



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelorarbeit

Patrick Alexander Ralf

Schwingungstechnische Analyse und Optimierung eines Detektor-Setups in einem 3D-Mikroskop

Patrick Alexander Ralf

**Schwingungstechnische Analyse und
Optimierung eines Detektor-Setups in
einem 3D-Mikroskop**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Entwicklung und Konstruktion
am Department Maschinenbau und Produktion
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

in Zusammenarbeit mit:
Deutsches Elektronen-Synchrotron
FS PETRA
Notkestraße 85
22607 Hamburg

Erstprüfer: Prof. Frank Ihlenburg
Zweitprüfer : Dipl.-Ing. Ralph Döhrmann

Abgabedatum: 14.10.2017

Zusammenfassung

Patrick Alexander Ralf

Thema der Bachelorthesis

Schwingungstechnische Analyse und Optimierung eines Detektor-Setups in einem 3D-Mikroskop

Stichwörter

FE-Modellierung, Modalanalyse, erzwungene Schwingung, Resonanz, konstruktive Optimierung

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit dokumentiert das Vorgehen bei der schwingungstechnischen Optimierung einer Baugruppe. Dies beinhaltet Messungen von Erregerschwingungen sowie deren Auswertung, Erstellung eines Finite-Elemente-Modells dieser Baugruppe mit anschließender Schwingungssimulation und die notwendigen Änderungen in der Konstruktion zur Vermeidung von Resonanzschwingungen.

Patrick Alexander Ralf

Title of the paper

Technical vibration analysis und optimization of a detector-setup from a 3D-microscope

Keywords

FE-Modelling, modal analysis, forced vibrations, resonance, constructive optimization

Abstract

This paper documents the proceeding during a technical vibration optimization of an assembly. This contains measurements of exciter vibrations plus their evaluation, building of a finite-elements-model of this assembly with a following simulation of vibrations and the necessary modifications of the construction for avoiding resonance.

Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Synchrotron	1
1.2	Ptychographie.....	2
2	Grundlagen	2
2.1	Finite-Elemente-Methode	3
2.2	Fabry-Perot-Interferometer	7
2.3	Piezoelektrischer Effekt	7
2.4	Fourier-Transformation.....	8
2.4.1	Diskrete Fourier-Transformation (DFT)	8
3	Aufgabenstellung	12
4	Messung	13
4.1	Hardware	13
4.2	Eigenfrequenzmessung	15
4.3	Messung des Photonendetektors	15
4.4	Messung des Fußbodens.....	16
4.5	Messergebnisse.....	17
5	Simulation	19
5.1	Konvergenz	19
5.2	FEM-Modellierung.....	20
5.3	Computerleistung und FE-Netze	21
5.4	Modellierung der Baugruppen.....	24
5.4.1	Baugruppe 1 Granit	25
5.4.2	Baugruppe 4 Hubtisch klein	28
5.4.3	Baugruppe 7 Gelenke.....	29
5.4.4	Baugruppe 8 Trägersystem	31
5.4.5	Baugruppe 9 Vakuumröhre	38
5.4.6	Gesamtmodell.....	41
6	Konstruktive Optimierung	41
6.1	Transiente Analyse	43
6.2	Modalanalyse	44
6.3	Optimierungen	46
6.3.1	Simulativer Test.....	47
7	Fazit	48

7.1 Zusammenfassung.....	48
7.2 Beurteilung.....	49
8 Ausblick.....	50
Quellverzeichnis.....	51

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Beschreibung
A	mm ²	Oberfläche (Abschnitt 2.1)
A	mm ²	Querschnittsfläche (Abschnitt 5.4.5)
A _{Eig}	1	Abweichung Eigenfrequenz
A ₀	mm	Auslenkung
A		beliebige Matrix (Abschnitt 2.1)
A		Fourier-Matrix (Abschnitt 2.4.1)
B		beliebige Matrix
\hat{c}_k	mm	Fourierkoeffizient
c		Fourierkoeffizientenvektor
C		Konstante
d		Elementdämpfungmatrix
D	1	Dämpfungsgrad
D		Differentialoperatormatrix
e _{size}	mm	maximale Elementgröße
E	MPa	Elastizitätsmodul
E		Einheitsmatrix
f_v		Volumenkräftevektor
F		Abkürzung für $4R/(1-R)^2$
F		Vektor der äußeren Kräfte
G	MPa	Schubmodul
i		Imaginäre Einheit (Abschnitt 2.4.1)
i	mm	Innenlänge Hohlprofil (Abschnitt 5.4.4)
I		äußere und innere Arbeiten (Abschnitt 2.1)
I	mm ⁴	Flächenträgheitsmoment (Abschnitt 5.4.4)
I ₀	mW	maximale Intensität
k	1	Verhältniswert (Abschnitt 5.1)
k	1	Laufvariable (Abschnitt 2.4.1)
k	N/m	Federkonstante (Abschnitt 5.4.5)
k	1	Elementsteifigkeitsmatrix
L	mm	Balkenlänge

l	mm	Balkenlänge
\mathbf{m}		Elementmassenmatrix
n	1	Laufvariable
N		diskrete Menge der Stützstellen
\mathbf{N}		Matrix mit Formfunktionen
$\hat{\mathbf{p}}$		Kraftvektor
\mathbf{q}		Flächenlastvektor
R	1	Reflexionsvermögen (Abschnitt 2.2)
R	mm	Radius (Abschnitt 5.4.4)
Δs	nm	Spiegelabstand
t	s	Zeit
u	mm	Zug/Druckauslenkung
$\dot{\mathbf{u}}$	mm/s	Verschiebungsvektor abgeleitet nach der Zeit
$\ddot{\mathbf{u}}$	mm/s ²	Verschiebungsvektor zweimal abgeleitet nach der Zeit
$\delta \mathbf{u}$	mm	Vektor der virtuellen Verschiebungen
V	mm ³	Volumen
w	mm	Biegeauslenkung
x_d	mm	dynamische Amplitude
$\hat{\mathbf{x}}(n)$		komplexe Ortsfunktion
\hat{x}_n	mm	Phasor der komplexen Ortsfunktion
\mathbf{x}		Vektor mit Werten der komplexen Ortsfunktion
z		komplexe Zahl
α		komplexe Einheitswurzel
γ	kg/s	Dämpfungskonstante
δ	1/s	Abklingkonstante
$\delta \boldsymbol{\varepsilon}$	1	virtueller Dehnungstensor
ϑ	rad	Verdrehung
λ	nm	Wellenlänge
ν	1	Poissonzahl
π	1	Kreiszahl
ρ	kg/m ³	Dichte
$\boldsymbol{\sigma}$		Spannungstensor
φ_0	rad	Phasenverschiebung Eigenschwingung

Φ	rad	Phasenverschiebung Erregerschwingung
$\delta\varphi$	rad	Phasendifferenz
ω	1/s	Eigenfrequenz
ω_B	1/s	erste Eigenfrequenz Biegung
ω_d	1/s	gedämpfte Eigenfrequenz
ω_T	1/s	erste Eigenfrequenz Torsion
ω_{ZD}	1/s	erste Eigenfrequenz Zug/Druck
Ω	1/s	Erregerfrequenz

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1	Es werden die normierten Sinusoide als komplexe Einheitswurzeln dargestellt für den Fall $N=20$ und $n=4$ (violett). Dabei zeigt a) diskrete Anteile auf der Zeitachse, b) Darstellung zusammen mit der Gaußschen Zahlenebene und c) die komplexen Einheitswurzeln	9
Abbildung 2	Aufbau des gesamten Setups. Farblich markiert sind die Baugruppen: Baugruppe 1 Granit (blau); Baugruppe 2 Granitbank (rot) Baugruppe 3 Hubeinheit (gelb); Baugruppe 4 Hubtisch klein (grün) Baugruppe 5 Hubtisch groß (violett); Baugruppe 6 Gelenk (orange) Baugruppe 7 Trägersystem (schwarz); Baugruppe 8 Vakuumröhre (cyan)	12
Abbildung 3	a) Aufnahmeblock mit eingeschraubten Messköpfen, b) Polierter Schwingkörper innerhalb des Blocks und ausgeschraubtem Messkopf des Interferometers mit Sammellinse	13
Abbildung 4	Jeweils von dem Granit entkoppelt: a) Invarblock, b) Aluminiumblock	15
Abbildung 5	Befestigung der Messklötze auf dem Photonendetektor. Die Ausrichtung erfolgt nach Strahlrichtung, wobei Achse 1 in Gravitationsrichtung, Achse 3 in Strahlrichtung und Achse 2 orthogonal zu beiden liegt.....	16
Abbildung 6	a) Befestigung der Messeinrichtungen auf dem Boden, b) Positionen der Messungen auf dem Boden.....	17
Abbildung 7	a) ohne Normierung der Ordinate ist nur ein großer Wert am Anfang an der Position Null zu erkennen, b) durch die Glättung der Funktion (grün) werden kleine Peaks nicht mehr angezeigt	17
Abbildung 8	Betrachtet man einen immer kleineren Abschnitt der gekrümmten blauen Linie, erkennt man irgendwann nur noch eine Gerade.	20
Abbildung 9	Zeit die der Computer zum Lösen benötigt, wenn die Knotenanzahl steigt.....	22
Abbildung 10	Konvergenz in Abhängigkeit von der Knotenanzahl	23
Abbildung 11	Federsteifigkeit der Polyurethanmatte bei verschiedenen Dicken	25
Abbildung 12	Korrekturfaktor für die Einfederung bei Formfaktoren ungleich drei	26
Abbildung 13	Einzelne Schritte für die Vereinfachung der Baugruppe 1 (Granit)	27

Abbildung 14	Baugruppe 4 vor und nach der Optimierung	28
Abbildung 15	Darstellung verschiedener höherer Modes. Alle diese Modes werden von denselben Schwingern verursacht.	28
Abbildung 16	Bewegung des Gelenks bei verschiedenen Modellierungsarten. Dabei zeigt a) nur Gelenke, b) nur reibungslosen Kontakt und c) eine Kombination aus beidem.....	29
Abbildung 17	Modes des Gelenkes ohne Aufbau. a) stellt den unverformten Zustand dar, b) und c) sind Starrkörperbewegungen und d) bis f) elastische Schwingformen.....	30
Abbildung 18	Modellierter Ersatzkörper, welcher die Verformung und Lagerung des Trägersystems darstellen soll.	30
Abbildung 19	Darstellung des Gelenkes in optimierter Form und dessen Vereinfachung. Der Kontakt zwischen Drehscheibe und Rundstab wird durch Starrkörperelemente (Rigid Body Elements kurz RBE) erzeugt.	31
Abbildung 20	Unzulässiger höchster Mode dargestellt als Modell sowie die Position der zugehörigen Frequenz im Erregerfrequenzspektrum	32
Abbildung 21	Die Wellenhalterung rechts als Einzelteil und im eingebauten Zustand. Abgebildet ist das vereinfachte Modell	32
Abbildung 22	Verlauf der dynamischen Amplitude in Abhängigkeit von der Eigenfrequenz. y_0 ist dabei die Erregeramplitude.....	33
Abbildung 23	Schwingformen des Modes 3 jeweils von a) Originalprofil und b) vereinfachtes Profil.....	36
Abbildung 24	Vereinfachtes Modell der Gewindespindel. Um den Fall möglichst nahe darzustellen, sind in a) zylindrische Lager modelliert und in b) die feste Einspannung und die angreifenden Kräfte	37
Abbildung 25	Konvergenz in Abhängigkeit von der Anzahl der Divisions sowohl spannungsfrei als auch unter Druckspannung	38
Abbildung 26	Aufteilung des Umgebungsdrucks in horizontalem und vertikalem Anteil. Die vertikalen Anteile gleichen sich aus, die horizontalen Anteile ziehen den Balg stramm, da dieser wie ein Seil zu betrachten ist.	39
Abbildung 27	Zwei Plattenschwingungen, welche durch Versteifungsrippen verhindert werden.....	40
Abbildung 28	Das vereinfachte Gesamtmodell mi optimiertem Netz.....	41
Abbildung 29	Aus den ersten 10 Peaks generiertes Signal für die Achse drei	43

Abbildung 30	Darstellung der unterschiedlichen Modes der Membranbalghalter	44
Abbildung 31	Darstellung verschiedener Eigenmodes. Die Eigenfrequenzen betragen a) 237 Hz, b) 247 Hz, c) 250 Hz und d) 259 Hz. Die Darstellung ist nicht maßstabsgerecht.	45
Abbildung 32	Es sind die Modes mit den am nächsten liegenden Frequenzen im Vergleich zu Abbildung 31 dargestellt. Diese sind a) 236 Hz, b) 247 Hz, c) 251 Hz und d) 260 Hz.	46
Abbildung 33	Die Fehlermeldung teilt mangelnden Festplattenspeicher mit.	48

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1	Sofern vorhanden sind jeweils die zehn Frequenzen mit dem höchsten Einfluss dargestellt. A steht für Achse.	18
Tabelle 2	Vergleich der Eigenfrequenzen des Originalmodells und des vereinfachten Modells. Dabei sind farblich markiert: blau=Biegeschwingung, gelb=Torsionsschwingung, rot=Zug/Druckschwingung	35

1 Einleitung

Jede Entwicklung von neuen Technologien basiert fast ausnahmslos auf vorangegangener Forschung. Diese Forschung besteht aus theoretischen Überlegungen sowie experimentellen Versuchen, welche diese Überlegungen beweisen sollen.

Die aus solchen Versuchen gewonnenen Erkenntnisse ermöglichen letztendlich die Lösung von unterschiedlichsten Problemstellungen in der Praxis.

Das Deutsche Elektronen-Synchrotron (DESY) ist ein Forschungszentrum für physikalische Grundlagenforschung in Hamburg. Dieses Forschungszentrum baut und betreibt Teilchenbeschleuniger und forscht sowohl im Bereich der Teilchenphysik als auch mit Photonen.

In letzter Zeit ist die Forschung mit Photonen immer weiter in den Vordergrund getreten, sodass die noch aktiven Beschleuniger als Speicherringe genutzt werden.

1.1 Synchrotron

Ein Teilchenbeschleuniger ist eine gerade oder im Kreis geführte Röhre, in welcher elektrisch geladene Teilchen durch Magnetkräfte in einem Vakuum auf annähernde Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden. Ein Synchrotron bildet eine Sonderform eines Teilchenbeschleunigers. Hierbei werden die Teilchen durch einen anderen Beschleuniger vorbeschleunigt und in einer Ringröhre konstant im Kreis bewegt.

Durch die gekrümmte Flugbahn der Teilchen erfahren diese eine senkrecht auf ihrer tangentialen Richtung stehende Beschleunigung. Da eine weitere Beschleunigung jedoch physikalisch nicht möglich ist, geben die Teilchen Energie in Form eines Röntgenquants ab, eines sogenannten Photons. Um diesen Effekt zu verstärken kommen Undulatoren zum Einsatz. Hierbei handelt es sich um zwei Reihen mehrerer hintereinander angeordneten starken Dipolmagneten, durch welche die Teilchen in eine wellenförmige Flugbahn gezwungen werden. Hierdurch entsteht Röntgenstrahlung von sehr hoher Brillanz.

1.2 Ptychographie

Die Ptychographie ist eine Form der 3D-Röntgenmikroskopie. Der Unterschied zu konventionellen Lichtmikroskopen liegt darin, dass die Probe nicht vorbereitet werden muss und von allen Seiten gleichermaßen durchleuchtet werden kann. Die aus dem Synchrotron austretende Röntgenstrahlung wird zunächst fokussiert und anschließend auf eine zu untersuchende Probe geleitet. Diese wird von dem Strahl gerastert wobei eine Überlappung der Rasterpunkte notwendig ist. Durch die Überlappung ist es möglich Informationen kleiner als dem eigentlichen Strahldurchmesser zu erzeugen. Durch den inneren atomaren Aufbau der Probe kommt es zu Beugungseffekten des Röntgenstrahls, der hinter der Probe an einem Detektor ein Beugungsbild erzeugt. In diesem Bild sind nun die Informationen über den inneren Aufbau gespeichert. Mittels spezieller Fouriertransformation wird auf das reale Bild zurückgerechnet.

Im Gegensatz zu der Raster-Elektronen-Mikroskopie, welche nur Oberflächen betrachtet, müssen die Proben nicht elektrisch leitend sein, wodurch sich nahezu alle Arten von Proben untersuchen lassen.

Daher lässt sich die Ptychographie in fast allen wissenschaftlichen Bereichen anwenden, in denen kleine Teilchen untersucht werden sollen. Dies können Kristalle für die Elektroindustrie, Katalysatoren für die Chemieindustrie sowie Proteine für die Pharmaindustrie als auch Viren in der Medizinforschung sein.

Auf Grund der Größe dieser teilweise im Mikrometerbereich großen Proben muss die Relativbewegung zwischen Probe, Strahl und Detektor so klein wie möglich sein.

2 Grundlagen

Die Ermittlung von bauteilspezifischen Daten erfolgt über computergestützte Programme, welche auf dem Prinzip der Finiten-Elemente-Methode basieren.

Die Optimierung der Bauteile erfolgt durch Änderung von Parametern in der mathematischen Beschreibung von Schwingungen.

Zum weiterführenden Verständnis werden in den nachfolgenden Kapiteln einige Grundlagen dargestellt.

2.1 Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist grundlegend ein Verfahren zur numerischen Lösung von Differentialgleichungen (DGL) auf einem diskreten Gebiet.

Die FEM lässt sich so auf sehr viele Bereiche in der technischen Physik anwenden. In der hier behandelten FEM handelt es sich bei diesen Gebieten um die Bauteilvolumina. Des Weiteren gelten lineare Zusammenhänge zwischen den Grundgrößen, aus denen sich die Differentialgleichung herleiten lässt. Für Verformungen in Folge von Krafteinwirkung gilt daher zwingend das Hook'sche Gesetz.

Ziel der FEM ist die Umformung eines durch DGL beschriebenen Problems in ein lineares Gleichungssystem, welches durch einen Computer gelöst wird.

Da nur die Lösung auf einem diskreten Gebiet gesucht ist, liegt der FEM die schwache Form der DGL zu Grunde.

Da für ein beliebiges Gebiet eine DGL, welche die äußeren Kräfte mit den Verformungen in Verbindung bringt, nicht hergeleitet werden kann, muss ein variabler mathematischer Ansatz Anwendung finden.

Für beliebige Geometrien kommt das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (PvV) zum Einsatz. Es ist äquivalent zu der schwachen Form der DGL. Das PvV ist ein energetisches Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Kräften. Da im Folgenden Schwingungen betrachtet werden, wird gleich ein dynamischer Ansatz (1) gewählt

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\int_V \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV}_{I_1} + \underbrace{\int_V \rho \cdot \ddot{\mathbf{u}} \cdot \delta \mathbf{u} dV}_{I_2} + \underbrace{\int_V \boldsymbol{\gamma} \cdot \dot{\mathbf{u}} \cdot \delta \mathbf{u} dV}_{I_3} - \\
 & \quad - \underbrace{\int_V \mathbf{f}_V \cdot \delta \mathbf{u} dV}_{I_4} = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{u} + \underbrace{\int_A \mathbf{q} \cdot \delta \mathbf{u} dA}_{I_5}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dabei steht I_1 für die in dem Material durch Verformung gespeicherte potentielle Energie, I_2 für die Beschleunigungsarbeit zum Überwinden der Trägheitskräfte, I_3 für die Dämpfungskräfte, I_4 für die Volumen- bzw. Schwerekräfte und I_5 für die Arbeit der äußeren Flächenlasten. Der Term $F \cdot \delta u$ beschreibt die Arbeit von äußeren Einzellasten.

Zunächst soll die Formel 2.1 nur die gesuchten Verschiebungen bzw. deren Ableitungen enthalten. Hierfür werden alle anderen nicht konstanten Größen eliminiert. Aus geometrischen Zusammenhängen von unverformten und verzerrten infinitesimalen Elementen unter Berücksichtigung der Tylor-Näherung (2) ergibt sich ein kinematischer Zusammenhang der Form

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}.$$

Dabei enthält die Operatormatrix \mathbf{D} je nach Verzerrungszustand partielle Differentialoperatoren. Durch Anwendung des Hook'schen Gesetzes

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}$$

ergibt sich die innere potentielle Energie zu

$$I_1 = \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{D} \cdot \delta \mathbf{u} dV. \quad (2.2)$$

Da die Spannungs-, Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- sowie die Lasttensoren immer symmetrisch sind und die allgemeinen Zusammenhänge

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T$$

sowie

$$\mathbf{A}_{sym} = \mathbf{A}_{sym}^T$$

gelten, ergibt sich Formel 2.1 zu

$$\int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \, dV + \int_V \rho \cdot \delta \mathbf{u}^T \cdot \ddot{\mathbf{u}} \, dV + \int_V \gamma \cdot \delta \mathbf{u}^T \cdot \dot{\mathbf{u}} \, dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f}_V \, dV = \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{F} + \int_A \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{q} \, dA. \quad (2.3)$$

Zunächst werden die Integrale auf Grund des Zusammenhangs

$$\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx \quad (a \leq c \leq b)$$

in viele Unterintegrale aufgeteilt. In der FEM sind dies die finiten Elemente. Je nach Modell gibt es verschiedene Elementtypen, deren Kraft-Verformungs-Zusammenhänge bekannt sind. Mathematisch sind dies geometrisch bestimmte Körper, deren Eckpunkte als Knoten bezeichnet werden, an welchen diese miteinander verbunden sind.

Die Näherung dieses Verfahrens besteht nun darin, die Verschiebungen nicht über das ganze Element zu berechnen, sondern die Verformungen innerhalb der Elementgrenzen zu nähern und nur die Knotenverschiebungen zu berechnen. Diese bilden dann die diskrete Untermenge, auf der die schwache Lösung berechnet wird.

Um die Integrale möglichst einfach zu berechnen, kommen als Formfunktionen häufig Polynome zum Einsatz. Da nur Knotenverschiebungen berechnet werden sollen, müssen die Randbedingungen der Formfunktionen noch auf die Knotenverschiebungen reduziert werden. Dazu werden die Randbedingungen auf Eins normiert und mit den unbekanntenen Knotenverformungen multipliziert. Da die Ortsabhängigkeit der Verschiebung bereits in der schwachen Form der DGL zu Grunde liegt, ist nur die Knotenverformung zeitabhängig. Die Summe dieser Formfunktionen bildet die Ansatzfunktion. Diese kann für ein Element in der Matrizenform

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \mathbf{N}(x, y, z) \cdot \hat{\mathbf{u}}(t) \quad (2.4)$$

angegeben werden. Dabei enthält \mathbf{N} alle zu $\hat{\mathbf{u}}$ zugehörigen Formfunktionen. Da beliebige Körper sich nicht in geometrisch einfache Körper aufteilen lassen, für die eine DGL bekannt ist, finden vor der Berechnung der Integrale noch interne Umrechnungen statt.

Einige Programme berechnen die Integrale auf Masterelementen. Dies sind unverzerrte normierte Elemente, auf der die Berechnung noch schneller geht. Diese Elemente werden anschließend mittels Jacobimatrizen wieder umgeformt. Setzt man Formel 2.4 in 2.3 ein ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \delta \hat{\mathbf{u}}^T \cdot \underbrace{\int_V (\mathbf{D} \cdot \mathbf{N})^T \cdot \mathbf{E} \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{N}) dV \cdot \hat{\mathbf{u}}}_k + \delta \hat{\mathbf{u}}^T \cdot \underbrace{\int_V \rho \cdot \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N} dV \cdot \ddot{\hat{\mathbf{u}}}}_m + \\
 + \delta \hat{\mathbf{u}}^T \cdot \underbrace{\int_V \gamma \cdot \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N} dV \cdot \hat{\mathbf{u}}}_d - \delta \hat{\mathbf{u}}^T \cdot \int_V \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{f}_V dV = \quad (2.5) \\
 = \delta \hat{\mathbf{u}}^T \cdot \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{F} + \delta \hat{\mathbf{u}}^T \cdot \int_A \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{q} dA
 \end{aligned}$$

Wird in Gleichung 2.5 die virtuelle Verschiebung $\delta \hat{\mathbf{u}}^T$ ausgeklammert, werden alle Lastintegrale zu einem Kraftvektor $\hat{\mathbf{p}}$ zusammengefasst und stellt man nach einer Seite zu Null um, so resultiert die Gleichung

$$\delta \hat{\mathbf{u}}^T (\mathbf{m} \cdot \ddot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{d} \cdot \dot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{p}}) = 0 \quad (2.6)$$

Auf Grund des Variationsargumentes, dass die Gleichung 2.6 für beliebige virtuelle Verschiebungen gelten muss, wird der Klammerausdruck zu Null, wodurch eine Schwingungsdifferentialgleichung entsteht

$$\mathbf{m} \cdot \ddot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{d} \cdot \dot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{p}} = 0 \quad (2.7)$$

Dabei ist \mathbf{m} die Elementmassenmatrix, \mathbf{d} die Elementdämpfungsmatrix und \mathbf{k} die Elementsteifigkeitsmatrix. Anschließend werden die einzelnen Elementschwingungsdifferentialgleichungen zu einem gesamten linearen

inhomogenen Differentialgleichungssystem assembliert. Dabei werden die Knoten von sich berührenden Elementen durch Addition der jeweiligen Matrizeneinträge verknüpft.

2.2 Fabry-Perot-Interferometer

Bei dieser Interferometerbauart wird ein monochromatischer Lichtstrahl durch ein Etalon geleitet. Dies ist eine Anordnung von zwei gering teildurchlässigen Spiegeln mit einem sich dazwischen befindlichen durchlässigen Medium. Diese Spiegel sind parallel angeordnet und der Strahl trifft auf die Spiegel nahezu senkrecht. Daher kommt es zu häufig wiederkehrender Reflexion der Strahlen innerhalb des Etalons, wodurch sich diese vielfach überlagern. Betrachtet man die Airy-Formeln (3)

$$I_R = I_0 \frac{F \cdot \sin^2(\Delta\varphi/2)}{1 + F \cdot \sin^2(\Delta\varphi/2)}, \quad I_T = I_0 \frac{1}{1 + F \cdot \sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

mit dem Zusammenhang $\Delta\varphi = 2\pi \cdot \Delta s / \lambda$ gibt es bei Variation der Spiegelabstände Δs Intensitätswerte der transmittierten Strahlung I_T , an denen diese maximal und die reflektierten Strahlen minimal werden und umgekehrt.

Bei bekannter Lichtwellenlänge lässt sich durch Detektion der Intensität der transmittierten Strahlen Rückschlüsse auf die Entfernung der Spiegel ziehen.

2.3 Piezoelektrischer Effekt

Wird ein geeigneter Festkörper verformt, kommt es in den Elementarzellen des Körpers zu einer gegenläufigen Verschiebung der Ladungsschwerpunkte von positiven und negativen Atomen. Hierdurch fällt zwischen diesen Punkten eine Spannung ab. Diese Spannung tritt im ganzen Festkörper auf und kann außen am Körper gemessen werden. Über diese Spannung können Rückschlüsse auf die Verformung des Körpers gezogen werden. Andersherum kann durch Anlegen einer Spannung eine Verformung des Körpers erzielt werden.

2.4 Fourier-Transformation

Der Überbegriff Fourier-Transformation (FT) steht für vier mathematische Vorgehensweisen für die Umrechnung von Funktionen zwischen dem Orts- bzw. Zeitbereich und dem Frequenz- bzw. Spektralbereich. Die Berechnung von Zeitbereich in den Frequenzbereich wird Analyse genannt, der Wechsel von Frequenz- in Zeitbereich nennt sich Synthese. Diese vier Transformationen werden unterteilt in Fourier-Reihe, kontinuierliche Fourier-Transformation, diskrete Fourier-Transformation (DFT) und Fourier-Transformation für zeitdiskrete Signale (DTFT). Die Fourier-Reihe zerlegt ein periodisch auftretendes kontinuierliches Intervall in ein diskretes Frequenzspektrum. Die kontinuierliche Fourier-Transformation wird für kontinuierliche aperiodische Funktionen angewendet und erzeugt ein kontinuierliches Frequenzspektrum. Die DFT erzeugt aus periodisch auftretenden diskreten aperiodischen Intervallen ein diskretes Frequenzspektrum und die DTFT wird bei diskreten und aperiodischen Funktionen angewandt und liefert ein periodisch wiederkehrendes kontinuierliches Frequenzspektrum. Im Weiteren soll nur die DFT beschrieben werden, denn nur diese kommt hier zum Einsatz.

2.4.1 Diskrete Fourier-Transformation (DFT)

Der DFT und den anderen Transformationen liegt der Satz von Fourier zu Grunde. Dieser besagt, dass jede periodische Funktion als unendliche Summe von Sinusoiden darstellbar ist. Für die bessere Berechenbarkeit werden im Weiteren periodische Funktionen als komplexe Funktionen dargestellt. Eine periodische Funktion ist also als Summe von komplexen Sinusoiden darstellbar (siehe Formel 2.8).

$$\hat{x}(n) = \sum_n \hat{c}_n \cdot e^{i\omega n} \quad (2.8)$$

Da es sich bei der Funktion um eine diskrete Funktion handelt, liegen N Werte in demselben Abstand innerhalb des periodischen Intervalls vor. Somit gilt für die

Laufvariable, dass $n=0,1,2,\dots,N-1$ ist. Zunächst wird die Frequenz der einzelnen Sinusoide auf einen Einheitskreis normiert (siehe Formel 2.9).

$$\omega_n = \frac{2\pi \cdot n}{N} \quad (2.9)$$

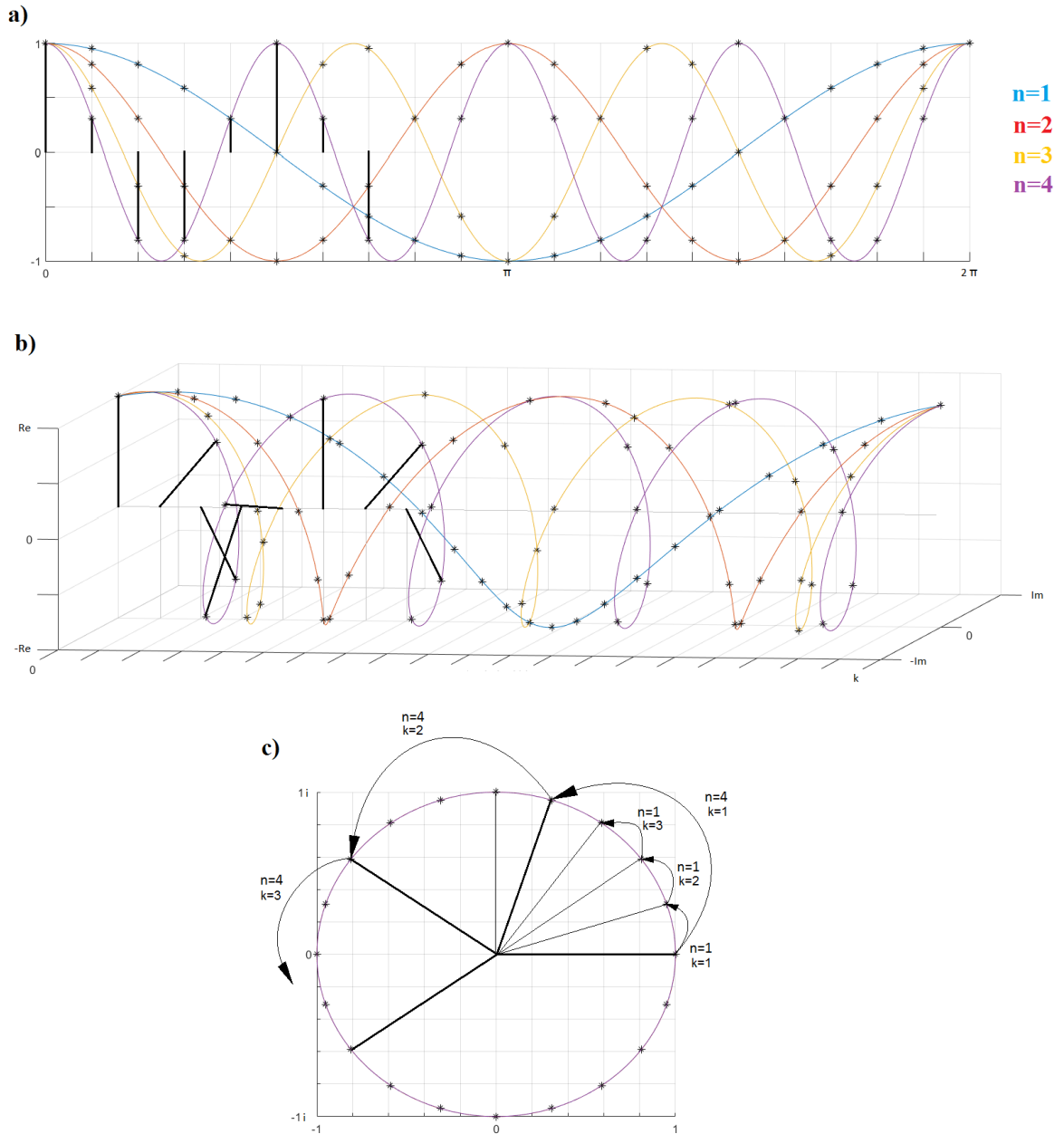


Abbildung 1 Es werden die normierten Sinusoide als komplexe Einheitswurzeln dargestellt für den Fall $N=20$ und $n=4$ (violett). Dabei zeigt a) diskrete Anteile auf der Zeitachse, b) Darstellung zusammen mit der Gaußschen Zahlenebene und c) die komplexen Einheitswurzeln

Somit gibt es N normierte sinusförmige Funktionen mit der Amplitude Eins. Der

Fall $n=0$ stellt dabei einen Offset als konstanten Wert dar. Diese Funktionen müssen nun noch diskretisiert werden, da nur Funktionswerte an vorgegebenen Stützstellen existieren. Hierzu werden komplexe N -te Einheitswurzeln α verwendet, in dem man den Funktionen eine weitere Laufvariable k zuordnet (siehe Abbildung 1 und Formel 2.10). Die Laufvariable n gibt dabei die Grundfrequenz an und k ordnet jeder Funktion eine Stützstelle zu.

$$z = e^{\frac{i2\pi \cdot n \cdot k}{N}} = \alpha^{nk} \quad (2.10)$$

Die Laufvariable k stellt damit den Definitionsbereich der neuen Funktion dar, welcher als diskreter Frequenzbereich interpretiert werden kann. Es kann daher auch nur so viele Frequenzen geben wie Stützstellen in der Periode der Funktion im Zeitbereich.

Ersetzt man in Formel 2.8 den Exponentialausdruck durch Formel 2.10, entstehen k Summenterme für $k=n=0,1,2,\dots,N-1$ und damit ein quadratisches komplexes Gleichungssystem (siehe Formel 2.11).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & & & 1 \\ 1 & \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^3 & & & \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & \dots & & \\ 1 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^9 & & & \\ & \vdots & & & \ddots & & \\ 1 & & & & \dots & & \alpha^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \\ \hat{c}_3 \\ \hat{c}_4 \\ \vdots \\ \hat{c}_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \vdots \\ \hat{x}_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} \quad (2.11)$$

Dieses Gleichungssystem der Form $\mathbf{A}^* \mathbf{c} = \mathbf{x}$ kann durch die inverse Matrix \mathbf{A}^{-1} gelöst werden (12) (siehe Formel 2.12).

$$\mathbf{c} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{x} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \cdot \mathbf{A}_{adj} \quad (2.12)$$

Die Determinante dieser komplexen Matrix hat je nach Wert von N immer die gleiche Form, genauso wie die Adjunkte von \mathbf{A} (siehe Formel 2.13 und 2.14)

$$\det(\mathbf{A}) = \pm iN \cdot C \quad (2.13)$$

$$\mathbf{A}_{adj} = \begin{bmatrix} Re_{11} \pm i \cdot C \cdot Im_{11} & Re_{12} \pm i \cdot C \cdot Im_{12} \\ Re_{21} \pm i \cdot C \cdot Im_{21} & \ddots \end{bmatrix} = i \cdot C \cdot (\mathbf{A}^*)^T \quad (2.14)$$

Die Konstante C variiert je nach der Größe von N. Setzt man Formel 2.13 und 2.14 in 2.12 ein, berechnen sich die komplexen Fourierkoeffizienten c nach Formel 2.15.

$$\hat{c}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{x}_n \cdot \alpha^{-nk} \quad (2.15)$$

Für rein reelle Ausgangswerte lässt sich durch Realteilbildung einfach ein Ergebnis bilden, welches nicht mehr komplex ist (siehe Formel 2.16).

$$c_k = Re\{\hat{c}_k\} = Re\left\{A \cdot \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) - i \cdot B \cdot \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)\right\} = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \quad (2.16)$$

Liegen nun die Frequenzen und die zugehörigen Auslenkungen in reeller Form vor, so kann man mittels einer einfachen Summe das Ursprungssignal wieder herstellen.

3 Aufgabenstellung

In der 3D-Mikroskopie werden hohe Anforderungen an die Stabilität der Strahlführung und der Probenumgebung gestellt, um die geforderten Auflösungen von wenigen Nanometern zu erzielen. Hierfür ist es notwendig, alle Störfrequenzen aus dem Betrieb der Anlage (siehe Abbildung 2) sowie die Eigenfrequenzen der Komponenten zu ermitteln. Die Konstruktion ist nach Möglichkeit so zu optimieren, dass diese Frequenzen voneinander separiert sind. Hierzu wird ein komplettes Modell aus finiten Elementen erstellt auf Grundlage von CAD-Modellen. Anschließend wird eine Modalanalyse durchgeführt, um die Eigenfrequenzen und zugehörigen Modes zu ermitteln. Zum Vergleich werden messtechnisch die Störfrequenzen vor Ort ermittelt. Mit diesen Daten werden dann die Betriebsschwingungen an dem FE-Modell simuliert. Das Setup ist anhand dieser Daten schwingungstechnisch durch konstruktive Maßnahmen zu optimieren. Diese Optimierungen werden danach simulativ getestet.

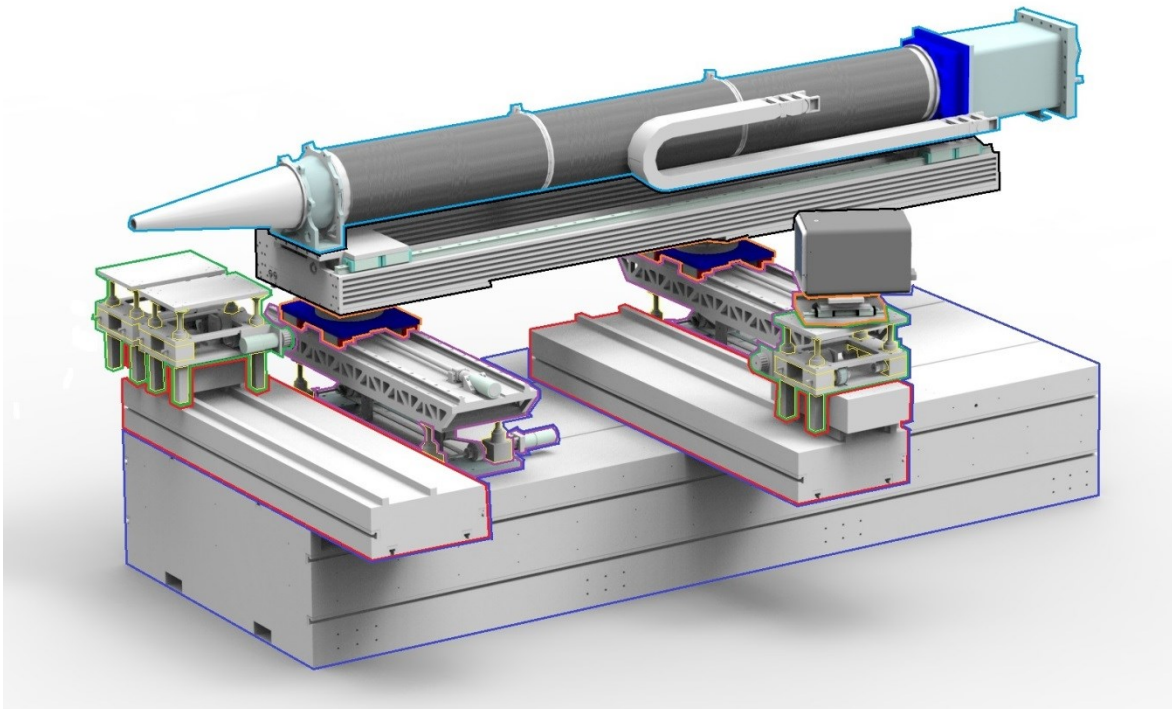


Abbildung 2 Aufbau des gesamten Setups. Farblich markiert sind die Baugruppen:
Baugruppe 1 Granit (blau); Baugruppe 2 Granitbank (rot)
Baugruppe 3 Hubeinheit (gelb); Baugruppe 4 Hubtisch klein (grün)
Baugruppe 5 Hubtisch groß (violett); Baugruppe 6 Gelenk (orange)
Baugruppe 7 Trägersystem (schwarz); Baugruppe 8 Vakuurmöhre (cyan)

4 Messung

Zur Bestimmung der Frequenzen werden die Schwingungen der an dem Setup anliegenden Oberflächen sowie der im Setup vorhandenen selbst schwingenden Bauteile benötigt. Hierbei handelt es sich um den Fußboden und einen Photonendetektor, der durch eine Wasserkühlung zum Schwingen angeregt wird. Gemessen werden diese Schwingungen mittels Laserinterferometern. Für niedrige Frequenzbereiche werden zusätzlich noch Beschleunigungsaufnehmer verwendet. Insgesamt werden jeweils fünf Messungen durchgeführt, damit Ausreisser erkannt werden können.

4.1 Hardware

Bei den Interferometern handelt es sich um ein homodynes Fabry-Perot-Interferometer mit I&Q-Demodulation (5).

Um ein von dem Umgebungslicht separiertes Signal zu erhalten, wird die genutzte Lichtwelle moduliert (4). Dabei wird die eigentliche Informationswelle in einem hochfrequenten Signal von 12,5 MHz versteckt. Bei der Demodulierung geht dabei die in dem Anfangssignal vorhandene Phaseninformation verloren. Um eine Information über die Bewegungsrichtung zu erhalten, wird bei der Demodulation ein Referenzsignal aus derselben Quelle genutzt (homodyn), welches um 90° phasenverschoben ist. Somit lässt sich mit beiden demodulierten Signalen auf die

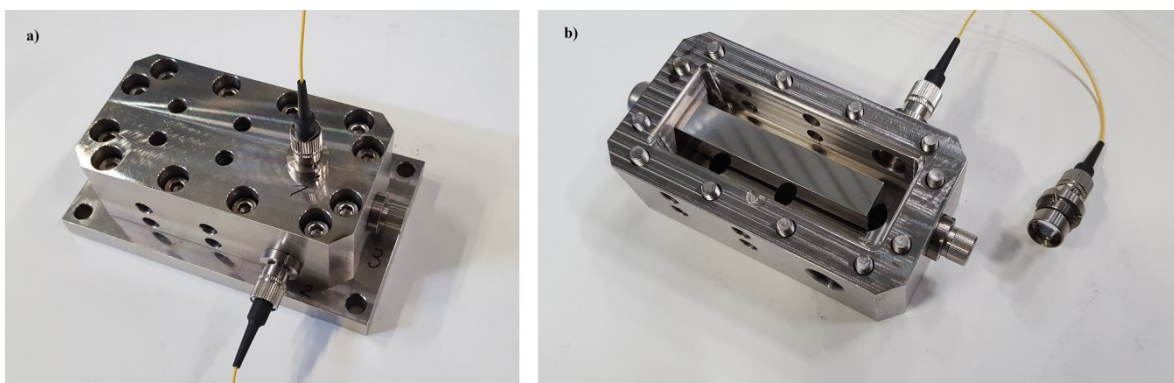


Abbildung 3 a) Aufnahmeblock mit eingeschraubten Messköpfen, b) Polierter Schwingkörper innerhalb des Blocks und ausgeschraubtem Messkopf des Interferometers mit Sammellinse

Phaseninformation zurück rechnen (6). Ein solches Interferometer kann vorzeichenrichtige Relativbewegungen zwischen dem Reflektor und dem Messkopf messen. Im vorliegenden Fall müsste der Messkopf des Interferometers theoretisch komplett still stehen und der Reflektor, der sich am Messobjekt befindet, mit diesem zusammen schwingen. Um eine gute Reproduzierbarkeit zu gewährleisten, ist der Messkopf in einer festen Vorrichtung mit dem Reflektor vorpositioniert (siehe Abbildung 3). Der Reflektor befindet sich auf einem im Inneren befindlichen Schwingkörper. Dieser Schwingkörper ist als Kragbalken mit freiem Ende ausgeführt. Betrachtet man nun die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL einer Schwingung (siehe Formel 4.1),

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_d + \varphi_0) + x_d \cdot \cos(\Omega t - \Phi) \quad (4.1)$$

stellt man fest, dass für $t \rightarrow \infty$ die homogene Lösung gegen Null strebt. Wird die Vorrichtung nun mit einem schwingenden Bauteil verbunden, bewegt sich der Schwingkörper nach einer Abklingzeit nur noch in den Erregerfrequenzen. Da der Schwinger ähnlich einem quadratischen Balken ist, kann eine Vorrichtung jeweils nur zwei Schwingungen in Raumachsenrichtung aufnehmen. Daher stehen zwei Vorrichtungen zur Verfügung. Die eine besteht aus Aluminium, die andere aus Invar, einer Eisen-Nickel-Legierung.

Bei den Beschleunigungsaufnehmern handelt es sich um piezoelektrische Aufnehmer, die nach dem Biegeprinzip arbeiten (8). Hierbei wird eine definierte Masse mit einer biegefähigen Piezokeramik verbunden. Fängt diese Masse an zu schwingen, kommt es an der Keramik zu Zug- und Druckkräften. Die Beschleunigungen sind nach dem zweiten Newton'schen Axiom proportional zu den Kräften und bei dieser Piezokeramik proportional zu der entstehenden Ladungsverschiebung (9). So kann, bei bekannter Masse des Schwingers und der Geometrie der Keramik, die zeitabhängige Beschleunigung vorzeichenrichtig berechnet werden. Mittels Integration über die Zeit wird die Bewegung der Schwingung ermittelt.

4.2 Eigenfrequenzmessung

Da der in Abschnitt 4.1 beschriebene Schwingkörper sowie das Gehäuse Eigenfrequenzen besitzen, kann es vorkommen, dass diese bei der Messung von unbekanntem Schwingungen angeregt werden. Somit kann es bei diesen Frequenzen zu großen Auslenkungen kommen, obwohl die Erregerschwingung verhältnismäßig klein ist und damit nicht ins Gewicht fallen würde. Daher werden die Eigenfrequenzen experimentell bestimmt. Um keine störenden Erregerschwingungen zu messen, müssen die Gehäuse von der Umgebung theoretisch vollständig entkoppelt werden. Hierzu werden die Gehäuse (siehe Abbildung 4) auf aufgeschäumte Polystyrolstücke gesetzt.

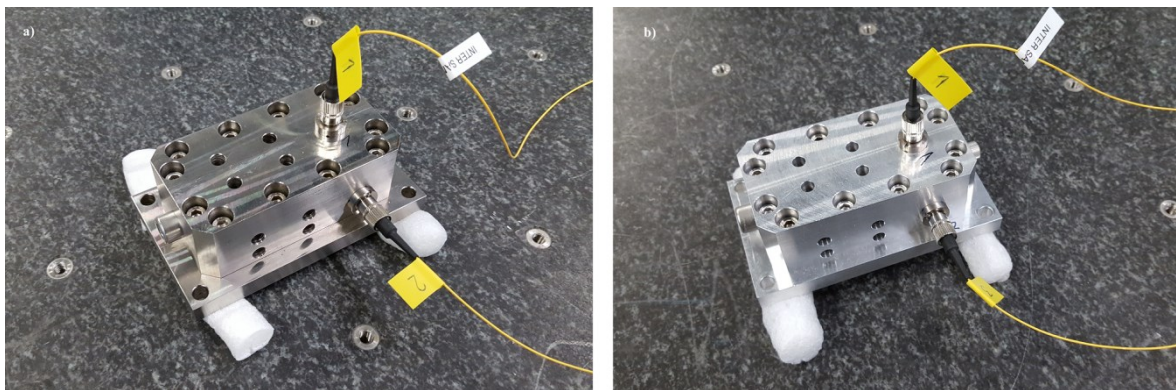


Abbildung 4 Jeweils von dem Granit entkoppelt: a) Invarblock, b) Aluminiumblock

Anschließend wird dem Gehäuse ein möglichst kurzer Stoß versetzt um die Eigenfrequenzen anzuregen.

Sind die Eigenfrequenzen bis zu einer gewissen Grenze bekannt, kann der Frequenzbereich festgelegt werden, in dem lediglich Erregerfrequenzen aufgenommen werden. Die Eigenfrequenz der Beschleunigungsaufnehmer ist laut Hersteller 350 Hz (8), weswegen auf eine Messung verzichtet wird.

4.3 Messung des Photonendetektors

Die Interferometer werden zunächst auf dem Detektor befestigt (siehe Abbildung 4). Da nur die von dem Detektor ausgehenden Erregerfrequenzen gemessen werden sollen, wird zunächst ohne laufende Kühlung gemessen, anschließend mit

laufender Kühlung. Frequenzen, welche dann nur in der zweiten Messreihe auftauchen, sind demzufolge die durch die Kühlung angeregten Frequenzen.

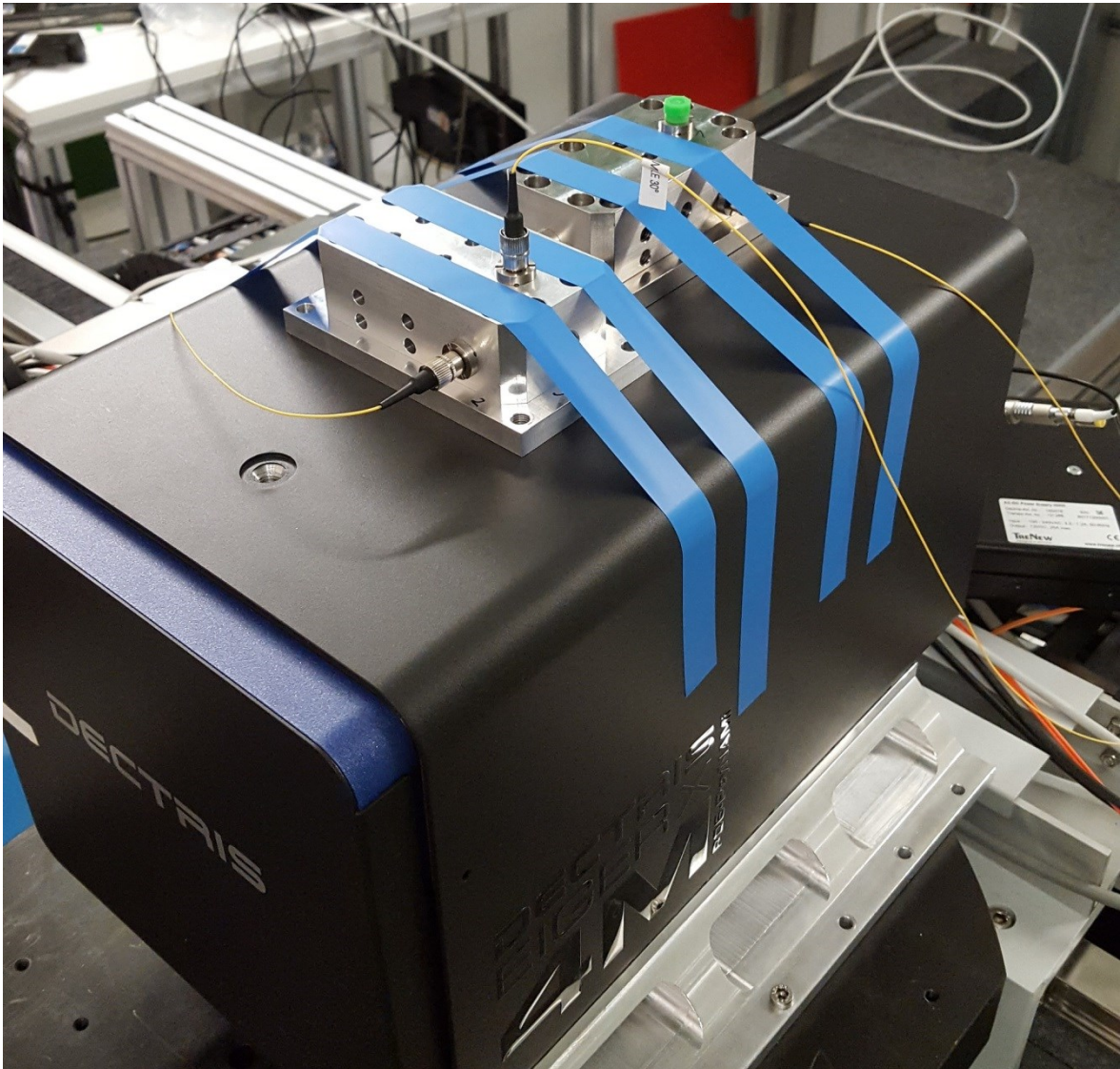


Abbildung 5 Befestigung der Messklötze auf dem Photonendetektor. Die Ausrichtung erfolgt nach Strahlrichtung, wobei Achse 1 in Gravitationsrichtung, Achse 3 in Strahlrichtung und Achse 2 orthogonal zu beiden liegt

4.4 Messung des Fußbodens

Um die Aufnahmeblöcke möglichst fest mit dem Fußboden zu verbinden, werden diese über bereits vorhandene Gewinde mit Hilfe einer Spannvorrichtung auf den Boden gepresst (siehe Abbildung 6 a)). Die Beschleunigungsaufnehmer können über eine Bohrung in der Grundplatte direkt mit dem Boden verschraubt werden.

Um lokale Einflüsse erkennen zu können, werden Messungen an drei verschiedenen Punkten im Raum (siehe. Abbildung 6 b)) durchgeführt.

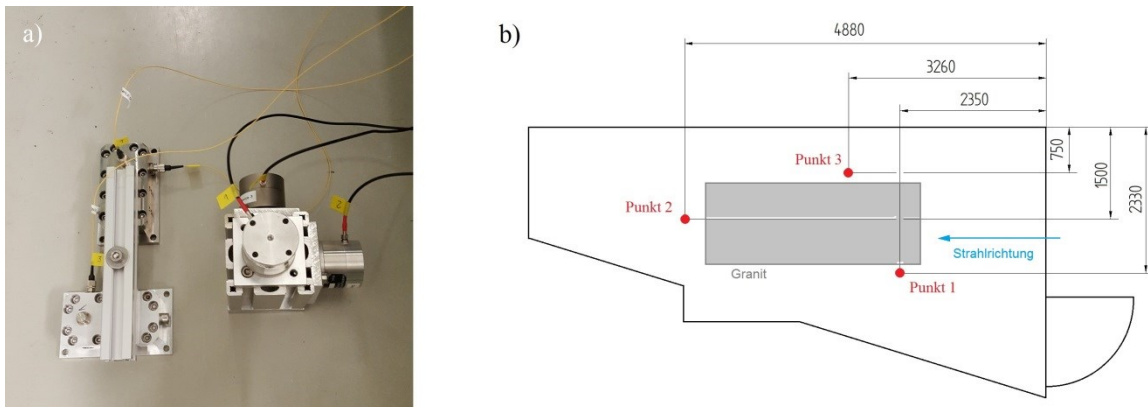


Abbildung 6 a) Befestigung der Messeinrichtungen auf dem Boden, b) Positionen der Messungen auf dem Boden

4.5 Messergebnisse

Das Messprogramm der Laserinterferometer erzeugt eine Datei, in welcher die Zeitschritte sowie die zugehörigen Auslenkungen in den jeweiligen drei Achsen gespeichert sind. Analog erzeugt das Programm der Beschleunigungsaufnehmer jeweils eine Datei. Diese Dateien müssen ausgelesen werden und

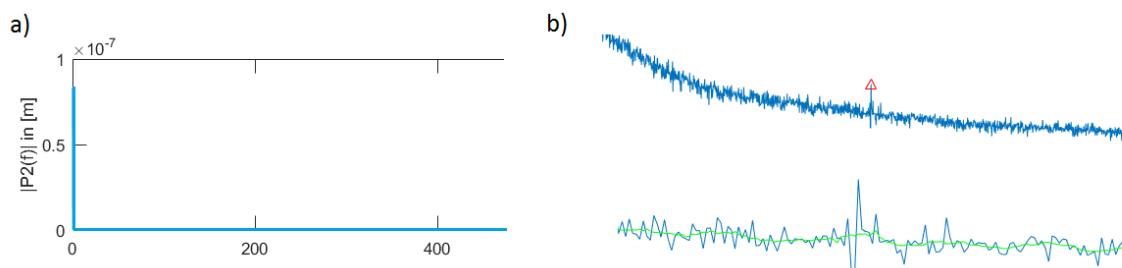


Abbildung 7 a) ohne Normierung der Ordinate ist nur ein großer Wert am Anfang an der Position Null zu erkennen, b) durch die Glättung der Funktion (grün) werden kleine Peaks nicht mehr angezeigt

anschließend mittels einer geeigneten Computersoftware verarbeitet werden. Hierzu wird ein Programmcode verwendet (siehe Anhang A). In der ersten Darstellung des Frequenzbereiches war kein Verlauf zu erkennen sondern nur ein

Tabelle 1 Sofern vorhanden sind jeweils die zehn Frequenzen mit dem höchsten Einfluss dargestellt. A steht für Achse.

		Frequenz in Hertz abnehmender Einfluss											
		→											
Eigenfrequenz	Invar	A1	1574	1526									
		A2	1574	1525									
	Alu.	A1	1517	1289	36								
		A2	1273	69	23	1527							
	Profil	A1	41	49	73								
		A2	73	30	9	49	37	227					
		A3	9	59	36	49	100	223					
	Detektor	OFF	A1	105	1000	319	80	300	1500	612	243	47	1052
			A2	105	1000	80	1500	244	1052	214	755	64	1271
A3			1501	319	1271	1000	300	105	80	936	612	1412	
ON		A1	105	319	1000	80	1501	315	245	612	1052	47	
		A2	105	1000	80	1501	245	1051	214	745	150	1271	
		A3	1501	319	1000	1271	105	300	80	245	1051	612	
Fußboden Pos. 1	Laser	A1	0,84	1501	1000	244	1051	5,5	755	250	150	350	
		A2	0,76	1000	1501	244	1052	250	9,2	150	756	350	
		A3	0,94	1000	5	11,1	15,1	245	1500	19,2	1052	757	
	Beschl.	A1	50	50	10	14	100	4	25	31	19	44	
		A2	50	50	100	170	145	204	200	165	121	181	
		A3	100	100	50	10	170	5	204	145	181	165	
Fußboden Pos. 2	Laser	A1	0,88	1000	244	1052	5,3	150	250	754	350	450	
		A2	0,79	1000	1501	7,3	244	1052	150	250	754	350	
		A3	0,76	5	9	1000	15	244	41	350	756	250	
	Beschl.	A1	100	100	11	37	52	5	24	18	31	44	
		A2	5	5	100	50	11	204	25	145	15	122	
		A3	5	5	100	10	48	18	37	204	14	122	
Fußboden Pos. 3	Laser	A1	0,78	1000	4,9	244	1052	350	250	756	450	150	
		A2	1000	0,81	244	350	1052	756	250	450	6,1	150	
		A3	0,81	1000	5,5	246	450	1052	150	756	350	21,6	
	Beschl.	A1	5	5	10	16	52	100	20	25	122	32	
		A2	5	5	100	11	50	25	204	121	18	34	
		A3	5	5	100	10	50	23	122	18	14	27	

großer Wert an der Stelle Null (siehe Abb. 7 a)). Betrachtet man die Formel 2.15, so ist dies der Wert für $k=0$. Dies ist ein konstanter Wert, welcher den Offset der Messung darstellt. Vergleicht man diesen Wert mit dem Graphen im Zeitbereich, so stimmen diese Werte überein. Daher wurde die grafische Darstellung auf den zweitgrößten Wert normiert, damit die Frequenzeinflüsse besser sichtbar werden. Das Programm gibt je nach Eingabeparametern nicht nur die Schwingung und deren Fouriertransformierte grafisch aus, sondern ebenfalls die höchsten gewünschten Peaks und deren Frequenz (siehe Anhang B). Es hat sich gezeigt, dass die vorprogrammierten Funktionen die relevanten Peaks für die Eigenfrequenzmessung nicht finden, da sie nach Verhältnissen zwischen den sich umgebenden Peaks suchen. Da die Funktion nicht glatt ist, werden diverse nicht relevante Peaks gefunden. Um die Funktion zu glätten wird daher eine Faltungsmatrix verwendet (7). Anschließend wird eine Schleife erzeugt, welche die Suchkriterien mit jedem Durchgang verschärft, bis nur noch die relevanten Peaks gefunden werden (siehe Abb. 7 b)). Tabelle 1 zeigt die Mittelwerte der Eigenfrequenzen der einzelnen Haltevorrichtungen.

Die Messung des Photonendetektors hat ergeben, dass durch die Wasserkühlung keine nennenswerten Schwingungen erzeugt werden.

5 Simulation

Um eine Simulation durchzuführen, wird ein FEM-Modell des gesamten Setups erstellt. An diesem Modell wird dann eine Modalanalyse durchgeführt, um die Eigenfrequenzen zu ermitteln. Danach wird eine harmonische Antwort simuliert um die Betriebsschwingungen zu ermitteln.

5.1 Konvergenz

Betrachtet man den Abschnitt 2.1, so ist das Verfahren der FEM bis zu der Formel 2.3 exakt. Erst durch Einsetzen der Formfunktionen und damit der Approximation der Verschiebung zwischen den Knoten entsteht ein Näherungsverfahren. Die Verschiebungen zwischen den Knoten sind beliebig gekrümmte Linien. Diese werden durch festgelegte Polynome angenähert. Wenn die Verformung nicht

zufällig genau einem dieser Polynome folgt, unterscheiden sich die Linien immer voneinander. Wird jetzt der zu nähernde Bereich immer kleiner, so verringert sich auch die Gesamtkrümmung auf diesem Bereich immer weiter (siehe Abbildung 8).

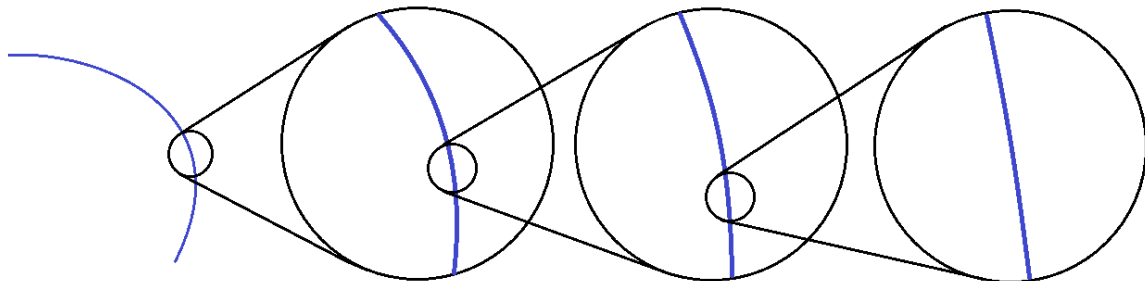


Abbildung 8 Betrachtet man einen immer kleineren Abschnitt der gekrümmten blauen Linie, erkennt man irgendwann nur noch eine Gerade.

Dies führt dazu, dass sich der Verlauf mit kleiner werdenden Bereichen einer Geraden annähert, welche durch jedes Polynom beliebig angenähert werden kann. Somit wird die Lösung des FEM-Modells mit immer kleiner werdenden Elementen besser. Je nach Belastungsfall und damit auch der Verformung, ist ab einer bestimmten Elementgröße die zu Verformung von Knoten zu Knoten so nah an einer Geraden, dass eine weitere Verkleinerung der Elemente nur noch unwesentliche Verbesserungen im Verhältnis zu dem stark steigenden Rechenaufwand bringen würde. An diesem Punkt spricht man von Konvergenz.

5.2 FEM-Modellierung

Da nur eine begrenzte Rechenleistung der Computer zur Verfügung steht, wird das Modell in mehreren Schritten aufgebaut. Zunächst wird die gesamte Baugruppe in kleinere Unterbaugruppen unterteilt (siehe Abbildung 1). Diese Unterbaugruppen müssen so klein sein, dass sich ohne eine Vereinfachung des Modells eine Konvergenzstudie in Hinblick auf die Eigenfrequenzen durchführen lässt. Des Weiteren sollten die Unterbaugruppen so gewählt sein, dass sie zum einen ein eigenes Schwingssystem darstellen und zum anderen eine deutlich kleinere Masse besitzen im Vergleich zu der Baugruppe auf die sie montiert sind. Dadurch kann bei der Modalanalyse der Unterbaugruppen der Kontakt als

Festlager betrachtet werden. Zunächst werden die Eigenfrequenzen der Unterbaugruppen ermittelt. Auf Grund der Konvergenz des Ergebnisses kann davon ausgegangen werden, dass die Näherung so gut wie möglich ist. Diese Ergebnisse dienen als Ausgangspunkt der Vereinfachung des Modells und zur Reduktion der Freiheitsgrade bzw. der Elemente. Dabei werden sukzessive kleine Bereiche im Modell eliminiert, die entweder eine im Verhältnis kleine Masse haben oder die Gesamtgeometrie kaum beeinflussen. Bei Bauteilen, die Grundsätze für ein Modell bereits erfüllen, wie z.B. Balken oder Platten, allerdings eine komplexe Querschnittsgeometrie besitzen, kann ein äquivalentes mechanisches Modell verwendet werden. Dies wird solange gemacht, bis die zulässige Abweichung der Eigenfrequenz erreicht ist. Dabei ist zu beachten, dass Änderungen der Geometrie je nach Lage im Modell unterschiedlichen Einfluss auf die verschiedenen Modes haben können. Daher muss jede Abweichung der jeweiligen Eigenfrequenzen überprüft werden. Anschließend wird an dem vereinfachten Modell eine weitere Konvergenzstudie durchgeführt. Danach werden alle Unterbaugruppen wieder zusammengeführt. Das nun entstandene Modell ist auf Grund seiner Elementanzahl und damit der Anzahl seiner Freiheitsgrade komplett berechenbar.

5.3 Computerleistung und FE-Netze

Für das Lösen der Gleichungssysteme der FEM-Modelle stehen prinzipiell zwei Computer zur Verfügung. Da nur einer dieser Computer dauerhaft für Berechnungen bereit steht, muss dessen Leistungsgrenze bekannt sein, damit vorweg die Unterbaugruppen alle auf diesem Computer berechnet werden können. Hierzu wird ein beliebiges CAD-Modell verwendet. Dieses Modell ist insofern beliebig, als dass es durch kein mechanisches Modell dargestellt werden kann. Anschließend wird das Modell immer feiner vernetzt, bis der Computer die Berechnung der Modalanalyse auf Grund von zu geringem Arbeitsspeicher nicht mehr durchführen kann. Um den Zeitaufwand von Berechnungen abschätzen zu können, wird die benötigte Rechenzeit aufgenommen. Da die Anzahl der zu berechnenden Modes die Rechenleistung beeinflusst, werden standardmäßig die ersten sechs verschiedenen Eigenfrequenzen berechnet. Das Programm ist in der Lage, einzelne Frequenzbereiche zu berechnen. Dadurch wird gewährleistet, dass

alle benötigten Eigenfrequenzen berechnet werden können. Für den allgemeinen Fall werden quadratische Tetraederelemente verwendet, da diese jede Geometrie darstellen können.

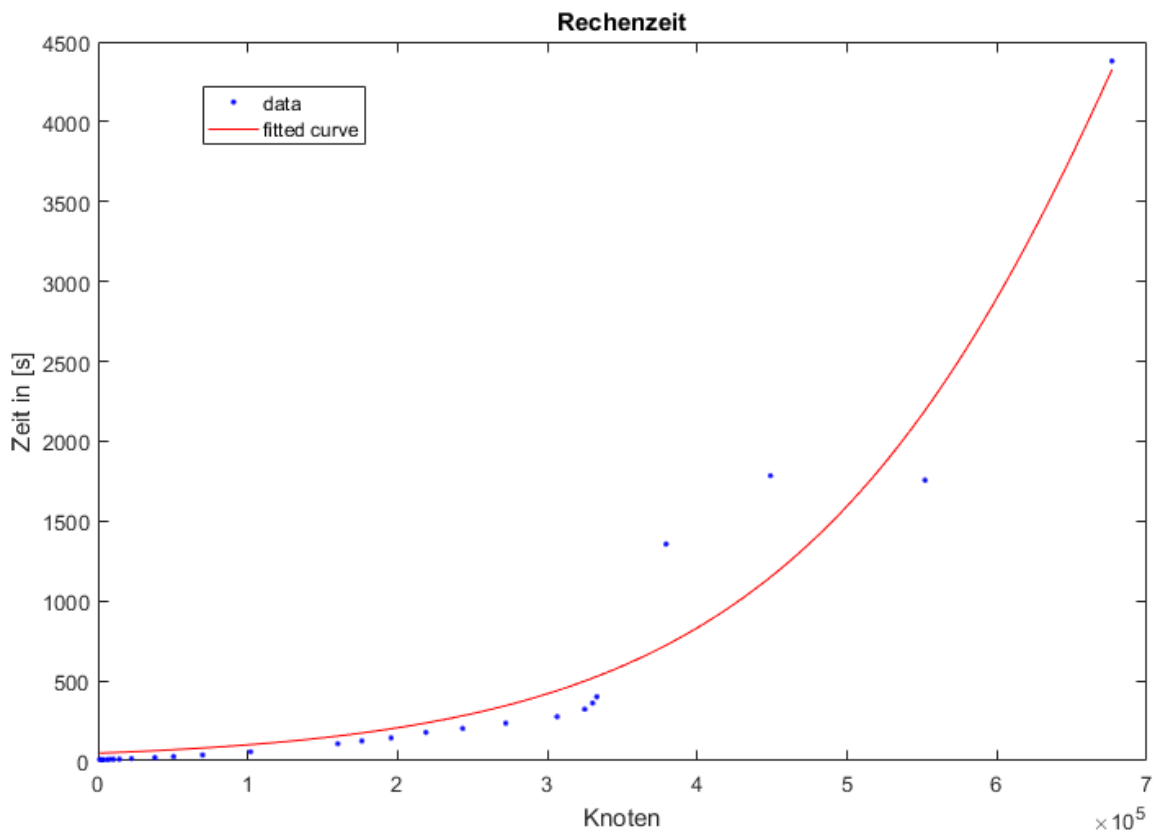


Abbildung 9 Zeit die der Computer zum Lösen benötigt, wenn die Knotenanzahl steigt

Aus Abbildung 9 ist zu erkennen, dass der Zeit- und damit der Rechenaufwand ab ca. 300.000 Knoten stark ansteigt. Nach Möglichkeit sollten die einzelnen Modelle diese Grenze nicht überschreiten.

Um einen ungefähren Anhaltspunkt zu bekommen, in welchem Bereich die Konvergenz in Abhängigkeit von der Elementanzahl beginnt, werden neben der Zeit auch die Werte der Eigenfrequenzen aufgenommen. Um ein allgemeines vergleichbares Ergebnis zu erhalten, wird die größte prozentuale Abweichung der Eigenfrequenz A_{Eig} über der mittleren Seitenlänge des Volumens normiert auf die Elementgröße k aufgetragen. Die Abweichung errechnet sich nach der Formel 5.1 und das Verhältnis zwischen Volumen und Elementgröße nach Formel 5.2.

$$A_{Eig} = \frac{|\omega_{konv} - \omega|}{\omega_{konv}} \cdot 100\% \quad (5.1)$$

$$k = \frac{\sqrt[3]{V}}{e_{size}} \quad (5.2)$$

Da höhere Eigenfrequenzen mit immer komplexeren Bewegungsformen einhergehen, konvergieren hohe Eigenfrequenzen erst bei feineren Netzen als niedrige Eigenfrequenzen. Die höchste noch betrachtete Eigenfrequenz des Modells sollte daher mindestens so hoch liegen, wie die größte noch relevante Erregerfrequenz.

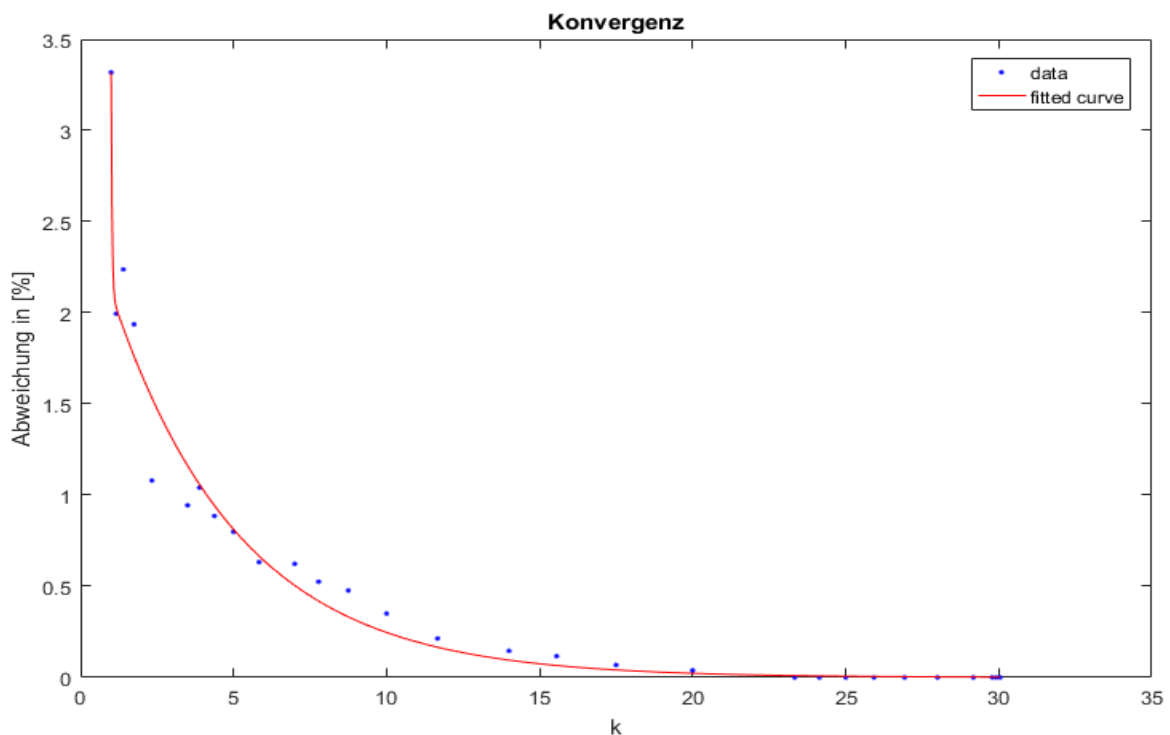


Abbildung 10 Konvergenz in Abhängigkeit von der Knotenanzahl

Mittels Abbildung 10 und der Formel 5.2 wird vorab eine Vernetzung erzeugt, die dann gegebenenfalls an speziellen Bereichen verfeinert wird. Durch eine weitere geringfügige Verfeinerung des Netzes kann dann überprüft werden, ob das Ergebnis konvergiert. Dies wird für alle geometrisch kompakten Modelle durchgeführt.

Bei Modellen, welche die Voraussetzung eines Balkens erfüllen, wird eine andere Vernetzungsgeometrie angewandt. Da die Elemente, die zum Vernetzen des Querschnitts verwendet werden, sehr viel kleiner sind als die Gesamtlänge des

Modells, würde dieses sehr viele Knoten enthalten. Über die gesamte Länge wird jedoch zur Berechnung der Modes bzw. der Eigenfrequenzen keine so feine Aufteilung benötigt. Daher wird nur der Querschnitt fein vernetzt, um anschließend diese Flächen als quadratische Prismaelemente längs der Balkenachse zu verteilen. Die Anzahl dieser Teile werden als Divisions bezeichnet. Dabei sollten mindestens zwei Elemente pro Wandstärke im Querschnitt verwendet werden. Bei Balkenelementen ist zu beachten, dass gerade höher frequente Modes erst mit mehreren Elementen gut dargestellt werden können. Daher sollte zum Vergleich der Eigenfrequenzen mindestens eine Frequenz gewählt werden, die im Bereich des maximal relevanten Erregerspektrums liegt.

Ein ähnliches Vorgehen wird bei Platten angewandt. Da Platten meist in der Dicke konstant sind, wird die Oberfläche ausreichend vernetzt und lediglich zwei bis drei Elemente über die Dicke verwendet.

5.4 Modellierung der Baugruppen

Das Vorgehen, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, soll anhand mehrerer Beispiele verdeutlicht werden. Zunächst werden alle kleineren Bohrungen, welche für Schrauben oder Gewindehülsen vorgesehen sind, entfernt. Dies ist zulässig, da die Bohrungen weder die Masse noch die Gesamtgeometrie stark beeinflussen. Außerdem füllen fast immer Schrauben diese Bohrungen, sodass die zusätzliche Masse die Realität besser abbildet. Anschließend wird das Originalmodell vernetzt und solange verfeinert, bis sich das Ergebnis nicht mehr ändert. Danach werden größere Bauteile entfernt. Je nach Größe dieser Bauteile muss eine eigenständige Modalanalyse durchgeführt werden, um zu überprüfen, ob die Abweichung den zulässigen Wert nicht überschreitet. Sind alle geometrischen Vereinfachungen modelliert, wird das Netz optimiert. Zunächst bietet es sich an, komplexere Modelle so zu schneiden, dass einfache Geometrien entstehen, insbesondere querschnittskonstante Modelle. An den Schnittstellen werden die Bauteile mittels einer Programmfunktion wieder verbunden, was einem kontinuierlichen Modell gleichkommt. Dadurch können die Einzelmodelle einfacher vernetzt werden, wodurch Elemente gespart werden. Je nach Teilmodell und Mode werden die Netze solange vergrößert, bis die Element- und damit Knotenzahl gering genug ist

und die zulässige Abweichung nicht überschritten wird. Als zulässigen Wert für die Abweichung wird ungefähr fünf Prozent festgelegt. Diese Abweichung sollte genug Spielraum gewährleisten, um die Eigenfrequenzen mittels der Optimierung sicher von den Erregerfrequenzen zu trennen.

5.4.1 Baugruppe 1 Granit

Um diese Baugruppe zu modellieren, muss zuerst eine Lagerung entworfen werden. Aus Gründen der Dämpfung wird der Granit auf eine dämpfende Matte aus Polyurethan gestellt. Die Matte wird in dem Modell durch eine elastische Flächenlagerung ersetzt. Der benötigte Wert der Federkennlinie errechnet sich nach den Datenblättern der Polyurethanmatte (10). So ergibt sich der Formfaktor bei einer Mattenstärke von 50 mm zu ca. 9,3 (10). Dies entspricht einem Flächenlager. Die Auswahl des Werkstoffes erfolgt nach der Flächenlast. Das ganze Setup wiegt ca. 8000 kg, womit sich die Flächenlast zu

$$\frac{8000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1300 \text{ mm} \cdot 3300 \text{ mm}} = 0,0183 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

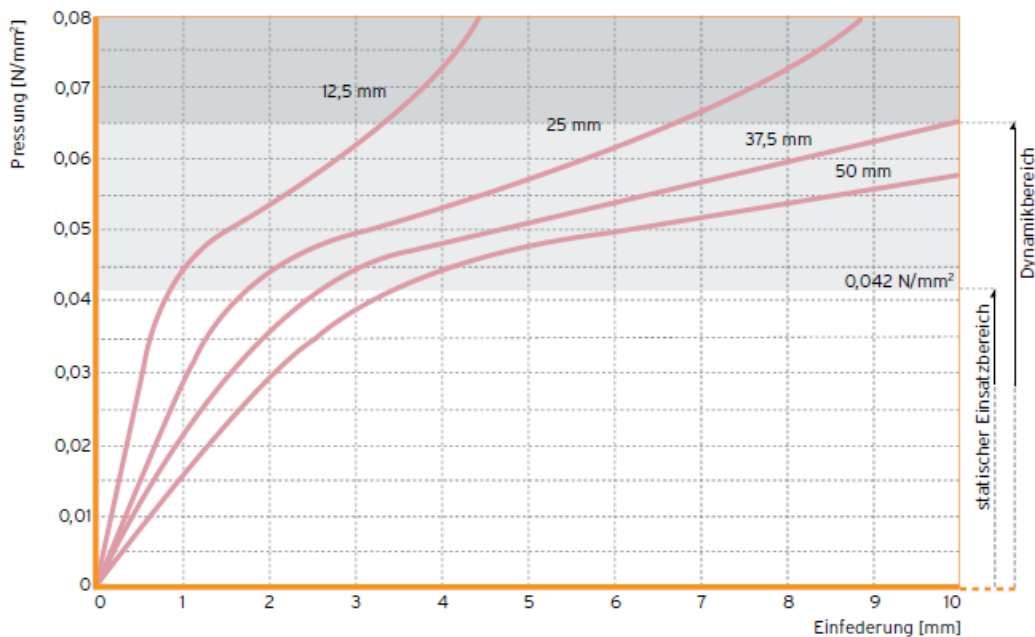


Abbildung 11 Federsteifigkeit der Polyurethanmatte bei verschiedenen Dicken

errechnet. Da dieser Wert nur für den Formfaktor 3 gilt, wird sicherheitshalber ein Material stärkerer Variante gewählt. Der gesuchte Wert für die elastische Lagerung ist die Federsteifigkeit und stellt die Steigung des Graphen in Abbildung 11 dar. Da die Amplituden der Schwingungen sehr klein sind, wird von einem statischen Einsatzbereich ausgegangen.

Der Korrekturwert aus Abbildung 12 liegt ungefähr bei minus drei Prozent. Da die Graphen bei Null starten, wird für die Berechnung der Punkt (1mm, 0,01MPa) herangezogen.

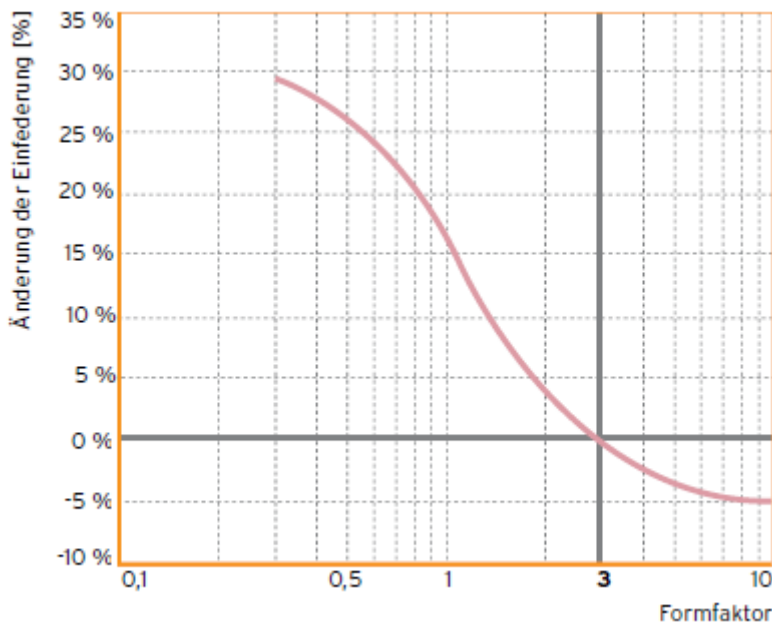


Abbildung 12 Korrekturfaktor für die Einfederung bei Formfaktoren ungleich drei

Die Steigung berechnet sich dann zu

$$\frac{0,01 \frac{N}{mm^2}}{1 \text{ mm} - \frac{1 \text{ mm}}{100} \cdot 3} = 0,0103 \frac{N}{mm^3}$$

Mit dieser Lagerbedingung und den nachfolgenden Schritten zur Vereinfachung des Modells (siehe Abbildung 13) kann nun die Modalanalyse durchgeführt werden. Wie in Anhang 3 zu sehen, beeinflussen die großen Nuten die Geometrie so stark, dass sie nicht entfernt werden dürfen, da die Abweichung mehr als fünf

Prozent beträgt. Ebenfalls wird auf die Angabe der Starrkörperbewegungen, die durch die Flexibilität der Matte entstehen, verzichtet.

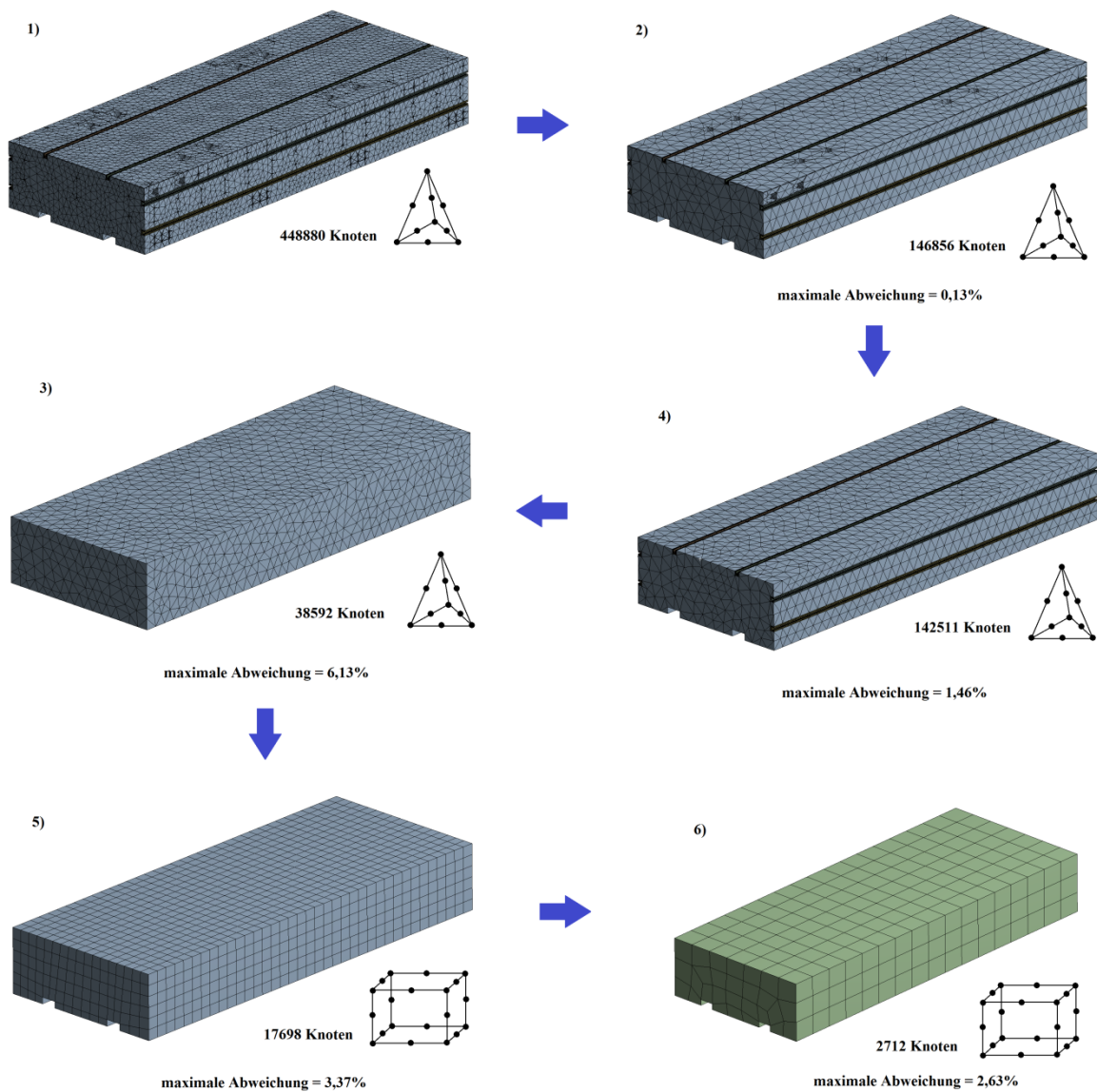


Abbildung 13 Einzelne Schritte für die Vereinfachung der Baugruppe 1 (Granit)

Betrachtet man die Abweichung in der Abbildung 12 6), ist zu erkennen, dass die Abweichung geringer geworden ist, obwohl das Netz gröber ist. Zu beachten ist, dass es sich dabei nicht um denselben Mode handeln muss. Mit immer gröberen Netzen kommt eine virtuelle Versteifung hinzu. Je nach geometrischen Vereinfachungen kann bei einem gröberen Netz die Abweichung sowohl steigen als auch fallen, je nach dem welchen Einfluss die Änderungen auf die Modes haben.

5.4.2 Baugruppe 4 Hubtisch klein

Das Vorgehen bei dieser Baugruppe ist analog zu dem aus 5.4.1. Ein Unterschied besteht jedoch darin, dass bereits das optimierte Spindelhubgetriebe verbaut ist. Dies ist Baugruppe 3 und sie kommt im ganzen Setup insgesamt zwanzig mal vor, sodass sie deswegen einzeln betrachtet und optimiert wurde. Betrachtet man die Abweichungen der Eigenfrequenzen (siehe Anhang 4) nach der Netzoptimierung (siehe Abbildung 14), sind zwei Auffälligkeiten zu erkennen.

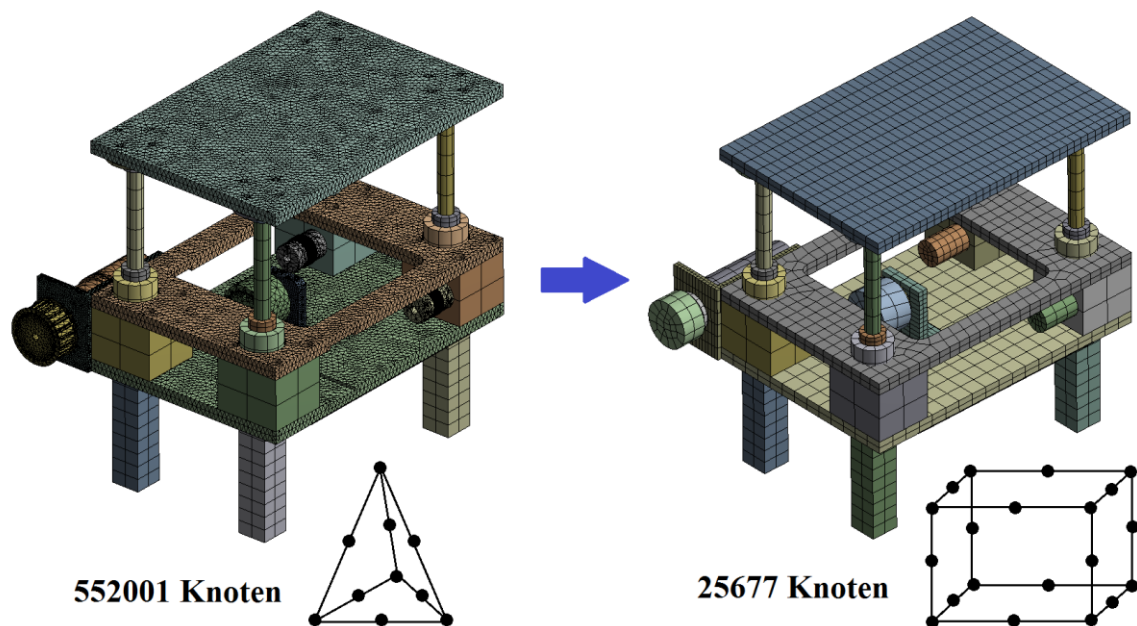


Abbildung 14 Baugruppe 4 vor und nach der Optimierung

Der Winkel, der außen befestigt ist, konvergiert erst bei sehr feinem Netz. Viele der höherfrequenten Modes sind diverse Bewegungen der Schutzrohre für die Gewindespindeln (siehe Abbildung 15).

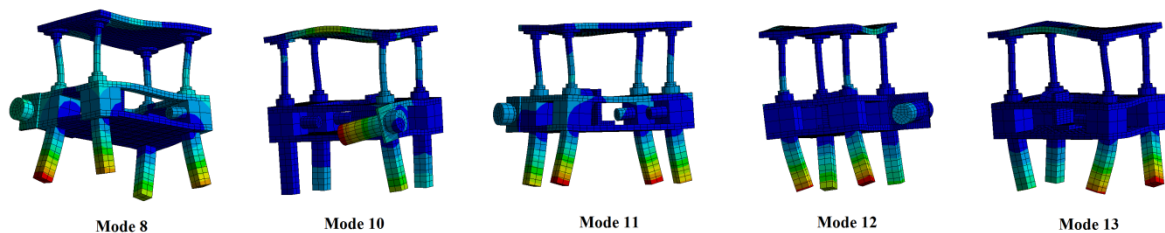


Abbildung 15 Darstellung verschiedener höherer Modes. Alle diese Modes werden von denselben Schwingern verursacht.

Sowohl Winkel als auch Schutzrohre sind eigenständige Schwinger, an denen kein weiteres Teil befestigt ist. Anstelle Winkel und Schutzrohre so zu belassen, werden diese Schwinger direkt konstruktiv blockiert. Dies hat zur Folge, dass deren Eigenfrequenzen weit über 1000Hz liegen und damit nicht mehr im Bereich einer Erregerfrequenz (siehe Anhang B). Die Winkel werden durch Bleche an den Seiten versteift. Die Schutzrohre müssen individuell an dem Granit befestigt werden. Daher wird hier nur eine Kontaktbedingung im Gesamtzusammenbau hergestellt. Ein anschließend konstruiertes Bauteil muss dann diese Bedingung erfüllen.

5.4.3 Baugruppe 7 Gelenke

Es gibt prinzipiell mehrere Möglichkeiten Gelenke zu modellieren. Zum einen ist es möglich nur die Kontaktflächen bei linearer Rechnung als reibungslos anzusehen. Das Programm bietet allerdings auch ein eigenes Werkzeug Gelenke zu modellieren. Welche Methode die Bewegung am realitätsnächsten abbildet, zeigt Abbildung 16.

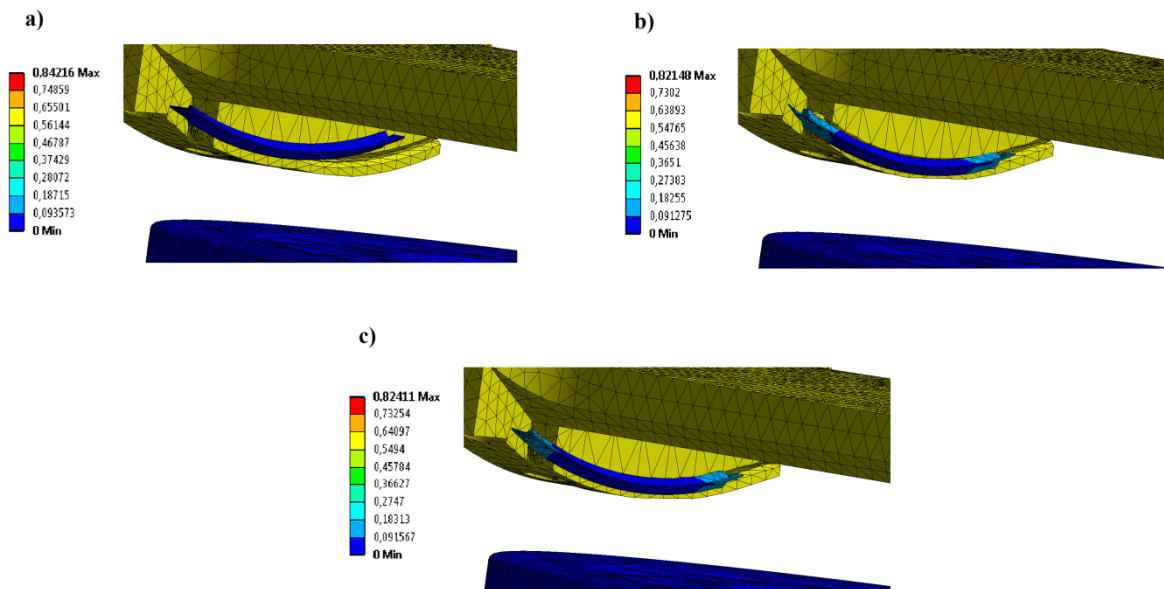


Abbildung 16 Bewegung des Gelenks bei verschiedenen Modellierungsarten. Dabei zeigt a) nur Gelenke, b) nur reibungslosen Kontakt und c) eine Kombination aus beidem.

Da keine Vergleichswerte vorliegen, werden die Eigenfrequenzen der Modellierungsarten (siehe Anhang C) untereinander verglichen. Modellierung b)

und c) ergeben die geometrisch besten Ergebnisse, jedoch weichen die Eigenfrequenzen von b) insgesamt am stärksten ab. Daher werden die Gelenke nach Verfahren c) modelliert. Betrachtet man die Modalanalyse der Gelenke in Abbildung 17, ist zu erkennen, dass sowohl zwei Starrkörperbewegungen als auch Modes unter 1000Hz existieren.

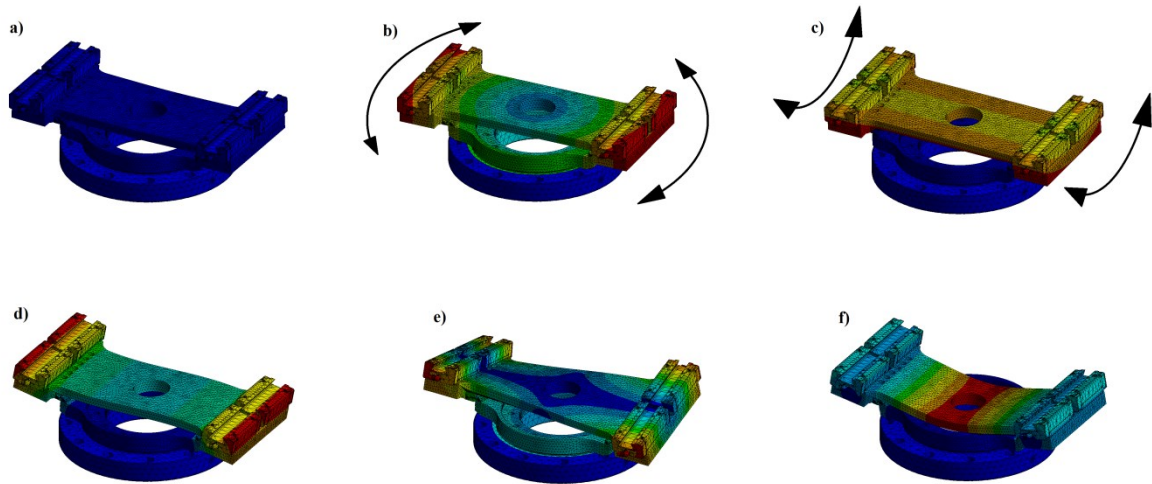


Abbildung 17 Modes des Gelenkes ohne Aufbau. a) stellt den unverformten Zustand dar, b) und c) sind Starrkörperbewegungen und d) bis f) elastische Schwingformen.

Die Starrkörperbewegungen sind auf Grund der Funktion als Gelenk erwünscht, jedoch sind die Modes im eingebauten Zustand so nicht möglich. Dies liegt daran, dass sich die Schienen in den Wagen gegeneinander kaum verformen werden. Da das Gelenk im Verhältnis zum darüber liegenden Bauteil klein ist, ist eine genaue Darstellung der Steifigkeit in diesem Bereich von Bedeutung. Daher wird ein Ersatzmodell der darüber liegenden Baugruppe verwendet, um die Realität so gut wie möglich darzustellen (siehe Abbildung 18).

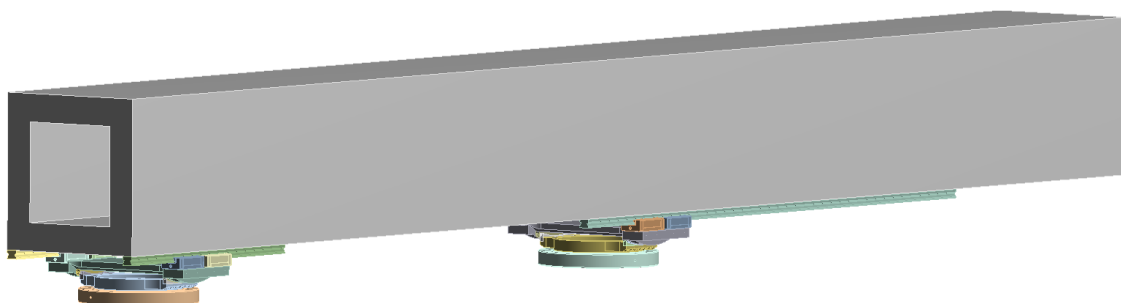


Abbildung 18 Modellierter Ersatzkörper, welcher die Verformung und Lagerung des Trägersystems darstellen soll.

5.4.4 Baugruppe 8 Trägersystem

Um die Modes dieser Baugruppe richtig darzustellen, muss die Lagerung über die in Abschnitt 5.4.3 modellierten Lager erfolgen. Um Elemente bei der Konvergenzanalyse zu sparen, werden die Lager durch vereinfachte Modelle ersetzt (siehe Abbildung 19). Damit nur die Freiheitsgrade der Gelenke dargestellt werden, wird ein Ersatzmaterial generiert, welches einen extrem hohen Elastizitätsmodul besitzt. Somit werden die Bauteile des Ersatzgelenkes zu Starrkörpern und die Verformung der Ersatzmodelle geht nicht mehr in die Modalanalyse ein. Ebenfalls wird die Dichte minimal klein angenommen.

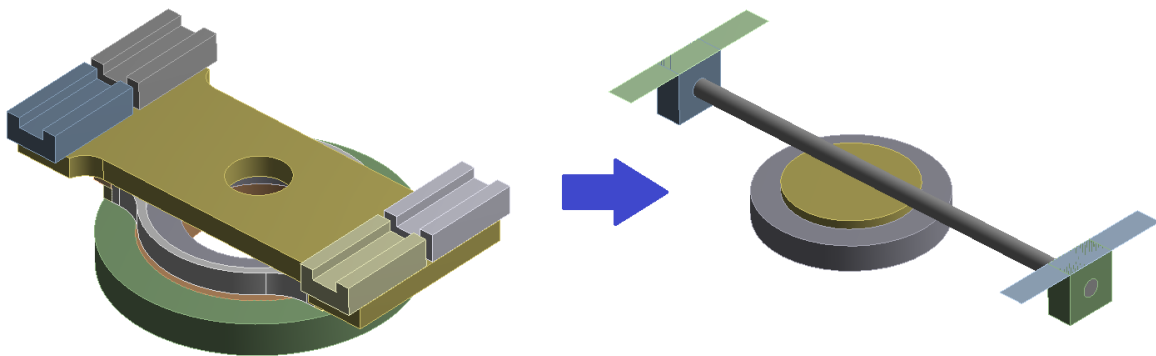


Abbildung 19 Darstellung des Gelenkes in optimierter Form und dessen Vereinfachung. Der Kontakt zwischen Drehscheibe und Rundstab wird durch Starrkörperelemente (Rigid Body Elements kurz RBE) erzeugt.

Bei der Konvergenzanalyse des nicht modifizierten Modells zeigt sich, dass sehr viele Eigenmodes bis 1000 Hz vorliegen (siehe Anhang C). Viele dieser Modes beinhalten Schwingformen der Gewindespindel. Diese stellt, mit anderen kleineren Unterbaugruppen, eigene Schwingssysteme dar. Daher werden diese, um den Arbeitsaufwand zu reduzieren, analog zu Abschnitt 5.4.2 vorab konstruktiv optimiert. Da die Welle als Normteil in Geometrie und Material festgelegt ist, muss die Optimierung durch Feder- und Dämpfersysteme und/oder Festkörperbauteile erfolgen. Bis auf Schwingungen in Axialrichtung schwingt die Welle in verschiedenen Sinusoiden. Dabei hat jeder höhere Mode einen Wellenberg mehr als der vorherige. Werden diese Auslenkungen blockiert, verschwinden dieser Mode sowie alle niedrigeren Modes. Daher wird der niedrigste Mode bis deutlich über 1000 Hz gesucht, welcher zu dicht an einer Erregerfrequenz liegt, und

eliminiert. Dieser Mode hat 9 Wellenberge und liegt mit 1025 Hz zu dicht an den Erregerfrequenzen (siehe Abbildung 20).

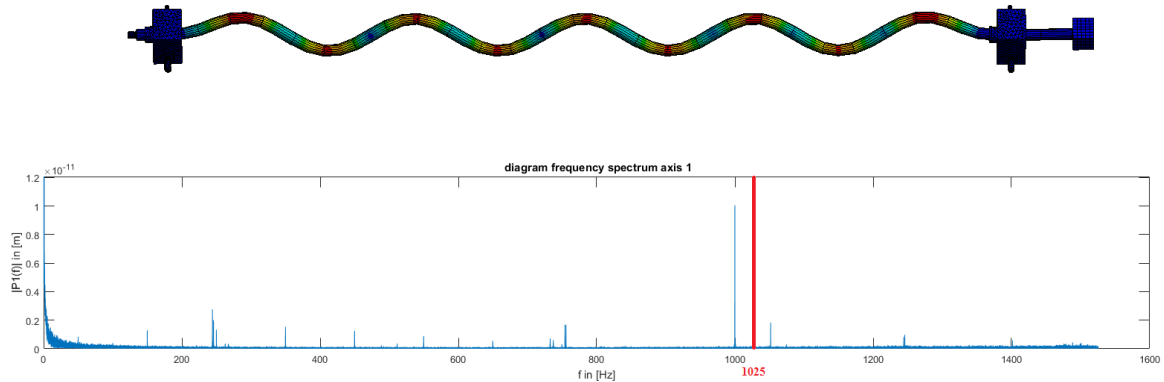


Abbildung 20 Unzulässiger höchster Mode dargestellt als Modell sowie die Position der zugehörigen Frequenz im Erregerfrequenzspektrum

Der Membranbalg kann bis ungefähr 500 mm zusammengefahren werden, wodurch ausreichen Platz besteht Verstärkungen einzubauen. Diese müssen verschiebbar sein und werden deshalb in die bereits vorhandenen Führungsschienen der Aluminiumprofile integriert (siehe Abbildung 21).

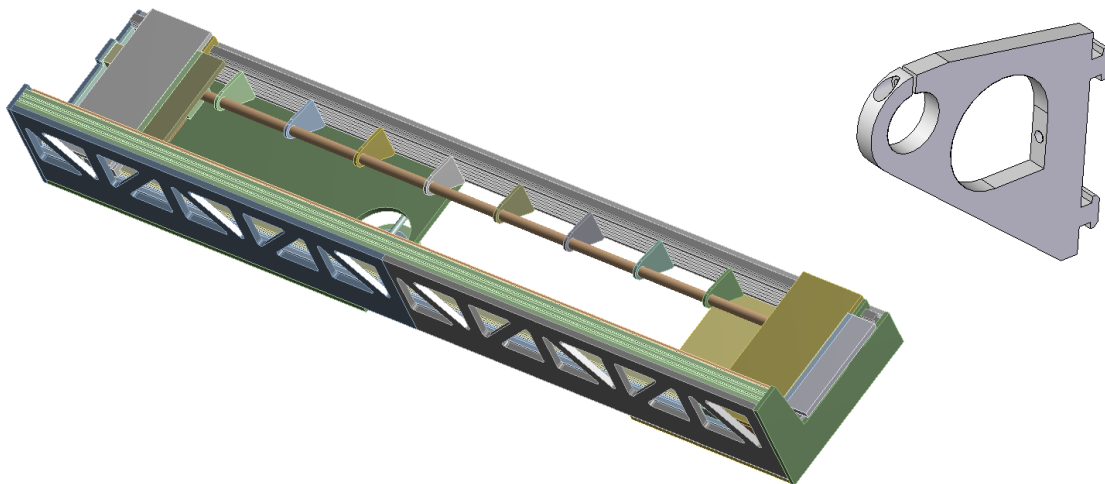


Abbildung 21 Die Wellenhalterung rechts als Einzelteil und im eingebauten Zustand. Abgebildet ist das vereinfachte Modell

Durch diese zusätzlichen Verstärkungen wird auch die gesamte Baugruppe versteift, wodurch sich die Eigenfrequenzen nach oben verschieben. Zwar haben höhere Eigenfrequenzen keinen Einfluss auf die Amplitude im Resonanzfall,

jedoch konvergiert die Auslenkung des Systems bei einer Fußpunktanregung gegen die Erregerauslenkung (siehe Abbildung 22). Dies ist zulässig, da in diesem Fall das Setup fast synchron zu dem Fundament schwingen würde. Dies ist von Vorteil, da Relativbewegungen zwischen dem Synchrotronstrahl, der Probe und den Detektoren unerwünscht sind.

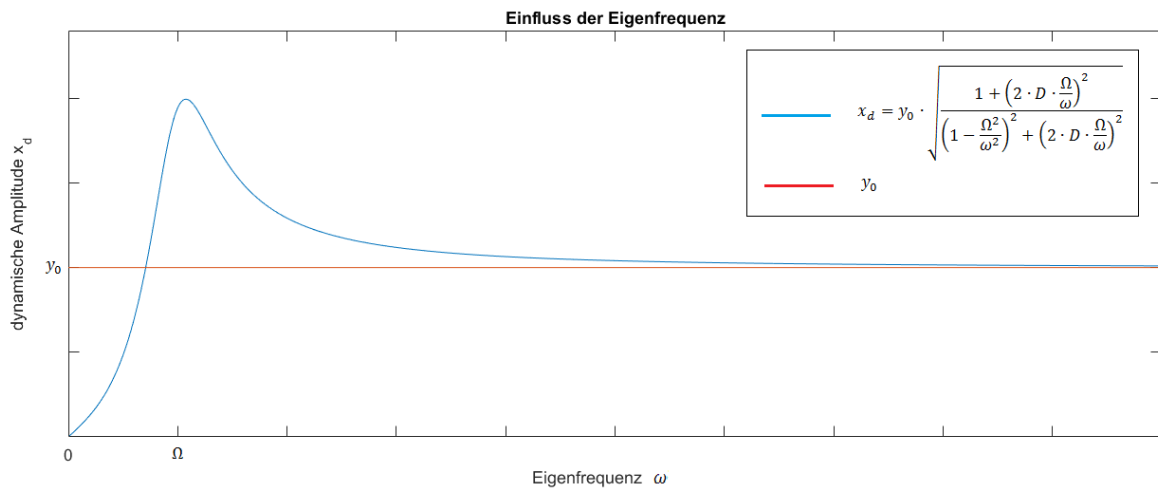


Abbildung 22 Verlauf der dynamischen Amplitude in Abhängigkeit von der Eigenfrequenz. y_0 ist dabei die Erregeramplitude.

In dieser Baugruppe sind Aluminiumprofile (Index 0) vorhanden, welche querschnittskonstant sind. Damit erfüllen sie bei der vorhandenen Länge das mechanische Modell eines Balkens. Da der Querschnitt eine sehr komplexe Geometrie besitzt, würde es sich lohnen, diesen Balken durch ein einfacheres Ersatzmodell (Index 1) mit denselben Eigenschaften auszutauschen.

Betrachtet man die Biege-, Zug/Druck-, sowie die Torsionsschwingungsdifferentialgleichung (Formel 5.3 bis 5.5),

$$E_1 I_1 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_1 A_1 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{E_1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{G_1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = 0 \quad (5.5)$$

so werden fünf Größen benötigt, um die Bewegung richtig darzustellen. Da diese Differentialgleichungen an einfachen runden Vollprofilen hergeleitet wurden, gelten sie auch nur für diese und es kann nicht davon ausgegangen werden, dass das komplexe reale Profil diese Gleichungen erfüllt. Daher wird das ursprüngliche Profil mit einem bekannten Lagerungsfall (hier doppelt eingespannt) modelliert und die ersten Eigenfrequenzen bestimmt. Mittels dieser Frequenzen und der Lösung des Rand-/ Eigenwertproblems (11) können die Unbekannten berechnet werden (siehe Formeln 5.6 bis 5.8).

$$\omega_{0,B} = \left(\frac{4,73}{L}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E_1 I_1}{\rho_1 A_1}} \quad (5.6)$$

$$\omega_{0,ZD} = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} \quad (5.7)$$

$$\omega_{0,T} = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}} \quad (5.8)$$

Aus Formel 5.7 ist zu erkennen, dass das Verhältnis von Elastizitätsmodul und Dichte festgelegt ist. Mit der Formeln 5.9 bis 5.11 lassen sich zwar Lösungen für Geometrie und Poissonzahl finden,

$$I_1 = \frac{\pi \cdot R^4}{4} \quad (5.9)$$

$$A_1 = \pi \cdot R^2 \quad (5.10)$$

$$G_1 = \frac{E_1}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (5.11)$$

jedoch sind diese für das Modell in diesem Fall nicht anwendbar. Zum einen benötigt der Balken festgelegte Kontaktbedingungen zu anderen Bauteilen, zum anderen weicht die Poissonzahl zu stark ab und kann daher von dem Programm

nicht mehr verarbeitet werden. Um die äußere Geometrie zu erhalten, bietet sich ein quadratisches Hohlprofil an, unter der Voraussetzung, dass die Abweichung der Torsionsschwingung durch eine konstante Poissonzahl vernachlässigbar ist. Die Formeln 5.9 und 5.10 werden daher durch die Formeln 5.12 und 5.13 ersetzt.

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot ((60\text{mm})^4 - i^4) \quad (5.12)$$

$$A_1 = (60\text{mm})^2 - i^2 \quad (5.13)$$

Die unbekannte Innenlänge errechnet sich zu $i=21,1\text{mm}$ (siehe Anhang D). Elastizitätsmodul und Dichte müssen nur ein bestimmtes Verhältnis bilden und stellen daher unendlich viele Lösungen dar. Als weitere Randbedingung wird daher das Gesamtgewicht herangezogen, um den Einfluss auf das Gesamtsystem zu wahren. Die Dichte errechnet sich somit zu 1335 kg/m^3 und der Elastizitätsmodul zu 86814 MPa .

Zur Kontrolle werden beide Profile modelliert und die Eigenfrequenzen verglichen (siehe Tabelle 2).

Tabelle 2 Vergleich der Eigenfrequenzen des Originalmodells und des vereinfachten Modells. Dabei sind farblich markiert: blau=Biegeschwingung, gelb=Torsionsschwingung, rot=Zug/Druckschwingung

Mode	1	2	3	4	5	6
Eigenfrequenz in Hz Aluminium-Profil	42,3	115	220,2	221,6	358,9	440,3
Eigenfrequenz in Hz Ersatzmodell	42,4	116,1	508,8	225,9	369,9	1017,5
Abweichung in %	0,24	0,96	131	1,94	3,07	131,1
Mode	7	8	9	10	11	12
Eigenfrequenz in Hz Aluminium-Profil	523,7	660,6	712,6	880,9	904,8	922,4
Eigenfrequenz in Hz Ersatzmodell	546,6	1526,3	753,9	2035	910,1	990
Abweichung in %	4,37		5,8	131	0,59	7,3

Es ist zu erkennen, dass die Abweichung bei den Biegeschwingungen nichtlinear immer größer wird. Ursache ist die von dem FEM-Programm berechnete Schwingform (siehe Abbildung 23)

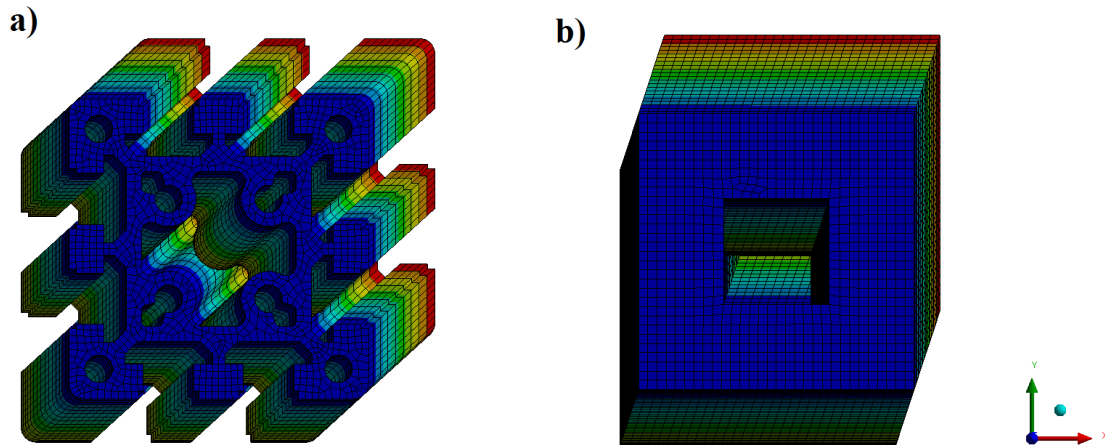


Abbildung 23 Schwingformen des Modes 3 jeweils von a) Originalprofil und b) vereinfachtes Profil

Die berechneten Werte gelten nur für Schwingformen in Richtung der Achsen des Koordinatensystems. Durch die verschiedenen Schwingrichtungen sind die jeweiligen Flächenträgheitsmomente nicht mehr identisch. Betrachtet man die Formel 5.6, so wird deutlich, dass die Differenz des Flächenträgheitsmomentes unter der Wurzel durch den quadratischen Faktor vor der Wurzel für die nichtlineare Abweichung verantwortlich ist. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Näherung des Balkens bei gleicher Schwingrichtung ausreichend genau ist.

Des Weiteren ist erkennbar, dass die Schwingung in axialer Richtung sehr genau ist, da die Formel 5.7 berücksichtigt wurde. Nur die Torsionsschwingungen weichen deutlich aber konstant ab. Auch dies ist plausibel, da die Verknüpfung zwischen den Biege- und Zug/Druckschwingungen und den Torsionsschwingungen nur die Querkontraktion ist. Da der Einfluss der Abweichung der Torsionsschwingung einen Fehler von über 10% in dem Modell erzeugt, kann dieses Profil nicht verwendet werden. Daher wird das ursprüngliche Profil lediglich vereinfacht.

Da der Balg der Vakuurröhre in Achsenrichtung keine Kraft aufnehmen kann, werden die Druckkräfte, welche durch die Evakuierung entstehen, in die Flansche geleitet. Diese Flansche sind auf Bauteilen befestigt, welche auf den Schienen

translatorisch gelagert und durch ein Getriebe mit der Gewindespindel verbunden sind. Daher nimmt diese Welle die Kraft durch die Selbsthemmung des Getriebes komplett auf. Analog zu einer Saite eines Musikinstrumentes ändert sich die Frequenz eines zur Achse orthogonalen Schwingers mit der Spannung in Achsenrichtung. Ob die Konvergenz eines Netzes davon abhängt wird mit einem vereinfachten Modell ermittelt (siehe Abbildung 24).

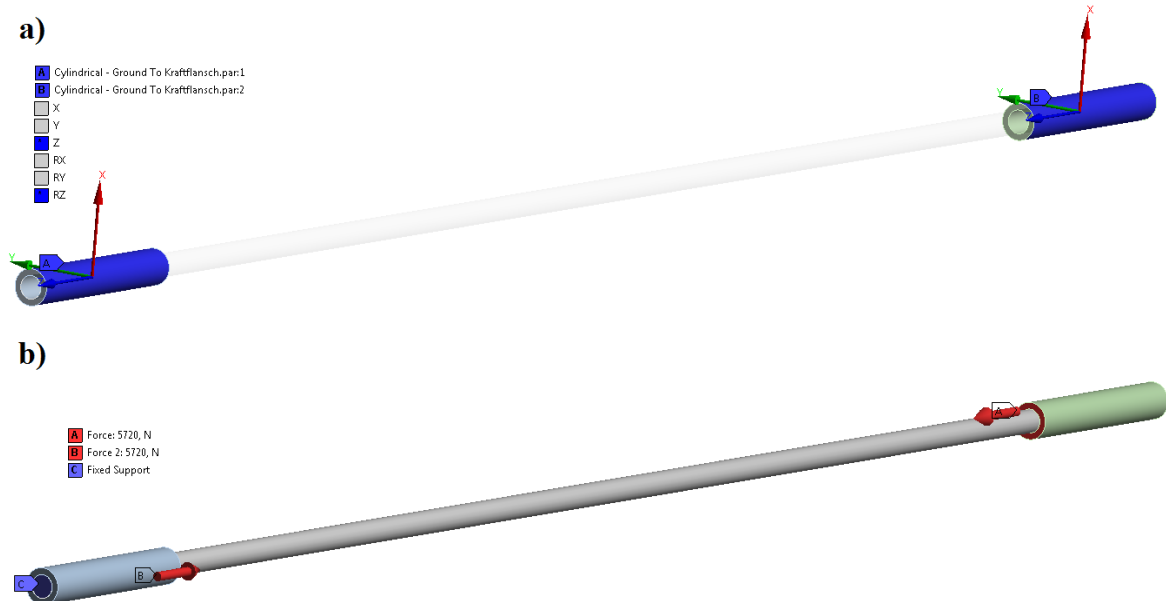


Abbildung 24 Vereinfachtes Modell der Gewindespindel. Um den Fall möglichst nahe darzustellen, sind in a) zylindrische Lager modelliert und in b) die feste Einspannung und die angreifenden Kräfte

Da die Kraft, verursacht durch die Vakuumröhre, für spätere Berechnungen noch benötigt wird, wird diese vorab berechnet und verwendet. Da Druck sich konstant in einem fluiden Medium verteilt, ist für die Berechnung der Kraft, die auf den Flansch wirkt, die effektive Querschnittsfläche des Membranbalges erforderlich. Diese ergibt sich aus dem Datenblatt (13) und der Umgebungsdruck wird mit 100000 Pa angenommen. Die Kraft errechnet sich dann zu

$$F_{Vakuum} = p_U \cdot A_{eff} = 100000Pa \cdot 0,0572m^2 = 5720N.$$

Da eine höherfrequente Schwingung orthogonal zu der Achse des Balkens untersucht wird, wird der Querschnitt fein vernetzt und die Anzahl der Divisions erhöht, bis die Konvergenz erreicht ist (siehe Abbildung 25).

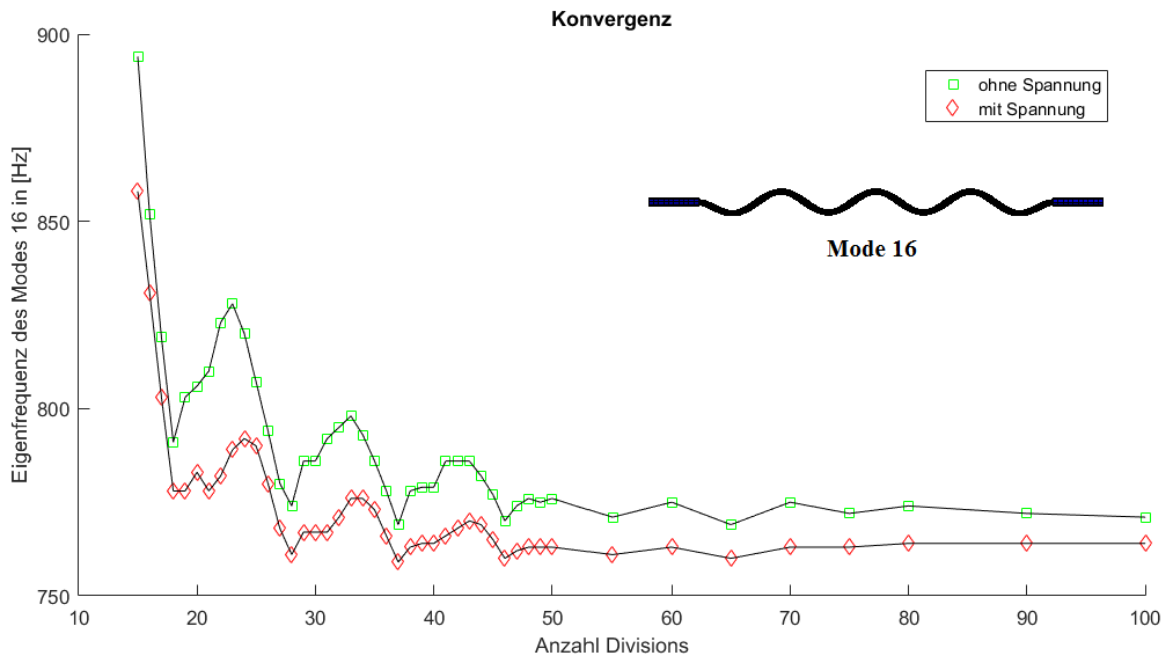


Abbildung 25 Konvergenz in Abhängigkeit von der Anzahl der Divisions sowohl spannungsfrei als auch unter Druckspannung

Es zeigt sich, dass die Spannung auf die Konvergenz keinen Einfluss hat, da beide Graphen sehr ähnlich und nur in der Ordinate verschoben sind. Diese Verschiebung resultiert aus der Änderung der Eigenfrequenz auf Grund der Spannung. Auffällig ist das regelmäßige Auftreten von Maxima. Diese resultieren höchstwahrscheinlich aus der sich ständig ändernden Randbedingung. Da die kurzen Rohrstücke an den Enden der Welle eine konstante Länge haben, verschiebt sich deren Ende zyklisch zu den dortigen Elementen wodurch sich die Lagerbedingung ändert. Wie zu erwarten, ist die Frequenz unter Druckspannung niedriger. Somit muss die Kraft in diesem Einzelmodell nicht berücksichtigt werden.

5.4.5 Baugruppe 9 Vakuumröhre

Da der Membranbalg aus sehr vielen dünnen Membranpaaren besteht, würde eine exakte Modellierung sehr viele Elemente und damit Knoten benötigen. Daher soll auch hier ein Ersatzmodell verwendet werden. Dieses Ersatzmodell soll sowohl die Schwingungen in axialer, lateraler sowie radialer Richtung erfüllen, dieselbe Masse besitzen und es muss die Vakuumkräfte abbilden. Da von

Herstellerseite keine Daten über Steifigkeiten in lateraler und radialer Richtung vorliegen, wird nur die Schwingung in axialer Richtung dargestellt. Diese Schwingung ist sehr viel niederfrequenter als die anderen Schwingungen, da der Balg in axialer Richtung die geringste Steifigkeit besitzt. Dies liegt daran, dass sich die Druckkräfte in axialer Richtung ausgleichen, nicht aber bei Bewegung in lateraler Richtung (siehe Abbildung 26).

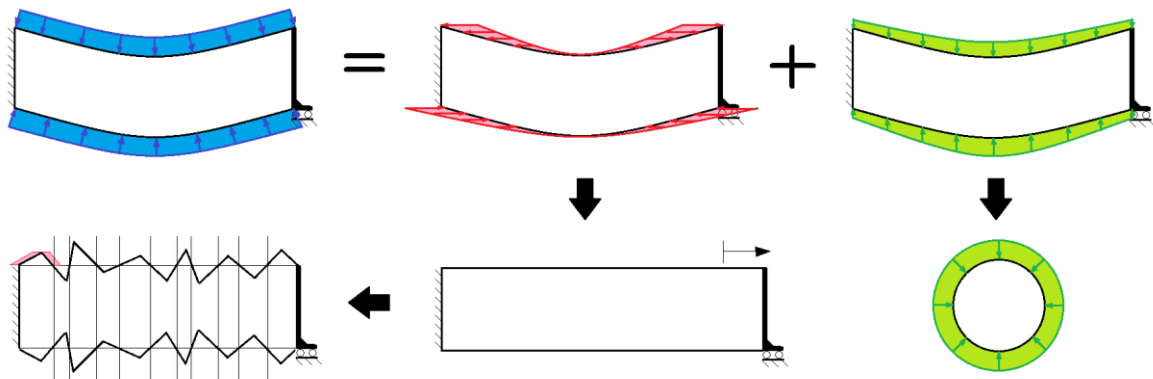


Abbildung 26 Aufteilung des Umgebungsdrucks in horizontalem und vertikalem Anteil. Die vertikalen Anteile gleichen sich aus, die horizontalen Anteile ziehen den Balg stramm, da dieser wie ein Seil zu betrachten ist.

Diese Schwingung würde sich durch ein Stabmodell mit modifiziertem Elastizitätsmodul realisieren. Da die Federkonstante in axialer Richtung bekannt ist, lässt sich bei gegebener Geometrie der Elastizitätsmodul berechnen (siehe Formel 5.14). Eine Feder, welche das Programm als Einzelfunktion anbietet, kann nicht verwendet werden, da diese keine inneren Schwingungen abbildet und sich ihr keine Masse zuordnen lässt.

$$E = \frac{k \cdot l}{A} \quad (5.14)$$

Mittels eines Werkzeugs des Programms lässt sich auf den Stab eine Vorspannung gleich der Vakuumkraft aufbringen. Der große Nachteil eines solchen Modells besteht darin, dass auch alle anderen Schwingungen des Volumenmodells berechnet werden. Da der Elastizitätsmodul sehr gering ist, sind die Eigenfrequenzen im Verhältnis zu dem restlichen Modell sehr gering. Dadurch müssen sehr viele Modes berechnet werden um überhaupt erst die restlichen

Eigenfrequenzen des Gesamtmodells zu erhalten. Daher wird der Membranbalg einzeln betrachtet und im Gesamtmodell nicht mit modelliert. Um den Gesamteinfluss zu erhalten, wird die Masse des Balgs gleichmäßig auf die angrenzenden Bauteile verteilt, die Federsteifigkeit (siehe Formel 5.15) durch eine Feder realisiert und die Vakuumkräfte direkt auf die Welle gegeben. Ein Balg besteht aus 159 Membranpaaren mit je einer Federsteifigkeit von 78 N/mm.

$$\frac{1}{159 \cdot \frac{1}{78 \frac{N}{mm}}} \cong 0,5 \frac{N}{mm} \quad (5.15)$$

Es zeigt sich, dass viele Modes Plattenschwingungen der rechteckigen Vakuumkammer sind. Da es sich um einen freien Schwinger handelt, wird auch hier direkt eine konstruktive Optimierung vorgenommen (siehe Abbildung 27).

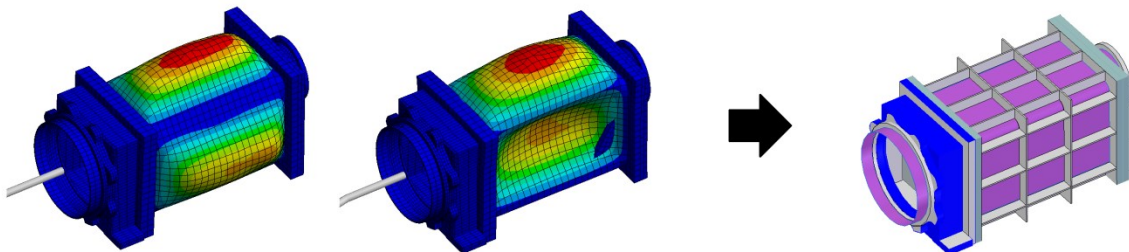


Abbildung 27 Zwei Plattenschwingungen, welche durch Verstärkungsrippen verhindert werden

Da in dem vereinfachten Modell dünne großflächige Bauteile als Schalen modelliert und sehr viele Vereinfachungen getroffen wurden, finden sich nach der Modalanalyse zwar die Modes wieder, jedoch weichen diese in Frequenz unzulässig stark von dem Originalmodell ab. Um die Frequenzen anzupassen werden Ersatzmaterialien erzeugt, welche sich nur durch einen unterschiedlichen Elastizitätsmodul unterscheiden. Dies ist zulässig, da die schwingenden Teile keinen Kontakt zu anderen Bauteilen außerhalb der Baugruppe haben und die Masse konstant bleibt.

5.4.6 Gesamtmodell

Eine automatische Vernetzung des Gesamtmodells hat gezeigt, dass diese Vernetzung mit ca. 7,5 Mio. Knoten deutlich zu groß ist um berechnet zu werden. Der Arbeitsspeicher des Computers könnte so viele Daten nicht zwischenspeichern. Das vereinfachte Modell (siehe Abbildung 28) hat ca. 512.000 Knoten und liegt damit in einem Bereich, der die Berechnung möglich macht und zum anderen auch zeitlich mehrere Rechnungen in überschaubarer Zeit zulässt.

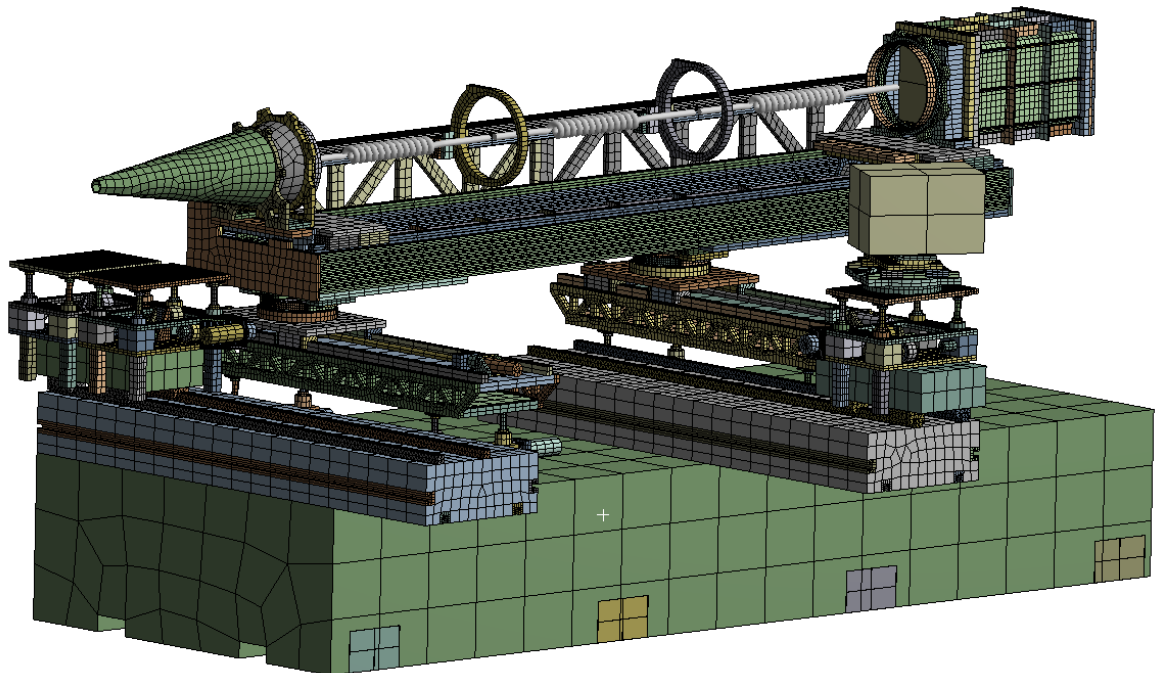


Abbildung 28 Das vereinfachte Gesamtmodell mit optimiertem Netz

Nach Absprache wurde auf die Lagerung durch Polyurethanmatten verzichtet und es wird feste Verbindung über z.B. Winkel mit dem Boden hergestellt. Da diese noch nicht vorliegen, werden die Auflageflächen als Festlager ausgeführt.

6 Konstruktive Optimierung

Es ist zu erkennen, dass einige Eigenfrequenzen gleich oder sehr ähnlich einigen Erregerfrequenzen sind. Um Resonanzen zu verhindern, müssen die Eigenfrequenzen konstruktiv so verschoben werden, dass diese ausreichend

Sicherheitsabstand zu den Erregerfrequenzen haben. Dies ist auch schon auf Grund der Mess- und Simulationsungenauigkeiten wichtig. Betrachtet man die Formel 6.1 für einen gedämpften Einmasseschwinger, erkennt man, dass es drei änderbare Variablen gibt.

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{d^2}{m^2 4}} \quad 6.1$$

Wird die Steifigkeit k erhöht, so erhöht sich auch die Eigenfrequenz. Wird die Masse m vergrößert, nimmt die Eigenfrequenz ab. Erhöht sich die Dämpfung d , nimmt die Eigenfrequenz ab. Betrachtet man, dass die Masse im Nenner des Subtrahenden im Quadrat steht, und die Materialdämpfung gering ist, wird deutlich, dass die relevanten Größen die Steifigkeit und die Masse sind. Um nun konstruktiv diese Parameter sinnvoll zu ändern, muss zunächst die Schwingung betrachtet werden. Hierzu werden die von dem FEM-Programm dargestellten Modes herangezogen. Jede Schwingung benötigt prinzipiell drei Voraussetzungen. Zum einen Raum zum Schwingen, einen elastischen Körper und Masse. Ist die Bewegungsrichtung einer Schwingung bekannt, lässt sich erkennen, wo der Körper auf Grund seiner Steifigkeit Energie aufnimmt und speichert. Alle realen Schwinger sind Kontinuumsschwinger. Häufig jedoch lassen sich die elastischen Körper durch mechanische Modelle annähern. Die Steifigkeit dieser mechanischen Modelle ist bekannt, und sie lässt sich durch geometrische Größen verändern. Dabei sollte beachtet werden, dass eine Änderung der Geometrie auch mit einer Änderung der Masse einhergehen kann. Soll dies vermieden werden, muss die Geometrie exakt berechnet werden.

Häufig ist das Ändern der Masse allerdings erwünscht. Neben der Möglichkeit das Volumen zu erhöhen, bietet sich noch die Möglichkeit, die Dichte durch Änderung des Materials zu variieren. Auch hier besteht wieder eine Verknüpfung zu der Steifigkeit über das Elastizitätsmodul, welche berücksichtigt werden muss. Für den Fall, dass weder Steifigkeit noch Masse geändert werden können, müssen Dämpfer-Feder-Systeme zum Einsatz kommen.

Es ist weiterhin möglich einen Mode zu eliminieren. Dies wird konstruktiv durch Versteifungen oder ähnlichem realisiert. Dabei muss darauf geachtet werden,

dass durch diese Veränderung keine neuen Modes entstehen, die eine ungünstige Eigenfrequenz haben.

Die letzte Möglichkeit besteht darin einen Tilger einzubauen. Dies ist ein zusätzlicher Schwinger, der dieselbe Eigenfrequenz hat und mit dem zu optimierenden System gekoppelt ist. Dadurch entstehen statt der ursprünglichen Eigenfrequenz sowohl ober- als auch unterhalb zwei neue Eigenfrequenzen und die ursprüngliche Frequenz verschwindet. Es muss nur darauf geachtet werden, dass die neuen Frequenzen nicht andere Erregerfrequenzen treffen.

6.1 Transiente Analyse

Bei einer transienten Analyse wird das Modell mit einer zeitabhängigen Last beaufschlagt und anschließend die Systemantwort in Form von zeitabhängiger Bewegung dargestellt. Hierzu benötigt das Programm diese Lasten in tabellarischer diskreter Form. Betrachtet man Formel 2.17, so lässt sich dieses Signal einfach durch die Werte aus Tabelle 1, welche der Programmcode ausgibt, mittels einer Schleife erzeugen. Dabei werden nur die relevanten Frequenzen mit berücksichtigt. Der Programmcode wird dahingehend erweitert. Zusätzlich schreibt

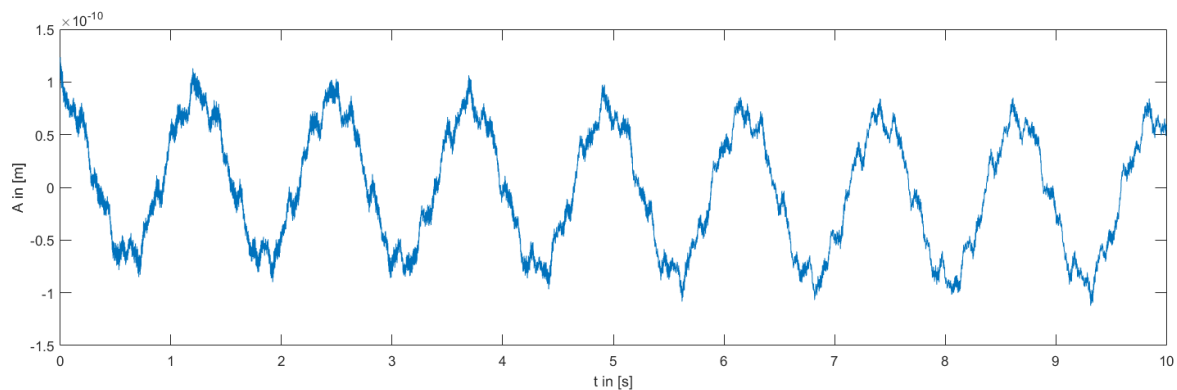


Abbildung 29 Aus den ersten 10 Peaks generiertes Signal für die Achse drei

dieser die Informationen in eine tabellarische Datei, welche mit dem FEM-Programm kompatibel ist (siehe Anhang A). Das Eingangssignal ist somit ein auf das Wesentliche reduziertes Messsignal (siehe Abbildung 29). Auf den Offset wurde verzichtet, da dieser keinen Einfluss auf die Systemantwort nimmt. Um ein verwertbares Ergebnis zu bekommen, muss bei der transienten Analyse

berücksichtigt werden, dass das System nach Anregung einen Einschwingvorgang durchläuft. Dieser ist zeitlich davon abhängig, mit welcher Frequenz angeregt wird. Bei höherfrequenter Anregung ist dieser Vorgang kürzer als bei niedrig frequenter Anregung. Weiter muss beachtet werden, dass die Zeitschritte, in der das Programm eine Rechnung durchführt, kleiner gewählt werden sollten als die Periodendauer der größten Frequenz des Erregersignals. Sonst würden Systemantworten im höher frequenten Bereich nicht korrekt dargestellt werden. Da das Erregersignal jedoch ein Frequenzspektrum von ca. 1 bis über 1000 Hz aufweist, müsste mehrere Sekunden mit sehr kleinen Zeitschritten simuliert werden. Das FEM-Programm lagert einzelne Rechenergebnisse auf die Festplatte des Computers aus. Es hat sich gezeigt, dass diese Dateien die Größe der Festplatte übersteigen, wodurch die Berechnung nicht mehr möglich ist. Daher werden Frequenzen mit dem größten Einfluss separat simuliert. Somit ist es möglich die Rechenschritte zu minimieren.

Um den Rechenaufwand weiter zu reduzieren, wird vor der transienten Analyse eine Modalanalyse durchgeführt und damit verknüpft.

6.2 Modalanalyse

Es zeigt sich, dass das gesamte Setup sehr viele Eigenfrequenzen besitzt. Zunächst sollen nur die Eigenmoden dargestellt werden, die nahe den einflussreichsten Erregerfrequenzen liegen. Betrachtet man Tabelle 1, so ist die

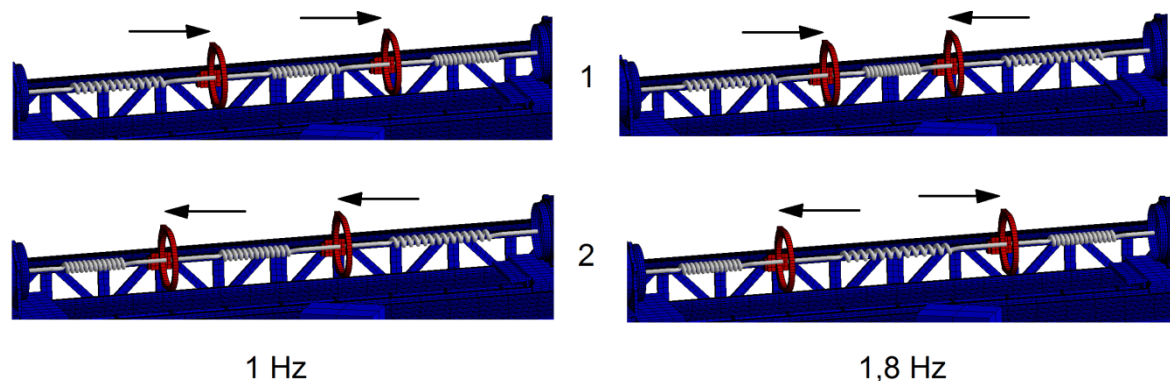


Abbildung 30 Darstellung der unterschiedlichen Modes der Membranbalghalter

niedrigste Erregerfrequenz mit dem größten Einfluss im Mittel 0,82 Hz. Die am nächste liegenden Eigenschwingungen sind Festkörperschwingungen der Halter der Membranbälge (siehe Abbildung 30). Zwei weitere in jeder Messung auftauchende Erregerfrequenzen betragen 244 Hz und 250 Hz. In diesem Bereich befinden sich mehrere Modes, in denen im Wesentlichen dieselben Bauteile schwingen (siehe Abbildung 31)

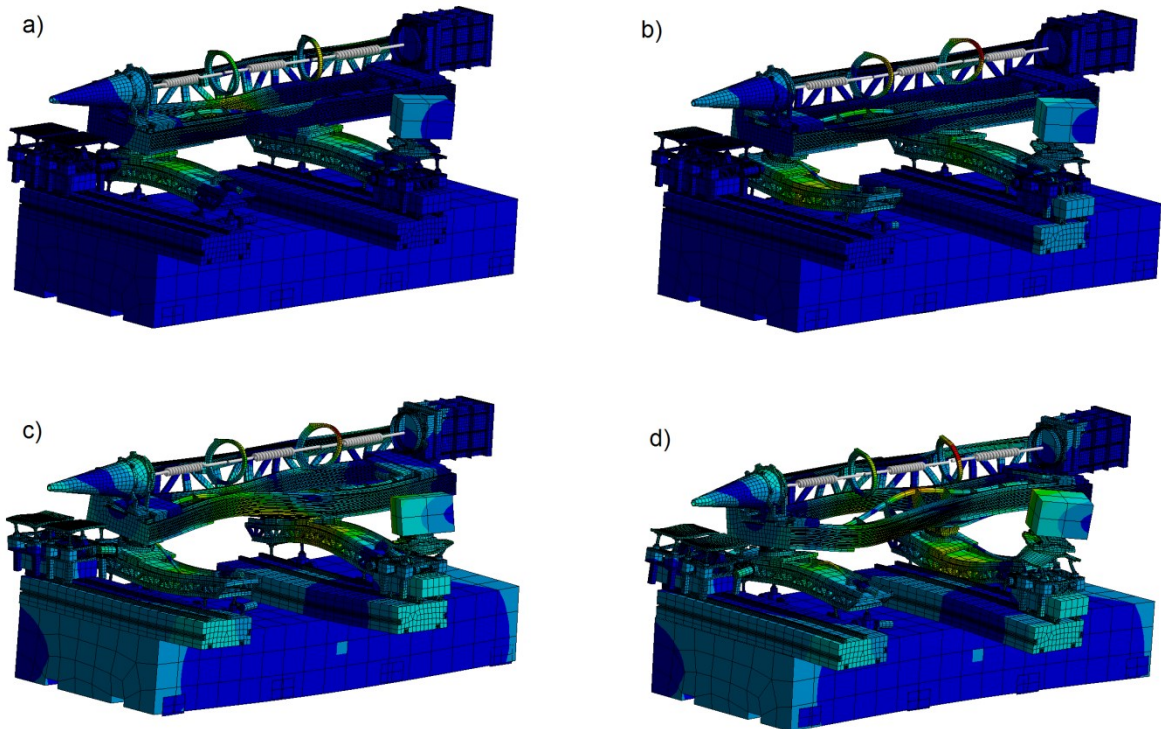


Abbildung 31 Darstellung verschiedener Eigenmodes. Die Eigenfrequenzen betragen a) 237 Hz, b) 247 Hz, c) 250 Hz und d) 259 Hz. Die Darstellung ist nicht maßstabgerecht.

Es gibt noch weitere Modes die zwischen diesen Frequenzen liegen, jedoch werden vorrangig die Schwingungen mit den größten Bewegungen und Bauteilen optimiert, da deren Einfluss auf die Umgebung am stärksten ist. Auf die Darstellung weiterer Eigenmodes wird an dieser Stelle verzichtet, da das Optimierungsprinzip an diesen Fällen ausreichend erläutert werden kann.

6.3 Optimierungen

Um darzustellen, wie die Optimierung durchgeführt wird, werden beispielhaft die zwei Erregerfrequenzen aus Abschnitt 6.2 gewählt und das Vorgehen beschrieben.

Das Schwingssystem aus Abbildung 29 stellt einen klassischen Koppelschwinger dar. Die Möglichkeiten, die Masse und Steifigkeiten des Membranbalgs oder dessen Halterungen zu ändern, entfällt hier, da diese Teile bereits gekauft worden sind und definitiv eingebaut werden. Eine Möglichkeit besteht nun darin, die Dämpfung zu erhöhen. Dies ist nur an den Kontaktstellen der Gleitwagen möglich durch Erhöhung des Reibungswiderstandes. Da es sich dabei jedoch um Coulombsche Dämpfung handelt, würde es irgendwann zu dem Stick-and-Slip-Effekt kommen. Dies bedeutet, dass die Gleitwagen bei Überschreiten einer bestimmten Kraft sich schlagartig in Bewegung setzen und auch wieder voll zum Stillstand kommen. Ist dieser Effekt nicht erwünscht, bleiben nur die Optionen einen Tilger zu verwenden oder konstruktive Änderungen.

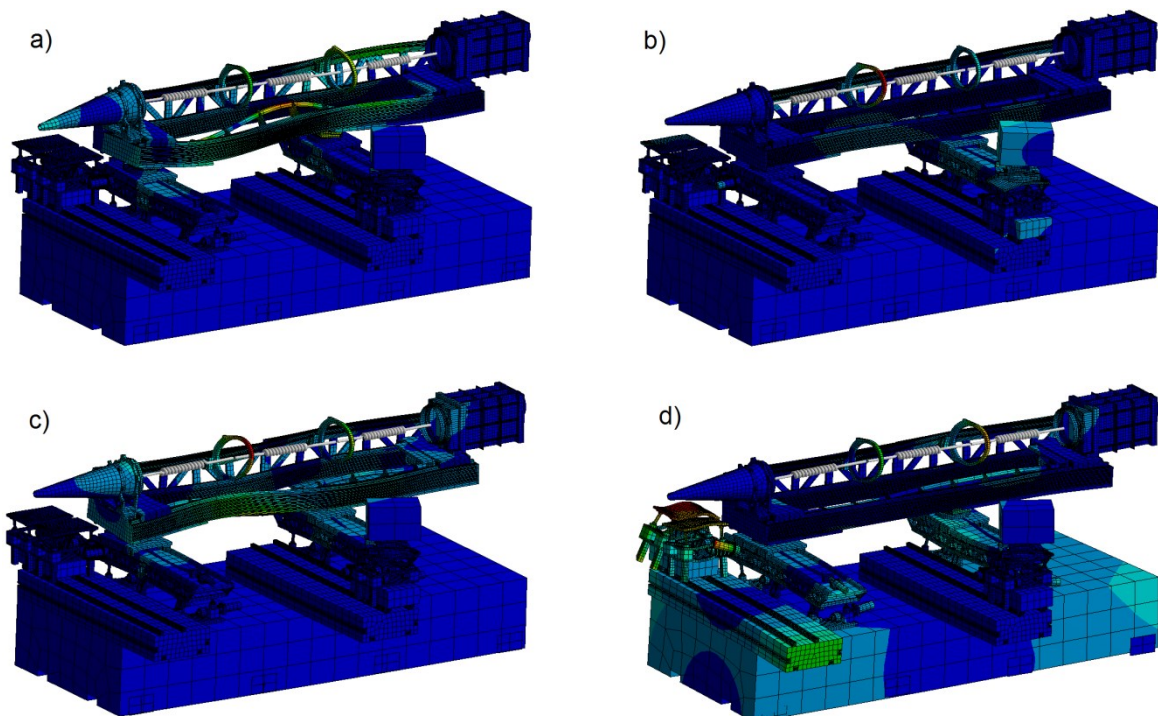


Abbildung 32 Es sind die Modes mit den am nächsten liegenden Frequenzen im Vergleich zu Abbildung 31 dargestellt. Diese sind a) 236 Hz, b) 247 Hz, c) 251 Hz und d) 260 Hz

Ein solcher Tilger muss in Schwingrichtung dieselbe Eigenfrequenz haben. Da horizontal die Konstruktion aufwendig wäre, bietet sich ein vertikaler Stab mit einer Masse am Ende an, der auf den Membranbalghaltern befestigt wird. Der Nachteil besteht darin, dass dieser nur eine Eigenfrequenz eliminiert. Daher kommt eine konstruktive Lösung zur Anwendung. Dabei kommt eine Führungsschiene mit einer Verzahnung zum Einsatz. Der Gleitwagen wird weiterhin geführt, jedoch läuft ein Zahnrad mit, welches sich viskos beim Umlaufen dämpfen lässt. Dies wird in dem FEM-Programm als reibungsbehafteter Kontakt dargestellt. Es zeigt sich, dass es bei erhöhter Dämpfung keine Modes in diesem Frequenzbereich gibt.

Um die Eigenfrequenzen (siehe Abbildung 31) aus dem Bereich um 250 Hz zu schieben, werden die Bauteile, die in Schwingrichtung das größte Flächenträgheitsmoment besitzen, statt aus einer Aluminiumlegierung aus Stahl gefertigt. Betrachtet man die Modes aus Abbildung 32, zeigt sich, dass die Frequenzen noch da sind, dies aber nur an den noch verbliebenden Schwingssystemen liegt, welche nicht optimiert wurden. Deutlich zu erkennen ist, dass die großen Hubtische in dieser Frequenz nicht mehr schwingen. Nur das fordere Aluminiumprofil, welches es nur aus Aluminium zu erwerben gibt, schwingt noch. Der Mode um 260 Hz hat sich gänzlich verschoben. Auffällig ist, dass dennoch ein weiterer Mode dort entstanden ist, der fast dieselbe Eigenfrequenz besitzt. Man kann jedoch sagen, dass wenn man sukzessive jeden Mode einzeln optimiert, irgendwann keine Eigenfrequenzen in diesem Bereich entstehen dürften.

6.3.1 Simulativer Test

Obwohl die Erregerfrequenzen einzeln simuliert werden sollten, reicht die Speicherkapazität von 50 GB des Computers nicht aus um diese transiente Berechnung durchzuführen (siehe Abbildung 33).

Eine Alternative wäre ein anderer Computer mit einer Kapazität von 600 GB. Die Berechnung konnte auch hier nicht durchgeführt werden, da das Modell mit einer aktuelleren Programmversion als die auf dem zweiten Computer erstellt wurde und diese nicht kompatibel sind.

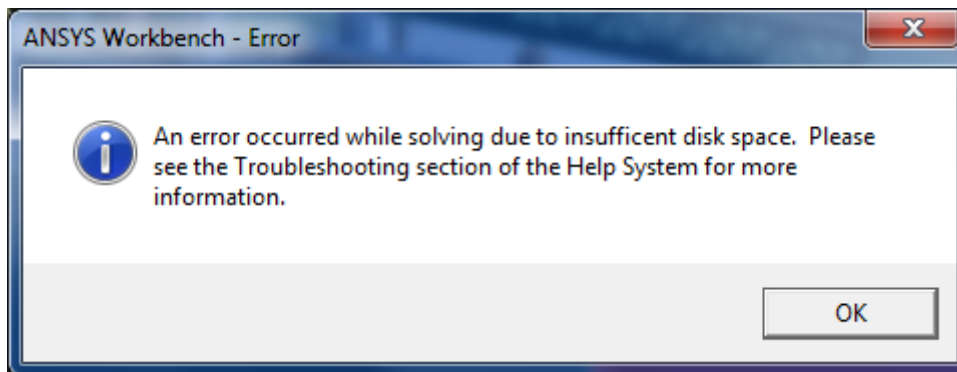


Abbildung 33 Die Fehlermeldung teilt mangelnden Festplattenspeicher mit.

7 Fazit

Das folgende Kapitel enthält eine kurze Zusammenfassung, welche die Themen und Schritte dieser Arbeit beinhaltet. Anschließend werden einzelne Punkte aus der Arbeit kritisch betrachtet und beurteilt.

7.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde das Vorgehen beschrieben, um eine Baugruppe schwingungstechnisch zu untersuchen und anschließend zu optimieren. Um zu verstehen, warum diese Optimierung notwendig ist, wird zunächst kurz die zu Grunde liegende Forschung vorgestellt. Dabei wird grob die Funktionsweise eines Synchrotrons erklärt, sowie das Röntgenmikroskopieverfahren der Ptychographie. Da im weiteren Verlauf komplexe Verfahren und Messtechniken zur Anwendung kommen, werden die fundamentalen mathematischen und physikalischen Grundlagen überschaulich vermittelt. Dies beinhaltet die Beschreibung des Finite-Elemente-Verfahrens, der Funktionsweise eines Laserinterferometers, der Entstehung des Piezoelektrischen Effektes sowie der Hintergrund der diskreten Fourier-Transformation. Um eine Baugruppe schwingungstechnisch beurteilen zu können, müssen die äußeren Lasten bekannt sein welche in diesem Fall im Wesentlichen die Erregerschwingungen darstellen. Um diese zu ermitteln werden Messungen an den Kontaktpunkten durchgeführt, an denen Schwingungsquellen vermutet werden. Anschließend werden die Messdaten mittels Computersoftware ausgewertet und beurteilt. Da eine begrenzte Computerleistung zur Verfügung

steht, müssen bei der Modellierung der Baugruppe Grenzen eingehalten werden. Diese Grenzen werden vorab ermittelt. Ausgehend von diesen Grenzen muss die Gesamtbaugruppe aufgeteilt und in Unterbaugruppen simuliert werden. Unter Einhaltung eines Toleranzbereiches wird mit den vereinfachten Modellen das Gesamtmodell erzeugt. An diesem wird dann eine transiente Analyse durchgeführt, um einen Vergleichswert für die Optimierung zu erhalten. Anschließend wird eine Modalanalyse durchgeführt, um zu ermitteln, wo kritische Eigenfrequenzen vorliegen. Diese Stellen werden konstruktiv optimiert und zum Vergleich eine anschließende Schwingungsantwort mit der vorigen verglichen.

7.2 Beurteilung

Die Messungen die durchgeführt wurden, stellen nur einen kleinen Ausschnitt der vorhandenen Belastungen dar. Da die Laserinterferometer sehr kleine Bewegungen aufnehmen können, ist die Entfernung der noch messbaren Störquellen sehr groß. So spielt es z.B. eine Rolle, an welchem Tag oder Uhrzeit die Messungen durchgeführt werden. Da auf Grund von Dämpfung näher gelegene Quellen stärkeren Einfluss nehmen, sollten mehrere Messungen zu den Hauptbetriebszeiten durchgeführt werden, um im Umfeld gelegene nicht abschaltbare Störquellen zu ermitteln. So wird die Frequenz von fast genau 1000 Hz möglicherweise von einer Maschine verursacht. Wie in der Vergangenheit auch schon umgesetzt, wäre es möglich, diese Störquelle durch Abschalten zu eliminieren. Ist dies nicht möglich, würde eine Standortverlegung außerhalb des Fundamentes Abhilfe schaffen.

Das Erstellen von Ersatzmodellen ist nicht nur mit einem hohen Zeitaufwand verbunden, die Ersatzmodelle können auch nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen verwendet werden. Diese Modelle können nur dann zur Anwendung kommen, wenn z.B. Bewegungen in eine ganz bestimmte Richtung von Interesse sind und die Genauigkeit anderer Schwingungen vernachlässigt werden können. Es muss daher abgewogen werden, ob sich Ersatzmodelle lohnen.

Während der Erstellung und Berechnung der vereinfachten Modelle hat sich gezeigt, dass einzelne Schwinger konstruktiv durch zusätzliche Bauteile wie z.B.

Versteifungen sehr gut blockiert bzw. deren Eigenfrequenzen sehr stark erhöht werden können.

Leider ist das hier verwendete Programm ANSYS Workbench für diese Art der Bearbeitung nicht ideal. Dies liegt vorrangig daran, dass bei Änderungen und anschließenden neu laden der Modelle, alle manuell gesetzten Netzverknüpfungen zu den Bauteilen verloren gehen. Bei großen Modellen führt dies unweigerlich auf einen enormen Zeitaufwand. Zwar bietet ANSYS Workbench auch eigene Modellierer, jedoch sind diese im Vergleich zu klassischen CAD-Programmen eher aufwendig zu bedienen. Und auch dort wird ein Neuladen durch einige bestimmte Bearbeitungsschritte hervorgerufen.

Allgemein jedoch hat sich die Vorgehensweise als erfolgreich erwiesen. Zukünftig sollten Modelle dieser Größe allerdings direkt auf z.B. Großrechnern berechnet werden. Betrachtet man den Zeitaufwand, wäre diese Art der Vorgehensweise sicherlich nicht finanziell rentabel.

8 Ausblick

Da die Laserinterferometer wie in Abschnitt 4.1 nur den im Inneren befindlichen Schwingkörper messen, sind zwar die Erregerfrequenzen ermittelbar, jedoch macht die Messung keine Aussage über die Erregeramplituden. Da die Geometrie des Schwingkörpers bekannt ist, wäre es möglich auf die Erregerschwingung zurück zu rechnen. Dadurch ließen sich durch eine transiente Analyse die echten Auslenkungen des Systems darstellen.

Als nächster Schritt würden die restlichen relevanten Eigenfrequenzen überprüft und anschließend die noch ausstehenden Optimierungen durchgeführt. Vor und nach der Optimierung sollte auch eine transiente Analyse auf einem geeigneten Computer durchgeführt werden um das Ergebnis zu verifizieren. Eine Simulation ist stark davon abhängig, wie erfahren der Benutzer ist und welche Vereinfachungen getroffen wurden. Die Ergebnisse müssen daher sehr kritisch betrachtet werden. Auf Grund dessen sollte an dem Setup vor Ort, nachdem es gebaut wurde, Messungen durchgeführt werden. Nur so lässt sich beurteilen, wie gut oder schlecht die simulierten Daten sind.

Literatur- und Quellenverzeichnis

- (1) Klein, Bernd: FEM/Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau, 8. Auflage, Wiesbaden, 2010, VIEWEG+TEUBNER.
- (2) Linke, Markus/Nast, Eckart: Festigkeitslehre für den Leichtbau, 1. Auflage, Berlin Heidelberg, 2015, Springer Vieweg
- (3) Demtröder, Wolfgang: Experimentalphysik 2/Elektrizität und Optik, 6. Auflage, Berlin Heidelberg, 2013, Springer Vieweg
- (4) Sautter, Dieter/Weinerth, Hans: Elektronik und Mikroelektronik/Band 1, 2. Auflage, Berlin Heidelberg, 1993, Springer Vieweg
- (5) attocube systems AG: user manual attoFPSX010, Munich, 2015
- (6) Seyrich, Martin: Master Thesis/An interferometric positioning system for high resolution 3D ptychography, Dresden, 2015
- (7) Bradski, Gary/Kaehler, Adrian: Learning OpenCV: Computer Vision with The OpenCV Library, Sebastopol, 2008
- (8) IDS Innomic GmbH: Datenblatt KB12VD KS48C, Salzwedel, 2016
- (9) IDS Innomic GmbH: Das Piezoelektrische Prinzip (Verhältnis Beschleunigung Ladung),
http://www.innomic.com/service/schulungen/schulungsmaterial/lernkurs_piezoelektrische_beschleunigungssensoren/piezoelektrisches_prinzip.html, 10.08.2017
- (10) RRG Industrietechnik GmbH: Sylomer Datenblätter ® (Steifigkeits und

Berechnungsdaten), Mülheim an der Ruhr,
2009

- (11) Inman, D. J.: Engineering Vibration, 2014, Pearson
- (12) Papula, Lothar: Mathematische Formelsammlung, 10. Auflage,
Wiesbaden, 2009, Vieweg+Teubner
- (13) COMVAT AG: Übersicht Komponenten Membranbälge, Haag (CH)

Anhang

Anhang A

```
clc
format short g
%for query call Patrick Ralf 4232
%insert from
here=====
samplingtime=327.7; %in microseconds
name=('Bodenmessung_Pos3_0.txt'); %e.g.: dataname.txt
cks=0; %convolution kernel size. For no smoothing set cks to zero.
nop=18; %number of at least displayed peaks downward from the biggest.
pc=3; %left datavalues which not be included for avoiding zeropeaks (in
percent)
st=2; %peaks sortet by frequency (1) prominence(2)
%to
here=====
T = samplingtime*(1/1e6);
file=importdata(name);
data=getfield(file, 'data');
textdata=getfield(file, 'textdata');
calendardate=textdata(2,1);
cd=cell2mat(calendardate);
sdata=size(data); %Größe Datei
ldata=sdata(1); %Länge Datenreihen (Zeilen)
wdata=sdata(2); %Anzahl Datenreihen (Spalten)
lname=length(name); %Länge des Dateinamens
Fmax = 1/T; %maximaler Frequenzbereich
t = (1:ldata)*T; %Vektor mit den Zeitschritten
%Ersetzen von "_" durch " " (Vermeidung von Tiefstellung im title)
for (i=1:1:lname)
    e=name(i);
    if (e=='_')
        name(i)=' ';
    end
end
end
%Plot der Schwingung
figure(1)
for sn=2:1:wdata
    subplot(3,1,sn-1);
    X=data(:,sn);
    plot(t,X);
    if sn==2
        title(sprintf('%s \n %s \n \n diagram time domain axis 1', name,
cd));
    else
        title(sprintf('diagram time domain axis %d', sn-1));
    end
    xlabel('t in [s]')
    ylabel(sprintf('X%d(t)', sn))
end
end
%Plot der FFT
figure(2)
f = Fmax*(0:(ldata/2))/ldata; %Halbierung der Datengröße, Umwandlung auf
Frequenz bis Fmax/2
s=(cks+1)/2; %Variable zur Kürzung der Seiten von f auf Grund der Faltung
von P
lf=length(f);
```



```

fs=pc*lf/100; %Frequenzbereich in % je nach pc
for pn=2:1:wdata
    subplot(3,1,pn-1);
    X = data(:,pn);
    Xtrans = X'; %Transponieren für den sortrows-Befehl (96)(120)
    Y = fft(Xtrans); %schnelle Fouriertransformation
    Pabs = abs(Y/ldata); %Normierung auf ldata für f, Betrag der
Funktionswerte erzeugen
    P = Pabs(1:ldata/2+1); %nur erste Hälfte der Daten da Spiegelung
durch FFT (1 bis +1 da f von Null anfängt)
    P(2:end-1) = 2*P(2:end-1); %Verdoppeln der Auslenkung ohne Ränder
(FFT halbiert diese)
    plot(f,P)
    if pn==2
        title(sprintf('%s \n %s \n \n diagram frequency spectrum axis
%d', name, cd, 1))
    else
        title(sprintf('diagram frequency spectrum axis %d', pn-1))
    end
    xlabel('f in [Hz]')
    ylabel(sprintf('|P%d(f)| in [m]', pn))
    Pred = P(fs:end); %Um die Auslenkung im niederfrequenten Bereich
reduzierter Funktionsbereich (wegen großer Nullpeaks)
    Pmax = max(Pred); %such nach dem größten peak
    yscale = Pmax*1.2; %Abzisse 1.2 x größer als max. peak
    A = axis; %Vektor mit autoskalierten Größen
    axis([ A(1) A(2) A(3) yscale ]); %Überschreibung von ymax
    if(cks~=0)
        cntr=0; %Vorbelegungen
        cntr2=0;
        lengthS=1;
        while (lengthS<nop) %Schleife verringert Peakgröße und vergrößert
den Abstand bis nop erreicht ist.
            cntr=cntr+1;
            if cntr2<=Fmax/1000 %Limitierung des Abstandes
                cntr2=cntr2+1;
            end
            G=ones(1,cks); %Einheitsmatrix Größe cks
            G2=G./sum(G); %Faltungsmatrix
            f3=conv(P,G2); %Faltung von P
            hold on
            plot(f(s+1:end-s),f3(cks+1:end-cks),'g') %plot der glatten
Funktion P(f) mit gekürzten Seiten (auf Grund der Faltung)
            [pks,locs] = findpeaks(f3(cks+1+fs:end-cks),f(s+1+fs:end-
s),'MinPeakProminence',Pmax/cntr,'MinPeakDistance',cntr2); %vektoren mit
den peaks im red. Wertebereich
            pks = pks'; %Transponieren für den sortrows-Befehl
            locs = locs';
            U = [locs pks];
            S = sortrows(U,-st); %sortieren nach Zeile
            lengthS = length(S); %Anzahl der peaks für Schleife
            plot(S(:,1),S(:,2),'^r') %plot peaks
            warning off last
            hold off
        end
        fprintf('axis %d frequency [Hz] value [m] \n', pn-1)
        disp(S(1:end ,1:end))
    end
    if cks==0
        cntr=0;
        cntr2=0;

```

```

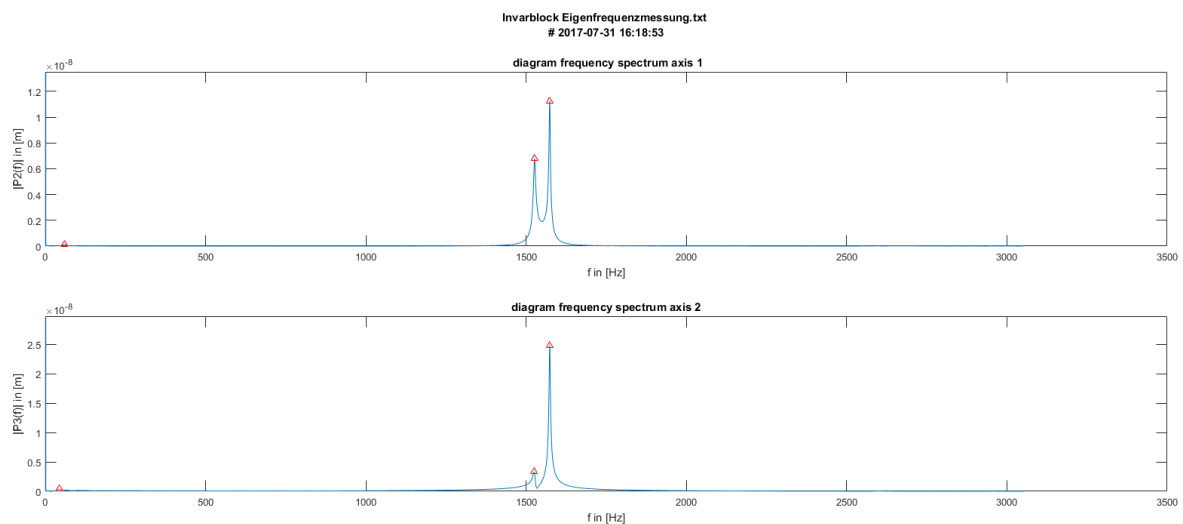
lengthS=1;
while (lengthS<nop)
    cntr=cntr+1;
    if cntr2<=Fmax/1000
        cntr2=cntr2+1;
    end
    hold on
    [pks,locs] =
findpeaks(P(fs:end),f(fs:end),'MinPeakProminence',Pmax/cntr,'MinPeakDistance',cntr2);
    pks = pks';
    locs = locs';
    U = [locs pks];
    S = sortrows(U,-st);
    lengthS = length(S);
    plot(S(:,1),S(:,2),'^r')
    warning off last
    hold off
end
fprintf('axis %d frequency [Hz] value [m] \n', pn-1)
disp(S(1:end ,1:end))
end
end

figure(3)
D=0:1/1000:30;
lengthD=length(D);
Sum=0;
for j=1:lengthS
    Sum=Sum+S(j,2)*cos(S(j,1).*D);
end
plot(D,Sum);
xlabel('t in [s]');
ylabel('A in [m]');
lengthSum=length(Sum);
Dxls=D(1,1:lengthD-1)';
Sumxls=Sum(1,1:lengthSum-1)';

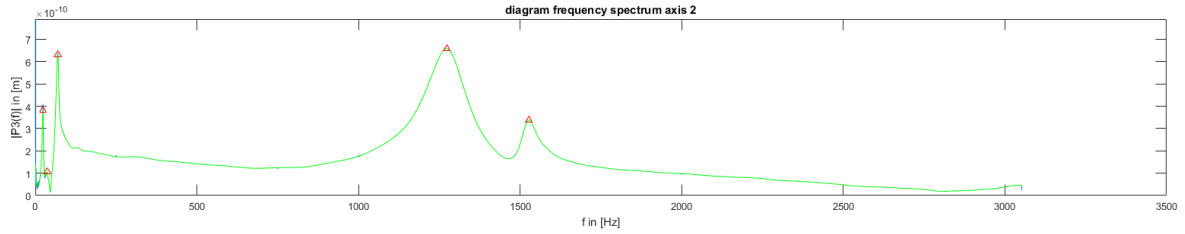
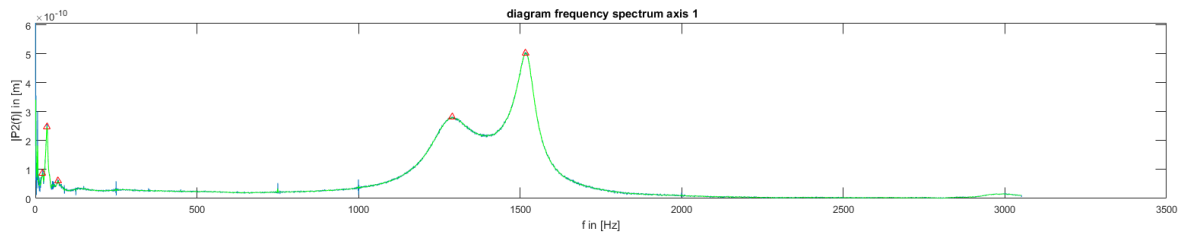
xlswrite('neutest',[Dxls,Sumxls]);

```

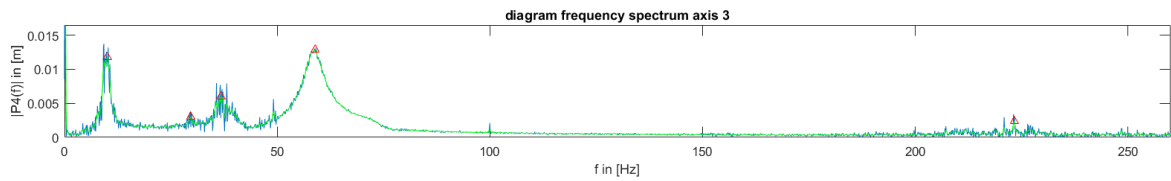
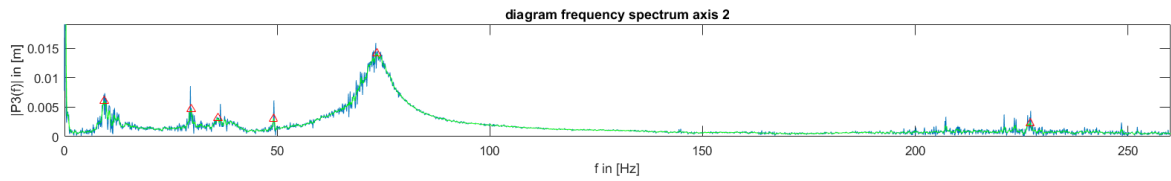
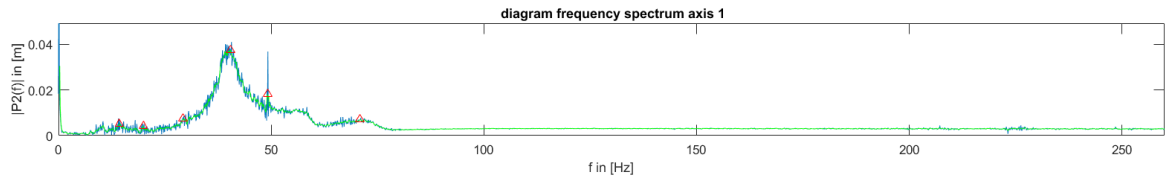
Anhang B



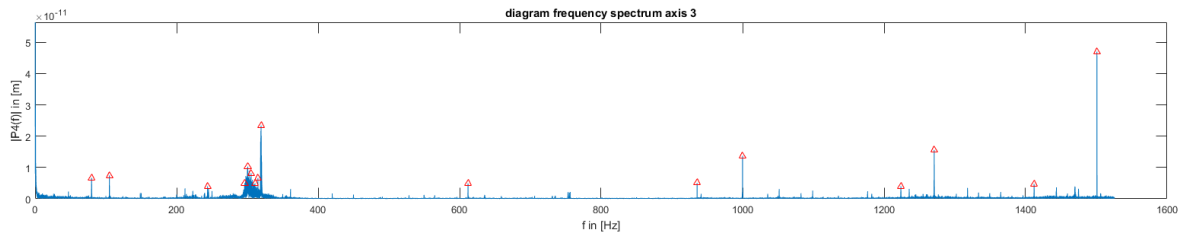
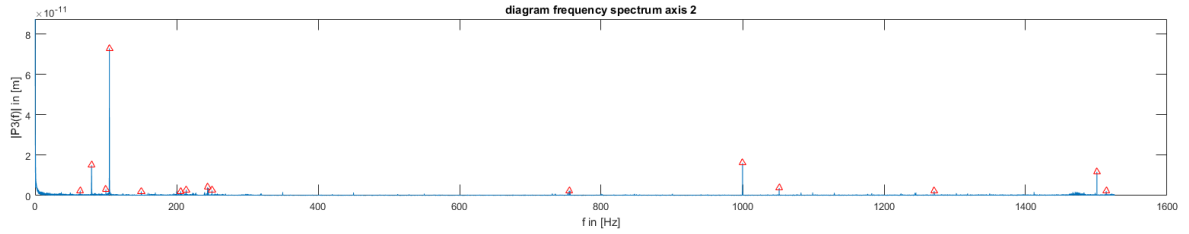
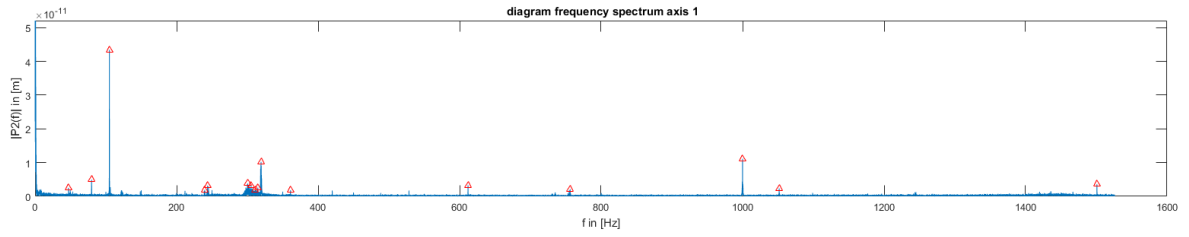
Aluminiumblock Eigenfrequenzmessung 3.txt
2017-07-31 16:56:10



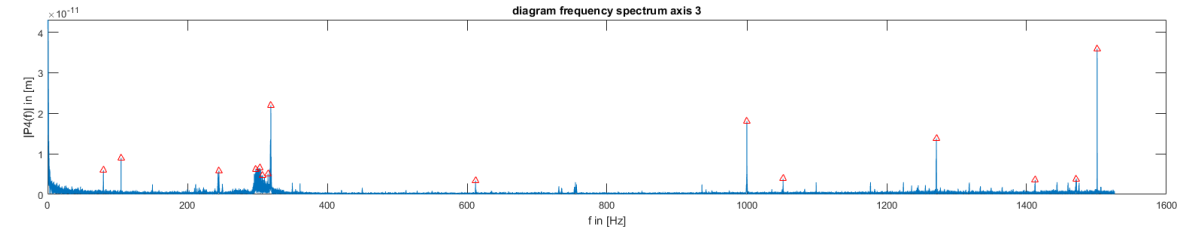
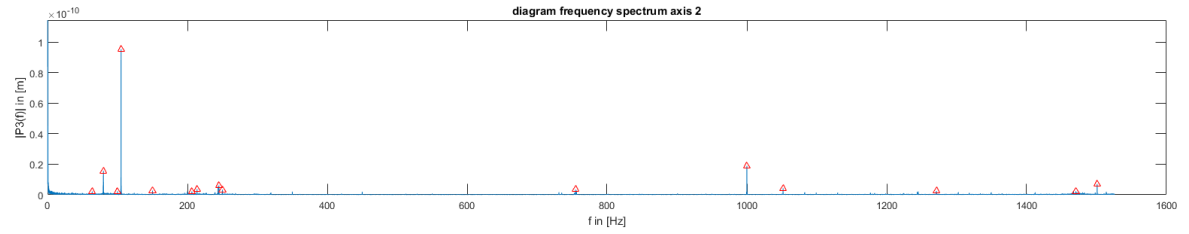
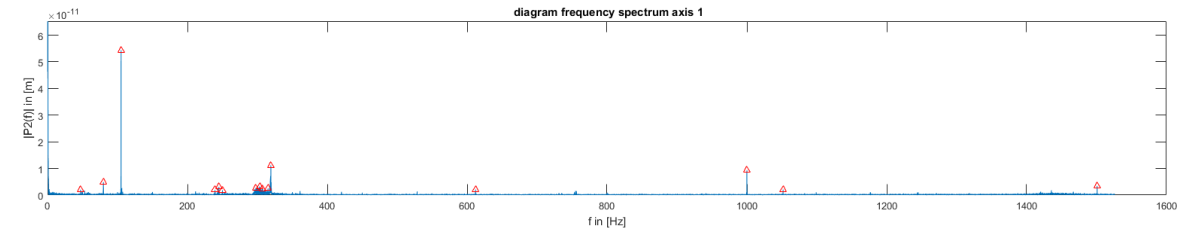
PH random 20000
Points Read: 29800
Scan Rate (Hz): 3000



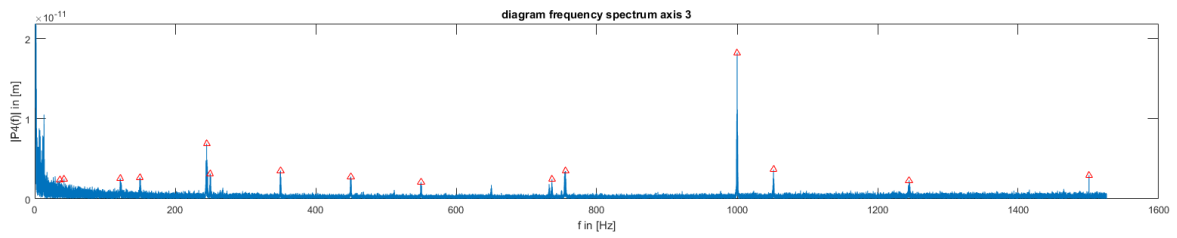
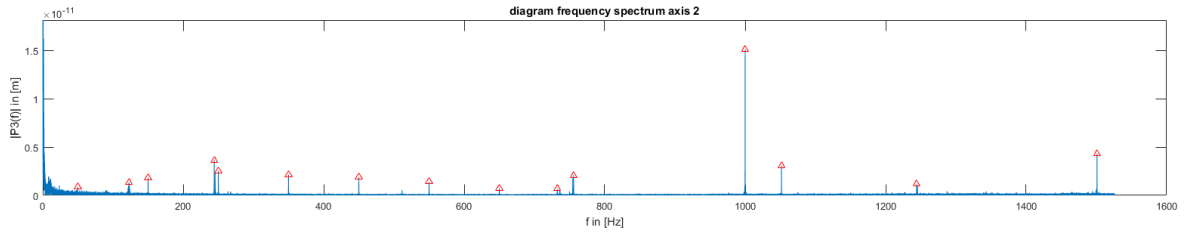
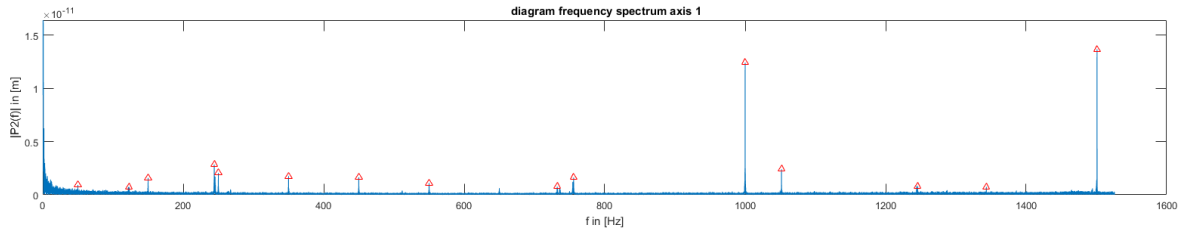
Positions EIGERDetector OFF 1.txt
2017-07-18 14:37:53



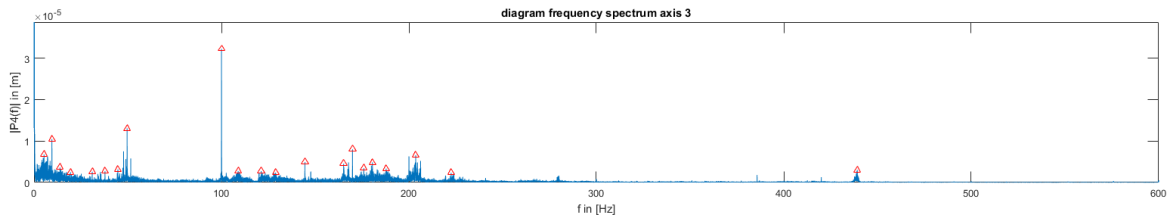
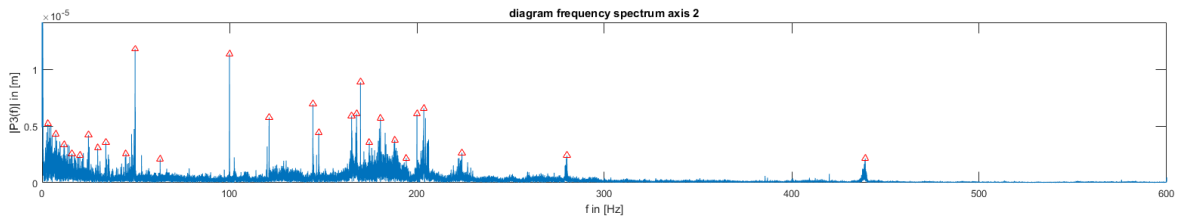
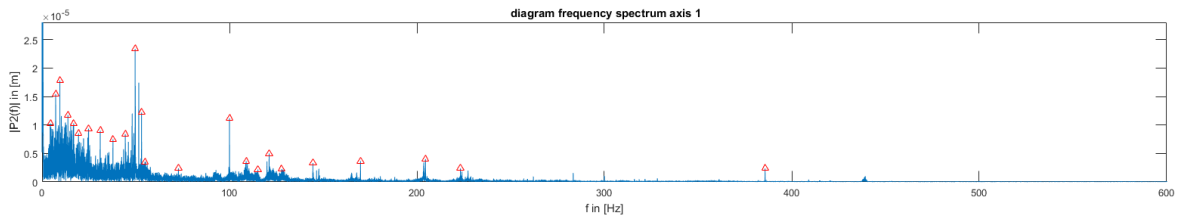
Positions EIGERDetector ON 2.txt
2017-07-18 14:59:36



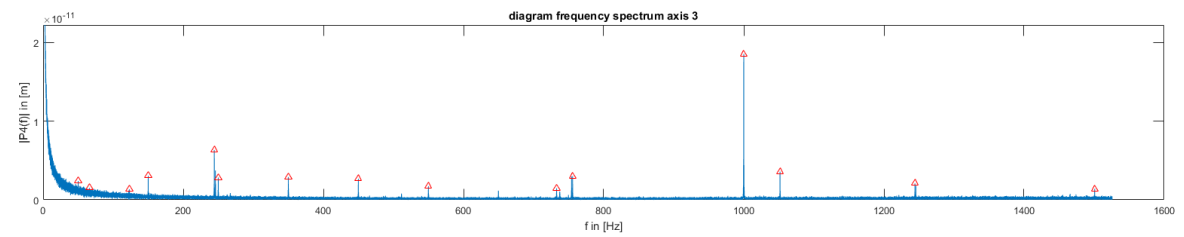
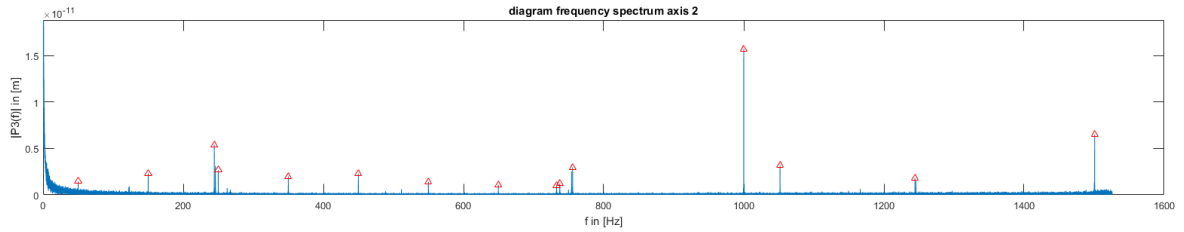
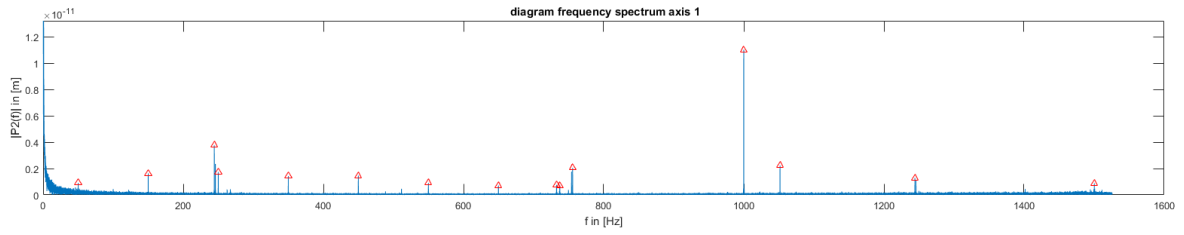
Bodenmessung Pos1 1.txt
2017-08-02 12:37:52



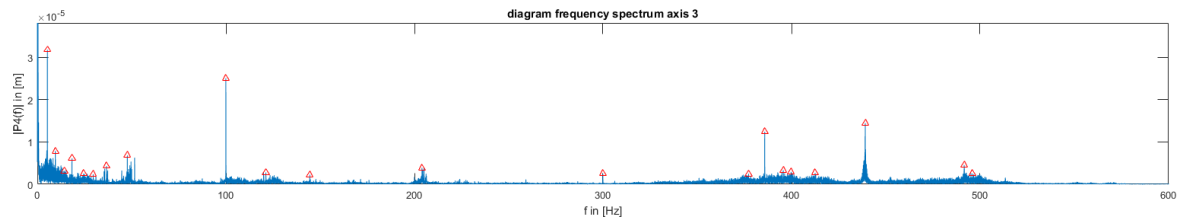
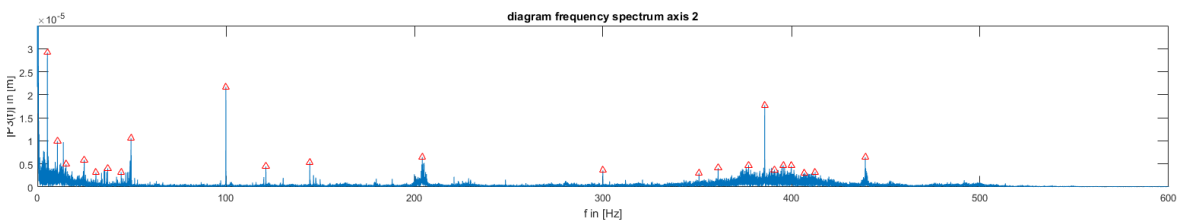
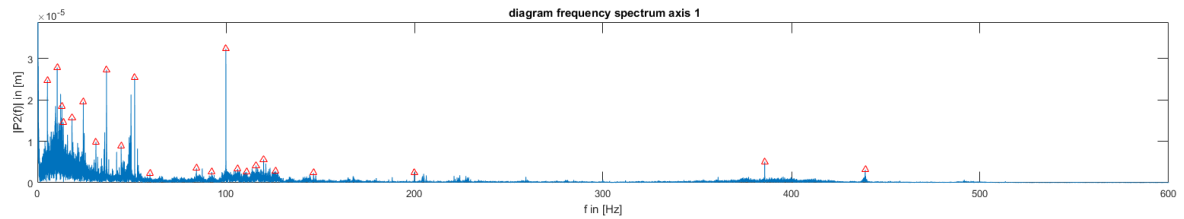
Bodenmessung Pos10001
Points Read: 182900
Scan Rate (Hz): 3051



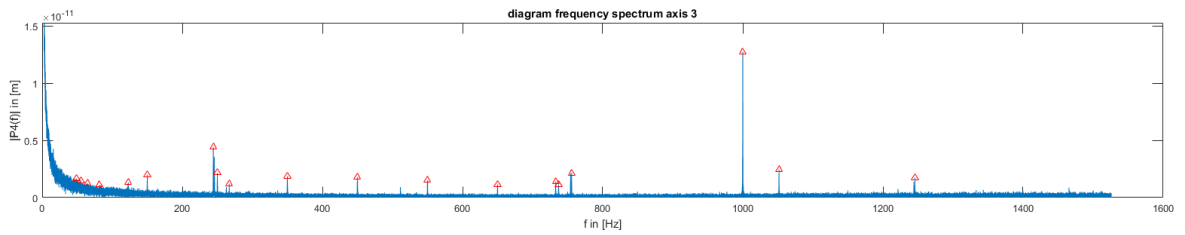
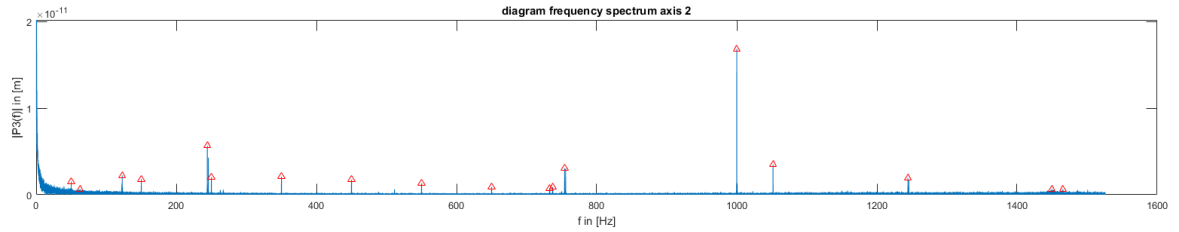
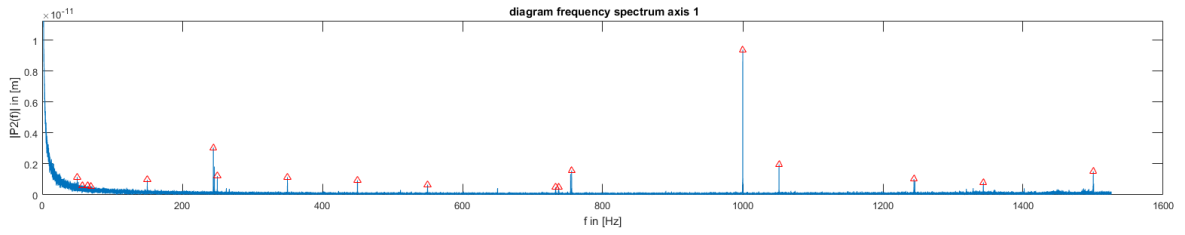
Bodenmessung Pos2 1.txt
2017-08-02 14:11:24



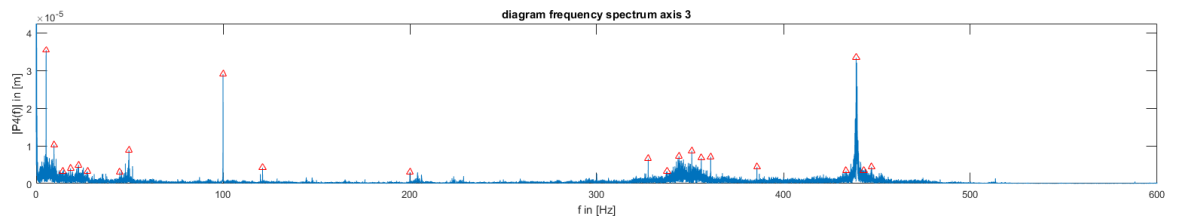
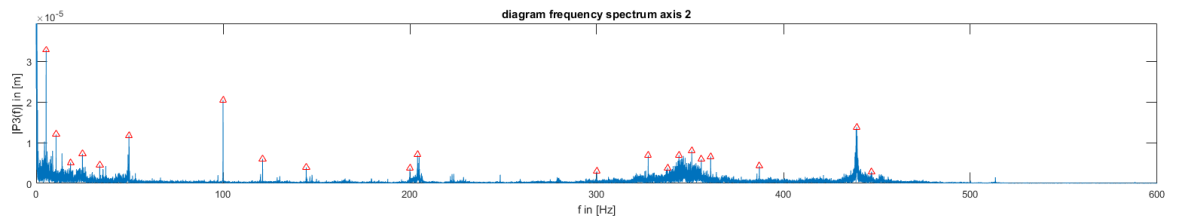
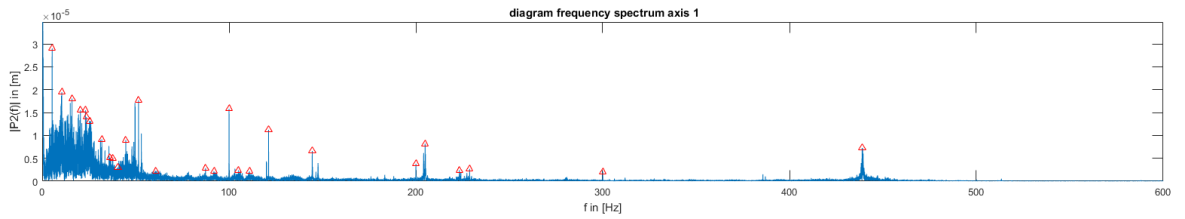
Bodenmessung Pos20001
Points Read: 182900
Scan Rate (Hz): 3051



Bodenmessung Pos3 0.txt
2017-08-02 14:37:59



Bodenmessung Pos30002
Points Read: 182900
Scan Rate (Hz): 3051



Anhang C

Baugruppe 1 Granit

Konvergenz ohne Vereinfachungen				Modell ohne kleine Bohrungen und Fasen						
4 Node		178		90 Node		146856				
esize [mm]	5	s	448880	time [s]	4	esize [mm]	90	s	146856	time [s]
Modes			Omega [Hz]	Aeig [%]		Modes			Omega [Hz]	Aeig [%]
7			238,53	0		7			238,53	0
8			303,13	0		8			303,52	0,12865767
9			478,67	0		9			478,72	0,01044561
10			587,06	0		10			587,06	0
11			614,69	0		11			615,28	0,09598334
12			825,45	0		12			825,4	0,00605730
13			912,57	0		13			912,97	0,04383225
14			961,84	0		14			962,7	0,08941196
15			1009,9	0		15			1010,2	0,02970591

Modell ohne Bohrungen und Fasen				Modell ohne Bohrungen, Fasen, Schienen+Nuten und großen Nuten							
9 Node		142511		51		90 Node		38592		9	
esize [mm]	0	s	142511	time [s]	51	esize [mm]	90	s	38592	time [s]	9
Modes			Omega [Hz]	Aeig [%]		Modes			Omega [Hz]	Aeig [%]	
7			241,23	1,13193309		7			244,93	2,68310065	
8			304,84	0,564114406		8			321,71	6,12938343	
9			485,05	1,332859799		9			486,09	1,55012848	
10			595,61	1,456409907		10			604,45	2,96221851	
11			621,69	1,138785404		11			652,23	6,10714343	
12			833,21	0,940093282		12			835,34	1,19813435	
13			919,03	0,707890902		13			928,63	1,75986499	
14			968,11	0,651875572		14			1007	4,69516759	
15			1020,2	1,019902961		15			1038,4	2,82206159	

Modell ohne Bohrungen, Fasen, Schienen+Nuten, Quaderelemente				Modell ohne Bohrungen, Fasen, Schienen+Nuten und Quaderelemente							
9 Node		17403		5		20 Node		2777		2	
esize [mm]	0	s	17403	time [s]	5	esize [mm]	0	s	2777	time [s]	2
Modes			Omega [Hz]	Aeig [%]		Modes			Omega [Hz]	Aeig [%]	
7			241,65	1,308011571		7			241,67	1,31639626	
8			309,16	1,989245538		8			309,42	2,07501731	
9			485,75	1,479098335		9			485,8	1,48954394	
10			598,16	1,890777774		10			598,18	1,89418458	
11			630,37	2,550879305		11			630,85	2,62896744	
12			853,26	3,369071416		12			835,26	1,18844266	
13			922,92	1,134159571		13			923,12	1,15607569	
14			981,01	1,993054978		14			981,75	2,06999085	
15			1026,9	1,683334984		15			1027,4	1,73284483	

Baugruppe 2 Granitbank

Konvergenz ohne Vereinfachungen (quadr. TET)

Node	51737	time	159
esize [mm]	18	s	2 [s]
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]	
1	328,48	0	
2	488,01	0	
3	529,36	0	
4	666,83	0	
5	718,12	0	
6	817,4	0	
7	984,69	0	
8	1119,1	0	

Modell ohne Bohrungen

Node	37913	time	135
esize [mm]	8	s	0 [s]
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]	
1	328,38	0,030443254	
2	487,84	0,034835352	
3	529,27	0,017001662	
4	666,8	0,004498898	
5	717,61	0,071018771	
6	817,14	0,031808172	
7	984,48	0,021326509	
8	1118,7	0,035743008	

Modell ohne Bohrungen, Schienen und Nuten

Node	33127	time
esize [mm]	18	s
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]
1	350,67	6,755358013
2	512,12	4,940472531
3	588,72	11,21354088
4	720,73	8,08301966
5	829,23	15,47234445
6	888,3	8,673843895
7	1074,8	9,151103393
8	1232,4	10,12420695

Modell ohne Bohrungen, Quaderelemente

Node	20998	time
esize [mm]	8	s
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]
1	325,89	0,788480273
2	485,79	0,454908711
3	521,62	1,462142965
4	662,64	0,628346055
5	705,12	1,810282404
6	803,07	1,753119648
7	978,98	0,579877931
8	1104,1	1,340362792

Modell ohne Bohrungen, Quaderelemente mit optimiertem Netz

Node	26528	time
esize [mm]	[/]	s
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]
1	319,9	2,612031174
2	474,76	2,715108297
3	541,09	2,215883331
4	671,34	0,676334298
5	740,09	3,059377263
6	815,31	0,255688769
7	1016,6	3,240613797
8	1113,1	0,536145117

Baugruppe 3 Hubeinheit

Konvergenz ohne Vereinfachungen (quadr. TET)

Nodes	319690	time [s]	121
esize [mm]	[/]		
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]	

Modell ohne Bohrungen und Zapfen am Grundkörper

Nodes	317039	time [s]	119
esize [mm]	[/]		
Modes	Omega [Hz]	Aeig [%]	

1	324,22	0	1	324,24	0,006168651
2	324,37	0	2	324,24	0,040077689
3	1143,2	0	3	1143,4	0,017494752

Modell ohne Bohrungen und Zapfen am Grundkörper und Vereinfachung von Mutter und Flansch				Modell ohne Bohrungen, Zapfen, mit Vereinfachung von Mutter und Flansch und mit Netzoptimierung							
esize [mm]	[/]	Nodes	281808	time [s]	155	esize [mm]	[/]	Nodes	1452	time [s]	2
Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]	
1		307,39		5,19091975		1		305,45		5,789278885	
2		307,48		5,20701668		2		307,42		5,225514073	
3		1143,4		0,01749475		3		1191,2		4,198740378	

Baugruppe 4 Hubtisch klein

Konvergenz ohne Vereinfachung (quadr. TET)					Modell vereinfacht						
esize [mm]	[/]	Nodes	552001	time [s]	1756	esize [mm]	[/]	Nodes	25677	time [s]	8
Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]	
1		135,43		0		1		212,97		57,25467	
2		216,36		0		2		206,21		4,6912553	
3		269,43		0		3		269,42		0,0037115	
4		290,91		0		4				100	
5		335,83		0		5		334,85		0,2918143	
6		546,83		0		6		538,12		1,5928168	
7		561,09		0		7		566,04		0,8822114	
8		604,19		0		8		571,32		5,4403416	
9		832,44		0		9		847,73		1,836769	
10		872,3		0		10		917,95		5,2332913	
11		884,61		0		11				100	
12		967,51		0		12		996,73		3,0201238	
13		982,17		0		13		1013,1		3,1491493	
14		997,08		0		14				100	
15		1019		0		15		1052,4		3,2777233	

Baugruppe 5 Hubtisch groß

Konvergenz ohne Vereinfachung (quadr. TET)					Modell vereinfacht						
esize [mm]	[/]	Nodes	676772	time [s]	438	esize [mm]	[/]	Nodes	31636	time [s]	7
Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]	
1		364,15		0		1		375,84		3,21021557	
2		457,73		0		2		473,14		3,36661350	
3		578,36		0		3		601,43		3,98886506	
4		668,24		0		4		691,15		3,42840895	
5		678,95		0		5		703,72		3,64828043	
6		722,71		0		6		747,17		3,38448340	
7		758,29		0		7		785,66		3,60943702	
8		865,89		0		8		878,04		1,40318054	
9		1029,3		0		9		1066,8		3,64325269	

Baugruppe 6 Gelenk

Konvergenz ohne Vereinfachung (quadr. TET)
nur Gelenk

Modell vereinfacht
nur Gelenk

		time					time [s]		
esize [mm]	[/]	Nodes	368650	[s]	120	esize [mm]	[/]	Nodes	
Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]
1		43,124		0		1		0	100
2		89,737		0		2		0,005	99,99442816
3		904,45		0		3		1195,9	32,22400354

exaktes Modell Konvergenz (automesh)
mit Dummy

mit Gelenken

mit reibungslosem Kontakt

		time					time [s]		
esize [mm]		Nodes	524211	[s]	169	esize [mm]		Nodes	524211
Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]
1		23,501		0		1		24,898	0
2		60,274		0		2		37,443	0
3		89,483		0		3		67,233	0
4		92,509		0		4		75,111	0
5		274,2		0		5		192,5	0
6		276,34		0		6		245,75	0
7		401,73		0		7		301,48	0
8		411,4		0		8		306,85	0
9		527,78		0		9		331,74	0
10		536,05		0		10		437,59	0
11		598,9		0		11		453,69	0
12		610,19		0		12		556,18	0
13		823,07		0		13		771,58	0
14		860,18		0		14		775,05	0
15		871,88		0		15		777,2	0
16		1056,6		0		16		962,45	0

Vereinfachtes Modell

mit reibungslosem Kontakt und Gelenken

mit reibungslosem Kontakt und Gelenken

		time					time [s]		
esize [mm]		Nodes	524211	[s]	200	esize [mm]		Nodes	
Modes		Omega [Hz]		Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]
1		34,15		0		1		37,4	9,516837482
2		56,977		0		2		56,5	0,837179915
3		91,669		0		3		91,6	0,075270811
4		91,986		0		4		79,9	13,13895593
5		280,56		0		5		293,9	4,754776162
6		281,15		0		6		299,5	6,526765072
7		410,44		0		7		416,5	1,476464282
8		440,44		0		8		481,8	9,390609391
9		515,11		0		9		498,1	3,302207296
10		537,12		0		10		546,9	1,820822163

11	609,3	0	11	616,7	1,214508452
12	626,15	0	12	655,6	4,703345844
13	824,72	0	13	846,6	2,653021632
14	854,94	0	14	872,9	2,100732215
15	868,54	0	15	884,4	1,826052916
16	1070	0	16	1110,8	3,813084112

Baugruppe 7 Trägersystem

Konvergenz ohne Vereinfachung (quadr. TET)

automesh			Modell ohne innere Schwinger (Welle, Motor)						
esize [mm]	[/]	Nodes 605309	time [s]	241	esize [mm]	[/]	Nodes 652074	time [s]	340
Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]		Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]	
1		26,127	0		1		30,5	0	
2		26,189	0		2		39,9	0	
3		43,781	0		3		69,5	0	
4		66,401	0		4		96,6	0	
5		72,029	0		5		107,4	0	
6		72,155	0		6		121	0	
7		114,11	0		7		157,2	0	
8		120,33	0		8		162,2	0	
9		139,84	0		9		190,4	0	
10		140,48	0		10		197,7	0	
11		164,2	0		11		209,2	0	
12		182,36	0		12		233,4	0	
13		188,11	0		13		246	0	
14		211,94	0		14		258,7	0	
15		228,57	0		15		267,4	0	
16		231,41	0		16		276,5	0	
17		232,18	0		17		287,6	0	
18		261,11	0		18		300,5	0	
19		266,22	0		19		310,7	0	
20		283,97	0		20		335,4	0	

Modell vereinfacht

esize [mm]	[/]	Nodes 159520	time [s]	64
Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]	
1		30,5	0	
2		40,1	0,501253133	
3		70,5	1,438848921	
4		97	0,414078675	
5		108,8	1,303538175	
6		117,2	3,140495868	
7		158,5	0,82697201	
8		165,3	1,911220715	
9		193,5	1,628151261	
10		200,8	1,568032372	
11		211,3	1,003824092	
12		234	0,257069409	

13	246,4	0,162601626
14	265,1	2,473908002
15	267	0,149588631
16	276,9	0,144665461
17	292,5	1,703755216
18	300,4	0,03327787
19	312,5	0,579336981
20	341,1	1,699463327

Baugruppe 8 Vakuumröhre

Konvergenz ohne Bohrungen u. Kanten im mm-Bereich (quadr. TET)				Modell vereinfacht			
esize [mm]	[/]	Nodes 711074	time [s] 343	esize [mm]	[/]	Nodes 38183	time [s] 19
Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]	Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]
1		1,36	0	1		1,32	2,941176471
2		2,35	0	2		2,29	2,553191489
3		121,7	0	3		121,4	0,246507806
4		240,1	0	4		253,9	5,747605165
5		325	0	5		306	5,846153846
6		347,7	0	6		335,5	3,50877193
7		493,5	0	7		490,6	0,587639311
8		529,3	0	8		511,2	3,419610807
9		530,8	0	9		511,2	3,692539563
10		537,5	0	10		511,2	4,893023256
11		588,8	0	11		581,1	1,307744565
12		608,7	0	12		634,7	4,271398061
13		609,3	0	13		635	4,21795503
14		620	0	14		595,8	3,903225806

Bauteil 9 Membranbalg

Konvergenz ohne Vereinfachung Schalenmodell				Modell mit größerem Netz			
esize [mm]	4	Nodes 329472	time [s] 165	esize [mm]	10	Nodes 51961	time [s] 24
Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]	Modes		Omega [Hz]	Aeig [%]
1		5,14	0	1		5,37	4,47470817
2		10,3	0	2		10,7	3,88349515
3		15,4	0	3		16,1	4,54545455
4		18	0	4		18,1	0,55555556
5		18	0	5		18,1	0,55555556
6		20,6	0	6		21,5	4,36893204
7		25,7	0	7		26,84	4,43579767
8		30,9	0	8		32,2	4,20711974
9		31,1	0	9		31,3	0,64308682
10		31,1	0	10		31,3	0,64308682
11		36	0	11		37,6	4,44444444
12		39,6	0	12		39,9	0,75757576
13		39,6	0	13		39,9	0,75757576

14	41,2	0	14	43	4,36893204
15	45,5	0	15	46	1,0989011
16	45,5	0	16	46	1,0989011
17	46,3	0	17	48,3	4,31965443
18	50,3	0	18	50,9	1,19284294
19	50,3	0	19	50,9	1,19284294
20	51,5	0	20	53,7	4,27184466

Anhang D

Profil 60x60

```

clc
clear all
omega0B=42.253;
betaconst=4.73;
L=2800;
sqrtErho=806410;
a=60;

syms i
eqn = (betaconst/L)^2*sqrtErho*sqrt((a^4-i^4)/(12*(a^2-i^2)))-omega0B==0;
soli = solve(eqn,i);
ivec=double(soli);
i=ivec(2,1);

```



Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: _____

Vorname: _____

dass ich die vorliegende _____ – bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der _____ ist erfolgt durch:

_____ Ort

_____ Datum

_____ Unterschrift im Original