



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Bachelorarbeit

Markus Blömers

Aerodynamische Rotorblattauslegung einer Multirotor-Kleinstwindenergieanlage

*Fakultät Technik und Informatik
Department Maschinenbau und Produktion*

*Faculty of Engineering and Computer Science
Department of Mechanical Engineering and
Production Management*

Markus Blömers

**Aerodynamische Rotorblattauslegung
einer Multirotor-Kleinstwindenergieanlage**

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung

im Studiengang Maschinenbau / Energie- und Anlagensysteme
am Department Maschinenbau und Produktion
der Fakultät Technik und Informatik
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Erstprüfer: Prof. Dipl.-Ing. Peter Dalhoff
Zweitprüferin: Prof. Dr. Vera Schorbach

Abgabedatum: 19.01.2018

Zusammenfassung

Markus Blömers

Thema der Bachelorthesis

Aerodynamische Rotorblattauslegung einer Multirotor- Kleinstwindenergieanlage

Stichworte

Multirotoranlage, Rotorblätter, Windkraftanlage, Aerodynamik

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Bachelorthesis befasst sich mit der Auslegung und Optimierung eines Windrotors mit horizontaler Drehachse. Es werden physikalische Zusammenhänge und Berechnungsmethoden, welche der Auslegung dienen, erläutert. Der ausgelegte Rotor wird anschließend mittels eines CAD Programms konstruiert. Die Konstruktion dient zu weiteren Forschungszwecken an der HAW.

Markus Blömers

Title of the paper

Aerodynamische Rotorblattauslegung einer Multirotor- Kleinstwindenergieanlage

Keywords

Multirotor wind turbine, turbine blades, Wind power plant, aerodynamics

Abstract

This report contains strategies for the design and the optimization of a horizontal-axis wind turbine. Physical relations and calculation methods for the purpose of designing a wind turbine will be explained. Further, the wind turbine will be designed using CAD software tools and used in future research projects at the HAW.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis.....	II
Tabellenverzeichnis.....	III
Nomenklatur.....	IV
1 Einleitung	10
1.1 Motivation.....	10
1.2 Aufgabenstellung.....	11
1.3 Aufbau der Arbeit.....	11
2 Grundlagen	11
2.1 Multirotoranlagen.....	12
2.2 Physikalische Grundlagen.....	13
2.2.1 Das Betzsche Gesetz.....	13
2.3 Aerodynamische Grundlagen und Kennzahlen.....	17
2.3.1 Auftriebs- und Widerstandsbeiwert.....	17
2.3.2 Gleitzahl.....	17
2.3.3 Das Widerstandsprinzip.....	18
2.3.4 Prinzip des aerodynamischen Auftriebes.....	19
2.3.5 Schnelllaufzahl.....	20
2.3.6 Schubbeiwert.....	21
2.4 Konstruktive Unterscheidungen.....	21
2.4.1 Rotationachse mit vertikaler Ausrichtung VAWT.....	21
2.4.2 Rotationachse mit horizontaler Ausrichtung HAWT.....	22
2.4.3 Orientierung des Rotors.....	23
2.5 Leistungsbestimmung eines Rotors.....	23
2.5.1 Die Blattelementmethode.....	24
3 Optimale Rotorgeometrie	29
3.1 Optimale Auslegung nach Betz.....	29
3.2 Optimale Auslegung nach Schmitz.....	32
3.3 Vergleich der Auslegungsvarianten nach Betz und Schmitz.....	36
3.4 Bestimmung der Rotorblattverwindung.....	39
3.5 Auffädung der einzelnen Profilschnitte.....	40
4 Vergleich von Rotoren mit großen Durchmesserunterschieden	41
4.1 Physikalische Unterschiede.....	41
4.2 Strömungstechnische Unterschiede.....	41
5 Optimierung der Rotorgeometrie	43
5.1 Erstellung von Profilpolaren.....	43
5.1.1 Vorgehensweise zur QBlade Anwendung.....	44
5.1.2 Datengenerierung und -auswertung.....	44
5.2 Vorbetrachtungen zur Optimierung.....	45
5.3 Anwendung eines BEM-Berechnungswerkzeuges.....	48
5.4 Eingabemasken.....	48
5.5 Auswertung der Berechnungsdurchgänge mit WKAero.....	49

5.5.1	Erster Berechnungsdurchgang.....	49
5.5.2	Zweiter Berechnungsdurchgang.....	51
6	Konstruktion des optimierten Rotors	54
6.1	NACA-Profile	54
6.1.1	NACA-Profilsystematik	54
6.1.2	Kennzifferndeutung der NACA-Profile.....	55
6.2	Konstruktionsvorgehen.....	55
6.2.1	Flügelprofilerzeugung mit einem Profilgenerator	55
6.2.2	Flügel- und Rotorkonstruktion	59
7	Fazit und Ausblick	61
	Literaturverzeichnis	V
	Anhang	VI

II Abbildungsverzeichnis

Bild 1:	Multirotor Windkraftwerk-Konzept von Honnef (Hau 2017), S.30	12
Bild 2:	Multirotor-Konzept Vestas (Vestas kein Datum)	13
Bild 3:	Strömungsverhältnisse nach Betz	14
Bild 4:	Leistungsbeiwert in Abhängigkeit des Luftstromverhältnisses.....	15
Bild 5:	Vorherrschende Strömungsverhältnisse beim idealen Energiewandler (Hau 2017), S.89	16
Bild 6:	Diagramm Auftriebs- und Widerstandsbeiwert eines Flügelprofils (Gasch und Twele 2011), S.43	17
Bild 7:	Prinzipskizze Widerstandsläufer (Hau 2017), S.91.....	18
Bild 8:	Druckverhältnisse am Flügelprofil (Hau 2017), S.92	19
Bild 9:	Tragflügelement aus der Tragflügeltheorie (Gasch und Twele 2011), S.187.....	19
Bild 10:	Prinzip Skizze Auftriebsläufer (Hau 2017), S.93.....	20
Bild 11:	Auslegungsschnelllaufzahlen verschiedener Anlagen (Gasch und Twele 2011), S.54	21
Bild 12:	Energiewandler mit vertikaler Drehachse (Hau 2017), S.68.....	22
Bild 13:	Vergleich verschiedener Windrotoren (Diekmann und Rosenthal 2014), S.83	22
Bild 14:	Prinzipskizze Windkraftanlage mit horizontaler Dreachse (Diekmann und Rosenthal 2014), S.78	23
Bild 15:	Lee- (li.) und Luvläufer (re.)	23
Bild 16:	Längszerlegter Rotor in Streifen (Hau 2017), S.99.....	25
Bild 17:	Zerlegte Stromröhre in Ringstromröhren (Hansen 2015), S.38	25
Bild 18:	Wirkende Windgeschwindigkeiten am Rotorblattquerschnitt (Hansen 2015), S.40	25
Bild 19:	Wirkende Kräfte am Rotorblattprofil (Hansen 2015), S41.....	26
Bild 20:	Kreisringschnitt am Rotor (Gasch und Twele 2011), S.193.....	29
Bild 21:	Geschwindigkeitsdreiecke nach Betz	29
Bild 22:	Winddreiecke am angeblasenen Flügelprofil (Gasch und Twele 2011), S.191	30
Bild 23:	Winddreiecke in Abhängigkeit des Radius (Gasch und Twele 2011), S.192	30
Bild 24:	Nachlaufdrall nach der erweiterten Impulstheorie (Hau 2017), S.98	32
Bild 25:	Geschwindigkeitsdreiecke nach der Schmitz Theorie	33
Bild 26:	Flügeltiefenvergleich eines Dreiflüglers	36
Bild 27:	Flügeltiefenvergleich eines Fünfflüglers.....	36
Bild 28:	Dimensionslose Flügeltiefe nach Betz und Schmitz	37
Bild 29:	Anströmwinkel nach Betz und Schmitz.....	38
Bild 30:	Vergleich der Leistungsbeiwerte nach Betz und Schmitz	38
Bild 31:	Leistungsbeiwert bei verschiedenen Gleitzahlen (Hau 2017), S.128.....	38
Bild 32:	Winkel am Flügelprofil	39
Bild 33:	Einbauwinkel über die Rotorblattlänge	40
Bild 34:	Auffädung der Profilschnitte über Druckpunkt.....	41
Bild 35:	Auffädung über t/4 Punkt	41
Bild 36:	Grenzschichtverhalten im unterkritischen Bereich.....	42
Bild 37:	Grenzschichtverhalten im überkritischen Bereich.....	43
Bild 38:	Airfoil Design Modus.....	44
Bild 39:	Anlegen eines neuen Profilpolars im XFOIL-Direct-Analysis-Modus	45
Bild 40:	Gleitzahl über Anstellwinkel für versch. Re Zahlen.....	45
Bild 41:	Eingabemaske Umgebungsbedingungen (Müller Engineering Solutions kein Datum)	48
Bild 42:	Eingabemaske Blattaerodynamik (Müller Engineering Solutions kein Datum)	49
Bild 43:	Eingabemaske Blattgeometrie (Müller Engineering Solutions kein Datum).....	49
Bild 44:	Leistungsbeiwert über Schnelllaufzahl (erster Berechnungsdurchgang)	50
Bild 45:	Schubbeiwert über Schnelllaufzahl (erster Berechnungsdurchgang)	50
Bild 46:	Rotorblatttiefen nach Betz und Schmitz für einen 9-Blattrotor (erster Berechnungsdurchgang).....	51

Bild 47:	Einbauwinkel nach Betz und Schmitz für einen 9-Blattroter (erster Berechnungsdurchgang)	51
Bild 48:	Darstellung der Parameterzusammenhänge	51
Bild 49:	Iterationsfolge	52
Bild 50:	Leistungsbeiwert über Schnelllaufzahl (zweiter Berechnungsdurchgang)	53
Bild 51:	Schubbeiwert über Schnelllaufzahl (zweiter Berechnungsdurchgang)	53
Bild 52:	Rotorblatttiefenverlauf des optimierten 9-Blattroters (zweiter Berechnungsdurchgang)	53
Bild 53:	Einbauwinkelverlauf des optimierten 9 Blattroters (zweiter Berechnungsdurchgang)	54
Bild 54:	Profilparameter der NACA-Profile (Hau 2017), S.131	54
Bild 55:	Verläufe der Skelettlinie und der Profilsehne.....	55
Bild 56:	Export der Konturpunkte.....	56
Bild 57:	Versobener Auffädelpunkt eines Profilschnitts.....	56
Bild 58:	Transformierte Profilgeometrie	57
Bild 59:	Grunddaten des Rotors	57
Bild 60:	Bearbeiteter Profilgenerator.....	58
Bild 61:	Makro ausführen.....	58
Bild 62:	Makroauswahlfenster.....	58
Bild 64:	Generierte Oberflächenstruktur	59
Bild 65:	Flügelprofil als Volumenkörper	59
Bild 66:	Rotorblattanschluss	59
Bild 67:	Skizze der Rotornabe als Neuneck.....	59
Bild 68:	Rotorblattaufnahme	60
Bild 69:	Vervollständigte Rotornabe	60
Bild 70:	Optimierter 9-Blatt Rotor.....	60
Bild 71:	Verwindung eines Rotorblattes (Draufsicht)	60

III Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Parameterliste für Flügeltiefen Dreiblattrotor	36
Tabelle 2: Parameterliste für Flügeltiefen Fünfblattrotor.....	36
Tabelle 3: Umfangsgeschwindigkeiten bei verschiedenen Schnelllaufzahlen	46
Tabelle 4: Maximale Rotorblatttiefen und Rotorblatttiefen an der Flügelspitze nach Schmitz	46
Tabelle 5: Übersicht der Reynoldszahlen in Abhängigkeit der Rotorblatttiefen an den Blattspitzen.....	47
Tabelle 6: Maximale Gleitzahlen verschiedener NACA-Profile.....	47
Tabelle 7: Maximale Gleitzahl verschiedener Rotoren mit NACA 2806 Profil	47
Tabelle 8: Leistungsbeiwerte bei Schnelllaufzahlen(erster Berechnungsdurchgang).....	50
Tabelle 9: Ermittelte Reynoldszahlen des 9 Blattrotors	53

IV Nomenklatur

Symbol	Einheit	Bedeutung
A_1	m^2	Fläche vor dem Wandler
A_2	m^2	Fläche der Wandlerebene
A_3	m^2	Fläche nach dem Wandler
A_F	m^2	Flügelfläche
a	–	axialer Induktionsfaktor
a'	–	tangentialer Induktionsfaktor
b	m	Flügelbreite
c	m/s	Anströmgeschwindigkeit
c_A	–	Auftriebsbeiwert
c_P	–	Leistungsbeiwert
c_S	–	Schubbeiwert
c_T	–	Tangentialbeiwert
c_W	–	Luftwiderstandsbeiwert
D	m	Rotordurchmesser
E	Nm	Energie
F	N	Kraft
F_A	N	Auftriebskraft
F_{AS}	m/s	Axialkomponente der Auftriebskraft
F_{AT}	m/s	Tangentialkomponente der Auftriebskraft
F_S	N	Schubkraft
F_T	Nm	Tangentialkraft
F_W	N	Luftwiderstandskraft
L	m	Rotorblattlänge
m	kg	Luftmasse
\dot{m}	kg/s	Massenstrom
n	$1/min.$	Rotordrehzahl
P	W	Leistung
P_0	W	Luftstromleistung
p	Pa	Druck
R	m	Rotorradius
Re	–	Reynoldszahl
r	m	lokaler Rotorblatradius
t	m	Flügeltiefe; Blattsehnenlänge
\bar{t}	–	dimensionslose Flügeltiefe
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
\dot{V}	m^3/s	Volumenstrom
v_1	m/s	Windgeschwindigkeit vor dem Wandler
v_2	m/s	Durchströmgeschwindigkeit
v_3	m/s	Windgeschwindigkeit nach dem Wandler
v_{ax}	m/s	axiale Anströmgeschwindigkeit
v_r	m/s	Geschwindigkeit Widerstandskörper
v_u	m/s	Blattspitzengeschwindigkeit
v_W	m/s	Windgeschwindigkeit
z	–	Rotorblattanzahl
Δp	Pa	Druckdifferenz
ϕ	$^\circ$	Anströmwinkel
ϕ_A	$^\circ$	Anstellwinkel
ϕ_{Bau}	$^\circ$	Einbauwinkel
Ω	$1/s$	Rotorwinkelgeschwindigkeit
ε	–	Gleitzahl
η	–	Wirkungsgrad
λ	–	Schnelllaufzahl
λ_A	–	Auslegungsschnelllaufzahl
ρ	kg/m^3	Luftdichte
σ	–	Flächendichte
ν	m^2/s	kinematische Viskosität

1 Einleitung

1.1 Motivation

Der Energiebedarf steigt im heutigen Zeitalter unaufhörlich mit der Bevölkerungszahl. Da das Vorkommen an fossilen Brennstoffen begrenzt ist bzw. es immer schwieriger wird, diese zu fördern, ist es umso wichtiger, Energieformen zu nutzen, welche unabhängig von endlichen Energiequellen zur Verfügung stehen. Nicht allein die immer knapper werdenden Ressourcen fossiler Energieträger stellen die Menschheit vor großen Herausforderungen. Auch der immer weiter voranschreitende Klimawandel muss zukünftig gestoppt werden. Atomkraft stellt eine Möglichkeit der Energiegewinnung als Alternative zu fossilen Energiegewinnung dar. Allerdings ist das Gefahrenpotential, welches von Atomenergie ausgeht, nicht zu unterschätzen. Vor allem nukleare Katastrophen wie Tschernobyl 1986 oder Fukushima 2011 tragen zum Umdenken im Bereich dieser Art der Energieerzeugung und somit zur Weiterentwicklung regenerativer Energiegewinnung bei. Selbst heute noch nach über 30 Jahren sind die verheerenden Auswirkungen der Nuklearkatastrophe von Tschernobyl spürbar. Das macht deutlich, wie wichtig es ist, zukünftig auf Atomenergie zu verzichten. Um auch weiterhin den immer größer werdenden Energiebedarf decken zu können, ist das Thema der regenerativen Energiegewinnung aktueller denn je.

Wind als ein Produkt der Sonnenstrahlung steht der Menschheit nahezu unbegrenzt zur Verfügung. Die Nutzung der Windenergie hat eine lange Historie. Anfangs eingesetzt als Windmühlen werden heutige Windkraftanlagen größtenteils zur Stromerzeugung genutzt. Windenergie ist heutzutage eine der wichtigsten Alternativen zu den konventionellen Energieträgern. Der Primärenergiebedarf, welcher durch moderne Windkraftanlagen gedeckt werden kann, wächst seit Jahren stetig an.

Die maximal abführbare Leistung des Windes ist nach dem Betzschen Gesetz auf rund 59 Prozent begrenzt. Zudem spielen Verluste durch den Energiewandlungsprozess, den Energietransporte und durch die Einspeisung der Energie ins Netz eine große Rolle. Daher ist es umso wichtiger, die Technik der Windenergieanlagen fortlaufend zu optimieren, um möglichst viel Wind wandeln und den Gesamtwirkungsgrad der Energiewandlungskette verbessern zu können. Auch sollte weiterhin an alternativen Windwandlungssystemen gearbeitet werden.

Ein Konzept, welches der uns im täglichen Leben begegnenden klassischen Dreiblatt Windkraftanlage in Zukunft Konkurrenz machen könnte, ist die Multirotorwindenergieanlage. Als Multirotoranlage versteht sich ein Turm, welcher eine Trägerstruktur mit mehreren kleinen Rotoren trägt. Hierbei ist es möglich mehr Leistung zu erzielen, ohne dabei die Rotoren zwangsläufig immer größer werden zu lassen wie es bei den klassischen Windkraftanlagen aktuell immer noch der Fall ist.

Das Forschungsprojekt X-Multirotor der HAW-Hamburg befasst sich mit genau dieser Thematik. Die vorliegende Bachelorthesis leistet einen Beitrag in Bezug auf die für eine Demonstrationsanlage zum Einsatz kommenden Rotorblätter.

1.2 Aufgabenstellung

Das Ziel dieser Bachelorthesis ist es, ein für den Kleinst-Multirotor optimiertes Rotorblatt zu entwerfen. Dazu sind die nachfolgend aufgelisteten Arbeitsschritte zu absolvieren.

- 1) Die Einarbeitung und Herleitungen der grundlegenden mathematischen Beziehungen. Dazu zählen:
 - a) die Grundlagen der Blattelementtheorie
 - b) die optimale Rotorgeometrie nach Betz und Schmitz sowie
 - c) die Darstellung grundsätzlicher Unterschiede von Rotoren mit erheblichen Durchmesserunterschieden ($D > 100$ m und $D < 0,5$ m).
- 2) Das Anwenden eines Berechnungswerkzeuges, welches die Blattelementmethode verwendet.
- 3) Die Optimierung des Rotorblattes unter Variation der Blattanzahl, der Schnelllaufzahl sowie ggf. der Blattprofile. Das Optimierungsziel ist hierbei einen maximalen Leistungsbeiwert zu erreichen. Die Drehzahl bzw. die Schnelllaufzahl soll dabei so gering wie möglich gehalten werden. Zudem ist der Schubbeiwert über die Schnelllaufzahl zu ermitteln.
- 4) Die Überführung des optimierten Rotors in ein 3D-CAD-System.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gibt die unter Kapitel 1.2 beschriebene Aufgabenstellung in untergliederten Punkten wieder.

Begonnen wird mit der Einleitung in das Thema und der Aufgabenstellung.

Es folgen im zweiten Kapitel die themenspezifischen Grundlagen zur Physik und Aerodynamik. Im dritten Kapitel werden zwei Auslegungstheorien für Windturbinen vorgestellt und anschließend miteinander verglichen.

Zudem werden im vierten Kapitel Unterschiede von sehr kleinen zu sehr großen Rotoren dargestellt.

Im fünften Kapitel wird die Anwendung eines Berechnungswerkzeuges zur Optimierung eines Rotors erläutert.

Das sechste Kapitel beinhaltet die Konstruktion des optimierten Rotors bzw. dessen Rotorblätter.

Abgeschlossen wird die Arbeit mit dem Fazit, dem Ausblick sowie dem Anhang.

2 Grundlagen

Die Aufgaben von Windenergieanlagen bestehen darin, die kinetische Strömungsenergie des Windes in mechanische Rotationsenergie und diese wiederum in elektrische Nutzenergie zu wandeln. Der Rotor eines Energiewandlers steht an erster Stelle in der Wirkungskette. Daher ist es besonders wichtig, bereits an dieser Stelle einen möglichst hohen Wirkungsgrad zu erzielen. Wie in Kapitel 2.2.1 gezeigt wird, ist die theoretisch aus dem Wind entnehmbare Leistung auf rund 59 Prozent begrenzt. Dies macht umso deutlicher, dass ein Rotor bzw. dessen Rotorblätter optimal ausgelegt sein sollten.

Es wird unterschieden nach welcher aerodynamischen Wirkungsweise und nach welchem konstruktiven Aufbau die Umwandlung in Rotationsenergie geschieht. Nachfolgend wird erläutert, was unter einer Multirotoranlage zu verstehen ist. Anschließend werden verschiedene Prinzipien der Energiewandlung und Bauformen bzw. Unterscheidungsmerkmale von diversen Energiewandlern aufgezeigt.

2.1 Multirotoranlagen

Die Idee der Multirotoranlagen reicht viele Jahre zurück. Bereits in den 1930er Jahren entwarf der Erfinder und als Visionär der Windkraftnutzung bekannte Hermann Honnef ein Multirotor-Konzept. Dieses Konzept hat sich allerdings aufgrund vielerlei Probleme nicht durchgesetzt. Seine Visionen sahen Windkraftwerke mit Höhen bis zu 500 m und Rotordurchmesser von 160 m vor. Diese Rotoren sollten sich zudem gegenläufig drehen.

Bild 1 zeigt eine Multirotoranlage nach dem Konzept von Honnef.

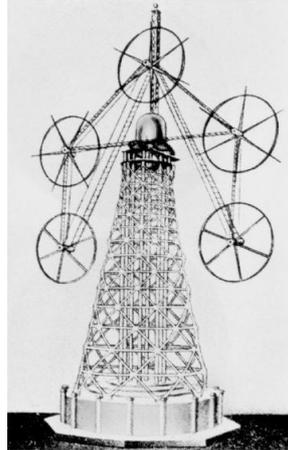


Bild 1: Multirotor Windkraftwerk-Konzept von Honnef (Hau 2017), S.30

Heutzutage ist der Gedanke eine Multirotoranlage zu verwirklichen, gar nicht mehr so abwegig. Verfolgt man bisher den Anspruch mittels immer größer werdenden Rotordurchmessern immer mehr Leistung zu generieren, so stößt man bald an die physikalischen Grenzen des Machbaren. Auch Transportprobleme gehen mit der Größe von Rotorblättern einher. Nicht nur der Transport, sondern auch die Installation stellt die Betreiber solch großer Anlagen vor immer neue Herausforderungen.

Der dänische Windkraftanlagenhersteller Vestas testet in Zusammenarbeit mit der technischen Universität Dänemark bereits seit April 2016 ein Multirotor-Konzept. Dieser Multirotor ist mit vier Einzelrotoren mit je 225 kW Leistung und einem Durchmesser von 29 m versehen. Solche Anlagen bringen einige Vorteile mit sich. Das Transportproblem der Rotorblätter beispielsweise wäre mit solch kleinen Einzelrotoren gelöst. Es müsste lediglich nur ein Turm mit nur einem Fundament errichtet werden. Der Ausfall eines Rotors würde nicht zwangsläufig den Ausfall der kompletten Anlage bedeuten.

Ein neues Konzept bringt aber auch neue Probleme mit sich. So muss die Tragestruktur eines solchen Multirotors große Belastungen standhalten. Auch die Pitch-Regelung der einzelnen Rotorblätter gestaltet sich umfangreicher. Als Pitch-Regelung wird das Verdrehen einzelner Rotorblätter entlang ihrer Längsachse verstanden. Zudem ist fraglich, ob solche Anlagen in der Bevölkerung Akzeptanz finden.

Bild 2 zeigt den Konzeptentwurf der dänischen Anlage.



Bild 2: Multirotor-Konzept Vestas (Vestas kein Datum)

2.2 Physikalische Grundlagen

2.2.1 Das Betzsche Gesetz

Der Physiker und Strömungsforscher Albert Betz veröffentlichte 1920 einen Beitrag in dem er nachwies, dass aus kinetischer Energie des Windes maximal 59,3 Prozent als mechanische Leistung entzogen werden kann (Betz 1982). Dieser Wert ist nur theoretischer Natur und kann nur von einer idealen Maschine erreicht werden. Dabei wird die Durchströmung eines stark idealisierten Windenergiewandlers beschrieben. Hierbei wird die Verzögerung der Luftgeschwindigkeit und Umlenkung der Stromlinien in der Ebene betrachtet.

Die Luftmasse m , welche sich mit einer gewissen Geschwindigkeit v_W bewegt, lässt sich durch die kinetische Energie E beschreiben (Hau 2017), S.85:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_W^2 \quad (2.1)$$

Wird ein Querschnitt A von Luft mit der Geschwindigkeit v durchströmt, so lässt sich daraus der Volumenstrom \dot{V} bestimmen (Hau 2017), S.86:

$$\dot{V} = v_W \cdot A \quad (2.2)$$

Mit der Luftdichte ρ folgt der Massenstrom \dot{m} (Hau 2017), S.86:

$$\dot{m} = \rho \cdot v_W \cdot A \quad (2.3)$$

Aus den vorangegangenen Ansätzen lässt sich die Energiemenge pro Zeit bestimmen, welche sich durch eine Querschnittsfläche A bewegt. Die Energiemenge pro Zeit ist identisch mit der physikalischen Leistung P (Hau 2017), S.86:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_W^3 \cdot A \quad (2.4)$$

Um festzustellen, wieviel mechanische Leistung dem Luftstrom durch einen Energiewandler entzogen werden kann, müssen die Zustände vor und hinter diesem betrachtet werden (vgl. Bild 3). Index 1 bezieht sich auf die Zustände vor und Index 3 auf die Zustände nach der Wandlung. Sowohl der Massenstrom als auch die Dichte des Luftstroms bleiben bei dieser Betrachtung konstant. Dies bedeutet, dass die entnommene Leistung sich auf die Geschwin-

digkeit v_3 des Luftstroms niederschlägt und diese sich verringert. Folglich muss sich die Querschnittsfläche A_3 vergrößern. Die Leistungsdifferenz des Luftstroms vor und hinter dem Energiewandler entspricht der wandelbaren mechanischen Leistung (Hau 2017), S.86:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_1 \cdot v_1^3 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_3 \cdot v_3^3 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (A_1 \cdot v_1^3 - A_3 \cdot v_3^3) \quad (2.5)$$

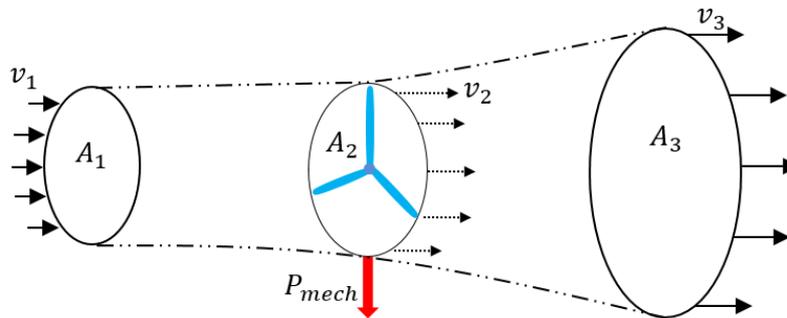


Bild 3: Strömungsverhältnisse nach Betz

Aus der Kontinuitätsgleichung folgt die Erhaltung des Massenstroms (Hau 2017), S.87:

$$\rho \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho \cdot v_3 \cdot A_3 \quad (2.6)$$

Daraus folgt:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1 \cdot A_1 \cdot (v_1^2 - v_3^2) = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_3^2) \quad (2.7)$$

Theoretisch lässt sich eine maximale Leistung bei einer Abströmgeschwindigkeit von $v_3 = 0$ erzielen. Läge dieser Zustand vor, so würde auch die Zuströmgeschwindigkeit v_1 zu Null werden. Es würde also keine Strömung stattfinden. Physikalisch sinnvoller wird die Bestimmung der Leistung durch die Betrachtung eines Verhältnisses der beiden Luftströme v_3/v_1 zueinander.

Es ist eine weitere Betrachtung notwendig, um die mechanische Leistung des Wandlers zu bestimmen. Der Impulssatz liefert diese notwendige Betrachtung. Durch den Impulssatz lässt sich die Schubkraft F_S , welche von der Luft auf dem Wandler ausgeübt wird, bestimmen (Hau 2017), S.87:

$$F_S = \dot{m} \cdot (v_1 - v_3) \quad (2.8)$$

Die Luftmasse wird durch die Schubkraft mit der in der Strömungsebene des Wandlers herrschenden Luftgeschwindigkeit v_2 verschoben. Die für diesen Vorgang notwendige Leistung ergibt sich zu (Hau 2017), S.87:

$$P = F_S \cdot v_2 = \dot{m} \cdot (v_1 - v_3) \cdot v_2 \quad (2.9)$$

Es lässt sich also die mechanische Leistung auf zwei verschiedenen Wegen bestimmen. Durch die Gleichsetzung dieser beiden Gleichungen, kann die Durchströmgeschwindigkeit v_2 ermittelt werden (Hau 2017), S.87:

$$\frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_3^2) = \dot{m} \cdot (v_1 - v_3) \cdot v_2 \quad (2.10)$$

Somit ergibt sich die Durchströmgeschwindigkeit aus dem arithmetischen Mittel der Luftströme v_1 und v_3 (Hau 2017), S.87:

$$v_2 = \frac{v_1 + v_3}{2} \quad (2.11)$$

Dass die Geschwindigkeit v_2 wirklich dem Mittelwert aus v_1 und v_3 entspricht, wird im Froude-Rankineschem-Theorem bewiesen (Gasch und Twele 2011), S.184 ff.

Der Massenstrom ergibt sich also zu (Hau 2017), S.87:

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot v_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot (v_1 + v_3) \quad (2.12)$$

Die mechanische Leistung wird hiermit zu (Hau 2017), S.88:

$$P = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot A \cdot (v_1^2 - v_3^2) \cdot (v_1 + v_3) \quad (2.13)$$

Zum Vergleich dieser Leistung wird sie mit der Luftstromleistung P_0 verglichen, welche vorliegt, wenn der Luftstrom einen konstanten Querschnitt durchströmt. Dabei wird diesem Luftstrom keine mechanische Leistung entzogen (Hau 2017), S.88:

$$P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A \quad (2.14)$$

Das Verhältnis der beiden Leistungen P und P_0 zueinander wird als Leistungsbeiwert c_P bezeichnet (Hau 2017), S.88:

$$c_P = \frac{P}{P_0} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \rho \cdot A \cdot (v_1^2 - v_3^2) \cdot (v_1 + v_3)}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v_1^3} \quad (2.15)$$

Der Leistungsbeiwert kann durch mathematische Umformungen als Funktion des Geschwindigkeitsverhältnisses v_3/v_1 angegeben werden (Hau 2017), S.88:

$$c_P = \frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^2 \right] \cdot \left[1 + \frac{v_3}{v_1} \right] \quad (2.16)$$

Bild 4 zeigt den Zusammenhang zwischen Leistungsbeiwert c_P und des Luftstromverhältnisses v_3/v_1 .

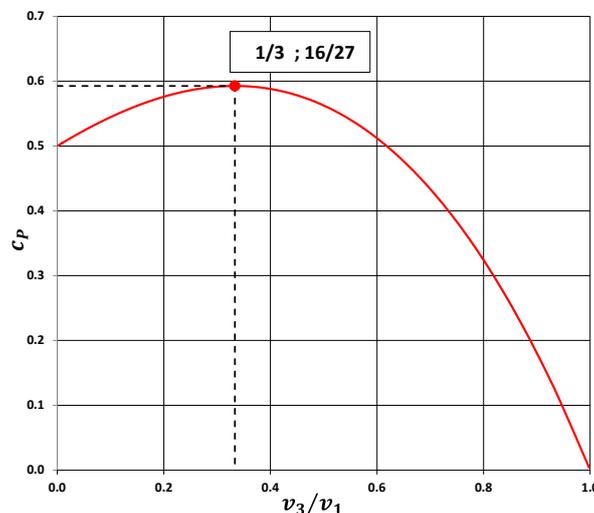


Bild 4: Leistungsbeiwert in Abhängigkeit des Luftstromverhältnisses

Liegt ein Geschwindigkeitsverhältnis $v_3/v_1 = 1/3$ vor, so ergibt sich der Leistungsbeiwert zu $c_{P(1/3)} = c_{P_{max.}} = 16/27 = 0,593$. Es wird deutlich, dass maximal 59,3 Prozent der im Wind vorhandenen Energie in mechanische Energie umgewandelt werden kann. Dieser Leistungsbeiwert wird auch als „idealer Leistungsbeiwert“ oder auch „Betz-Faktor“ bezeichnet.

Bezogen auf die Kreisfläche $A = \pi \cdot R^2$ eines Rotors berechnet sich die abführbare Leistung wie folgt:

$$P_{Betz} = \frac{16}{27} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \cdot (\pi \cdot R^2) \quad (2.17)$$

Da sich dieser Leistungsbeiwert bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $v_2/v_1 = 1/3$ einstellt, lassen sich daraus zudem die Durchströmgeschwindigkeit v_2 und die hinter dem Energiewandler herrschende reduzierte Luftgeschwindigkeit v_3 berechnen (Hau 2017), S.89, 90:

$$v_2 = \frac{2}{3} \cdot v_1 \quad (2.18)$$

$$v_3 = \frac{1}{3} \cdot v_1 \quad (2.19)$$

In Bild 5 werden die Strömungsverhältnisse deutlich, welche bei der Durchströmung des idealen Windenergiewandlers vorliegen. Es lassen sich das Stromlinienbild als auch die Strömungsgeschwindigkeit und der statische Druck grafisch entnehmen. Zu erkennen ist, dass sich die Luftgeschwindigkeit mit der Annäherung an den Wandler zunehmend verringert. Bei der Durchströmung des Wandlers wird die Luftgeschwindigkeit bis auf ihren Minimalwert von $v_3 = \frac{1}{3} \cdot v_1$ reduziert. Gleichzeitig wird veranschaulicht, dass sich die Stromröhre mit der Reduzierung der Luftgeschwindigkeit aufweitet. Der größte Durchmesser der Stromröhre liegt somit an der Stelle der minimalsten Windgeschwindigkeit.

Der statische Druck p_0 steigt zunächst an. Wird die Wandlerebene erreicht, so fällt der Druck wieder ab um schließlich weiter hinter dem Wandler seinen Ausgangswert zu erreichen.

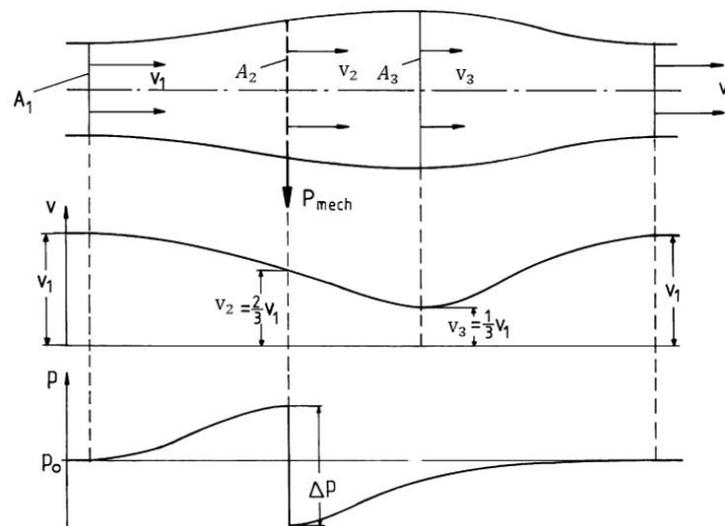


Bild 5: Vorherrschende Strömungsverhältnisse beim idealen Energiewandler (Hau 2017), S.89

2.3 Aerodynamische Grundlagen und Kennzahlen

Um die kinetische Energie strömender Luft nutzen zu können, ist ein Energiewandlungsprinzip notwendig. Es wird grundsätzlich zwischen zwei verschiedenen Prinzipien unterschieden. Dem Widerstands- und dem Auftriebsprinzip. Diese Prinzipien erlauben die Umwandlung kinetischer Energie in Rotationsenergie, welche wiederum in elektrische Nutzenergie gewandelt werden kann. Unterschieden wird bei der Einordnung der beiden Windumwandlungsprinzipien je nachdem, ob der Luftwiderstand oder die Auftriebskraft genutzt wird, um die Strömungsenergie zu wandeln.

2.3.1 Auftriebs- und Widerstandsbeiwert

Der Auftriebsbeiwert c_A bildet in Kombination mit dem Widerstandsbeiwert c_W ein wichtiges Paar, wenn es um die Auslegung und Konstruktion von Auftriebsprofilen geht. Die beiden dimensionslosen Beiwerte sind abhängig von der Orientierung des umströmten Körpers in der Fluidströmung und der vorliegenden Reynoldszahl Re . Die Orientierung des Körpers wird durch den Anstellwinkel ϕ_A beschrieben. Werden diese beiden Beiwerte ins Verhältnis gesetzt, so ergibt sich die Gleitzahl ε . In Diagrammen werden die Beiwerte oft in Abhängigkeit des Anstellwinkels grafisch dargestellt, um so die aerodynamischen Eigenschaften eines umströmten Profils beurteilen zu können. Darüber hinaus können die Beiwerte noch in weiteren Diagrammen dargestellt werden. Solche Diagramme werden als Profilpolare bezeichnet.

Üblicherweise werden diese beiden Beiwerte experimentell im Windkanal ermittelt. Das bedeutet, dass jeder Körper bzw. jedes Profil seine eigenen Beiwerte besitzt. Die beiden Kennzahlen sind notwendig um zu ermitteln, wieviel Auftriebs- bzw. Widerstandskraft ein umströmter Körper erfahren kann.

Bild 6 zeigt beispielhaft den Verlauf der Beiwerte eines Flügelprofils in Abhängigkeit des Anstellwinkels.

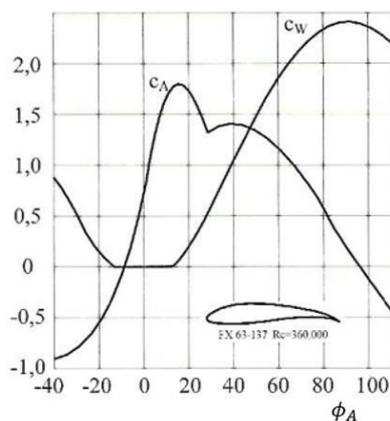


Bild 6: Diagramm Auftriebs- und Widerstandsbeiwert eines Flügelprofils (Gasch und Twele 2011), S.43

Es lassen sich die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte alternativ auch mittels Software berechnen. In Kap. 5.1 wird ein solches Programm vorgestellt und angewendet.

2.3.2 Gleitzahl

Als Gleitzahl wird das Verhältnis des Auftriebes zum Widerstand bezeichnet. Mit dieser Kennzahl wird das wichtigste Kriterium eines aerodynamischen Flügelprofils eingeführt. (Gasch und Twele 2011), S.189.

$$\varepsilon = \frac{F_A}{F_W} = \frac{c_A(\phi_A)}{c_W(\phi_A)} \quad (2.20)$$

Mit der Gleitzahl wird auch die Güte des Rotorblattes beschrieben. Sie ist abhängig vom Rotorblattprofil und dessen Anstellwinkel. Je größer die Gleitzahl ausfällt, umso geringer fallen die Luftwiderstandsverluste und aus. Demnach steigt der Wirkungsgrad mit zunehmender Gleitzahl. Besonders im Bereich der Rotorblattspitze sind hohe Gleitzahlen aufgrund der hier entstehenden Blattspitzenverluste wichtig. Im äußersten Drittel des Rotorblattes wird diesem am meisten Energie entzogen.

2.3.3 Das Widerstandsprinzip

Die Idee bei Widerstandsläufern basiert darauf, dem Wind eine Widerstandsfläche entgegenzustellen und diesen somit abzubremesen. Es entsteht die Widerstandskraft F_W , welche zur Leistungsgenerierung genutzt werden kann. Das Widerstandsprinzip stellt die einfachste Art dar Windenergie zu nutzen.

Trifft Luft mit der Geschwindigkeit v_W auf eine Fläche, so kann die Leistungsaufnahme P des angeströmten Körpers mittels der Geschwindigkeit v_r mit der sich die Fläche bewegt, wie folgt ermittelt werden (Hau 2017), S.91:

$$P = F_W \cdot v_r \quad (2.21)$$

Die Widerstandskraft lässt sich durch die angeströmte Fläche A , dem Widerstandsbeiwert, der Luftdichte ρ und der Relativgeschwindigkeit v berechnen. Die Relativgeschwindigkeit wird aus $v_W - v_r$ gebildet (Hau 2017), S.91:

$$F_W = c_W \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v_W - v_r)^2 \cdot A \quad (2.22)$$

Die Leistung ergibt sich dann zu (Hau 2017), S.91:

$$P = \frac{\rho}{2} \cdot c_W \cdot (v_W - v_r)^2 \cdot A \cdot v_r \quad (2.23)$$

Wird nun die Leistung durch die im Luftstrom enthaltene Leistung P_0 dividiert, so erhält man den Leistungsbeiwert c_P des Widerstandsläufers (Hau 2017), S.92:

$$c_P = \frac{P}{P_0} = \frac{\frac{\rho}{2} \cdot c_W \cdot A \cdot (v_W - v_r)^2 \cdot v_r}{\frac{\rho}{2} \cdot v_W^3 \cdot A} \quad (2.24)$$

Der maximale Leistungsbeiwert ergibt sich bei einem Geschwindigkeitsverhältnis $v_r/v_W = 1/3$ zu $c_{P(1/3)} = c_{P_{max.}} = 4/27 \cdot c_W$.

Unter Berücksichtigung des maximalen Widerstandsbeiwertes $c_W = 1,3$ einer konkav gekrümmten Widerstandsfläche (Hau 2017), S.92, ergibt sich der maximale Leistungsbeiwert zu: $c_{P_{max.}} = 4/27 \cdot 1,3 = 0,193$.

Bild 7 zeigt die wirkende Widerstandskraft und Windverhältnisse an einem Widerstandsläufer.

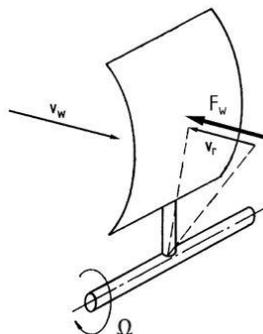


Bild 7: Prinzipische Skizze Widerstandsläufer (Hau 2017), S.91

2.3.4 Prinzip des aerodynamischen Auftriebes

Das Prinzip des Auftriebsläufers ist die am häufigsten verbreitete Variante zur Windenergiegewinnung. Durch Nutzung des aerodynamischen Auftriebes lassen sich durch den Energiewandler Leistungsbeiwerte erzielen, die nahe an den idealen Leistungsbeiwert heranreichen. Die Nutzung des Auftriebes hat eine deutliche Steigerung des Wirkungsgrades zur Folge.

Um den Auftrieb nutzen zu können, müssen die Rotorblätter des Auftriebsläufers dementsprechend gestaltet sein. Rotorblätter heutiger Windkraftanlagen sind so konstruiert, dass die Auftriebskraft F_A bei einer Windströmung möglichst groß wird. Die Auftriebskraft entsteht durch Druckdifferenzen am Flügelprofil. Diese Druckdifferenzen lassen sich durch Wölbung und/oder durch Anstellen des Flügelprofils realisieren. Dabei wird der Weg der umströmenden Luft auf der Oberseite des Profils länger als auf der Unterseite. Dies hat zur Folge, dass oberhalb des Profils Unterdruck und unterhalb Überdruck vorherrschen und somit die Auftriebskraft generiert wird.

Bild 8 zeigt beispielhaft die Druckverhältnisse an einem angestellten Flügelprofil.

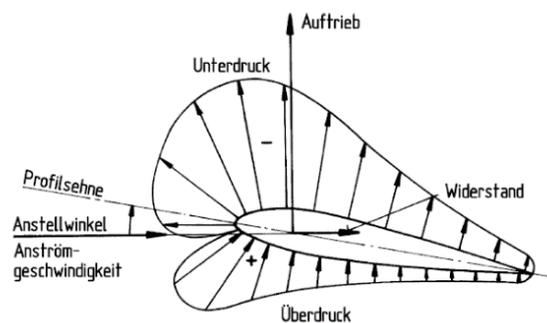


Bild 8: Druckverhältnisse am Flügelprofil (Hau 2017), S.92

Die Tragflügeltheorie liefert bei der Betrachtung eines um ϕ_A angestellten Tragflügelelementes die Auftriebs- bzw. Widerstandskraft. Die Auftriebskraft ist proportional zur Flügelfläche $A_F = t \cdot b$. Zudem steigt sie quadratisch mit der Geschwindigkeit v an (Gasch und Twele 2011), S.43 und 186:

$$F_A = c_A(\phi_A) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot (t \cdot b) \quad (2.25)$$

$$F_W = c_W(\phi_A) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot (t \cdot b) \quad (2.26)$$

Auf Bild 9 ist ein solches Tragflügelelement mit seinen Dimensionen t und b dargestellt.

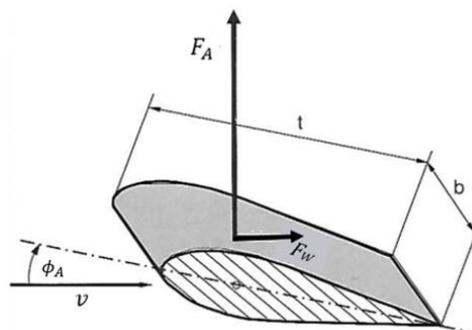


Bild 9: Tragflügelelement aus der Tragflügeltheorie (Gasch und Twele 2011), S.187

Bild 10 zeigt die vorherrschenden Kraft- und Windvektoren am Auftriebsläuferprofil.

Das Profil wird durch die Windgeschwindigkeit v_w in der Rotorebene in Rotation versetzt. Zusammen mit der aus der Rotation hervorgehenden Umfangsgeschwindigkeit u ergibt sich die

resultierende Anströmgeschwindigkeit v_r . Wie sich erkennen lässt, befindet sich die Widerstandskraft auf einer Linie mit der Anströmgeschwindigkeit. Die Auftriebskraft wiederum steht senkrecht auf der Widerstandskraft und lässt sich in F_{AT} und F_{AS} zerlegen. Diese beiden Komponenten sind die Tangential- bzw. Axialkomponenten der Auftriebskraft. Die Tangentialkomponente ist für das Antriebsmoment des Rotors verantwortlich. Der Rotorschub wird durch die Axialkomponente erzeugt.

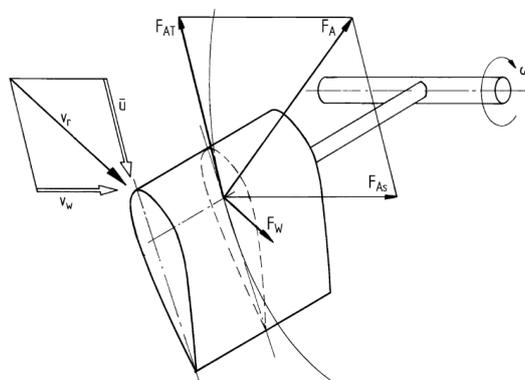


Bild 10: Prinzip Skizze Auftriebsläufer (Hau 2017), S.93

2.3.5 Schnelllaufzahl

Wird die Blattspitzengeschwindigkeit v_u mit der Windgeschwindigkeit ins Verhältnis gesetzt, so ergibt sich die Schnelllaufzahl λ . Die Blattspitzengeschwindigkeit ergibt sich aus dem Produkt der Rotorradius R mit der Rotorwinkelgeschwindigkeit Ω . Für die aerodynamische Auslegung von Rotorblättern stellt die Schnelllaufzahl eine hilfreiche und wichtige dimensionslose Kennzahl dar.

Die Schnelllaufzahl berechnet sich wie folgt (Gasch und Twele 2011), S.53:

$$\lambda = \frac{v_u}{v_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot R}{v_1} = \frac{\Omega \cdot R}{v_1} \quad (2.27)$$

Anhand der Auslegungsschnelllaufzahl λ_A kann bei Windenergieanlagen zwischen Langsam- und Schnellläufern unterschieden werden. Auftriebsläufer mit Schnelllaufzahlen zwischen $\lambda_A = 2,5$ bis 15 werden als Schnellläufer bezeichnet. Liegt die Schnelllaufzahl im unterhalb von 2,5 so spricht man von Langsamläufer.

Grundsätzlich kann angenommen werden, dass Langsamläufer wegen ihres hohen Anlaufmomentes eine große Rotorfläche und somit mehr Rotorblätter benötigen als Schnellläufer. Schnellläufer hingegen verfügen über höhere Auslegungsschnelllaufzahlen. Aufgrund dessen kommen sie mit weniger Rotorblättern aus. Diese können daher schlanker mit dem Fokus auf die Aerodynamik gestaltet werden. Bei relativ hohen Umlaufgeschwindigkeiten wird weniger Flügelprofiltiefe für die notwendige Auftriebserzeugung verlangt. Dies hat allerdings Folgen im Hinblick auf die Festigkeit. Der tragende Querschnitt wird geringer wodurch notwendige Festigkeitswerte nicht mehr erreicht werden können. Es wird also in der Praxis nach einem Kompromiss für die optimale Auslegungsschnelllaufzahl verlangt.

Zunächst wird der Auslegungspunkt der Anlage bestimmt. Für den Auslegungspunkt sind die Nenndrehzahl n sowie der Rotorradius festzulegen. Um die optimale Auslegungsschnelllaufzahl festzulegen, fehlt noch der Parameter der Windgeschwindigkeit. Dieser wird üblicherweise je nach Aufstellungsort der Anlage festgelegt. Es gibt also keine rein mathematisch bestimmbare optimale Auslegungsschnelllaufzahl. Für heutige Anlagen werden im Auslegungspunkt in der Regel Schnelllaufzahlen zwischen $\lambda_A = 6$ bis 12 gewählt.

Auf Bild 11 sind die verschiedenen Anlagentypen mit den jeweiligen Auslegungsschnelllaufzahlen dargestellt.

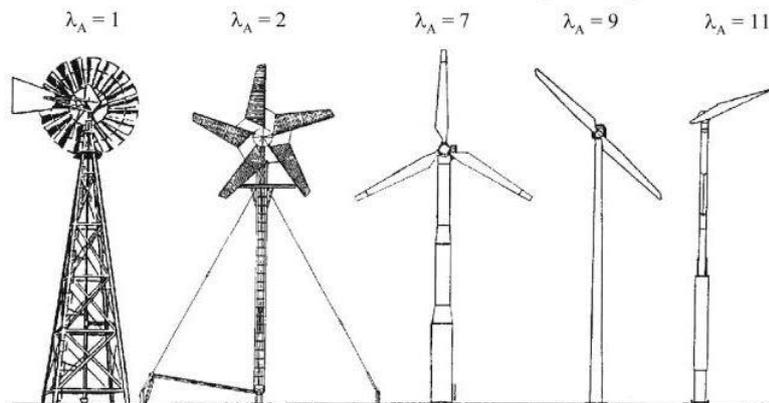


Bild 11: Auslegungsschnelllaufzahlen verschiedener Anlagen (Gasch und Twele 2011), S.54

2.3.6 Schubbeiwert

Die Kosten einer Windenergieanlage bzw. die Kosten für den notwendigen Turm, werden im Wesentlichen durch die Schubkraft bestimmt. Die Schubkraft verursacht eine Biegung des Turms. Dieser ist je nach auftretender Schubkraft zu dimensionieren.

Für den Impulsverlust der strömenden Luft nach dem Rotor ist der Schubbeiwert von entscheidender Bedeutung. Für die Auslegung von Windparks spielt der Schubbeiwert eine wichtige Rolle, wenn es um die Beurteilung von Abschattungen geht. Die einzelnen Windkraftanlagen in den Windparks beeinflussen sich gegenseitig. Hierbei wird durch entstehende Abschattungen (leeseitig vgl. dazu Bild 15) die Windgeschwindigkeit reduziert. Reduzierte Windgeschwindigkeit hat für Windkraftanlagen innerhalb des Abschattungsbereiches einen Ertragsverlust zur Folge.

Mathematisch ausgedrückt lässt sich der Schubbeiwert wie folgt berechnen (Hansen 2015), S.27:

$$c_s = \frac{F_s}{0,5 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \pi \cdot R^2} \quad (2.28)$$

2.4 Konstruktive Unterscheidungen

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal, auf welche Weise Windenergie genutzt wird, ist die Unterscheidung nach der Rotationsachse des Windenergiekonverters. Auch hier gibt es zwei voneinander verschiedene Arten. Es wird unterschieden nach vertikaler und nach horizontaler Drehachse.

2.4.1 Rotationachse mit vertikaler Ausrichtung VAWT

Die geschichtlich älteste Bauweise von Windrotoren sind jene mit vertikaler Drehachse. Es gibt sowohl Vertikalachsen die nach dem Widerstandsprinzip, als auch nach dem Auftriebsprinzip arbeiten. Drei Vertreter dieser Ausrichtungsvariante sind der Savonius-, der Darrieus- und der H-Rotor. Der große Vorteil dieser Bauweisen liegt in der Windrichtungsunabhängigkeit. Das bedeutet, dass für diese Art der Windenergienutzung kein Windnachführungssystem (Azimut-System) notwendig ist, um den Rotor „in den Wind zu drehen“. Nachteile dieser Bauarten sind geringe Schnelllaufzahlen, welche eine Nutzung zur Energiegewinnung eher unattraktiv machen.

In Bild 12 sind diese drei Varianten der vertikalen Achsausrichtung dargestellt.

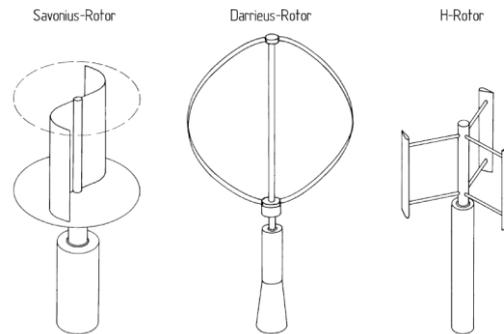


Bild 12: Energiewandler mit vertikaler Drehachse (Hau 2017), S.68

2.4.2 Rotationachse mit horizontaler Ausrichtung HAWT

Die am häufigsten gebräuchliche Form zur Windenergienutzung stellt die Bauart der Horizontalachser dar. Die Vorteile, welche die Bauart mit sich bringt, sind bis heute unübertroffen. Zu den wesentlichen Vorteilen gehören unter anderem die Möglichkeiten zur unabhängigen Verstellung der Rotorblätter und der hohe Wirkungsgrad. Durch die Verstellung der Rotorblätter lässt die Drehzahl des Rotors und somit die Leistungsabgabe regulieren. Außerdem wird diese Verstellmöglichkeit (Pitch) zum Schutz der Anlage bei zu hohen Windgeschwindigkeiten genutzt. Der hohe Wirkungsgrad ist mitunter auf die Aerodynamik der Rotorblätter zurück zu führen. Diese können heutzutage so gestaltet werden, dass Leistungsbeiwerte $c_p > 0,5$ erreicht werden können. Bild 13 zeigt eine Auswahl an Windenergieerzeugern. Hier zeigt sich, dass sich bei Nutzung eines 3-Blattrotors mit Auftriebsprinzip in Verbindung mit einer horizontalen Drehachse ein Leistungsbeiwert erreichen lässt, welcher nahe an dem optimalen Leistungsbeiwert heranreicht.

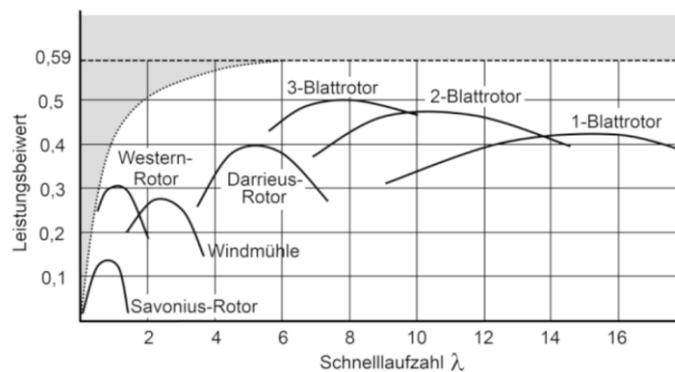


Bild 13: Vergleich verschiedener Windrotoren (Diekmann und Rosenthal 2014), S.83

Eine typische Ausführung für einen Auftriebsläufer mit horizontal ausgerichteter Drehachse wird in Bild 14 gezeigt.

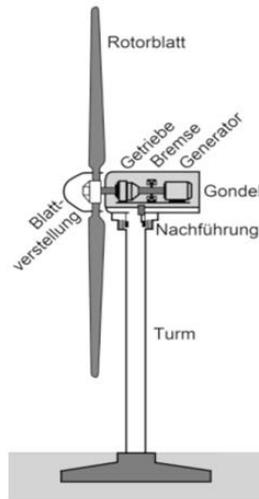


Bild 14: Prinzipskizze Windkraftanlage mit horizontaler Drehachse (Diekmann und Rosenthal 2014), S.78

2.4.3 Orientierung des Rotors

Bei Windkraftanlagen mit horizontaler Drehachse wird unterschieden, wie sich der Rotor im Wind orientiert. Wie Bild 15 verdeutlicht, bezeichnet ein Luvläufer eine Windkraftanlage dessen Rotor dem Wind zugewandt ist. Der Luvläufer bringt einen entscheidenden Vorteil mit sich. Aufgrund der Rotorstellung wird dem Windschatten hinter dem Turm ausgewichen. Heutige Windkraftanlagen zur Stromerzeugung sind größtenteils nach diesem Prinzip konzipiert.

Als Leeläufer werden Windkraftanlagen bezeichnet, bei denen sich der Rotor auf der Wind abgewandten Seite befindet. Hierbei ist eine aktive Windnachführung der Gondel nicht notwendig. Die Gondel dreht sich also selbstständig in den Wind. Die Kosten für ein Windnachführungssystem können somit eingespart werden. Dennoch bringt dieser scheinbare Vorteil auch Nachteile mit. Da sich der Rotor hinter dem Turm dreht, entsteht der Turmschatten. Hierdurch entstehen Leistungsschwankungen und zusätzlichen Belastungen der einzelnen Rotorblätter. Das Anwenden dieses Prinzips ist für große Windkraftanlagen unattraktiv.

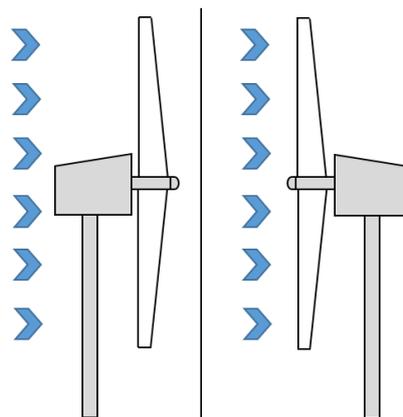


Bild 15: Lee- (li.) und Luvläufer (re.)

2.5 Leistungsbestimmung eines Rotors

Die elementare Impulstheorie nach Betz betrachtet einen zweidimensionalen Kontrollraum, welcher die Bereiche weit vor bzw. hinter einem Energiewandler beinhaltet (vgl. Bild 3). Diese Annahme ist im Gegensatz zur Realität stark vereinfacht. Da es sich bei Windenergieanlagen um rotierende Wandler handelt, muss zusätzlich der Drall des Windes beachtet werden, den

der Wind durch den sich drehenden Rotor im Nachlauf erfährt. Dies geschieht bei der Betrachtung der erweiterten Impulstheorie unter Berücksichtigung des Dralls mithilfe der Blatt Elementmethode (BEM; *Blade Element Momentum Theory*). Dieser Drall reduziert die tatsächlich zu entnehmende Leistung des Windes. Der sich hierbei einstellende Leistungsbeiwert ist also geringer als der Leistungsbeiwert nach der Betz Theorie. Der Leistungsbeiwert wird nun abhängig vom Verhältnis der Rotationsgeschwindigkeit des Rotors zur translatorischen Windgeschwindigkeit. Diese Abhängigkeit ist ausschlaggebend zur Verdeutlichung der Leistungsbeurteilung eines Windrotors.

Die dabei vorherrschenden Windgeschwindigkeiten werden als induzierte Windgeschwindigkeiten bezeichnet. Die in axialer Richtung gegen den Wind wirkende Windgeschwindigkeit wird mit $v_{i,ax}$ bezeichnet.

$$v_{i,ax} = -a \cdot v \quad (2.29)$$

Die tangential gegen die Rotordrehung wirkende Windgeschwindigkeit wird mit $v_{i,ta}$ bezeichnet.

$$v_{i,ta} = -2a' \cdot \omega \cdot r \quad (2.30)$$

Folgend wird das Prinzip der Blattelementmethode zur Leistungsbestimmung eines Rotors erläutert. Dieses Prinzip geht auf die Propellertheorie des britischen Aerodynamikers Hermann Glauert aus den 1930er Jahren zurück (Glauert 1935), S.211ff.

2.5.1 Die Blattelementmethode

Bei der Blattelementmethode werden einzelne rotierende Blattelemente des Rotorblattes im Abstand r von der Drehachse betrachtet. Zum einen bilden die einzelnen Elemente Ringstreifen der Dicke dr (vgl. Bild 16) und zum anderen wird die Stromröhre in Ringstromröhren der Höhe dr dargestellt (vgl. Bild 17). Die Rotorblätter werden also in einzelne Elemente zerlegt. Die örtliche Rotorblatttiefe sowie die radiale Ausdehnung des Elements ergeben das Rotorblattelement. Die Zerlegung erlaubt die Bestimmung der jeweiligen aerodynamischen Kräfte am Element. Die Aufsummierung dieser einzelnen Kräfte ergibt dann die an der Blattwurzel wirkenden Kräfte. Es wird dabei vereinfacht angenommen, dass die betrachteten einzelnen Elemente sich untereinander nicht beeinflussen. Die Anwendung der Blattelementmethode ist unter anderem aufgrund ihres relativ geringen zeitlichen Berechnungsaufwandes heutzutage immer noch gängige Praxis, wenn es um aerodynamische Auslegungen von Windenergieanlagen geht. Die Abbildungen Bild 16 und Bild 17 zeigen den zerlegten Rotor sowie die zerlegte Stromröhre.

Es sei noch erwähnt, dass die BEM die Realität nicht in Gänze widerspiegelt. Auch bei Anwendung dieser Methode werden Vereinfachungen getroffen, die bei der Auswertung beachtet werden müssen. Jedoch erlauben diese Vereinfachungen eine, wie bereits erwähnt, verkürzte Berechnungs- bzw. Simulationszeiten.

Folgende Vereinfachungen werden für die Anwendung der BEM getroffen:

- Die einzelnen Streifen beeinflussen sich nicht gegenseitig und sind voneinander unabhängig.
- Die radialen Komponenten der Momente und Kräfte werden nicht mit berücksichtigt.
- Alle Ringschnitte liegen in der Rotorebene.
- Gegenseitige Beeinflussung der Rotorblätter wird ausgeschlossen.

In der BEM werden komplexere Strömungsvorgänge, 3D-Effekte, welche Einfluss auf das Verhalten des Rotors und dessen Leistungsabgabe haben, nicht berücksichtigt. Allerdings werden diese Effekte teilweise über halbempirische Korrekturen erfasst.

Blattspitzenverluste, welche zwangsläufig bei einer endlichen Anzahl von Rotorblättern auftreten, werden über Korrekturen der Blattspitzenverluste nach Ludwig Prandtl berücksichtigt.

Eine weitere Ergänzung zur BEM ist der empirische Ansatz nach Glauert. Hierbei wird die Beziehung zwischen dem Schubbeiwert und dem axialen Induktionsfaktor a für $a > 0,2$ bis $0,4$ berücksichtigt. In diesem Bereich ist die eindimensionale Impulsgleichung bedingt durch Rückströmungen nicht mehr gültig. Der Schubbeiwert wird durch den Schubfaktor $c_s(a)$, also in Abhängigkeit von a , ersetzt.

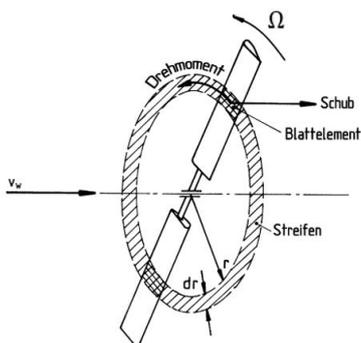


Bild 16: Längszerlegter Rotor in Streifen (Hau 2017), S.99

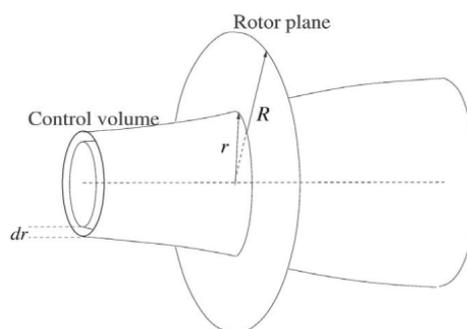


Bild 17: Zerlegte Stromröhre in Ringstromröhren (Hansen 2015), S.38

In Bild 18 lassen sich die Windgeschwindigkeitsverteilungen und die verschiedenen Winkel am Rotorblattquerschnitt erkennen.

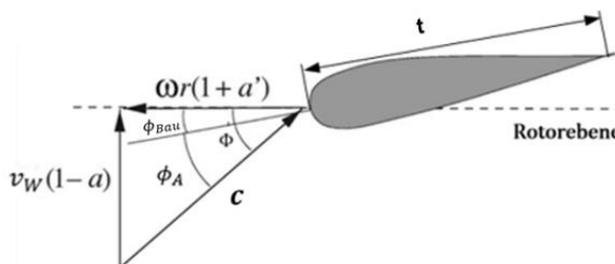


Bild 18: Wirkende Windgeschwindigkeiten am Rotorblattquerschnitt (Hansen 2015), S.40

a und a' werden als Induktionsfaktoren bezeichnet, welche die Windgeschwindigkeit in axiale Richtung verringern bzw. in tangentielle Richtung erhöhen. Die induzierten Geschwindigkeiten werden wie folgt definiert:

Der Anstellwinkel steht in Beziehung zu dem Einbauwinkel ϕ_{Bau} und dem Anströmwinkel ϕ des betrachteten Blattabschnitts.

Der Anstellwinkel ergibt sich aus folgender Beziehung (Hansen 2015), S.39:

$$\phi_A = \phi - \phi_{Bau} \tag{2.31}$$

Der Anströmwinkel lässt sich wie folgt mithilfe der Induktionsfaktoren berechnen (Hansen 2015), S.40:

$$\tan \phi = \frac{(1 - a) \cdot v_W}{(1 + a') \cdot \omega \cdot r} \tag{2.32}$$

Sind der Auftriebskoeffizient, der Widerstandskoeffizient und die Blattsehnenlänge des Profils bekannt, so lassen sich nun die Auftriebskraft und die Widerstandskraft für verschiedene Anströmgeschwindigkeiten wie folgt berechnen (Hansen 2015), S.40:

$$dF_A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (t \cdot dr) \cdot c_A \quad (2.33)$$

$$dF_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (t \cdot dr) \cdot c_W \quad (2.34)$$

Bild 19 zeigt die Aufteilung der wirkenden Kräfte am Rotorblattquerschnitt. Hierbei stellen die Schubkraft F_S die Kraft senkrecht zur Rotorebene und die Tangentialkraft F_T die Kraft in Umfangsrichtung dar.

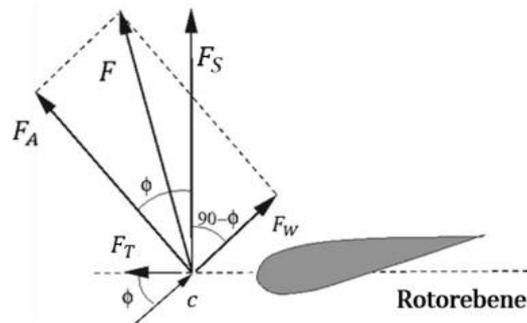


Bild 19: Wirkende Kräfte am Rotorblattprofil (Hansen 2015), S41

Die Schubkraftkraft und die Tangentialkraft am Blattelement ergeben sich aus (Hansen 2015), S.40:

$$dF_S = dF_A \cdot \cos \phi + dF_W \cdot \sin \phi \quad (2.35)$$

$$dF_T = dF_A \cdot \sin \phi - dF_W \cdot \cos \phi \quad (2.36)$$

Die Kraft F_S erzeugt den Rotorschub und die Kraft F_T erzeugt das Antriebsmoment. Der Tangentialbeiwert c_T sowie der Schubbeiwert lassen sich nun wie folgt berechnen (Hansen 2015), S.40-41:

$$c_T = c_A \cdot \sin \phi - c_W \cdot \cos \phi = \frac{F_T}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot t} \quad (2.37)$$

$$c_S = c_A \cdot \cos \phi + c_W \cdot \sin \phi = \frac{F_S}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot t} \quad (2.38)$$

Anhand der Grafik Bild 18 lässt sich folgender geometrischer Zusammenhang erkennen (Hansen 2015), S.41:

$$c \cdot \sin \phi = v_W \cdot (1 - a) \quad (2.39)$$

$$c \cdot \cos \phi = \omega \cdot r \cdot (1 + a') \quad (2.40)$$

Zudem wird σ als ein Bruchteil des ringförmigen Kontrollvolumens, welches von den Rotorblättern überdeckt wird definiert. Man bezeichnet σ auch als Flächendichte. Berechnen lässt

sich die Flächendichte aus der Anzahl der Rotorblätter z , der lokalen Blattsehnenlänge $t(r)$ sowie aus dem lokalem Radius r (Hansen 2015), S.41:

$$\sigma(r) = \frac{t(r) \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (2.41)$$

Das Drehmoment M und die Schubkraft F_S des Kontrollvolumens mit der Dicke d_r lassen sich wie folgt berechnen (Hansen 2015), S.41:

$$dF_{S,ges} = z \cdot dF_S \quad (2.42)$$

$$dM_{,ges} = z \cdot (r \cdot dF_T) \quad (2.43)$$

dF_S und dF_T stellen dabei die Kräfte pro Längeneinheit dar.

Setz man die Gleichungen (2.33) und (2.35) in die Gleichung (2.42) ein, so ergibt sich folgender Ausdruck:

$$dF_{S,ges} = z \cdot \left(c_A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot t \cdot dr \cdot c^2 \cdot \cos \phi + c_W \cdot \frac{\rho}{2} \cdot t \cdot dr \cdot c^2 \cdot \sin \phi \right) \quad (2.44)$$

Der Impulssatz der ringförmigen Stromröhre liefert zudem die Schubkraft auf den Rotor:

$$\begin{aligned} dF_{S,ges} &= dm \cdot (v_1 - v_3) = \rho \cdot v_2 \cdot dA \cdot (v_1 - v_3) \\ &= \rho \cdot v_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot (1 - (1 - 2a)) \cdot dr = \rho \cdot v_2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot a \cdot dr \end{aligned} \quad (2.45)$$

Nach dem Gleichsetzen von Gleichung (2.44) mit Gleichung (2.45) erhält man folgenden Ausdruck:

$$z \cdot \left(c_A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot t \cdot dr \cdot c^2 \cdot \cos \phi + c_W \cdot \frac{\rho}{2} \cdot t \cdot dr \cdot c^2 \cdot \sin \phi \right) = \rho \cdot v_2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot a \cdot dr \quad (2.46)$$

mit

$$c^2 = v_1^2 \cdot \left(\frac{1-a}{\sin \phi} \right)^2 \quad (2.47)$$

und

$$v_2 = (1-a) \cdot v_1 \quad (2.48)$$

folgt

$$z \cdot \underbrace{(c_A \cdot \cos \phi + c_W \cdot \sin \phi)}_{c_s} \cdot \frac{\rho \cdot (1-a)^2}{2 \cdot \sin^2 \phi} \cdot v_1^2 \cdot t \cdot dr = \rho \cdot (1-a) \cdot v_1^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (2.49)$$

Wird noch die Gleichung (2.41) mit berücksichtigt, so kann nun nach a aufgelöst werden.

$$a = \frac{1}{\frac{4 \cdot \sin^2 \phi}{\sigma \cdot c_s} + 1} \quad (2.50)$$

Setz man die Gleichungen (2.34) und (2.36) in die Gleichung (2.43) ein, so ergibt sich folgender Ausdruck:

$$dM_{,ges} = z \cdot r \cdot (c_A \cdot \sin \phi - c_W \cdot \cos \phi) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (t \cdot dr) \cdot c^2 \quad (2.51)$$

Der Eulersche Momentensatz der ringförmigen Stromröhre liefert zudem das Moment auf den Rotor:

$$dM_{ges} = d\dot{m} \cdot (r \cdot v_{1,t} - v_{3,t}) = -\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v_2 \cdot v_{3,t} \quad (2.52)$$

Nach dem Gleichsetzen von Gleichung (2.51) mit Gleichung (2.52) ergibt sich folgenden Ausdruck:

$$z \cdot r \cdot (c_A \cdot \sin \phi - c_W \cdot \cos \phi) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (t \cdot dr) \cdot c^2 = -\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v_2 \cdot v_{3,t} \quad (2.53)$$

mit

$$c^2 = v_1 \cdot \left(\frac{1-a}{\sin \phi} \right) \cdot \left(\frac{1+a'}{\cos \phi} \right) \cdot \omega \cdot r \quad (2.54)$$

und

$$v_{3,t} = v_{i,ta} = -2a' \cdot \omega \cdot r \quad (2.55)$$

und

$$v_2 = (1-a) \cdot v_1 \quad (2.56)$$

folgt

$$\begin{aligned} z \cdot \overbrace{(c_A \cdot \sin \phi - c_W \cdot \cos \phi)}^{c_T} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot t \cdot v_1 \cdot \left(\frac{1-a}{\sin \phi} \right) \cdot \left(\frac{1+a'}{\cos \phi} \right) \cdot \omega \cdot r^2 \cdot dr \\ = \rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot (1-a) \cdot v_1 \cdot a' \cdot \omega \cdot r \cdot dr \end{aligned} \quad (2.57)$$

Wird noch die Gleichung (2.41) der Flächendichte mit berücksichtigt, so kann nun nach a' aufgelöst werden.

$$a' = \frac{1}{\frac{4 \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi}{\sigma \cdot c_T} - 1} \quad (2.58)$$

Für den BEM-Algorithmus sind nun alle notwendigen Gleichungen hergeleitet worden. Somit können durch Iteration folgende Schritte durchgeführt werden, um die Kräfte an den einzelnen Blattabschnitten zu ermitteln (Hansen 2015), S.42:

- 1) Initialisieren der Induktionsfaktoren a und a' , üblich $a = a' = 0$
- 2) Berechnung des Anströmwinkels ϕ
- 3) Berechnung des Anstellwinkels ϕ_A
- 4) Auftriebsbeiwert $c_A(\phi_A)$ und Widerstandsbeiwert $c_W(\phi_A)$ aus dem Datensatz entnehmen
- 5) Berechnung des Schubbeiwertes c_S und des Tangentialbeiwertes c_T
- 6) Berechnung der Induktionsfaktoren a und a'
- 7) Sofern a und a' noch nicht konvergiert sind, wiederholen der Schritte 2) - 6)
- 8) Iterationsabbruch bei Konvergenz der Induktionsfaktoren und Bestimmung der lokalen Lasten und Leistungen der einzelnen Elemente
- 9) Integration der Lasten und Leistungen über alle Elemente

Um realitätsgetreue und verlässliche Aussagen über die Lasten machen zu können, bedarf die BEM-Methode einiger Korrekturen im Berechnungsablauf des Algorithmus. Diese Korrekturen werden in der Regel von Erweiterungen in Berechnungsprogrammen berücksichtigt. Zwei dieser Korrekturmethode wurden am Anfang dieses Kapitels vorgestellt.

3 Optimale Rotorgeometrie

Die ausschlaggebenden Elemente zur optimalen Ausnutzung des Windes sind die nach dem Auftriebsprinzip funktionierenden Rotorblätter. Hierbei ist Auswahl des aerodynamischen Profils und dessen Konstruktion ein zentraler Punkt. Neben der Leistungsausbeute spielt auch die Fertigung der Rotorblätter und die späteren Wartungen derer eine wichtige Rolle. Darüber hinaus sind das Betriebs- und Regelverhalten des Rotors ebenfalls mit der Profilgeometrie eng verknüpft. Ebenso ist es wichtig, die Rotorblätter so zu konstruieren, dass die Schallemission bei hohen Blattspitzengeschwindigkeiten im Rahmen der schutzrechtlichen Bestimmungen bleibt. All diese Punkte machen deutlich, wie wichtig eine sauber konstruierte Profilgeometrie für den Betrieb einer Windkraftanlage ist.

Die folgenden zwei Unterkapitel zeigen zwei Theorien auf, wie Windturbinen ausgelegt werden können.

3.1 Optimale Auslegung nach Betz

Wie bereits in Kapitel 2.2.1 gezeigt wurde, lässt sich aus dem Wind theoretisch maximal 59,3 Prozent seiner Leistung entnehmen. Die Betzsche Optimalauslegung sieht vor, dass jedem Kreisringabschnitt der überstrichenen Kreisfläche dem Wind diese Leistung also (Gasch und Twele 2011), S.193:

$$dP_{\text{Betz}} = \frac{16}{27} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr) \quad (3.1)$$

entzogen werden kann (vgl. Bild 20). Bei dieser Auslegungsvariante wird angenommen, dass sich die Luftströmung nach dem Rotor auch weiterhin rein axial fortbewegt (vgl. Bild 3). Diese Modellvorstellung unterscheidet sich von der Theorie nach Schmitz, welche in Kapitel 3.2 vorgestellt wird.

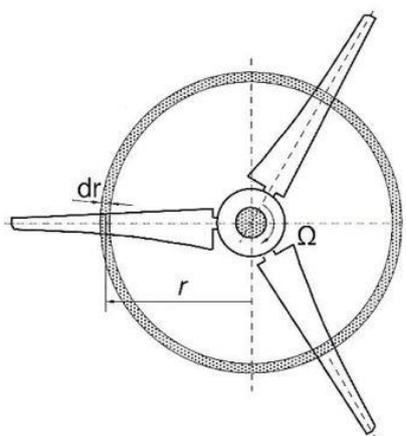


Bild 20: Kreisringschnitt am Rotor (Gasch und Twele 2011), S.193

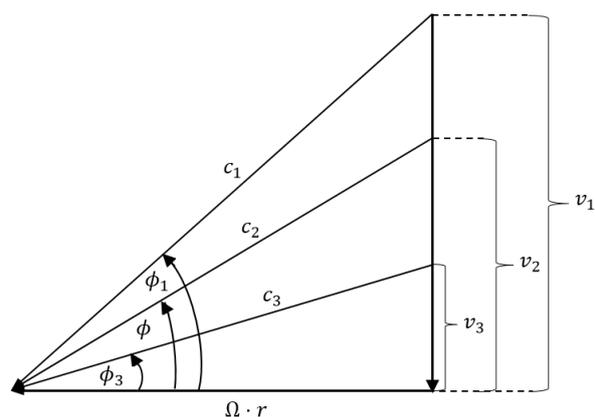


Bild 21: Geschwindigkeitsdreiecke nach Betz

Für die Auslegung werden Auftriebsbeiwerte nahe der besten Gleitzahl zugrunde gelegt. Praktisch bedeutet dies, dass Auftriebsbeiwerte zwischen $c_A = 0,6$ bis $1,2$ gewählt werden (Gasch und Twele 2011), S.194.

Hierbei ist interessant zu wissen, wie die Rotorblätter eines Rotors mit der Rotorblattanzahl z gestaltet sein müssen, um die gewünschte Leistung aus dem Wind entnehmen zu können. Bild 22 zeigt die geometrischen Zusammenhänge am angeblasenen Flügelprofil. Die hierbei auftretenden Winddreiecke dienen zur Verdeutlichung der nachfolgenden Berechnungen. Zudem veranschaulicht Bild 23, dass die Umfangskomponente aufgrund der linearen Abhängigkeit des Radius von Schnitt zu Schnitt verschieden ist.

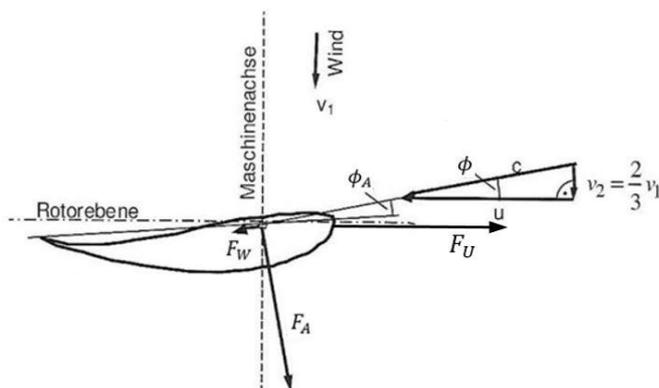


Bild 22: Winddreiecke am angeblasenen Flügelprofil (Gasch und Twele 2011), S.191

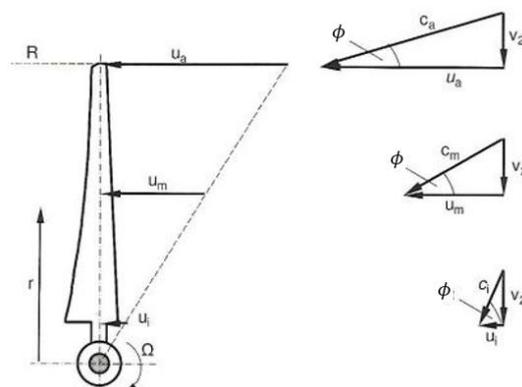


Bild 23: Winddreiecke in Abhängigkeit des Radius (Gasch und Twele 2011), S.192

Für die Kraft Umfangsrichtung F_U ergibt sich (Gasch und Twele 2011), S.192:

$$dF_U = \underbrace{\frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot t \cdot dr \cdot c_A \cdot \sin\phi}_{dF_A} - \underbrace{\frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot t \cdot dr \cdot c_W \cdot \cos\phi}_{dF_W} \quad (3.2)$$

Wird das Profil im Auslegungspunkt also nahe seiner besten Gleitzahl (vgl. Kap.2.3.2) betrieben, so bleibt bei der Betrachtung der Umfangskraft F_U nur der wesentliche Beitrag der Auftriebskraft aus Gleichung (vgl. Gl. (3.2)) übrig. Die Widerstandskraft wird bei dieser Annahme daher als sehr gering angenommen und wird somit vernachlässigt (Gasch und Twele 2011), S.194:

$$dF_U \approx dF_A \cdot \sin\phi = \frac{\rho}{2} \cdot c_A \cdot c^2 \cdot t(r) \cdot dr \cdot \sin\phi \quad (3.3)$$

Somit ergibt sich für die mechanische Leistung (Gasch und Twele 2011), S.194:

$$dP \approx z \cdot \Omega \cdot r \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_A \cdot c^2 \cdot t(r) \cdot dr \cdot \sin\phi \quad (3.4)$$

Wird nun diese Leistungsformel mit der Betzschen Leistungsformel vom Anfang dieses Unterkapitels gleichgesetzt, so ergibt sich die Formel für die Flügeltiefe $t(r)$ eines Flügels in Abhängigkeit des lokalen Radius für den optimal ausgelegten Rotor (Gasch und Twele 2011), S.194:

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot \frac{16}{27} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{v_1^3}{c^2 \cdot \Omega \cdot r \cdot \sin\phi} \quad (3.5)$$

mit

$$v_1 = \frac{3}{2} \cdot c \cdot \sin\phi \quad (3.6)$$

folgt

$$\begin{aligned}
 t(r) &= \frac{1}{z} \cdot \frac{16}{27} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{\left(\frac{3}{2} \cdot c \cdot \sin\phi\right)^3}{c^2 \cdot \Omega \cdot r \cdot \sin\phi} & (3.7) \\
 &= \frac{1}{z} \cdot \frac{16}{27} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{\frac{27}{8} \cdot c^3 \cdot \sin\phi^3}{c^2 \cdot \Omega \cdot r \cdot \sin\phi} \\
 &= \frac{1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{c \cdot \sin\phi^3}{\Omega \cdot r \cdot \sin\phi}
 \end{aligned}$$

mit

$$u = \Omega \cdot r = c \cdot \cos\phi \quad (3.8)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{c \cdot \sin\phi^2}{c \cdot \cos\phi} \quad (3.9)$$

mit

$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} \quad (3.10)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \tan\phi \cdot \sin\phi \quad (3.11)$$

mit

$$\tan\phi = \frac{v_2}{u} \quad (3.12)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{v_2}{u} \cdot \sin\phi \quad (3.13)$$

mit

$$\sin\phi = \frac{v_2}{c} \quad (3.14)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{v_2}{u} \cdot \frac{v_2}{c} \quad (3.15)$$

mit

$$v_2 = \frac{2}{3} \cdot v_1 \quad (3.16)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{v_1}{u} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{v_1}{c} \quad (3.17)$$

$$= \frac{1}{z} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{v_1}{u} \cdot \frac{v_1}{c}$$

mit

$$u = \Omega \cdot r = \lambda \cdot \frac{r}{R} \cdot v_1 \quad (3.18)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \frac{R}{\lambda \cdot r} \cdot \frac{v_1}{c} \quad (3.19)$$

mit

$$c = \sqrt{u^2 + v_2^2} = v_1 \sqrt{\left(\frac{\lambda \cdot r}{R}\right)^2 + \frac{4}{9}} \quad (3.20)$$

folgt

$$t(r) = \frac{1}{z} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{c_A} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\lambda \cdot r}{R}\right)^2 + \frac{4}{9}}} \quad (3.21)$$

Nun kann die obige Formel der Flügeltiefe nach Betz wie folgt umgeformt werden (Gasch und Twele 2011), S.194:

$$t(r)_{Betz} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{1}{z} \cdot \frac{8}{9 \cdot c_A} \cdot \frac{1}{\lambda_A \cdot \sqrt{\lambda_A^2 \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{4}{9}}} \quad (3.22)$$

Durch die Wahl der Schnelllaufzahl und dem Auftriebsbeiwert, welcher, wie bereits erwähnt, nach Möglichkeit nahe der besten Gleitzahl gewählt wird, kann mit der vorgestellten Formel die Gesamtflügeltiefe berechnet werden. Bei mehreren Rotorblättern bedeutet dies, dass die Gesamtflügeltiefe auf die Anzahl der Rotorblätter verteilt wird.

3.2 Optimale Auslegung nach Schmitz

Der Strömungsmechaniker Gerhard Schmitz veröffentlichte 1955 eine Arbeit, welche eine wesentliche Verfeinerung der Theorie nach Betz vorsieht (Schmitz 1955). Die Theorie unterscheidet sich dahingehend, dass der zwangsläufig durch den Rotor auftretende Drallverlust mit berücksichtigt wird. Dieser Nachlaufdrall verringert die theoretisch erreichbare Maximalleistung erheblich und verändert die Anströmverhältnisse am Rotorblatt. Die Modellvorstellung hierzu ist in Bild 24 dargestellt.

Nachfolgend wird diese Theorie näher beschrieben.

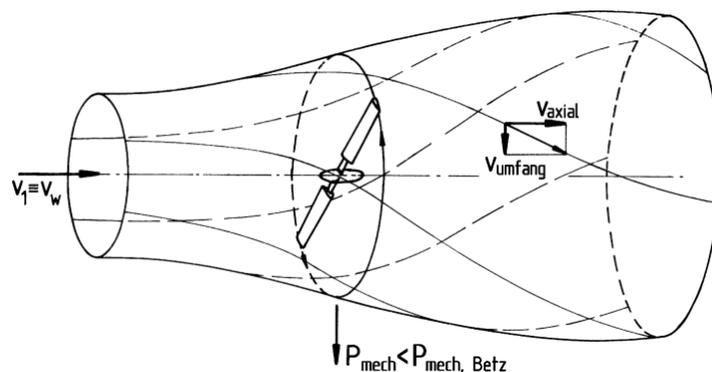


Bild 24: Nachlaufdrall nach der erweiterten Impulstheorie (Hau 2017), S.98

Bild 25 zeigt die geometrischen Zusammenhänge bzw. die Geschwindigkeitsdreiecke eines angeströmten Tragflügelprofils.

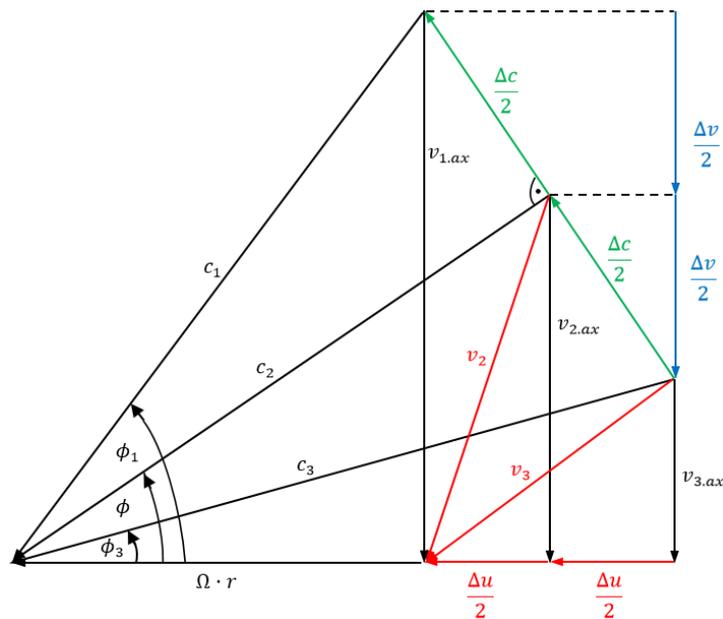


Bild 25: Geschwindigkeitsdreiecke nach der Schmitz Theorie

Das Flügelprofil wird mit der Geschwindigkeit $c = c_2$ angeströmt. Diese Geschwindigkeit setzt sich aus den Komponenten $v_{2,ax}$ (axiale Anströmung) und der vergrößerten Umfangsgeschwindigkeit u zusammen.

Die optimale axiale Anströmung lässt sich aus den geometrischen Zusammenhängen der Winddreiecke aus Bild 25 erkennen:

$$v_{2,ax} = \sin\phi \cdot c_2 \quad (3.23)$$

mit

$$c_2 = c_1 \cdot \cos(\phi_1 - \phi) \quad (3.24)$$

folgt

$$v_{2,ax} = \sin\phi \cdot c_1 \cdot \cos(\phi_1 - \phi) \quad (3.25)$$

Die Umfangsgeschwindigkeit u ist (Gasch und Twele 2011), S.202:

$$u = \Omega \cdot r + \frac{\Delta u}{2} \quad (3.26)$$

Die Komponente $\frac{\Delta u}{2}$ stellt hierbei die Drallkomponente, welche erst beim Überströmen der Blatttiefe entsteht, dar. Da die Umfangszusatzkomponente wie bereits erwähnt beim Überströmen des Flügelprofils entsteht, wird für die vergrößerte Umfangsgeschwindigkeit mit dem Mittelwert gerechnet. Der Mittelwert bildet sich aus der Geschwindigkeit „vor“ und „hinter“ dem Profil.

Die Richtungsänderung Δc zwischen der Ebene 1 (weit vor dem Wandler) und 3 (weit hinter dem Wandler) wird durch die Tragflügelwirkung verursacht und lässt sich aus den Geschwindigkeitsdreiecken (vgl. Bild 25) entnehmen:

$$\frac{\Delta c}{2} = c_1 \cdot \sin(\phi_1 - \phi) \quad (3.27)$$

$$\Delta c = 2 \cdot c_1 \cdot \sin(\phi_1 - \phi)$$

Die Auftriebskraft wird durch den Impulssatz (Geschwindigkeitsänderung mal Durchsatz gleich Kraft) an der Ringstromröhre (vgl. Bild 17) geliefert (Gasch und Twele 2011), S.203:

$$dF_A = \Delta c \cdot d\dot{m} \quad (3.28)$$

Der Massenstrom, welcher die Ringfläche (vgl. Bild 20) durchströmt ist (Gasch und Twele 2011), S.203:

$$d\dot{m} = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot v_{2,ax} \quad (3.29)$$

Wird der Widerstand vernachlässigt, so berechnet sich die Leistung im Kreisringschnitt wie folgt (Gasch und Twele 2011), S.203:

$$dP = dF_A \cdot \sin\phi \cdot \Omega \cdot r \quad (3.30)$$

Die Leistung lässt sich durch Einsetzen der aus Bild 25 erkennbaren geometrischen Zusammenhänge und den vorangegangenen Definitionen wie folgt ausdrücken (Gasch und Twele 2011), S.204:

$$\begin{aligned} dP &= r \cdot \Omega \cdot d\dot{m} \cdot \Delta c \cdot \sin\phi \\ &= r^2 \cdot \Omega \cdot \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot dr \cdot c_1^2 \cdot \sin(2 \cdot (\phi_1 - \phi)) \cdot \sin^2\phi \end{aligned} \quad (3.31)$$

Den Anströmwinkel, welcher die maximale Leistung liefert, erhält man aus folgender Ableitung (Gasch und Twele 2011), S.204:

$$\frac{dP}{d\phi} = 0 \quad (3.32)$$

Dieser ergibt sich dann als optimale Anströmungsrichtung zu (Gasch und Twele 2011), S.204:

$$\phi = \frac{2}{3} \cdot \phi_1 \quad (3.33)$$

Die Verbindung des Anströmwinkels und der Schnelllaufzahl ist gegeben durch (Gasch und Twele 2011), S.204:

$$\tan\phi_1 = \frac{v_{1,ax}}{\Omega \cdot r} = \frac{R}{\lambda_A \cdot r} \quad (3.34)$$

Werden die Gleichungen (3.27) und (3.29) in die Gleichung (3.28) eingesetzt, ergibt sich folgender Ausdruck:

$$dF_A = 2 \cdot c_1 \cdot \sin(\phi_1 - \phi) \cdot \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot v_{2,ax} \quad (3.35)$$

Mit der Definition für $v_{2,ax}$ aus Gleichung (3.27) ergibt sich die Gleichung (3.35) zu:

$$dF_A = 2 \cdot c_1 \cdot \sin(\phi_1 - \phi) \cdot \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \sin\phi \cdot c_1 \cdot \cos(\phi_1 - \phi) \quad (3.36)$$

mit der Doppelwinkelfunktion (Papula 2014), S.95:

$$2 \cdot \sin(\phi_1 - \phi) \cdot \cos(\phi_1 - \phi) = \sin(2(\phi_1 - \phi)) \quad (3.37)$$

folgt

$$dF_A = 2 \cdot c_1^2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \sin(2(\phi_1 - \phi)) \cdot \sin\phi \quad (3.38)$$

Wird nun für ϕ die optimale Anströmrichtung aus Gleichung (3.33) eingesetzt, so ergibt sich folgende Formel:

$$\begin{aligned} dF_A &= 2 \cdot c_1^2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \sin\left(2\left(\phi_1 - \frac{2}{3}\phi_1\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{2}{3}\phi_1\right) & (3.39) \\ &= 2 \cdot c_1^2 \cdot 2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \sin\left(2\left(\frac{1}{3}\phi_1\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{2}{3}\phi_1\right) \\ &= 2 \cdot c_1^2 \cdot 2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \sin^2\left(\frac{4}{9}\phi_1\right) \end{aligned}$$

Ein weiteres Anwenden der Doppelwinkelfunktion liefert die Auftriebskraft (Gasch und Twele 2011), S.204:

$$dF_A = \rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot c_1^2 \cdot 4 \cdot \sin^2 \cdot \left(\frac{\phi_1}{3}\right) \cdot \cos^2 \cdot \left(\frac{\phi_1}{3}\right) \quad (3.40)$$

Setzt man in die Gleichung (2.25) für $v_2 = c_2 = c_1 \cdot \cos(\phi_1 - \phi)$ aus Gleichung (3.27) ein, so ergibt sich folgende Definition der Auftriebskraft:

$$dF_A = c_A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot \cos^2(\phi_1 - \phi) \cdot (t \cdot dr) = c_A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\phi_1}{3}\right) \cdot (t \cdot dr) \quad (3.41)$$

Fordert man von der vorgestellten Gleichung (3.41) zur Auftriebskraft, dass die Flügeltiefe $t = z \cdot t = t_{ges}$ entspricht, so kann für die Auftriebskraft folgende Formel angewendet werden:

$$dF_A = \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot t_{ges} \cdot dr \cdot c_A \cdot \cos^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \phi_1\right) \quad (3.42)$$

Die Profiltiefenformel nach Schmitz erhält man, indem die beiden Formeln (3.41) und (3.42) gleichsetzt und nach t_{ges} umformt (Gasch und Twele 2011), S.205:

$$t_{ges} = \frac{16 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \sin^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \phi_1\right) \quad (3.43)$$

Auch hier kann die Gesamttiefe auf Rotorblätter verteilt werden und es ergibt sich (Gasch und Twele 2011), S.205:

$$t(r)_{Schmitz} = \frac{1}{z} \cdot \frac{16 \cdot \pi \cdot r}{c_A} \cdot \sin^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \phi_1\right) \quad (3.44)$$

3.3 Vergleich der Auslegungsvarianten nach Betz und Schmitz

Bild 26 und Bild 27 zeigen den direkten Vergleich der Flügeltiefen nach beiden zuvor vorgestellten Verfahren. In Tabelle 1 und Tabelle 2 sind die ausgewählten Parameter für die Grafiken Bild 26 und Bild 27 aufgelistet. Die Grafiken dienen lediglich zur Verdeutlichung der unterschiedlichen Verfahren.

	Betz	Schmitz	Betz	Schmitz	Betz	Schmitz
Rotorradius R [m]	50	50	50	50	50	50
Auftriebsbeiwert c_A [-]	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Auslegungsschnellaufzahl λ_A [-]	6	6	7,5	7,5	9	9
Blattanzahl z [-]	3	3	3	3	3	3

Tabelle 1: Parameterliste für Flügeltiefen Dreiblattrotor

	Betz	Schmitz	Betz	Schmitz	Betz	Schmitz
Rotorradius R [m]	50	50	50	50	50	50
Auftriebsbeiwert c_A [-]	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Auslegungsschnellaufzahl λ_A [-]	2	2	3	3	4	4
Blattanzahl z [-]	5	5	5	5	5	5

Tabelle 2: Parameterliste für Flügeltiefen Fünfblattrotor

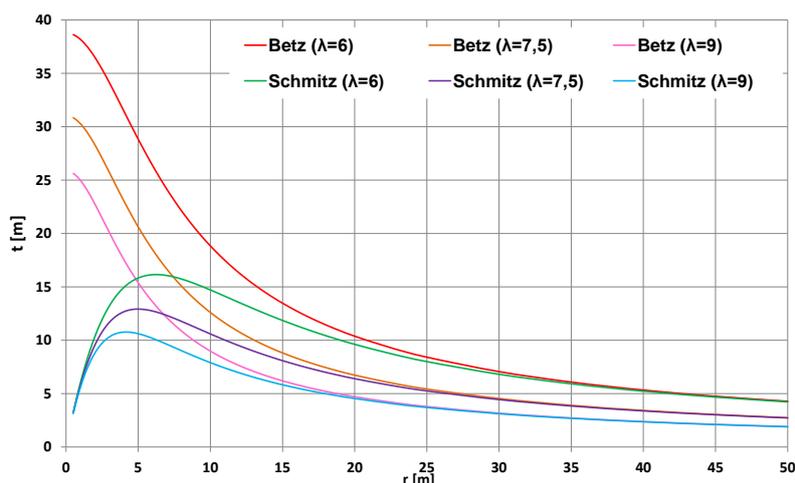


Bild 26: Flügeltiefenvergleich eines Dreiflüglers

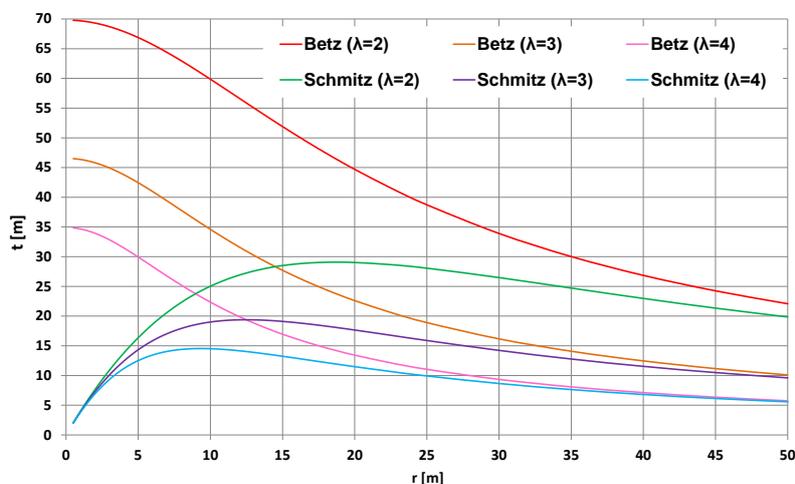


Bild 27: Flügeltiefenvergleich eines Fünfblüglers

Aus der Grafik lassen sich nun gut die beiden Verfahren miteinander vergleichen. Es wird deutlich, dass nach dem Betzschen Verfahren extreme Flügeltiefen im Bereich des Rotors gefordert sind. Diese lassen sich allerdings in der Realität nicht so umsetzen. Das Schmitz Verfahren hingegen fordert an gleicher Stelle eine weitaus geringere Flügeltiefe. Allerdings weisen die Rotorblätter heutiger Windkraftanlagen wesentlich geringere Flügeltiefen auf. Zudem lässt sich gut erkennen, dass Rotoren mit einer höheren Flügellanzahl nach den beiden vorgestellten Theorien eine größere Fläche benötigen. Deutlich wird dies durch die Kurvenverläufe, die bei steigender Flügellanzahl langsamer fallen. Wie bereits in Kapitel 2.2.1 erläutert, lässt sich nach Betz der maximale Leistungsbeiwert von $c_p = 0,59$ aufgrund seiner Überlegungen nur von einer idealen Maschine erreichen. Diese ist aber praktisch nicht zu realisieren. Zudem gibt es noch weitere Verluste, welche bei der Betz Auslegung nicht mit berücksichtigt werden.

Einige der wichtigsten Verlustquellen sind:

- Tip-Verluste (Verluste bei der Umströmung der Blattspitze. Werden auch in der Schmitz-Auslegung vernachlässigt)
- Profilverluste (Widerstandskräfte werden in beiden Theorien vernachlässigt vgl. Gl. (3.2))
- Drallverluste (werden in der Schmitz-Auslegung berücksichtigt)

Werden für ϕ_1 nun kleine Winkel (hohe Schnelllaufzahlen) in Gleichung (3.44) eingesetzt, so erhält man als Ergebnis die gleichen Werte wie aus der Profiltiefenformel nach Betz (vgl. Gl. (3.22)). Dieses lässt sich aus dem Bild 28 gut erkennen.

Mit dem Rotorradius R lässt sich die dimensionslose Flügeltiefe \bar{t} für beide Auslegungsvarianten einführen (Gasch und Twele 2011), S.205:

$$\bar{t}_{Betz} = t_{Betz} \cdot \frac{z \cdot c_A \cdot \lambda_A}{R} = \frac{16 \cdot \pi}{9} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\lambda_A \cdot \frac{r}{R}\right)^2 + \frac{4}{9}}} \tag{3.45}$$

$$\bar{t}_{Schmitz} = t_{Schmitz} \cdot \frac{z \cdot c_A \cdot \lambda_A}{R} = \frac{16 \cdot \pi \cdot \lambda_A \cdot r}{R} \cdot \sin^2\left(\frac{1}{3} \cdot \phi_1\right) \tag{3.46}$$

mit

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{R}{\lambda_A \cdot r}\right) \tag{3.47}$$

Somit besteht für beide Formeln der Flügeltiefe eine Abhängigkeit des Parameters $\lambda_A \cdot \frac{r}{R}$.

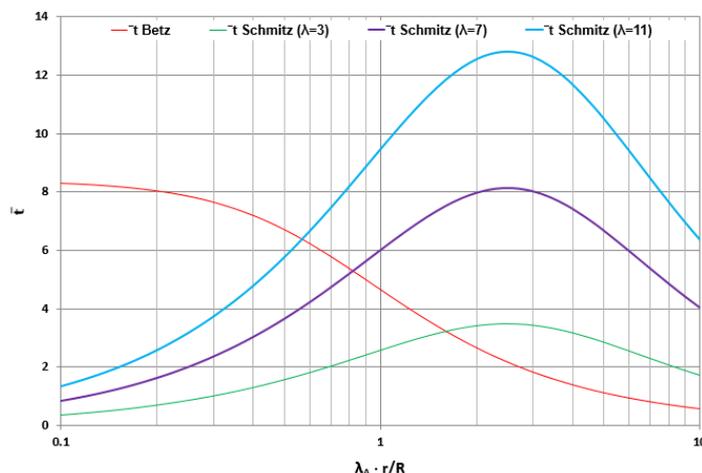


Bild 28: Dimensionslose Flügeltiefe nach Betz und Schmitz

Es wird deutlich, dass sich die beiden Flügeltiefen nach Betz und Schmitz dahingehend deutlich unterscheiden, je kleiner die lokale Schnelllaufzahl $\lambda_A \cdot \frac{r}{R}$ wird. Dies ist auf den von Schmitz berücksichtigten Nachlaufdrall zurückzuführen.

Die tatsächliche Flügeltiefe erhält man laut Definition aus (Gasch und Twele 2011), S.206:

$$t = \frac{\bar{t} \cdot R}{\lambda_A \cdot z \cdot c_A} \tag{3.48}$$

Hierfür sind vorab der Auftriebsbeiwert und die Anzahl der Flügel festzulegen.

Bild 29 zeigt den Verlauf des Anströmwinkels nach dem Betz und dem Schmitz Verfahren. Auch hier lässt sich ein deutlicher Unterschied feststellen. Es wird klar, dass nach der Auslegung nach Schmitz eine geringere Verwindung des Rotorblattes nötig ist.

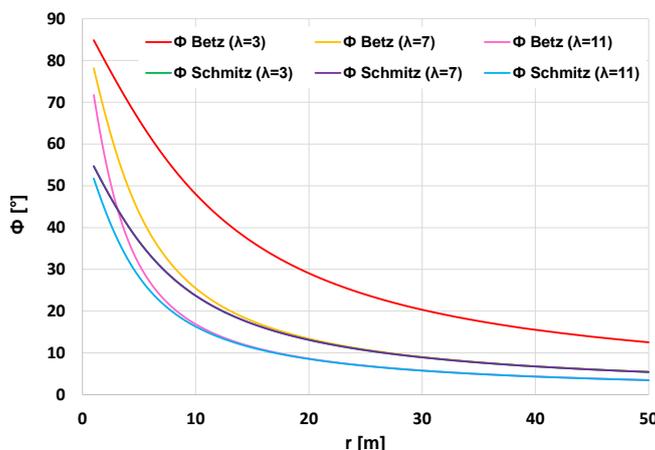


Bild 29: Anströmwinkel nach Betz und Schmitz

Der Leistungsbeiwert nach Schmitz berechnet sich nach folgendem Integral (Gasch und Twele 2011), S.207:

$$c_{pSchmitz} = \int_0^1 4 \cdot \lambda_A \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{\sin^3\left(\frac{3}{2} \cdot \phi_1\right)}{\sin^2(\phi_1)} \cdot d \cdot \left(\frac{r}{R}\right) \tag{3.49}$$

Mit ϕ_1 aus Gleichung (3.47) lässt sich das Integral lösen (Schmitz 1955), S.385 und der Verlauf des Leistungsbeiwertes lässt sich grafisch darstellen. Vergleicht man die Verläufe der beiden Leistungsbeiwerte nach Betz und Schmitz, so ergibt sich die Darstellung auf Bild 30. Hierbei sei noch drauf hingewiesen, dass es sich beim Leistungsbeiwert nach Schmitz um den optimalen Leistungsbeiwert, also eines Rotors mit theoretisch unendlich vielen Rotorblättern handelt. Mit abnehmender Rotorblattanzahl flacht die Kurve des Leistungsbeiwertes nach Schmitz leicht ab. Den Verlust des Leistungsbeiwertes kann mit hohen Gleitzahlen entgegengewirkt werden (vgl. Bild 31).

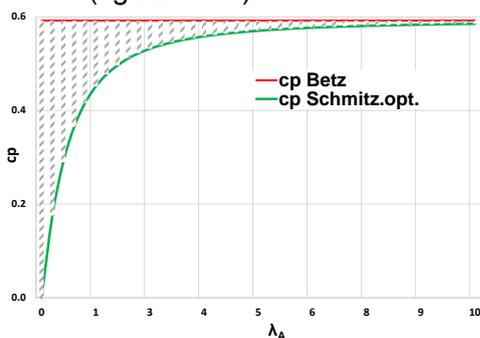


Bild 30: Vergleich der Leistungsbeiwerte nach Betz und Schmitz

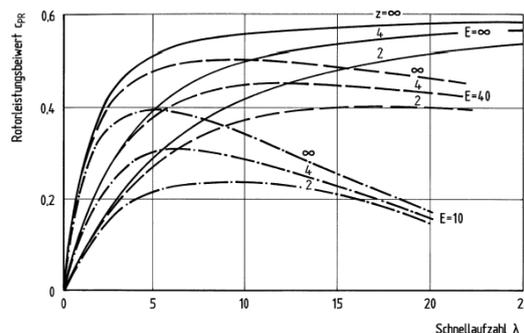


Bild 31: Leistungsbeiwert bei verschiedenen Gleitzahlen (Hau 2017), S.128

Die Differenz beider Leistungsbeiwerte bedingt durch den Nachlaufdrall ist im linken Bild schraffiert dargestellt. Aus der Grafik wird deutlich, dass sich der Leistungsbeiwert nach Schmitz je nach Schnelllaufzahl stark ändert.

Im unteren λ -Bereich, also bei langsam drehenden Rotor, ist der Dralleffekt am deutlichsten. Hier wird der Wind regelrecht durch die drehenden Rotorblätter verschoben. Der Wind erfährt also zusätzlich eine Geschwindigkeit in Umfangsrichtung.

Im höheren λ -Bereich, also bei schneller drehenden Rotor, wird der Wind durch die Rotorblätter zerschnitten und es kommt zu geringeren Verschiebungen des Windes. Die beiden Leistungsbeiwerte nähern sich aufgrund dessen bei steigender Schnelllaufzahl immer weiter an. Bild 24 zeigt den beschriebenen Vorgang der Windverschiebung beispielhaft auf.

3.4 Bestimmung der Rotorblattverwindung

Mithilfe der vorangegangenen Kapitel 3.1 und 3.2 können nun die Rotorblatttiefen in Abhängigkeit des Radius ermittelt werden. Da sich aber mit dem Radius auch der Anströmwinkel verändert, muss auch die notwendige Verwindung des verwendeten Profils mit dem Radius ändern. Das Flügelprofil wird in jedem Abschnitt r mit der Geschwindigkeit c angeströmt, welche in Abhängigkeit zu r steht. Die Anströmgeschwindigkeit variiert also von Schnitt zu Schnitt (vgl. Bild 23). Demzufolge ändert sich mit der Geschwindigkeit auch der Anströmwinkel $\phi(r)$ mit dem lokalen Radius. Dieser Winkel ist für die Verschraubung (Twist) verantwortlich. Um diesen Winkel zu erhalten, muss das Profil um den Winkel ϕ_A angestellt werden.

Der Einbauwinkel ϕ_{Bau} (vgl. Bild 32) des Profils errechnet sich nach Betz (Gasch und Tvele 2011), S.195:

$$\phi_{Bau_Betz} = \phi(r) - \phi_A(r) = \arctan\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{R}{\lambda_A \cdot r}\right) - \phi_A(r) \quad (3.50)$$

Nach Schmitz errechnet sich der Einbauwinkel (Gasch und Tvele 2011), S.204, 206:

$$\phi_{Bau_Schmitz} = \phi(r) - \phi_A(r) = \frac{2}{3} \cdot \arctan\left(\frac{R}{\lambda_A \cdot r}\right) - \phi_A(r) \quad (3.51)$$

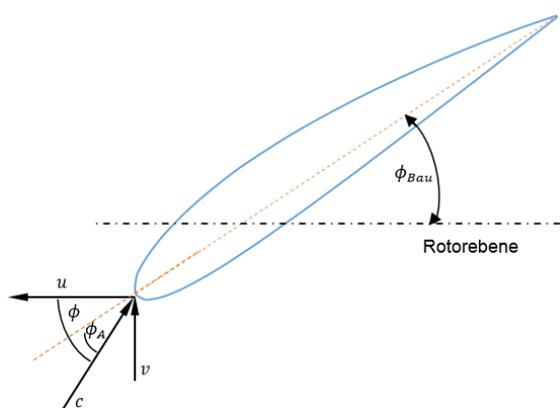


Bild 32: Winkel am Flügelprofil

Bild 33 zeigt die Verwindungsverläufe über die Rotorblattlänge mit verschiedenen Auslegungsschnelllaufzahlen. Auch hier lässt sich ein deutlicher Unterschied zwischen beiden Auslegungsvarianten feststellen. Die Verwindungsverläufe nach Schmitz fallen geringer aus als nach dem Betz-Verfahren. Flügel nach der Schmitz-Auslegung sind also geringer verwunden als Flügel nach der Betz-Auslegung. Dies macht sich besonders im Nabenbereich bemerkbar.

Da die Profile wie bereits in Kapitel 3.1 erläutert wurde, nahe der besten Gleitzahl betrieben werden, bedeutet dies für den Anstellwinkel ein Bereich zwischen $\phi_A = 2^\circ$ bis 6° . Für die nachfolgende Grafik ist der Anstellwinkel auf 5° festgelegt worden. Der Rotordurchmesser ist beispielhaft mit 100 m angenommen. Der innere Bereich des Rotors kann vernachlässigt werden, da hier der Bereich der Rotornabe liegt.

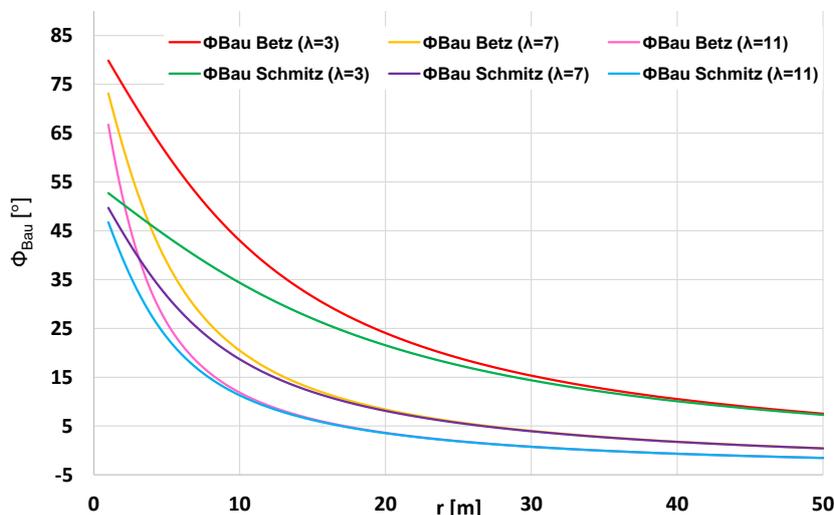


Bild 33: Einbauwinkel über die Rotorblattlänge

3.5 Auffädelaung der einzelnen Profilschnitte

Die bisherigen Kapitel haben gezeigt, wie Rotorblätter in ihrer Tiefe und ihrer Verwindung ausgelegt werden können. Wie die einzelnen Profilschnitte in Abhängigkeit des lokalen Radius aufzufädeln sind, zeigen die Theorien nach Betz und Schmitz allerdings nicht auf. Lediglich der Einbauwinkel, also die Lage des Profils zur Rotorebene, ist mit dem Anstellwinkel festgelegt. Die Profilschnitte lassen sich auf verschiedene Weisen je nach Anwendungsfall der Turbine auffädeln. Die Auffädelaung der Profilschnitte von Rotorblättern einer Windkraftanlage unterscheidet sich beispielsweise zu der Auffädelaung von Profilschnitten der massiven Schaufeln einer Dampfturbine deutlich.

Bei Windkraftanlagen werden die Profilschnitte häufig im Druckpunkt aufgefädelt. Als Druckpunkt wird der Angriffspunkt der Auftriebs- und Widerstandskräfte am Profil bezeichnet.

Auf Bild 34 ist die Auffädelaung dreier Profilschnitte über ihren jeweiligen Druckpunkt prinzipiell dargestellt. Zudem lässt sich gut die Verwindung der einzelnen Profilschnitte zur Rotorebene erkennen.

Eine weitere Möglichkeit die Profile aufzufädeln, ist es diese an der Vorderkante zueinander auszurichten. Diese Variante der Auffädelaung ist mit Hinblick auf Festigkeitsaspekte eher ungeeignet.

Eine dritte Möglichkeit, ist die Auffädelaung anhand des Schwerpunktes. Dazu müssen die Materialkennwerte bekannt sein.

Als weitere Möglichkeit werden Profile häufig am $t/4$ Punkt aufgefädelt. Dies hat vor allem Vorteile, wenn es um Festigkeitsaspekte im Hinblick auf den späteren Betrieb der Rotorblätter geht. Zusätzliche Torsionen bzw. Verwindungen entlang der Blattlänge werden durch diese Auffädelaungsvariante vermindert. Nahe des $t/4$ Punktes liegt im Falle einer anliegenden Strömung häufig auch der Druckpunkt, was sich zudem vorteilhaft im Betriebsfall darstellt. Für die spätere Konstruktion des optimierten Rotors dieser Arbeit wird diese Variante der Auffädelaung angewandt.

Bild 35 zeigt die Variante der Auffädung am $t/4$ Punkt.

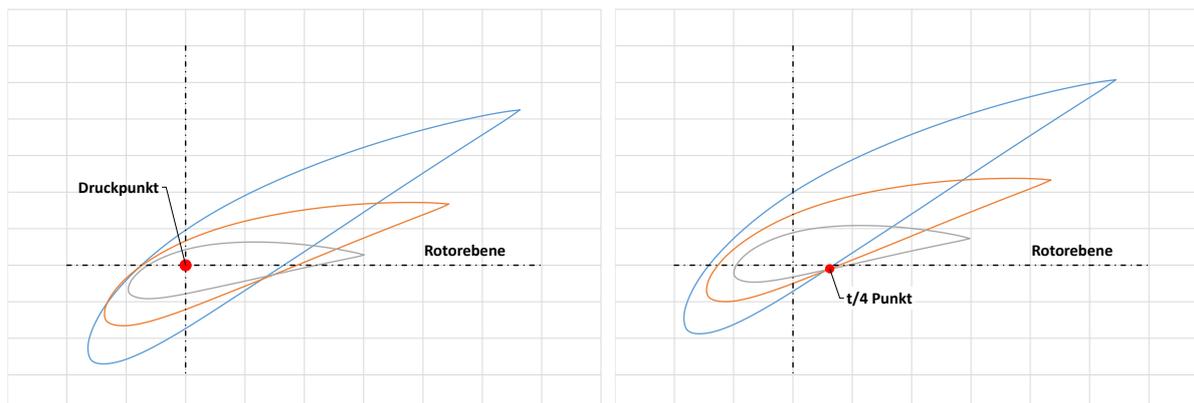


Bild 34: Auffädung der Profilschnitte über Druckpunkt

Bild 35: Auffädung über $t/4$ Punkt

4 Vergleich von Rotoren mit großen Durchmesserunterschieden

Wie bereits in der Aufgabenstellung aus Kapitel 1.2 beschrieben, dient diese Bachelorarbeit dem Forschungsprojekt über eine Multirotor-Kleinstwindenergieanlage. Hierzu ist es hilfreich zu wissen, welche grundsätzlichen Unterschiede bei Rotoren mit erheblichen Durchmesserunterschieden vorherrschen. Betrachtet werden Rotoren mit sehr großem Durchmesser ($D > 100 \text{ m}$) und Rotoren mit sehr kleinen Durchmessern ($D < 0,5 \text{ m}$).

4.1 Physikalische Unterschiede

Festigkeitsaspekte, die mit der Rotorblattlänge einhergehen, sind ein beispielsweise ein Unterscheidungsmerkmal zwischen großen und kleinen Rotordurchmessern. So sind große bzw. lange Rotorblätter an ihrer Blattwurzel aufgrund der hohen Belastung zwangsläufig dicker ausgeführt als an der Blattspitze. Im Nabenbereich eines Rotors ist die Umfangsgeschwindigkeit geringer im Vergleich zur Blattspitze. Deshalb ist die Schnelllaufzahl und mit ihr einhergehend die Strömungsgeschwindigkeit wesentlich niedriger. Dadurch benötigen Rotorblätter an ihrer Blattwurzel größere Profiltiefen. Das wiederum hat den Vorteil, dass Rotorblätter an der Blattwurzel, wie bereits erwähnt, wesentlich massiver ausgeführt sind und somit höhere Belastungen standhalten können.

Auch die Materialien der Rotorblätter können anhand der Rotorblattdimensionen variieren. Lange Rotorblätter bestehen aus verschiedenen Komponenten. Das Herstellungsverfahren bedarf vieler einzelner zum Teil komplizierter Fertigungsschritte. Solche Rotorblätter sind bei modernen Windkraftanlagen aus glas- bzw. kohlefaserverstärkten Kunststoffen gefertigt. Kurze Rotorblätter hingegen können ohne weiteres mittels 3D-Drucker hergestellt werden, da hierbei nicht auf Gewicht oder bestimmte Festigkeiten geachtet werden muss. Begründet sind die vergleichsweise guten Festigkeitseigenschaften, durch die Möglichkeit, die kleineren Rotorblätter als Vollmaterialkörper anfertigen zu können.

4.2 Strömungstechnische Unterschiede

Aus strömungstechnischer Sicht gibt es deutliche Unterschiede.

Rotorblätter bzw. Rotoren von Windkraftanlagen stellen für den Wind ein Hindernis dar. Indem Rotoren nach dem in Kapitel 2.3.4 beschriebenen Auftriebsprinzip realisiert werden, macht man sich das „Hindernis“ zur Nutze, um die kinetische Energie des Windes in Rotationsenergie zu wandeln.

Bei Strömungsvorgängen um einen Körper spielt die Reynoldszahl Re eine wichtige Rolle. Die Reynoldszahl die nach dem Physiker Osborne Reynolds benannte dimensionslose Kennzahl wird wie folgt definiert (Zierep und Bühler 2010), S.113:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{v \cdot t}{\nu} \quad (4.1)$$

Sie gibt das Verhältnis der Trägheitskräfte zur Reibungskräfte an. Bezogen auf einen Windrotor ist v die Anströmgeschwindigkeit und d die charakteristische Länge des umströmten Profils, also die Profiltiefe t . ν ist die kinematische Viskosität des umströmenden Fluids. Für Windturbinen sind im Blattspitzenbereich hohe Reynoldszahlen notwendig, um den entstehenden Blattspitzenverlusten entgegen zu wirken.

Der Zahlenwert der Reynoldszahl erlaubt eine Beurteilung, welche Strömungsart vorliegt. Die Grenzschicht am umströmten Profil bildet sich in Abhängigkeit der Reynoldszahl laminar oder turbulent aus. Es lässt sich der Übergang von einem unterkritischen zu einem überkritischen Verhalten der Grenzschicht darlegen. Für aerodynamische Profile gilt der kritische Bereich bis $Re_{krit} = 5 \cdot 10^5$. Ist die Reynoldszahl bei der Profilmströmung kleiner als Re_{krit} , so befindet sich die Reynoldszahl im unterkritischen Bereich und die Grenzschicht liegt laminar vor. Bei der unterkritischen Umströmung kann sich die ausgebildete laminare Grenzschicht ablösen. Eine laminare Grenzschicht ist reibungsarm, dünn und sie ist zudem nicht in der Lage ist, von außen Energie aufzunehmen. Bei der Umströmung der Profiloberseite ist die kinetische Energie der Grenzschicht, aufgrund des Druckanstiegs, schnell aufgebraucht. Die Strömung reißt ab. Man spricht dann von unterkritischer Profilmströmung mit laminarer Ablösung. Dies hat zur Folge, dass sich von dem Ablösepunkt an Wirbel bilden und sich der Profilwiderstand stark erhöht. Die Auftriebskraft hingegen bleibt konstant. Folglich verschlechtert sich das Verhältnis von Auftriebs- zu Widerstandskraft, also die Gleitzahl, beträchtlich. Dies trifft gerade für kurze Rotorblätter also Rotoren mit kleinen Durchmesser zu. Der zu optimierende Rotor der vorliegenden Arbeit hat einen Solldurchmesser von $0,2 \text{ m}$. Für einen solchen Rotor liegen im Windgeschwindigkeitsbereich zwischen $0 - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ausnahmslos unterkritische Strömungen vor. Bild 36 zeigt prinzipiell das unterkritische Grenzschichtverhalten an einem umströmten Profil.

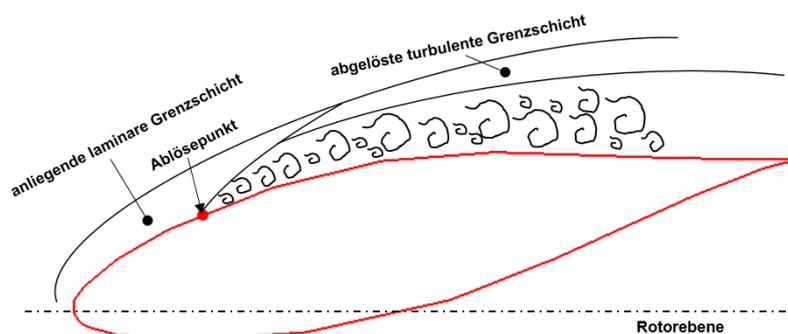


Bild 36: Grenzschichtverhalten im unterkritischen Bereich

Liegt die Reynoldszahl über Re_{krit} , so spricht man vom überkritischen Bereich. In dem Bereich schlägt die laminar abgelöste Grenzschicht ab dem Umschlagpunkt in eine turbulente Grenzschicht um. Die Grenzschicht legt sich von dem Anlegepunkt an wieder ans Profil und es entstehen keine widerstandserhöhenden Wirbel.

Rotoren großen Durchmessers weisen ausschließlich Reynoldszahlen im überkritischen Bereich auf. Der Vorteil großer Rotoranlagen liegt also darin, dass Reynoldszahlen im überkritischen Bereich erzielt werden. Dadurch lassen sich hohe Gleitzahlen realisieren. Die Leistungsbeiwerte großer Rotoren sind im Gegensatz zu kleinen Rotoren wesentlich besser.

Auf Bild 37 ist prinzipielle das überkritische Grenzschichtverhalten dargestellt.

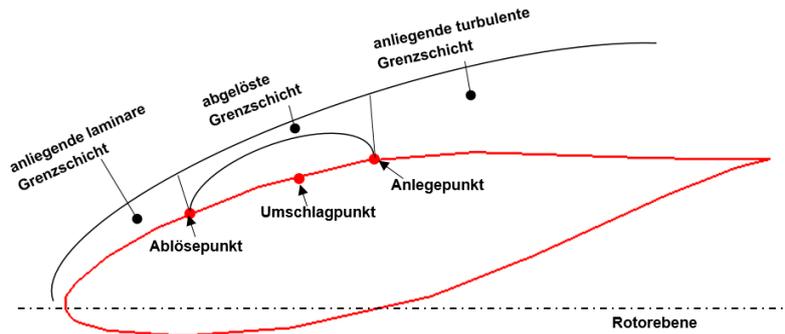


Bild 37: Grenzschichtverhalten im überkritischen Bereich

5 Optimierung der Rotorgeometrie

Um einen Rotor optimal auszulegen, sind vorab einige Entscheidungen zu treffen:

1) Festlegung des aerodynamischen Profils

Mit dem aerodynamischen Profil steht auch die Gleitzahl fest. Um eine gewünschte Gleitzahl zu erhalten, ist das Profil um einen bestimmten Winkel anzustellen. Mit dem Anstellwinkel steht dann auch der Einbauwinkel fest.

2) Festlegung der Auslegungswindgeschwindigkeit v_w

Die Auslegungswindgeschwindigkeit ist eng mit der Schnelllaufzahl verknüpft. Steht bereits der Rotordurchmesser fest, so kann nun mit der Auslegungswindgeschwindigkeit auf die Auslegungsschnelllaufzahl geschlossen werden (vgl. Gl. (2.27)).

3) Festlegung der Schnelllaufzahl λ_A

Wie schon in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt wurde, stellt die Schnelllaufzahl eine wichtige Kenngröße zur Auslegung von Windkraftanlagen bzw. deren Rotorblätter dar. Sie gibt unter anderem an, ob es sich um einen Schnell- oder Langsamläufer handelt.

4) Festlegung der Flügelanzahl z

Mit der Festlegung der Flügelanzahl werden die Flügeltiefe sowie die Verwindung des Flügels festgelegt.

Der Rotor kann allerdings nur auf eine bestimmte Auslegungswindgeschwindigkeit optimiert werden. Hierbei liegt es an dem Konstrukteur, welche Windgeschwindigkeit er zur Auslegung des Rotors zugrunde legt. Treten andere Windgeschwindigkeiten auf, so müssen Verluste in Kauf genommen werden. In der Regel helfen Standortanalysen dabei, die Auslegungswindgeschwindigkeit festzulegen. Für diese Arbeit wird eine Auslegungswindgeschwindigkeit von $v_w = 10 \frac{m}{s}$ festgelegt.

5.1 Erstellung von Profilpolaren

Der zu optimierende Rotor der Kleinstwindenergieanlage soll einen Durchmesser von $0,2 m$ vorweisen. Wie in Kap. 4.2 gezeigt wurde, ändert sich das Grenzschichtverhalten bei solch kleinen Rotordurchmessern zum unterkritischen Strömungsverhalten. Dies ist insofern problematisch, da sich mit der Reynoldszahl der vorliegenden Strömung auch die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte stark ändern. Um verwertbare und realitätsnahe Ergebnisse mit der Anwendung des in Kap. 5.3 beschriebenen Berechnungswerkzeuges zu erzielen, ist es vorab

notwendig, die Profilpolaren des Profils zur vorliegenden Reynoldszahl zu ermitteln. Die Software QBlade ist eine Open-Source-Windturbinen-Berechnungssoftware, welche von der Technischen Universität Berlin entwickelt wurde (Marten und Wendler 2013).

Mit QBlade ist es möglich, Profilpolare in Abhängigkeit zur Reynoldszahl zu erstellen. Diese Software basiert auf dem von Mark Drela 1986 entwickelten Computerprogramm XFOIL. Es werden dabei zwei Berechnungsmethoden miteinander kombiniert, um Auftriebs- und Widerstandsvoraussagen treffen zu können. Diese beiden zum Einsatz kommenden Methoden sind zum einen das Panelverfahren und zum anderen die Voll-inverse Methode (web.mit.edu kein Datum).

Das Panelverfahren dient zur näherungsweise Berechnung der Verteilung des Auftriebes eines Tragflügels. Dazu wird der Tragflügel in einzelne Elemente (panels) zerlegt. Die einzelnen Tragflügelelemente werden dann je mit tragenden Wirbeln beaufschlagt. Die Wirbelgröße wird so bestimmt, dass ein glattes Abströmen an der Hinterkante des Profils gegeben ist. Die nun resultierenden Wirbelverteilungen geben Aufschluss über verschiedene aerodynamische Kenngrößen wie beispielsweise dem Widerstand und dem Auftrieb.

Als Voll-inverse Methode (inverser Entwurf) wird eine Berechnungsmethodik bezeichnet, welche einen Strömungskörper (Tragflügel) nicht nach seiner Form entwirft, sondern die Geschwindigkeits- oder Druckverteilung vorgibt, um eine passende Form dafür zu finden. Die Geschwindigkeits- bzw. Druckverteilung hat direkten Einfluss auf die Grenzschichtströmung, also den Auftrieb und den Widerstand.

Nachfolgend werden die notwendigen Schritte zur Ermittlung von Profilpolaren mithilfe von QBlade erläutert.

5.1.1 Vorgehensweise zur QBlade Anwendung

QBlade bietet die Möglichkeit, im *Airfoil-Design-Modus* Profilkonturen der NACA-Profilserie zu generieren. Nach Eingabe des NACA-Zifferncodes und der Anzahl der gewünschten Konturpunkte, wird das Flügelprofil angezeigt. Dies ist die Grundlage für die weiteren Bearbeitungsschritte.

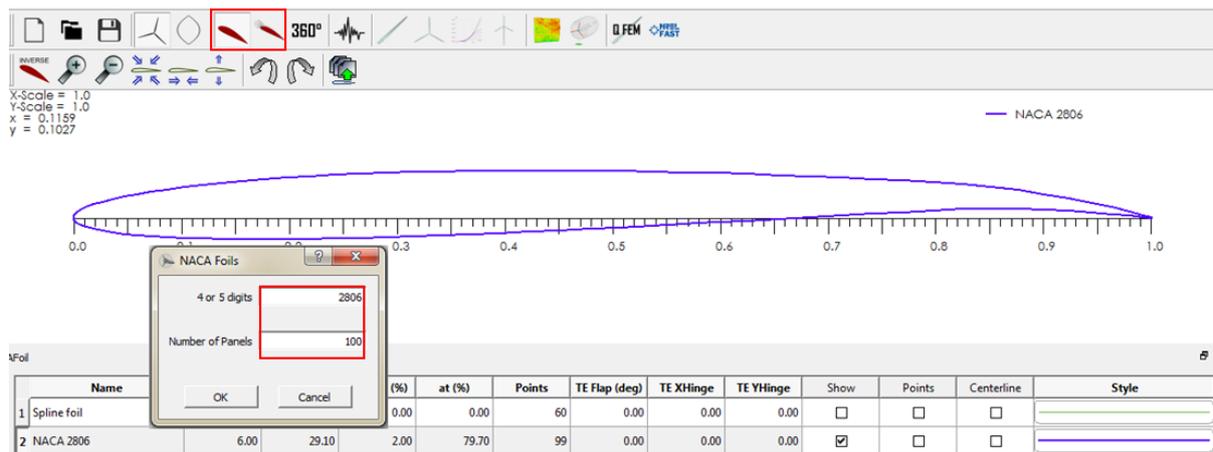


Bild 38: Airfoil Design Modus

5.1.2 Datengenerierung und -auswertung

Nach erfolgreichem Erstellen der Profilkontur lässt sich im *XFOIL-Direct-Analysis-Modus* ein neues Profilpolare erzeugen (vgl. Bild 39). Dazu muss die gewünschte Reynoldszahl eingegeben werden, welche sich nach Gl. (4.1) berechnet. Als charakteristische Länge wird die Profiltiefe an der Rotorblattspitze eingesetzt. Da an der Rotorblattspitze die größten Verluste (Tip-

Verluste) zu erwarten sind, ist es wichtig, in diesem Bereich die korrekte Reynoldszahl zu ermitteln.

Nach Betätigen der *Analyse* Schaltfläche startet der Berechnungsvorgang.

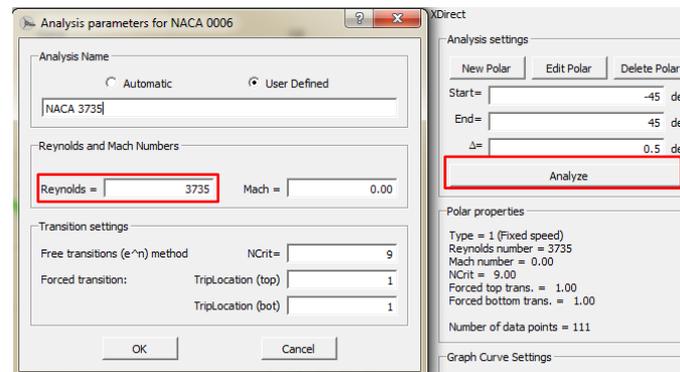


Bild 39: Anlegen eines neuen Profilpolars im XFOIL-Direct-Analysis-Modus

Nach Abschluss des Berechnungsvorganges besteht die Möglichkeit, noch weitere Berechnungen bei variieren der Reynoldszahl durchzuführen und diese mit den vorangegangenen Ergebnissen zu vergleichen (vgl. Bild 40). Es lassen sich die Ergebnisse in verschiedenen Darstellungen grafisch anzeigen. Anhand der Grafiken lässt sich die Gleitzahl in Abhängigkeit zum Anstellwinkel ablesen.

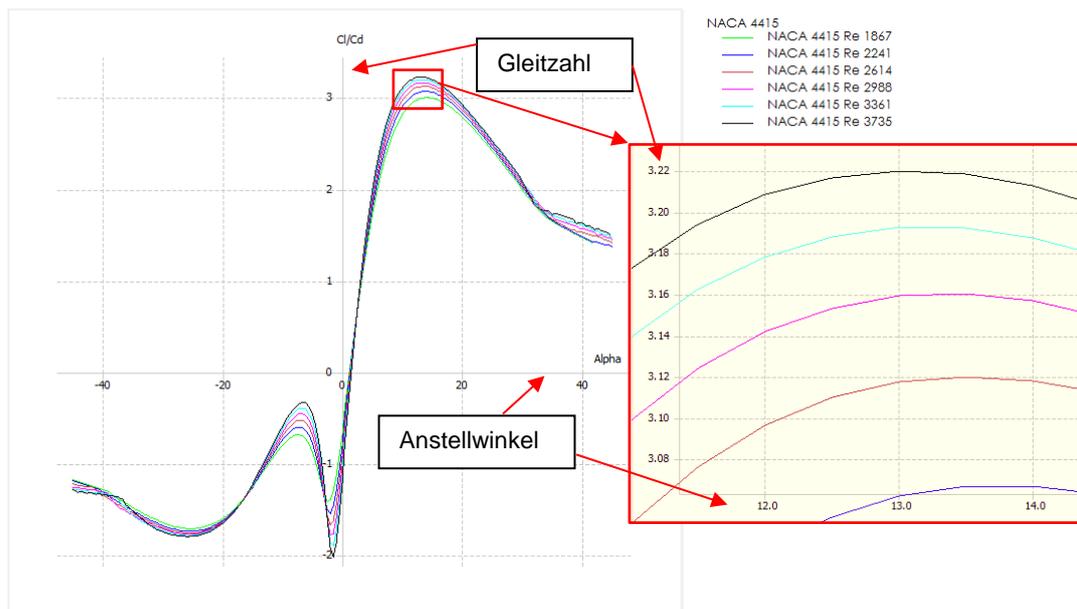


Bild 40: Gleitzahl über Anstellwinkel für versch. Re Zahlen

Es besteht zudem die Möglichkeit, die Profilpolardateien sowie sämtliche Grafiken zu exportieren. Die exportierten Profilpolardateien werden für die Anwendung des Berechnungswerkzeuges aus Kapitel 5.3 benötigt. Im Anhang A) finden sich die erstellten Profilpolare.

5.2 Vorbetrachtungen zur Optimierung

Um den Rotor möglichst optimal gestalten zu können, ist vorab zu klären, ob und welche Parameter variiert werden sollen. Zudem muss eine Entscheidung getroffen werden, wie die einzelnen Parameter sinnvoll zu variieren sind.

Um die optimale Rotorblattanzahl zu ermitteln, müssen vorab Rotoren mit verschiedenen viel Rotorblätter miteinander verglichen werden. Für diesen Vergleich werden Rotoren mit Rotorblattanzahlen $z = 3; 5; 7; 9$ gewählt.

Um die Menge an Ergebnisdaten möglichst gering zu halten, wird zur Optimierung des Rotors die Auslegungsschnelllaufzahlen von $\lambda = 1$ bis 7 variiert. Dies macht insofern Sinn, wenn man sich das Rotordrehzahlband bzw. die daraus resultierenden Umfangsgeschwindigkeiten des Rotors bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten ansieht (vgl. Tabelle 3). Die Rotorblattspitzengeschwindigkeit berechnet sich wie folgt:

$$v_u = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot \frac{v_w \cdot \lambda}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot R = v_w \cdot \lambda \tag{5.1}$$

λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_w [m/s]	v_u [m/s]									
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_w [m/s]	v_u [km/h]									
10	36	72	108	144	180	216	252	288	324	360
12	43	86	130	173	216	259	302	346	389	432
14	50	101	151	202	252	302	353	403	454	504
16	58	115	173	230	288	346	403	461	518	576
18	65	130	194	259	324	389	454	518	583	648
20	72	144	216	288	360	432	504	576	648	720

Tabelle 3: Umfangsgeschwindigkeiten bei verschiedenen Schnelllaufzahlen

Die rot markierten Felder ($v_u > 100 \frac{m}{s} = 360 \frac{km}{h}$) werden bei der Optimierung nicht mit berücksichtigt. Solch hohe Umfangsgeschwindigkeiten führen vermutlich zur Zerstörung des Rotors bzw. dessen Rotorblättern. Zudem werden die orange markierten Felder ebenfalls nicht mit berücksichtigt. Hier kämen maximal zwei von sechs möglichen Windgeschwindigkeiten in Frage, bevor die vorher festgelegte Grenze von 100 m/s überschritten wird. Da der Rotor über keine Pitch-Regelung verfügt, lassen sich die Rotorblätter bei Erreichen dieser Grenzen nicht drehen, um den Rotor vor der Zerstörung zu schützen. Es sei noch erwähnt, dass moderne Windkraftanlagen ihre Drehzahl oberhalb der Nenngeschwindigkeit konstant halten. Folglich nimmt die Schnelllaufzahl wieder ab. Dies wird allerdings in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Darüber hinaus werden die maximalen Rotorblatttiefen t_{max} und die Rotorblatttiefen an der Flügelspitze t_R für die Parameterkombinationen λ und z ermittelt (vgl. Tabelle 4). Die Rotorblatttiefen werden mithilfe der Gleichung (3.44) ermittelt. Als Auftriebsbeiwert wird $c_a = 0,6$ zugrunde gelegt. Die Kombinationen der rot markierten Felder werden für weitere Betrachtungen vernachlässigt, da hier utopische Rotorblatttiefen realisiert werden müssten.

λ	1	2	3	4	5	6	7	λ	1	2	3	4	5	6	7
z [-]	t_{max} [mm]							z [-]	t_R [mm]						
3	193.81	96.60	64.60	48.45	38.76	32.28	27.68	3	187.06	66.20	32.00	18.58	12.07	8.45	6.24
5	116.29	58.14	38.76	29.07	23.26	19.37	16.61	5	112.24	39.70	19.20	11.15	7.24	5.07	3.75
7	83.06	41.53	27.69	20.76	16.61	13.84	11.86	7	80.17	28.36	13.71	7.96	5.17	3.62	2.68
9	64.60	32.30	21.53	16.15	12.92	10.76	9.23	9	62.35	22.06	10.67	6.19	4.02	2.82	2.08

Tabelle 4: Maximale Rotorblatttiefen und Rotorblatttiefen an der Flügelspitze nach Schmitz

Um ein möglichst gutmütiges NACA-Profil für die Optimierung des Rotors auszuwählen, sind vorab die Reynoldszahlen für die verschiedenen Parameterkombinationen von λ und z zu ermitteln. Berechnet wird die Reynoldszahl nach der Gleichung (4.1). Nach Berücksichtigung

der Ausschlusskriterien aus Tabelle 3 und Tabelle 4 lässt sich die größte Reynoldszahl mit einem 7 Blattrotor bei einer Schnelllaufzahl von $\lambda = 2$ erreichen.

Die Zusammenfassung der Ergebnisse ist in Tabelle 5 dargestellt.

t_R [mm]	187.06	66.20	32.00	18.58	12.07	8.45	6.24
Re [-]	124709	44114	21332	12387	8048	5636	4162
λ_A [-]	1	2	3	4	5	6	7
z [-]	3	3	3	3	3	3	3
t_R [mm]	112.24	39.70	19.20	11.15	7.24	5.07	3.75
Re [-]	74826	26469	12799	7432	4829	3382	2497
λ_A [-]	1	2	3	4	5	6	7
z [-]	5	5	5	5	5	5	5
t_R [mm]	80.17	28.36	13.71	7.96	5.17	3.62	2.68
Re [-]	53447	18906	9142	5309	3449	2415	1784
λ_A [-]	1	2	3	4	5	6	7
z [-]	7	7	7	7	7	7	7
$t_{Schmitz,R}$ [mm]	62.4	22.1	10.7	6.2	4.0	2.8	2.1
Re [-]	41570	14705	7111	4129	2683	1879	1387
λ_A [-]	1	2	3	4	5	6	7
z [-]	9	9	9	9	9	9	9

Tabelle 5: Übersicht der Reynoldszahlen in Abhängigkeit der Rotorblatttiefen an den Blattspitzen

Diese maximal mögliche Reynoldszahl von $Re = 18906$ wird mithilfe von QBlade zur Ermittlung der maximalen Gleitzahlen von 117 verschiedenen NACA-Profilen verwendet. Tabelle 6 zeigt die fünf NACA-Profile mit den höchsten Gleitzahlen bei der zuvor ermittelten Reynoldszahl.

NACA	ϵ_{max} bei Re_{18906}	bei °	C_A
2806	16.04	4.5	0.527
4706	15.95	4.5	0.555
2706	15.21	4.5	0.506
4606	14.54	4.5	0.513
6209	14.54	4.5	0.514

Tabelle 6: Maximale Gleitzahlen verschiedener NACA-Profile

Mit $\epsilon_{max} = 16,04$ zeigt das NACA-Profil 2806 die beste Gleitzahl. Für die Optimierung des Rotors und der späteren Konstruktion dessen, wird dieses Profil ausgewählt. Die Kontur dieses Profils ist in Bild 38 abgebildet.

Das gewählte NACA-Profil 2806 wird nun genutzt, um mit QBlade wiederum die maximalen Gleitzahlen und die dazu notwendigen Anstellwinkel für Rotoren mit verschiedenen λ/z Kombinationen und den daraus resultierenden Reynoldszahlen zu ermitteln. Zudem werden die Profilpolaren der verschiedenen Kombinationen erstellt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7 zusammengefasst. Die rot markierten Felder zeigen die Kombinationen, welche für die spätere Konstruktion angesichts der bereits erwähnten Gründe nicht in Frage kommen.

NACA	Re	ϵ_{max}	bei °	z	λ	NACA	Re	ϵ_{max}	bei °	z	λ
2806	124709	41.44	3.0	3	1	2806	53447	28.92	4.0	7	1
	44144	24.85	4.5				2				
	21332	16.87	4.5				3				
	12387	13.23	4.5				4				
	8048	10.84	5.0				5				
	5636	9.12	5.0				6				
	4162	7.93	4.5				7				
2806	74826	321.5	4.0	5	1	2806	41570	24.4	4.5	9	1
	26469	19.64	5.0				2				
	12799	13.44	5.0				3				
	7432	10.44	5.0				4				
	4829	8.50	5.5				5				
	3382	7.17	5.5				6				
	2497	6.24	6.0				7				

Tabelle 7: Maximale Gleitzahl verschiedener Rotoren mit NACA 2806 Profil

5.3 Anwendung eines BEM-Berechnungswerkzeuges

Die Optimierung des für diese Arbeit geforderten Rotors erfolgt mithilfe eines Online-Berechnungswerkzeuges. Berechnungswerkzeuge finden heutzutage immer häufiger Anwendung bei der Frage um die Auslegung bzw. Optimierung von Rotoren.

Als Berechnungswerkzeug wird folgend die Web-Applikation WKAero (Version 1.1) von Calcinc verwendet. Dieses browser-basierende Berechnungswerkzeug dient zur Konfiguration und Nachrechnung von Windkraftanlagen mit horizontaler Drehachse. Hierbei werden diverse Eingabemasken bereitgestellt, um Leistungs- und Belastungsberechnungen durchzuführen, welche für die Entwicklung und Bewertung von Windturbinen nötig sind. Das Programm liefert nach der Eingabe der nutzerspezifischen Daten Ergebnisse über die Rotorblattaerodynamik und Geometrie, die Leistungsbeiwerte oder auch die auf die verschiedenen Anlagenelemente wirkenden Kräfte und Momente. Als Veranschaulichung lassen sich die verschiedenen Ergebnisse exportieren und/oder auch grafisch darstellen.

Die Auslegungen bzw. die Berechnungen erfolgen unter Anwendung der Tragflügeltheorie sowie der Blattelementmethode.

5.4 Eingabemasken

Folgend werden die verschiedenen Eingabemasken, welche als Berechnungsgrundlage dienen, sowie einige festgelegte Parameter beschrieben. Es werden elf Eingabemasken angeboten, von denen allerdings nicht alle Masken ausgefüllt werden müssen. Folglich werden in diesem Kapitel nur die wichtigsten Eingabemasken vorgestellt. Die Dokumentation der Berechnungsmethodik findet sich der Vollständigkeit halber im Anhang B).

Für alle Berechnungen werden die Parameter der Eingabemaske „Umgebungsbedingungen“ konstant gehalten. Bild 41 zeigt die Eingabemaske sowie die gewählten Parameter (Müller Engineering Solutions kein Datum).

» Umgebungsbedingungen: Berechnung der Luftdichte			
Umgebungstemperatur	°C	<input type="text" value="15"/>	
Umgebungsdruck	MPa	<input type="text" value="101325"/>	
Gaskonstante	kJ/kgK	<input type="text" value="287"/>	

Bild 41: Eingabemaske Umgebungsbedingungen (Müller Engineering Solutions kein Datum)

Die wichtigsten und für eine aerodynamische Auslegung von Rotorblättern bedeutendsten Eingabemasken sind die der „Blattaerodynamik“ und der „Blattgeometrie“ (vgl. Bild 42). Die erstgenannte Eingabemaske benötigt die Parameter, welche zur Auslegung des Rotorblattes dienen. Hier besteht die Möglichkeit, eigene Datensätze von Profilpolaren in Form von ASCII-Dateien hochzuladen, um somit die Werte der Profilbeiwerte dynamisch zu gestalten. An dieser Stelle werden die Profilpolaren aus QBlade verwendet.

Liegen keine Datensätze vor, so ist es ebenfalls möglich, mit konstanten Beiwerten zu rechnen. Es besteht zudem die Möglichkeit, die Rotorblattauslegung nach Betz, Schmitz oder auch linear durchzuführen. Für die Optimierung wird die Auslegung nach Schmitz gewählt. Der Nabenradius und der Radius der Blattspitze bleiben konstant. Der Durchmesser des Rotors ist in der Aufgabenstellung mit 0,2 m vorgegeben. Der Nabenradius wird mit 0,02 m gewählt.

» Blattaerodynamik: Parameter zur Auslegung			
Rotorblattauslegung	-	<input type="radio"/> Betz <input checked="" type="radio"/> Schmitz <input type="radio"/> Linear	?
Schnelllaufzahl	-	<input type="text" value="2"/>	?
Nabenradius	m	<input type="text" value="0.02"/>	?
Radius Blattspitze	m	<input type="text" value="0.1"/>	?
Auslegungswindgeschwindigkeit	m/s	<input type="text" value="10"/>	?
Blattanzahl	-	<input type="text" value="9"/>	?
Anstellwinkel	Grad	<input type="text" value="4.5"/>	?
Definition Profilbeiwerte	-	<input type="radio"/> konstant <input checked="" type="radio"/> polare	?
Auftriebsbeiwert	-	<input type="text" value="0.75"/>	?
Widerstandsbeiwert	-	<input type="text" value="0.04"/>	?
Datensatz Profilpolare	-	<input type="text"/> <input type="button" value="Durchsuchen..."/>	?

Bild 42: Eingabemaske Blattaerodynamik (Müller Engineering Solutions kein Datum)

Die Eingabemaske der Blattgeometrie sieht die Eingabe des Profiltyps vor. Hier besteht die Möglichkeit, Kennziffern der vierstelligen NACA-Profilfamilie einzugeben, welche in der Datenbank des Berechnungsprogramms hinterlegt sind. Die Profilkonturpunkte sowie die Anzahl der Profilschnitte lassen sich variieren, bleiben aber für diese Arbeit konstant. Zudem lässt sich der Auffädelpunkt der einzelnen Profilschnitte festlegen. Die x/y-Korrektur verschiebt den Auffädelpunkt je nach Vorgabe.

» Blattgeometrie: Profilkontur und 3D-Beschreibung			
Profilkontur	-	<input checked="" type="checkbox"/> berechnen	?
Profiltyp NACA	-	<input type="text" value="2806"/>	?
Profilkonturpunkte NACA	-	<input type="text" value="100"/>	?
Auffädelpunkt Profilschnitte	-	<input type="radio"/> Vorderkante <input checked="" type="radio"/> Druckpunkt <input type="radio"/> yd/lmax <input type="radio"/> Schwerpunkt	?
x-Korrektur bei Druckpunktauffädelpunkt	-	<input type="text" value="0.4"/>	?
y-Korrektur bei Druckpunktauffädelpunkt	-	<input type="text" value="0.01"/>	?
Anzahl Profilschnitte	-	<input type="text" value="20"/>	?

Bild 43: Eingabemaske Blattgeometrie (Müller Engineering Solutions kein Datum)

5.5 Auswertung der Berechnungsdurchgänge mit WKAero

Die vollständigen WKAero Ergebnisse der beiden Berechnungsdurchgänge finden sich in Anhang A). Die Zahlenwerte aus WKAero werden in Excel überführt um diese grafisch darzustellen.

5.5.1 Erster Berechnungsdurchgang

Im ersten Berechnungsdurchgang werden Rotoren mit verschiedenen Rotorblattanzahlen miteinander verglichen. Dazu werden folgende Parameter variiert bzw. konstant gehalten:

- Die Windgeschwindigkeit bleibt mit $v_w = 10 \text{ m/s}$ konstant
- Die Schnelllaufzahl variiert von $\lambda = 1$ bis $\lambda = 7$
- Die Rotorblattanzahl variiert von $z = 3$ bis $z = 9$

Für jede λ/z Kombination werden die erstellten Profilpolare aus QBlade verwendet.

Die Ergebnisse dieses Durchgangs sind nachfolgend grafisch und tabellarisch dargestellt.

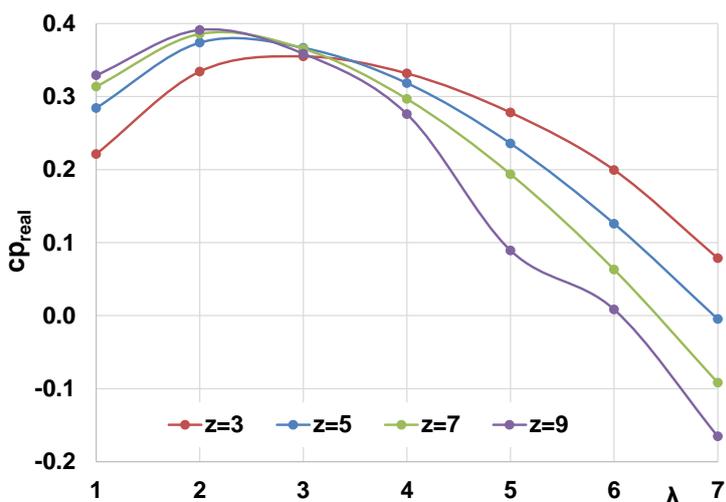


Bild 44: Leistungsbeiwert über Schnelllaufzahl (erster Berechnungsdurchgang)

cp _{real}	λ	z
0.3911	2	9
0.3856	2	7
0.3737	2	5
0.3666	3	5
0.3654	3	7
0.3586	3	9
0.3549	3	3
0.3342	2	3
0.3316	4	3
0.3291	1	9
0.3183	4	5
0.3137	1	7
0.2966	4	7
0.2843	1	5
0.2780	5	3
0.2356	5	5
0.2213	1	3
0.1994	6	3
0.1936	5	7
0.1259	6	5
0.0892	5	9
0.0786	7	3
0.0630	6	7
0.0084	6	9
-0.0047	7	5
-0.0918	7	7
-0.1652	7	9

Tabelle 8: Leistungsbeiwerte bei Schnelllaufzahlen (erster Berechnungsdurchgang)

Aus Bild 44 lässt sich erkennen, dass sich mit einem 9-Blattrotor bei einer Schnelllaufzahl von $\lambda = 2$ der größte Leistungsbeiwert erzielen lässt. Somit wird der Forderung nach einem möglichst großen Leistungsbeiwert bei gleichzeitig niedriger Schnelllaufzahl aus der Aufgabenstellung entsprochen. Tabelle 8 zeigt die Leistungsbeiwerte in absteigender Reihenfolge. Auch hier sind die zuvor genannten Ausschusskriterien für die spätere Konstruktion mit berücksichtigt (rot markierte Felder). Die negativen Leistungsbeiwerte bedeuten eine Leistungsaufnahme des Rotors. Bei diesen λ/z Kombinationen scheinen die Widerstandsbeiwerte so hoch zu sein, dass sich hier keine Leistung mehr generieren lässt. Zurückzuführen ist dieses Verhalten auf das unterkritische Strömungsverhalten der Grenzschicht.

Bild 45 zeigt die Schubbeiwerte der verschiedenen Rotoren bei variierenden Schnelllaufzahlen.

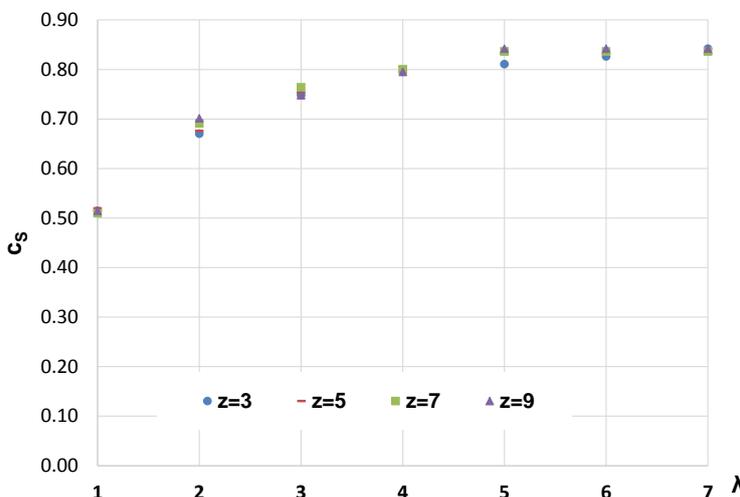


Bild 45: Schubbeiwert über Schnelllaufzahl (erster Berechnungsdurchgang)

Die örtlichen Rotorblatttiefen dieses 9-Blattrotors berechnen sich nach Gl.(3.44). Hierzu wird der Auftriebsbeiwert $c_A = 0,6$ verwendet (vgl. dazu (Gasch und Twele 2011), S.194). Die nachfolgenden Grafiken Bild 46 und Bild 47 zeigen die theoretisch notwendigen Rotorblatttiefen und die jeweiligen Einbauwinkel nach Betz und Schmitz in Abhängigkeit des Radius.

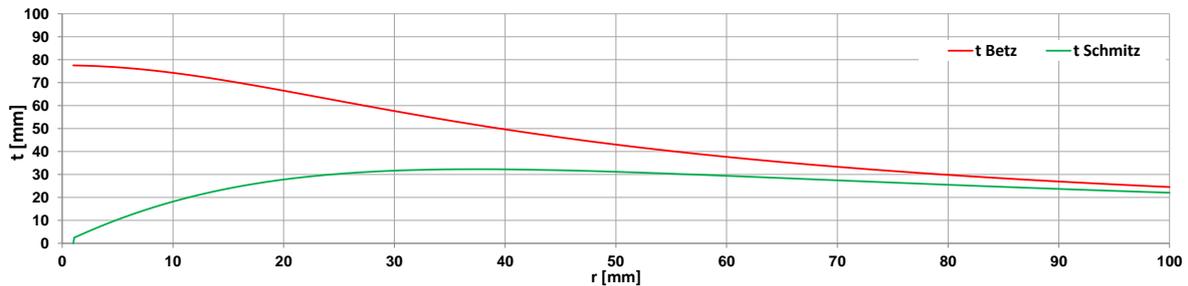


Bild 46: Rotorblatttiefen nach Betz und Schmitz für einen 9-Blattrotor (erster Berechnungsdurchgang)

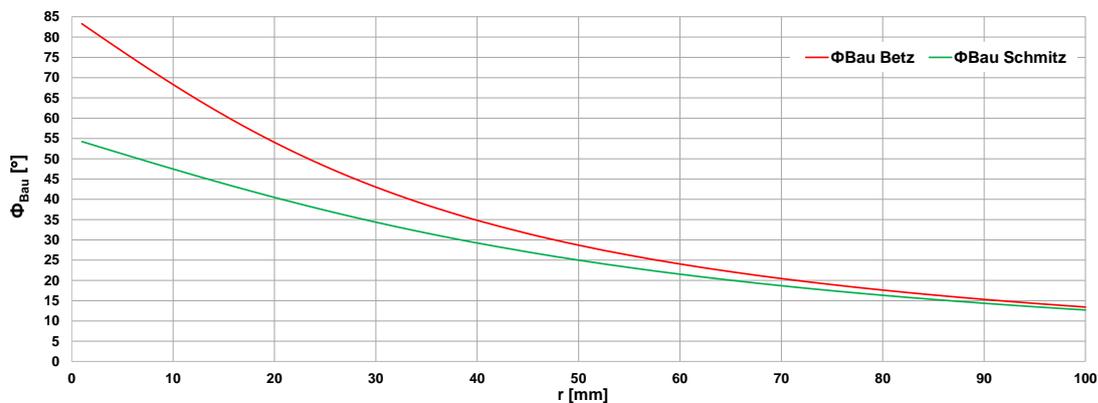


Bild 47: Einbauwinkel nach Betz und Schmitz für einen 9-Blattrotor (erster Berechnungsdurchgang)

5.5.2 Zweiter Berechnungsdurchgang

Aus dem ersten Berechnungsdurchgang fällt die Wahl auf einen 9-Blattrotor mit einer Auslegungsschnellaufzahl von $\lambda_A = 2$ und einer Auslegungswindgeschwindigkeit von $v_w = 10 \frac{m}{s}$. Da die Reynoldszahl, die Rotorblattspizentiefe und der Auftriebsbeiwert voneinander abhängig sind, ist es notwendig durch Iterieren die korrekte Rotorblatttiefe, die Reynoldszahl und den Auftriebsbeiwert zu ermitteln. Bild 49 zeigt die dazu notwendigen Iterationsschritte bis zum Abbruch. Die Berechnung der Blatttiefe erfolgt durch die Anwendung der Blatttiefenformel nach Schmitz (vgl. Gl. (3.44)).

Bild 48 verdeutlicht grafisch die Zusammenhänge der einzelnen Parameter.

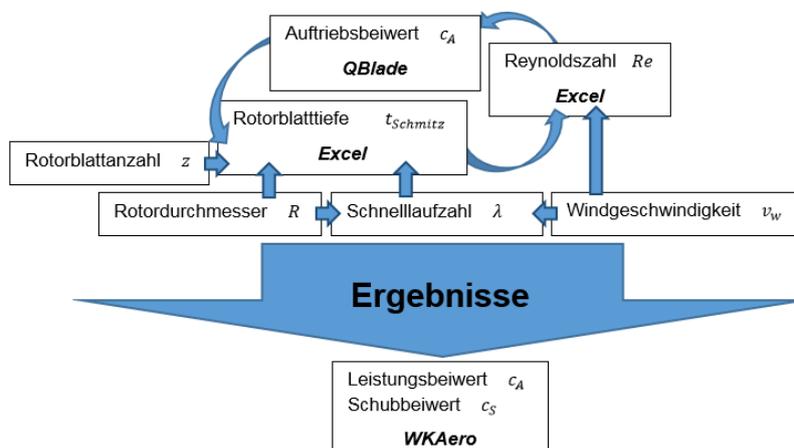


Bild 48: Darstellung der Parameterzusammenhänge

Die zwischenzeitlichen Auftriebsbeiwerte werden mit QBlade ermittelt. Gestartet wird mit der Annahme eines Auftriebsbeiwertes.

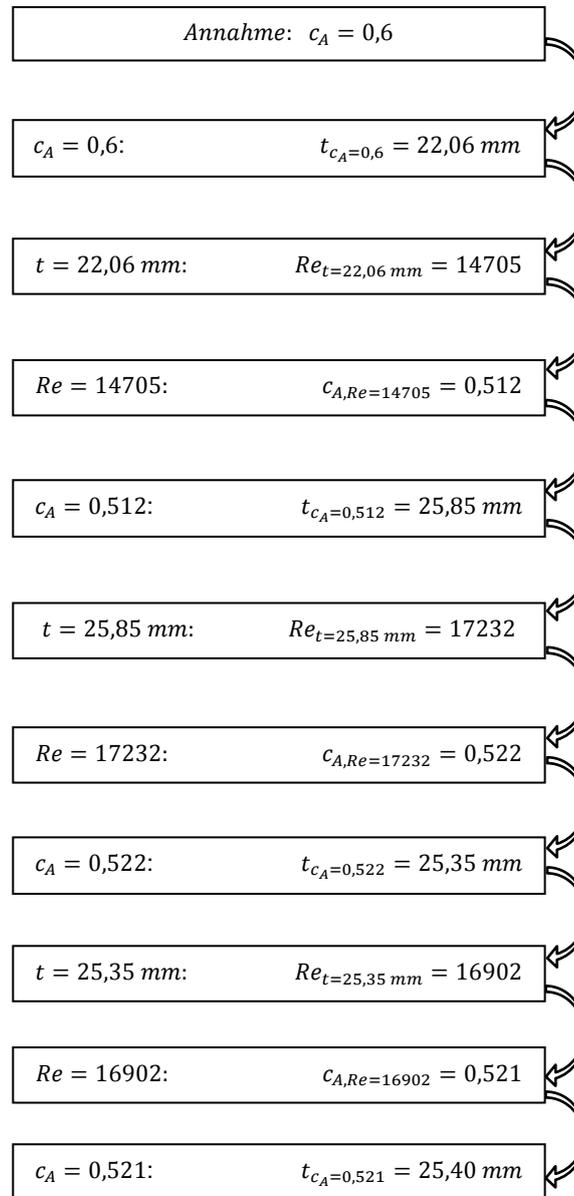


Bild 49: Iterationsfolge

Da sich der Auftriebsbeiwert bei der Reynoldszahl 16902 nur im Tausendstelbereich ändert und die Rotorblatttiefe lediglich im Hundertstelbereich, wird die Iteration an dieser Stelle abgebrochen. Für den zweiten Berechnungsdurchgang wird also das Profilpolar des 9-Blattrotors bei einer Reynoldszahl von 17232 herangezogen, um auf den notwendigen Auftriebsbeiwert von $c_A = 0,522$ zu schließen. Mit diesem Auftriebsbeiwert lassen sich wiederum die Rotorblatttiefen und die Reynoldszahlen der übrigen λ/z Kombination ermitteln.

Für den zweiten Berechnungsdurchgang werden folgende Parameter variiert bzw. konstant gehalten:

- Die Windgeschwindigkeit bleibt mit $v_w = 10 \text{ m/s}$ konstant
- Die Schnelllaufzahl variiert von $\lambda = 1$ bis $\lambda = 7$
- Die Rotorblattanzahl bleibt mit $z = 9$ konstant

Der Einbauwinkelverlauf lässt sich aus Bild 53 entnehmen. Grundlage des Einbauwinkels ist der Anstellwinkel $\phi_A = 5,5^\circ$ als Ergebnis aus QBlade.

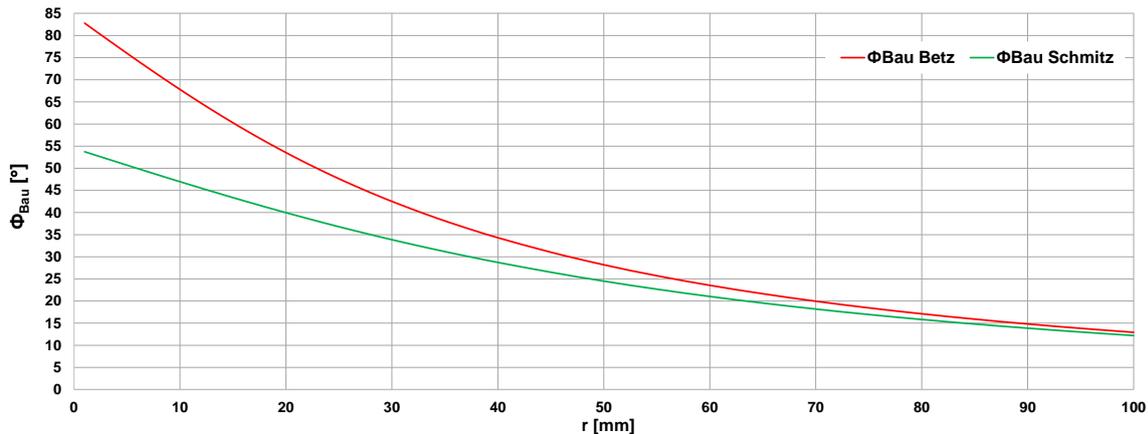


Bild 53: Einbauwinkelverlauf des optimierten 9 Blattrotors (zweiter Berechnungsdurchgang)

Die Zahlenwerte der einzelnen Profilschnitte finden sich im Anhang A).

6 Konstruktion des optimierten Rotors

6.1 NACA-Profile

Das in Kapitel 5.1 vorgestellte Berechnungswerkzeug *WKAero* nutzt zur Auslegung von Rotoren die vierstellige NACA (*National Advisory Committee for Aerodynamics*) Profildatenbank. Die NACA-Profile wurden vom National Advisory Committee for Aerodynamics, welches 1958 in die NASA (*National Aerodynamics and Space Administration*) überging, entwickelt. Der Zifferncode gibt Aufschluss über die geometrischen Daten (x-y-Koordinaten) wie auch über die Profilbeiwerte des Profils. Die jeweiligen Daten lassen sich aus Profilkatalogen entnehmen. NACA-Profile wurden ursprünglich als Tragflügelprofile für Flugzeugtragflächen entwickelt. Aufgrund verschiedener vorteilhafter Eigenschaften der Profile werden NACA-Profile auch für die Entwicklung von Windrotoren eingesetzt. Einige Rotorblatt- bzw. Windkraftanlagenhersteller gehen heutzutage dazu über, eigene Profile für ihre Rotorblätter zu entwickeln. Somit werden die Rotorblätter ausschließlich für die Anwendung von Windrotoren optimiert. Angesichts der öffentlichen Zugänglichkeit der NACA-Profildaten wird für die Konstruktion des Rotors auf diese Profile zurückgegriffen. Nachfolgend wird die NACA-Profilsystematik erläutert.

6.1.1 NACA-Profilsystematik

Bild 54 zeigt die kennzeichnenden Parameter der NACA-Profilserien.

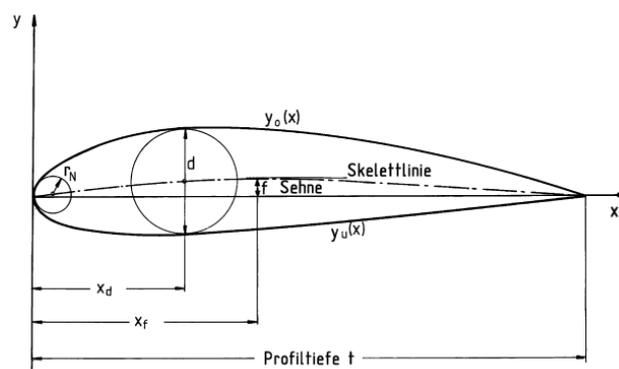


Bild 54: Profilparameter der NACA-Profile (Hau 2017), S.131

Deutung der Parameter:

- $y_o(\mathbf{x}) / y_u(\mathbf{x})$ Profilkordinaten der Ober- bzw. Unterseite
- t Profiltiefe/Sehnenlänge
- x_f Wölbungsrücklage
- x_d Dickenrücklage (Ort der größten Profildicke)
- f größte Wölbung (Ort der größten Wölbung)
- r_N Nasenradius
- d größte Profildicke

Die Skelettlinie wird auch als Profilmittellinie bezeichnet. Sie wird aus den Mittelpunkten der im Profil eingefassten Kreise gebildet. Bild 55 zeigt beispielhaft den Verlauf der Skelettlinie. Es lässt sich zudem ein Unterschied zur Profilsehne, welche aus der linearen Verbindung zwischen Profilnase und Profilhinterkante gebildet wird, erkennen. Die Skelettlinie trägt wesentlich zu den Strömungseigenschaften eines Profils bei. Bei unsymmetrischen Profilen ist diese Linie zumeist nach oben gewölbt. Dadurch wird ein höherer Auftrieb erzeugt.

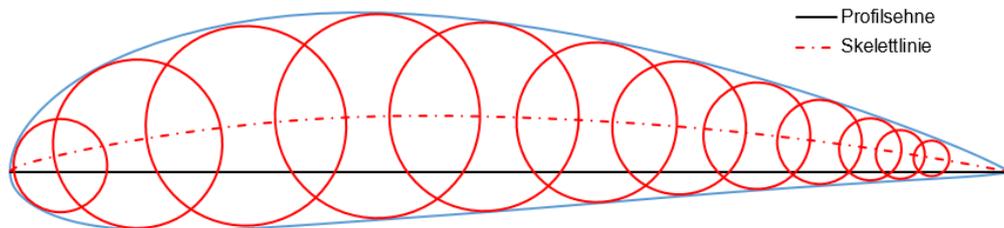


Bild 55: Verläufe der Skelettlinie und der Profilsehne

6.1.2 Kennzifferndeutung der NACA-Profile

Die NACA-Profile sind in mehrstellige Codes überführt worden. Folgend werden die Bedeutungen der Vierziffern-Serie der NACA-Profile vorgestellt.

1. Ziffer: Maximale Profilwölbung (in % der Profiltiefe)
2. Ziffer: Wölbungsrücklage (in 1/10 der Profiltiefe)
- 3.+ 4. Ziffer: Maximale Profildicke (in % der Profiltiefe)

6.2 Konstruktionsvorgehen

Um den Rotor in die CAD-Software CATIA V5 von Dessault Systemes überführen zu können, sind einige Schritte notwendig. Nachfolgend werden diese erläutert.

6.2.1 Flügelprofilerzeugung mit einem Profilgenerator

Aus der NACA-Profildatenbank lassen sich Koordinatenpunkte für beliebige NACA-Profile entnehmen. Diese Punkte lassen sich dann ohne weiteres mit CATIA erzeugen. Jeder Punkt steht nach der Erzeugung in Bezug zum Koordinatensystem und kann beliebig verschoben werden. Um ein brauchbares Profil zu erzeugen, ist eine Vielzahl von einzelnen Punkten notwendig. Da sich die Tiefe und die Verwindung des Profils mit dem örtlichen Radius des Rotorblatts verändern, gestaltet sich die Eingabe der einzelnen Punktkoordinaten relativ aufwendig. Mit QBlade besteht die Möglichkeit, die Profilkonturpunkte des gewünschten NACA-Profils zu ex-

portieren. Dazu ist zunächst wie unter 5.1.1 beschrieben vorzugehen. Ist die Profilkontur erzeugt, so lässt sich nun, unter dem Reiter *Foil*, eine .dat-Datei mit den Koordinaten des Profils exportieren (vgl. Bild 56).

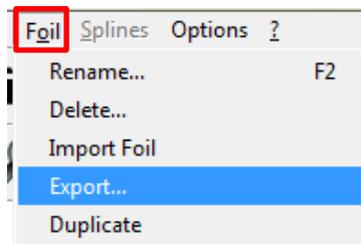


Bild 56: Export der Konturpunkte

Um die exportierte Datei mit Excel und für die weitere Verwendung mit CATIA nutzen zu können, müssen die folgenden zwei Schritte in Excel durchgeführt werden:

1) Ändern der Trennzeichen

Excel muss vorab in den (erweiterten) Optionen so eingestellt werden, dass die Dezimaltrennzeichen von *Komma* auf *Punkt* und die Tausendertrennzeichen von *Punkt* auf *Komma* geändert werden. Dieser Schritt ist unbedingt als erstes durchzuführen, da die exportierten Daten sonst unbrauchbar werden.

2) Spaltentrennung

Die x-y-Koordinaten werden nach dem Öffnen in einer Spalte dargestellt. Die Koordinaten müssen nun voneinander getrennt werden. Dazu bietet Excel einen Textkonvertierungs-Assistenten an. Mithilfe des Assistenten lässt sich eine Spalte in zwei Spalten nach Angabe eines Trennzeichens aufteilen.

Mit den vorgenommenen Einstellungen kann die Datei nun weiter verarbeitet werden.

Der Auffädelpunkt eines Profils lässt sich allerdings nicht vorgeben. Lediglich der Vorderkantenpunkt (Profilnase) des Profils ist als Auffädelpunkt vorgesehen. Dieser befindet sich im Ursprungspunkt des Koordinatensystems. Um den Auffädelpunkt nun auf $t/4$ zu verschieben, muss den x-Koordinaten nun ein Viertel der Gesamtprofiltiefe des betrachteten Profilschnitts abgezogen werden.

Der Profilschnitt verschiebt sich nun um $t/4$ nach links im Koordinatensystem (vgl. Bild 57).

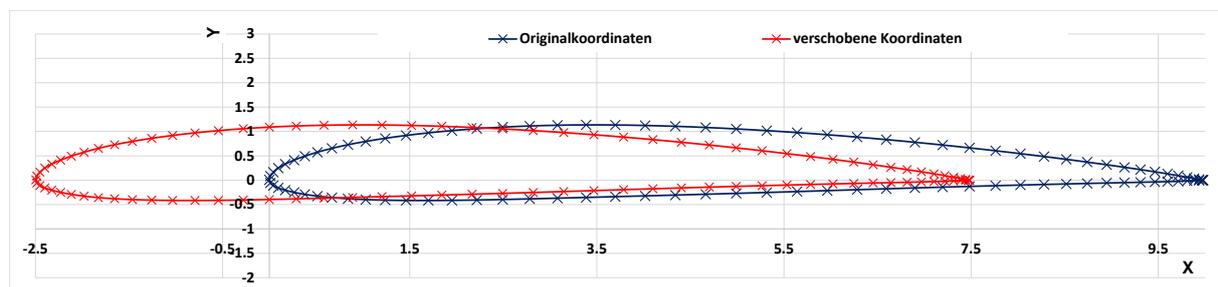


Bild 57: Verschobener Auffädelpunkt eines Profilschnitts

Um auch die örtliche Verwindung korrekt darzustellen, müssen die Koordinaten des Profils noch mathematisch transformiert werden. Dazu werden die Koordinatenpunkte mithilfe der folgenden Formeln neu berechnet (Papula 2014), S.43:

$$u = y \cdot \sin(\phi_{Bau}) + x \cdot \cos(\phi_{Bau}) \quad (6.1)$$

$$v = y \cdot \cos(\phi_{Bau}) - x \cdot \sin(\phi_{Bau}) \quad (6.2)$$

u und v stellen die gedrehten Koordinaten des jeweiligen Profils dar. Auf Bild 58 ist ein Profil um den Einbauwinkel gedreht dargestellt.

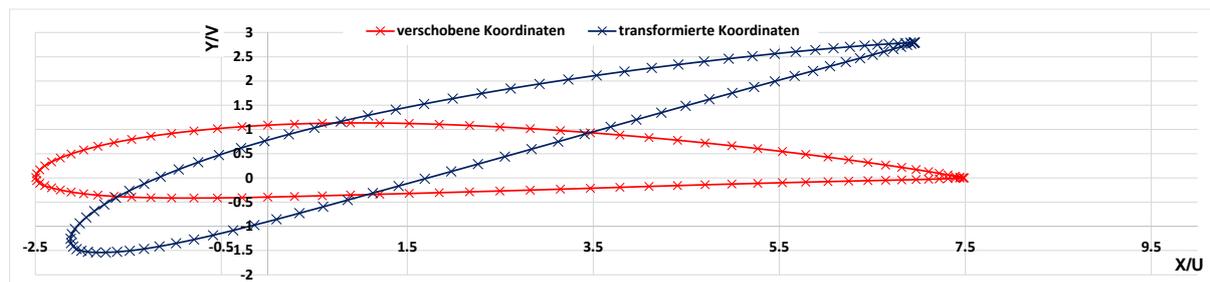


Bild 58: Transformierte Profilgeometrie

Um ein Flügelprofil zu generieren, stellt CATIA V5 eine Excel-Datei mit einem Makro zur Verfügung, dem Profilgenerator. Dieser Profilgenerator dient dazu, Punkte zu erzeugen und diese, falls gewünscht, via splines zu einer geschlossenen Kurve zu verbinden. Es lässt sich zudem ein Offset der einzelnen Profilschnitte vorgeben. Mit diesem Offset besteht also die Möglichkeit, den örtlichen Radius des Rotorblattes nachzuempfinden. Die einzelnen Schnitte können wiederum zu einer Oberfläche zusammengefügt werden. Es lässt sich also vor der Makroausführung wählen, ob nur einzelne Punkte (1 points), geschlossene Kurven (2 points and splines) oder ganze Oberflächen (points, splines and loft) generiert werden sollen (vgl. Bild 62).

Zu finden ist dieses Excel-Datenblatt üblicher Weise unter folgendem Pfad:

C:\Programme\Dassault Systemes\B21\intel_alcode\command

Hier findet sich die Datei des Profilgenerators:

GSD_PointSplineLoftFromExcel.xls

Es empfiehlt sich, dieses Excel-Datenblatt zu kopieren und an einem beliebigen Ort zu speichern. So bleibt die Original-Datei erhalten und kann für weitere Zwecke genutzt werden.

Das kopierte Datenblatt kann nun so mit Koordinaten gefüllt werden, dass nach der Ausführung des Makros alle gewünschten Profilschnitte in Abhängigkeit ihres örtlichen Rotorblatradius (offset) dargestellt werden.

Für diese Arbeit wurde ein Rotordurchmesser von $0,2\text{ m}$ vorgegeben. Es wurde sich für einen Rotornabendurchmesser von $0,04\text{ m}$ entschieden. Die Rotorblattlängen ergeben sich also zu $L = 0,08\text{ m}$. Die sich ergebende Rotorblattlänge wird in 5 mm Abschnitten aufgeteilt. Durch die Aufteilung erhält man 17 Profilschnitte. Nachfolgend wird beschrieben, wie das ursprüngliche Datenblatt des Profilgenerators für die vorliegende Arbeit angepasst wurde.

Das Datenblatt des Profilgenerators wurde so bearbeitet, dass sich 17 splines generieren lassen. Jede spline steht für einen Profilschnitt. Um für jeden Profilschnitt die korrekte Profiltiefe und den korrekten Einbauwinkel zu erhalten, wurden im Profilgenerator die jeweiligen Formeln hinterlegt. Lediglich die Grunddaten des Rotors (vgl. Bild 59, gelbe Felder) sind für hinterlegten Formeln notwendigen. Diese können in die dafür vorgesehenen Felder eingetragen werden.

U	V	W	X	Y
Schnellaufzahl	Blattanzahl	Auftriebsbeiwert	Anstellwinkel	Rotorradius
λ	z	c_A	Φ_A	R [mm]
2	9	0.835	5.5	100

Bild 59: Grunddaten des Rotors

Die Koordinatenpunkte der aus QBlade exportierten .dat-Datei können in die Spalte *Originalkoordinaten* eingefügt werden. Die Multiplikation der eingefügten Koordinatenpunkte mit der

Profilschnitttiefe, ergibt die korrekten Koordinaten des jeweiligen Profilschnitts. Die x-Koordinaten werden um ein Viertel der Gesamttiefe des Profils ($t/4$) verschoben. Die verschobenen Koordinaten werden transformiert und man erhält die endgültigen Koordinaten der einzelnen Profilschnitte.

Zwischen *StartCurve* und *EndCurve* liegt jeweils ein Profilschnitt. Bild 60 zeigt einen Ausschnitt des bearbeiteten Profilgenerators.

Eingabe (QBlade-Koordinaten)					Berechnete Werte (Formeln hinterlegt)							
StartLoft	Koordinaten Profilschnitt		Originalkoordinaten		Koordinaten · Sehnenlänge		verschobene Koordinaten	transformierte Koordinaten		Φ_A [°]	$t/4$	Blatttiefe t
StartCurve	u	v	X	Y	X	Y	$X_{t/4}$	u	v			
100	11.49113081	9.61407533	1.0000	-0.0006	19.98	-0.01	14.98	11.49	9.61	-39.97	4.99	19.98
100	11.34008898				19.83	0.05	14.84	11.34	9.57			
100	11.10021141				19.57	0.12	14.58	11.10	9.46			
100	10.79927479				19.25	0.19	14.25	10.80	9.31			
100	10.45519406				18.87	0.28	13.87	10.46	9.13			
100	11.15205179				19.57	0.036	14.58	11.15	9.39			
100	11.36921678				19.83	0.006	14.84	11.37	9.54			
100	11.49113081				19.98	-0.013	14.98	11.49	9.61			
102	EndCurve											
103	StartCurve											
95	13.07739069				21.76	-0.01	16.32	13.08	10.47	-36.79	5.44	21.76
95	12.91048722				21.60	0.06	16.16	12.91	10.42			
95	12.64265028				21.32	0.13	15.88	12.64	10.30			
95	12.30631118	10.13533983	0.9635	0.0098	20.97	0.21	15.53	12.31	10.14			
95	11.92127746	9.939913422	0.9446	0.0139	20.55	0.30	15.11	11.92	9.94			
95	11.49986823	9.715582486	0.9235	0.0181	20.09	0.39	14.65	11.50	9.72			
95	11.07444479	9.45455036	0.8989	0.0234	19.60	0.46	14.16	11.07	9.46			
1715	20	11.30062377	2.474542278	0.9799	0.0018	15.53	0.03	11.57	11.30	2.47		
1716	20	11.50570655	2.494271612	0.9928	0.0003	15.74	0.00	11.77	11.51	2.49		
1717	20	11.62029148	2.504309952	1.0000	-0.0006	15.85	-0.01	11.89	11.62	2.50		
1718	EndCurve											
1719	EndLoft											
1720	End											

Bild 60: Bearbeiteter Profilgenerator

Um das Marko nutzen und eine Oberfläche erhalten zu können, muss CATIA vorab gestartet und ein neues Projekt im *Generative Shape Design* Modus geöffnet werden.

Ausführen lässt sich das Excel Makro des Profilgenerators über:

Makros > Makros anzeigen > Makroname:Feuil.Main > Ausführen (vgl. Bild 61).



Bild 61: Makro ausführen

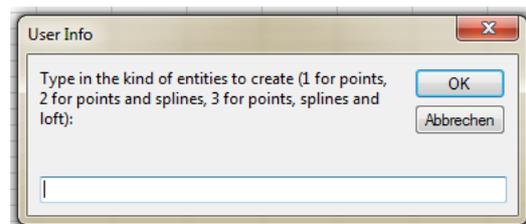


Bild 62: Makroauswahlfenster

6.2.2 Flügel- und Rotorkonstruktion

Sind alle Schritte aus Kap. 6.2.1 durchgeführt, so lässt sich nun das generierte Flächengebilde (vgl. Bild 63) in das *Part Design* überführen. Dazu ist lediglich der Wechsel ins *Catia Part Design* über *Start > Mechanische Konstruktion > Part Design* notwendig. Hier lässt sich aus der Fläche ein Volumenkörper erzeugen. Die Funktion *Fläche schließen* lässt den Volumenkörper entstehen (vgl. Bild 64).

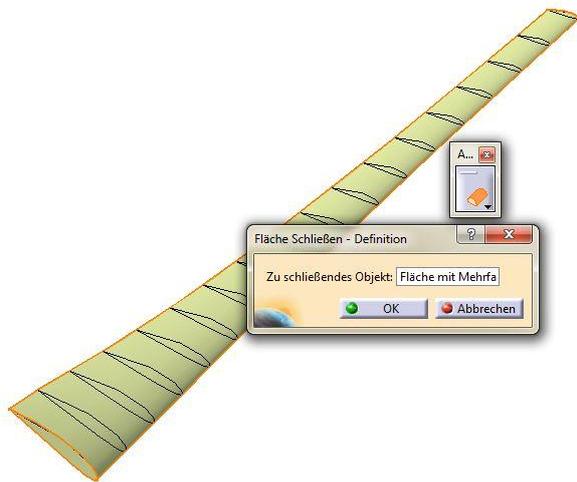


Bild 63: Generierte Oberflächenstruktur

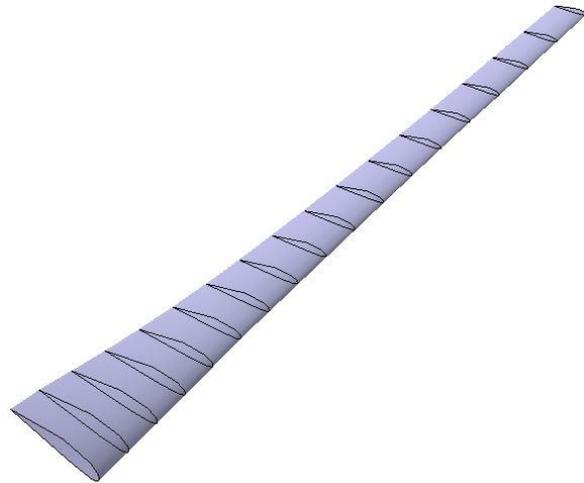


Bild 64: Flügelprofil als Volumenkörper

Um das Volumenmodell des Rotorblattes mit einer Rotornabe zu verbinden, ist noch ein Rotorblattanschluss notwendig. Dieser Rotorblattanschluss wird als Schwalbenschwanzausführung zum bestehenden Volumenmodell hinzugefügt. In Bild 65 ist der konstruierte Blattanschluss dargestellt.

Die Rotornabe wird als regelmäßiges Neuneck konstruiert. Dazu wird ein Kreis mit einem 20 mm Durchmesser als Konstruktionselement erzeugt. Dieser Durchmesser ist mindestens notwendig, um ein Überschneiden der einzelnen Rotorblätter zu vermeiden (vgl. dazu Bild 69). An diesem Konstruktionselement schließen Linien tangential an. Benachbarte Linien stehen in einem 140° -Winkel zueinander. Sind neun Linien mit den Vorgaben der Tangentenstetigkeit und des 140° -Winkels erzeugt, so ergibt sich das geforderte regelmäßige Neuneck (vgl. Bild 66).

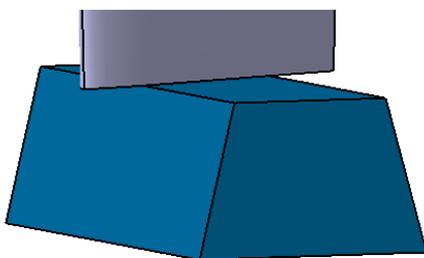


Bild 65: Rotorblattanschluss

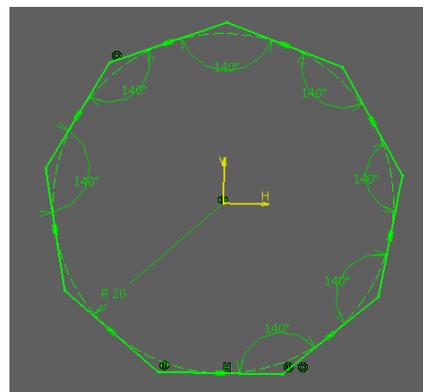


Bild 66: Skizze der Rotornabe als Neuneck

Die Nabe wird ebenfalls als Volumenmodell im *Part Design* erzeugt. Um die Rotorblätter letztendlich mit der Nabe verbinden zu können, muss die Nabe ebenfalls mit einem Schwalbenschwanzprofil versehen werden. Dieses Schwalbenschwanzprofil wird als Negativform mit der

Taschenfunktion vom Volumenmodell des Neunecks abgezogen. Die entstandene Tasche lässt sich mithilfe der Kreismusterfunktion unter Angabe eines Winkelabstandes vervielfältigen. Neun Exemplare mit einem Winkelabstand von 40° bilden einen vollständigen Kreis um den Mittelpunkt des Neunecks.

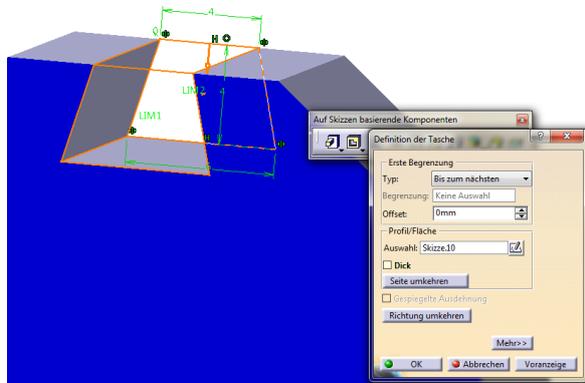


Bild 67: Rotorblattaufnahme

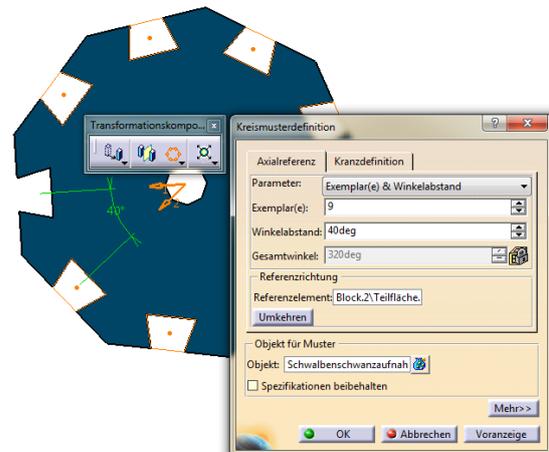


Bild 68: Vervollständigte Rotornabe

Um einen visuellen Eindruck des gesamten Rotors zu bekommen, lassen sich die einzelnen Komponenten (Rotorblätter und Rotornabe) im *Assembly Design* Modus zu einem Bauteil zusammenfügen. Über *Start > Mechanische Konstruktion > Assembly Design* gelangt man in diesen Modus. Die zuvor konstruierten Bauteile lassen sich nun einfügen und unter verschiedenen Bedingungen miteinander verbinden.

Auf Bild 69 ist der zusammengebaute Rotor abgebildet. Bild 70 lässt die Verwindung eines einzelnen Rotorblattes nachvollziehen.

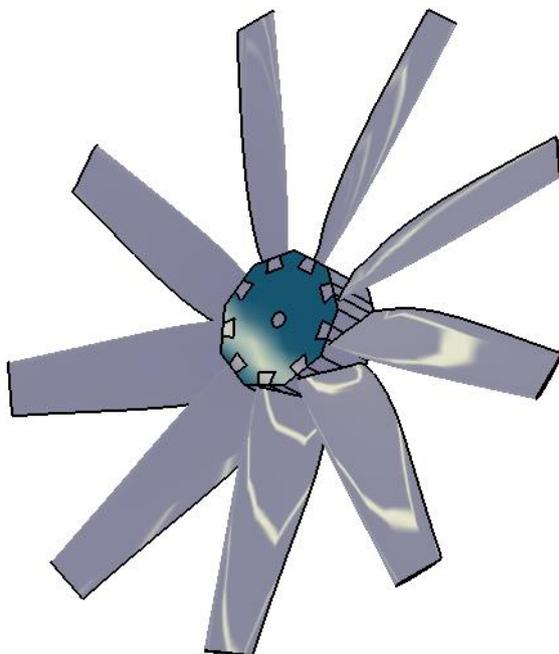


Bild 69: Optimierter 9-Blatt Rotor

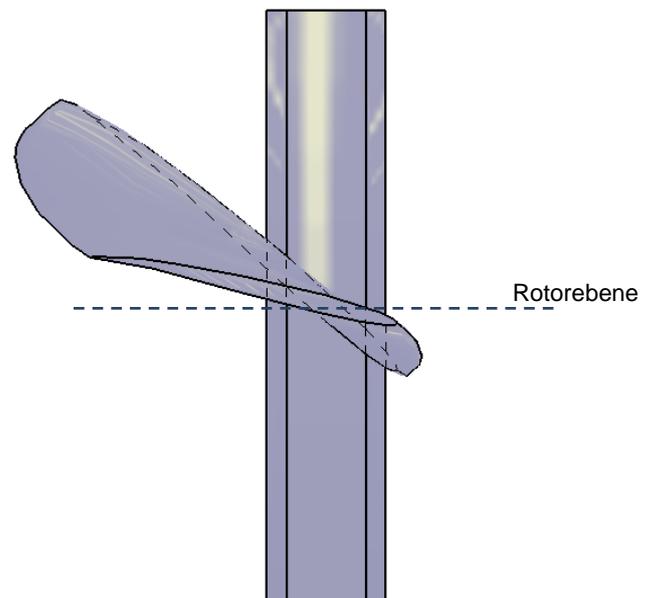


Bild 70: Verwindung eines Rotorblattes (Draufsicht)

7 Fazit und Ausblick

Die Optimierungsmöglichkeiten mittels der Berechnungswerkzeuge *WKAero* und *QBlade* sind fast grenzenlos. Allein die Anzahl an zur Verfügung stehenden Flügelprofilen der NACA-Familie erzeugt eine schier endlos wirkende Fülle an Variationsmöglichkeiten. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, eigene NACA-Profile zu entwerfen und diese zu verwenden. Zudem lassen sich die Durchmesser des Rotors und der Rotornabe variieren. Das bedeutet unter anderem eine Veränderung der Reynoldszahl und somit auch eine Veränderung der Profilpolaren bzw. der Beiwerte.

Im Laufe dieser Arbeit wurde klar, wie hoch der Einfluss der einzelnen Parameter wie Reynoldszahl, Auftriebsbeiwert, Rotorblatttiefe, Nabendurchmesser usw. untereinander ist. Die Unterschiede zwischen dem ersten und den zweiten Berechnungsdurchgang zeigen auf, wie wichtig es bei der theoretischen Auslegung eines vergleichsweise kleinen Rotors ist, möglichst mit genauen Daten zu rechnen (vgl. dazu Iterationsschritte Bild 49).

Der entstandene Rotor (vgl. Bild 69) macht deutlich, wieviel Profiltiefe für die einzelnen Rotorblätter notwendig ist, um den ermittelten maximal möglichen Leistungsbeiwert zu erreichen. Eine Erhöhung der Schnelllaufzahl verringert die örtliche Rotorblatttiefe. Allerdings geht mit der Erhöhung der Schnelllaufzahl ein Verlust des Leistungsbeiwertes einher. An dieser Stelle wird also nach einem Kompromiss verlangt.

Der Rotorblattanschluss in Schwalbenschwanzausführung weist vermutlich eine hohe Kerbwirkung auf. Dieser Rotorblattanschluss sollte unter Betrachtung von Festigkeitsaspekten überarbeitet werden. Eine Erhöhung des Rotornabendurchmessers würde für mehr Möglichkeiten sorgen, die Konstruktion Kerbunempfindlicher zu gestalten. Allerdings verkürzen sich dann die Rotorblätter bei gleichbleibendem Rotordurchmesser. Der Rotordurchmesser könnte ebenfalls variiert werden. Der geänderte Rotordurchmesser verlangt dann wiederum eine neue Berechnung. An dieser Stelle sei noch einmal auf die Grafik der Parameterzusammenhänge Bild 48 hingewiesen. Die Grafik verdeutlicht den Einfluss der einzelnen Parameter untereinander.

Da der Rotor bzw. die Rotorblätter für eine Versuchsanlage via 3D-Druck hergestellt werden, sollte eine Druckstrategie entwickelt werden. Dabei ist auf eine möglichst genaue Fertigung der Komponenten zu achten. Je nachdem ob die einzelnen Rotorblätter stehend oder liegend gedruckt werden, variiert die Qualität der Oberfläche. Begründet ist dies, durch das stufenweise Auftragen von Druckmaterial während des Druckprozesses.

Durch die Anwendung des Berechnungstools *WKAero* wurde im Laufe dieser Thesis auch klar, dass es zwingend notwendig ist, die Profilpolare des verwendeten Rotorblattprofils in Abhängigkeit der Reynoldszahl zu verwenden um fehlerhafte Ergebnisse zu vermeiden. Die verwendeten Profilpolaren basieren ausschließlich auf Berechnungsergebnissen. Um ein Flügelprofil bei unterkritischer Strömung beurteilen zu können, ist es unabdingbar, dieses Profil im Windkanal zu erproben.

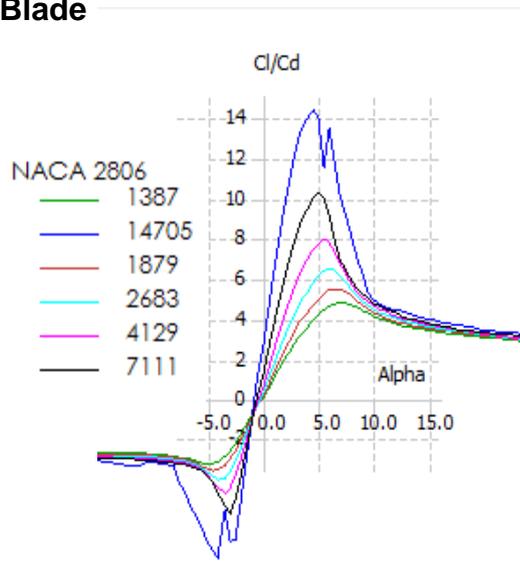
V Literaturverzeichnis

- Airfoil Tools*. kein Datum. <http://airfoils.com> (Zugriff am 01. 11 2017).
- Betz, Albert. *Wind-Energie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen*. Stufen: Ökobuchverlag, 1982.
- Diekmann, Bernd, und Eberhard Rosenthal. *Energie. Physikalische Grundlagen ihrer Erzeugung, Umwandlung und Nutzung*. 3. Auflage. Wiesbaden: Springer Spektrum, 2014.
- Gasch, Robert, und Jochen Twele. *Windkraftanlagen Grundlagen, Entwurf, Planung und Betrieb*. 7. Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011.
- Glauert, Hermann. *Airplane Propellers*. Bd. IV, in *Aerodynamic Theory. A General Review of Progress Under a Grant of the Guggenheim Fund for the Promotion of Aeronautics*, von William Frederick Durand. Stanford University, California: Julius Springer, 1935.
- Hansen, Martin O.L. *Aerodynamics of Wind Turbines*. 3rd ed. Hoboken: Taylor and Francis, 2015.
- Hau, Erich. *Windkraftanlagen Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit*. 6. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer, 2017.
- Marten, David, und Juliane Wendler. „QBlade Guidelines.“ *QBlade Guidelines V0.6*. Berlin, 18. 01 2013.
- Müller Engineering Solutions. *WKAero*. Vers. 1.1. Müller Engineering Solutions. kein Datum. <http://wkaero.calcing.de/> (Zugriff am 15. 09 2017).
- Papula, Lothar. *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 11 Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- q-blade.org*. kein Datum. <http://q-blade.org> (Zugriff am 28. 11 2017).
- Schmitz, Gerhard. *Theorie und Entwurf von Windrädern optimaler Leistung*. Herausgeber: Universität Rostock. Rostock: Selbstverlag der Universität Rostock, 1955.
- Unger, Jochem, und Antonio Hurtado. *Alternative Energietechnik*. 5. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.
- Vestas. *Vestas Wind Systems A/S*. kein Datum. https://www.vestas.com/en/media/news#!160420_nr_uk_ (Zugriff am 02. 10 2017).
- web.mit.edu*. kein Datum. http://web.mit.edu/drela/Public/papers/xfoil_sv.pdf (Zugriff am 01. 11 2017).
- Zierep, Jürgen, und Karl Bühler. *Grundzüge der Strömungslehre. Grundlagen, Statik und Dynamik der Fluide*. 8.Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2010.

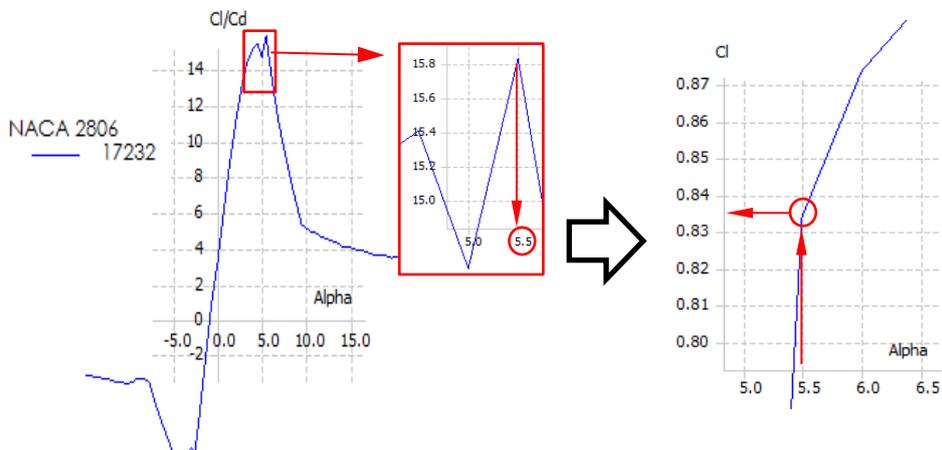
VI Anhang

A) Ergebnisse

A1) Profilpolare aus QBlade



Profilpolare für verschiedene Reynoldszahlen erster Berechnungsdurchgang (Gleitzahl über Anstellwinkel)



Profilpolare für Reynoldszahl nach Iteration zweiter Berechnungsdurchgang (Gleitzahl über Anstellwinkel)

Profilpolare für Auftriebsbeiwert bei Anstellwinkel für max. Gleitzahl

A2) WKAero Ergebnisse (erster Berechnungsdurchgang)

Eingabe (Variablen)					Ergebnis WKAero für z=3													cs	cs	
λ	v	z	Φ_A	NACA	$C_{P_{Betz}}$	P_{Betz}	$C_{P_{Schmittz}}$	$P_{Schmittz}$	P_{profil}	$C_{P_{real}}$	P_{real}	n	n	Ω	FA	FW	FU	FS	(Blatt)	(Rotor)
[-]	[m/s]	[-]	[°]		[-]	[W]		[W]	[W]	[-]	[W]	[1/s]	[1/min]	[1/s]	[N]	[N]	[N]	[N]		
1	10	3	3.0	2806	0.5926	11.40	0.4083	7.86	6.18	0.2213	4.26	15.9	955	100	0.41	0.01	0.24	0.33	0.1715	0.5144
2	10	3	4.5	2806	0.5926	11.40	0.4941	9.51	7.92	0.3342	6.43	31.8	1910	200	0.47	0.01	0.18	0.43	0.2234	0.6703
3	10	3	4.5	2806	0.5926	11.40	0.5215	10.04	6.48	0.3549	6.83	47.7	2865	300	0.50	0.03	0.13	0.48	0.2494	0.7482
4	10	3	4.5	2806	0.5926	11.40	0.5332	10.26	7.09	0.3316	6.38	63.7	3820	400	0.52	0.04	0.09	0.51	0.2650	0.7950
5	10	3	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5391	10.38	5.88	0.278	5.35	79.6	4775	500	0.53	0.05	0.06	0.52	0.2702	0.8106
6	10	3	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5425	10.44	4.19	0.1994	3.84	95.5	5730	600	0.53	0.06	0.04	0.53	0.2754	0.8262
7	10	3	4.5	2806	0.5926	11.40	0.5446	10.48	1.65	0.0786	1.51	111.4	6685	700	0.54	0.07	0.01	0.54	0.2806	0.8417

Eingabe (Variablen)					Ergebnis WKAero für z=5													cs	cs	
λ	v	z	Φ_A	NACA	$C_{P_{Betz}}$	P_{Betz}	$C_{P_{Schmittz}}$	$P_{Schmittz}$	P_{profil}	$C_{P_{real}}$	P_{real}	n	n	Ω	FA	FW	FU	FS	(Blatt)	(Rotor)
[-]	[m/s]	[-]	[°]		[-]	[W]		[W]	[W]	[-]	[W]	[1/s]	[1/min]	[1/s]	[N]	[N]	[N]	[N]		
1	10	5	4.0	2806	0.5926	11.4	0.4083	7.86	7.94	0.2843	5.47	15.9	955	100	0.25	0.01	0.14	0.20	0.1039	0.5196
2	10	5	5.0	2806	0.5926	11.40	0.4941	9.51	8.63	0.3737	7.19	31.8	1910	200	0.28	0.01	0.10	0.26	0.1351	0.6755
3	10	5	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5215	10.04	8.02	0.3666	7.60	47.7	2865	300	0.30	0.02	0.07	0.29	0.1507	0.7534
4	10	5	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5332	10.26	6.81	0.3183	6.13	63.7	3820	400	0.31	0.03	0.05	0.31	0.1611	0.8054
5	10	5	5.5	2806	0.5926	11.40	0.5391	10.38	4.98	0.2356	4.53	79.6	4775	500	0.32	0.04	0.03	0.32	0.1663	0.8314
6	10	5	5.5	2806	0.5926	11.40	0.5425	10.44	2.65	0.1259	2.42	95.5	5730	600	0.32	0.04	0.01	0.32	0.1663	0.8314
7	10	5	6.0	2806	0.5926	11.40	0.5446	10.48	-0.10	-0.005	-0.09	111.4	6685	700	0.32	0.05	0.00	0.32	0.1663	0.8314

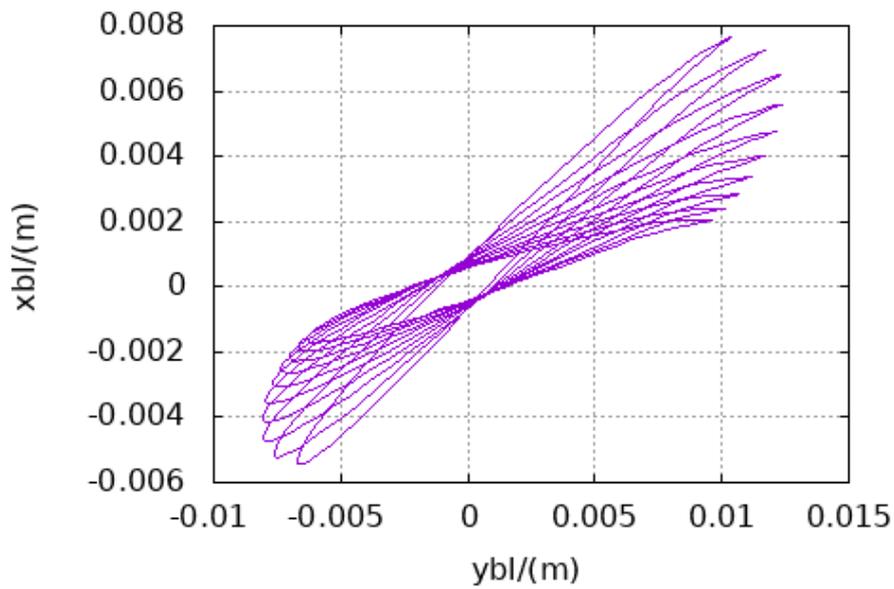
Eingabe (Variablen)					Ergebnis WKAero für z=7													cs	cs	
λ	v	z	Φ_A	NACA	$C_{P_{Betz}}$	P_{Betz}	$C_{P_{Schmittz}}$	$P_{Schmittz}$	P_{profil}	$C_{P_{real}}$	P_{real}	n	n	Ω	FA	FW	FU	FS	(Blatt)	(Rotor)
[-]	[m/s]	[-]	[°]		[-]	[W]		[W]	[W]	[-]	[W]	[1/s]	[1/min]	[1/s]	[N]	[N]	[N]	[N]		
1	10	7	4.0	2806	0.5926	11.40	0.4083	7.86	8.76	0.3137	6.04	15.9	955	100	0.18	0.01	0.10	0.14	0.0727	0.5092
2	10	7	4.5	2806	0.5926	11.40	0.4941	9.51	8.90	0.3856	7.42	31.8	1910	200	0.20	0.02	0.07	0.19	0.0987	0.6911
3	10	7	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5215	10.04	7.99	0.3654	7.03	47.7	2865	300	0.21	0.02	0.05	0.21	0.1091	0.7638
4	10	7	5.5	2806	0.5926	11.40	0.5332	10.26	6.34	0.2966	5.71	63.7	3820	400	0.22	0.02	0.03	0.22	0.1143	0.8002
5	10	7	5.5	2806	0.5926	11.40	0.5391	10.38	4.09	0.1936	3.73	79.6	4775	500	0.23	0.03	0.02	0.23	0.1195	0.8365
6	10	7	6.0	2806	0.5926	11.40	0.5425	10.44	1.32	0.063	1.21	95.5	5730	600	0.23	0.04	0.00	0.23	0.1195	0.8365
7	10	7	6.5	2806	0.5926	11.40	0.5446	10.48	-1.92	-0.092	-1.77	111.4	6685	700	0.23	0.04	-0.01	0.23	0.1195	0.8365

Eingabe (Variablen)					Ergebnis WKAero für z=9													cs	cs	
λ	v	z	Φ_A	NACA	$C_{P_{Betz}}$	P_{Betz}	$C_{P_{Schmittz}}$	$P_{Schmittz}$	P_{profil}	$C_{P_{real}}$	P_{real}	n	n	Ω	FA	FW	FU	FS	(Blatt)	(Rotor)
[-]	[m/s]	[-]	[°]		[-]	[W]		[W]	[W]	[-]	[W]	[1/s]	[1/min]	[1/s]	[N]	[N]	[N]	[N]		
1	10	9	4.5	2806	0.5926	11.4	0.4083	7.86	9.19	0.3291	6.33	15.9	955	100	0.14	0.01	0.08	0.11	0.0572	0.5144
2	10	9	4.5	2806	0.5926	11.40	0.4941	9.51	9.03	0.3911	7.53	31.8	1910	200	0.16	0.01	0.06	0.15	0.0779	0.7015
3	10	9	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5215	10.04	7.84	0.3586	6.90	47.7	2865	300	0.17	0.02	0.04	0.16	0.0831	0.7482
4	10	9	5.5	2806	0.5926	11.40	0.5332	10.26	5.90	0.2758	5.31	63.7	3820	400	0.17	0.02	0.02	0.17	0.0883	0.7950
5	10	9	6.0	2806	0.5926	11.40	0.5391	10.38	1.89	0.0892	1.72	79.6	4775	500	0.18	0.03	0.00	0.18	0.0935	0.8417
6	10	9	6.5	2806	0.5926	11.40	0.5452	10.44	0.18	0.0084	0.16	95.5	5730	600	0.18	0.03	0.00	0.18	0.0935	0.8417
7	10	9	7.0	2806	0.5926	11.40	0.5446	10.48	-3.46	#####	-3.18	111.4	6685	700	0.18	0.04	-0.01	0.18	0.0935	0.8417

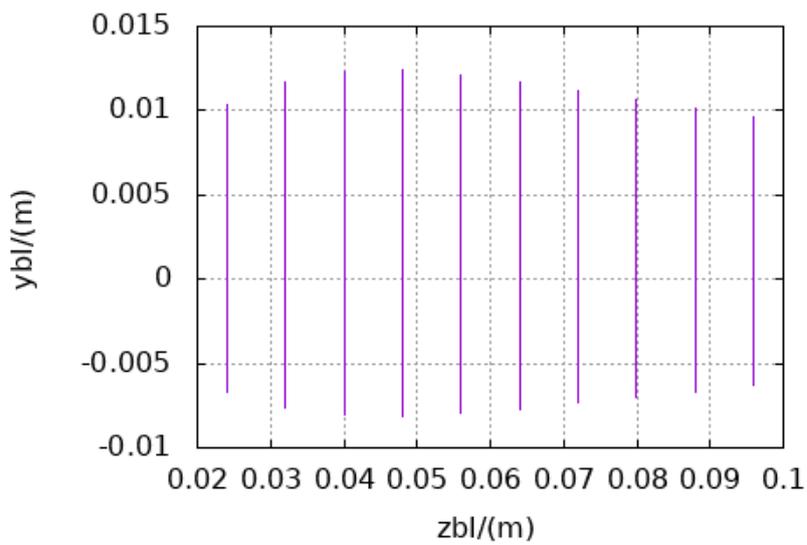
A2) WKAero Ergebnisse (zweiter Berechnungsdurchgang)

Eingabe (Variablen)					Ergebnis WKAero für z=9													cs	cs	
λ	v	z	Φ_A	NACA	$C_{P_{Betz}}$	P_{Betz}	$C_{P_{Schmittz}}$	$P_{Schmittz}$	P_{profil}	$C_{P_{real}}$	P_{real}	n	n	Ω	FA	FW	FU	FS	(Blatt)	(Rotor)
[-]	[m/s]	[-]	[°]		[-]	[W]		[W]	[W]	[-]	[W]	[1/s]	[1/min]	[1/s]	[N]	[N]	[N]	[N]		
1	10	9	5.5	2806	0.5926	11.40	0.4083	7.86	9.12	0.3624	6.28	15.9	955	100	0.14	0.01	0.08	0.11	0.0572	0.5144
2	10	9	5.5	2806	0.5926	11.40	0.4941	9.51	9.15	0.3964	7.63	31.8	1910	200	0.16	0.01	0.06	0.15	0.0779	0.7015
3	10	9	5.0	2806	0.5926	11.40	0.5215	10.04	8.04	0.3678	7.08	47.7	2865	300	0.17	0.02	0.04	0.16	0.0831	0.7482
4	10	9	5.5	2806	0.5926	11.40	0.5332	10.26	6.25	0.2923	5.62	63.7	3820	400	0.17	0.02	0.02	0.17	0.0883	0.7950
5	10	9	6.0	2806	0.5926	11.40	0.5391	10.38	3.85	0.1818	3.50	79.6	4775	500	0.18	0.01	0.03	0.18	0.0935	0.8417
6	10	9	6.0	2806	0.5926	11.40	0.5452	10.44	0.90	0.0428	0.82	95.5	5730	600	0.18	0.03	0.00	0.18	0.0935	0.8417
7	10	9	6.5	2806	0.5926	11.40	0.5446	10.48	-2.50	-0.12	-2.30	111.4	6685	700	0.18	0.03	-0.01	0.18	0.0935	0.8417

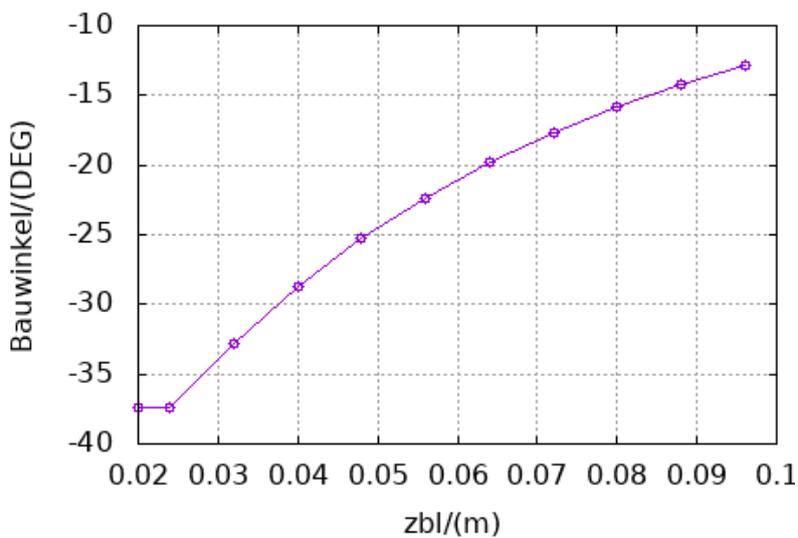
Profilgeometrie Schnitte



Blattgeometrie Draufsicht

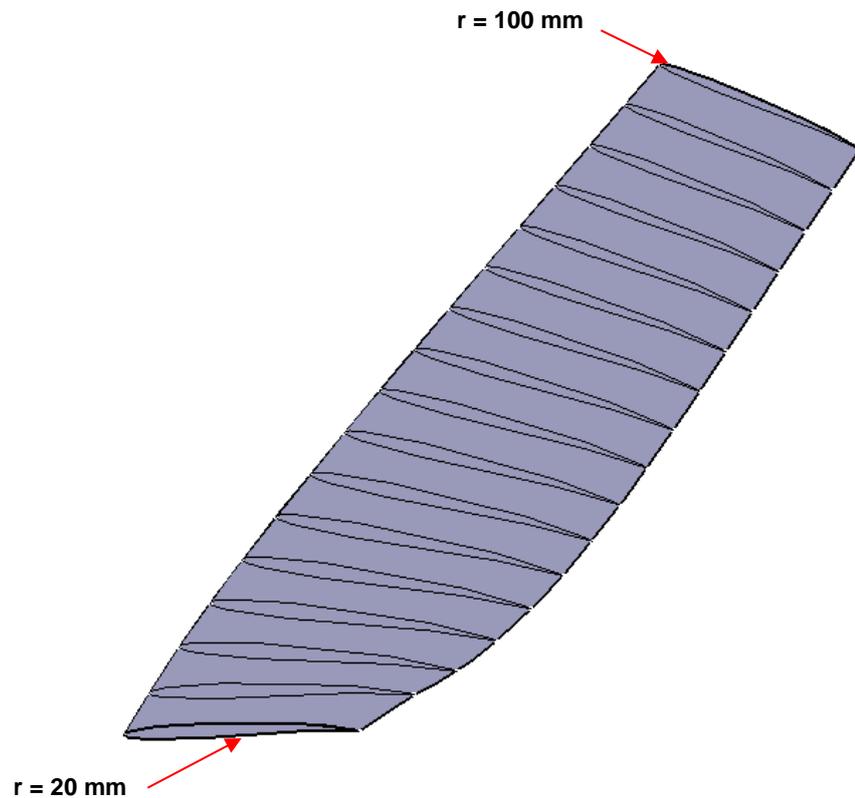


Blattgeometrie Verwindung



A3) Profiltiefen und Einbauwinkel für lokale Radien

r	t Schmitz	Φ Bau Schmitz
mm	mm	°
1.0	0.00	53.74
1.1	1.79	53.66
1.2	1.95	53.58
1.3	2.11	53.51
1.4	2.27	53.43
1.5	2.42	53.35
1.6	2.58	53.28
1.7	2.73	53.20
1.8	2.89	53.13
1.9	3.04	53.05
2.0	3.19	52.97
2.1	3.34	52.90
2.2	3.49	52.82
2.3	3.64	52.74
2.4	3.79	52.67
2.5	3.94	52.59
2.6	4.09	52.52
2.7	4.24	52.44
2.8	4.38	52.36
2.9	4.53	52.29
3.0	4.67	52.21
3.5	5.39	51.83
4.0	6.08	51.45
4.5	6.76	51.07
5.0	7.42	50.69
5.5	8.06	50.32
6.0	8.68	49.94
6.5	9.29	49.56
7.0	9.88	49.19
7.5	10.45	48.81
8.0	11.01	48.44
8.5	11.55	48.07
9.0	12.07	47.70
9.5	12.57	47.33
10.0	13.07	46.96
11.0	14.00	46.23
12.0	14.88	45.50
13.0	15.70	44.78
14.0	16.46	44.07
15.0	17.17	43.37
16.0	17.82	42.67
17.0	18.43	41.98
18.0	18.99	41.30
19.0	19.51	40.63
20.0	19.98	39.97
21.0	20.41	39.31
22.0	20.80	38.67
23.0	21.15	38.03
24.0	21.47	37.41
25.0	21.76	36.79
26.0	22.01	36.18
27.0	22.24	35.59
28.0	22.44	35.00
29.0	22.61	34.42
30.0	22.75	33.86
32.0	22.98	32.75
34.0	23.12	31.69
35.0	23.17	31.17
36.0	23.20	30.66
38.0	23.21	29.68
40.0	23.17	28.73
45.0	22.88	26.51
50.0	22.40	24.50
55.0	21.81	22.68
60.0	21.14	21.04
65.0	20.44	19.55
70.0	19.73	18.19
75.0	19.03	16.96
80.0	18.34	15.84
85.0	17.67	14.81
90.0	17.04	13.87
95.0	16.43	13.01
100.0	15.85	12.21



B) Dokumentation WKAero

1 WKAero: Berechnung von Windturbinen mit horizontaler Achse

1.1 Übersicht und Einführung

Die vorliegende Programmdokumentation beschreibt die Anwendung sowie den theoretischen Hintergrund von *WKAero* zur Berechnung des stationären Betriebsverhaltens von Windkraftanlagen auf Basis der Blattelementmethode nach [1].

WKAero kann für folgende Aufgabenstellungen eingesetzt werden:

- Entwurf, Vorauslegung und Nachrechnung von Windturbinen mit horizontaler Achse (Rotorblatt- und Profilgeometrie, Festigkeitsabschätzung Blatt und Turm)
- Lastberechnung nach dem vereinfachten Lastmodell nach EN 61400-2: Windenergieanlagen - Teil 2: Sicherheit kleiner Windenergieanlagen
- Kennlinienberechnung (Drehzahl $n = konst.$ oder Windgeschwindigkeit $c_0 = konst.$)
- Kennlinienberechnung für verschiedene Pitchwinkel bei fester Drehzahl
- Anlagenkennlinie und Ertragsberechnung bei gegebener Häufigkeitsverteilung

Die Bedienung des Berechnungsprogramms erfolgt plattformunabhängig über den Webbrowser. Die Eingabedaten werden über client- und serverseitige Methoden verarbeitet, wobei die eigentliche Berechnung auf dem *calc*ing-Berechnungsserver ausgeführt wird (Ausnahme: Intranet-Version). Die folgenden Abschnitte beinhalten die Beschreibung der Eingabedaten mit wichtigen Definitionen in Kapitel 1.2 sowie eine Zusammenfassung der Grundlagen und verwendeten Gleichungen in Kapitel 2.

1.2 Eingabedaten

Die Eingabedaten sind zur übersichtlichen Bedienung in zusammengehörende Parametersätze gegliedert. Diese teilen sich in Datensätze für z.B. die Umgebungsbedingungen, Blattaerodynamik und Geometrie, Blattfestigkeit, Turm, usw. auf. In den folgenden Absätzen werden die Eingabedaten in tabellarischer aufgeführt und erläutert. Die Tabelle enthält den Parameternamen, die physikalische Einheit, den Wertebereich (oder default-Einstellungen) sowie die Art der Variablen (i=integer, r=real, c=char). In der aktuellen Version werden keine Abhängigkeiten der Eingabedaten untereinander überprüft, sodass die korrekte Eingabe von Werten vom Benutzer überprüft werden muss (z.B. Blattspitzenradius > Nabenradius).

1.2.1 Umgebungsbedingungen

Aus den gegebenen Umgebungsbedingungen wird die Luftdichte nach der idealen Gasgleichung berechnet.

Parameter	Zeichen	Einheit	Beispielwert	Art
Umgebungstemperatur	T_t	°C	15.0	r
Umgebungsdruck	p_t	MPa	101325.0	r
Gaskonstante	R_i	J/kgK	287.0	r

Tab. 1: Parameter zur Berechnung der Luftdichte

1.2.2 Blattaerodynamik und Blattgeometrie

Die Eingabeabschnitte "Blattaerodynamik", "Blattgeometrie" und "Blattfestigkeit" beinhalten alle Parameter zur Beschreibung der Rotorblattgeometrie und grundlegende Parameter zur Auslegung der Windturbine. Maßgebende Parameter sind dabei die Auslegungs-Windgeschwindigkeit c_0 und Auslegungsschnelllaufzahl λ_D . Diese beschreibt das Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit $\omega \cdot r$ und der Blattspitze zur Windgeschwindigkeit c_0 weit vor dem Rotor (Ebene 0, Abb. 6).

$$\lambda_D = \frac{\omega \cdot r}{c_0} \quad (1)$$

Parameter	Zeichen	Einheit	Beispielwert	Art
Rotorblattauslegung	i_{rotor}	-	Betz/ Schmitz /Linear	i
Schnelllaufzahl	λ_D	-	7	r
Nabenradius	R_h	m	0.1	r
Radius Blattspitze	R_t	m	2.0	r
Auslegungswindgeschwindigkeit	c_0	m/s	10	r
Blattanzahl	z	-	3	i
Anstellwinkel Design	$\alpha_{A,D}$	DEG	5.0	r
Definition Profilbeiwerte	i_{polar}	-	konstant/ polare	i
Auftriebsbeiwert Design	$c_{A,D}$	-	0.75	r
Widerstandsbeiwert Design	$c_{W,D}$	-	0.04	r
Datensatz Profilpolare	f_{polar}	-	cacw4415_default.dat	c
Profilkontur	i_{profil}	-	0 , 1=berechnen	i
Profiltyp NACA	NACA	-	4415	i
Profilkonturpunkte NACA	n_p	-	50	i
Auffädung Profilschnitte	i_{auf}	-	VK/DP/(yd/l)max/SP	i
x-Korrektur Druckpunkt	$x_{rel,corr}$	-	0.35	r
y-Korrektur Druckpunkt	$y_{rel,corr}$	-	0.01	r
Anzahl Radien Profilschnitte	n_p	-	50	i

Tab. 2: Blattaerodynamik und Blattgeometrie

Der Parameter i_{rotor} definiert die Art der Rotorblattauslegung. Die Betzsche Optimalauslegung führt auf einen Verlauf der Flügeltiefe von

$$t_{Betz}(r) = \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{z} \cdot \frac{2\pi r}{c_{A,D}} \cdot \frac{c_0^3}{c^2 \omega r \cos(\beta)} \quad (2)$$

Der Design-Zuströmungswinkel $\beta_{1,D,Betz}(r)$ für den Radius r berechnet sich aus

$$\beta_{1,D,Betz}(r) = \operatorname{atan}\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{r}{R_t} \cdot \lambda_D\right) \quad (3)$$

Der Winkel ist gemäß Abbildung 2 relativ zur Maschineachse bzw. zur axialen Anströmrichtung definiert.

Für die Auslegung nach Schmitz folgt ein Tiefenverlauf von

$$t_{Schmitz}(r) = \frac{16\pi}{c_{A,D}} \cdot \frac{1}{z} \cdot r \sin^2\left(\frac{1}{3} \alpha_1(r)\right) \quad (4)$$

mit

$$\alpha_1(r) = \operatorname{atan}\left(\frac{R_t}{r \cdot \lambda_D}\right) \quad (5)$$

Der Design-Zuströmungswinkel $\beta_{1,D,Schm}$ für den Radius r berechnet sich mit

$$\alpha_{D,Schm}(r) = \frac{2}{3} \cdot \alpha_1(r) \quad (6)$$

zu

$$\beta_{1,D,Schm}(r) = 90^\circ - \alpha_{D,Schm}(r) \quad (7)$$

Der zugehörige Winkel der Profilsehne im Auslegungspunkt folgt für beide Auslegungsarten aus

$$\beta_{mech,D}(r) = \beta_{1,D}(r) + \alpha_{A,D} \quad (8)$$

Zur Berechnung der aerodynamischen Turbinenleistung P_{aero} im Auslegungspunkt werden zusätzlich Profilverluste und Verluste durch Umströmung der Blattspitzen (Tip-Verluste) berücksichtigt (vgl. [1]):

$$P_{aero} = c_{p,Schm} \cdot \eta_{Profil} \cdot \eta_{tip} \quad (9)$$

Profilverluste:

$$\eta_{Profil} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{r}{R_t} \cdot \frac{\lambda}{\epsilon} \quad (10)$$

Tip-Verluste nach Prandtl:

$$\eta_{tip} = \left(1 - 0.44 \cdot \frac{2\pi}{3z} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_D^2 + \frac{4}{9}}}\right)^2 \quad (11)$$

Es besteht die Möglichkeit die aerodynamischen Beiwerte $c_{A,D}$ und $c_{W,D}$ für die Auslegungsrechnung direkt vorzugeben. Dazu ist der Parameter **Definition Profilbeiwerte** bzw. i_{polar} auf **konstant** einzustellen. Wird eine Datei mit den Profilpolaren gegeben (Parameter **Datensatz Profilpolare**, f_{polar}) und der Parameter i_{polar} auf **polare** eingestellt, erfolgt die Berechnung der aerodynamischen Beiwerte auf Basis des geg. Anstellwinkels $\alpha_{A,D}$.

Eine zusätzliche Berechnung und Ausgabe der Profilgeometrie ist mit der Aktivierung des Parameters i_{profil} möglich. Zur Berechnung der Profilkontur ist die vierziffrige NACA-Profilsystematik hinterlegt. Das Profil wird durch n_p Konturpunkte beschrieben (gerade Anzahl, identische Punkteanzahl auf der Saug- und Druckseite). Die Wahl des Auffädelpunktes für eine gegebene Anzahl Profilschnitte n_s wird durch den Parameter i_{auf} vorgenommen (VK = Vorderkante, DP = Druckpunkt, (yd/l)max = Koordinate der max. Profildicke auf der Skelettlinie, SP = Schwerpunkt). Der Fädelpunkt für die **Druckpunkt**-Vorgabe wird durch manuelle Definition der relativen Sehnelängenkoordinate festgelegt: Dazu werden die Parameter $x_{rel,corr}$ und $y_{rel,corr}$ verwendet.

Zur Festigkeitsbewertung der Blattwurzel wird von einem kreisförmigen Blattanschluss mit den Abmessungen $D_{bl,a,root}$ und $D_{bl,i,root}$ ausgegangen. Für den inneren Blattbereich erfolgt die Festigkeitsbewertung anhand der max. Zugdehnung $\epsilon_{bl,zul}$ oder der max. Zugspannung $\sigma_{bl,zul}$ durch die Wahl des Parameters i_{str} . Die Blattwurzelbelastung durch Gewichtskräfte wird durch die Blattmasse festgelegt, die entweder direkt vorgegeben werden kann (Parameter $i_{bl,mass}$, Wert: Vorgabe, $mass_{bl}$) oder durch die Angabe der Blattdichte ρ_{bl} berechnet wird. Die Berechnung der Masse erfordert die Aktivierung der Profilgeometrieberechnung durch entsprechende Auswahl von i_{profil} .

Parameter	Zeichen	Einheit	Beispielwert	Art
Aussendurchmesser Blattwurzel	$D_{bl,a,root}$	m	0.02	r
Innendurchmesser Blattwurzel	$D_{bl,i,root}$	m	0.013	r
E-Modul Blattwurzel	$E_{bl,root}$	MPa	210000	r
max. Zugspannung Blattwurzel	$\sigma_{bl,root,zul}$	MPa	250	r
Spannungsbewertung Blatt	i_{str}	-	Dehnung /Spannung	r
max. Zugdehnung	$\epsilon_{bl,zul}$	-	0.0035	r
max. Zugspannung	$\sigma_{bl,zul}$	MPa	100	r
E-Modul Blatt	E_{bl}	MPa	40000	r
Definition der Blattmasse	$i_{bl,mass}$	-	berechnen Vorgabe	i
Dichte des Blattmaterials	ρ_{bl}	kg/m^3	2000	r
Blattmasse	m_{bl}	kg	0.75	r

Tab. 3: Blattfestigkeit und Masse

1.2.3 Turm

Analog zur Festigkeitsbewertung der Blattwurzel wird bei der Turmnachrechnung ebenfalls von einem kreisringförmigen Anschluss an das starre Fundament ausgegangen. Die maximal zulässige Zugspannung wird zur Begrenzung der Anlagenkennlinie verwendet (vgl. Abschnitt [1.2.4](#)).

Parameter	Zeichen	Einheit	Beispielwert	Art
Nabenhöhe	H_t	m	10	r
Aussendurchmesser Turm	$D_{t,a}$	m	0.06	r
Innendurchmesser Turm	$D_{t,i}$	m	0.05	r
E-Modul Turm	E_t	MPa	210000	r

max. Zugspannung	$\sigma_{t,zul}$	MPa	100	r
------------------	------------------	-----	-----	---

Tab.4: Turm

1.2.4 Kennfeld und Betriebsbereich

Auf Basis der Auslegungsrechnung können hier für eine feste Geometrie mit gegebenen Profilpolaren Kennlinien berechnet werden. Für Betriebspunkte der Anlage außerhalb des Auslegungspunktes (z.B. Drehzahl-, Windgeschwindigkeits-, Pitchwinkeländerung) stellen sich in der Rotorebene vom Auslegungspunkt abweichende Anströmwinkel ein. Der Anströmwinkel in der Rotorebene für beliebige Betriebspunkte wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$0 = t \cdot c_A(\alpha) - \left(\frac{8\pi r}{z} \cdot f_{vel} + t \cdot c_w(\alpha) \right) \cdot \tan(\alpha_1 - \alpha) \quad (12)$$

Dabei werden die Profilverluste und Verluste durch Umströmung der Blattspitzen (Tip-Verluste) bzw. Glauerts empirischer Ansatz berücksichtigt:

$$f_{vel} = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2}{3}\alpha_1\right) \sqrt{9 - 2y^2 + 9y^4} \quad \text{für } \sin(\alpha) < \sin(\alpha_{min}) \quad (13)$$

mit

$$y = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(2/3\alpha_1)} \quad (14)$$

$$f_{vel} = \sin(\alpha) \quad \text{für } \sin(\alpha_{min}) \leq \sin(\alpha) \leq \sin(\alpha_{max}) \quad (15)$$

$$f_{vel} = \sin(\alpha_{max}) \quad \text{für } \sin(\alpha) > \sin(\alpha_{max}) \quad (16)$$

Die Lösung der Gleichung (Nullstellensuche) erfolgt durch ein Pegasus-Verfahren und liefert den Anströmwinkel im entsprechenden Radienschnitt r . Die relative Zuströmgeschwindigkeit w berechnet sich aus:

$$w = w_1 \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha) \cdot \frac{8\pi r}{z} \cdot f_{vel} \cdot \frac{1}{\frac{8\pi r}{z} \cdot \sin(\alpha) + t c_w(\alpha_A)} \quad (18)$$

Für die Kräfte am Blattelement gilt:

$$dA(r) = \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \cdot t \cdot dr \cdot c_A(\alpha_A) \quad (19)$$

$$dW(r) = \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \cdot t \cdot dr \cdot c_W(\alpha_A) \quad (20)$$

$$dS(r) = dA(r) \cdot \cos(\alpha) + dW(r) \cdot \sin(\alpha) \quad (21)$$

$$dU(r) = dA(r) \cdot \sin(\alpha) - dW(r) \cdot \sin(\alpha) \quad (22)$$

$$dM(r) = dU(r) \cdot r \quad (23)$$

Zur Berechnung von Kennlinien wird der Parameter i_{od} durch Auswahl von **berechnen** aktiviert und die gewünschte Variationsvariable i_c gewählt (Drehzahl, Windgeschwindigkeit der Zuströmung, Pitchwinkel). Die Drehzahl n_{od} für eine Pitchwinkelkennlinie wird nur verwendet, wenn die Variationsvariable i_c

auf **Pitchw.** eingestellt ist. Die Kennlinien werden entsprechend der Wertelisten für n_i , $c_{0,i}$, $\alpha_{pt,i}$ als Funktion der Schnelllaufzahl im Intervall λ_{start} bis λ_{stop} mit n_i Punkten berechnet.

Parameter	Zeichen	Einheit	Beispielwert	Art
Kennlinienrechnung	i_{od}	-	0 , 1=berechnen	i
Variationsvariable	i_c	-	Drehz. /Windge./Pitchw.	
Drehzahl Pitchwinkelkennlinie	n_{od}	$1/min$	300	r
Lambda Start	λ_{start}	-	0	r
Lambda Stop	λ_{stop}	-	14	r
Anzahl der Lambda-Punkte	i_{lambda}	-	25	i
Drehzahlen	n_i	$1/min$	200.0	r
Windgeschwindigkeiten (Ebene 0)	$c_{0,i}$	m/s	10.0	r
Pitchwinkel	$\alpha_{pt,i}$	$Grad$	0.0	r

Tab. 5: Kennfeld und Betriebsbereich

Zur Berechnung der Anlagenkennlinie (Parameterwert i_{kl} : **berechnen**) werden die Maximalwerte der Turbinenleistung P von Kennlinien (Leistung in Abhängigkeit der Schnelllaufzahl) verschiedener Zuströmwindgeschwindigkeiten (Intervall c_0 bis 25 m/s) ermittelt und aufgetragen. Ist die Leistungsbegrenzung i_{pow} aktiviert, werden die berechneten Spannungen in der Turm- und Blattwurzel für jeden Kennlinienpunkt mit den zulässigen Werten $\sigma_{t,zul}$ und $\sigma_{z,zul}$ (bzw. $\epsilon_{bl,zul}$) verglichen. Bei Überschreitung einer der beiden zulässigen Grenzwerte wird die Turbinenleistung konstant gesetzt. In diesen Betriebspunkten ist bei pitchgeregelten Anlagen die Pitchverstellung aktiv, um die Betriebslasten zu begrenzen. Die berechnete oder vorgegebene Anlagenkennlinie (siehe online Hilfe zum Dateiformat der Kennlinienvorgabe) wird zur Bestimmung des Energieertrages E_g auf Basis einer Weibull-Verteilung verwendet.

$$h_W = \frac{k_W}{A_W} \cdot \left(\frac{c_0}{A_W}\right)^{(k_W-1)} \cdot e^{-\left(\frac{c_0}{A_W}\right)^{k_W}} \quad (24)$$

Der Ertrag E_g im Zeitraum T_h ergibt sich bei vorliegender Leistungskennlinie $P(c_0)$ aus

$$E_g = \sum h_i \cdot P_i T_h \quad (25)$$

Parameter	Zeichen	Einheit	Beispielwert	Art
Anlagenkennlinie	i_{kl}	-	ber. /Vorgabe/Vergl.	i
Leistungsbegr. (Festigk.)	i_{pow}	-	0 , 1=berechnen	i
Anzahl Kennlinienpunkte	n_{pow}	-	30	i
Weibull Skalierung	A_W	m/s	5	r
Weibull Formfaktor	k_W	-	2	r

Ertrag Einschaltwindgeschw.	C_{in}	m/s	3	r
Ertrag Ausschaltwindgeschw.	C_{out}	m/s	25	r
Ertrag Zeitraum	T_h	h	8730	r
Anlagenkennlinie Vorgabe	power_curve	-	kennfelddatei.dat	c

Tab. 6: Anlagenkennlinie und Ertragsberechnung

1.2.5 Triebstrang

Die elektrische Leistung der Turbine folgt aus der Vorgabe des Wirkungsgrades des Antriebsstranges η_{ts} . Dieser fasst alle mechanischen (z.B. Lager, Getriebe) und elektrischen Verluste zusammen.

$$P_{elektr} = P_{aero} \cdot \eta_{ts} \quad (26)$$

Die Parameter $D_{W,a}$, $D_{W,i}$, Lrb , m_{hub} und Lrt sind die Eingabewerte für das vereinfachte Lastmodell nach der Europäische Norm EN 61400-2.

Parameter	Zeichen	Einheit	Wert	Art
Wirkungsgrad: Antriebsstrang	η_{ts}	-	0.9	r
Außendurchmesser Hauptrotorwelle	$D_{W,a}$	m	0.05	r
Innendurchmesser Hauptrotorwelle	$D_{W,i}$	m	0	r
Abstand Rotorschwerpunkt - Lager	Lrb	m	0.01	r
Nabenmasse	m_{hub}	kg	0.25	r
Abstand Rotorschwerpunkt - Gierachse	Lrt	m	0.01	r

Tab. 7: Parameter zur Beschreibung des Antriebsstranges

1.2.6 Numerik

Die Parameter $itermax$ und tol dienen der Steuerung des Pegasus-Verfahrens zur Ermittlung des Zuströmwinkels bei $\lambda \neq \lambda_D$.

Parameter	Zeichen	Einheit	Wert	Art
Iterationen (Nullstellensuche-Kennfeld)	itermax	-	50	i
Abbruchkriterium (Pegasus-Verfahren)	tol	-	1.0E-6	r

Tab. 8: Numerik

1.2.7 Datenexport

Zur Weiterverwendung des Turbinenentwurfes in CAD- oder Mehrkörpersimulations-Programmen werden verschiedene Export-Schnittstellen angeboten. Für CAD-Programme erfolgt der Export einer 3D-STEP-Datei durch den Parameter i_{step} , wobei die Geometrieart durch den Parameter i_{solid} festgelegt wird. Dabei steht ein Drahtmodell sowie ein Volumenmodell zur Auswahl (vgl. dazu Abschnitt 1.3).

Parameter	Zeichen	Einheit	Wert	Art
STEP-Datei export	i_{step}	-	0, 1=berechnen	i
STEP-Geometrie	i_{solid}	-	Draht/Volumen/beides	i
NREL-FAST-AERODYN-INPUT	i_{NREL}	-	0, 1=berechnen	i

Tab. 9: Exportfunktionen

1.3 Entwurf der Blattgeometrie

Die Berechnung der Blattgeometrie erfolgt für diskrete Radienpunkte r der Blattelemente. Für jedes Element werden die Geometrie des Profilschnitts (Blatttiefe und Profilkontur) sowie die Strömungsgrößen berechnet.

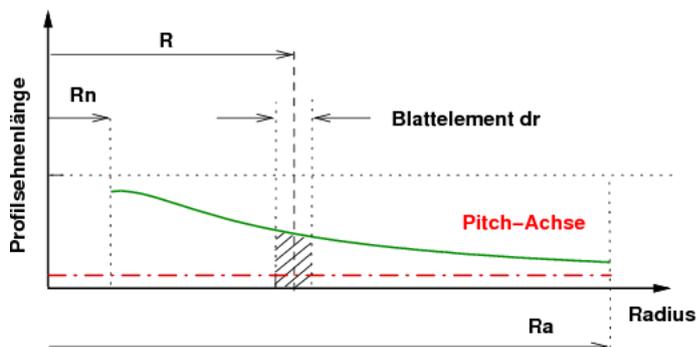


Abb. 1: Diskrete Radienkoordinaten

Die Definition der Strömungs- und Einbauwinkel ist in Abbildung 2 dargestellt.

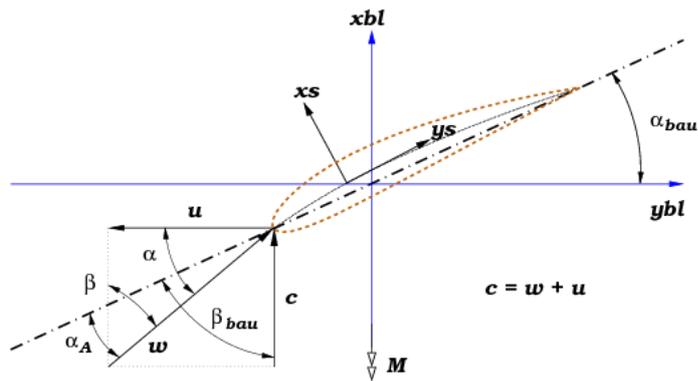


Abb. 2: Winkeldefinition und Sehnenkoordinatensystem

Die Profilgeometrie wird nach der NACA-Profilsystematik berechnet. Die erforderliche Verwindung der einzelnen Profilschnitte wird durch eine Koordinatentransformation mit dem jeweiligen Einbauwinkel α_{bau} durchgeführt.

Im Programm bestehen verschiedene Möglichkeiten den Koordinatenursprung des transformierten Koordinatensystems zu definieren. Die Auffädung der Profilschnitte ergibt sich nach Abbildung 3 folgende Auswahl:

- Verschiebung nach $x_{(d/l)max}, y_{f,(d/l)max}$, Punkt bei max. Profildicke d/l auf der Skelettlinie
- Definition einer Koordinatenverschiebung von x_{korr} und y_{korr} - benutzerdefiniert
- Profilvorderkante
- Flächenschwerpunkt

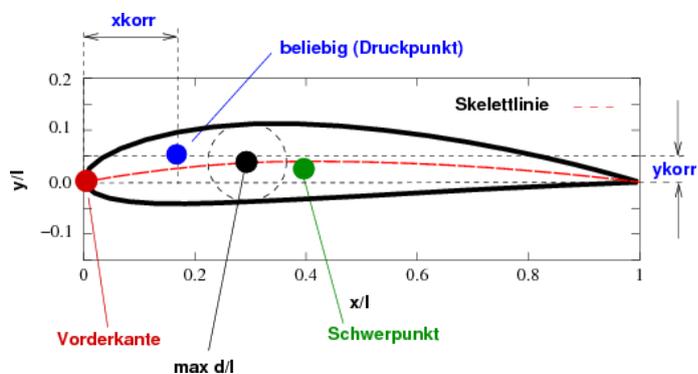


Abb. 3: Auffädung der Profilschnitte

Die berechnete Rotorblattgeometrie kann wie in Abschnitt 1.2.2 erläutert als 3D-Step-Datei exportiert werden, um diese in einem CAD-Programm weiter zu verarbeiten. Die Geometrie beinhaltet die Profilkonturen an diskreten Radienschnitten, die in der Mitte der Blattelemente positioniert sind. Daher ist die Geometrie im Radienintervall $R_h + dr/2$ bis $R_h - dr/2$ definiert (mit dr als Blattelementlänge). Eine glatte, kontinuierliche Blattgeometrie des gesamten Rotorblattes für beliebige Profilverläufe kann durch *caling.de* hergestellt werden. Wir verwenden dazu die leistungsfähige CAD-Bibliothek OPENCASCADE. Abbildung 4 zeigt das einfache Berechnungsmodell der Windturbine mit den Koordinatensystemen, die sich an der Richtlinie "Germanischer Lloyd - Zertifizierung von Windenergieanlagen" orientieren.

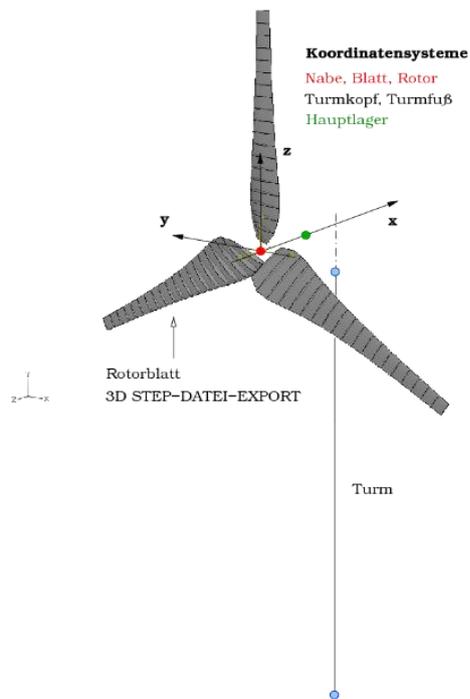


Abb. 4: Modell der Windturbine

2 Grundlagen und aerodynamisches Modell

2.1 Strömungsmodell

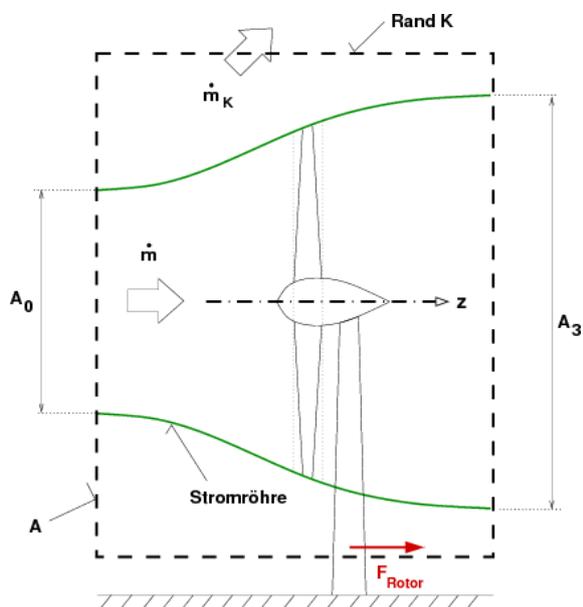


Abb. 5: Modell der Windkraftanlage

Modellvorstellung und Vereinfachungen:

- zeitunabhängig (stationär)
- eindimensional
- reibungsfrei

- inkompressibel ($\rho = \text{konstant}$)
- Der Abstand zwischen den Bilanzebenen 1 und 2 ist gegenüber dem Abstand der Bilanzebenen 0 und 3 sehr viel kleiner
- Die Flächenänderung der Stromröhre zwischen 1 und 2 ist vernachlässigbar: $A_1 = A_2 = A_R$
- Dralländerungen sind vernachlässigbar
- Der Rand K soll soweit vom Rotor entfernt sein, dass $c_z = c_0$ in guter Näherung gilt.
- starrer Rotor

2.2 Schubkraft in der Rotorebene

Kontinuität:

$$\dot{m} = \rho \cdot c_0 \cdot A_0 = \rho \cdot c_1 \cdot A_{1,2} = \rho \cdot c_2 \cdot A_{1,2} = \rho \cdot c_0 \cdot A_3 \quad (27)$$

Impulsbilanz von 0 nach 1

$$-\dot{m} \cdot c_0 + \dot{m} \cdot c_1 = p_0 \cdot A_0 - p_1 \cdot A_{1,2} + F_{Rand_z}^{01} \quad (28)$$

Impulsbilanz von 2 nach 3

$$-\dot{m} \cdot c_2 + \dot{m} \cdot c_3 = p_2 \cdot A_{1,2} - p_3 \cdot A_0 - p_3 \cdot (A_3 - A_0) + F_{Rand_z}^{12} \quad (29)$$

Summe der beiden Bilanzen (mit $c_1 = c_2$ und $p_3 = p_0$)

$$\dot{m} \cdot (c_3 - c_0) = \underbrace{A_{1,2} \cdot (p_2 - p_1)}_{F_{Rotor}} + \underbrace{F_{Rand_z} - p_3 \cdot (A_3 - A_0)}_0 \quad (30)$$

bzw.

$$F_{Rotor} = \dot{m}(c_3 - c_0) + \rho c_0^2 (A - A_3) - \rho c_0^2 (A - A_0) + \int_{Rand} \rho c_z (\vec{c} d\vec{A}) \quad (31)$$

mit

$$\int_{Rand} \rho c_z (\vec{c} d\vec{A}) = c_0 \int_{Rand} \rho (\vec{c} d\vec{A}) \quad (32)$$

und

$$\dot{m}_K = \int_{Rand} \rho (\vec{c} d\vec{A}) = \rho c_0 (A_3 - A_0) \quad (33)$$

Für die resultierende Rotorkraft folgt

$$F_{Rotor} = \dot{m} \cdot (c_3 - c_0) \quad (34)$$

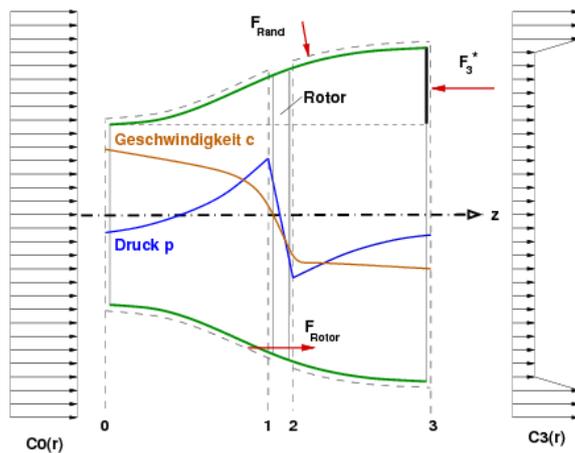


Abb. 6: Strömungsmodell: Druck- und Geschwindigkeitsverlauf

2.3 Geschwindigkeit in der Rotorebene

1. Hauptsatz von $0 \rightarrow 1$

$$a = 0 = \int_0^1 v dp + g \cdot \underbrace{(z_1 - z_0)}_0 + \frac{1}{2} \cdot (c_{1,2}^2 - c_0^2) \quad (35)$$

1. Hauptsatz von $2 \rightarrow 3$

$$a = 0 = \int_2^3 v dp + g \cdot \underbrace{(z_3 - z_2)}_0 + \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_{1,2}^2) \quad (36)$$

Addition von Gleichung 35 und 36:

$$0 = \frac{1}{\rho} \cdot (p_1 - p_0 + p_3 - p_2) + \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) \quad (37)$$

Multiplikation mit dem Massenstrom $\dot{m} = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_{1,2}$:

$$\dot{m} = \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_{1,2} \cdot \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) \quad (38)$$

Aus Impulsbilanz gilt

$$\dot{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_{1,2} \cdot \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) = c_{1,2} \cdot \dot{m} \cdot (c_3 - c_0) \quad (39)$$

Daraus erhält man für die Geschwindigkeit in der Rotorebene

$$c_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(c_3^2 - c_0^2)}{(c_3 - c_0)} = \frac{1}{2} \cdot (c_3 + c_0) \quad (40)$$

2.4 Leistung der Windturbine

1. Hauptsatz von 0 → 3

$$a = \int_0^3 v dp + g \cdot (z_3 - z_0) + \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) \quad (41)$$

$$= \frac{(p_3 - p_0)}{\rho} + g \cdot (z_3 - z_0) + \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) \quad (42)$$

$$\frac{P}{\dot{m}} = a = \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) \quad (43)$$

$$P = \dot{m} \cdot a = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_{1,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) \quad (44)$$

Durch entsprechende Umformung erhält man Gleichung 45,

$$P = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot c_0^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c_3}{c_0} + 1 \right) \cdot \left[\left(\frac{c_3}{c_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (45)$$

aus der die optimale Verzögerung für die maximale Leistung berechnet werden kann.

Mit $x = \frac{c_3}{c_0}$

$$\frac{P}{\rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot c_0^3} = \frac{1}{2} \cdot (x + 1) \cdot (x^2 - 1) \quad (46)$$

1. Ableitung mit Produktregel: $u = x + 1$, $u' = 1$, $v = x^2 - 1$, $v' = 2x$

Extremstelle: $\frac{dP}{dx} = 0$

$$\frac{dP}{dx} = 1 \cdot (x^2 - 1) + 2x \cdot (x + 1) = 0 = 3x^2 + 2x - 1 \quad (47)$$

Mit der p-q-Formel findet man die Nullstellen zu

$$x_{1,2} = \frac{1}{6} \cdot (-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3}) \rightarrow x_1 = \frac{1}{3} (x_2 = -1) \quad (48)$$

Damit ergibt sich

$$\frac{P_{max}}{\rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot c_0^3} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{9} - 1 \right) = -\frac{16}{27} = -0,592 \quad (49)$$

Der maximal erreichbare Leistungsbeiwert $c_{P,Betz}$ beträgt

$$c_{P,Betz} = \frac{16}{27} = 0,592 \quad (50)$$

Er tritt bei einer Verzögerung von c_0 auf $c_3 = \frac{1}{3}c_0$ auf. Rund 60% der im Wind vorhandenen Leistung sind also durch eine ideale Windturbine entnehmbar! Dabei beträgt die Geschwindigkeit in der Radebene durch Einsetzen von c_3 in Gleichung 40

$$c_{1,2} = \frac{2}{3}c_0 \quad (51)$$

Den Betzchen Leistungsbeiwert erreicht nur eine ideale Maschine. In ihm sind nur die Verluste durch die axiale Austrittsgeschwindigkeit berücksichtigt. Zur graphischen Anschauung werden die Beziehungen für den Massenstrom, die Kraft und die Turbinenleistung auf Bezugsgrößen am Stromröhreneintritt normiert. Massenstrom durch die Windturbine

$$\dot{m} = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_{1,2} = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2}(c_3 + c_0) = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_0 \frac{1}{2} \left(\frac{c_3}{c_0} + 1 \right) \quad (52)$$

Bezugsmassenstrom

$$\dot{m}_0 = \rho \cdot A_{1,2} \cdot c_0 \quad (53)$$

Normierter Massenstrom

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{c_3}{c_0} + 1 \right) \quad (54)$$

Kraft auf den Rotor

$$F_{Rotor} = \dot{m} \cdot (c_3 - c_0) = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2}(c_3 + c_0) \cdot (c_3 - c_0) = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2}(c_3^2 - c_0^2) \quad (55)$$

Bezugskraft

$$F_{Rotor0} = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2}c_0^2 \quad (56)$$

Normierte Kraft

$$\frac{F_{Rotor}}{F_{Rotor0}} = \left(\frac{c_3}{c_0} \right)^2 - 1 \quad (57)$$

Leistung

$$P = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot c_0^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c_3}{c_0} + 1 \right) \cdot \left[\left(\frac{c_3}{c_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (58)$$

Energie der Zuströmung

$$P_0 = \rho \cdot A_{1,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot c_0^3 \quad (59)$$

Normierte Leistung

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c_3}{c_0} + 1 \right) \cdot \left[\left(\frac{c_3}{c_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (60)$$

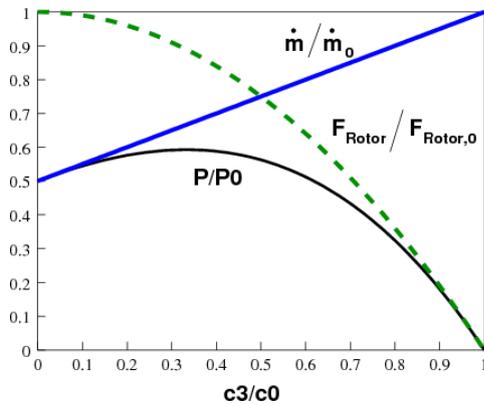


Abb. 7: Verlauf der normierten Größen

2.5 Drallbehaftete Rotorabströmung

Mit der Annahme, dass der Rotor die in den vorhergehenden Abschnitten hergeleitete Strömungsverzögerung realisiert ($c_3/c_0 = 1/3$, $c_1 = c_{m1} = 2/3 c_0$) sowie eine drallfreie Zuströmung vorliegt, folgt aus der Eulergleichung und dem 1. Hauptsatz:

$$a = u_2 \cdot c_{u,2} = \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 - c_0^2) \quad (61)$$

Daraus folgt mit $u = u_2$:

$$c_{u,2} = u \cdot \left(\frac{c_0}{u} \right)^2 \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{c_3}{c_0} \right)^2 - 1 \right) \quad (62)$$

$$c_{u,2} = -u \left(\frac{c_0}{u} \right)^2 \frac{4}{9} \quad (63)$$

Kontinuitätsgleichung:

$$\rho \cdot c_{m3} \cdot A_3 = \rho \cdot c_{m2} \cdot A_2 \quad (64)$$

$$\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (65)$$

Damit ergibt sich der Drall in der Ebene 3 zu

$$r_2 \cdot c_{u2} = r_3 \cdot c_{u3} \quad (66)$$

$$c_{u3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot c_{u2} \quad (67)$$

Literatur

- [1] Gasch, R.; Windkraftanlagen, Teuber Stuttgart, 3. Auflage, 1996

-
- [2] Hau, Erich; Windkraftanlagen-Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit, Springer-Verlag, 4. Auflage, 2008
 - [3] Kühn, M.; Dynamik, Belastungen und Entwurf von Windenergieanlagen und deren Komponenten, Seminarunterlagen, Universität Stuttgart, 2010
 - [4] Manwell, J.F.; Mcgowan, J.G.; Rogers, A.L.; Wind Energy Explained - Theory, design and application, 2. edition, Wiley, 2009
 - [5] Burton, T.; Sharpe, D.; Jenkins, N.; Bossanyi, E.; Wind Energy Handbook, Wiley, 2001
 - [6] Traupel, W; Thermische Turbomaschinen: Band 1, Band 2, Springer Verlag, 2001
 - [7] Lawerenz, M.; Grundlagen der Strömungsmaschinen, Fluidodynamik, Vorlesungsskripte Universität Kassel, 2005



Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit

Gemäß der Allgemeinen Prüfungs- und Studienordnung ist zusammen mit der Abschlussarbeit eine schriftliche Erklärung abzugeben, in der der Studierende bestätigt, dass die Abschlussarbeit „– bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit [(§ 18 Abs. 1 APSO-TI-BM bzw. § 21 Abs. 1 APSO-INGI)] – ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich zu machen.“

Quelle: § 16 Abs. 5 APSO-TI-BM bzw. § 15 Abs. 6 APSO-INGI

Dieses Blatt, mit der folgenden Erklärung, ist nach Fertigstellung der Abschlussarbeit durch den Studierenden auszufüllen und jeweils mit Originalunterschrift als letztes Blatt in das Prüfungsexemplar der Abschlussarbeit einzubinden.

Eine unrichtig abgegebene Erklärung kann -auch nachträglich- zur Ungültigkeit des Studienabschlusses führen.

Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung der Arbeit

Hiermit versichere ich,

Name: Blömers

Vorname: Markus

dass ich die vorliegende Bachelorarbeit bzw. bei einer Gruppenarbeit die entsprechend gekennzeichneten Teile der Arbeit – mit dem Thema:

Aerodynamische Rotorblattauslegung einer Multirotor- Kleinstwindenergieanlage

ohne fremde Hilfe selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

- die folgende Aussage ist bei Gruppenarbeiten auszufüllen und entfällt bei Einzelarbeiten -

Die Kennzeichnung der von mir erstellten und verantworteten Teile der -bitte auswählen- ist erfolgt durch:

Hamburg

Ort

19.01.2018

Datum

Unterschrift im Original