



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelorarbeit

Finn Wulbrand

Auswirkungen einer Stützstrebe auf die Flügelmasse und die Flugleistungen am Beispiel der ATR 72-600

*Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Automotive and
Aeronautical Engineering*

Finn Wulbrand

**Auswirkungen einer Stützstrebe auf die
Flügelmasse und die Flugleistungen am
Beispiel der ATR 72-600**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Flugzeugbau
am Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Erstprüfer/in: Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME
Zweitprüfer/in : Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Kfm. Markus Linke

Abgabedatum: 14.11.2016

Kurzreferat

Deutsch:

Die vorliegende Arbeit untersucht die Annahme nach Torenbeek, nach der die Flügelmasse pauschal um 30 % abnimmt, wenn der Flügel durch eine Stützstrebe entlastet ist.

Am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) wurde ein Rechenverfahren entwickelt, mit dem es möglich ist, die Flügelmasse bei verschiedenen Strebenwinkeln näherungsweise zu berechnen. Dieses Verfahren wird ausführlich vorgestellt und anschließend in eine Excel-Datei implementiert.

Anschließend wird mit ebendieser Datei die Flügelmasse der ATR 72-600 bei verschiedenen (hypothetischen) Strebenwinkeln ermittelt und auch die theoretischen Auswirkungen einer Stützstrebe auf die Flugleistungen untersucht.

Zum Schluss wird das Prinzip der virtuellen Kräfte angewendet, um die Rechenergebnisse der DLR-Methode zu verifizieren bzw. zu optimieren.

English:

This thesis analyzes Torenbeek's assumption that a strut-braced wing has 30 % less weight compared to the same wing without strut.

At the Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), they developed a method to approximately calculate the wing weight at different strut angles. This method will be presented and afterwards implemented into an Excel-file.

The file will then be used to calculate the wing weight of the ATR 72-600 at different (hypothetical) strut angles. Furthermore, the effects of these different strut configurations on the performance of the aircraft will be considered.

Finally, the principle of virtual forces will be applied to verify and/or optimize the results found with the DLR method.

Auswirkungen einer Stützstrebe auf die Flügelmasse und die Flugleistungen am Beispiel der ATR 72-600

Aufgabenstellung zur Bachelorarbeit

Hintergrund

In der Forschungsgruppe AERO (Aircraft Design and Systems Group) an der HAW Hamburg unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME wurde im Rahmen des Leuchtturmprojekts „Airport 2030“, Arbeitspaket 4.1 „Evolutionäre Flugzeugkonfigurationen“ der sogenannte „Smart Turboprop“ entwickelt. Beim Entwurf dieses Flugzeugs wurden dieselben Anforderungen gestellt wie an den Airbus A320. Auf Kurz- und Mittelstrecken weist der Smart Turboprop im Vergleich zum A320 ein Einsparpotential von bis zu 17 % bei den direkten Betriebskosten (DOC) auf; Kraftstoff könnte bis zu 36 % eingespart werden [Scholz 2014].

Aufgabe

Beim Entwurf des Smart Turboprops wurde die Annahme nach Torenbeek getroffen, dass sich das Flügelgewicht durch Anbringung einer Stützstrebe um 30 % reduziert. Dieser Wert ist unabhängig vom Strebenwinkel. Gegenstand dieser Arbeit ist es, diese Annahme zu überprüfen. Dazu soll eine Methode zur Berechnung der Masse abgestrebter Tragflügel, entwickelt von Gabriel Pinho Chiozzotto, Ingenieur am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), vorgestellt und in Microsoft Excel implementiert werden. Die Excel-Datei soll anschließend genutzt werden, um erreichbare Gewichtseinsparungen zu berechnen.

Die Ergebnisse sollen in einem Bericht dokumentiert werden. Bei der Erstellung des Berichts sind die entsprechenden DIN-Normen zu beachten.

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Bachelorarbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

14.11.2016

Finn Wulbrand

.....
Datum

.....
Unterschrift

Inhalt

| | |
|---|----|
| Bildverzeichnis | 6 |
| Tabellenverzeichnis | 8 |
| Liste der Symbole | 9 |
| Liste der Abkürzungen | 11 |
| | |
| 1 Einleitung | 14 |
| 1.1 Motivation | 14 |
| 1.2 Ziele der Arbeit | 14 |
| 1.3 Aufbau der Arbeit | 14 |
| | |
| 2 Beschreibung der Methode | 16 |
| 2.1 Generelle Funktionalität | 16 |
| 2.2 Beschreibung der Flugzeuggeometrie | 17 |
| 2.3 Ermittlung der Flugzeuglasten | 27 |
| 2.4 Ermittlung der Flügellasten | 33 |
| 2.5 Dimensionierung des Flügel-Biegetorsionskastens | 35 |
| 2.6 Ermittlung der Strebenkraft | 42 |
| 2.7 Dimensionierung der Strebe | 43 |
| 2.8 Einbeziehung statischer aeroelastischer Effekte | 44 |
| 2.9 Ermittlung der Massen der Flügelkomponenten | 48 |
| | |
| 3 Implementierung der Methode in Microsoft Excel | 50 |
| 3.1 Tabellenblatt „Geometry“ | 50 |
| 3.2 Tabellenblatt „Aircraft Loads“ | 51 |
| 3.3 Tabellenblatt „Wing Loads“ | 53 |
| 3.4 Tabellenblatt „Wing Box Sizing“ | 56 |
| 3.5 Tabellenblatt „Strut Loads“ | 59 |
| 3.6 Tabellenblatt „Strut Sizing“ | 61 |
| 3.7 Tabellenblatt „Static Aeroelasticity“ | 61 |
| 3.8 Tabellenblatt „Weights and Volumes“ | 64 |
| 3.9 Tabellenblatt „Convergence“ | 66 |
| | |
| 4 Studien an der ATR 72-600 | 67 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 4.1 | Technische Daten der ATR 72-600 | 67 |
| 4.2 | Massenverringerng bei verschiedenen Strebenwinkeln | 68 |
| 4.3 | Einfluss des Strebenwinkels auf die Gleitzahl | 71 |
| 4.4 | Auswirkungen auf andere Flugleistungsparameter | 74 |
| 4.5 | Diskussion und Einordnung der Ergebnisse | 82 |
| 5 | Nachdimensionierung mit Hilfe des PvK | 84 |
| 5.1 | Ableitung des mechanischen Modellsystems | 84 |
| 5.2 | Ermittlung der Schnittlastverläufe im 0-System | 87 |
| 5.3 | Ermittlung der Schnittlastverläufe im 1-System | 95 |
| 5.4 | Berechnung der lokalen Verformungsgrößen | 99 |
| 5.5 | Vergleich der inneren Lasten | 101 |
| 5.6 | Flügelmasse mit den PvK-Schnittgrößen | 106 |
| 6 | Zusammenfassung | 114 |
| 7 | Ausblick | 115 |
| 8 | Literaturverzeichnis | 116 |

Bildverzeichnis

| | |
|---|----|
| Bild 1: Modell des Smart Turboprops aus [Scholz 2014] | 14 |
| Bild 2: Lösungssystematik als Nassi-Shneidermann-Struktogramm | 16 |
| Bild 3: Definition der Flügelgeometrie nach [Chiozzotto 2015] | 17 |
| Bild 4: Definition der Referenzpunktlage | 21 |
| Bild 5: charakteristische Vorderkantenpositionen | 22 |
| Bild 6: Veränderung der Vorderkantenposition durch Pfeilung und Zuspitzung | 23 |
| Bild 7: benetzte Flügelfläche | 31 |
| Bild 8: Lasten am Flugzeug | 32 |
| Bild 9: BTK als Balken im lokalen Koordinatensystem | 36 |
| Bild 10: Schnittgrößen am negativen Schnittufer | 36 |
| Bild 11: Definition der BTK-Größen aus [Chiozzotto 2015] | 38 |
| Bild 12: BTK-Aufteilung in Teilflächen | 41 |
| Bild 13: bemaßter BTK | 42 |
| Bild 14: tragendes Hohlprofil in der Strebe | 43 |
| Bild 15: Eingabe der globalen Flugzeuggeometrie | 50 |
| Bild 16: Flügelspezifikation | 51 |
| Bild 17: Koeffizienten der Flügeltiefenverlaufsfunktion | 51 |
| Bild 18: Koeffizienten der Flügelvorderkantenverlaufsfunktion | 51 |
| Bild 19: Massen, Geschwindigkeiten und Atmosphärenparameter | 52 |
| Bild 20: AC- und CG-Berechnung | 52 |
| Bild 21: Berechnung des Auftriebsanstiegs nach Pratt | 52 |
| Bild 22: Berechnung der 1g- und Δ -Lasten | 52 |
| Bild 23: Lastfalldaten | 53 |
| Bild 24: Querruderausschlagsdaten | 53 |
| Bild 25: Flügeldickenverlaufsfunktion | 53 |
| Bild 26: Vorderholmverlaufsfunktion | 53 |
| Bild 27: Hinterholmverlaufsfunktion | 54 |
| Bild 28: Übersichtsmaske für die Flügellasten-Berechnung in jedem Lastfall | 54 |
| Bild 29: streifenweise Flügellasten und Massenkontrollfeld | 54 |
| Bild 30: Aeroelastikdaten, Streifenposition/-breite, Profiltiefen-/Querruderdaten | 55 |
| Bild 31: Profiltiefe, Rolldaten, aeroelastische Ergebnisse | 55 |
| Bild 32: Schnittgrößen | 56 |
| Bild 33: Massenermittlung aus Luftlasten | 56 |
| Bild 34: Daten zum BTK-Material | 57 |
| Bild 35: lastfallrelevante Materialdaten | 57 |
| Bild 36: BTK-Ausmaße und Kraftflüsse | 57 |
| Bild 37: Berechnung der Gurtplattendicke | 58 |
| Bild 38: Beulspannungen, Designvariablen und Steg- und Rippendicken | 58 |
| Bild 39: Massen der BTK-Komponenten und BTK-Innenraumvolumen | 58 |
| Bild 40: Streifenpositionen | 59 |
| Bild 41: Flächenträgheitsmomente der BTK-Schnitte | 59 |
| Bild 42: Zähler und Nenner zur Berechnung der Strebenreaktion | 60 |
| Bild 43: Torsionsträgheitsmomente | 60 |
| Bild 44: Ermittlung der maximalen Strebenvertikalreaktion | 61 |
| Bild 45: Strebenquerschnittsdaten | 61 |
| Bild 46: Strebenwanddicke | 61 |
| Bild 47: Koeffizienten der Elementfunktionen | 62 |
| Bild 48: gefüllte Matrix mit Zeilen- und Spalteninformationen | 62 |

| | |
|---|-----|
| Bild 49: Funktionsaufstellung | 62 |
| Bild 50: Struktureinflusskoeffizient am Strebenstreifen | 62 |
| Bild 51: Hilfsgrößen | 62 |
| Bild 52: gefüllte Matrix [ec] | 63 |
| Bild 53: gefüllte Matrix [dy] | 63 |
| Bild 54: gefüllte Matrix [A] | 64 |
| Bild 55: gefüllter Vektor $\{1_{st}\}$ | 64 |
| Bild 56: Aufschlagsprozente und Sekundärstrukturmassen | 65 |
| Bild 57: Massenermittlung | 65 |
| Bild 58: Volumenermittlung | 65 |
| Bild 59: Iteration des MTOW | 66 |
| Bild 60: Konvergenzsteuermaske | 66 |
| Bild 61: Auszug aus dem Wikipedia-Artikel zur ATR 72 [Wikipedia] | 67 |
| Bild 62: BTK innerhalb des Flügelschnitts der ATR 72-600 von [airfoiltools] | 69 |
| Bild 63: Rollreibung während des Startlaufs der ATR 72-600 | 77 |
| Bild 64: Luftwiderstand während des Startlaufs der ATR 72-600 | 78 |
| Bild 65: Modellsystem | 85 |
| Bild 66: Anzahl der Lager- und Zwischenreaktionen am Modellsystem | 85 |
| Bild 67: PvK-Ersatzsystem | 86 |
| Bild 68: Anzahl der Lager- und Zwischenreaktionen am Ersatzsystem | 86 |
| Bild 69: „0“-System | 87 |
| Bild 70: „1“-System | 87 |
| Bild 71: Aerodynamische Lasten | 88 |
| Bild 72: Trägheitslasten | 89 |
| Bild 73: Freikörperbild des Balkens | 90 |
| Bild 74: freigeschnittener Balken im 1-System | 95 |
| Bild 75: Freischnitt des abgestrebten Balkenteils im 1-System | 97 |
| Bild 76: Normalkraftverlauf nach dem PvK | 102 |
| Bild 77: Querkraftverlauf nach dem PvK | 103 |
| Bild 78: Biegemomentenverlauf nach dem PvK | 104 |
| Bild 79: Torsionsmomentenverlauf nach dem PvK | 105 |

Tabellenverzeichnis

| | |
|---|-----|
| Tabelle 1: Lastfälle gemäß [Chiozzotto 2015] | 27 |
| Tabelle 2: Iterationsergebnisse | 71 |
| Tabelle 3: Massenverringern und Tankvergrößerung | 71 |
| Tabelle 4: Gleitzahlen mit Strebe | 74 |
| Tabelle 5: Reichweiten mit Strebe | 75 |
| Tabelle 6: Mindestgeschwindigkeiten mit Strebe | 76 |
| Tabelle 7: Startrollstrecken mit Strebe | 82 |
| Tabelle 8: Flächenträgheitsmomente (FTM) des Flügel-BTK | 84 |
| Tabelle 9: 0-Normalkräfte in der Flügelstruktur | 92 |
| Tabelle 10: 0-Querkräfte in der Flügelstruktur | 93 |
| Tabelle 11: 0-Biegemomente in der Flügelstruktur | 94 |
| Tabelle 12: 0-Torsionsmomente in der Flügelstruktur | 95 |
| Tabelle 13: 1-Normalkräfte in der Flügelstruktur | 97 |
| Tabelle 14: 1-Querkräfte in der Flügelstruktur | 98 |
| Tabelle 15: 1-Biegemomentenverlauf | 99 |
| Tabelle 16: Querkraftverlauf nach dem PvK | 103 |
| Tabelle 17: Biegemomentenverlauf nach dem PvK | 104 |
| Tabelle 18: Torsionsmomentenverlauf nach dem PvK | 105 |
| Tabelle 19: Wanddicken gegen Knicken | 107 |
| Tabelle 20: Wanddicken gegen Beulen | 109 |
| Tabelle 21: Wanddicken gegen Torsion | 110 |
| Tabelle 22: Wanddicken gegen Biegung | 111 |
| Tabelle 23: maximale Wanddicken | 112 |
| Tabelle 24: fertigungsgerechte maximale Wanddicken | 112 |

Liste der Symbole

| | |
|---------------|--|
| c | Profiltiefe, Flügeltiefe, Beiwert, Hilfsgröße |
| t | Profildicke, Flügeldicke, Dauer |
| FS | relative Vorderholmposition |
| RS | relative Hinterholmposition |
| y | Entfernung, Länge |
| Λ | Pfeilung |
| i, j | Laufindex |
| b | Breite, Spannweite, Achsenabschnitt, Verbrauch |
| θ | Winkel |
| h | Höhe, Flughöhe |
| L | Strebenlänge, Auftrieb, Abstand |
| S | Flügelfläche, Strebenkraft |
| λ | Zuspitzung, Hilfsgröße |
| x | Entfernung, Länge, Grad der statischen Unbestimmtheit |
| m | Steigung, Masse |
| v | Flügeltiefe, Geschwindigkeit |
| u | Überstand, Vertikalgeschwindigkeit |
| Δ | Differenz, Zuwachs |
| d | Differential |
| φ | Pfeilung |
| T | Temperatur |
| ρ | Dichte |
| a | Schallgeschwindigkeit, Beschleunigung |
| M | Machzahl, Biegemoment |
| κ | Isentropenexponent, Schubkorrekturfaktor |
| R | spezifische Gaskonstante, Reichweite, Festigkeit |
| F | Kraft, Hilfsfunktionswert |
| q | dynamischer Druck, Schubfluss, Hilfsgröße |
| g | Erdbeschleunigung |
| n | Lastvielfaches, Normalkraftfluss, Anzahl mechanischer Teilsysteme |
| α | Anstellwinkel, Hilfsgröße |
| K | Abminderungsfaktor, Korrekturfaktor |
| μ | Massenverhältnis, Querkontraktionszahl, dynamische Viskosität, Wirkungsgrad, Reibungskoeffizient |
| $C_{L\alpha}$ | Anstieg des Auftriebsbeiwerts |
| f | Hilfsgröße |
| l | Länge |
| β | Prandtl'scher Kompressibilitätsfaktor |
| BTL | Höhenleitwerkskraft |

| | |
|-----------|---|
| G | Gewichtskraft, Schubmodul |
| ll | Limit Load |
| \hat{p} | Rollrate |
| δ | Querruderausschlagwinkel |
| τ | Tiefenverhältnis, Schubspannung |
| k | lokaler Korrekturfaktor, Hilfskoeffizient, Beulfaktor |
| Q | Querkraft |
| N | Normalkraft |
| e | Exzentrizität, Euler'sche Zahl, Oswald-Faktor |
| w | Breite |
| σ | Normalspannung |
| E | Elastizitätsmodul, Strukturflexibilitätskoeffizient, Gleitzahl |
| Z | Hilfsgröße |
| SF | Sicherheitsfaktor |
| I | Flächenträgheitsmoment |
| U | Umfang |
| s | Strecke, Summand |
| V | Vertikalkraft, Volumen |
| z | Verschiebung, Hilfskoeffizient, Anzahl der Zwischenreaktionen |
| A | aerodynamischer Einflusskoeffizient, Querschnittsfläche, Lagerkraft |
| C | Struktureinflusskoeffizient |
| η | Entfernung in y-Richtung |
| B | Hilfsgröße |
| IAS | angezeigte Geschwindigkeit der Luft |
| TAS | wahre Geschwindigkeit der Luft |
| Re | Reynoldszahl |
| p | Hilfsgröße |
| D | Diskriminante |
| r | Anzahl der Lagerreaktionen |

Liste der Abkürzungen

| | |
|------------------|--|
| <i>LRA</i> | Lastreferenzachse |
| <i>BTK</i> | Biegetorsionskasten |
| <i>r, R</i> | an der Symmetrieebene |
| <i>f, F</i> | am Rumpfanschluss |
| <i>k, K</i> | am Kink |
| <i>t, T</i> | an der Flügelspitze |
| <i>st</i> | Strebe |
| <i>LE</i> | Flügelvorderkante |
| <i>SMC</i> | mittlere geometrische Flügeltiefe |
| <i>MAC</i> | mittlere aerodynamische Flügeltiefe |
| <i>ref</i> | vom Referenzpunkt aus |
| <i>u</i> | untere Integrationsgrenze |
| <i>o</i> | obere Integrationsgrenze |
| <i>x</i> | zu $x(y)$ gehörig |
| <i>c</i> | zu $c(y)$ gehörig |
| 25 | an der 25-%-Linie |
| <i>A</i> | Manöver, um A |
| <i>C</i> | Reiseflug |
| <i>D</i> | Sturzflug, Luftwiderstand |
| <i>MO</i> | maximaler Betriebszustand |
| <i>MTOW</i> | maximale Abflugmasse |
| <i>MZFW</i> | maximale Flugzeugmasse bei leerem Tank |
| <i>ISA</i> | in der Internationalen Standardatmosphäre |
| 0 | Ausgangszustand |
| <i>L</i> | Auftrieb |
| <i>Pratt</i> | nach Pratt |
| <i>Ricciardi</i> | nach Ricciardi |
| <i>g</i> | bei Böeneinwirkung |
| <i>el</i> | aeroelastisch |
| <i>AC</i> | Neutralpunkt |
| <i>wf</i> | Flügel-Rumpf-Kombination |
| <i>w</i> | Flügel |
| <i>fn</i> | Rumpfnase |
| <i>wet</i> | benetzt |
| <i>CG</i> | Schwerpunkt |
| 1g | bei 1g, im unbeschleunigten Zustand |
| Δ | zusätzlich |
| <i>t</i> | vom AC des Höhenleitwerks zum AC des Flügels |
| <i>Z</i> | vertikal |

| | |
|-----------------|--------------------------------------|
| <i>aero</i> | aerodynamisch |
| <i>inertia</i> | trägheitsinduziert |
| <i>sch</i> | nach Schrenk |
| <i>ell</i> | elliptisch |
| <i>ail</i> | Querruder |
| <i>wing</i> | Flügel |
| <i>fuel</i> | Treibstoff |
| <i>T</i> | Torsion |
| <i>s</i> | Haut |
| <i>stringer</i> | Stringer, Längssteife |
| <i>buck</i> | bei einsetzendem Beulen |
| <i>comp</i> | Verbundwerkstoff |
| <i>x</i> | in x-Richtung |
| <i>y</i> | in y-Richtung, um die y-Achse |
| <i>r</i> | Rippe |
| <i>strength</i> | bei einsetzendem Festigkeitsversagen |
| <i>zul</i> | zulässig |
| <i>e</i> | äquivalent, verschmiert |
| <i>NO</i> | nicht optimal |
| <i>w</i> | Steg |
| <i>rib</i> | Rippe |
| <i>covers</i> | Gurte |
| <i>webs</i> | Stege |
| <i>c</i> | Überlappung |
| <i>caps</i> | Überlappung |
| <i>ges</i> | gesamt |
| <i>eigen</i> | Eigenanteil |
| <i>Steiner</i> | Steiner-Anteil |
| <i>SMP</i> | Schubmittelpunkt |
| <i>S</i> | Schwerpunkt, Schub |
| <i>m</i> | eingeschlossen |
| <i>min</i> | minimal |
| <i>max</i> | maximal |
| <i>erf</i> | erforderlich |
| <i>box</i> | Biegetorsionskasten |
| <i>total</i> | insgesamt |
| <i>Tank</i> | Tank |
| <i>alt</i> | vorher, ursprünglich |
| <i>neu</i> | nachher, nach Veränderungen |
| <i>TO</i> | beim Start |
| <i>rot</i> | beim Rotieren |
| <i>Roll</i> | beim Rollen |

| | |
|--------------|-------------------------------|
| <i>RR</i> | Rollreibung |
| <i>flaps</i> | bei ausgefahrenen Klappen |
| <i>gear</i> | bei ausgefahrenem Fahrwerk |
| <i>ind</i> | induziert |
| <i>load</i> | Gesamtlast |
| <i>H</i> | horizontal |
| <i>V</i> | vertikal |
| <i>Knick</i> | bei einsetzendem Knicken |
| <i>OGP</i> | Obergurtplatte |
| <i>UGP</i> | Untergurtplatte |
| <i>SP</i> | Stegplatte |
| <i>p</i> | bei Druck |
| PvK | Prinzip der virtuellen Kräfte |
| PML | Profilmittellinie |

1 Einleitung

1.1 Motivation

Gesucht wird ein Verfahren, mit dem es möglich ist, bereits im Rahmen der Projektphase des Flugzeugentwurfs in guter Näherung die Masse der Struktur eines Flügels mit Stützstrebe zu berechnen. Diese Erkenntnisse können weitergehend genutzt werden, um den Entwurf des „Smart Turboprop“ zu optimieren.



Bild 1: Modell des Smart Turboprops aus [Scholz 2014]

1.2 Ziele der Arbeit

Die Arbeit „Conceptual Design Method for the Wing Weight Estimation of Strut-Braced Wing Aircraft“ von Gabriel Pinho Chiozzotto [Chiozzotto 2015] beschreibt eine Methode, mit der es möglich ist, die Masse von Flügel und Strebe eines abgestrebten Flügels bereits im frühen Entwurfsstadium abzuschätzen. Dabei werden auch aeroelastische Effekte mit einbezogen.

Diese Methode soll in eine Excel-Datei implementiert und danach verwendet werden, um erzielbare Gewichtseinsparungen zu berechnen.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit führt zunächst theoretisch in die Methode von Chiozzotto ein und zeigt dann eine mögliche Implementierung in Microsoft Excel auf. Diese Excel-Datei wird im Anschluss für Studien an der ATR 72-600 genutzt. Zum Schluss stelle ich eine Möglichkeit vor, das Rechenmodell nach Chiozzotto zu erweitern. Die Einteilung gliedert sich wie folgt:

- Kapitel 2 Hier wird der Leser in die Methode von Gabriel Pinho Chiozzotto nach [Chiozzotto 2015] zur Berechnung der Flügelmasse eines Flügels mit Stützstrebe eingeführt.
- Kapitel 3 Hier wird knapp erläutert, wie die Implementierung der Methode aus Kapitel 2 in Microsoft Excel umgesetzt wurde.

- Kapitel 4 Hier wird die Methode von Chiozzotto an der ATR 72-600 praktisch angewendet, um erzielbare Masseneinsparungen zu berechnen. Ferner werden die Flugleistungsparameter Gleitzahl, Reichweite, Startrollstrecke und Mindestgeschwindigkeit für die untersuchten Strebenwinkel bestimmt.
- Kapitel 5 Hier wird die tragende Struktur nach Kapitel 4 einer Nachdimensionierung mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte unterzogen und die Auswirkungen auf die Flugleistungsparameter untersucht.

2 Beschreibung der Methode

Von Gabriel Pinho Chiozzotto, Ingenieur am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), wurde 2015 im CEAS-Paper Nr. 46 eine Methode vorgestellt, mit der es möglich ist, die Masse eines abgestrebten Flügels bereits im Rahmen der Entwurfsphase innerhalb der Projektphase des Flugzeugentwurfs zu berechnen. Dabei werden auch aeroelastische Effekte modelliert, die bei Flügeln großer Streckung, was üblicherweise eine Folge der Abstrebung ist, eine große Rolle spielen [Chiozzotto 2015].

2.1 Generelle Funktionalität

Die vorliegende Methode besteht aus drei Lösungsschleifen: direkt, konvergent und optimierend [Chiozzotto 2015].

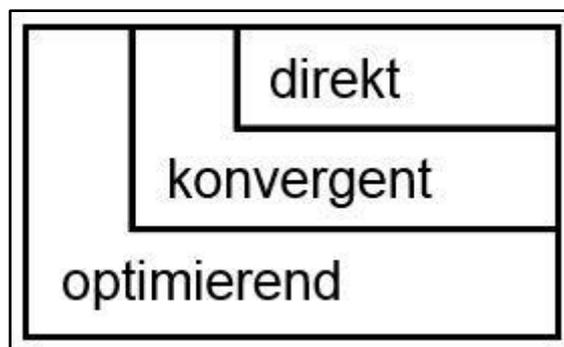


Bild 2: Lösungssystematik als Nassi-Shneidermann-Struktogramm

Die direkte Lösungsschleife besteht aus einer nicht-iterativen Berechnung mit angenommener Flügelmasse ohne aeroelastische Korrekturen [Chiozzotto 2015].

In der konvergenten Lösungsschleife wird die direkte Lösungsschleife solange wiederholt, bis eingegebene Flügelmasse und berechnete Flügelmasse sowie eingegebener Auftriebsgradient und aeroelastisch korrigierter Auftriebsgradient übereinstimmen [Chiozzotto 2015].

In der optimierenden Lösungsschleife werden Leichtbau-Parameter des Flügels variiert, wie z.B. die Rippenteilung oder das Verhältnis von Hautdicke zu Hautdicke plus Stringerhöhe, und mit der konvergenten Lösungsschleife für die variierten Parameter das Gewichtsoptimum gefunden [Chiozzotto 2015].

Die direkte Lösungsschleife als Grundlage der konvergenten und der optimierenden Lösungsschleife besteht aus den 8 Stationen

1. Beschreibung der Flugzeuggeometrie,
2. Ermittlung der Flugzeuglasten,
3. Ermittlung der Flügellasten,
4. Dimensionierung des Flügel-Biegetorsionskastens,
5. Ermittlung der Strebenkraft,
6. Dimensionierung der Strebe,
7. Einbeziehung statischer aeroelastischer Effekte und
8. Ermittlung der Massen der Flügelkomponenten [Chiozzotto 2015].

In den folgenden Unterkapiteln wird jede Station gesondert erläutert.

2.2 Beschreibung der Flugzeuggeometrie

Der Flügel besteht aus drei Abschnitten, begrenzt durch vier Stationen: Abschnitt 1 verläuft von der Symmetrieebene (Station 1) bis zum Rumpfanschluss (Station 2), Abschnitt 2 vom Rumpfanschluss bis zum Kink (Station 3) und Abschnitt 3 vom Kink zur Flügelspitze (Station 4). Flügelgrößen an der Symmetrieebene bekommen den Index „r“ („root“, englisch für „Wurzel“), am Rumpfanschluss ein „f“ („fuselage attachment“, englisch für Rumpfanschluss), am Kink ein „k“ und an der Flügelspitze ein „t“ („tip“, englisch für „Spitze“). Per Definition soll die Strebe am Kink an den Flügel angeschlossen sein. An allen vier Stellen werden die Profilparameter

- Profiltiefe c_i
- relative Profildicke $(t/c)_i$
- Position des Vorderholms FS_i
- Position des Hinterholms RS_i
- Entfernung zur Symmetrieebene y_i

definiert. Die Mittellinie zwischen $FS(y)$ und $RS(y)$ definiert die Pfeilung Λ_{LRA} des Flügels und wird als Lastreferenzachse bezeichnet, kurz „LRA“. Sie liegt damit im Schwerpunkt sowie Schubmittelpunkt des rechteckigen Flügel-Biegetorsionskastens (BTK). Die Pfeilung der Strebe entspricht der Pfeilung des Flügels. Der Ursprung der y-Achse liegt auf der Symmetrieebene [Chiozzotto 2015].

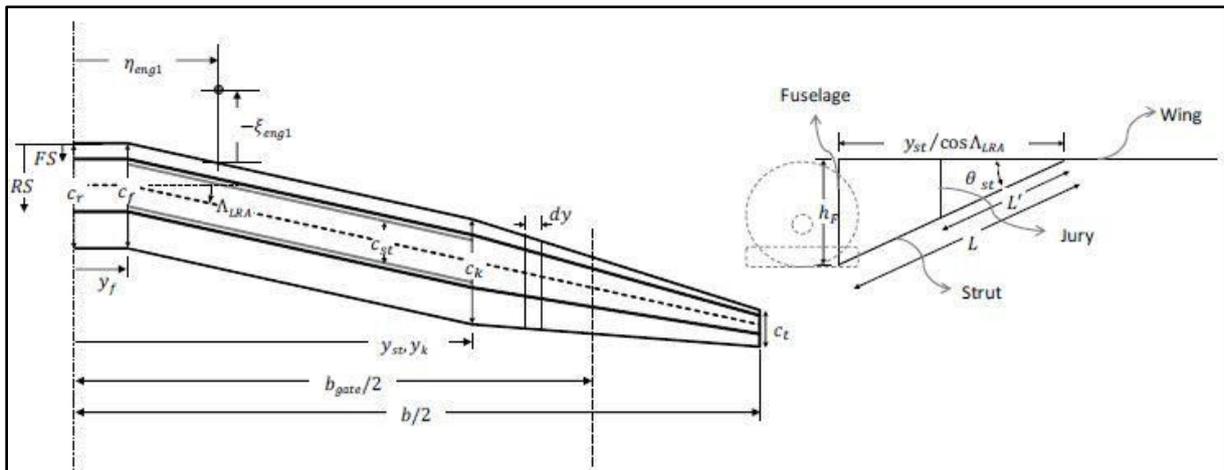


Bild 3: Definition der Flügelgeometrie nach [Chiozzotto 2015]

Für die Rumpfbreite b_f gilt:

$$b_f = 2y_f \quad (2-1)$$

Der Strebenwinkel θ_{st} ergibt sich aus der Position des Kinks und der Rumpfhöhe h_f :

$$\theta_{st} = \arctan\left(\frac{h_f \cos \Lambda_{LRA}}{y_{st} - y_f}\right) \quad (2-2)$$

Aus dem Strebenwinkel θ_{st} und der Rumpfhöhe h_f folgt die Strebenlänge L :

$$L = \frac{h_f}{\sin \theta_{st}} \quad (2-3)$$

Ein weiterer einzugebender Parameter ist die Spannweite b des Flugzeugs. Es gilt:

$$b = 2y_t \quad (2-4)$$

Aus den eingegebenen Parametern können weitere wichtige Funktionen bzw. Größen zur Charakterisierung der Flügelgeometrie abgeleitet werden:

- Flügelfläche S
- Flügelstreckung Λ
- Flügelzuspitzung λ
- Verlauf der Flügeltiefe $c(y)$
- Verlauf der relativen Flügeldicke $(t/c)(y)$
- Verlauf der Vorderholmposition $FS(y)$
- Verlauf der Hinterholmposition $RS(y)$
- Verlauf der Flügelvorderkante $x_{LE}(y)$
- Länge der mittleren geometrischen Flügeltiefe (SMC) c_{SMC}
- Länge der mittleren aerodynamischen Flügeltiefe (MAC) c_{MAC}
- Position des MACs in Flugzeuglängsrichtung x_{MAC}

Bei den Verlaufsfunktionen handelt es sich um lineare Funktionen.

2.2.1 Flügelfläche, Flügelstreckung und Flügelzuspitzung

Die Flügelfläche S setzt sich aus den Flächen der drei Abschnitte zusammen. Für die Fläche von Abschnitt 1 gilt:

$$S_1 = \frac{1}{2}(c_r + c_f)y_f \quad (2-5)$$

Für Abschnitt 2 folgt:

$$S_2 = \frac{1}{2}(c_f + c_k)(y_k - y_f) \quad (2-6)$$

Für Abschnitt 3 gilt:

$$S_3 = \frac{1}{2}(c_k + c_t)(y_t - y_k) \quad (2-7)$$

Damit gilt für die gesamte Flügelfläche:

$$S = 2(S_1 + S_2 + S_3) \quad (2-8)$$

Der Faktor 2 berücksichtigt die Symmetrie.

Für die Flügelstreckung Λ gilt:

$$\Lambda = \frac{b^2}{S} \quad (2-9)$$

Für die Flügelzuspitzung λ gilt:

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (2-10)$$

2.2.2 Verlauf der Flügeltiefe

Für jeden der drei Abschnitte lässt sich eine Funktion y-Position \rightarrow Flügeltiefe aufstellen. Somit lässt sich die Flügeltiefe an jeder beliebigen Stelle des Flügels berechnen.

2.2.2.1 Flügeltiefenverlauf zwischen Symmetrieebene und Rumpfanschluss

Für die Steigung in Abschnitt 1 gilt:

$$m_1 = \frac{c_f - c_r}{y_f} \quad (2-11)$$

An der Stelle $y = y_f$ entspricht die Flügeltiefe $c(y = y_f) = c_f$. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für den Achsenabschnitt b_1 :

$$c_f = \frac{c_f - c_r}{y_f} y_f + b_1 \quad (2-12)$$

Umstellen ergibt:

$$b_1 = c_r \quad (2-13)$$

Damit gilt im Abschnitt 1:

$$c_1(y) = \frac{c_f - c_r}{y_f} y + c_r \quad (2-14)$$

2.2.2.2 Flügeltiefenverlauf zwischen Rumpfanschluss und Kink

Für die Steigung im Abschnitt 2 gilt:

$$m_2 = \frac{c_k - c_f}{y_k - y_f} \quad (2-15)$$

An der Stelle $y = y_k$ entspricht die Flügeltiefe $c(y = y_k) = c_k$. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für den Achsenabschnitt b_2 :

$$c_k = \frac{c_k - c_f}{y_k - y_f} y_k + b_2 \quad (2-16)$$

Umstellen ergibt:

$$b_2 = c_k - \frac{c_k - c_f}{y_k - y_f} y_k \quad (2-17)$$

Damit gilt im Abschnitt 2:

$$c_2(y) = \frac{c_k - c_f}{y_k - y_f} (y - y_k) + c_k \quad (2-18)$$

2.2.2.3 Flügeltiefenverlauf zwischen Kink und Flügelspitze

Für die Steigung im Abschnitt 3 gilt:

$$m_3 = \frac{c_t - c_k}{y_t - y_k} \quad (2-19)$$

An der Stelle $y = y_t$ entspricht die Flügeltiefe $c(y = y_t) = c_t$. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für den Achsenabschnitt b_3 :

$$c_t = \frac{c_t - c_k}{y_t - y_k} y_t + b_3 \quad (2-20)$$

Umstellen ergibt:

$$b_3 = c_t - \frac{c_t - c_k}{y_t - y_k} y_t \quad (2-21)$$

Damit gilt im Abschnitt 3:

$$c_3(y) = \frac{c_t - c_k}{y_t - y_k} (y - y_t) + c_t \quad (2-22)$$

2.2.3 Verlauf der relativen Flügeldicke

Für jeden der drei Abschnitte lässt sich eine Funktion y -Position \rightarrow relative Flügeldicke aufstellen. Somit lässt sich die relative Flügeldicke an jeder beliebigen Stelle des Flügels berechnen. Die linearen Funktionen entsprechen formal denen für die Flügeltiefe. Es gilt:

$$(t/c)(y) = \begin{cases} \frac{(t/c)_f - (t/c)_r}{y_f} y + (t/c)_r & [0 \leq y < y_f] \\ \frac{(t/c)_k - (t/c)_f}{y_k - y_f} (y - y_k) + (t/c)_k & [y_f \leq y < y_k] \\ \frac{(t/c)_t - (t/c)_k}{y_t - y_k} (y - y_t) + (t/c)_t & [y_k \leq y \leq y_t] \end{cases} \quad (2-23)$$

2.2.4 Verlauf der Holmpositionen

Äquivalent zu den linearen Funktionen für die Flügeltiefe und die relative Flügeldicke ergibt sich für den Verlauf der Vorderholmposition:

$$FS(y) = \begin{cases} \frac{FS_f - FS_r}{y_f} y + FS_r & [0 \leq y < y_f] \\ \frac{FS_k - FS_f}{y_k - y_f} (y - y_k) + FS_k & [y_f \leq y < y_k] \\ \frac{FS_t - FS_k}{y_t - y_k} (y - y_t) + FS_t & [y_k \leq y \leq y_t] \end{cases} \quad (2-24)$$

Äquivalent zu den linearen Funktionen für die Flügeltiefe, die relative Flügeldicke und den Verlauf der Vorderholmposition ergibt sich für den Verlauf der Hinterholmposition:

$$RS(y) = \begin{cases} \frac{RS_f - RS_r}{y_f} y + RS_r & [0 \leq y < y_f] \\ \frac{RS_k - RS_f}{y_k - y_f} (y - y_k) + RS_k & [y_f \leq y < y_k] \\ \frac{RS_t - RS_k}{y_t - y_k} (y - y_t) + RS_t & [y_k \leq y \leq y_t] \end{cases} \quad (2-25)$$

2.2.5 Verlauf der Flügelvorderkante

Hierzu wird als Referenz zunächst die Entfernung x_{ref} vom globalen Ursprung in der Flugzeugnase bis zur Flügelvorderkante in der Symmetrieebene benötigt. Sie ist ein Eingangsparameter in die Berechnung und entspricht dem Achsenabschnitt im Abschnitt 1.

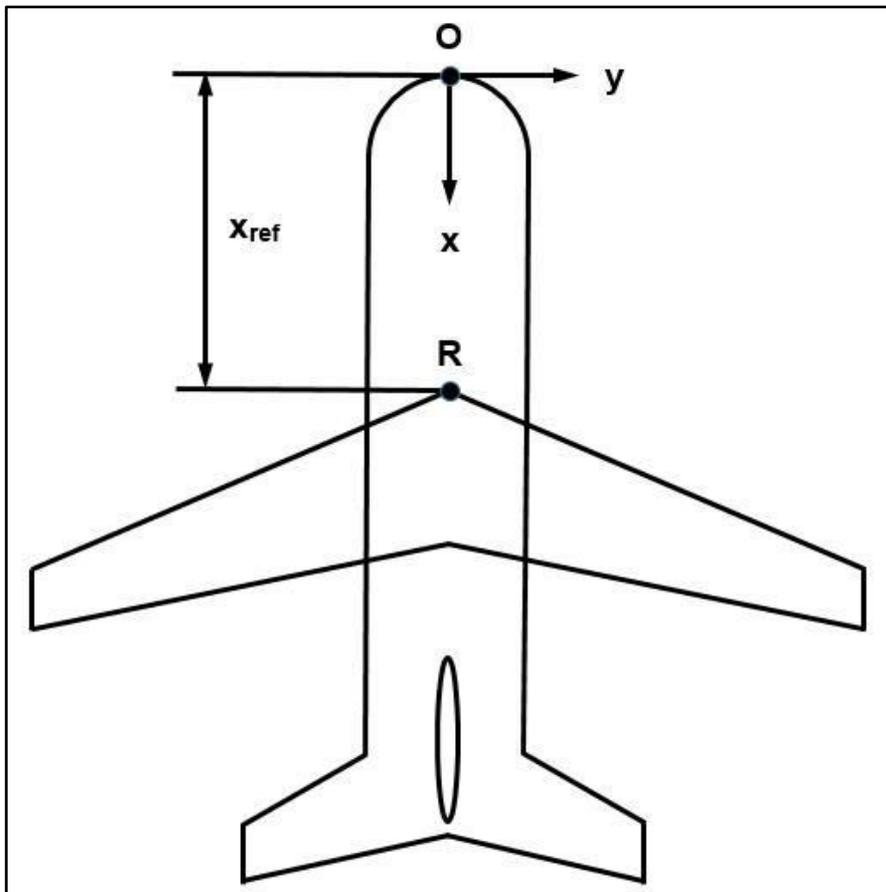


Bild 4: Definition der Referenzpunktlage

Der Punkt O in Bild 4 ist der Ursprung des globalen Flugzeugkoordinatensystems, der Punkt R die Position der Flügelvorderkante auf der Symmetrieebene. Somit entspricht x_{ref} der Strecke \overline{OR} .

2.2.5.1 Vorderkantenpositionen von Rumpfanschluss, Kink und Flügelspitze

Zunächst werden einige spezielle Vorderkantenpositionen definiert. Dafür werden die Punkte $R(x_{ref}|0)$, $F(x_F|y_F)$, $K(x_K|y_K)$ und $T(x_T|y_T)$ benötigt.

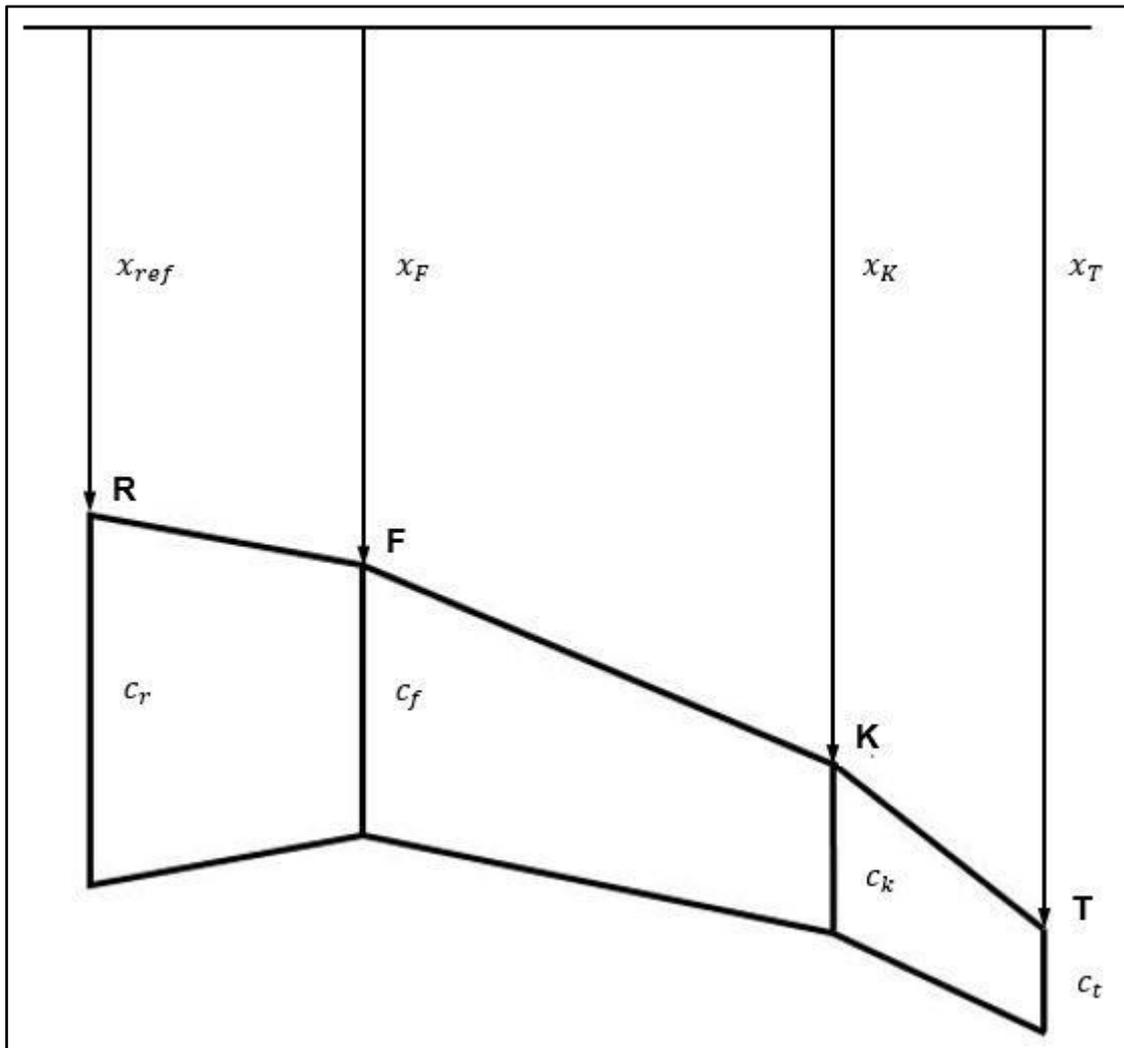


Bild 5: charakteristische Vorderkantenpositionen

Für die Vorderkantenverlaufsfunktionen werden noch die Abstände x_F , x_K und x_T benötigt.

Im Abschnitt 1 beträgt die Flügelpfeilung 0° . Somit gilt:

$$\Delta x_{R \rightarrow F} = \frac{c_r - c_f}{2} \quad (2-26)$$

Damit folgt für x_F :

$$x_F = x_{ref} + \frac{c_r - c_f}{2} \quad (2-27)$$

In den Abschnitten 2 und 3 wird die Flügelpfeilung durch Λ_{LRA} definiert. Zusätzlich spitzt sich der Flügel zu. Allgemein gilt:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_{i \rightarrow i+1} \quad (2-28)$$

Die geometrischen Zusammenhänge sind in Bild 6 dargestellt.

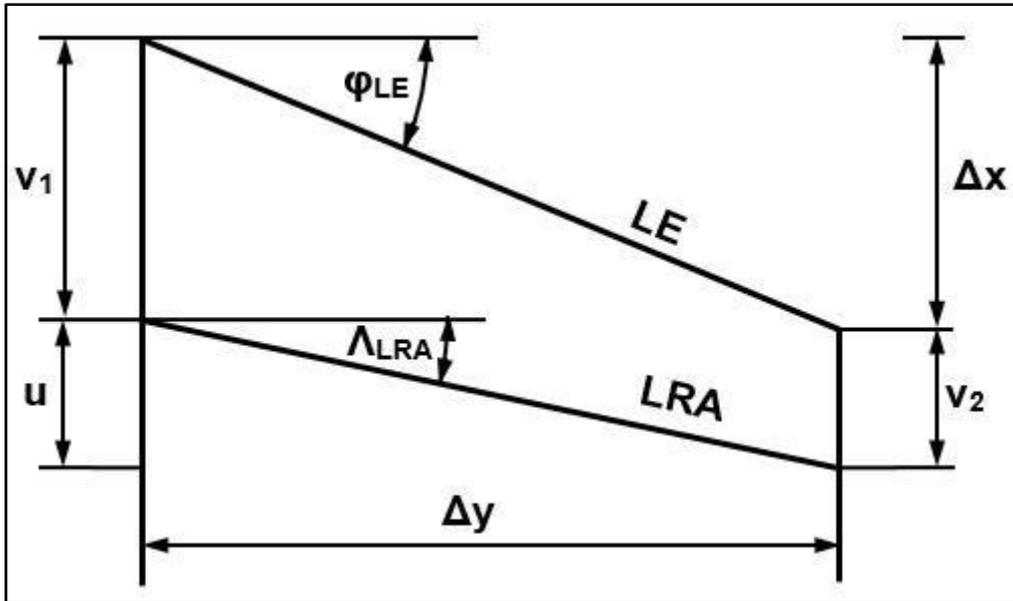


Bild 6: Veränderung der Vorderkantenposition durch Pfeilung und Zuspitzung

Es gilt:

$$\tan \Lambda_{LRA} = \frac{u}{\Delta y} \quad (2-29)$$

Ferner:

$$v_i = c_i \left(1 - \frac{FS_i + RS_i}{2} \right) \quad (2-30)$$

Aus dem Ansatz

$$v_1 + u = \Delta x + v_2 \quad (2-31)$$

folgt dann:

$$\Delta x = \Delta y \tan(\Lambda_{LRA}) + c_1 \left(1 - \frac{FS_1 + RS_1}{2} \right) - c_2 \left(1 - \frac{FS_2 + RS_2}{2} \right) \quad (2-32)$$

Daraus folgt dann für $\Delta x_{F \rightarrow K}$:

$$\Delta x_{F \rightarrow K} = (y_k - y_f) \tan(\Lambda_{LRA}) + c_f \left(1 - \frac{FS_f + RS_f}{2} \right) - c_k \left(1 - \frac{FS_k + RS_k}{2} \right) \quad (2-33)$$

Für $\Delta x_{K \rightarrow T}$ gilt:

$$\Delta x_{K \rightarrow T} = (y_t - y_k) \tan(\Lambda_{LRA}) + c_k \left(1 - \frac{FS_k + RS_k}{2}\right) - c_t \left(1 - \frac{FS_t + RS_t}{2}\right) \quad (2-34)$$

Damit ergeben sich die vier charakteristischen Vorderkantenpositionen:

$$x_R = x_{ref} \quad (2-35)$$

$$x_F = x_{ref} + \Delta x_{R \rightarrow F} \quad (2-36)$$

$$x_K = x_{ref} + \Delta x_{R \rightarrow F} + \Delta x_{F \rightarrow K} \quad (2-37)$$

$$x_T = x_{ref} + \Delta x_{R \rightarrow F} + \Delta x_{F \rightarrow K} + \Delta x_{K \rightarrow T} \quad (2-38)$$

2.2.5.2 Vorderkantenverlauf zwischen Symmetrieebene und Rumpfanschluss

Für die Steigung im Abschnitt 1 gilt:

$$m_1 = \frac{x_F - x_R}{y_f} \quad (2-39)$$

An der Stelle $y = y_f$ entspricht die Vorderkantenposition $x(y = y_f) = x_F$. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für den Achsenabschnitt b_1 :

$$x_F = \frac{x_F - x_R}{y_f} y_f + b_1 \quad (2-40)$$

Umstellen ergibt:

$$b_1 = x_R \quad (2-41)$$

Damit gilt im Abschnitt 1:

$$x_1(y) = \frac{x_F - x_R}{y_f} y + x_R \quad (2-42)$$

2.2.5.3 Vorderkantenverlauf zwischen Rumpfanschluss und Kink

Für die Steigung im Abschnitt 2 gilt:

$$m_2 = \frac{x_K - x_F}{y_k - y_f} \quad (2-43)$$

An der Stelle $y = y_k$ entspricht die Vorderkantenposition $x(y = y_k) = x_K$. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für den Achsenabschnitt b_2 :

$$x_K = \frac{x_K - x_F}{y_k - y_f} y_k + b_2 \quad (2-44)$$

Umstellen ergibt:

$$b_2 = x_K - \frac{x_K - x_F}{y_k - y_f} y_k \quad (2-45)$$

Damit gilt im Abschnitt 2:

$$x_2(y) = \frac{x_K - x_F}{y_k - y_f} (y - y_k) + x_K \quad (2-46)$$

2.2.5.4 Vorderkantenverlauf zwischen Kink und Flügelspitze

Für die Steigung im Abschnitt 3 gilt:

$$m_3 = \frac{x_T - x_K}{y_t - y_k} \quad (2-47)$$

An der Stelle $y = y_k$ entspricht die Vorderkantenposition $x(y = y_k) = x_T$. Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für den Achsenabschnitt b_3 :

$$x_T = \frac{x_T - x_K}{y_t - y_k} y_t + b_3 \quad (2-48)$$

Umstellen ergibt:

$$b_3 = x_T - \frac{x_T - x_K}{y_t - y_k} y_t \quad (2-49)$$

Damit gilt im Abschnitt 3:

$$x_3(y) = \frac{x_T - x_K}{y_t - y_k} (y - y_t) + x_T \quad (2-50)$$

2.2.6 Länge der mittleren geometrischen Flügeltiefe (SMC)

Die mittlere geometrische Flügeltiefe (englisch „standard mean chord“) definiert sich zu:

$$c_{SMC} = \frac{S}{b} \quad (2-51)$$

2.2.7 Länge der mittleren aerodynamischen Flügeltiefe (MAC)

Die mittlere aerodynamische Flügeltiefe (englisch „mean aerodynamic chord“) definiert sich zu:

$$c_{MAC} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{b}{2}} c^2(y) dy \quad (2-52)$$

Da die Flügeltiefe in den drei Abschnitten unterschiedlich definiert ist, wird das Integral summandenweise zerlegt:

$$c_{MAC} = \frac{2}{S} \left(\int_0^{y_f} c_1^2(y) dy + \int_{y_f}^{y_k} c_2^2(y) dy + \int_{y_k}^{y_t} c_3^2(y) dy \right) \quad (2-53)$$

Exemplarisch soll die allgemeine Lösung des einzelnen Integrals demonstriert werden:

$$Integral = \int_{y_u}^{y_o} (my + b)^2 dy = \int_{y_u}^{y_o} (m^2 y^2 + 2mby + b^2) dy \quad (2-54)$$

Integrieren führt zu:

$$Integral = \left[\frac{m^2}{3} y^3 + mby^2 + b^2 y + C \right]_{y_u}^{y_o} \quad (2-55)$$

Auflösen ergibt:

$$Integral = \frac{m^2}{3} (y_o^3 - y_u^3) + mb(y_o^2 - y_u^2) + b^2(y_o - y_u) \quad (2-56)$$

2.2.8 Position des MACs in Flugzeuglängsrichtung

Es gilt:

$$x_{MAC} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{b}{2}} x(y)c(y)dy \quad (2-57)$$

Auch hier erfolgt eine summandenweise Zerlegung des Integrals entsprechend der Abschnitte:

$$x_{MAC} = \frac{2}{S} \left(\int_0^{y_f} x_1(y)c_1(y)dy + \int_{y_f}^{y_k} x_2(y)c_2(y)dy + \int_{y_k}^{y_t} x_3(y)c_3(y)dy \right) \quad (2-58)$$

Exemplarisch soll die allgemeine Lösung des einzelnen Integrals demonstriert werden:

$$Integral = \int_{y_u}^{y_o} (m_x y + b_x)(m_c y + b_c) dy \quad (2-59)$$

Ausmultiplizieren ergibt:

$$Integral = \int_{y_u}^{y_o} (m_x m_c y^2 + (m_x b_c + b_x m_c) y + b_x b_c) dy \quad (2-60)$$

Damit folgt:

$$Integral = \left[\frac{m_x m_c}{3} y^3 + \frac{m_x b_c + b_x m_c}{2} y^2 + b_x b_c y + C \right]_{y_u}^{y_o} \quad (2-61)$$

Auflösen ergibt:

$$Integral = \frac{m_x m_c}{3} (y_o^3 - y_u^3) + \frac{m_x b_c + b_x m_c}{2} (y_o^2 - y_u^2) + b_x b_c (y_o - y_u) \quad (2-62)$$

2.2.9 Zusammenhang zwischen LRA-Pfeilung und Flügelpfeilung

Innerhalb eines trapezförmigen Flügels gilt gemäß [Scholz 1999]:

$$\tan \varphi_{25,i} = \tan(\varphi_{LE}) - \frac{1 - \lambda}{\Lambda(1 + \lambda)} \quad (2-63)$$

$$\varphi_{LE} = \arcsin \left(\tan(\Lambda_{LRA}) + \frac{c_1}{\Delta y_i} \left(1 - \frac{FS_1 + RS_1}{2} \right) - \frac{c_2}{\Delta y_i} \left(1 - \frac{FS_2 + RS_2}{2} \right) \right) \quad (2-64)$$

Bei einem Doppeltrapezflügel kann die Pfeilung unter Berücksichtigung der Spannweitenanteile gemittelt werden:

$$\bar{\varphi}_{25} = \frac{\varphi_{25,1} \Delta y_1 + \varphi_{25,2} \Delta y_2}{\Delta y_1 + \Delta y_2} \quad (2-65)$$

2.3 Ermittlung der Flugzeuglasten

2.3.1 Lastfälle

Tabelle 1: Lastfälle gemäß [Chiozzotto 2015]

| Fall | Masse | TAS | Machzahl | Lastvielfaches | Beschreibung |
|------|---------------|----------------|------------------|----------------|---------------------|
| MA+ | MTOW | v _A | je nach Flughöhe | 2,50 | Langsamflugmanöver |
| MD+ | MTOW | v _D | je nach Flughöhe | 2,50 | Schnellflugmanöver |
| G+ | MZFW | v _C | M _{MO} | laut Pratt | aufwärtige Böe |
| M- | MTOW | v _C | M _{MO} | -1,00 | Negativmanöver |
| G- | MZFW | v _C | M _{MO} | laut Pratt | abwärtige Böe |
| Bump | MTOW | 0 | 0 | 1,67 | maximaler Landestoß |
| 1g | (MTOW+MZFW)/2 | v _C | M _{MO} | 1,00 | Ermüdung |
| R+ | MTOW | v _C | M _{MO} | 1,67 | Querruderausschlag |
| R- | MTOW | v _C | M _{MO} | 0,00 | Querruderausschlag |

Das Flugzeug wird in der Methode 9 verschiedenen Lastfällen (Tabelle 1) ausgesetzt. Die dabei auftretenden Lasten mit ihren zugehörigen Lastvielfachen in der Struktur entsprechen Limit Load nach SKO-Richtlinien. Die Treibstoffmasse in jedem Lastfall entspricht der Differenz aus Lastfall-Masse zum MZFW [Chiozzotto 2015].

2.3.2 Berechnung atmosphärischer Parameter

Die Berechnung der Lastfälle MA+ und MD+ kann bei einer beliebigen Flughöhe durchgeführt werden. Dazu muss die Dichte und Temperatur in Abhängigkeit der Atmosphärenhöhe definiert werden. Da die Methode voraussichtlich hauptsächlich auf niedrigfliegende Turboprops angewendet werden wird, beschränke ich mich auf die Beschreibung der Verhältnisse in der Troposphäre, also bis zu einer Höhe von 11 km, in der die Temperatur linear mit der Höhe abfällt.

Der Temperaturgradient in der Internationalen Standardatmosphäre (ISA) beträgt per Definition $-6,5 \text{ °C/km}$ [Hakenesch]. Damit gilt:

$$T(h) = T_0 - \frac{6,5 \text{ K}}{1000 \text{ m}} h \quad (2-66)$$

Die Bodentemperatur T_0 beträgt in der ISA 288,15 K, was 15 °C entspricht. Für die Dichte gilt:

$$\rho(h) = \rho_0 \left(\frac{T(h)}{T_0} \right)^{\frac{g}{(0,0065 \text{ K/m})R} - 1} \quad (2-67)$$

2.3.3 Definition der Auslegungsgeschwindigkeiten

Die Geschwindigkeitswerte, die in die Berechnung eingehen, sind stets die Werte der wahren Luftgeschwindigkeit, englisch „true air speed“ (TAS). Die maximale Reisegeschwindigkeit v_c entspricht der Geschwindigkeit v_{MO} , die zur maximalen Reiseflugmachzahl M_{MO} gehört [Chiozzotto 2015]:

$$v_c = v_{MO} \quad (2-68)$$

Dabei ergibt sich v_{MO} aus der Schallgeschwindigkeit, die von der Temperatur und damit der Flughöhe abhängig ist:

$$v_{MO}(h) = a(h)M_{MO} \quad (2-69)$$

Für die Schallgeschwindigkeit gilt:

$$a(T) = \sqrt{\kappa RT} \quad (2-70)$$

Einsetzen von Gleichung (2-66) führt zu:

$$a(h) = \sqrt{\kappa R \left(T_0 - \frac{6,5 \text{ K}}{1000 \text{ m}} h \right)} \quad (2-71)$$

Damit folgt:

$$v_{MO}(h) = M_{MO} \sqrt{\kappa R \left(T_0 - \frac{6,5 K}{1000 m} h \right)} \quad (2-72)$$

Für die Sturzfluggeschwindigkeit v_D gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$v_D = v_C + 0,07 \sqrt{\kappa R \left(T_0 - \frac{6,5 K}{1000 m} h \right)} \quad (2-73)$$

Die Manövergeschwindigkeit v_A ist diejenige Geschwindigkeit, zu der ein Auftriebsbeiwert von 1,3 gehört [Chiozzotto 2015]. Aus der Definition des dynamischen Auftriebs

$$F_L = c_L q S = \frac{1}{2} c_L \rho S v^2 = mg \quad (2-74)$$

folgt damit im Lastfall MA+:

$$v_A = \sqrt{\frac{2m_{MTO}g}{1,3\rho(h)S}} \quad (2-75)$$

2.3.4 Definition der Auslegungsmachzahlen in den Lastfällen MA+ und MD+

Es gilt im Lastfall MA+:

$$M_{MA+}(h) = \frac{v_A}{a(h)} \quad (2-76)$$

Und im Lastfall MD+:

$$M_{MD+}(h) = \frac{v_D}{a(h)} \quad (2-77)$$

2.3.5 Berechnung der Lastvielfachen in den Böenlastfällen G+ und G-

Nach Pratt gilt:

$$n_{pratt} = 1 \pm \Delta n_{pratt} \quad (2-78)$$

Eine Böe u strömt in vertikaler Richtung und bewirkt dadurch eine Änderung des Anstellwinkels [Ricciardi 2011, Handojo 2015]:

$$\Delta\alpha = \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \quad (2-79)$$

Die Böe hat nach CS-25.335 eine Stärke von 25,6 m/s [Chiozzotto 2015]. Dies bewirkt einen Auftriebsanstieg ΔF_L :

$$\Delta F_L = \frac{1}{2} \rho S c_L v^2 \Delta\alpha \quad (2-80)$$

Nach Ricciardi beträgt der hieraus resultierende Anstieg des Lastvielfachen:

$$\Delta n_{Ricciardi} = \frac{\Delta F_L}{mg} \quad (2-81)$$

Der so berechnete Anstieg des Lastvielfachen modelliert das Flugzeug als starren Körper und vernachlässigt aeroelastische Effekte. Um diese mit einzubeziehen, wird ein Böenabminderungsfaktor K_g eingeführt und es gilt:

$$\Delta n_{Pratt} = K_g \Delta n_{Ricciardi} \quad (2-82)$$

Dabei ist der Böenabminderungsfaktor definiert durch:

$$K_g = \frac{0,88\mu_g}{5,3 + \mu_g} \quad (2-83)$$

Die Größe μ_g ist das dimensionslose Massenverhältnis

$$\mu_g = \frac{2m_{MZF}}{\rho S c_{SMC} C_{L\alpha}} \quad (2-84)$$

[Ricciardi 2011, Handojo 2015]. Damit gilt im Lastfall G+:

$$n_{G+} = 1 + \Delta n_{Pratt} \quad (2-85)$$

Und im Lastfall G-:

$$n_{G-} = 1 - \Delta n_{Pratt} \quad (2-86)$$

2.3.6 Berechnung des Auftriebsgradienten bei den Böenlastfällen

Es gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$C_{L\alpha} = K_{el} \frac{2\pi\Lambda}{2 + \sqrt{4 + \Lambda^2(1 - M_{MO}^2) \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{LRA}}{1 - M_{MO}^2}\right)}} \quad (2-87)$$

Dabei ist K_{el} ein aeroelastischer Korrekturfaktor. In der direkten Lösungsschleife wird er zu 1 gesetzt. In der konvergenten Lösungsschleife wird er beginnend mit 1 in jedem Durchlauf aus den Werten des vorherigen Durchlaufs berechnet [Chiozzotto 2015].

2.3.7 Berechnung der Neutralpunktlage der Flügel-Rumpf-Kombination

Nach [Torenbeek 1976] gilt:

$$\left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_{wf} = \left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_w + \Delta f_1 \left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_w + \Delta f_2 \left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_w = \bar{x}_{AC,wf} \quad (2-88)$$

Dabei gilt für die Neutralpunktlage des Flügels:

$$\left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_w = \frac{x_{MAC} + 0,25c_{MAC}}{c_{MAC}} = \frac{x_{MAC}}{c_{MAC}} + 0,25 = \bar{x}_{AC,w} \quad (2-89)$$

2.3.7.1 Korrekturterm für zusätzlichen Rumpfauftrieb

Für den Korrekturterm für zusätzlichen Rumpfauftrieb gilt nach [Torenbeek 1976]:

$$\Delta f_1 \left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_w = -\frac{1,8}{\left(\frac{dc_L}{d\alpha}\right)_{wf}} \frac{b_f h_f l_{fn}}{S c_{MAC}} \quad (2-90)$$

Dabei gilt für den Auftriebsgradienten der Flügel-Rumpf-Kombination:

$$\left(\frac{dc_L}{d\alpha}\right)_{wf} = K_I \left(\frac{dc_L}{d\alpha}\right)_w \quad (2-91)$$

Bei näherungsweise kreisrunden Rümpfen mit einem Verhältnis von Rumpfbreite zu Spannweite von unter 20 % gilt nach [Torenbeek 1976] ferner:

$$K_I = \left(1 + 2,15 \frac{b_f}{b}\right) \frac{S_{wet}}{S} + \frac{\pi b_f^2}{2 \left(\frac{dc_L}{d\alpha}\right)_w S} \quad (2-92)$$

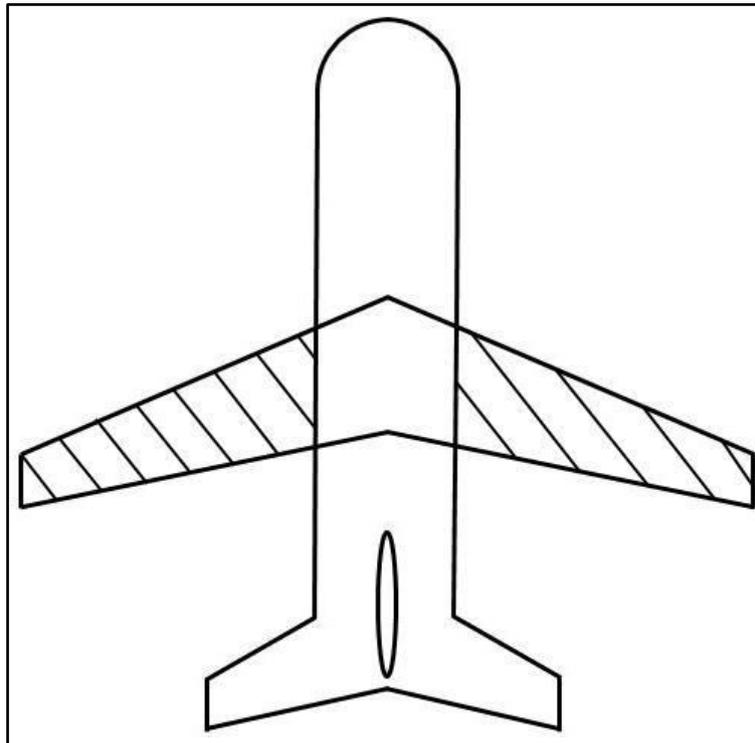


Bild 7: benetzte Flügelfläche

Die benetzte Flügelfläche S_{wet} ist der Teil der Flügelfläche, der sich außerhalb des Rumpfes befindet, und entspricht der schraffierten Fläche in Bild 7. Sie berechnet sich zu:

$$S_{wet} = S - (c_f + c_r)y_f \quad (2-93)$$

Für den Auftriebsgradienten eines ungepfeilten Flügels gilt nach [Torenbeek 1976]:

$$\left(\frac{dc_L}{d\alpha}\right)_w = \frac{2\pi}{\beta + \frac{2}{\Lambda} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda}} \quad (2-94)$$

Die Verwendung dieser Formel ist zulässig, da Turboprops in der Regel geringe bis keine Pfeilung aufweisen. Dabei ist

$$\beta = \sqrt{1 - M^2} \quad (2-95)$$

der Prandtl'sche Kompressibilitätsfaktor, der die Effekte kompressibler Strömungen berücksichtigt [Torenbeek 1976].

2.3.7.2 Korrekturterm für Auftriebsverlust durch den Rumpf im Flügel

Für den Korrekturterm für Auftriebsverlust durch den Rumpf im Flügel gilt nach [Torenbeek 1976]:

$$\Delta f_2 \left(\frac{x_{AC}}{c_{MAC}}\right)_w = \frac{0,273}{1 + \lambda} \frac{b_f}{c_{MAC}^2} \frac{c_{SMC}(b - b_f)}{b + 2,15b_f} \tan \Lambda_{25} \quad (2-96)$$

Auch hier darf das Verhältnis von Rumpfbreite zu Spannweite 20 % nicht überschreiten [Torenbeek 1976].

2.3.8 Schwerpunktlage als Anteil vom MAC

Es gilt nach [Bislins 2013]:

$$\bar{x}_{CG} = \frac{x_{CG} - x_{MAC,w}}{c_{MAC}} \quad (2-97)$$

2.3.9 Berechnung des Auftriebs

Am Flügel wirkt der Auftrieb L_W und am Höhenleitwerk der Auftrieb BTL , der für gewöhnlich abwärts gerichtet ist. Zusätzlich greift im Schwerpunkt die Gewichtskraft G an [Chiozzotto 2015].

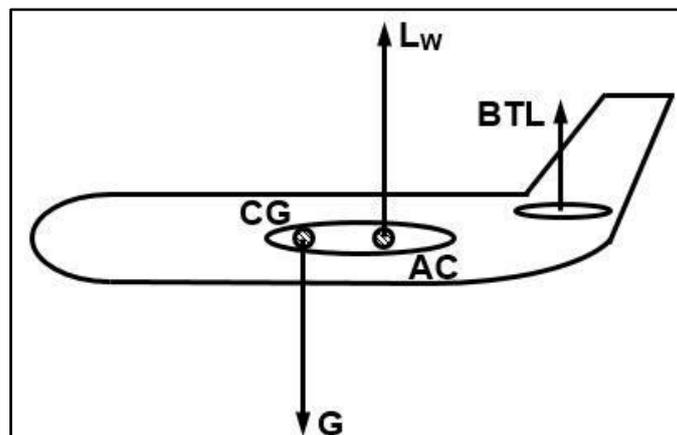


Bild 8: Lasten am Flugzeug

Beide Auftriebskräfte bestehen aus einem 1g-Teil und einem Δ -Teil. Es gilt

$$BTL = BTL_{1g} + BTL_{\Delta} \quad (2-98)$$

$$L_W = L_{W,1g} + L_{W,\Delta} \quad (2-99)$$

nach [Chiozzotto 2015]. Die einzelnen Anteile berechnen sich zu

$$BTL_{1g} = -\frac{mg(\bar{x}_{AC,wf} - \bar{x}_{CG})}{\frac{l_t}{c_{MAC}} - \bar{x}_{AC,wf} + 0,25} \quad (2-100)$$

$$BTL_{\Delta} = -\frac{(n_Z - 1)mg(\bar{x}_{AC,wf} - \bar{x}_{CG})}{\frac{l_t}{c_{MAC}} - \bar{x}_{AC,wf} + 0,25} \quad (2-101)$$

$$L_{W,1g} = mg - BTL_{1g} \quad (2-102)$$

$$L_{W,\Delta} = (n_Z - 1)mg - BTL_{\Delta} \quad (2-103)$$

nach [Chiozzotto 2015].

2.4 Ermittlung der Flügellasten

Die Flügellasten setzen sich zusammen aus aerodynamischen und trägheitsinduzierten Kräften. Sie werden streifenweise ermittelt [Chiozzotto 2015]. An jedem Streifen i gilt damit

$$ll_i = ll_{aero,i} + ll_{inertia,i} \quad (2-104)$$

nach [Chiozzotto 2015].

2.4.1 Berechnung der Schrenk-Flügelteufe

Die Schrenk-Flügelteufe ist der arithmetische Mittelwert zwischen tatsächlicher Flügelteufe und der Flügelteufe eines Flügels mit elliptischem Grundriss mit derselben Flügelfläche wie der betrachtete Flügel [Hakenesch]:

$$c_{sch}(y) = \frac{c(y) + c_{ell}(y)}{2} \quad (2-105)$$

Mit

$$c_{ell}(y) = \frac{4S}{\pi b} \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \quad (2-106)$$

[Hakenesch] folgt:

$$c_{sch}(y) = \frac{c(y)}{2} + \frac{2S}{\pi b} \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \quad (2-107)$$

2.4.2 Berechnung der aerodynamischen Flügellasten

An jedem Streifen gilt für die lokale Strecken-Flügellast (Limit Load) [Chiozzotto 2015]:

$$l_{aero,i} = \frac{c_{sch,i}}{K_{IS}} L_{W,1g} + \frac{k_{el,i}}{K_{el}} \frac{c_i}{K_{IS}} L_{W,\Delta} + \frac{\rho(h)}{2} v^2 (c_{sch,i} c_{l\hat{p}} \hat{p} + c_{sch,i} c_{l\delta,i} \delta) \quad (2-108)$$

Empfohlen für die dimensionslose Rollrate \hat{p} ist ein Wert von 0,07 rad/1. Um Strömungsablösungen am Ruder auszuschließen, sei der maximale Querruderausschlagwinkel δ -15° [Chiozzotto 2015].

Für die Querruder-Gradienten gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$c_{l\delta,i} = \left(\frac{dc_L}{d\alpha}\right)_w \left(-\tau + k_{ail} \left(-\frac{2}{\pi} \left(\sqrt{\tau(1-\tau)} + \arcsin(\sqrt{\tau})\right) + \tau\right)\right) \quad (2-109)$$

$$c_{l\hat{p}} = \frac{\cos^3 \Lambda_{LRA}}{\beta} k_{ail} \left(-2\sqrt{\tau(1-\tau)^3}\right) \quad (2-110)$$

Dabei ist k_{ail} ein Querrudereffektivitätsfaktor und sollte einen Wert von 0,75 aufweisen. Ferner ist

$$\tau = \frac{c_{ail}}{c} \quad (2-111)$$

das lokale Tiefenverhältnis von Querrudertiefe zu Flügeltiefe [Chiozzotto 2015].

Als Kontrollrechnung kann die Flugzeugmasse aus den aerodynamischen Flügellasten berechnet werden. Bei infinitesimal kleiner Einteilung des Flügels in Abschnitte Δy_i muss gelten:

$$n_z m g = 2 \sum_0^{\frac{b}{2}} l_{aero,i} \Delta y_i \quad (2-112)$$

Da der Auftrieb nur stellenweise berechnet wird, gilt näherungsweise:

$$m \approx \frac{2 \sum_0^{\frac{b}{2}} l_{aero,i} \Delta y_i}{n_z g} \quad (2-113)$$

Je mehr Stellen zur Auftriebsberechnung herangezogen werden, desto genauer wird der berechnete Wert für die Masse.

2.4.3 Berechnung der trägheitsinduzierten Flügellasten

Für die trägheitsinduzierten Flügellasten gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$l_{inertia,i} = - \frac{c_i^2 \left(\frac{t}{c}\right)_i}{2 \sum_0^{b/2} c_i^2 \left(\frac{t}{c}\right)_i \Delta y_i} n_z g (m_{wing} + m_{fuel}) \quad (2-114)$$

Die Formel berücksichtigt also den Effekt der Massenentlastung durch Treibstoff im Flügeltank sowie die Masse der Flügelstruktur.

2.5 Dimensionierung des Flügel-Biegetorsionskastens

2.5.1 Innere Flügellasten

Bis zum Strebenanschluss lassen sich die Schnittgrößen innerhalb der Flügelstruktur mit der Gleichgewichtsbedingung aus den äußeren Lasten berechnen, das System ist also statisch bestimmt. Nimmt man die Lagerung des Flügel-Biegetorsionskastens (BTK) am Rumpf als feste Einspannung an, so ist das System aus Flügelabschnitt bis zum Strebenanschluss zusammen mit der Strebe ein statisch unbestimmtes System. Zur genauen Berechnung der Schnittgrößenverläufe muss also auch die Steifigkeitsverteilung bekannt sein. Diese ist in diesem Schritt jedoch nicht gegeben, die Flächenmomente lassen sich erst nach der erfolgten Dimensionierung berechnen [Chiozzotto 2015].

Eine konservative Annahme nach Chiozzotto ist, dass Querkraft, Biegemoment und Torsionsmoment zwischen Rumpfanschluss und Strebenanschluss konstant sind und den Werten am Strebenanschluss entsprechen. Ferner soll auf den Flügel durch die Strebe keine Druckkraft ausgeübt werden, die Schnittgröße Normalkraft soll also im gesamten Flügel null sein. Auch diese Annahme ist konservativ, da hierdurch vernachlässigt wird, dass die durch die Strebe hervorgerufene Normalkraft im Biegetorsionskasten die Normalkraftflüsse, die durch das Biegemoment induziert werden, kompensiert [Chiozzotto 2015].

Da Querkraft und Torsionsmoment innerhalb des abgestrebten Flügelteils konstant sein sollen, wird auch der Einfluss von Triebwerksgewicht und -schubkraft vernachlässigt, da sich Triebwerke üblicherweise nah am Rumpf befinden und man daher davon ausgehen darf, dass die Strebe weiter außen am Flügel angeschlossen sein wird als das Triebwerk positioniert ist.

Die Schnittgrößen, die auf diese Weise nach Chiozzotto gewonnen werden, werden in Kapitel 5 mit „den wahren“ Schnittgrößen verglichen, die mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte berechnet werden.

2.5.2 Bestimmung der Schnittgrößenverläufe

Die Schnittgrößen werden streifenweise ermittelt, entsprechend der streifenweisen Ermittlung der Flügelstreckenlasten. Der Flügel-Biegetorsionskasten (BTK) wird als Balken angenommen, der links fest eingespannt ist. Die Einspannung befindet sich am Strebenanschluss [Chiozzotto 2015].

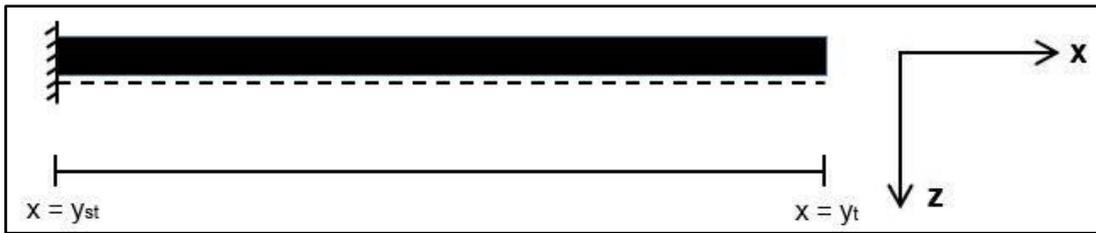


Bild 9: BTK als Balken im lokalen Koordinatensystem

Die Streifenbreite Δy_i sei innerhalb eines Abschnitts konstant. Der Schnitt soll immer mittig innerhalb eines Streifens erfolgen. Das Freikörperbild sieht dann am negativen Schnittufer so aus:

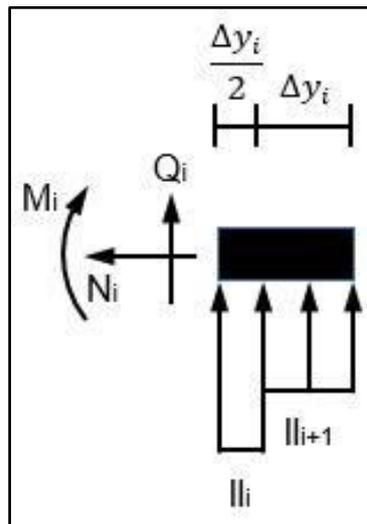


Bild 10: Schnittgrößen am negativen Schnittufer

In horizontaler Richtung lautet die Kräftebilanz:

$$-N_i = 0 \quad (2-115)$$

Damit gilt für die Normalkraft:

$$N_i = 0 \quad (2-116)$$

In vertikaler Richtung gilt für die Kräftebilanz:

$$-Q_i - l_i \frac{\Delta y_i}{2} - l_{i+1} \Delta y_i = 0 \quad (2-117)$$

Damit gilt für die Querkraft:

$$Q_i = -l_i \frac{\Delta y_i}{2} - l_{i+1} \Delta y_i \quad (2-118)$$

Allgemein formuliert gilt:

$$Q_i = -\Delta y_i \left(\frac{l_i}{2} + \sum_{j=i+1}^{y_t} l_j \right) \quad (2-119)$$

Die Momentenbilanz um die Schnittstelle lautet:

$$+M_i - l_i \frac{\Delta y_i}{2} \times \frac{\Delta y_i}{4} - l_{i+1} \Delta y_i \Delta y_i = 0 \quad (2-120)$$

Damit folgt für das Biegemoment:

$$M_i = \Delta y_i^2 \left(l_{i+1} + \frac{l_i}{8} \right) \quad (2-121)$$

Allgemein formuliert gilt:

$$M_i = \Delta y_i^2 \left(\frac{l_i}{8} + \sum_{j=i+1}^{y_t} (j-i) l_j \right) \quad (2-122)$$

2.5.3 Bestimmung des Torsionsmomentenverlaufs

Für das Torsionsmoment M_{Ti} um einen Streifen gilt:

$$M_{Ti} = \Delta y_i \left(\frac{e_i l_{aero,i}}{2} + \sum_{j=i+1}^{y_t} e_j l_{aero,j} \right) \quad (2-123)$$

Dabei ist die Exzentrizität e der Abstand vom Neutralpunkt des Profilschnitts durch die Streifenmitte zum Schubmittelpunkt und damit Schwerpunkt des BTK. Der Neutralpunkt des Profilschnitts liegt bei 25 % der Profiltiefe, der Schwerpunkt des BTK genau mittig innerhalb des BTK. Damit gilt:

$$e(y) = \left(\frac{FS(y) + RS(y)}{2} - 0,25 \right) c(y) \quad (2-124)$$

Da die Trägheitslasten $l_{inertia,i}$ alle im Schwerpunkt des BTK angreifen, haben sie keine Auswirkung auf das Torsionsmoment. Vielmehr spielen hier lediglich die Luftlasten $l_{aero,i}$ eine Rolle.

2.5.4 Definition der BTK-Größen

Der BTK ist ein rechteckiger Hohlquerschnitt mit Längssteifen („stringers“) innerhalb der Gurtplatten. Die Bemaßung bezieht sich auf die Profilmittellinie (PML). Die LRA entspricht der Schwerachse. Die beiden Gurtplatten haben die „verschmierte“ Dicke t_e („e“ für „equivalent thickness“), die Stegplatten die Dicke t_w („w“ für „web“, zu Deutsch „Steg“) [Chiozzotto 2015].

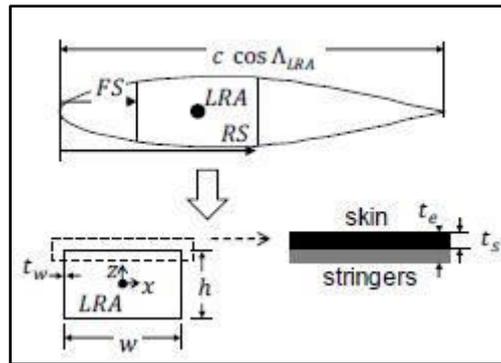


Bild 11: Definition der BTK-Größen aus [Chiozzotto 2015]

Für das Verhältnis k_s von Hautdicke zu Hautdicke plus Stringerhöhe gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$k_s = \frac{t_s}{t_s + t_{stringer}} \quad (2-125)$$

Die BTK-Höhe ergibt sich durch einen Höhenreduktionsfaktor von 0,9 und der lokalen Flügeldicke:

$$h_i \approx 0,9t_i \quad (2-126)$$

Die BTK-Breite ergibt sich aus den relativen Position von Vorderholm und Hinterholm sowie der lokalen Flügeltiefe:

$$w_i = (RS_i - FS_i)c_i \quad (2-127)$$

2.5.5 Berechnung von Gurt- und Stegdicken des BTK

Zur Berechnung der Wanddicken sind die Normalkraft- und Schubflüsse erforderlich, die sich aus den Schnittgrößen sowie den Ausmaßen des BTK ergeben.

Für den Normalkraftfluss gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$n_i = SF \frac{M_i}{h_i} \quad (2-128)$$

Für den Schubfluss infolge Torsion gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$q_i = SF \frac{M_{Ti}}{2w_i h_i} \quad (2-129)$$

Die Dimensionierung erfolgt sowohl gegen Stabilitätsversagen als auch gegen Festigkeitsversagen. Der größte ermittelte Wert ist dann die gesuchte Dicke.

2.5.5.1 Berechnung der Gurtplattendicke gegen Stabilitätsversagen

Es gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$t_{e,buck,i} = \frac{n_i}{w_i \sigma_{buck,i}} \quad (2-130)$$

Die lokale Beulspannung berechnet sich nach **[Chiozzotto 2015]** zu:

$$\sigma_{buck,i} = k_{comp} F(k_s) \sqrt{\frac{|n_i|}{w_i L_r} E_{x0}} \quad (2-131)$$

Die Hilfsgröße $F(k_s)$ berücksichtigt die Auswirkung verschiedener Stringertypen auf die Beulspannung. Nach Farrar gilt **[Chiozzotto 2015]**:

$$F(k_s) = 0,9(1 - 0,00617e^{5,0449k_s}) \quad (2-132)$$

Dabei ist e die Euler'sche Zahl. Für den verbundwerkstoffspezifischen Faktor k_{comp} gilt **[Chiozzotto 2015]**:

$$k_{comp} = 0,725Z^{\frac{1}{4}} \quad (2-133)$$

Die Hilfsgröße Z ergibt sich aus den Materialdaten des Laminats **[Chiozzotto 2015]**:

$$Z = \frac{E_x}{E_{x0}^2} \frac{\pi^2}{6(1 - \mu_{xy}\mu_{yx})} \left(\sqrt{E_x E_y} + \frac{\mu_{xy} E_y}{2} + \frac{\mu_{yx} E_x}{2} + 2(1 - \mu_{xy}\mu_{yx}) G_{xy} \right) \quad (2-134)$$

2.5.5.2 Berechnung der Gurtplattendicke gegen Festigkeitsversagen

Bei einer Aluminiumplatte gilt nach **[Chiozzotto 2015]**:

$$t_{e,strength,i} = \frac{\sqrt{\left(\frac{n_i}{w_i}\right)^2 + 3\left(\frac{q_i}{k_s}\right)^2}}{\sigma_{zul}} \quad (2-135)$$

Für eine Verbundwerkstoffplatte gilt nach **[Chiozzotto 2015]**:

$$t_{e,strength,i} = \max\left(\frac{n_i}{w_i \sigma_{zul}}; \frac{q_i}{k_s \tau_{zul}}\right) \quad (2-136)$$

2.5.5.3 Berechnung der Gurtplattendicke

Der vorher berechnete maximale Wert für die Gurtplattendicke wird noch mit Optimierungsvariablen multipliziert und es gilt nach **[Chiozzotto 2015]**:

$$t_{e,i} = k_{e,i} k_{NO,e,i} \max(t_{e,buck,i}; t_{e,strength,i}) \quad (2-137)$$

Im Normalfall haben alle Optimierungsvariablen den Wert 1 **[Chiozzotto 2015]**.

2.5.5.4 Berechnung der Stegdicke

Für die Stegdicke gilt nach **[Chiozzotto 2015]**:

$$t_{w,i} = k_{w,i} k_{NO,w,i} \frac{SF}{0,8\tau_{zul}} \left(\frac{|Q_i|}{2h} + \frac{|M_{Ti}|}{2wh} \right) \quad (2-138)$$

2.5.5.5 Berechnung der Rippendicke

Für die Dicke der Rippenwand gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$t_{rib,w,i} = k_{NO,rib,i} SF \frac{l_{aero,i} L_r \cos \Lambda_{LRA}}{h\tau_{zul}} + 0,003h \quad (2-139)$$

Für die Dicke der Rippe-Gurt-Überlappung gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$t_{rib,c,i} = 2k_{NO,rib,i} SF \frac{l_{aero,i} L_r w_i \cos \Lambda_{LRA}}{8\tau_{zul} h_i^2} \quad (2-140)$$

2.5.6 Berechnung der Masse des BTK

Für die Masse der Gurtplatten gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{covers} = 4\rho_{covers} \left(\sum_0^{y_f} (t_{e,i} w_i \Delta y_i) + \sum_{y_f}^{\frac{b}{2}} \left(t_{e,i} w_i \frac{\Delta y_i}{\cos \Lambda_{LRA}} \right) \right) \quad (2-141)$$

Für die Masse der Stegplatten gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{webs} = 4\rho_{webs/ribs} \left(\sum_0^{y_f} (t_{w,i} h_i \Delta y_i) + \sum_{y_f}^{\frac{b}{2}} \left(t_{w,i} h_i \frac{\Delta y_i}{\cos \Lambda_{LRA}} \right) \right) \quad (2-142)$$

Für die Masse der Rippenwandplatten gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{ribs,webs} = 2 \frac{\rho_{webs/ribs}}{L_r} \left(\sum_0^{y_f} (t_{rib,w,i} w_i h_i \Delta y_i) + \sum_{y_f}^{\frac{b}{2}} \left(t_{rib,w,i} w_i h_i \frac{\Delta y_i}{\cos \Lambda_{LRA}} \right) \right) \quad (2-143)$$

Für die Masse der Rippe-Gurt-Überlappungen gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{ribs,caps} = 2 \frac{\rho_{webs/ribs}}{L_r} \left(\sum_0^{y_f} (t_{rib,c,i} w_i h_i \Delta y_i) + \sum_{y_f}^{\frac{b}{2}} \left(t_{rib,c,i} w_i h_i \frac{\Delta y_i}{\cos \Lambda_{LRA}} \right) \right) \quad (2-144)$$

Damit folgt für die Rippenmasse nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{ribs} = m_{ribs,webs} + m_{ribs,caps} \quad (2-145)$$

2.5.7 Berechnung der Flächenträgheitsmomente des BTK

Für nachfolgende Berechnungen müssen die Flächenmomente 2. Ordnung des BTK bekannt sein.

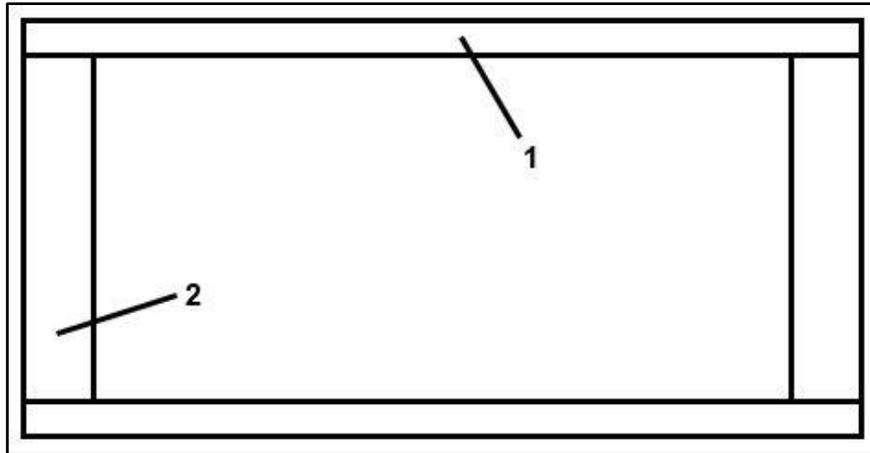


Bild 12: BTK-Aufteilung in Teilflächen

2.5.7.1 Berechnung der Flächenträgheitsmomente um y

Das Flächenträgheitsmoment um y setzt sich zusammen aus einem Eigenanteil I_i und einem Steiner-Anteil $I_{Steiner,i}$:

$$I_{ges,i} = I_{eigen,i} + I_{Steiner,i} \quad (2-146)$$

Für Rechteck 1 gilt der Eigenanteil:

$$I_{eigen,y,1,i} = \frac{t_{e,i}^3 (w_i + t_{w,i})}{12} \quad (2-147)$$

Der Steiner-Anteil für Rechteck 1 lautet:

$$I_{Steiner,y,1,i} = \frac{h_i^2 t_{e,i} (w_i + t_{w,i})}{4} \quad (2-148)$$

Für Rechteck 2 gilt der Eigenanteil:

$$I_{eigen,y,2,i} = \frac{(h_i - t_{e,i})^3 t_{w,i}}{12} \quad (2-149)$$

Der Steiner-Anteil für Rechteck 2 verschwindet, da sich der Flächenschwerpunkt direkt auf der y-Achse befindet.

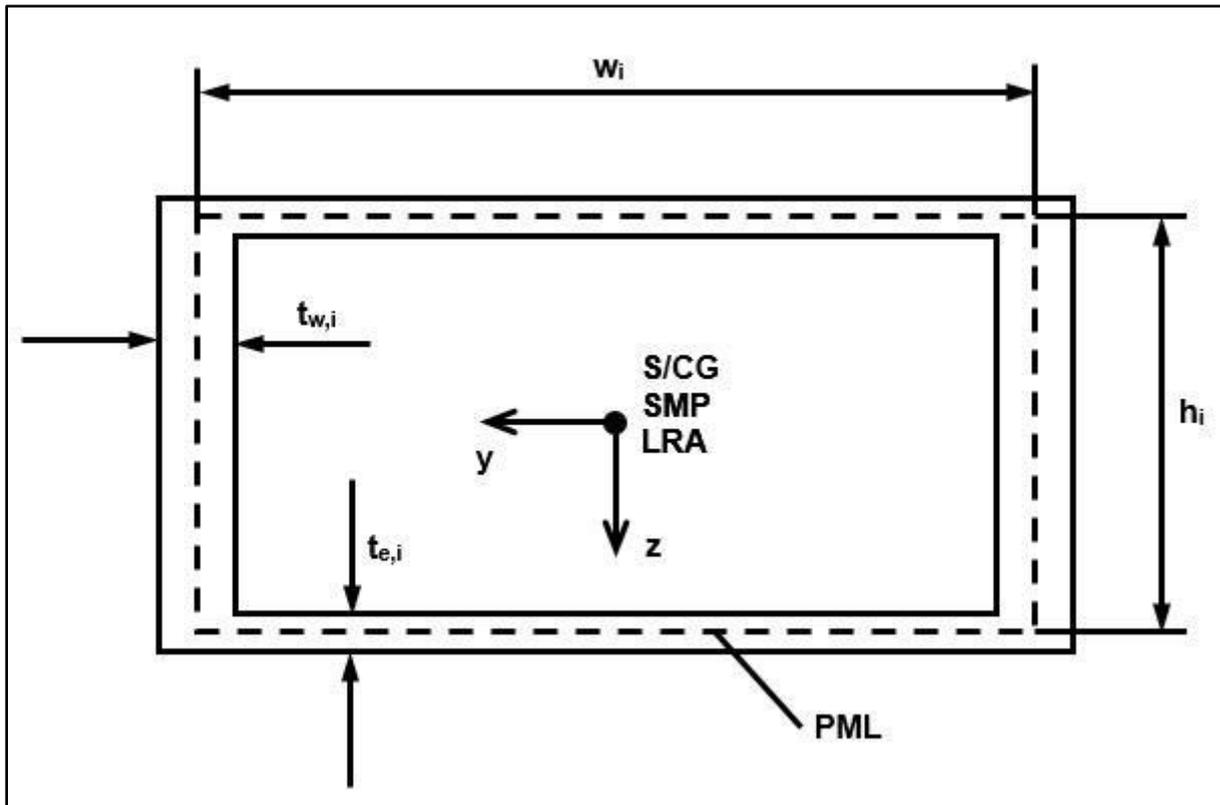


Bild 13: bemaßter BTK

Es folgt für die Flächenträgheitsmomente des BTK um y :

$$I_{y,i} = \frac{1}{2} \left(\frac{t_{e,i}^3 (w_i + t_{w,i})}{3} + h_i^2 t_{e,i} (w_i + t_{w,i}) + \frac{(h_i - t_{e,i})^3 t_{w,i}}{3} \right) \quad (2-150)$$

2.5.7.2 Berechnung der Torsionsträgheitsmomente

Allgemein gilt für das Torsionsträgheitsmoment nach der 2. Bredt'schen Formel:

$$I_T = \frac{4A_m^2}{\oint_0^U \frac{ds}{t(s)}} \quad (2-151)$$

Daraus folgt für die Torsionsträgheitsmomente des BTK:

$$I_{Ti} = \frac{4(w_i h_i)^2}{2 \frac{h_i - t_{e,i}}{t_{w,i}} + 2 \frac{w_i + t_{w,i}}{t_{e,i}}} = \frac{2w_i^2 h_i^2}{\frac{h_i - t_{e,i}}{t_{w,i}} + \frac{w_i + t_{w,i}}{t_{e,i}}} \quad (2-152)$$

2.6 Ermittlung der Strebenkraft

In diesem Schritt ist die Steifigkeitsverteilung des Flügels bereits bekannt. Nimmt man die Strebe vereinfacht als dehnstarrten Stab an, so lässt sich näherungsweise die vertikale Komponente der Strebenkraft in dem statisch unbestimmten System bestimmen [Chiozzotto 2015]. Es gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$V_{st} \approx - \frac{z_w(y = y_{st})}{z'_{st}(y = y_{st})} \quad (2-153)$$

Dabei ist $z_w(y = y_{st})$ die vertikale Verschiebung eines äquivalenten freitragenden Flügels und $z'_{st}(y = y_{st})$ die Verdrehung der Strebe infolge einer virtuellen $\bar{1}$ -Kraft am Strebenende [Chiozzotto 2015]. Es gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$z_w(y = y_{st}) = \sum_{y_f}^{y_{st}} \Delta y_i^2 \frac{M_i}{EI_{y,i}} \quad (2-154)$$

$$z'_{st}(y = y_{st}) = \frac{1}{\cos \Lambda_{LRA}} \sum_{y_f}^{y_{st}} \Delta y_i^2 \frac{y_{st} - y_i}{EI_{y,i}} \quad (2-155)$$

Für die Strebenkraft folgt:

$$F_{st} = \frac{V_{st}}{\sin \theta_{st}} \quad (2-156)$$

Die maximale Strebenkraft bzw. die maximale vertikale Komponente der Strebenkraft aus allen 9 Lastfällen ist die endgültige Strebenkraft, mit der die Strebe dimensioniert wird [Chiozzotto 2015].

2.7 Dimensionierung der Strebe

Die Strebe ist wie der Flügel aufgebaut: ein rechteckiges Hohlprofil ist umgeben von einer aerodynamischen Verkleidung [Chiozzotto 2015].

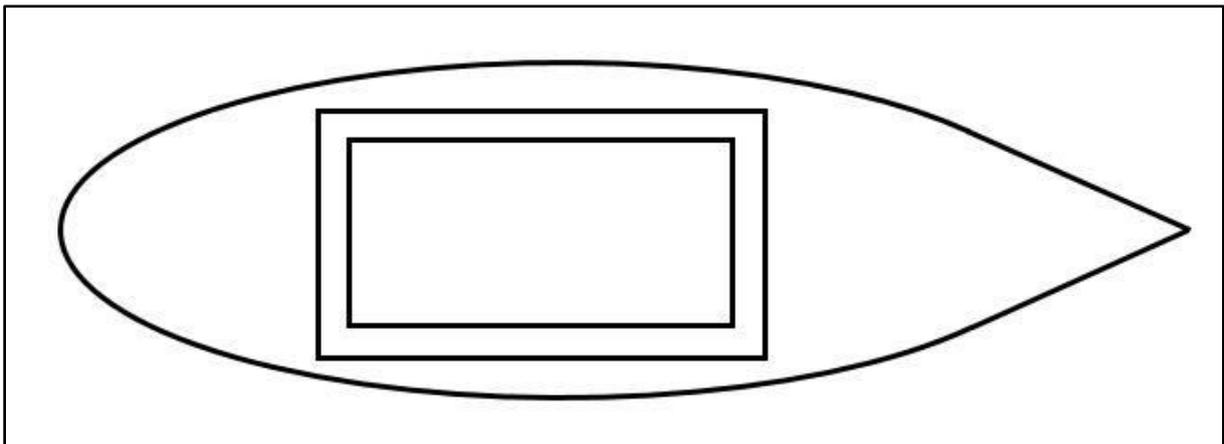


Bild 14: tragendes Hohlprofil in der Strebe

Die Strebe wird ausschließlich gegen Stabilitätsversagen ausgelegt. Bis zur Bruchlast ist kein Knicken oder Beulen erlaubt [Chiozzotto 2015]. Für die erforderliche Biegesteifigkeit gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$EI_{erf} = SF \frac{V_{st,max} L^2}{\sin \theta_{st} \pi^2} \quad (2-157)$$

Daraus ergibt sich die umlaufend konstante verschmierte Wanddicke des Hohlprofils in der Strebe nach **[Chiozzotto 2015]**:

$$t_{e,st} = \max\left(2 \frac{EI_{erf}}{E_{st} w_{st} h_{st}^2}; \frac{t_{min,st}}{k_{s,st}}\right) \quad (2-158)$$

Die Masse der Strebenrippen wird mit 15 % der Masse der Gurt- bzw. Stegplatten angenommen **[Chiozzotto 2015]**. Für die Masse der tragenden Strebenstruktur folgt nach **[Chiozzotto 2015]**:

$$m_{st,box} = 2,3\rho_{st} \left(2 \left(w_{st} t_{e,st} + \frac{h_{st} t_{e,st}}{2}\right)\right) L \quad (2-159)$$

Analog zu den Flächenträgheitsmomenten des Flügel-Biegetorsionskastens ergeben sich die Flächenträgheitsmomente der tragenden Strebenstruktur:

$$I_{y,st} = \frac{t_{e,st}^3 (w_{st} + t_{e,st})}{6} + \frac{(h_{st} - t_{e,st})^3 t_{e,st}}{6} + \frac{t_{e,st} (w_{st} + t_{e,st}) (h_{st} + t_{e,st})^2}{2} \quad (2-160)$$

$$I_{z,st} = \frac{(w_{st} + t_{e,st})^3 t_{e,st}}{6} + \frac{t_{e,st}^3 (h_{st} - t_{e,st})}{6} + \frac{(h_{st} - t_{e,st}) t_{e,st} (w_{st} + t_{e,st})^2}{2} \quad (2-161)$$

$$I_{T,st} = 2 \frac{w_{st}^2 h_{st}^2 t_{e,st}}{w_{st} + h_{st}} \quad (2-162)$$

2.8 Einbeziehung statischer aeroelastischer Effekte

Durch die Abstrebung kann der Flügel schlanker ausgelegt werden, d. h. die Streckung steigt. Ferner kann die tragende Flügelstruktur aufgrund der Entlastung durch die Strebe weniger massiv dimensioniert werden, d. h. die Formsteifigkeit des Flügels ist niedriger. Dies erfordert jedoch eine aeroelastische Analyse des Flügels bereits während der Vordimensionierung, zu der die vorgestellte Methode gehört **[Chiozzotto 2015]**.

Daher sollen statische aeroelastische Effekte vereinfacht in Form einer Analyse der aeroelastischen Lastverteilung berücksichtigt werden **[Chiozzotto 2015]**.

Der globale Korrekturfaktor K_{el} ergibt sich nach **[Chiozzotto 2015]** aus:

$$K_{el} = \frac{\sum (cc_{l,\alpha})_i \Delta y_i}{\sum (cc_{l,\alpha}^r)_i \Delta y_i} \quad (2-163)$$

Der Nenner bleibt in der konvergenten Lösungsschleife konstant, nur der Zähler verändert sich.

Die lokalen Korrekturfaktoren $k_{el,i}$ ergeben sich nach **[Chiozzotto 2015]** aus:

$$k_{el,i} = \frac{(cc_{l,\alpha})_i}{(cc_{l,\alpha}^r)_i} \quad (2-164)$$

Sie sind an jeder Station anders, was die Auftriebsverteilung, korrigiert um aeroelastische Effekte, modelliert. Auch hier bleibt der Nenner konstant, nur der Zähler verändert sich. Es gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$(cc_{l,\alpha}^r)_i = c_i \frac{2\pi\Lambda}{2 + \sqrt{4 + \Lambda^2(1 - M^2)} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{LRA}}{1 - M^2}\right)} \quad (2-165)$$

Der Wert $(cc_{l,\alpha})_i$ wird im Folgenden ermittelt.

2.8.1 Aerodynamische Einflussmatrix

Die aerodynamische Einflussmatrix $[A]$ ist eine Diagonalmatrix [Chiozzotto 2015]. Die Elemente der Hauptdiagonalen berechnen sich nach [Chiozzotto 2015] zu:

$$A_{y\eta} = \frac{1}{K_{el}(cc_{l,\alpha}^r)_i} \quad (2-166)$$

2.8.2 Struktureinflussmatrix

Die Struktureinflussmatrix $[C]$ ist eine symmetrische Matrix und besteht aus vier Einzelmatrizen [Chiozzotto 2015]. Wegen der Symmetrie sind nur drei davon zu berechnen [Chiozzotto 2015]:

$$[C] = \begin{pmatrix} [C^{\theta\theta}] & [C^{\theta z}] \\ [C^{z\theta}] & [C^{zz}] \end{pmatrix} \quad (2-167)$$

2.8.2.1 Untermatrix für Durchbiegung infolge Querkraft

Die Untermatrix $[C^{zz}]$ modelliert die Durchbiegung des Flügels aufgrund von Querkraften [Chiozzotto 2015]. Die Funktion zur Berechnung ihrer Elemente lautet nach [Chiozzotto 2015]:

$$C^{zz}(y, \eta) = \int_{y_f}^{y_t} \frac{(\eta - y)(y - \lambda)}{EI_y(y) \cos^2 \Lambda_{LRA}} d\lambda \quad (2-168)$$

Dabei werden die y -Koordinaten zeilenweise angeordnet und die η -Koordinaten spaltenweise. Es handelt sich um die jeweiligen Positionen der Stationen am Flügel [Chiozzotto 2015].

Die Zählerfunktion lässt sich auch schreiben als:

$$(\eta - y)(y - \lambda) = \lambda^2 - (\eta + y)\lambda + \eta y \quad (2-169)$$

Numerische Integration nach der Hilfsvariablen λ führt also auf eine Funktion mit drei Summanden:

$$C^{zz}(y, \eta) = s_{zz,1} - s_{zz,2}(\eta + y) + s_{zz,3}\eta y \quad (2-170)$$

Für die Hilfsfaktoren gilt:

$$s_{zz,1} = \frac{1}{E \cos^2 \Lambda_{LRA}} \sum_{y_f}^{y_t} \frac{\Delta y_i^3}{I_{y,i}} \quad (2-171)$$

$$s_{zz,2} = \frac{1}{E \cos^2 \Lambda_{LRA}} \sum_{y_f}^{y_t} \frac{\Delta y_i^2}{I_{y,i}} \quad (2-172)$$

$$s_{zz,3} = \frac{1}{E \cos^2 \Lambda_{LRA}} \sum_{y_f}^{y_t} \frac{\Delta y_i}{I_{y,i}} \quad (2-173)$$

2.8.2.2 Untermatrix für Verdrehung infolge Torsionsmoment

Die Untermatrix $[C^{\theta\theta}]$ modelliert die Verdrehung des Flügels aufgrund von Torsionsmomenten [Chiozzotto 2015]. Ihre Elementfunktion lautet nach [Chiozzotto 2015]:

$$C^{\theta\theta}(y, \eta) = \int_{y_f}^{y_t} \left(\frac{\cos \Lambda_{LRA}}{GI_T(y)} + \frac{\sin \Lambda_{LRA}}{EI_y(y)} \right) d\lambda \quad (2-174)$$

Numerische Integration führt auf:

$$C^{\theta\theta}(y, \eta) = \frac{\cos \Lambda_{LRA}}{G} \sum_{y_f}^{y_t} \left(\frac{\Delta y_i}{I_{T,i}} \right) + \frac{\sin \Lambda_{LRA}}{E} \sum_{y_f}^{y_t} \left(\frac{\Delta y_i}{I_{y,i}} \right) \quad (2-175)$$

Alle Elemente sind hier also gleich.

2.8.2.3 Untermatrix für Verdrehung infolge Querkraft

Die Untermatrix $[C^{\theta z}]$ modelliert die Verdrehung des Flügels aufgrund einer exzentrisch angreifenden Querkraft [Chiozzotto 2015]. Ihre Elementfunktion lautet nach [Chiozzotto 2015]:

$$C^{\theta z}(y, \eta) = C^{z\theta}(y, \eta) = - \int_{y_f}^{y_t} \frac{(\eta - \lambda)}{EI_y(y) \cos \Lambda_{LRA}} d\lambda \quad (2-176)$$

Das Ergebnis der Integration ist eine Funktion der Form:

$$C^{\theta z}(y, \eta) = s_{\theta z,1} \eta + s_{\theta z,2} \quad (2-177)$$

Die Hilfsfaktoren ergeben sich zu:

$$s_{\theta z,1} = -\frac{1}{E \cos \Lambda_{LRA}} \sum_{y_f}^{y_t} \frac{\Delta y_i}{I_{y,i}} \quad (2-178)$$

$$s_{\theta z,2} = -\frac{1}{E \cos \Lambda_{LRA}} \sum_{y_f}^{y_t} \frac{\Delta y_i^2}{I_{y,i}} \quad (2-179)$$

2.8.3 Strukturflexibilitätsmatrizen

Für die Strukturflexibilitätsmatrix $[E]$ gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$[E] = ([C^{\theta z}] + [C^{\theta\theta}][ec])[dy] \quad (2-180)$$

Für die Strukturflexibilitätsmatrix $[E']$ gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$[E'] = ([C^{zz}] + [C^{\theta z}][ec])[dy] \quad (2-181)$$

Dabei ist $[ec]$ eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente die Abstände von Neutralpunkt zu Lastreferenzachse in jedem Streifen sind. Die Matrix $[dy]$ ist ebenfalls eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente die Streifenbreite Δy_i jedes Streifens enthält [Chiozzotto 2015].

2.8.4 Hilfsgrößen

Für die folgenden Berechnungen werden noch einige Hilfsgrößen nach [Chiozzotto 2015] benötigt:

$$c_S = -\frac{L}{E_{st} A_{st}} = -\frac{L}{2E_{st} t_{e,st} (2t_{e,st} + h_{st} + w_{st})} \quad (2-182)$$

$$c_T = -\frac{L}{EI_{z,st} \cos^2 \Lambda_{LRA} \sin^2 \theta_{st} + EI_{x,st} \sin^2 \Lambda_{LRA} + GI_{T,st} \cos^2 \Lambda_{LRA} \cos^2 \theta_{st}} \quad (2-183)$$

$$B = (C_{ss}^{zz} - c_S)(C_{ss}^{\theta\theta} - c_T) - (C_{ss}^{\theta z})^2 \quad (2-184)$$

$$B_{T1} = -\frac{C_{ss}^{zz} - c_S}{B} \quad (2-185)$$

$$B_{T1'} = B_{S1} = \frac{C_{ss}^{\theta z}}{B} \quad (2-186)$$

$$B_{S1'} = -\frac{C_{ss}^{\theta\theta} - c_T}{B} \quad (2-187)$$

2.8.5 Korrekturmatrix zur Strukturflexibilitätsmatrix

Die Matrizen $[E]$ und $[E']$ sind am freitragenden Flügel formuliert. Um die Strebenreaktion mit in das aeroelastische Modell zu bringen, wird eine Korrekturmatrix eingeführt [Chiozzotto

2015]:

$$[K_E] = [K_{ET}] + [K_{ES}] \quad (2-188)$$

$$[K_{ET}] = [C^{\theta\theta}] \{1_{st}\} \{1_{st}\}^T ([E]B_{T1} + [E']B_{T1'}) \quad (2-189)$$

$$[K_{ES}] = [C^{\theta z}] \{1_{st}\} \{1_{st}\}^T ([E]B_{S1} + [E']B_{S1'}) \quad (2-190)$$

Dabei ist $\{1_{st}\}$ ein Spaltenvektor mit einer 1 bei dem Streifen, an den die Strebe angeschlossen ist, die restlichen Elemente sind gleich Null [Chiozzotto 2015].

2.8.6 Berechnung der neuen Auftriebsverteilung

Es gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$([A] - q[E_K]) \{cc_{l,\alpha}\} = [1] \quad (2-191)$$

Dabei ist [1] eine Diagonalmatrix mit nur Einsen auf der Hauptdiagonalen, die restlichen Elemente sind Nullen [Chiozzotto 2015].

Umgestellt folgt nach [Chiozzotto 2015]:

$$\{cc_{l,\alpha}\} = ([A] - q[E_K])^{-1} \quad (2-192)$$

Dabei gilt für den dynamischen Druck:

$$q = q(h) = \frac{\rho(h)v^2(h)}{2} \quad (2-193)$$

2.9 Ermittlung der Massen der Flügelkomponenten

Für Aluminiumplatten ist ein Aufschlag von 5 % anzunehmen, für Gurt- und Rippenplatten aus Verbundwerkstoff 8 % und 9 % für Stegplatten aus Verbundwerkstoff. Für die Montage der Strebe sind 15 % als Aufschlag anzunehmen. Um Vereinfachungen bei der analytischen Berechnung von Massen innerhalb der Methode Rechnung zu tragen, sind diese mit 10 % zu beaufschlagen [Chiozzotto 2015].

Für die sekundäre Flügelstruktur (Bepflankung, Klappen, Ruder, Vorflügel, Winglets, Triebwerksaufhängungen, ...) gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{sec} = m_{MTO}^{0,518} S^{0,492} \quad (2-194)$$

Für die sekundäre Struktur der Strebe (Verkleidung) gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{sec,st} = 2,3\rho_{st}(2,1L(c_{st} \cos \Lambda_{LRA} - w_{st})t_{min,st}) \quad (2-195)$$

Für die Masse des Flügel-BTK aus Aluminium gilt nach [Chiozzotto 2015]:

$$m_{box} = 1,1(1,05m_{covers} + 1,05m_{webs} + 1,05m_{ribs}) \quad (2-196)$$

Für die Masse des Flügel-BTK aus Verbundwerkstoffen gilt nach [**Chiozzotto 2015**]:

$$m_{box} = 1,1(1,08m_{covers} + 1,09m_{webs} + 1,08m_{ribs}) \quad (2-197)$$

Für das gesamte Flügelgewicht gilt damit nach [**Chiozzotto 2015**]:

$$m_{wing,total} = m_{wing} + m_{st} = m_{box} + m_{sec} + m_{box,st} + m_{sec,st} \quad (2-198)$$

Für einen Flügel mit einem Strebenwinkel von quasi 90° , d. h. ohne Strebe, gilt:

$$m_{wing,total} = m_{wing} \quad (2-199)$$

3 Implementierung der Methode in Microsoft Excel

Die in Kapitel 2 beschriebene Methode mit den dargelegten Formeln soll in das Tabellenkalkulationsprogramm Microsoft Office Excel implementiert werden. Der Aufbau der Datei wird in diesem Kapitel beschrieben.

Da die Luftfahrt in hohem Maße international ausgerichtet ist, ist die Excel-Datei größtenteils in englischer Sprache geschrieben. Die Symbole für die mathematischen Größen entsprechen größtenteils den Symbolen, die Chiozzotto in seiner Abhandlung verwendet.

Zellen, die gelb hinterlegt sind, enthalten Informationen, meistens Text. Hier sollen vom Benutzer keine Eingaben gemacht werden. Zellen, die grün hinterlegt sind, sind Eingabefelder, in die Werte vom Benutzer eingetragen werden sollen. Orange hinterlegte Zellen sind Ergebnisfelder, in denen Rechenergebnisse aufgrund der gemachten Eingaben dargestellt werden. Hier darf vom Benutzer nichts eingegeben werden, um die dahinterliegenden Formeln nicht zu zerstören!

Der Flügel ist in insgesamt 34 Streifen zerlegt, davon 17 auf jeder Seite. Der Abschnitt 1 von der Symmetrieebene bis zum Rumpfanschluss ist 1 Streifen und bekommt den Index A. Der Abschnitt 2 vom Rumpfanschluss bis zum Kink ist in 8 Streifen zerlegt und von B bis I nummeriert. Der Abschnitt 3 vom Kink bis zur Flügelspitze ist ebenfalls in 8 Streifen zerlegt und von J bis Q nummeriert. Die Strebe ist am Streifen J angeschlossen.

3.1 Tabellenblatt „Geometry“

| | | | |
|-------------------------------------|-----------------|----------------|-------|
| span width | b | m | 36,00 |
| fuselage width | bf = 2yf | m | 2,00 |
| fuselage height | hf | m | 3,00 |
| fuselage nose length | lfn | m | 3,00 |
| sweep angle of LRA | Λ_{LRA} | ° | 0,0 |
| leading edge to engine | xLEE | m | 2,00 |
| symmetry plane to engine | ySPE | m | 4,00 |
| strut attachment at wing kink! | yst = yk | m | 9 |
| strut angle | Ost | ° | 20,6 |
| strut length | L | m | 8,54 |
| wing area | S | m ² | 72,0 |
| aspect ratio | AR | 1 | 18,0 |
| taper ratio | lambda | 1 | 1,00 |
| nose to wing aerodynamic center | xACwing | m | 20,50 |
| nose to wing leading edge (at MAC) | xMACwing | m | 20,00 |
| wing mean aerodynamic chord | MACwing | m | 2,00 |
| wing mean geometric chord | SMCwing | m | 2,00 |
| average sweep angle of 25 % line | Λ_{25} | ° | 0,0 |
| nose to wing leading edge (at root) | xref | m | 20,00 |
| nose to center of gravity | xCG | m | 21,00 |

Bild 15: Eingabe der globalen Flugzeuggeometrie

In diesem Tabellenblatt wird die Geometrie des Flugzeugs spezifiziert. Links befindet sich eine Dateneingabemaske, in der globale Geometriedaten des Flugzeugs (Spannweite, Rumpflänge, ...) eingegeben werden. Oben rechts befindet sich eine Eingabemaske zur Definition der Flügelgeometrie.

| | | | Station 1 | Station 2 | Station 3 | Station 4 |
|------------------------------|--------|------------|-----------------------------|---------------------|-----------|-----------|
| | | | wing root at symmetry plane | fuselage attachment | wing kink | wing tip |
| | | | i = r | i = f | i = k | i = t |
| local chord | ci | m | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| front spar position | FSi | % of chord | 25 | 25 | 25 | 25 |
| rear spar position | RSi | % of chord | 75 | 75 | 75 | 75 |
| airfoil thickness ratio | (t/c)i | % | 12 | 12 | 12 | 12 |
| distance from symmetry plane | yi | m | 0 | 1 | 9 | 18 |

Bild 16: Flügelspezifikation

Weiter unten links werden die Koeffizienten der Flügeltiefenverlaufs- und Flügelvorderkantenverlaufsfunktion berechnet und dargestellt.

| | | | |
|------------------------------|---|---|--------|
| chord gradient in section 1 | m1 | 1 | -1,000 |
| chord intercept in section 1 | b1 | m | 4,000 |
| c1(y) = m1 x y + b1 | from root to fuselage attachment | | |
| chord gradient in section 2 | m2 | 1 | -0,111 |
| chord intercept in section 2 | b2 | m | 3,111 |
| c2(y) = m2 x y + b2 | from fuselage attachment to kink | | |
| chord gradient in section 3 | m3 | 1 | -0,125 |
| chord intercept in section 3 | b3 | m | 3,250 |
| c3(y) = m3 x y + b3 | from kink to tip | | |

Bild 17: Koeffizienten der Flügeltiefenverlaufsfunktion

| | | | |
|------------------------------------|---|---|--------|
| LE position gradient in section 1 | m1 | 1 | 1,000 |
| LE position intercept in section 1 | b1 | m | 20,000 |
| x1(y) = m1 x y + b1 | from root to fuselage attachment | | |
| LE position gradient in section 2 | m2 | 1 | 0,028 |
| LE position intercept in section 2 | b2 | m | 20,972 |
| x2(y) = m2 x y + b2 | from fuselage attachment to kink | | |
| LE position gradient in section 3 | m3 | 1 | 0,031 |
| LE position intercept in section 3 | b3 | m | 20,938 |
| x3(y) = m3 x y + b3 | from kink to tip | | |

Bild 18: Koeffizienten der Flügelvorderkantenverlaufsfunktion

3.2 Tabellenblatt „Aircraft Loads“

Hier werden die am Flugzeug wirkenden Lasten ermittelt. Oben links werden Massen, Geschwindigkeiten und Atmosphärenparameter eingegeben und berechnet. Direkt darunter wird die relative Lage des Flugzeugneutralpunkts sowie des Flugzeugschwerpunkts ermittelt. Noch tiefer befindet sich die Berechnung des Auftriebsanstiegs in den Böenlastfällen nach Ricciardi und Pratt. Mittig werden die 1g- und die Δ -Lasten in den 9 verschiedenen Lastfällen ermittelt. Die Lastfälle selbst werden oben rechts dargestellt.

| | | | | | | |
|-----------------------------------|--------|-------------------|--------|------|--------|--------------------|
| maximum take-off weight | MTOW | kg | 49.812 | | | |
| maximum zero fuel weight | MZFW | kg | 36.800 | | | |
| maximum operating Mach number | MMO | 1 | 0,51 | | | |
| (true) maneuver speed in altitude | VA(h) | kt | 258,9 | km/h | 479,4 | m/s 133,2 |
| (true) cruise speed in altitude | VC(h) | kt | 309,6 | km/h | 573,3 | m/s 159,3 |
| (true) dive speed in altitude | VD(h) | kt | 352,0 | km/h | 652,0 | m/s 181,1 |
| density on ground | rho0 | kg/m ³ | 1,225 | | | |
| temperature on ground | T0 | °C | 15,0 | K | 288,15 | |
| isentropic exponent | k | 1 | 1,4 | | | |
| specific gas constant | Ri | J/(kgxK) | 287,1 | | | |
| altitude | h | ft | 23.000 | m | 7.010 | max. 11 km! |
| temperature in altitude | T(h) | °C | -30,6 | K | 242,6 | |
| speed of sound in altitude | a(h) | km/h | 1.124 | m/s | 312,3 | |
| density in altitude | rho(h) | kg/m ³ | 0,589 | | | |

Bild 19: Massen, Geschwindigkeiten und Atmosphärenparameter

| | | | | | | |
|--|---------------------|----------------|--------|-------|-------|--------------|
| aerodynamic center position | ACwb | % of MAC | 21,1 | | | |
| center of gravity position | CG | % of MAC | 50,0 | | | |
| distance from ACwing to ACTail | lt | m | 24,0 | | | |
| correction by fuselage lift | deltaf1 x (xAC/MAC) | 1 | -0,039 | % | -3,9 | + AC to tail |
| correction by wing lift loss in fuselage | deltaf2 x (xAC/MAC) | 1 | 0,000 | % | 0,0 | - AC to nose |
| wetted wing area | Snet | m ² | 68,0 | | | |
| lift gradient of wing + fuselage | (dcL/dalpha)wf | 1/rad | 5,781 | π/rad | 1,840 | |
| lift gradient of wing | (dcL/dalpha)w | 1/rad | 5,386 | π/rad | 1,714 | |
| correction factor for wing lift loss | KI | 1 | 1,073 | | | |

Bild 20: AC- und CG-Berechnung

| | | | | | | |
|-----------------------------------|------------|-----|---------|--|--|---------------------------|
| mittlere Flügeltiefe | cquer | m | 2,00 | | | |
| Massenverhältnis | μg | 1 | 6,422 | | | mit dem ae CLalpha von G+ |
| Massenverhältnis | μg | 1 | 6,422 | | | mit dem ae CLalpha von G- |
| Abminderungsfaktor | Kg | 1 | 0,481 | | | mit dem μg von G+ |
| Abminderungsfaktor | Kg | 1 | 0,481 | | | mit dem μg von G- |
| Böenstärke | vböe | m/s | 25,6 | | | |
| Betrag der Anstellwinkeldifferenz | deltaalpha | ° | 9,1 | | | |
| Auftriebsdifferenz | deltaL | N | 550.138 | | | mit dem ae CLalpha von G+ |
| Auftriebsdifferenz | deltaL | N | 550.138 | | | mit dem ae CLalpha von G- |

Bild 21: Berechnung des Auftriebsanstiegs nach Pratt

| Single Loads | | | | |
|--------------|---------|----------|--------|----------|
| case | LW,1g | LW,delta | BTL1g | BTLdelta |
| | N | N | N | N |
| MA+ | 476.929 | 715.393 | 11.727 | 17.591 |
| MD+ | 476.929 | 715.393 | 11.727 | 17.591 |
| G+ | 352.344 | 258.199 | 8.664 | 6.349 |
| M- | 476.929 | -953.857 | 11.727 | -23.454 |
| G- | 352.344 | -258.199 | 8.664 | -6.349 |
| bump | 476.929 | 319.542 | 11.727 | 7.857 |
| 1g | 414.636 | 0 | 10.195 | 0 |
| R+ | 476.929 | 319.542 | 11.727 | 7.857 |
| R- | 476.929 | -476.929 | 11.727 | -11.727 |

Bild 22: Berechnung der 1g- und Δ-Lasten

| Load Cases | | | | | | | | | |
|------------|---------------|--------------|-------------|-------------|---------------|-----------|---------|------------------------|---------------------|
| case | aircraft mass | design speed | Mach number | load factor | safety factor | LW | BTL | effective wing loading | description |
| | kg | m/s | 1 | 1 | 1 | N | N | kg/m ² | |
| MA+ | 49.812 | 146,0 | 0,43 | 2,50 | 1,5 | 1.192.321 | 29.318 | 1.730 | low speed maneuver |
| MD+ | 49.812 | 181,1 | 0,58 | 2,50 | 1,5 | 1.192.321 | 29.318 | 1.730 | high speed maneuver |
| G+ | 36.800 | 159,3 | 0,51 | 1,73 | 1,5 | 610.543 | 15.013 | 886 | positive gust |
| M- | 49.812 | 159,3 | 0,51 | -1,00 | 1,5 | -476.929 | -11.727 | -692 | negative maneuver |
| G- | 36.800 | 159,3 | 0,51 | 0,27 | 1,5 | 94.146 | 2.315 | 137 | negative gust |
| bump | 49.812 | 0,0 | 0,00 | 1,67 | 1,5 | 796.471 | 19.584 | 1.155 | bump on ground |
| 1g | 43.306 | 159,3 | 0,51 | 1,00 | 1,0 | 414.636 | 10.195 | 601 | fatigue case |
| R+ | 49.812 | 159,3 | 0,51 | 1,67 | 1,5 | 796.471 | 19.584 | 1.155 | steady roll rate |
| R- | 49.812 | 159,3 | 0,51 | 0,00 | 1,5 | 0 | 0 | 0 | steady roll rate |

Bild 23: Lastfalldaten

3.3 Tabellenblatt „Wing Loads“

Hier werden aus den Geometriedaten und Flugzeuglasten die Flügellasten ermittelt.

| | | | | | | | |
|--------------------------------------|----------------|----------------|-------|------|--------|---------|--------|
| maximum operating speed in altitude | VMO | kt | 310 | km/h | 573 | m/s | 159,3 |
| non-dimensional roll-rate | p [^] | rad | 0,07 | ° | 4,0 | | |
| maximum aileron deflection | δmax | ° | -15 | rad | -0,262 | π x rad | -0,083 |
| aileron effectiveness factor | kail | 1 | 0,75 | | | | |
| correction factor for wing lift loss | KI | 1 | 1,073 | | | | |
| wing area | S | m ² | 72,0 | | | | |
| wing mass (initial) | mwing | kg | 5.000 | | | | |

Bild 24: Querruderausschlagsdaten

| | | | |
|---|----|-----|-------|
| airfoil thickness to chord ratio gradient in section 1 | m1 | 1/m | 0,000 |
| airfoil thickness to chord ratio intercept in section 1 | b1 | 1 | 0,120 |
| (t/c)1(y) = m1 x y + b1 | | | |
| from root to fuselage attachment | | | |
| airfoil thickness to chord ratio gradient in section 2 | m2 | 1/m | 0,000 |
| airfoil thickness to chord ratio intercept in section 2 | b2 | 1 | 0,120 |
| (t/c)2(y) = m2 x y + b2 | | | |
| from fuselage attachment to kink | | | |
| airfoil thickness to chord ratio gradient in section 3 | m3 | 1/m | 0,000 |
| airfoil thickness to chord ratio intercept in section 3 | b3 | 1 | 0,120 |
| (t/c)3(y) = m3 x y + b3 | | | |
| from kink to tip | | | |

Bild 25: Flügeldickenverlaufsfunktion

| | | | |
|--|----|-----|-------|
| front spar position gradient in section 1 | m1 | 1/m | 0,000 |
| front spar position intercept in section 1 | b1 | 1 | 0,250 |
| FS1(y) = m1 x y + b1 | | | |
| from root to fuselage attachment | | | |
| front spar position gradient in section 2 | m2 | 1/m | 0,000 |
| front spar position intercept in section 2 | b2 | 1 | 0,250 |
| FS2(y) = m2 x y + b2 | | | |
| from fuselage attachment to kink | | | |
| front spar position gradient in section 3 | m3 | 1/m | 0,000 |
| front spar position intercept in section 3 | b3 | 1 | 0,250 |
| FS3(y) = m3 x y + b2 | | | |
| from kink to tip | | | |

Bild 26: Vorderholmverlaufsfunktion

| | | | |
|---|----|---|-------|
| rear spar position gradient in section 1 | m1 | 1/m | 0,000 |
| rear spar position intercept in section 1 | b1 | 1 | 0,750 |
| RS1(y) = m1 x y + b1 | | from root to fuselage attachment | |
| rear spar position gradient in section 2 | m2 | 1/m | 0,000 |
| rear spar position intercept in section 2 | b2 | 1 | 0,750 |
| RS2(y) = m2 x y + b2 | | from fuselage attachment to kink | |
| rear spar position gradient in section 3 | m3 | 1/m | 0,000 |
| rear spar position intercept in section 3 | b3 | 1 | 0,750 |
| RS3(y) = m3 x y + b2 | | from kink to tip | |

Bild 27: Hinterholmverlaufsfunktion

| | | | | | | | | |
|------------------|-------------------------|----------------------------|---------|---------|-------|-------|-------|--|
| Load Case: MA+ | 1g wing lift | LW,1g | N | 476.929 | | | | |
| | additional wing lift | LW,delta | N | 715.393 | | | | |
| | wing mass (chosen) | mwing | kg | 2.293 | | | | |
| | fuel mass | mfuel | kg | 13.012 | | | | |
| | load factor | nz | 1 | 2,50 | | | | |
| | initial | aeroelastic effects factor | Kel | 1 | 1 | | | |
| | calculated | | Kel | 1 | 1,142 | | | |
| | chosen | | Kel | 1 | 1,142 | | | |
| | aerodynamic | wing lift coefficient | CLalpha | 1/rad | 5,386 | π/rad | 1,714 | |
| | aeroelastic | derivative | CLalpha | 1/rad | 6,152 | π/rad | 1,958 | |
| | | | | | | | | |
| | Mach number at altitude | M | 1 | 0,43 | | | | |
| design speed | v | m/s | 146 | km/h | 526 | kt | 284 | |
| dynamic pressure | q | Pa | 6,272 | | | | | |

Bild 28: Übersichtsmaske für die Flügellasten-Berechnung in jedem Lastfall

| | | | |
|-----------------|---|--------------------------|-----------------------------|
| Control: m [kg] | | aerodynamic wing loading | inertia relief wing loading |
| 44.320 | | llaero,i | llinertia,i |
| 49.812 | | N/m | N/m |
| Section 1 | A | 0 | -10.427 |
| | B | 32.519 | -10.427 |
| | C | 32.470 | -10.427 |
| | D | 32.396 | -10.427 |
| Section 2 | E | 32.296 | -10.427 |
| | F | 32.170 | -10.427 |
| | G | 32.016 | -10.427 |
| | H | 31.831 | -10.427 |
| | I | 31.615 | -10.427 |
| Section 3 | J | 31.339 | -10.427 |
| | K | 31.005 | -10.427 |
| | L | 30.611 | -10.427 |
| | M | 30.146 | -10.427 |
| | N | 29.587 | -10.427 |
| | O | 38.377 | -10.427 |
| | P | 36.665 | -10.427 |
| | Q | 26.632 | -10.427 |

Bild 29: streifenweise Flügellasten und Massenkontrollfeld

| local aeroelastic effects factor | | | section | section | local | local | section | | local aileron | local |
|----------------------------------|------------|--------|---------|---------|---------------|-------|----------------|-------|---------------|-------------|
| initial | calculated | chosen | width | center | Schrenk chord | chord | from | to | chord | chord ratio |
| kel,i | kel,i | kel,i | deltayi | yi | cschi | ci | % of half-span | | caili | ti |
| 1 | 1 | 1 | m | m | m | m | | | m | 1 |
| 1 | 0,000 | 0,000 | 1 | 0,5 | 2,27 | 2,00 | 0,0 | 5,6 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 1,50 | 2,27 | 2,00 | 5,6 | 11,1 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 2,50 | 2,26 | 2,00 | 11,1 | 16,7 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 3,50 | 2,25 | 2,00 | 16,7 | 22,2 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 4,50 | 2,23 | 2,00 | 22,2 | 27,8 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 5,50 | 2,21 | 2,00 | 27,8 | 33,3 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 6,50 | 2,19 | 2,00 | 33,3 | 38,9 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 7,50 | 2,16 | 2,00 | 38,9 | 44,4 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,00 | 8,50 | 2,12 | 2,00 | 44,4 | 50,0 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 9,56 | 2,08 | 2,00 | 50,0 | 56,3 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 10,69 | 2,02 | 2,00 | 56,3 | 62,5 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 11,81 | 1,96 | 2,00 | 62,5 | 68,8 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 12,94 | 1,89 | 2,00 | 68,8 | 75,0 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 14,06 | 1,79 | 2,00 | 75,0 | 81,3 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 15,19 | 1,68 | 2,00 | 81,3 | 87,5 | 0,80 | 0,40 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 16,31 | 1,54 | 2,00 | 87,5 | 93,8 | 0,80 | 0,40 |
| 1 | 1,142 | 1,142 | 1,13 | 17,44 | 1,32 | 2,00 | 93,8 | 100,0 | 0,00 | 0,00 |

Bild 30: Aeroelastikdaten, Streifenposition/-breite, Profiltiefen-/Querruderdaten

| local airfoil thickness to chord | local aileron derivative due to roll rate | local aileron derivative due to aileron deflection | local rigid lift coefficient derivative multiplied by local chord | local lift coefficient derivative multiplied by local chord |
|----------------------------------|---|--|---|---|
| (t/c) _i | c _l ^α _i | c _l ^δ _i | (c _l ,α ^α) _i | (c _l ,α) _i |
| 1 | 1/rad | 1/rad | m/rad | m/rad |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | -0,488 | -3,559 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | -0,488 | -3,559 | 10,77 | 12,30 |
| 0,120 | 0,000 | 0,000 | 10,77 | 12,30 |

Bild 31: Profiltiefe, Rolldaten, aeroelastische Ergebnisse

| local shear load | local bending moment | local torsion moment | local excentricity | local front spar position | local rear spar position |
|------------------|----------------------|----------------------|--------------------|---------------------------|--------------------------|
| SLRAi | MLRAi | TLRAi | ei | FSi | RSi |
| N | Nm | Nm | m | m | m |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -180.555 | 985.056 | -268.529 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -157.216 | 768.698 | -233.460 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -134.287 | 578.807 | -198.801 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -111.841 | 414.962 | -164.625 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -89.971 | 276.662 | -131.026 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -63.471 | 163.319 | -92.796 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -32.990 | 74.227 | -50.584 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |
| -9.115 | 20.510 | -14.980 | 0,50 | 0,50 | 1,50 |

Bild 32: Schnittgrößen

| Ai | Ages | m |
|--------|-----------|--------|
| N | N | kg |
| 0 | 1.086.940 | 44.320 |
| 32.519 | | |
| 32.470 | | |
| 32.396 | | |
| 32.296 | | |
| 32.170 | | |
| 32.016 | | |
| 31.831 | | |
| 31.615 | | |
| 35.257 | | |
| 34.880 | | |
| 34.438 | | |
| 33.914 | | |
| 33.286 | | |
| 43.175 | | |
| 41.248 | | |
| 29.961 | | |

Bild 33: Massenermittlung aus Luftlasten

3.4 Tabellenblatt „Wing Box Sizing“

Hier wird der Flügel-Biegetorsionskasten dimensioniert.

| | | | | | | | |
|---|------------|-------------------|---------|------------------|-------|----|-------|
| material shear allowable | Fmat,s | MPa | 220 | | | | |
| skin to skin + stringer thickness ratio | ks | 1 | 0,86 | 0,40...0,86 | | | |
| ply longitudinal modulus | Ex0 | MPa | 70.000 | | | | |
| laminate longitudinal modulus | Ex | MPa | 45.000 | | | | |
| laminate transversal modulus | Ey | MPa | 27.000 | | | | |
| shear modulus | Gxy | MPa | 17.000 | | | | |
| Poisson's ratio in x-y-direction | μ_{xy} | 1 | 0,32 | | | | |
| Poisson's ratio in y-x-direction | μ_{yx} | 1 | 0,28 | | | | |
| wing box height reduction factor | r | 1 | 0,9 | | | | |
| ribs spacing | Lr | m | 0,5000 | cm | 50,00 | mm | 500,0 |
| composite factor | kcomp | 1 | 0,769 | | | | |
| composite auxiliary factor | Z | 1 | 1,268 | | | | |
| Farrar effectivity | F(ks) | 1 | 0,475 | | | | |
| density of covers | rhoc | kg/m ³ | 2.700,0 | t/m ³ | 2,70 | | |
| density of ribs and webs | rhow | kg/m ³ | 2.700,0 | t/m ³ | 2,70 | | |

Bild 34: Daten zum BTK-Material

| | | | | | | | |
|----------------------------|--------|-----|-------|--|--|--|----------------|
| safety factor | SF | 1 | 1,5 | | | | |
| material tensile allowable | Fmat,t | MPa | 360 | | | | Load Case: MA+ |
| wing box weight | mbox | kg | 3.082 | | | | |

Bild 35: lastfallrelevante Materialdaten

| | | local wing box width | local wing box height | local normal load on cover | local shear flow due to torsion | |
|-----------|-----------|-------------------------|--------------------------|-------------------------------|------------------------------------|------|
| | | wi | hi | Pi | Qi | |
| | | m | m | N | N/mm | |
| Section 1 | A | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| | Section 2 | B | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 |
| | | C | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 |
| D | | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| E | | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| F | | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| G | | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| H | | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| Section 3 | I | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| | J | 1,00 | 0,22 | 6.840.664 | -932 | |
| | K | 1,00 | 0,22 | 5.338.178 | -811 | |
| | L | 1,00 | 0,22 | 4.019.495 | -690 | |
| | M | 1,00 | 0,22 | 2.881.678 | -572 | |
| | N | 1,00 | 0,22 | 1.921.264 | -455 | |
| | O | 1,00 | 0,22 | 1.134.162 | -322 | |
| P | 1,00 | 0,22 | 515.464 | -176 | | |
| | Q | 1,00 | 0,22 | 142.428 | -52 | |

Bild 36: BTK-Ausmaße und Kraftflüsse

| local smeared cover thickness | local primary chosen smeared cover thickness | local smeared cover thickness against | local smeared cover thickness for strength (aluminum) | maximum of strength composite thicknesses | local smeared cover thickness for strength (composite, bending) | local smeared cover thickness for strength (composite, torsion) |
|-------------------------------|--|---------------------------------------|---|---|---|---|
| $t_{e,i}$ | $\max(t_{e,buck}, t_{e,strength})$ | $t_{e,buck,i}$ | $t_{e,strength,Al,i}$ | $t_{max,strength,comp}$ | $t_{e,strength,comp,bend,i}$ | $t_{e,strength,comp,tor,i}$ |
| mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 19,70 | 19,70 | 0,02 | 19,70 | 19,00 | 19,00 | 4,93 |
| 15,51 | 15,51 | 0,02 | 15,51 | 14,83 | 14,83 | 4,28 |
| 11,81 | 11,81 | 0,01 | 11,81 | 11,17 | 11,17 | 3,65 |
| 8,62 | 8,62 | 0,01 | 8,62 | 8,00 | 8,00 | 3,02 |
| 5,91 | 5,91 | 0,01 | 5,91 | 5,34 | 5,34 | 2,40 |
| 3,63 | 3,63 | 0,01 | 3,63 | 3,15 | 3,15 | 1,70 |
| 1,74 | 1,74 | 0,01 | 1,74 | 1,43 | 1,43 | 0,93 |
| 0,49 | 0,49 | 0,00 | 0,49 | 0,40 | 0,40 | 0,27 |

Bild 37: Berechnung der Gurtplattendicke

| local buckling allowable | design variable | non-optimal factor | design variable | non-optimal factor for webs | non-optimal factor for ribs | spar webs smeared thickness | ribs webs smeared thickness | ribs caps smeared |
|--------------------------|-----------------|--------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------|
| $F_{b,i}$ | $k_{e,i}$ | $k_{NO,e,i}$ | $k_{w,i}$ | $k_{NO,w,i}$ | $k_{NO,rib,i}$ | $t_{w,i}$ | $t_{rib,w,i}$ | $t_{rib,c,i}$ |
| MPa | | | | | | mm | mm | mm |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 0,65 | 0,00 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,16 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,16 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,16 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,16 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,16 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,15 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,15 | 0,36 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,15 | 0,35 |
| 357,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8,86 | 1,14 | 0,35 |
| 315,7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7,71 | 1,14 | 0,35 |
| 273,9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6,57 | 1,13 | 0,34 |
| 231,9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5,45 | 1,12 | 0,34 |
| 189,4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4,36 | 1,11 | 0,33 |
| 145,5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3,08 | 1,25 | 0,43 |
| 98,1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1,65 | 1,23 | 0,41 |
| 51,6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,48 | 1,07 | 0,30 |

Bild 38: Beulspannungen, Designvariablen und Steg- und Rippendicken

| covers mass | webs mass | ribs mass | wing box volume |
|----------------|--------------|--------------|-----------------|
| $m_{covers,i}$ | $m_{webs,i}$ | $m_{ribs,i}$ | $V_{box,i}$ |
| kg | kg | kg | m^3 |
| 212,81 | 20,67 | 1,51 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,56 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,55 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,55 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,54 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,53 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,52 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,51 | 0,195 |
| 212,81 | 20,67 | 3,50 | 0,195 |
| 239,41 | 23,25 | 3,92 | 0,219 |
| 188,40 | 20,23 | 3,89 | 0,224 |
| 143,54 | 17,25 | 3,87 | 0,228 |
| 104,73 | 14,31 | 3,83 | 0,232 |
| 71,84 | 11,44 | 3,79 | 0,235 |
| 44,10 | 8,09 | 4,41 | 0,238 |
| 21,10 | 4,33 | 4,29 | 0,241 |
| 5,97 | 1,25 | 3,58 | 0,242 |

Bild 39: Massen der BTK-Komponenten und BTK-Innenraumvolumen

3.5 Tabellenblatt „Strut Loads“

Hier wird die Axialkraft der Strebe berechnet.

| | | | |
|---------------------------------|-----|-----|--------|
| longitudinal elasticity modulus | Ex0 | MPa | 70.000 |
| strut position | yst | m | 9 |
| position of strip B | yB | m | 1,50 |
| position of strip C | yC | m | 2,50 |
| position of strip D | yD | m | 3,50 |
| position of strip E | yE | m | 4,50 |
| position of strip F | yF | m | 5,50 |
| position of strip G | yG | m | 6,50 |
| position of strip H | yH | m | 7,50 |
| position of strip I | yl | m | 8,50 |

Bild 40: Streifenpositionen

| Load Case: MA+ | | area moment of inertia around x-axis of local wing box section |
|----------------|-----------|---|
| | | Ixxi |
| | | mm ⁴ |
| section 2 | B | 484.450.569 |
| | C | 484.450.569 |
| | D | 484.450.569 |
| | E | 484.450.569 |
| | F | 484.450.569 |
| | G | 484.450.569 |
| | H | 484.450.569 |
| | I | 484.450.569 |
| | section 3 | J |
| K | | 378.060.679 |
| L | | 287.291.557 |
| M | | 210.006.579 |
| N | | 144.902.378 |
| O | | 89.640.268 |
| P | | 43.217.989 |
| Q | | 12.250.086 |

Bild 41: Flächenträgheitsmomente der BTK-Schnitte

| area moment of inertia around x-axis of rectangle 1 | area moment of inertia around x-axis of rectangle 2 | summands of counter | summands of denominator |
|--|--|---------------------|----------------------------|
| I_{xx1} | I_{xx2} | $MLRA_i/I_{xxi}$ | $(y_{st}-y_i)/I_{xxi}$ |
| mm^4 | mm^4 | Nm/mm^4 | m/mm^4 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 1,54815E-08 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 1,34173E-08 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 1,13531E-08 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 9,28887E-09 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 7,22468E-09 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 5,16049E-09 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 3,09629E-09 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | 0,002033346 | 1,0321E-09 |
| 6.286.391 | 4.065.761 | | |
| 2.705.402 | 4.065.907 | | |
| 1.040.421 | 3.898.474 | | |
| 344.476 | 3.568.990 | | |
| 92.329 | 3.092.465 | | |
| 16.270 | 2.336.686 | | |
| 1.156 | 1.318.946 | | |
| 15 | 393.801 | | |

Bild 42: Zähler und Nenner zur Berechnung der Strebenreaktion

| area moment against torsion of local wing box section | included area of local wing box section | summand 1 of denominator | summand 2 of denominator |
|--|--|-----------------------------|-----------------------------|
| J_i | A_{mi} | summand 1 | summand 2 |
| mm^4 | m^2 | 1 | 1 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.272.069.410 | 0,216 | 22 | 51 |
| 1.025.405.906 | 0,216 | 26 | 65 |
| 802.532.011 | 0,216 | 31 | 85 |
| 603.312.155 | 0,216 | 38 | 117 |
| 427.937.172 | 0,216 | 48 | 170 |
| 270.280.271 | 0,216 | 69 | 276 |
| 132.030.724 | 0,216 | 130 | 577 |
| 37.467.960 | 0,216 | 453 | 2.037 |

Bild 43: Torsionsträgheitsmomente

| | | | |
|---|---------|---|----------|
| vertical strut reaction in Load Case MA+ | Sst | N | -246.264 |
| vertical strut reaction in Load Case MD+ | Sst | N | -231.118 |
| vertical strut reaction in Load Case G+ | Sst | N | -134.156 |
| vertical strut reaction in Load Case M- | Sst | N | 109.741 |
| vertical strut reaction in Load Case G- | Sst | N | -21.784 |
| vertical strut reaction in Load Case Bump | Sst | N | -116.531 |
| vertical strut reaction in Load Case 1g | Sst | N | -64.510 |
| vertical strut reaction in Load Case R+ | Sst | N | -116.324 |
| vertical strut reaction in Load Case R- | Sst | N | 25.073 |
| maximum vertical strut reaction | Sst,max | N | -246.264 |

Bild 44: Ermittlung der maximalen Strebenvertikalreaktion

3.6 Tabellenblatt „Strut Sizing“

Hier wird die tragende Struktur der Strebe dimensioniert.

| | | | | | |
|---|---------|------------------|----------------|-------------------|--------|
| strut material longitudinal elasticity modulus | Est | Pa | 70.000.000.000 | MPa | 70.000 |
| strut material shear elasticity modulus | Gst | Pa | 40.000.000.000 | MPa | 40.000 |
| strut material density | rhost | t/m ³ | 2,70 | | |
| strut chord | cst | m | 0,50 | maximum m | 2,00 |
| strut box width | wst | m | 0,30 | smaller than m | 0,50 |
| strut box height | hst | m | 0,10 | | |
| strut minimum skin thickness | tmin,st | mm | 1,00 | 1,00 mm...1,50 mm | |
| strut skin to skin + stringer thickness ratio | ks,st | 1 | 0,5 | | |
| maximum vertical strut reaction | Sst,max | N | -246.264 | | |
| strut equivalent cover thickness | te,st | mm | 2,00 | | |
| strut box mass | mst,box | kg | 74,3 | | |
| strut section area | Ast | m ² | 0,0016 | | |
| strut included section area | Ast,m | m ² | 0,0300 | | |
| strut area moment of inertia around local x-axis | Ixx,st | m ⁴ | 0,00000346 | | |
| strut area moment of inertia around local z-axis | Izz,st | m ⁴ | 0,00001812 | | |
| strut area moment of deviation | Jst | m ⁴ | 0,3000 | | |
| strut flexibility coefficient for torsion | cT | Nm | -0,0000000008 | | |
| strut flexibility coefficient for shear | cS | N/m | -0,0000000755 | | |
| strut area moment of inertia around local x-axis of rectangle 1 | Ixx1 | m ⁴ | 0,000000000201 | | |
| strut area moment of inertia around local z-axis of rectangle 1 | Izz1 | m ⁴ | 0,000004590601 | | |
| strut area moment of inertia around local x-axis of rectangle 2 | Ixx2 | m ⁴ | 0,000000156865 | | |
| strut area moment of inertia around local z-axis of rectangle 2 | Izz2 | m ⁴ | 0,000000000065 | | |

Bild 45: Strebenquerschnittsdaten

| | required stiffness | equivalent cover thickness | equivalent cover thickness 1 | equivalent cover thickness 2 |
|---------------------------|--------------------|----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | (Ei)req | te,st | te,st,1 | te,st,2 |
| | Nmm ² | mm | mm | mm |
| maximum of all load cases | 7,78136E+12 | 2,00 | 0,00 | 2,00 |

Bild 46: Strebenwanddicke

3.7 Tabellenblatt „Static Aeroelasticity“

Hier werden aeroelastische Effekte modelliert.

| wing box material shear modulus | G | | | MPa | 40.000 | |
|---------------------------------|--|------------|------------|---|---|-------------|
| | deflection due to vertical force: Czz (y, η) | | | torsion due to torsion moment: Cθθ (y, η) | torsion due to vertical force: Cθz (y, η) | |
| | summand 1 | summand 2 | summand 3 | | summand 1 | summand 2 |
| | s1 | s2 | s3 | Cθθ (y, η) | s1 | s2 |
| | m/N | 1/N | 1/(Nm) | 1/(Nm) | 1/(Nm) | 1/N |
| Load Case MA+ | 2.997.714 | 2.690.846 | 2.418.075 | 1.421.866 | -2.418.075 | -2.690.846 |
| Load Case MD+ | 3.184.069 | 2.858.115 | 2.568.378 | 1.502.654 | -2.568.378 | -2.858.115 |
| Load Case G+ | 5.510.870 | 4.948.232 | 4.448.110 | 2.650.885 | -4.448.110 | -4.948.232 |
| Load Case M- | 5.115.493 | 4.607.338 | 4.155.645 | 2.477.045 | -4.155.645 | -4.607.338 |
| Load Case G- | 91.178.009 | 81.350.689 | 72.615.293 | 42.226.647 | -72.615.293 | -81.350.689 |
| Load Case Bump | 5.893.757 | 5.294.009 | 4.760.900 | 2.767.935 | -4.760.900 | -5.294.009 |
| Load Case 1g | 18.550.000 | 16.640.395 | 14.942.968 | 8.719.399 | -14.942.968 | -16.640.395 |
| Load Case R+ | 5.899.148 | 5.298.892 | 4.765.332 | 2.770.449 | -4.765.332 | -5.298.892 |
| Load Case R- | 17.232.224 | 15.591.457 | 14.132.997 | 9.119.549 | -14.132.997 | -15.591.457 |

Bild 47: Koeffizienten der Elementfunktionen

| | nB | nC | nD | nE | nF | nG | nH | nI | nJ | nK | nL | nM | nN | nO | nP | nQ |
|----|-------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| yB | 1,50 | 365.844 | 1.302.111 | 2.238.378 | 3.174.644 | 4.110.911 | 22.537.678 | 5.983.445 | 6.919.711 | 7.914.495 | 8.967.795 | 10.021.095 | 11.074.395 | 12.127.695 | 13.180.995 | 14.234.295 |
| yC | 2,50 | 1.302.111 | 4.656.453 | 8.010.795 | 11.365.137 | 14.719.479 | 35.564.322 | 21.428.163 | 24.782.505 | 28.346.494 | 32.120.128 | 35.893.763 | 39.667.398 | 43.441.033 | 47.214.668 | 50.988.302 |
| yD | 3,50 | 2.238.378 | 8.010.795 | 13.783.212 | 19.555.630 | 25.328.047 | 48.590.965 | 36.872.882 | 42.645.299 | 48.778.493 | 55.272.462 | 61.766.432 | 68.260.401 | 74.754.371 | 81.248.340 | |
| yE | 4,50 | 3.174.644 | 11.365.137 | 19.555.630 | 27.746.122 | 35.936.615 | 61.617.608 | 52.317.600 | 60.508.093 | 69.210.492 | 78.424.796 | 87.639.100 | 96.853.404 | 106.067.709 | 115.282.013 | |
| yF | 5,50 | 4.110.911 | 14.719.479 | 25.328.047 | 35.936.615 | 46.545.183 | 74.644.252 | 67.762.319 | 78.370.887 | 89.642.490 | 101.577.129 | 113.511.768 | 125.446.407 | 137.381.046 | 149.315.685 | |
| yG | 6,50 | 5.047.178 | 18.073.821 | 31.100.464 | 44.127.108 | 57.153.751 | 87.670.895 | 83.207.038 | 96.233.681 | 110.074.489 | 124.729.463 | 139.384.437 | 154.039.411 | 168.694.384 | 183.349.358 | |
| yH | 7,50 | 5.983.445 | 21.428.163 | 36.872.882 | 52.317.600 | 67.762.319 | 100.697.538 | 98.651.756 | 114.096.475 | 130.506.488 | 147.881.797 | 165.257.105 | 182.632.414 | 200.007.722 | 217.383.030 | |
| yI | 8,50 | 6.919.711 | 24.782.505 | 42.645.299 | 60.508.093 | 78.370.887 | 113.724.181 | 114.096.475 | 131.959.269 | 150.938.487 | 171.034.130 | 191.129.774 | 211.225.417 | 231.321.060 | 251.416.703 | |
| yJ | 9,56 | 7.914.495 | 28.346.494 | 48.778.493 | 69.210.492 | 89.642.490 | 127.564.990 | 130.506.488 | 150.938.487 | 172.647.486 | 195.633.485 | 218.619.484 | 241.605.483 | 264.591.481 | 287.577.480 | |
| yK | 10,69 | 8.967.795 | 32.120.128 | 55.272.462 | 78.424.796 | 101.577.129 | 142.219.964 | 147.881.797 | 171.034.130 | 195.633.485 | 221.679.860 | 247.726.236 | 273.772.611 | 299.818.986 | 325.865.362 | |
| yL | 11,81 | 10.021.095 | 35.893.763 | 61.766.432 | 87.639.100 | 113.511.768 | 156.874.937 | 165.257.105 | 191.129.774 | 218.619.484 | 247.726.236 | 276.832.988 | 305.939.740 | 335.046.491 | 364.153.243 | |
| yM | 12,94 | 11.074.395 | 39.667.398 | 68.260.401 | 96.853.404 | 125.446.407 | 171.529.911 | 182.632.414 | 211.225.417 | 241.605.483 | 273.772.611 | 305.939.740 | 338.106.868 | 370.273.997 | 402.441.125 | |
| yN | 14,06 | 12.127.695 | 43.441.033 | 74.754.371 | 106.067.709 | 137.381.046 | 186.184.885 | 200.007.722 | 231.321.060 | 264.591.481 | 299.818.986 | 335.046.491 | 370.273.997 | 405.501.502 | 440.729.007 | |
| yO | 15,19 | 13.180.995 | 47.214.668 | 81.248.340 | 115.282.013 | 149.315.685 | 200.839.858 | 217.383.030 | 251.416.703 | 287.577.480 | 325.865.362 | 364.153.243 | 402.441.125 | 440.729.007 | 479.016.888 | |
| yP | 16,31 | 14.234.295 | 50.988.302 | 87.742.310 | 124.496.317 | 161.250.324 | 215.494.832 | 234.758.339 | 271.512.346 | 310.563.479 | 351.911.737 | 393.259.995 | 434.608.254 | 475.956.512 | 517.304.770 | |
| yQ | 17,44 | 15.287.595 | 54.761.937 | 94.236.279 | 133.710.621 | 173.184.963 | 230.149.806 | 252.133.647 | 291.607.989 | 333.549.478 | 377.958.112 | 422.366.747 | 466.775.382 | 511.184.017 | 555.592.652 | |

Bild 48: gefüllte Matrix mit Zeilen- und Spalteninformationen

| | | | | | | | | | | |
|------------|--------|-----------|-------|-----------|-----|-------|------|-----------|-----|----|
| Czz (y, η) | gleich | 2.997.714 | minus | 2.690.846 | mal | (η+y) | plus | 2.418.075 | mal | ηy |
| m/N | | s1 | | s2 | | | | s3 | | |

Bild 49: Funktionsaufstellung

| | | | |
|--------|--------|-------------|-----|
| Czz,ss | gleich | 172.647.486 | m/N |
|--------|--------|-------------|-----|

Bild 50: Struktureinflusskoeffizient am Strebenstreifen

| | | |
|------|------------------|--------------|
| B | 1/N ² | -4,20865E+14 |
| BS1 | N | 6,13348E-08 |
| BS1' | N/m | 3,37844E-09 |
| BT1 | Nm | 4,1022E-07 |
| BT1' | N | 6,13348E-08 |

Bild 51: Hilfsgrößen

| [ec] | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | ηB | ηC | ηD | ηE | ηF | ηG | ηH | ηI | ηJ | ηK | ηL | ηM | ηN | ηO | ηP | ηQ |
| | 1,50 | 2,50 | 3,50 | 4,50 | 5,50 | 6,50 | 7,50 | 8,50 | 9,56 | #### | #### | #### | #### | #### | #### | #### |
| yB | 1,50 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yC | 2,50 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yD | 3,50 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yE | 4,50 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yF | 5,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yG | 6,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yH | 7,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yI | 8,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yJ | 9,56 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yK | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yL | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| yM | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 | 0 |
| yN | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 | 0 |
| yO | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 | 0 |
| yP | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 |
| yQ | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,50 |

Bild 52: gefüllte Matrix [ec]

| [dy] | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | ηB | ηC | ηD | ηE | ηF | ηG | ηH | ηI | ηJ | ηK | ηL | ηM | ηN | ηO | ηP | ηQ | |
| | 1,50 | 2,50 | 3,50 | 4,50 | 5,50 | 6,50 | 7,50 | 8,50 | 9,56 | #### | #### | #### | #### | #### | #### | #### | |
| yB | 1,50 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yC | 2,50 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yD | 3,50 | 0 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yE | 4,50 | 0 | 0 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yF | 5,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yG | 6,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yH | 7,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yI | 8,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yJ | 9,56 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yK | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yL | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yM | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | 0 | 0 | 0 | |
| yN | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | 0 | 0 | |
| yO | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | 0 | |
| yP | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 | |
| yQ | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,13 |

Bild 53: gefüllte Matrix [dy]

| [A] | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | ηB | ηC | ηD | ηE | ηF | ηG | ηH | ηI | ηJ | ηK | ηL | ηM | ηN | ηO | ηP | ηQ | |
| | 1,50 | 2,50 | 3,50 | 4,50 | 5,50 | 6,50 | 7,50 | 8,50 | 9,56 | #### | #### | #### | #### | #### | #### | #### | |
| yB | 1,50 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yC | 2,50 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yD | 3,50 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yE | 4,50 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yF | 5,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yG | 6,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yH | 7,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yI | 8,50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yJ | 9,56 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yK | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yL | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| yM | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0 | |
| yN | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | |
| yO | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | 0 | |
| yP | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 | |
| yQ | #### | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,08 |

Bild 54: gefüllte Matrix [A]

| {1st} | | |
|-------|------|---|
| yB | 1,50 | 0 |
| yC | 2,50 | 0 |
| yD | 3,50 | 0 |
| yE | 4,50 | 0 |
| yF | 5,50 | 0 |
| yG | 6,50 | 0 |
| yH | 7,50 | 0 |
| yI | 8,50 | 0 |
| yJ | 9,56 | 1 |
| yK | #### | 0 |
| yL | #### | 0 |
| yM | #### | 0 |
| yN | #### | 0 |
| yO | #### | 0 |
| yP | #### | 0 |
| yQ | #### | 0 |

Bild 55: gefüllter Vektor {1st}

3.8 Tabellenblatt „Weights and Volumes“

Hier werden die Massen und Innenraumvolumina von Flügel und Strebe berechnet.

| | | | |
|-------------------------------------|---------|----|-------|
| assembly factor for covers and ribs | | % | 5 |
| assembly factor for webs | | % | 9 |
| overall allowance factor | | % | 10 |
| wing secondary structure weight | msec | kg | 2.223 |
| strut secondary structure weight | msec,st | kg | 22 |

Bild 56: Aufschlagsprozente und Sekundärstrukturmassen

| | wing box weight | wing secondary structure weight | strut box weight | strut secondary structure weight | total wing weight |
|------|-----------------|---------------------------------|------------------|----------------------------------|-------------------|
| | mbox | msec | mbox,st | msec,st | mtotalwing |
| | kg | kg | kg | kg | kg |
| MA+ | 3.572 | 2.223 | 82 | 22 | 5.900 |
| MD+ | 3.398 | 2.223 | 82 | 22 | 5.725 |
| G+ | 1.906 | 2.223 | 82 | 22 | 4.233 |
| M- | 1.591 | 2.223 | 82 | 22 | 3.918 |
| G- | 328 | 2.223 | 82 | 22 | 2.655 |
| Bump | 1.758 | 2.223 | 82 | 22 | 4.085 |
| lg | 651 | 2.223 | 82 | 22 | 2.979 |
| R+ | 1.755 | 2.223 | 82 | 22 | 4.082 |
| R- | 385 | 2.223 | 82 | 22 | 2.712 |

Bild 57: Massenermittlung

| | | | MA+ | MD+ | G+ | M- | G- | Bump | lg | R+ | R- |
|-----------------------------------|-----------------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| inside wing box volume (initial) | Vbox,initial | m³ | 3,610 | 3,624 | 3,740 | 3,763 | 3,865 | 3,753 | 3,839 | 3,753 | 3,860 |
| inside strut box volume (initial) | Vbox,st,initial | m³ | 0,250 | 0,250 | 0,250 | 0,250 | 0,250 | 0,250 | 0,250 | 0,250 | 0,250 |
| wing box ribs volume | Vribs | m³ | 0,004 | 0,004 | 0,003 | 0,002 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,002 |
| strut box ribs volume | Vribs,st | m³ | 0,037 | 0,037 | 0,037 | 0,037 | 0,037 | 0,037 | 0,037 | 0,037 | 0,037 |
| inside wing box volume | Vbox | m³ | 3,607 | 3,620 | 3,737 | 3,761 | 3,862 | 3,749 | 3,837 | 3,750 | 3,857 |
| inside strut box volume | Vbox,st | m³ | 0,212 | 0,212 | 0,212 | 0,212 | 0,212 | 0,212 | 0,212 | 0,212 | 0,212 |

Bild 58: Volumenermittlung

Zur Berechnung der Innenraumvolumina werden zunächst die Innenraumvolumina ohne Berücksichtigung der Rippen in der Flügel- und Strebenstruktur ermittelt. Für das initiale Innenraumvolumen des BTKs gilt:

$$V_{box,initial} = \sum_0^{b/2} (h_i - t_{e,i})(w_i - t_{w,i})\Delta y_i \quad (3-1)$$

Für das initiale Innenraumvolumen des tragenden Kastens innerhalb der Strebe gilt:

$$V_{box,st,initial} = (h_{st} - t_{e,st})(w_{st} - t_{e,st})L \quad (3-2)$$

Das Rippenvolumen innerhalb des BTK wird folgendermaßen ermittelt:

$$V_{ribs} = \sum_0^{b/2} (h_i - t_{e,i})(w_i - t_{w,i})t_{rib,w,i} \quad (3-3)$$

Das Volumen der Rippen innerhalb der Strebe wird mit 15 % des Innenraumvolumens in der Strebe nach Gleichung (3-2) angenommen:

$$V_{ribs,st} = 0,15V_{box,st,initial} \quad (3-4)$$

Für das Innenraumvolumen des BTK gilt abschließend:

$$V_{box} = V_{box,initial} - V_{ribs} \quad (3-5)$$

4 Studien an der ATR 72-600

Die vorgestellte Methode zur Berechnung der Flügelmasse bei Abstrebung soll exemplarisch an der ATR 72-600 angewendet werden. In einem ersten Schritt wird die Flügelmasse des freitragenden Flügels am real existierenden Flugzeug bestimmt. Anschließend wird für eine hypothetische ATR 72-600 mit Strebe die Flügelmasse bei verschiedenen Strebenwinkeln ermittelt und der Einfluss auf Flugleistungsparameter betrachtet und diskutiert.

Der Einfluss von Triebwerksgewicht und Triebwerksschub bleibt bei der Auslegung unberücksichtigt, weil diese beiden äußeren Kräfte bei den meisten Strebenkonfigurationen die Schnittgrößen aufgrund der Vereinfachungen des Chiozzotto-Modells (siehe Kapitel 2.5.1) nicht beeinflussen. Ferner wird nur der Lastfall MD+ (Schnellflugmanöver) betrachtet, da hierbei die größten Lasten auftreten und er ohne weitere Überprüfung als dimensionierend angenommen wird.

4.1 Technische Daten der ATR 72-600

Die ATR 72 ist ein Kurzstreckenverkehrsflugzeug mit Turboprop-Antrieb des französischen Herstellers „Avions de Transport Régional“ **[Wikipedia]**.

Zur Konstruktion findet sich in **[Wikipedia]** folgender Eintrag:

Konstruktion [Bearbeiten | Quelltext bearbeiten]

Die ATR 72 ist die um 4,5 m gestreckte Version der ATR 42. Wie diese ist sie mit zwei Turboprop-Triebwerken ausgestattet. Neben dem verlängerten Fluggastraum wurden auch die Tragflächen vergrößert. Da sich in den Tragflächen die Tanks des Flugzeugs befinden, hat die ATR 72 auch einen größeren Tank und damit eine höhere Reichweite. Ein Hilfstriebwerk ist nicht vorhanden, stattdessen kann das rechte Triebwerk am Boden weiterlaufen, denn sein Propeller kann ausgekuppelt und gebremst und damit stillgelegt werden. Durch die Länge der ATR 72 hinter dem Hauptfahrwerk neigt sie zur Hecklastigkeit, was bei der Beladung am Boden zum Kippen der Maschine nach hinten führen kann. Dieses tritt vor allem bei falscher Beladung und beim gesammelten Nach-hinten-laufen der Fluggäste auf. Damit das Flugzeug nicht komplett nach hinten auf das Heck fallen kann, wird am Boden eine kurze Stütze unter dem Heck angebracht, die dieses auffängt.

*Bild 61: Auszug aus dem Wikipedia-Artikel zur ATR 72 **[Wikipedia]***

Technische Daten der ATR 72-600 **[FLUG REVUE]**:

| | |
|------------------------------|--------------------------------|
| Maximale Passagierkapazität: | 74 |
| Besatzung: | 2 |
| Antrieb: | 2 x PW 127M |
| Rumpflänge: | 27,17 m |
| Kabinenlänge: | 19,21 m |
| Kabinenhöhe: | 1,91 m |
| Kabinenbreite: | 2,57 m |
| Spannweite: | 27,05 m |
| Flügelfläche: | 61,00 m ² |
| Leermasse: | 13.010 kg |
| Maximale Startmasse: | 22.800 kg |
| Maximale Landemasse: | 22.350 kg |
| Maximale Nutzlast: | 7.790 kg |
| Treibstoffkapazität: | 5.000 kg bzw. 6.370 L |
| Maximale Reiseflugmachzahl: | 0,55 (nach [ATR 1999]) |
| Startstrecke: | 1.333 m |

| | |
|-------------------|----------|
| Landestrecke: | 1.067 m |
| Dienstgipfelhöhe: | 7.620 m |
| Reichweite: | 1.185 km |

Technische Daten des PW 127M [FLUG REVUE]:

| | |
|----------------|----------|
| Startleistung: | 2.148 kW |
| Masse: | 481 kg |

4.2 Massenverringern bei verschiedenen Strebenwinkeln

4.2.1 Berechnung der Flügelmasse der ATR 72-600

Um später die Verringerung der Flügelmasse und damit der Flugzeugmasse bestimmen zu können, muss zunächst die Ausgangsflügelmasse bekannt sein. Daher wird diese im ersten Schritt nach Chiozzotto berechnet. Dazu wird der Kink, an dem die Strebe an den Flügel angeschlossen ist, sehr nah ($< 0,1$ cm) an den Rumpfanschluss des Flügels positioniert, sodass der resultierende Strebenwinkel fast 90° beträgt. Ferner wird statt des realen Flügels ein rechteckiger Ersatzflügel der durchgehenden Flügeltiefe von 2,303 m betrachtet, was dem MAC des Originalflügels entspricht [ATR 1999]. Daraus folgt abweichend von den Angaben im FLUG-REVUE-Artikel eine Flügelfläche von $62,3$ m², mit der im Folgenden gerechnet wird. Der betrachtete Lastfall ist der Lastfall MD+ (Schnellflugmanöver).

4.2.1.1 Geometriedaten

Aus dem Flughandbuch der ATR 72-600 [ATR 1999] entnimmt man eine Rumpfbreite von 2,87 m und eine Rumpfhöhe von 2,63 m.

Für die Rumpfnasenlänge gilt nach [Scholz 1999]:

$$l_{fn} \approx 1,7 \sqrt{b_f h_f} \quad (4-1)$$

Damit folgt für die ATR 72-600:

$$l_{fn} \approx 1,7 \sqrt{2,87 \text{ m} \times 2,63 \text{ m}} = 4,67 \text{ m} \quad (4-2)$$

Die relative Profildicke des Flügels beträgt 14,5 % bei 25,4 % der Flügeltiefe [airfoiltools]. Die Pfeilung der 25%-Linie des Außenflügels beträgt 3° , der Innenflügel ist ungepfeilt [ATR 1999]. Daraus ergibt sich eine mittlere Pfeilung von $2,06^\circ$:

$$\bar{\varphi}_{25} = \frac{0^\circ \times \left(5,24 \text{ m} - \frac{2,87 \text{ m}}{2}\right) + 3^\circ \times \left(\frac{27,05 \text{ m}}{2} - 5,24 \text{ m}\right)}{5,24 \text{ m} - \frac{2,87 \text{ m}}{2} + \frac{27,05 \text{ m}}{2} - 5,24 \text{ m}} = 2,06^\circ \quad (4-3)$$

Die Trennebene zwischen Außen- und Innenflügel (Kink) befindet sich etwa 5,24 m von der Symmetrieebene entfernt mittig im Rumpf [ATR 1999].

Die relative Lage von Vorderholm und Hinterholm des Flügel-BTKs des Rechenmodells wird über das Tankvolumen festgelegt. Dieses beträgt $6,37$ m³ beim Originalflugzeug und entspricht

dem Innenraumvolumen des BTK. Der Innenflügel erstreckt sich vom Rumpfanschluss bis zum Kink und der Außenflügel vom Kink bis zur Flügelspitze. Es gilt:

$$V_{Tank} \approx 0,7(t/c)(RS - FS)(b - b_f)c_{MAC}^2 \quad (4-4)$$

Die Formel vernachlässigt das in den BTK-Innenraum ragende Teilvolumen der BTK-Platten sowie das Volumen der Rippen. Daher liefert sie stets etwas zu große Werte, die berechneten Volumina werden vereinfachte Volumina genannt. Der Faktor 0,7 ist der Höhenreduktionsfaktor des BTKs. Er entspricht dem Verhältnis von BTK-Höhe zu Profildicke.

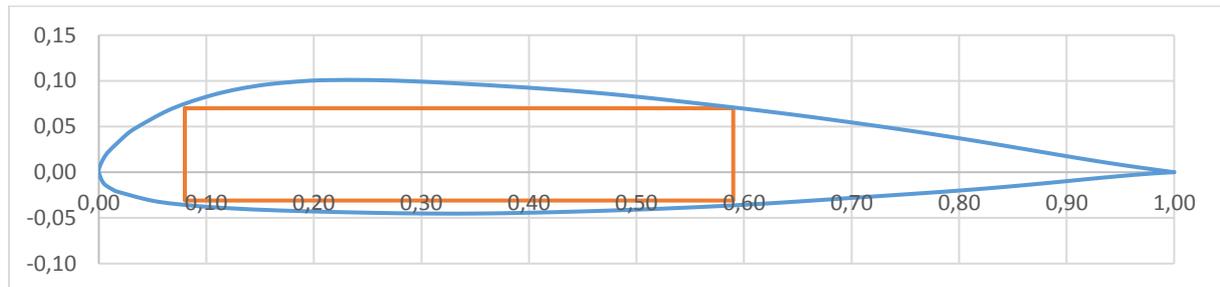


Bild 62: BTK innerhalb des Flügelschnitts der ATR 72-600 von [airfoiltools]

Für eine konstante Vorderholposition von 8 % sowie eine konstante Hinterholposition von 57 % ergibt sich mit oben genannten Werten ein vereinfachtes Tankvolumen von 6,378 m³. Dieser Wert liegt sehr nah an 6,37 m³, woraus sich vermuten lässt, dass die gewählten Holpositionen vergleichbar mit denen der ATR 72-600 sind. Nach der ersten Iteration der Ausgangsflügelmasse werden die Holpositionen, falls erforderlich, noch korrigiert, um vergleichbare Tankvolumina zu erhalten.

Der Referenzpunkt R liegt in Flugzeuglängsrichtung 11,24 m entfernt von der Flugzeugnase.

4.2.1.2 Angaben zu Lasten und Geschwindigkeiten

Der Schwerpunkt liege bei 50 % MAC und damit bei 12,39 m. Das MTOW sei 22,8 t. Die maximale Reiseflugmachzahl betrage 0,55. Der Hebelarm von der 25%-Linie des Tragflügels zur 25%-Linie des Höhenleitwerks betrage 13,00 m. Dann liegt der Neutralpunkt der Flügel-Rumpf-Kombination bei 17,2 % MAC.

Der maximale Querruderausschlagwinkel betrage -15° (nach unten), die dimensionslose Rollrate betrage 0,07 bei einer Querrudereffektivität von 0,75.

Das Flugzeug fliege auf der maximalen Reiseflughöhe von 25.000 ft, was 7.620 m entspricht. Dadurch sind die Zustandsgrößen der Luft festgelegt.

4.2.1.3 Angaben zu Material und Bauweise

Als tragendes Material sei vereinfacht ein Aluminiumwerkstoff der Dichte 2,7 t/m³, der Zugfestigkeit 360 MPa und der Scherfestigkeit 208 MPa eingesetzt. Der Zugmodul des Werkstoffs betrage 70 GPa und der Schubmodul 40 GPa.

Der Rippenabstand betrage 1,00 m bei einem Verhältnis von Hautdicke zu Hautdicke plus Stringerhöhe von 0,5.

4.2.1.4 Iteration der Ausgangsflügelmasse

Die Iteration wird im Blatt „Convergence“ durchgeführt. Oben wird zunächst das MTOW von 22.800 kg als Rechenmasse ausgewählt („chosen“). Anschließend wird die im vorherigen Durchlauf berechnete Flügelmasse, danach die lokalen aeroelastischen Korrekturfaktoren (beginnend bei 1) und dann der globale aeroelastische Korrekturfaktor (beginnend bei 1) eingegeben. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis das Flügelgewicht (Zelle E37) sich nicht mehr ändert. Mit den gegebenen Daten kommt man nach der ersten vollständigen Iteration auf ein Ausgangsflügelgewicht (Zelle E37) von 2.735 kg.

Das Tankvolumen beträgt dann 6,206 m³. Das Originalflugzeug hat aber eine Tankkapazität von 6,37 m³. Demnach ist der Tank des Rechenmodells um 0,164 m³ bzw. 2,6 % zu klein. Aus diesem Grund wird die Hinterholmposition um 1 % nach hinten, also auf 58 %, verschoben und die Iteration wiederholt. Das vereinfachte Tankvolumen beträgt dann nämlich 6,508 m³, was einer Differenz von 0,130 m³ zu dem vorherigen vereinfachten Tankvolumen von 6,378 m³ entspricht. Die neue Ausgangsflügelmasse beträgt dann 2.741 kg. Dies entspricht einem Anteil von etwa 21 % des gesamten Leergewichts. Das Tankvolumen beträgt dann 6,336 m³, was einem Fehler von etwa einem halben Prozent zum Tankvolumen des Originalflugzeugs entspricht. Diese Abweichung liegt also unterhalb von 1 % und ist damit akzeptabel.

4.2.2 Berechnung der Massenverringering durch Abstrebung

Das Ausgangsflügelgewicht von 2.741 kg wird in Zelle E24 im Blatt „Convergence“ eingegeben. Es soll untersucht werden, wie sich nach Chiozzotto die Masse der Flügel-Strebe-Kombination bei verschiedenen Strebenpositionen verändert. Die Halbspannweite minus die halbe Rumpfbreite (also die Rumpfanschlussposition) sei die Ausgangsposition 0 %, die Flügelspitze sei die Endposition 100 %. Dazwischen wird in 10-%-Schritten der Strebenanschluss in Richtung der Flügelspitze verschoben. Die Iteration gleicht dabei der Iteration zur Bestimmung der Ausgangsflügelmasse, jedoch muss zusätzlich vor jedem Durchlauf das MTOW angepasst werden (Zelle E12). Am Schluss wird das Flügel-Strebe-Gewicht aus Zelle E43 abgelesen.

Die Strebenverkleidung habe eine Sehnenlänge von 50 cm, der tragende Kasten in der Strebe habe eine Breite von 30 cm und eine Höhe von 10 cm (relative Dicke daher etwa 22 %). Das Verhältnis von Hautdicke zu Hautdicke plus Stringerhöhe betrage auch hier 0,5. Die minimale Hautdicke betrage 1,00 mm.

Man erhält folgende Ergebnisse:

Tabelle 2: Iterationsergebnisse

| Strebe | Masse | | Tankvolumen = Innenraumvolumen | |
|--------------------|-------------------|-----------------|--------------------------------|--------|
| | Anschlussposition | Flügel + Strebe | Flügel | Strebe |
| % | kg | m ³ | m ³ | |
| 0,05 (ohne Strebe) | 2.741 | 6,336 | 0,000 | |
| 10 | 2.660 (-3,0 %) | 6,344 | 0,144 | |
| 20 | 2.529 (-7,8 %) | 6,358 | 0,177 | |
| 30 | 2.378 (-13,3 %) | 6,376 | 0,222 | |
| 40 | 2.206 (-19,5 %) | 6,398 | 0,273 | |
| 50 | 2.055 (-25,1 %) | 6,418 | 0,327 | |
| 60 | 1.904 (-30,6 %) | 6,439 | 0,383 | |
| 70 | 1.769 (-35,5 %) | 6,459 | 0,440 | |
| 80 | 1.658 (-39,5 %) | 6,476 | 0,498 | |
| 90 | 1.578 (-42,4 %) | 6,489 | 0,556 | |
| 99,95 | 1.527 (-44,3 %) | 6,498 | 0,614 | |

Aus den Daten ergibt sich ferner:

Tabelle 3: Massenverringerng und Tankvergrößerung

| Strebe | | MTOW-Verringerung | | Tank-Vergrößerung | |
|--------|-------|-------------------|--------------|-------------------|---------------------------|
| Winkel | Länge | kg | % von 22,8 t | L | % von 6,37 m ³ |
| ° | m | | | | |
| 65,3 | 2,89 | -82 | -0,4 | +153 | +2,4 |
| 47,4 | 3,57 | -214 | -0,9 | +200 | +3,1 |
| 35,9 | 4,48 | -364 | -1,6 | +263 | +4,1 |
| 28,5 | 5,50 | -536 | -2,4 | +336 | +5,3 |
| 23,5 | 6,59 | -687 | -3,0 | +410 | +6,4 |
| 19,9 | 7,72 | -838 | -3,7 | +487 | +7,6 |
| 17,3 | 8,86 | -973 | -4,3 | +564 | +8,9 |
| 15,2 | 10,02 | -1.084 | -4,8 | +639 | +10,0 |
| 13,6 | 11,19 | -1.164 | -5,1 | +710 | +11,1 |
| 12,3 | 12,37 | -1.215 | -5,3 | +777 | +12,2 |

4.3 Einfluss des Strebenwinkels auf die Gleitzahl

Durch die Strebe sinkt die Masse des Flugzeugs bei gleichzeitigem Anstieg des Luftwiderstands.

4.3.1 Beiwerte der ATR 72-600 im Reiseflug

Laut [Niță 2008] beträgt die Gleitzahl der ATR 72 im Reiseflug 17,0. In der Reiseflughöhe von 25.000 ft beträgt die Luftdichte in der internationalen Standardatmosphäre 0,549 kg/m³. Eine Machzahl von 0,55 entspricht dann einer wahren Geschwindigkeit von 331,1 kt (170,3 m/s) bzw. einer angezeigten Geschwindigkeit von 221,7 kt:

$$IAS = TAS \sqrt{\frac{\rho(h)}{\rho_0}} = 331,1 \text{ kt} \times \sqrt{\frac{0,549 \text{ kg/m}^3}{1,225 \text{ kg/m}^3}} = 221,7 \text{ kt} \quad (4-5)$$

Für den Auftriebsbeiwert folgt dann:

$$c_L = \frac{2mg}{\rho S v^2} = \frac{2 \times 22.800 \text{ kg} \times 9,81 \text{ N/kg}}{0,549 \text{ kg/m}^3 \times 62,3 \text{ m}^2 \times (170,3 \text{ m/s})^2} = 0,4510 \quad (4-6)$$

Nach

$$E = \frac{c_L}{c_D} \quad (4-7)$$

folgt daraus für den Beiwert des Gesamtluftwiderstands:

$$c_D = \frac{c_L}{E} = \frac{0,4510}{17,0} = 0,0265 \quad (4-8)$$

4.3.2 Veränderung der Beiwerte durch die Strebe

Durch die Massenverringering sinken der Auftrieb und damit der induzierte Luftwiderstand. Gleichzeitig steigen der Reibungswiderstand und der Druckwiderstand des Flugzeugs durch die Strebe. Der Interferenzwiderstand wird im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt. Die neue Gleitzahl ergibt sich dann nach:

$$E_{neu} = \frac{c_{L,alt} - \Delta c_L}{c_{D,alt} - \Delta c_{D,ind} + \Delta c_{D,Reib} + \Delta c_{D,Druck}} \quad (4-9)$$

Der Auftriebsbeiwert vermindert sich um:

$$\Delta c_L = \frac{\Delta m}{m} c_{L,alt} \quad (4-10)$$

Der Beiwert des induzierten Widerstands ändert sich um:

$$\Delta c_{D,ind} = \frac{\Delta c_L}{\pi \Lambda e} = \frac{\Delta c_L}{11,7 \times 0,85 \times \pi} = \frac{\Delta c_L}{9,945\pi} \quad (4-11)$$

Bei dünnen Profilen gilt in erster Näherung, dass sich der Gesamtwiderstand zu 90 % aus dem Reibungswiderstand und zu 10 % aus dem Druckwiderstand zusammensetzt:

$$c_{D,Reib} \approx 0,9 c_{D,Profil} \quad (4-12)$$

$$c_{D,Druck} \approx 0,1 c_{D,Profil} \quad (4-13)$$

Daraus folgt:

$$c_{D,Druck} \approx \frac{c_{D,Reib}}{9} \quad (4-14)$$

Der Reibungswiderstand wird näherungsweise über das Modell der dünnen Platte ermittelt. Hierzu muss zunächst die Reynoldszahl berechnet werden:

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} \quad (4-15)$$

Für die dynamische Viskosität gilt die Formel von Sutherland:

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + 120 \text{ K}}{T + 120 \text{ K}} \sqrt{\left(\frac{T}{T_0}\right)^3} \quad (4-16)$$

Auf 25.000 ft herrscht eine Temperatur von $-34,5^\circ\text{C}$ bzw. 238,6 K. Daraus folgt:

$$\frac{\mu}{10^6} = 18,27 \text{ Pa}\cdot\text{s} \times \frac{288,15 \text{ K} + 120 \text{ K}}{238,6 + 120 \text{ K}} \sqrt{\left(\frac{238,6 \text{ K}}{288,15 \text{ K}}\right)^3} = 15,67 \text{ Pa}\cdot\text{s} \quad (4-17)$$

Die Lauflänge entspricht vereinfacht der Tiefe der Strebenverkleidung. Damit folgt für die Reynoldszahl:

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} = 10^6 \times \frac{0,549 \text{ kg/m}^3 \times 170,3 \text{ m/s} \times 0,5 \text{ m}}{15,67 \text{ Pa}\cdot\text{s}} \approx 3 \times 10^6 \quad (4-18)$$

Nach Prandtl gilt dann:

$$c_{D,Reib} \approx \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re}} - \frac{8700}{Re} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{3 \times 10^6}} - \frac{8700}{3 \times 10^6} \approx 0,00085 \quad (4-19)$$

Da die Strebe von beiden Seiten umströmt wird, muss der Reibwiderstandsbeiwert noch verdoppelt werden; er beträgt also letztendlich 0,0017. Daraus folgt ein Druckwiderstandsbeiwert von 0,00019. Der Beiwert des Gesamtwiderstands der Strebe beträgt daher 0,00189. Für den Gesamtwiderstand der Strebe gilt dann:

$$F_{D,Strebe} = 2c_{D,Strebe} \frac{\rho v^2}{2} c_{st} L \quad (4-20)$$

Nach dem Einsetzen der Werte erhält man folgenden linearen Zusammenhang:

$$F_{D,Strebe}(L) = 15 \text{ N/m} \times L \quad (4-21)$$

Der Strebenwiderstand muss dann noch auf die Flügelfläche bezogen werden:

$$\Delta c_{D,Reib} + \Delta c_{D,Druck} = \frac{2F_{D,Strebe}(L)}{\rho v^2 S} \approx \frac{3}{10^5 m} L \quad (4-22)$$

Dann ergibt sich für die Gleitzahl mit Strebe:

$$E_{neu} \approx \frac{c_{L,alt} \left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)}{c_{D,alt} - \frac{\Delta m}{m} c_{L,alt} + \frac{3}{10^5 m} L} \quad (4-23)$$

Mit den berechneten Werten aus Tabelle 3 erhält man:

Tabelle 4: Gleitzahlen mit Strebe

| Strebenanschluss | Gleitzahl | MTOW |
|------------------|-----------|--------|
| % | 1 | kg |
| 0,05 | 17,0 | 22.800 |
| 10 | 16,9 | 22.718 |
| 20 | 16,9 | 22.586 |
| 30 | 16,8 | 22.436 |
| 40 | 16,7 | 22.264 |
| 50 | 16,7 | 22.113 |
| 60 | 16,6 | 21.962 |
| 70 | 16,5 | 21.827 |
| 80 | 16,4 | 21.716 |
| 90 | 16,4 | 21.636 |
| 99,95 | 16,4 | 21.585 |

Die Gleitzahl nimmt also leicht ab, im Maximum um 3,5 %, je weiter die Strebe in Richtung der Flügelspitze angebracht wird.

4.4 Auswirkungen auf andere Flugleistungsparameter

In diesem Abschnitt soll der Einfluss der Strebe auf verschiedene Flugleistungsparameter untersucht werden.

4.4.1 Reichweite

Nach Breguet gilt für Flugzeuge mit Propellerantrieb:

$$R = \frac{E}{\mu b_p g} \ln \left(\frac{m_{TO}}{m_{TO} - m_{fuel}} \right) \quad (4-24)$$

Dabei gilt:

$$m_{fuel} = \rho_{fuel} V_{Tank} \quad (4-25)$$

Die Dichte des Treibstoffs beträgt dabei 0,785 kg/L. Aus den Daten der ATR 72-600 wird der wirkungsgradkorrigierte spezifische Treibstoffverbrauch berechnet:

$$\mu b_p = \frac{E}{Rg} \ln \left(\frac{m_{TO}}{m_{TO} - m_{fuel}} \right) \quad (4-26)$$

Einsetzen ergibt:

$$\mu b_p = \frac{17,0}{1.185.000 \text{ m} \times 9,81 \text{ N/kg}} \ln \left(\frac{22.800 \text{ kg}}{22.800 \text{ kg} - 785 \text{ kg/m}^3 \times 6,37 \text{ m}^3} \right) \quad (4-27)$$

$$\mu b_p = 3,62 \times 10^{-7} \text{ kg/Nm} \quad (4-28)$$

Damit folgt:

$$R = \frac{E \times \ln \left(\frac{m_{TO}}{m_{TO} - m_{fuel}} \right)}{3,62 \times 10^{-7} \text{ kg/Nm} \times 9,81 \text{ N/kg}} \quad (4-29)$$

Man erhält folgende Werte:

Tabelle 5: Reichweiten mit Strebe

| Strebenanschluss | Reichweite | Reichweitenerhöhung | |
|------------------|------------|---------------------|----------------|
| | | km | % von 1.185 km |
| 10 | 1.219 | +34 | +2,9 |
| 20 | 1.235 | +50 | +4,3 |
| 30 | 1.254 | +69 | +5,9 |
| 40 | 1.276 | +91 | +7,7 |
| 50 | 1.299 | +114 | +9,6 |
| 60 | 1.322 | +137 | +11,5 |
| 70 | 1.344 | +159 | +13,4 |
| 80 | 1.364 | +179 | +15,1 |
| 90 | 1.383 | +198 | +16,7 |
| 99,95 | 1.398 | +213 | +18,0 |

Die Reichweite nimmt also moderat zu, je weiter die Strebe in Richtung der Flügelspitze angeschlossen ist.

4.4.2 Mindestgeschwindigkeit

Für die ATR 72-600 mit Klappen auf 15° gilt in der ISA auf Meereshöhe eine Rotiergeschwindigkeit von 109 kt bzw. 56,1 m/s bei 22.800 kg Abfluggewicht [ATR 1999]. Dies entspricht einem Auftriebsbeiwert von:

$$c_{L,TO} = \frac{2mg}{\rho S v_{rot}^2} = \frac{2 \times 22.800 \text{ kg} \times 9,81 \text{ N/kg}}{1,225 \text{ kg/m}^3 \times 62,3 \text{ m}^2 \times (56,1 \text{ m/s})^2} = 1,8624 \quad (4-30)$$

Damit folgt für die Mindestgeschwindigkeit bzw. Rotiergeschwindigkeit:

$$v_{rot} = \sqrt{\frac{2mg}{1,8624 \rho S}} = 0,3715 \frac{\text{m/s}}{\sqrt{\text{kg}}} \times \sqrt{m} \quad (4-31)$$

Es ergibt sich folgende Wertetabelle:

Tabelle 6: Mindestgeschwindigkeiten mit Strebe

| Strebenanschluss % | Mindestgeschwindigkeit bzw. Rotiergeschwindigkeit | | |
|-----------------------|---|------|-----|
| | m/s | km/h | kt |
| 10 | 56,0 | 202 | 109 |
| 20 | 55,8 | 201 | 109 |
| 30 | 55,7 | 200 | 108 |
| 40 | 55,4 | 200 | 108 |
| 50 | 55,2 | 199 | 107 |
| 60 | 55,1 | 198 | 107 |
| 70 | 54,9 | 198 | 107 |
| 80 | 54,8 | 197 | 106 |
| 90 | 54,6 | 197 | 106 |
| 99,95 | 54,6 | 197 | 106 |

Die Mindestgeschwindigkeit nimmt minimal ab, im Maximum um 2,5 %, je weiter die Strebe in Richtung der Flügelspitze positioniert wird.

4.4.3 Startrollstrecke

Der Startlauf sei vereinfacht als gleichförmig beschleunigte Bewegung, beginnend aus der Ruhelage, angenommen. Für einen solchen Bewegungsvorgang gilt:

$$v^2 = 2as \quad (4-32)$$

Umgestellt folgt für den Anwendungsfall Startlauf:

$$s_{Roll} = \frac{v_{rot}^2}{2a} \quad (4-33)$$

Für die Beschleunigung gilt nach dem 2. Newton'schen Axiom:

$$a = \frac{F}{m} \quad (4-34)$$

Die Masse entspricht vereinfacht dem MTOW. Die in horizontaler Richtung auf das Flugzeug wirkende Kraft setzt sich zusammen aus dem Triebwerksschub, der Rollreibung und dem Luftwiderstand:

$$F = F_S - F_{RR} - F_D \quad (4-35)$$

Der Schub sei vereinfacht als konstant angenommen. Er beträgt laut [Jessen 2009] beim PW127 etwa 37 kN. Für die Rollreibung gilt:

$$F_{RR} = \mu \left(mg - \frac{1}{2} \rho c_{L,TO} S v^2 \right) \quad (4-36)$$

Sie ist also nicht konstant, sondern vielmehr proportional zum Geschwindigkeitsquadrat. Selbiges gilt für den Luftwiderstand:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho c_{D,TO} S v^2 \quad (4-37)$$

Weil diese Abhängigkeit die Berechnung der Startrollstrecke erheblich verkompliziert, werden stattdessen die mittlere Rollreibung und der mittlere Luftwiderstand für die Rechnung herangezogen. Die mittlere Rollreibung tritt bei der mittleren Rollreibungsgeschwindigkeit auf:

$$\bar{F}_{RR} = F_{RR}(\bar{v}_{RR}) \quad (4-38)$$

Der mittlere Luftwiderstand tritt bei der Geschwindigkeit des mittleren Luftwiderstands auf:

$$\bar{F}_D = F_D(\bar{v}_D) \quad (4-39)$$

Die mittleren Geschwindigkeiten ergeben sich aus einem Energievergleich. Bei der mittleren Geschwindigkeit wurde von der korrespondierenden Kraft genau die Hälfte der für den Startlauf erforderlichen Arbeit geleistet. Sie sind für jede Strebenanschlussposition unterschiedlich und müssen vorher berechnet werden.

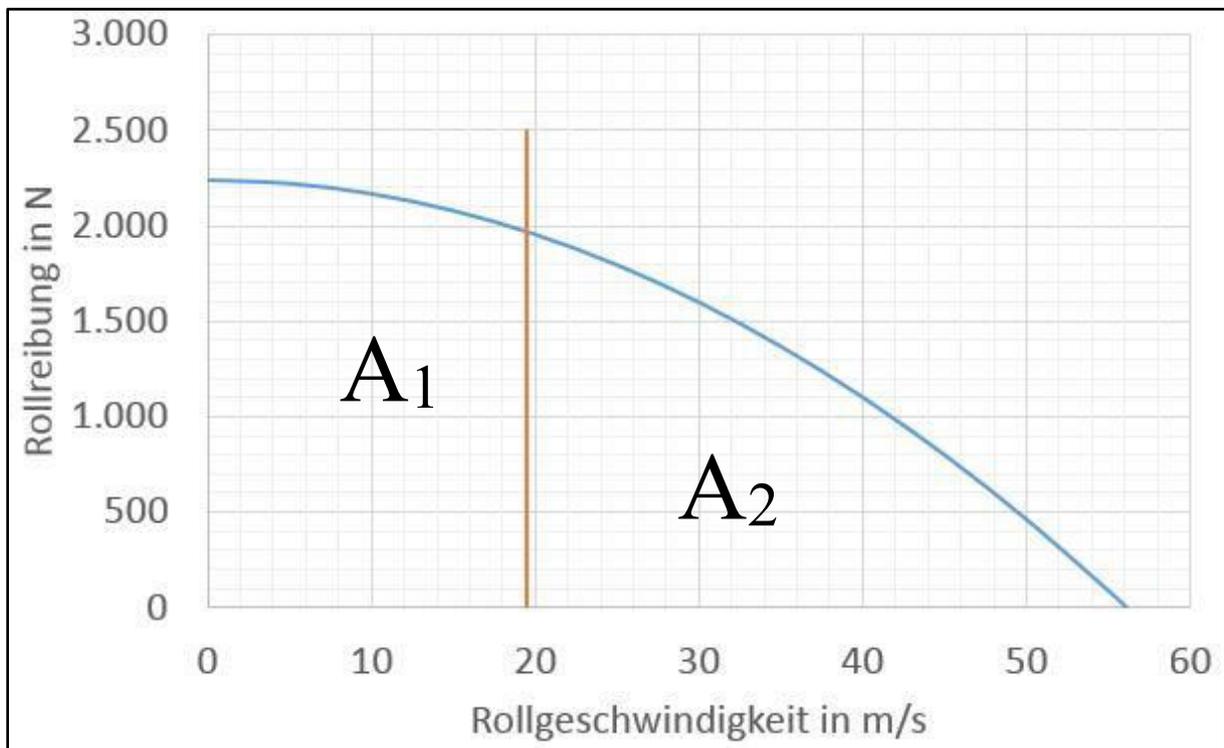


Bild 63: Rollreibung während des Startlaufs der ATR 72-600

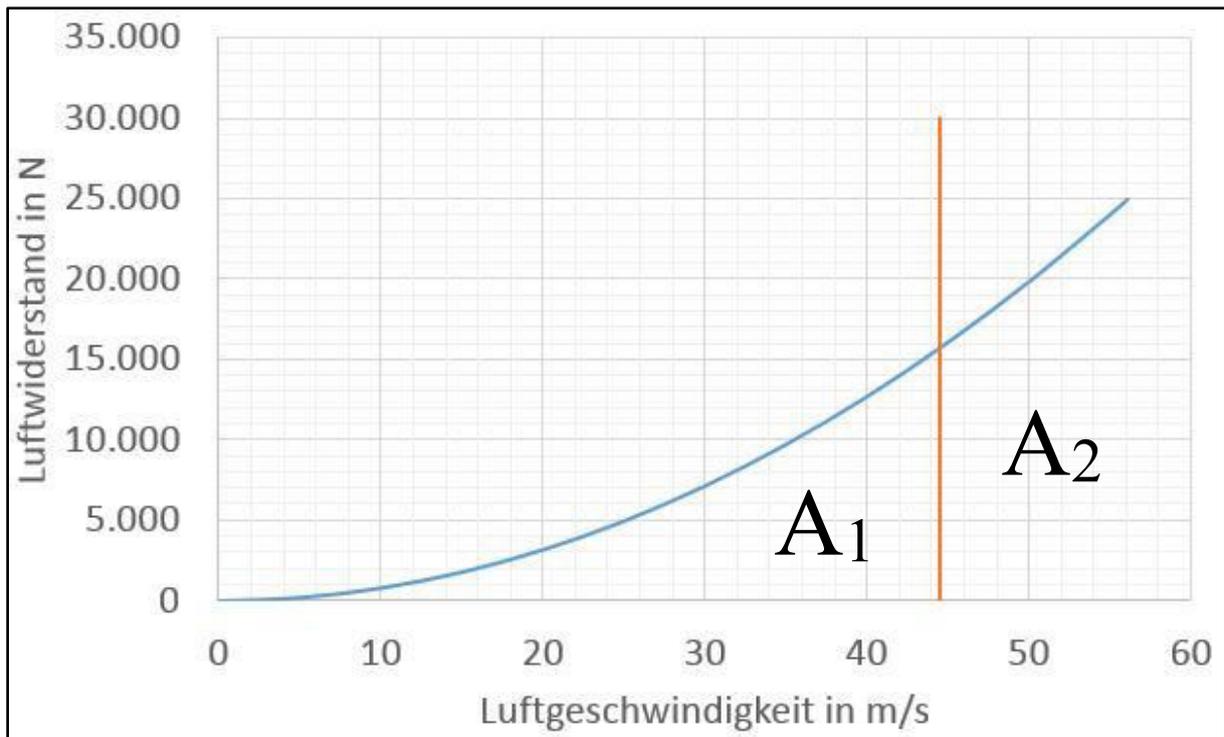


Bild 64: Luftwiderstand während des Startlaufs der ATR 72-600

Die senkrechten Geraden markieren die jeweilige mittlere Geschwindigkeit. Für die Bestimmungsgleichungen beider Werte gilt:

$$A_1 = A_2 \quad (4-40)$$

$$\int_0^{\bar{v}_{RR}} \mu \left(mg - \frac{1}{2} \rho c_{L,TO} S v^2 \right) dv = \int_{\bar{v}_{RR}}^{v_{rot}} \mu \left(mg - \frac{1}{2} \rho c_{L,TO} S v^2 \right) dv \quad (4-41)$$

$$\int_0^{\bar{v}_W} \frac{1}{2} \rho c_{D,TO} S v^2 dv = \int_{\bar{v}_W}^{v_{rot}} \frac{1}{2} \rho c_{D,TO} S v^2 dv \quad (4-42)$$

In den folgenden zwei Unterkapiteln werden die mittlere Rollreibungsgeschwindigkeit und die Geschwindigkeit des mittleren Luftwiderstands exemplarisch für die (originale) ATR 72-600 berechnet. Darauf folgt eine Auswertung der Startrollstrecke des Originalflugzeugs sowie für verschiedene Strebenwinkel.

4.4.3.1 Mittlere Rollreibungsgeschwindigkeit

Die Integrandenfunktion ist eine inhomogene quadratische Funktion:

$$f(v) = z - kv^2 \quad (4-43)$$

Dabei gilt für die Hilfskoeffizienten:

$$z = \mu mg = 0,01 \times 22.800 \text{ kg} \times 9,81 \text{ N/kg} = 2.237 \text{ N} \quad (4-44)$$

$$k = \frac{\mu}{2} \rho c_{L,TO} S = \frac{0,01}{2} \times 1,225 \text{ kg/m}^3 \times 1,8624 \times 62,3 \text{ m}^2 = 0,7107 \text{ kg/m} \quad (4-45)$$

Der Rollreibungskoeffizient sei zu 0,01 angenommen. Dieser Wert entspricht einem Lkw-Gummireifen auf Asphalt. Die Gleichung lautet dann:

$$\int_0^{\bar{v}_{RR}} (z - kv^2) dv = \int_{\bar{v}_{RR}}^{v_{rot}} (z - kv^2) dv \quad (4-46)$$

Integrieren liefert:

$$\left[zv - \frac{k}{3} v^3 + C \right]_0^{\bar{v}_{RR}} = \left[zv - \frac{k}{3} v^3 + C \right]_{\bar{v}_{RR}}^{v_{rot}} \quad (4-47)$$

Man erhält eine kubische Gleichung:

$$2z\bar{v}_{RR} - \frac{2}{3}k\bar{v}_{RR}^3 - zv_{rot} + \frac{1}{3}kv_{rot}^3 = 0 \quad (4-48)$$

Umformen ergibt:

$$\bar{v}_{RR}^3 - 3\frac{z}{k}\bar{v}_{RR} + \frac{3z}{2k}v_{rot} - \frac{v_{rot}^3}{2} = 0 \quad (4-49)$$

Auf diese umgeformte kubische Gleichung kann die Cardanische Lösungsformel angewendet werden, um die Unbekannte zu bestimmen:

$$p = \frac{3\left(-3\frac{z}{k}\right)}{3} = -3\frac{z}{k} = -3 \times \frac{2.237 \text{ N}}{0,7107 \text{ kg/m}} = -9.443 \text{ Nm/kg} \quad (4-50)$$

$$q = \frac{3z}{2k}v_{rot} - \frac{v_{rot}^3}{2} = \frac{3\left(\frac{2.237 \text{ N}}{0,7107 \frac{\text{kg}}{\text{m}}}\right)}{2} \times 56,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{\left(56,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^3}{2} = 176.591 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \quad (4-51)$$

Dann gilt für die Diskriminante:

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \left(\frac{176.591 \text{ m}^3/\text{s}^3}{2}\right)^2 - \left(\frac{9.443 \text{ m}^2/\text{s}^2}{3}\right)^3 = -2,3 \times 10^{10} \frac{\text{m}^6}{\text{s}^6} \quad (4-52)$$

Eine negative Diskriminante bedeutet, dass die kubische Gleichung drei verschiedene reelle Lösungen hat. Daher wird der trigonometrische Lösungsansatz verwendet. Hierzu muss zunächst noch ein Hilfswinkel bestimmt werden:

$$\varphi = \arccos \left(-\frac{q}{2\sqrt{\left(\frac{|p|}{3}\right)^3}} \right) = \arccos \left(-\frac{176.591 \frac{m^3}{s^3}}{2\sqrt{\left(\frac{|-9.443 Nm/kg|}{3}\right)^3}} \right) = 120^\circ \quad (4-53)$$

Dann folgt:

$$\bar{v}_{RR,i} = 2 \cos \left(\frac{\varphi}{3} + (i-1) \times 120^\circ \right) \sqrt{\frac{|p|}{3}} \quad (4-54)$$

Als Lösungen ergeben sich:

$$\bar{v}_{RR,1} = 86,0 \text{ m/s} = 310 \text{ km/h} = 167 \text{ kt} \quad (4-55)$$

$$\bar{v}_{RR,2} = -105,4 \text{ m/s} = -379 \text{ km/h} = 205 \text{ kt} \quad (4-56)$$

$$\bar{v}_{RR,3} = 19,5 \text{ m/s} = 70 \text{ km/h} = 38 \text{ kt} \quad (4-57)$$

Die einzige realistische Lösung sind 19,5 m/s:

$$\bar{v}_{RR} = 19,5 \text{ m/s} \quad (4-58)$$

4.4.3.2 Geschwindigkeit des mittleren Luftwiderstands

Die Integrandenfunktion ist eine homogene quadratische Funktion:

$$f(v) = cv^2 \quad (4-59)$$

Dabei gilt für den Hilfskoeffizienten:

$$c = \frac{1}{2} \rho c_{D,TO} S \quad (4-60)$$

Der Widerstandsbeiwert während des Startlaufs setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$c_{D,TO} = c_{D,0} + \Delta c_{D,flaps} + \Delta c_{D,gear} + c_{D,ind} \quad (4-61)$$

Dabei gilt:

$$c_{D,0} = 0,02 \quad (4-62)$$

$$\Delta c_{D,flaps} = 0,05 c_{L,TO} - 0,055 = 0,05 \times 1,8624 - 0,055 = 0,0381 \quad (4-63)$$

$$\Delta c_{D,gear} = 0,015 \quad (4-64)$$

$$c_{D,ind} = \frac{c_{L,TO}^2}{\pi \Lambda e} = \frac{1,8624^2}{\pi \times 11,7 \times 0,7} = 0,1348 \quad (4-65)$$

Damit folgt:

$$c_{D,T0} = 0,02 + 0,0381 + 0,015 + 0,1348 = 0,2079 \quad (4-66)$$

Daraus ergibt sich:

$$c = \frac{1}{2} \times 1,225 \text{ kg/m}^3 \times 0,2079 \times 62,3 \text{ m}^2 = 7,93 \text{ kg/m} \quad (4-67)$$

Die Integralgleichung lautet dann:

$$\int_0^{\bar{v}_W} cv^2 dv = \int_{\bar{v}_W}^{v_{rot}} cv^2 dv \quad (4-68)$$

Auflösen und vereinfachen liefert:

$$\bar{v}_D = \frac{v_{rot}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{56,1 \text{ m/s}}{\sqrt[3]{2}} = 44,5 \text{ m/s} = 160 \text{ km/h} = 86 \text{ kt} \quad (4-69)$$

4.4.3.3 Berechnung der Startrollstrecke der ATR 72-600

Die mittlere Rollreibung und der mittlere Luftwiderstand können jetzt ermittelt werden:

$$\bar{F}_{RR} = z - k\bar{v}_{RR}^2 = 2.237 \text{ N} - 0,7107 \text{ kg/m} \times (19,5 \text{ m/s})^2 = 1.967 \text{ N} \quad (4-70)$$

$$\bar{F}_D = c\bar{v}_D^2 = 7,93 \text{ kg/m} \times (44,5 \text{ m/s})^2 = 15.703 \text{ N} \quad (4-71)$$

Damit folgt für die mittlere das Flugzeug beschleunigende Kraft während des Startlaufs:

$$\bar{F} = 2 \times 37.000 \text{ N} - 1.967 \text{ N} - 15.703 \text{ N} = 56.330 \text{ N} \approx 56 \text{ kN} \quad (4-72)$$

Für die konstante Beschleunigung gilt dann:

$$a = \frac{\bar{F}}{m_{T0}} = \frac{56.330 \text{ N}}{22.800 \text{ kg}} = 2,47 \text{ m/s}^2 \quad (4-73)$$

Daraus berechnet sich die Startrollstrecke der ATR 72-600 bei ebener Bahn und Windstille zu:

$$s_{Roll} = \frac{(56,1 \text{ m/s})^2}{2 \times 2,47 \text{ m/s}^2} = 637 \text{ m} \quad (4-74)$$

Die Startlaufdauer kann auch ermittelt werden:

$$t_{Roll} = \frac{v}{a} = \frac{56,1 \text{ m/s}}{2,47 \text{ m/s}^2} \approx 23 \text{ s} \quad (4-75)$$

Sowohl eine Startrollstrecke von 637 Metern als auch eine für den Startlauf benötigte Zeit von 23 Sekunden sind sehr realistische Werte.

4.4.3.4 Startrollstrecke bei verschiedenen Strebenwinkeln

Durch die Strebe erhöht sich der Druckwiderstandsbeiwert und der Reibungswiderstandsbeiwert. Der Beiwert des induzierten Widerstands bleibt jedoch konstant, da sich der Auftriebsbeiwert in Startkonfiguration durch die Strebe nicht verändert.

$$c_{L,TO} = 1,8624 \quad (4-76)$$

Für den Gesamtwiderstandsbeiwert gilt:

$$c_{D,TO} = c_{D,TO,alt} + \Delta c_{D,Reib} + \Delta c_{D,Druck} = 0,2079 + \frac{3}{10^5 m} L \quad (4-77)$$

Der Gesamtwiderstandsbeiwert ist also für jede Strebenlänge anders. Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 7: Startrollstrecken mit Strebe

| Strebenanschlussposition | Startrollstrecke |
|--------------------------|------------------|
| % | m |
| 10 | 632 |
| 20 | 624 |
| 30 | 614 |
| 40 | 603 |
| 50 | 594 |
| 60 | 585 |
| 70 | 576 |
| 80 | 570 |
| 90 | 565 |
| 99,95 | 562 |

Die Startrollstrecke nimmt also etwas ab, je weiter die Strebe in Richtung der Flügelspitze angeschlossen wird.

4.5 Diskussion und Einordnung der Ergebnisse

Die Rechnungen zeigen, dass sich die Applikation einer Strebe zum Abstützen des Flügels durchaus lohnt. Dabei scheint das flugmechanische Optimum bei einem Strebenanschluss direkt an der Flügelspitze zu liegen. Die beste Gleitzahl nimmt dann zwar um fast 4 % ab, jedoch wird dieses Manko durch die gleichzeitige Verringerung der Masse der Flugzeugstruktur um etwa 5 % bei 12 % Tankvergrößerung mehr als kompensiert. Die Reichweite steigt so um 18 %, was mehr als 200 km entspricht, und die Startrollstrecke reduziert sich um etwa 12 % auf 562 m.

Diese gegenüber der originalen ATR 72-600 verbesserten Werte sind jedoch in der Realität nicht erreichbar. Sie kommen zustande durch den Ansatz Chiozzottos bei der Berechnung der Schnittgrößen innerhalb des statisch unbestimmt gelagerten Flügelabschnitts zwischen Rumpfanschluss und Strebenanschluss. In diesem Abschnitt sind nach Chiozzotto die Schnittgrößen konstant und entsprechen im Rechenmodell genau den Schnittgrößen am Strebenanschluss, die noch allein über die Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können. Mangels Steifigkeitsverteilung stellt dies die einzige Möglichkeit dar, konservative

Werte für die Schnittlasten in der Flügelstruktur zu erhalten.

Dieses Vorgehen birgt jedoch ein Problem. An der Flügelspitze sind die Schnittgrößen gleich Null. Ist die Strebe daher in unmittelbarer Nähe der Flügelspitze an den Flügel angeschlossen, so ist im Rechenmodell der gesamte Flügel nahezu unbelastet. Aufgrund dessen liefert eine Dimensionierung auf dieser Datenbasis natürlich extrem niedrige Wanddicken. Dieser systematische Fehler liefert dann sehr niedrige Flügelmassen. In der Realität wäre ein derart ausgelegter Flügel stark unterdimensioniert, da die Auftriebskraft viel größere Lasten in der Flügelstruktur induzieren würde als diese aufnehmen könnte.

Folglich gibt es eine maximale Strebenanschlussposition, ab deren Überschreitung das Rechenmodell nach Chiozzotto zu Unterdimensionierung der Flügelstruktur führt. Diese Position lässt sich jedoch leider nicht pauschal berechnen, da sie von der Steifigkeitsverteilung und den äußeren Lasten abhängt. Jedoch lassen sich Rechenergebnisse der Chiozzotto-Methode im Anschluss in einem iterativen Prozess mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte (PvK) korrigieren.

Dazu werden auf die nach Chiozzotto dimensionierte Flügelstruktur erneut die in Kapitel 2.4 berechneten Flügellasten aufgebracht und mit Hilfe des PvK die Schnittgrößen in der gesamten Flügelstruktur ermittelt. Mit diesen Werten wird die Dimensionierung wiederholt („Nachdimensionierung“). Dies wiederholt man solange mit den jeweils zu berechnenden Flügellasten nach Kapitel 2.4 bis sich die Geometrie der Flügelstruktur nicht mehr ändert. Das Ergebnis ist dann verifiziert und kann für weitergehende Rechnungen belastbar verwendet werden.

Im Kapitel 5 wird eine 1-fache Nachdimensionierung exemplarisch für eine Strebenanschlussposition von 50 % an der ATR 72-600 durchgeführt.

5 Nachdimensionierung mit Hilfe des PvK

Die tragende Flügelstruktur einer ATR 72-600 mit einer Strebe bei 50 % soll einmalig nachdimensioniert werden. Betrachtet wird erneut der Lastfall MD+, somit kann mit den Daten der vorherigen Kapitel weitergearbeitet werden. Nach der Chiozzotto-Methode beträgt das Gewicht der gesamten Tragfläche inklusive Strebe 2.055 kg. Pro Flügel ergeben sich demnach gerundet 1.028 kg. Die Strebenkraft beträgt etwa 183 kN. Die Formsteifigkeitsverteilung entspricht folgender Tabelle (Daten aus dem Tabellenblatt „Strut Loads“):

Tabelle 8: Flächenträgheitsmomente (FTM) des Flügel-BTK

| Index | Position | Streifenbreite | FTM um y-Achse | FTM gegen Torsion |
|-------|----------|----------------|-----------------|-------------------|
| | y_i | Δy_i | I_{y_i} | I_{T_i} |
| | m | m | mm ⁴ | mm ⁴ |
| A | 0,72 | 1,44 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| B | 1,81 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| C | 2,57 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| D | 3,32 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| E | 4,08 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| F | 4,84 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| G | 5,59 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| H | 6,35 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| I | 7,10 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| J | 7,86 | 0,76 | 117.425.360 | 338.560.705 |
| K | 8,61 | 0,76 | 90.105.816 | 266.215.118 |
| L | 9,37 | 0,76 | 66.558.637 | 201.434.752 |
| M | 10,12 | 0,76 | 46.720.169 | 144.661.766 |
| N | 10,88 | 0,76 | 30.545.936 | 96.472.628 |
| O | 11,64 | 0,76 | 17.590.896 | 56.207.245 |
| P | 12,39 | 0,76 | 8.086.625 | 25.910.345 |
| Q | 13,15 | 0,76 | 2.147.212 | 6.874.389 |

5.1 Ableitung des mechanischen Modellsystems

Der reale Flügel wird durch folgendes mechanisches System modelliert:

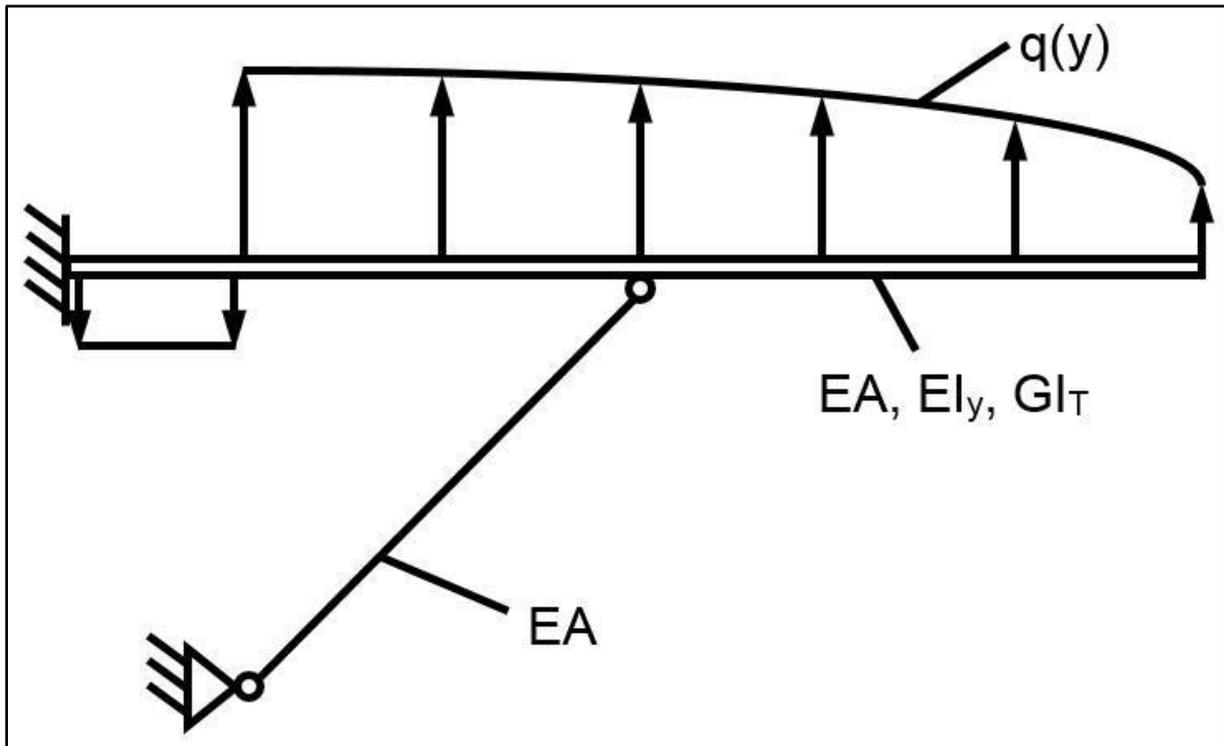


Bild 65: Modellsystem

Bis zum Rumpfanschluss wirken Luft- und Trägheitslasten, innerhalb des Rumpfes wirkt lediglich das dem Manöverlastvielfachen entsprechende Eigengewicht der Flügelstruktur. Die Einspannung befindet sich an der Symmetrieebene. Das System ist 1-fach statisch überbestimmt, wie folgende Rechnung zeigt:

$$x = r + z - 3n = 5 + 2 - 3 \times 2 = 1 \quad (5-1)$$

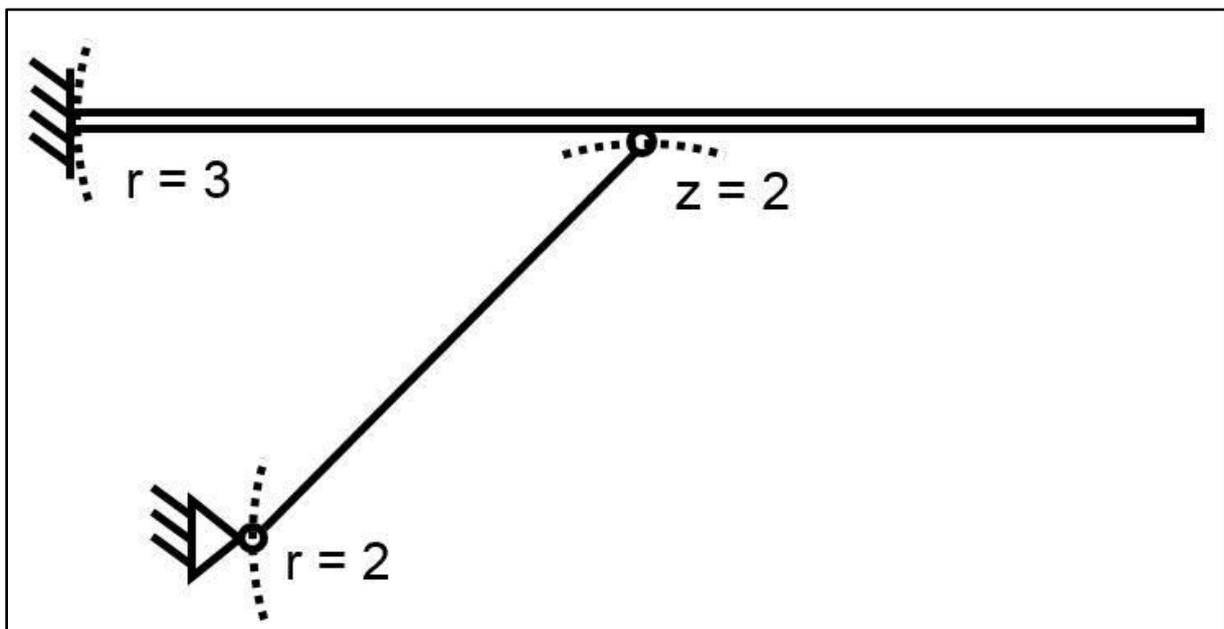


Bild 66: Anzahl der Lager- und Zwischenreaktionen am Modellsystem

Um das PvK anwenden zu können, muss der Grad der statischen Unbestimmtheit null sein. Daher wird die Einspannung durch ein Festlager ersetzt, um das ein äußeres Moment wirkt. Das Ersatzsystem sieht dann so aus:

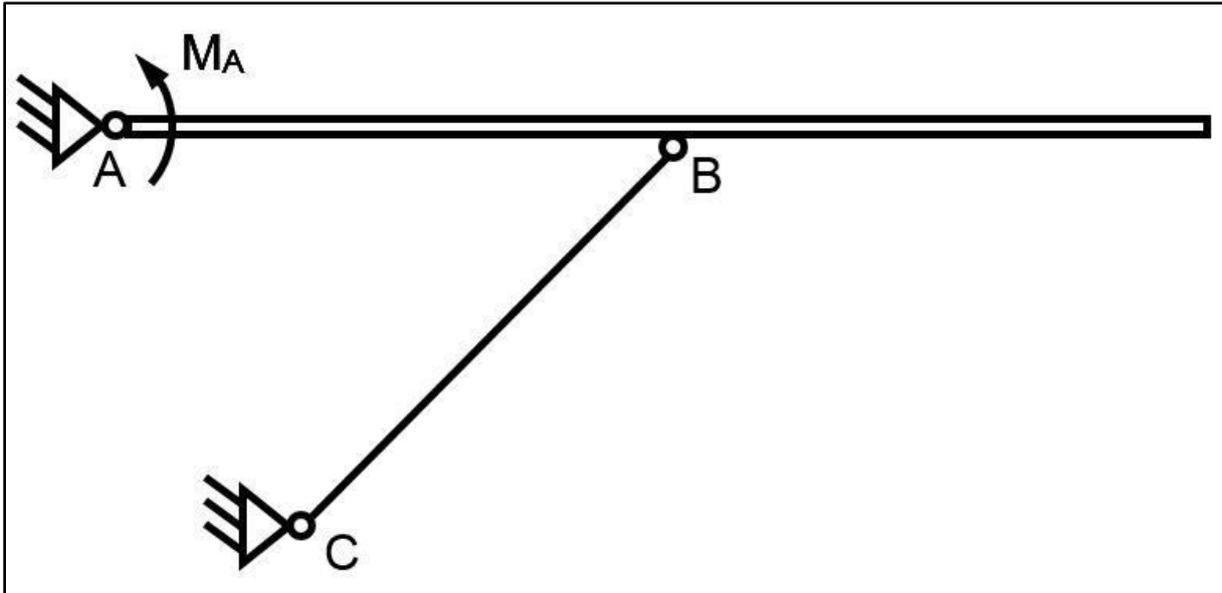


Bild 67: PvK-Ersatzsystem

Für den Grad der statischen Unbestimmtheit gilt dann:

$$x = r + z - 3n = 4 + 2 - 3 \times 2 = 0 \quad \Rightarrow \text{statisch bestimmt!} \quad (5-2)$$

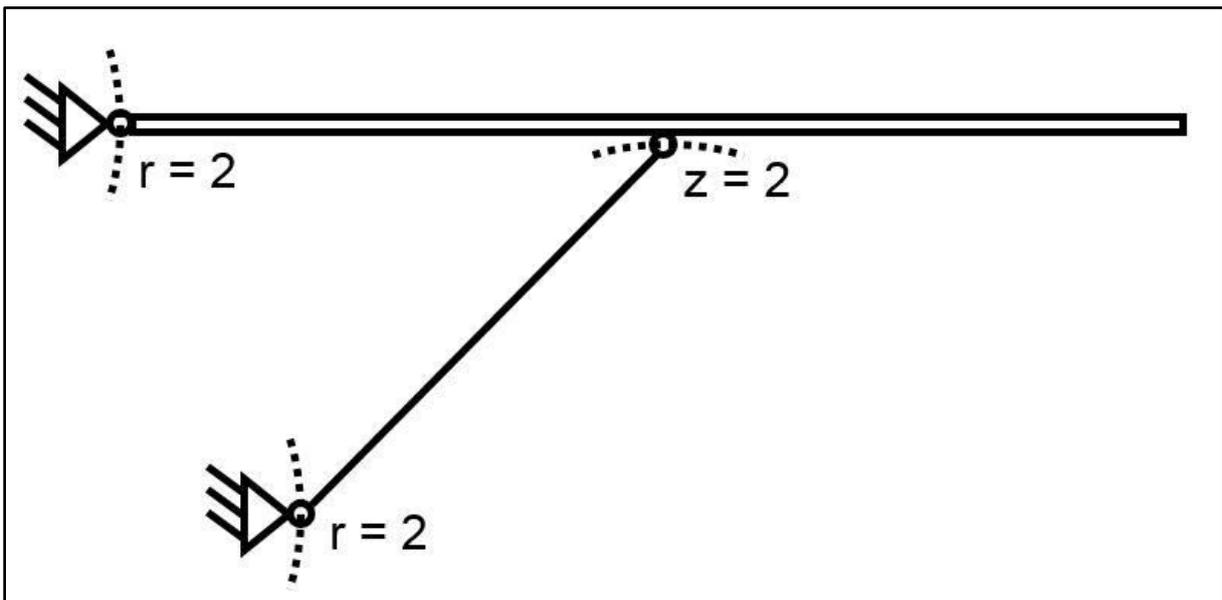


Bild 68: Anzahl der Lager- und Zwischenreaktionen am Ersatzsystem

Für das „0“-System gilt dann:

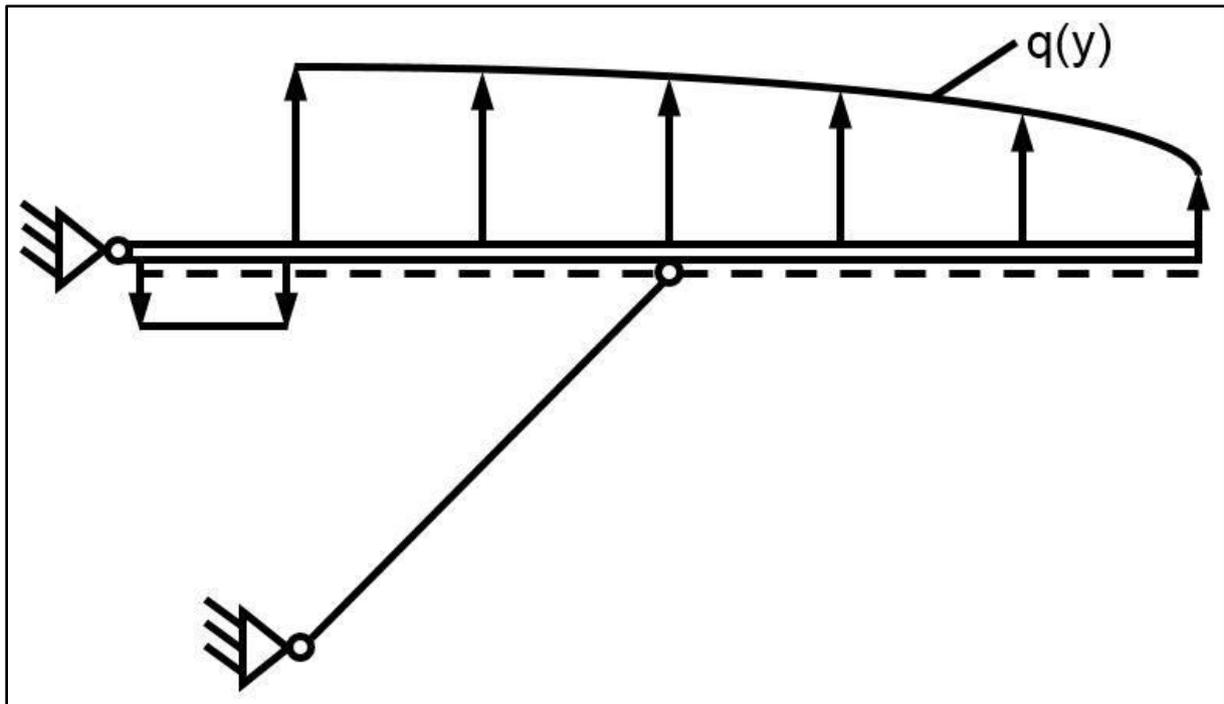


Bild 69: „0“-System

Im „1“-System wirkt ein Moment vom Betrage 1 um das Festlager bei A:

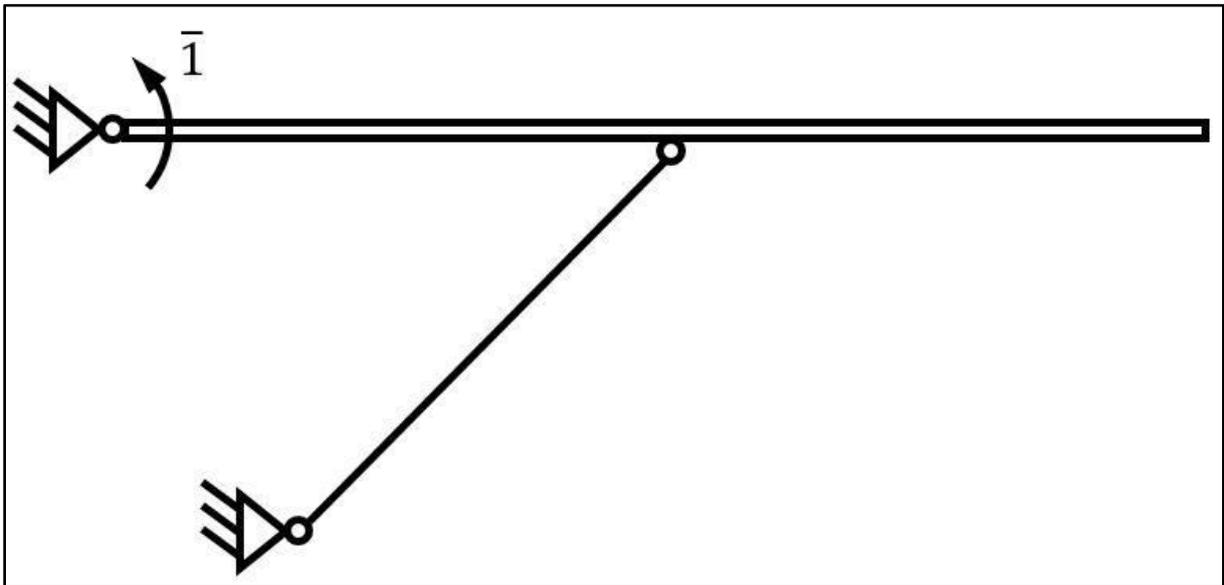


Bild 70: „1“-System

5.2 Ermittlung der Schnittlastverläufe im 0-System

Für die Ermittlung der Schnittgrößen seien drei Bereiche definiert:

| | | | | | |
|------------|----------|--------|-----|--------|----------|
| Bereich 1: | 0 | \leq | y | \leq | y_f |
| Bereich 2: | y_f | $<$ | y | \leq | y_{st} |
| Bereich 3: | y_{st} | $<$ | y | \leq | y_t |

5.2.1 Position der Resultierenden aller aerodynamischen Lasten

Die Resultierende der aerodynamischen Einzellasten geht durch den Flächenschwerpunkt der von den Lasten aufgespannten Fläche. Zur Berechnung der spannweitenigen Koordinate y gilt daher:

$$y_{aero} = \frac{1}{\sum_0^{y_t} l_{aero,i} \Delta y_i} \sum_0^{y_t} y_i l_{aero,i} \Delta y_i \quad (5-3)$$

Die aerodynamischen Lasten entnimmt man dem Blatt „Wing Loads“:

| aerodynamic wing loading |
|--------------------------|
| $l_{aero,i}$ |
| N/m |
| 0 |
| 20.138 |
| 20.020 |
| 19.889 |
| 19.742 |
| 19.581 |
| 19.403 |
| 19.208 |
| 18.994 |
| 16.680 |
| 16.436 |
| 16.158 |
| 15.851 |
| 15.491 |
| 19.961 |
| 19.027 |
| 13.782 |

Bild 71: Aerodynamische Lasten

Daraus folgt:

$$\sum_0^{y_t} l_{aero,i} \Delta y_i = 219.403 \text{ N} \quad (5-4)$$

$$\sum_0^{y_t} y_i l_{aero,i} \Delta y_i = 1.584.414 \text{ Nm} \quad (5-5)$$

Damit gilt für die Position der Resultierenden der aerodynamischen Lasten:

$$y_{aero} = \frac{1.584.414 \text{ Nm}}{219.403 \text{ N}} = 7,22 \text{ m} \quad (5-6)$$

5.2.4 0-Lagerreaktionen am Festlager A und 0-Strebenkraft

Für die Flügel-Streckenlast gilt:

$$q(y) = l_{aero}(y) + l_{inertia}(y) \quad (5-11)$$

Der den Flügel repräsentierende Balken wird freigeschnitten:

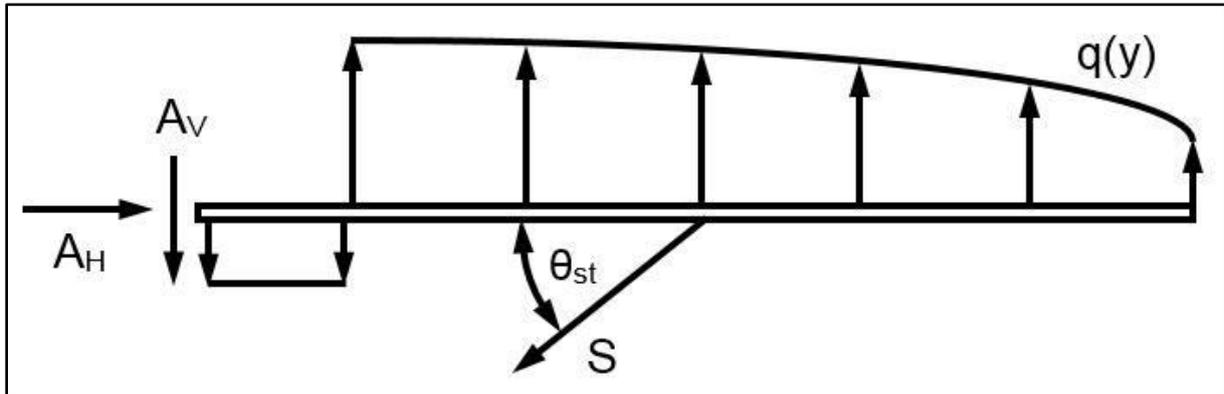


Bild 73: Freikörperbild des Balkens

Die Momentenbilanz um den Lagerpunkt A lautet:

$$y_{load} \int_0^{y_t} q(y) dy - y_{st} S^{(0)} \sin(\theta_{st}) = 0 \quad (5-12)$$

Umformen ergibt die Strebenkraft:

$$S^{(0)} = \frac{y_{load}}{y_{st} \sin(\theta_{st})} \sum_0^{y_t} (l_{aero,i} + l_{inertia,i}) \Delta y_i \quad (5-13)$$

Einsetzen liefert:

$$S^{(0)} = \frac{7,15 \text{ m}}{7,48 \text{ m} \times \sin(23,5^\circ)} \times 179.084 \text{ N} = 429.300 \text{ N} \quad (5-14)$$

Die Kräftebilanz in vertikaler Richtung lautet:

$$A_V^{(0)} - \int_0^{y_t} q(y) dy + S^{(0)} \sin(\theta_{st}) = 0 \quad (5-15)$$

Daraus folgt die vertikale Lagerkraft:

$$A_V^{(0)} = \sum_0^{y_t} (l_{aero,i} + l_{inertia,i}) \Delta y_i - S^{(0)} \sin(\theta_{st}) \quad (5-16)$$

Einsetzen liefert:

$$A_V^{(0)} = 179.084 \text{ N} - 429.300 \text{ N} \times \sin(23,5^\circ) = 7.901 \text{ N} \quad (5-17)$$

Für die Lagerkraft lässt sich auch schreiben:

$$A_V^{(0)} = \left(1 - \frac{y_{load}}{y_{st}}\right) \sum_0^{y_t} (l_{aero,i} + l_{inertia,i}) \Delta y_i \quad (5-18)$$

Die Kräftebilanz in horizontaler Richtung lautet:

$$A_H^{(0)} - S^{(0)} \cos(\theta_{st}) = 0 \quad (5-19)$$

Umstellen liefert die horizontale Lagerkraft:

$$A_H^{(0)} = S^{(0)} \cos(\theta_{st}) \quad (5-20)$$

Einsetzen liefert:

$$A_H^{(0)} = 429.300 \text{ N} \times \cos(23,5^\circ) = 393.694 \text{ N} \quad (5-21)$$

5.2.5 0-Balkennormalkraft

Die Strebe übt eine Druckkraft auf den Flügel in den Bereichen 1 und 2 aus. Die Normalkraft ist also konstant und entspricht der horizontalen Komponente der Strebenkraft bzw. der horizontalen Lagerkraft in A. Daher gilt:

$$N_{1,2}^{(0)} = -A_H^{(0)} = -S^{(0)} \cos(\theta_{st}) = -393.694 \text{ N} \quad (5-22)$$

Im Bereich 3, also außerhalb des Strebenanschlusses, ist der Flügel axial unbelastet, hier beträgt die Normalkraft daher null:

$$N_3^{(0)} = 0 \text{ N} \quad (5-23)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 9: 0-Normalkräfte in der Flügelstruktur

| Position | 0-Normalkraft |
|----------|---------------|
| m | N |
| 0,72 | -393.694 |
| 1,81 | -393.694 |
| 2,57 | -393.694 |
| 3,32 | -393.694 |
| 4,08 | -393.694 |
| 4,84 | -393.694 |
| 5,59 | -393.694 |
| 6,35 | -393.694 |
| 7,10 | -393.694 |
| 7,86 | 0 |
| 8,61 | 0 |
| 9,37 | 0 |
| 10,12 | 0 |
| 10,88 | 0 |
| 11,64 | 0 |
| 12,39 | 0 |
| 13,15 | 0 |

5.2.6 0-Querkraftverlauf

Der Querkraftverlauf wird analog der Vorgehensweise in Kapitel 2.5.2 bestimmt.

Im Bereich 3 gilt:

$$Q_{3,i}^{(0)} = -\Delta y_i \left(\frac{l_{aero,i} + l_{inertia,i}}{2} + \sum_{j=i+1}^{y_t} (l_{aero,j} + l_{inertia,j}) \right) \quad (5-24)$$

Infinitesimal vor dem Strebenanschluss beträgt die Querkraft daher:

$$Q_3^{(0)}(y \approx y_{st}) = -82.765 \text{ N} \quad (5-25)$$

Am Strebenanschluss gibt es einen Querkraftsprung um die vertikale Komponente der Strebenkraft.

$$\Delta Q^{(0)} = S^{(0)} \sin(\theta_{st}) = 429.300 \text{ N} \times \sin(23,5^\circ) = 171.183 \text{ N} \quad (5-26)$$

Daher folgt kurz hinter dem Strebenanschluss:

$$Q_2^{(0)}(y = y_{st}) = Q_3^{(0)}(y \approx y_{st}) + \Delta Q^{(0)} \quad (5-27)$$

Einsetzen der Werte liefert:

$$Q_2^{(0)}(y = y_{st}) = -82.765 \text{ N} + 429.300 \text{ N} \times \sin(23,5^\circ) = 88.418 \text{ N} \quad (5-28)$$

Für die Bereiche 1 und 2 gilt:

$$Q_{1,2}^{(0)}(y) = 88.418 \text{ N} - \sum_{y_{st}}^y (l_{aero,i} + l_{inertia,i}) \Delta y_i \quad (5-29)$$

Es ergibt sich folgende Wertetabelle:

Tabelle 10: 0-Querkräfte in der Flügelstruktur

| Position | 0-Querkraft |
|----------|-------------|
| m | N |
| 0,72 | -10.039 |
| 1,81 | -5.695 |
| 2,57 | 7.225 |
| 3,32 | 20.051 |
| 4,08 | 32.771 |
| 4,84 | 45.376 |
| 5,59 | 57.852 |
| 6,35 | 70.187 |
| 7,10 | 82.368 |
| 7,86 | -77.590 |
| 8,61 | -67.331 |
| 9,37 | -57.269 |
| 10,12 | -47.428 |
| 10,88 | -37.839 |
| 11,64 | -26.697 |
| 12,39 | -14.222 |
| 13,15 | -4.081 |

5.2.7 0-Biegemomentenverlauf

Den Biegemomentenverlauf erhält man analog zur Vorgehensweise in Kapitel 2.5.2. Im Bereich 3 gilt:

$$M_{3,i}^{(0)} = \Delta y_i^2 \left(\frac{l_i}{8} + \sum_{j=i+1}^{y_t} (j-i)(l_{aero,i} + l_{inertia,i})_j \right) \quad (5-30)$$

Durch die Strebe erfährt der Momentenverlauf am Strebenanschluss einen Knick. Das Biegemoment infinitesimal vor dem Strebenanschluss ergibt sich zu:

$$M_3^{(0)}(y \approx y_{st}) = \Delta y_i^2 \sum_{j=i}^{j=i+7} \left(j - \frac{i}{2} \right) (l_{aero,j} + l_{inertia,j}) = 251.211 \text{ Nm} \quad (5-31)$$

Im Bereich 1 und 2 gilt:

$$M_{1,2,i}^{(0)} = \Delta y_j^2 \left(\frac{l_i}{8} + \sum_{j=i+1}^{j=n} \left((j-i)(l_{aero,j} + l_{inertia,j}) - \frac{n_{i \rightarrow j} S^{(0)} \sin(\theta_{st})}{\Delta y_j} \right) \right) \quad (5-32)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 11: 0-Biegemomente in der Flügelstruktur

| Position | Biegemoment |
|----------|-------------|
| m | Nm |
| 0,72 | -6.436 |
| 1,81 | -17.177 |
| 2,57 | -11.718 |
| 3,32 | 3.432 |
| 4,08 | 28.195 |
| 4,84 | 62.482 |
| 5,59 | 106.196 |
| 6,35 | 159.231 |
| 7,10 | 221.470 |
| 7,86 | 220.919 |
| 8,61 | 166.184 |
| 9,37 | 119.129 |
| 10,12 | 79.595 |
| 10,88 | 47.406 |
| 11,64 | 22.704 |
| 12,39 | 7.312 |
| 13,15 | 771 |

5.2.8 0-Torsionsmomentenverlauf

Der Torsionsmomentenverlauf wird analog der Vorgehensweise in Kapitel 2.5.3 ermittelt. Da die Strebe an der Lastreferenzachse angreift, induziert die Strebenkraft keinen Gegentorsionsmoment. Es gilt daher:

$$M_{T,1,2,3,i}^{(0)} = \left(\frac{e_i l_{aero,i} \Delta y_i}{2} + \sum_{j=i+1}^{y_t} e_j l_{aero,j} \Delta y_j \right) \quad (5-33)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 12: 0-Torsionsmomente in der Flügelstruktur

| Position | Torsionsmoment |
|----------|----------------|
| m | Nm |
| 0,72 | 89.860 |
| 1,81 | 89.860 |
| 2,57 | 83.423 |
| 3,32 | 77.025 |
| 4,08 | 70.672 |
| 4,84 | 64.369 |
| 5,59 | 58.120 |
| 6,35 | 51.930 |
| 7,10 | 45.806 |
| 7,86 | 40.088 |
| 8,61 | 34.779 |
| 9,37 | 29.555 |
| 10,12 | 24.424 |
| 10,88 | 19.399 |
| 11,64 | 13.716 |
| 12,39 | 7.468 |
| 13,15 | 2.209 |

5.3 Ermittlung der Schnittlastverläufe im 1-System

5.3.1 1-Lagerreaktionen am Festlager A und 1-Strebenkraft

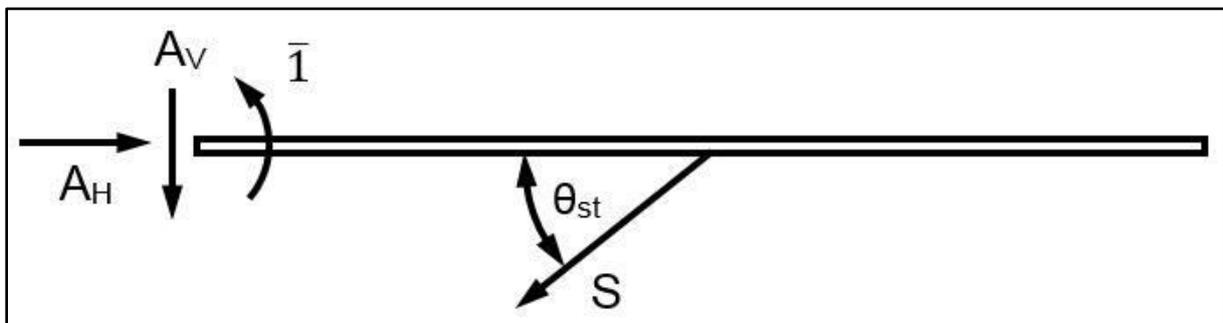


Bild 74: freigeschnittener Balken im 1-System

Die Momentenbilanz um den Lagerpunkt A lautet:

$$\bar{1} - \bar{S}^{(1)} \sin(\theta_{st}) y_{st} = 0 \quad (5-34)$$

Daraus folgt die virtuelle Strebenkraft:

$$\bar{S}^{(1)} = \frac{1}{\sin(\theta_{st}) y_{st}} \quad (5-35)$$

Einsetzen liefert:

$$\bar{S}^{(1)} = \frac{1}{\sin(23,5^\circ) \times 7,48 \text{ m}} = 0,3353 \text{ 1/m} \quad (5-36)$$

In horizontaler Richtung lautet die Kräftebilanz:

$$\bar{A}_H - \bar{S}^{(1)} \cos(\theta_{st}) = 0 \quad (5-37)$$

Daraus folgt die virtuelle horizontale Lagerkraft:

$$\bar{A}_H = \bar{S}^{(1)} \cos(\theta_{st}) = \frac{1}{\tan(\theta_{st}) y_{st}} \quad (5-38)$$

Einsetzen liefert:

$$\bar{A}_H = \frac{1}{\tan(23,5^\circ) \times 7,48 \text{ m}} = 0,3075 \text{ 1/m} \quad (5-39)$$

In vertikaler Richtung gilt:

$$\bar{A}_V + \bar{S}^{(1)} \sin(\theta_{st}) = 0 \quad (5-40)$$

Daraus folgt für die virtuelle vertikale Lagerkraft:

$$\bar{A}_V = -\bar{S}^{(1)} \sin(\theta_{st}) = -\frac{1}{y_{st}} \quad (5-41)$$

Einsetzen liefert:

$$\bar{A}_V = -\frac{1}{7,48 \text{ m}} = -0,1337 \text{ 1/m} \quad (5-42)$$

5.3.2 1-Balkennormalkraft

Die Strebe übt eine Druckkraft auf den abgestrebten Flügelteil aus, daher gilt dort für die Balkennormalkraft:

$$\bar{N}_{1,2}^{(1)} = -\bar{A}_H = -0,3075 \text{ 1/m} \quad (5-43)$$

Der Balkenteil außerhalb der Strebe ist kräftefrei, daher gilt hier:

$$\bar{N}_3^{(1)} = 0 \text{ 1/m} \quad (5-44)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 13: 1-Normalkräfte in der Flügelstruktur

| Position | 1-Normalkraft |
|----------|---------------|
| m | 1/m |
| 0,72 | -0,3075 |
| 1,81 | -0,3075 |
| 2,57 | -0,3075 |
| 3,32 | -0,3075 |
| 4,08 | -0,3075 |
| 4,84 | -0,3075 |
| 5,59 | -0,3075 |
| 6,35 | -0,3075 |
| 7,10 | -0,3075 |
| 7,86 | 0 |
| 8,61 | 0 |
| 9,37 | 0 |
| 10,12 | 0 |
| 10,88 | 0 |
| 11,64 | 0 |
| 12,39 | 0 |
| 13,15 | 0 |

5.3.3 1-Querkraftverlauf

Der abgestrebte Teil des Balkens wird an einer Stelle y freigeschnitten:

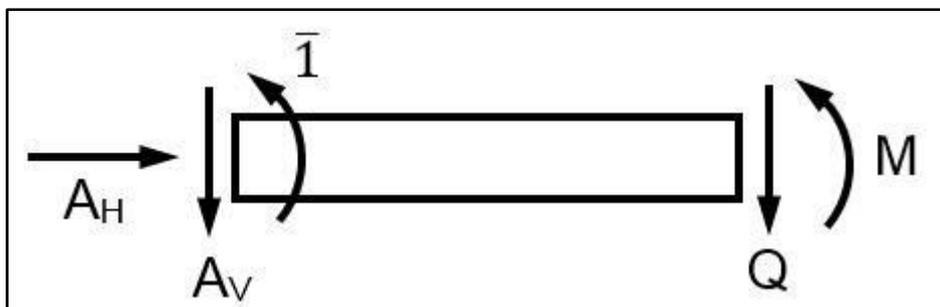


Bild 75: Freischnitt des abgestrehten Balkenteils im 1-System

In vertikaler Richtung gilt:

$$\bar{A}_V + \bar{Q}_{1,2}^{(1)} = 0 \quad (5-45)$$

Damit gilt für die Querkraft im abgestrehten Balkenteil:

$$\bar{Q}_{1,2}^{(1)} = -\bar{A}_V \quad (5-46)$$

Einsetzen ergibt:

$$\bar{Q}_{1,2}^{(1)} = -\bar{A}_V = -(-0,1337 \text{ 1/m}) = 0,1337 \text{ 1/m} \quad (5-47)$$

Der Balkenteil außerhalb der Strebe ist unbelastet, daher gilt:

$$\bar{Q}_3^{(1)} = 0 \text{ 1/m} \quad (5-48)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 14: 1-Querkräfte in der Flügelstruktur

| Position | 1-Querkraft |
|----------|-------------|
| m | 1/m |
| 0,72 | 0,1337 |
| 1,81 | 0,1337 |
| 2,57 | 0,1337 |
| 3,32 | 0,1337 |
| 4,08 | 0,1337 |
| 4,84 | 0,1337 |
| 5,59 | 0,1337 |
| 6,35 | 0,1337 |
| 7,10 | 0,1337 |
| 7,86 | 0 |
| 8,61 | 0 |
| 9,37 | 0 |
| 10,12 | 0 |
| 10,88 | 0 |
| 11,64 | 0 |
| 12,39 | 0 |
| 13,15 | 0 |

5.3.4 1-Biegemomentenverlauf

Für die Momentenbilanz um den Lagerpunkt A gilt infinitesimal vor dem Strebenanschluss:

$$\bar{1} + \bar{M}_{1,2}^{(1)} - \bar{Q}_{1,2}^{(1)} y_{st} = 0 \quad (5-49)$$

Daraus folgt:

$$\bar{M}_{1,2}^{(1)} = \bar{Q}_{1,2}^{(1)} y_{st} - \bar{1} = \frac{1}{y_{st}} y_{st} - 1 = 0 \quad (5-50)$$

Infinitesimal vor dem Lagerpunkt A gilt für die Momentenbilanz:

$$\bar{1} + \bar{M}_{1,2}^{(1)} = 0 \quad (5-51)$$

Für das Biegemoment um den Lagerpunkt gilt daher:

$$\bar{M}_{1,2}^{(1)} = -1 \quad (5-52)$$

Das virtuelle Biegemoment nimmt also linear von -1 beim Lagerpunkt auf 0 beim Strebenanschluss ab. Im Balkenteil außerhalb der Abstrebung gilt:

$$\bar{M}_3^{(1)} = 0 \quad (5-53)$$

Daraus ergibt sich folgende Wertetabelle:

Tabelle 15: 1-Biegemomentenverlauf

| Position | 1-Biegemoment |
|----------|---------------|
| m | l |
| 0,72 | -0,9041 |
| 1,81 | -0,7576 |
| 2,57 | -0,6566 |
| 3,32 | -0,5556 |
| 4,08 | -0,4546 |
| 4,84 | -0,3536 |
| 5,59 | -0,2525 |
| 6,35 | -0,1515 |
| 7,10 | -0,0505 |
| 7,86 | 0 |
| 8,61 | 0 |
| 9,37 | 0 |
| 10,12 | 0 |
| 10,88 | 0 |
| 11,64 | 0 |
| 12,39 | 0 |
| 13,15 | 0 |

5.3.5 1-Torsionsmomentenverlauf

Im 1-System entsteht kein Torsionsmoment, daher gilt:

$$\bar{M}_{T,1,2,3}^{(1)} = 0 \quad (5-54)$$

5.4 Berechnung der lokalen Verformungsgrößen

5.4.1 Aufstellen der PvK-Gleichung

Nach dem Arbeitssatz gilt für die lokalen Verformungsgrößen:

$$\alpha_{01} = \int_0^{y_t} \frac{N^{(0)} \bar{N}^{(1)}}{EA} dy + \int_0^{y_t} \frac{Q^{(0)} \bar{Q}^{(1)}}{\kappa GA} dy + \int_0^{y_t} \frac{M^{(0)} \bar{M}^{(1)}}{EI_y} dy + \int_0^{y_t} \frac{M_T^{(0)} \bar{M}_T^{(1)}}{GI_T} dy \quad (5-55)$$

$$\alpha_{11} = \int_0^{y_t} \frac{(\bar{N}^{(1)})^2}{EA} dy + \int_0^{y_t} \frac{(\bar{Q}^{(1)})^2}{\kappa GA} dy + \int_0^{y_t} \frac{(\bar{M}^{(1)})^2}{EI_y} dy + \int_0^{y_t} \frac{(\bar{M}_T^{(1)})^2}{GI_T} dy \quad (5-56)$$

Nach dem Prinzip der virtuellen Kräfte gilt ferner die Verträglichkeitsbedingung:

$$0 = \alpha_{01} + M_A \alpha_{11} \quad (5-57)$$

Daraus folgt für das statisch unbestimmte Einspannmoment am Punkt A:

$$M_A = -\frac{\alpha_{01}}{\alpha_{11}} \quad (5-58)$$

Für die Schnittgrößenverläufe im realen Flügel gilt dann nach dem Superpositionsprinzip:

$$N_i = N_i^{(0)} + M_A \bar{N}_i^{(1)} \quad (5-59)$$

$$Q_i = Q_i^{(0)} + M_A \bar{Q}_i^{(1)} \quad (5-60)$$

$$M_i = M_i^{(0)} + M_A \bar{M}_i^{(1)} \quad (5-61)$$

$$M_{T,i} = M_{T,i}^{(0)} + M_A \bar{M}_{T,i}^{(1)} \quad (5-62)$$

Auch die Strebekraft ergibt sich zu:

$$S = S^{(0)} + M_A \bar{S}^{(1)} \quad (5-63)$$

In den folgenden vier Unterkapiteln werden alle vier Schnittgrößen sowie die Strebekräfte gekoppelt.

5.4.2 Kopplung der Normalkräfte

$$\alpha_{N01} \int_0^{y_t} \frac{N^{(0)} \bar{N}^{(1)}}{EA} dy = \frac{1}{E} \sum_0^{y_t} \frac{N_i^{(0)} \bar{N}_i^{(1)}}{A_i} \Delta y_i \quad (5-64)$$

$$\alpha_{N01} = 1.395.666.850 \times 10^{-12} \quad (5-65)$$

$$\alpha_{N11} = \int_0^{y_t} \frac{(\bar{N}^{(1)})^2}{EA} dy = \frac{1}{E} \sum_0^{y_t} \frac{(\bar{N}_i^{(1)})^2}{A_i} \Delta y_i \quad (5-66)$$

$$\alpha_{N11} \approx 1.090 \times 10^{-12} \frac{1}{Nm} \quad (5-67)$$

5.4.3 Kopplung der Querkraftverläufe

$$\alpha_{Q01} \int_0^{y_t} \frac{Q^{(0)} \bar{Q}^{(1)}}{\kappa GA} dy = \frac{6}{5G} \sum_0^{y_t} \frac{Q_i^{(0)} \bar{Q}_i^{(1)}}{A_i} \Delta y_i \quad (5-68)$$

Da das BTK-Profil ausschließlich aus Rechtecken zusammengesetzt ist, wird ein Schubkorrekturfaktor von 5/6 verwendet.

$$\alpha_{Q01} = 95.176.836 \times 10^{-12} \quad (5-69)$$

$$\alpha_{Q11} = \int_0^{y_t} \frac{(\bar{Q}^{(1)})^2}{\kappa GA} dy = \frac{6}{5G} \sum_0^{y_t} \frac{(\bar{Q}_i^{(1)})^2}{A_i} \Delta y_i \quad (5-70)$$

$$\alpha_{Q11} = 433 \times 10^{-12} \frac{1}{Nm} \quad (5-71)$$

5.4.4 Kopplung der Biegemomentenverläufe

$$\alpha_{M01} = \int_0^{y_t} \frac{M^{(0)} \bar{M}^{(1)}}{EI_y} dy = \frac{1}{E} \sum_0^{y_t} \frac{M_i^{(0)} \bar{M}_i^{(1)}}{I_{y,i}} \Delta y_i \quad (5-72)$$

$$\alpha_{M01} = -6.187.795.059 \times 10^{-12} \quad (5-73)$$

$$\alpha_{M11} = \int_0^{y_t} \frac{(\bar{M}^{(1)})^2}{EI_y} dy = \frac{1}{E} \sum_0^{y_t} \frac{(\bar{M}_i^{(1)})^2}{I_{y,i}} \Delta y_i \quad (5-74)$$

$$\alpha_{M11} = 302.718 \times 10^{-12} \frac{1}{Nm} \quad (5-75)$$

5.4.5 Kopplung der Torsionsmomentenverläufe

Da im 1-System kein Torsionsmoment wirkt, entfällt der zum Torsionsmoment gehörende Term komplett.

5.4.6 Kopplung der Strebenkräfte

$$\alpha_{S01} = \int_0^{y_t} \frac{S^{(0)} \bar{S}^{(1)}}{EA} dy = \frac{S^{(0)} \bar{S}^{(1)}}{EA_{st}} L \quad (5-76)$$

$$\alpha_{S01} = 8.424.389.646 \times 10^{-12} \quad (5-77)$$

$$\alpha_{S11} = \int_0^{y_t} \frac{(\bar{S}^{(1)})^2}{EA} dy = \frac{(\bar{S}^{(1)})^2}{EA_{st}} L \quad (5-78)$$

$$\alpha_{S11} = 6.617 \times 10^{-12} \frac{1}{Nm} \quad (5-79)$$

5.5 Vergleich der inneren Lasten

Aus den lokalen Verformungsgrößen ergibt sich das Einspannmoment:

$$M_A = - \frac{\alpha_{N01} + \alpha_{Q01} + \alpha_{M01} + \alpha_{S01}}{\alpha_{N11} + \alpha_{Q11} + \alpha_{M11} + \alpha_{S11}} \quad (5-80)$$

Einsetzen liefert:

$$M_A = - \frac{3.727.438.273 \times 10^{-12}}{310.859 \times 10^{-12} \frac{1}{Nm}} = -11.991 Nm \quad (5-81)$$

Mit dem statisch überzähligen Einspannmoment können die wahren Schnittgrößenverläufe superponiert werden.

5.5.1 Strebenkraft

Es gilt:

$$S = 429.300 \text{ N} - 11.991 \text{ Nm} \times 0,3353 \text{ 1/m} = 425.279 \text{ N} \quad (5-82)$$

Nach der Chiozzotto-Methode beträgt die Strebenkraft 183.303 N. Die mit dem PvK ermittelte Strebenkraft weicht damit um 132 % von diesem Wert ab.

5.5.2 Balkennormalkraft

Im abgestrehten Flügelteil gilt:

$$N_{1,2} = -393.694 \text{ N} - 11.991 \text{ Nm} \times (-0,3075 \text{ 1/m}) = -390.007 \text{ N} \quad (5-83)$$

Nach Chiozzotto ist der Flügel im gesamten Bereich normalkraftfrei. Nach dem PvK ist dies jedoch nur im Flügelteil außerhalb der Abstrebung zutreffend:

$$N_3 = 0 \text{ N} - 11.991 \text{ Nm} \times 0 \text{ 1/m} = 0 \text{ N} \quad (5-84)$$

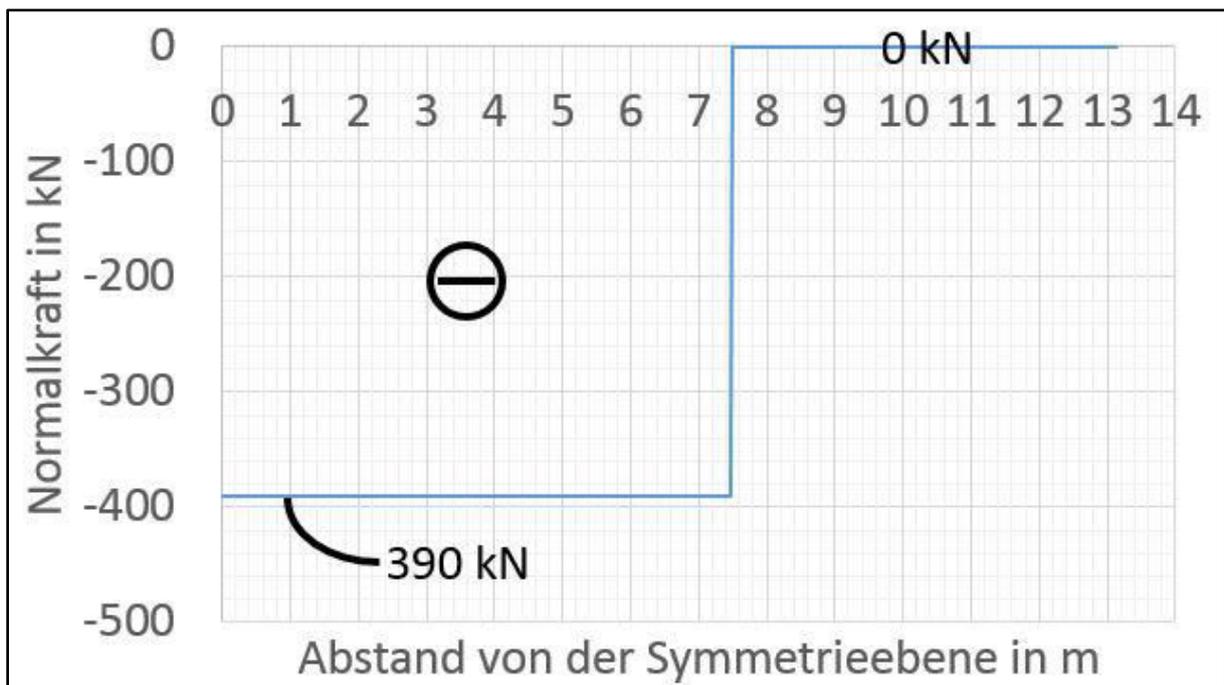


Bild 76: Normalkraftverlauf nach dem PvK

5.5.3 Querkraftverlauf

Tabelle 16: Querkraftverlauf nach dem PvK

| Position m | Querkraft N |
|---------------|----------------|
| 0,72 | -11.642 |
| 1,81 | -7.298 |
| 2,57 | 5.622 |
| 3,32 | 18.448 |
| 4,08 | 31.168 |
| 4,84 | 43.773 |
| 5,59 | 56.249 |
| 6,35 | 68.584 |
| 7,10 | 80.765 |
| 7,86 | -77.590 |
| 8,61 | -67.331 |
| 9,37 | -57.269 |
| 10,12 | -47.428 |
| 10,88 | -37.839 |
| 11,64 | -26.697 |
| 12,39 | -14.222 |
| 13,15 | -4.081 |

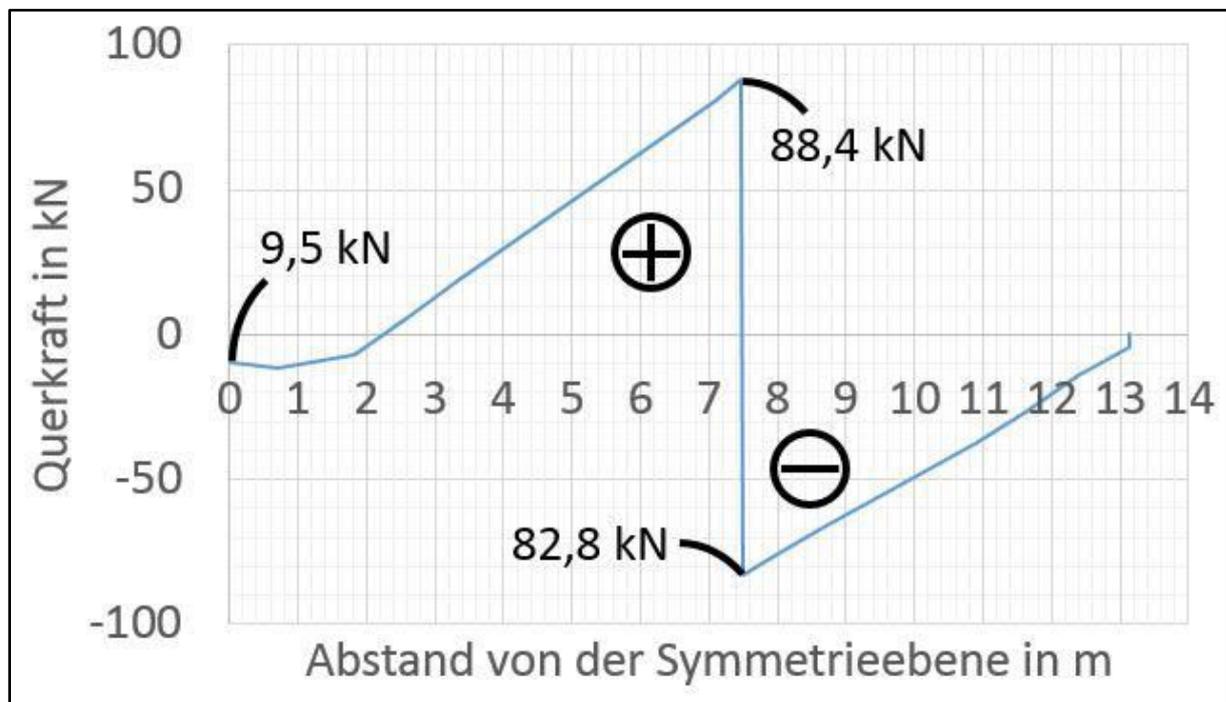


Bild 77: Querkraftverlauf nach dem PvK

Nach Chiozzotto beträgt die Querkraft betragsmäßig maximal etwa 77,6 kN. Dies liegt jedoch an der von mir gewählten Aufteilung des Außenflügels in „nur“ 8 Streifen. Bei einer unendlich feinen Diskretisierung läge der Maximalwert bei 82,8 kN. Mit dem PvK beträgt der betragsmäßige Maximalwert 88,4 kN, was einer Abweichung von 6,8 % von 82,8 kN sowie 13,9 % von 77,6 kN entspricht.

5.5.4 Biegemomentenverlauf

Tabelle 17: Biegemomentenverlauf nach dem PvK

| Position m | Biegemoment Nm |
|---------------|-------------------|
| 0,72 | 4.405 |
| 1,81 | -8.093 |
| 2,57 | -3.845 |
| 3,32 | 10.094 |
| 4,08 | 33.646 |
| 4,84 | 66.721 |
| 5,59 | 109.224 |
| 6,35 | 161.048 |
| 7,10 | 222.075 |
| 7,86 | 220.919 |
| 8,61 | 166.184 |
| 9,37 | 119.129 |
| 10,12 | 79.595 |
| 10,88 | 47.406 |
| 11,64 | 22.704 |
| 12,39 | 7.312 |
| 13,15 | 771 |

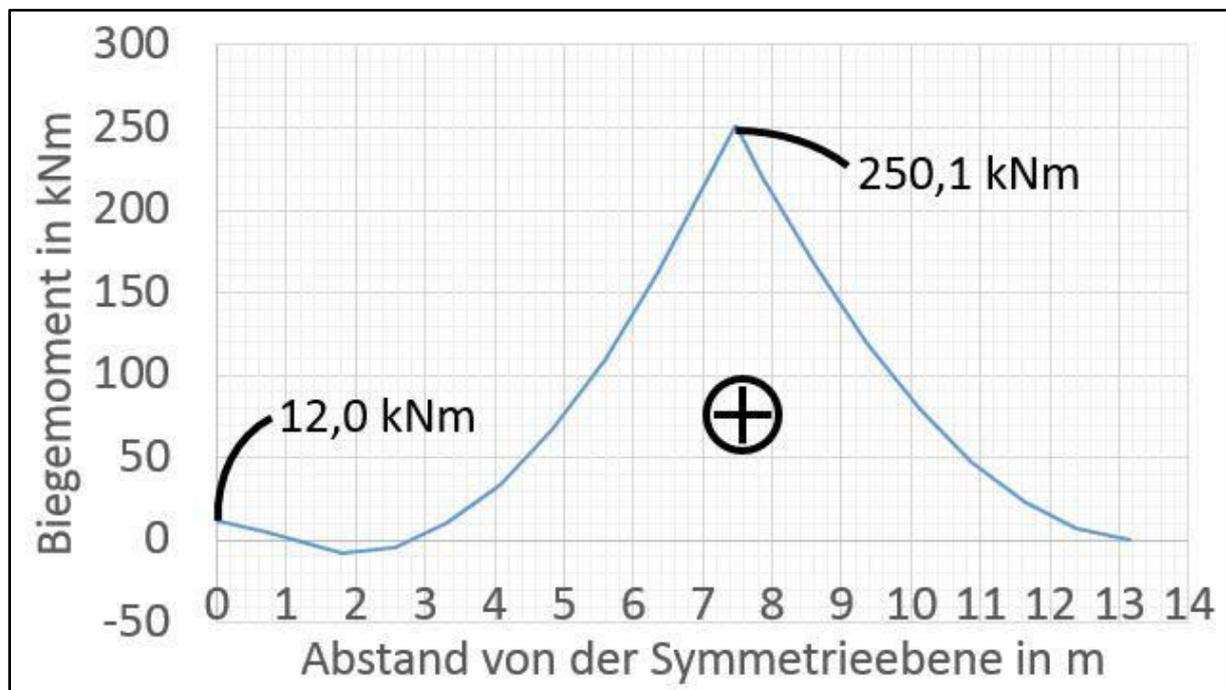


Bild 78: Biegemomentenverlauf nach dem PvK

Nach dem PvK beträgt das maximale Biegemoment 250,1 kNm. Es wirkt in unmittelbarer Umgebung des Strebenanschlusses. Die Chiozzotto-Methode liefert einen Maximalwert von 220,9 kNm. Dies liegt jedoch auch an der von mir gewählten Aufteilung des Außenflügels. Bei einer unendlich feinen Diskretisierung würden ebenso 250,1 kNm herauskommen.

5.5.5 Torsionsmomentenverlauf

Tabelle 18: Torsionsmomentenverlauf nach dem PvK

| Position m | Torsionsmoment Nm |
|---------------|----------------------|
| 0,72 | 89.860 |
| 1,81 | 89.860 |
| 2,57 | 83.423 |
| 3,32 | 77.025 |
| 4,08 | 70.672 |
| 4,84 | 64.369 |
| 5,59 | 58.120 |
| 6,35 | 51.930 |
| 7,10 | 45.806 |
| 7,86 | 40.088 |
| 8,61 | 34.779 |
| 9,37 | 29.555 |
| 10,12 | 24.424 |
| 10,88 | 19.399 |
| 11,64 | 13.716 |
| 12,39 | 7.468 |
| 13,15 | 2.209 |

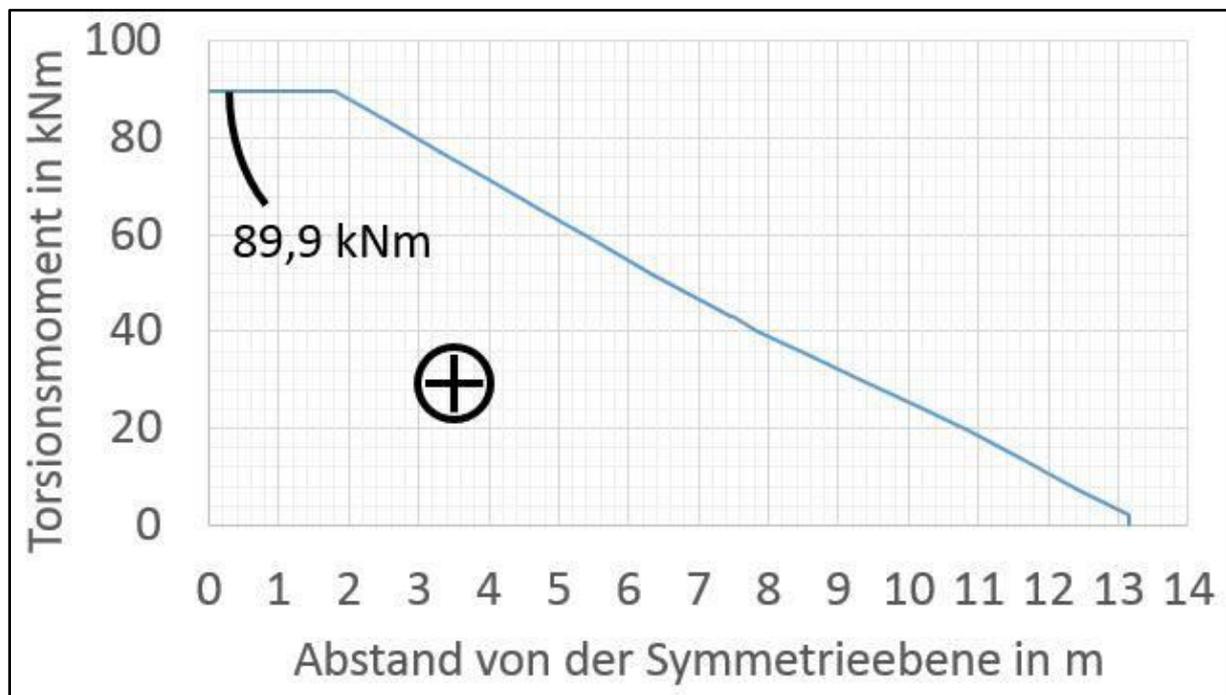


Bild 79: Torsionsmomentenverlauf nach dem PvK

Der Maximalwert nach der Chiozzotto-Methode liegt bei meiner Diskretisierung bei 40,1 kNm, bei unendlich feiner Diskretisierung läge er bei 44,9 kNm. Mit dem PvK erhält man 89,9 kNm, was einer Abweichung um 124 % zu 40,1 kNm bzw. um 100 % zu 44,9 kNm entspricht.

5.6 Flügelmasse mit den PvK-Schnittgrößen

Die mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte ermittelten Schnittgrößen sollen genutzt werden, um den Flügel-BTK und den Streben-Hohlkasten zu dimensionieren. Die endgültige Wanddicke ist der Maximalwert aller Einzeldimensionierungen gegen alle betrachteten Versagensarten. Der Sicherheitsfaktor soll bei allen Dimensionierungen 1,5 betragen. Die Rippenmasse sei äquivalent zur Chiozzotto-Methode durchgehend mit 15 % der Masse von Gurt- und Stegplatte zusammen angenommen.

5.6.1 Wanddicke gegen Stabilitätsversagen

Der Flügel-BTK ist durch die Normalkraft und das Biegemoment anfällig gegen Knicken sowie gegen Beulen. Eine Dimensionierung gegen Biegedrillknicken entfällt im Rahmen dieser Arbeit. Die einzelnen BTK-Abschnitte seien als allseitig gelenkig gelagert angenommen.

5.6.1.1 Wanddicke gegen Euler-Knicken

Nach Euler gilt für die Knickkraft:

$$F_{Knick} = \frac{\pi^2 EI_y}{l_{Knick}^2} \quad (5-85)$$

Mit den gegebenen Randbedingungen folgt:

$$F_{Knick,i} = \pi^2 E \frac{I_{y,i}}{L_r^2} \quad (5-86)$$

Die Knickkraft muss größer sein als die vorhandene Kraft, damit kein Knicken auftritt:

$$F_{Knick,i} > F_{vorhanden,i} \quad (5-87)$$

Mit gegebener Sicherheit folgt:

$$F_{Knick,i} = 1,5 F_{vorhanden,i} \quad (5-88)$$

Für das erforderliche Flächenträgheitsmoment gilt dann:

$$I_{y,erf,i} = \frac{1,5 |N_i| L_r^2}{\pi^2 E} \quad (5-89)$$

Einsetzen liefert:

$$I_{y,erf,i} = \frac{1,5 |-390.007 \text{ N}| \times (1,00 \text{ m})^2}{\pi^2 \times 70.000 \text{ MPa}} = 846.771 \text{ mm}^4 \quad (5-90)$$

Dabei sei angenommen, dass stets gilt:

$$I_{y,i} < I_{z,i} \quad (5-91)$$

Das Flächenträgheitsmoment um die z-Achse braucht demnach nicht untersucht zu werden, da

es stets größer als dasjenige um die y-Achse ist. Aus dem Flächenträgheitsmoment nach Formel (2-150) entnimmt man den Zusammenhang der Gurtplatten- und Stegplattendicken:

$$t_{w,i} = \frac{6I_{y,i} - w_i t_{e,i}^3 - 3h_i^2 w_i t_{e,i}}{t_{e,i}^3 + 3h_i^2 t_{e,i} + (h_i - t_{e,i})^3} \quad (5-92)$$

Die gewichtsoptimale Kombination von Gurtplatten- und Stegplattendicke wird über die Querschnittsfläche des BTK berechnet:

$$A_i = 2w_i t_{e,i} + 2h_i t_{w,i} \quad (5-93)$$

Dazu wird die Funktion

$$A_i = 2w_i t_{e,i} + \frac{12I_{y,i} h_i - 2h_i w_i t_{e,i}^3 - 6h_i^3 w_i t_{e,i}}{t_{e,i}^3 + 3h_i^2 t_{e,i} + (h_i - t_{e,i})^3} \quad (5-94)$$

in Excel geplottet und die zum Minimum gehörigen Wanddicken tabellarisch iterativ ermittelt. Bei einer Gurtplattendicke von 0,0278 mm ist die Stegplattendicke mit 0,0006 mm gerade noch positiv. Die Querschnittsfläche des BTK beträgt dann 64 mm². Diese Lösung ist jedoch unpraktikabel. Gurtplatte und Stegplatte sind gleich dick bei einer Wanddicke von 0,0261 mm. Dann beträgt die Querschnittsfläche 72 mm². Man erhält also folgende Wertetabelle:

Tabelle 19: Wanddicken gegen Knicken

| Position | erforderliche Gurtplattendicke | erforderliche Stegplattendicke |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| m | mm | mm |
| 0,72 | 0,0261 | 0,0261 |
| 1,81 | 0,0261 | 0,0261 |
| 2,57 | 0,0261 | 0,0261 |
| 3,32 | 0,0261 | 0,0261 |
| 4,08 | 0,0261 | 0,0261 |
| 4,84 | 0,0261 | 0,0261 |
| 5,59 | 0,0261 | 0,0261 |
| 6,35 | 0,0261 | 0,0261 |
| 7,10 | 0,0261 | 0,0261 |
| 7,86 | 0 | 0 |
| 8,61 | 0 | 0 |
| 9,37 | 0 | 0 |
| 10,12 | 0 | 0 |
| 10,88 | 0 | 0 |
| 11,64 | 0 | 0 |
| 12,39 | 0 | 0 |
| 13,15 | 0 | 0 |

5.6.1.2 Wanddicke gegen lokales Beulen

Auf die Obergurtplatte wirkt ein Druckkraftfluss infolge Normalkraft und Biegemoment von:

$$n_{x,OGP,i} = 1,5 \left(\frac{|N_i|}{w_i} + \frac{M_i}{h_i w_i} \right) \quad (5-95)$$

Für die Beulspannung der Obergurtplatte **[Flüh 2003]** gilt:

$$\sigma_{Beul,OGP,i} = kE \frac{t_{e,i}^2}{w_i^2} \quad (5-96)$$

Der Beulfaktor sei vereinfacht mit 4 angenommen. Mit

$$\sigma_{Beul,OGP,i} = \frac{n_{x,OGP,i}}{t_{e,i}} \quad (5-97)$$

folgt für die Obergurtplattendicke:

$$t_{e,OGP,erf,i} = \sqrt[3]{\frac{1,5 \left(|N_i| w_i + \frac{M_i w_i}{h_i} \right)}{4E}} \quad (5-98)$$

An der Untergurtplatte gilt:

$$n_{x,UGP,i} = 1,5 \left(\frac{|N_i|}{w_i} - \frac{M_i}{h_i w_i} \right) \quad (5-99)$$

Daraus folgt:

$$t_{e,UGP,erf,i} = \sqrt[3]{\frac{1,5 \left(|N_i| w_i - \frac{M_i w_i}{h_i} \right)}{4E}} \quad (5-100)$$

Zu beachten ist, dass nur positive Druckkraftflüsse beulkritisch sein können!

Für den Druckkraftfluss auf die Stegplatten gilt:

$$n_{x,SP,i} = 1,5 \frac{|N_i|}{h_i} \quad (5-101)$$

Daraus folgt:

$$t_{e,SP,erf,i} = \sqrt[3]{\frac{1,5 |N_i| w_i}{4E}} \quad (5-102)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 20: Wanddicken gegen Beulen

| Position | erforderliche Obergurtplattendicke | erforderliche Untergurtplattendicke | erforderliche Stegplattendicke |
|----------|---------------------------------------|--|-----------------------------------|
| m | mm | mm | mm |
| 0,72 | 0,1240 | 0,1200 | 0,2087 |
| 1,81 | 0,1183 | 0,1256 | 0,2087 |
| 2,57 | 0,1203 | 0,1237 | 0,2087 |
| 3,32 | 0,1264 | 0,1172 | 0,2087 |
| 4,08 | 0,1357 | 0,1043 | 0,2087 |
| 4,84 | 0,1469 | 0,0775 | 0,2087 |
| 5,59 | 0,1591 | 0 | 0,2087 |
| 6,35 | 0,1719 | 0 | 0,2087 |
| 7,10 | 0,1848 | 0 | 0,2087 |
| 7,86 | 0,1648 | 0 | 0 |
| 8,61 | 0,1499 | 0 | 0 |
| 9,37 | 0,1341 | 0 | 0 |
| 10,12 | 0,1173 | 0 | 0 |
| 10,88 | 0,0987 | 0 | 0 |
| 11,64 | 0,0772 | 0 | 0 |
| 12,39 | 0,0529 | 0 | 0 |
| 13,15 | 0,0250 | 0 | 0 |

5.6.2 Wanddicke gegen Scherfestigkeitsversagen

Der Flügel-BTK ist dem exzentrisch angreifenden Auftrieb ausgesetzt. Dadurch wird in der Struktur ein Torsionsmoment induziert. Nach der 1. Bredt'schen Formel gilt für den konstanten Schubfluss innerhalb geschlossener Hohlprofile:

$$q = \frac{M_T}{2A_m} \quad (5-103)$$

Für die zulässige Schubspannung gilt in erster Näherung:

$$\tau_{zul} = \frac{R_p}{\sqrt{3}} \quad (5-104)$$

Die Schubspannung ergibt sich aus dem Schubfluss und der Wanddicke:

$$\tau = \frac{q}{t} \quad (5-105)$$

Daraus folgt für die Gurtplatten- und Stegplattendicken:

$$t_{e,i} = t_{w,i} = \frac{3\sqrt{3}M_{T,i}}{4w_i h_i R_p} \quad (5-106)$$

Es ergibt sich folgende Wertetabelle:

Tabelle 21: Wanddicken gegen Torsion

| Position | Plattendicke |
|----------|--------------|
| m | mm |
| 0,72 | 1,2260 |
| 1,81 | 1,2260 |
| 2,57 | 1,1382 |
| 3,32 | 1,0509 |
| 4,08 | 0,9642 |
| 4,84 | 0,8782 |
| 5,59 | 0,7930 |
| 6,35 | 0,7085 |
| 7,10 | 0,6250 |
| 7,86 | 0,5469 |
| 8,61 | 0,4745 |
| 9,37 | 0,4032 |
| 10,12 | 0,3332 |
| 10,88 | 0,2647 |
| 11,64 | 0,1872 |
| 12,39 | 0,1019 |
| 13,15 | 0,0301 |

5.6.3 Wanddicke gegen Zugfestigkeitsversagen

Ein positives Biegemoment beansprucht eine Gurtplatte auf Zug. Die dabei auftretenden Normalspannungen berechnen sich zu:

$$\sigma_x(z) = \frac{|M|}{I_y} z \quad (5-107)$$

Für die Dimensionierung sind die Maximalwerte ausschlaggebend, daraus folgt:

$$\sigma_{max,i} = \frac{|M_i| h_i}{2I_{y,i}} = \frac{R_p}{1,5} \quad (5-108)$$

Umstellen nach dem Flächenträgheitsmoment liefert:

$$I_{y,i} = \frac{|M_i| h_i}{2\sigma_{max,i}} = \frac{3|M_i| h_i}{4R_p} \quad (5-109)$$

Äquivalent zu dem Vorgehen in Kapitel 5.6.1.1 wird hieraus die umlaufend gleiche Gurt- sowie Stegplattendicke gefunden. Dazu wird Formel (5-92) unter Anwendung der Cardanischen Formel nach der Wanddicke umgestellt. Unter Verwendung von

$$p_i = \frac{h_i^3 + 3h_i^2 w_i}{w_i} - \frac{3h_i^4}{w_i^2} \quad (5-110)$$

$$q_i = \frac{2h_i^6}{w_i^3} - \frac{h_i^5 + 3h_i^4 w_i}{w_i^2} - \frac{6I_{y,i}}{w_i} \quad (5-111)$$

$$D_i = \left(\frac{p_i}{3}\right)^3 + \left(\frac{q_i}{2}\right)^2 \quad (5-112)$$

folgt für die Wanddicke:

$$t_i = \sqrt[3]{-\frac{q_i}{2} + \sqrt{D_i}} + \sqrt[3]{-\frac{q_i}{2} - \sqrt{D_i}} - \frac{h_i^2}{w_i} \quad (5-113)$$

Man erhält folgende Wertetabelle:

Tabelle 22: Wanddicken gegen Biegung

| Position | Plattendicke |
|----------|--------------|
| m | mm |
| 0,72 | 0,0659 |
| 1,81 | 0,1188 |
| 2,57 | 0,0562 |
| 3,32 | 0,1495 |
| 4,08 | 0,4970 |
| 4,84 | 0,9847 |
| 5,59 | 1,6110 |
| 6,35 | 2,3737 |
| 7,10 | 3,2706 |
| 7,86 | 3,2540 |
| 8,61 | 2,4495 |
| 9,37 | 1,7570 |
| 10,12 | 1,1745 |
| 10,88 | 0,6998 |
| 11,64 | 0,3353 |
| 12,39 | 0,1080 |
| 13,15 | 0,0114 |

Ferner wird auch die Strebe durch die Strebenkraft auf Zug beansprucht. Es gilt:

$$A_{st} = 1,5 \frac{S}{R_p} = 2(h_{st} + w_{st})t_{st} \quad (5-114)$$

Daraus folgt die umlaufend konstante Wanddicke der Strebe:

$$t_{st} = \frac{3S}{4(h_{st} + w_{st})R_p} \quad (5-115)$$

Einsetzen liefert:

$$t_{st} = \frac{3 \times 425.279 \text{ N}}{4(100 \text{ mm} + 300 \text{ mm}) \times 360 \text{ MPa}} = 2,2150 \text{ mm} \quad (5-116)$$

5.6.4 Flügelmasse mit PvK-Schnittgrößen

Die maximale Wanddicke jedes Streifens ist die endgültige Wanddicke. Es ergibt sich:

Tabelle 23: maximale Wanddicken

| Position | maximale Obergurtplattendicke | maximale Untergurtplattendicke | maximale Stegplattendicke |
|----------|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| m | mm | mm | mm |
| 0,72 | 1,2260 | 1,2260 | 1,2260 |
| 1,81 | 1,2260 | 1,2260 | 1,2260 |
| 2,57 | 1,1382 | 1,1382 | 1,1382 |
| 3,32 | 1,0509 | 1,0509 | 1,0509 |
| 4,08 | 0,9642 | 0,9642 | 0,9642 |
| 4,84 | 0,9847 | 0,9847 | 0,9847 |
| 5,59 | 1,6110 | 1,6110 | 1,6110 |
| 6,35 | 2,3737 | 2,3737 | 2,3737 |
| 7,10 | 3,2706 | 3,2706 | 3,2706 |
| 7,86 | 3,2540 | 3,2540 | 3,2540 |
| 8,61 | 2,4495 | 2,4495 | 2,4495 |
| 9,37 | 1,7570 | 1,7570 | 1,7570 |
| 10,12 | 1,1745 | 1,1745 | 1,1745 |
| 10,88 | 0,6998 | 0,6998 | 0,6998 |
| 11,64 | 0,3353 | 0,3353 | 0,3353 |
| 12,39 | 0,1080 | 0,1080 | 0,1080 |
| 13,15 | 0,0301 | 0,0301 | 0,0301 |

Unter Beachtung der Fertigung des BTK wird eine minimale Hautdicke von 1,00 mm festgelegt. Ferner werden alle ermittelten Wanddicken auf ,5 bzw. ,0 aufgerundet. Dann erhält man:

Tabelle 24: fertigungsgerechte maximale Wanddicken

| Position | maximale Obergurtplattendicke | maximale Untergurtplattendicke | maximale Stegplattendicke |
|----------|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| m | mm | mm | mm |
| 0,72 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| 1,81 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| 2,57 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| 3,32 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| 4,08 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 4,84 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 5,59 | 2,0 | 2,0 | 2,0 |
| 6,35 | 2,5 | 2,5 | 2,5 |
| 7,10 | 3,5 | 3,5 | 3,5 |
| 7,86 | 3,5 | 3,5 | 3,5 |
| 8,61 | 2,5 | 2,5 | 2,5 |
| 9,37 | 2,0 | 2,0 | 2,0 |
| 10,12 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| 10,88 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 11,64 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 12,39 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 13,15 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |

Für die Strebenwanddicke erhält man so analog 2,5 mm. Für die Masse des BTK der gesamten Tragfläche gilt dann:

$$m_{BTK} = 1,15 \times 4 \rho \sum_0^{y_t} t_i (w_i + h_i) \Delta y_i \quad (5-117)$$

Es ergibt sich eine Masse von 61,5 kg. Zusammen mit der Masse der sekundären Flügelstruktur nach Formel (2-194) ergibt sich für die Flügelmasse:

$$m_{wing} = m_{BTK} + m_{MTO}^{0,518} S^{0,492} \quad (5-118)$$

Näherungsweise ermittelt man das neue MTOW aus dem alten MTOW nach Chiozzotto sowie der Differenz der Massen des BTKs. Die benötigten Werte liest man aus dem Tabellenblatt „Weights and Volumes“ ab.

$$m_{MTO} = m_{MTO,alt} - (m_{BTK,alt} - m_{BTK,neu}) \quad (5-119)$$

Einsetzen liefert:

$$m_{MTO} = 22.114 \text{ kg} - (615 \text{ kg} - 61,5 \text{ kg}) = 21.561 \text{ kg} \quad (5-120)$$

Damit folgt:

$$m_{wing} = 61,5 \text{ kg} + (21.561 \text{ kg})^{0,518} \times (62,3 \text{ m}^2)^{0,492} = 1.403 \text{ kg} \quad (5-121)$$

Für die Masse der BTKs beider Streben gilt:

$$m_{st} = 4,6 \rho t_{st} (w_{st} + h_{st}) L \quad (5-122)$$

Einsetzen liefert:

$$m_{st} = 81,8 \text{ kg} \quad (5-123)$$

Für die Masse der Strebenstruktur gilt unverändert ein Wert von 17 kg, den man „Weights and Volumes“ (Zelle K6) entnehmen kann. Damit folgt für die Gesamtmasse des Tragwerks, also Flügel und Strebe auf beiden Seiten zusammen, ein Wert von:

$$m_{ges} = 1.403 \text{ kg} + 82 \text{ kg} + 17 \text{ kg} = 1.502 \text{ kg} \quad (5-124)$$

Das sind 553 kg (-26,9 %) weniger als nach Chiozzotto. Das wirkliche MTOW beträgt damit 21.561 kg. Die Gleitzahl sinkt um 1,2 % auf 16,5, die Startrollstrecke sinkt um 1,5 % auf 585 m und die Reichweite legt mit 1.321 km um 1,7 % zu. Die Prozentwerte beziehen sich auf den Wert nach der Chiozzotto-Methode.

Die in diesem Kapitel vorgestellte Nachdimensionierung muss so oft wiederholt werden, bis sich die Wanddicken des BTKs nicht mehr ändern, da sich mit der veränderten Geometrie auch die Lastverteilung in der Struktur und damit die Dimensionierungsgrundlage ändert.

6 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Verfahren zur Berechnung der Flügelmasse strebengestützter Tragflügel vorgestellt, in dem neben aerodynamischen Lasten und Trägheitslasten auch aeroelastische Effekte modelliert werden. Durch Annahmen konnte das mechanische Modellsystem als statisch bestimmt beschrieben werden. Die Anwendung des in Excel programmierten Verfahrens wurde an der ATR 72-600 für Studien zu verschiedenen Strebenwinkeln angewendet. Hier kam heraus, dass sich die Flugleistungen durch eine Stützstrebe und den damit verbundenen Masseneinsparungen um bis zu 18 % (Reichweite) gegenüber dem Originalflugzeug verbessern. Diese Ergebnisse sind jedoch etwas zu optimistisch; sie kommen zustande durch das Vereinfachen des statisch unbestimmten Teils des mechanischen Modells. Eine Berücksichtigung des statisch unbestimmt gelagerten Flügelabschnitts mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte korrigiert die verbesserten Masseneinsparungen und Flugleistungen nachträglich.

7 Ausblick

Um die mit der Chiozzotto-Methode berechneten Massenverringerungen zu verifizieren, können nachträglich FEM-Analysen durchgeführt werden. Dabei können zusätzlich die Flattereigenschaften untersucht werden. Die aeroelastische Analyse nach Chiozzotto verzichtet hierauf, um die Methode mathematisch einfach zu halten.

Bei der Dimensionierung werden nur die Spannungen betrachtet, nicht jedoch die Verformungen. Jede angreifende Last verformt jedoch die elastische Struktur, was wiederum die Lastverteilung beeinflussen kann. So könnte es beispielweise sein, dass der Flügel durch das Torsionsmoment derart verdreht wird, dass der Einstellwinkel im Flug signifikant ansteigt, was sich auf die Auftriebsverteilung auswirkt. Des Weiteren könnte auch der V-Winkel des Flügels ungewollt stark ansteigen, was sich auf die Stabilitätseigenschaften des Flugzeugs auswirkt. Die Auswirkungen der Verformungen sollten also näher untersucht werden.

Bei den Reichweitenberechnungen gehe ich davon aus, dass neben dem Volumen innerhalb des Flügel-BTK auch das Volumen innerhalb des Streben-BTK genutzt wird. Um dies in der Realität ausnutzen zu können, muss der Tank innerhalb der Strebenstruktur konstruiert werden. Dabei muss insbesondere darauf eingegangen werden, wie der Treibstoff optimal zum Triebwerk gepumpt werden kann.

Um die Veränderung der Aerodynamik zu untersuchen, wären Windkanalexperimente geeignet. Hier sollte insbesondere die Messung des Gesamtwiderstands im Fokus stehen. Auf diese Weise wird auch der Interferenzwiderstand berücksichtigt, den ich in meinen Rechnungen vernachlässigt habe. Das Windkanalmodell könnte ausreichend genau Rapid-Prototyping-Verfahren hergestellt werden. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass die Rauigkeitswerte des Modells mit den Rauigkeiten „echter“ Flugzeugaußenhaut gut übereinstimmen.

Die von mir demonstrierte Nachdimensionierung mit dem PvK berücksichtigt nicht die aeroelastischen Effekte, die in der Dimensionierung nach Chiozzotto berücksichtigt werden. Eine Implementierung der aeroelastischen Analyse in die Nachdimensionierung würde für noch bessere Ergebnisse sorgen.

Zu guter Letzt lässt sich die Genauigkeit der berechneten Werte steigern, indem man die Diskretisierung des Rechenmodells erhöht.

8 Literaturverzeichnis

- airfoiltools** <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=atr72sm-il>, Stand 12.10.2016
- ATR 1999** ATR 72, *Flight Crew Operating Manual*, 1999
- Bislins 2013** [http://walter.bislins.ch/blog/index.asp?page=Berechnung%3A+Mittlere+Aerodynamische+Fl%FCgeltiefe+\(MAC\)](http://walter.bislins.ch/blog/index.asp?page=Berechnung%3A+Mittlere+Aerodynamische+Fl%FCgeltiefe+(MAC)), Stand 13.11.2016
- Chiozzotto 2015** CHIOZZOTTO, Gabriel Pinho: *Conceptual Design Method for the Wing Weight Estimation of Strut-Braced Wing Aircraft*, CEAS, Paper Nr. 46, 2015
- Flüh 2003** FLÜH, Hans J. und SEIBEL, Michael: *Strukturkonstruktion*, Skript zur Vorlesung, HAW Hamburg, Hamburg, 2003
- FLUG REVUE** <http://www.flugrevue.de/zivilluftfahrt/flugzeuge/atr-72-600/469487>, Stand 12.10.2016
- Hakenesch** HAKENESCH, Peter R.: *Aerodynamik des Flugzeugs*, Skript zur Vorlesung, Version 2.4
- Handojo 2015** HANDOJO, V. H. und KLIMMEK, T.: *Böenlastanalyse der vorwärts gepfeilten ALLEGRA-Konfiguration*, Göttingen, 2015
- Jessen 2009** JESSEN, Benjamin: *Integration eines Moduls zur Bild eines Propellertriebwerks in das Flugzeugentwurfsprogramm PRADO*, Projekt, HAW Hamburg, Hamburg, 2009
- Niță 2008** NIȚĂ, Mihaela Florentina: *Aircraft Design Studies Based on the ATR 72*, Projektarbeit, HAW Hamburg, Hamburg, 2008
- Ricciardi 2011** RICCIARDI, Anthony P.: *Utility of Quasi-Static Gust Loads Certification Methods for Novel Configurations*, Master Thesis, Blacksburg, 2011
- Scholz 1999** SCHOLZ, Dieter: *Skript zur Vorlesung Flugzeugentwurf*, HAW Hamburg, Hamburg, 1999
- Scholz 2014** SCHOLZ, Dieter und JOHANNING, Andreas: *Smart Turboprop – A Possible A320 Successor*, Toulouse, HAW Hamburg, 2014
- Torenbeek 1976** TORENBEEK, Egbert: *Synthesis of subsonic airplane design*, Delft University Press, 1976
- Wikipedia** https://de.wikipedia.org/wiki/ATR_72, Stand 12.10.2016

Allgemein bekannte Formeln des Flugzeugentwurfs sind **Scholz 1999** entnommen.

Allgemein bekannte Formeln der Festigkeitsberechnung sind **Flüh 2003** entnommen.