



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelorarbeit

Stephan Rediske

Modellgestützte Schätzung von Messsignalen schwingungsfähiger Systeme

*Fakultät Technik und Informatik
Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Automotive and
Aeronautical Engineering*

Stephan Rediske

**Modellgestützte Schätzung von
Messsignalen schwingungsfähiger
Systeme**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Flugzeugbau
am Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit:
Wölfel Engineering GmbH + Co. KG
Max-Planck-Straße 15
97204 Höchberg

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Kletschkowski
Zweitprüfer: Dr.-Ing. Peter Kraemer
Industrieller Betreuer: Dr.-Ing. Peter Kraemer

Abgabedatum: 25.10.2016

Zusammenfassung

Stephan Rediske

Thema der Bachelorthesis

Modellgestützte Schätzung von Messsignalen schwingungsfähiger Systeme

Stichworte

Modalanalyse, Modale Expansion, Windenergieanlage, Schätzung dynamischer Beanspruchung

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit wird die Schätzung von Messsignalen auf Basis eines Finite-Elemente Modells demonstriert. Dazu wurde ein Algorithmus entwickelt, der gemessene Beschleunigungswerte mithilfe des Finite-Elemente Modells auf alle weiteren Freiheitsgrade expandieren kann. Zusätzlich wird die Validierung dieses Algorithmus vorgestellt. Es werden unterschiedliche Störfaktoren, die Einfluss auf die Genauigkeit haben, untersucht und demonstriert.

Stephan Rediske

Title of the paper

Model-based estimate of measurement signals for oscillatory systems

Keywords

Modal analysis, Modal expansion, Wind turbine, Wind energy plant, Wind power station, Estimate dynamic strain

Abstract

The report will demonstrate the possibility to estimate measurement signals based on a finite-elements model. For this purpose, an algorithm has been developed that can be used to expand acceleration values to all further degrees of freedom using the finite-elements model. In addition, the validation of this algorithm is presented. Different disturbance factors, which influence the accuracy, are examined and demonstrated.

Danksagung

Mein Dank gilt der Wölfel Engineering GmbH + Co. KG und allen Kollegen für die erfolgreiche und motivierende Zusammenarbeit im Rahmen dieser Bachelorthesis. Die gute Arbeitsatmosphäre und Kollegialität habe ich sehr geschätzt.

Ich bedanke mich insbesondere bei Dr.-Ing. Peter Kraemer, der es mir ermöglicht hat, diese Bachelorarbeit zu erstellen und mich umfangreich in allen Aspekten unterstützt hat. Er nahm sich stets Zeit für Fragen und richtungsweisende Gespräche. Es freut mich sehr, dass er den Posten des Zweitprüfers übernommen hat.

Meinen herzlichen Dank möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Kletschkowski für die Übernahme des Hauptreferates aussprechen. Er unterrichtete mich auf dem Gebiet der Dynamik, wodurch das Interesse zu diesem Thema entstand.

Ich möchte mich außerdem bei Dr. rer. nat. Markus Scholz bedanken, der mich bei vielen weiteren Aufgaben im Unternehmen betreut hat

Zudem spreche ich allen weiteren Unterstützern meinen Dank aus, die mich während dieser Arbeit motiviert und mit neuen Ideen vorangetrieben haben.



FAKULTÄT TECHNIK UND INFORMATIK
DEPARTMENT FAHRZEUGTECHNIK UND FLUGZEUGBAU
Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Kletschkowski

Aufgabenstellung Bachelorarbeit

Name:

Stephan Rediske

Thema:

Modellgestützte Schätzung von Messsignalen schwingungsfähiger Systeme

1. Einführung:

Der Forschung und Entwicklung innovativer Konzepte für die Überwachung und Analyse von Schwingungen von Windenergieanlagen hinsichtlich der Schadenserkennung und Lebensdauerprognose kommt in der heutigen Zeit eine besondere Bedeutung zu. Im Rahmen dieses Arbeitsfeldes beschäftigt sich Wölfel mit der Untersuchung von Windenergieanlagentürmen als schwingungsfreudige Strukturen. Diese sind Anregungen/Belastungen durch Wind- und Betriebskräften ausgesetzt, welche dynamische Materialbeanspruchungen hervorrufen, die im Laufe der Zeit zu Schäden oder Totalversagen der Anlage führen können. Aus diesem Grund besteht die Notwendigkeit, ein Überwachungssystem zu entwickeln, mit welchem man zuverlässige Informationen über den Zustand und die Restlebensdauer einer Anlage anhand der dynamischen Beanspruchungshistorie ermitteln kann. Ziel der Arbeit ist die Entwicklung und Validierung eines Algorithmus zur Schätzung von dynamischen Beanspruchungen an kritischen Stellen einer Windenergieanlagen-Struktur, wo keine Sensoren angebracht sind. Die Schätzung soll mit Hilfe einer Kombination von gemessenen physikalischen Größen und einem FE-Modell der Anlage erfolgen.

2. Aufgabenstellung:

Literaturstudie zur Modellgestützten Signalschätzung durch Modale Expansion

- Einarbeitung in die Zustandsraumdarstellung schwingungsfähiger Systeme und in die MATLAB-Programmierungsumgebung
- Weiterentwicklung und Implementierung eines Algorithmus zur Schätzung von dynamischen Beanspruchungen
- Validierung des Algorithmus mit Hilfe von simulierten Beschleunigungszeitreihen aus:
 - Einem einfachen Masse-Feder-Modell mit mehreren Freiheitsgraden
 - Einem realistischen Windenergieanlagen-FE-Modell

Diese Abschlussarbeit wird in Zusammenarbeit der Firma
Wölfel Engineering GmbH + Co. KG durchgeführt.

Die Bearbeitung der Bachelorarbeit erfolgt in Zusammenarbeit mit:

Dr.-Ing. Peter Kraemer
Wölfel Engineering GmbH + Co. KG
Max-Planck-Str. 15
97204 Höchberg
Tel.: +49 (0) 931 49708 147
Kraemer@woelfel.de

Würzburg, den 15.06.2016

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	II
Nomenklatur	II
1 Einleitung	1
1.1 Gesellschaftliche Relevanz.....	1
1.2 Sicherheit als übergeordnetes Ziel	2
1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	3
2 Basiswerkzeuge der Messsignalschätzung	4
2.1 Grundlagen der modellgestützten Zustandsüberwachung	4
2.2 Zustandsraummodelle schwingungsfähiger linearer Systeme.....	6
2.2.1 Zeitkontinuierliches Zustandsraummodell	7
2.2.2 Zeitdiskretes Zustandsraummodell.....	8
2.2.3 Zustandsraummodell in modalen Koordinaten	8
2.3 Modellgestützte Zustandsschätzung in linearen Systemen	10
2.3.1 Modale Expansion	10
2.3.2 Kriterien zur Validierung von geschätzten Messsignalen	11
2.4 Beispielhafte Betrachtung eines Schwingers.....	13
2.4.1 Aufstellen des Zustandsraummodelles für ein Mehrkörpersystem	14
2.4.2 Simulation von virtuellen Messdaten	15
2.4.3 Validierung der modalen Expansion	16
3 Zustandsraummodell für ein Modell einer Windenergieanlage.....	20
3.1 Beschreibung des Modells	20
3.1.1 Geometrien des Modells.....	21
3.1.2 Dynamisches Verhalten der Struktur.....	22
3.2 Zustandsraum des Finite-Elemente Modells	24
4 Validierung des Verfahrens mit Hilfe von Simulationsdaten	27
4.1 Anregung und Messsignale	27
4.2 Virtuelle Sensoren	28
4.3 Ergebnisse der Validierung	29
4.3.1 Einfluss von Sensoranzahl und Anzahl virtuellen Sensoren	29
4.3.2 Einfluss der Modenanzahl und Sensoranzahl.....	29
4.3.3 Einfluss der Modellqualität.....	31
4.3.4 Einfluss der Messsignalqualität	32
5 Fazit und Ausblick.....	35
Literatur- und Quellenverzeichnis.....	37
Anhang	38
Versicherung über die Selbstständigkeit	43

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: Primäre Energiebedarf bis zum Jahr 2060	1
Abbildung 1.2: Strukturschaden einer Windenergieanlage am 03.01.2015 in Nordirland	2
Abbildung 2.1: Darstellung des Konzeptes der Messsignalschätzung	5
Abbildung 2.2: Masse-Feder-Dämpfer Modell mit einem Freiheitsgrad und Krafteinleitung	13
Abbildung 2.3: Anregungssignal, das am Freiheitsgrad fünf angreift (oben) und Anregungsfrequenzen (unten)	14
Abbildung 2.4: Gemessene Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad	15
Abbildung 2.5: Gemessene und geschätzte Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad vor der Validierung	16
Abbildung 2.6: Differenz der Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad und RMS vor der Validierung	17
Abbildung 2.7: Leistungsdichtespektrum vom ersten Freiheitsgrad vor der Validierung	17
Abbildung 2.8: Gemessene und geschätzte Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad nach der Validierung	18
Abbildung 2.9: Differenz der Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad und RMS nach der Validierung	18
Abbildung 2.10: Leistungsdichtespektrum vom ersten Freiheitsgrad nach der Validierung	19
Abbildung 3.1: 5MW Prototyp OWEA M5000-2 der Firma AREVA-Multibrid in Bremerhaven [3] (links) und Beschriftete Skizze des Prototyps (rechts)	20
Abbildung 3.2: Finite Elemente Modell der Anlage M5000-2	21
Abbildung 3.3: Knoten, die für diese Dokumentation von Bedeutung sind	22
Abbildung 3.4: Biegung des Turmes in Gondel-Längsrichtung (links), Biegung des Turmes in Gondel-Querrichtung (Mitte) und die zweite Biegung des Turmes in Gondel- Längsrichtung (rechts)	23
Abbildung 3.5: Zweite Biegung des Turmes in Gondel-Querrichtung (links) und Torsion des Turmes (rechts)	23
Abbildung 3.6: Darstellung der veränderten Knoten des Modells	25
Abbildung 3.7: Prozentuale Änderung der Frequenzen der ersten 30 Moden durch das veränderte Modell	26
Abbildung 4.1: Windgeschwindigkeit (links) und Böenspektrum (rechts)	27
Abbildung 4.2: Wellenspektrum (links) und Wellengang (rechts)	28
Abbildung 4.3: Verlauf des RMSE in Abhängigkeit von der Anzahl der betrachteten Moden für drei Messungen	30
Abbildung 4.4: Beschleunigungswerte von Knoten 27 und RMSE vor der Validierung	31
Abbildung 4.5: Beschleunigungswerte von Knoten 27 und RMSE für ein ideales Modell	32
Abbildung 4.6: RMSE bei fehlerhaftem Signal mit einem SNR von 60dB	33
Abbildung 4.7: RMSE bei fehlerhaftem Signal mit einem SNR von 55dB	34

Nomenklatur

Die folgenden Listen enthalten die in dieser Arbeit verwendeten Symbole, Indizes, Zeichen und Abkürzungen.

Alle hier nicht aufgeführten Zeichen werden im Text an den entsprechenden Stellen erklärt.

Symbole

A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
C	Dämpfungsmatrix
C_y	Messmatrix eines Zustandsraumsystems
D	Durchgangsmatrix
f	Frequenz
f_s	Abtastrate
n	Anzahl der Freiheitsgrade
n_d	Anzahl der Modalverschiebungen
S_{yy}	Leistungsdichtespektrum
t	Zeit
z	Zustandsvektor
α, β	Parameter der proportionalen Dämpfung
Δ	Zeitinkrement
φ	Eigenvektor
λ	Eigenwert
ξ	Modale Dämpfung
Φ	Modalmatrix
ω	Eigenkreisfrequenz
Ω	Diagonalmatrix mit Eigenkreisfrequenz

Indizes

a	Index für eine Beschleunigung
c	Index für ein kontinuierliches Modell
d	Index für ein diskretes Modell
k	Laufindex von diskreten Zeitpunkten
m	Index für ein Modalmodell
me	Index für gemessene Signale (<i>engl. measured</i>)
p	Index für geschätzte Signale (<i>engl. predicted</i>)
v	Index für eine Geschwindigkeit
x	Index für eine Verschiebung

Zeichen

T	Transponiert
-1	Inverse
\dot{x}	Erste Ableitung von x nach der Zeit
\ddot{x}	Zweite Ableitung von x nach der Zeit

Abkürzungen

CMS	Condition Monitoring System
DFT	Diskrete Fouriertransformation
EEG	Erneuerbare-Energien-Gesetz
EOC	Umgebungs- und Betriebsbedingungen (<i>engl. Environmental and Operational Conditions</i>)
FE	Finite Elemente
HWR	Hauptwindrichtung
OWEA	Offshore-Windenergieanlage
PSD	Leistungsdichtespektrum (<i>engl. power spectral density</i>)
QHWR	Quer zur Hauptwindrichtung
RMS	Quadratischer Mittelwert (<i>engl. root mean square</i>)

RMSE	Fehler des Quadratischen Mittels (<i>engl. root mean square error</i>)
SHM	Structural Health Monitoring
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis (<i>engl. Signal-to-noise ratio</i>)
WEA	Windenergieanlage

1 Einleitung

In diesem Kapitel wird die Hinführung zum Thema, die Ausgangssituation, die daraus abgeleiteten Ziele und der Aufbau der vorliegenden Arbeit beschrieben.

1.1 Gesellschaftliche Relevanz

Die Entwicklung und Nutzung der elektrischen Energie begann Mitte des 19-ten Jahrhunderts und ist heute ein unerlässlicher Teil unseres Lebensstandards geworden.

Der weltweite primäre Energiebedarf wird sich nach einer Studie des Shell-Szenarienteams bis zum Jahr 2060 fast verdoppeln [1], dies zeigt Abbildung 1.1.

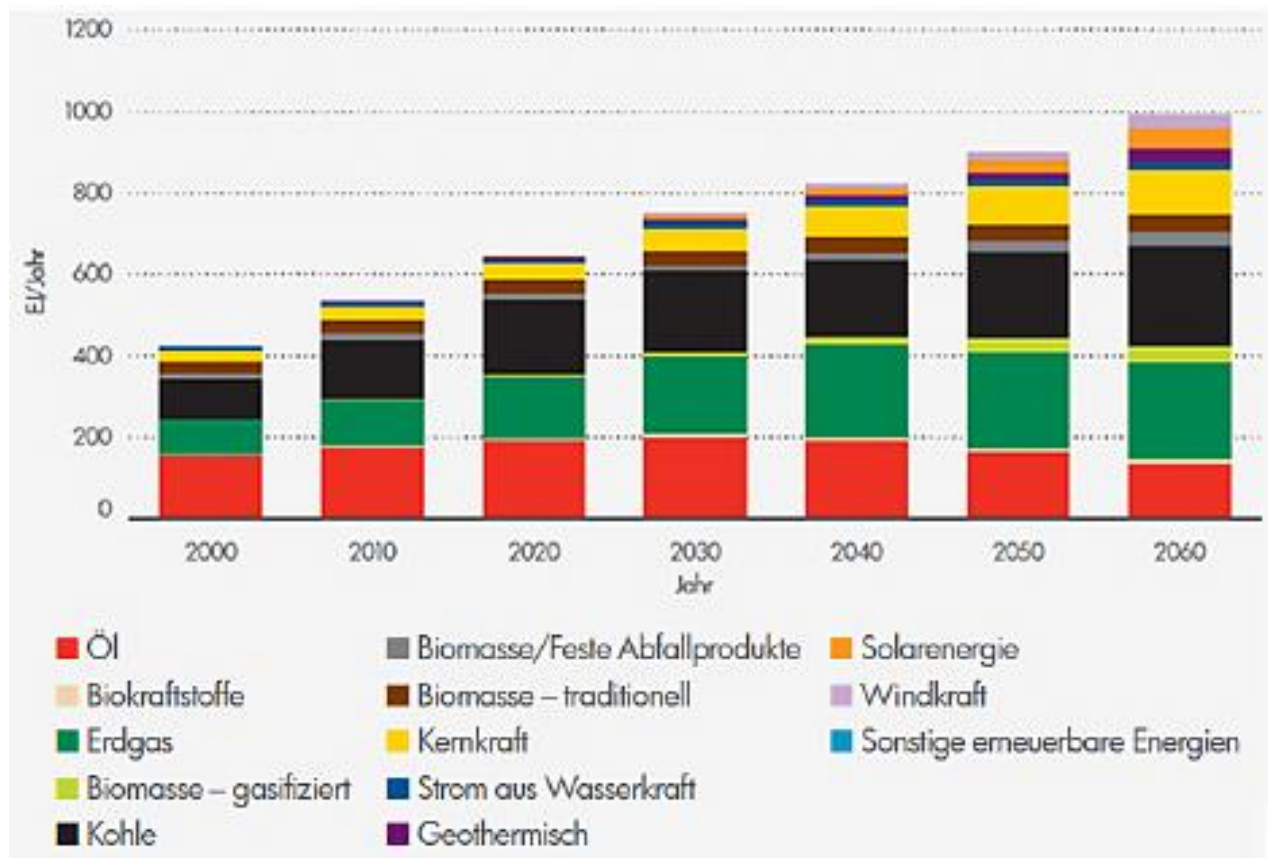


Abbildung 1.1: Primäre Energiebedarf bis zum Jahr 2060¹

Um den hohen Energiebedarf zu decken, und das ohne die Umwelt zu stark zu belasten, sollen erneuerbare Energiequellen genutzt werden, wie bspw. Sonnen-, Wasser- und Windenergie. Im Jahr 2010 lieferten Windenergieanlagen (WEA) weltweit 1,2 EJ, bis zum Jahr 2060 soll dieser Wert auf 34,3 EJ² ansteigen [1], dies entspricht einem Zuwachs von fast 3000%.

¹ Quelle: [1] S. 19

² EJ = Exajoule = 10^{18} Joule

In Deutschland soll der CO₂-Ausstoß bis 2020 – im Vergleich zu 1990 – um 40% reduziert werden. Dieses Vorhaben soll mit dem Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG), welches im Jahr 2000 in Kraft getreten ist, realisiert werden. Deutschland setzt dabei den Fokus auf die Windenergie [2]. Daher ist es unumgänglich, Windenergieanlagen zuverlässig und langfristig betreiben zu können.

1.2 Sicherheit als übergeordnetes Ziel

„Wie sicher ist sicher genug?“ lautet eine Gretchenfrage des Ingenieurs. Gerade bei komplexen Systemen gibt es niemals absolute Sicherheit. Bei der Auslegung von dynamisch belasteten Systemen spielt die Anzahl der Lastwechsel eine der wichtigsten Rollen. Dies liegt daran, dass diese Systeme oftmals betriebsfest statt dauerfest ausgelegt werden. Dabei befindet sich ein solches System im Bereich der Zeitfestigkeit. Zwischen der Zugfestigkeit und der Dauerfestigkeit hält das System nur eine bestimmte Anzahl an Lastwechseln stand, bevor das Material oder die Struktur ermüdet. Es ist daher notwendig, die geplante Lebensdauer schon bei dem Entwurf zu berücksichtigen. Somit ist die Lebensdauer ein entscheidendes Auslegungskriterium für die Dauerhaftigkeit von Windenergieanlagen. Insbesondere da die Lebensdauer von 20 Jahren bei vielen Windenergieanlagen demnächst überschritten wird. Um Schädigungen frühzeitig zu erkennen, Ausfälle zu vermeiden und das tatsächliche Beanspruchungsprofil zu ermitteln, werden die verschiedenen Strukturkomponenten durch sogenannte Structural Health Monitoring Systems (SHM) und Maschinenkomponenten durch Condition Monitoring Systeme (CMS) überwacht. Während Getriebe, Generator und teilweise die Rotorblätter bereits über gute Monitoring-Systeme verfügen, um Schädigungen zu detektieren, ist dies für die Tragstruktur von WEA weniger der Fall.



Abbildung 1.2: Strukturschaden einer Windenergieanlage am 03.01.2015 in Nordirland³

Abbildung 1.2 zeigt das Ausmaß eines Strukturversagens einer Onshore-WEA am 3. Januar 2015 in Nordirland.

³ Quelle: [9]

Um Gewissheit über den aktuellen Zustand des Systems und über die verbleibende Lebensdauer einer Struktur zu erhalten, ist eine kontinuierliche Überwachung notwendig. Für viele dynamische Systeme ist dies jedoch nicht an allen stark belasteten Punkten, den sogenannten Hotspots, umsetzbar.

Bei einer Offshore-Windenergieanlage (OWEA) befinden sich einige der wichtigsten Hotspots bspw. unterhalb der Wasseroberfläche. An diesen Stellen wo u.U. auch die größten Momente wirken (im Falle einer Monopile Konstruktion), können nur schwerlich Sensoren angebracht werden bzw. die Lebensdauer der in dieser Umgebung angebrachten Sensoren ist sehr limitiert. Ein Messsystem unter der Wasseroberfläche zu montieren ist daher im Sinne der Kosten und Wartung ungünstig. Dies kann jedoch mit Hilfe eines Monitoring Systems, basierend auf einer begrenzten Anzahl an Messsensoren und einem kalibrierten FE-Modell des Systems, umgangen werden.

Mit den Daten des Modells und der vorhandenen Messsignale werden Signale an den unterschiedlichen Modellfreiheitsgraden, die entsprechend der Strukturhotspots ausgewählt sind, geschätzt. Diese Freiheitsgrade werden als „virtuelle Sensoren“ interpretiert. Für die Signalschätzung werden oft unterschiedliche Formen von Kalman Filter [3], oder wie in dieser Arbeit, die Modale Expansion verwendet. Die Modale Expansion bietet die Möglichkeit, Messsignale über die Transformation auf modale Koordinaten auf virtuelle Messstellen, den sogenannten virtuellen Sensoren, zu extrapolieren.

1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Ziel eines aktuellen Forschungsprojektes der Firma Wölfel Engineering GmbH + Co. KG ist die Entwicklung und Implementierung eines Algorithmus zur Schätzung von Signalen an nicht messbaren Positionen, basierend auf Modaler Expansion. Dieses System soll vorrangig für Tragstrukturen von OWEA (den Turm) eingesetzt werden und durch kontinuierliche Überwachung der Beanspruchungen die künftigen Auslegungen des Turms optimieren sowie den sicheren Weiterbetrieb der Anlagen gewährleisten.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein MATLAB Skript entwickelt, welches anhand eines FE-Modells der WEA und anhand von Messdaten aus Sensoren von unterschiedlichen Positionen des Turms, mittels virtueller Sensoren an allen beliebigen weiteren Positionen der Struktur Systemantworten errechnen/schätzen kann. Während dieser Arbeit wird das Skript mit simulierten Messdaten aus unterschiedlichen Modellen auf seine theoretischen Grenzen und die Möglichkeiten der Vorgehensweise untersucht sowie validiert. Dieses Skript soll im Anschluss an diese Bachelorarbeit in einem SHM-System implementiert und mit Messdaten sowie einem Modell einer realen Anlage im Rahmen einer Langzeitmesskampagne validiert werden. Hierbei werden auch die geschätzten dynamischen Größen in Lebensdauer umgerechnet.

Im nachfolgenden Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen erklärt. Die Umsetzung dieser Grundlagen wird anhand eines einfachen Beispiels basierend auf Simulation mit einem Mehrfreiheitsgrad Masse-Feder-Dämpfer-Modell in Kapitel 2.4 erläutert. In Kapitel 4 folgt die Validierung des Algorithmus mit Hilfe von Simulationsdaten von einer realen Offshore-Windenergieanlage welche in Kapitel 3 vorgestellt wird. Abschließend wird in Kapitel 5 eine Zusammenfassung des Verfahrens mit Ausblick auf einer Umsetzung der Arbeit mit realen Messdaten gegeben.

2 Basiswerkzeuge der Messsignalschätzung

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen, welche für diese Arbeit erforderlich sind, vorgestellt. Der Abschnitt 2.1 beschreibt die Grundlagen der modellgestützten Zustandsüberwachung. In 2.2 wird das Zustandsraummodell für lineare Systeme, sowohl für zeitkontinuierliche als auch für zeitdiskrete Systeme beschrieben. Abgeschlossen wird dieses Unterkapitel mit der Beschreibung des Zustandsraummodelles in Modalkoordinaten. In Kapitel 2.3 wird die Zustandsschätzung mit Hilfe modaler Expansion erläutert. Abgeschlossen wird das Kapitel 2 mit dem Unterkapitel 2.4, in dem die Theorien auf ein Mehrkörpersystem angewendet werden. Es wird ein Masse-Feder-Dämpfer-Modell als Grundlage genutzt, um die Darstellung möglichst einfach zu halten. Der Zustandsraum wird aufgestellt, die Messdaten werden simuliert und die modale Expansion wird abschließend validiert.

2.1 Grundlagen der modellgestützten Zustandsüberwachung

Für eine Zustandsüberwachung muss ein Schaden zunächst detektiert, dann quantifiziert und anschließend lokalisiert werden. Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Methode der Messsignalschätzung ist für die modellgestützte Zustandsüberwachung sehr gut geeignet. Sie kann somit als Grundlage für eine Zustandsüberwachung dienen.

In diesem Fall findet eine kontinuierliche Messdatenerfassung bestimmter Stellen der Struktur statt (siehe Abbildung 2.1). Als Grundlage für dieses Konzept dient ein FE-Modell der zu überwachenden Struktur und ein Algorithmus, der die realen Messwerte der Struktur benötigt. Es ist zwingend notwendig, das FE-Modell anhand der Messdaten zu validieren.

Entscheidend für die dynamischen Berechnungen des Algorithmus sind die Massenverteilung und Steifigkeiten der Bauteile. Die in der Modalanalyse ermittelten Eigenfrequenzen und Eigenformen werden mit den Messergebnissen verglichen, wobei die Identifikation zusammengehöriger Modi im Vordergrund steht. Differenzen zu den realen Eigenfrequenzen werden in der FE-Berechnung durch Änderung der Steifigkeiten behoben. Abbildung 2.1 zeigt die schematische Darstellung des hier vorgestellten Konzeptes der Messsignalschätzung.

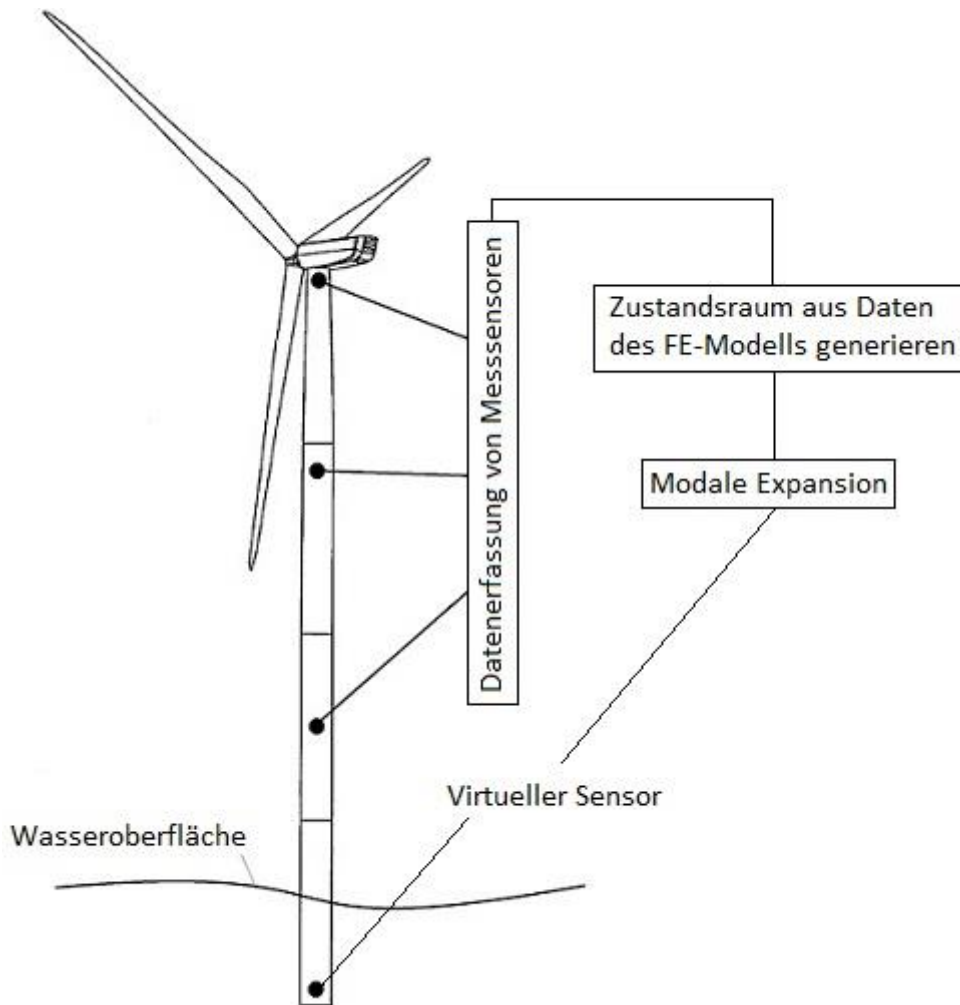


Abbildung 2.1: Darstellung des Konzeptes der Messsignalschätzung

Bei der Zustandsüberwachung werden im optimalen Fall alle Eingangsgrößen wie bspw. die Umgebungs- und Betriebsbedingungen (EOC), sowie die Sensordaten der Messensorik in einer Datenbank gebündelt. Diese können einem Algorithmus, der u.a. die Methode der Messsignalschätzung beinhaltet, bereitgestellt und mit einbezogen werden. Anschließend werden die Daten nach Umgebungseinflüssen (Windgeschwindigkeit, Umgebungstemperatur, etc.) sowie den Betriebsbedingungen (Position der Gondel, Pitchwinkel, etc.) klassifiziert. Dadurch kann geprüft werden, ob die Änderung in den Signalen auf Änderungen der EOC Daten zurückzuführen ist oder ob es tatsächlich die Folge einer Strukturveränderung (eines möglichen Strukturschadens) ist. In der rauen Umgebung einer OWEA kann die empfindliche Messelektronik sowie die Sensorik eine deutlich kürzere Lebensdauer aufweisen, als unter gewöhnlichen Bedingungen. Für den Fall einer Detektion muss daher noch sichergestellt werden, dass kein defekter Messsensor für die Änderung der Daten verantwortlich ist. Hierfür wird ein weiteres Modul benötigt, das die Sensorfehler feststellen kann. Die Detektion der Strukturveränderung erfolgt modellgestützt mit dem FE-Modell. Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich die Schätzung der Messsignale anhand eines FE-Modells behandelt.

2.2 Zustandsraummodelle schwingungsfähiger linearer Systeme

Mit Hilfe der Prinzipien der Mechanik lassen sich Bewegungsgleichungen zur Beschreibung der Bewegung eines Körpers oder Systems nutzen. Entscheidend hierfür ist die Modellbildung, anhand derer der ursprüngliche Körper oder das System so diskretisiert werden, dass endlich viele Freiheitsgrade vorliegen. Der Vorteil dieser Näherungslösung besteht darin, dass der Körper oder das System nun durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden kann, welche mit numerischen Methoden gelöst werden. Nach der Diskretisierung nach Methode der finiten Elemente ergibt sich die Gleichung der Struktur mit n Freiheitsgraden zu:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.1)$$

Die Trägheitsterme werden mit der Matrix \mathbf{M} angegeben, \mathbf{C} ist die Dämpfungs- und \mathbf{K} die symmetrische Steifigkeitsmatrix des linearen Systems mit den Dimensionen $n \times n$, wobei n die Anzahl der Systemfreiheitsgrade angibt. In dem Kraftvektor $\mathbf{f}(t)$ sind alle auf das System einwirkenden äußeren Kräfte zusammengefasst. Der Vektor $\mathbf{x}(t)$ bzw. dessen erste und zweite Ableitung sind die Verschiebungen, die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen des betrachteten Körpers oder Systems.

Da es sich bei den in dieser Arbeit betrachteten Strukturen um schwach gedämpfte Systeme handelt, kann zur Vereinfachung die Dämpfungsmatrix in Abhängigkeit der Massen- und Steifigkeitsmatrix angegeben werden. Hierzu werden die skalaren Größen α und β eingeführt und beschreiben \mathbf{C} (als proportionale Dämpfung, auch Rayleigh Dämpfung genannt):

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (2.2)$$

Für schwach gedämpfte Systeme, bspw. Stahlkonstruktionen, reicht es aus, die dynamischen Eigenschaften des Systems durch die Eigenkreisfrequenz ω_i und den Eigenvektor φ_i mit Hilfe des konservativen Eigenwertproblems zu charakterisieren:

$$[\mathbf{K} - \omega_i^2\mathbf{M}]\varphi_i = 0 \quad (2.3)$$

Mit Hilfe der Orthogonalitätsbeziehungen der Eigenvektoren aus Gleichung (2.3) können die Massen- und Steifigkeitsmatrizen auf die generalisierten Massen M_i und die generalisierten Steifigkeiten K_i normiert werden:

$$\begin{aligned} \varphi_j^T \mathbf{M} \varphi_i &= 0, & \forall i \neq j \\ \varphi_j^T \mathbf{M} \varphi_i &= M_i = 1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

und

$$\begin{aligned} \varphi_j^T \mathbf{K} \varphi_i &= 0, & \forall i \neq j \\ \varphi_j^T \mathbf{K} \varphi_i &= K_i = \omega_i^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Für lineare dynamische Systeme lässt sich daher sagen, dass eine Änderung der Systemeigenschaften auf die Änderung der Steifigkeits- oder Massenmatrix zurückzuführen ist. In den folgenden Unterkapiteln wird die Umschreibung der Bewegungsgleichung (2.1) in die Zustandsraumdarstellung erläutert [4].

2.2.1 Zeitkontinuierliches Zustandsraummodell

Die von Gleichung (2.1) beschriebene Bewegung des Körpers oder eines Systems lässt sich auch durch eine Differentialgleichung erster Ordnung angeben. Hierzu wird der Zustandsvektor z eingeführt, welcher das System durch seinen Verschiebungs- und Geschwindigkeitsvektor eindeutig beschreibt. Es gilt:

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Wenn jetzt der Kraftvektor $f(t)$ durch folgendes Produkt ersetzt wird:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{B}_u \mathbf{u}(t) \quad (2.7)$$

Und Gleichung (2.1) mit der Inversen Massenmatrix multipliziert wird, ergibt sich:

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_u\mathbf{u} \quad (2.8)$$

Die Matrix \mathbf{B}_u besitzt die Dimension $n \times n_u$ welche die Freiheitsgrade n_u beinhaltet, an denen die Eingangsgrößen angreifen. Als nächstes wird die Gleichung (2.6) in Gleichung (2.8) eingefügt, daraus ergibt sich die Differentialgleichung erster Ordnung in der Zustandsraumdarstellung zu:

$$\dot{\mathbf{z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_c} \mathbf{z} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_c} \mathbf{u}(t) \quad (2.9)$$

Die $2n \times 2n$ Matrix ist die Systemmatrix \mathbf{A}_c und die $2n \times n_u$ ist die Eingangsmatrix \mathbf{B}_c , wobei der Index c angibt, dass diese Gleichung für den kontinuierlichen Zeitbereich formuliert ist. Wird die Antwort des Systems an m Stellen gemessen, kann die Messgleichung wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{C}_a \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{C}_v \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (2.10)$$

In Gleichung (2.10) steht y für den Systemausgang und $\mathbf{C}_a, \mathbf{C}_v, \mathbf{C}_x$ sind die Auswahlmatrizen für die Komponenten der Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- und Verschiebungsvektoren, diese beinhalten die Messfreiheitsgrade des Systems. Mit Gleichung (2.8) wird die Messgleichung (2.10) in die Zustandsraumdarstellung überführt:

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_x & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_v \\ -\mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_y} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \mathbf{u} = \mathbf{C}_y \mathbf{z} + \mathbf{D} \mathbf{u} \quad (2.11)$$

Die Ausgangsmatrix \mathbf{C}_y besitzt die Dimensionen $m \times 2n$ und die Durchgangsmatrix \mathbf{D} die Dimensionen $m \times n_u$.

2.2.2 Zeitdiskretes Zustandsraummodell

Bei der digitalen Datenerfassung werden die Messwerte nur bei ganzzahligen Vielfachen der Abtastperiode Δt mit Hilfe eines AD-Wandlers aufgenommen. Die Zeitachse ist nun nicht mehr kontinuierlich und die Daten sind nur an diskreten Zeitpunkten $t_k, k = 0 \dots n_t$ mit $t_k = k\Delta t$ vorhanden. Die Abtastrate wird als Kehrwert der Abtastperiode mit $f_s = \frac{1}{\Delta t}$ bezeichnet. Falls der Anfangszustandsraumvektor \mathbf{z}_0 bekannt sein sollte, kann die Gleichung (2.9) für eine diskrete Zeit t wie folgt gelöst werden:

$$\mathbf{z}(t) = e^{A_c(t-t_0)}\mathbf{z}_0 + \int_{t_0}^t e^{A_c(t-\tau)}\mathbf{B}_c\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (2.12)$$

Mit der Substitution $t = (k + 1)\Delta t$ mit $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ folgt aus Gleichung (2.12):

$$\mathbf{z}[t_{k+1}] = e^{A_c\Delta t}\mathbf{z}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A_c(t-\tau)}\mathbf{B}_c\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (2.13)$$

Unter der Voraussetzung, dass $\mathbf{u}(\tau)$ während der Abtastung konstant ist und damit der Beziehung $\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}(k\Delta t)$ für $k\Delta t \leq \tau \leq (k + 1)\Delta t$ mit $k = 1, 2, 3, \dots$ genügt, ergibt sich unter Berücksichtigung der Substitution $\tau' = (k + 1)\Delta t - \tau$ folgende Gleichung:

$$\mathbf{z}[t_{k+1}] = \underbrace{[e^{A_c\Delta t}\mathbf{z}_k]}_{A_d} + \underbrace{\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A_c\Delta t}\mathbf{B}_c d\tau' \right]}_{B_d} \mathbf{u}(t_k) \quad (2.14)$$

Mit $\mathbf{z}(t_k) = \mathbf{z}_k$ und $\mathbf{u}(t_k) = \mathbf{u}_k$ lassen sich die Gleichungen des zeitdiskreten Zustandsraummodells in einer kompakten Form darstellen (der tiefgestellte Index d in Gleichung (2.15) steht für das zeitdiskrete System):

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\mathbf{z}_k + \mathbf{B}_d\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}_y\mathbf{z}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (2.15)$$

2.2.3 Zustandsraummodell in modalen Koordinaten

Die bisherige Darstellung des Zustandsraumes ist nur für Modelle mit wenigen Freiheitsgraden sinnvoll, da der Zustandsraum eines FE-Modells mit n Freiheitsgraden die Lösung von $2n$ Differentialgleichungen benötigt. Mit der Methode der Modellreduktion können die Freiheitsgrade eines Systems auf einige wenige reduziert werden, ohne wichtige Systeminformationen zu verlieren. Es ist zwar eine Näherungslösung im Vergleich zu der direkten Methode, jedoch sind die Abweichungen minimal. Die Modellreduktion wird somit oft bei komplexen dynamischen Systemen angewendet. Dabei wird das Modell in Modalkoordinaten transformiert. Dadurch wird eine starke Reduktion der Systemordnung erreicht und die Anzahl der notwendigen Differentialgleichungen ist abhängig von den betrachteten Moden des Systems. Es ist notwendig die Anzahl der benötigten Differentialgleichungen möglichst klein zu halten, um die Rechenzeiten des Algorithmus kurz zu halten. Da im späteren Verlauf der Arbeit

mit einem FE-Modell gearbeitet wird, soll hier die Methode der Modellreduktion und somit Transformation auf Modalkoordinaten kurz vorgestellt werden.

Hierfür wird eine Modalmatrix Φ , auch Transformationsmatrix genannt, der Dimension $n \times n_d$ (wobei n_d die Anzahl der ausgewählten Modalverschiebungen in einer Schwingform repräsentiert) gewählt. Diese enthält die Eigenvektoren φ des Systems.

$$\Phi = [\varphi_1 \varphi_2 \cdots \varphi_n] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{21} & \cdots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n_d1} & \varphi_{n_d2} & \cdots & \varphi_{n_dn} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Womit anschließend unter erneuter Annahme eines proportionalen Dämpfungsansatzes, vgl. Gleichung (2.2), die Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen diagonalisiert werden:

$$\begin{aligned} M_m &= \Phi^T M \Phi, \\ K_m &= \Phi^T K \Phi, \\ C_m &= \Phi^T C \Phi \end{aligned} \quad (2.17)$$

Anschließend wird die Bewegungsgleichung mit dem Modalansatz bzw. der Vektortransformation (Index m):

$$x = \Phi x_m \quad (2.18)$$

umgestellt, wodurch die physikalischen Koordinaten x mit den modalen Koordinaten x_m verknüpft werden. Dadurch ergibt sich die Bewegungsgleichung zu:

$$\begin{aligned} \underbrace{\Phi^T M \Phi}_{M_m} \ddot{x}_m + \underbrace{\Phi^T C \Phi}_{C_m} \dot{x}_m + \underbrace{\Phi^T K \Phi}_{K_m} x_m &= \Phi^T B_u u \\ y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_a \end{bmatrix} \Phi \ddot{x}_m + \begin{bmatrix} 0 \\ C_v \\ 0 \end{bmatrix} \Phi \dot{x}_m + \begin{bmatrix} C_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Phi x_m \end{aligned} \quad (2.19)$$

Durch Multiplikation der oberen Gleichung aus (2.27) von links mit M_m^{-1} unter Berücksichtigung von:

$$\Omega^2 = M_m^{-1} K_m \text{ und } Z = \frac{1}{2} M_m^{-1} C_m \Omega^{-1} \quad (2.20)$$

mit der Diagonalmatrix Ω , welche die Eigenkreisfrequenzen beinhaltet:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_n \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

und der modalen Dämpfungsmatrix Z :

$$Z = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \xi_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \xi_n \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

kann die Gleichung (2.19) wie folgt umgeschrieben werden:

$$\ddot{x}_m + 2Z\Omega\dot{x}_m + \Omega^2 x_m = M_m^{-1}\Omega^T B_u u \quad (2.23)$$

Die Bewegungsgleichungen können somit nur mit Hilfe der Modalmassen und bekannter Systemeigenschaften, in Form von Eigenfrequenzen, Eigenformen und modalen Dämpfungen, aufgestellt werden.

Dadurch ergeben sich die Systemmatrizen des Modalmodells zu folgender Darstellung:

$$A_m = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -M_m^{-1}K_m & -M_m^{-1}C_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -\Omega^2 & -2Z\Omega \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$B_m = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M_m^{-1}\Phi^T B_u \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$C_{ym} = \begin{bmatrix} C_x\Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_v\Phi \\ -C_a\Phi M_m^{-1}K_m & -C_a\Phi M_m^{-1}C_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x\Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_v\Phi \\ -C_a\Phi\Omega^2 & -C_a\Phi 2Z\Omega \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$D_m = [\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad C_a\Phi M_m^{-1}\Phi^T B_u]^T \quad (2.27)$$

2.3 Modellgestützte Zustandsschätzung in linearen Systemen

Fehler und Ausfälle der Strukturkomponenten oder bei der Konstruktion nicht berücksichtigte Betriebsbedingungen können zu gefährlichen Situationen im Betrieb technischer Systeme führen. Die Aufgabe der Modellgestützten Zustands- oder auch Messsignalschätzung ist es, messbare Parameter in Beziehung zu dem Systemverhalten zu bringen, um daraus Abweichungen vom bestimmungsgemäßen Systemverhalten rechtzeitig erkennen zu können.

Im Folgenden wird zuerst der Prozess der Modalen Expansion erläutert. Anschließend werden die Kriterien, die für die Validierung der geschätzten Messsignale erforderlich sind, erklärt.

2.3.1 Modale Expansion

Wenn berücksichtigt wird, dass das FE-Modell n Freiheitsgrade besitzt, welche sich aus den Freiheitsgraden n_{me} für die aktiven Messpunkte des realen Systems und n_p für die übrigen Freiheitsgrade, die die zu schätzenden Stellen angeben, zusammensetzt, dann kann die Modalmatrix für das FE-Modell wie folgt aufgeschrieben werden [5]:

$$\Phi_{FEM} = \begin{bmatrix} \Phi_{me} \\ \Phi_p \end{bmatrix}_{FEM} \quad (2.28)$$

Der Index me steht somit für die gemessenen Freiheitsgrade und Index p für die zu schätzenden Freiheitsgrade.

Durch die Lösung des Eigenwertproblems (siehe Gleichung (2.3)) können die Eigenformen für alle im FE-Modell vorhandenen Freiheitsgrade extrahiert werden. Das FE-Modell gibt somit auch vor, an welchen Stellen Signale geschätzt werden können und an welchen nicht. Möchte man also an bestimmten Stellen überwachen bzw. schätzen können, muss dies schon bei der Modellbildung mit entsprechenden Knotenpunkten an diesen Stellen berücksichtigt werden.

Von den Messsensoren am realen bzw. gemessenen System stammen die benötigten Beschleunigungen der Messstellen. Der Beschleunigungsvektor \mathbf{a}_{me} muss nun auf Modalkoordinaten $\mathbf{q}_{ame}(t)$ transformiert werden, hierfür wird die pseudoinverse Φ_{me}^\dagger verwendet [5]:

$$\mathbf{q}_{ame}(t) = \frac{\Phi_{me}^T \mathbf{a}_{me}(t)}{\Phi_{me}^T \Phi_{me}} = \Phi_{me}^\dagger \mathbf{a}_{me}(t) \quad (2.29)$$

Der Beschleunigungsvektor in Modalkoordinaten \mathbf{q}_{ame} kann anschließend auf die zu schätzenden Freiheitsgrade n_p des Modells mit folgender Gleichung expandiert werden [5]:

$$\mathbf{a}_p(t) = \Phi_p \mathbf{q}_{ame}(t) = \Phi_p \Phi_{me}^\dagger \mathbf{a}_{me}(t) \quad (2.30)$$

Damit kann an jedem Knoten des FE-Modells für alle Freiheitsgrade n_p die Beschleunigungen $\mathbf{a}_p(t)$ des Systems unter Einfluss der Eingangssignale an den Messfreiheitsgraden n_{me} geschätzt werden.

2.3.2 Kriterien zur Validierung von geschätzten Messsignalen

Dieses Kapitel dient der Beschreibung der Grundlagen der notwendigen Werkzeuge, die für die Zustandsüberwachung im Zeitbereich und im Frequenzbereich benötigt werden.

Die mit der bereits genannten Methode aus Kapitel 0 geschätzten Messsignale müssen noch auf ihre Richtigkeit hin überprüft werden. In dem hier vorgestellten theoretischen Modell kann an allen Knoten gemessen, und somit in wenigen Schritten überprüft werden, ob die Messsignale richtig geschätzt wurden. Im späteren realen System ist dies nicht möglich. Dort werden an den jeweiligen Stellen Messsensoren benötigt, in diesem Fall Beschleunigungssensoren. Da vor allem die Hotspots einer OWEA betrachtet werden sollen, die sich unter der Wasseroberfläche befinden, wäre es von Vorteil dort nur sehr wenige oder keine Sensoren zu verbauen. Denn die Lebensdauer dieser Sensoren in den rauen Umgebungsbedingungen des Salzwassers ist üblicherweise sehr kurz. Das genaue Vorgehen der Validierung soll in Kapitel 4 weiter erläutert werden. In diesem Kapitel sollen die nötigen Techniken vorgestellt werden, die für die Umsetzung der Validierung im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden.

Die geschätzten Signale werden auf zwei Arten mit den gemessenen Signalen verglichen. Die erste Weise ist der Vergleich im Zeitbereich über die Messdatenkennwerte. Hierfür wird der Effektivwert, auch Quadratisches Mittel (*engl. root mean square, rms*) genannt, verwendet. Die zweite Weise ist der Vergleich im Frequenzbereich, hierfür soll das Leistungsdichtespektrum dienen.

Die Effektivwert-Analyse berücksichtigt nicht nur die Amplitude, sondern auch den Energiegehalt einer zeitlich veränderlichen Wechselgröße. Es wird ein Vergleich zwischen den gemessenen und den geschätzten Signalen derselben Position bzw. desselben Freiheitsgrades benötigt, dafür wird die Wurzel aus dem quadratischen Mittel (*engl. root mean square error, rmse*) verwendet.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mathbf{a}_{me} - \mathbf{a}_p)^2}{n}} \quad (2.31)$$

Der RMSE kann als Maß für den Fehler in der Schätzung der Beschleunigungsvektoren betrachtet werden, n gibt dabei die Anzahl der Differenzwerte $(\mathbf{a}_{me} - \mathbf{a}_p)$ an, die in dem gemessenen Zeitfenster aufgenommen worden sind.

Des Weiteren wird für die Validierung das Leistungsdichtespektrum (*engl. power spectral density, PSD*) S_{yy} , auch quadratischer Mittelwert pro Frequenz genannt, mit der Einheit Signaleinheit²/Hz verwendet.

$$S_{yy} = \frac{P_{yy}}{f_s} \quad (2.32)$$

Das Leistungsdichtespektrum beschreibt die Verteilung der Leistung eines Signals y über dessen Frequenzbereich. Das PSD ist der Quotient von dem Leistungsspektrum P_{yy} und der Abtastrate f_s . Die aufgenommenen Messwerte sind jedoch Zeitsignale und müssen für einen Vergleich über das PSD erst in den Frequenzbereich überführt werden. Hierfür wird die Frequenzanalyse genutzt, welche eine Schwingung in ihre Einzelkomponenten hinsichtlich der Frequenz zerlegt. In diesem Fall wird die diskrete Fouriertransformation (DFT) verwendet, um die Signale in den Frequenzraum zu überführen. Mit dem Ergebnis der DFT wird das Leistungsspektrum P_{yy} mit der Einheit Signaleinheit² aufgestellt. Abschließend kann das PSD über die Normierung des Leistungsspektrums mit der Abtastfrequenz berechnet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll auf die mathematische Herleitung von der DFT bis zum PSD sowie auf die weitere Herleitung des Leistungsspektrums verzichtet werden, mit Verweis auf die Literatur [3] und [6].

2.4 Beispielhafte Betrachtung eines Schwingers

Im Folgenden sollen an Hand eines Masse-Feder-Dämpfer-Modells mit fünf Massen und fünf Freiheitsgraden die zuvor erläuterten Theorien vereinfacht vorgestellt werden. Ausgangspunkt ist das in Abbildung 2.2 dargestellte System, mit der darunter stehenden Bewegungsgleichung.

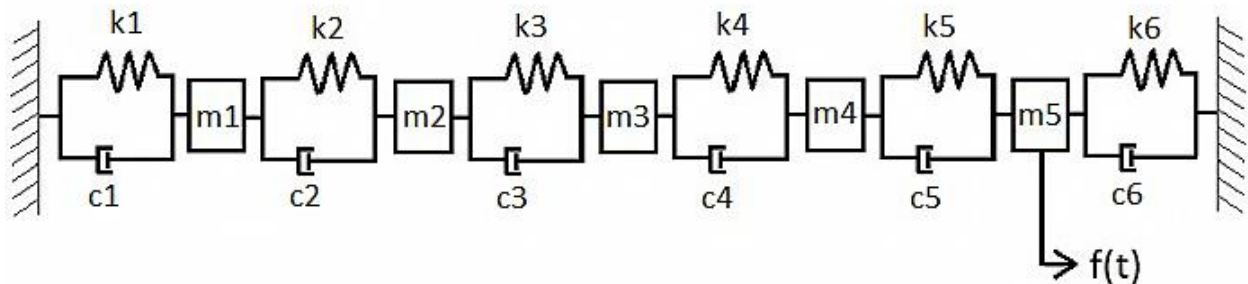


Abbildung 2.2: Masse-Feder-Dämpfer Modell mit einem Freiheitsgrad und Kräfteinleitung

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

Die Parameter haben folgende Werte:

i	m_i [kg]	k_i [N/m]
1	1	1500
2	1,5	1100
3	1,2	1700
4	1,3	2000
5	1	1200
6	-	1500

Die Anregungsfrequenz $f(t) = \cos \Omega t$ setzt sich dabei aus $f_1 = 1\text{Hz}$, $f_2 = 4\text{Hz}$, und $f_3 = 12\text{Hz}$ zusammen. Die Betrachtungszeit beträgt $t = 100\text{s}$ mit der Abtastrate $f_s = 50\text{Hz}$. Die Anregung $f(t)$ greift am fünften Freiheitsgrad bzw. Masse fünf an und ist als Plot in Abbildung 2.3 dargestellt:

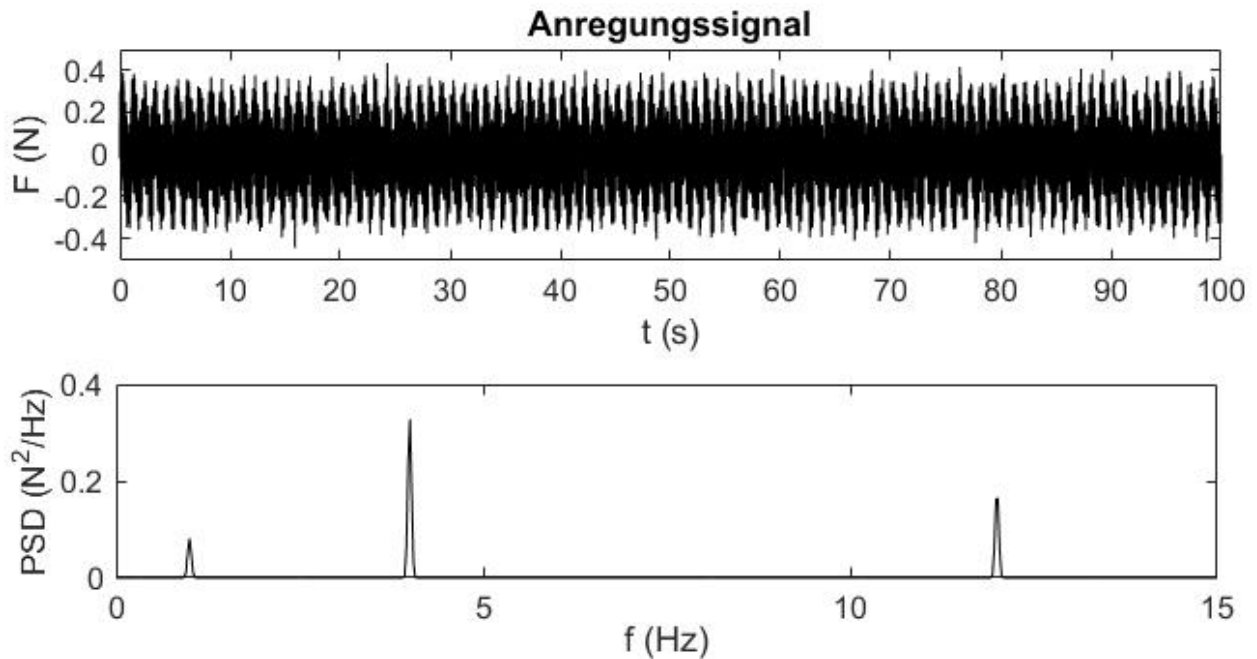


Abbildung 2.3: Anregungssignal, das am Freiheitsgrad fünf angreift (oben) und Anregungsfrequenzen (unten)

Die Massen- und Steifigkeitsmatrix ergeben sich zu:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ kg} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2,6 & -1,1 & 0 & 0 & 0 \\ -1,1 & 2,8 & -1,7 & 0 & 0 \\ 0 & -1,7 & 3,7 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3,2 & -1,2 \\ 0 & 0 & 0 & -1,2 & 2,7 \end{bmatrix} 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Diese Aufgabe wurde in MATLAB erstellt und gelöst, das Skript dazu befindet sich im Anhang A.

2.4.1 Aufstellen des Zustandsraummodelles für ein Mehrkörpersystem

Für die Darstellung des Zustandsraumes sollen zuerst die Eigenwerte λ und Eigenvektoren φ nach Gleichung (2.3) berechnet werden, diese sind im Anhang B zu finden. Im Anschluss daran werden aus den Eigenwerten die Eigenkreisfrequenzen berechnet:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 2,69235 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,91686 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8,31144 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,23127 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11,1997 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{s}}$$

Es wurden bei dieser Berechnung die ersten vier Moden des Systems berücksichtigt. Daher entstehen in der modalen Darstellung 4×4 Matrizen. Für dynamische Systeme ist die Massennormieren aus Gleichung (2.4) üblich, die Massenmatrix wird zur Einheitsmatrix überführt. Die Steifigkeitsmatrix wird mit Gleichung (2.5) zu den modalen

Federsteifigkeiten K_m überführt. Die Dämpfungsmatrix D_m berechnet sich nach Gleichung (2.2) für schwach gedämpfte Strukturen, in diesem Fall mit den Werten $\alpha = 0$ und $\beta = 0,00005$. Die modalen Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix ergeben sich zu:

$$K_m = \begin{bmatrix} 0,29 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 02,73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,36 \end{bmatrix} 10^3 \frac{N}{m} \quad D_m = \begin{bmatrix} 0,014 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,069 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,136 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,168 \end{bmatrix} \frac{N}{m}$$

Die Zustandsraum Systemmatrizen ergeben sich für die Modale Darstellung nach Gleichung (2.24) bis (2.27), diese Matrizen sind unter Anhang B zu finden.

2.4.2 Simulation von virtuellen Messdaten

Um die in Kapitel 2.3 genannten Methoden anzuwenden, werden Messwerte benötigt. Da im Rahmen dieser Arbeit nicht auf reale Messdaten zurückgegriffen werden kann, werden die benötigten Messdaten simuliert. Dazu werden die Systemmatrizen, der Anregungsvektor und die Zeit benötigt (Vergleich Anhang A). Anschließend kann in der Programmierumgebung MATLAB der Befehl *lsim* verwendet werden, um die benötigte Systemantwort passend zu den bereits genannten Eingangsparametern zu erzeugen. Als Ergebnis entsteht eine Matrix, die für jede der einzelnen Freiheitsgrade die Beschleunigungswerte zu den jeweiligen Zeitstempeln enthält. Die Anzahl der Beschleunigungswerte pro Freiheitsgrad wird bestimmt durch die angegebene Zeit und die Abtastrate. Das Ergebnis für den ersten Freiheitsgrad bzw. die erste Masse, ist in Abbildung 2.4 zu sehen. Der blaue Graph stellt die gemessenen Beschleunigungen dar. Es wurden zur besseren Darstellung nur die ersten zehn Sekunden geplottet.

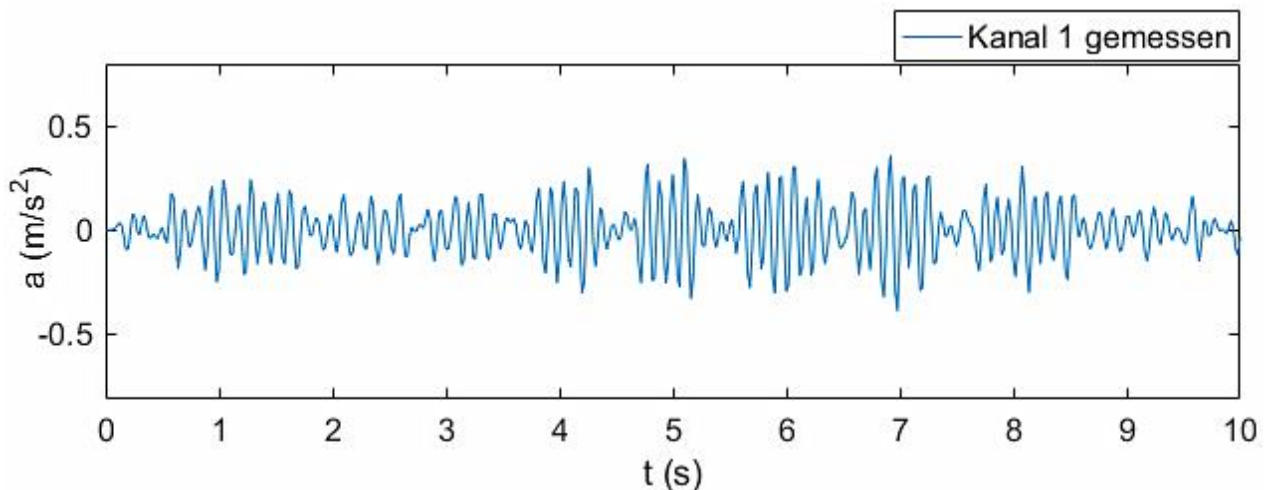


Abbildung 2.4: Gemessene Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad

2.4.3 Validierung der modalen Expansion

In der Realität wird das Finite Elemente Modell nicht exakt mit dem realen Modell übereinstimmen. Um dies für den Masse-Feder-Schwinger zu simulieren, wurde eine zweite Massen- sowie Steifigkeitsmatrix mit folgenden Werten erstellt:

$$M_{neu} = \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,1 \end{bmatrix} \text{ kg}$$

$$K_{neu} = \begin{bmatrix} 2,860 & -1,21 & 0 & 0 & 0 \\ -1,21 & 3080 & -1,87 & 0 & 0 \\ 0 & -1,87 & 4,07 & -2,2 & 0 \\ 0 & 0 & -2,2 & 3,52 & -1,32 \\ 0 & 0 & 0 & -1,32 & 2,97 \end{bmatrix} 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Die Massen wurden jeweils um 0,1kg schwerer und die Steifigkeiten stiegen pro Feder um 10%. Für dieses System wird ebenfalls ein Zustandsraummodell mit neuen Systemmatrizen erstellt und es werden auf dessen Grundlage neue Beschleunigungswerte berechnet. Um die Ungenauigkeiten nun zu simulieren wird die modale Expansion aus Kapitel 2.3.1 auf das veränderte System angewandt und im Folgenden als „geschätzt“ bezeichnet. Die im Vorherigen erstellten Beschleunigungswerte werden als „gemessen“ bezeichnet.

In Abbildung 2.5 sind die Beschleunigungswerte für den ersten Freiheitsgrad bzw. die Masse eins aufgetragen. Der blaue Graph ist identisch zu Abbildung 2.4, der rote Graph hingegen ist aus dem neuen System für den ersten Freiheitsgrad mittels modaler Expansion aus den Beschleunigungswerten der Freiheitsgrade 2, 3, 4 und 5 entstanden. Es ist bereits ein deutlicher Unterschied zwischen den beiden Graphen zu erkennen.

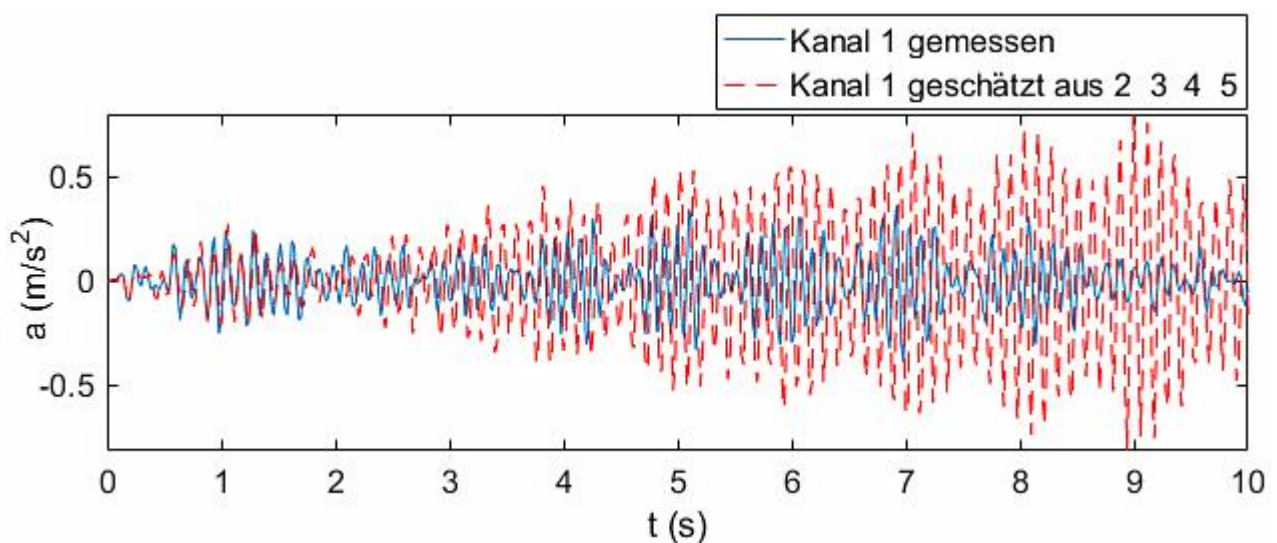


Abbildung 2.5: Gemessene und geschätzte Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad vor der Validierung

Um nun Aussagen zu können wie brauchbar die geschätzten Werte sind, werden die in Kapitel 2.3.2 vorgestellten Methoden der Effektivwertanalyse, siehe (2.31), sowie das Leistungsdichtespektrum, siehe (2.32) genutzt.

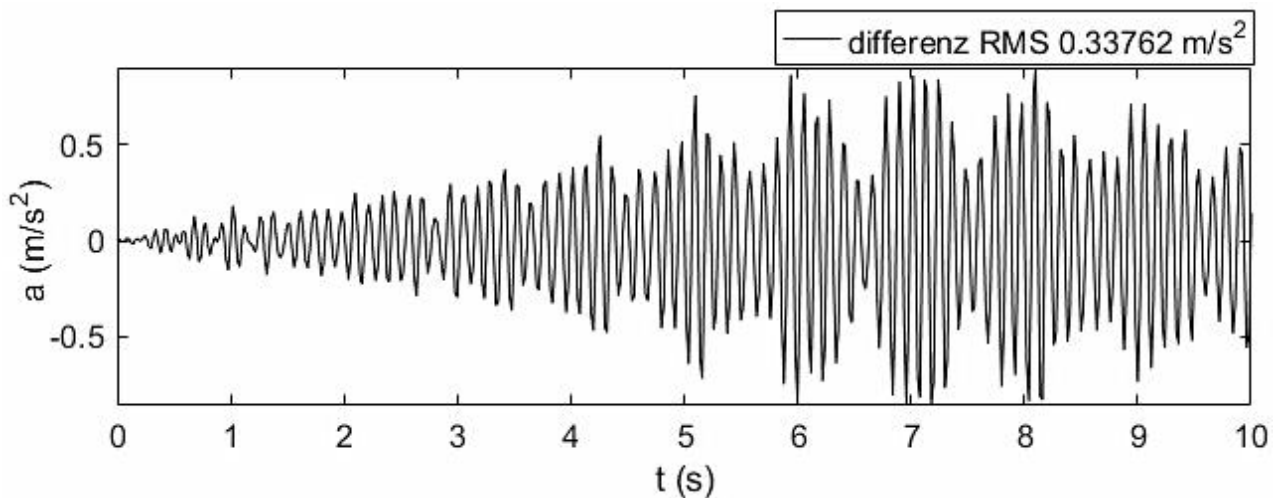


Abbildung 2.6: Differenz der Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad und RMS vor der Validierung

Es ist in Abbildung 2.6 sehr gut zu erkennen, dass bereits ein erheblicher Unterschied zwischen den gemessenen und geschätzten Signalen vorliegt. Der RMSE nach Gleichung (2.31) ist in der Legende von Abbildung 2.6 vermerkt und beträgt $RMSE = 0,33762 \frac{m}{s^2}$.

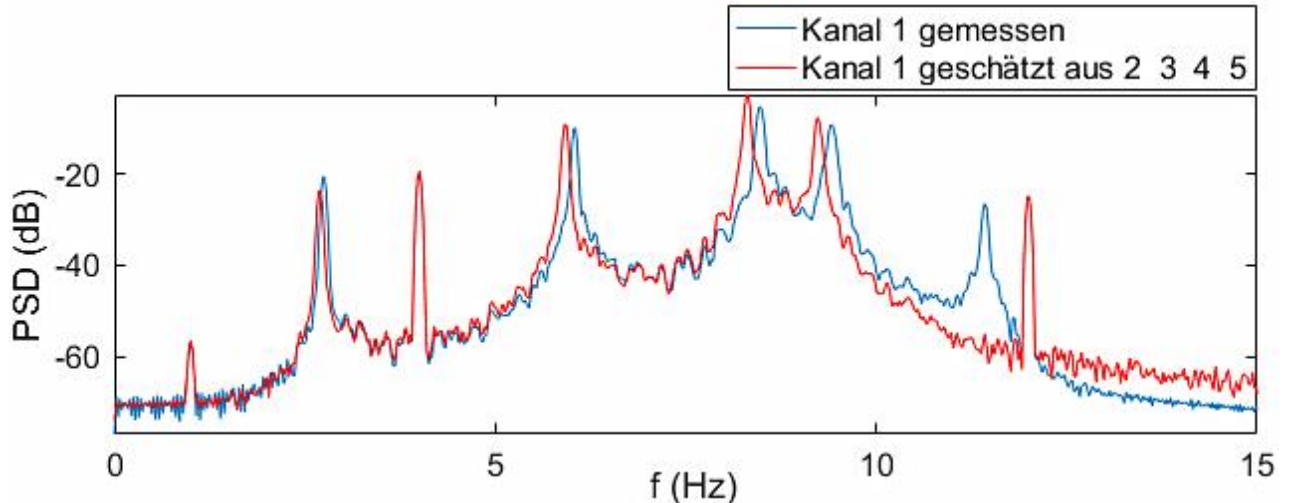


Abbildung 2.7: Leistungsdichtespektrum vom ersten Freiheitsgrad vor der Validierung

Bei dem Leistungsdichtespektrum ist zu erkennen, dass die Werte an einigen Stellen recht nah beieinanderliegen. Es sind die drei Anregungsfrequenzen und die Systemeigenfrequenzen zu erkennen. Die Eigenkreisfrequenzen weichen leicht ab, was auf die geänderten Werte zurückzuführen ist. Lediglich die fünfte Systemeigenfrequenz bei 11,2Hz wird von dem System nicht geschätzt. Die Erklärung dafür findet sich im vorherigen Kapitel. Es wurden nur die ersten vier Moden in der Berechnung berücksichtigt, dem System fehlt dadurch die fünfte Systemeigenfrequenz. Des Weiteren spielt der Abstand zwischen der zu schätzenden Messstelle und den Punkten der Krafteinleitung bei der Genauigkeit des Ergebnisses eine Rolle. Dies ist jedoch hier nicht

zu erkennen, da der Kräfteinleitungspunkt weit genug von dem hier beobachteten Freiheitsgrad entfernt liegen.

Die eigentliche Validierungsarbeit liegt jetzt darin, die Massen und Steifigkeiten des FE-Modells anzupassen. Um eine Aussage über die Genauigkeit treffen zu können, wird an dem Freiheitsgrad gemessen, an dem das Signal geschätzt wird. Daraufhin werden die Massen und Steifigkeiten des FE-Modells Stück für Stück angepasst, bis die Genauigkeit für den Anwendungsfall ausreichend ist. In den folgenden Darstellungen werden die Steifigkeiten und Massen des neuen Systems identisch zu dem Ursprungssystem sein. Es werden also keine Differenzen mehr in den Massen oder Steifigkeiten vorliegen.

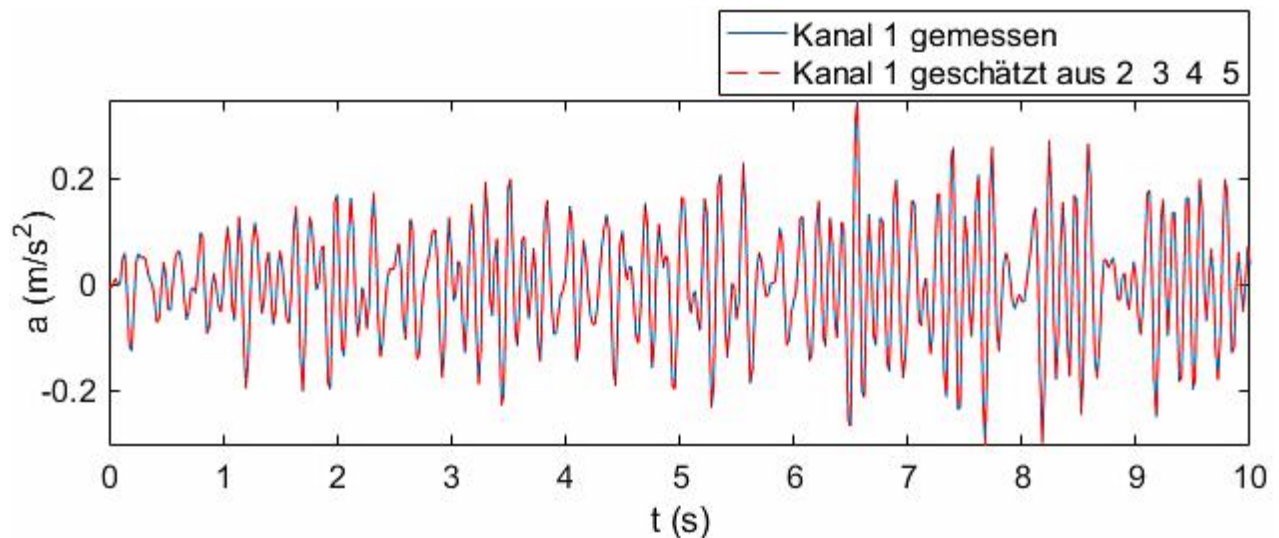


Abbildung 2.8: Gemessene und geschätzte Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad nach der Validierung

In Abbildung 2.8 ist zu erkennen, dass die Beschleunigungswerte des neuen Systems vollständig mit denen des ursprünglichen Systems übereinstimmen.

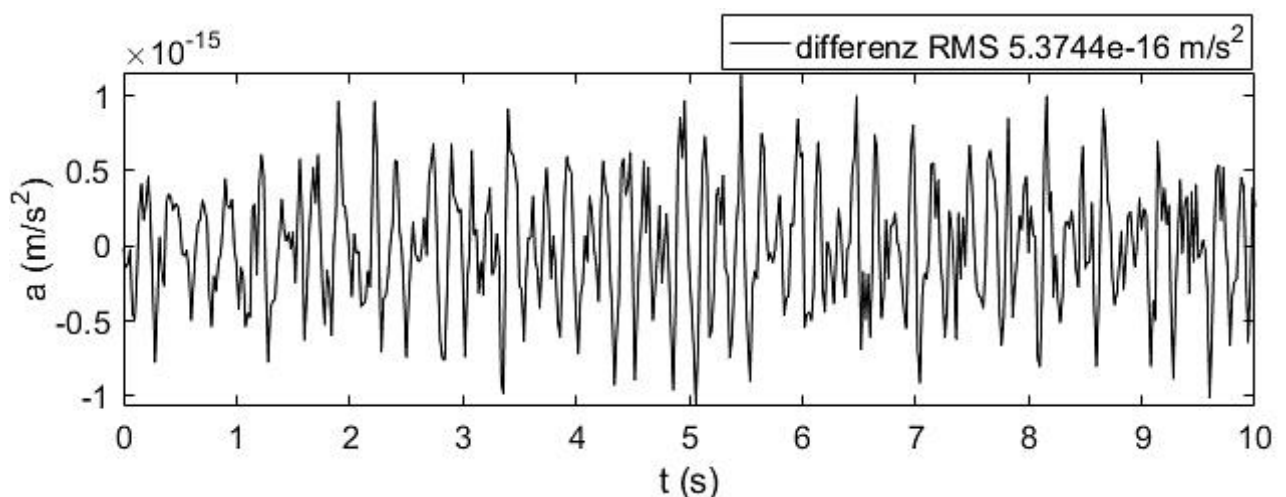


Abbildung 2.9: Differenz der Beschleunigungswerte vom ersten Freiheitsgrad und RMS nach der Validierung

Bei der Effektivwertanalyse aus Abbildung 2.9 ist ebenfalls sehr deutlich zu erkennen, dass die Ungenauigkeiten verschwindend gering sind, der RMSE hat sich auf $RMSE = 5,37 * 10^{-16} \frac{m}{s^2}$ verringert.

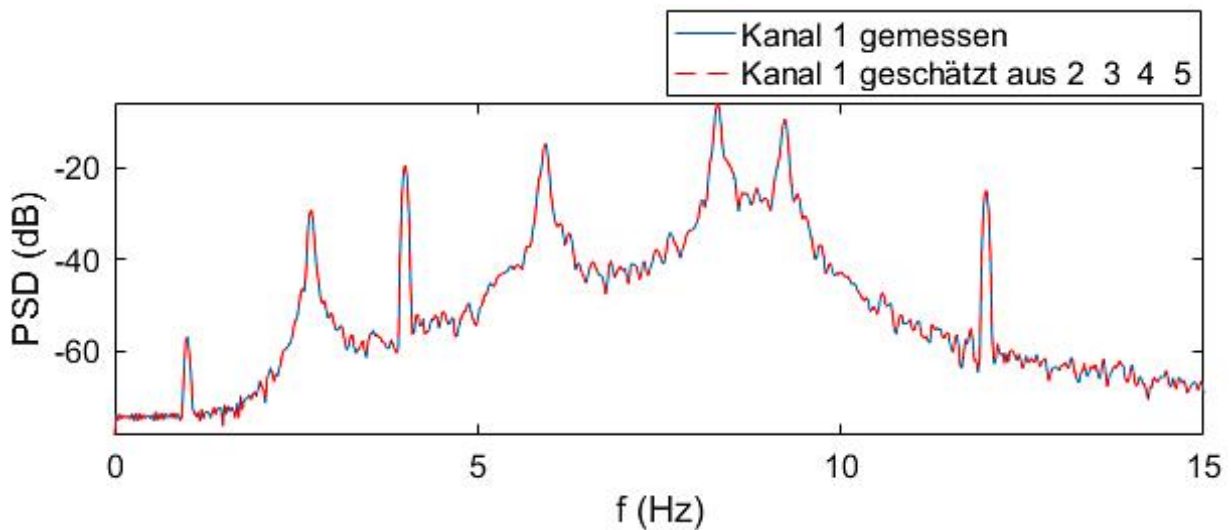


Abbildung 2.10: Leistungsdichtespektrum vom ersten Freiheitsgrad nach der Validierung

Beim Vergleich des Leistungsdichtespektrums in Abbildung 2.10 ist noch einmal sehr gut zu erkennen, dass die geschätzten Werte die gemessenen Werte überlagern. Die Validierung ist somit sehr gut gelungen, was auch zeigt, dass die Methode der Signalschätzung an beliebigen Messpositionen erfolgreich umgesetzt wurde. Diese Methode funktioniert ebenso für alle weiteren Freiheitsgrade und Kombinationen aus Mess- und Schätzfreiheitsgraden.

3 Zustandsraummodell für ein Modell einer Windenergieanlage

Die in dem vorangegangenen Kapitel erläuterten Methoden der Signalschätzung sollen nun mit Hilfe eines FE Modell einer realen OWEA angewendet werden.

3.1 Beschreibung des Modells

Die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden zur Schätzung von Messsignalen werden an einem FE Modell der OWEA M5000-2 von der Firma AREVA-Multibrid demonstriert, siehe Abbildung 3.1.

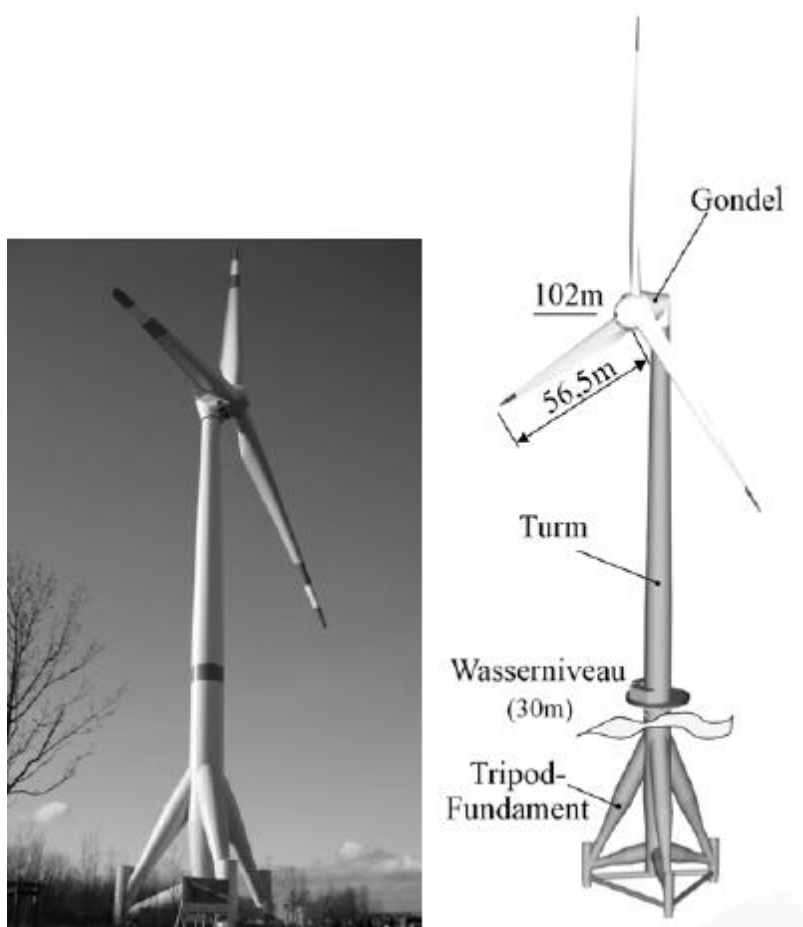


Abbildung 3.1: 5MW⁴ Prototyp OWEA M5000-2 der Firma AREVA-Multibrid in Bremerhaven [3] (links) und Beschriftete Skizze des Prototyps (rechts)⁵

⁴ MW = Megawatt = 10⁶ W

⁵ Quelle: [3, S. 163. Abb. 5.11]

3.1.1 Geometrien des Modells

Abbildung 3.2 zeigt das FE Modell, bestehend aus 68 Elementen mit linearem Verschiebungsansatz und 66 Knoten, die Gondel ist als Massepunkt modelliert, siehe [3].

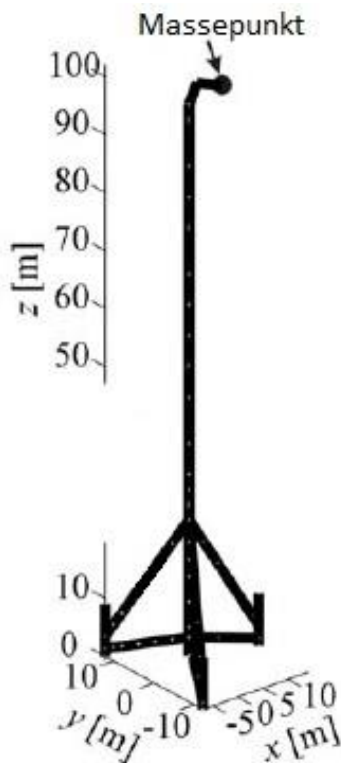


Abbildung 3.2: Finite Elemente Modell der Anlage M5000-2⁶

Die Balkenquerschnitte wurden nach den realen Querschnitten der Anlage modelliert. Die unsymmetrische Massenverteilung entlang des Turms wurde mit unterschiedlichen Flächenträgheitsmomenten modelliert. Dadurch ist der Turm in y -Richtung (Hauptwindrichtung) um 5% steifer als in x -Richtung [3].

⁶ Quelle: [3, S. 179, Abb. 5.31]

In Abbildung 3.3 werden alle wichtigen Knotenpunkte, die im Verlauf dieser Arbeit genannt werden, dargestellt.

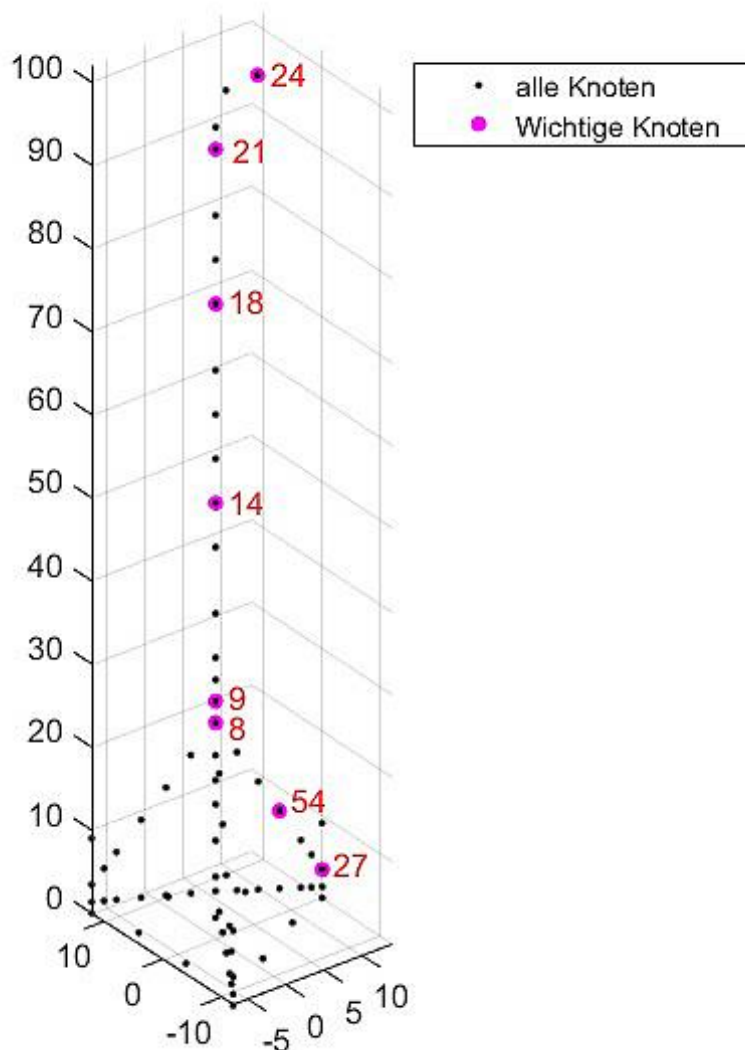


Abbildung 3.3: Knoten, die für diese Dokumentation von Bedeutung sind

3.1.2 Dynamisches Verhalten der Struktur

Das dynamische Verhalten der Anlage wurde mit Hilfe der ersten fünf Eigenschwingungsmoden berücksichtigt, diese sind auch an realen WEA Türmen gut zu erfassen. Weitere Moden von realen WEA Strukturen sind häufig messtechnisch nicht zu erfassen.

diese sind in Abbildung 3.4 und Abbildung 3.5 dargestellt.

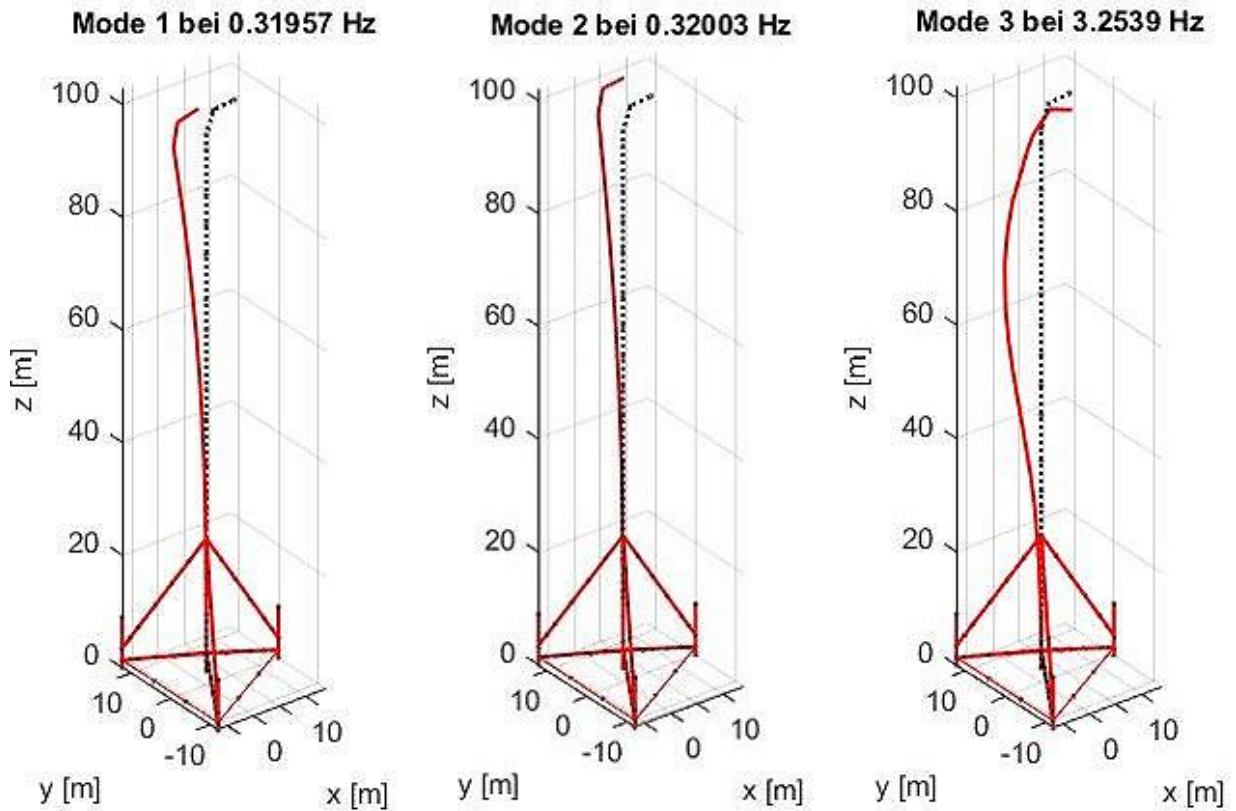


Abbildung 3.4: Biegung des Turmes in Gondel-Längsrichtung (links), Biegung des Turmes in Gondel-Querrichtung (Mitte) und die zweite Biegung des Turmes in Gondel-Längsrichtung (rechts)

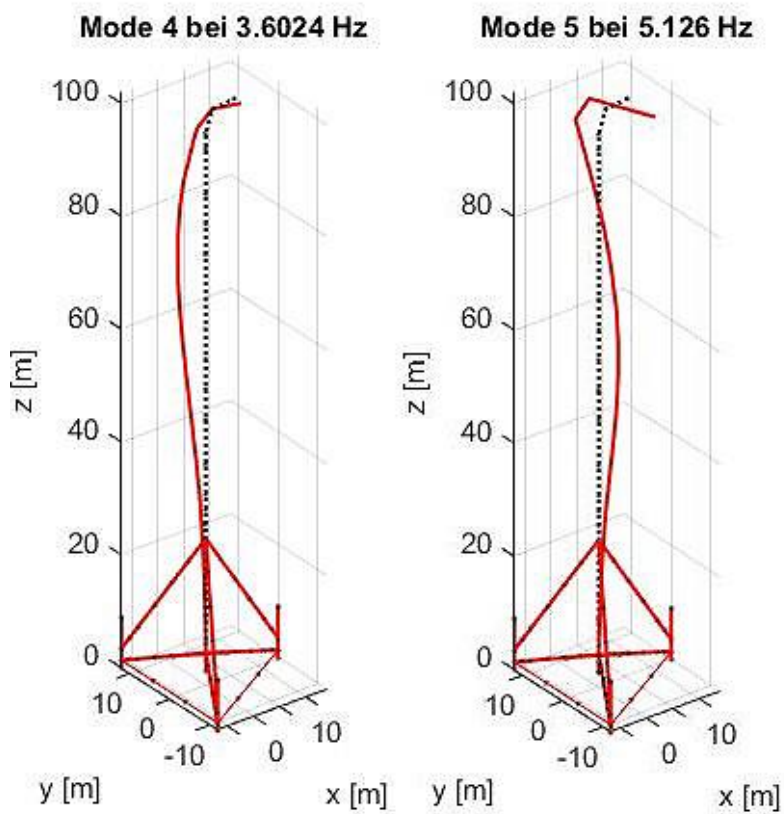


Abbildung 3.5: Zweite Biegung des Turmes in Gondel-Querrichtung (links) und Torsion des Turmes (rechts)

Die schwarzen Punkte im Plot zeigen das Modell im nicht verformten Zustand, die roten Punkte stellen die Verformung der entsprechenden Moden da. Es wurden die ersten fünf Moden ausgewählt, da diese im niedrigem Frequenzbereich liegen und signifikante translatorische Verformungen aufweisen.

3.2 Zustandsraum des Finite-Elemente Modells

Das Zustandsraummodell wird analog zu dem vorherigen Beispiel des Masse-Feder-Dämpfer Modells (siehe Kapitel 2.4.1) aufgestellt. Hier werden die Dämpfungen jedoch berücksichtigt. Die proportionalen Dämpfungen werden nach Gleichung (2.2) mit $\alpha = 0$ und $\beta = 0,0001$ (sehr schwache Dämpfung, charakteristisch für Strahlstrukturen) erzeugt. Die Massen und Steifigkeiten werden aus dem FE-Modell von MATLAB übernommen.

Wie bereits bei dem Masse-Feder-Dämpfer Modell wird auch hier ein zweites FE-Modell eingebunden, um Modellungenauigkeiten simulieren zu können. Das Veränderte FE-Modell wird hier vorgestellt, die Ergebnisse der Berechnungen werden in Kapitel 4.3.3 dargestellt. Bei dem zweiten FE-Modell wurden die Steifigkeiten im Bereich des Tripods so verändert. Dazu wurde das E-Modul an 26 Elementen, welche in Abbildung 3.6 gelb dargestellt werden, um 25% reduziert. Alle übrigen Elemente bleiben unverändert.

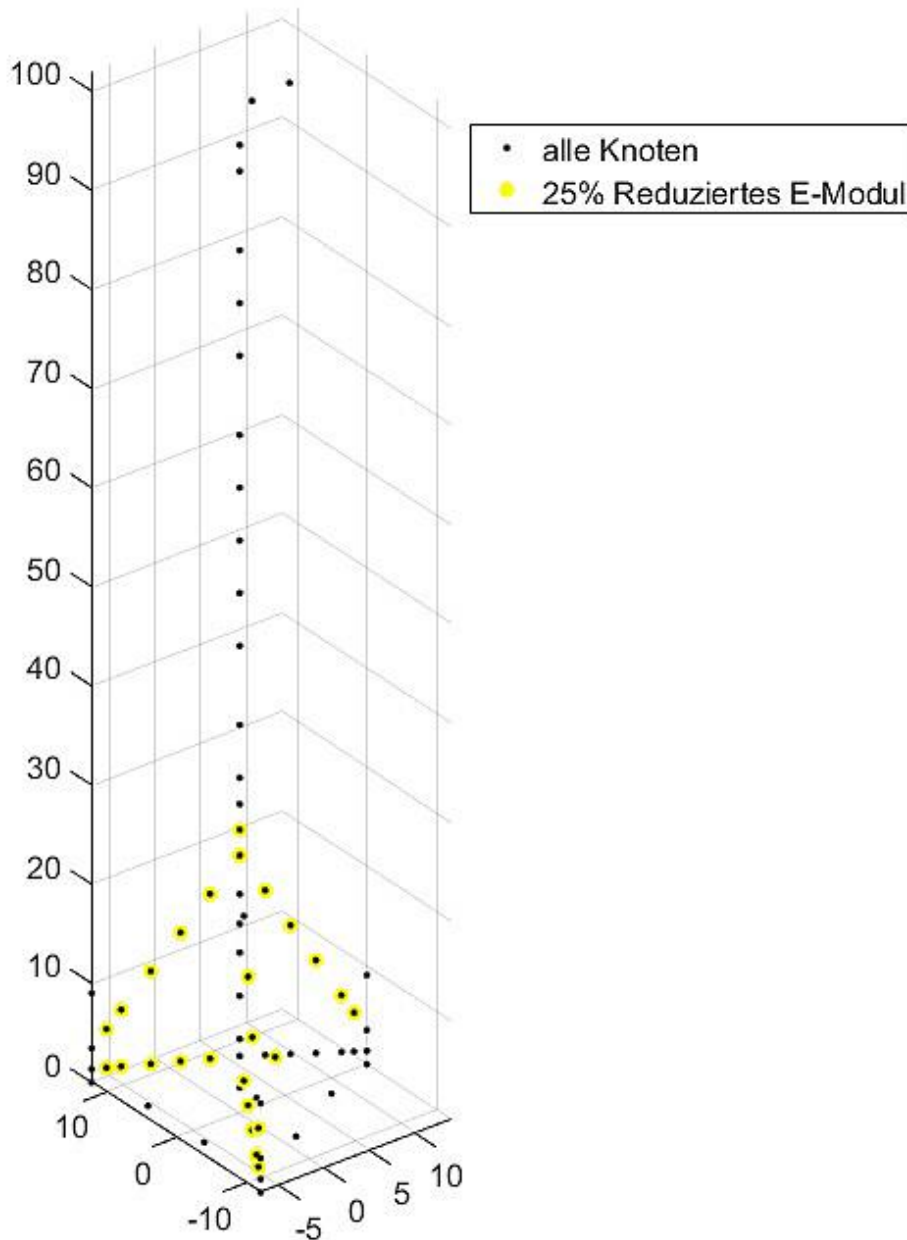


Abbildung 3.6: Darstellung der veränderten Knoten des Modells

Für das zweite Modell wird ein neuer Zustandsraum erstellt, auf welchem die anschließende Modale Expansion erfolgt. Durch die starken Strukturveränderungen am unteren Teil des Turmes verändern sich auch die Frequenzen der Moden Dies ist in Abbildung 3.7 für die ersten 30 Moden des Modells dargestellt.

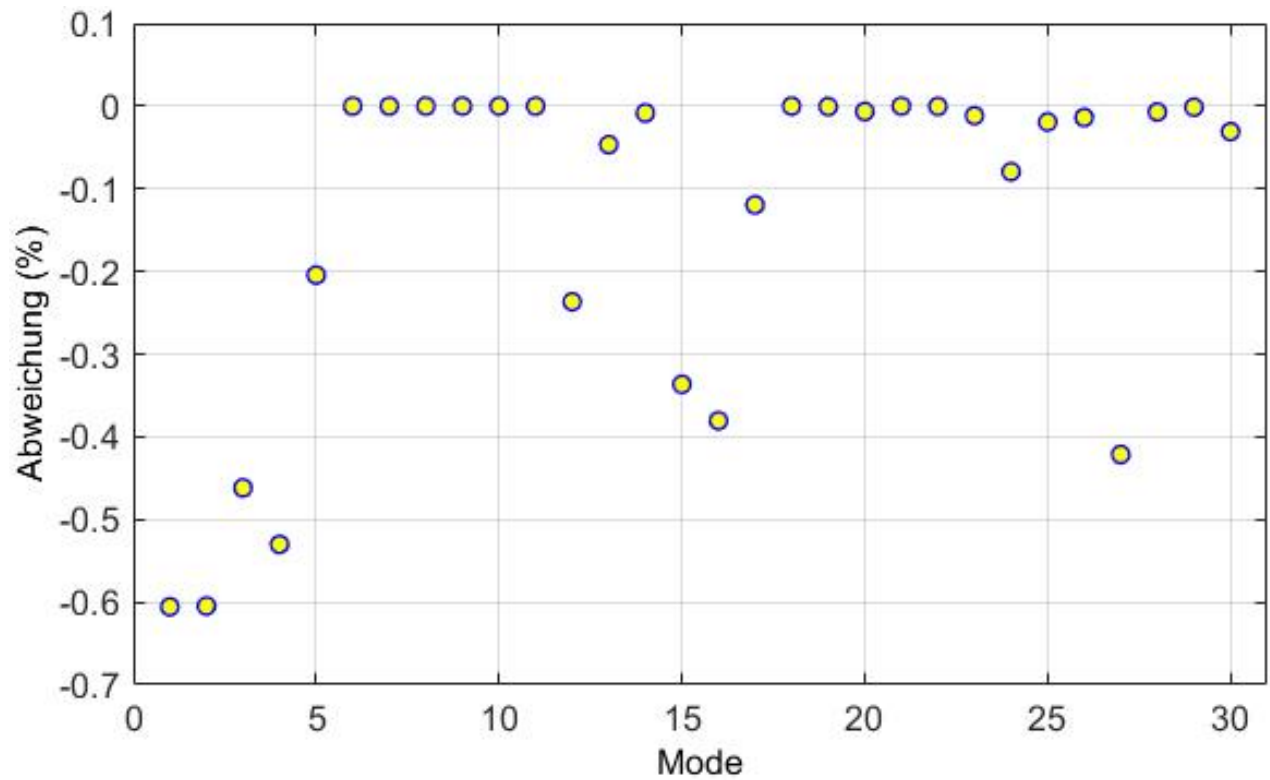


Abbildung 3.7: Prozentuale Änderung der Frequenzen der ersten 30 Moden durch das veränderte Modell

4 Validierung des Verfahrens mit Hilfe von Simulationsdaten

In dem folgenden Unterkapiteln werden die Rahmenbedingungen für die Validierung des in Kapitel 3 vorgestellten Systems aufgezeigt. Des Weiteren werden die unterschiedlichen Störgrößen, welche Einfluss auf die Genauigkeit der Ergebnisse haben, untersucht und aufgelistet.

4.1 Anregung und Messsignale

Es wäre möglich an jedem Knotenpunkt Messsignale zu simulieren. In dieser Arbeit werden drei Messpunkte ausgewählt, welche typische Punkte für Beschleunigungssensoren an Türmen von OWEA darstellen. Es sind die Knoten 14, 18 und 21, siehe Abbildung 3.3. Die Freiheitsgrade der Knoten sind auf die translatorischen Bewegungen der x- und y-Achse beschränkt um diese Arbeit kompakter zu gestalten. Es ist möglich auch die z-Achse mit einzubeziehen. Im Rahmen dieser Dokumentation wurde darauf jedoch verzichtet, da diese für die Funktion nicht relevant ist. Die 3 fiktiven Messkanäle werden simultan mit 50Hz abgetastet und werden im späteren Verlauf noch verrauscht, um Ungenauigkeiten der Messsignale zu simulieren.

Im Betrieb der OWEA wirken neben den Umwelteinflüssen (EOC) verschiedene weitere Anregungsquellen auf die Anlage ein. Eine der Wichtigsten ist die stochastische, tieffrequente Anregung durch den Wind, welche auch als aerodynamische Anregung bekannt ist. Der Wind regt Struktureigenfrequenzen im Bereich von 0,2Hz bis 10Hz an [7]. In Abbildung 4.1 ist die Leistungsdichte der Windgeschwindigkeit (Böenspektrum) über einen Tag mit einer mittleren Windgeschwindigkeit von etwa 11 m/s beispielhaft dargestellt.

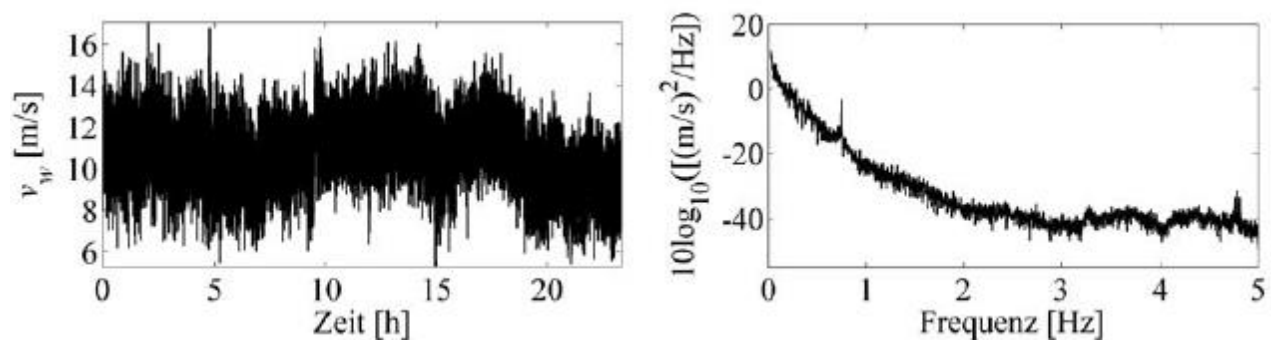


Abbildung 4.1: Windgeschwindigkeit (links) und Böenspektrum (rechts)⁷

Es ist zu erkennen, dass Windböen mit Frequenzen bis 3Hz eine höhere Leistungsdichte besitzen und somit ein höheres Anregungspotential haben als die höheren Frequenzen. Der Peak bei etwa 0,75Hz kann hier außer Acht gelassen werden. Er entsteht durch den Strömungsabriss an den Rotorblättern, wenn diese die Messinstrumente passieren [3].

⁷ Quelle: [3, S. 56, Abb. 3.3]

Eine weitere für OWEA sehr wichtige Anregungsquelle sind die Wellen. Diese werden häufig als Pierson–Moskowitz verteilt angenommen. Diese Theorie besagt, dass die Wellen ins Gleichgewicht mit dem Wind kommen, sofern dieser über einen längeren Zeitraum konstant über eine sehr große Fläche bläst [8]. Daraus resultiert eine Anregung mit ebenfalls sehr niedrigen Frequenzen. Abbildung 4.2 zeigt beispielhaft ein simuliertes Leistungsdichtespektrum der Wellen mit einer sehr häufig auftretenden Wellenhöhe von 0,2m bis 0,5m [3].

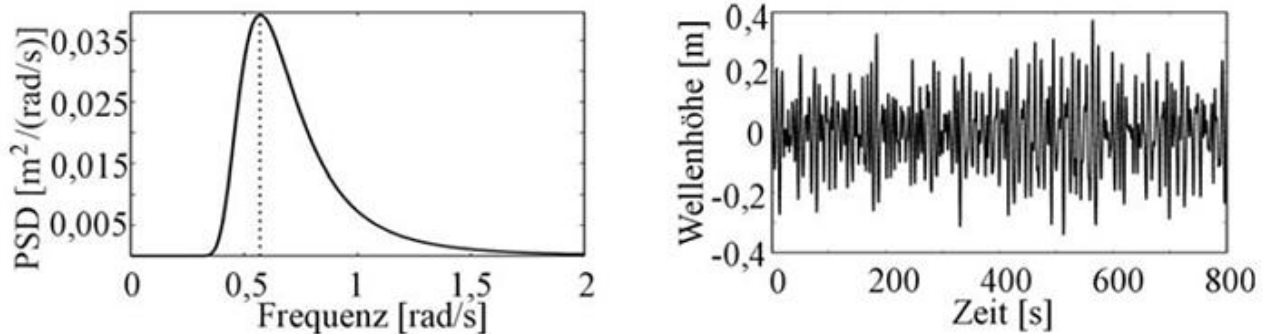


Abbildung 4.2: Wellenspektrum (links) und Wellengang (rechts)⁸

Zusätzlich zu den genannten Anregungsquellen tragen noch die periodischen Anregungsquellen wie bspw. die Rotation des Rotors sowie die transienten Anregungsquellen, welche häufig durch Rotation der Rotorblätter (dem Pitchwinkel) oder durch Rotation die Gondel ausgelöst werden, dazu bei, die Anlage in Schwingung zu versetzen. Im Rahmen dieser Arbeit sollen diese Faktoren jedoch nicht weiter betrachtet werden. Es wird für die Rechnung angenommen, dass nur der Wind auf die Gondel und die Wellen auf den Turm einwirken.

Für die Anregung wird ein weißes Rauschen erzeugt und über Knoten 8 und Knoten 24 in x-Richtung eingeleitet. Knoten 8 entspricht der Wasserlinie und Knoten 24 der Gondel. Damit werden die Belastungen des Wassers auf den Turm sowie des Windes auf die Flügel simuliert. Wie oben beschrieben liegen die Anregungsfrequenzen in beiden Fällen auf gleichem Niveau. Daher wird die Rechnung vereinfacht, indem ein Signal erzeugt wird, das auf beide Knoten einwirkt.

4.2 Virtuelle Sensoren

Wie in dem Beispiel mit dem Masse-Feder—Dämpfer Modell aus Kapitel 2.4 können nun ein oder mehrere Knoten ausgewählt werden, an denen Messsignale geschätzt werden sollen. Diese Knoten werden virtuelle Sensoren genannt. In dem Beispiel des Masse-Feder-Dämpfer Modells wurde der erste Freiheitsgrad bzw. die Masse eins verwendet. An diesem FE-Modell gibt es durch die größere Anzahl an Knotenpunkten und die dritte Dimension, die zusätzliche Freiheitsgrade mit sich bringt, deutlich mehr Möglichkeiten. In diesem Fall ist schon die Transformation der Freiheitsgrade auf modale Koordinaten, siehe Gleichung (2.16) bis Gleichung (2.27), notwendig, die am Beispiel des Masse-Feder-Dämpfer Modells bereits demonstriert wurde. Die modale Transformation führt bei komplexen FE-Modellen u.a. zu einer erheblichen Verbesserung der Rechenzeiten. Ein

⁸ Quelle: [3, S. 57, Abb. 3.5]

weiterer Vorteil, welcher hier von größerer Bedeutung ist, ist die gezielte Auswahl der Moden, die an der Schätzung der Messsignale für die virtuellen Sensoren beteiligt sind. Die Auswahl der Moden ist sinnvoll, da bei gleichbleibender Anzahl von Sensoren mit steigender Anzahl der Moden die Redundanz sinkt [3].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde Knoten 27 als virtueller Sensor gewählt, siehe Abbildung 3.3. Er befindet sich nahe des Fußpunktes am Tripod und stellt damit einen typischen Hotspot für OWEA mit Tripods dar [3]. Dieser besitzt die gleichen Freiheitsgrade wie die übrigen Messsensoren. In dieser Arbeit sind die Freiheitsgrade begrenzt auf die x- und y-Achse, also die Hauptwindrichtung und quer zur Hauptwindrichtung (HWR bzw. QHWR).

4.3 Ergebnisse der Validierung

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der Validierung aufgelistet. Um den Umfang gering zu halten, werden nur wenige Ergebnisse dargestellt. Es geht in erster Linie darum, zu sehen wann und unter welchen Umständen die Genauigkeit des Systems beeinträchtigt wird. Die Kraftereinleitung, welche für jede Berechnung an den Knoten 8 und 24 angreift, wurde einmalig erzeugt und für alle Berechnungen verwendet, um eine gute Basis für den Vergleich zu bilden. Die verschiedenen Rechnungen werden in diesem Kapitel ausschließlich mit dem Effektivwert verglichen.

4.3.1 Einfluss von Sensoranzahl und Anzahl virtuellen Sensoren

Bei den in diesem Unterkapitel vorgestellten Ergebnissen wurden die Moden eins, zwei und fünf für die Berechnung genutzt, siehe Abbildung 3.4 und Abbildung 3.5. Um diese Arbeit übersichtlich zu halten wurde darauf verzichtet, große Auswertungstabellen hier oder im Anhang einzufügen.

Werden nun gezielt die Werte von Knoten 27 in Abhängigkeit der Messstellen und weiteren Schätzstellen verglichen, so fällt auf, dass es eine gewisse Unempfindlichkeit im System gibt, denn der RMSE schwankt nur minimal im Bereich 10^{-18} bis 10^{-20} , siehe dazu auch Abbildung 4.5. Die ersten signifikanten Unterschiede sind zu erkennen, wenn das System mit nur einer Messstelle und insgesamt 7 Schätzstellen rechnet. Dann ergibt sich ein RMSE von 10^{-5} , jedoch nur für die y-Richtung von Knoten 27, die x-Richtung bleibt bei einem RMSE von 10^{-19} . Dies ist auf die gewählten Moden und den dadurch entstandenen Informationsgehalt zurückzuführen. Der Einfluss von der Anzahl der Messstellen und der Anzahl der Schätzstellen ist demnach weniger interessant.

4.3.2 Einfluss der Modenanzahl und Sensoranzahl

Auch hier wurde wieder der Knoten 27 als virtueller Sensor zu Grunde gelegt. Es werden hier die Ergebnisse aus drei ausgewählten Messungen vorgestellt, es wurden die Sensoren 9, 14, 18, 21 und 54 als Messsensoren gewählt und die ersten sieben Moden des Systems. In Abbildung 4.3 ist der Verlauf des RMSE der einzelnen Messungen zu erkennen, jede Messung hat einen RMSE für die x- und einen für die y-Richtung. In Messung 1 wurden alle oben genannten Messsensoren verwendet, in Messung 2 wurden die Sensoren 9, 14 und 18 verwendet und in Messung 3 nur noch der Sensor 18, siehe

dazu auch Abbildung 3.3. Eine Datentabelle, aus denen das Diagramm erstellt wurde, ist unter Anhang C zu finden.

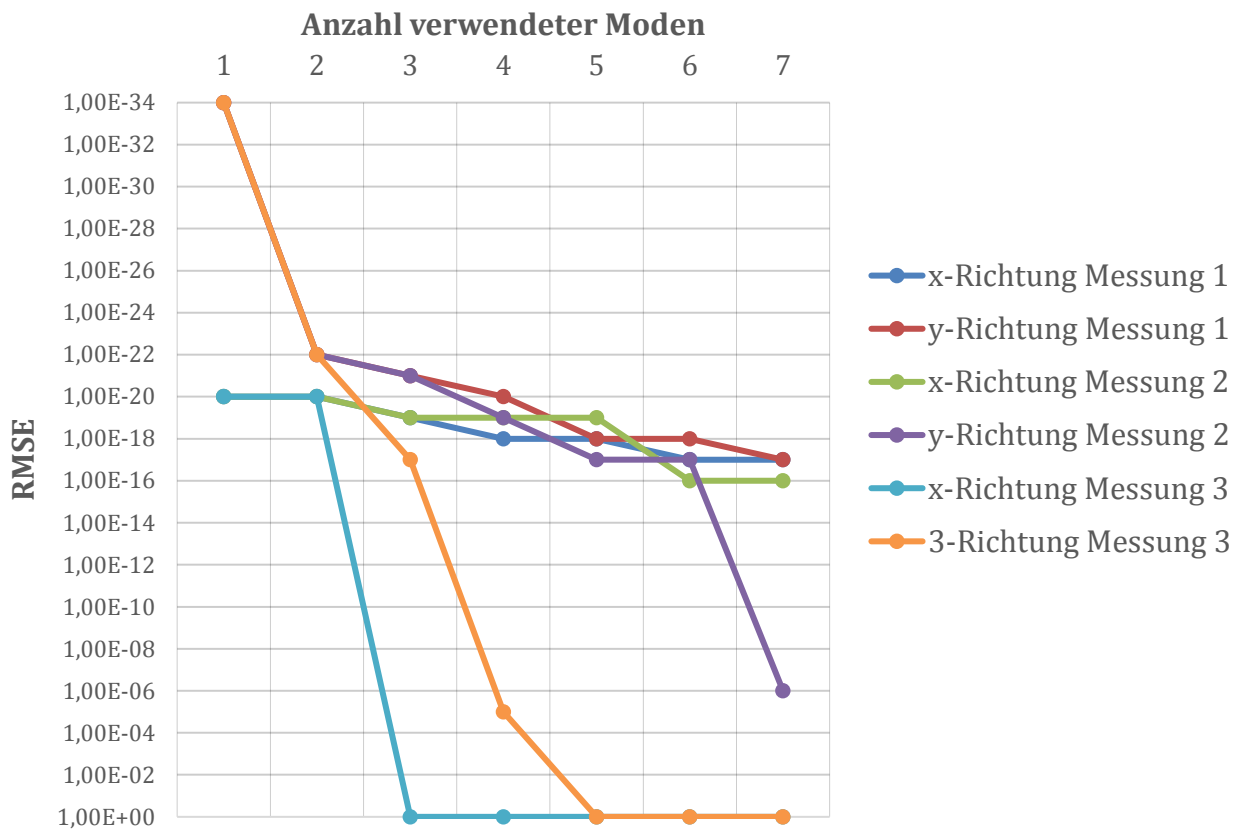


Abbildung 4.3: Verlauf des RMSE in Abhängigkeit von der Anzahl der betrachteten Moden für drei Messungen

Es fällt auf, dass der RMSE mit steigender Anzahl an Moden bei allen Messungen steigt. Weiterhin ist zu sehen, dass die Messung 1 auch bei 7 Moden noch die besten Ergebnisse liefert, wohingegen bei Messung 3 schon ab der dritten Mode keine brauchbaren Ergebnisse mehr vorliegen. Eine Erklärung dafür liefert [3]:

Bei der Anwendung der Mutual Information Methode auf Schwingungssignale, die aus einer stochastischen Anregung von linearen Strukturen entstanden sind, muss beachtet werden, dass sich diese aus mehreren Schwingungsmoden zusammensetzt. D.h. dass mit steigender Anzahl der Schwingungsmoden die Redundanz zwischen den Signalen stammend von unterschiedlichen Sensoren sinkt. Um die Redundanz zwischen den Sensorsignalen zu gewährleisten, müssen diese so gefiltert werden, dass die Anzahl der Moden in den Signalen kleiner ist als die betrachtete Anzahl der Sensoren. [3] S. 128

Es lässt sich daher sagen, dass mehr Messsensoren benötigt werden als für die Berechnung verwendete Moden. Andernfalls sinkt die Redundanz zwischen den Messsignalen. Diese enthalten dadurch mehr Informationen als das FE-Modell besitzt, dies führt zu fehlerhafte Ergebnisse.

4.3.3 Einfluss der Modellqualität

In diesem Abschnitt soll die Notwendigkeit eines möglichst genauen FE-Modells veranschaulicht werden. Es wird das bisherige FE-Modell für die Modale Expansion genutzt. Die Messsignale dagegen werden von dem geänderten FE-Modell aus Abbildung 3.6 für die Berechnung der Effektivwertanalyse genutzt. Gemessen wurde an den Knoten 9, 14 und 18, die für die Berechnung verwendeten Moden waren 1,2 und 5, der Knoten 27 diente erneut als virtueller Sensor.

In Abbildung 4.4 sind die Beschleunigungswerte für das FE-Modell aus Abbildung 3.6 in x- und y-Richtung dargestellt. Der RMSE beträgt für die x-Richtung $0,197 \cdot 10^{-3}$ und für die y-Richtung $2,187 \cdot 10^{-3}$. Der rote Graph ist sehr deutlich zu erkennen und zeigt die falsch berechneten Beschleunigungswerte an Knoten 27 auf Grund der geänderten Steifigkeiten.

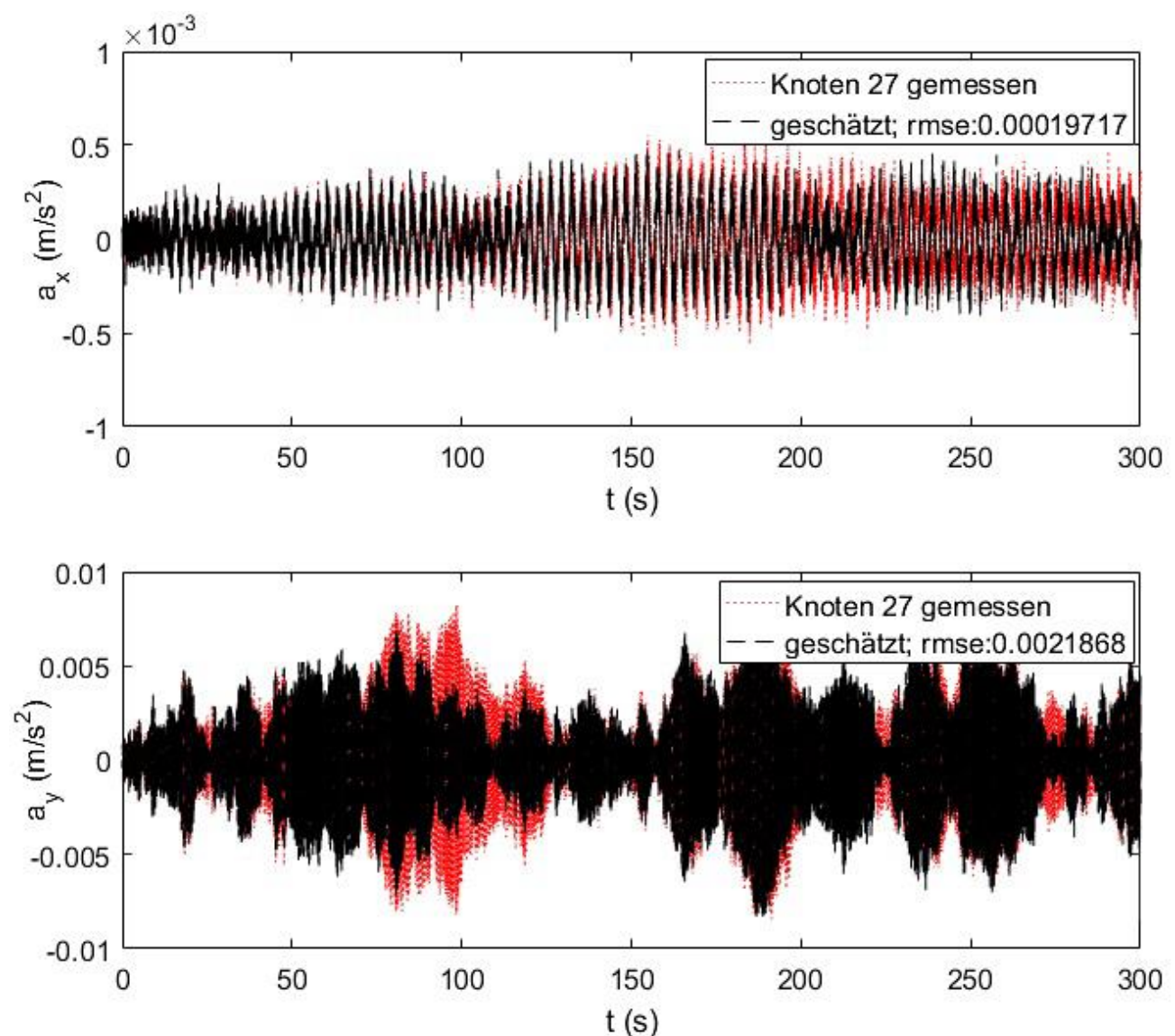


Abbildung 4.4: Beschleunigungswerte von Knoten 27 und RMSE vor der Validierung

Im Vergleich dazu sind in Abbildung 4.5 die Beschleunigungswerte für ein ideales FE-Modell dargestellt. Der rote Graph ist vollständig von dem schwarzen Graphen überlagert, das bedeutet, dass die geschätzten Beschleunigungswerte an Knoten 27

nahezu identisch mit den gemessenen Beschleunigungswerten sind. Es wurde das Ursprungsmodell für die Modale Expansion als auch für die Messsignale verwendet. Es zeigt, was mit einem optimalen Modell möglich ist. Der RMSE beträgt in diesem Fall für die x-Richtung $7,44 * 10^{-20}$ und für die y-Richtung $1,4 * 10^{-18}$.

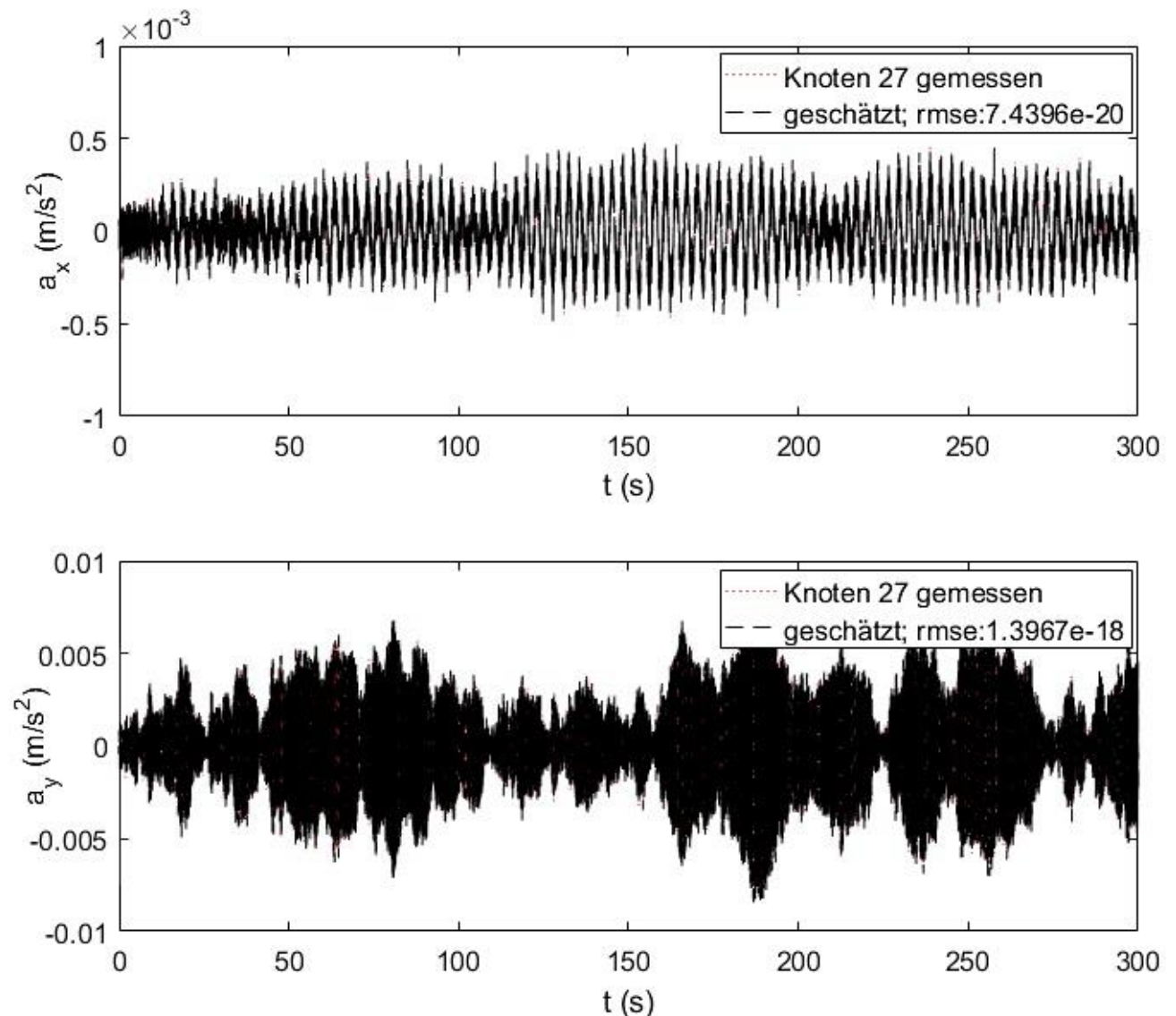


Abbildung 4.5: Beschleunigungswerte von Knoten 27 und RMSE für ein ideales Modell

4.3.4 Einfluss der Messsignalqualität

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Messsignalqualität demonstriert. Die zuvor simulierten Beschleunigungswerte des FE-Modells wurden durch ein zusätzliches weißes Rauschen erweitert, so wird eine schlechtere Messsignalqualität simuliert. Für diesen Zweck wird das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis (SNR) verwendet.

$$SNR = (RMS(Signal)/RMS(Rauschen))^2$$

Es ist definiert als das Quadrat des Verhältnisses zwischen dem RMS des ursprünglichen Signals vor der Filterung und dem RMS des verrauschten Signals und wird in dieser Arbeit in Dezibel angegeben.

Abbildung 4.6 zeigt deutlich den Fehler der Berechnung des verrauschten Signals mit $SNR = 60dB$. Durch die unterschiedliche Skalierung der Vertikalachse ist besonders im oberen Plot der Fehler deutlich zu erkennen. Der RMSE von 10^{-5} sowohl für die x- als auch für die y-Richtung machen aber deutlich, dass die Abweichungen in beide Orientierungen gleich stark ausfallen.

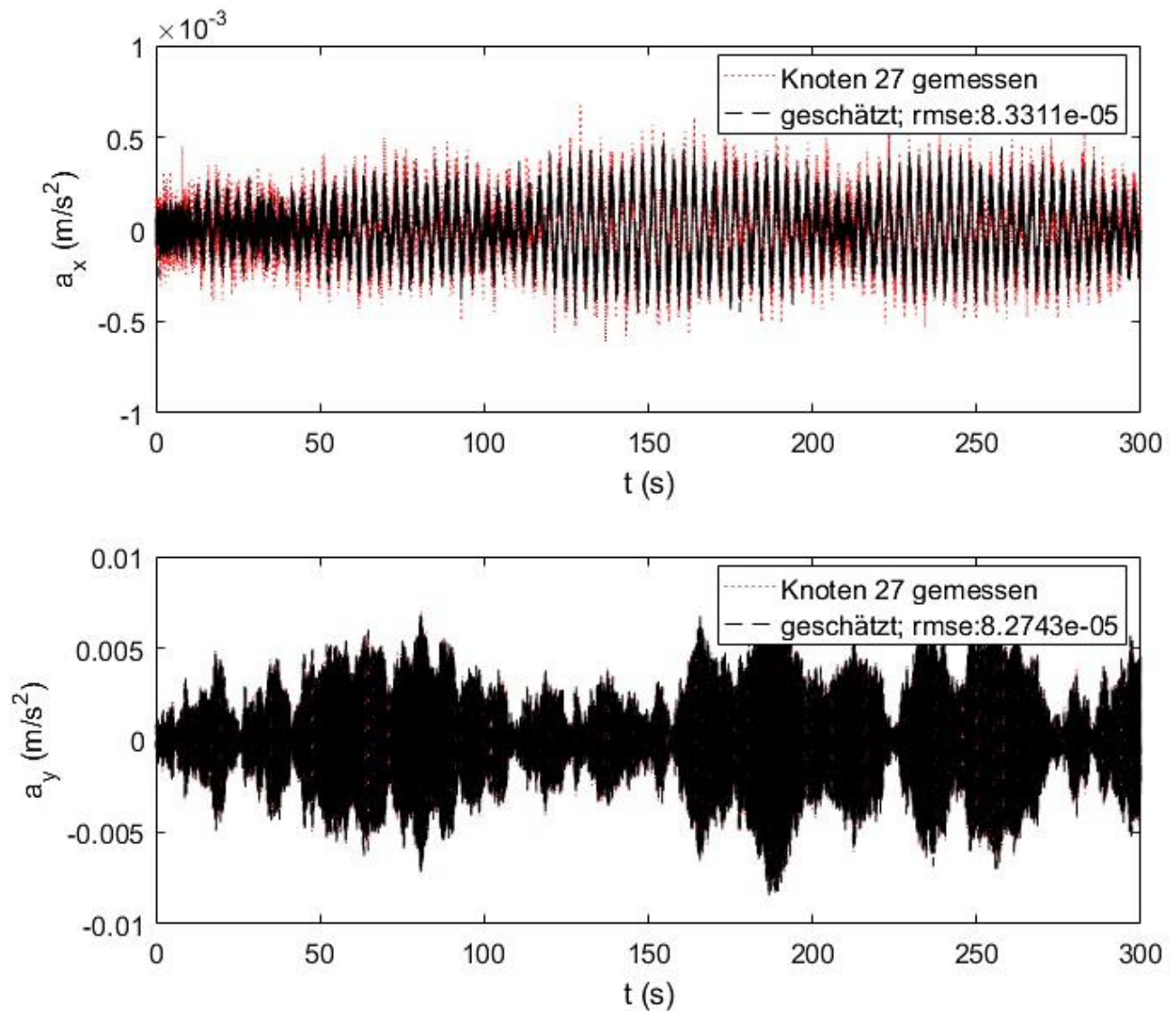


Abbildung 4.6: RMSE bei fehlerhaftem Signal mit einem SNR von 60dB

Bei dem Wert $SNR = 55dB$ ist der RMSE dagegen schon auf 10^{-4} gestiegen, wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist. Sehr deutlich zu erkennen ist im oberen Plot der schwarze Graph. Dies sind die verkehrt geschätzten Messsignale an Knoten 27 in x-Richtung.

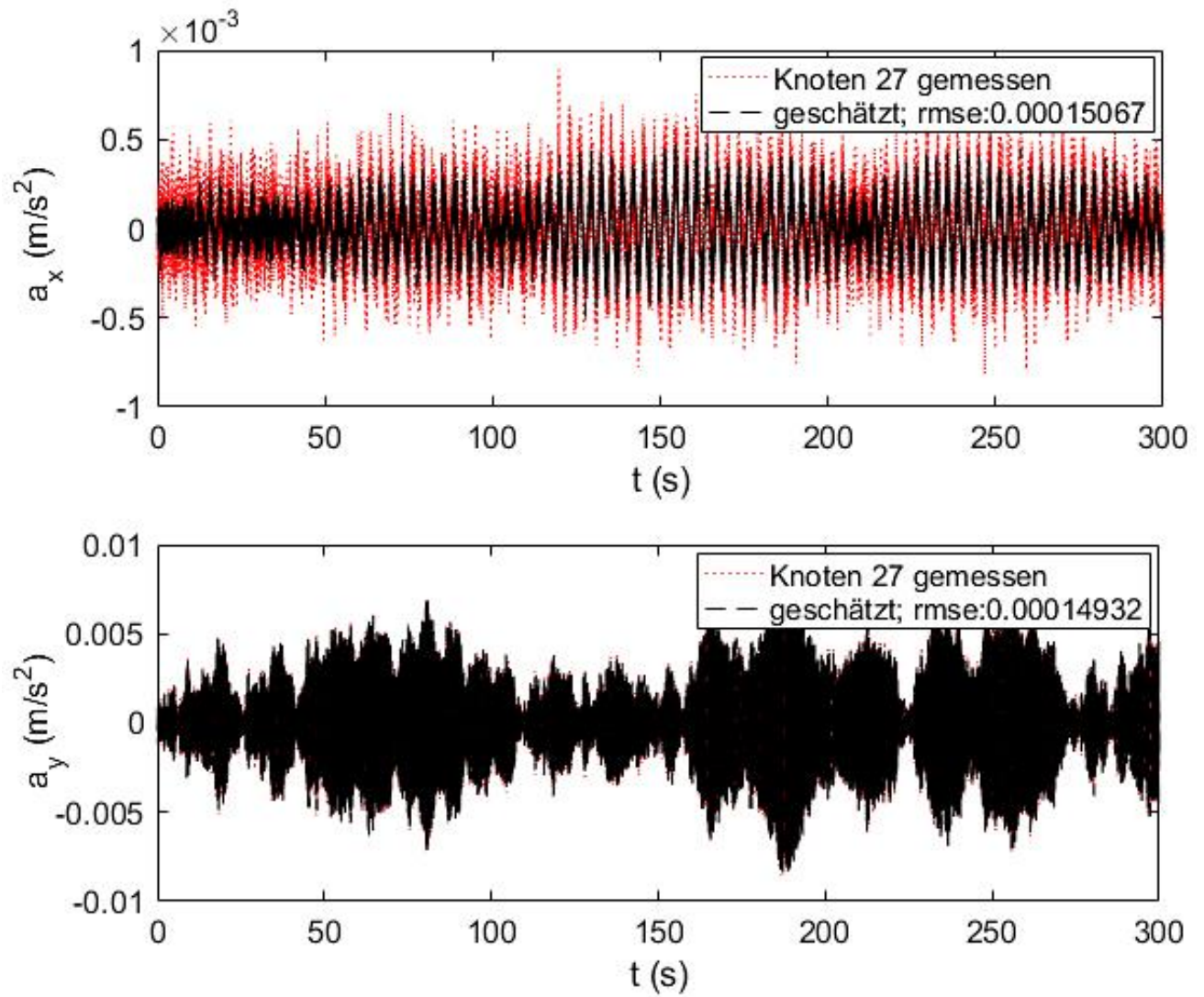


Abbildung 4.7: RMSE bei fehlerhaftem Signal mit einem SNR von 55dB

5 Fazit und Ausblick

Ziel der Arbeit war die Entwicklung und Validierung eines Algorithmus zur Schätzung von Messsignalen schwingungsfähiger Systeme. Hierzu wurde in Kapitel 2.4 zuerst ein einfaches Modell mit einem Freiheitsgrad verwendet. Die Funktionsweise lässt sich daran gut veranschaulichen. Zudem sind erste Messergebnisse einfach zu demonstrieren. Der Algorithmus wurde anschließend aufgearbeitet, sodass ein Einfaches und praxisorientiertes FE-Modell, siehe Kapitel 3, mit 408 Freiheitsgraden implementiert werden konnte. An dieser Stelle wurde die Modale Zustandsraumdarstellung, welche vorher nur zu Demonstrationszwecken diente, zur Pflicht. Mithilfe der Modalanalyse und der Modalen Reduktion. Dadurch können Modelle mit sehr vielen Freiheitsgraden so reduziert werden, dass nur noch wenige Differentialgleichungen für die Berechnung notwendig sind. Dies beschleunigt die Rechenzeiten enorm.

In Kapitel 4.1 wurde außerdem die Bedeutung der Umgebungs- und Betriebszustände (EOC) für die Veränderung der dynamischen Eigenschaften eines Systems erläutert. Dies müsste für künftige Projekte weiter vertieft und für diesen Algorithmus genauer untersucht werden. Eine weitgehende Betrachtung zu diesem Thema ist bereits in der Quelle [3] zu finden. Das hier verwendete Skript könnte erweitert werden, sodass die Umgebungseinflüsse bei den Berechnungen berücksichtigt werden und auch unter schwierigen Bedingungen verlässliche Ergebnisse entstehen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Algorithmus auch auf Grenzen der Nutzbarkeit untersucht. Einige wesentliche Ergebnisse dieser Validierungsaufgabe sind im Kapitel 4.3 zu finden. Es konnte festgestellt werden, dass die Sensitivität des Algorithmus in Abhängigkeit des Verhältnisses von der Anzahl der Messsensoren zu der Anzahl der virtuellen Sensoren sehr gering ist, siehe Kapitel 4.3.1. In Kapitel 4.3.2 wurde die Empfindlichkeit der verwendeten Moden im Verhältnis zu den verwendeten Messsensoren vorgestellt. Es ist hier wichtig zu erwähnen, dass nicht nur die Anzahl der Moden, sondern auch die gewählten Moden durch den jeweiligen Informationsgehalt eine sehr große Rolle spielen. Bei praxisnahen Projekten ist die Anzahl an Messsensoren stark limitiert, dadurch sollte man im Vorfeld genau bedenken, welche Moden betrachtet werden sollten, um keine Informationen des dynamischen Systems zu verlieren. Anschließend wurde noch ein zweites FE-Modell der Anlage mit veränderten Steifigkeiten eingeführt, an dem in Kapitel 4.3.3 der Einfluss der Modellqualität auf die Ergebnisse demonstriert wurde. Es kristallisierte sich heraus, dass der Einfluss sehr gravierend ist. Ein sorgfältiges Modell-Update sollte daher große Priorität besitzen. Abschließend wurde noch in Kapitel 4.3.4 ein weißes Rauschen den zuvor simulierten Beschleunigungswerten überlagert, um ein Messsignalrauschen zu simulieren. Die Effektivwertanalyse zeigte hier schon bei einem sehr hohen Signal-zu-Rauschen-Verhältnis starke Schwankungen, was auf eine sehr hohe Sensitivität gegenüber der Messsignalqualität schließen lässt. Dieses müsste jedoch noch genauer untersucht werden und wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht detailliert behandelt.

Als Ausblick für künftige Projekte basierend auf dieser Arbeit könnten reale Systeme mit Messsensoren ausgestattet werden, die durch ein detailgetreues FE-Modell nachgebildet werden. Es wäre dabei zwingend notwendig ein Modell-Update durchzuführen, um die Qualität der Ergebnisse hoch zu halten. Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass die Ergebnisse dort stärker schwanken würden als in diesem rein theoretischen Modell, da ein FE-Modell immer Abweichungen zu der realen Anlage enthält und somit nie exakt die Struktur samt Massen und Steifigkeiten einer realen Anlage wiedergeben kann. Daran anschließend könnten noch weitere Beobachter wie bspw. den Luenberger-Beobachter oder den Kalman-Filter implementiert werden, siehe dazu auch [3]. Diese könnten sich in bestimmten Bereichen gut ergänzen. In diesem Rahmen könnten noch Verfahren für die Sensorfehler-Identifikation eingearbeitet werden, wodurch defekte Sensoren ermittelt und von der Berechnung ausgeschlossen werden.

Literatur- und Quellenverzeichnis

- [1]. **New Lensszzenarien.** [Online] Shell. [Zitat vom: 27. Juli 2016.] <http://s06.static-shell.com/content/dam/shell-new/local/country/deu/downloads/pdf/shell-scenarios-german-05062013.pdf>.
- [2]. **Wesselak, Viktor und Schabbach, Thomas.** *Regenerative Energietechnik.* Berlin : Springer Vieweg, 2013. ISBN: 978-3-642-24164-2.
- [3]. **Kraemer, Peter.** *Schadensdiagnoseverfahren für die Zustandsüberwachung von Offshore-Windenergieanlagen.* Siegen : Universität Siegen, 2011. Bd. 3. ISSN: 2191-5601.
- [4]. **Juang, Jer-Nan.** *Applied System Identification.* New Jersey : Prentice Hall, 1994. ISBN: 978-0130792112.
- [5]. **Iliopoulos, Alexandros N., et al.** *Long-term Prediction of Dynamic Responses on an Offshore Wind Turbine Using a Virtual Sensor Approach.* Brussels : Vrije Universiteit Brussel.
- [6]. **Kuttner, Thomas.** *Praxiswissen Schwingungsmesstechnik.* Berlin : Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-658-04637-8.
- [7]. **Gasch, Robert und Twele, Jochen.** *Windkraftanlagen.* Berlin : Springer Vieweg, 2005. 978-3-322-99446-2.
- [8]. **Pierson, Jr., Willard J und Moskowitz, Lionel.** *A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S. A. Kitaigorodskii.* s.l. : Journal of Geophysical Research, 1964. DOI: 10.1029/JZ069i024p05181.
- [9]. **Windbyte.** [Online] [Zitat vom: 27. Juli 2016.] <http://www.windbyte.co.uk/safety.html>.

Anhang

Anhang A

```

clc; clear; close all
%% Einstellungen zur Moden und Dämpfung:
alpha = 0;
beta = 5e-5;
moden_nr = [1 2 3 4]; % Modenauswahl zur transf. auf Modalkoordinaten
%% Mess-/Schätzkanäle:
schaetz_chan = [1];
mess_chan = setdiff([1 2 3 4 5],schaetz_chan);
disp(['"Fehlendes" Messkanal:      ',num2str(schaetz_chan)])
disp(['"Gemessene" Kanäle:        ',num2str(mess_chan)])
%% Einzelmassen:
m1 = 1; m2 = 1.5; m3 = 1.2; m4 = 1.3; m5 = 1;
o = 0.01; % Zusatzmasse in kg
m11 = m1+o; m22 = m2+o; m33 = m3+o; m44 = m4+o; m55 = m5+o;
clear o;
%% Einzelsteifigkeiten:
k1 = 1.5e3; k2 = 1.1e3; k3 = 1.7e3; k4 = 2.0e3; k5 = 1.2e3; k6 = 1.5e3;
o = 1; % Abweichung der Steifigkeiten in Prozent
(aufaddiert)
k11 = k1+(k1*o)/100; k22 = k2+(k2*o)/100; k33 = k3+(k3*o)/100; k44 =
k4+(k4*o)/100; k55 = k5+(k5*o)/100; k66 = k6+(k6*o)/100;
clear o;
k11 = 1.575e3; k22 = 1.155e3; k33 = 1.785e3; k44 = 2.1e3; k55 = 1.26e3; k66 =
1.575e3;
fs = 50; % Abtastrate
method = 'modal';
%% Eingang + Zeitvektor
t = [0:1/fs:100];
fu1 = 1; omega1 = 2*pi*fu1;
fu2 = 4; omega2 = 2*pi*fu2;
fu3 = 12; omega3 = 2*pi*fu3;
feck = 20;
[Bcoeff,Acoeff]=butter(3,feck/(fs/2),'low');
u = 0.1.*sin(omega1*t)+0.2*sin(omega2*t)+0.15*sin(omega3*t); u =
u+randn(size(u))*var(u);
fuu = [fu1 fu2 fu3];
% u = randn(size(u));
u = filtfilt(Bcoeff,Acoeff,u);
% figure
% subplot(2,1,1)
% plot(t,u,'-k')
% xlabel('t (s)')
% ylabel('F (N)')
% title('Anregungssignal')
% subplot(2,1,2)
% [aF,fF]=pwelch(u,[],[],[],fs);
% plot(fF,aF,'-k')
% xlabel('f (Hz)')
% ylabel('PSD (N^2/Hz)')
% u = zeros(size(u)); u(10:11)=1; % Impuls
%% Masse/Steifigkeit:
M = [m1 0 0 0 0;0 m2 0 0 0;0 0 m3 0 0;0 0 0 m4 0;0 0 0 0 m5];
MM = [m11 0 0 0 0;0 m22 0 0 0;0 0 m33 0 0;0 0 0 m44 0;0 0 0 0 m55];
K = [k1+k2 -k2 0 0 0;-k2 k2+k3 -k3 0 0;0 -k3 k3+k4 -k4 0;0 0 -k4 k4+k5 -k5;0

```



```

0 0 -k5 k5+k6];
KK = [k11+k22 -k22 0 0 0;-k22 k22+k33 -k33 0 0;0 -k33 k33+k44 -k44 0;0 0 -k44
k44+k55 -k55;0 0 0 -k55 k55+k66];
%% Eigenfrequenzen:
[moden,lam] = eig(K,M); %Phi: Eigenvektoren; lam: Eigenwerte
f = sqrt(diag(lam))./(2*pi); % Eigenfrequenzen
[modend,lamd] = eig(KK,MM);
fd = sqrt(diag(lamd))./(2*pi);
%% Eingang/Asgangmatrizen:
B2 = [0;0;0;0;1]; % Anregungsstelle
Ca = eye(size(K)); % Beschleunigungsmessfreiheitsgrade
B2idx = find(B2==1);
disp(['Anregung an der Stelle:      ',num2str(B2idx)]);
moden = moden(:,moden_nr);
disp(['Messzeit (s):                ',num2str(t(end))])
disp(['Abtastrate (Hz):            ',num2str(fs)])
disp(['Systemeigenfreq. (Hz):      ',num2str(f)])
disp(['Berücksichtigte Moden:       ',num2str(moden_nr)])
disp(['Anregungsfreq. (Hz):         ',num2str(fuu)])
%% Transformation auf modalen Koordinaten:
[sys,Mmod,Kmod,Cmod] = pk_zr_modall(moden,M,K,alpha,beta,Ca,B2);
[sysd,Mmodd,Kmodd,Cmodd] = pk_zr_modall(modend,MM,KK,alpha,beta,Ca,B2);
%% Zeitreihen (Beschleunigungssimulation):
[ymatBesch]=lsim(sys,u,t);
[ymatBeschd]=lsim(sysd,u,t);
%% Modale Expansion
amess = ymatBesch(:,mess_chan); % Gemessene Beschleunigungen an
den Stellen von mess_chan
% amess = ymatBeschd(:,mess_chan);
a_ = ymatBesch(:,schaetz_chan); % Geschätzte Beschleunigungen an
den Stellen von schaezt_chan
% a_ = ymatBeschd(:,schaetz_chan); % Geschätzt mit geänderten
Massen und Steifigkeiten
Phim = moden(mess_chan,:); % Eigenvektoren der gemessenen
Stellen/Massen
Phip = moden(schaetz_chan,:); % Eigenvektoren der geschätzten
Stellen/Massen
am = pinv(Phim)*amess';
ap = moden*am;
a_ = filtfilt(Bcoeff,Acoeff,a_);
ap = filtfilt(Bcoeff,Acoeff,ap'); ap = ap';
%% Plots:
figure
subplot(3,1,1)
plot(t,a_,'displayname',['Kanal ',num2str(schaetz_chan),' gemessen']) %plot
a_
hold on
plot(t,ap(schaetz_chan,:), '--r','displayname',['Kanal
',num2str(schaetz_chan),' geschätzt aus ',num2str(mess_chan)]) %plot ap
legend toggle
xlabel('t (s)')
ylabel('a (m/s^2)')
axis tight
title('Systemantwort')
subplot(3,1,2)
plot(t,a_ - ap(schaetz_chan,:),' -k','displayname',['differenz RMS
',num2str(rms(a_ - ap(schaetz_chan,:))),' m/s^2']) %plot differenz a_ zu ap
% plot(t,a_ - ap(schaetz_chan,:),' -k','displayname','differenz') %plot
differenz a_ zu ap
legend toggle
xlabel('t (s)')
ylabel('a (m/s^2)')

```

```
axis tight
[ame,fme]=pwelch(a_,[],[],[],fs);
[ase,fse]=pwelch(ap(schaetz_chan,:),[],[],[],fs);
disp(['Fehlschätzung RMS (m/s^2): ',num2str(rms(a_-ap(schaetz_chan,:)))])
subplot(3,1,3)
plot(fme,10*log10(ame),'displayname',['Kanal ',num2str(schaetz_chan),'
gemessen'])
hold on
plot(fse,10*log10(ase),'-r','displayname',['Kanal ',num2str(schaetz_chan),'
geschätzt aus ',num2str(mess_chan)])
legend toggle
xlabel('f (Hz)')
ylabel('PSD (dB)')
axis tight
% disp(['          '])
% disp(['Weitere Systemeigenschaften:'])
% disp(['Massenmatrix: M = '])
% disp([num2str(M)])
% disp(['Steifigkeitsmatrix: K = '])
% disp([num2str(K)])
% disp(['Massenmatrix (modal): Mmod = '])
% disp([num2str(Mmod)])
% disp(['Steifigkeitsmatrix (modal): Kmod = '])
% disp([num2str(Kmod)])
% disp(['Dmod = alpha*Mmod+beta*Kmod; mit alpha = 0 und beta =
',num2str(beta)])
% disp(['Dämpfungsmatrix (modal): Dmod = '])
% disp([num2str(Cmod)])
% disp(['          '])
% disp(['Weitere Systemeigenschaften:'])
% disp(['Massenmatrix: MM = '])
% disp([num2str(MM)])
% disp(['Steifigkeitsmatrix: KK = '])
% disp([num2str(KK)])
```

Anhang B

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -286,2 & 0 & 0 & 0 & -0,014 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1382,1 & 0 & 0 & 0 & -0,069 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2727,2 & 0 & 0 & 0 & -0,136 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3364,2 & 0 & 0 & 0 & -0,168 \end{bmatrix}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,226 \\ 0,433 \\ 0,622 \\ 0,553 \end{bmatrix}$$

$$C_m = \begin{bmatrix} -63 & 587 & -1807 & 1890 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -133 & 650 & 208 & -1313 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -144 & -102 & 1010 & 512 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -129 & -656 & 38 & 1030 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -64 & -598 & -1695 & -1860 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_m = \begin{bmatrix} -0,033 \\ 0,07 \\ -0,169 \\ 0,13 \\ 0,931 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 286,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1382,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2727,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3364,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4951,9 \end{bmatrix}$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} 0,2214 & -0,4249 & 0,6628 & -0,5619 \\ 0,4656 & -0,4705 & -0,0766 & 0,3904 \\ 0,5061 & 0,0738 & -0,3707 & -0,1522 \\ 0,4536 & 0,4752 & -0,0141 & -0,3062 \\ 0,2255 & 0,4327 & 0,6219 & 0,5531 \end{bmatrix}$$

Die Zahlenwerte von den hier dargestellten Matrizen sind für die Übersichtlichkeit gerundet.

Anhang C

Messsensoren	Anzahl Moden	RMSE _x Knoten 27	RMSE _y Knoten 27
9,14,18,21,54	1	1E-20	1E-34
9,14,18,21,54	2	1E-20	1E-22
9,14,18,21,54	3	1E-19	1E-21
9,14,18,21,54	4	1E-18	1E-20
9,14,18,21,54	5	1E-18	1E-18
9,14,18,21,54	6	1E-17	1E-18
9,14,18,21,54	7	1E-17	1E-17
9,14,18	1	1E-20	1E-34
9,14,18	2	1E-20	1E-22
9,14,18	3	1E-19	1E-21
9,14,18	4	1E-19	1E-19
9,14,18	5	1E-19	1E-17
9,14,18	6	1E-16	1E-17
9,14,18	7	1E-16	1E-06
18	1	1E-20	1E-34
18	2	1E-20	1E-22
18	3	0	1E-17
18	4	0	1E-05
18	5	0	0
18	6	0	0
18	7	0	0

Versicherung über die Selbstständigkeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Hiermit versichere ich, Stephan Rediske, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Thema:

Modellgestützte Schätzung von Messsignalen schwingungsfähiger Systeme

ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

Hamburg, 25. Oktober 2016

Ort, Datum

Unterschrift