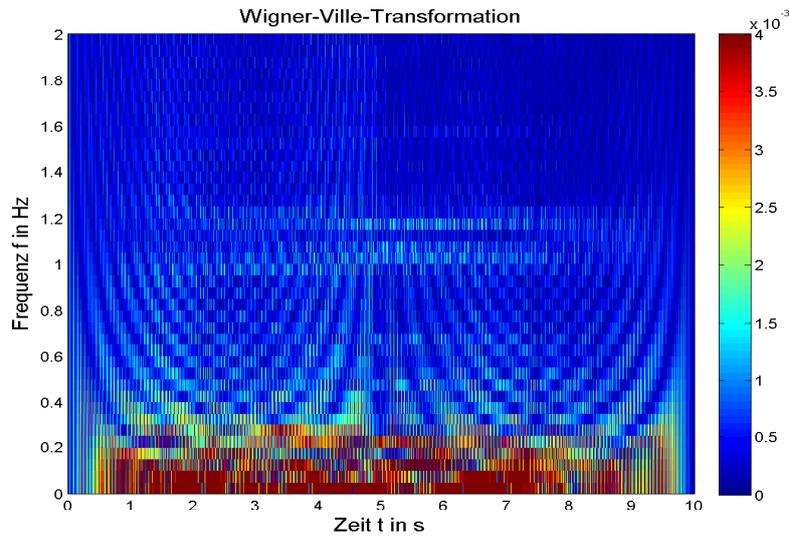


Abbildung 7.26: WVD heiler Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

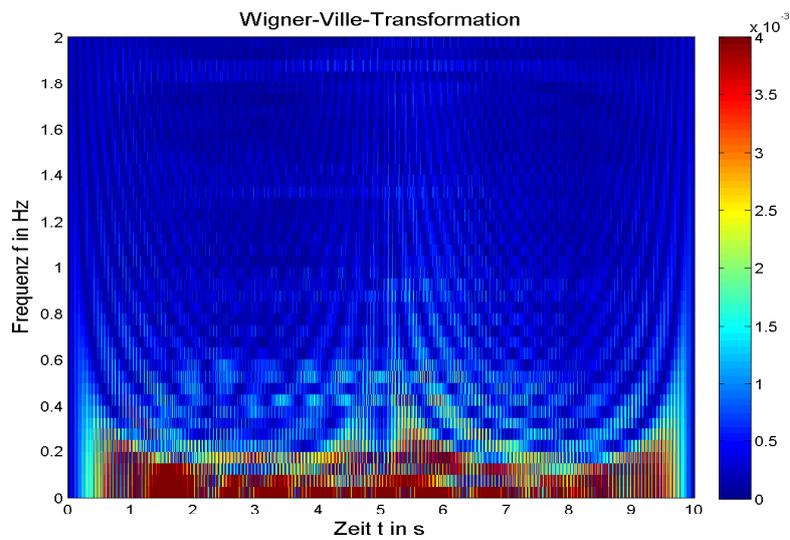


Abbildung 7.27: WVD defekter Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

Auch für hohe Drehzahlen lässt ein Fehler nicht detektieren. In der Darstellung überwiegt der Eindruck der Kreuzterme in besonders deutlich in Abb. 7.28 für den heiler Motor. In Abb. 7.29 ist der Kreuzterm bei 1,5 Hz zwischen Signal und Gleichanteil so dominant, das man diese Frequenz für den Fehler halten könnte.

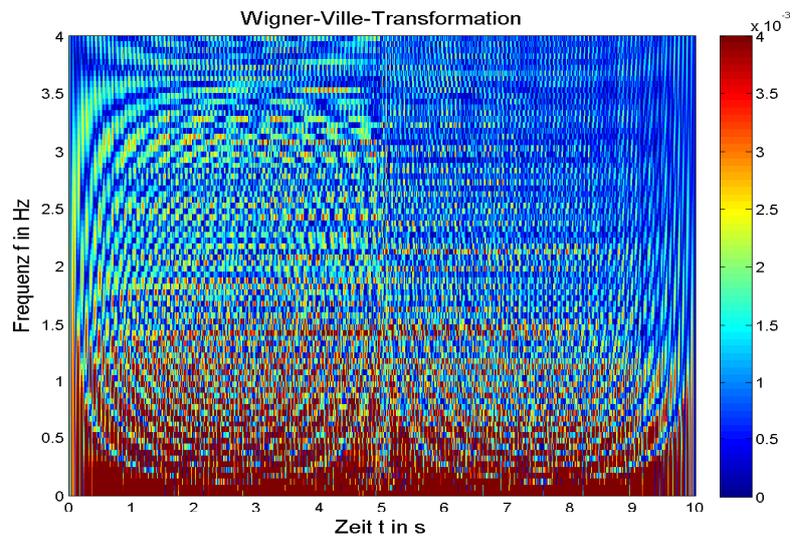


Abbildung 7.28: WVD heiler Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

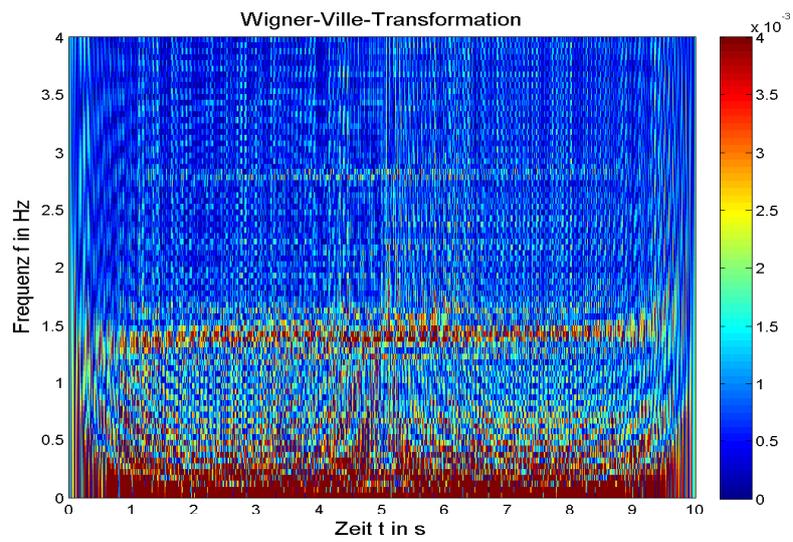


Abbildung 7.29: WVD defekter Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

### 7.1.5 Auswertung mit der Kurzzeit-Fourier-Transformation

Für die Kurzzeit-Fourier-Transformation wurde eine Signallänge von 20 s, eine Fensterlänge von 10 s und eine Schrittweite der Fenster von 2 verwendet. Als Abtastrate wurden 500 Hz benutzt. Hiervon sind in den Abbildungen nur die ersten 10 s dargestellt, da sich nur hier die Fenster und das Signal komplett überlappen.

In Abb. 7.30 und Abb. 7.31 sind die STFT für die Motoren im Leerlauf dargestellt. Man kann nur einen sehr geringen unterschied zwischen heilen und defekten Motor erkennen. Außerdem sind die Frequenzen um 0.1 Hz nach oben verschoben. Man kann also wenn man die heilen und defekten Motoren nicht kennt, einen Fehler nicht erkennen.

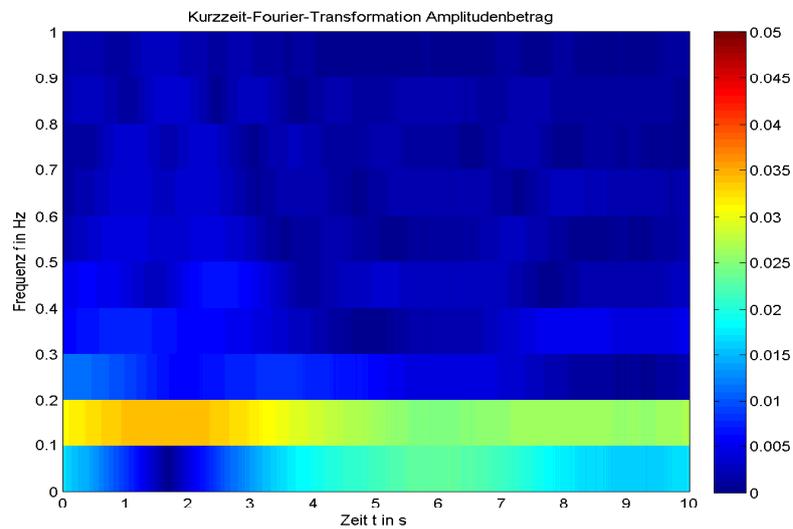


Abbildung 7.30: STFT heiler Motor, Leerlauf,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

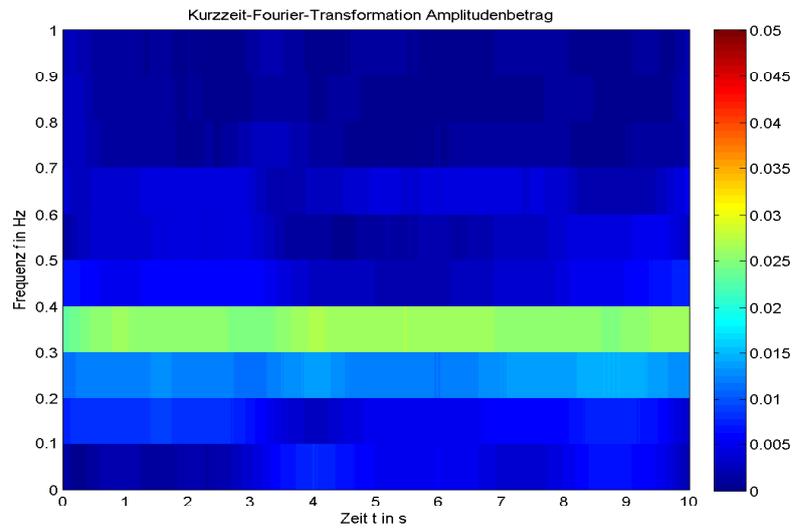


Abbildung 7.31: STFT defekter Motor, Leerlauf,  $f_a = 500 \text{ Hz}$ ,

Für die Motoren bei mittlere Drehzahl in Abb. 7.32 und Abb. 7.33 kann man deutlich den defekten Motor erkennen. Der Unterschied der Beträge der Amplitude bei der Fehlerfrequenz liegt hier bei dem defekten Motor um den Faktor zwei höher. Zudem sieht hier wieder deutliche Störungen im Niederfrequenten Bereich.

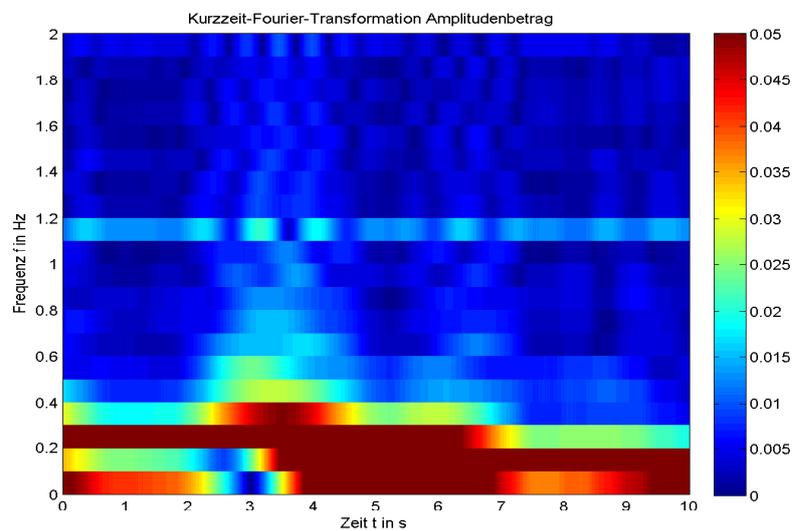


Abbildung 7.32: STFT heiler Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

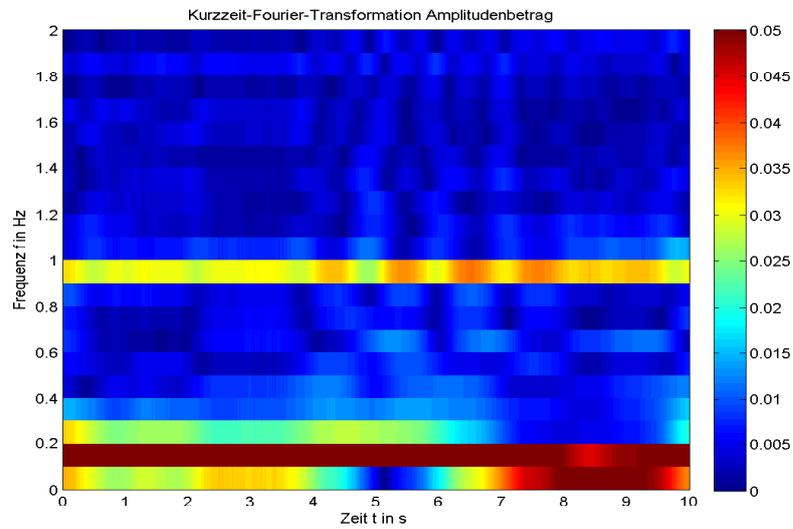


Abbildung 7.33: STFT defekter Motor, mittlere Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$ ,

Bei hohen Drehzahlen erlaubt die STFT eine sichere Fehlererkennung. Der Unterschied zwischen den Beträgen von heilen und defekten Motor beträgt bei der Fehlerfrequenz rund Faktor 5, wie in Abb. 7.34 und Abb. 7.35 dargestellt.

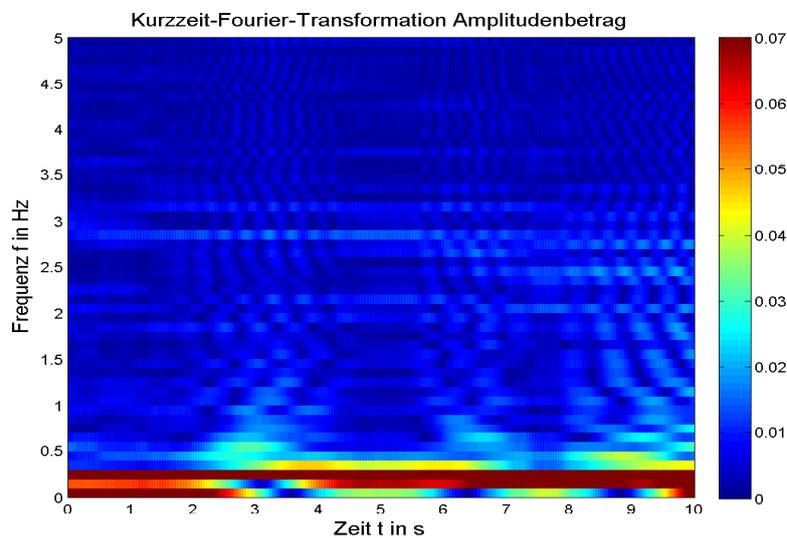


Abbildung 7.34: STFT heiler Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$

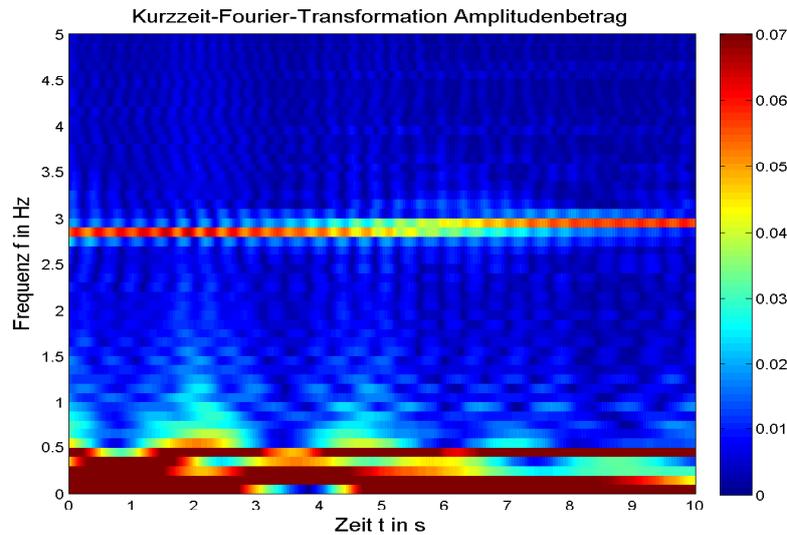


Abbildung 7.35: STFT defekter Motor, hohe Drehzahl,  $f_a = 500 \text{ Hz}$ ,

### 7.1.6 Zusammenfassung und Bewertung der Verfahren

Es lässt sich sagen, dass die kontinuierliche Wavelet-Transformation und DFT die besten Ergebnisse liefern und von in Bezug auf die den Unterschied zwischen heilen und defekten Motor als gleichwertig zu Betrachten sind. Die diskrete Wavelet-Transformation zeigte sich als anfällig gegenüber den niederfrequenten Störungen im Signal. Ebenso lässt sich bei der WVD darauf schließen dass die Störungen weitere Kreuzterme bewirken die Eine Auswertung praktisch unmöglich machen. Bei der STFT ist erst bei höheren Drehzahlen eine Fehlerdetektion zweifelsfrei möglich, da sie durch die Fensterung ein kleineres Zeit-Bandbreite-Produkt hat als die DFT. Der Rechenaufwand ist bei der DFT am geringsten und auch die DWT und CWT ermöglichen durch die Dezimation, bzw. dass nur eine ausgewählte Anzahl an Frequenzen berechnet werden kann, eine schnelle Implementierung. Das Problem der STFT und der WVD sind vorallem der hohe Speicherbedarf, da für niedrige Frequenzen eine lange Messdauer benötigt wird. Die Choi-Williams-Transformation erhöht den Rechenaufwand im Vergleich zur WVD noch weiter, so dass sie hier nicht eingesetzt wurde.

Alle verwendeten Messprogramme sind auf vorhanden, unter den Namen:

- CWT\_HT\_Interpolation\_loop.m DWT\_HT\_Interpolation\_loop.m
- STFT\_HT\_Interpolation\_loop.m WVD\_HT\_Interpolation\_loop.m.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden auf der Wavelet-Transformation basierende Verfahren zur Fehleranalyse von Asynchronmaschinen aus der Literatur vorgestellt. Für einige ausgewählte Verfahren und unterschiedliche Transformationen erfolgte die Analyse von Messdaten von Asynchronmaschinen mit unterschiedlichen Drehzahlen.

Von den betrachteten Verfahren bietet bei gebrochenen Stäben und konstanter Drehzahl der Maschine nur die kontinuierliche Wavelet-Transformation einen Vorteil gegenüber der normalen Spektralanalyse mit der diskreten Fourier-Transformation. Mit der diskreten Wavelet-Transformation und den ausgewählten Kriterien konnten hier keine guten Ergebnisse erzielt werden. Als Grund dafür kann eine deutlich sichtbare Störung der Messdaten ausgemacht werden. Die Kurzzeit-Fourier-Transformation und die Wigner-Ville-Transformation haben den Nachteil, dass sie um schnell zu sein FFT-Algorithmen benutzen müssen und so automatisch das komplette Spektrum berechnen was zu Speicherproblemen führt.

Da die kontinuierliche Wavelet-Transformation bietet im Gegensatz zur diskreten Fourier-Transformation den Vorteil das sie auch eine Information über die Zeit zu der die Frequenzen auftreten liefert. In der Literatur sind auch einige Beispiele dafür vorhanden, dass bereits im Anlauf ein gebrochener Stab des Rotors schon erkannt werden kann. Dafür werden allerdings langsame Anläufe mit hohen Lasten verwendet. Eine genauere Untersuchung. Ab welchen Lastzuständen eine Fehlererkennung im Anlauf möglich ist, wäre vorteilhaft, da so Schäden an der Maschine vermieden werden können.

Eine weitere möglich zur Optimierung der Rechenzeit der kontinuierliche Wavelet-Transformation bietet würde in Zukunft auch die Implementierung auf Grafikkarten, die haben im Moment noch das Problem das preiswerte Modelle höchstens über 4 GB Videospeicher verfügen und die Daten zwischen Prozessor und Grafikkarte hin und hergeschoben werden müssen. Es ist aber davon auszugehen das in den nächsten Jahren die Speichergrößen weiter steigen werden und eine Durchführung der kontinuierlichen Wavelet-Transformation auch für große Datenmatrizen möglich sein wird.

# Literaturverzeichnis

- [1] AGUIAR, Luís F. ; SOARES, Maria J.: The Continuous Wavelet Transform: A Primer. In: *NIPE Working Papers* 16 (2011), Juli, S. 1–38
- [2] AHAMED, Syed K. ; MITRA, Arghya Sarkar M. ; SENGUPTA, Samarjit: Induction Machine Stator Inter-Turn Short Circuit Fault Detection using Discrete Wavelet Transform. In: *Innovative Systems Design and Engineering* 5 (2014), November, Nr. 1, S. 75–82
- [3] ANTONINO-DAVIU, J. ; RIERA-GUASP, M. ; ROGER-FOLCH, J. ; MARTÍNEZ-GIMÉNEZ, F. ; PERIS, A.: Application and optimization of the discrete wavelet transform for the detection of broken rotor bars in induction machines. In: *Applied and Computational Harmonic Analysis* 21 (2006), September, Nr. 2, S. 268 – 279
- [4] BHASHYAM, Srikrishna ; DORAN, Andrew ; DORNEY, Timothy: *Time-Frequency*. Online. <https://www.clear.rice.edu/elec631/Projects99/mit/index2.htm>, [29.10.2015]. Version: 1999
- [5] BOGGESS, A. ; NARCOWICH, F.J.: *A First Course in Wavelets with Fourier Analysis*. Hoboken, New Jersey, USA : John Wiley and Sons, Inc., 2009. – ISBN 978–0–470–43117–7
- [6] BOUZIDA, AHCÈNE ; TOUHAMI, Omar ; ABDELLI, Radia: Rotor Fault Diagnosis in Three Phase Induction Motors Using the Wavelet transform. In: *International Conference on Control, Engineering and Information Technology (CEIT'13), Proceedings Engineering and Technology* 1 (2013), S. 186–191
- [7] BRONZINO, J.D.: *Biomedical Engineering Handbook*. Taylor & Francis, 1999 (Electrical Engineering Handbook). – ISBN 9780849304613
- [8] CHATTOPADHYAY, D. ; RAKSHIT, P. T.: *Electronics Fundamentals And Applications*. New Delhi : New Age International(P)Limited, 2006. – 249 S. – ISBN 81–224–1780–9
- [9] DAUBECHIES, Ingrid: *Ten Lectures on Wavelets*. Philadelphia, PA, USA : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. – ISBN 0–89871–274–2
- [10] DELEROI, W.: Der Stabbruch im Käfigläufer eines Asynchronmotors. In: *Archiv für Elektrotechnik* 67 (1984), Nr. 2, 91-99. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01577117>. – DOI 10.1007/BF01577117. – ISSN 0003–9039

- 
- [11] DOUGLAS, Hugh ; PILLAY, Pragasen ; ZIARANI, Alireza K.: Detection of broken rotor bars in induction motors using wavelet analysis, 2003, S. 923–928
- [12] DUDAS, Richard ; LIPPE, Cort: *The Phase Vocoder ? Part I.* <https://cycling74.com/2006/11/02/the-phase-vocoder-%E2%80%9393-part-i/>, [15.08.2015]. Version: Novemver 2006
- [13] ELLINGSBERG, K.B.: Predictable maximum RMS-error for windowed RMS (RMWS). In: *Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), 2012 Conference on*, 2012. – ISSN 0589–1485, S. 308–309
- [14] ESCOBAR-MOREIRA, L. ; ANTONINO-DAVIU, J. ; RIERA-GUASP, M.: Detection of broken rotor bars in induction machines: An approach using wavelet packets in MCSA. In: *American Institute of Physics Conference Series Bd. 1504*, 2012, S. 1192–1195
- [15] FILIPPETTI, F. ; FRANCESCHINI, G. ; TASSONI, C. ; VAS, P.: AI techniques in induction machines diagnosis including the speed ripple effect. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 34 (1998), Januar, Nr. 1, S. 98–108. <http://dx.doi.org/10.1109/28.658729>. – DOI 10.1109/28.658729. – ISSN 0093–9994
- [16] FUEST, K. ; DÖRING, P.: *Elektrische Maschinen und Antriebe: Lehr- und Arbeitsbuch.* Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, 2007. – 78–83 S. – ISBN 3–528–54076–1
- [17] GABERSON, Howard A.: Application of Choi-Williams Reduced Interference Time Frequency Distribution to Machinery Diagnostics. In: *Shock and Vibration* 2 (1995), März, Nr. 6, S. 437–444
- [18] GAO, Robert X. ; YAN, Ruqiang: *Wavelets: Theory and Applications for Manufacturing.* Springer Science+Business Media, LLC, 2011. – ISBN 978–1–4419–1544–3
- [19] GREENHOE, D.J.: *Wavelet Structure and Design.* Abstract Space Publishing, 2013 (Mathematical Structure and Design series). – ISBN 9780983801139
- [20] GRÜNIGEN, Daniel C.: *Digitale Signalverarbeitung.* Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2001
- [21] HLAWATSCH, Franz: Interference terms in the Wigner distribution. In: *International Conference on Digital Signal Processing*, 1984, S. 363–367
- [22] JAWADEKAR, Anjali U. ; DHOLE, Gajanan ; PARASKAR, Sudhir: Novel Wavelet ANN-Technique to Classify Interturn Fault in Three Phase Induction Motor. In: *International Journal of Advancements in Technology* 2 (2011), April, Nr. 2, S. 319–330

- 
- [23] JIMÉNEZ, Guillermo A. ; MUNOZ, Alfredo O. ; DUARTE-MERMOUD, Manuel A.: Fault detection in induction motors using Hilbert and Wavelet transforms. In: *Electrical Engineering* 89 (2007), Januar, Nr. 3, S. 205–220
- [24] KAIKAA, Mohamed Y. ; BABAA, Fatima ; KHEZZAR, Abdelmalek ; BOUCHERMA, Mohamed: Analytical analysis of rotor slot harmonics in the line current of squirrel cage induction motors. In: *Journal of ELECTRICAL ENGINEERING* 57 (2006), November, Nr. 1, S. 12–19
- [25] KIENCKE, Uwe ; SCHWARZ, Michael ; WEICKERT, Thomas: *Signalverarbeitung*. Oldenbourg : Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2008. – ISBN 978–3–486–58668–8
- [26] KRISTIAN KROSCHER, Karl-Dirk K.: *Digitale Signalverarbeitung*. Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2012. – ISBN 978–3–8348–1644–3
- [27] MALEGORI, Giovanna ; FERRINI, Gabriele: Tip-sample interactions on graphite studied using the wavelet transform. In: *Beilstein Journal of Nanotechnology* 1 (2010), S. 172–181
- [28] MANRESA, José B.: *Vorlesungsunterlagen: Time-Frequency Analysis, Adaptive Filtering and Source Separation: Wigner-Ville distribution*. [http://person.hst.aau.dk/enk/ST8/Lecture2\\_Slides.pdf](http://person.hst.aau.dk/enk/ST8/Lecture2_Slides.pdf). Version: Februar 2011
- [29] MARPLE, S. L.: Computing the Discrete-Time Analytic Signal via FFT. 47 (1999), Nr. 1, 2600–2603. [http://classes.engr.oregonstate.edu/eecs/winter2009/ece464/AnalyticSignal\\_Sept1999\\_SPTTrans.pdf](http://classes.engr.oregonstate.edu/eecs/winter2009/ece464/AnalyticSignal_Sept1999_SPTTrans.pdf)
- [30] MARTINEZ-HERRERA, Ana L. ; LEDESMA-CARRILLO, Luis M. ; MISIAEL LOPEZ-RAMIREZ, Sebastian Salazar-Colores ; CABAL-YEPEZ, Eduardo ; GARCIA-PEREZ, Arturo: Gabor and the Wigner-Ville Transforms for Broken Rotor Bars Detection in Induction Motors, 2014, S. 83 – 87
- [31] MEFFERT, Beate ; HOCHMUTH, Olaf: *Werkzeuge der Signalverarbeitung*. München : Person Studium, 2004. – ISBN 3–8273–7065–5
- [32] MERTINS, Alfred: *Signaltheorie*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner/GWV Fachverlage GmbH, 2008. – ISBN 978–3–8348–0737–3
- [33] MEYER, Yves ; RYAN, Robert D.: *Wavelets: algorithms and applications*. Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1993. – ISBN 0–89871–309–9
- [34] MISITI, Michel ; MISITI, Yves ; OPPENHEIM, Georges ; POGGI, Jean-Michel: *MatlabR2015b-Documentation*. <http://de.mathworks.com/help/signal/ref/chirp.html>, [29.10.2015]. Version: 2015

- 
- [35] MISITI, Michel ; MISITI, Yves ; OPPENHEIM, Georges ; POGGI, Jean-Michel: *MatlabR2015b-Documentation*. <http://de.mathworks.com/help/wavelet/ref/scal2frq.html>, [29.10.2015]. Version:2015
- [36] MISITI, Michel ; MISITI, Yves ; OPPENHEIM, Georges ; POGGI, Jean-Michel: *MatlabR2015b-Documentation*. <http://de.mathworks.com/help/wavelet/gs/continuous-wavelet-transform-as-a-bandpass-filter.html>, [29.10.2015]. Version:2015
- [37] MISITI, Michel ; MISITI, Yves ; OPPENHEIM, Georges ; POGGI, Jean-Michel: *MatlabR2015b-Documentation*. <http://de.mathworks.com/help/matlab/ref/conv.html?searchHighlight=conv>, [29.10.2015]. Version:2015
- [38] MISITI, Michel ; MISITI, Yves ; OPPENHEIM, Georges ; POGGI, Jean-Michel: *Wavelet Toolbox User's Guide*. Natick, Massachusetts, USA : The MathWorks Inc., 2015
- [39] ORJI, U.A. ; REMSCRIM, Z. ; LAUGHMAN, C. ; LEEB, S.B. ; WICHAKOOL, W. ; SCHANTZ, C. ; COX, R. ; PARIS, J. ; KIRTLEY, J.L. ; NORFORD, L.K.: Fault detection and diagnostics for non-intrusive monitoring using motor harmonics. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE*, 2010. – ISSN 1048–2334, S. 1547–1554
- [40] O'TOOLE, John ; MESBAH, Mostefa ; BOASHASH, Boualem: A Discrete Time and Frequency Wigner Distribution: Properties and Implementation. In: *International Symposium on Digital Signal Processing and Communication Systems*. Noosa Heads, Australia : Signal Processing Research Laboratory, Queensland University of Technology, 2005
- [41] PILLONI, Alessandro ; PISANO, Alessandro ; RIERA-GUASP, Martin ; PUCHE-PANADERO, Ruben ; PINEDA-SANCHEZ, Manuel: *AC Electric Motors Control: Advanced Design Techniques and Applications*. John Wiley and Sons Ltd, 2013. – ISBN 9781118331521
- [42] PUCHE-PANADERO, Rubén ; PINEDA-SÁNCHEZ, Manuel ; RIERA-GUASP, M. ; ROGER-FOLCH, J. ; HURTADO-PEREZ, E. ; PEREZ-CRUZ, J.: Improved Resolution of the MCSA Method Via Hilbert-Transform, Enabling the Diagnosis of Rotor Asymmetries at Very Low Slip. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 24 (2009), März, Nr. 1, S. 52–58
- [43] RIERA-GUASP, M. ; ANTONINO-DAVIU, J. A. ; RUSEK, J. ; ROGER-FOLCH, J.: Low Frequency Filtering for the Diagnosis of Cage Asymmetries in Induction Machines. In: *17 Th International Conference on Electrical Machines (ICEM 2006)* (2006), September, Nr. 561, S. 1–6

- 
- [44] RINCY, Raphael: Fault detection of Induction Motor using Envelope Analysis. In: *International Journal of Advancements in Research and Technology* 7 (2013), Juli, Nr. 2, S. 258–262
- [45] RUDOLF RABENSTEIN, Bernd G. ; STENGER, Alexander: *Einführung in die Systemtheorie*. B.G.Teubner Verlag /GWV Fachverlage GmbH, 2007
- [46] SALEHI ARASHLOO, R. ; JALILIAN, A.: Design, implementation and comparison of two wavelet based methods for the detection of broken rotor bars in three phase induction motors. In: *Power Electronic Drive Systems Technologies Conference (PEDSTC), 2010 1st*, 2010, S. 345–350
- [47] SEMMLOW, John L. ; GRIFFEL, Benjamin: *Biosignal and Medical Image Processing*. Taylor & Francis Group, LLC, 2014. – ISBN 978–1–4665–6737–5
- [48] SEMMLOW, John L. ; GRIFFEL, Benjamin: *Biosignal and Medical Image Processing, Third Edition*. Boca Raton : Taylor & Francis Group, LLC, 2014. – ISBN 978–1466567368
- [49] SHI, Pu ; CHEN, Zheng ; VAGAPOV, Yuriy: Wavelet Transform based Broken Rotor-bar Fault detection and Diagnosis Performance Evaluations. In: *International Journal of Computer Applications* 69 (2014), Mai, Nr. 14, S. 36–43
- [50] SIDDIQUI, Khadim M. ; GIRI, V.K.: Broken Rotor Bar Fault Detection in Induction Motors Using Wavelet Transform, 2012, S. 1–6
- [51] SMITH, Julius O.: *Spectral Audio Signal Processing*. Online. [http://www.dsprelated.com/freebooks/sasp/Short\\_Time\\_Fourier\\_Transform.html](http://www.dsprelated.com/freebooks/sasp/Short_Time_Fourier_Transform.html), [15.08.2015]. Version:2010
- [52] SPYROPOULOS, Dionysios V. ; MITRONIKAS, Epaminondas D.: Induction Motor Stator Fault Diagnosis Technique Using Park Vector Approach and Complex Wavelets, 2012, S. 1730–1734
- [53] STADLER, Erich: *Modulationsverfahren: Analoge und Digitale Modulation in der elektrischen Nachrichtentechnik*. Vogel Buchverlag, 2000
- [54] SUPANGAT, R. ; ERTUGRUL, N. ; SOONG, W.L. ; GRAY, D.A. ; HANSEN, C. ; GRIEGER, J.: Broken rotor bar fault detection in induction motors using starting current analysis. In: *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, 2005, S. 10 pp.–P.10
- [55] TERRA, José I. ; CASTELLI, Marcelo ; FOSATTI, Juan P. ; ANDRADE, Marcos ; CONDE, Analia ; MARTINÉZ-ITURRALDE, Miguel: Faults Detection and Remote Monitoring System for Induction Motors using MCSA Technique. In: *Energía, Potencia, Instrumentación y Medidas* (2010), S. 1–8

- [56] THOMSON, William T. ; GILMORE, Ronald J.: Motor Current Signature Analysis to Detect Faults in Induction Motor Drives- Fundamentals, Data Interpretation, and Industrial Case Histories. In: *Proceedings of 32rd Turbomachinery Symposium 32* (2003), Juni, S. 145–156
- [57] TRIGEASSOU, Jean-Claude: *Electrical Machines Diagnosis*. John Wiley and Sons, Inc., 2011. – 199–223 S. – ISBN 978–1–84821–263–3
- [58] UKIL, Abhisek ; CHEN, Shuo ; ANDENNA, Andrea: Detection of stator short circuit faults in three-phase induction motors using motor current zero crossing instants. In: *Electric Power Systems Research* 81 (2011), Nr. 4, S. 1036 – 1044. – ISSN 0378–7796
- [59] VOGEL, Sebastian: *Entwicklung eines Matlab-Algorithmus zur schnellen Drehzahlbestimmung einer Asynchronmaschine durch Spektralanalyse des Motorstroms*. Heide, Fachhochschule Westküste, Bachelor Thesis, Februar 2014
- [60] WEICKERT, Thomas: *Nichtstationäre Filterung mit Hilfe Analytischer Wavelet Packets am Beispiel von Sprachsignalen*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2009. <http://digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/1000009917>

## Inhalt der DVD

- Masterarbeit als pdf-File
- frei verfügbare Literatur
- Code zu den erstellten Funktionen und Programmen
- Messdaten als Daten.rar

### Codeliste:

- CWT\_HT\_Interpolation\_loop.m
- demodhilbert.m
- DWT\_HT\_Interpolation\_loop.m
- Hd.mat
- import\_Messdaten.m
- kontinuierliche\_Transformationen\_Test.m
- mychoiwill.m
- myCoefPlot.m
- mycwt.m
- mydwt.m
- mystft.m
- mywvd.m
- plotkriteriumvergleich.m
- psicoef.m
- stabbruchkriterienvalid.m
- STFT\_HT\_Interpolation\_loop.m
- WVD\_HT\_Interpolation\_loop.m

# Versicherung über die Selbstständigkeit

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen habe ich unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Hamburg, 12. November 2015

\_\_\_\_\_  
Ort, Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift