



## Bachelorarbeit

Matthias Stuckert

# Vibroakustische Berechnung eines Maschinengehäuses unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen

**Matthias Stuckert**

**Vibroakustische Berechnung eines Maschinengehäuses  
unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Maschinenbau – Entwicklung und Konstruktion  
am Department Maschinenbau und Produktion  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Erstprüfer: Prof.Dr.-Ing. Thomas Grätsch  
Zweitprüfer/in: Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Ihlenburg

Abgabedatum: 07.Juli 2016

# **Zusammenfassung**

**Matthias Stuckert**

## **Thema der Bachelorthesis**

Vibroakustische Berechnung eines Maschinengehäuses unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen

## **Stichworte**

Windenergieanlage, Fluid-Struktur-Interaktion, Vibroakustik, FEM

## **Kurzzusammenfassung**

Unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen soll ein typisches Maschinengehäuse einer Windenergieanlage hinsichtlich der Vibroakustik untersucht und berechnet werden, um Schwing- und Geräuschverhalten der Anlage zu optimieren. Die vibroakustische Berechnung erfolgt mit dem Programm ANSYS.

**Matthias Stuckert**

## **Title of the paper**

Vibroacoustic calculation of a machine housing in consideration of fluid - structure interactions

## **Keywords**

Wind turbine, fluid-structure interaction, Vibroacoustics, FEM

## **Abstract**

In consideration of fluid-structure interactions a typical machine housing of a wind turbine should be examined and calculated with respect to vibroacoustics in order to optimize the vibration and the noise behavior of the system. The vibroacoustic calculation is effected by the ANSYS program.

## **Sperrvermerk**

Die vorliegende Bachelorthesis mit dem Titel:

*Vibroakustische Berechnung eines Maschinengehäuses unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen*

unterliegt folgender Regelung:

Eine Einsicht in diese Bachelorthesis ist nicht gestattet. Ausgenommen davon sind die betreuenden Professoren sowie die befugten Mitglieder des Prüfungsausschusses. Eine Veröffentlichung und Vervielfältigung der Bachelorthesis – auch in Auszügen – ist nicht gestattet.

Hamburg, den 07. Juli 2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>iii</b>
<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>vi</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis .....</b>	<b>vii</b>
<b>Formelzeichenverzeichnis .....</b>	<b>viii</b>
<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Aufgabenstellung und Zielsetzung .....	2
1.2 Gliederung.....	2
<b>2 Vibroakustik.....</b>	<b>3</b>
2.1 Schallausbreitung in kompressiblen Fluiden .....	3
2.2 Schallausbreitung ausgehend vom Festkörper .....	5
2.2.1 Biegewellenausbreitung anhand von Platten .....	5
2.2.2 Schallabstrahlung in das umgebende Fluid.....	7
2.2.3 Raumeigenfrequenzen und -schwingungen .....	8
2.3 Kontinuumsmechanische Grundgleichungen .....	11
2.3.1 Betrachtungsweisen .....	11
2.3.2 Fluidgleichungen .....	12
2.3.3 Strukturgleichungen .....	15
2.4 Schwingungsanregungen und Analysearten .....	18
2.5 Modale Frequenzanalyse mit der modalen Superposition.....	19
<b>3 Anwendungen bei Windenergieanlagen.....</b>	<b>23</b>
3.1 Schwingungsverhalten .....	23
3.2 Geräuschverhalten .....	25
3.2.1 Schallleistungspegel .....	25
3.2.1.1 Aerodynamisch erzeugte Geräusche.....	27
3.2.1.2 Mechanisch verursachte Geräusche.....	28
3.2.1.3 Regelungsmechanismus.....	29
3.2.2 Immissionsrichtwerte.....	30
<b>4 Fluid-Struktur-Interaktion .....</b>	<b>31</b>
4.1 Kopplungsproblem .....	31
4.1.1 Geometrie des Simulationsgebietes.....	31
4.1.2 Kopplungsbedingungen.....	31
4.2 Kopplungsklassifizierung .....	33
4.3 FE-Gleichungen .....	34

---

4.4	ANSYS FSI-Lösungsansatz .....	36
4.4.1	Softwarepaket .....	36
4.4.2	Simulationsablauf.....	36
4.4.3	Vernetzung.....	38
4.4.4	Problematik am Rechengitter .....	39
4.4.5	Problematik am Interface .....	40
<b>5</b>	<b>Modellierung, Simulation und Auswertung.....</b>	<b>42</b>
5.1	Fluid-Struktur-Modelle .....	42
5.1.1	Geometrie und Materialeigenschaften .....	42
5.1.2	Modellerstellung .....	43
5.1.3	Wahl und Kontrolle der Vernetzung .....	44
5.2	Simulationsablauf .....	49
5.3	1-Wege-Kopplung .....	50
5.3.1	Modalanalyse .....	50
5.3.2	Harmonische Analyse .....	55
5.3.3	Akustische Analyse .....	58
5.4	2-Wege-Kopplung .....	62
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>68</b>
6.1	Wesentliche Erkenntnisse .....	68
6.2	Ausblick.....	69
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>70</b>
<b>A</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>1</b>

## Abbildungsverzeichnis

<b>Abb. 2-1</b> : Schallausbreitung in Luft [1].....	3
<b>Abb. 2-2</b> : Biegewellenausbreitung [3].....	6
<b>Abb. 2-3</b> : Schwingende Platte [2].....	7
<b>Abb. 2-4</b> : Theoretischer und tatsächlicher Schalleistungspegel im Vergleich [4]....	7
<b>Abb. 2-5</b> : Verteilung von Schalldruck und -Schnelle in einer stehenden Welle bei Totalreflexion [3].....	8
<b>Abb. 2-6</b> : Klassische Betrachtungsweisen nach Euler- und Lagrange .....	11
<b>Abb. 2-7</b> : Zusammensetzung der Kraft $F$ für Fluide .....	13
<b>Abb. 2-8</b> : Referenz- und Momentankonfiguration einer Struktur im Raum [14].....	15
<b>Abb. 2-9</b> : Dreidimensionaler Spannungszustand einer Struktur [5].....	16
<b>Abb. 2-10</b> : Schwingungsarten- und Anregungen.....	18
<b>Abb. 2-11</b> : Frequenzgang eines Bauteils für den Frequenzbereich 40-80Hz [5]....	21
<b>Abb. 3-1</b> : Typischer Aufbau einer Gondel [13] .....	24
<b>Abb. 3-2</b> : Messverfahren nach DIN EN 61400-11 .....	26
<b>Abb. 3-3</b> : Beitrag einzelner Komponenten einer 2MW-Windturbine zum Gesamtschalleistungspegel [8].....	27
<b>Abb. 3-4</b> : Geräuschverhalten einer pitch (l.) – und stall (r.) – geregelten WEA [19] .....	29
<b>Abb. 4-1</b> : Geometriedefinition der Fluid-Struktur-Kopplung.....	31
<b>Abb. 4-2</b> : Zweidimensionaler Schnitt am Interface zwischen Fluid-und Strukturteilgebiet.....	32
<b>Abb. 4-3</b> : FEM-Gleichungen der Vibroakustik .....	35
<b>Abb. 4-4</b> : ANSYS FSI-Lösungsansatz [21].....	37
<b>Abb. 4-5</b> : Spannungsverlauf am gekerbten Flachstab [5].....	38
<b>Abb. 4-6</b> : Kraft- und Verschiebungstransfer in ANSYS .....	40
<b>Abb. 4-7</b> : Konservative Kraftinterpolation [21].....	41

<b>Abb. 4-8</b> : Profilerhaltende Verschiebungsinterpolation [21].....	41
<b>Abb. 5-1</b> : CAD-Modell der Gondel einer WEA.....	42
<b>Abb. 5-2</b> : Vernetztes Strukturmodell in der Seitenansicht mit einer Elementgröße von 100mm.....	43
<b>Abb. 5-3</b> : Lokale Verfeinerung im Bereich der Rotornabe.....	44
<b>Abb. 5-4</b> : Relevante Größen bei der manuellen Netzeinstellung.....	46
<b>Abb. 5-5</b> : Ideale und schiefe Elemente.....	47
<b>Abb. 5-6</b> : Netzmetrik bezogen auf die Elementqualität der Strukturvernetzung .....	48
<b>Abb. 5-7</b> : Netzmetrik bezogen auf die Elementschiefe der Strukturvernetzung .....	48
<b>Abb. 5-8</b> : Statistik der Elementqualität- und Schiefe der Strukturvernetzung.....	48
<b>Abb. 5-9</b> : Ablauf der vibroakustischen Berechnung in ANSYS Workbench (1-Wege-Kopplung).....	49
<b>Abb. 5-10</b> : Eigenmoden des Fluidmodells.....	52
<b>Abb. 5-11</b> : Teilergebnisse aus der Modalanalyse der Struktur für Frequenzbereich 0-2500Hz.....	53
<b>Abb. 5-12</b> : Eigenmoden des Strukturmodells .....	54
<b>Abb. 5-13</b> : Unwuchterregung der Struktur.....	55
<b>Abb. 5-14</b> : Lagerung des Strukturmodells.....	55
<b>Abb. 5-15</b> : Schwingungsantwort des Strukturmodells inkl. Dämpfungseinfluss ( $D_L=0,03$ ).....	57
<b>Abb. 5-16</b> : Lastübertrag zwischen den Analysetypen.....	58
<b>Abb. 5-17</b> : Vektoren der importierten Strukturschnellen an den Fluid-Struktur-Interfaces.....	58
<b>Abb. 5-18</b> : Einstellungsmöglichkeiten des Acoustic Far Field Microphone.....	59
<b>Abb. 5-19</b> : Positionierungsvariationen des Acoustic Far Field Microphone.....	59
<b>Abb. 5-20</b> : Frequenzgänge des a-gewichteten Schalldruckpegels für diverse Messpunkte.....	61
<b>Abb. 5-21</b> : Ablauf der vibroakustischen Berechnung in ANSYS Workbench (2-Wege-Kopplung).....	62

---

<b>Abb. 5-22</b> : <i>Monopolstrahler [21]</i> .....	63
<b>Abb. 5-23</b> : <i>Einstellungsmöglichkeiten der Acoustic Wave Sources - Monopole</i> .....	63
<b>Abb. 5-24</b> : <i>Positionierung des Monopolstrahlers</i> .....	63
<b>Abb. 5-25</b> : <i>Vergleich der Schalldruckpegel- Frequenzgänge zwischen 1-und 2- Wege-Kopplung</i> .....	65
<b>Abb. 5-26</b> : <i>Vergleich der Verschiebungsamplituden - Frequenzgänge zwischen 1- und 2-Wege-Kopplung</i> .....	66

## Tabellenverzeichnis

<i>Tab. 2-1: Typische Werte für das Lehrsche Dämpfungsmaß <math>D_L</math> .....</i>	<i>22</i>
<i>Tab. 3-1: Vor- und Nachteile der Standardbauweise des Maschinengehäuses .....</i>	<i>24</i>
<i>Tab. 3-2: Richtwerte für A-bewerteten Schalldruckpegel diverser Getriebetypen....</i>	<i>28</i>
<i>Tab. 3-3: Immissionsrichtwerte nach VDI 2058 .....</i>	<i>30</i>
<i>Tab. 5-1: Wesentliche Materialkennwerte von Stahl.....</i>	<i>42</i>
<i>Tab. 5-2: Kennwerte <math>C</math> für diverse Elementtypen [21].....</i>	<i>47</i>
<i>Tab. 5-3: Bereichsdefinition der Wert für die Elementschiefe [21].....</i>	<i>47</i>
<i>Tab. 5-4: Analytisch berechnete Fluideigenfrequenzen.....</i>	<i>50</i>
<i>Tab. 5-5: Ermittelte Fluideigenfrequenzen aus ANSYS.....</i>	<i>51</i>
<i>Tab. 5-6: Erste 50 Eigenfrequenzen des Strukturmodells .....</i>	<i>53</i>
<i>Tab. 5-7: Eigenfrequenzen und zugehörige Verschiebungsamplituden inkl. Dämpfungseinfluss (<math>D_L=0,03</math>) des Strukturmodells .....</i>	<i>56</i>
<i>Tab. 5-8: A-bewerteter Schalldruckpegel für diverse Messpunkte (1-Wege Kopplung).....</i>	<i>60</i>
<i>Tab. 5-9: A-bewerteter Schalldruckpegel für diverse Messpunkte (2-Wege- Kopplung).....</i>	<i>64</i>

---

## Abkürzungsverzeichnis

FEM	Finite-Elemente-Methode
CFD	Computational-Fluid-Dynamics
FSI	Fluid-Struktur-Interaktion
ERP	Equivalent Radiated Power
ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerian
PSD	Power Spectral Density (spektrale Leistungsdichte)
PK1	Piola-Spannungstensor 1. Ordnung
PK2	Piola-Spannungstensor 2. Ordnung
WEA	Windenergieanlage
FGW	Fördergesellschaft Windenergie
APDL	ANSYS Parametric Design Language

## Formelzeichenverzeichnis

$c$	Schallgeschwindigkeit	$[m/s]$
$\lambda$	Wellenlänge	$[m]$
$f$	Eigenfrequenz	$[Hz = s^{-1}]$
$\omega, \omega_d$	Eigenkreisfrequenz, gedämpfte Eigenkreisfrequenz	$[Hz = s^{-1}]$
$p$	Schalldruck	$[N/m^2]$
$v$	Schallschnelle	$[m/s]$
$\rho, \rho_L, \rho_P$	Dichte, Luftdichte, Plattendichte	$[kg/m^3]$
$k$	Wellenzahl	$[-]$
$Z_s$	Spezifische akustische Impedanz	$[Ns/m^3]$
$I$	Schallintensität	$[W/m^2]$
$h$	Plattendicke	$[m]$
$B'$	Biegesteifigkeit	$[Nm]$
$m''$	Masse der Platte pro Fläche	$[kg]$
$E$	Elastizitätsmodul	$[N/m^2]$
$\mu$	Querkontraktionszahl	$[-]$
$c_B, c_D$	Biege-und Dehnwellengeschwindigkeit	$[m/s]$
$\lambda_B, \lambda_D$	Biege-und Dehnwellenlänge	$[m]$
$P_{K,theo}$	Theoretisch abgestrahlte Körperschalleistung	$[W]$
$P_{K,tat}$	Tatsächlich abgestrahlte Körperschalleistung	$[W]$
$\sigma$	Abstrahlgrad	$[-]$
$\hat{p}_f$	Druckamplitude der fortschreitenden Welle	$[N/m^2]$
$n$	Welligkeit, Stehwellenverhältnis	$[-]$
$r$	Reflexionskoeffizient	$[-]$
$\alpha$	Schallabsorptionsgrad	$[-]$
$\phi(t)$	Strömungsgröße	$[-]$
$F$	Kraft	$[N]$
$a$	Beschleunigung	$[m/s^2]$
$I$	Impuls	$[kg \cdot m/s]$
$\sigma_{F,S}$	Spannungstensor des Fluids bzw. der Struktur	$[-]$
$\tau$	Schubspannung	$[N/m^2]$
$Ma$	Mach-Zahl	$[-]$
$b$	Volumenkraft	$[N]$
$U$	Deformationsgradient	$[-]$
$\varepsilon$	Green-Lagrange-Verzerrungstensor	$[-]$
$K$	Steifigkeitsmatrix	$[-]$
$M$	Massenmatrix	$[-]$
$C$	Dämpfungsmatrix	$[-]$
$U_M$	Modalmatrix	$[-]$
$q(t)$	modale Koordinaten	$[m]$

---

$F_D$	modale Dämpfungskraft	[N]
$D_L$	Lehrsches Dämpfungsmaß	[–]
$\delta$	Abklingkoeffizient	[–]
$R_O$	Abstand Turmfußpunkt-Rotormittelpunkt	[m]
$R_1$	Abstand Mikrofon-Rotormittelpunkt	[m]
$H$	Rotorhöhe	[m]
$D_{Rotor}$	Rotordurchmesser	[m]
$v_w$	Windgeschwindigkeit	[m/s]
$L_P$	Schalldruckpegel	[dB]
$L_{WA}$	Schallleistungspegel	[dB]
$\Gamma$	Fluid-Struktur-Grenzfläche	[m <sup>2</sup> ]
$\Omega_{F,S}$	Fluidteilgebiet, Strukturteilgebiet	[–]
$n_{F,S}$	Normenvektor des Fluids bzw. der Struktur	[–]
$q_{Schall}$	Schallfluss	[m <sup>3</sup> /s]
$A$	Kopplungsmatrix	[–]
$\zeta$	Gittersteifigkeit	[N/m <sup>3</sup> ]
$u_\Gamma$	Verschiebung am Interface	[mm]
$\dot{u}_\Gamma$	Geschwindigkeit am Interface	[mm/s]
$\ddot{u}_\Gamma$	Beschleunigung am Interface	[mm/s <sup>2</sup> ]
$s$	Wandstärke des Strukturmodells	[mm]

# 1 Einleitung

Im Prozess der Produktentwicklung werden diverse Anforderungen an das jeweilige Produkt gestellt. Als ständiges Optimierungspotenzial in der Entwicklung und Produktion von Bauteilen werden die Aspekte mechanische Schwingungen und Akustik angesehen, welche in der sogenannten Vibroakustik vereint sind.

Besonders im Zuge der modernen Fahrzeugentwicklung stellt die Vibroakustik eine wichtige Einflussgröße dar. Für Automobilhersteller ist die Erfüllung der steigenden Anforderungen an den Fahrkomfort und dem akustischen Verhalten durch eine frühzeitige Berechnung in der virtuellen Entwicklungsphase wichtig. Eine Reduktion der Entwicklungszeit resultiert ebenso wie wesentliche Erkenntnisse über das Verhalten der Karosserie lange vor dem ersten Prototypenbau. Die Ersparnis von Kosten durch den Wegfall von teuren experimentellen Untersuchungen, die ohne rechnergestützte Simulationen mithilfe der Finiten-Elemente-Methode (FEM) nötig wären, ist ebenso immens.

Im Maschinenbau ist, neben der von der FEM aufgegriffenen Strukturanalyse eines Bauteils, die Simulation von Strömungsvorgängen mittels Computational-Fluid-Dynamics (CFD) von großer Bedeutung. Durch die Kopplung der Bereiche Struktur- und Strömungsmechanik können damit heutzutage multiphysikalische Problemstellungen realitätsnah im Rahmen der numerischen Simulation aufgegriffen werden. Die Simulation dieser sogenannten Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) ermöglicht es Strömungs- und Strukturberechnungen eines Bauwerks (z.B. Brücken, Windkraftanlagen), welches unter Einwirkung eines Fluides (z.B. Wasser, Wind) steht, durchzuführen. Dabei sind die Wechselwirkungen zwischen der Struktur und Fluid oftmals so komplex, dass die Resultate aus den durchgeführten Simulationen nicht im Einklang mit den vorherigen Erwartungen des Anwenders stehen. Der Anwender kann im Anschluss an seine FSI-Berechnungen Aussagen über die Strukturbelastung und resultierender ermüdungskritischer Stellen treffen. Die Frequenz der Anregung und die Verformung der Struktur aufgrund der Fluidlasten können dabei ebenfalls untersucht werden.

## 1.1 Aufgabenstellung und Zielsetzung

Hintergrund der Bachelorthesis ist ein an der HAW Hamburg beantragtes Forschungsprojekt zur vibroakustischen Optimierung der Haupttriebstrangkomponenten einer Windenergieanlage. Hierbei sollen vibroakustische Fluid-Struktur-Interaktionsmodelle (FSI) entwickelt werden, die eine Bewertung der Schallabstrahlung der Anlage für einen großen Frequenzbereich ermöglichen.

Hauptaugenmerk in dieser Bachelorthesis ist die vibroakustische Berechnung eines typischen Maschinengehäuses einer Windenergieanlage unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen. Die Untersuchungen werden mithilfe der kommerziellen Software ANSYS durchgeführt.

Folgende Inhalte werden im Laufe der Arbeit behandelt:

- Literaturrecherche zur Vibroakustik und Anwendung bei Windkraftanlagen
- Vibroakustische Berechnung eines typischen Maschinengehäuses für den Frequenzbereich 200 Hz – 2000 Hz
- Erweiterung des Strukturmodells mit dem akustischen Medium (Luft) innerhalb des Gehäuses

## 1.2 Gliederung

Die vorliegende Bachelorarbeit ist zur Abhandlung dieser Inhalte in folgende Kapitel unterteilt:

In *Kapitel 2* werden die Grundlagen der Vibroakustik vermittelt. Damit eingehend ist sowohl die Einführung relevanter akustischer Größen und Grundgleichungen, als auch die der schwingungstechnischen Aspekte.

*Kapitel 3* stellt einen Bezug der Vibroakustik auf Windenergieanlagen dar. Dazu wird das Schwing- und Geräuschverhalten heutiger Anlagen betrachtet.

*Kapitel 4* beschäftigt sich mit dem Aspekt Fluid-Struktur-Interaktion. Neben der Erläuterung der üblichen Klassifizierungen werden die nötigen Bedingungen zur Kopplung von Struktur und Fluid aufgeführt, um die wichtigen Grundlagen für das anschließende Kapitel zu liefern.

Denn in *Kapitel 5* geht es um die Modellerstellung des Maschinengehäuses einer Windenergieanlage und die darauffolgende Simulation mit ANSYS. Die Auswertung der vibroakustischen Berechnung (modale Frequenzganganalyse, Schallabstrahlung) ist hier auch zu finden.

Zum Abschluss folgt in *Kapitel 6* eine Zusammenfassung, sowie ein Ausblick für mögliche weitere Untersuchungen.

## 2 Vibroakustik

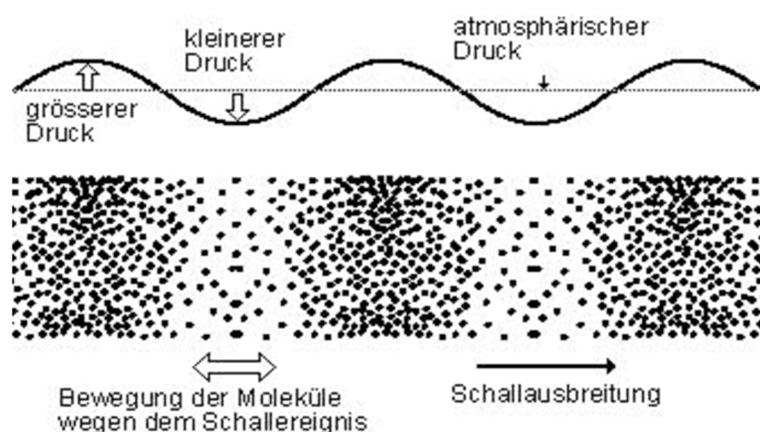
Das Bindeglied zwischen der Akustik und den mechanischen Schwingungsphänomenen ist die Vibroakustik, die eine Simulation von interagierenden Systemen aus Fluid und Struktur ermöglicht. In diesem Abschnitt sollen die Grundlagen hierfür geschaffen werden. Angefangen mit der Schallausbreitung bezogen auf Luft- und Körperschall, über die Schallabstrahlung bis hin zu den mechanisch relevanten Aspekten.

### 2.1 Schallausbreitung in kompressiblen Fluiden

Beim Schall handelt es sich um mechanische Wellen, die der Mensch als akustische Wahrnehmung mithilfe seines Gehörs verarbeitet. Die Ohren bezwecken die Umwandlung der antreffenden mechanischen Schwingungen in elektrische Impulse und dienen somit als Schallwandler.

Die Ausbreitung von Schall erfolgt ausgehend von einer Schallquelle über ein elastisches Medium bis hin zum Empfänger. Als Schallmedium kommen Festkörper, Gase und Flüssigkeiten in Frage. Bei Gasen und Flüssigkeiten spricht man auch von Fluiden. Da Luft im Zuge der vibroakustischen Berechnung des Maschinengehäuses in der vorliegenden Arbeit als akustisches Medium verwendet werden soll, beschränken sich nachfolgende grundlegende Gleichungen auf kompressible<sup>1</sup>, reibungsfreie Fluide.

Räumliche und zeitliche Schwankungen der Zustandsgrößen Dichte, Druck und Temperatur des Fluides sind charakteristisch für die Entstehung von Schallwellen. Diese Unruhe des akustischen Mediums ist Grundlage für die Ausbreitung des Schalls. In kompressiblen Fluiden breitet sich Schall aufgrund von Druckschwankungen nur in Form von Dichtewellen mit longitudinaler Bewegung aus. Die Bewegung von Gasmolekülen, welche einen Druckunterschied weiterleiten und auf diese Weise ein Signal übermitteln ist in nachfolgender [Abb. 2-1](#) zu sehen:



[Abb. 2-1](#): Schallausbreitung in Luft [1]

<sup>1</sup> kompressibel: veränderliche Dichte  $\rho$

Das Medium wird durch die Schallquelle angeregt und zu Schwingungen mit der Frequenz  $f$  verleitet, welche die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde angibt. Abhängig vom jeweiligen Schallmedium breitet sich die Schallwelle mit der Wellenlänge  $\lambda$  unterschiedlich schnell aus. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit oder Schallgeschwindigkeit  $c$  ist wie folgt definiert:

$$c = \lambda \cdot f. \quad (2-1)$$

Durch Überlagerung vieler einzelner Schallwellen entsteht ein Schallfeld. Eine Beschreibung des Schallfelds kann über folgende beiden orts- und zeitabhängigen Größen vorgenommen werden: Der skalare *Schalldruck* oder Schallwechseldruck  $p$ , welcher zur Beschreibung der bei der Schallausbreitung auftretenden Druckschwankungen dient, und die vektorielle *Schallschnelle*  $\vec{v}$ , welche die Geschwindigkeit der um die Ruhelage hin und her schwingenden Gasteilchen wiedergibt. Diese sind über die Schallfeldgleichungen [2]

$$-\text{grad } p = \rho_L \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \quad (2-2)$$

$$\text{div } \vec{v} = \frac{1}{\rho_L c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-3)$$

miteinander verknüpft, wobei  $\rho_L$  für die Ruhedichte der Luft steht.

Aus Gl. (2-2) und (2-3) erhält man durch Eliminieren der Schallschnelle  $\vec{v}$  die akustische Wellengleichung für den Schalldruck  $p$  [2]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (2-4)$$

Die akustische Wellengleichung kann in die Helmholtz-Gleichung [2]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - k^2 \cdot p = 0 \quad (2-5)$$

überführt und genaue Berechnungen akustischer Zustandsgrößen im Frequenzbereich ausgeführt werden. Zumal die Wellenzahl  $k$  definiert ist als:

$$k = \frac{\omega}{c}. \quad (2-6)$$

Die Kreisfrequenz  $\omega$  ergibt sich aus:

$$\omega = 2\pi f. \quad (2-7)$$

Die spezifische akustische Impedanz

$$Z_s = \frac{p}{\vec{v}} = \rho_L \cdot c \quad (2-8)$$

gibt den Widerstand an, der der Ausbreitung des Schalls im Schallfeld entgegengesetzt wird und wird somit unter Kenntnis der schallfeldbeschreibenden Größen Schalldruck- und Geschwindigkeit bestimmt.

Das Produkt aus Schallschnelle und Schalldruck dagegen gibt die Schallintensität  $I$  an:

$$I = p \cdot v = Z_s \cdot v^2. \quad (2-9)$$

Diese Größe beschreibt die Schalleistung, die je Flächeneinheit durch eine durchschallte Fläche austritt.

Zur Beschreibung der Lautstärke wird in der Akustik üblicherweise der Schalldruckpegel<sup>2</sup> verwendet, der definiert ist als:

$$L_p = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0} \text{ (dB)}. \quad (2-10)$$

$p_0$  ist der Bezugsschalldruck, der auf den Wert von  $2 \cdot 10^{-5}$  Pa festgelegt ist.

## 2.2 Schallausbreitung ausgehend vom Festkörper

Neben dem Luftschall wird der Körperschall als zweite Betrachtungsebene herangezogen. Mit dem Körperschall ist der Schall gemeint, der sich ausgehend von einem Festkörper (z.B. Platten, Stäbe, Wände) ausbreitet. Anders als beim Luftschall treten hierbei folgende Wellenformen auf:

- Longitudinale Dehnwellen
- Transversale Biegewellen
- Schubwellen
- Torsionswellen.

Der Grund für die Vielfalt der auftretenden Wellenformen bei Körperschallausbreitung ist neben der Volumenelastizität der zusätzliche Einfluss der Formelastizität. Wird ein fester, isotroper Körper elastisch gedehnt, kommt es gleichzeitig zum Auftreten einer Querkontraktion [3].

Die Erfassung der Schallausbreitung in festen Körpern ist somit wesentlich schwieriger als in Fluiden. Man kann allerdings festhalten, dass Biegewellen die wichtigste Wellenform in Hinblick von Körperschallausbreitung und -abstrahlung darstellen. Da Plattenbauteile für die Berechnung der Wechselwirkung zwischen Fluid und Struktur praktisch relevanter sind, basieren folgende Herleitungen auf Platten.

### 2.2.1 Biegewellenausbreitung anhand von Platten

Biegewellen sind Wellen mit transversalen periodischen Auslenkungen der Plattenstruktur in Kombination mit einer Drehbewegung. Im Vergleich zu Dehn- und Torsionswellen, bei denen tangentiale Bewegungen zur Strukturoberfläche vorherrschen, können Biegewellen aufgrund senkrechter Bewegungen zur Strukturoberfläche eher eine Schallabstrahlung hervorrufen. Denn eine senkrechte Bewegung zur Oberfläche ist die grundlegende Bedingung für die Schallabstrahlung. Die Biegewellenausbreitung wird aus nachfolgender Abbildung ersichtlich.

---

<sup>2</sup> engl. Sound Pressure Level (SPL)

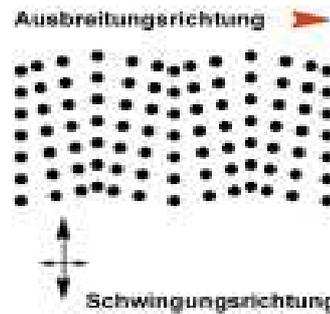


Abb. 2-2: BiegeWellenausbreitung [3]

Platten sind ebene Flächentragwerke, die senkrecht zur Oberfläche belastet werden und deren Plattendicke  $h$  im Verhältnis zu anderen Abmessungen der Fläche klein ist. Mithilfe der Plattendichte  $\rho_p$  ist die Masse der Platte pro Fläche definiert als:

$$m'' = \rho_p h. \quad (2-11)$$

Unter zusätzlicher Kenntnis der Querkontraktionszahl  $\mu$  und dem Elastizitätsmodul  $E$  kann die Biegesteifigkeit der Platte berechnet werden:

$$B' = \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{h^3}{12}. \quad (2-12)$$

Unter Verwendung der Größen aus Gl. (2-11) und (2-12) kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit der fortschreitenden freien BiegeWellen bestimmt werden:

$$c_B = \sqrt{2\pi f} \cdot \sqrt[4]{\frac{B'}{m''}}. \quad (2-13)$$

Man erkennt, dass die BiegeWellengeschwindigkeit  $c_B$  frequenzabhängig ist und mit steigender Frequenz größer wird. Die BiegeWellenlänge  $\lambda_B$  ergibt sich aus:

$$\lambda_B = \frac{c_B}{f}. \quad (2-14)$$

Zur akustischen Beschreibung von Platten wird häufig anstatt der BiegeWellengeschwindigkeit  $c_B$  die Geschwindigkeit der longitudinalen Dehnwellen  $c_D$  verwendet, die durch folgenden Zusammenhang beschrieben wird:

$$c_D = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2-15)$$

Für BiegeWellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit erhält man damit die leicht handhabbaren Gleichungen:

$$\lambda_B \approx 1,35 \sqrt{\frac{c_D \cdot h}{f}} \quad (2-16)$$

$$c_B \approx 1,35 \cdot \sqrt{c_D \cdot h} \cdot \sqrt{f}. \quad (2-17)$$

## 2.2.2 Schallabstrahlung in das umgebende Fluid

Ein mechanisch schwingendes System verursacht unmittelbar eine Schallabstrahlung. Schallwellen sind in der Lage Energie und Leistung zu transportieren. Eine Bewegung senkrecht zur Oberfläche ist für die Schallabstrahlung in das umgebende Medium notwendig. Betrachtet man eine von Luft umgebende schwingende Platte mit der Fläche  $A_P$  (Abb. 2-3), so kann die von der Oberfläche *theoretisch äquivalente abgestrahlte Schalleistung*  $P_{K,theo}$ <sup>3</sup> berechnet werden. Mithilfe der charakteristischen Medieneigenschaften Dichte  $\rho_L$  und Schallgeschwindigkeit  $c_L$  der Luft und Kenntnis des Mittelwertes der effektiven Schallschnelle  $\bar{v}$  ergibt sich:

$$P_{K,theo} = \rho_L \cdot c_L \cdot A \cdot \bar{v}^2. \quad (2-18)$$

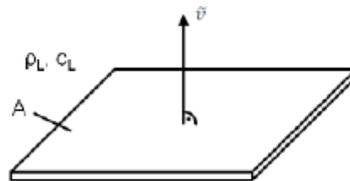
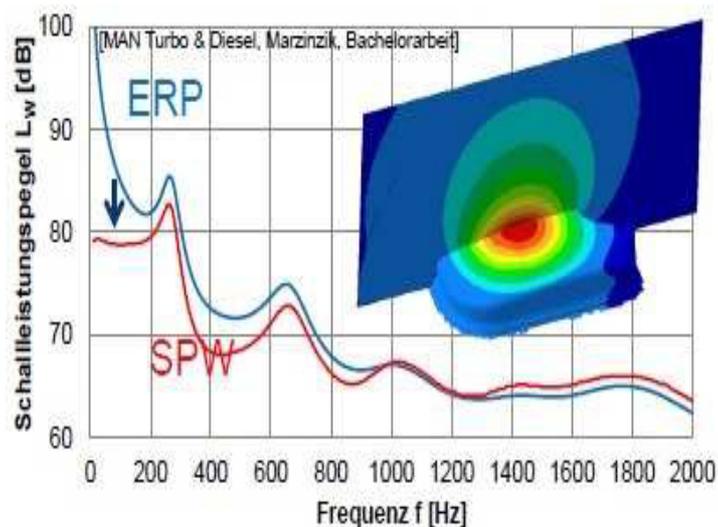


Abb. 2-3: Schwingende Platte [2]

In den meisten Fällen ist die *tatsächlich abgestrahlte Körperschalleistung*  $P_{K,tat}$  kleiner:

$$P_{K,tat} = \rho_L \cdot c_L \cdot A \cdot \bar{v}^2 \cdot \sigma. \quad (2-19)$$

Der Abstrahlgrad  $\sigma$  stellt dabei ein Maß des Abstrahlverhaltens einer Struktur dar. An der Grenze von Struktur- und Luftraum gehen Körper- und Luftschall ineinander über. Eine vollständige und gleich starke Umsetzung der Körperschallanteile in Luftschall ist nicht bei allen Frequenzen gegeben, wie in Abb. 2-4 erkennbar ist.



ERP: theoretischer Schalleistungspegel  
 SPW: tatsächlicher Schalleistungspegel

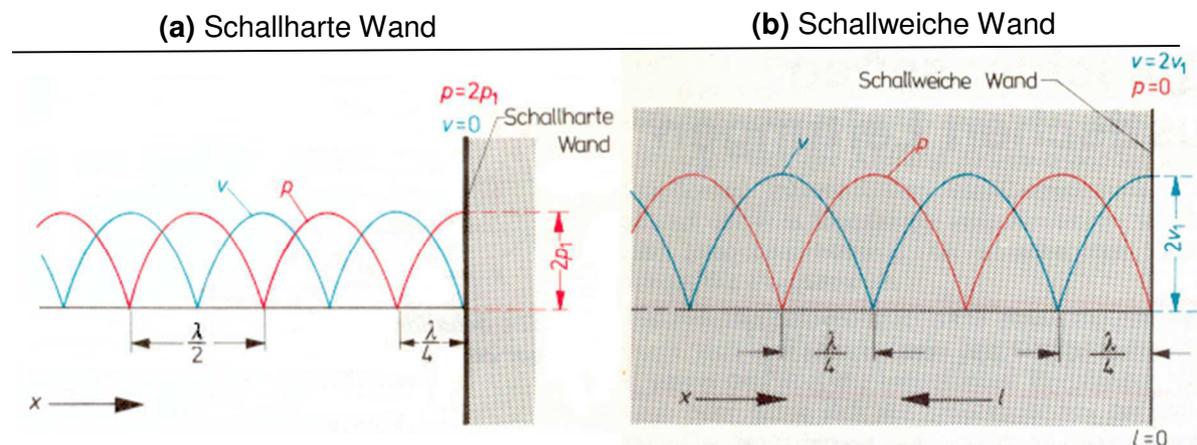
Abb. 2-4: Theoretischer und tatsächlicher Schalleistungspegel im Vergleich [4]

<sup>3</sup> engl. Equivalent Radiated Power (ERP)

Im tieffrequenten Bereich ist bemerkbar, dass der tatsächliche von dem theoretischen Schallleistungspegel  $L_W$  abweicht. Hier ist der Abstrahlgrad  $\sigma < 1$ . Im oberen Frequenzbereich ist das Gegenteil zu beobachten: Die tatsächliche abgestrahlte Schallleistung liegt etwas höher als die theoretisch berechnete.

### 2.2.3 Raumeigenfrequenzen und -schwingungen

An den Wänden eines geschlossenen Raumes werden die sich ausbreitenden Schallwellen reflektiert und es kommt zur Ausbildung von stehenden Wellen. In der Praxis wird zwischen zwei Grenzfällen unterschieden, der schallharten und der schallweichen Wand. Geht man von einer schallharten Wand ([Abb. 2-5 \(a\)](#)) aus, an der eine fortschreitende Schallwelle bei senkrechtem Einfall total reflektiert wird, so ist eine resultierende stehende Welle aus Überlagerung der fortschreitenden und reflektierten Welle mit ortsfesten Schwingungsbäuchen und Schwingungsknoten für den Schalldruck  $p$  und die Schallschnelle  $v$  beobachtbar. Man spricht bei der Überlagerung von Wellen auch von Interferenz. Auch bei schallweichen Wänden ([Abb. 2-5 \(b\)](#)) kommt es zur Entstehung von stehenden Wellen, jedoch mit umgekehrtem Verhalten der akustischen Größen Schalldruck und -schnelle. Während bei einer schallweichen Wand der Schalldruck vor der Wand gleich Null wird und die Schallschnelle sich gegenüber der einfallenden Welle verdoppelt, wird bei schallharten Wänden die Schallschnelle gleich Null und der Schalldruck verdoppelt sich gegenüber der einfallenden Welle.



[Abb. 2-5](#): Verteilung von Schalldruck und -Schnelle in einer stehenden Welle bei Totalreflexion [3]

Für den Schalldruck ergibt sich mit der Druckamplitude  $\hat{p}_f$  der fortschreitenden Welle:

$$p(t, l) = 2\hat{p}_f \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right). \quad (2-20)$$

Das Druckminimum und -maximum ergibt sich an den Stellen  $l$ , an denen gilt:

$$\cos \frac{2\pi l}{\lambda} = 0 \quad \rightarrow \quad p_{\min} = 0 \quad (2-21)$$

$$\cos \frac{2\pi l}{\lambda} = 1 \quad \rightarrow \quad p_{\max} = 2\hat{p}_f \cdot \cos(\omega t). \quad (2-22)$$

Akustische Eigenschaften des Wandmaterials können mithilfe des gemessenen Schalldruckverlaufs  $p(t,l)$  kenntlich gemacht werden. Unter Kenntnis des minimalen und maximalen Schalldrucks kann die Welligkeit bzw. das Stehwellenverhältnis  $n$  bestimmt werden:

$$n = \frac{p_{\max}}{p_{\min}}. \quad (2-23)$$

Die Beziehung aus Gl.(2-23) wird verwendet, um den Wert des Reflexionskoeffizienten  $r$  zu erhalten:

$$r = \frac{n - 1}{n + 1}. \quad (2-24)$$

Der Wert für eine schallharte Wand beträgt  $r = +1$ , für eine schallweiche Wand  $r = -1$ . Da in der Realität immer ein Teil des Schalls vom jeweiligen Material absorbiert wird, kann im Zusammenhang mit dem Reflexionskoeffizienten  $r$  auf der Schallabsorptionsgrad  $\alpha$  geschlossen werden.

$$\alpha = 1 - |r|^2. \quad (2-25)$$

Dieser Wert ist frequenzabhängig und gibt das Absorptionsvermögen eines Materials an. Ist  $\alpha = 1$  wird der einfallende Schall nicht reflektiert, sondern komplett absorbiert. Eine Totalreflexion findet demzufolge bei  $\alpha = 0$  statt.

Das akustische Fluid kann innerhalb eines geschlossenen Hohlraumes bei bestimmten Frequenzen freie Schwingungen ausführen. Betrachtet man den einfachsten Fall einer Raumbegrenzung in Form von zwei im Abstand  $l$  gegenüberliegenden parallelen Wänden, so baut sich durch Interferenz eine fortschreitende Schalldruckwelle aus, die in einer stehenden Welle zwischen den Wänden endet. Der entsprechende Druckverlauf mit der dazugehörigen Eigenfrequenz  $k_i$  des Fluids ist durch  $p_i(x)$  gegeben. Den auftretenden Eigenschwingungen des Fluides liegt aus Betrachtung der Helmholtz-Gleichung (Gl.(2-6)) folgendes Eigenwertproblem zugrunde:

$$p''(x) + k^2 \cdot p(x) = 0 \quad x \in (0, l). \quad (2-26)$$

Die Eigenwerte des vorliegenden Eigenwertproblems lauten:

$$[k_i, p_i(x)]. \quad (2-27)$$

Bestimmt werden sie mithilfe der festen Randbedingungen

$$p'(0) = 0 \quad (2-28)$$

$$p'(l) = 0. \quad (2-29)$$

Für zwei aufeinandertreffende interferierende Wellen ergeben sich mit der Resonanzbedingung

$$2kl = n \frac{\pi}{l} \quad (2-30)$$

die freien Schwingformen des akustischen Mediums:

$$p(x, t) = 2 \cdot p_0 \cdot \cos(kx) \cdot \cos(\omega t). \quad (2-31)$$

Die Eigenwerte lauten dann [3]:

$$[k_i, p_i(x)] = \left[ \frac{n\pi}{l}, \cos \frac{n\pi x}{l} \right]. \quad (2-32)$$

Die Eigenresonanzen, die auf die Entstehung von stehenden Wellen zurückzuführen sind, spielen somit eine große Rolle bei der Betrachtung von geschlossenen Hohlräumen. Wird ein kubischer Raum mit den Abmessungen  $l_x$ ,  $l_y$  und  $l_z$  betrachtet, ergibt sich folgender Ausdruck für die Eigenkreisfrequenzen der stehenden Wellen [2]:

$$\omega_{n_x, n_y, n_z} = \pi c \cdot \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad ; \quad n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots \quad (2-33)$$

Und entsprechend die Eigenfrequenzen:

$$f_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad ; \quad n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots \quad (2-34)$$

Somit liegt eine Abhängigkeit der Eigenfrequenzen vom akustischen Medium und von den Abmessungen des Untersuchungsraums vor.

## 2.3 Kontinuumsmechanische Grundgleichungen

Zum besseren Verständnis der Schallausbreitung in Fluiden und Strukturen dienen die kontinuumsmechanischen Grundgleichungen, die in diesem Kapitel hergeleitet werden. Doch zunächst erfolgt eine Differenzierung der Betrachtungsweisen, die für die Herleitung prägend sind.

### 2.3.1 Betrachtungsweisen

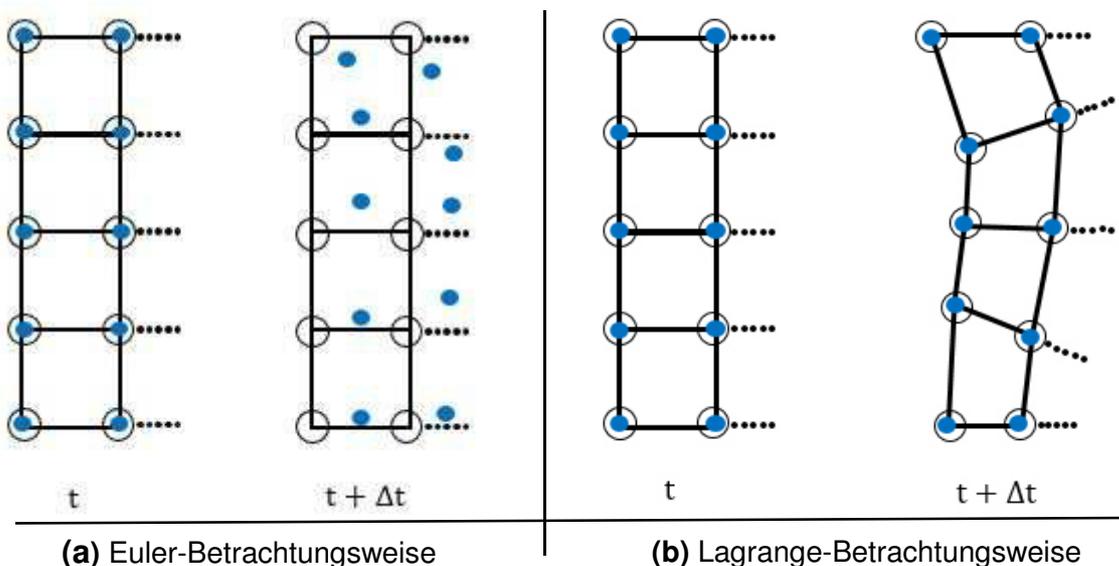
Die Formulierung der Bewegungsgleichungen für Fluide und Struktur erfolgt im Allgemeinen in unterschiedlichen Betrachtungsweisen. Man unterscheidet zwischen dem *Euler-* und dem *Lagrange-Ansatz*.

Bei der Formulierung der Erhaltungsgleichungen in der Fluidmechanik wird klassischerweise die *Eulersche* oder *räumliche Betrachtungsweise* (**Abb. 2-6 (a)**) verwendet. Dieser Betrachtungsweise liegt ein raumfestes Referenzsystem zugrunde, bei der man einen ortsfesten Punkt  $x$  betrachtet und die Strömungsgrößen  $\Phi$  des Fluidteilchens beobachtet, die sich zurzeit  $t$  am Ort  $x$  befinden. Man kann schreiben:

$$\Phi = \Phi(x, t). \quad (2-35)$$

Die materiellen Punkte bewegen sich somit durch die Netzgeometrie.

Die *Lagrange-Betrachtungsweise* (**Abb. 2-6 (b)**), die auch als materielle oder referenzbezogene Betrachtungsweise bezeichnet wird, dient zur Beschreibung der Strukturbewegung im Raum. Dieser liegt ein materielles Referenzsystem zugrunde, bei der sich die Referenzkonfiguration bzw. jeder Knoten des Netzgitters mit dem Materiepunkt der Struktur mitbewegt und zu jedem Zeitpunkt die räumliche Lage und momentanen Eigenschaften des Materiepunktes misst. Durch die Fixierung auf einen festen Raumpunkt bietet der Lagrange-Ansatz den Vorteil, große Deformationen zu beschreiben.



**Abb. 2-6:** Klassische Betrachtungsweisen nach Euler- und Lagrange

Euler- und Lagrange-Betrachtungsweise können auch zu einer Mischform kombiniert werden, bei der man auch von der Lagrange-Euler-Formulierung (ALE)<sup>4</sup> spricht. Grundsätzlich zur ALE-Methode kann dem Anhang entnommen werden.

### 2.3.2 Fluidgleichungen

Bei der Herleitung der kontinuumsmechanischen Gleichungen wird ein ideales Newtonsches Fluid angenommen. Ein ideales Fluid wird durch zwei grundlegende Eigenschaften gekennzeichnet, nämlich die Inkompressibilität und die Reibungsfreiheit. Die Beschreibung im Raum erfolgt über die Eulersche Betrachtungsweise anhand eines Kontrollvolumens (KV), einem vom Fluid durchströmten Volumen im Raum.

#### Kontinuitätsgleichung

Mit der Kontinuitätsgleichung wird die Erhaltung der im Kontrollvolumen befindlichen Fluidmasse beschrieben. Sie lautet in der Integralform [10]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_F dV + \int_S \rho_F \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dS = 0. \quad (2-36)$$

Das betrachtete durchströmte Volumen wird hierin mit  $V$  und die Oberfläche des Kontrollvolumens mit  $S$  bezeichnet.  $\rho_F$  stellt die Fluidichte,  $\vec{c}$  die Strömungsgeschwindigkeit des Fluides und  $\vec{n}$  den Normalenvektor auf der Oberfläche des Kontrollvolumens dar.

Durch Umwandlung des Oberflächenintegrals aus Gl. (2-36) in ein Volumenintegral mithilfe des Gauß-Theorems ergibt sich:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_F dV + \int_V \nabla(\rho_F \cdot \vec{c}) dV = 0. \quad (2-37)$$

Die Differentialform der Kontinuitätsgleichung in Anbetracht infinitesimal kleiner Kontrollvolumen lautet [10]:

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} + \nabla(\rho_F \cdot \vec{c}) = 0. \quad (2-38)$$

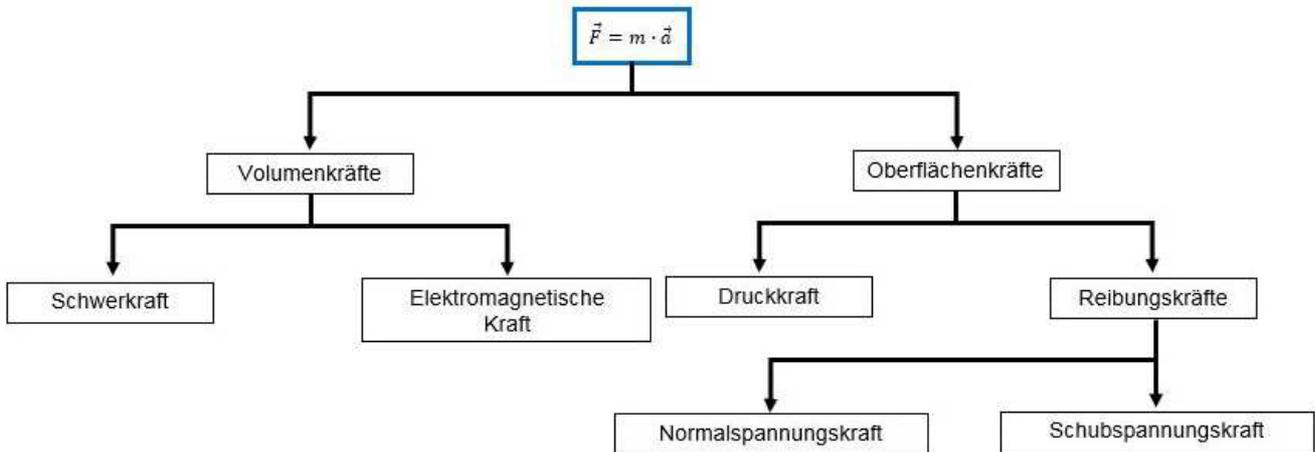
#### Impulserhaltungsgleichung

Basierend auf dem 2. Newtonschen Axiom, welches besagt: Kraft gleich Masse mal Beschleunigung, wird die Impulsbilanz hergeleitet. Die Summe aller auftretenden Kräfte  $\vec{F}$  lautet:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2-39)$$

<sup>4</sup> engl. Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method

Der Kraftvektor  $\vec{F}$  umfasst zum einen Volumenkräfte, wie z.B. die Schwerkraft, die auf das Kontrollvolumen einwirken. Diese Volumenkräfte werden nachfolgend mit  $b$  bezeichnet. Zum anderen wird der Krafteinfluss auf das Kontrollvolumen durch Oberflächenkräfte, wie z.B. Druckkräfte, wiedergegeben (Vgl. [Abb. 2-7](#)).



Der Beschleunigungsvektor  $\vec{a}$  ist:

[Abb. 2-7](#): Zusammensetzung der Kraft  $\vec{F}$  für Fluide

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{c}}{\partial t}. \quad (2-40)$$

Fasst man Gl. (2-39) und (2-40) zusammen, so ergibt sich:

$$\sum \vec{F} = m \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \frac{\partial (m \cdot \vec{c})}{\partial t} = \frac{\partial \vec{I}}{\partial t}. \quad (2-41)$$

Die Gleichung besagt, dass die Summe aller Kräfte  $\sum \vec{F}$  auf die Masse  $m$  eine zeitliche Änderung des Impulses  $\vec{I}$  bewirkt. Die Impulserhaltung in Integralform ist gegeben durch:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_F \cdot \vec{c} \, dV + \int_S \rho_F \cdot \vec{c} \cdot \vec{c} \cdot \mathbf{n} \, dS = \int_S \sigma_F \cdot \mathbf{n} \, dS + \int_V \rho_F \cdot \mathbf{b} \, dV. \quad (2-42)$$

Die Terme mit Oberflächenintegralen werden durch erneutes Anwenden des Gauß-Theorems transformiert, sodass bleibt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_F \cdot \vec{c} \, dV + \int_V \nabla(\rho_F \cdot \vec{c} \cdot \vec{c}) \, dV = \int_V \nabla \sigma_F \, dV + \int_V \rho_F \cdot \mathbf{b} \, dV. \quad (2-43)$$

Die Differentialform der Impulserhaltungsgleichung in Anbetracht infinitesimal kleiner Kontrollvolumen lautet [10]:

$$\frac{\partial \rho_F \cdot \vec{c}}{\partial t} + \nabla(\rho_F \cdot \vec{c} \cdot \vec{c}) = \nabla \sigma_F + \rho_F \cdot \mathbf{b}. \quad (2-44)$$

In den Gl. (2-42)-(2-44) taucht mit  $\sigma_F$  ein Term auf, der bisher unerwähnt blieb. Dabei handelt es sich um den Spannungstensor des Fluides, der notwendig ist, um den Spannungszustand abzubilden. Der Spannungstensor  $\sigma_F$  reduziert sich für das akustische reibungsfreie Fluid auf die auftretenden Druckkräfte  $p$ , da reibungsfreie Fluide keine Schubspannungen aufnehmen können:

$$\sigma_F = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

### Vereinfachte Annahmen

Da im Rahmen der vibroakustischen Berechnung des Maschinengehäuses Luft als akustisches Medium verwendet werden soll, sei an dieser Stelle folgendes erwähnt: Luft ist ein Gas und somit kompressibel. Die vorangehende Herleitung der kontinuumsmechanischen Gleichungen beruht auf der Annahme eines idealen und somit inkompressiblen Fluides. Es gibt jedoch die Eingrenzung, dass man bei einer geringen Strömungsgeschwindigkeit  $\vec{c}$  in einer gasförmigen Strömung die Dichte als unveränderlich annehmen kann. Als Maß dafür wird die Mach-Zahl  $Ma$  eingeführt:

$$Ma = \frac{\vec{c}_{\max}}{\vec{c}}. \quad (2-46)$$

Ist das Verhältnis aus maximaler lokaler Strömungsgeschwindigkeit im betrachteten Medium  $\vec{c}_{\max}$  zur Schallgeschwindigkeit  $\vec{c}$  kleiner als **0,3**, so können die Einflüsse aus Kompressibilität bei derartigen gasförmigen Strömungen bzw. Luftströmungen vernachlässigt werden und demzufolge eine inkompressible Strömung angenommen werden. Unter der Voraussetzung der Inkompressibilität vereinfacht sich die Kontinuitätsgleichung (Gl.(2-38)) zu:

$$\nabla \vec{c} = 0. \quad (2-47)$$

Und die Impulserhaltungsgleichung (Gl.(2-44)) zu:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \nabla(\vec{c} \cdot \vec{c}) = \nabla \sigma_F + \rho_F \cdot \mathbf{b}. \quad (2-48)$$

### 2.3.3 Strukturgleichungen

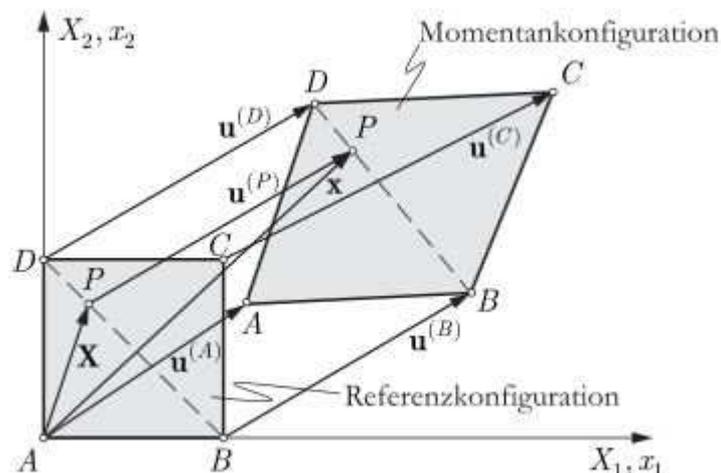
Die Herleitung der kontinuumsmechanischen Grundgleichungen der Struktur beruht auf der Lagrange- bzw. materiellen Betrachtungsweise, welche von kleinen Verzerrungen und großen Deformationen ausgeht. Nachfolgend soll diesbezüglich die Kinematik, die Impulsbilanz aus dem Gleichgewicht der Struktur, sowie das Materialgesetz betrachtet werden.

#### Kinematik

Deformationen und Verzerrungen der Struktur werden durch die Kinematik beschrieben. Das Verschiebungsfeld  $u_s$  des Materiepunktes im Raum zum Zeitpunkt  $t$  ist gegeben durch:

$$u_s(X, t) = x(X, t) - X \quad (2-49)$$

Die Gl. (2-49) berücksichtigt die Unterscheidung zwischen der Referenz- und Momentankonfiguration bezüglich der materiellen Betrachtungsweise. Der Ortsvektor  $X$  stellt die Referenzkonfiguration dar, die die Ausgangsposition eines Materiepunktes im Raum beschreibt. Über den Ortsvektor  $x$  wird die Position des Materiepunktes nach einer Bewegung im Raum mittels der Momentankonfiguration beschrieben. Eine anschauliche Darstellung zur Differenzierung zwischen Referenz- und Momentankonfiguration ist in [Abb. 2-8](#) gegeben.



[Abb. 2-8](#): Referenz- und Momentankonfiguration einer Struktur im Raum [14]

Die Deformationen der Struktur in der Momentankonfiguration werden über den Deformationsgradienten  $U$  vollständig beschrieben, jedoch eignet sich dieser nicht als Maß für auftretenden Strukturverzerrungen. Als geeignetes Verzerrungsmaß wird der *Green-Lagrange-Verzerrungstensor*  $\varepsilon$  eingeführt [15]:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} [(\nabla U)^T + \nabla U] \quad (2-50)$$

Durch die Gleichung ist ein Zusammenhang zwischen Verschiebungen und Verzerrungen der Struktur und eine vollständige räumliche Beschreibung des Verzerrungszustandes eines Materiepunktes vorhanden.

## Gleichgewichtsbetrachtung

Im Unterschied zu Fluiden können von Strukturen Schubspannungen aufgenommen und übertragen werden. Betrachtet man den Spannungszustand eines beliebigen elastischen Festkörpers in der Gleichgewichtslage, so erhält man an jeder Begrenzungsfläche eine Normalspannungskomponente und zwei Schubspannungskomponente. Dabei wirken die Normalspannungen  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  senkrecht auf die betrachtete Fläche und die Schubspannungen  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  jeweils in der betrachteten Ebene. An einem infinitesimalen kleinen Volumen wird der dreidimensionale Spannungszustand einer Struktur in folgender Abbildung ersichtlich:

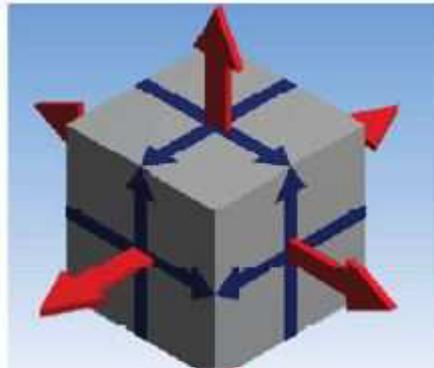


Abb. 2-9: Dreidimensionaler Spannungszustand einer Struktur [5]

Für den Spannungstensor  $\sigma_S$  der Struktur ergibt sich in Matrixschreibweise allgemeiner Form:

$$\sigma_S = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

Dieser Tensor wird in der Kontinuumsmechanik auch als *Cauchyscher Spannungstensor* bezeichnet und bezieht sich auf die Momentankonfiguration einer Struktur. Die für die Herleitung der Strukturgleichungen relevante Lagrange-Betrachtungsweise berücksichtigt jedoch nicht die Cauchy-Spannungen, sondern den sogenannten unsymmetrischen *Piola-Kirchhoff-Spannungstensor 1. Ordnung P* (kurz: PK1), der eine auftretende Kraft auf ein Strukturflächenelement der Referenzkonfiguration bezieht. Aus der dynamischen Form des Gleichgewichts einer Struktur kann in der undeformierten Referenzkonfiguration folgende Impulsbilanz aufgestellt werden [15]:

$$\rho_S \ddot{U} = \nabla P + \rho_S b \quad (2-52)$$

Darin sind die bereits bekannten Größen enthalten, nämlich  $\rho_S$  als Strukturdichte,  $b$  als Volumenkraft und  $P$  als Piola-Kirchhoff-Spannungstensor 1. Ordnung. Mit  $\ddot{U}$  ist die zweite Ableitung des Deformationsgradienten  $U$  gegeben.

## Materialgesetz

Nachfolgend wird das Material als homogenes, isotropes<sup>5</sup> Kontinuum betrachtet. Die Tatsache, dass Strukturen unterschiedliche Materialien enthalten können, führt unmittelbar zu der Schlussfolgerung, dass das Strukturverhalten durch angepasste Materialgesetze aufgegriffen werden sollte. Die Beschreibung der Art und Weise, wie ein Material auf eine von außen aufgebrachte Belastung reagiert, erfolgt über das Materialgesetz. Infolge der äußeren Belastung kommt es zu Verformungen und Spannungen. Prinzipiell ist durch ein Materialgesetz der Zusammenhang zwischen Spannung und Verzerrung hergestellt. Der symmetrische *Piola-Kirchhoff-Spannungstensor* 2. Ordnung  $S$  (kurz: PK2) wird benötigt, um diesen materialabhängigen Zusammenhang zwischen Spannung und Verzerrung herzustellen und ist somit ausschlaggebend für die Verwendung von Materialgesetzen in der unverformten Referenzkonfiguration. Eine Beziehung zwischen den Piola-Kirchhoff-Spannungstensoren  $P$  und  $S$  ist über den Deformationsgradienten  $U$  gegeben [16]:

$$S = U^{-1} \cdot P. \quad (2-53)$$

Über das Materialgesetz [16]

$$S = 2\mu\varepsilon + \lambda(\text{sp}\varepsilon)I \quad (2-54)$$

ist ein linearer Zusammenhang zwischen dem Piola-Kirchhoff-Spannungstensor 2. Ordnung und dem Green-Lagrange-Verzerrungstensor  $\varepsilon$  aus Gl.(2-50) gegeben. Das Materialgesetz wird auch als *St. Venant-Kirchhoff-Gesetz* oder als Kirchhoffsches Materialmodell bezeichnet und ermöglicht eine vollständige Beschreibung des isotropen Materialverhaltens über zwei Materialparameter, nämlich dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktionszahl  $\nu$ . Diese Parameter sind über die 1. Lamé-Konstante

$$\lambda_{\text{Lamé}} = \frac{E \cdot \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \quad (2-55)$$

und die 2. Lamé-Konstante

$$\nu_{\text{Lamé}} = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (2-56)$$

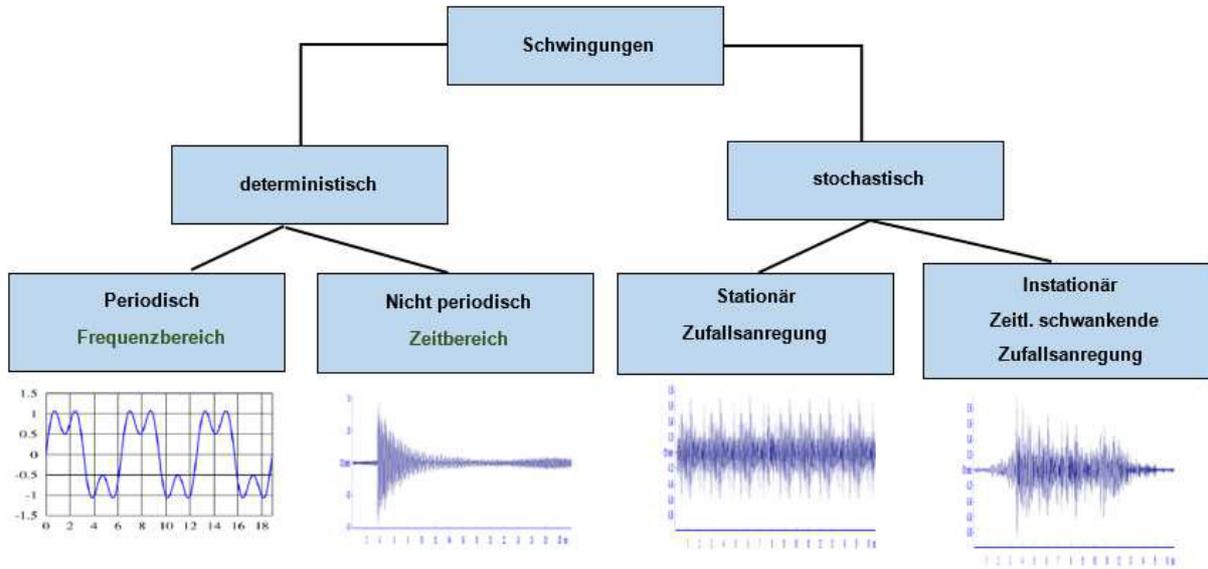
verknüpft.

---

<sup>5</sup> homogen: Materialverhalten in allen Punkten gleich  
isotrop: Materialeigenschaften von Richtung unabhängig

## 2.4 Schwingungsanregungen und Analysearten

Zur Untersuchung von praktisch relevanten Schwingungsphänomenen ist es unerlässlich, die Art der Schwingung und ihrer Anregung zu bestimmen. Eine Differenzierung hierfür mit praktischen Beispielen ist in [Abb. 2-10](#) dargestellt.



[Abb. 2-10](#): Schwingungsarten- und Anregungen

Im Rahmen von konstruktiven Auslegungen von Schwingssystemen wird die Betrachtung im Frequenzbereich bevorzugt, da in den meisten Praxisfällen eine zeitharmonische Anregung in begrenzten Drehzahlbereichen zugrunde liegt. Auftretende Schwingamplituden können im Frequenzgang den jeweiligen Anregungsfrequenzen zugeordnet werden.

Im Frequenzbereich wird überwiegend zwischen zwei Analysearten unterschieden, nämlich der Modal- und Frequenzganganalyse. Da bei beiden Analysearten lediglich deterministische Schwingungen aufgegriffen werden, wird im Falle von Zufallsschwingungen die PSD-Analyse<sup>6</sup> genutzt. Die spektrale Leistungsdichte kann dabei physikalisch als Energieinhalt eines Signals pro Frequenzband interpretiert werden. Im Zuge der Simulation von Zufallsschwingungen bei der PSD-Analyse erhält man ein Leistungsdichtespektrum als Resultat, beispielsweise für die Verformung an jedem beliebigen Auswertepunkt und kann daraufhin Rückschlüsse ziehen, wie wahrscheinlich eine Überschreitung des gewählten Grenzwertes für die Verformung ist [5].

<sup>6</sup> engl. Power Spectral Density (PSD)

## 2.5 Modale Frequenzganganalyse mit der modalen Superposition

Da in der vorliegenden Arbeit die modale Frequenzganganalyse anhand des Maschinengehäuses durchgeführt werden soll, ist eine vorherige Betrachtung dieser Analyseart unumgänglich.

### Modalanalyse

Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Schwingformen eines Bauteils lassen sich als strukturdynamische Eigenschaften mittels der Modalanalyse bestimmen. Die Ergebnisse aus dieser Analyse verhelfen zu einem besseren Verständnis über das Schwingverhalten der Struktur und verbesserungswürdige Stellen in ihr zu finden. Jedes System besitzt so viele Eigenfrequenzen und -formen wie Freiheitsgrade. Dem System freier ungedämpfter Strukturschwingung mit  $n$ -Freiheitsgraden liegt folgendes lineare verallgemeinerte Eigenwertproblem zu Grunde [17]:

$$[K - \lambda_i M]u_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2-57)$$

Mit den Bezeichnungen:

K: Steifigkeitsmatrix

M: Massenmatrix

$\lambda_i$ : Eigenwerte

$u_i$ : Eigenvektoren

Die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  lassen sich mithilfe der Eigenwerte  $\lambda_i$  des Eigenwertproblems berechnen, durch  $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$ , wobei sich durch Umstellen von  $\omega_i = 2\pi f_i$  die relevanten Eigenfrequenzen des Struktursystems ermitteln lassen:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (2-58)$$

Bei diesem verallgemeinerten Eigenwertproblem liegen symmetrische Steifigkeits- und Massenmatrizen vor. Dies bedeutet im Umkehrschluss, dass alle Eigenwerte  $\lambda_i$  und damit Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  reell und positiv sind. Ein Eigenpaar  $(\omega_i, u_i)$  der Modalgleichung ergibt sich durch die Matrix-Vektorgleichung:

$$[K - \omega_i^2 M]u_i = 0. \quad (2-59)$$

Zur Bestimmung der Eigenvektoren  $u_i$  ist es üblich, eine Massennormierung mit [11]

$$u_i^T M u_i = 1 \quad (2-60)$$

zu schaffen. Der normierte Eigenvektor lässt sich dann anhand von [11]

$$u_{\text{norm}} = \frac{u_i}{\sqrt{u_i^T M u_i}} \quad (2-61)$$

berechnen. Man spricht bei Eigenvektoren oftmals von Eigenmoden, die die Schwingform des Struktursystems bei bestimmten Eigenfrequenzen darstellen.

Wird die Bewegungsgleichung eines ungedämpften Schwingsystems betrachtet, so lautet sie mit den physikalischen Koordinaten  $x(t)$ :

$$Kx(t) + M\ddot{x}(t) = 0. \quad (2-62)$$

Bei einem Schwingsystem mit  $n$ -Freiheitsgraden erhält man die massennormierte Modalmatrix  $U_M$  aus den  $n$ -berechneten massennormierten Eigenvektoren, indem diese spaltenweise wie folgt eingetragen werden:

$$U_M = [u_1 | u_2 | \dots | u_n] = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}. \quad (2-63)$$

Dadurch erfüllt die Modalmatrix  $U_M$  die Bedingung [17]

$$U_M^T \cdot M \cdot U_M = E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-64)$$

Ebenso ergibt sich aus der modalen Transformation der Systemmatrizen durch Multiplikation der Gl. (2-59) mit dem transponierten Eigenvektor  $u_i^T$  und Einbezug der Bedingung aus Gl. (2-65) eine diagonalisierte Steifigkeitsmatrix [17]:

$$U_M^T \cdot K \cdot U_M = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} = \omega^2. \quad (2-65)$$

Eine Verknüpfung der physikalischen Koordinaten  $x(t)$  mit den modalen Koordinaten  $q(t)$  erfolgt über die Vektortransformation:

$$x(t) = U_M \cdot q(t). \quad (2-66)$$

Wird diese Gleichung in die ursprüngliche Bewegungsgleichung (Gl.(2-62)) eingesetzt und zusätzlich mit  $U^T$  multipliziert, so erhält man:

$$U_M^T \cdot M \cdot U_M \cdot \ddot{q} + U_M^T \cdot K \cdot U_M \cdot q = 0. \quad (2-67)$$

Aus dieser Gleichung erhält man durch Einsetzen der Gl. (2-64) und (2-65) das entkoppelte Gleichungssystem [11]:

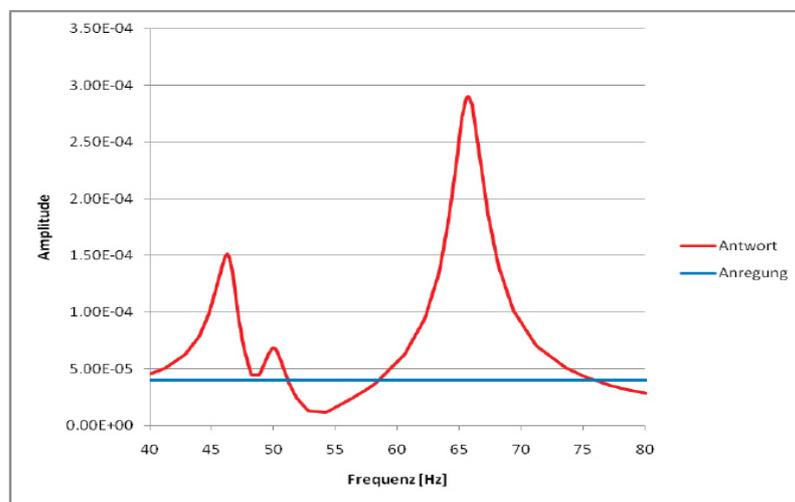
$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0. \quad (2-68)$$

Die Ergebnisse aus der durchgeführten Modalanalyse, nämlich die Eigenfrequenzen und -moden des Systems, können im nächsten Schritt für die Frequenzganganalyse mithilfe der modalen Superposition verwendet werden.

## Frequenzganganalyse

Im Frequenzbereich stellt die Frequenzganganalyse (oder auch harmonische Analyse<sup>7</sup>) eine gängige Methode zur Untersuchung einer linearen Struktur dar. Transiente Schwingungen<sup>8</sup> und Nichtlinearitäten der Struktur, wie z.B. die Plastizität, bleiben bei der Frequenzganganalyse unbeachtet und sollen auch in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt werden.

Im eingeschwungenen Zustand des Schwingensystems kann die harmonisch angeregte Struktur hinsichtlich bestimmter Antwortgrößen analysiert werden. Dazu zählen vor allem die Schwingamplitude (Verschiebungen) und auftretenden Spannungen. Die Zuordnung dieser Größen zu verschiedenen Anregungsfrequenzen an bestimmten Stellen in der Struktur kann im sogenannten Frequenzgang ersichtlich gemacht werden, wie es beispielhaft in **Abb. 2-11** gezeigt ist.



**Abb. 2-11**: Frequenzgang eines Bauteils für den Frequenzbereich 40-80Hz [5]

Besonders hohe Schwingamplituden können einen Hinweis auf mögliche Resonanzfrequenzen geben. Zumal das System im Falle einer der Struktureigenfrequenz naheliegenden Erregerfrequenz der harmonisch aufgebracht Last besonders aufschwingt und man von einer Resonanz spricht.

Die harmonische Analyse basiert auf der Modalanalyse, in der vorab das dynamische Verhalten der Struktur mit allen auftretenden Eigenfrequenzen und -moden bestimmt wird. Durch die modale Superposition werden Faktoren berechnet, die dem Anwender zu einer Aussage verhelfen, wie stark eine bestimmte Schwingform bei einer bestimmten Eigenfrequenz angeregt wird. Durch Aufsummieren dieser faktorisierten Eigenvektoren ist in der anschließenden harmonischen Analyse die Betrachtung der Schwingantwort mit den entsprechenden Schwingamplituden möglich. Mit dem Prinzip der modalen Superposition ist der Vorteil einer geringen Rechenzeit einhergehend.

<sup>7</sup> engl. Harmonic Response Analysis

<sup>8</sup> Transiente Schwingungen: Einmalig unregelmäßige Bewegungsvorgänge (Bsp.:Erdbeben), Anregungen über kurze Intervalle (Stoß)

In strukturellen Schwingungen ist im Allgemeinen eine Dämpfung zu erwarten, die die Schwingamplituden mit der Zeit sinken lässt. In den meisten Berechnungsmodellen wird die Dämpfung nicht durch konstruktiv eingebaute Dämpfer realisiert, sondern eine materialabhängige Dämpfung oder modale Dämpfung verwendet, die Dämpfungseinflüsse wie Strukturdämpfung oder Umgebungseinflüsse (z.B. Reibung mit umgebenden Fluiden) einbezieht. Die Frequenzganganalyse mit modaler Superposition erlaubt kein Einbezug einer materialabhängigen Dämpfung, hat jedoch den Vorteil, dass eine modale Dämpfung berücksichtigt werden kann, die jede Eigenschwingung für sich durch eine modale Dämpfungskraft dämpft. Die Definition der modalen Dämpfungskraft  $F_D(t)$  lautet [12]:

$$F_D(t) = 2D_{L,i}\omega_i\dot{q}_i(t). \quad (2-69)$$

$D_L$  steht für das Lehrsche Dämpfungsmaß und die modale Geschwindigkeit wird mit  $\dot{q}_i(t)$  bezeichnet. Für die modale Dämpfung muss im Rahmen einer gedämpften Schwingung der Term aus Gl. (2-69) in die entkoppelte Gleichung (Gl.(2-68)) der ungedämpften Schwingung addiert werden. Dann gilt [17]:

$$\ddot{q}_i + 2D_{L,i}\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2q_i = 0. \quad (2-70)$$

Das entsprechende Bewegungsgleichungssystem der gedämpften Schwingung mit der Dämpfungsmatrix  $C$  lautet:

$$Kx(t) + C\dot{x}(t) + M\ddot{x}(t) = F(t). \quad (2-71)$$

Für das Eigenwertproblem ergibt sich:

$$[\lambda_i^2 M + \lambda_i C + K]u_i = 0. \quad (2-72)$$

Darin sind die komplex konjugierten Eigenwerte enthalten:

$$\lambda_i = -\delta_i \pm \omega_{d,i}. \quad (2-73)$$

Die mit dem Formelzeichen  $\delta$  gekennzeichnete Größe ist der Abklingkoeffizient, der definiert ist als:

$$\delta = \omega_i \cdot D_{L,i}. \quad (2-74)$$

Die Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung  $\omega_d$  lässt sich mit der Formel bestimmen [11]:

$$\omega_{d,i} = \omega_i \cdot \sqrt{1 - D_{L,i}^2}. \quad (2-75)$$

Für das Lehrsche Dämpfungsmaß  $D_L$  werden je nach Konstruktion unterschiedliche Werte angenommen, die in *Tab. 2-1* für einige Konstruktionsausführungen beispielhaft aufgelistet sind.

Konstruktion	Lehrsches Dämpfungsmaß $D_L$
Geschweißte Stahlkonstruktion	0,2-0,3%
Geschraubte Stahlkonstruktion	0,5-0,6%
Stahlbetonwerk	1,0-1,5%

*Tab. 2-1: Typische Werte für das Lehrsche Dämpfungsmaß  $D_L$*

## 3 Anwendungen bei Windenergieanlagen

### 3.1 Schwingungsverhalten

Als hochdynamische Systeme können Windenergieanlagen (kurz: WEA) kategorisiert werden. Große und häufig stark schwankende dynamische Belastungen charakterisieren eine WEA ebenso wie die schlanke, elastische Bauweise der Komponenten Turm und Rotorblätter, die im Umkehrschluss ein extrem schwingungsfähiges System bedeuten. Auftretende Schwingungen des Antriebsstranges und des Turmes können Probleme verursachen, die Faktoren wie Lebensdauer und Betrieb der Anlagen nachhaltig beeinflussen. Aus diesen Gründen ist eine Untersuchung des Schwingverhaltens mittels der Frequenzganganalyse (siehe Kapitel 2.5) notwendig.

Nach Hau gliedern sich die Schwingungsprobleme in vier Schwerpunktbereiche:

- schlanken Rotorblätter
- Turm
- System der Windrichtungsnachführung
- Mechanisch-elektrischer Triebstrang [6]

Da in der vorliegenden Arbeit das Maschinengehäuse, was üblicherweise auch als Gondel bezeichnet wird, genauer untersucht werden soll, wird der mechanisch-elektrische Triebstrang einer WEA näher beleuchtet.

Das Bindeglied zwischen den Rotorblättern und dem massiven Turm einer WEA stellt das Maschinengehäuse dar, in welchem der mechanisch-elektrische Triebstrang untergebracht ist, der alle Glieder der Energieübertragungskette bis auf die Rotorblätter beinhaltet. Die heutige Standardausführung des bevorzugten geschlossenen Maschinengehäuses sieht eine Anordnung aller mechanischen und elektrischen Komponenten in direkter Linie in Form eines Generatorantriebs mit Übersetzungsgetriebe vor. Der überwiegende Teil der heutigen WEA ist so konzipiert. Die kompakte Aneinanderreihung der Triebstrangkomponenten wird aus nachfolgender Abbildung ersichtlich.



Als wichtiger Aspekt aus *Tab. 3-1* soll an dieser Stelle der Nachteil der Schwingungsfähigkeit des Triebstrangs kurz aufgegriffen werden. Ausgestattet mit einer Vielzahl von rotierenden Massen und rotierenden Verbindungselementen wird der Triebstrang zusätzlich von äußeren Einflüssen beeinflusst. Auf der einen Seite wird durch den Rotor eine ideale Schwingungsanregung verursacht, die sich aus der Windturbulenz resultierenden regellosen Fluktuation des Antriebsmomentes und einer zusätzlichen umlaufperiodischen Momentenschwankung zusammensetzt. Der elektrische Generator wirkt auf der anderen Seite des Triebstrangs als 2. Einflussquelle bezüglich der Schwingfähigkeit. Die Tendenz zum Schwingen zeigen besonders direkt an das Netz gekoppelte Synchrongeneratoren. Die Schwingungsbetrachtung des Triebstrangs bei einer WEA ist insofern essenziell, da Schwingungsresonanzen innerhalb des Triebstrangs nicht nur Auswirkungen auf die Leistungsabgabe der WEA haben, sondern auch prägend für das Geräuschverhalten der Anlage sein können [6].

## 3.2 Geräuschverhalten

### 3.2.1 Schalleistungspegel

Als einer der wichtigsten technischen Kenngrößen einer Windenergieanlage wird der *Schalleistungspegel*  $L_w$  [dB] angesehen. Diese Quellgröße beschreibt die abgestrahlte Schallenergie und ist für heutige Windenergieprojekte essentiell, da die geforderten Schallgutachten zum Betreiben einer Anlage darauf aufbauen.

In der Praxis hat sich das Messverfahren nach DIN EN 61400-11 der Fördergesellschaft Windenergie (FGW) zur Bestimmung des Schalleistungspegels einer Windenergieanlage bewährt [18].

Dabei wird der Schalldruckpegel in einem Abstand  $R_0 = H + \frac{D_{Rotor}}{2}$  vom Turmfußpunkt gemessen. Der Rotordurchmesser  $D_{Rotor}$  und die Rotorhöhe  $H$  müssen bekannt sein. Der Messpunkt bzw. das Mikrofon befinden sich dabei auf einer schallharten Platte auf dem Erdboden. Grundlage ist dabei die Messung auf einer Kugeloberfläche um die Geräuschquelle, die als Punktschallquelle an der Rotornabe das akustische Modell vervollständigt. Der wirksame räumliche Abstand von Mikrofon zu Punktschallquelle (Rotormittelpunkt) wird mit  $R_1$  bezeichnet. Die gesamte Konstellation kann aus nachfolgender [Abb. 3-2](#) entnommen werden.

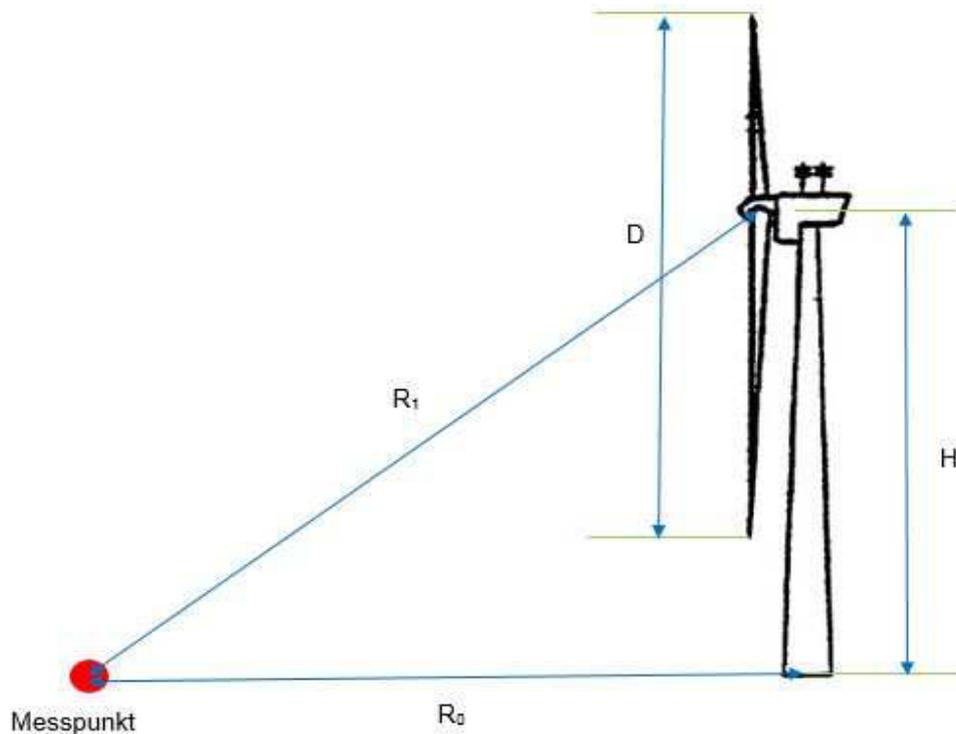


Abb. 3-2: Messverfahren nach DIN EN 61400-11

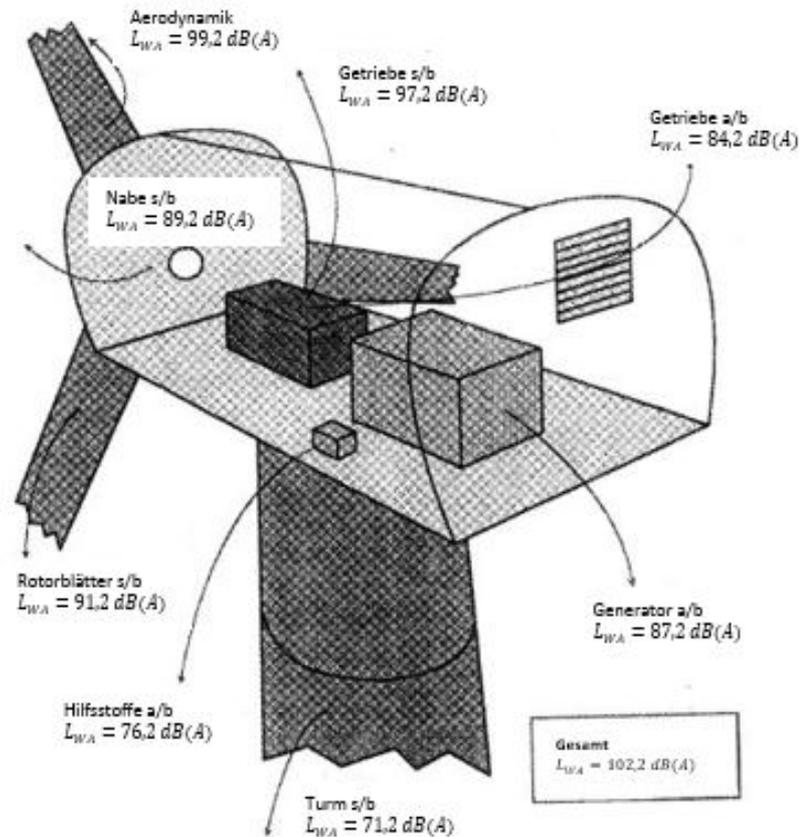
Anhand des gemessenen Schalldruckpegels  $L_P$  kann im Anschluss der Schallleistungspegel  $L_W$  mit der Formel [18]

$$L_W = L_P + 10 \log \left( \frac{4\pi R_1^2}{S_0} \right) \text{dB(A)} - 6 \text{dB(A)} \quad (3-1)$$

berechnet werden.  $S_0$  steht für die Bezugsmessfläche ( $1\text{m}^2$ ).

Rückschlüsse von dem ermittelten Schallleistungspegel auf die Schallausbreitung können mithilfe halbempirischer Rechenverfahren gezogen werden. Hierzu sei die VDI-Richtlinie 2714 „Schallausbreitung im Freien“ genannt, durch die eine Berechnung des Schalldruckpegels  $L_P$  an einem vorgegebenen Immissionsort ermöglicht wird und eine gute Hilfestellung bezüglich der Untersuchung der Schallausbreitung geboten wird. Faktoren wie die Topographie, Witterungsbedingungen, Geometrie des Schallfelds und Eigenschaften der Schallquelle spielen dabei eine wesentliche Rolle.

Für eine 2MW –Windturbine wurde für die einzelnen Komponenten der Anlage Schalldruckmessungen bei einer Entfernung von 115m durchgeführt und damit der Gesamtschallleistungspegel bestimmt. Die Aufteilung des Beitrags der Komponenten zum Gesamtschallleistungspegel ist in [Abb. 3-3](#) zu sehen.



**Abb. 3-3:** Beitrag einzelner Komponenten einer 2MW-Windturbinenkomponente zum Gesamtschalleistungspegel [8]

Die Rangfolge der verschiedenen Beiträge verdeutlicht die typische Konstellation der Geräuschquellen heutiger Anlagen. Das wesentliche Maschinengeräusch ist auf das Getriebe zurückzuführen und der aerodynamisch umströmte Rotor kann als primäre Geräuschquelle angesehen werden. Als Lärmüberträger -und Verbreiter fungieren die Nabe und der Turm.

Der gemessene Gesamtschalleistungspegel einer Windturbinenkomponente wird somit bestimmt durch zwei Klassen von Geräuschquellen [19]:

- aerodynamisch erzeugte Geräusche und
- mechanisch verursachte Geräusche.

### 3.2.1.1 Aerodynamisch erzeugte Geräusche

Der aerodynamisch umströmte Rotor stellt die primäre Geräuschquelle einer Windkraftanlage dar. Diese Geräusche sind zwar im Abstand von wenigen hundert Metern von der Anlage kaum noch wahrnehmbar, jedoch stellen sie das eigentliche Problem dar. Das Geräuschverhalten wird durch die Blattspitzengeschwindigkeit, dem Profil der Rotorblätter und dem Abstand zwischen Mast und Rotorblätter stark beeinflusst.

Effekte für die aerodynamisch bedingte Geräusentwicklung sind unter anderem:

- Turbulente Grenzschicht
- Wirbelbildung an der Profilhinterkante  
(Wirbelablösungen am Rotorblattende) → Gestaltung des Randbogens ist von Bedeutung
- Turbulenz des Rotornachlaufs
- Mit Geräuschen verbundenen Strömungsablösungen

Typisch ist das breite aerodynamische Rauschen des Rotors im Frequenzbereich von ca. 1000 Hz.

### 3.2.1.2 Mechanisch verursachte Geräusche

Mehrere Komponenten des mechanischen Antriebsstrangs tragen zum Maschinenlärm bei. Dazu zählen Getriebe, Generator, Lüfter und die Hydraulikaggregate für den Blatteinstellwinkel. Das Getriebegeräusch einer Windkraftanlage darf nicht unterschätzt werden, da es in vielen Anwendungsfällen das aerodynamische Laufgeräusch übertönt und die Hauptquelle des Maschinengeräusches darstellt. Die Geräuschemission eines Getriebes ist abhängig von der Ausführung, Größe und Qualität des Getriebes. Entsprechende Richtwerte für den A-bewerteten Schalldruckpegel<sup>9</sup>, die von Getriebeherstellern angegeben werden, können aus *Tab. 3-2* entnommen werden.

Getriebeart	Getriebeleistung [kW]	Schalldruckpegel [dB]
Kleineres Stirnradgetriebe	Bis 100	75-80
Mittleres Stirnradgetriebe	Bis 1000	80-85
Großes Planetengetriebe	Ca. 3000	100-105

*Tab. 3-2: Richtwerte für A-bewerteten Schalldruckpegel diverser Getriebetypen*

Aus den Werten wird ersichtlich, dass entsprechende Maßnahmen zur Luft- und Körperschalldämmung vorzunehmen sind. Im Gegensatz zu den aerodynamischen Geräuschen ist eine Dämpfung der mechanischen Geräusche möglich. Während eine Dämpfung der Luftschallübertragung durch eine schalldämmende Maschinenhausverkleidung vollzogen werden kann, stellt die Unterbindung der Körperschallübertragung eine größere Schwierigkeit dar. Die tragende Maschinenhausstruktur, die fest mit dem Turm der Anlage verbunden sein muss, und das Getriebe selbst, welches aufgrund von statischen Betrachtungen ebenfalls eine feste Verbindung zum Maschinenhaus besitzen muss, bewirken bei der Schallübertragung auf die jeweiligen Strukturen große Resonanzverstärkungen der Schallemissionen.

Abhilfe zur Verringerung der Körperschallübertragung zum Turm und zur Gondel kann beim Getriebe durch spezielle Lager aus elastischem Material geleistet werden [6].

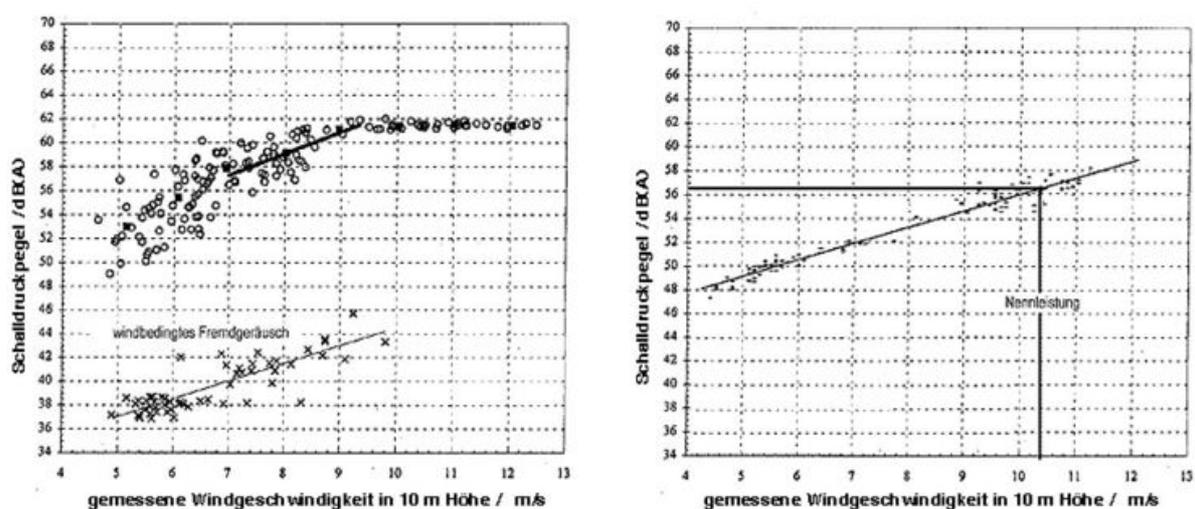
<sup>9</sup> Zur Lautstärkeempfindlichkeit des Menschen werden Messwerte bei einzelnen Frequenzen mit Bewertungsfaktoren beaufschlagt, die dem Empfinden des menschlichen Gehörs entsprechen. A-Frequenzbewertungsfaktoren stellen die wichtigsten Bewertungsfaktoren dar.

### 3.2.1.3 Regelungsmechanismus

Das Geräuschverhalten einer Windenergieanlage wird zusätzlich durch die Art des Regelungsmechanismus beeinflusst. Eine regelungstechnische Begrenzung der elektrisch erzeugten Leistung mit dem Zweck einer Überlastungsvermeidung der WEA kann grundsätzlich auf zwei Wegen vollzogen werden. Man unterscheidet zwischen „Pitch“- und „Stall“-Regelungen.

Im *Stall-Betrieb* steuert die Aerodynamik des Windrotors die übertragene Leistung. Bei Erreichen der Nennleistung ist eine weitere Erhöhung des Drehmoments zu verhindern. Das Profil der Rotorblätter ist bei stall-gesteuerten Anlagen so konzipiert, dass bei Erreichen der Nennleistung in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit eine Ausbildung von kontrollierten Turbulenzen einen Strömungsabriss (engl.: stall) herbeiführen. Es folgt ein reduziertes Drehmoment und damit auch eine geringere Leistungsausbeute.

*Pitch-geregelte* Anlagen dagegen ermöglichen durch automatisches Verstellen der Rotorblätter eine Begrenzung der Leistung. Je nach Windverhältnissen wird die Stellung der Rotorblätter variiert und somit Auftriebskraft und Leistungsabgabe der Anlage beeinflusst. Bei Erreichen der Nennleistung die Vorderkanten der Rotorblätter in Richtung kleinerer aerodynamischer Anstellwinkel verstellt, so dass eine geringere Windangriffsfläche vorhanden ist. Hinsichtlich der windabhängigen Schallemission ist beim Vergleich von pitch- und stall-geregelten Anlagen ein entscheidender Unterschied festzuhalten. Bei beiden Regelungsmechanismen steigt die Schallemission mit zunehmender Windgeschwindigkeit bis zum Erreichen der Nennleistung zwar kontinuierlich an, jedoch bieten pitch-geregelte Anlagen den Vorteil, dass nach Erreichen dieses Leistungspunktes die Schallemission nahezu konstant bleibt, während bei stall-geregelten diese weiterhin ansteigt (Vgl. [Abb. 3-4](#))



[Abb. 3-4](#): Geräuschverhalten einer pitch (l.) – und stall (r.) – geregelten WEA [19]

### 3.2.2 Immissionsrichtwerte

Die Problematik der Geräuschbelastung durch moderne WEA ist bekannt. Die Geräuschemission einer Windkraftanlage weist eine starke Abhängigkeit von der vorherrschenden Windgeschwindigkeit auf. Je windiger, desto höher liegt nicht nur die erzeugte elektrische Leistung, sondern auch die Geräuschemission der Anlage. Das Volllastgeräusch einer Windenergieanlage entsteht im Allgemeinen bei Windgeschwindigkeiten  $v_w$  von mehr als 10m/s.

Nicht zu vernachlässigen sind die windbedingten natürlichen Fremdgeräusche, die durch das Umströmen von Hindernissen (z.B. Windrauschen in Bäumen, an Gebäuden) entstehen und vielerorts den Geräuschpegel der Anlage schon in einer Entfernung von wenigen Metern vollständig überlagern.

Der *Schalldruckpegel*  $L_P$ , der durch diese Fremdgeräusche näherungsweise erzeugt wird, lässt sich abschätzen durch [6]:

$$L_P = 27,7\text{dB} + 2,5 v_w \text{ [dB]}. \quad (3-2)$$

Bei Betrieb von Windkraftanlagen ist besonders auf Vorschriften bezüglich der zulässigen Lärmimmissionen zu achten. Die VDI-Richtlinie 2058 zählt zu einer der anerkannten akustischen Grundregeln. Abhängig vom jeweiligen Gebietstypen und der Tageszeit sind gewisse Richtwerte des maximalen zulässigen Schalldruckpegels in der Bundesrepublik Deutschland nach VDI 2058 gesetzlich vorgeschrieben [7]. Diese sind aus nachfolgender Tabelle zu entnehmen.

Umgebung	Richtwerte am Tag [dB]	Richtwerte bei Nacht [dB]
Industriegebiet	70	70
Mischgebiet	60	45
Reines Wohngebiet	50	35
Kurgebiet	45	35

Tab. 3-3: Immissionsrichtwerte nach VDI 2058

Zu beachten ist, dass diese Immissionsrichtwerte unter Berücksichtigung der windabhängigen Fremdgeräusche betrachtet werden sollten. Die Werte stellen den Geräuschpegel, den die Anlage zusätzlich zu den Fremdgeräuschen erzeugt, dar.

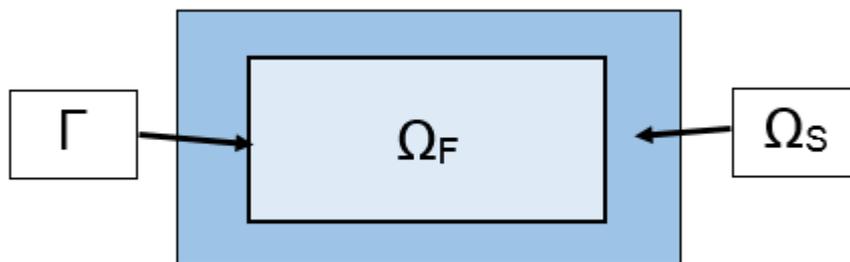
## 4 Fluid-Struktur-Interaktion

### 4.1 Kopplungsproblem

Unabhängig vom ausgewählten Lösungsverfahren kann das Kopplungsproblem beschrieben werden. Dazu ist es notwendig, einen Blick auf folgende Bereiche zu werfen: Die Geometrie des Simulationsgebietes, die relevanten Kopplungsbedingungen an der Kopplungsgrenzfläche, sowie die üblichen Kopplungsstrategien.

#### 4.1.1 Geometrie des Simulationsgebietes

Die Geometrie des Simulationsgebietes  $\Omega$  besteht aus dem Strukturfeld  $\Omega_s$ , dem Fluidfeld  $\Omega_F$  und der gemeinsamen zeitabhängigen Fluid-Struktur-Grenzfläche  $\Gamma$ , die nachfolgend als *Interface* bezeichnet wird. Eine graphische Darstellung ist in [Abb. 4-1](#) gegeben.

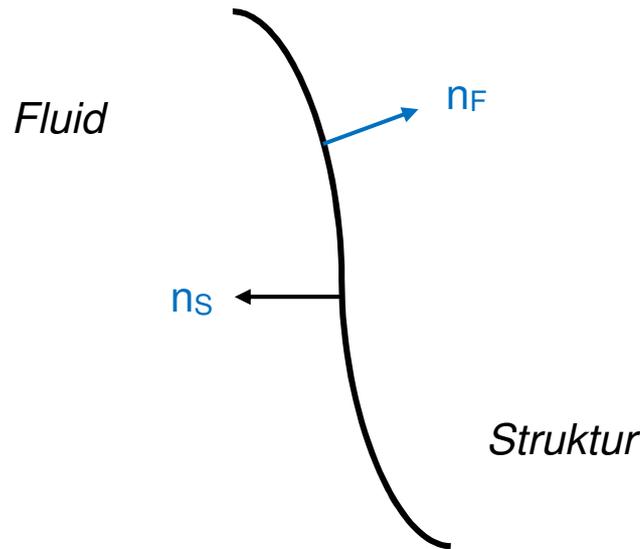


[Abb. 4-1](#): Geometriedefinition der Fluid-Struktur-Kopplung

#### 4.1.2 Kopplungsbedingungen

Zur vollständigen Lösung eines bestimmten Systems bedarf es einer Definition von Kopplungsbedingungen, die die Erfüllung der grundlegenden kinetischen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie (s. Kapitel 2.3.2) auch am Interface gewährleisten.

Wie in Kapitel 2.2.2 bereits erwähnt, ist für die Schallabstrahlung einer schwingenden Struktur in ein akustisches Fluid Strukturauslenkungen senkrecht zur Oberfläche zwingende Voraussetzung. Deshalb erfolgt die Formulierung der Kopplungsbedingungen unter der Annahme, dass der Normalenvektor  $n_s$  der Struktur und  $n_F$  des Fluids einander entgegengesetzt sind und in das jeweilig andere Teilgebiet zeigen (s. [Abb. 4-2](#)). Der Normalenvektor  $n = \{n_1, n_2, n_3\}$  ist allgemein in globalen Koordinaten definiert.



**Abb. 4-2:** Zweidimensionaler Schnitt am Interface zwischen Fluid- und Strukturteilgebiet

Man unterscheidet grundsätzlich zwischen zwei Kopplungsbedingungen. Diese erfassen die Forderung von *kinematischer* und *dynamischer Kontinuität* am Interface. Die *kinematischen Kontinuitätsbedingungen* bezwecken, dass zu jeder Zeit eine Überlappung bzw. Auflösung zwischen den Gittern der Teilfelder Fluid und Struktur vermieden wird. Die kinematischen Größen Verschiebung  $u$ , Geschwindigkeit  $\dot{u}$  und Beschleunigung  $\ddot{u}$  beider Teilfelder am Interface müssen zu jeder Zeit identisch sein:

$$u_{\Gamma}^{\Omega_S}(t) = u_{\Gamma}^{\Omega_F}(t) \quad (4-1)$$

$$\dot{u}_{\Gamma}^{\Omega_S}(t) = \dot{u}_{\Gamma}^{\Omega_F}(t) \quad (4-2)$$

$$\ddot{u}_{\Gamma}^{\Omega_S}(t) = \ddot{u}_{\Gamma}^{\Omega_F}(t). \quad (4-3)$$

Das dynamische Gleichgewicht aller auftretenden Kräfte und Spannungen auf beiden Seiten des Interfaces wird durch die *dynamische Kontinuitätsbedingung* eingefordert. Zu den Kräften zählen externe Lasten, innere bzw. Druck- und Trägheitskräfte sowie viskose Kräfte. Die dynamische Kontinuität am Interface wird durch die Gleichungen

$$F_{\Gamma}^{\Omega_S}(t) = -F_{\Gamma}^{\Omega_F} \quad (4-4)$$

$$\sigma_{ij} n_j^S = -p n_i^S = p n_i^F \quad i, j = 1, 2, 3, \dots \quad (4-5)$$

beschrieben. Gl.(4-5) stellt die Kontinuität des Druckes über dem Interface sicher und beruht auf der Annahme, dass die Tangentialkomponente der auf die Strukturoberfläche wirkenden Kraft Null ist. Dies ist in der Beschaffenheit von akustischen Fluiden begründet, dass keine tangentialen Kräfte aufgenommen werden können. Unter Verwendung der kinematischen Kontinuitätsbedingung der Verschiebung (Gl. (4-1)) und der Eulergleichung erhält man den Schallfluss

$$q_{Schall} = \nabla p \cdot n = \omega^2 \rho_F u \cdot n^S = -\omega^2 \rho_F u \cdot n^F. \quad (4-6)$$

und damit den Zusammenhang aus Strukturauslenkung in Normalenrichtung und dem Fluiddruck.  $\omega$  steht für die Kreisfrequenz der Strukturschwingung und  $\rho_F$  für die Dichte des Fluids.

## 4.2 Kopplungsklassifizierung

Bei der Fluid-Struktur-Kopplung kann grundsätzlich zwischen zwei Verfahrensklassen zur Erfüllung der beschriebenen Kopplungsbedingungen unterschieden werden:

Zum einen kann eine *schwache Kopplung* vorgenommen werden. Eine schwache Kopplung berücksichtigt nicht die Wechselwirkung zwischen Fluid und Struktur, sondern nur die Wirkung einer Komponente auf die andere. Deshalb ist es auch üblich von einer *einseitigen Kopplung*<sup>10</sup> zu sprechen. Die einzelnen Teilgebiete getrennt voneinander und meist sequentiell gelöst und anschließend kommt es je Berechnungsschritt lediglich zu einem Datenaustausch über der Kopplungsfläche, was die Umsetzung einer schwachen Kopplung vereinfacht. Jedoch weisen schwachgekoppelte Fälle eine große Schwachstelle auf, nämlich die numerischen Eigenschaften Genauigkeit und Stabilität. Grund hierfür liegt in der überwiegend näherungsweise Erfüllung der Kopplungsbedingungen.

Eine exakte Erfüllung der Kopplungsbedingungen findet dagegen bei der zweiten Kopplungsart statt, nämlich bei der *starken bzw. gegenseitigen Kopplung*<sup>11</sup>. Hier werden Wechselwirkungen zwischen Fluid und Struktur berücksichtigt. Man unterscheidet bei der starken Kopplung zusätzlich zwischen monolithischen und iterativen Verfahren. Unter Berücksichtigung der Kopplungsbedingungen werden die Teilgleichungssysteme von Fluid und Struktur beim monolithischen Verfahren zu einem Gesamgleichungssystem zusammengeführt und einmalig gelöst. Anders wird es beim iterativen Verfahren gehandhabt. Der Datenaustausch über dem Interface von Fluid und Struktur ist hier ebenso charakteristisch, wie das Lösen der Teilgleichungssysteme. Zum Zweck der exakten Erfüllung der Kopplungsbedingungen kommt es dabei zu wiederholten Rechnungsabläufen, sodass man einen vergleichsweise höheren Rechenaufwand bei der starken Kopplung akzeptieren muss, aber gleichzeitig eine höhere Genauigkeit und Stabilität erzielt.

---

<sup>10</sup> 1-Wege-Kopplung

<sup>11</sup> 2-Wege-Kopplung

### 4.3 FE-Gleichungen

Vorbemerkung: In nachfolgenden Gleichungen bezeichnen Variablen mit dem Index S Strukturgrößen und mit dem Index F Fluidgrößen.

Die zeitharmonische Lösung eines gekoppelten Fluid-Struktur-Systems kann durch das iterative Lösungsverfahren der *modalen Superposition* bestimmt werden, welches in zwei Schritten durchgeführt wird. Im 1. Schritt wird in einer Modalanalyse zunächst das Eigenwertproblem des ungedämpften Systems gelöst. Es lautet für eine freie Schwingung [15]:

$$\left( \begin{bmatrix} K_S & A \\ 0 & -K_F \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_S & 0 \\ A^T & -M_F \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (4-7)$$

Kinematische Beziehungen zwischen den Fluid- und Strukturknoten auf den Kopplungsflächen sind hierbei in der Kopplungsmatrix A enthalten, die durch das Oberflächenintegral gebildet wird:

$$[A^T] = \int_S \{n_S\}[n_F] dS. \quad (4-8)$$

Gl. (4-7) kann durch die symmetrische Formulierung

$$\left( \begin{bmatrix} K_S & 0 \\ 0 & -K_F \end{bmatrix} - i\omega \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_S & 0 \\ 0 & -M_F \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} v \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4-9)$$

ersetzt werden, wobei die Vektoren  $v$  und  $p$  die gesuchten Knotenwerte für Strukturschnellen und Schalldruck enthalten. Die Modalanalyse stellt damit die erforderliche Grundlage für die modale Superposition eines Systems dar. Im 2. Schritt wird durch Aufsummieren der in der Modalanalyse ermittelten faktorisierten Eigenvektoren die erzwungene Schwingungsantwort des Systems in der Frequenzganganalyse betrachtet.

Es wird die Dämpfungsmatrix C eingeführt.

Fluidseitig ergibt sich aus Betrachtung der Helmholtz-Gleichung das System

$$[K_F]\{p\} + [C_F]\{\dot{p}\} + [M_F]\{\ddot{p}\} = \{F_F(t)\}. \quad (4-10)$$

Dabei stellt die Kraft  $F_F$  den durch die Strukturschwingungen hervorgerufenem Fluiddruck dar. Demgegenüber ergibt sich strukturseitig aus Betrachtung der Strukturbewegungsgleichung:

$$[K_S]\{u\} + [C_S]\{\dot{u}\} + [M_S]\{\ddot{u}\} = \{F_S(t)\}. \quad (4-11)$$

Der Kräfteterm  $F_S$  resultiert hierbei aus dem Fluiddruck oder den Quellen der strukturellen Erregung. Die Last ist allgemein durch die komplexe Kraftfunktion gegeben:

$$F(t) = F_{\max} e^{-i(\omega t + \varphi)}. \quad (4-12)$$

Darin steht  $\omega$  für die Erregerkreisfrequenz und  $\varphi$  für die Phasenverschiebung.

Für eine erzwungene, gedämpfte Schwingung ergibt sich damit folgendes Gleichungssystem als Schwingungsantwort eines vollständig gekoppelten Systems:

$$\begin{bmatrix} [K_S] & -A \\ 0 & [K_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \{P\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_S] & 0 \\ 0 & [C_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{U}\} \\ \{\dot{P}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [M_S] & 0 \\ A^T & [M_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{U}\} \\ \{\ddot{P}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_S\} \\ \{F_F\} \end{Bmatrix}. \quad (4-13)$$

Durch Ableiten der Strukturgleichung nach der Zeit und durch anschließendes Ersetzen  $V = \dot{U}$  erhält man:

$$\begin{bmatrix} [K_S] & 0 \\ 0 & -[K_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{V\} \\ \{P\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_S] & A \\ A^T & [C_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{V}\} \\ \{\dot{P}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [M_S] & 0 \\ 0 & -[M_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{V}\} \\ \{\ddot{P}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\dot{F}_S\} \\ -\{F_F\} \end{Bmatrix}. \quad (4-14)$$

Die Abhängigkeit von der jeweiligen Frequenz kann durch eine Umformulierung in den Frequenzbereich erfolgen. Das entsprechende gekoppelte System der linearen Gleichungen lautet dann:

$$\left( \begin{bmatrix} [K_S] & 0 \\ 0 & -[K_F] \end{bmatrix} - i\omega \begin{bmatrix} [C_S] & A \\ A^T & -[C_F] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M_S] & 0 \\ 0 & -[M_F] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{v\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -i\omega F_S \\ -F_F \end{Bmatrix}. \quad (4-15)$$

Werden die vorangehenden Gl.(4-10)-(4-11) unter dem Aspekt der Vibroakustik betrachtet, so kann auf der *strukturmechanischen Seite* die FEM-Gleichung durch einen Druckfreiheitsgrad  $[R]\{p\}$  erweitert werden, der beispielsweise als akustische Last (Schalldruckwelle) auf die Struktur wirkt. Auf der anderen Seite kann durch Einbezug des Terms  $\rho_F [R]^T \{\dot{U}\}$  eine Last, die durch eine schwingende Struktur hervorgerufen wird, auf die *akustische Seite* eingebracht werden (Vgl. **Abb. 4-3**). In diesem Fall wäre man bei einer 1-Wege-Kopplung des Fluid-Struktur-Problems.

Vibro	-	Akustik
Gl. (4 – 11)		Gl. (4 – 10)
$[K_S]\{U\} + [C_S]\{\dot{U}\} + [M_S]\{\ddot{U}\} = \{F_S\}$	+	$[K_F]\{P\} + [C_F]\{\dot{P}\} + [M_F]\{\ddot{P}\} = \{F_F\}$
$+ [R]\{p\}$		$- \rho_F [R]^T \{\dot{U}\}$

**Abb. 4-3**: FEM-Gleichungen der Vibroakustik

Fasst man die Struktur- und Akustikgleichungen in einem Matrixgleichungssystem, wie in Gl.(4-13), zusammen, so handelt es sich um eine stark gekoppelte Vibroakustik bzw. um eine 2-Wege-Kopplung.

## 4.4 ANSYS FSI-Lösungsansatz

### 4.4.1 Softwarepaket

Komplexe FSI-Simulationen können mithilfe von ANSYS durchgeführt werden. Dies wird durch einen partitionierten, impliziten Lösungsansatz ermöglicht. Das Teilgebiet der Struktur wird dabei von ANSYS CSM (ANSYS Mechanical) und das Fluidteilgebiet von ANSYS CFX numerisch gelöst. Auf Basis der Finiten-Elemente-Methode (FEM) wird durch den CSM-Solver eine zeitliche und räumliche Diskretisierung vorgenommen, während der CFX-Solver gemäß der Finiten-Volumen-Methode (FVM) arbeitet. Es erfolgt eine jeweilige Zerlegung der Rechenteilgebiete in finite Elemente bzw. Volumen.

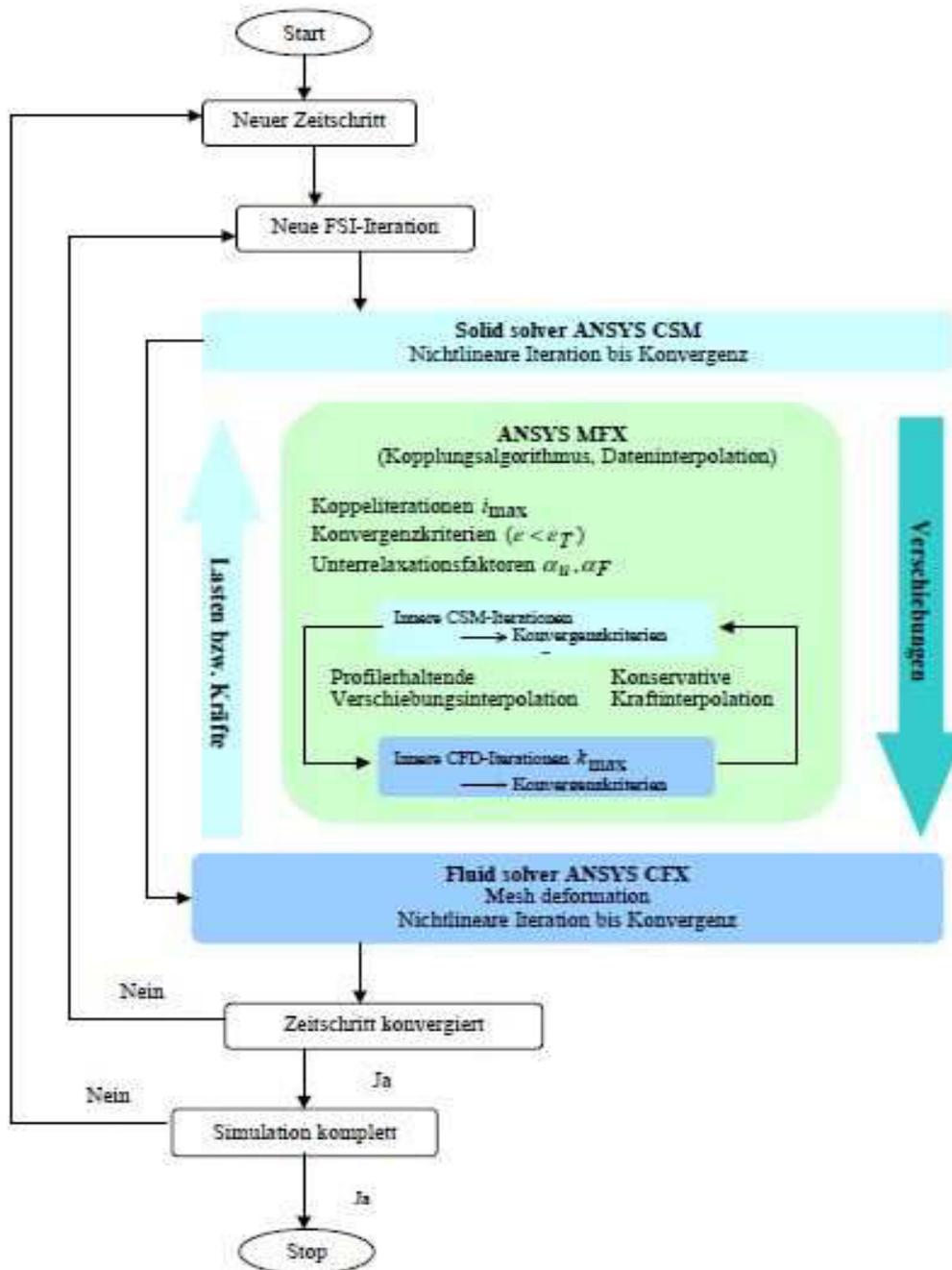
### 4.4.2 Simulationsablauf

Die FSI-Kopplung der unabhängigen Teilprogramme CSM und CFD wird durch den integrierten *Multi-Field Solver* (MFX) vollzogen. Dieser MFX-Solver kann als Koordinator angesehen werden, der den Transfer der Kopplungsdaten (Verschiebungen, Kraft) zwischen dem CSM- und CFD-Solver ermöglicht. Algorithmen für die Steuerung der Kopplung enthält MFX ebenso.

Beim Kopplungsalgorithmus handelt es sich um einen partitionierten, impliziten Algorithmus. Vor der Berechnung muss eine Verknüpfung der beiden getrennt voneinander zu behandelnden CSM- und CFD-Setups über die Definition der gemeinsamen Fluid-Struktur-Grenzflächen stattfinden. Eine Übereinstimmung der Flächen und der Flächenposition muss in beiden Gittern gegeben sein. Dieses allgemeine FSI-Setup wird in der ANSYS Workbench umgesetzt. ANSYS CFX-Pre steht zur Verfügung, um alle weiteren MFX-Koppeleinstellungen vorzunehmen. Beispielsweise kann festgelegt werden, welcher Solver (CSM oder CFD) zu Beginn eines neuen globalen Zeitschritts  $n$  starten soll. Die globale Zeitschrittsteuerung erfolgt zwar über den MFX-Solver, allerdings ist eine Vorgabe unterschiedlicher Zeitschritte für die unabhängigen Teilprogramme CSM und CFD möglich. Um eine zeitlich höhere Auflösung strukturmechanischer Effekte zu gewährleisten, ist eine kleinere Zeitschrittweite unter CSM sinnvoll.

Im Anschluss an die Definition der beiden Setups kann über den ANSYS CFX-Solver der Simulationsstart und die Lösungsüberwachung (Monitoring) erfolgen. Dabei kommt es innerhalb eines globalen Zeitschritts  $n$  zu einer mehrfach wechselseitigen Übergabe der Grenzflächenrandbedingungen an den definierten Interfaces. Eine Übertragung der strömungsinduzierten Kräfte erfolgt mittels der Interface-Flächen vom Fluidteilgebiet ins Strukturteilgebiet. Im Falle einer von den Kräften hervorgerufenen Verschiebung bzw. Verformung der Struktur kommt es im darauffolgenden Berechnungsschritt, also zu Beginn einer neuen Koppeliteration  $i$  („Coupling-/Stagger-Iteration“), zu einer Berücksichtigung in Form eines veränderten Netzes, was als neue Randbedingung in die Strömungssimulation eingeht. Auf Grundlage der aktualisierten

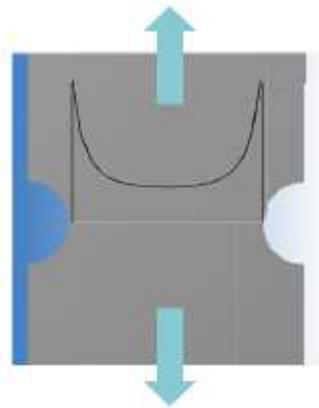
Randbedingungen und des alten Lösungszustandes finden im Zuge jeder Koppeliteration die jeweiligen inneren CSM- und CFD-Iterationen statt, wobei in einem Zeitschritt  $\Delta t$  solange iteriert wird, bis ein Konvergenz- oder Abbruchkriterium erfüllt ist und eine erneute Übergabe von Randbedingungen eingeleitet wird (Vgl. [Abb. 4-4](#)).



[Abb. 4-4](#): ANSYS FSI-Lösungsansatz [21]

### 4.4.3 Vernetzung

Die Wahl der Vernetzung ist bedeutend für die Qualität der Lösung, sowie für den damit verbundenen Rechenaufwand. Durch die Zerlegung der Rechengebiete von Struktur und Fluid in finite Elemente bzw. Volumen erfolgt die Definition der lokalen Auflösung des Gesamtrechnens. Eine Anpassung der Vernetzung ist relevant, um die Genauigkeit der Lösung zu erhöhen. Dabei gilt, dass lokale Netzverdichtungen in Richtung wachsender Feldgradienten vorgenommen werden müssen. Dies ist bei Strukturen beispielsweise im Bereich von Spannungskonzentrationen an Kerben und Kanten der Fall (s. [Abb. 4-5](#)).



[Abb. 4-5](#): Spannungsverlauf am gekerbten Flächstab [5]

Allgemein kann gesagt werden, dass die Vernetzungswahl für eine hinreichend gute Abbildung des zu erwartenden Verlaufs von Verformungen und Spannungen ausgerichtet werden sollte.

Besondere Aufmerksamkeit sollte dem Netzgitter des Fluides geschenkt werden, da das Verhältnis von Lösungsgenauigkeit und Rechenaufwand bei der CFD-Lösung oftmals ungünstig ist. Eine feine Netzdichte im Rahmen der CFD-Simulation ist besonders in Wandnähe erforderlich. Hier sind enorme Geschwindigkeitsgradienten aufgrund der Strömungsgrenzschicht feststellbar.

Da eine Abhängigkeit von Konvergenzverhalten und Lösungsgenauigkeit zur Gitterqualität vorliegt, ist es unabdingbar auf gewisse Bewertungskriterien acht zu geben. Folgende wichtige Vernetzungskriterien können festgehalten werden:

- Zu spitze oder stumpfe Elementwinkel vermeiden
- Geringe Größenunterschiede benachbarter Elemente
- Übergang zwischen fein und größeren Elementen nicht zu abrupt gestalten

Speziell im Bezug zur Gitterqualität der CFD-Simulation seien an dieser Stelle zwei wichtige Bewertungskriterien des ANSYS CFX-Lösers genannt:

- Minimaler orthogonaler Winkel der Kontrollvolumina soll immer  $>20^\circ$  sein.
- Expansionsfaktor (setzt Volumeninhalte benachbarter Kontrollvolumina zueinander ins Verhältnis) soll einen Wert von 20% nicht überschreiten.

Der Blick auf die Elementqualität und die Schiefe bleibt zur Beurteilung der Vernetzung demnach unumgänglich. Grundsätzlich werden bei einer FSI-Simulation eher Hexaederelemente verwendet, da diese sich im Falle von starken CFD-Gitterbewegungen als robuster bewiesen haben und einen großen Rechenzeitvorteil besitzen. Prismen- und Tetraederelemente haben zum Nachteil, dass sie bereits kleinere Elementwinkel aufweisen und eine geringe Toleranz gegenüber jeglicher Gitterverzerrung bieten.

#### 4.4.4 Problematik am Rechengitter

Zur Simulation von Fluid-Struktur-Interaktionen muss sich das Fluidberechnungsgitter mit der Struktur mitbewegen. Wesentlicher Bestandteil einer FSI-Simulation ist somit die Umsetzung der CFD-Rechengitterbewegung. Diese ist notwendig, da eine Verformung des Interfaces eine Verformung des inneren Rechengitters erforderlich macht. Am Anfang des ANSYS CFX-Zeitschritts erfolgt stets die Berechnung der Gitterbewegung.

Die Problematik bei der Rechengitterbewegung<sup>12</sup> besteht im Wesentlichen in der möglichst geringen Beeinflussung der lokalen Auflösung des Gitters sowie in der Gewährleistung einer guten Gitterqualität. Zumal im Zuge der Gitterbewegung Elementwinkel zu spitz werden könnten und ein Auftreten von Überlappungen ermöglicht werden. Im schlimmsten Fall kann es aufgrund von negativen oder gefalteten Kontrollvolumen zum Simulationsabbruch kommen. Es gilt diese zu vermeiden.

Über den Parameter der Gittersteifigkeit  $\zeta$  ist in ANSYS eine Änderung der Gitterbewegung möglich. Die Bestimmung, wie steif das Netz in bestimmten Regionen sein soll. Eine passive Beeinflussung der Gitterqualität kann über einen CEL-Befehl vorgenommen werden. Wesentliche Ziele bei der Rechengitterbewegung sollten folgende sein:

- In kritischen Bereichen Gitterverzerrungen bzw. Relativbewegungen der Knoten so klein wie möglich halten
- Abhängigkeit zwischen Gittersteifigkeit und Volumen der Netzzelle schaffen  
→ Gittersteifigkeit für kleine Zellen erhöhen

---

<sup>12</sup> engl. Moving Mesh

#### 4.4.5 Problematik am Interface

Der FSI-Lösungsansatz bei ANSYS ermöglicht folgende Kopplung der Basismodelle von Fluid und Struktur: Die auf die Struktur wirkende Kräfte werden vom CFD-Löser an ANSYS Mechanical (CSM) übergeben. Die Übergabe der auftretenden Strukturverformungen („Mesh Displacement“) von ANSYS Mechanical (CSM) an CFD erfolgt mittels der Knotenverschiebungen der Struktur über die Knoten der Interfacefläche in das Fluid (Abb. 4-6).

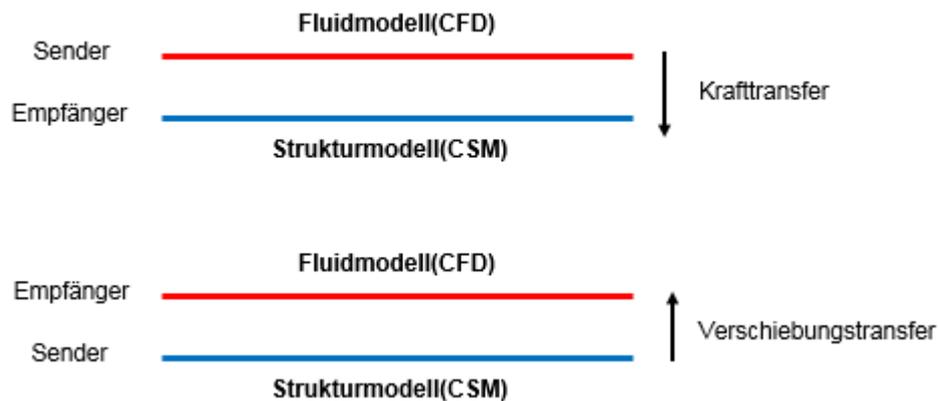


Abb. 4-6: Kraft- und Verschiebungstransfer in ANSYS

Die Problematik besteht darin, dass die CFD- und CSM-Rechengitter auf den FSI-Interfaces grundsätzlich keine identische Knotenverteilung aufweisen. Durch eine Interpolation der Knotenvektoren wird der Transfer der Randbedingungen ermöglicht mit dem Ziel der vollständigen Übertragung der auftretenden Kräfte am FSI-Interface ohne numerische Energie künstlich verschwinden oder entstehen zu lassen. Die Umsetzung der Interpolation der Knotenvektoren wird auf zwei Wegen durchgeführt:

- Konservative Kraftinterpolation
- Profilerhaltende Verschiebungsinterpolation

Bei der *konservativen Kraftinterpolation* (Abb. 4-7) kommt es zunächst zu einer standardmäßigen Unterteilung der senderseitigen (CFD)- und empfängerseitigen (CSM)-Elementflächen in  $n$ -Interpolationsflächen (IP-Flächen). Dabei ist  $n$  die Anzahl der Knoten auf der Fläche. Im Bereich des Interfaces kommt es dann zu einer Überlappung der IP-Flächen. An dieser Stelle kann der Knotenkrafttransfer vollzogen werden.

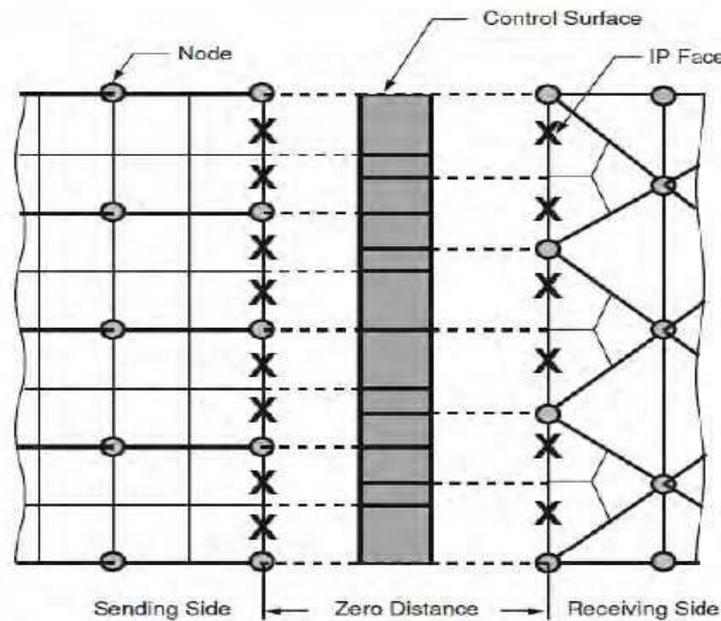


Abb. 4-7: Konservative Kraftinterpolation [21]

Bei der *profilerhaltenden Verschiebungsinterpolation* (Abb. 4-8) gibt es eine genaue Zuordnung aller Knoten  $k$  auf der Empfängerseite (CFD) zu einem Element  $\alpha_k$  der Senderseite (CSM). Für  $\alpha_k$  wird die Verschiebung entsprechend interpoliert und an den betreffenden Knoten der Empfängerseite zurückgegeben. Für eine genauere Informationsabfrage ist es hilfreich, wenn das CFD-Gitter eine feinere Auflösung als das CSM-Gitter aufweist [21].

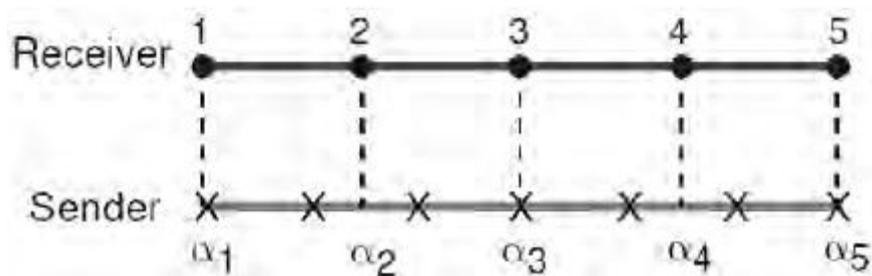


Abb. 4-8: Profilerhaltende Verschiebungsinterpolation [21]

## 5 Modellierung, Simulation und Auswertung

### 5.1 Fluid-Struktur-Modelle

Das vibroakustische Fluid-Struktur-Interaktionsmodell des Maschinengehäuses einer Windenergieanlage besteht aus einem einfachen Strukturmodell, welches mit einem darin befindlichen Fluidmodell gekoppelt ist. Als Software für die Modellierung und Simulation dient die kommerzielle Software ANSYS.

#### 5.1.1 Geometrie und Materialeigenschaften

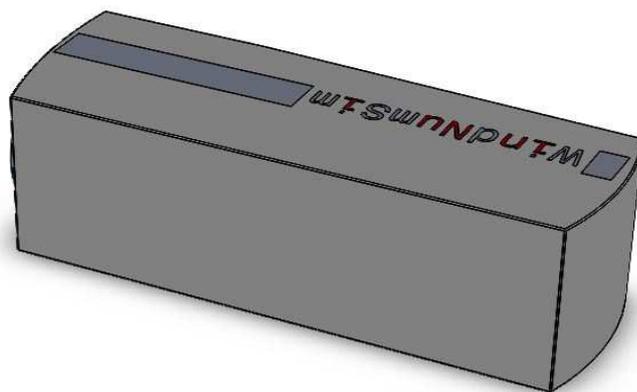
Das Strukturmodell des vereinfachten Maschinengehäuses ist aus dem Material Baustahl. Die relevanten Materialkennwerte des Werkstoffs Baustahl sind in der Tab. 5-1 aufgeführt.

Material	Baustahl
Dichte	$\rho_s = 7,85 \cdot 10^{-9} \frac{\text{t}}{\text{mm}^3} = 7.850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
E-Modul	$E = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Querkontraktionszahl	$\mu = 0,3$

Tab. 5-1: Wesentliche Materialkennwerte von Stahl

Es handelt sich hierbei um einen dünnwandigen Behälter (s. [Abb. 5-1](#)) mit folgenden Grundabmessungen:

- $l_x = 19,248\text{m}$
- $l_y = 6\text{m}$
- $l_z = 6,8\text{m}$
- Wandstärke:  $s = 5\text{mm}$



[Abb. 5-1](#): CAD-Modell der Gondel einer WEA

Das Modell wurde von Fr. Pieper (wissenschaftliche Mitarbeiterin an der HAW) im Rahmen eines WindNumSim-Projekts konstruiert und soll in dieser Arbeit als Strukturmodell genutzt werden. An dieser Stelle sei auf den Anhang verwiesen, wo alle Ansichten der Gondel mit den wichtigsten Abmessungen in einer Übersicht dargestellt sind.

Der Hohlraum des Strukturmodells stellt das Fluidmodell dar, welches zu Beginn der Simulation definiert werden muss. Entweder erstellt man dazu ein 3D-Modell in einem externen Konstruktionsprogramm wie CATIA V5 oder man verwendet den in ANSYS integrierten Design Modeler.

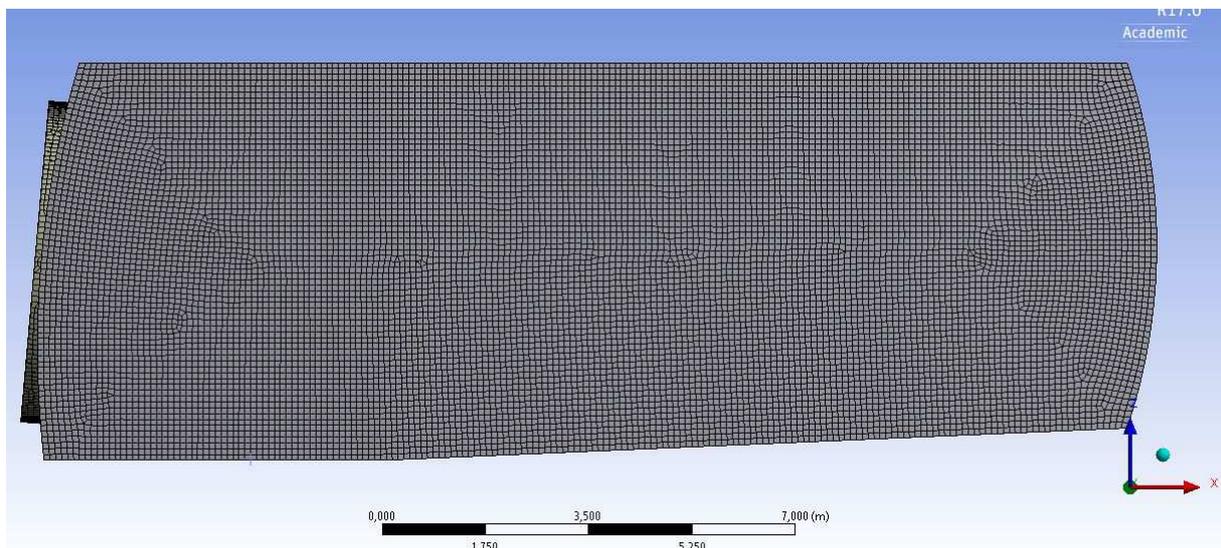
Das Fluidmodell ist mit Luft als akustisches Medium ausgefüllt. Die relevanten Materialeigenschaften sind:

- Dichte der Luft:  $\rho_L = 1,21\text{kg/m}^3$
- Schallgeschwindigkeit:  $c_L = 343\text{m/s}$

### 5.1.2 Modellerstellung

Für die Strukturgeometrie der Gondel (siehe [Abb. 5-2](#)) mit einer Wandstärke von  $s=5\text{mm}$  wird ein Schalenmodell verwendet, da es sich für eine derartige dünnwandige Geometrie anbietet. Zumal Schalenmodelle im Vergleich zu Volumenmodellen eine bessere Performance aufweisen und deutlich geringere Knotenzahlen benötigen. Hinzu kommt das beliebig große Verhältnisse zwischen Seitenlänge und Dicke der Elemente realisierbar sind [5].

Würde man ein dünnwandiges Volumenmodell bestehend aus einem Tetraedernetz verwenden, müsste dieses eine extrem hohe Elementzahl aufweisen, um das Problem von zu spitzen Elementwinkel zu lösen. Hohe Elementzahlen sind immer mit höherem numerischem Aufwand verbunden.



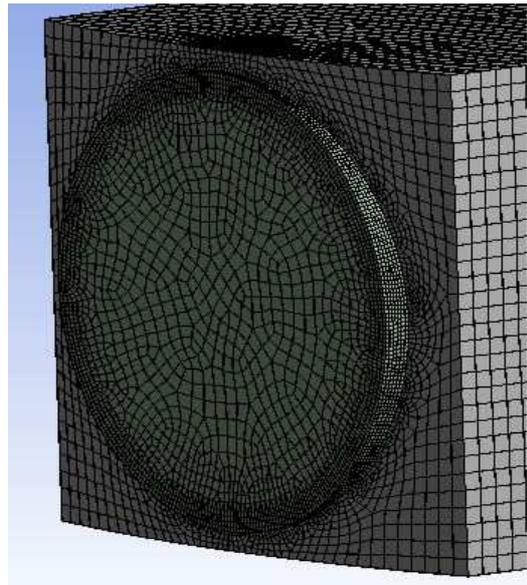
[Abb. 5-2](#): Vernetztes Strukturmodell in der Seitenansicht mit einer Elementgröße von 100mm

Zur Erstellung des Schalenmodells ist es nötig, das importierte Volumenmodell der Gondel manuell zu bearbeiten. Dazu müssen alle Teilflächen der Geometrie ausge-

wählt werden, eine Schalendicke von 5mm definiert werden und anschließend die Kontakte der Flächen geprüft werden, sodass am Ende eine Geometrie aus zusammenhängenden Schalenflächen zur Verfügung steht und die Vernetzung erfolgen kann.

Im Bereich der Rotornabe wird das Netz anschließend durch lokale Verfeinerung verbessert (s. **Abb. 5-3**).

Die Fluidgeometrie dagegen wird als Volumenmodell ausgelegt, da der Innenraum der Gondel mit einem Luftvolumen als akustisches Medium ausgefüllt und die Fluid-Struktur-Interaktionen im Innenraum der Gondel betrachtet werden sollen.



**Abb. 5-3**: Lokale Verfeinerung im Bereich der Rotornabe

### 5.1.3 Wahl und Kontrolle der Vernetzung

Nach dem Erstellen des Struktur- und Fluidmodells und dem anschließenden Import der erzeugten step-Dateien der Modelle in ANSYS, geht es im nächsten Schritt um die Vernetzung der Modelle. Diese ist für die FSI-Simulation, wie in Kapitel 4.4.3 bereits erwähnt, von großer Bedeutung hinsichtlich Lösungsgenauigkeit und resultierendem Rechenaufwand. Für die FSI-Berechnung sind die Modelle jeweils mit einem Rechengitter zu versehen. Die Netzgröße des Fluidmodells kann von dem des Strukturmodells abweichen.

Die Frage „Wie fein sollte das FE-Netz für ausreichend gute Ergebnisse sein?“ sollte vorab durch eine erste Abschätzung der Netzdichte der Modelle geklärt werden. Da im Rahmen der vibroakustischen Berechnung die Schallwellenausbreitung eine wesentliche Rolle spielt, muss die Netzdichte so gewählt werden, dass eine Abbildung der Schallwelle gewährleistet ist. Dabei hängt die notwendige Netzdichte in erster Linie von der Wellenlänge der Schwingung ab.  $N$ -Elemente der Kantenlänge  $l_k$  sind pro Wellenlänge  $\lambda$  in Ausbreitungsrichtung der Welle erforderlich:

$$\lambda = n \cdot l_k \quad (5-1)$$

Hierbei gilt die Faustregel: Mindestens 10 Elemente der Kantenlänge  $l_k$  sollten pro Wellenlänge  $\lambda$  in Ausbreitungsrichtung der Welle angeordnet werden [9].

Diese Diskretisierung einer Wellenlänge  $\lambda$  soll für den vorliegenden Berechnungsfall überprüft werden, sodass die optimale Elementgröße für das Fluid-, sowie Strukturmodell ermittelt werden.

Allgemein gilt für die Wellenlänge bei einer Frequenz, die Abhängigkeit von der Schallgeschwindigkeit:

$$\lambda = \frac{c}{f}. \quad (5-2)$$

Diese Gleichung stellt die Grundlage für nachfolgende Berechnung für die Vernetzung des Fluidmodells dar.

### **Fluidmodell**

Bei einer Schallgeschwindigkeit  $c=343\text{m/s}$  ergibt sich für die maximal zu untersuchende Frequenz von  $f_{\text{max}} = 2000\text{Hz}$  eine Wellenlänge von:

$$\lambda = \frac{c_L}{f_{\text{max}}} = \frac{343\text{m/s}}{2.000\text{Hz}} = \frac{343\text{m/s}}{2.000 \frac{1}{\text{s}}} = 0,1715\text{m}.$$

Unter Berücksichtigung der empfohlenen Mindestanzahl der Elemente zur Auflösung einer Welle, ergibt sich damit eine maximale Elementgröße von

$$l_{k,\text{max}} = \frac{0,1715\text{m}}{10} = 0,01715\text{m} \approx 1,7\text{cm}.$$

Unter Kenntnis der maximalen Gondellänge  $l_{\text{max}}$  berechnet sich die Anzahl der Wellen zu:

$$\text{Wellenzahl} = \frac{l_{\text{max}}}{\lambda} = \frac{19,24\text{m}}{0,1715\text{m}} \approx 112.$$

### **Strukturmodell**

In Kapitel 2.2.1 wurde die Biegewellenausbreitung anhand von Platten hergeleitet und mit der Gl.(2-16) die Formel zur Berechnung der Biegewellenlänge festgehalten:

$$\lambda_B \approx 1,35 \sqrt{\frac{c_D \cdot h}{f}}.$$

Mit der Dehnwellengeschwindigkeit, die sich aus den Stahl-Materialkennwerten E-Modul und Dichte, zu

$$c_D = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{7.850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 5.172,19 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ergibt, folgt für die Biegewellenlänge:

$$\lambda_B \approx 1,35 \sqrt{\frac{5.172,19 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,005\text{m}}{2000 \text{ Hz}}} = 0,1535\text{m}.$$

Unter Berücksichtigung der empfohlenen Mindestanzahl der Elemente zur Auflösung einer Welle, ergibt sich damit eine maximale Elementgröße von

$$l_{k,\text{max}} = \frac{0,1535\text{m}}{10} = 0,01535\text{m} \approx 1,6\text{cm}$$

Sowohl für das Fluid- als auch für das Strukturmodell ergeben sich optimale Elementgrößen von  $<20\text{mm}$ , um eine Schallwelle mindestens mit 10 Elementen aufzulösen.

Dies ist extrem fein bei einer Modelllänge von über 19m. Setzt man die errechnete Elementgröße für Struktur- und Fluidmodell um, so erhält man Modelle mit über 256.000 Knoten, was nicht mehr im Rahmen der Lizenz von der ANSYS-Version an der HAW Hamburg berechenbar ist. Deswegen wird eine gröbere Vernetzung als die theoretisch berechnete verwendet.

In ANSYS Workbench stehen verschiedene Vernetzungsmöglichkeiten zur Verfügung. Eine geeignete Vernetzung zur Berechnung von globalen Ergebnissen, wie Eigenfrequenzen eines Strukturmodells, die im Rahmen der Modalanalyse bestimmt werden soll, stellt die sogenannte *manuelle Vernetzung* dar. Diese basiert ausschließlich auf globalen Netzdefinitionen, bei der die Geometrie manuell vom Anwender in eine bestimmte Anzahl von Elementen festgelegt werden kann. Die Generierung eines groben oder feinen FEM-Netzes kann in den Standardnetzeinstellungen über die „**Relevanz**“ (s. [Abb. 5-4](#) links) variiert werden. Dazu kann der zugehörige Schieberegler zwischen „-100“ (grobtes Netz) und „100“ (feines Netz) zur Anpassung der Netzdichte verstellt werden. Zur lokalen Netzverfeinerung bietet es sich zusätzlich an, für das Modell eine bestimmte Elementgröße durch die Funktion **Elementgröße** (s. [Abb. 5-4](#) rechts) zu definieren und damit den Detailgrad der Geometrieabbildung festzulegen.

Details von "Netz"		Details von "Elementgröße" - Elementgröße	
<b>Anzeige</b>		<b>Bereich</b>	
Anzeigestil	Körperfarbe	Auswahlmethode	Geometrieauswahl
<b>Standardeinstellungen</b>		Geometrie	1 Körper
Physikvoreinstellung	Mechanik	<b>Definition</b>	
<b>Relevanz</b>	0	Unterdrückt	Nein
Elementqualität	Mechanik - Standard	Typ	Elementgröße
Elementmittelnknoten	Programmgesteuert	<b>Elementgröße</b>	0,2 m
<b>Elementgröße</b>		Verhalten	Flexibel
<b>Erzeugung der Prismenschichten (Inflation)</b>		Winkel der Krümmungsnormalen	Standardeinstellung
<b>Erweitert</b>		Wachstumsrate	Standardeinstellung
<b>Statistik</b>		Lokale Mindestgröße	Standardeinstellung (1,0605e-002 m)

[Abb. 5-4](#): Relevante Größen bei der manuellen Netzeinstellung

ANSYS ermöglicht es über die Option *Elementqualität* die Vernetzung zu beurteilen. Die Elementqualität kann dabei je nach Qualität des Netzes zwischen 0 und 1 liegen, wobei ein Wert von 1 eine perfekte Qualität darstellt. Für typische 2D-Elemente wird die Elementqualität nach folgender Formel berechnet:

$$\text{Elementqualität} = C \cdot \left( \frac{\text{Flächeninhalt}}{\sum(\text{Elementlänge})^2} \right). \quad (5-3)$$

Für 3D-Elemente entsprechend:

$$\text{Elementqualität} = C \cdot \left( \frac{\text{Volumen}}{\sqrt{\sum[(\text{Elementlänge})^2]^3}} \right). \quad (5-4)$$

Die spezifischen Kennwerte C sind je nach verwendetem Vernetzungselement unterschiedlich und können aus nachfolgender Tabelle entnommen werden [21].

Elementtyp	Kennwert C
Dreieck	6,92820323
Viereck	4,0
Tetraeder	124,70765802
Hexaeder	41,56921938
Keil	62,35382905
Pyramid	96

Tab. 5-2: Kennwerte C für diverse Elementtypen [21]

Als weiteres wichtiges Qualitätskriterium des Netzes wird die *Elementschiefe* betrachtet, welches angibt, wie weit die Elemente vom Ideal entfernt sind. In [Abb. 5-5](#) sind beispielhaft ein ideales gleichseitiges Drei- und Viereck gezeigt. Stark verzerrte Elemente sind zu vermeiden, da sie zu Lösungsungenauigkeiten führen.

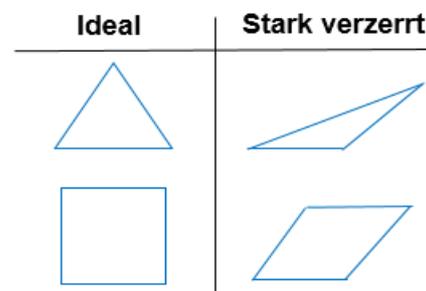


Abb. 5-5: Ideale und schiefe Elemente

Hinsichtlich der Qualität steht folgende Wertebereich und die zugehörige Bedeutung zur Verfügung:

Wert der Elementschiefe	Qualität
0	gleichseitig
>0-0,25	exzellent
0,25-0,5	gut
0,5-0,75	befriedigend
0,75-0,9	mangelhaft
0,9-<1	schlecht
1	entartet

Tab. 5-3: Bereichsdefinition der Wert für die Elementschiefe [21]

## Strukturmodell

Für die Strukturgeometrie ergibt sich ein Netz mit 57.692 Elementen und 57.824 Knoten. Die verwendeten Vernetzungselemente und die Verteilung hinsichtlich der Elementqualität kann aus nachfolgender Netzmetrik entnommen werden:

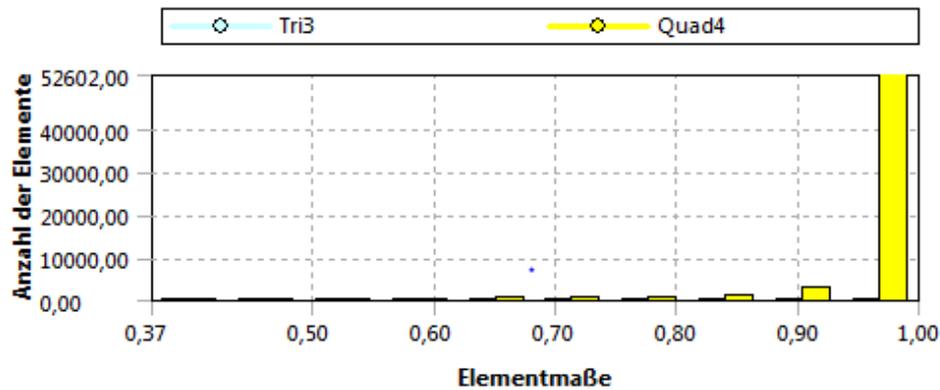


Abb. 5-6: Netzmetrik bezogen auf die Elementqualität der Strukturvernetzung

Es wird ersichtlich, dass bei der Vernetzung des Schalenmodells größtenteils Viereckelemente (Quad4) verwendet werden. Der Anteil der Dreieckselemente (Tri3) bleibt dagegen verhältnismäßig klein.

Bezogen auf den Aspekt der Elementschiefe hat sich folgende Konstellation ergeben:

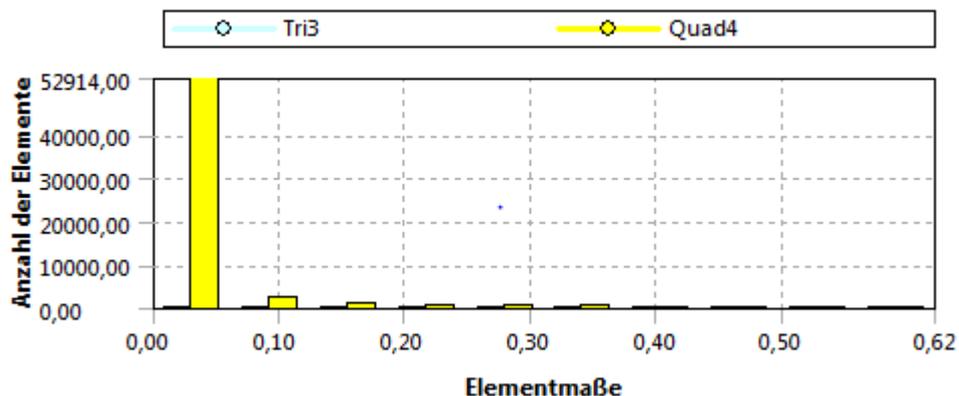


Abb. 5-7: Netzmetrik bezogen auf die Elementschiefe der Strukturvernetzung

Es zeigt sich, dass der größte Teil der Elemente im Bereich des Schiefewertes von unter 0,1 liegt und somit in die Kategorie „exzellente“ eingestuft wird. Die exzellente Vernetzung drückt sich auch in der Statistik der Elementqualität und -schiefe aus:

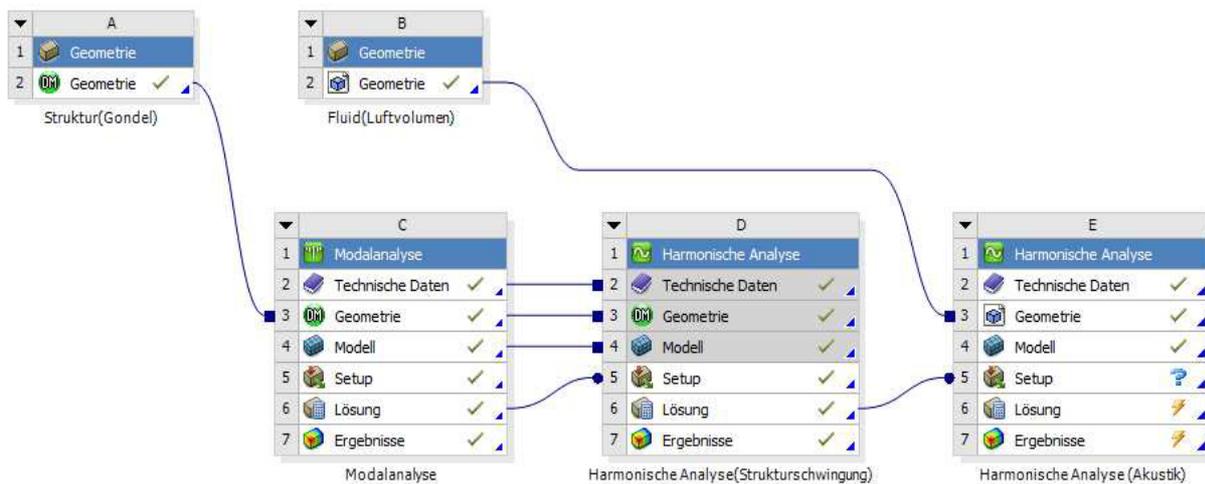
Netzqualität	Elementqualität	Netzqualität	Schiefe
<input type="checkbox"/> Min	0,36652	<input type="checkbox"/> Min	1,3059e-010
<input type="checkbox"/> Max	0,99947	<input type="checkbox"/> Max	0,62175
<input type="checkbox"/> Mittelwert	0,97823	<input type="checkbox"/> Mittelwert	2,2415e-002
<input type="checkbox"/> Standardabweichung	5,3743e-002	<input type="checkbox"/> Standardabweichung	5,6157e-002

Abb. 5-8: Statistik der Elementqualität- und Schiefe der Strukturvernetzung

In Anbetracht der Mittelwerte für die Elementqualität von 0,97823 und für die Schiefe von ca. 0,002 kann die Vernetzung des Strukturmodells abgeschlossen werden und sich der Vernetzung des Fluidmodells gewidmet werden. Die Kontrolle des vernetzten Volumenmodells des Fluides kann dem Anhang entnommen werden.

## 5.2 Simulationsablauf

Mit der ANSYS Workbench ist es möglich das Berechnungsprojekt effektiv zu verwalten. Der Projektmanager stellt die Zentrale der Workbench dar. Der Projektmanager ermöglicht eine übersichtliche Gliederung des Berechnungsprojektes- und dem Simulationsablauf mit der Verwaltung unterschiedlicher Daten, wie die Analysetypen, bestimmte Lastfälle, Materialdaten sowie die Verknüpfungen und Abhängigkeiten untereinander. Für die FSI-Simulation der Gondel ist in [Abb. 5-9](#) die Übersicht des Berechnungsprojektes für eine 1-Wege-Kopplung des FSI-Problems in der ANSYS Workbench gezeigt.



**Abb. 5-9:** Ablauf der vibroakustischen Berechnung in ANSYS Workbench (1-Wege-Kopplung)

Das dynamische Verhalten der Strukturgeometrie der Gondel wird im 1. Schritt mittels einer Modalanalyse hinsichtlich der Eigenfrequenzen und -moden untersucht, ehe im nächsten Arbeitsschritt auf Basis der Ergebnisse der Modalanalyse eine harmonische Analyse durchgeführt wird, um die durch eine harmonische Anregung entstehenden Schwingungsamplituden im Frequenzgang zu veranschaulichen. Im letzten Arbeitsschritt soll die andere Seite der vibroakustischen Berechnung beleuchtet werden, nämlich die Akustik. Nun wird die Fluidgeometrie herangezogen und die Schallabstrahlung, die aufgrund der Fluid-Struktur-Interaktionen hervorgerufen wird, analysiert. Der Lastübertrag der Strukturseite in das Setup der Akustik erfolgt dabei über ACT Acoustics Extension, was ein effizientes Werkzeug zur Bestimmung der Geräuschenstehung in vibrierenden Strukturen in ANSYS darstellt. Die Berechnung der Abstrahlung in Form von hörbarem Luftschall wird dabei auf Basis einer harmonischen Analyse vollzogen [20]. Anschließend soll das FSI-Problem noch in Form einer 2-Wege-Kopplung untersucht werden.

## 5.3 1-Wege-Kopplung

### 5.3.1 Modalanalyse

Im Zuge der Modalanalyse wird zunächst in den Analyseinstellungen der zu untersuchende Frequenzbereich gewählt. Üblicherweise wird der Frequenzbereich in der Modalanalyse 1,2-1,5-mal größer als der Frequenzbereich in der harmonischen Analyse gewählt, um alle auftretenden Moden zu erfassen. Deshalb wird das Frequenzspektrum auf 0-2500Hz festgelegt. Die Berechnung der Eigenfrequenzen von Struktur- und Fluidmodell erfolgt separat.

#### Fluidmodell

Die analytische Berechnung der Fluideigenkreisfrequenzen kann über die Formel aus Gl. (2-34) erfolgen, nämlich:

$$\omega_{n_x, n_y, n_z} = \pi \cdot c_L \cdot \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} ; \quad n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$$

$$f_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c_L}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} ; \quad n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$$

Mit der Schallgeschwindigkeit  $c_L = 343\text{m/s}$  und den Gondelabmessungen ergibt sich folgende Wertetabelle für die Eigenfrequenzen des Fluides:

$n_x$	$n_y$	$n_z$	$\omega_{n_x, n_y, n_z}$ [Hz]	$f_{n_x, n_y, n_z}$ [Hz]
0	0	0	0	0
1	0	0	56,02	8,92
2	0	0	112,04	17,83
3	0	0	168,07	26,75
4	0	0	224,09	35,67
5	0	0	280,11	44,58
6	0	0	336,13	53,50
0	1	0	179,72	28,60
0	2	0	359,44	57,21
0	3	0	539,16	85,81
0	4	0	718,88	114,41
0	5	0	898,60	143,02
0	6	0	1078,32	171,62
0	0	1	158,58	25,24
0	0	2	317,15	50,48
0	0	3	475,73	75,71
0	0	4	634,31	100,95
0	0	5	792,88	126,19
0	0	6	951,46	151,43

Tab. 5-4: Analytisch berechnete Fluideigenfrequenzen

ANSYS gibt für die ersten 50 Eigenfrequenzen folgende Werte aus:

Mode	Frequenz [Hz]								
<b>1</b>	1,12E-06	<b>11</b>	32,549	<b>21</b>	46,394	<b>31</b>	57,303	<b>41</b>	61,882
<b>2</b>	1,79E-06	<b>12</b>	34,078	<b>22</b>	46,578	<b>32</b>	57,714	<b>42</b>	62,908
<b>3</b>	9,259	<b>13</b>	36,724	<b>23</b>	48,138	<b>33</b>	58,046	<b>43</b>	63,356
<b>4</b>	18,451	<b>14</b>	38,661	<b>24</b>	51,145	<b>34</b>	58,624	<b>44</b>	63,605
<b>5</b>	25,957	<b>15</b>	38,663	<b>25</b>	53,322	<b>35</b>	59,271	<b>45</b>	63,965
<b>6</b>	27,605	<b>16</b>	38,683	<b>26</b>	53,623	<b>36</b>	59,316	<b>46</b>	64,209
<b>7</b>	28,424	<b>17</b>	39,786	<b>27</b>	53,793	<b>37</b>	60,200	<b>47</b>	64,670
<b>8</b>	28,651	<b>18</b>	40,358	<b>28</b>	54,528	<b>38</b>	60,532	<b>48</b>	65,873
<b>9</b>	29,813	<b>19</b>	43,362	<b>29</b>	54,849	<b>39</b>	60,947	<b>49</b>	65,901
<b>10</b>	30,110	<b>20</b>	45,328	<b>30</b>	56,508	<b>40</b>	61,616	<b>50</b>	67,952

Tab. 5-5: Ermittelte Fluideigenfrequenzen aus ANSYS

Im Vergleich mit den analytisch berechneten Eigenfrequenzen zeigen sich Übereinstimmungen. Abweichungen sind in der Tatsache begründet, dass für die analytische Berechnung eine Annäherung an das Simulationsmodell in der Form eines Quaders mit den Abmessungen  $l_x=19,248\text{m}$ ,  $l_y=6\text{m}$  und  $l_z=6,8\text{m}$  genutzt wurde. Das tatsächliche Modell weicht durch die gekrümmte Fläche und die Formschräge unter dem Winkel von  $2,5^\circ$  (s. Anhang) davon ab, was sich in einem tatsächlich kleineren Volumen widerspiegelt.

Erkennbar ist auch, dass die ersten zwei Eigenfrequenzen ungefähr bei Null liegen. Die visuelle Darstellung der zugehörigen Eigenmoden ist auf der nächsten Seite gegeben. Dabei sind die ersten 25 Eigenmoden abgebildet. Sieht man sich dort die zugehörigen Eigenmoden der ersten zwei Eigenfrequenzen an, so wird ersichtlich, dass diese nicht relevant sind. Sie stellen einen konstanten Druck dar.

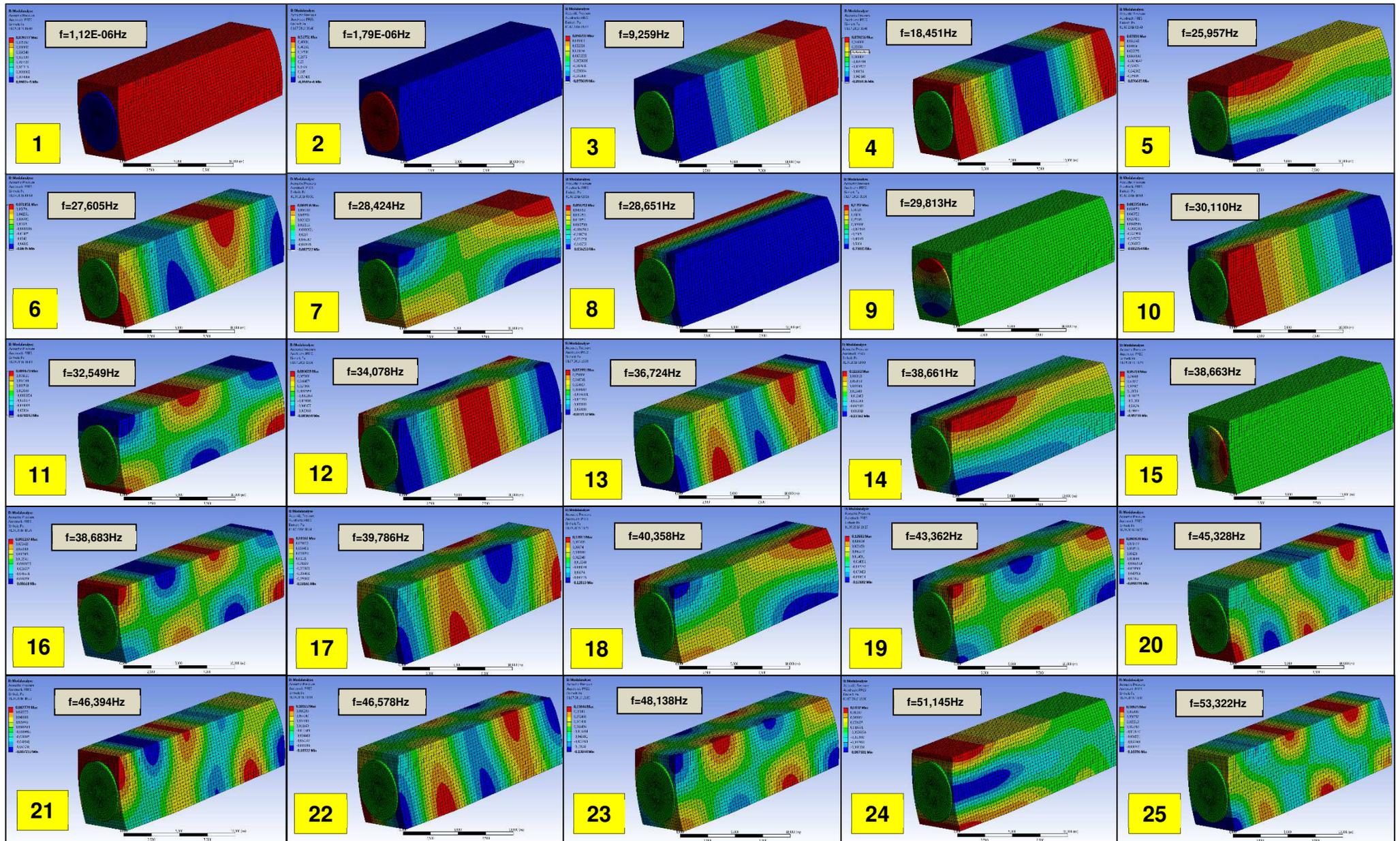


Abb. 5-10: Eigenmoden des Fluidmodells

### Strukturmodell

Für das Schalenmodell mit einer Wandstärke von  $s=5\text{mm}$  und dem Werkstoff Baustahl ergeben sich folgende erste 50 Eigenfrequenzen:

Mode	Frequenz [Hz]								
1	0	11	0,938	21	1,469	31	1,811	41	2,226
2	0	12	0,964	22	1,515	32	1,867	42	2,254
3	0	13	1,028	23	1,566	33	1,935	43	2,300
4	0	14	1,070	24	1,577	34	1,971	44	2,328
5	0	15	1,177	25	1,617	35	1,984	45	2,437
6	0	16	1,239	26	1,695	36	2,019	46	2,477
7	0,710	17	1,318	27	1,710	37	2,121	47	2,511
8	0,773	18	1,340	28	1,742	38	2,164	48	2,582
9	0,781	19	1,342	29	1,743	39	2,190	49	2,672
10	0,853	20	1,390	30	1,790	40	2,203	50	2,683

Tab. 5-6: Erste 50 Eigenfrequenzen des Strukturmodells

Die ersten sechs Eigenfrequenzen liegen bei  $f=0\text{Hz}$ . Sie stellen die Starrkörperbewegungen dar und werden nachfolgend nicht mehr betrachtet.

Die Analysergebnisse zeigen, dass eine vorangehende Modalanalyse für das vorliegende Strukturmodell der Gondel mit den Dimensionen nicht geeignet ist.

Aus dem Diagramm (Abb. 5-11) wird die extrem hohe Dichte der Eigenfrequenzen ersichtlich. Im Bereich von 0-37Hz treten die ersten 1000 Eigenfrequenzen auf. Dies bedeutet, dass der Rechenaufwand für den gesamten Frequenzbereich von 0-2500 Hz zur Ermittlung aller Eigenfrequenzen enorm wäre und die Modalanalyse an dieser Stelle nicht zielführend ist. Anstatt der modalen Frequenzganganalyse bietet sich die direkte Frequenzganganalyse bzw. harmonische Analyse an.

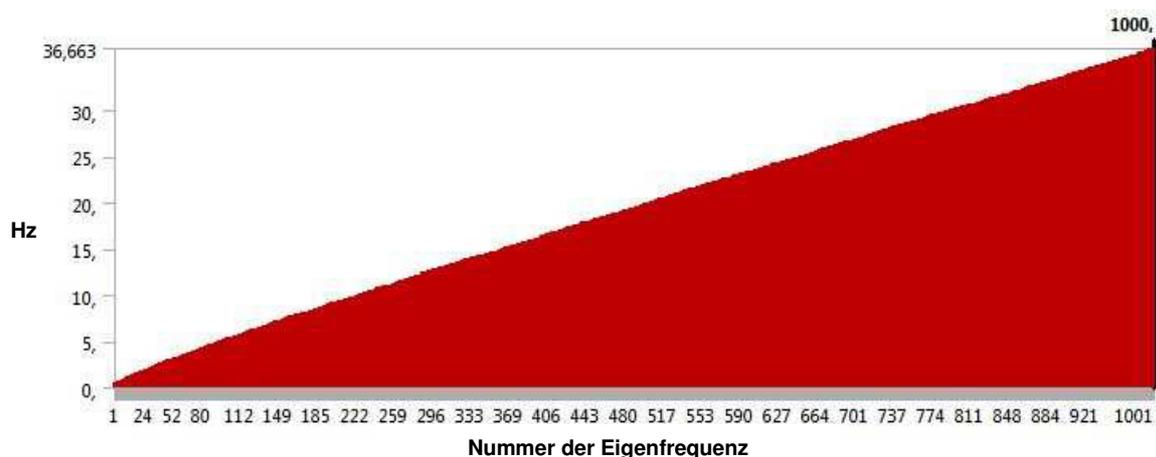


Abb. 5-11: Teilergebnisse aus der Modalanalyse der Struktur für Frequenzbereich 0-2500Hz

Eine Übersicht der entsprechenden Struktur-Eigenmoden ist auf nachfolgender Seite gegeben.

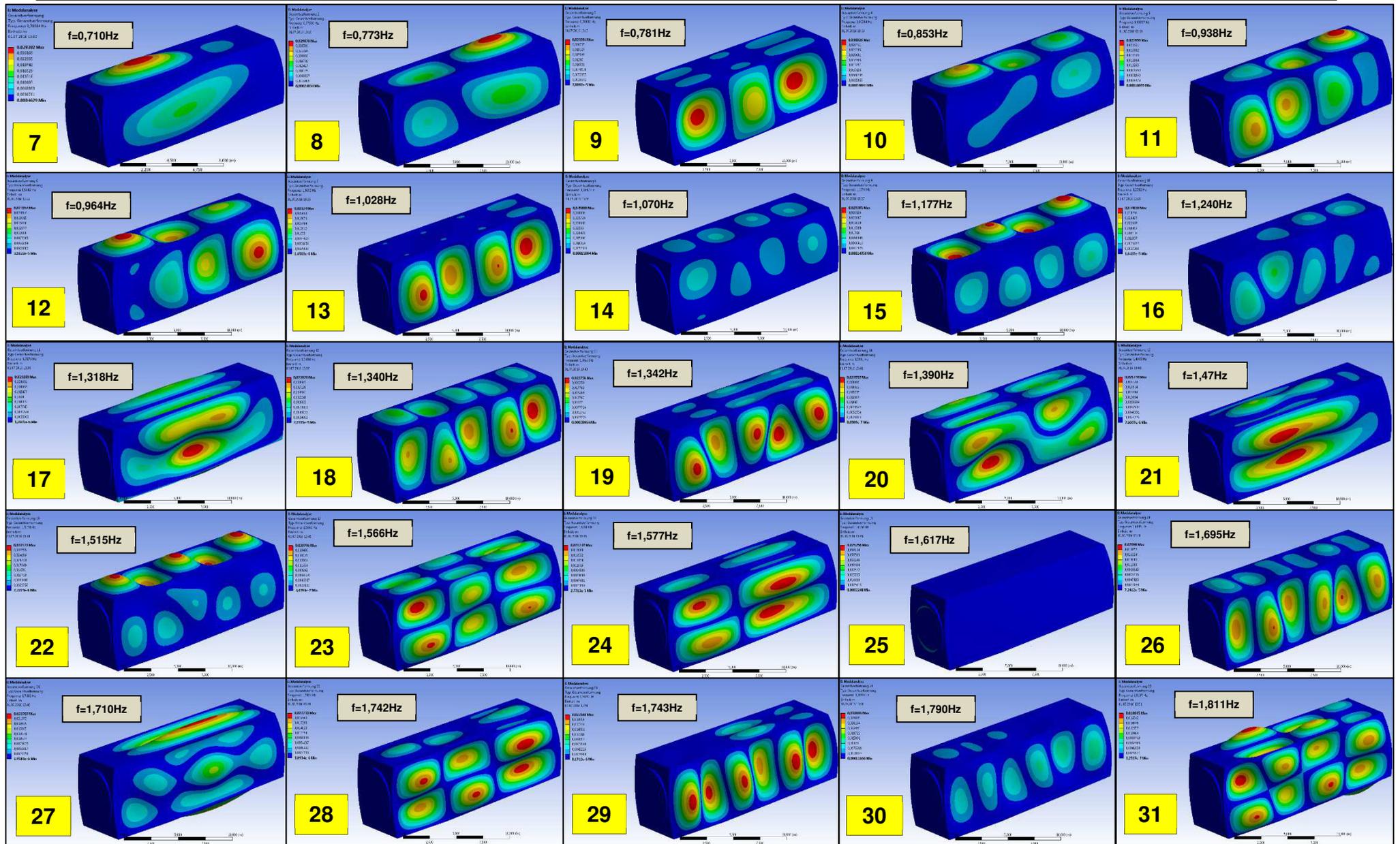


Abb. 5-12: Eigenmoden des Strukturmodells

### 5.3.2 Harmonische Analyse

Die Anregung der Struktur soll über eine harmonische Unwuchtkraft an der Rotornabe erfolgen. Um die Unwucht zu simulieren, werden zwei Kräfte benötigt. Eine Kraft wirkt vertikal auf die Nabe, während die andere Kraft horizontal und zeitlich um 90° phasenverschoben aufgebracht wird. Durch Addition der Kräfte ergibt sich eine resultierende Kraft, die wie eine Unwuchtkraft rotiert:

$$F_{\text{Unwucht}}(t) = F_x \cdot \sin(\omega t + \varphi) + F_y \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Die Krafteinleitung kann direkt in *ANSYS Mechanical* oder über Befehle in der eigenen Skriptsprache *ANSYS Parametric Design Language* (APDL) vollzogen werden. Beide Wege sollen ausprobiert werden.

Belastungsarten können, wie bei Randbedingungen, knoten-, element-, oder geometriebezogen sein. Die harmonische Unwuchtkraft soll geometriebezogen aufgebracht werden. Dazu wird der Rand der Rotornabe als Kraftangriffskante verwendet (Abb. 5-13).

Als weitere notwendige Bedingung wird die Lagerung definiert. Da die Gondel allgemein aufgrund der Windrichtungsnachführung drehbar auf dem Turm gelagert ist, wird die Auflagefläche der Gondel als Lagerung ausgeführt. Als Auswertefläche für die harmonische Analyse und die ermittelten Verschiebungsamplituden soll die rechte Seitenwand der Gondel dienen. Zur Veranschaulichung dient folgende Abbildung.

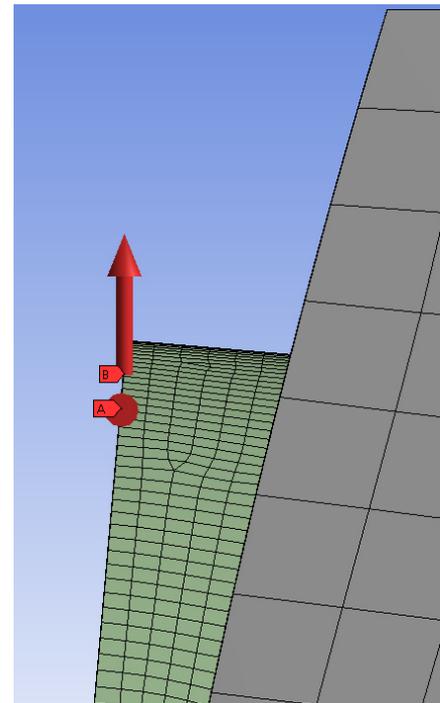


Abb. 5-13: Unwuchterregung der Struktur

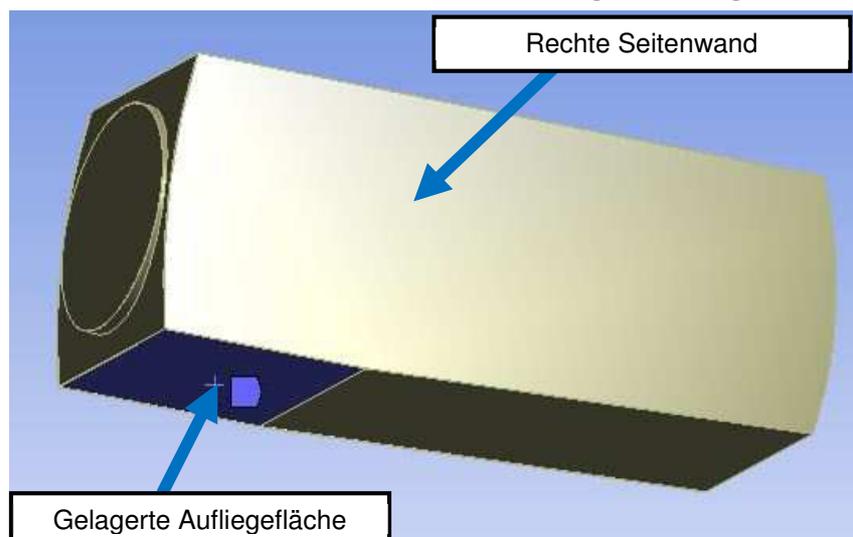


Abb. 5-14: Lagerung des Strukturmodells

Die Befehle zur Krafteinleitung über APDL können dem Anhang entnommen werden.

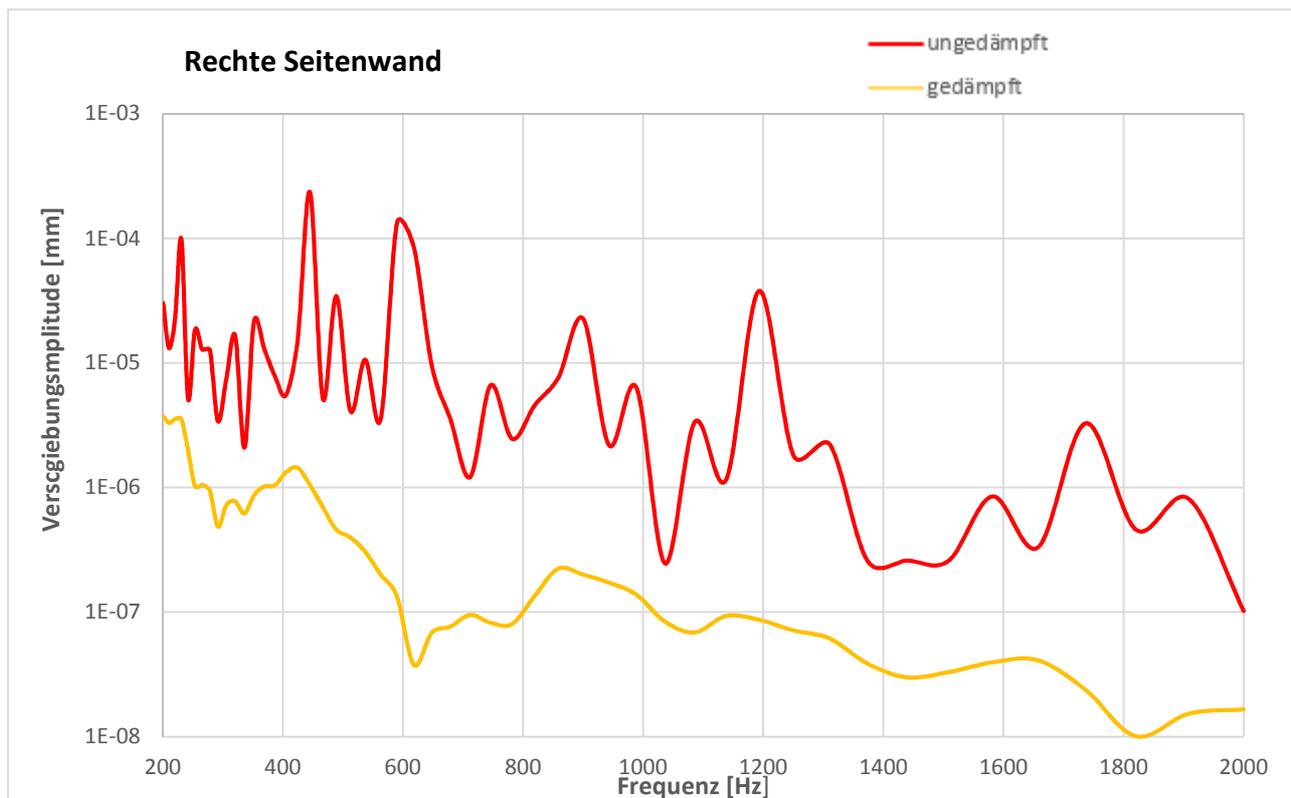
Die Eigenfrequenzen des Strukturmodells und die zugehörigen Verschiebungsamplituden sind in nachfolgender Tabelle aufgeführt. Dabei ist der Einfluss der Dämpfung auf die Amplituden in der Form eines Lehrschen Dämpfungsmaßes von  $D_L=0,03$  berücksichtigt.

Mode	Eigenfrequenz [Hz]	Verschiebungsamplitude [mm]	Gedämpfte Verschiebungsamplitude [mm]	Mode	Eigenfrequenz [Hz]	Verschiebungsamplitude [mm]	Gedämpfte Verschiebungsamplitude [mm]
1	200,00	3,02E-05	3,74E-06	26	647,49	9,56E-06	6,85E-08
2	209,62	1,31E-05	3,31E-06	27	678,64	3,52E-06	7,68E-08
3	219,71	2,25E-05	3,54E-06	28	711,30	1,22E-06	9,53E-08
4	230,28	9,84E-05	3,53E-06	29	745,52	6,63E-06	8,23E-08
5	241,36	5,21E-06	1,99E-06	30	781,39	2,46E-06	8,06E-08
6	252,97	1,84E-05	1,03E-06	31	818,98	4,59E-06	1,35E-07
7	265,14	1,28E-05	1,05E-06	32	858,39	7,66E-06	2,24E-07
8	277,90	1,26E-05	9,39E-07	33	899,69	2,26E-05	2,00E-07
9	291,27	3,41E-06	4,86E-07	34	942,97	2,18E-06	1,73E-07
10	305,28	7,50E-06	7,24E-07	35	988,34	6,33E-06	1,38E-07
11	319,97	1,65E-05	7,77E-07	36	1035,90	2,47E-07	8,42E-08
12	335,37	2,10E-06	6,19E-07	37	1085,70	3,36E-06	6,89E-08
13	351,50	2,17E-05	8,70E-07	38	1138,00	1,16E-06	9,35E-08
14	368,41	1,30E-05	1,02E-06	39	1192,70	3,78E-05	8,70E-08
15	386,14	7,82E-06	1,04E-06	40	1250,10	1,81E-06	7,15E-08
16	404,72	5,54E-06	1,33E-06	41	1310,30	2,23E-06	6,15E-08
17	424,19	1,57E-05	1,44E-06	42	1373,30	2,58E-07	3,87E-08
18	444,60	2,35E-04	1,05E-06	43	1439,40	2,60E-07	3,00E-08
19	465,99	5,19E-06	6,96E-07	44	1508,60	2,59E-07	3,31E-08
20	488,41	3,43E-05	4,61E-07	45	1581,20	8,50E-07	3,96E-08
21	511,91	4,12E-06	3,98E-07	46	1657,30	3,32E-07	4,11E-08
22	536,54	1,06E-05	3,05E-07	47	1737,00	3,28E-06	2,37E-08
23	562,35	3,55E-06	2,01E-07	48	1820,60	4,60E-07	1,01E-08
24	589,41	1,32E-04	1,34E-07	49	1908,20	8,15E-07	1,53E-08
25	617,77	8,43E-05	3,77E-08	50	2000,00	1,02E-07	1,66E-08

Tab. 5-7: Eigenfrequenzen und zugehörige Verschiebungsamplituden inkl. Dämpfungseinfluss ( $D_L=0,03$ ) des Strukturmodells

Die dominanten Schwingungspeaks in dem betrachteten Frequenzspektrum von 200-2000Hz sind in der Tab. 5-7 kenntlich gemacht.

Zur Visualisierung der Schwingungsantwort der rechten Seitenwand des Strukturmodells auf die harmonische Unwuchterregung dient dieses Frequenz-Amplitude Diagramm:



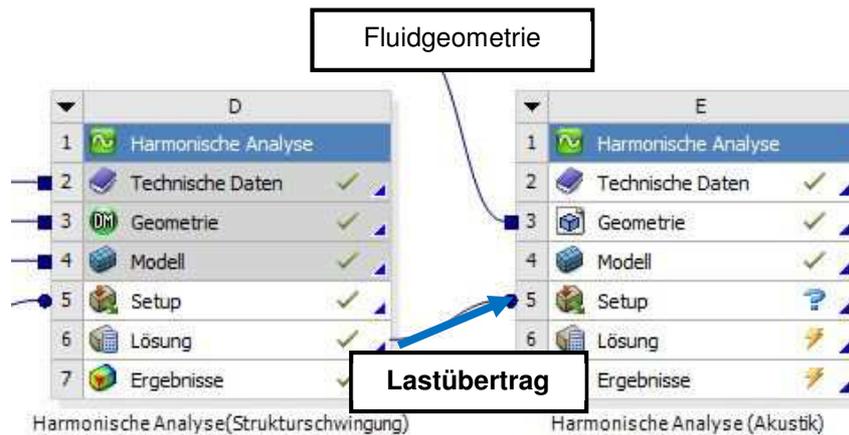
**Abb. 5-15**: Schwingungsantwort des Strukturmodells inkl. Dämpfungseinfluss ( $D_L=0,03$ )

Aus dem Diagramm wird deutlich, dass im Frequenzspektrum von 200-2000Hz etliche Resonanzstellen auftreten, die durch die anregende harmonische Unwuchtkraft an der Rotornabe hervorgerufen werden und sich in deutlichen Schwingungspeaks äußern. Besonders im unteren Frequenzbereich (200-600Hz) befinden sich die höheren Verschiebungsamplituden und eine Resonanzanhäufung. Demgegenüber sind im höheren Frequenzbereich eine geringere Resonanzdichte und tendenziell sinkende Verschiebungsamplituden bemerkbar.

Wirft man einen Blick auf die Dämpfung, so wird ihr Einfluss im Verlauf des Frequenzspektrums deutlich: Ist der Einfluss im tieffrequenten Bereich noch verhältnismäßig gering, so zeigt die Dämpfung mit steigender Erregerfrequenzen grundsätzlich eine stärkere Einwirkung.

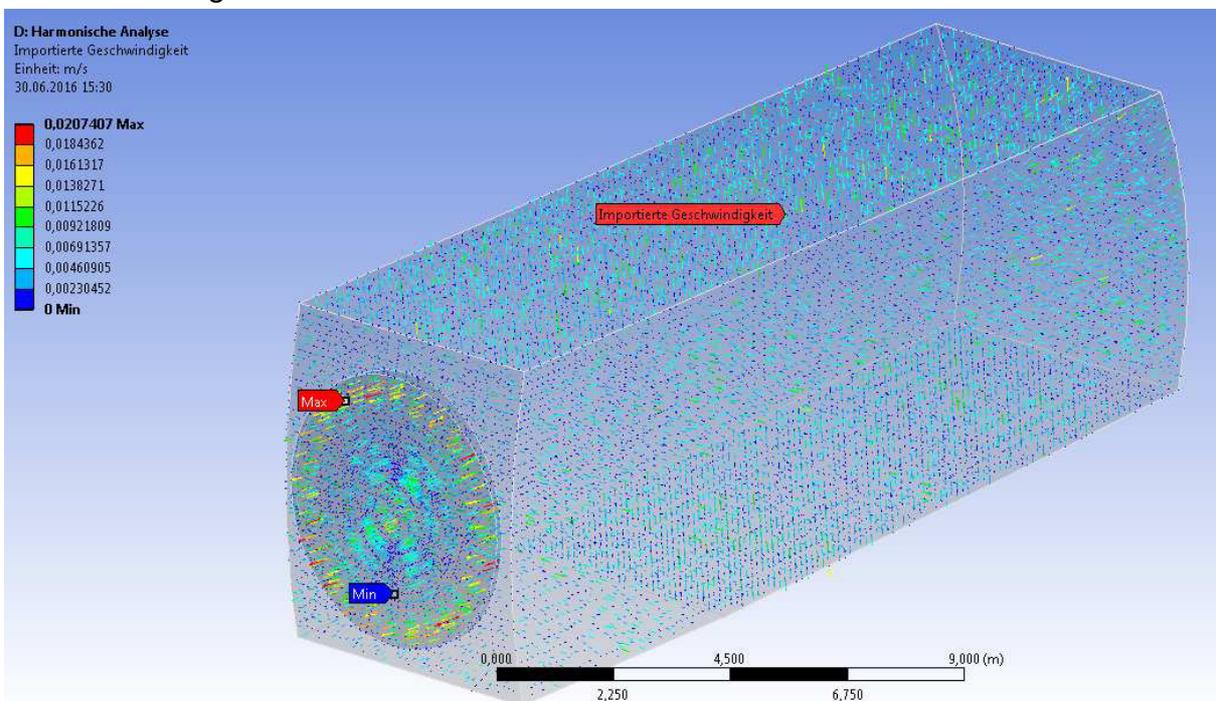
### 5.3.3 Akustische Analyse

Die gewonnenen Erkenntnisse aus der harmonischen Analyse der Gondelstruktur können im nächsten Schritt wie folgt weiterverarbeitet werden: Die ermittelten Strukturschwingungen und die aus der Simulation bestimmten Schnelldaten auf der Strukturoberfläche können als Randbedingung in der Fluidsimulation verwendet werden. Dazu werden die Lastdaten über ACT Acoustics Extension in die anstehende harmonische Analyse der Akustik übertragen (Vgl. [Abb. 5-16](#)). Somit handelt es sich hierbei um eine 1-Wege-Kopplung der Fluid-Struktur-Untersuchung.



[Abb. 5-16](#): Lastübertrag zwischen den Analysetypen

Nach erfolgreichem Lastübertrag kann man sich die Schnellevektoren auf dem Fluidmodell anzeigen lassen.



[Abb. 5-17](#): Vektoren der importierten Strukturschnellen an den Fluid-Struktur-Interfaces

Im nächsten Schritt werden akustische relevante Einstellungen getätigt. Das Fluidmodell wird als akustischer Körper und den Grenzflächen wird eine FSI-Interface-Randbedingung zugewiesen.

Über ein sogenanntes *Acoustic Far Field Microphone* kann unter anderem der durch die Strukturschwingung abgestrahlte Schall im Luftvolumen der Gondel gemessen werden. Dazu wird das Mikrophon an drei verschiedenen Messpunkten innerhalb der Gondel positioniert, um dort die Schallausbreitung besser nachzuvollziehen. Zur Positionierung des Mikrofons kann unter den Einstellungen in sphärischen oder kartesischen Koordinaten eine exakte Position angegeben und der a-bewertete Schalldruckpegel über der Frequenz als Ausgabegröße ausgewählt werden.

») Acoustic Far Field Microphone

Details von "Acoustic Far Field Microphone"	
<b>Properties</b>	
Result Set	All
Boundary Condition On Model Symmetric Plane	No
Result	A-weighted SPL
Defined By	Spherical Coordinates
<input type="checkbox"/> Angle Phi (From X Axis Toward Y Axis)	0 [°]
<input type="checkbox"/> Angle Theta (From Z Axis Toward X Axis)	0 [°]
<input type="checkbox"/> Sphere Radius	0 [m]
<input type="checkbox"/> Reference RMS Sound Pressure	2E-05 [Pa]
Y Axis Rotated	No
Vibrating Structural Panel	No
<input type="checkbox"/> Model Thickness in Z Direction (2D extension)	0 [m]
Spatial Radiation Angle	Full Space

Abb. 5-18: Einstellungsmöglichkeiten des Acoustic Far Field Microphone

Die Messpunktpositionierung erfolgt zentral hinsichtlich der Höhe in der Gondel und in gleichmäßigen Abständen, wie in nachfolgender Abbildung gezeigt ist.

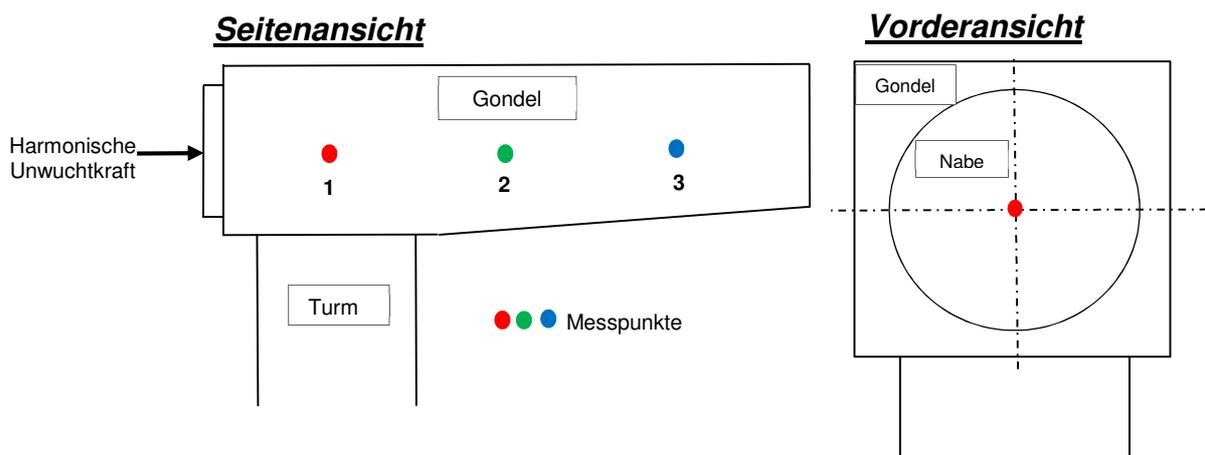


Abb. 5-19: Positionierungsvariationen des Acoustic Far Field Microphone

Zusätzlich zu den drei Messpunkten innerhalb der Gondel, wird der a-bewertete Schalldruckpegel für die rechte Seitenwand der Gondel für 50 Eigenfrequenzen ausgegeben. Die folgende Tab. 5-8 gibt eine Übersicht. Hervorgehoben werden jeweils minimaler und maximaler Schalldruckpegel der Messpunkte (Gelbmarkierung).

Mode	Frequenz	Messpunkt 1	Messpunkt 2	Messpunkt 3	r.Seitenwand
	[Hz]	L <sub>p</sub> (dB(A))	L <sub>p</sub> (dB(A))	L <sub>p</sub> (dB(A))	L <sub>p</sub> (dB(A))
1	200,00	71,77	82,68	71,84	89,08
2	209,62	67,62	80,19	78,54	97,91
3	219,71	68,63	61,86	52,56	82,71
4	230,28	68,98	79,55	82,87	85,92
5	241,36	75,10	81,55	89,19	99,77
6	252,97	71,23	70,87	76,74	91,02
7	265,14	61,14	64,61	60,00	67,86
8	277,90	73,03	77,43	65,38	86,73
9	291,27	68,88	69,62	69,15	90,19
10	305,28	74,39	65,93	70,79	89,08
11	319,97	69,12	69,00	69,67	85,35
12	335,37	81,59	75,80	72,85	79,59
13	351,50	77,03	65,22	68,32	87,99
14	368,41	78,62	72,03	74,54	89,09
15	386,14	53,99	63,49	71,00	76,56
16	404,72	71,02	70,66	76,13	76,89
17	424,19	75,10	69,44	82,45	87,22
18	444,60	77,64	80,16	73,65	85,23
19	465,99	70,09	74,07	71,25	79,30
20	488,41	75,85	81,09	75,05	84,38
21	511,91	90,07	87,60	76,70	91,57
22	536,54	77,08	86,31	79,13	87,11
23	562,35	65,03	74,40	72,48	83,57
24	589,41	90,06	78,82	87,87	93,60
25	617,77	96,10	99,45	94,28	94,49
26	647,49	99,74	102,34	94,09	102,60
27	678,64	95,23	95,85	98,64	90,66
28	711,30	79,23	82,02	81,63	87,89
29	745,52	84,54	83,30	81,22	87,59
30	781,39	96,15	88,96	92,34	89,33
31	818,98	105,56	96,47	98,07	93,11
32	858,39	106,83	102,80	105,07	102,39
33	899,69	86,95	84,11	87,74	80,39
34	942,97	88,17	87,98	78,60	83,82
35	988,34	101,12	101,03	94,80	95,08
36	1035,90	96,69	101,85	105,78	96,25
37	1085,70	80,42	92,09	90,72	88,17
38	1138,00	93,25	85,39	95,98	86,75
39	1192,70	97,78	93,89	97,11	91,29
40	1250,10	106,02	109,40	96,54	96,64
41	1310,30	89,03	79,40	87,19	85,70
42	1373,30	89,81	97,29	91,32	88,99
43	1439,40	88,82	86,28	92,45	87,41
44	1508,60	82,21	95,49	74,97	81,02
45	1581,20	87,06	95,13	96,43	84,37
46	1657,30	97,03	73,98	92,26	89,24
47	1737,00	106,90	109,63	109,86	102,98
48	1820,60	90,12	97,04	91,33	84,85
49	1908,20	80,24	81,49	87,31	75,25
50	2000,00	91,61	106,13	106,86	94,31

Tab. 5-8: A-bewerteter Schalldruckpegel für diverse Messpunkte (1-Wege Kopplung)

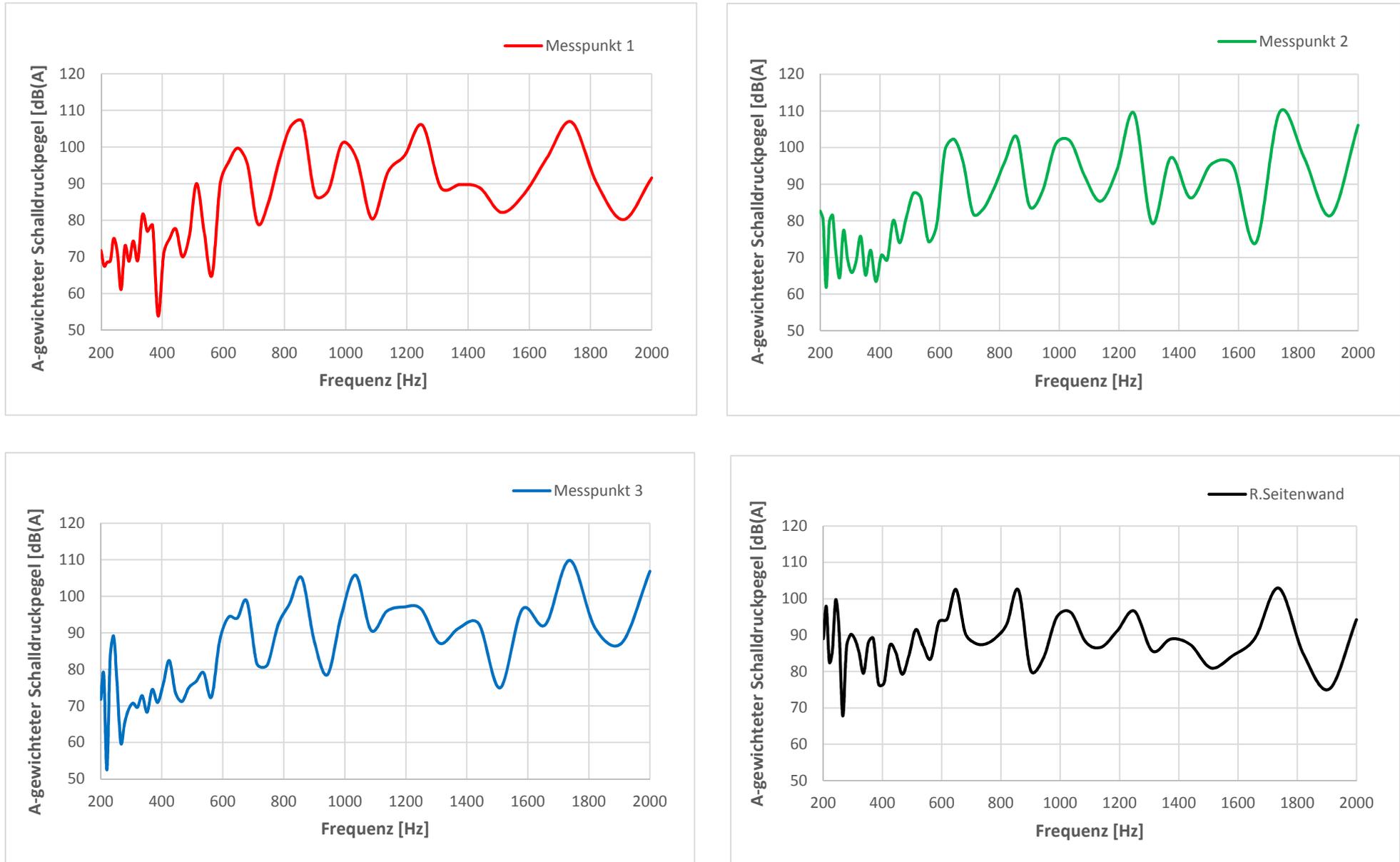


Abb. 5-20: Frequenzgänge des a-gewichteten Schalldruckpegels für diverse Messpunkte

In Anbetracht der Frequenzgänge ergeben sich Auffälligkeiten hinsichtlich der Schalldruckpegelverläufe. Im tieffrequenten Bereich (200-600Hz) ist zu sehen, dass der Schalldruckpegel viel häufiger schwankt. Bei einer Frequenz von  $f=617,77\text{Hz}$  ist ein plötzlicher Anstieg des Schalldruckpegels erkennbar. Tendenziell steigt der gemessene Schalldruck mit der Frequenz. Der höchste Schalldruckpegel wird für alle drei Messpunkte innerhalb der Gondel und für die rechte Seitenwand bei einer Frequenz von  $f=1737\text{Hz}$  gemessen und liegt jeweils über 100dB. Die Verläufe der drei Messpunkte in der Gondel zeigen ähnliche Verläufe und unterstreichen die Tatsache sich bildender stehender Wellen innerhalb eines geschlossenen Raumes und damit die Schallausbreitung in der Luft.

## 5.4 2-Wege-Kopplung

Untersucht man die Struktur und das Luftvolumen hinsichtlich der Wechselwirkung, so kommt es zur 2-Wege-Kopplung des FSI-Problems. Dazu ist es nötig das Struktur- und das Fluidmodell innerhalb einer harmonischen Analyse in ANSYS zu importieren und dort mit der Definition von Vernetzung, Randbedingungen, Analyse- und Lösungseinstellungen zu beginnen. Das Projektschema in der ANSYS Workbench für die 2-Wege-Kopplung reduziert sich dabei auf folgende Konstellation:

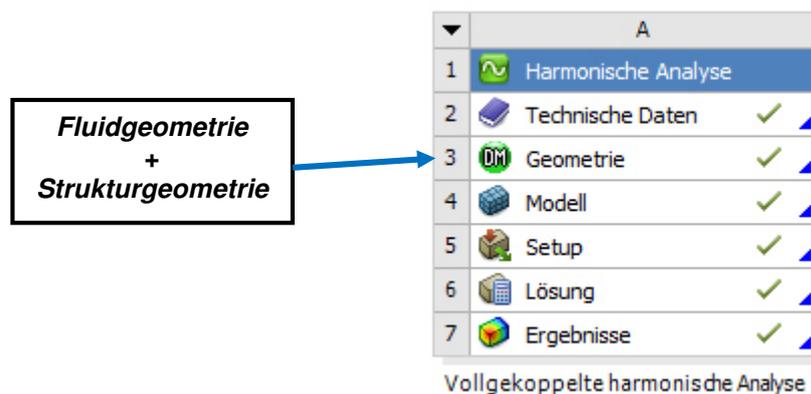


Abb. 5-21: Ablauf der vibroakustischen Berechnung in ANSYS Workbench (2-Wege-Kopplung)

Es ist empfehlenswert, beide Modelle zu einer Baugruppe zusammenzufassen, um ein gemeinsames Netz erstellen zu können und damit anfallende Kontakteinstellungen einzusparen. Das Fluidmodell kann dennoch etwas gröber vernetzt werden, um sich Anzahl von Elementen zu sparen und folglich die Rechenzeit zu reduzieren.

Die Strukturanregung durch die harmonische Unwuchtkraft bleibt bestehen. Zusätzlich soll von akustischer Seite eine Schallwellenquelle in der Gondel positioniert werden, die eine Triebstrangkomponente (wie z.B. das Getriebe) einer WEA simulieren soll. Damit soll der Einfluss auf die Struktur ausgehend von der Schallwellenquelle im Innenraum der Gondel exemplarisch betrachtet werden.

Zur Umsetzung der Schallwellenquelle wird ein elementarer Schallstrahler eingesetzt, nämlich ein *Monopolstrahler*. Dieser fungiert als radialsymmetrische pulsierende Kugel, die in allen Richtungen Schalldruckwellen einer bestimmten Amplitude abstrahlt.

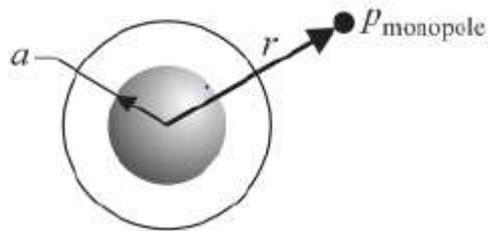


Abb. 5-22: Monopolstrahler [21]

Zur Positionierung des Monopolstrahlers ist es möglich, ausgehend vom globalen Koordinatensystem eine genaue Stelle innerhalb oder außerhalb des Modells zu definieren. Zudem werden Kennwerte des umgebenden akustischen Mediums, die Druckamplitude, sowie der Radius  $r$  der pulsierenden Kugel über die Einstellungen der *Acoustic Wave Sources* getroffen, wie nachfolgend zu sehen.

Details von "Acoustic Wave Sources"	
<b>Definition</b>	
Wave Number	1
Wave Type	Monopole
Excitation Type	Pressure
Source Location	Inside The Model
<input type="checkbox"/> Pressure Amplitude	1 [Pa]
<input type="checkbox"/> Phase Angle	0 [°]
<input type="checkbox"/> Global X Coordinate At Source Origin	2 [m]
<input type="checkbox"/> Global Y Coordinate At Source Origin	0 [m]
<input type="checkbox"/> Global Z Coordinate At Source Origin	0 [m]
<input type="checkbox"/> Mass Density Of Environment Media	1,2041 [kg m <sup>-3</sup> ]
<input type="checkbox"/> Sound Speed In Environment Media	343,24 [m sec <sup>-1</sup> ]
<input type="checkbox"/> Radius Of Pulsating Sphere	0,1 [m]
Port Number	0

Abb. 5-23: Einstellungsmöglichkeiten der *Acoustic Wave Sources* - Monopole

Der Monopolstrahler wird in der Gondel, ähnlich wie ein Getriebe, auf der Bodenplattform positioniert (s. Abb. 5-24). Die drei Messpunkte bleiben an gleicher Stelle.

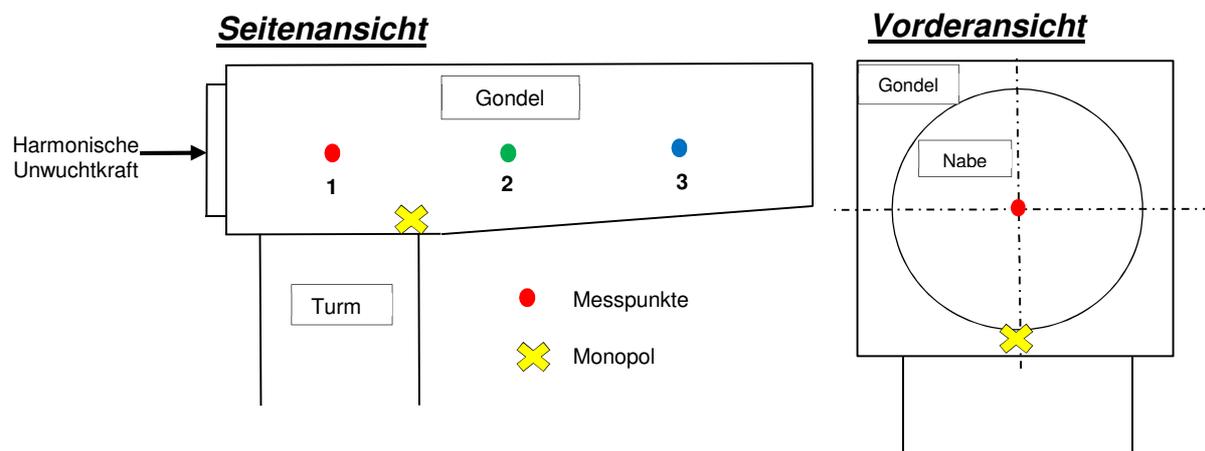


Abb. 5-24: Positionierung des Monopolstrahlers

Mode	Frequenz	Messpunkt 1	Messpunkt 2	Messpunkt 3
	[Hz]	L <sub>p</sub> (dB(A))	L <sub>p</sub> (dB(A))	L <sub>p</sub> (dB(A))
1	200,00	81,55	77,22	81,03
2	209,62	65,15	75,47	66,29
3	219,71	67,03	63,98	73,39
4	230,28	75,49	74,37	72,33
5	241,36	73,90	79,25	81,38
6	252,97	68,11	71,71	68,51
7	265,14	60,58	67,19	56,26
8	277,90	64,87	73,38	71,51
9	291,27	64,02	64,43	65,12
10	305,28	68,95	76,38	65,78
11	319,97	78,70	81,40	74,25
12	335,37	61,40	68,25	60,68
13	351,50	74,96	73,43	69,32
14	368,41	62,98	69,03	65,64
15	386,14	66,41	61,19	65,41
16	404,72	72,28	70,41	69,51
17	424,19	74,50	76,07	72,63
18	444,60	68,60	71,16	72,30
19	465,99	65,75	73,66	74,93
20	488,41	71,93	75,23	71,71
21	511,91	73,23	74,86	69,41
22	536,54	80,33	77,21	76,27
23	562,35	73,28	81,74	81,97
24	589,41	74,83	80,87	81,51
25	617,77	64,26	72,53	82,64
26	647,49	81,08	60,01	73,86
27	678,64	64,69	80,54	66,89
28	711,30	67,89	69,64	61,58
29	745,52	73,48	82,29	84,36
30	781,39	76,42	77,76	77,99
31	818,98	83,90	80,72	78,43
32	858,39	69,95	78,30	77,11
33	899,69	70,42	70,85	74,25
34	942,97	72,35	75,82	75,39
35	988,34	61,72	69,63	76,22
36	1035,90	78,60	76,75	76,33
37	1085,70	70,77	74,64	68,47
38	1138,00	59,76	71,26	56,83
39	1192,70	72,08	74,95	61,15
40	1250,10	70,28	59,85	73,27
41	1310,30	59,46	71,95	73,90
42	1373,30	69,42	78,85	81,53
43	1439,40	59,47	60,35	63,66
44	1508,60	70,11	73,32	74,24
45	1581,20	67,31	69,14	66,56
46	1657,30	55,85	71,01	76,35
47	1737,00	79,10	78,79	83,20
48	1820,60	67,31	56,67	68,96
49	1908,20	67,05	64,30	49,63
50	2000,00	56,93	69,99	61,99

Tab. 5-9: A-bewerteter Schalldruckpegel für diverse Messpunkte (2-Wege-Kopplung)

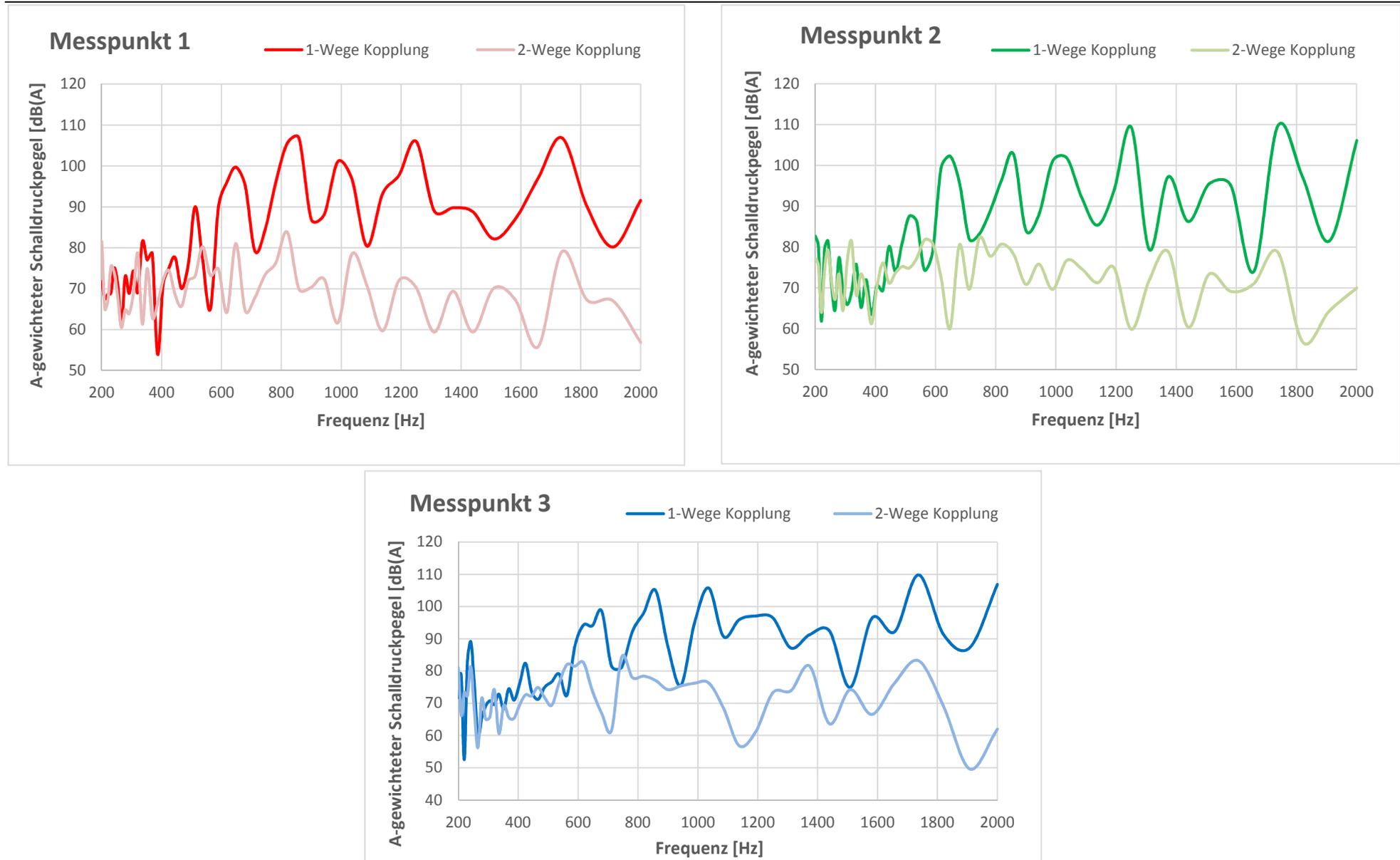


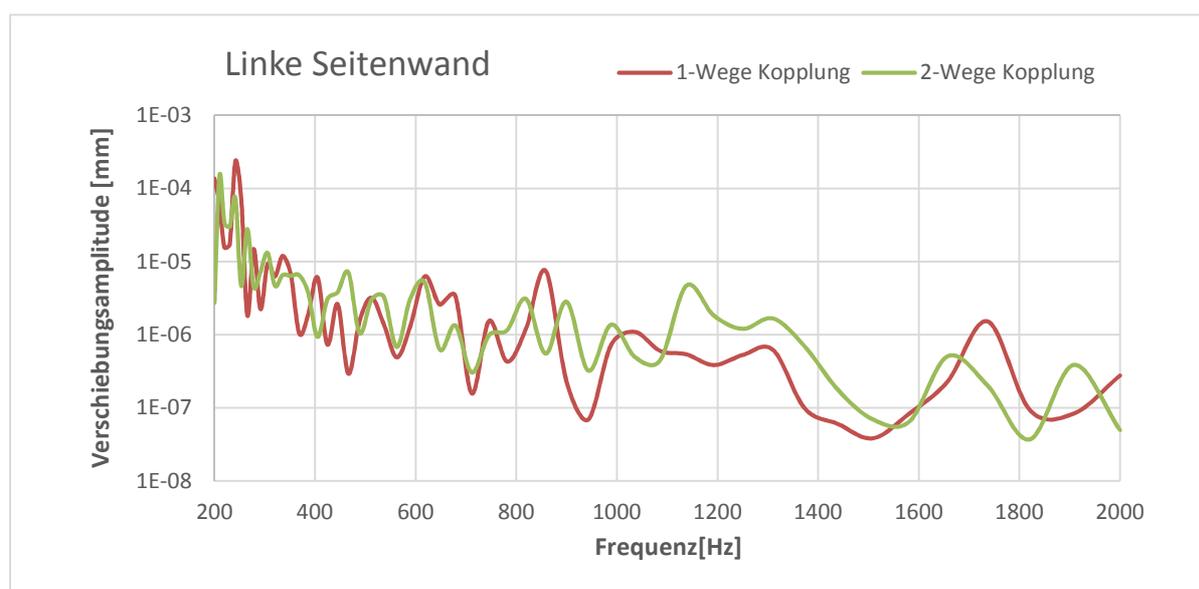
Abb. 5-25: Vergleich der Schalldruckpegel- Frequenzgänge zwischen 1- und 2-Wege-Kopplung

Zieht man einen Vergleich zwischen den Schalldruckpegelverläufen der 1- und 2-Wege-Kopplung so wird durch **Abb. 5-25** die Wechselwirkung zwischen Struktur und Fluid deutlich. Im niedrigen Frequenzbereich ist erkennbar, dass der Einfluss der Schallquelle, die das Luftvolumen im Inneren der Gondel anregt, noch gering ist. Der Schalldruckpegel zeigt in diesem Frequenzbereich noch ein ähnliches Verhalten, wie bei der 1-Wege-Kopplung. Ab einer Frequenz von  $f \approx 600 \text{ Hz}$  ist jedoch im Unterschied zu der 1-Wege-Kopplung, bei der die schwingende Struktur Schall in der Form abstrahlt, dass der resultierende Schalldruckpegel tendenziell mit der Frequenz steigt und Werte von über  $100 \text{ dB}$  erreicht, ein anderes Verhalten feststellbar. Es zeigt sich, dass die schwingende Struktur mit fortlaufender Frequenz einen geringeren Schalldruck abstrahlt. Die niedrigsten Werte verlagern sich somit in den höheren Frequenzbereich. Betrachtet man die Pegelwerte ab der 25. Eigenfrequenz ( $f = 617,77 \text{ Hz}$ ) und ermittelt exemplarisch für Messpunkt 1 den durchschnittlichen Schalldruckpegel, so ergibt sich:

- 1-Wege Kopplung:  $\bar{\varnothing}_{L_P} = \frac{\sum L_P}{\text{Anzahl}} = \frac{2416,61 \text{ dB(A)}}{26} = 92,95 \text{ dB(A)}$ .
- 2-Wege Kopplung:  $\bar{\varnothing}_{L_P} = \frac{\sum L_P}{\text{Anzahl}} = \frac{1789,66 \text{ dB(A)}}{26} = 68,83 \text{ dB(A)}$

Damit zeigt sich ein geringeres Abstrahlverhalten über den Frequenzbereich durch den Einfluss der Wechselwirkung. Der durchschnittliche Schalldruckpegel liegt für Messpunkt 1 niedriger. Allgemein kann gesagt werden, dass die Schallabstrahlung der schwingenden Struktur durch die Hinzunahme einer Schallquelle im Fluid, die unmittelbar an der abstrahlenden Struktur sitzt, aktiv kompensiert werden kann.

Auf der anderen Seite interessiert auch die Masseneinwirkung des Fluides auf die schwingende Struktur. Inwieweit der vom angeregten Fluid ausgeübte Druck auf die Strukturoberfläche Auswirkungen auf die Verschiebungsamplituden hat, soll im nachfolgenden anhand der Auswertung an der linken Seitenwand betrachtet werden.



**Abb. 5-26**: Vergleich der Verschiebungsamplituden - Frequenzgänge zwischen 1- und 2-Wege-Kopplung

Aus der [Abb. 5-26](#) ist im Allgemeinen zu erkennen, dass das Fluid einen geringen Einfluss auf die Strukturauslenkungen hat. Vor allem im unteren Frequenzbereich bleiben die Schwingungsamplituden überwiegend nah beieinander. Einige Resonanzstellen verschieben sich. Zur genaueren Untersuchung wäre es zweckmäßig, den Frequenzbereich genauer zu unterteilen. Mit steigender Frequenzen wird der Fluideinfluss zwar stärker, aber die Größenordnung der Amplitudenunterschiede hat ein Ausmaß, dass man sagen kann: die Masseneinwirkung des Fluides bleibt gering.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

### 6.1 Wesentliche Erkenntnisse

In dieser Arbeit ist ein typisches Maschinengehäuse einer Windenergieanlage unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen vibroakustisch untersucht worden. Nachdem die theoretischen Grundlagen zu den Thematiken Vibroakustik und Fluid-Struktur-Interaktionen mit dem zusätzlichen Einblick in die Anwendungen bei Windenergieanlagen aufgezeigt wurden, konnte im nächsten Schritt das Simulationsprojekt im Programm ANSYS umgesetzt werden.

Beginnend mit einer Modalanalyse von Struktur und Fluid wurde festgestellt, dass das Strukturmodell eine extrem hohe Modendichte besitzt und eine Modalanalyse mithilfe der modalen Superposition nicht zielführend ist. Aufgrund der vielen Eigenfrequenzen weist die Struktur im unteren Frequenzbereich vermehrt Resonanzstellen auf. Die Betrachtung des Dämpfungseinflusses erfolgte anhand der Ergebnisse aus der harmonischen Analyse, die anstatt der Anwendung der modalen Frequenzganganalyse mittels der modalen Superposition im Anschluss verwendet wurde. Die Dämpfung zeigte bei den Schwingungsamplituden (Schnellevektoren) vor allem mit steigenden Frequenzen eine stärkere Einwirkung. Der Lastübertrag der Strukturschnellen erfolgte auf das Fluidmodell, um mit dieser 1-Wege-Kopplung die Wirkung von der Struktur auf das Fluid (Luftvolumen) in Form des resultierenden abgestrahlten a-bewerteten Schalldruckpegels zu analysieren. An der Grenze von Strukturoberfläche und Luftraum gehen Körper- und Luftschall ineinander über. Der Schalldruckpegel wurde deshalb für die Grenzfläche an der rechten Seitenwand ausgewertet. Zusätzlich zur Untersuchung der Schallausbreitung im Luftvolumen wurden innerhalb der Gondel Messpunkte platziert, die die Ausbildung von stehenden Wellen in geschlossenen Räumen bestätigt haben. Die Untersuchungen haben ergeben, dass sich die Schallabstrahlung der schwingenden Struktur im tieffrequenten Bereich noch verhältnismäßig schwächer verhält. Erst mit Frequenzen von  $f=600\text{Hz}$  steigen die Werte bis auf ein Maximum von über 100dB. Zur Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen der Gondel und dem Luftvolumen wurden beide Modelle darauffolgend in einer harmonischen Analyse einer 2-Wege-Kopplung unterzogen. Diese ergab einen starken Einfluss auf das Abstrahlverhalten der Struktur. Der Schalldruckpegel zeigte einen kompensierten Verlauf für Frequenzen ab  $f=600\text{Hz}$  durch die Hinzunahme des auf dem Interface positionierten Monopolstrahlers. Die niedrigsten Werte für den Schalldruckpegel verlagern sich in den höherfrequenten Bereich. Abschließend wurde der Masseinfluss des Fluides betrachtet. Als Ergebnis konnte festgehalten werden, dass dieser gering ist.

## 6.2 Ausblick

Da der Hintergrund der Thesis ein an der HAW Hamburg beantragtes Forschungsprojekt zur vibroakustischen Optimierung der Haupttriebstrangkomponenten einer Windenergieanlage ist und die vorliegende Thesis eine erste methodische Herangehensweise an eine vibroakustische Berechnung in Form eines FSI-Modells gibt, wäre es für weitere Arbeiten interessant, konstruierte Triebstrangkomponenten bzw. einfache Ersatzmodelle in das FSI-Modell der Gondel zu integrieren. Der Frequenzbereich kann dadurch hinsichtlich kritischer Frequenzen stärker eingegrenzt werden. Weiterhin kann der Aspekt der Schalldämmung in zukünftigen Untersuchungen aufgegriffen werden, um das Akustikverhalten innerhalb der Gondel näher zu betrachten. Das längerfristige Ziel der Ermöglichung einer Schallabstrahlungsbewertung der Anlage für einen großen Frequenzbereich in Form realitätsnaher FSI-Modelle könnte man dadurch näherkommen.

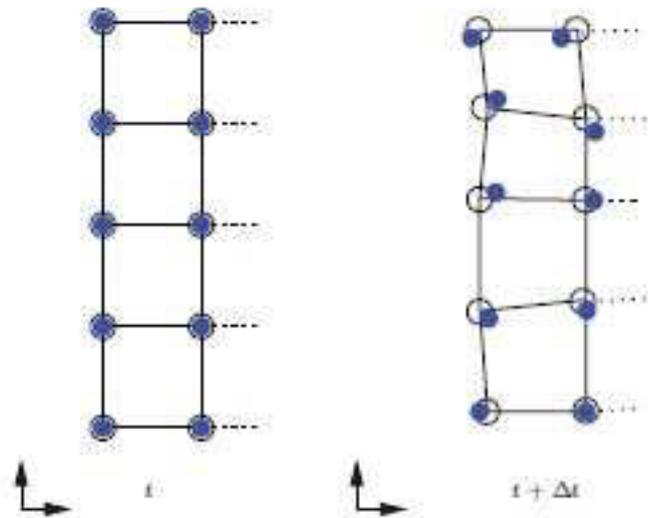
## 7 Literaturverzeichnis

- [1] **laermorama.ch**. [Online] [Zitat vom: 28.03.2016]  
[www.laermorama.ch/m1\\_akustik/bilder/longitudinal.gif](http://www.laermorama.ch/m1_akustik/bilder/longitudinal.gif)
- [2] **H. Henn, G.R. Sinambari, S. Sentpali** - Ingenieurakustik: Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele, 4.Auflage, Vieweg+Teubner, 2008.
- [3] **I. Veit** - Technische Akustik, Vogel-Buchverlag, 2012.
- [4] **CADFEM: Info-Webinar**. Vibroacoustics Simulation in ANSYS am 17.03.16
- [5] **C. Gebhardt** - Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench, 2.Auflage, Carl Hanser Fachbuchverlag München, 2014.
- [6] **E. Hau** - Windkraftanlagen-Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit. 3.Auflage, Springer-Verlag, 2003.
- [7] **juraforum.de**. [Online] [Zitat vom: 31.03.2016]  
[www.juraforum.de/lexikon/vdi-richtlinie-2058](http://www.juraforum.de/lexikon/vdi-richtlinie-2058).
- [8] **S. Wagner, R. Bareiß, G. Guidati** - Wind Turbine Noise (EUR 16823), Springer, 1996.
- [9] **U. Stelzmann, C. Groth, G. Müller** - FEM für Praktiker, Band 2: Strukturodynamik, Expert-Verlag, 2008.
- [10] **Mathematisches Institut der Uni Basel**. [Online] [Zitat vom: 04.04.2016]  
[Snovit.math.umu.se/~david/Teach/FEM09/navir2.pdf](http://Snovit.math.umu.se/~david/Teach/FEM09/navir2.pdf).
- [11] **Prof. Dr.-Ing. habil. F. Ihlenburg**. [Online] 2013. [Zitat vom: 28.04.2016]  
[www.mp.haw-hamburg.de/pers/Ihl/TSL/PDF/tsl\\_script.pdf](http://www.mp.haw-hamburg.de/pers/Ihl/TSL/PDF/tsl_script.pdf)
- [12] **Prof. Dr.-Ing. J. Wandinger**. [Online] 2013. [Zitat vom: 05.05.2016]  
[Wandinger.userweb.mwn.de/LA\\_Elastodynamik/v3\\_4.pdf](http://Wandinger.userweb.mwn.de/LA_Elastodynamik/v3_4.pdf).
- [13] **A. Böge, W. Böge** - Handbuch Maschinenbau: Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbautechnik, 22.Auflage, Springer-Verlag, 2014.
- [14] **R. Stark** - Festigkeitslehre: Aufgaben und Lösungen, Springer-Verlag, 2006.
- [15] **Prof. Dr.-Ing. habil. F. Ihlenburg**. Computational Methods for Vibroacoustic Simulations, HAW Hamburg, 2014.
- [16] **Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang Dreyer**. [Online] [Zitat vom: 28.05.2016]  
[www.ifm.tu-berlin.de/fileadmin/fg49/lehre15/Kontinuumsphysik/Dreyer-Kontinuumsphysik.pdf](http://www.ifm.tu-berlin.de/fileadmin/fg49/lehre15/Kontinuumsphysik/Dreyer-Kontinuumsphysik.pdf)
- [17] **Lehrstuhl für Baustatik – Universität Siegen**. [Online] [Zitat vom: 28.04.2016]  
[www.bau.uni-siegen.de/subdomains/baustatik/lehre/master/baudyn/arbeitsblaetter/zwei\\_und\\_mehr\\_freiegrade.pdf](http://www.bau.uni-siegen.de/subdomains/baustatik/lehre/master/baudyn/arbeitsblaetter/zwei_und_mehr_freiegrade.pdf)
- [18] **Dipl.-Ing. Lorenz Wiedemann**. [Online] [Zitat vom: 14.05.2016]  
[www.thueringen.de/imperia/md/content/tlug/abt1/v-refe-rate/2014/06\\_2014/8\\_wea-schall\\_2014-05-13.pdf](http://www.thueringen.de/imperia/md/content/tlug/abt1/v-refe-rate/2014/06_2014/8_wea-schall_2014-05-13.pdf)
- [19] **Landesumweltamt NRW**. [Online] [Zitat vom: 28.04.2016]  
[www.lanuv.nrw.de/fileadmin/lanuv/geraeusche/pdf/mat63\\_web.pdf](http://www.lanuv.nrw.de/fileadmin/lanuv/geraeusche/pdf/mat63_web.pdf)
- [20] **CADFEM GmbH**. [Online] [Zitat vom: 05.06.2016]  
[www.cadfem.de/wissen/info-veranstaltungen/info-webinare/s/12432.html](http://www.cadfem.de/wissen/info-veranstaltungen/info-webinare/s/12432.html)
- [21] **ANSYS Dokumentation**

# A Anhang

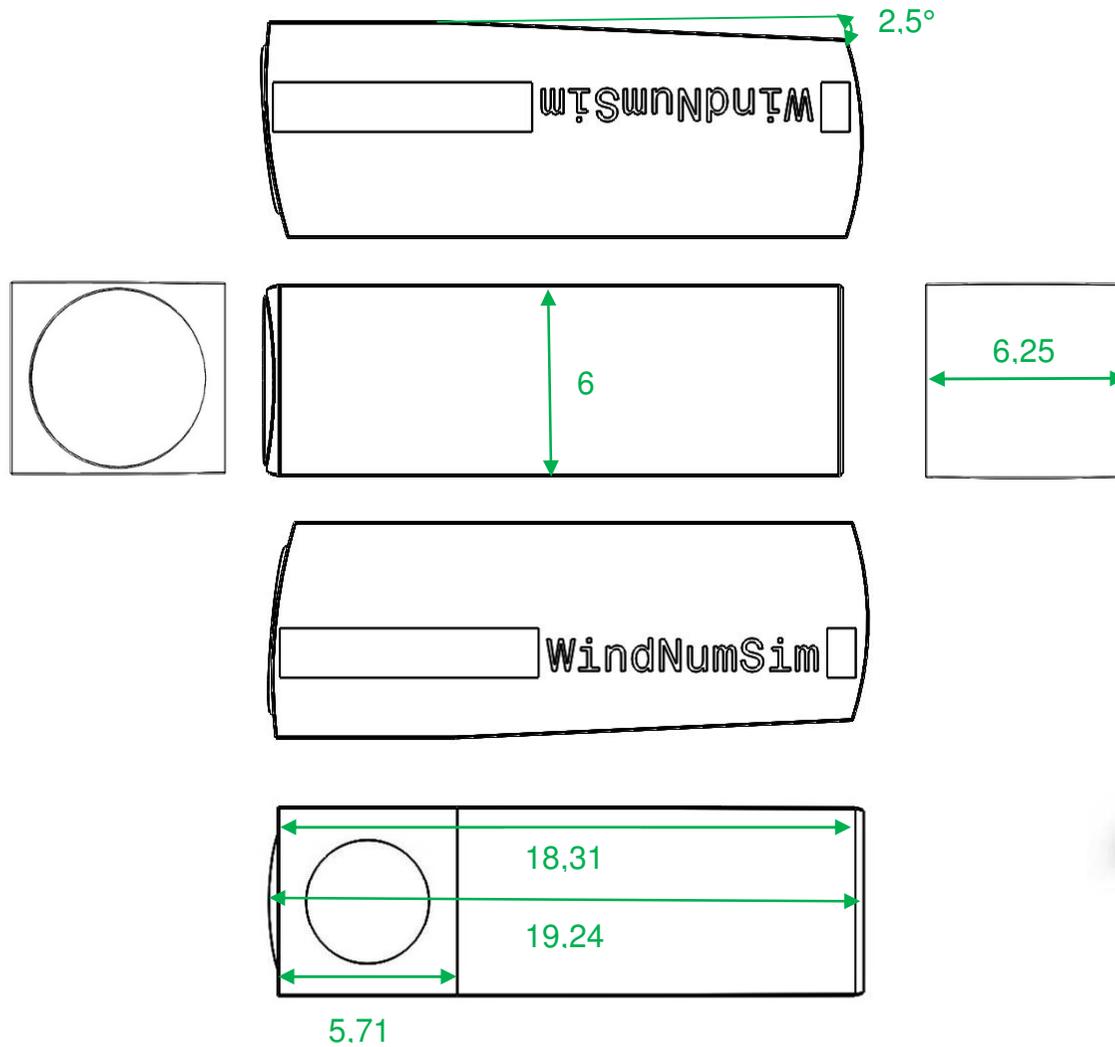
## A1 ALE-Methode

Die ALE-Methode ermöglicht die Kopplung der Vorteile der Eulerschen und Lagrangschen Formulierung und findet bei der Finiten-Volumen-Methode (FVM) zur Gitterbewegung ihre Anwendung. Als wesentliches Merkmal kann festgehalten werden, dass das Berechnungsgitter nicht mehr raumfest ist und auch nicht fix mit dem Materiepunkt mitbewegt. Vielmehr ist bei der ALE-Methode eine beliebig freie Bewegung beobachtbar, die die Vorteile der Euler- und Lagrange-Methode vereint.

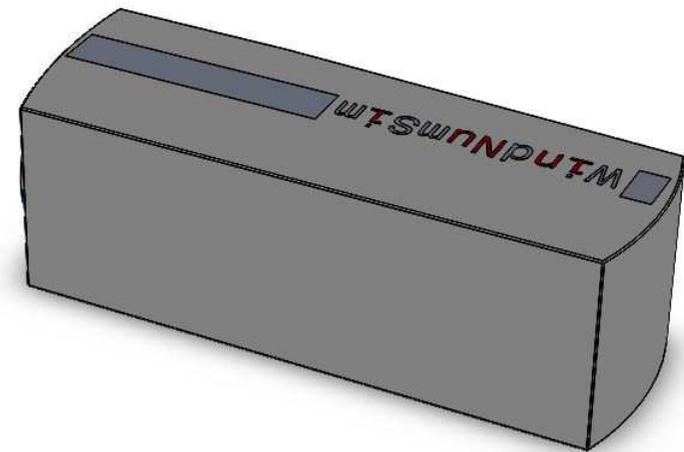


Aus der Abbildung kann man erkennen, dass die Netzknoten sich relativ willkürlich zu den Materiepunkten der Struktur mitbewegen.

## A2 Abmessungen des Schalenmodells der Gondel



Allgemeiner Hinweis:  
Wandstärke liegt bei  
**s=5mm!**



### A3 Harmonische Unwuchtkraft (APDL)

! Parameter festlegen

ru=...

! Unwuchtradius

mu=...

! Unwuchtmasse

pi=3,1415927

/SOLU

ANTY,HARMIC

! Definition des Analysetyps: Modale Superposition

HROPT,MSUP

HROUT,,ON

! Frequenzpunkte um die Eigenfrequenz verdichten

KBC,1

\*do,freq,200,2000,10

! Schleife über die Frequenz : freq=200 bis 2000

    HARF,freq

! aktuelle Frequenz

    NSUBST,1

! Rechnung immer nur bei einer Frequenz

    Fu=mu\*ru\*(2\*pi\*freq)\*\*2

! analytische Berechnung der Unwuchtkraft

    F,NODE,fx,fu,0

! Aufbringen der Unwuchtkraft

    F,NODE,fy,0,-fu

! Aufbringen der Unwuchtkraft, phasenverschoben

    SOLVE

! Lösung für einen Frequenzpunkt

\*enddo

! Ende der Schleifenbearbeitung

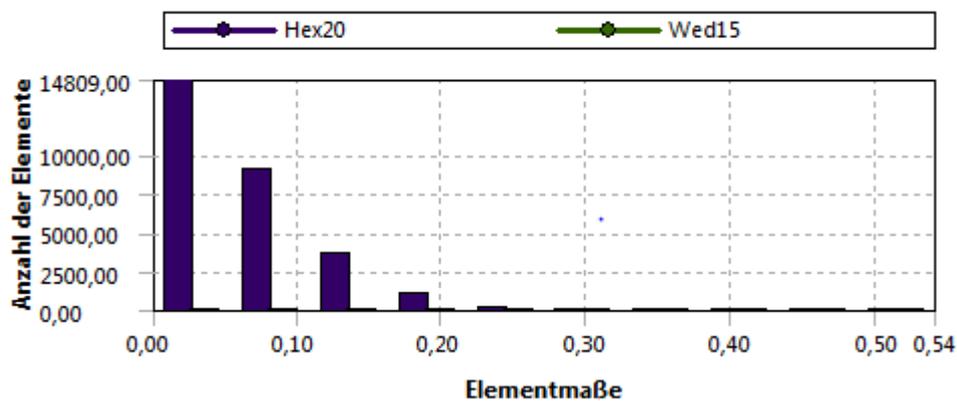
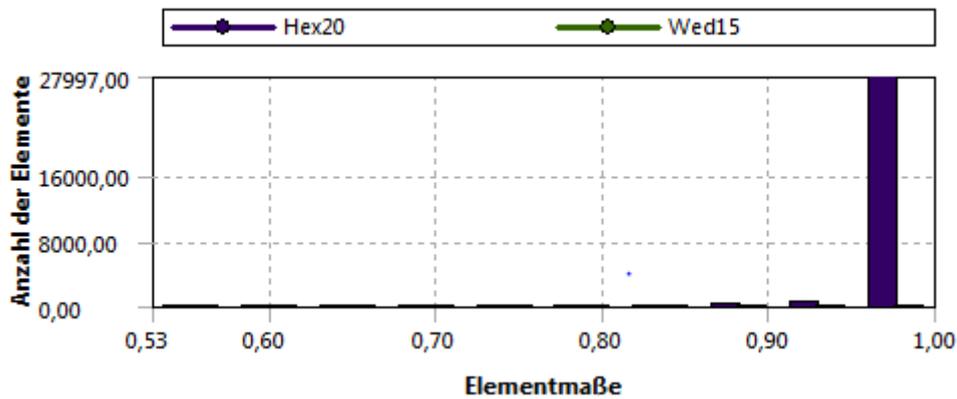
fini

## A4 Kontrolle der Vernetzung des Fluidmodells (1-Wege Kopplung)

Das vernetzte Fluidmodell ist als Volumenmodell konzipiert mit folgenden Daten:

- Knoten: 126.899
- Elemente: 28.784

Die Netzmetrik bezüglich der Elementqualität (oben) und der Schiefe (unten) sieht wie folgt aus:



Mit der entsprechenden Statistik:

Netzqualität		Elementqualität		Netzqualität		Schiefe	
<input type="checkbox"/> Min		0,52969		<input type="checkbox"/> Min		1,3552e-003	
<input type="checkbox"/> Max		0,99994		<input type="checkbox"/> Max		0,5404	
<input type="checkbox"/> Mittelwert		0,98872		<input type="checkbox"/> Mittelwert		6,6408e-002	
<input type="checkbox"/> Standardabweichung		2,044e-002		<input type="checkbox"/> Standardabweichung		4,9622e-002	

## A5 Kontrolle des gemeinsam vernetzten Fluid-Struktur-Modells (2-Wege Kopplung)

Die gemeinsame Vernetzung des Fluid- und Strukturmodells, die für die 2-Wege Kopplung in einer Baugruppe zusammengefasst wurden, ergibt folgende Werte für Knoten- und Elementenzahl:

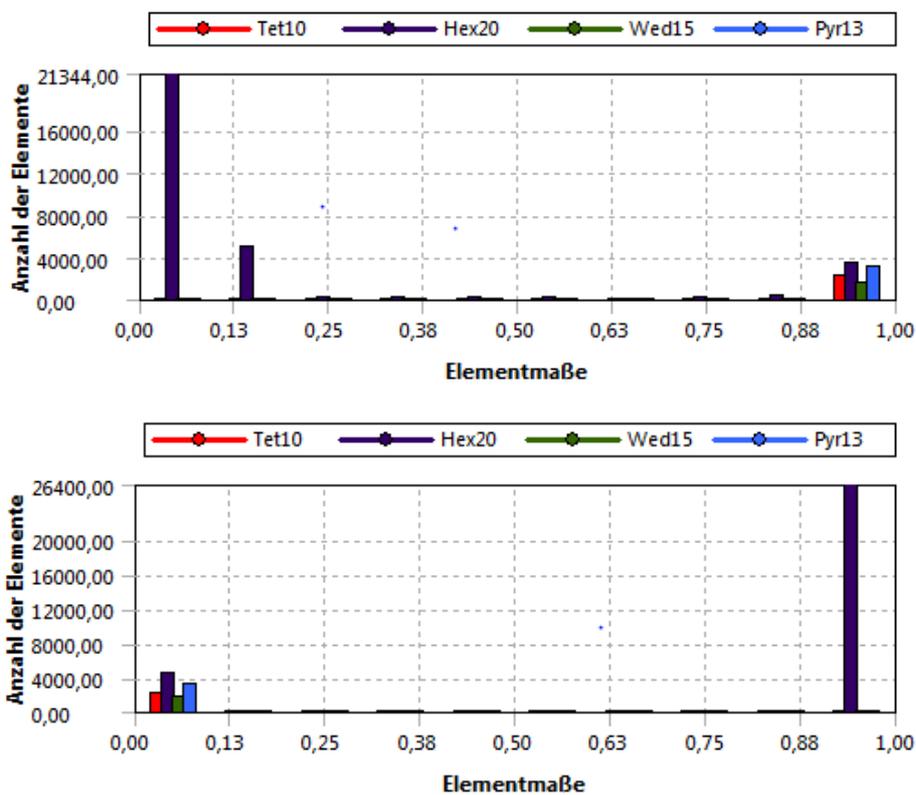
- Knoten: 146.341
- Elemente: 37.797

Mit den verwendeten Elementgrößen:

Fluidmodell:  $l_k = 0,3m$

Strukturmodell:  $l_k = 0,1m$

Die Netzmetrik bezüglich der Elementqualität (oben) und der Schiefe (unten) sieht wie folgt aus:



Mit der entsprechenden Statistik:

Netzqualität	Elementqualität	Netzqualität	Schiefe
Min	5,5378e-004	Min	1,4603e-003
Max	0,99981	Max	1,
Mittelwert	0,70013	Mittelwert	0,33086
Standardabweichung	0,44332	Standardabweichung	0,40973



## Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

### Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: Stuckert

Vorname: Matthias

dass ich die vorliegende Bachelorarbeit bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

Vibroakustische Berechnung eines Maschinengehäuses unter Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktionen

ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

*- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -*

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der -bitte auswählen- ist erfolgt durch:

Hamburg

Ort

07.07.2016

Datum

Unterschrift im Original