

# **Masterarbeit**

Maik Ladewich

## **Berechnung des Knallteppichs von Überschall-Flugtrajektorien**

*Fakultät Technik und Informatik  
Department Maschinenbau und Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science  
Department of Mechanical Engineering and  
Production Management*

**Maik Ladewich**

**Berechnung des Knallteppichs von  
Überschall-Flugtrajektorien**

Masterarbeit eingereicht im Rahmen der Masterprüfung

im Studiengang Master Berechnung und Simulation im Maschinenbau  
am Department Maschinenbau und Produktion  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit:  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.  
Luftransportsysteme  
Blohmstraße 20  
21079 Hamburg

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Ihlenburg  
Zweitprüfer: Dr.-Ing. Bernd Liebhardt

Abgabedatum: 26. August 2017

# Zusammenfassung

**Name des Studierenden:** Maik Ladewich

## Thema der Masterarbeit

Berechnung des Knallteppichs von Überschall-Flugtrajektorien

## Stichworte

Überschallflug, Überschallknall, Fernfeldpropagation von Schall

## Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Verbindung von der Berechnung von Schallpropagation im Fernfeld mit der Überschall-Flugtrajektorienplanung. Dazu wird der Überschallknall eines Flugzeugs als Geräusch zur Propagation betrachtet. Im Programm MATLAB® wird ein Algorithmus programmiert, der aus reellen Atmosphären-Daten und Flugtrajektorien-Daten das Areal unter der Flugtrajektorie bestimmt, indem der Schall hörbar ist. Dies wird als Knallteppich bezeichnet. Hierfür wird mittels der Schallspuretheorie der optischen Akustik die Ausbreitung des Schalls berechnet, um die Grenzen des Knallteppichs zu ermitteln. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Resultaten von Arbeiten wissenschaftlicher Institute bestätigt die Korrektheit der Umsetzung des mathematischen Modells in der Programmierung. Eine exemplarische Berechnung eines Knallteppichs, unter dem Einfluss von Atmosphären aus unterschiedlichen Jahreszeiten, zeigt den Einfluss der atmosphärischen Bedingungen auf. Mittels dieser Ergebnisse wird die Überschall-Flugtrajektorie bewertet. Im Rahmen der Bewertung kann eine Anpassung der Trajektorienplanung vorgenommen werden. Es treten Singularitäten in der Knallteppichberechnung auf, die eine Komplikation des Algorithmus in Bodennähe andeuten. Die Ergebnisse des Programms können dennoch gut verwendet werden, da die Singularitäten eindeutig sind und in der Auswertung analysiert und bewertet werden können.

## Summary

**Name of Student:** Maik Ladewich

## Master Thesis title

Calculation of Sonic-Boom Carpets of Super-Sonic Flight-Routing

## Keywords

Super Sonic Flight, Sonic Boom, Far-Field Propagation of Sound

## Abstract

Topic of the Thesis is the connection of calculating the sound propagation in the far field with super-sonic flight trajectory planning. The sonic boom of a plane is regarded as the sound. A program is created in MATLAB® which calculates the area under the flight trajectory in which the sound can be heard. This is the super sonic boom carpet. For that data about real atmospheric conditions and flight trajectory data is used. The Borders of the super sonic boom carpet are calculated with sonic ray theory of optical acoustics. The comparison of results from the program with calculations of research institutes gives a validation of the programmed algorithm. A calculation of the super sonic boom carpet shows the influences of atmospheric conditions. With these results the trajectory can be analyzed and assessed which leads to corrections and optimization of the trajectory. Singularities are appearing in the calculation of the carpet that indicate complications in the computation of the sonic rays close to the ground. Nevertheless, the results of the computations can be used. The distinct singularities can be analyzed in the assessment of the super-sonic flight trajectories.

## **Vorwort**

Diese Arbeit wurde im Institut Lufttransportsysteme, Lufttransportbetrieb und -infrastrukturen des Deutschen Zentrums für Luft und Raumfahrt am Standort Hamburg geschrieben. Ich möchte mich bei den Mitarbeitern und Studenten im Institut für Ihre Unterstützung und die Zusammenarbeit bedanken.

Mein besonderer Dank gilt meinen beiden Betreuern Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Ihlenburg von der HAW Hamburg und Herrn Dr.-Ing. Bernd Liebhardt vom Institut. Ihre Ratschläge und Unterstützung haben mir beim Erstellen dieser Arbeit stets geholfen.

Bedanken möchte ich mich auch bei meiner Familie, Freunden und Kommilitonen, die mich während des Studiums unterstützt haben und deren Ratschläge sehr hilfreich waren.

# Aufgabenstellung



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*  
**Department Maschinenbau und Produktion**

## Aufgabenstellung

für die Masterthesis

von Herrn Maik Ladewich

Matrikel-Nummer:  
2262599

**Thema:**  
**Berechnung des Knallteppichs von Überschall-Flugtrajektorien**

Nach dem Durchbrechen der Schallmauer erzeugen Überschallflugzeuge stetig starke Druckwellen, welche am Boden unter der Flugbahn als lauter Knall wahrgenommen werden. Dieser verursacht beträchtlichen Irritationen, so dass Überschallflug über Land weltweit eingeschränkt oder verboten ist.

Die Druckwellen werden auf ihrem Weg abwärts durch die Atmosphäre aufgrund der sich erhöhenden Schallgeschwindigkeit des akustischen Mediums Luft stetig gebeugt und schließlich nach oben abgelenkt. Dies bewirkt, dass der Schallknall nur innerhalb eines Streifens gewisser Breite unter der Flugbahn, dem „Knallteppich“, wahrgenommen wird, weil die Druckwellen den Boden ab einer gewissen Distanz nicht mehr erreichen. Zudem beeinflussen Winde die Lage des Knallteppichs erheblich.

Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten der atmosphärischen Propagation von Druckwellen sind wohlbekannt und dokumentiert. Außerdem verfügt DLR-LY über technische Daten verschiedener Überschallflugzeug-Entwürfe, Zugang zu Atmosphären-Datenbanken, vorentworfenen Flugrouten sowie ein Werkzeug zur Simulation von Überschall-Flugmissionen. In dieser Arbeit sollen, unter Einbeziehung spezieller atmosphärischer Zustände (insbesondere pessimaler Winde), Rechenmodelle für Überschall-Flugbahnen erstellt werden. Eine der beiden folgenden Varianten ist zu untersuchen:

1) **Direkte Berechnung:** Position und Breite des Knallteppichs für vorgegebene Überschall-Flugbahnen bestimmen, um laterale Mindestabstände zu Landmassen festzulegen zu können

2) **Inverse Berechnung:** Pufferzonen um Landmassen bestimmen, die im Überschallflug nicht durchfliegen werden dürfen.

Für die gewählte Variante sind Softwarelösungen zu erarbeiten.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b> .....	<b>4</b>
<b>Symbolverzeichnis</b> .....	<b>5</b>
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>7</b>
<b>2 Grundlagen</b> .....	<b>9</b>
2.1 Theorie des Schalls.....	9
2.2 Theorie des Überschallflugs.....	13
2.3 Überschallknall-Modellierung.....	19
2.4 Shadow-Zone.....	25
2.5 Flugdaten.....	26
2.6 Überschall-Flugtrajektorien.....	27
<b>3 Computerprogramm</b> .....	<b>30</b>
3.1 Struktur.....	30
3.2 Mathematisches Modell.....	32
3.3 Atmosphäreninterpolation.....	34
3.4 Numerische Methode.....	35
3.5 Ergebnisausgabe.....	37
3.6 Nutzen.....	39
3.7 Probleme.....	40
<b>4 Ergebnisse</b> .....	<b>41</b>
4.1 Validieren der Simulationsergebnisse.....	41
4.2 Schrittweisen-Konvergenz.....	48
4.3 Abstrahlwinkel-Genauigkeit.....	50
4.4 Ergebnis der Knallteppich-Berechnung einer Überschall-Flugtrajektorie.....	53
4.5 Atmosphärische Einflüsse.....	54
4.6 Weiterverwendung der Ergebnisse.....	59
4.7 Diskussion.....	61
<b>5 Fazit</b> .....	<b>64</b>
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>66</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>68</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b> .....	<b>73</b>
<b>Anhang</b> .....	<b>A1</b>
A. Erster Anhang.....	A1
B. Zweiter Anhang.....	A15

## Abkürzungsverzeichnis

CFD	Computational Fluid Dynamics
DARPA	Defense Advanced Research Projects Agency
NASA	National Aeronautics and Space Administration
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
lon	Longitude = Längengrad
lat	Latitude = Breitengrad
EWR	Newark Liberty International Airport, USA
FAB	Farnborough Airfield, UK
LHR	Flughafen London Heathrow, UK
NBO	Flughafen Jomo Kenyatta International, Kenia
MATLAB®	Berechnungsprogramm

## Symbolverzeichnis

$c$	Schallgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$D$	Flugrichtung	$[^\circ]$
$f$	Frequenz	$\left[\frac{1}{s}\right]$
$I$	Intensität des Schalls	$\left[\frac{W}{m^2}\right]$
$L$	Lautstärke	$[dB]$
$n, l$	Richtungskosinus von $\theta$	
$M$	Machzahl	
$M_{mol}$	Molare Masse	$[kg]$
$P$	Leistung	$[W]$
$p$	Druck	$[Pa]$
$p_0$	Atmosphärischer Druck	$[Pa]$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8,314 \frac{Nm}{K}$	$\left[\frac{Nm}{K}\right]$
$S$	Fläche	$[m^2]$
$s$	Strecke	$[m]$
$T$	Periode in der Schallwellen-Akustik	$[t]$
$T$	Temperatur in der geometrischen Akustik	$[K]$
$t$	Zeit	$[s]$
$u_i$	Wind in $\xi$ -Richtung	$\left[\frac{m}{s}\right]$



$v_i$	Wind in $\eta$ -Richtung	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$v$	Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$v$	Schallschnelle	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$x, y$	Flugzeugkoordinatensystem	$[m]$
$z$	Vertikale Koordinate	$[m]$
$\gamma$	Ausgangs-Wellennormalenorientierungs-Winkel (Winkel zwischen der Flugrichtung und der Wellennormalenebene)	$[^\circ]$
$\theta$	Winkel von der x-Koordinate zur Schallwellennormalen	$[^\circ]$
$\kappa$	Adiabaten Exponent	
$\lambda$	Startwert mit Bezug zur Machzahl	
$\mu$	Machwinkel	$[^\circ]$
$\xi, \eta$	Koordinaten des Referenzraums im Rechenkoordinatensystem	$[m]$
$\Phi$	Abstrahlwinkel	$[^\circ]$
$\omega$	Kreisfrequenz	$\left[\frac{rad}{s}\right]$

# 1 Einleitung

Die Modernisierung der Luftfahrt ist eine große Herausforderung. Ansätze hierfür sind unter anderem Einsparungen von fossilen Brennstoffen durch Flugplanungsoptimierungen oder alternative Antriebe, die Optimierung der Passagierauslastung zur Steigerung der Sitzplatzausnutzung an Bord und das Reduzieren der Flugdauer. Gerade Passagiere mit hohem Reisepensum haben Interesse daran, die Dauer einer Reise zu reduzieren. Da die Reisegeschwindigkeit der heutigen Passagierjets auf Geschwindigkeiten von weniger als Schallgeschwindigkeit limitiert ist, bedeutet eine Modernisierung hier, z. B. mit Überschall-Geschwindigkeit zu fliegen.

Der Ansatz, die Reisedauer mittels Überschallflug zu verringern, wurde mit der Concorde eingeleitet, die schon im Jahr 1976, für die British Airways, als kommerzieller Dienst mit Überschall flog. [1] Ein Flug mit Überschall-Geschwindigkeit erlaubt ein Überschreiten der bisherigen Reisegeschwindigkeiten. Die dadurch entstehende Reduzierung der Flugdauer ermöglicht die Nutzung des Marktpotentials von Tagesreisen via Lufttransport. Das Geschäftsmodell der Concorde war allerdings hierbei nicht so erfolgreich, wie es die technische Umsetzung war. Die hohen Betriebskosten, sowie Emissionen limitierten die flugbetriebliche Umsetzung auf nur zwei Airlines. [2]

Zu den nachteilhaften Emissionen eines Überschall-Flugzeugs gehört auch die Erzeugung einer Druckwelle, die am Boden als sehr lautes Geräusch wahrzunehmen ist. Der so genannte „Überschallknall“, der beim Flug über der Schallgeschwindigkeit entsteht, trifft den Beobachter sehr plötzlich und kann schwerwiegende Folgen haben. Daher sind Flüge, bei denen an Land, also auch für die Bevölkerung, ein Überschallknall zu hören ist, verboten [Bspw.: §38 (1), Luftverkehrs-Ordnung (LuftVO) vom 29.10.2015]. Demnach müssen zivile Überschallflüge so geplant werden, dass kein an Land hörbarer Überschallknall erzeugt wird.

Ein Ansatz, um die Problematik des Überschallknalls am Boden zu beheben, ist das so genannte „Low-Boom“-Design. Hierbei werden die zivilen Überschall-Flugzeuge aerodynamisch so gestaltet, dass der Überschallknall, den sie erzeugen, den Beobachter weniger plötzlich trifft und auch leiser ist. Diese Forschung zum „Low-Boom“-Design arbeitet darauf hin, die Regelungen zum erlaubten Überschallknall an Land zu überarbeiten. Für diese neuen Regularien werden groß angelegte Studien zu psychologischen Toleranzen durchgeführt, in

denen Knallintensität und -häufigkeit, also wie oft eine Person von einem Überschall-Flugzeug überflogen wird, in Relation zu Stress gesetzt werden. [2, pp. 18-26]

Alternativ dazu, können zivile Überschall-Flugrouten so geplant werden, dass die Phase des Überschall-Flugs nur mit genügend Sicherheitsabstand zu Landmassen erfolgt. Dabei werden die bestehenden Regularien zur Überschallknallemission fernab von Landmassen berücksichtigt. [3]

Allerdings muss erwiesen sein, dass der Sicherheitsabstand der Flugbahn zu Landmassen genügt. Dies könnte durch Versuche erwirkt werden. Jedoch spielen bei der Ausbreitung des Überschallknalls atmosphärische Bedingungen eine genauso große Rolle wie Flugdaten. Um also eine zuverlässige und an aktuelle Bedingungen angepasste Vorhersage zu bekommen, ist eine Computersimulation sehr hilfreich, die genau diese Aspekte miteinbezieht.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Bewertung von Überschall-Flugtrajektorien unter dem Aspekt der Überschallknall-Ausbreitung mit realen atmosphärischen Bedingungen. Dafür wird ein Rechenprogramm in MATLAB® geschrieben, welches die Ausbreitung des Überschallknalls simuliert. Besonders betrachtet werden dabei solche Überschall-Flugtrajektorien, die nahe an Landmassen vorbeiführen und das Risiko darstellen, dass der verursachte Überschallknall an Land zu hören sein könnte. Mithilfe der Ergebnisse aus den Analysen können dann Aussagen zu der Bewertung des Sicherheitsabstands getroffen werden. Das Rechenprogramm verwendet Daten von der Überschall-Flugtrajektorie wie Position, Flugrichtung, Flughöhe und Geschwindigkeit, um mithilfe der „Sonic Boom Ray Path Prediction“-Theorie, also der Überschallknall-Strahlenpfad-Vorhersage, das Areal unter der Flugtrajektorie zu bestimmen, indem der Knall zu hören ist.

## 2 Grundlagen

Dieses Kapitel umfasst die theoretischen Grundlagen dieser Arbeit. Es wird zunächst die allgemeine Physik des Schalls in einem Gas behandelt. Dabei geht es insbesondere um die Geräuschemission bewegter Schallquellen, die als Punktquellen im Raum betrachtet werden. Danach wird die Theorie des Überschalls beschrieben. Hier geht es um die Entstehung eines Überschallknalls und der zugrundeliegenden physikalischen Konzepte. Dann wird auf die mathematische Modellierung der Propagation des Überschallknalls eingegangen. Hierbei wird Bezug auf die Theorie des Überschalls genommen. Anschließend werden die Quelldaten beschrieben, die notwendig sind, um das mathematische Modell aufzubauen.

Damit ein Zusammenhang zwischen Überschallknall-Simulation und Überschall-Flugtrajektorien-Planung hergestellt werden kann, wird diesem Thema auch ein Kapitel gewidmet.

### 2.1 Theorie des Schalls

Um Schall wahrzunehmen, ist es notwendig, dass er zuerst von etwas „erzeugt“ oder verursacht wird. Nachdem der Schall verursacht wurde, muss er bis zu dem Punkt der Wahrnehmung gelangen. Schall hat also immer eine Quelle, von der eine Druckstörung ausgeht. Diese versetzt das umgebende Medium in Schwingung, welche sich in einem freien Raum sphärisch ausbreitet. Die Schwingungen können durch den Druck  $p$  definiert werden.  $p$  beschreibt den Betrag an Druckschwankung, der durch die Quelle erzeugt wurde. Die Schwankung des Drucks wird ausgehend vom atmosphärischen Druck  $p_0$  definiert. Jede Störung besitzt eine charakteristische Signalform, die bestimmt, wie das Schallereignis wahrgenommen wird. Um eine Schallstörung zu charakterisieren, müssen die Werte der Lautstärke und der Klangfarbe definiert werden. Dabei gilt die Klangfarbe nur für harmonische Schallereignisse. Die korrespondierenden Werte dazu sind der Schalldruck und die Frequenz. Die Frequenz  $f$  spielt für das menschliche Gehör dabei eine übergeordnete Rolle. Durch die Frequenz eines Schallereignisses kann definiert werden, wie ein menschliches Gehör dieses wahrnimmt. Der Hörbereich des menschlichen Hörens liegt ungefähr zwischen 16 Hz und 16.000 Hz. Dieser Bereich kann personenabhängig variieren. Liegt die Schallereignisabfolge unterhalb der unteren Frequenzgrenze (z.B. ein Klatschen), so können die einzelnen Schallereignisse noch

voneinander unterschieden werden. Überschreitet eine Schallereignisabfolge die untere Frequenzgrenze, wird es zu einem andauernden Geräusch. Die Frequenz  $f$  bezieht sich in der Akustik zumeist auf einen Ton, dessen Druckstörung als zeitlich sinusförmiger Verlauf beschrieben werden kann. [4]

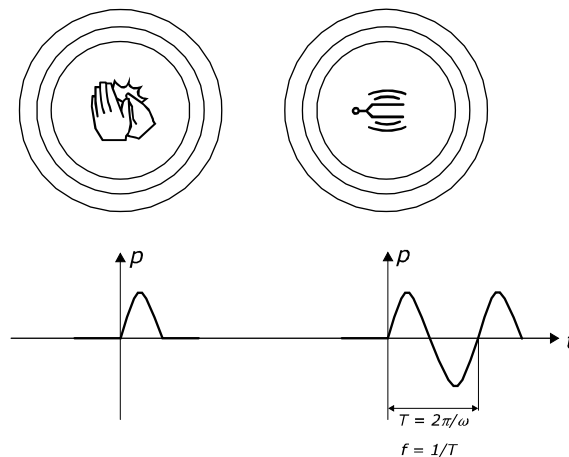


Abbildung 1: Impulsartiges Geräusch (Klatschen) und harmonisches Geräusch (Stimmgabel), „Clap“ und „Pitchfork“ von <https://thenounproject.com>, erstellt von **Deepz** und **Apmyp A6m** [Abgerufen am: 8. Mai 2017]

Zur Verdeutlichung der charakteristischen Werte eines Schallereignisses ist in Abbildung 1 die Signatur einer impulsartigen Druckstörung und die eines wiederkehrenden, harmonischen Tons idealisiert dargestellt.

Um festzustellen, wie ein Ton für das menschliche Gehör klingt, benutzt man die Frequenz  $f$ , die wie folgt definiert ist:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.1.1)$$

Dabei ist  $\omega$  die Kreisfrequenz, die sich auf den Sinusverlauf der Druckstörung eines Tons bezieht.

Für den Wert der Lautstärke, benutzt man die Hörschwelle als Referenz, die mit  $p_0 = 20 \times 10^6 \frac{N}{m^2}$  definiert wird (bei einer Frequenz von  $f = 1000 \text{ Hz}$ ). [4, p. 6] Die entstehende Definition der Lautstärke  $L$  eines Geräusches lautet dann:

$$L[dB] = 20 \log_{10} \frac{p[Pa]}{p_0[Pa]} \quad (2.1.2)$$

Auch für die Lautstärke gibt es Eingrenzungen für das menschliche Gehör. Die vom Menschen subjektiv empfundene Lautstärke eines Tons ist dabei allerdings frequenzabhängig. Diese Frequenzabhängigkeit wurde in Versuchen ermittelt und als „Hörfläche“ dokumentiert. [4, p. 10]

Zu den Gesetzmäßigkeiten des Schalls gehört auch das Verhalten bei der Schallausbreitung. Schallwellen bewegen sich, relativ zu einer örtlichen Achse, als Störung durch das umgebende Medium im freien Raum. Sie erzeugen dabei lokale Verdichtungen, die durch den Druck beschrieben werden. Somit bewegt sich im Medium lokal und momentan gespeicherte Energie mit den Schallwellen mit. Diese Energie setzt sich gemäß dem Ersatzmodell „Kettenleiter“ aus potentieller  $E_{pot} = \frac{1}{2} \frac{F^2}{s}$  und kinetischer Energie  $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$  zusammen. Dabei ist  $F$  die Kraft, mit der die Feder zusammengedrückt wird, und  $v$  die Geschwindigkeit, mit der sie zusammengedrückt wird (Schallschnelle). Das Ersatzmodell beschreibt die Ausbreitung von Schallwellen im eindimensionalen als abwechselnd linear angeordnete Massen  $m$  und Federn mit Federsteifigkeit  $s$ . Ein Gas ist also ein elastisches Medium mit Masse.

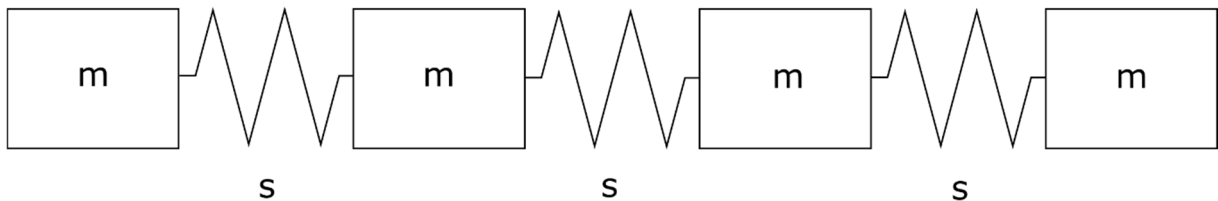


Abbildung 2: Kettenleiter als Ersatzmodell für die Ausbreitung einer Schallwelle [4]

Der Energietransport wird besser durch die Leistungsgröße  $P$  beschrieben, die örtlich verteilt ist und somit auch die Fläche der Schallwelle  $S$  berücksichtigen muss, durch die die Leistung  $P$  tritt. Die Leistung  $P$  wird durch die Formel 2.1.3 im Eindimensionalen definiert.

$$P = I \times S \quad (2.1.3)$$

Die Größe  $I$  ist die Intensität, die einen Vektor in Schallwellenausbreitungs-Richtung bildet. Sie wird Schallleistungs-Flächendichte genannt. Die Intensität wird aus dem Produkt von

Schalldruck  $p$  und Schallschnelle  $v$  errechnet. Dabei beschreibt die Schallschnelle den Schwingvorgang einer sich durch einen freien Raum bewegenden Schallwelle. [4, p. 33]

$$I = p \times v \quad (2.1.4)$$

Die Leistung einer Schallwelle, die durch die Fläche  $S$  tritt, ergibt sich aus 2.1.5, wobei  $dS$  das vektorielle Flächenelement ist, welches überall senkrecht auf der Fläche  $S$  steht.

$$P = \int I dS \quad (2.1.5)$$

Bei gleichbleibender Leistung nimmt die Intensität des Schalls bei der Ausbreitung durch die Vergrößerung der Fläche  $S$  ab.

Schall breitet sich in einem unbewegten gasförmigen Medium mit der Schallgeschwindigkeit  $c$  aus.

$$c = \sqrt{\frac{\kappa R T_0}{M_{mol}}} \quad (2.1.6)$$

Die Schallgeschwindigkeit ist nur vom Material und der Temperatur abhängig, wobei der Adiabatenexponent  $\kappa$ , die universelle Gaskonstante  $R$ , die Temperatur  $T_0$  und die molare Masse  $M_{mol}$  Zustandsgrößen des umgebenden Mediums, z. B. Luft, sind. Die konstanten Werte für Luft sind der Adiabatenexponent  $\kappa = 1,4$ , die universelle Gaskonstante  $R = 8,314 \frac{N m}{K}$  und die molare Masse  $M_{mol} = 28,8 \times 10^{-3} kg$ . [4, pp. 21, 24, 27]

Ohne Hindernisse und Reflexionen breitet sich Schall in einem ruhenden Medium stets sphärisch mit Schallgeschwindigkeit aus (Abbildung 3, a). Die Schallsignale, die kontinuierlich von der Quelle abgegeben werden, haben stets die gleiche Laufzeit zu einem ruhenden Empfänger.

Im Fall einer bewegten Schallquelle kommt es zu eventueller Überlagerung der Schall-„Sphären“. Dies bedeutet, dass die Laufzeiten der Schallsignale von der Quelle zum unbewegten Beobachter variieren. Der Grund dafür ist der sich ändernde Abstand zwischen

Schallquelle und Empfänger. Die Frequenzen, die von der Schallquelle abgesendet werden, sind dabei anders als jene, die bei dem Empfänger eingehen. Dieses physikalische Phänomen wird als Doppler-Effekt bezeichnet (Abbildung 3, b). Wenn die Geschwindigkeit der Schallquelle die Schallgeschwindigkeit erreicht, legen sich die Fronten der Schall- „Sphären“ in Bewegungsrichtung der Schallquelle übereinander (Abbildung 3, c). Das ist die Überlagerung der zu unterschiedlichen Zeitpunkten abgegebenen Schallsignale. [4]

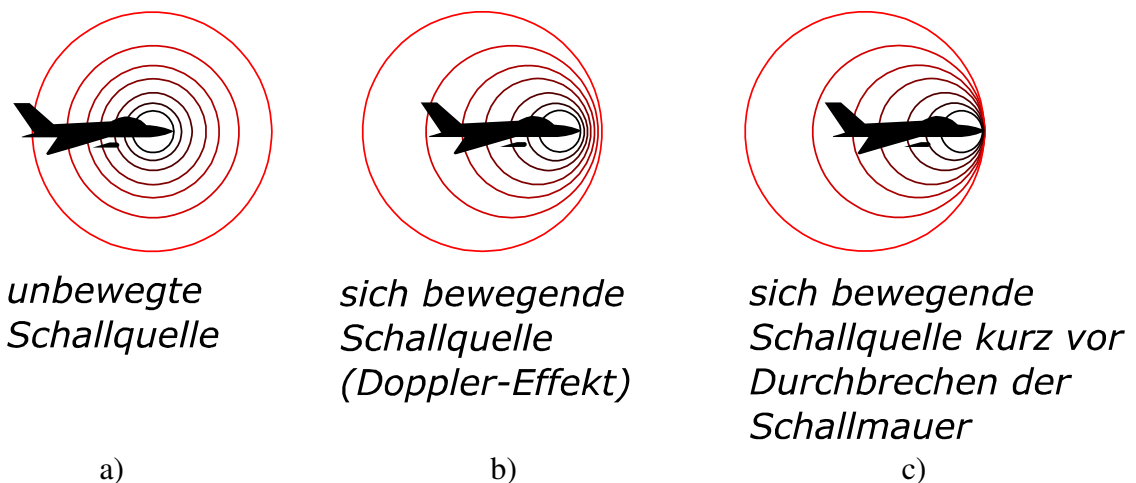


Abbildung 3: Vergleich einer bewegten Schallquelle zu einer Unbewegten aus der Perspektive eines unbewegten Beobachters [5], „Jet Plane“ von <https://thenounproject.com>, erstellt von **Juan Garcés** [Abgerufen am: 8. Mai 2017]

## 2.2 Theorie des Überschallflugs

Jeder sich in der Luft bewegende Körper erzeugt eine Druckstörung, da er Luft in der Menge des eigenen Volumens verdrängt. Ein fliegender Körper, wie ein Flugzeug, erzeugt zusätzliche Druckstörungen. Durch den Antrieb und den Auftrieb, der nötig ist um ein Flugzeug in der Luft zu halten, werden Druckstörungen im umgebenen Medium Luft erzeugt. Diese Druckstörungen sind als Geräusch wahrzunehmen und propagieren mit Schallgeschwindigkeit in alle Richtungen durch die Atmosphäre. [2] [6]

Wenn eine bewegte Quelle die Schallgeschwindigkeit überschreitet, dann ist die Geschwindigkeit der Druckwellenausbreitung mit Schallgeschwindigkeit geringer als die Quellengeschwindigkeit. Schall, der von der bewegten Quelle erzeugt wird, ist bei



Überschallgeschwindigkeit stets hinter dem bewegten Körper (mit Referenz zur Bewegungsrichtung). Es entsteht eine Grenzfläche, die das Areal, in dem der Schall der bewegten Quelle wahrgenommen werden kann, von dem Gebiet abtrennt, in dem der Schall nicht wahrgenommen werden kann. Diese Grenzfläche bewegt sich mit dem Körper und ist als Machkegel bekannt. Dieses Verhalten ist der Grund, warum eine sich mit Überschall bewegend Schallquelle erst bemerkt wird, nachdem sie den Empfänger passiert hat.

Die Machzahl beschreibt die Geschwindigkeit der Schallquelle  $v$  relativ zur Schallgeschwindigkeit im umliegenden Medium  $c$ .

$$M = \frac{v}{c} \quad (2.2.1)$$

Der Machkegel hat einen innen liegenden Winkel, der als Machwinkel  $\mu$  bezeichnet wird. Dieser Winkel ist direkt abhängig von der Geschwindigkeit des Flugzeugs. Er wird von der Flugtrajektorie bis zum Kegel gemessen (Abbildung 4).

$$\sin \mu = \frac{1}{M} \quad (2.2.2)$$

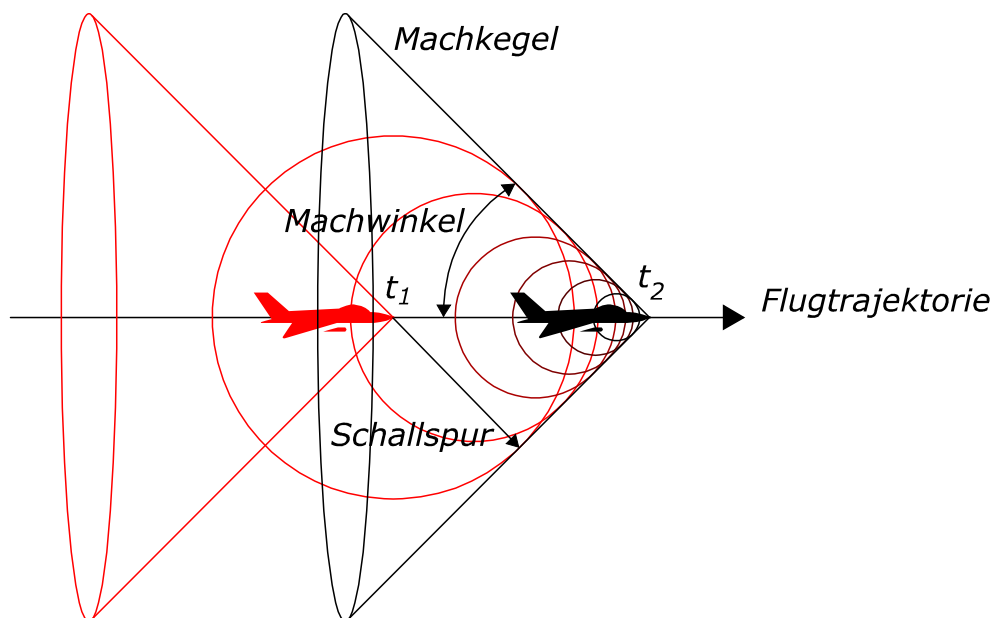


Abbildung 4: Machkegel einer bewegten Schallquelle [2]

Charakteristisch für ein sich mit Überschall bewegendes Flugzeug ist der Überschallknall. Es ist eine Druckstörung, die normalerweise die Form eines „N“s auf einem Druck-Zeit-Graph hat und deshalb N-Wave genannt wird (Abbildung 5). Es besteht aus zwei Drucksprüngen, die als Schockwellen wahrgenommen werden. Im Gegensatz zu gewöhnlichen Schallfronten, die sphärische Formen annehmen, hat die Schockwelle im Raum eine konische Form. Die Drucksprünge können der Störung, die das Flugzeug erzeugt, zugeordnet werden. Die Signatur beginnt ungefähr mit der Flugzeugspitze und endet mit dem Flugzeugheck. Die Signatur hat demzufolge einen klaren Anfang und ein klares Ende. Die meiste Energie liegt zwischen den Schockwellen. Ein Überschallknall kann als ein lautes, niederfrequentes und impulsives Geräusch definiert werden. [7] [8] Die Form der Überschallknall-Signatur verändert sich durch die Propagation durch die Atmosphäre. Es gibt viele atmosphärische Faktoren, die dabei Einfluss nehmen. Am Boden ist die Überschallknall-Signatur dann meist als beschriebene N-Wave wahrzunehmen.

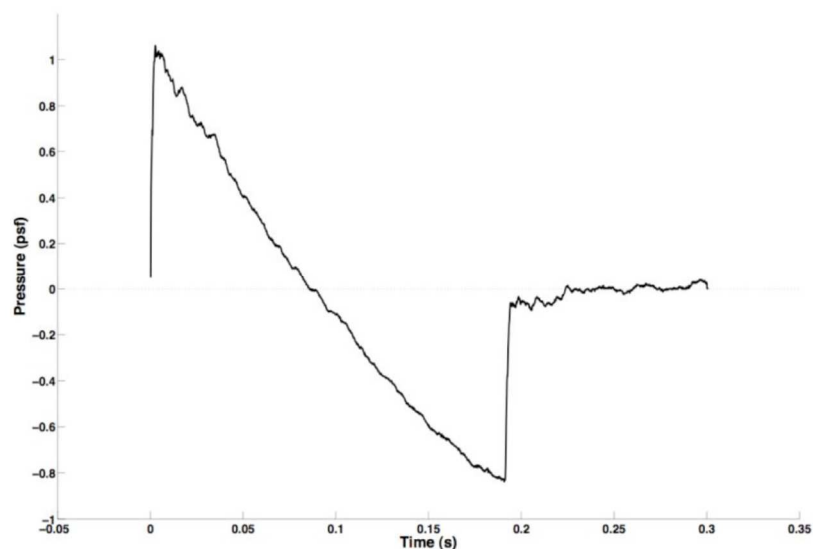


Abbildung 5: Überschallknall-Drucksignatur (Druck [psf] [-1 1] über die Zeit [s] [0 0,3]) eines SR-71 Flugzeugs [2]

Es ist mit Hilfe von CFD-Simulationen möglich, die Knall-Signatur einer Flugzeuggeometrie vorherzusagen. Allerdings ist diese dann nur direkt am Körper gültig. Sie ist abhängig von der Geometrie sowie der Auftriebsverteilung an den Flügeln, vom Gewicht und der Länge des Flugzeugs. [2, p. 7] [9]

Da es möglich ist, den Überschallknall einer Flugzeuggeometrie vorherzusagen, gibt es den Ansatz, die Flugzeuggeometrie so zu verändern, dass der erzeugte Überschallknall weniger plötzlich und intensiv ist. Diese Flugzeug-Geometrien nennen sich „Low-Boom“-Designs. Bisher sind diese Designs nur für kleinere Flugzeuge möglich, da das Flugzeuggewicht einen großen Einfluss auf die Intensität des Überschallknalls hat. Allerdings war es dem „DARPA/NASA Quiet Supersonic Platform Program“ in einem Versuch möglich, die Effizienz der „Low-Boom“ Designs außerhalb von Computersimulationen nachzuweisen. Dafür wurde ein Navy F-5E Flugzeug mit einer speziellen „Low Boom“-Nase ausgerüstet (Abbildung 6, SSBD) und mit dem Originalflugzeug (Abbildung 6, Baseline F-5E) verglichen. Die Knallsignatur des „Low-Boom“-Designs hat nachweislich geringere Druckspitzen in der Knallsignatur sowie eine abgeflachte „Spitze“ nach der ersten Schockwelle. [2] [10]

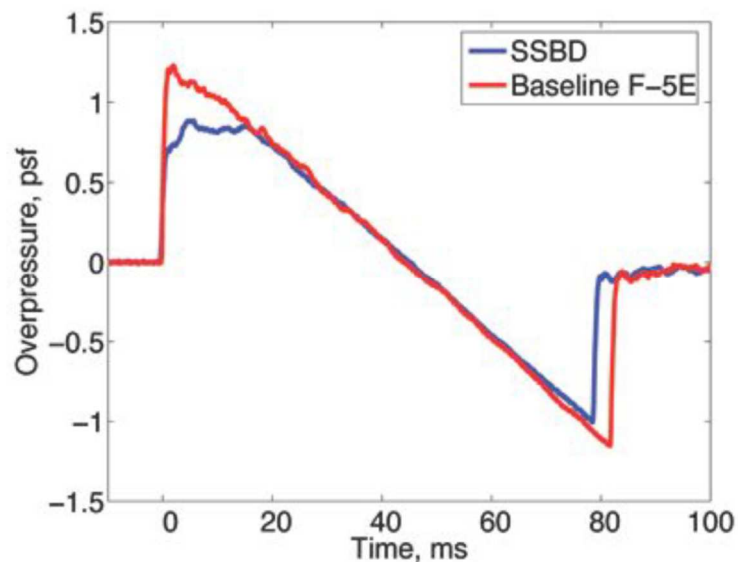


Abbildung 6: Überschallknall-Signatur eines nachgerüsteten Low-Boom-Design-Rumpfes im Vergleich zum Original (Navy F-5E) [Eigentum: Northrop-Grumman Corporation] [2]

Allerdings ist es in vielen Ländern verboten, dass an Land ein Überschallknall zu hören ist. Grund dafür sind die nicht untersuchten Folgen, die ein Überschallknall in der Gesellschaft haben kann. Die aktuellen, harten Regulationen stammen von dem unerforschten Einfluss, den der Überschallknall auf eine Person haben kann. Ein Grund hierfür ist der Umstand, dass wenn ein Empfänger von dem Machkegel passiert wird, ihn die Schockwelle plötzlich trifft, gefolgt von dem Schall des Flugzeugs, und dies ohne dass er den Ursprung des Geräusches kennt, weil die Schallquelle ihn zu diesem Zeitpunkt bereits passiert hat. Der beschriebene

Forschungsfortschritt im Bereich „Low-Boom-Design“ ist daher besonders interessant unter dem Aspekt, dass durch diese Forschung Argumente geliefert werden können, die für eine Lockerung der Gesetze sprechen. [2] [11]

Da der Knall kontinuierlich von dem sich mit Überschallgeschwindigkeit fortbewegenden Flugzeugs produziert wird, könnte dieser sehr viele Menschen erreichen.

Die Ausbreitung von Schall wird von atmosphärischen Bedingungen beeinflusst. Zu den Haupteinflüssen der Schallausbreitung zählen Wind und Temperatur. Für die Intensität des Schalls spielt auch die relative Luftfeuchtigkeit eine Rolle. Da aber die Berechnung der Schallintensität nicht Teil dieser Arbeit ist, wird dies vernachlässigt.

Die Schallausbreitung kann mithilfe von mathematischen Modellen vorhergesagt werden. In dieser Arbeit wird dabei auf die Theorie der geometrischen Akustik zurückgegriffen. Die geometrische Akustik beschreibt die Schallausbreitung nicht als räumliches Modell, Sphäre oder Kegel, sondern als zeitabhängige Spur. Dabei wird ein Punkt auf der Schallfront markiert und über die Zeit, in der sich der Schall ausbreitet, verfolgt. Die Spur, die dabei entsteht, ist die sogenannte Schallspur. Diese Schallspur ist es letztendlich, die im mathematischen Modell berechnet wird. [12]

Zu einem Überschallflug gehört, wie bereits erwähnt, der Überschallknall. Dieser Knall ist für die Beobachter, auch Empfänger genannt, am Boden zu hören. Allerdings ist er nur in einem definit großen Areal unter der Flugtrajektorie wahrnehmbar. Dieses Areal nennt sich der „Knallteppich“.

Der Grund dafür, dass der Schall nur in einem abgegrenzten Bereich unter der Flugtrajektorie hörbar ist, sind die atmosphärischen Einflüsse, die die Schallspuren „ablenken“. Wie ein Lichtstrahl, der von einem Medium in ein Anderes tritt, wird auch der Schall abgelenkt. Daraus resultiert, dass der Schall des Überschallflugs nur in einem bestimmten Bereich gehört werden kann. Ziel ist es, das Areal zu bestimmen, welches von den hier so genannten „Cut-Off“-Schallspuren eingegrenzt wird. Das sind die letzten Schallspuren, die den Boden erreichen können (Abbildung 24). [2]

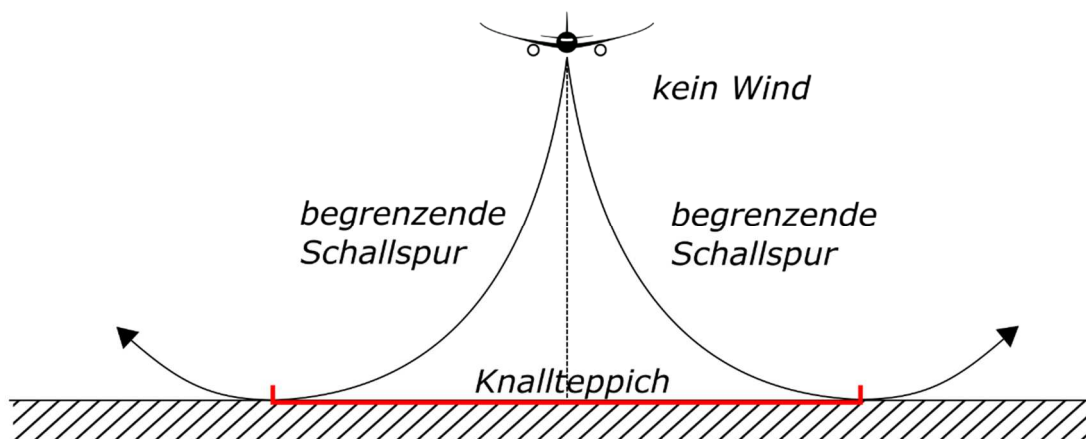


Abbildung 7: Schematische Darstellung der den Knallteppich begrenzenden Cut-Off-Schallspuren ohne Windeinfluss in der flugbahnorthogonalen Ebene [2], „Airplane“ von <https://thenounproject.com>, erstellt von **Edward Boatman** [Abgerufen am: 08. Mai 2017]

Es gibt auch den Fall, dass sich ein Überschallflugzeug mit Überschallgeschwindigkeit fortbewegt, aber am Boden kein Überschallknall zu hören ist. Dies passiert, wenn das Flugzeug mit der sogenannten Cut-Off-Machzahl oder langsamer, aber immer noch mit Überschallgeschwindigkeit, fliegt. Im Fall der Fortbewegung mit Cut-Off-Machzahl erreichen die Schallspuren den Boden gerade so nicht mehr. Der Grund dafür ist die Ablenkung aller Schallspuren vor Erreichen des Bodens, welche durch ein Zusammenspiel von Flughöhe, Fluggeschwindigkeit und atmosphärischen Bedingungen erzwungen worden sein kann.

## 2.3 Überschallknall-Modellierung

Für die Überschallknall-Modellierung wird die Theorie der geometrischen Akustik angewandt. Umgesetzt wird die Verfolgung der Schallspur durch die Atmosphäre, was als Ray-Tracing bezeichnet wird (Ray = Strahl bzw. Spur; Tracing = Verfolgung). Dafür wird ausgehend von der Schallquelle die Ausbreitung des Schalls verfolgt. Hierbei ist ein Punkt auf der Schallsphäre markiert, der über die Zeit verfolgt wird. Dabei wird die Linie immer normal zur Schallwellenfront betrachtet, weshalb man sie auch als Schallwellennormale bezeichnet. Aus der Verbindung der Linien entsteht eine Spur im Raum, die Schallspur genannt wird. Es gibt Modelle für diese Methodik, die mit atmosphärischen Einflüssen kalkulieren, aber auch solche, die ohne diese funktionieren. In dieser Arbeit wird das Modell in dem wellennormalen Koordinatensystem berechnet, was von R. O. Onyeonwu entworfen wurde. [12]

Das Koordinatensystem von Onyeonwu orientiert sich an der Flugrichtung und der Fluggeschwindigkeit des betrachteten Überschallflugzeugs sowie dem sogenannten Abstrahlwinkel  $\Phi$ . Das ist der Winkel, der die von der Schallquelle ausgehende Schallspur im Winkel zu der Vertikalen beschreibt. Dabei ist die positive Winkelrichtung Backbord vom Flugzeug und die negative Winkelrichtung Steuerbord.

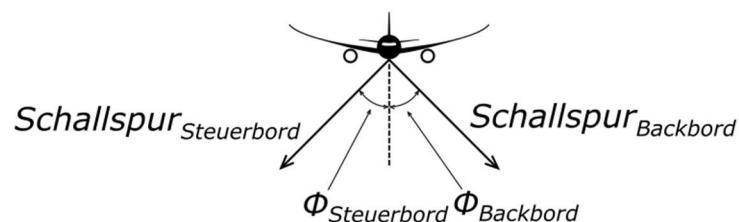


Abbildung 8: Abstrahlwinkel  $\Phi$  in der flugorthogonalen Ebene

Aus den gegebenen Werten werden die Ausgangswinkel des Koordinatensystems berechnet:

$$\gamma = \sin^{-1}[\lambda \times \sin \Phi \times (1 + \lambda^2 \times (\sin \Phi)^2)^{-0,5}] \quad (2.3.1)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ -\frac{1}{M \times \cos \gamma} \right] \quad (2.3.2)$$

$\lambda$  wird wie folgt berechnet:

$$\lambda = (M^2 - 1)^{0,5} \quad (2.3.3)$$

In der Arbeit von Onyeonwu wird die Berechnung von  $\lambda$  mit einem Vorzeichenfehler vorgegeben. Die korrigierte Formel wurde von der Arbeit von Friedman et al [13] Abschnitt 3, Formel 3.3 abgeleitet. Dort ist der Winkel  $\theta$  gleich dem von Onyeonwu beschriebenen Winkel  $\gamma$ . Daraus leitet sich für das  $\lambda$  die Formel (2.3.3) ab. Das Koordinatensystem wird in Abbildung 9 dargestellt.

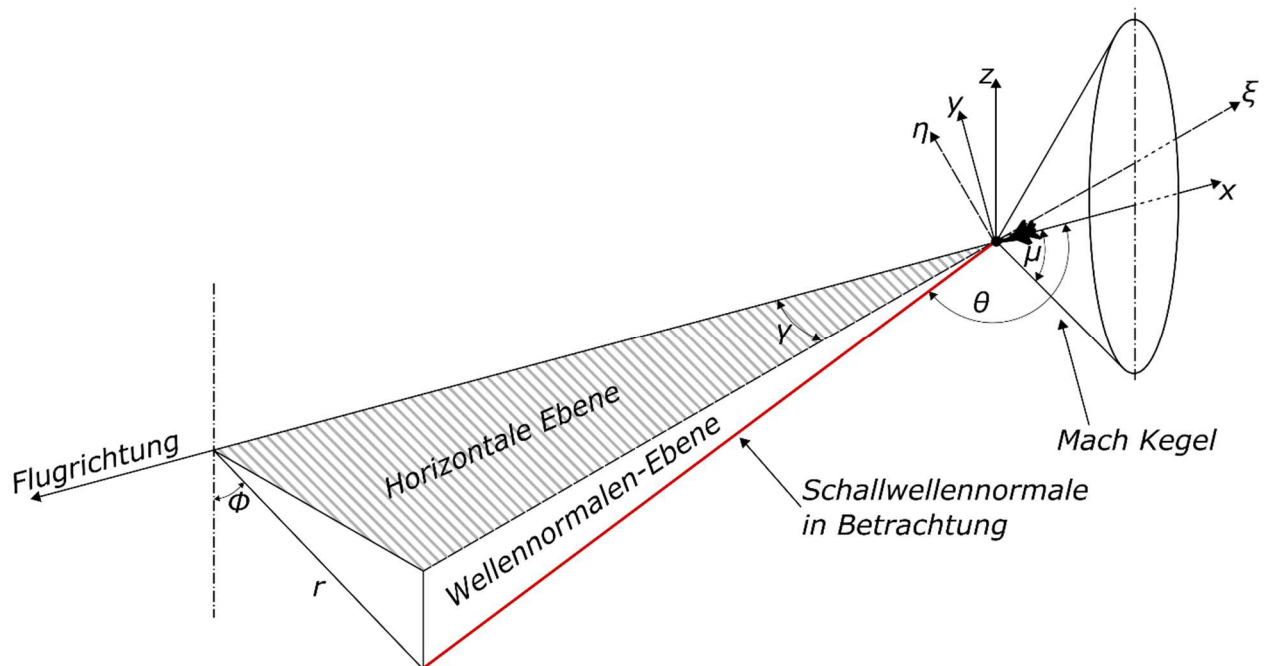


Abbildung 9: Anfangs-Koordinatensystem nach Onyeonwu [12], „Flugzeug“ von <https://thenounproject.com>, erstellt von **Creaticca Creative Agency** [Abgerufen am: 08. Mai 2017]

Die Winkel  $\gamma$  und  $\theta$  beschreiben die Schallwellennormale, die in dem entsprechenden Ray-Tracing betrachtet wird. Dabei entsteht das  $\xi$ - $\eta$ - $z$ -Koordinatensystem als Referenzraum.

Um anzudeuten, wie die Ablenkung von Schall in der Atmosphäre entsteht, ist es hilfreich die Ausbreitung der Schallsphäre zu betrachten, da die Schallsphärenablenkung nur durch die Deformation der Schallsphäre entsteht. In Abbildung 10 ist gezeigt, wie sich Schallsphären in unterschiedlichen Atmosphären ohne Windeinfluss verhalten. In a) wird eine Schallausbreitung von einer Schallquelle in einer Atmosphäre mit konstanten Schallgeschwindigkeiten dargestellt. In b) ist angedeutet, wie sich eine Schallsphäre deformiert, wenn die Schallgeschwindigkeit mit steigender Höhe, in  $y$ -Richtung, abnimmt. Dabei breitet sich der untere Teil der Sphäre schneller aus als der Obere. Wenn nun eine Linie in diese deformierten

Sphären gelegt wird, die stets orthogonal zur Wellenfront ist, so erhält man die Schallspur (in Abbildung 10 b) als schwarze Linie gezeigt).

Diese Ablenkungen werden durch das aus der Akustik stammende Snell'sche Gesetz beschrieben. Es definiert das Verhalten von optischen Strahlen, die von einem Medium in das nächste eindringen. Im Fall der optischen Akustik wird eine Schallspur betrachtet, die in einer geschichteten Atmosphäre von einem Wertebereich in den nächsten eintritt:

$$\frac{c_1}{\cos \theta_1} + u_1 = \frac{c_2}{\cos \theta_2} + u_2 \quad (2.3.4)$$

Dabei ist  $c_i$  die Schallgeschwindigkeit,  $\theta_i$  der Winkel der Schallspur zur Horizontalen und  $u_i$  die Windgeschwindigkeit in  $\xi$ -Richtung in den respektiven Atmosphärenschichten.

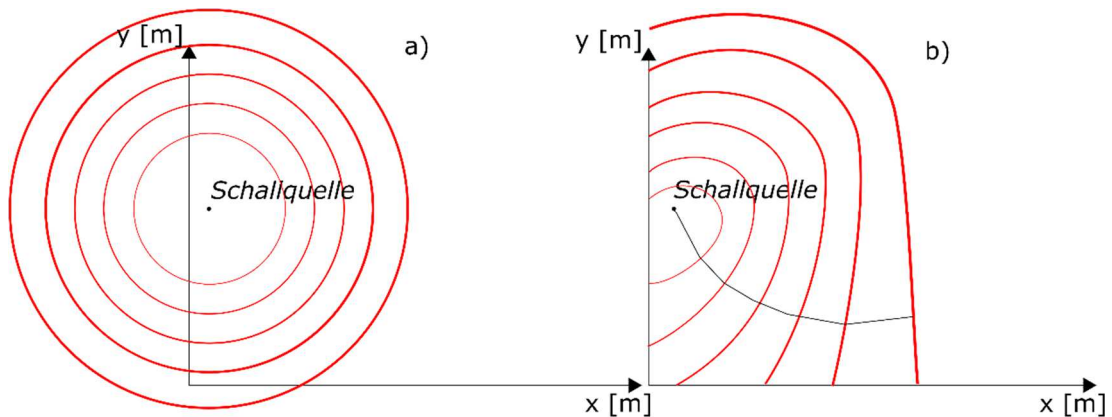


Abbildung 10: Schallausbreitung bei a) konstanter Schallgeschwindigkeit und b) Schallgeschwindigkeit, die mit steigender Höhe, in  $y$ -Richtung, abnimmt

Das Snell'sche Gesetz kann besser visualisiert werden, wenn man den Übergang einer Schallspur von einer Atmosphärenschicht in die Folgende betrachtet. Dieses Verhalten wird in Abbildung 11 dargestellt.



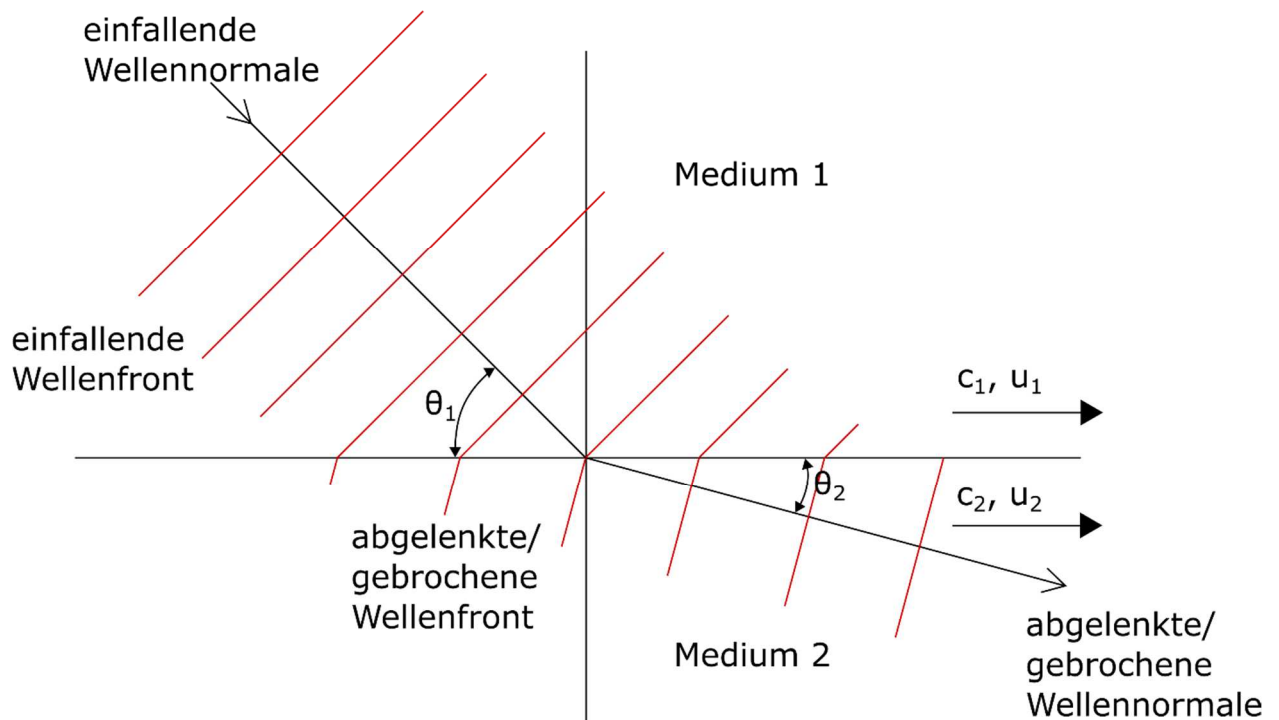


Abbildung 11: Grafische Darstellung der Brechung/Ablenkung einer Schallspur/Wellennormalen nach dem Snell'schen Gesetz [12]

In der vorhergehenden Beschreibung wurde verdeutlicht, wie die Temperatur, aus der eine Variation der Schallgeschwindigkeit entsteht, Einfluss auf die Ausbreitung des Schalls nimmt und somit die Schallspur ablenkt. Nun wird der Wind als Einflussfaktor betrachtet.

Wind beeinflusst den Verlauf der Schallspuren maßgeblich. Wenn der Wind quer zur Flugrichtung weht, wird die zum Wind laufende Schallspur gestaucht, während die vom Wind weglaufende Schallspur gestreckt wird. Dadurch verschiebt sich der Knallteppich in Windrichtung (siehe Abbildung 12). Die Windkomponente in Flugrichtung streckt bzw. staucht die Schallspuren ebenfalls. Das geschieht dann aber in der flugbahnparallelen Ebene. Die Effekte sind dabei die Gleichen.

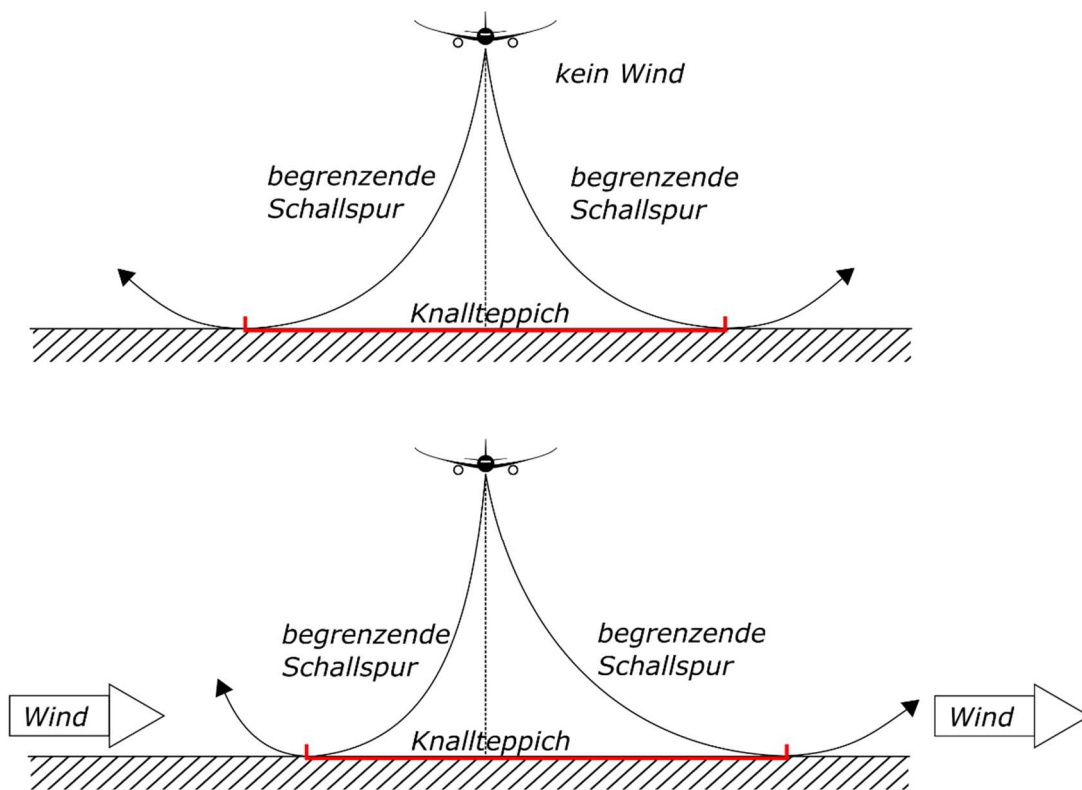


Abbildung 12: Verschiebung des Knallteppichs durch den Einfluss von Wind in der flugbahnorthogonalen Ebene

Um den Einfluss des Windes mathematisch zu berücksichtigen, müssen die Windvektorkomponenten relativ zur Schallspur betrachtet werden. Dazu wird der Wind aus dem ursprünglichen Längengrad-Breitengrad-Koordinatensystem in das vorliegende  $\xi$ - $\eta$ -Koordinatensystem transformiert. Dies wird mittels Koordinatentransformation mithilfe der Flugfad- ( $D$ ) und Ausgangs-Wellennormalenorientierungs-Winkel ( $\gamma$ ) durchgeführt:

$$u_i = Wind_{lon\ i} \times \cos(\gamma + 270^\circ - D) + Wind_{lat\ i} \times \sin(\gamma + 270^\circ - D) \quad (2.3.5)$$

$$v_i = -Wind_{lon\ i} \times \sin(\gamma + 270^\circ - D) + Wind_{lat\ i} \times \cos(\gamma + 270^\circ - D) \quad (2.3.6)$$

Die entsprechenden Winkel werden in Abbildung 13 dargestellt. Die Windkomponente  $u_i$  ist der  $\xi$ -Koordinate und die Windkomponente  $v_i$  der  $\eta$ -Koordinate zugeordnet.

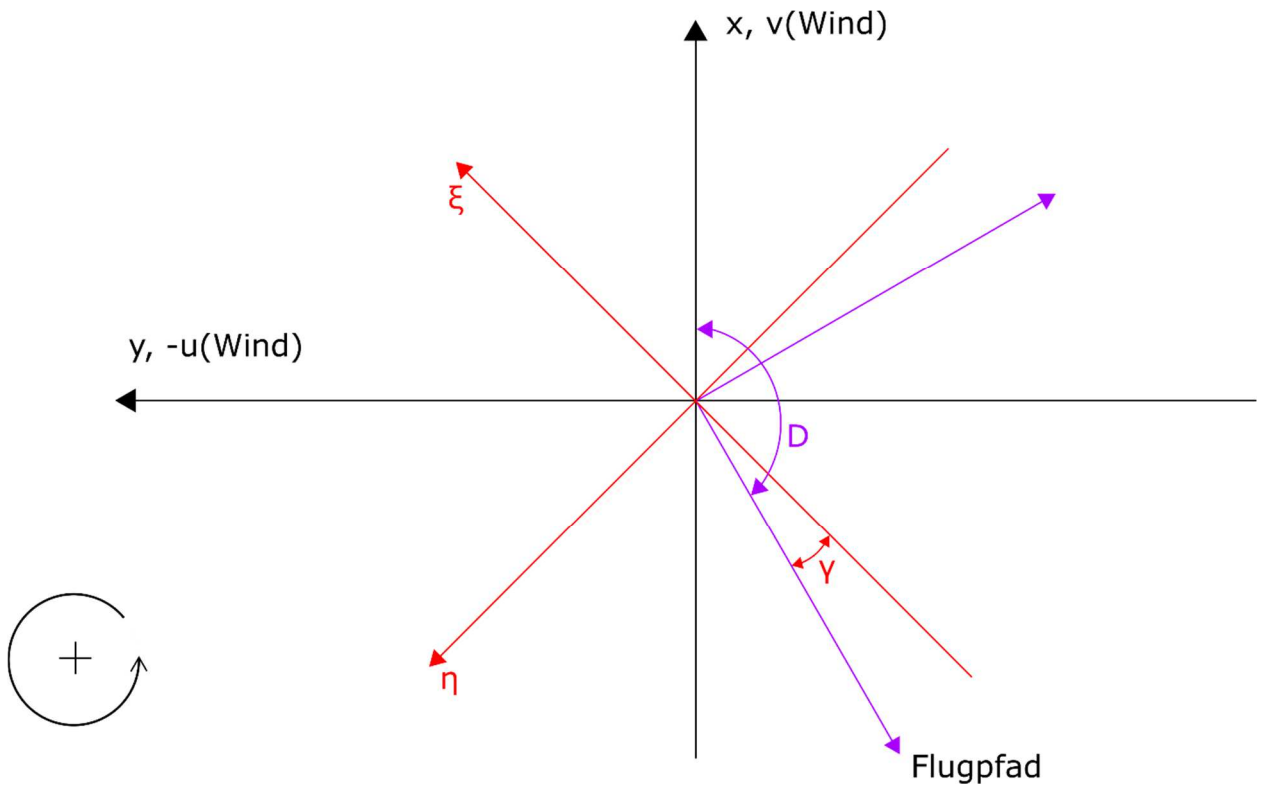


Abbildung 13: Vorzeichenkonventionen zur Windrichtungstransformation

Somit sind alle nötigen Werte vorhanden, um die numerische Rechnung unter Einbeziehung von Wind- und Temperatureinflüssen durchzuführen. Hierfür wird ein System von Differentialgleichungen aufgebaut, die das Ergebnis im wellennormalen Koordinatensystem berechnen.

$$\frac{d\xi}{dz} = \frac{(l \times c + u)}{n \times c} \quad (2.3.7)$$

$$\frac{d\eta}{dz} = \frac{v}{n \times c} \quad (2.3.8)$$

$$\frac{dt}{dz} = \frac{1}{n \times c} \quad (2.3.9)$$

$$\frac{ds}{dz} = \left[ \frac{d\xi^2}{dz} + \frac{d\eta^2}{dz} + 1 \right]^{0,5} \quad (2.3.10)$$

Für die Berechnungen werden die Richtungskosinus von  $\theta$ :  $l = \cos \theta$  und  $n = \sin \theta$  für die  $\xi$ - und  $z$ -Richtung benötigt.

Es wird außer der Propagation der Schallspur im  $\xi$ - $\eta$ -Koordinatensystem über  $z$  noch die von der Schallspur zurückgelegte Distanz  $s$ , sowie die Zeitkoordinate  $t$  berechnet (Formel 2.3.8 und 2.3.9). [12]

Die Propagation wird ausgehend vom Flugzeug bis zum Boden durchgeführt. Die Ergebnisse werden entsprechend der Koordinatentransformation in das globale Koordinatensystem zurückgeführt.

Bisher wurde nur die Propagation von Schall im räumlichen Sinne betrachtet. Mit der bisher beschriebenen Theorie ist es möglich zu ermitteln, wo der Überschallknall eines passierenden Überschallflugzeugs am Boden auftrifft. Die Berechnung der Intensität des Schalls ist damit nicht möglich und nicht Teil dieser Arbeit. Damit entfallen alle Effekte, die mit der Knallintensität zusammenhängen, wie die Steigflug-, Beschleunigungs- und Kurswechseleffekte. Diese Effekte können eine Knallkonzentration, also einen lautereren Knall, verursachen. [2] [14]

## 2.4 Shadow-Zone

Die Theorie der Vorhersage des Knallteppichs mithilfe der geometrischen Akustik ist darauf beschränkt, den Rand des Knallteppichs zu berechnen. Es wird lediglich der Bereich zwischen den begrenzenden Schallspuren direkt von den Berechnungen der geometrischen Akustik abgedeckt. Die sogenannte „Shadow-Zone“ formt sich am Rand des Knallteppichs. In dieser Zone sagen Programme, die die Lautstärke des Überschallknalls vorhersagen, häufig fehlerhafte Drucklevel vorher, da der Bereich nicht direkt von den Schallspuren getroffen wird. Dieses Areal wird durch Strahlen erzeugt, die sich von der begrenzenden Schallspur im Bereich des tangentialen Aufpralls auf den Boden lösen und entlang dem Boden weiterlaufen. Man kann dieses Verhalten als Beugung der Schallspuren bezeichnen. Der Bereich, in dem sich die sogenannten „kriechenden“ Schallspuren (creeping waves) von der begrenzenden Schallspur ablösen, wird Übergangszone (transition region) genannt. Beim Ablösen verlieren die Schallwellen immer mehr Energie je weiter sie gebrochen werden und in die Shadow-Zone vordringen. [15]

Die Ergebnisse aus den Berechnungen der optischen Akustik sind daher stets kritisch zu bewerten. Es gibt für den Knallteppich keine klare Grenze, sondern eine Übergangszone, die

nicht klar definierbar ist. Allerdings sind in diesem Areal die Knallintensitäten nicht so groß, wie im Bereich des Knallteppichs, in dem die Schallspuren direkt auftreffen.

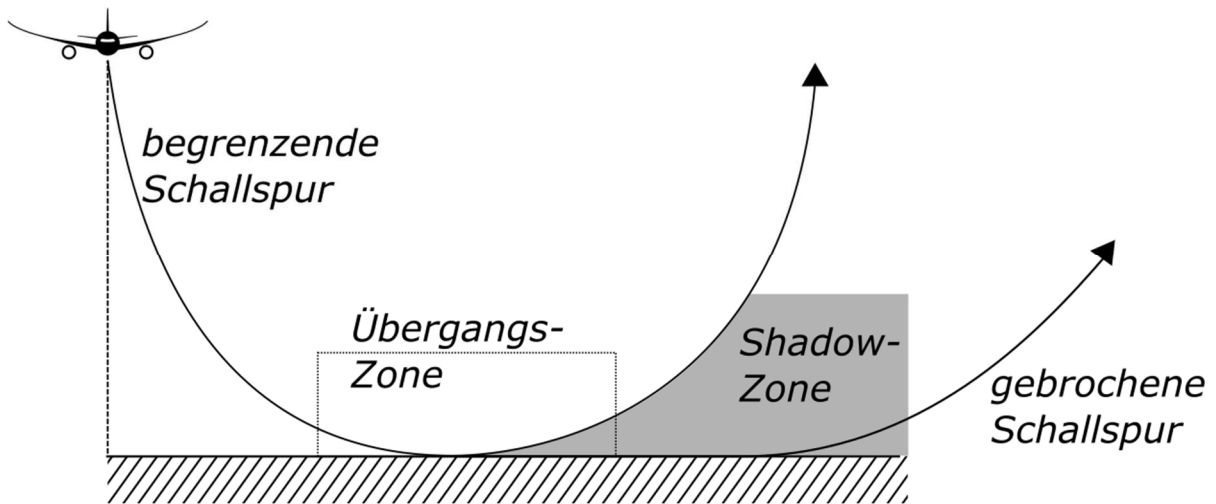


Abbildung 14: Grafische Repräsentation der Shadow-Zone in der flugbahnorthogonalen Ebene [15]

## 2.5 Flugdaten

Für die Berechnung des Überschall-Knallteppichs werden Informationen zum Flug benötigt. Es gilt dabei alle notwendigen Informationen zusammenzustellen.

Die Flugdaten sind diskretisiert über eine Überschall-Flugtrajektorie dargestellt. Die enthaltenen Informationen sind im Folgenden tabellarisch abgebildet.

Tabelle 1: Als Flugdaten zusammengefasste Input-Daten

Startflughafen	Zielflughafen	Flughöhe	Geschwindigkeit	Latitude	Longitude
(Mach)					

Diese Daten sind notwendig, um die Einflussfaktoren der Atmosphäre an der entsprechenden Flugzeugposition, sowie entlang der Schallspur zu bestimmen.

## 2.6 Überschall-Flugtrajektorien

Wenn eine Flotte Überschallflugzeuge eine Pendelroute über bewohnte Gebiete befliegen würde, erzeugen diese sehr starke Störungen bei der Bevölkerung durch den am Boden wahrzunehmenden Überschallknall. Weiterhin sind Schadensfälle bekannt, in denen der Überschallknall Strukturen, z. B. Fenster und Putz, beschädigt hat. Die Abschätzung, ob beispielsweise die Technologie der Low-Boom-Flugzeuge ein geringeres Risiko für Strukturen darstellen, kann aufgrund mangelnder Daten nicht getroffen werden. [2, p. 18] [16] [17]

Was der Knall für eine einzelne Person bedeutet, und ob dieses Geräusch als Verkehrslärm akzeptiert werden kann, ist noch Gegenstand von Untersuchungen. Klar ist allerdings, dass diese Geräusche Lärmstörungen in der Gesellschaft erzeugen, die noch unbekannt sind. Daher wird die Bevölkerung durch strenge Gesetzgebung geschützt. [2, p. 18 ff.]

Aufgrund der bestehenden Regularien ist es verboten, einen Überschallknall zu verursachen, der an Land zu hören ist. Daher ist es notwendig, Flugrouten zu entwerfen, die diesen Regularien entsprechen. Für Überschall-Flugtrajektorien werden nur Flüge betrachtet, die vorgegebene Kriterien erfüllen. Sie sollten nur solche Start- und Zielflughafenpaarungen enthalten, die häufig von Passagieren genutzt werden, die Business- oder First-Class-Reisende sind. Denn nur diese sind bereit, die hypothetisch hohen Preise für den Überschalltransport zu bezahlen. Weiterhin werden nur Flugrouten betrachtet, bei denen ein Umweg um Landmassen herum wegen der deutlichen Zeitersparnis als sinnvoll zu erachten ist. Flüge unterhalb einer gewissen Grenzdistanz (in der referenzierten Arbeit sind dies 1000 km ( [3, p. 2], Kapitel II A)) werden nicht betrachtet.

Bei der Routenplanung wird ein Sicherheitsabstand zum Land von ca. 50 km eingeplant, um abzusichern, dass an Land kein Überschallknall zu hören ist. Dieser Abstand wurde auch von den Concorde-Flügen eingehalten. ( [3, p. 2], Kapitel II A)



Abbildung 15: Überschall-Flugroute (grün) von London (LHR) nach Nairobi (NBO)

Wenn die Routenplanung abgeschlossen ist, wird eine Unter-/Überschall-Segmentierung der Route durchgeführt. Dabei werden abhängig von der beflogenen Route Überschallsegmente eingebaut. Die Unterteilung der dann entstehenden Überschall-Flugtrajektorie beinhaltet eine Anfangs-, Mittel- (nicht notwendigerweise) und Endphase im Unterschallflug die im Stufen-Steigflug-Modus (step-climb cruise mode) geflogen wird. Dazwischen werden die Überschallflug-Segmente im kontinuierlichen Steigflug-Modus eingebaut. Ein Beispiel für den Aufbau einer solchen Überschall-Flugtrajektorie ist in Abbildung 16 gezeigt. [3]

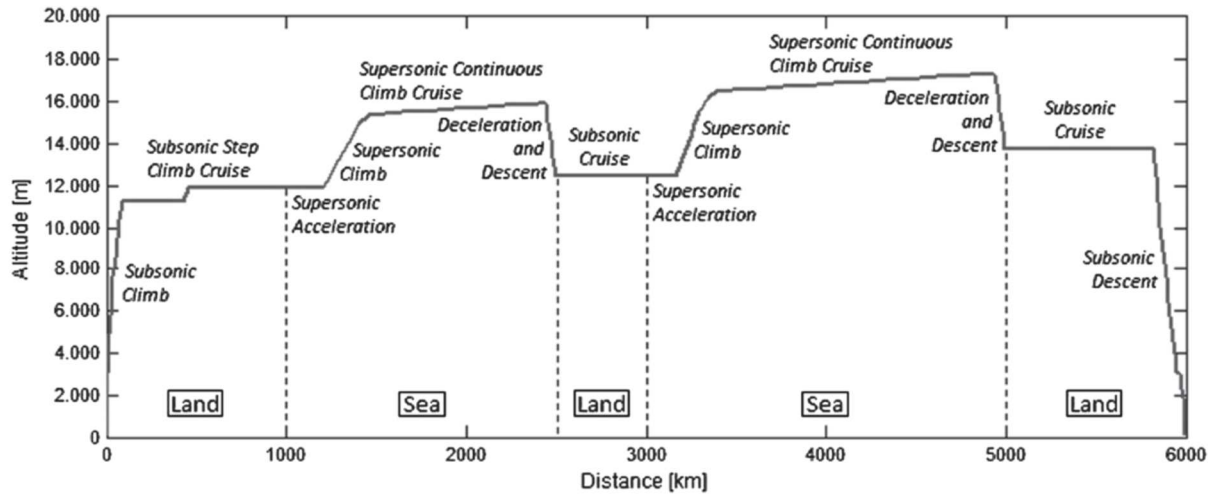


Abbildung 16: Beispielhafter Überschall-Flugtrajektorien-Verlauf mit zwei Überschallflug-Segmenten [3]

Zusammengefasst ergeben die Daten der Routenplanung sowie die der Routensegmentierung die Überschall-Flugtrajektorie.



## 3 Computerprogramm

Die Aufgabenstellung beinhaltet die Gestaltung eines Programms in MATLAB®, welches in der Lage ist, den Knallteppich unter Einbeziehung von Atmosphärendaten zu einer vorgegebenen Überschall-Flugtrajektorie zu berechnen. Das Programm soll ferner in der Lage sein, den errechneten Überschall-Knallteppich in ein Dateiformat zu exportieren, welches in Google Earth lesbar ist. Mithilfe des programmierten Tools wäre es dann möglich, eine Überschall-Flugtrajektorie auf ihr Risiko zu bewerten. Das heißt: Wie nah kommt der Knallteppich den Landmassen?

### 3.1 Struktur

Das Programm für die Überschall-Knallteppich-Berechnung hat vier Ebenen (Abbildung 17).

Der übergeordnete Programmteil (Ebene 1) steuert die Berechnung. Er ruft die benötigten Datenbanken für Flug- und Atmosphärendaten ab und gibt sie in die Berechnung. Es wird die Berechnung gestartet, die als MATLAB®-Funktion strukturiert ist.

Innerhalb der Funktion der Knallteppich-Berechnung (Ebene 2) wird die Datenbank für die Flugdaten ausgelesen. Die Daten sind nach der Position des Flugzeugs sortiert. Nun werden zugehörig zu der Position des Flugzeugs die Knallteppichgrenzen berechnet.

Dazu wird eine innere Funktion aufgerufen, die die Berechnung der Schallspuren steuert (Ebene 3). Dafür wird an der jeweiligen Position des Flugzeugs der Schallspur-Abstrahlwinkel methodisch variiert, um die Schallspuren zu finden, die an Steuerbord und Backbord des Flugzeugs zuletzt den Boden erreichen. Dies sind dann die im Kapitel 2.2 beschriebenen Cut-off-Strahlen. In dieser Programmebene ist nur die Methodik der Abstrahlwinkelvariation durchgeführt. Mit den entsprechenden Winkeln wird dann letztendlich die innerste Funktion aufgerufen.

Mit der innersten Funktion wird das Ray-Tracing, also die Schallspurverfolgung durchgeführt (Ebene 4).

Innerhalb dieser vier Ebenen werden stets die Atmosphärendaten weitergereicht.

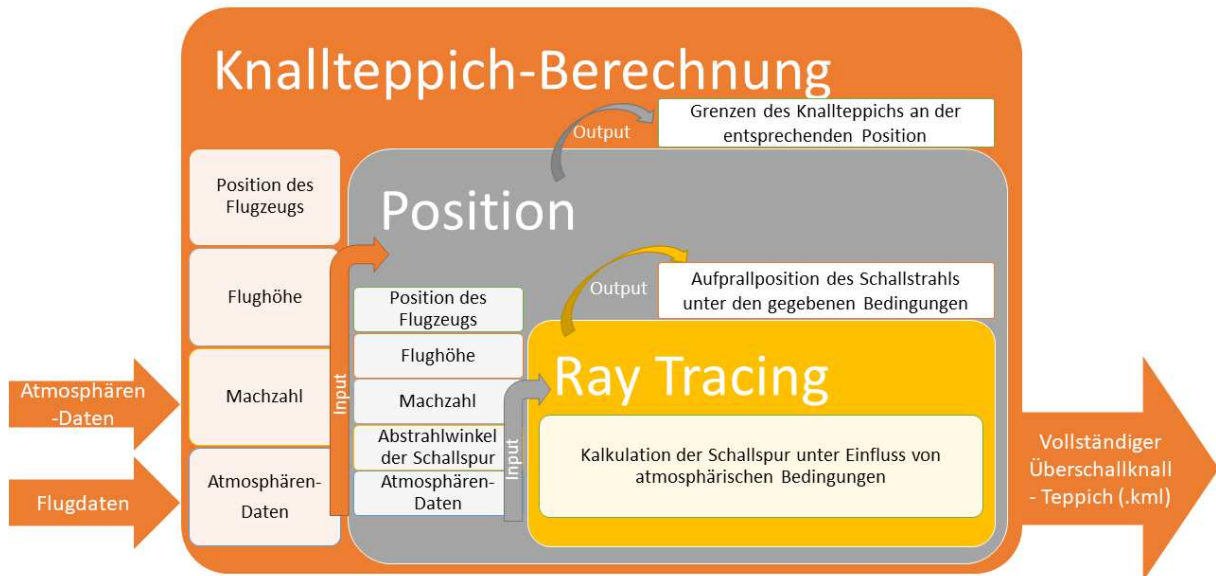


Abbildung 17: Programmstruktur des Überschallknall-Teppich-Berechnungs-Tools

Damit die Strukturierung funktioniert, muss es eine Feedback-Variable geben. Diese besagt in der innersten Funktion, dem Ray-Tracing, ob die Schallspur den Boden erreicht. Somit kann die übergeordnete Funktion den Abstrahlwinkel anpassen und ein neues Ray-Tracing starten. So kann es auch der Fall sein, dass keiner der Schallstrahlen den Boden erreicht, obwohl das Flugzeug schon mit Überschallgeschwindigkeit fliegt. Das liegt dann daran, dass sich das Flugzeug mit einer Geschwindigkeit unter der Cut-off-Machzahl fortbewegt. Dafür gibt es eine Feedback-Variable von der Abstrahl-Winkel-Steuerungs-Funktion zur übergeordneten Knallteppich-Berechnungsfunktion.

Die Datenführung innerhalb der drei Funktionen ist so gestaltet, dass nur die wichtigen Daten weitergereicht werden. Zuerst werden die Daten in dem Aufrufprogramm eingelesen, dann in der Knallteppich-Berechnung sortiert und zugeordnet, zu der Winkelsteuerung weitergeleitet und verarbeitet und dann in der Ray-Tracing-Funktion angewendet. Dadurch muss das Einlesen der Daten nur einmal erfolgen und spart damit Rechenkapazität.

Die Ergebnisse werden von innen nach außen verarbeitet. Das Ray-Tracing berechnet nicht nur die Schallspur, sondern gibt auch den Endpunkt der Schallspur aus. Also den Punkt in Breiten- und Längengraden, an dem die Schallspur auf den Boden trifft. Somit kann die übergeordnete Funktion die Grenzwerte des Teppichs an den jeweiligen Positionen herausfiltern. Diese

werden dann zu einer Ergebnismatrix zusammengefasst. Die Grenzen (Steuer- und Backbord-Seite) des Knallteppichs werden als .kml Dateien (Google Earth Format) exportiert.

### 3.2 Mathematisches Modell

Für die Umsetzung des Programms wurde die in Kapitel 2.3 beschriebene Theorie angewendet.

Der Kern des Programms ist das Ray-Tracing. Um die Schallspur zu berechnen, wird in dem schallwellennormalen Koordinatensystem gerechnet. Die Führungsvariable ist die Zeit. Die numerische Berechnung der Schallspur erfolgt innerhalb einer vorgegebenen Schrittweite für die Zeit, in der die Schallspur sich fortbewegt. Es werden mittels der Formeln 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3, 2.3.5 und 2.3.6 die Startwerte berechnet, von denen aus mithilfe der Riemann Summe integriert wird. Durch die Rechnung über die Zeit ergibt sich ein explizites numerisches Modell. Für das mathematische Modell mussten die Gleichungen entsprechend hergeleitet werden. Da die zurückgelegte Strecke der Schallspur direkt von der Zeit und Schallgeschwindigkeit abhängig ist, ergibt sich die Gleichung 3.2.2. Zur Berechnung des vertikalen Fortschritts ist es notwendig, den Richtungskosinus  $n$  (3.2.8) zu verwenden.

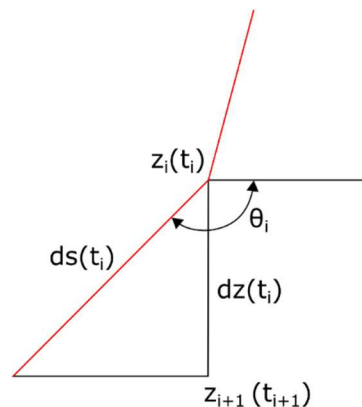


Abbildung 18: Diskretisierung nach der Zeit, die Schallspur ist in Rot dargestellt

Daraus folgt für das mathematische Modell des Ray-Tracings:

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t \quad (3.2.1)$$

$$\Delta s_i = c_i \times \Delta t \quad (3.2.2)$$

$$\Delta z_i = -n \times \Delta s_i \quad (3.2.3)$$

Somit wurden die Schrittweiten für die Schallspurfortbewegung vorgegeben. Um die Schallspurbewegung im schallwellennormalen Koordinatensystem zu berechnen, werden die Formeln 2.3.7 und 2.3.8 verwendet und diskretisiert. 2.3.7 wird nach  $\Delta\xi_i$  und 2.3.8 nach  $\Delta\eta_i$  aufgelöst:

$$\Delta\xi_i = \frac{(l_i \times c_i + u_i)}{n_i \times c_i} \times \Delta z_i \quad (3.2.4)$$

$$\Delta\eta_i = \frac{v_i}{n_i \times c_i} \times \Delta z_i \quad (3.2.5)$$

Durch die Summierung der  $d\xi$ - und  $d\eta$ -Werte über  $z$  (Höhe) erhält man den finalen Aufprallpunkt der Schallspur am Boden.

Für die Kalkulation der Werte  $n_i$  und  $l_i$  wird der Wert  $\theta_i$  benötigt. Wenn man das Snell'sche Gesetz zur numerischen Verwendung aufbereitet, erhält man:

$$\theta_i = \cos^{-1} \left[ \frac{c_i}{\frac{c_{i-1}}{\cos(\theta_{i-1})} + u_{i-1} - u_i} \right] \quad (3.2.6)$$

Daraus folgt dann:

$$l_i = \cos \theta_i \quad (3.2.7)$$

$$n_i = \sin \theta_i \quad (3.2.8)$$

Um zu bestimmen, ob eine Schallspur den Boden erreicht oder nicht, musste ein Abbruchkriterium erstellt werden. Dafür wurde der Winkel  $\theta$  ausgewählt. Wenn im Schallspurverlauf der Winkel  $\theta \geq 180^\circ$  erreicht wird, dann ist die Schallspur in die Horizontale, beziehungsweise darüber hinaus abgelenkt worden. Im Rahmen des physikalischen Modells kann die Schallspur ab diesem Moment nicht mehr den Boden erreichen.

Das Modell bindet nur den Einfluss von Windkomponenten in horizontale Richtungen ein. Wind wird stets in horizontalen Koordinatensystemen quantifiziert. Weiterhin sind vertikale Windkomponenten gegenüber den horizontalen Windkomponenten negierbar gering. Daher werden vertikale Windkomponenten nicht im Modell berücksichtigt. Vernachlässigt werden außerdem die Effekte von relativer Luftfeuchtigkeit und Turbulenzen. Die relative

Luftfeuchtigkeit nimmt keinen Einfluss auf die räumliche Ausbreitung des Schalls. Sie beeinflusst die N-Wave, also die Knallsignatur und somit auch die Knallintensität, die nicht Teil dieser Arbeit ist. Turbulenzen können in den Atmosphären-Datenbanken nicht dargestellt werden. Außerdem ist der Einfluss von Turbulenzen noch nicht nachhaltig untersucht worden. [2, pp. 13-14]

In den Arealen der Berechnung wird zur Vereinfachung des mathematischen Modells angenommen, dass am Ort der Berechnung die Erde flach ist. Es muss jedoch erwähnt werden, dass dieser Umstand auch zu dem Effekt der Shadow-Zone beiträgt. Hauptsächlich ist das Geräusch in der Shadow-Zone aber nicht mehr als Knall zu bewerten. Daher wird diese nicht weiter im Modell berücksichtigt. [18]

### **3.3 Atmosphäreninterpolation**

Die benutzten reellen Atmosphären wurden vom Institut für Lufttransportsysteme des DLR zur Verfügung gestellt, ebenso wie die Interpolationsfunktion, die benutzt wurde, um die Daten auszulesen.

Die Funktion kann zwischen einem linearen und einem Spline-Interpolationsalgorithmus umgeschaltet werden, um die Werte zwischen den nach Koordinaten diskretisierten Datenpunkten der Atmosphärendatenbank zu berechnen. Die Abstände der Datenpunkte sind relativ groß. Die Matrix für die Atmosphärendaten hat eine Größe von  $480 \times 241 \times 60$  und deckt die gesamte Erde ab. Entsprechende Ungenauigkeiten der interpolierten Daten sind dadurch zu erwarten.

### 3.4 Numerische Methode

Das Ziel des Programms ist die Ermittlung der Überschallknall-Teppichgrenzen. Daher war die Entwicklung einer Methode notwendig, die möglichst schnell, effizient und mit gewünschter Genauigkeit die Knallteppich-Grenzen ermitteln kann. Dies wurde in der zweiten Funktion von innen („Position“, Abbildung 17) umgesetzt, deren Aufgabe die Ermittlung der Teppichgrenzen an der Flugzeugposition ist. Die Steuerung des Ray-Tracings wird dabei über die Feedbackvariable gesteuert, die abfragt, ob die Schallspur den Boden erreicht.

Wenn das Flugzeug mit Überschallgeschwindigkeit fliegt, muss geprüft werden, ob ein Überschall-Knall am Boden zu hören ist. Im Falle einer Cut-Off-Machzahl (oder geringerer Geschwindigkeit) würde die Schallspur den Boden nicht erreichen. Daher wird erst eine Schallspur an der Position des Flugzeugs mit dem Winkel  $\Phi = 0^\circ$  berechnet. Im Rahmen dieser Arbeit wird diese Methode verwendet, um die Existenz eines Knallteppichs zu prüfen. Im Falle von Windstille würde eine Schallspur, die mit  $\Phi = 0^\circ$  abgestrahlt wird, den kürzesten Weg zum Boden haben. Es wurde die vereinfachte Annahme getroffen, dass bei Existenz eines Knallteppichs die Schallspur mit dem Abstrahlwinkel  $\Phi = 0^\circ$  immer enthalten sein muss. [11, p. 2]

Wenn diese Schallspur den Boden nicht erreicht, wird angenommen, dass es auch keinen Knallteppich gibt. Wenn die Schallspur den Boden erreicht, wird die Berechnung der Grenzen des Teppichs an dieser Stelle begonnen. Es werden die Grenzen für Steuer- und Backbord separat berechnet. Dazu wird der Abstrahlwinkel auf der jeweiligen Seite variiert. Die verwendete Variationsmethodik orientiert sich an Zehnerpotenzen (Abbildung 19). Es wird so lange der Winkel vergrößert, bis die Schallspur den Boden nicht mehr erreicht. Die vorhergehende Schallspur ist dann die Cut-off-Schallspur. Zuerst wird der Winkel in  $10^i$ -er Schritten vergrößert. Wenn die Schallspur nicht mehr den Boden erreicht, wird der vorhergehende Winkel um  $10^{i-1}$ -er Schritten vergrößert. Diese Methodik kann bis zu einer beliebigen Präzision weitergeführt werden.

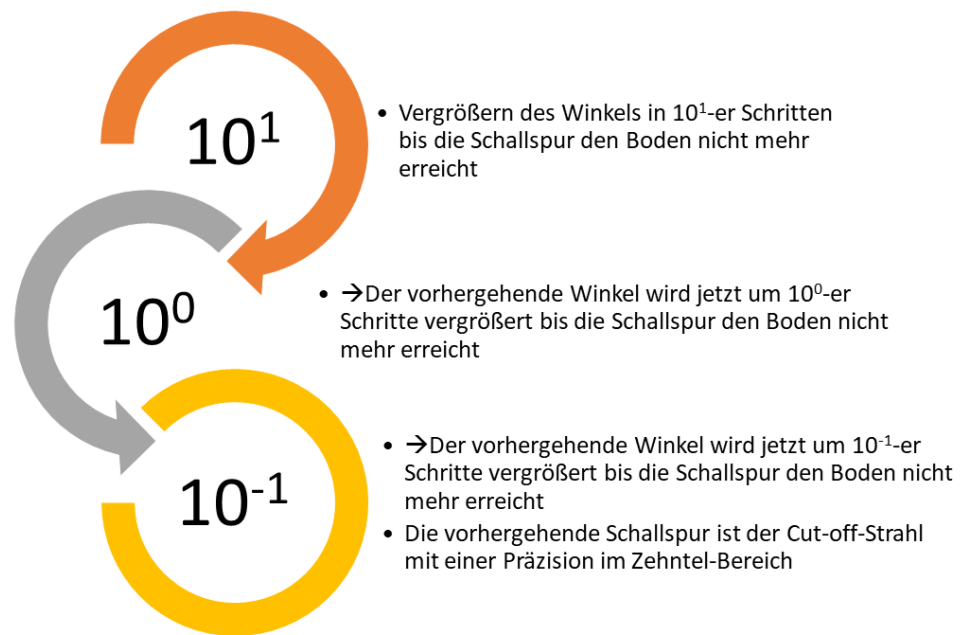


Abbildung 19: Beispielhafte Variierung des Abstrahlwinkels  $\Phi$  um den Cut-off-Strahl zu ermitteln

Als Ergebnis dieser Methodik wird der Auftreffpunkt der Cut-off-Schallspuren bestimmt.

### 3.5 Ergebnisausgabe

Das Ergebnis, also der Knallteppich, wird aus den Grenzpunkten des Knallteppichs zusammengesetzt, die von der „Position“-Funktion berechnet werden. In der „Knallteppich-Berechnung“-Funktion (Abbildung 17) werden die Ergebnisse den Flugzeugpositionen zugeordnet und in einer Ergebnis-Matrix zusammengefasst. Dieses Ergebnis wird dann an das Steuerungsprogramm ausgegeben.

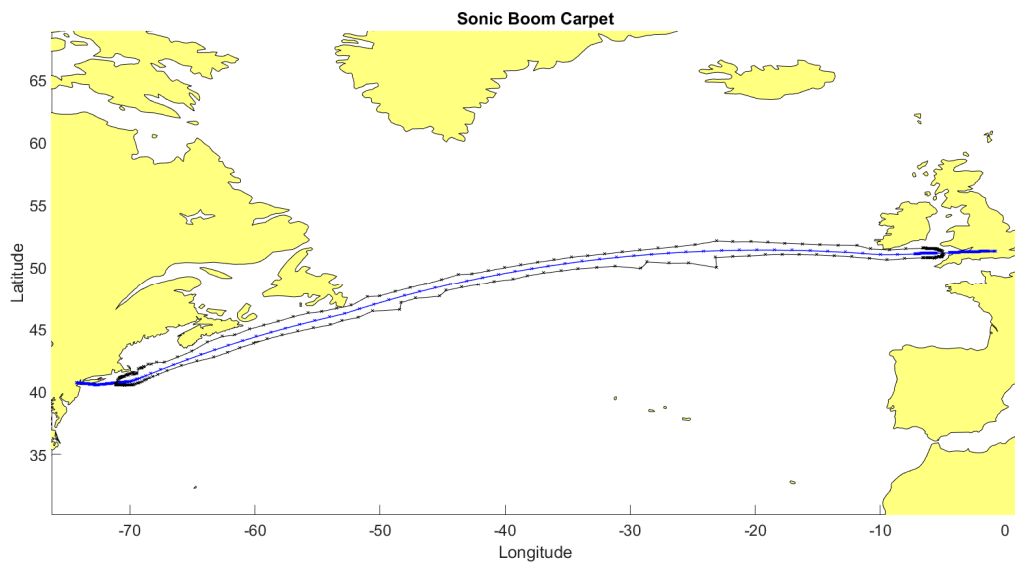


Abbildung 20: Überschall-Knallteppich eines Transatlantikfluges EWR-FAB mit der Atmosphäre vom 01.10.2014 00:00 Uhr in MATLAB®

Um das Ergebnis für Google Earth lesbar zu machen, muss es in ein entsprechendes Format exportiert werden. Dafür wird die Google Earth Toolbox in MATLAB® verwendet. Mittels der `ge_output` Funktion können die Ergebnisse als .kml Datei exportiert werden, die dann in Google Earth eingelesen und als Pfad dargestellt werden können.



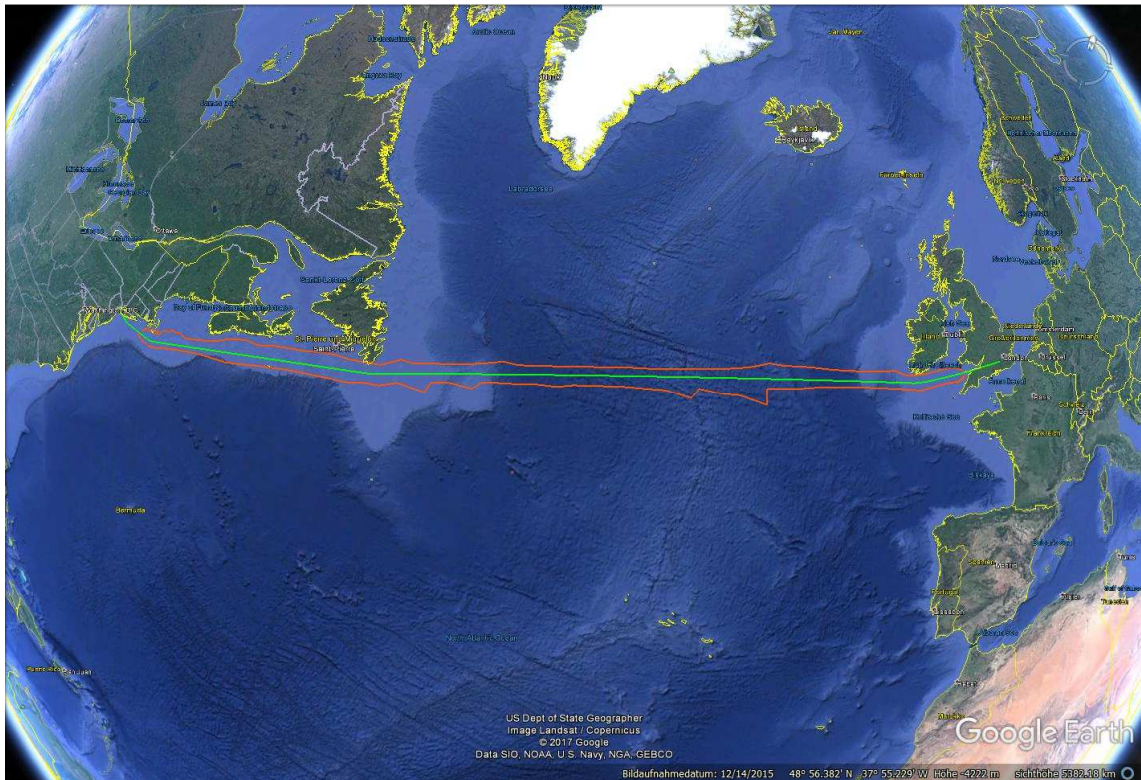


Abbildung 21:Überschall-Knallteppich eines Transatlantikfluges von New York (EWR) nach London (FAB) mit der Atmosphäre vom 01.10.2014 00:00 Uhr in Google Earth

### 3.6 Nutzen

Durch das Einlesen von Überschall-Flugtrajektorien zusammen mit reellen Atmosphären kann geprüft werden, ob mit den geplanten Flugdaten der Überschallknall den Boden in Arealen erreicht, wo er nicht zu hören sein soll. Zu diesen Arealen gehören die bewohnten Landmassen. Innovativ ist an dem hier vorliegenden Programm, dass Überschallknall-Fernfeldpropagation mit Überschall-Flugtrajektorienplanung verbunden wird.

Es können somit gezielt Untersuchungen zu bestimmten Flugrouten und atmosphärischen Bedingungen getätigt werden, um eventuelle Nadelöhre, die wichtig für die Routenplanung sind, auf Knallausbreitung zu untersuchen. Wenn eine Überschallflugtrajektorie also durch eine Schifffahrtsstraße wie den Ärmelkanal fliegt, oder vor einer Landmasse auf Geschwindigkeiten unter Überschallgeschwindigkeit bremsen muss, ist eine Prüfung durchführbar, ob das Manöver so abgeschlossen werden kann, dass auf der Landmasse kein Überschallknall zu hören ist. Damit wird eine Anpassung von Flugrouten mit aktuellen atmosphärischen Bedingungen ermöglicht. Weiterhin können statistische Untersuchungen für Pendelrouten durchgeführt werden, die eine Risikobewertung der entsprechenden Routenplanung erlauben. Dafür können die Positionen des Knallteppichs für unterschiedliche Atmosphären ermittelt und übereinandergelegt werden. Durch eine statistische Auswertung von Atmosphären über eine Zeitperiode von beispielsweise einem Jahr kann ein Programm eine Häufigkeitsverteilung der Teppichpositionen errechnen. Das erlaubt eine Ableitung von Wahrscheinlichkeiten, die eine Bewertung der Überschall-Flugtrajektorie ermöglichen.

### 3.7 Probleme

Da transpazifische Flüge die Datumsgrenze überschreiten, musste eine Mechanik programmiert werden, die dieses Vorkommen berücksichtigt. In so einem Fall ist es möglich, dass der Datenpunkt der Flugroute vor der Datumsgrenze liegt und das Ende der Schallspur dahinter. Die Mechanik muss also innerhalb der Ray-Tracing Funktion eingearbeitet werden.

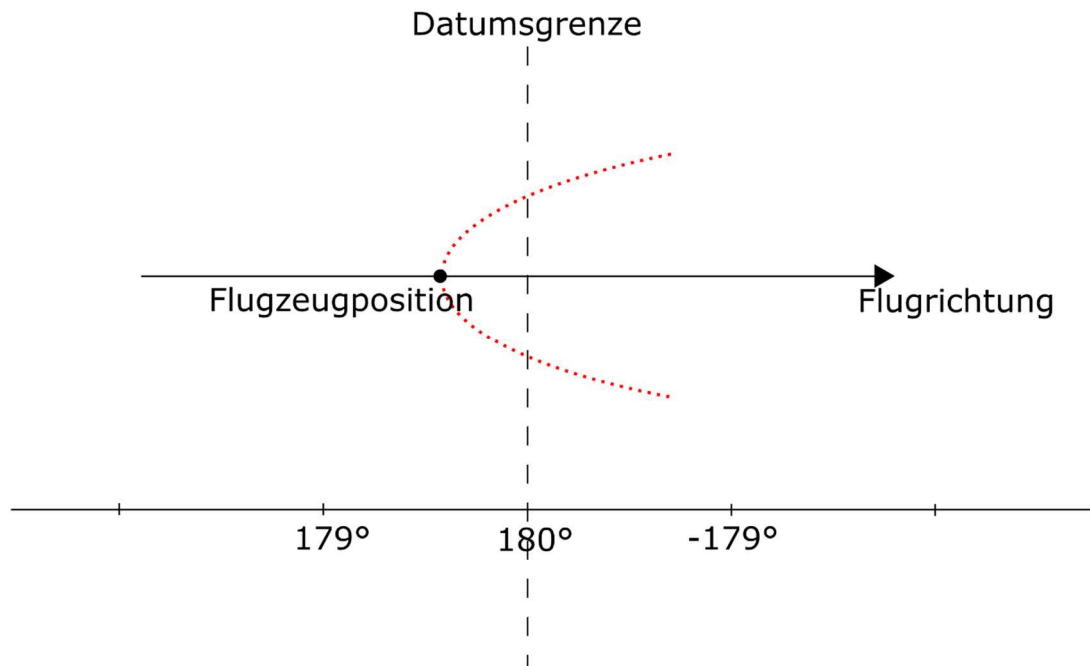


Abbildung 22: Flug über die Datumsgrenze in Richtung Ost mit Schallspuren, die über die Datumsgrenze reichen

Bevor die Berechnung der Teppichbreite mit der beschriebenen Methodik der Abstrahlwinkel-Variation durchgeführt wurde, erfolgte ein anderer Ansatz. Dabei wurde versucht, die Breite des Teppichs am Boden so genau wie möglich zu bestimmen. Als Abbruchkriterium galt der Abstand der Auftreffpunkte der letzten beiden Schallspuren in y-Richtung. Daraus ergab sich allerdings eine numerische Instabilität.

Eine Diskretisierung über die Höhe wurde ebenfalls angesetzt. Dabei resultierte bei starken Abflachungen, im niedrigen Höhenbereich kurz vor dem Boden, ein großer Fehler mit Ungenauigkeiten, die in Divergenzen resultierten. Daher kam es zu einer Diskretisierung über die Zeit.

## 4 Ergebnisse

Um die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit der Berechnungen zu prüfen, werden Testläufe durchgeführt. Weiterhin wird die Leistungsfähigkeit getestet. Wie die Ergebnisse weiterverarbeitet werden können, wird ebenfalls demonstriert.

### 4.1 Validieren der Simulationsergebnisse

Um die Richtigkeit der Programmierung zu prüfen, war es nötig Referenzdaten zu finden, für die eine Modellrekonstruktion möglich war. Beim „2nd Sonic Boom Prediction Workshop 2017“ wurden Präsentationen von wissenschaftlichen und industriellen Forschern gezeigt. Die NASA gab atmosphärische Bedingungen und Flugzeuggeometrien vor, die von unterschiedlichen Instituten analysiert wurden. Der Workshop war in zwei Teile gegliedert. Im ersten Teil erfolgte die Nahfeldanalyse mit CFD der Flugzeugkörper. Hingegen im zweiten Teil die Fernfeldpropagation des Überschallknalls der vorgegebenen Flugzeuggeometrie in der vorgegebenen Atmosphäre untersucht wurde. Dabei präsentierte u.a. die japanischen „Japan Aerospace Exploration Agency“ (JAXA) ein Ergebnis. Mittels Ray-Tracing erfolgte die Berechnung der Knallausbreitung, sowie die Knallintensität am Boden. Die von der NASA vorgegebenen Atmosphärenprofile werden genutzt, um die Berechnungen, aus dem in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Programm, zu validieren.

Die verfügbaren Daten enthalten vier unterschiedliche Atmosphärenprofile, die in Abbildung 23 dargestellt sind.

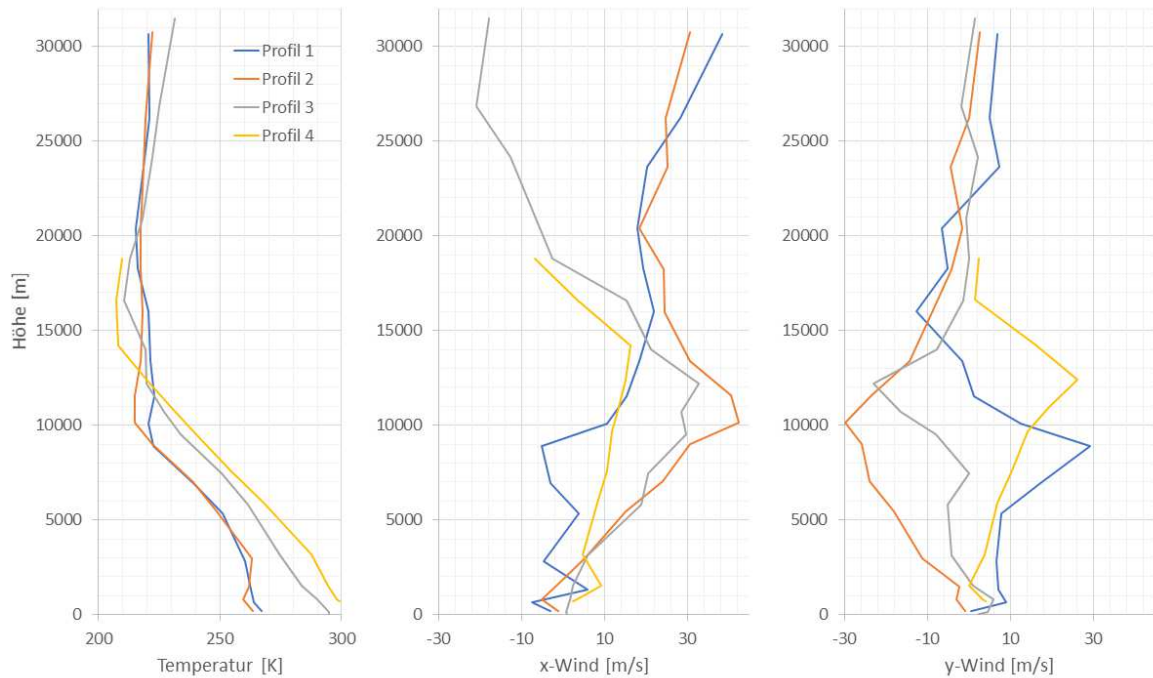


Abbildung 23: Atmosphärenprofile mit dem Verlauf der relevanten Daten über die Höhe [19]

Für die Validierungsrechnung wurde ein linearer Interpolationsalgorithmus benutzt, um die Daten der Atmosphärenprofile zu lesen. Die Datenpunkte der Profile reichen nicht bis zum Boden, weshalb ab dem letzten Datenpunkt extrapoliert werden muss. Die Extrapolation erfolgte mittels einer konstanten Funktion. Die detaillierten Daten sind im Anhang A zu finden.

Um die Ergebnisse aus dem Programm zu bewerten, wird zunächst ein beispielhaftes Profil gewählt, mithilfe dessen die Ergebnisse der JAXA-Präsentation und die des Programms vollständig verglichen werden. Die Performance-Parameter sind dabei die Cut-Off-Winkel, die Teppichbreite und der Verlauf der Cut-Off Schallspuren (vgl. Abbildung 24).

Die Teppichbreite ist die Distanz zwischen den Auftreffpunkten der Cut-Off-Schallspuren, die auf die y-z-Ebene projiziert werden. Die Cut-Off-Winkel sind die Abstrahlwinkel der Cut-Off-Schallspuren.

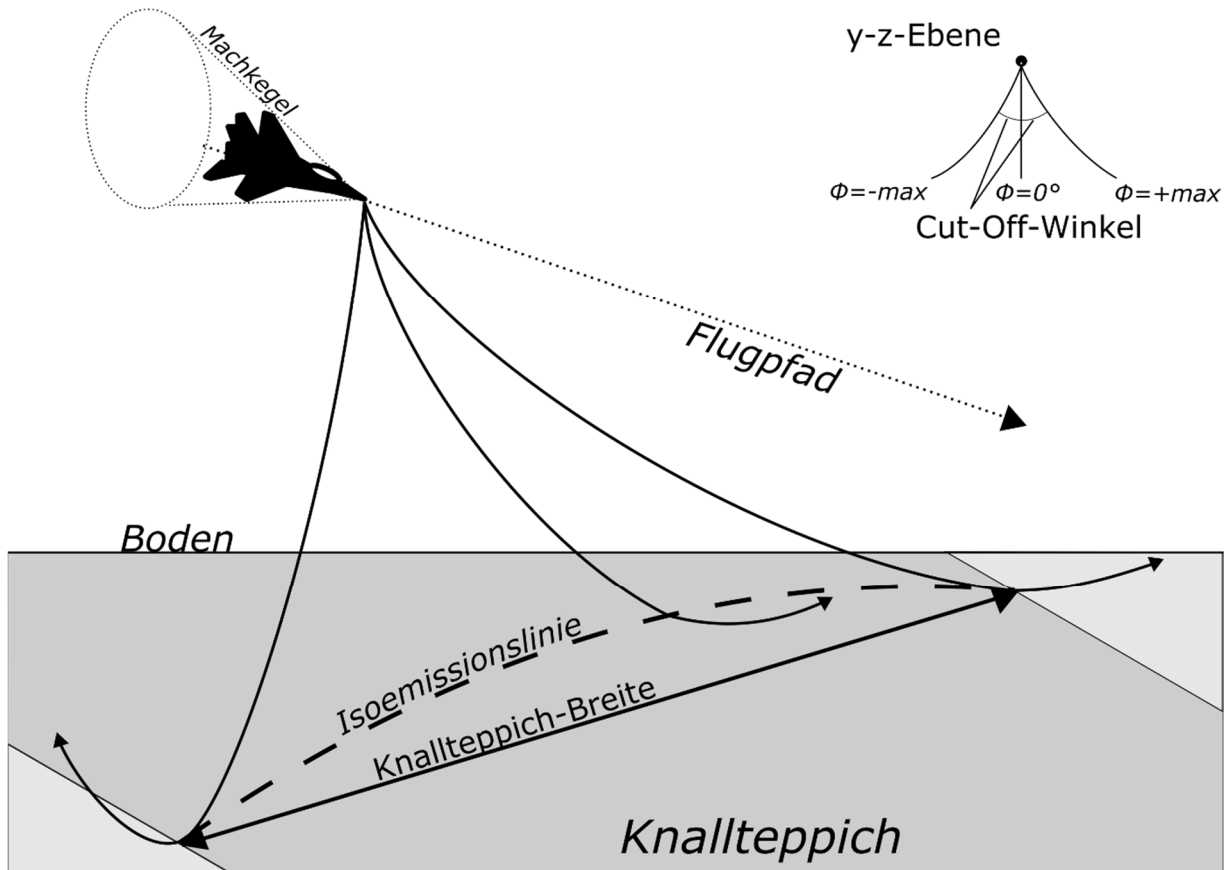


Abbildung 24: Begriffe für den Überschallknall-Teppich und seine Performance-Parameter [2]

In den Abbildung 25 und Abbildung 26 sind die Ergebnisse der Berechnung der Cut-Off-Schallspuren für das Atmosphärenprofil 1 (mit  $M = 1,6$  und  $z = 16764 \text{ m}$ ) mittels dem Programm in MATLAB® dargestellt. Die entsprechenden Cut-Off-Abstrahlwinkel sind  $\phi_{Backbord} = 57,4^\circ$  zu Beginn der positiven Cut-Off-Schallspur (blau) und  $\phi_{Steuerbord} = -63,8^\circ$  zu Beginn der negativen Cut-Off-Schallspur (orange). Die Gesamtbreite des Teppichs beträgt ca.  $84 \text{ km}$ .

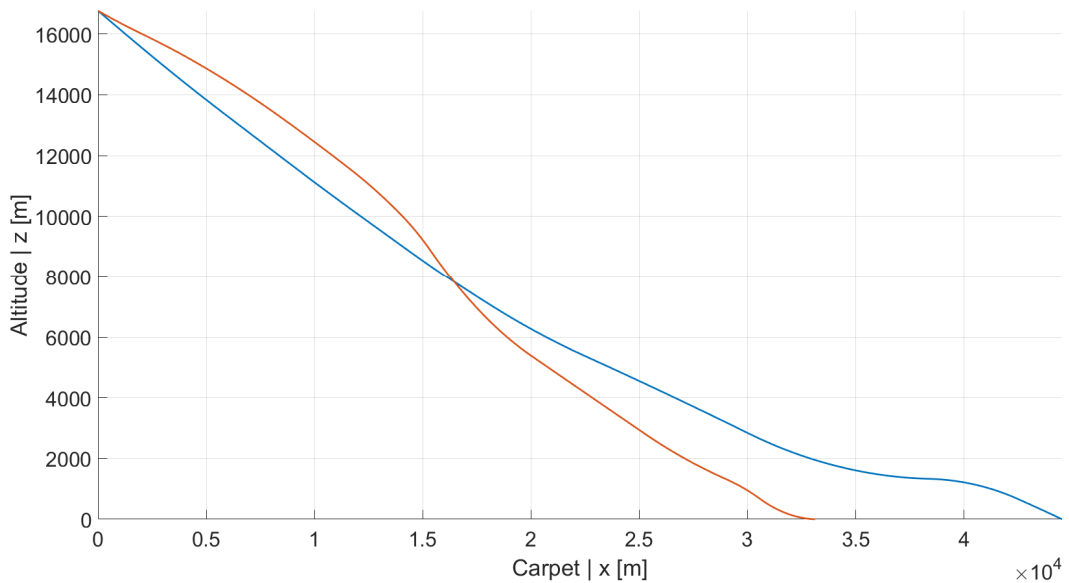


Abbildung 25: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 1 in der x-z-Ebene

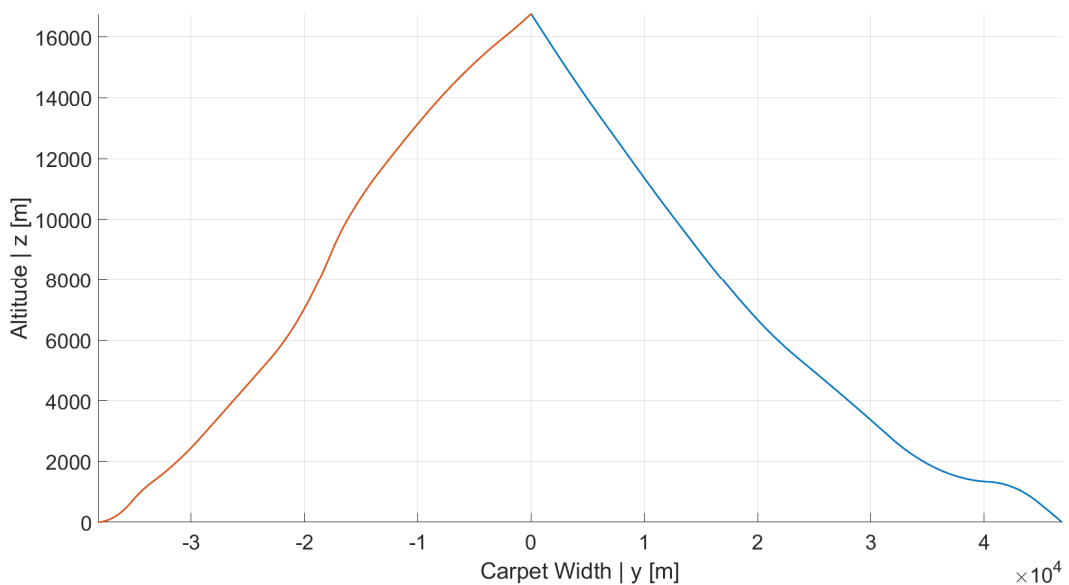


Abbildung 26: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 1 in der y-z-Ebene

Als Vergleich werden in Abbildung 27 die Ergebnisse der JAXA gezeigt. In grau sind die Cut-Off-Schallspuren dargestellt. Die Breite des Teppichs ist somit ca. 91 km und die Cut-off-Abstrahlwinkel sind  $\Phi_{\text{Backbord}} = 57,5^\circ$  und  $\Phi_{\text{Steuerbord}} = -73,7^\circ$ . Der Verlauf der Schallspuren ist nahezu identisch (vgl. Abbildung 27 die Diagramme x-z und y-z mit denen der Abbildung 25 und Abbildung 26). Unterschiede sind in der y-z-Ebene bei der Ausbreitung zur Steuerbordseite zu erkennen (Ausbreitung zur negativen y-Richtung). Dort breitet sich die

Schallspur im in dieser Arbeit vorliegenden Programm ( $y = -38 \text{ km}$ , Abbildung 26) nicht so weit aus wie bei dem Modell der JAXA ( $y = -45$ , Abbildung 27). In der  $x$ - $z$ -Ebene ist die Steuerbord-Schallspur in orange abgebildet. Auch dort ist im Vergleich zu den Ergebnissen der JAXA eine geringere Ausbreitung festzustellen ( $x = 33 \text{ km}$  in Abbildung 25 im Vergleich zu  $x = 40 \text{ km}$  in Abbildung 27).

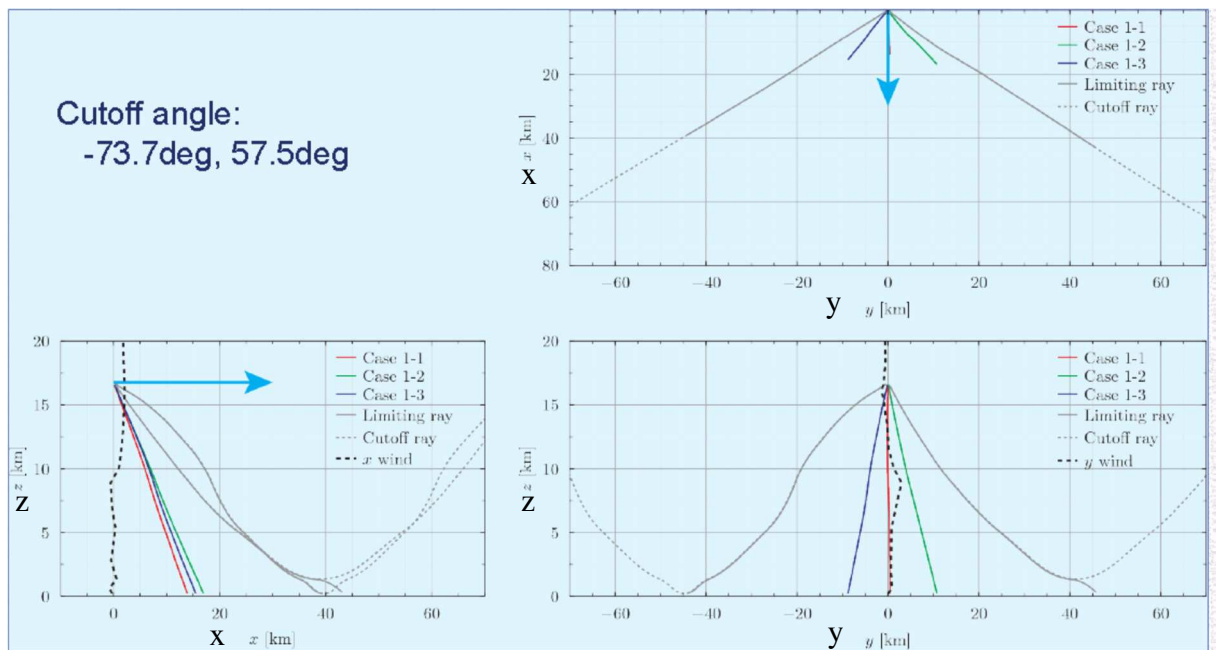


Abbildung 27: Ergebnisse des Ray-Tracing Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 1 [19]

Die Ergebnisse, die mit den Atmosphärenprofilen 2-4 errechnet werden, sind tabellarisch präsentiert. Zusammen mit den Validierungsgrafiken der JAXA werden im Anhang A die Schallspurenverläufe, des in dieser Arbeit entwickelten Programms, gezeigt. Die Atmosphärenprofile 1 und 2 sind mit einer Flughöhe von  $z = 16764 \text{ m}$  berechnet worden, während die Berechnung der Atmosphärenprofile 3 und 4 mit einer Flughöhe von  $z = 15849,6 \text{ m}$  erfolgt. In beiden Fällen wird mit einer Machzahl von  $M = 1,6$  gerechnet. Für die Berechnung wurde eine Schrittweite von  $dt = 0,1 \text{ s}$  für die Zeitdiskretisierung gewählt.



Tabelle 2: Abweichungen der Cut-off-Winkel bei der Validierung des Algorithmus

Abstrahlwinkel  $\Phi$  bei der Validierung

	in positive Richtung	Validierungs- wert	Abweichung vom VW	in negative Richtung	Validierungs- wert	Abweichung vom VW
<b>Atmosphärenprofil 1</b>	57,4	57,5	0,17%	-68,8	-73,7	6,65%
<b>Atmosphärenprofil 2</b>	63,4	65,1	2,61%	-59,3	-59,5	0,34%
<b>Atmosphärenprofil 3</b>	50,5	50,3	0,39%	-54,9	-54,4	0,92%
<b>Atmosphärenprofil 4</b>	46,3	47,1	1,70%	-43,8	-44,0	0,45%

Beim Vergleich der Abstrahlwinkel (Tabelle 2) konnten Abweichungen der berechneten Winkel zu den Validierungswerten von im Schnitt 1,65 % festgestellt werden. Die Abstrahlwinkel zur Steuerbordseite (negative Winkel) haben im Schnitt größere Abweichungen als zur Backbordseite (positive Winkel). Die größte Abweichung ist beim Atmosphärenprofil 1 beim Abstrahlwinkel zur Steuerbordseite zu sehen. Dementsprechend ist auch die Gesamtabweichung beim Atmosphärenprofil 1 am größten. Sämtliche Abweichungen haben Beträge von unter 10%, was die Ergebnisse des Algorithmus validiert.

Tabelle 3: Vergleich der ungefähren Auftreffpunkte der Cut-off Strahlen aus der Berechnung mit dem Programm und den Berechnungen vom JAXA

	Auftreffpunkt der Cut-off-Strahlen [km]				Teppichbreite [km]	
	positiv		negativ		Berechnung	Validierung
	Berechnung	Validierung	Berechnung	Validierung		
<b>Atmosphärenprofil 1</b>	46	46	-38	-45	84	91
<b>Atmosphärenprofil 2</b>	42	44	-65	-68	107	112
<b>Atmosphärenprofil 3</b>	42	37	-56	-57	98	94
<b>Atmosphärenprofil 4</b>	36	46	-35	-30	71	76

Bei Betrachtung der Schallspuren sind die Performance-Parameter an den Auftreffpunkten am Boden orientiert. Beim Vergleich der Werte, die in Tabelle 3 präsentiert sind, werden größere

Abweichungen deutlich. Die Auftreffpunkte haben im Schnitt eine Abweichung vom Validierungswert von 10,58 %. Die Teppichbreiten haben im Schnitt eine Abweichung von 6,67 %. Die größte Abweichung tritt dabei beim Atmosphärenprofil 4 auf, wo die Cut-Off-Schallspur nach Backbord eine Abweichung von 23,404 % vom Validierungswert hat. Die geringste Abweichung ist beim Atmosphärenprofil 1 zur Backbordseite zu finden. Bei den Teppichbreiten hat die größte Abweichung ebenfalls das Ergebnis der Berechnung mit Atmosphärenprofil 4, die dort 7,79 % beträgt, während die geringste Abweichung beim Atmosphärenprofil 3 4,26 % ist. Es muss erwähnt werden, dass die Werte alle optisch von den Graphen abgelesen wurden und damit die Genauigkeit limitiert ist.

Um die Präzision des Programms zu bewerten, sollten alle Ergebnisaspekte betrachtet werden. Die Exaktheit der Berechnung der Cut-Off-Abstrahlwinkel ist gut. Es sind weiterhin keine extremen Ausreißer festzustellen.

Dennoch ist bei der Genauigkeit der Auftreffpunkte zu sehen, dass es zu großen Abweichungen kommt. Die Fehlerquellen können nur vermutet werden. Über die großen Abweichungen beim Atmosphärenprofil 4 kann gesagt werden, dass das Profil die geringste Anzahl an Datenpunkten besitzt (siehe Anhang A, Tabelle 9). Dadurch ist die lineare Interpolation der Atmosphären Daten besonders ungenau.

Generell ist wichtig zu erwähnen, dass durch die lineare Interpolation die größten Abweichungen entstanden sein können, da unbekannt ist, wie die Atmosphärenprofile der JAXA im korrespondierenden Ray-Tracing-Programm interpoliert wurden. Weiterhin kann die Extrapolation der Atmosphärenprofile nah am Boden eine Rolle spielen. Da der Verlauf unterhalb der letzten Datenpunkte unbekannt ist, wurde angenommen, dass sie ab dort konstant weiterverlaufen. Dies hatte zur Folge, dass die Schallspuren nah am Boden etwas anders verlaufen als beim Referenzprogramm. Gerade im Bereich nah am Boden ist das kritisch, da dort die Schallspur abflacht. Kleine Fehler haben dort große Auswirkungen.

Als Gesamtbewertung der Genauigkeit der Ergebnisse wird die Validation des Programms als erfolgreich betrachtet. Die Begründung dafür ist die Präzision bei der Berechnung der Abstrahlwinkel sowie die Übereinstimmung der Schallspurverläufe zwischen dem geschriebenen Programm und den JAXA Ergebnissen (siehe Anhang A, Abbildung 41 bis Abbildung 49). Eine rationale Erklärung der Abweichungen bei den Auftreffpunkten ist

möglich. Da es sich dabei um Interpolations- und Datenungenauigkeiten handelt, werden die Abweichungen mit der Begründung negiert, dass in der Anwendung des Programms reelle Atmosphären mit maßgeschneiderten Interpolationsalgorithmen verwendet werden.

## 4.2 Schrittweiten-Konvergenz

In der Schallspurberechnung ist es notwendig, die Berechnung in Schrittweiten  $dt$  zu diskretisieren. Es wurde festgestellt, dass diese Schrittweite Einfluss auf die numerische Stabilität und Präzision der Schallspurberechnung nimmt. Da die Funktion für die Schallspurberechnung allerdings die innerste Programmkomponente ist, wird sie häufig wiederholt und hat somit auch den meisten Einfluss auf die Rechengeschwindigkeit. Somit ist es von Relevanz zu bestimmen, ab welcher Schrittweite die Ergebnisse konvergieren, um das Programm mit ausreichender Genauigkeit und hoher Schnelligkeit zu nutzen.

Zur Evaluierung der Schrittweitenkonvergenz werden die Performanceparameter „Auftreffpunkte“ nach Back- und Steuerbord sowie die „Teppichbreite“ verwendet. Es wird mit einer Diskretisierung der Zeit  $dt$  von  $dt = 100$  s begonnen und mit einer Unterteilung von  $dt = 0,1$  s geendet. Gerechnet wird mit dem Validierungs-Atmosphärenprofil 1, einer Mach-Geschwindigkeit von  $M = 1,6$  und einer Flughöhe von  $z = 16764$  m.

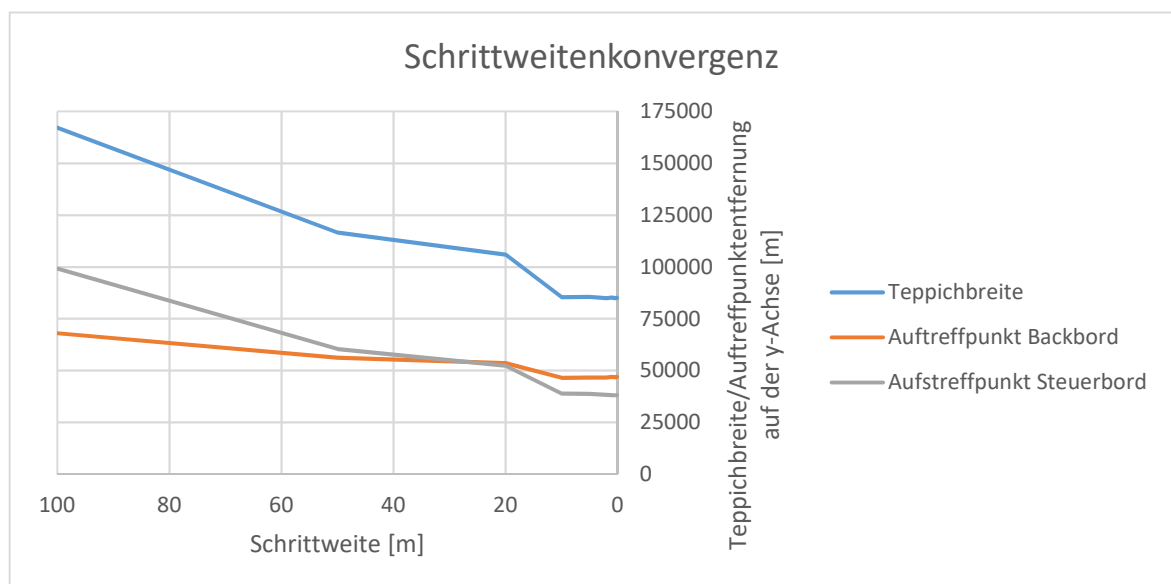


Abbildung 28: Graph der Schrittweitenkonvergenz bei der vertikalen Unterteilung der Flughöhe

Die Ergebnisse werden in einem Diagramm dargestellt (siehe Abbildung 28) und sind im Anhang A, Tabelle 10 zusammengefasst. Es ist abzulesen, dass die Teppichbreite ab einer Schrittweite von  $dt = 10\text{ s}$  konvergiert. Gleiches gilt für den Auftreffpunkt an Steuer- und Backbord. Für eine Analyse der Schrittweiten, die feiner sind als  $dt = 10\text{ s}$ , wird eine Abweichung von dem jeweiligen vorherigen Wert berechnet.

Die Ergebnisse der Abweichungsberechnung zeigen, dass bei einer  $0,2\text{ s}$ - und  $0,1\text{ s}$ -Schrittweite keine Abweichungen der Ergebnisse voneinander zu erwarten sind. Alle Auflösungen von  $dt = 1\text{ s}$  oder weniger liefern Abweichungen vom vorhergehenden Wert von unter  $1\%$ .

Tabelle 4: Abweichungen vom jeweiligen Mittelwert der Schrittweiten von  $100\text{ m}$  oder feiner

Schrittweite [dt]	Teppichbreite [m]		Auftreffpunkte [m]			
		Abweichung vom vorherigen Wert	Backbord	Abweichung vom vorherigen Wert	Steuerbord	Abweichung vom vorherigen Wert
<b>10,0</b>	85432	19,35051%	46522	13,24731%	38909	25,60990%
<b>5,0</b>	85526	0.11003%	46675	0.32888%	38851	0.14907%
<b>2,0</b>	84972	0.64776%	46723	0.10284%	38249	1.54951%
<b>1,0</b>	85215	0.28598%	46975	0.53935%	38240	0.02353%
<b>0,5</b>	84976	0.28047%	46869	0.22565%	38107	0.34780%
<b>0,2</b>	85132	0.18358%	46898	0.06187%	38234	0.33327%
<b>0,1</b>	85132	0.00000%	46898	0.00000%	38234	0.00000%

Aus dieser Analyse kann abgeleitet werden, dass eine Auflösung von  $dt = 10\text{ s}$  und einer Auflösung von  $dt = 2\text{ s}$  nicht vollständig ausreicht, um sehr genaue Ergebnisse zu erzielen. Zu empfehlen ist eine Schrittweite für die Diskretisierung von  $dt = 1\text{ s}$ .

### 4.3 Abstrahlwinkel-Genauigkeit

Um festzustellen, bis zu welcher Genauigkeit es sinnvoll ist, die Cut-Off-Abstrahlwinkel zu bestimmen, wird eine Serie von Berechnungen durchgeführt, in denen die Präzision gezielt variiert wird. Dabei muss beachtet werden, dass die programmierte Methodik vorsieht, dass der Winkel immer so lange vergrößert wird, bis die Schallspur den Boden nicht mehr erreicht und dann die Genauigkeit um eine Zehnerpotenz verfeinert. Das resultiert in einer kontinuierlichen Vergrößerung des Abstrahlwinkels und könnte zur numerischen Divergenz der Schallspur in Bodennähe führen.

Um eine Beurteilung der ausreichenden Abstrahlwinkel-Genauigkeit tätigen zu können, werden die Bedingungen der Validierungs-Atmosphäre 1 mit der Machzahl  $M = 1,6$  und der Flughöhe  $z = 16764$  genutzt. Die gewählte Zeitunterteilung ist  $dt = 0.1$  s. Die Genauigkeit des Cut-Off-Winkels wird in Zehnerpotenzen definiert, also gilt dafür die Zuordnung  $10^i$ .

Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in Tabelle 5 präsentiert.

Tabelle 5: Ergebnisse der Berechnung abhängig von der Abstrahlwinkelgenauigkeit

Zehnerpotenz	Teppichbreite [m]	Auftreffpunkt [m]		Cut-off-Winkel [°]	
		Backbord	Steuerbord	Backbord	Steuerbord
0	79317	42762	-36556	57	-68
-1	85112	46877	-38235	57,4	-68,8
-2	85654	47290	-38364	57,41	-68,83
-3	85970	47555	-38415	57,413	-68,837
-4	86092	47677	-38415	57,4136	-68,8375

Die Ergebnisse der Schallspurausbreitung werden mit steigender Winkelgenauigkeit größer. Entsprechend der Rechenmethodik wird der Cut-off-Winkel mit steigender Präzision größer. So ist das Ergebnis für die Teppichbreite mit einer Genauigkeit von  $10^{-4}$  1,09-mal so groß wie das Ergebnis mit einer Genauigkeit von  $10^0$ .

Die Diagramme zu den Ergebnissen aus Tabelle 5 werden in den Abbildung 29 bis Abbildung 31 gezeigt. Es werden die Schallspurverläufe in y-z-Ebene dargestellt.

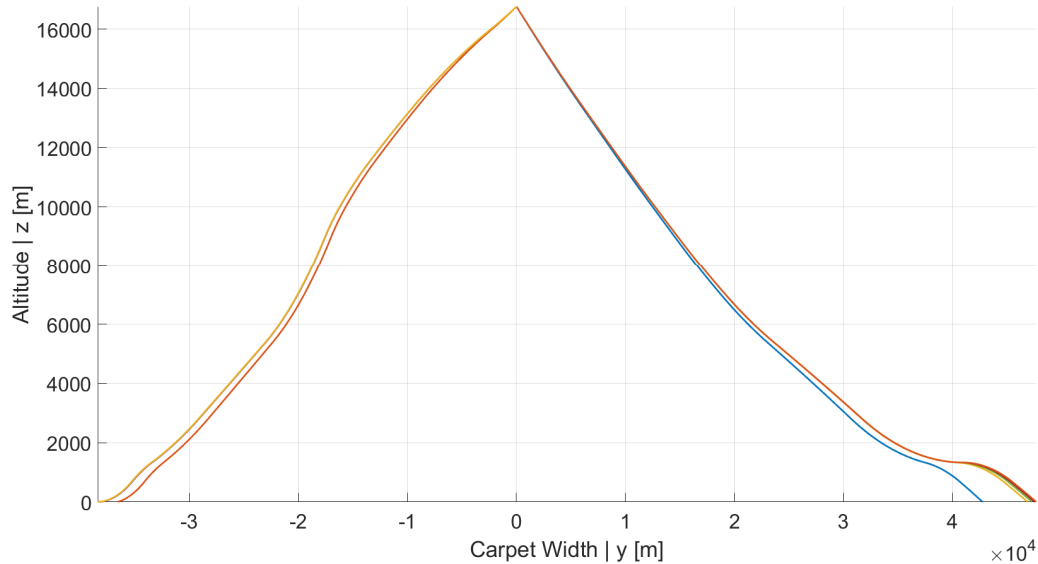


Abbildung 29: Cut-Off-Schallspuren mit einer Genauigkeit von  $10^0$  bis  $10^{-4}$

Die Schallspuren ab einer Genauigkeit von  $10^{-1}$  bis  $10^{-4}$  liegen sehr nah beieinander (siehe Abbildung 29). Die Teppichbreite weicht 7 % von dem Ergebnis ab, das mit einer Genauigkeit von  $10^0$  berechnet wurde. In den Abbildung 30 und Abbildung 31 ist der Fokus auf die Schallspur-Aufprallpunkte gesetzt.

Als Genauigkeit wird  $10^{-1}$  empfohlen. Alle höheren Genauigkeiten würden den Kernalgorithmus verlangsamen und die Präzision des Ergebnisses (Teppichbreite, Auftreffpunkte, Cut-off-Winkel) nicht sehr erhöhen.

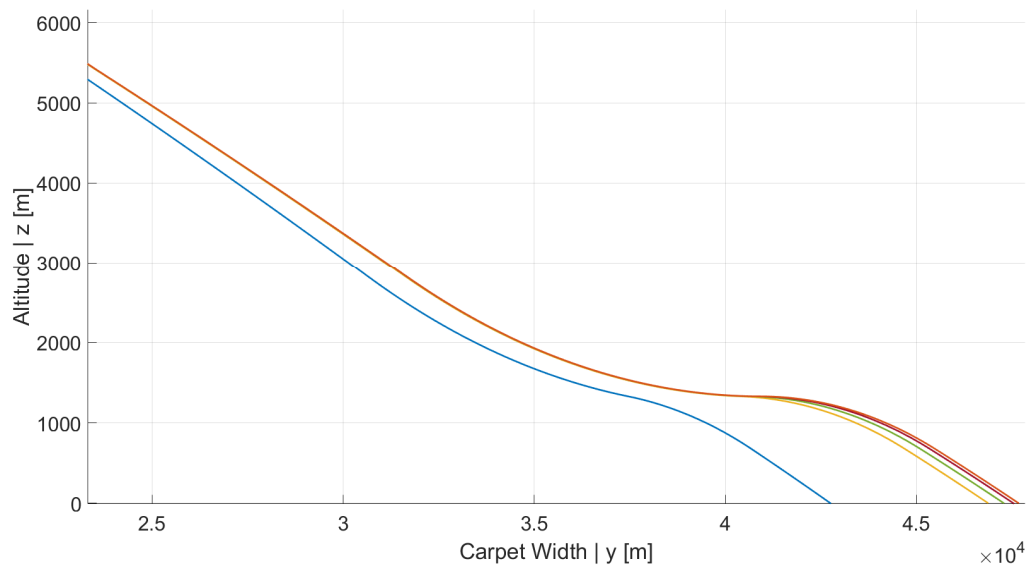


Abbildung 30: Cut-Off-Schallspuren mit einer Genauigkeit von  $10^0$  (blau) bis  $10^{-4}$  (rot) mit Fokus auf die Backbord Seite des Knallteppichs

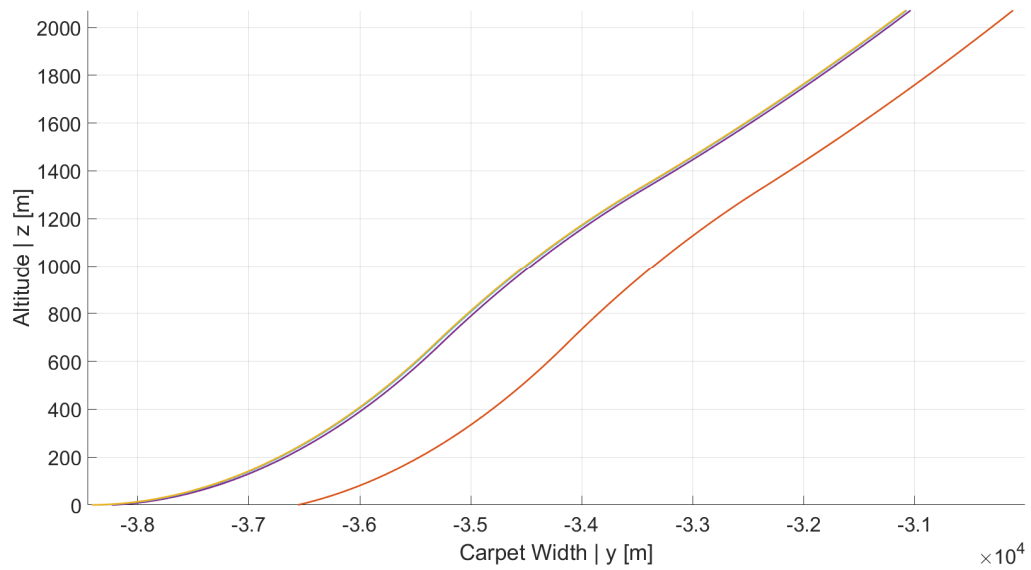


Abbildung 31: Cut-Off-Schallspuren mit einer Genauigkeit von  $10^0$  (orange) bis  $10^{-4}$  (violett) mit Fokus auf die Steuerbord-Seite des Knallteppichs

#### 4.4 Ergebnis der Knallteppich-Berechnung einer Überschall-Flugtrajektorie

Das Ergebnis aus der Berechnung mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Programm wird als .kml Datei nach Google Earth exportiert. Die berechnete Flugroute geht vom Flughafen London Heathrow (LHR) zum Nairobi Jomo Kenyatta International Airport, Kenia (NBO). Die Flugroute führt über die Adria sowie, nach einer Überquerung des Festlandes von Ägypten, über das Rote Meer bevor die Flugroute nach Süden über das Festland von Äthiopien nach Kenia abbiegt. In Abbildung 32 wird das Resultat der Knallteppichberechnung abgebildet. Nur in den Bereichen des Meeres wird mit Überschall geflogen. Der Teppich startet im Adriatischen Meer und geht bis zur ägyptischen Küste. Dann startet der Teppich wieder im Roten Meer und reicht bis zur eritreischen Küste. Zu sehen ist, dass unter diesen atmosphärischen Bedingungen (vom 2014-01-01-00) der Überschallknall zum ägyptischen und eritreischen Festland reicht. Die Flugtrajektorie sollte somit angepasst werden. Das Flugzeug muss früher vor der ägyptischen Küste abbremsen, könnte aber nach dem Passieren des Suez-Kanals früher wieder auf Überschallgeschwindigkeit beschleunigen. Es sollte auch eher vor der eritreischen Küste abbremsen um den internationalen Regulationen gerecht zu werden.



Abbildung 32: Globale Ansicht der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und dem Knallteppich der aus der Atmosphäre vom 2014-01-01-00 berechnet wurde



## 4.5 Atmosphärische Einflüsse

Das Ziel des Programms ist es, den Knallteppich einer Überschall-Flugtrajektorie zu berechnen. Es ist also notwendig, diese Fähigkeit zu prüfen. Dazu werden die Atmosphären des Jahres 2014 jeweils zum Ersten des Monats um 00:00 Uhr verwendet. Um den Effekt der atmosphärischen Einflüsse zu verdeutlichen, wird eine Flugroute gewählt, die durch Nadelöhre führt und mehrere Überschallsektionen besitzt. Es wird die gleiche Flugroute wie in Kapitel 4.4 gewählt (LHR-NBO). Die Ergebnisse für die Flugroute mit den 12 Atmosphären werden in Google Earth zusammen mit der Flugtrajektorie in Abbildung 33 dargestellt.



Abbildung 33: Globale Ansicht der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen

Der Fokus liegt nun auf den sogenannten Nadelöhren, also den Stellen, in denen mit Überschallgeschwindigkeit geflogen wird, aber das Risiko besteht, dass der Knallteppich auf Landmassen liegt. Zu diesen risikobehafteten Stellen gehören immer die Beschleunigungs- und Bremsphasen, sowie Flüge in der Nähe von Landmassen. In dem vorliegenden Fall also die Adria sowie das Rote Meer. In Abbildung 34 ist die erste Überschallflugsektion über der Adria abgebildet. Wegen der Landmassen Italiens muss die Route Umlenkungen in Kauf nehmen. In

dem Beschleunigungsbereich ist zu erkennen, dass bei unterschiedlichen atmosphärischen Bedingungen der Knallteppichbeginn variiert. Die Sektion hinter dem Knallteppichbeginn ist durch die Beschleunigungsphase noch sehr unregelmäßig. Auch in Bereichen der Kurswechsel sind Streuungen der Knallteppiche deutlich. So entstehen Überlappungen mit den italienischen, albanischen und griechischen Landmassen. Es ist festzustellen, dass die Überschneidungen mit den italienischen Landmassen nur gering sind, die mit den Albanischen deutlich und die mit den Griechischen ebenfalls eher gering ausfallen.

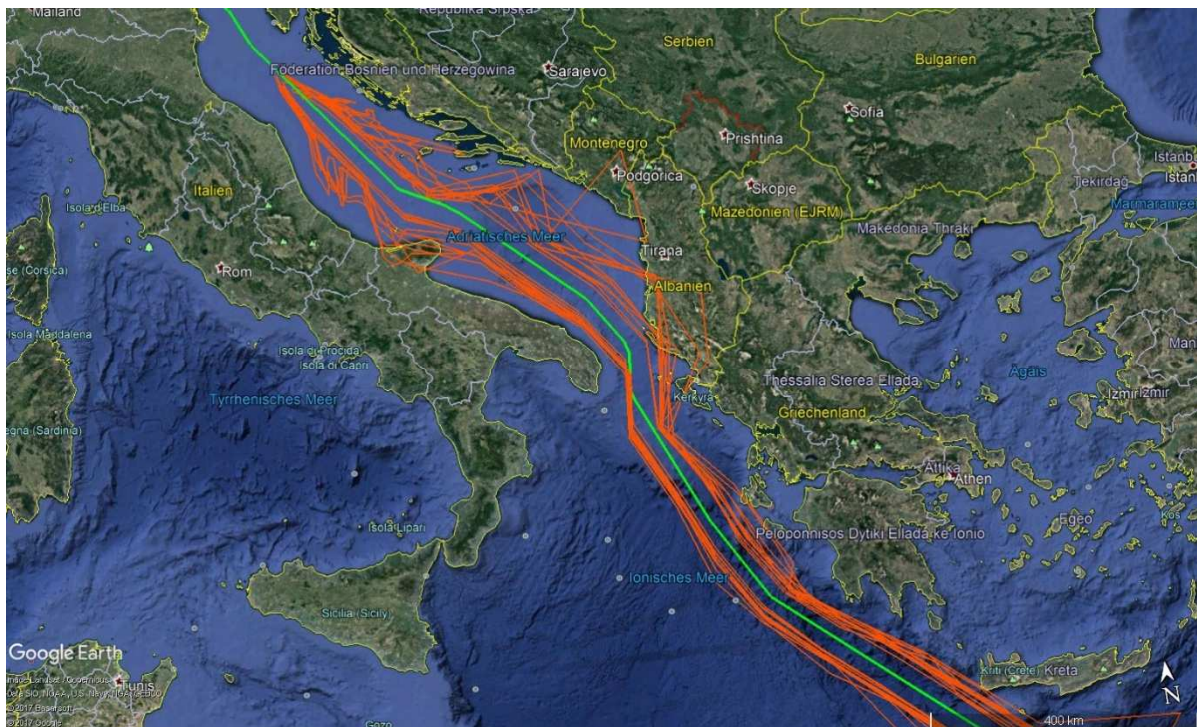


Abbildung 34: Ansicht der Adria mit der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen

Die Bremsphase nach Überquerung des Mittelmeers ist notwendig, um über die Landmasse von Ägypten zu fliegen und um dann über dem Roten Meer wieder zu beschleunigen. Eine starke Streuung des Knallteppichs im Bremsbereich vor der ägyptischen Landmasse wird deutlich. Als Folge der Streuung überschneidet sich der Knallteppich stark mit dem Festland. Der Knallteppich vom 01.08.2014 00:00 Uhr sowie der Knallteppich vom 01.12.2014 00:00 Uhr zeigen eine besonders deutliche Streuung gegenüber den anderen Ergebnissen. In der zweiten Beschleunigungsphase ist ein deutlicher Sicherheitsabstand zu den Landmassen vor dem

Knallteppichbeginn zu erkennen. Der Knallteppich dahinter ist recht regelmäßig mit einer moderaten Streuung.

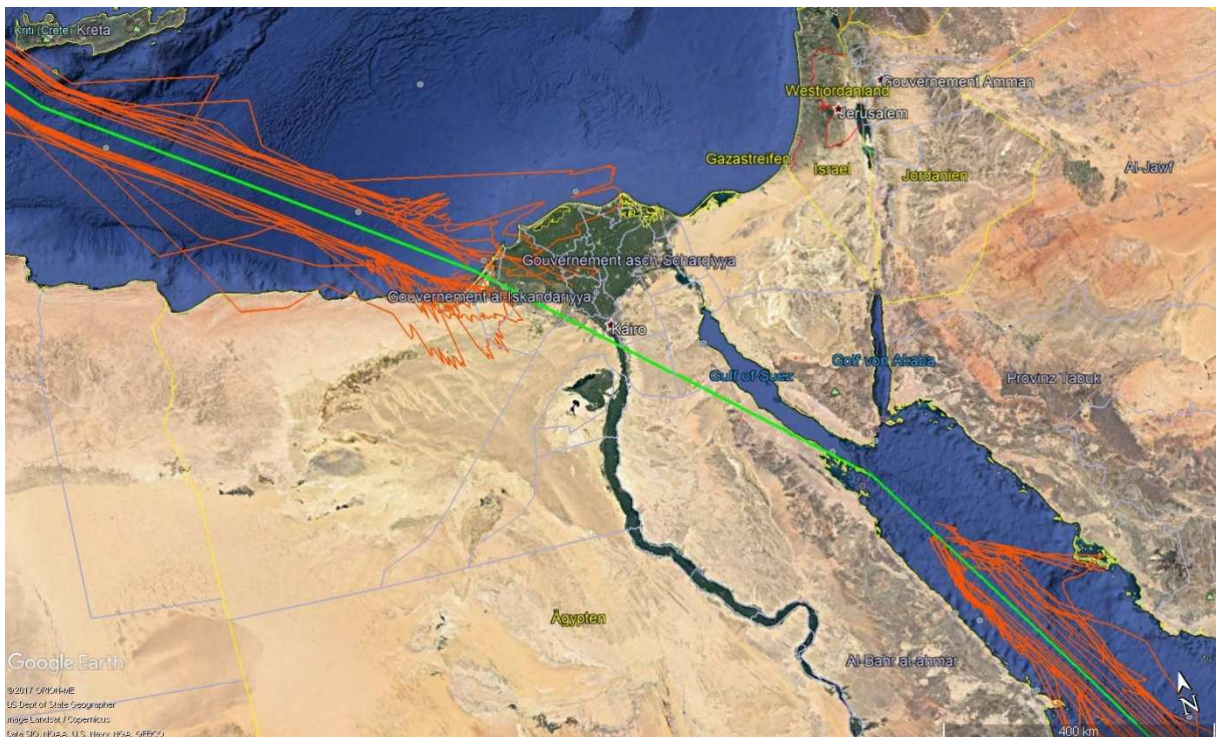


Abbildung 35: Ansicht der Ägyptischen Landmassen sowie Teilen des Mittelmeeres und Roten Meeres mit der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen

Da die Flugtrajektorie über dem Roten Meer recht gradlinig ist, fällt die Streuung der Knallteppiche bis zur Bremsphase moderat aus. Dennoch sind die Einflüsse von atmosphärischen Bedingungen deutlich. Bei der Bremsphase ist wieder eine auffällige Streuung zu erkennen. Auch Überschneidungen mit dem Festland von Eritrea sind sichtbar. Die Bremsphase erfolgt zusammen mit einer Kursänderung auf Süd.

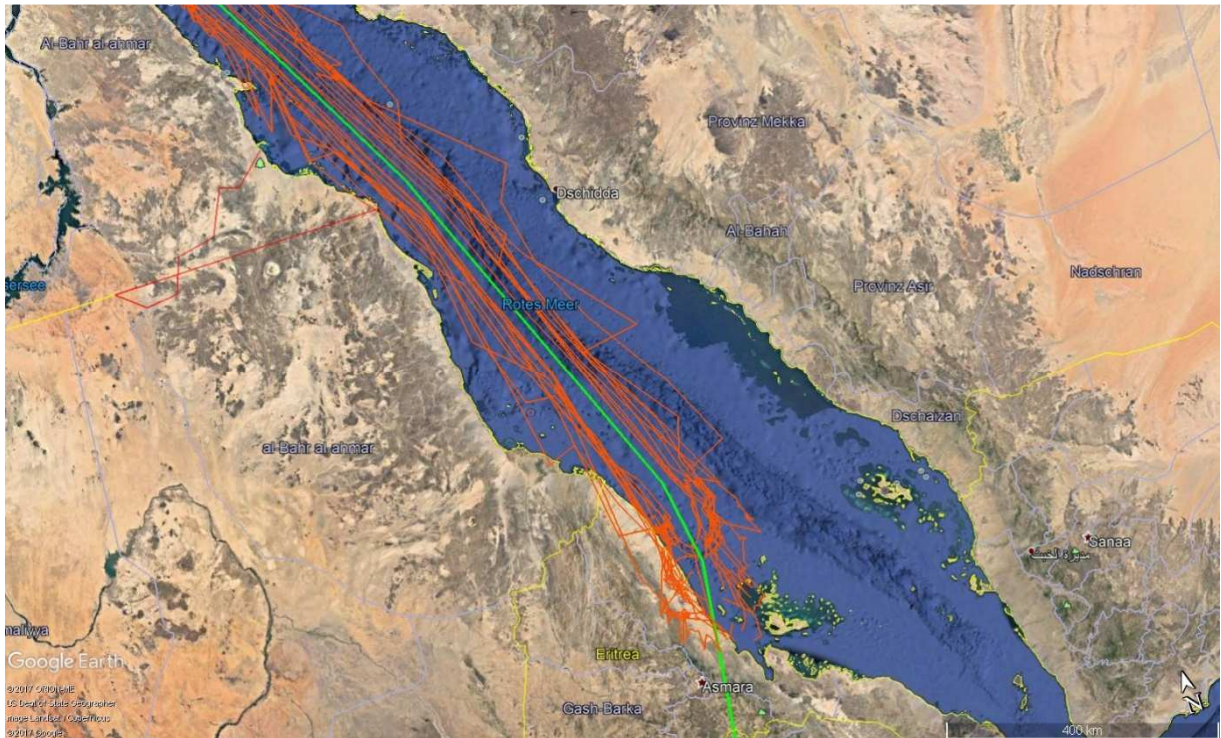


Abbildung 36: Ansicht des Roten Meeres mit der letzten Bremsphase der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen

Festzuhalten sind erhebliche Streuungen der Knallteppiche in Brems- und Beschleunigungsphasen sowie in Kursänderungsphasen. Die starken Abweichungen der Knallteppiche vom 01.08.2014 und vom 01.12.2014 sollten nachträglich mittels Schallspurbetrachtung untersucht werden, um eine Singularität des Algorithmus auszuschließen. Besonders ungünstige atmosphärische Bedingungen könnten auch ein Grund für diese starke Abweichung sein. Beispielfhaft wird die Atmosphäre vom 01.08.2014 gezeigt.

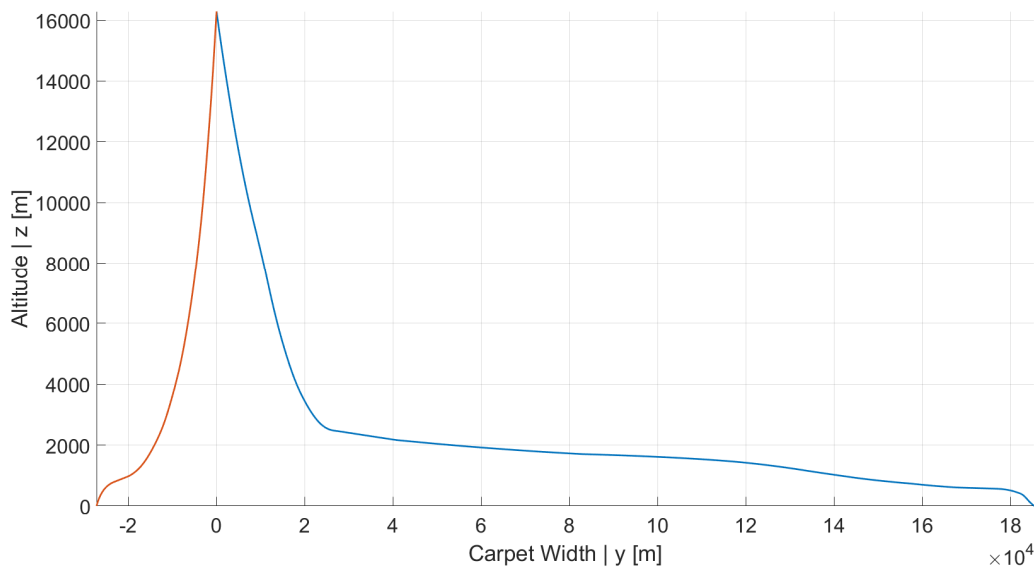


Abbildung 37: Abbildung des Cut-Off-Schallspur Verlaufs in  $y$ - $z$ -Ebene auf  $N32^\circ 11.31$ ,  $E27^\circ 48.46$  mit  $M = 1,4$ , einer Flughöhe von  $z = 16291,25$ , mit dem Kurs  $124,7^\circ$  und der Atmosphäre vom 01.08.2014 00:00 Uhr

Anhand der Abbildung 37 kann deduziert werden, dass der Verlauf der Cut-Off-Schallspuren auf eine numerische Singularität, allerdings auch auf besonders ungünstige atmosphärische Bedingungen, zurückführbar sein könnte. Der steile Verlauf auf der Steuerbordseite mit einem Auftreffpunkt bei  $30 \text{ km}$  sowie der langgestreckte Verlauf der Schallspur auf der Backbordseite sprechen für einen starken Seitenwind von Steuerbord. Um diese Vermutung zu bestätigen, wird das Wind- und Temperaturprofil an der Flugzeugposition in Abbildung 38 dargestellt. Es ist eine steigende Temperatur mit sinkender Höhe auf ca.  $T = 295 \text{ K}$  zu sehen. Der Windbetrag nimmt mit sinkender Höhe immer weiter ab, bis er bei  $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  am Boden ist. Die Windrichtung ist relativ unbeständig und variiert zwischen  $50^\circ$  und  $125^\circ$ . Hier ist die Windrichtung allerdings als Vektor bezeichnet, der Wind weht also am Boden in die Richtung des Kurses vom Überschallflugzeug. Anhand des Windprofils könnte die extreme Auslenkung der Schallspur nicht notwendigerweise erklärt werden, wobei die Möglichkeit besteht, dass die atmosphärischen Bedingungen entlang der Schallspur anders sind, als die Bedingungen direkt unter dem Flugzeug.

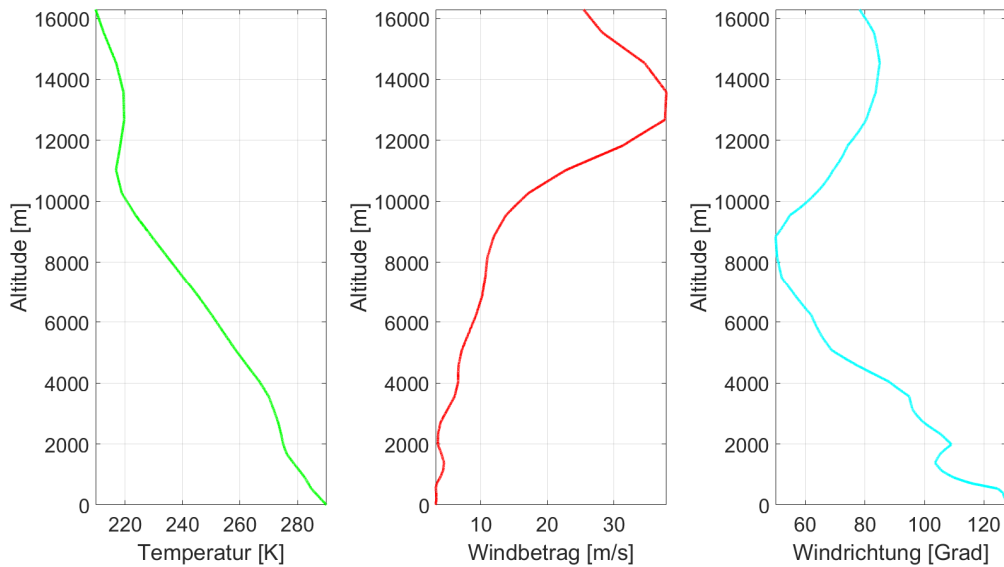


Abbildung 38: Atmosphärische Bedingungen an der Flugzeugposition aus Abbildung 37

#### 4.6 Weiterverwendung der Ergebnisse

Mit den ermittelten Ergebnissen aus der Berechnung mit diversen Atmosphären besteht die Möglichkeit, statistische Analysen mit dem Ziel der Bewertung der Überschall-Flugtrajektorien durchzuführen. In einer solchen Analyse kann das Risiko, ob durch die Überschall-Flugtrajektorie ein Überschallknall das Land erreicht, statistisch bewertet werden. Danach ist es realisierbar, die Flugtrajektorie entsprechend anzupassen.

Bei Betrachtung der im vorigen Kapitel gezeigten Ergebnisse ist es möglich, Entscheidungen bezüglich der Optimierung der Flugtrajektorie zu treffen. Beispielsweise sind innerhalb der Adria Überschneidungen mit Landmassen festzustellen. Es gilt dort die Entscheidung zu treffen, ob eine Beschleunigung auf Überschallgeschwindigkeit eventuell erst später erfolgen sollte, oder ob die Flugbahn so angepasst werden kann, dass es keine Überschneidungen mehr gibt. Eine eindeutige Entscheidung kann bezüglich des ersten Bremsvorgangs getroffen werden, weil es notwendig ist, früher auf Unterschallgeschwindigkeit zu kommen. Nahezu alle Knallteppiche überschneiden sich dort mit dem ägyptischen Festland. Allerdings ist es dann auch möglich, früher wieder zu beschleunigen, da nach Überquerung des Golfs von Suez noch ein größerer Freiraum zu erkennen ist, in dem ein Knall erlaubt wäre. Bei der zweiten Bremsphase ist es ebenfalls sinnvoll, den Vorgang eher einzuleiten. Möglicherweise reicht es hier schon aus, den Vorgang nur auf eine gerade Strecke ohne Biegung zu beschränken.

Diese Bewertung einer Überschall-Flugtrajektorie wurde auf der Basis von 12 Atmosphären aus dem Jahre 2014 mit Werten der gleichen Tageszeit (00:00 Uhr) getroffen. Für eine zuverlässige Bewertung ist eine Ergebnismenge dieser Größe nicht ausreichend. Ein optimales Ergebnis könnte erzielt werden, indem Atmosphären von jedem Tag im Jahr und zu unterschiedlichen Tageszeiten verwendet werden. Mit einer Erweiterung des Programms wäre es möglich eine Rechenroutine zu erstellen, mit der alle atmosphärischen Datenbanken nacheinander durchgerechnet werden können. Mittels einer statistischen Auswertung der Ergebnisse könnten dann Wahrscheinlichkeiten für Teppichpositionen entsprechend der Gesetzmäßigkeiten aus der Statistik errechnet werden. Ein Export von Knallteppichen mit Häufigkeiten (Knallteppich-Positionen) und Wahrscheinlichkeiten würden dann eine genaue Bewertung von Überschall-Flugtrajektorien ermöglichen.

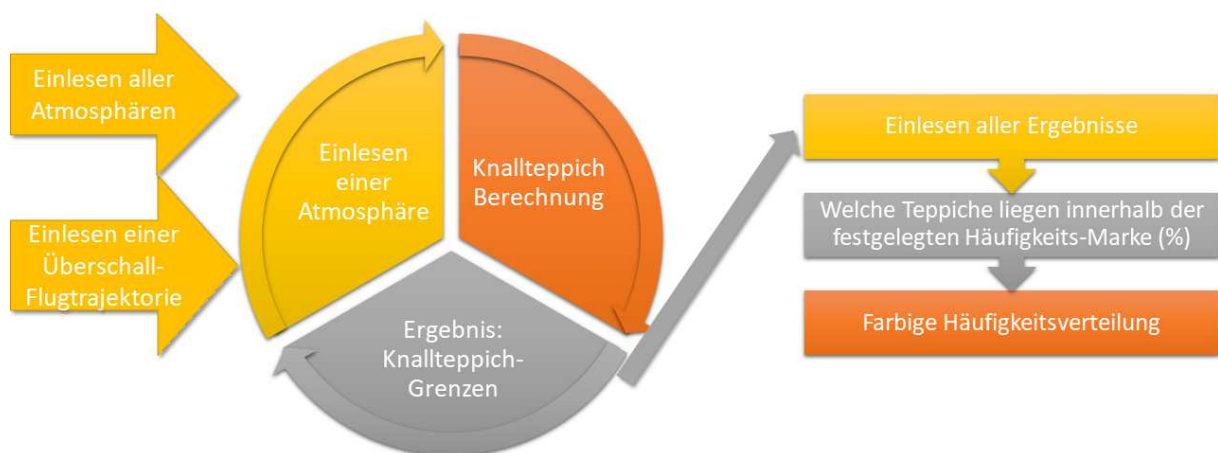


Abbildung 39: Programmstruktur für die Berechnung einer Häufigkeitsverteilung von Teppichpositionen einer Überschall-Flugtrajektorie mit unterschiedlichen Atmosphären

Im Rahmen von Machbarkeitsstudien für Überschallflug können dann diese Ergebnisse verwendet werden, um Flugrouten zu bewerten. Mittels einer Einbindung von Ersatzmodellen für den Flugbetrieb, können z. B. Kostenrechnungen erfolgen. Damit ist es im Rahmen der derzeit existierenden Regulationen möglich, Bewertungen und Studien des Geschäftsmodells „Überschallflug“ durchzuführen.

Weiterhin kann das Programm genutzt werden, um anhand von aktuellen Wetterdaten eine existierende Flugroute zu optimieren.

## 4.7 Diskussion

Die Ergebnisse, die das Programm erzeugt, sind stark abhängig von der Präzision der eingespeisten Daten. Speziell die Auflösung der Überschall-Flugtrajektorie trägt viel zur Knallteppichgrenzen-Genauigkeit bei. Bei Beschleunigungs- und Bremsphasen, sowie Kursänderungen ist eine höhere Auflösung notwendig, um die Änderung der Teppichbreiten gut abzubilden.

Weiterhin ist die numerische Präzision zu hinterfragen. Das verwendete numerische Modell benutzt eine sequentielle Berechnung. Ungenauigkeiten summieren sich also auf und ein Fehler kann nur anhand von Knallteppich-Breiten, Knallteppich-Positionen und Cut-Off-Abstrahlwinkeln anderer Berechnungen analysiert werden. In der Anwendung treten zum Teil große Teppichbreiten auf, die nicht notwendigerweise durch eine direkte Analyse mit Atmosphärendaten erklärbar sind. Eine Anwendung der Trapezmethode zur Integration brachte keine genaueren Ergebnisse, als die Integration mit der Riemann Summe. Physikalische Effekte dicht am Boden, wie die Shadow-Zone, sind im vorliegenden Programm nicht berücksichtigt worden. Auch eine Betrachtung von Erdrundungseffekten findet nicht statt (abgehandelt in Quelle [18]).

Die Existenz anderer mathematischer Modelle für die Fernfeld-Propagation eines Überschallknalls wurde bestätigt, aber nicht näher untersucht. Beispiele dafür sind die allgemeine Schallpropagation von Allan D. Pierce [20], die Untersuchungen der Überschall-Knall-Theorie von F. Coulouvrat (diverse Werke) und die Modelle von R.O. Cleveland (diverse Werke). Alle Modelle werden von führenden Forschungsinstituten der Luft- und Raumfahrt genutzt. Das in dieser Arbeit verwendete Modell wird ebenfalls von mehreren Instituten genutzt. [21]

Die Validierung der Ergebnisse konnte lediglich anhand anderer Simulationsprogramme durchgeführt werden. Testaufbauten zur Echtzeitmessung von Überschallknall-Propagation beinhalten viele Variablen, die nicht durch Sensoren abgedeckt werden können, die den entsprechenden Input für die numerische Berechnung liefern müssten. Beispielsweise wäre es notwendig, die atmosphärischen Bedingungen in dem Moment der Knallemission sowie über die Zeit der Propagation zu ermitteln. Weiterhin müssten Schallsensoren als räumliches Array unter dem Emissionspunkt ausgelegt werden, um die Schallausbreitung zu verfolgen. Alternativ



könnte ein Aufbau eines Arrays am Boden aufgebaut werden, welches nur den Knallteppich selbst misst. Allerdings ist es dabei notwendig, den Teppich vorherzusagen und das Sensor-Array mit dem entsprechenden Aufmaß auszulegen. Dann wäre zwar der Verlauf der Schallspuren und der Betrag der Cut-Off-Abstrahlwinkel unbekannt, aber immerhin wäre dann die Knallteppichposition sowie -breite bekannt. Eine kontrollierte Emission des Überschallknalls wäre notwendig. Erforderlich dafür ist ein sehr gezielter Flug eines Überschall-Flugzeugs. Ein solch komplexer und großflächiger Versuchsaufbau wurde zur Untersuchung der „Shadow-Zone“, also dem Bereich der Cut-Off-Schallspur-Auftreffpunkte, von der NASA durchgeführt. Im Rahmen der Farfield Investigation of No-Boom Thresholds (FaINT) wurde sich einigen der genannten Herausforderungen angenommen. [22]

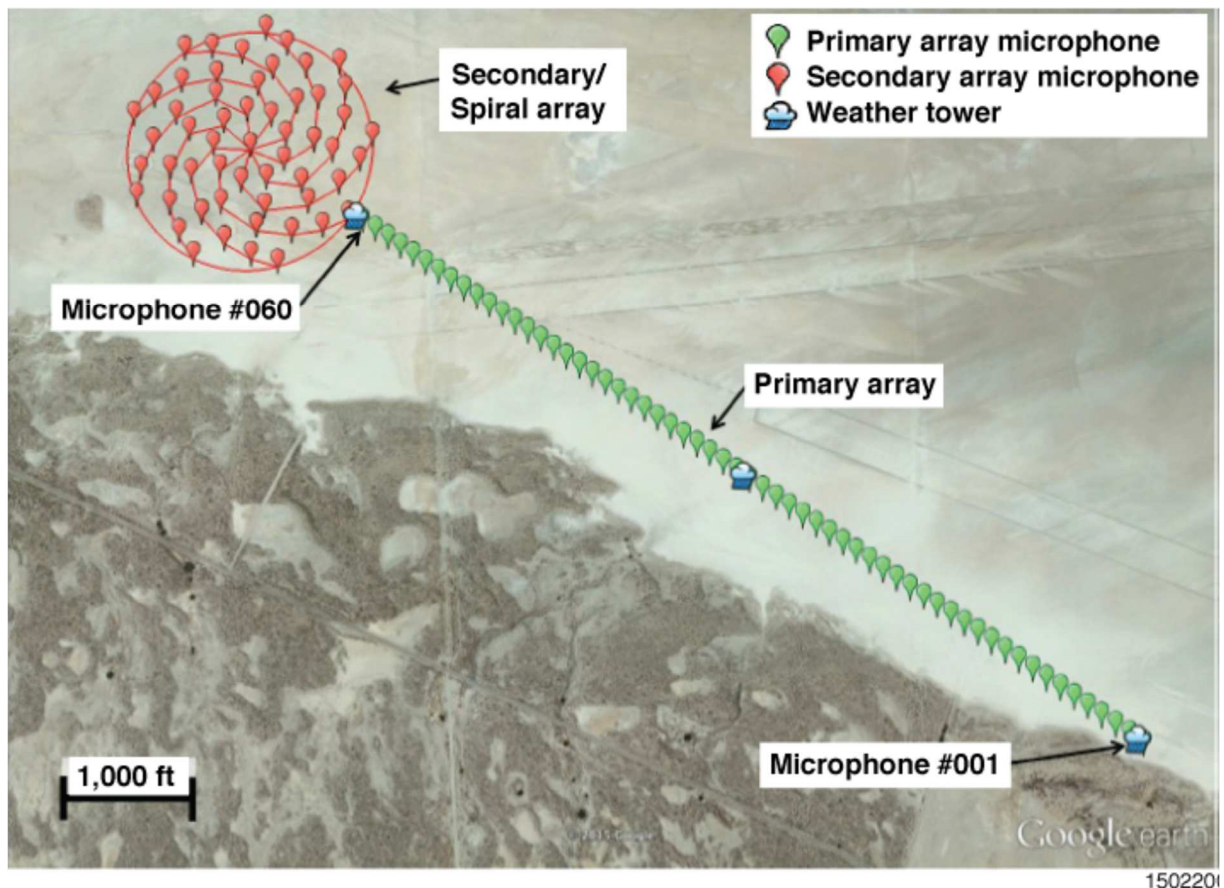


Abbildung 40: Mikrophon-Array-Aufbau der NASA für die Untersuchung der Shadow-Zone [22]

Daten eines solchen Versuchs lagen nicht vor, um die Ergebnisse aus dem vorliegenden Programm validieren zu können.

Das Programm selbst liefert alle geforderten Ergebnisse zuverlässig und bietet eine hohe Flexibilität durch den Aufbau der Programmkomponenten als Funktionen. So kann das Programm beliebig erweitert und weiterverwendet werden. Es erlaubt einen einfachen Wechsel zwischen der Ansicht eines Knallteppichs in Google Earth oder einer Detailuntersuchung an einer bestimmten Stelle der Überschall-Flugtrajektorie. Des Weiteren können Anpassungen der Präzision des Algorithmus erfolgen (bspw. zeitliche Diskretisierung und Abstrahlwinkelgenauigkeit) um somit das Programm an die Bedürfnisse der Studie anzupassen.

## 5 Fazit

In dieser Arbeit wurde die Gestaltung eines Rechenprogramms in MATLAB® zur Berechnung von Knallteppichen von Überschall-Flugtrajektorien unter Einfluss atmosphärischer Bedingungen beschrieben. Unter Anwendung der Theorie der optischen Akustik und den Grundlagen der Schallspurverfolgung ist ein mathematisches Modell erarbeitet worden. Nach Umsetzung der Programmierung wurde der Algorithmus mittels Ergebnissen von wissenschaftlichen Instituten validiert. Es waren Abweichungen festzustellen, die auf unterschiedlichen Dateninterpolationen der atmosphärischen Bedingungen basieren. Eine Validierung mit praktischen Ergebnissen ist aus Ermangelung an Referenzen nicht möglich gewesen. Die Bestätigung der Ergebnisse durch unabhängige Quellen wird als ausreichend betrachtet. Die ermittelten Abweichungen der Validierungswerte aus dem 2nd Sonic Boom Prediction Workshop [19] ergaben für die Abstrahlwinkel im Schnitt 1,65 %, für die Auftreffpunkte 10,58 % und für die Teppichbreiten 6,67 %. Die Validierungswerte wurden optisch abgelesen.

Es wurde festgestellt, dass eine zeitliche Diskretisierung von  $dt = 1 \text{ s}$  eine Balance zwischen Rechengeschwindigkeit und Präzision bildet. Eine Auflösung der Abstrahlwinkel mit mehr als einer Genauigkeit von  $\frac{1}{10}$  wurde als nicht notwendig betrachtet, da die Ergebnisse mit höheren Genauigkeiten kaum Abweichungen von den Ergebnissen mit einer Genauigkeit von  $\frac{1}{10}$  zeigen. Das Programm wurde im Rahmen der Anforderungen getestet. Es arbeitet zuverlässig mit realen Atmosphären und liefert die Ergebnisse in Google Earth-Format, um mit diesen dann die Überschall-Flugtrajektorien zu untersuchen und zu bewerten.

Eine Verbesserung des Programms wäre durch die Untersuchung der numerischen Präzision und deren Grenzen möglich. Zielführend kann eine Prüfung der Abbruchbedingung sein und inwieweit eine Abänderung dieser die Zuverlässigkeit und Stabilität des Algorithmus beeinflusst. Weiterhin ist eine Knallteppich-Kantenglättung zur Betrachtung der Ergebnisse wünschenswert. Eine Interpolation zwischen den errechneten Kantenpunkten mittels quadratischen oder kubischen Formen zur Nachbearbeitung der Ergebnisse bildet realistischere Verhaltensweisen als lineare Interpolation ab. Es wäre damit auch möglich, numerische Singularitäten zu identifizieren und zu untersuchen. Ein Vergleich mit anderen mathematischen Modellen des Ray-Tracings kann weiterführende Ergebnisse liefern.

Zur weiteren Verwendung des Programms kann mittels Erweiterungen eine statistische Auswertung zur Risikobewertung von Überschall-Flugtrajektorien durchgeführt werden. Im Rahmen von Möglichkeitsstudien für zivilen Überschallflug sind Ergebnisse zur Bewertung von Überschall-Flugtrajektorien, die gemäß bestehender Regularien entworfen wurden, aufschlussreich. Da der Kernalgorithmus des Programms sich mit der Schallspurverfolgung der optischen Akustik beschäftigt, kann das Programm auch weiterentwickelt werden. Es ist möglich, die Propagation der Knallintensität durch die Atmosphäre zum Boden zu berechnen (bspw. mittels der Ray-Tube-Theorie von R.O. Cleveland [23]). Auch eine Einbindung von Erkenntnissen aus der Untersuchung der Shadow-Zone und der Erdrundungseffekte ist eine wünschenswerte Erweiterung, die den Algorithmus physikalisch korrigieren kann.

## Literaturverzeichnis

- [1] British Airways: Celebrating Concorde. „<https://www.britishairways.com/en-gb/information/about-ba/history-and-heritage/celebrating-concorde>“, Abruf am 05.05.2017.
- [2] Coulouvrat, F.; Makino, Y.; Sparrow, V.: Status of Sonic Boom Knowledge. Montreal, 2010.
- [3] Liebhardt, B.; Linke, F.; Dahlmann, K.: Supersonic Deviations: Assessment of Sonic-Boom-Restricted Flight Routing. *Journal of Aircraft*, 51 (6), 2014.
- [4] Möser, M.: Technische Akustik. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2015.
- [5] S. A. Verlag: Schallmauer. „<http://www.spektrum.de/lexikon/physik/schallmauer/12805>“, Abruf am 05.05.2017.
- [6] Delfs, J.: Grundlagen der Aeroakustik. Braunschweig, 2016.
- [7] B. a. B. CHABA (Committee on Hearing, Bioacoustics and Biomechanics): Assessment of Community Response to High-Energy Impulsive Noises. National Academy Press, 1981.
- [8] B. a. B. CHABA (Committee on Hearing, Bioacoustics and Biomechanics): Community Response to High-Energy Impulsive Sounds: An Assessment of the Field Since 1981. National Academy Press, 1996.
- [9] Page, J. A.; Plotkin, K. J.: An efficient method for incorporating computational fluid dynamics into sonic boom prediction. *AIAA Paper*, 91-3275, 1991.
- [10] Pawlowsky, J. W.; Graham, D. H.; Boccadoro, C. H.; Coen, P. G; Maglieri, D.: Origins and overview of the shaped sonic boom demonstration program. *AIAA Paper*, 2005-0005, 2005.
- [11] Kästner, M.; Heimann, D.: Effect of Atmospheric Variability and Aircraft Flight Parameters on the Refraction of Sonic Booms. *ACTA Acustica United with Acustica*, 96 (425-436), 2010.

- [12] Onyeonwu, R. O.: The Effects of Wind and Temperature Gradients. Toronto, 1971.
- [13] Friedman, M. P.; Kane, E. J.; Sigalla, A.: Effects of Atmosphere and Aircraft Motion on the Location and Intensity of a Sonic Boom. AIAA Journal, 1 (6), 1963.
- [14] Maglieri, D. J.; Bobbitt, P. J.; Plotkin, K. J.; Shepherd, K. P.; Coen, P. G.; Richwine, D. M.: Sonic Boom - Six Decades of Research. NASA/SP, 2014-622, 2014.
- [15] Coulouvrat, F.: Sonic boom in the shadow zone: A geometrical theory of diffraction. Journal of the Acoustical Society of America, 111 (1), 2002.
- [16] Clarkson, B. L.: Effects of high-intensity sound on structures. In: Encyclopedia of Acoustics, hrsg. von Crocker, M. J., Ed. John Wiley, S. 831-841, 1997.
- [17] Warren, C. H. E.: Recent sonic-bang studies in the United Kingdom. Journal of the Acoustical Society of America, 51 (2), 1972.
- [18] Pierce, A. D.: Atmospheric propagation at larger lateral distances from the flight track. NASA Conference Publication, 3279, 1994.
- [19] Kanamori, M.; Naka, Y; Makino, Y.: Results of Xnoise and IntegRay for 2nd Sonic Boom Prediction Workshop, Propagation of Sonic Boom. 2<sup>nd</sup> Sonic Boom Prediction Workshop, 2017.
- [20] Pierce, A. D.: Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications. American Institute of Physics, 1981.
- [21] Park, M.: 2nd AIAA Sonic Boom Prediction Workshop. NASA, „<https://lbpw.larc.nasa.gov>“, Abruf am 25.07.2017.
- [22] Cliatt II, L. J.; Hearing Jr., E. A.; Arnac, S. R.; Hill, M. A.: Lateral Cutoff Analysis and Results from NASA's Farfield Investigation of No-Boom Thresholds. NASA/TM, 2016-218850, 2016.
- [23] Cleveland, R. O.: Propagation of Sonic Booms through a real, stratified Atmosphere. The University of Texas at Austin, 1995.
- [24] ISO/IEC 80000-3:2007 Quantities and units, 2007.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Impulsartiges Geräusch (Klatschen) und harmonisches Geräusch (Stimmgabel), „Klatschen“ und „Stimmgabel“ von <a href="https://thenounproject.com">https://thenounproject.com</a> , erstellt von Deepz und Aπτυρ Αβτ [Abgerufen am: 8. Mai 2017].....	10
Abbildung 2: Kettenleiter als Ersatzmodell für die Ausbreitung einer Schallwelle (4).....	11
Abbildung 3: Vergleich einer bewegten Schallquelle zu einer Unbewegten aus der Perspektive eines unbewegten Beobachters (5), „Flugzeug“ von <a href="https://thenounproject.com">https://thenounproject.com</a> , erstellt von Juan Garces [Abgerufen am: 8. Mai 2017].....	13
Abbildung 4: Machkegel einer bewegten Schallquelle (2) .....	14
Abbildung 5: Überschallknall-Drucksignatur (Druck [psf] [-1 1] über die Zeit [s] [0 0,3]) eines SR-71 Flugzeugs (2).....	15
Abbildung 6: Überschallknall-Signatur eines nachgerüsteten Low-Boom-Design-Rumpfes im Vergleich zum Original (Navy F-5E) [Eigentum: Northrop-Grumman Corporation] (2) .....	16
Abbildung 7: Schematische Darstellung der den Knallteppich begrenzenden Cut-Off-Schallspuren ohne Windeinfluss in der flugbahnorthogonalen Ebene (15), „Flugzeug“ von <a href="https://thenounproject.com">https://thenounproject.com</a> , erstellt von Edward Boatman [Abgerufen am: 08. Mai 2017].....	18
Abbildung 8: Abstrahlwinkel $\Phi$ in der flugorthogonalen Ebene.....	19
Abbildung 9: Anfangs-Koordinatensystem nach Onyeonwu (14), „Flugzeug“ von <a href="https://thenounproject.com">https://thenounproject.com</a> , erstellt von Creaticca Creative Agency [Abgerufen am: 08. Mai 2017] .....	20
Abbildung 10: Schallausbreitung bei a) konstanter Schallgeschwindigkeit und b) Schallgeschwindigkeit, die mit steigender Höhe, in y-Richtung, abnimmt .....	21
Abbildung 11: Grafische Darstellung der Brechung/Ablenkung einer Schallspur/Wellennormalen nach dem Snell'schen Gesetz (14) .....	22

Abbildung 12: Verschiebung des Knallteppichs durch den Einfluss von Wind in der flugbahnorthogonalen Ebene.....	23
Abbildung 13: Vorzeichenkonventionen zur Windrichtungstransformation .....	24
Abbildung 14: Grafische Repräsentation der Shadow-Zone in der flugbahnorthogonalen Ebene (18) .....	26
Abbildung 15: Überschall-Flugroute (grün) von London (LHR) nach Nairobi (NBO).....	28
Abbildung 16: Beispielhafter Überschall-Flugtrajektorien-Verlauf mit zwei Überschallflug-Segmenten (3).....	29
Abbildung 17: Programmstruktur des Überschallknall-Teppich-Berechnungs-Tools.....	31
Abbildung 18: Diskretisierung nach der Zeit, die Schallspur ist in Rot dargestellt .....	32
Abbildung 19: Beispielhafte Variierung des Abstrahlwinkels $\Phi$ um den Cut-off-Strahl zu ermitteln.....	36
Abbildung 20: Überschall-Knallteppich eines Transatlantikfluges EWR-FAB mit der Atmosphäre vom 01.10.2014 00:00 Uhr in MATLAB® .....	37
Abbildung 21: Überschall-Knallteppich eines Transatlantikfluges von New York (EWR) nach London (FAB) mit der Atmosphäre vom 01.10.2014 00:00 Uhr in Google Earth .....	38
Abbildung 22: Flug über die Datumsgrenze in Richtung Ost mit Schallspuren, die über die Datumsgrenze reichen .....	40
Abbildung 23: Atmosphärenprofile mit dem Verlauf der relevanten Daten über die Höhe (20) .....	42
Abbildung 24: Begriffe für den Überschallknall-Teppich und seine Performance-Parameter (2) .....	43
Abbildung 25: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 1 in der x-z-Ebene .....	44



Abbildung 26: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 1 in der y-z-Ebene .....	44
Abbildung 27: Ergebnisse des Ray-Tracing Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 1 [19] .....	45
Abbildung 28: Graph der Schrittweitenkonvergenz bei der vertikalen Unterteilung der Flughöhe .....	48
Abbildung 29: Cut-Off-Schallspuren mit einer Genauigkeit von 100 bis 10 – 4.....	51
Abbildung 30: Cut-Off-Schallspuren mit einer Genauigkeit von 100 (blau) bis 10 – 4 (rot) mit Fokus auf die Backbord Seite des Knallteppichs .....	52
Abbildung 31: Cut-Off-Schallspuren mit einer Genauigkeit von 100 (orange) bis 10 – 4 (violett) mit Fokus auf die Steuerbord-Seite des Knallteppichs.....	52
Abbildung 32: Globale Ansicht der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und dem Knallteppich der aus der Atmosphäre vom 2014-01-01-00 berechnet wurde.....	53
Abbildung 33: Globale Ansicht der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen.....	54
Abbildung 34: Ansicht der Adria mit der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen .....	55
Abbildung 35: Ansicht der Ägyptischen Landmassen sowie Teilen des Mittelmeeres und Roten Meeres mit der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen.....	56
Abbildung 36: Ansicht des Roten Meeres mit der letzten Bremsphase der Überschall-Flugtrajektorie LHR - NBO und den aus den 12 Atmosphären resultierenden Knallteppichen.....	57
Abbildung 37: Abbildung des Cut-Off-Schallspur Verlaufs in y-z-Ebene auf N32° 11.31, E27°48.46 mit $M = 1,4$ , einer Flughöhe von $z = 16291,25$ , mit dem Kurs 124,7° und der Atmosphäre vom 01.08.2014 00:00 Uhr .....	58

Abbildung 38: Atmosphärische Bedingungen an der Flugzeugposition aus Abbildung 37.... .....	59
Abbildung 39: Programmstruktur für die Berechnung einer Häufigkeitsverteilung von Teppichpositionen einer Überschall-Flugtrajektorie mit unterschiedlichen Atmosphären.....	60
Abbildung 40: Mikrophon-Array-Aufbau der NASA für die Untersuchung der Shadow- Zone (2) .....	62
Abbildung 41: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 2 in der x-z- Ebene .....	A5
Abbildung 42: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 2 in der y-z- Ebene .....	A5
Abbildung 43: Ergebnisse des Ray-Tracing-Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 2 [19] .....	A6
Abbildung 44: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 3 in der x-z- Ebene .....	A7
Abbildung 45: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 3 in der y-z- Ebene .....	A7
Abbildung 46: Ergebnisse des Ray-Tracing-Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 3 [19] .....	A8
Abbildung 47: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 4 in der x-z- Ebene .....	A9
Abbildung 48: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 4 in der y-z- Ebene .....	A9
Abbildung 49: Ergebnisse des Ray-Tracing-Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 4 [19] .....	A10

---

Abbildung 50: Überschallknallteppich der Flugroute von Brisbane, Australien (BNE) nach Singapur (SIN) .....	A12
Abbildung 51: Überschallknallteppich der Flugroute von Paris, Frankreich (CDG) nach Dubai (DXB) .....	A13
Abbildung 52: Überschallknallteppich der Flugroute von Tokyo, Japan (HND) nach Seattle, USA (SEA) .....	A13
Abbildung 53: Überschallknallteppich der von Flugroute Lima, Peru (LIM) nach New York, USA (JFK).....	A14

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Als Flugdaten zusammengefasste Input-Daten .....	26
Tabelle 2: Abweichungen der Cut-off-Winkel bei der Validierung des Algorithmus .....	46
Tabelle 3: Vergleich der ungefähren Auftreffpunkte der Cut-off Strahlen aus der Berechnung mit dem Programm und den Berechnungen vom JAXA .....	46
Tabelle 4: Abweichungen vom jeweiligen Mittelwert der Schrittweiten von 100 m oder feiner .....	49
Tabelle 5: Ergebnisse der Berechnung abhängig von der Abstrahlwinkelgenauigkeit .....	50
Tabelle 6: Atmosphärenprofil 1 [19] .....	A1
Tabelle 7: Atmosphärenprofil 2 [19] .....	A2
Tabelle 8: Atmosphärenprofil 3 [19] .....	A3
Tabelle 9: Atmosphärenprofil 4 [19] .....	A4
Tabelle 10: Konvergenz der Schrittweiten bei der Zeit-Unterteilung der Schallspur .....	A11

## Anhang

### A. Erster Anhang

**Tabellarische Darstellung der Atmosphärenprofile, die für die Validierung des Computerprogramms verwendet wurden:**

*Tabelle 6: Atmosphärenprofil 1 [19]*

<b>Altitude (m)</b>	<b>Temperature (K)</b>	<b>X-Wind (m/s)</b>	<b>Y-Wind (m/s)</b>	<b>RH (%)</b>	<b>Pressure (Pa)</b>
<b>214</b>	267,05	-2,95442	0,520944	97,73413	98300
<b>678</b>	263,85	-7,58489	9,039324	91,69955	92500
<b>1330</b>	262,65	5,913646	7,047609	91,61717	85000
<b>2820</b>	260,45	-4,70333	6,717047	87,08618	70000
<b>5360</b>	251,25	3,676779	7,884878	73,89917	50000
<b>6960</b>	239,05	-3,03884	17,23414	70,51987	40000
<b>8900</b>	222,65	-5,17472	29,34727	70,31868	30000
<b>10070</b>	220,45	10,54172	12,56313	8,244853	25000
<b>11520</b>	222,85	15,3414	1,342199	4,238218	20000
<b>13400</b>	221,45	18,4296	-1,61238	0,941189	15000
<b>16010</b>	220,45	21,82384	-12,6	0,891424	10000
<b>18280</b>	216,05	19,31852	-5,17638	0,83219	7000
<b>20390</b>	215,25	17,85416	-6,49838	0,794921	5000
<b>23640</b>	218,65	20,29736	7,387636	0,806426	3000
<b>26240</b>	220,85	28,36246	5,001069	0,91111	2000
<b>30680</b>	220,45	38,50599	6,789645	0,891424	1000

Tabelle 7: Atmosphärenprofil 2 [19]

<b>Altitude (m)</b>	<b>Temperature (K)</b>	<b>X-Wind (m/s)</b>	<b>Y-Wind (m/s)</b>	<b>RH (%)</b>	<b>Pressure (Pa)</b>
214	263,65	-1,14907	-0,96418	61,65235	100000
808	259,45	-5,28275	-3,05	60,54531	92500
1453	262,05	-1,92836	-2,29813	30,53258	85000
2951	263,25	5,198205	-11,1476	0,966489	70000
5460	248,45	15,16979	-18,0786	12,39662	50000
7060	238,45	23,97092	-23,9709	28,46121	40000
9000	222,25	30,71839	-25,7758	29,40496	30000
10160	214,85	42,51399	-29,7686	26,52859	25000
11560	215,05	40,52999	-23,4	7,050787	20000
13370	217,45	30,72384	-14,3268	0,900261	15000
15960	218,05	24,61995	-8,96093	0,930561	10000
18240	217,25	24,32475	-4,28911	0,890312	7000
20380	217,25	18,4296	-1,61238	0,890312	5000
23640	218,45	25,30956	-4,46276	0,951141	3000
26240	219,45	24,7	9,02E-07	0,843484	2000
30740	222,05	30,6828	2,684398	0,819461	1000

Tabelle 8: Atmosphärenprofil 3 [19]

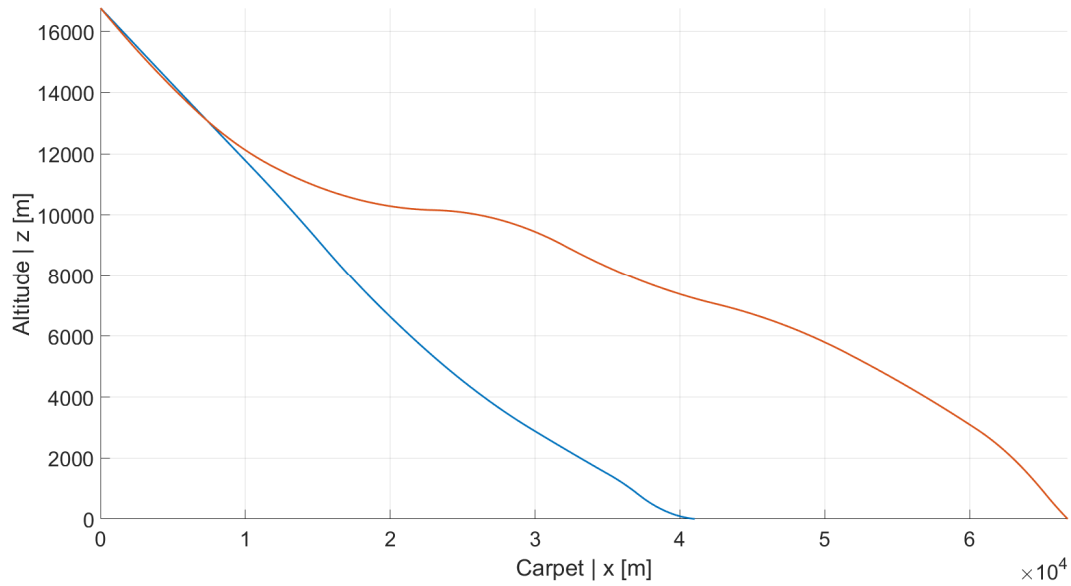
<b>Altitude (m)</b>	<b>Temperature (K)</b>	<b>X-Wind (m/s)</b>	<b>Y-Wind (m/s)</b>	<b>RH (%)</b>	<b>Pressure (Pa)</b>
<b>13</b>	294,95	0,85505	2,349232	79,51959	101600
<b>153</b>	294,75	0,798781	4,530116	73,21943	100000
<b>824</b>	289,95	1,578796	5,892147	58,83479	92500
<b>1538</b>	283,55	2,265769	1,056546	94,15439	85000
<b>3133</b>	274,75	5,897895	-4,12975	87,82823	70000
<b>5790</b>	261,65	18,83555	-5,04697	92,28874	50000
<b>7460</b>	250,45	20,5	7,48E-07	89,90139	40000
<b>9500</b>	233,65	29,75052	-7,97163	64,18397	30000
<b>10730</b>	226,85	28,49224	-16,45	18,86148	25000
<b>12180</b>	219,85	32,848	-23,0004	10,84143	20000
<b>14020</b>	219,45	21,23705	-7,72965	4,379619	15000
<b>16560</b>	210,65	15,3414	-1,3422	6,138067	10000
<b>18780</b>	212,85	-2,5	-3,00E-08	4,766715	7000
<b>20900</b>	218,05	-6,57488	-0,57523	3,555496	5000
<b>24190</b>	222,05	-12,6055	2,222697	3,02959	3000
<b>26840</b>	224,85	-21,0197	-1,83899	2,899545	2000
<b>31470</b>	231,45	-17,9315	1,568803	2,41104	1000

Tabelle 9: Atmosphärenprofil 4 [19]

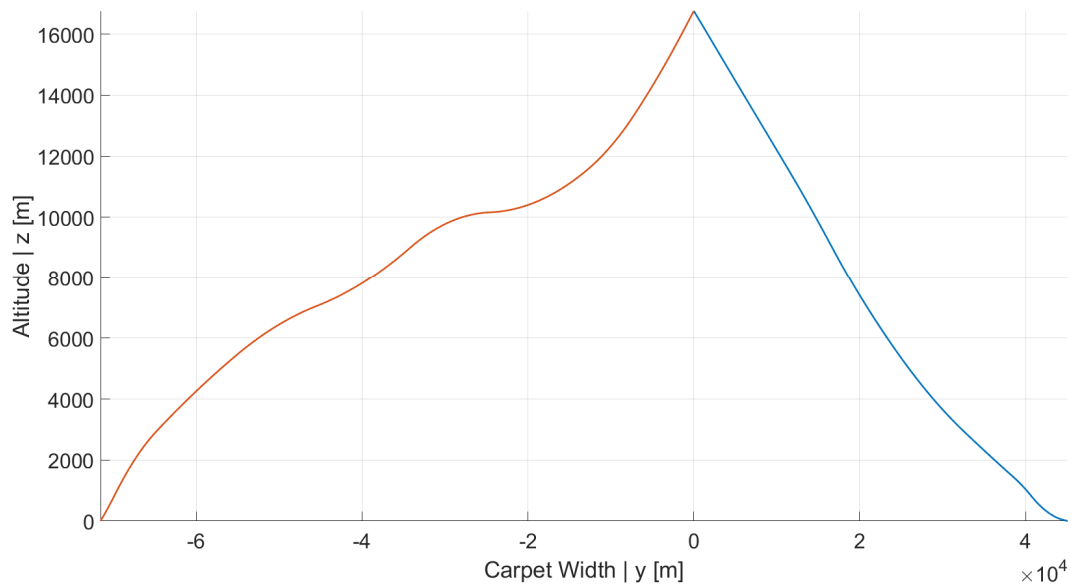
<b>Altitude (m)</b>	<b>Temperature (K)</b>	<b>X-Wind (m/s)</b>	<b>Y-Wind (m/s)</b>	<b>RH (%)</b>	<b>Pressure (Pa)</b>
<b>724</b>	299,15	2,3	3,983717	22,57393	93200
<b>788</b>	298,15	3,252691	3,252691	23,95546	92500
<b>1522</b>	294,55	9,2	3,36E-07	15,85001	85000
<b>3175</b>	287,55	4,672871	3,921005	2,678424	70000
<b>5910</b>	268,05	8,27328	6,942107	1,337306	50000
<b>7620</b>	254,45	10,53589	10,53589	13,91847	40000
<b>9700</b>	239,05	11,89157	14,17182	16,27072	30000
<b>10950</b>	229,65	13,5364	19,33199	19,79338	25000
<b>12410</b>	219,65	15,15	26,24057	9,334571	20000
<b>14210</b>	208,25	16,33417	16,33417	12,86102	15000
<b>16650</b>	207,25	3,262708	1,521426	5,472828	10000
<b>18820</b>	209,65	-6,76579	2,462545	3,003219	7000



**Vergleich der Ergebnisse zwischen den mit dem Computerprogramm berechneten Schallspuren und den Validierungsergebnissen mit den Daten der Atmosphärenprofile 3-4:**



*Abbildung 41: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 2 in der x-z-Ebene*



*Abbildung 42: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 2 in der y-z-Ebene*

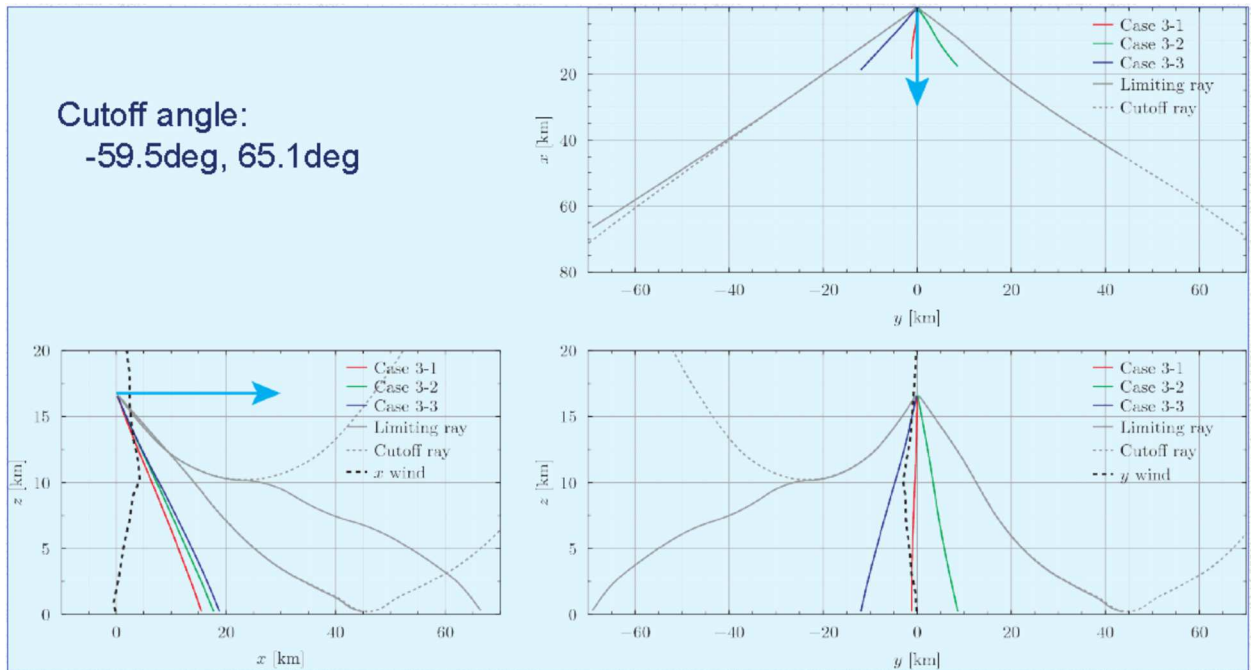


Abbildung 43: Ergebnisse des Ray-Tracing-Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 2 [19]

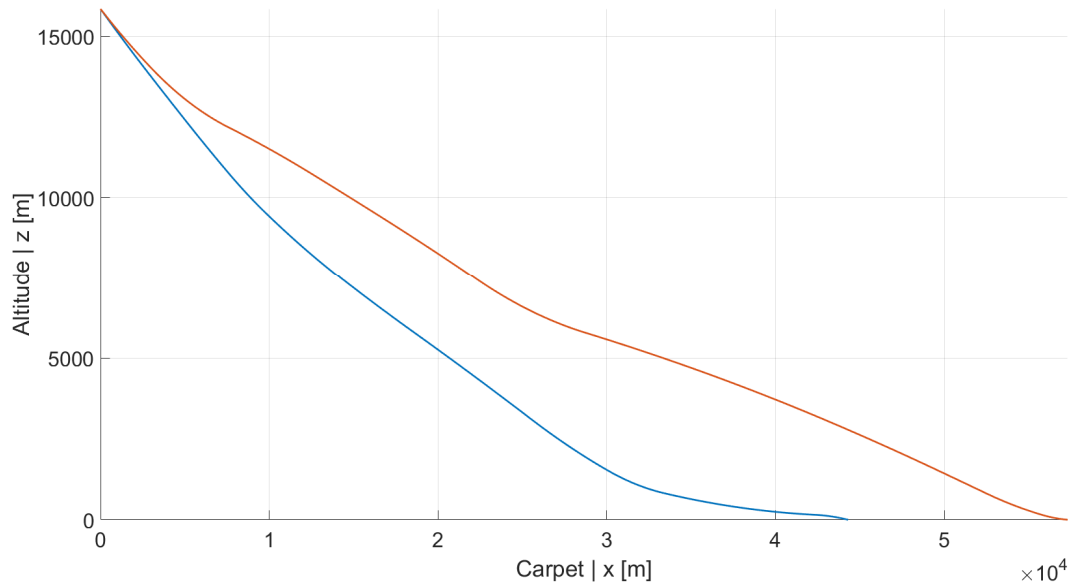


Abbildung 44: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 3 in der x-z-Ebene

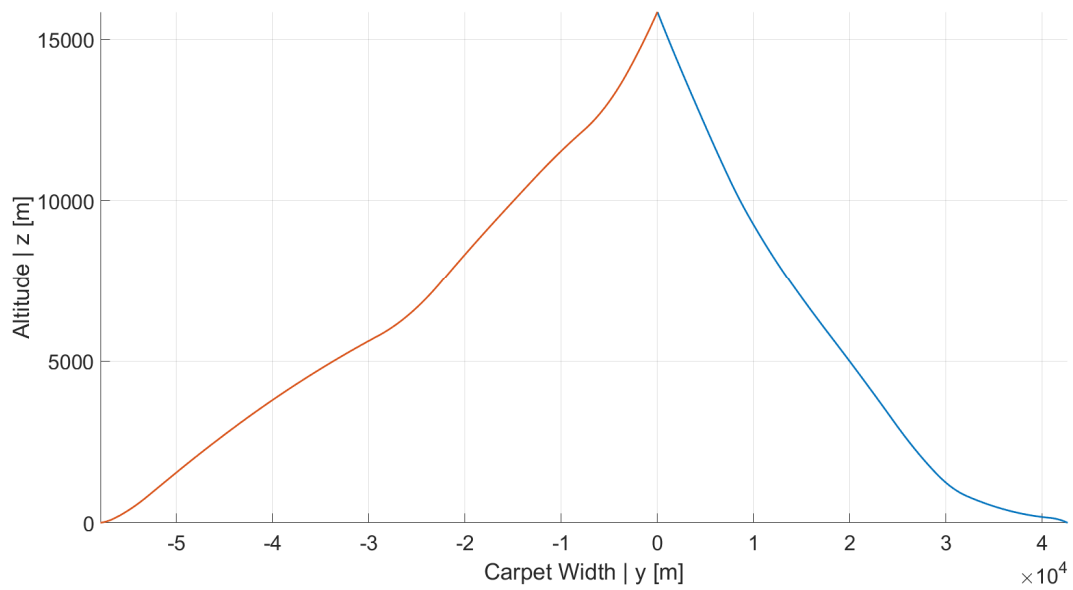


Abbildung 45: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 3 in der y-z-Ebene

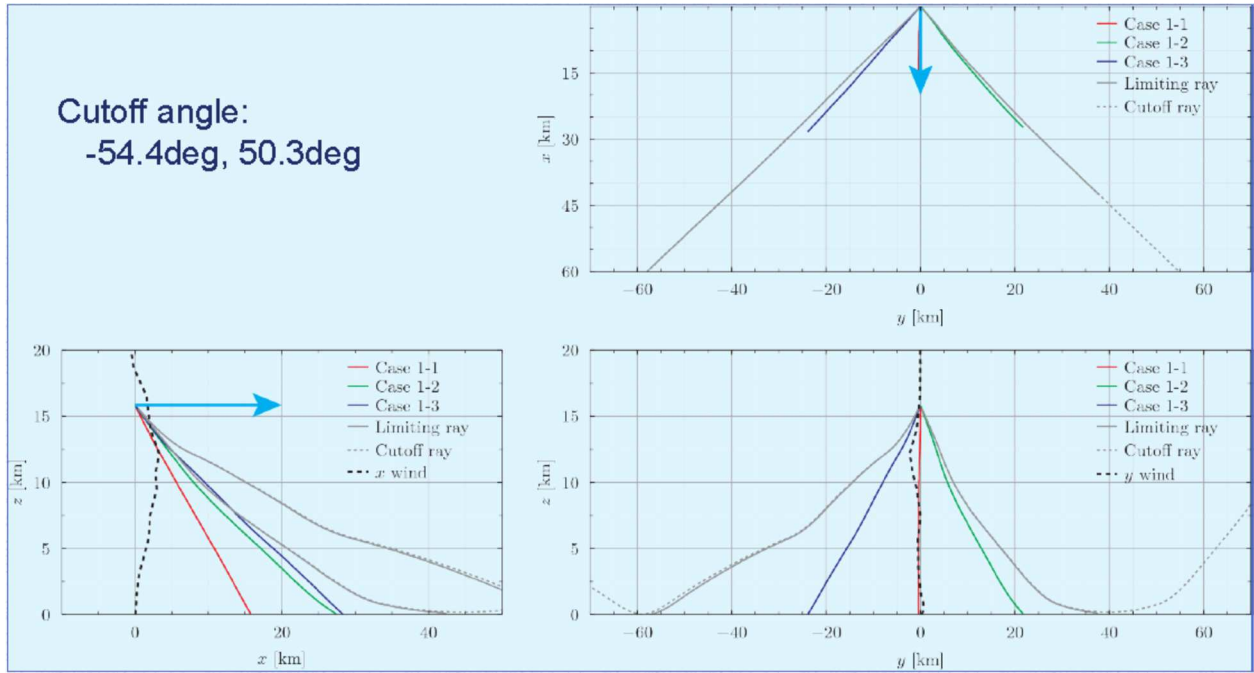


Abbildung 46: Ergebnisse des Ray-Tracing-Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 3 [19]

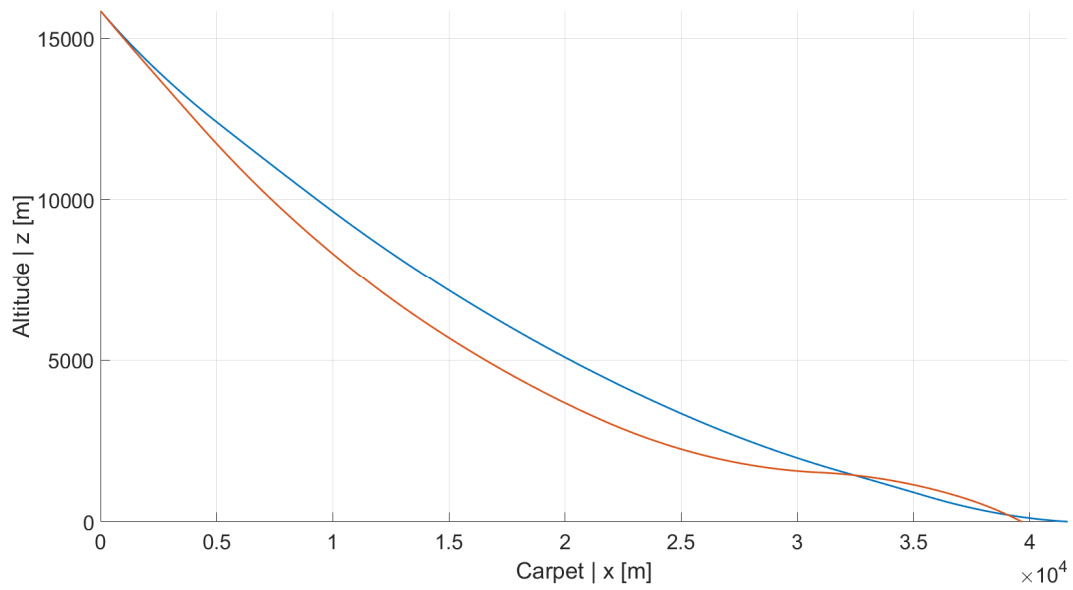


Abbildung 47: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 4 in der x-z-Ebene

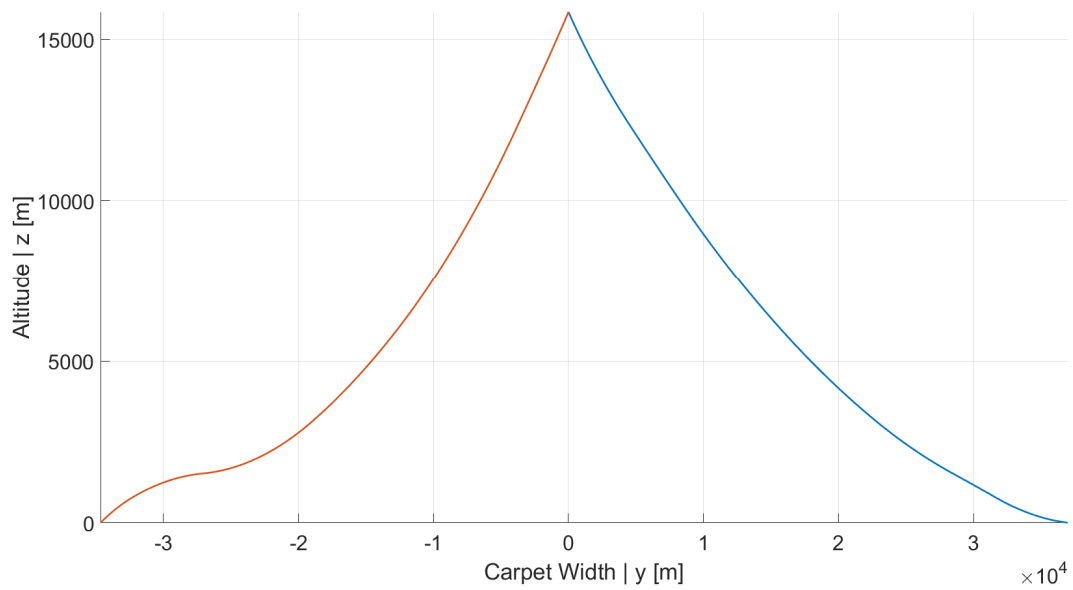


Abbildung 48: Ergebnisse aus dem Programm mit dem Atmosphärenprofil 4 in der y-z-Ebene

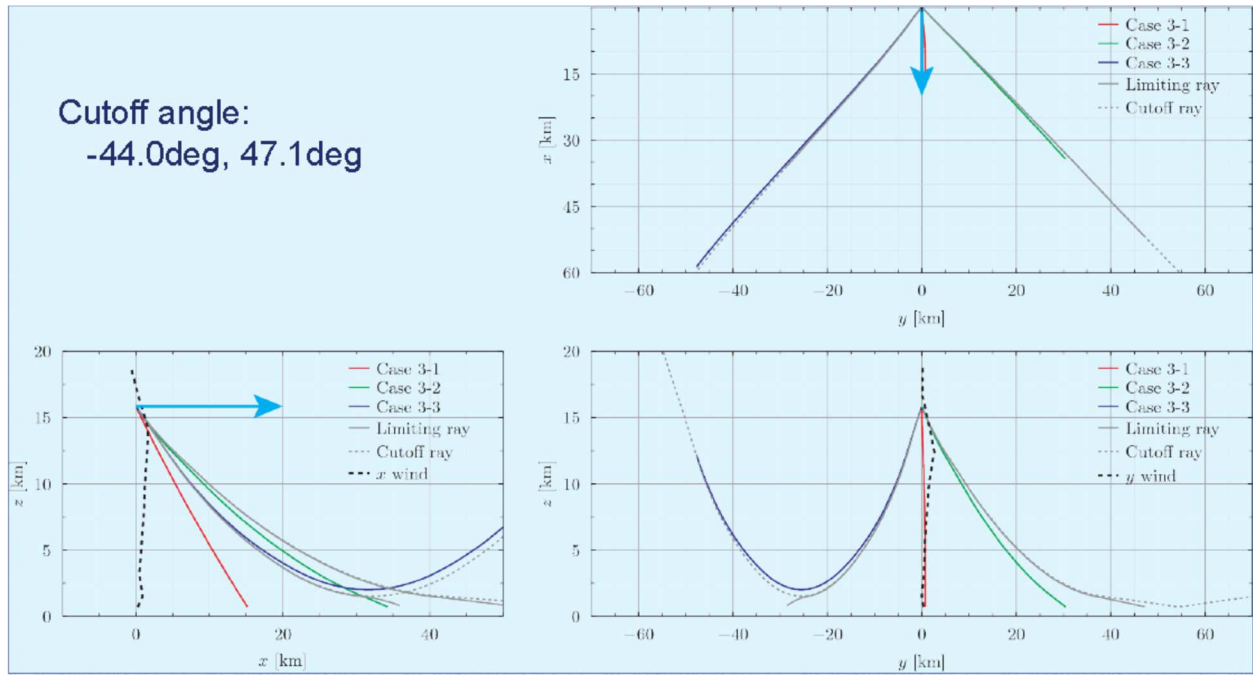


Abbildung 49: Ergebnisse des Ray-Tracing-Tools der JAXA mit dem Atmosphärenprofil 4 [19]

*Tabelle 10: Konvergenz der Schrittweiten bei der Zeit-Unterteilung der Schallspur*

Zeit-Schrittweite [s]	Teppichbreite	Auftreffpunkt	
		Backbord	Steuerbord
<b>100</b>	167170	67998	99174
<b>50</b>	116630	56260	60368
<b>20</b>	105930	53626	52304
<b>10</b>	85432	46522	38909
<b>5</b>	85526	46675	38851
<b>2</b>	84972	46723	38249
<b>1</b>	85215	46975	38240
<b>0,5</b>	84976	46869	38107
<b>0,2</b>	85132	46898	38234
<b>0,1</b>	85132	46898	38234





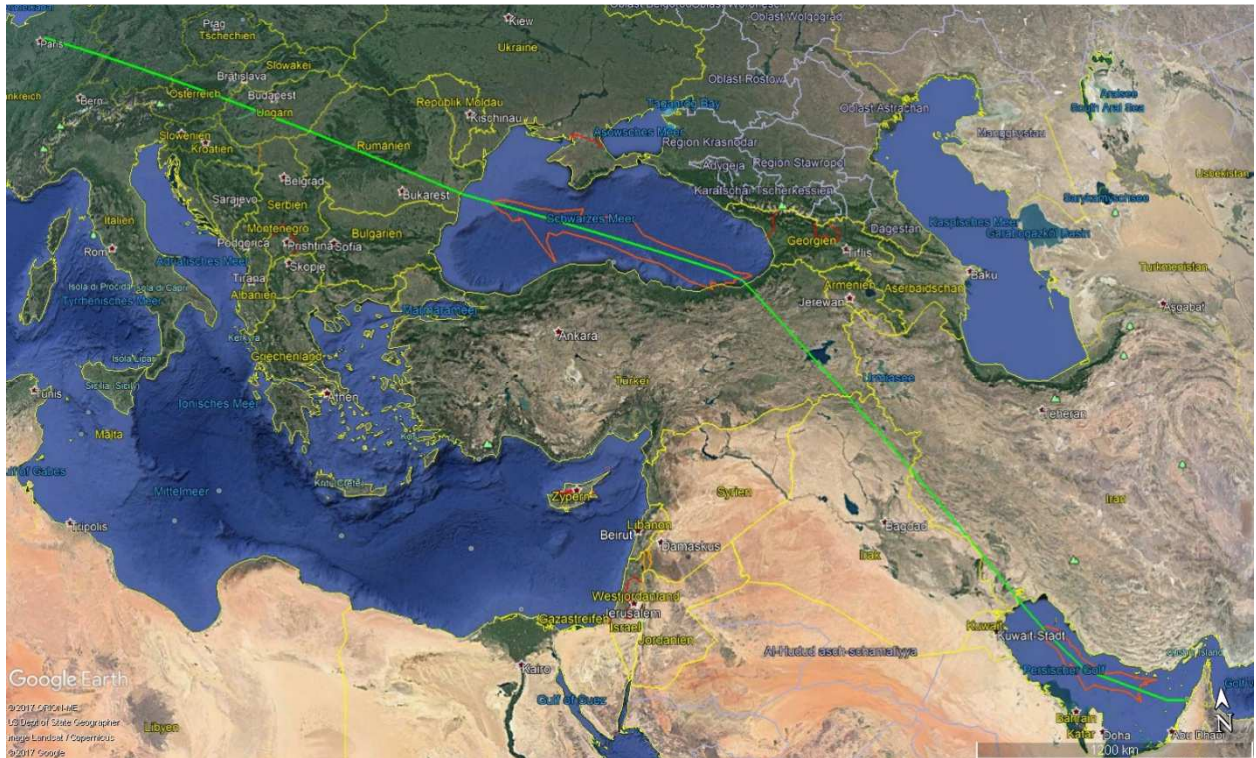


Abbildung 51: Überschallknallteppich der Flugroute von Paris, Frankreich (CDG) nach Dubai (DXB)

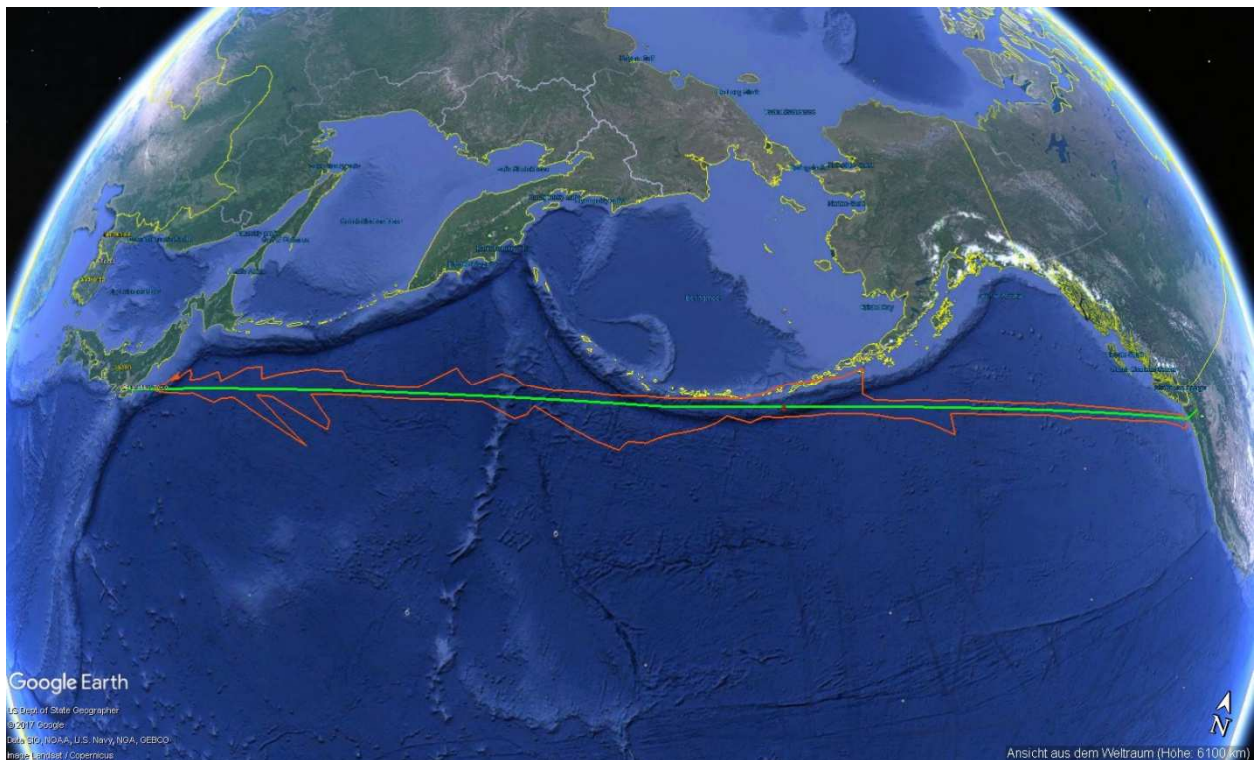


Abbildung 52: Überschallknallteppich der Flugroute von Tokyo, Japan (HND) nach Seattle, USA (SEA)

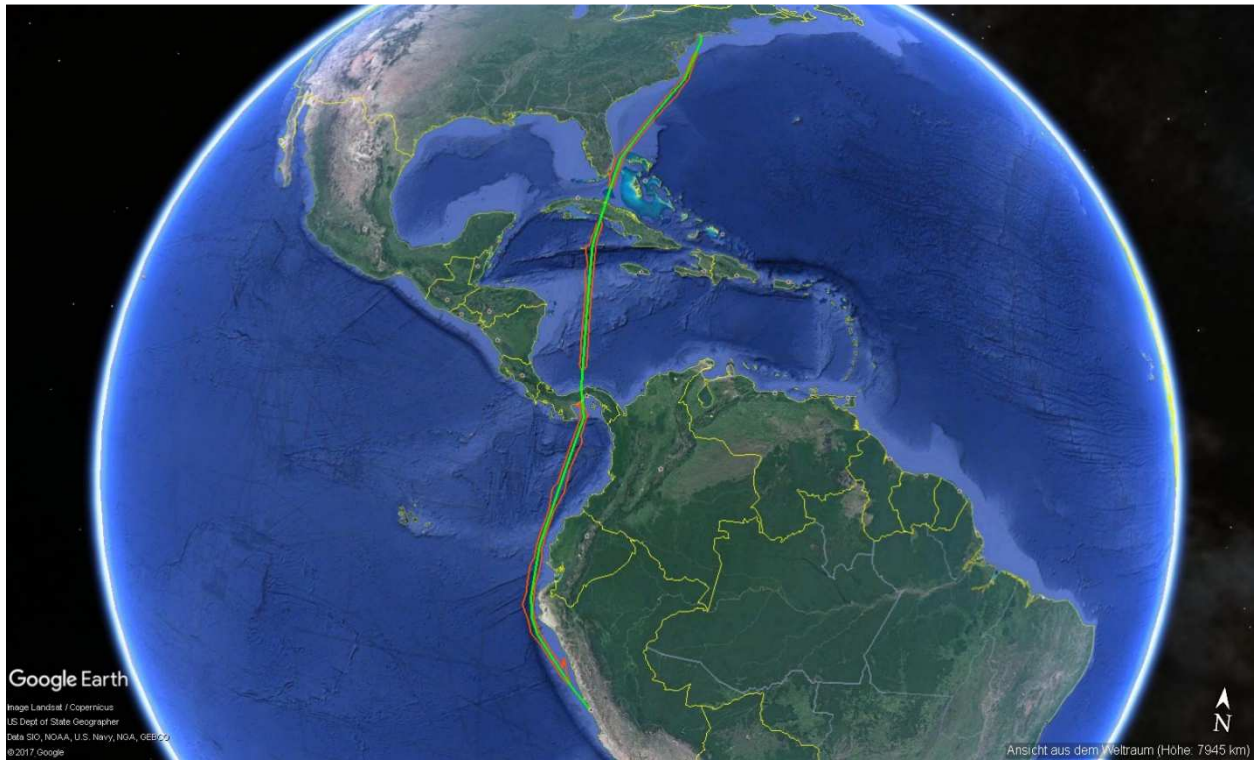


Abbildung 53: Überschallknallteppich der von Flugroute Lima, Peru (LIM) nach New York, USA (JFK)

## B. Zweiter Anhang

### Numerisches Kernelement des Programms: die Ray-Tracing Funktion:

```
function [GrndPoint_global, Ray, Theta_Final, Ray_reaches_ground] ...
    = Raytracing_v4(FP_Alt, FP_Lon, FP_Lat, FP_Mach, FP_Kurs, Phi, Atmosphere)
% Raytracing Funktion
%
% Autor          : Maik Ladewich
% Zuletzt geändert : 10.08.2017
%
% BESCHREIBUNG
% Berechnung der Schalspur einer Knallemmission von einer
% bewegten Schallquelle.
% Propagation bis auf Meereshöhe.
%
% Reelle Atmosphäre: Daten für c
k = 1.4;          % -          Isentropenexponent für Luft
R = 287.04;      % J/kg/K     Spezifische Gaskonstante von Luft

% Rechenschrittweite nach Zeit
dt = 1;          % [s]

% Anfangswinkel
Lambda = sqrt(FP_Mach^2 - 1);
Gamma  = asind(Lambda*sind(Phi)*(1 + Lambda^2*(sind(Phi))^2)^(-0.5));

% Ray Tracing
z(1) = FP_Alt;    t(1) = 0;    s(1) = 0;    Xi(1) = 0;    Eta(1) = 0;
x(1) = 0;    y(1) = 0;    lon(1) = FP_Lon;    lat(1) = FP_Lat;
i = 1;
Ray_reaches_ground = 1;
while z(i) > 0,

    % Atmosphärendaten
    if i == 1,
        Atmos = AtmosphereInterpolationECMWF_TempWindOnly(Atmosphere, ...
            FP_Lat, FP_Lon, z(i), 1, 'linear');
    else
        Atmos = AtmosphereInterpolationECMWF_TempWindOnly(Atmosphere, ...
            lat(i-1), lon(i-1), z(i), 1, 'linear');
    end
    Wnd_U(i) = Atmos.u;
    Wnd_V(i) = Atmos.v;
    c(i) = sqrt(k*R*Atmos.T/M);

    % Windkomponententransformation
    Wnd_Xi(i) = Wnd_U(i)*cosd(Gamma + 270 - FP_Kurs) ...
        + Wnd_V(i)*sind(Gamma + 270 - FP_Kurs);
    Wnd_Eta(i) = -Wnd_U(i)*sind(Gamma + 270 - FP_Kurs) ...
        + Wnd_V(i)*cosd(Gamma + 270 - FP_Kurs);

    % Direction Cosines
    if i == 1,
        Theta(i) = acosd(-1/(FP_Mach*cosd(Gamma)));
    else
        Theta(i) = acosd(c(i)/((c(i-1)/cosd(Theta(i-1))) ...
            + Wnd_Xi(i-1) - Wnd_Xi(i)));
    end
    l = cosd(Theta(i));
```

```

n = sind(Theta(i));

% Ray Tracing
t(i+1) = t(i) + dt;
ds(i) = c(i)*dt;
s(i+1) = s(i) + ds(i);
dz(i) = -n*ds(i);
z(i+1) = z(i) + dz(i);
dXi(i) = ((1*c(i) + Wnd_Xi(i))/(n*c(i)))*(-dz(i));
Xi(i+1) = Xi(i) + dXi(i);
dEta(i) = (Wnd_Eta(i)/(n*c(i)))*(-dz(i));
Eta(i+1) = Eta(i) + dEta(i);

% Koordinatenrücktransformation in das Flugzeugkoordinatensystem
% mit Flugrichtung als positives x
x(i+1) = Xi(i+1)*cosd(-(Gamma + 180)) + Eta(i+1)*sind(-(Gamma + 180));
y(i+1) = -Xi(i+1)*sind(-(Gamma + 180)) + Eta(i+1)*cosd(-(Gamma + 180));
% Koordinatenrücktransformation in das globale Koordinatensystem
lon(i+1) = ( Xi(i+1)*cosd(-(Gamma + 270 - FP_Kurs)) ...
+ Eta(i+1)*sind(-(Gamma + 270 - FP_Kurs)))*(1/(60*1852.216)) + FP_Lon;
if abs(lon(i+1)) > 180, lon(i+1) = lon(i+1) - sign(lon(i+1))*360; end
lat(i+1) = (-Xi(i+1)*sind(-(Gamma + 270 - FP_Kurs)) ...
+ Eta(i+1)*cosd(-(Gamma + 270 - FP_Kurs)))*(1/(60*1852.216)) + FP_Lat;

if Theta(i) < 180,
    i = i + 1;
else
    Ray_reaches_ground = 0;
    break
end

end

% Rückrechnen auf z = 0
percentage = (0 - z(end-1))/(z(end) - z(end-1));
x(end) = x(end-1) + percentage*(x(end) - x(end-1));
y(end) = y(end-1) + percentage*(y(end) - y(end-1));
z(end) = z(end-1) + percentage*(z(end) - z(end-1));
lon(end) = lon(end-1) + percentage*(lon(end) - lon(end-1));
lat(end) = lat(end-1) + percentage*(lat(end) - lat(end-1));

Ray = [x;y;z];
if Ray_reaches_ground == 1,
    GrndPoint_global = [lon(end),lat(end)];
    Theta_Final = Theta(end);
else
    GrndPoint_global = [nan,nan];
    Theta_Final = nan;
end

```

**CD mit der vorliegenden Master-Arbeit als Datei im PDF-Format**